

LETÍCIA FAGUNDES TRIGUERO

ARTICULAÇÕES ENTRE SIGNIFICADOS DENOTATIVOS E CONOTATIVOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UM ESPAÇO FORMATIVO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

MARINGÁ – PR

2025

LETÍCIA FAGUNDES TRIGUERO

ARTICULAÇÕES ENTRE SIGNIFICADOS DENOTATIVOS E CONOTATIVOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UM ESPAÇO FORMATIVO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lilian Akemi Kato

MARINGÁ

2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

T828a

Triguero, Letícia Fagundes

Articulações entre significados denotativos e conotativos mobilizados por professores em um espaço formativo sobre modelagem matemática / Letícia Fagundes Triguero. -- Maringá, PR, 2025.

264 f. : il. color., figs.

Orientador: Prof. Dr. Lilian Akemi Kato.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2025.

1. Teoria da aprendizagem significativa. 2. Modelagem matemática. 3. Formação de professores. 4. Matemática - Ensino fundamental - Anos iniciais. I. Kato, Lilian Akemi, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 510.7

Marinalva Aparecida Spolon Almeida - 9/1094

LETÍCIA FAGUNDES TRIGUERO

ARTICULAÇÕES ENTRE SIGNIFICADOS DENOTATIVOS E CONOTATIVOS MOBILIZADOS POR PROFESSORES EM UM ESPAÇO FORMATIVO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em *Ensino de Ciências e Matemática.*

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Profa. Dra. Sandra Regina D`Antonio Verrengia
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Profa. Dra. Mariana Moran
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR

Documento assinado digitalmente
gov.br NILCEIA APARECIDA MACIEL PINHEIRO
Data: 10/02/2026 14:49:49-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Maringá, 12 de dezembro de 2025.

Dedico esse trabalho, e todo o esforço aqui empregado, a Deus e a Maria, aos meus Pais, Sérgio e Gislene, a meu esposo, Gabriel, e a todos os meus familiares e amigos, pelo apoio e incentivo em cada etapa dessa jornada.

AGRADECIMENTO

Ao final dessa jornada, gostaria de expressar minha gratidão a todos aqueles que, direta ou indiretamente, tornaram este momento possível.

Primeiramente, agradeço Àquele que tudo pode e que se fez presente nos melhores e piores dias, dando-me forças para perseverar. Agradeço por ter colocado tantas pessoas em meu caminho, tornando esse processo mais leve.

À minha mãezinha Maria, sob todos os seus títulos e formas de amor, que constantemente intercede por mim, oferecendo colo e refrigério à alma em cada oração.

Cresci vendo meus pais, Sérgio e Gislene, suando na roça para que eu tivesse a oportunidade de uma boa educação, enquanto me diziam: “Estuda para ser alguém na vida”, “Estuda para não ficar igual ao pai e à mãe”. Quero que saibam o quanto tenho orgulho de vocês e o quanto sou grata por tudo o que fazem e fizeram por mim. Mas isso nunca foi no singular e, ao concluir este doutorado, a frase que melhor traduz essa trajetória é: “Venci e cheguei até aqui porque vocês estiveram e venceram comigo”. Foi com esse jeito simples e repleto de amor que me deram suporte e alicerce. Foram vocês que me incentivaram e que, de joelhos no chão e com o terço nas mãos, me fortaleceram por meio de suas orações.

Ao meu esposo, que me acompanha desde os anos finais do Ensino Fundamental e presenciou todo o meu crescimento acadêmico e profissional. Nos momentos de medo, choro e desespero, sempre esteve ao meu lado. Em tom de brincadeira, costumava dizer: “Tá com medo? Vai com medo mesmo” e “Falta pouco, agora não dá para olhar para trás”. Muitas vezes, sem saber exatamente o que dizer, fez-se presente — em um abraço apertado ou enxugando as lágrimas. Afinal, cada um faz o que pode.

À minha família, de modo geral, que sempre torceu por mim, acreditou nos meus sonhos e vibrou a cada conquista. Aos meus avós, que já partiram para a eternidade, creio que estariam felizes e orgulhosos com essa conquista. Meus sinceros agradecimentos por compreenderem minha ausência e por aceitarem que nem sempre pude estar tão presente quanto gostaria.

À professora Lilian, que me acolheu desde o primeiro ano da graduação e, desde então, tem sido exemplo de dedicação e compromisso. Agradeço por todo o apoio, pelas orientações, pela sinceridade e pelos “puxões de orelha”, que sempre me fizeram refletir sobre as prioridades, recalcular a rota e seguir em frente. Agradeço pela orientação e pela paciência.

Agradeço aos professores Michel Corci Batista, Michele Regiane Dias Veronez, Mariana Moran, Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro e Sandra Regina D'Antonio Verrengia pelas leituras cuidadosas e pelas valiosas contribuições na construção desta pesquisa.

Aos(às) amigos(as) que me acompanharam nessa jornada, por ouvirem minhas reclamações e por me ajudarem quando eu "procurava pelo em ovo", deixo minha gratidão. Às companheiras do CMEI — Viviane, Rayara, Renata Canedo, Roseli, Taís, Cibele, Mary, Vivian, Lucimar, Renata, Silvia, Sandra, Márcia e Vanuza — que, em meio às tentativas de "meter o louco" e resolver as situações vivenciadas, me ajudaram a crescer tanto. Às bonitas do gabinete — Bianca, Fernandas, Francielli e Nayara — que me ajudaram a acreditar que estava tudo bem, mesmo quando não estava.

Às meninas do mestrado e do doutorado, que vivenciaram de perto esse processo comigo: Ana Castro, Ana Zampirolli, Ana Frigéri, Priscila, Érica, Emilly, Ana Beatriz e Camila. Minha gratidão por toda a troca de informações, experiências e desesperos compartilhados.

Agradeço às minhas amigas Dara, Andressa, Letícia Munhoz, Maria Helena e Paula Renata, que mostraram que, mesmo de longe, os verdadeiros amigos estão por perto — seja em uma ligação de desespero, seja em um vídeo engraçado ou motivacional no Instagram. Agradeço também a todos os parceiros de profissão, muitos para nomear, com quem tive o prazer de trabalhar nesses quatro anos e que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta pesquisa com palavras de carinho e motivação.

Em especial, agradeço aos membros do grupo GIEMEM, que me acompanharam desde quando eu "era a base da pirâmide" e que tanto contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Vocês são fonte de inspiração. Agradeço pelo companheirismo, apoio, acolhimento e pelas correções sempre construtivas. Estendo minha gratidão, em especial, aos ministrantes do espaço formativo que, com zelo e dedicação, doaram seu tempo e compartilharam seus conhecimentos, contribuindo significativamente.

Agradeço aos professores colaboradores desta pesquisa, que aceitaram participar desse espaço formativo. Vocês são exemplo e inspiração.

Agradeço também à minha psicóloga, Thayna, que me acolheu nos momentos mais desafiadores, quando não estava fácil equilibrar todos os "pratinhos". Acompanhou as crises de identidade e as mudanças de perspectiva. Obrigada por estar comigo nessa reta final da "montanha-russa de altos e baixos" chamada doutorado.

Agradeço à Secretaria de Educação de Maringá, em especial à secretária Nayara Caruzzo e à superintendente Francielli Rocha, pela receptividade e pela divulgação do espaço formativo.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM), especialmente à secretária Sandra Grzegorczyk, pela atenção e prontidão durante todo esse período. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradeço a mim mesma que, em meio ao caos — entre dez horas diárias de trabalho, madrugadas em claro estudando, além de outros afazeres e responsabilidades —, mesmo diante do desespero, do medo de não dar tempo, de não dar conta e das lágrimas, mantive o foco e a constância.

Acredito que não posso mudar o mundo, mas, por meio da minha formação, posso fazer o melhor em sala de aula e contribuir para a mudança e a transformação de meus alunos, para que, desde pequenos, encontrem inspiração para serem ativos na construção de seus próprios conhecimentos.

Encerro expressando minha eterna gratidão a todos que, de algum modo, estiveram comigo e contribuíram para essa trajetória.

Faça o seu melhor, na condição que você
tem, enquanto você não
tem condições melhores para
fazer melhor ainda!

(Mário Sérgio Cortella)

RESUMO

A Modelagem Matemática, quando introduzida no ambiente escolar desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pode engajar as crianças em processos investigativos, permitindo-lhes explorar temas de interesse enquanto constroem e aprendem conceitos matemáticos. A literatura indica que as características inerentes à Modelagem Matemática podem favorecer a Aprendizagem Significativa de conceitos matemáticos. Nesse contexto, esta pesquisa investigou: *quais articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática?* A análise fundamenta-se na Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel), segundo a qual os significados presentes na estrutura cognitiva do indivíduo podem ser denotativos — compartilhados e aceitos contextualmente — ou conotativos — idiossincráticos e pessoais. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, motivada pelas inquietações da pesquisadora, com base em sua experiência prática e acadêmica. Como referencial, utilizou-se a Modelagem Matemática, enfatizando a importância da formação de professores para sua implementação em sala de aula, a partir da concepção de Maria Salett Biembengut, com atenção às especificidades dos Anos Iniciais. O processo de análise dos dados foi multifacetado: os trabalhos da revisão sistemática, que buscou identificar pesquisas sobre ensino de Matemática nos Anos Iniciais envolvendo a Teoria da Aprendizagem Significativa, foram analisados por meio da Análise Textual Discursiva; já os dados produzidos no espaço formativo — notas de campo, questionários, gravações em áudio e vídeo, mensagens de WhatsApp e registros escritos dos professores — foram examinados à luz da mesma teoria. O estudo descreve e analisa três momentos do espaço formativo: (1) antes do estudo sobre Modelagem Matemática; (2) durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, com foco no conhecimento de suas características; e (3) no planejamento e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Nesse percurso, emergiram articulações de significados denotativos e conotativos dos conceitos matemáticos mobilizados, bem como das características da Modelagem Matemática, evidenciadas por meio de relatos de experiência, momentos de planejamento coletivo e discussões sobre as atividades desenvolvidas. Os resultados indicam que essas articulações podem contribuir, em certa medida, para a Aprendizagem Significativa dos alunos nos níveis representacional, conceitual e proposicional, apoiando práticas pedagógicas mais reflexivas e contextualizadas.

Palavras-chave: Teoria da Aprendizagem Significativa, Formação de professores, Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Mathematical Modeling, when introduced into the school environment from the early years of elementary school, can engage children in investigative processes, allowing them to explore a topic of interest while simultaneously constructing and learning mathematical concepts. The literature suggests that the inherent characteristics of Mathematical Modeling can favor the meaningful learning of mathematical concepts. Therefore, this research proposes to investigate: *What articulations between denotative and connotative meanings are manifested by teachers in a formative space on Mathematical Modeling?* These meanings are based on the Theory of Meaningful Learning. According to Ausubel, meanings are present in the cognitive structure of the individual and can be denotative (shared and contextually accepted) and connotative (idiosyncratic and personal). This qualitative research arises from the researcher's concerns, based on her practical and academic experience. To this end, Mathematical Modeling was used as a reference, exploring the importance of teacher training for its implementation in the classroom, adopting the conception of Maria Salett Biembengut, with a focus on the specificities of the Early Years of Elementary School. The data analysis process will be multifaceted. To analyze the works included in the systematic review, which sought to identify research carried out in the context of mathematics teaching in the early years of elementary school, involving the Theory of Meaningful Learning, Discursive Textual Analysis was used. The data produced through the techniques and instruments used in the formative space, namely, field notes, questionnaires, audio and video recordings, WhatsApp messages, and written records from teachers, will be analyzed in light of the Theory of Meaningful Learning, seeking to achieve the objectives proposed by this research.This study presents a description and analysis of three moments in the formative space: (1) Before learning about Mathematical Modeling; (2) During the development of a Mathematical Modeling activity, learning its characteristics; (3) When planning and developing a Mathematical Modeling activity in the formative space. In this process, articulations of denotative and connotative meanings of mathematical concepts mobilized in the development of the activities emerged, as well as the characteristics of Mathematical Modeling, provided through experience reports, moments of collective planning, and discussions and analysis of the activities planned and developed in the formative space aimed at the Early Years. Thus, the evidence of these articulations of *denotative* and *connotative* meanings indicates that teachers can, to a certain extent, contribute to the meaningful learning of the representational, conceptual, and propositional type of their students in their pedagogical practices.

Keywords: Meaningful Learning Theory, Teacher Training, Early Years of Elementary Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Síntese dos principais aspectos relacionados no capítulo referente ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....49
Figura 2 - Mapa Conceitual sobre a TAS.....84
Figura 3 - Diagrama indicando a diferenciação progressiva e reconciliação integradora..... 86
Figura 4 - Mapa Conceitual que corresponde à estratégia 4.....87
Figura 5 - Fluxograma do trabalho de seleção dos trabalhos analisados.....91
Figura 6 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade das piscadas.....118
Figura 7 - Mapa Conceitual referente às resolução 1 e 2 da atividade do trânsito..... 123
Figura 8 - Mapa Conceitual referente à resolução 3 da atividade do trânsito.....124
Figura 9 - Nuvem de palavra dos conceitos matemáticos trabalhados na atividade a partir da percepção dos professores.....144
Figura 11 - Possível resolução da atividade enviada por P2.....158
Figura 12 - Votação realizada no Mentimenter.....161
Figura 13 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade das refeições de fim de ano….....167
Figura 14 - Mapa Conceitual da MM da atividade sobre as festas de fim de ano..... 173
Figura 15 - Receita utilizada como base para o planejamento da atividade..... 175
Figura 16 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade dos sanduíches naturais..185
Figura 17 - Mapa Conceitual da MM da atividade dos sanduíches naturais..... 189
Figura 18 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade do suco de laranja.....201
Figura 19 - Mapa conceitual da MM atividade 3 do suco de laranja.....211

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Descrição do espaço formativo.....27
Quadro 2 - Caracterização dos ministrantes do espaço formativo.....31
Quadro 3 - Caracterização dos professores colaboradores que integraram o espaço formativo….....32
Quadro 4 - Atividades desenvolvidas no curso, carga horária e participantes envolvidos.....34
Quadro 5 - síntese das atividades desenvolvidas ao longo do curso.....34
Quadro 6 - Compreensões sobre AS e aprendizagem mecânica para o ensino e a aprendizagem da Adição.....71
Quadro 7 - Diferenciação entre os tipos de AS, com base no conceito matemático de adição 72
Quadro 8 - Compreensões sobre as formas de AS, com base no conceito matemático de adição.....73
Quadro 9 - Compreensões sobre diferenciação progressiva e reconciliação integradora com base no conceito matemático de adição.....74
Quadro 10 - Diferenciação dos tipos de significados segundo os pressupostos da AS, com base no conceito matemático de Multiplicação.....81
Quadro 11 - Elaborado por Triguero (2022) para evidenciar as diferenciações e reconciliações observadas na estratégia 4.....88
Quadro 12 - Estratégias de busca e palavras-chave utilizadas nas bases de dados.....90
Quadro 13 - Lista das dissertações selecionadas a partir dos critérios de inclusão.....92
Quadro 14 - Processo de organização e elaboração de palavras-chave e títulos das unidades de significados.....93
Quadro 15 - Quantitativo de fragmentos e unidades de significados identificadas nas dissertações.....94
Quadro 16 - Processo de constituição da categoria final 1.....95
Quadro 17 - Processo de constituição da categoria final 2.....101
Quadro 18 - Processo de constituição da categoria final 3.....104
Quadro 19 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade das piscadas.113
Quadro 20 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções.....114
Quadro 21 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade do trânsito....121
Quadro 22 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções.....122

Quadro 23 - Narrativas das professoras sobre o desenvolvimento da atividade em sala de aula..... 127
Quadro 24 - Indícios de articulações de significados identificados no 1º momento do espaço formativo..... 128
Quadro 25 - Relatos de experiências selecionados e apresentados pelos professores..... 131
Quadro 26 - Adaptação da atividade a partir do relato de experiência selecionado e apresentado pelo grupo 1..... 133
Quadro 27 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade das pipocas.. 141
Quadro 28 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções..... 142
Quadro 29 - Indícios de articulações de significados no 2º momento com ênfase nas características da MM..... 148
Quadro 30 - Indícios de articulações de significados no 2º momento com ênfase na atividade de MM desenvolvida..... 152
Quadro 31 - Planejamento do grupo 1..... 157
Quadro 32 - Possível resolução para a atividade das festas de fim de ano..... 159
Quadro 33 - Estratégias de resoluções adotadas pelos professores na atividade..... 163
Quadro 34 - Representação realizada pelos professores a partir da resolução adotada..... 166
Quadro 35 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções..... 166
Quadro 36 - Mapa elaborado pelo grupo 1 e sua respectiva explicação..... 170
Quadro 37 - Planejamento do grupo 2..... 177
Quadro 38 - Possível resolução para essa atividade..... 178
Quadro 39 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade..... 181
Quadro 40 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções..... 183
Quadro 41 - Planejamento do grupo 3..... 193
Quadro 42 - Um litro de suco feito para ofertar para os professores..... 194
Quadro 43 - Estratégias de resoluções adotadas pelos professores na atividade..... 198
Quadro 44 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções..... 199
Quadro 45 - Mapa mental elaborado pelos professores e sua respectiva explicação..... 202
Quadro 46 - Indícios de articulações de significados no 3º momento com ênfase nas características da MM..... 213
Quadro 47 - Indícios de articulações de significados no 3º momento com ênfase nos conceitos matemáticos..... 223

Quadro 48 - Conceitos mobilizados pelos professores ao desenvolver as atividades de MM nos 3 momentos e os respectivos Mapas Conceituais.....225
Quadro 49 - Síntese dos conceitos matemáticos identificados nas articulações.....225
Quadro 50 - Indícios das diferenciações e reconciliações no 3º momento.....226
Quadro 51 - Indícios sobre as formas de AS no 3º momento.....229
Quadro 52 - Indícios dos tipos de AS no 3º momento.....231
Quadro 53 - Indícios das diferenciações e reconciliações sobre MM observadas no 3º momento.....232
Quadro 54 - Indícios sobre as formas de AS no 3º momento.....236
Quadro 55 - Indícios dos tipos de AS no 3º momento.....238

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS - Aprendizagem Significativa

ATD - Análise Textual Discursiva

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CMEI - Centro Municipal de Educação Infantil

COPEP - Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Com Seres Humanos

CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática

EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática

GIEMEM - Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática

MM - Modelagem Matemática

SEDUC - Secretaria Municipal de Educação de Maringá

TAS - Teoria da Aprendizagem Significativa

UEM - Universidade Estadual de Maringá

US - Unidade de significado

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....18

1 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....24

1.1 O enfoque qualitativo e os procedimento de produção de dados.....24

1.2 Caracterização dos colaboradores da pesquisa..... 31

1.3 Análise dos dados produzidos.....35

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL..... 39

2.1 Estrutura da Educação Básica e a Matemática nos Anos Iniciais.....39

2.2 Recomendações para a prática pedagógica para os Anos Iniciais..... 43

2.3 O papel do professor no ensino da Matemática nos Anos Iniciais..... 46

3 REFERENCIAL TEÓRICO.....50

3.1 Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental..... 50

3.1.1 Formação continuada de professores em Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.... 57

3.1.2 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Concepção assumida..... 62

3.2 Aprendizagem Significativa: aspectos gerais da teoria.....69

3.2.1 Condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa..... 75

3.2.2 A natureza do significado..... 79

3.2.3 Mapas Conceituais..... 84

3.3 As condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....89

3.3.1 Algumas reflexões sobre as três categorias que emergiram.....107

4 BUSCANDO ARTICULAÇÕES DE SIGNIFICADOS MOBILIZADOS PELOS PROFESSORES.....109

4.1 1º Momento: desenvolvimento de duas atividades antes do estudo sobre Modelagem Matemática.....109

4.1.1 Atividade 1 - Quantidade de piscadas por dia.....109

4.1.2 Atividade 2 - Trânsito..... 119

4.1.3 Evidências de articulações de significados durante o desenvolvimento de duas atividades antes do estudo sobre Modelagem Matemática..... 126

4.2 2º Momento: desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo

suas características..... 130
4.2.1 Planejamento, estudo e apresentação de um relato de experiência..... 131
4.2.2 Atividade 3 - Pipocas..... 136
4.2.3 Evidências de articulações de significados durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo suas características..... 147
4.3 3º momento: planejamento e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática..... 153
4.3.1 Grupo 1 - Festas de fim de ano..... 154
4.3.1.1 Descrição do planejamento realizado..... 154
4.3.1.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo..... 160
4.3.1.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida..... 168
4.3.2 Grupo 2 - Sanduíches Naturais..... 174
4.3.2.1 Descrição do planejamento realizado..... 174
4.3.2.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo..... 178
4.3.2.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida..... 185
4.3.3 Grupo 3 - Suco de Laranja..... 190
4.3.3.1 Descrição do planejamento realizado..... 190
4.3.3.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo..... 194
4.3.3.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida..... 201
4.3.4 Análise geral dos professores sobre o planejamento e desenvolvimento das atividades…..... 206
4.3.5 Evidências de articulações de significados durante o planejamento e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática..... 212
CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 240
REFERÊNCIAS..... 247
ANEXOS..... 257
Anexo I – Termo de consentimento livre e esclarecido..... 257
Anexo II – Autorização da Secretária Municipal de Educação de Maringá..... 259
Anexo III – Autorização das direções das Escolas Municipais de Maringá..... 260
Anexo IV – Autorização do COPEP..... 261

INTRODUÇÃO

Na literatura, há um consenso referente às potencialidades da Modelagem Matemática (MM)[1] para o ensino da Matemática. Todavia, apesar das recomendações existentes, a MM não chegou às salas de aula com a mesma intensidade em todas as etapas da Educação Básica. Principalmente no que se refere aos Anos Iniciais, segundo Santos (2020), em comparação com outros níveis de ensino, o tema mostra-se incipiente, avançando a passos lentos.

Pesquisadores como Jocoski, Kowalek e Veleda (2018), Madruga e Breda (2017), Silva e Klüber (2012), entre outros, evidenciam a necessidade de ampliar as investigações e iniciativas voltadas à MM nos Anos Iniciais, tanto no que diz respeito às práticas pedagógicas quanto no âmbito da formação inicial e continuada de professores.

Tal constatação corrobora os pressupostos de Piaia e Silva (2019), ao afirmarem que "[...] o uso da Modelagem nos Anos Iniciais pode contribuir com grande relevância para a aprendizagem das crianças, possibilitando, desde cedo, ampla participação dos alunos na construção de seu conhecimento, com uma formação crítica e contextualizada" (Piaia; Silva, 2019, p. 98). Nessa perspectiva, Burak (1994, 2014) e Silva e Klüber (2014) defendem a inserção da MM em qualquer nível de ensino; entretanto, nos Anos Iniciais, o foco deve estar menos na formalização matemática e mais no envolvimento das crianças com situações significativas e no desenvolvimento do raciocínio lógico.

Guerreiro e Malheiros (2024), ao investigarem de que forma as atividades de MM são desenvolvidas nos Anos Iniciais, analisaram relatos de experiência publicados nos anais da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), no período de 1999 a 2023. Os autores destacam as potencialidades e os apoios favoráveis ao avanço da MM nessa etapa, ressaltando que "[...] os depoimentos de professores esclarecem a necessidade de um ensino diferenciado nos Anos Iniciais em relação à Matemática, apontando a Modelagem como uma alternativa viável" (Guerreiro; Malheiros, 2024, p. 209).

Pesquisadores como Gomes e Silva (2021) consideram pertinente pensar em processos formativos voltados ao desenvolvimento profissional do professor. Os autores apontam que "[...] elaborar e propor processos de formação em modelagem, especificamente para professores dos Anos Iniciais, pode contribuir para a implementação dessa alternativa tanto nessa etapa quanto nas demais da Educação Básica" (Gomes; Silva, 2021, p. 19).

---

[1] No decorrer desse trabalho, o foco será discutir sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Para otimizar a leitura e evitar repetições, o termo Modelagem Matemática será tratado pela sigla MM, salvo em citações diretas ou quando o contexto exigir a forma completa para clareza.

A vivência prática e acadêmica da pesquisadora motivou a investigação, com o propósito de contribuir para essa problemática. Atualmente, ela integra o quadro do magistério do Município de Maringá-PR, atuando como Educadora Infantil desde 2019 e como professora de Apoio em sala de aula desde 2024. Essa experiência direta com o cotidiano da sala de aula fortalece seu compromisso com a melhoria do ensino de Matemática nos primeiros anos escolares.

Desde a Licenciatura em Matemática, a temática da MM tem sido foco central de seus estudos, particularmente no mestrado dedicou-se ao desenvolvimento dessa tendência nos Anos Iniciais, com ênfase na promoção de uma Aprendizagem Significativa (AS)[2], uma vez que atuava nessa etapa de ensino.

De acordo com Biasotto *et al.* (2020), há uma necessidade de divulgação e reflexão sobre os pressupostos da AS, de modo que ela possa ser adequadamente compreendida e aplicada na elaboração de propostas didáticas para o ensino de Matemática. Nesse sentido,

> [...] verifica-se que a Teoria da Aprendizagem Significativa pode ser uma alternativa viável, no contexto da Educação Matemática, tendo em vista amenizar as dificuldades de aprendizagem, pois ela possibilita o planejamento do ensino de modo a facilitar a apreensão de conceitos com significados precisos, diferenciados e transferíveis, que são fundamentais na construção de conhecimentos em Matemática (Biasotto *et al.*, 2020, p. 83200).

Nesse viés, pesquisadores como Borssoi (2004), Fontatini (2007), Venâncio (2010) e Silva (2018) evidenciaram que a Modelagem Matemática (MM) possui características que podem favorecer a Aprendizagem Significativa (AS) de conceitos matemáticos, ao propor situações contextualizadas, investigativas e integradas aos conhecimentos prévios dos alunos.

Gerolômo *et al.* (2014) analisaram artigos científicos, dissertações e teses publicados no Brasil, no período de 2004 a 2013, que articulam MM e Aprendizagem Significativa. Os resultados evidenciaram quatro focos principais: 1) *como a MM pode facilitar a AS*, que considera a elaboração das atividades de MM e elementos que ela deve incluir com vistas à Aprendizagem Significativa; 2) *contribuições da MM para a AS*, indicando que características próprias da AS emergem das atividades de MM; 3) *elementos de verificação da ocorrência de AS em atividades de MM*, que revelou diferentes características observadas pelos autores nas atividades de MM, consideradas indicadoras de que a AS ocorreu; e 4) objetivo(s) do(s)

[2] Aprendizagem Significativa se refere à Teoria da Aprendizagem Significativa formulada por David Ausubel na década de 1960. Para evitar repetições, o termo Aprendizagem Significativa será tratado pela sigla AS, salvo quando for obedecer uma citação.

trabalho(s), em que percebemos o interesse das pesquisas em investigar a facilitação da AS por meio da MM.

Nesse sentido, esses pesquisadores constataram que o interesse em investigações sobre essa temática tem aumentado nos últimos anos, o que contribui para a atuação do professor em sala de aula. No entanto, ainda há um amplo campo de pesquisas sobre a relação entre Modelagem Matemática (MM) e Aprendizagem Significativa (AS) a ser explorado.

Huf *et al.* (2019) realizaram uma pesquisa bibliográfica com artigos que abordam a AS nos anais do Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), das edições de 2011, 2014, 2015 e 2017, buscando investigar: como se apresentou a Teoria da Aprendizagem Significativa e de que maneira são abordados os principais conceitos da teoria quando voltados ao ensino e à aprendizagem de Matemática. Todavia, ao analisar os artigos selecionados, os autores perceberam que eles não abordaram de forma consistente os principais conceitos da teoria. Segundo Huf *et al.* (2019), "as análises propiciaram considerar que os conceitos da teoria presentes nas produções são de subsunçores, seguidos pela predisposição do aprendiz em aprender", concluindo sobre a "necessidade de que a Teoria da Aprendizagem Significativa seja mais explorada quando relacionada ao ensino e à aprendizagem de Matemática" (p. 30653).

No entanto, essas pesquisas majoritariamente foram realizadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Nesse sentido, Triguero (2022) investigou a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental[3], ao conceber os conceitos matemáticos, segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS)[4], revelou um caminho para promover uma aprendizagem contextualizada e significativa dos conceitos matemáticos desde os primeiros anos escolares. Essa pesquisa identificou, por meio de revisão bibliográfica, uma escassez de estudos que investiguem a modelagem nos Anos Iniciais, especialmente sob a perspectiva teórica da TAS, o que reforça a necessidade de ampliar os estudos nessa direção.

> [...] consideramos oportuno, para além de desenvolver pesquisas com alunos, propiciar aos professores momentos em que eles possam refletir sobre a sua postura e sua relevância para a ocorrência da Aprendizagem Significativa, o que movimenta e dá perspectiva para futuros trabalhos, uma vez que, nesta pesquisa, revelou-se a relevância do professor para o processo de articulação dos significados denotativos e conotativos (Triguero, 2022, p. 123).

[3] Para evitar repetições, a etapa de ensino Anos Iniciais do Ensino Fundamental será tratada como Anos Iniciais, salvo quando for obedecer uma citação.
[4] Para evitar repetições, o termo Teoria da Aprendizagem Significativa será tratado por TAS, salvo em citações diretas ou quando o contexto exigir a forma completa para clareza.

Vale destacar que um determinado “conceito” possui significados denotativos, que são aceitos e compartilhados no contexto de uma disciplina, de uma área de conhecimento ou de uma determinada comunidade, e significados conotativos, que pertencem ao próprio sujeito.

Na Aprendizagem Significativa, o aprendiz atribui significados denotativos e conotativos aos novos conhecimentos. Nesse sentido, a aquisição significativa de novos conhecimentos é substantiva, não literal, não ao pé da letra.

Segundo Masini e Moreira (2008, p. 30), no ensino, o professor apresenta, negocia e facilita a captação de significados denotativos, “[...] mas o aprendiz utiliza também significados pessoais. Ao externalizar o conhecimento adquirido, se a aprendizagem tiver sido significativa, essa externalização será, muito provavelmente, acompanhada de significados conotativos”. Assim, as articulações entre significados denotativos e conotativos possibilitam que o aprendiz, com base nos significados socialmente aceitos, construa suas próprias interpretações pessoais, que são idiossincráticas.

Nesse viés, Triguero (2022) defende que a Modelagem Matemática (MM), quando conduzida segundo os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), favorece o envolvimento ativo dos alunos, a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de novos saberes com significado pessoal e social. Tal compreensão implica que o professor deve mediar processos de construção de significados, promovendo interações que favoreçam a ressignificação conceitual por parte do estudante, até que este revele indícios de apropriação do conhecimento conforme os objetivos da área de ensino.

Em Triguero (2022), a própria pesquisadora atuava como professora regente de uma turma de 5º ano, já possuía familiaridade com a MM e reconhecia sua relevância para a ocorrência da AS. O foco desta pesquisa de doutorado não é observar se a articulação é favorecida pela MM, mas investigar se um professor, ao utilizar a MM, promove ações que favoreçam articulações entre os significados denotativos e conotativos de conceitos matemáticos nos três momentos de um espaço formativo: (1) antes do estudo sobre MM; (2) durante o desenvolvimento de uma atividade de MM, conhecendo suas características; e (3) ao planejar e desenvolver uma atividade de MM no espaço formativo.

Portanto, o objetivo deste trabalho é observar como o professor age, como pensa em suas práticas, decide e propõe situações que estimulem as articulações entre significados denotativos e conotativos de conceitos matemáticos em seus alunos. Não se trata de conscientizar o professor sobre a TAS, pois aspectos dessa teoria não foram trabalhados no curso formativo, mas de investigar como ele toma decisões sobre o que perguntar, como agir e como planejar. A intenção é evidenciar se a MM favorece que o professor proporcione e

estimule a articulação dos significados dos conceitos que emergem no desenvolvimento das atividades de MM.

Isso pode ser observado, por exemplo, quando uma pergunta de MM é formulada de forma aberta, permitindo que os alunos construam suas próprias hipóteses e estratégias de resolução, revelando indícios de que o professor busca promover articulações dos significados que podem ser trabalhados naquela atividade. Também ocorre quando o professor reconhece a aplicabilidade da atividade de MM em sua turma, justificando e apontando reflexões relacionadas ao tema — encaminhamento que pode favorecer as articulações dos significados denotativos e conotativos. Nesse sentido, o professor pode prever quais articulações seus alunos poderão realizar.

Considerando a possibilidade de ampliar os estudos que envolvem MM nos Anos Iniciais, a escassez de trabalhos que articulam MM e AS nesse nível de ensino e a relevância do professor na mediação e nos processos de construção de significados, este estudo é norteado pela seguinte questão: ***Que articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática?***

Para responder a essa pergunta, o objetivo geral deste estudo é: *analisar quais articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática.* Os objetivos específicos são:

- Evidenciar, nas estratégias matemáticas, na negociação de significados, nos registros escritos e ações utilizadas pelos professores durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, indícios de articulações entre significados denotativos e conotativos.
- Identificar indícios de articulações entre os significados quando os professores desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo as suas características.
- Analisar, no planejamento e no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática realizadas pelos professores, elementos que indicam articulações entre significados denotativos e conotativos.

O presente estudo é de natureza qualitativa e será desenvolvido por meio da análise de práticas de Modelagem Matemática (MM) em um curso formativo, com aporte teórico na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). Busca-se, com ele, contribuir com os

professores que atuam nos Anos Iniciais, bem como ampliar as reflexões sobre a MM e a TAS nessa etapa de ensino.

Considerando o objetivo desta pesquisa, o trabalho está organizado em quatro capítulos, além da introdução e das considerações finais. Neste capítulo introdutório, apresentam-se o delineamento da pesquisa, as inquietações e as motivações que impulsionaram a realização deste estudo. Nesse contexto, são explicitados a questão de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos.

O capítulo 1 descreve os aspectos metodológicos da pesquisa, detalhando os procedimentos e as técnicas utilizadas para a produção e a análise dos dados. O capítulo 2 discute as especificidades e a importância dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para a construção do conhecimento matemático, as recomendações para a prática pedagógica e o papel do professor no ensino da Matemática.

O capítulo 3 aborda os referenciais teóricos adotados, a saber: a Modelagem Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa. No que se refere à Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, são discutidas as potencialidades dessa abordagem nos Anos Iniciais. Nesse viés, enfatiza-se a relevância da formação continuada em Modelagem Matemática para professores que atuam ou possuem habilitação para atuar nos Anos Iniciais, visando auxiliar na disseminação dessa tendência nessa etapa de ensino.

Destaca-se, ainda, a concepção de Modelagem Matemática assumida por Biembengut (2019). Além disso, discute-se a Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, detalhando os principais aspectos da teoria que fundamentam esta pesquisa. Apresenta-se, também, uma revisão sistemática e as discussões referentes às condições para a ocorrência da TAS em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O capítulo 4 apresenta as descrições e análises dos três momentos do espaço formativo: (1) antes do estudo sobre Modelagem Matemática; (2) durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, conhecendo suas características; e (3) ao planejar e desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática no espaço formativo. Além disso, evidenciam-se os indícios de articulações de significados denotativos e conotativos durante os três momentos.

Por fim, nas considerações finais, à luz do objetivo geral e dos objetivos específicos da pesquisa, são apresentados os resultados alcançados e suas implicações para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais, com base nos referenciais teóricos adotados, bem como sugestões para futuras pesquisas na área.

1 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

1.1 O enfoque qualitativo e os procedimento de produção de dados

Levando em consideração os objetivos desta pesquisa — a saber, *analisar quais articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática* — o trabalho busca compreender aspectos relacionados à busca por estratégias para a mobilização de significados, bem como as interações e experiências vivenciadas pelos professores participantes nesse espaço formativo. Nesse contexto, torna-se apropriado fundamentar-se na pesquisa qualitativa. Como destacam Oliveira *et al.* (2023, p. 232), "No que tange às investigações na área da educação, elas, em geral, são de natureza qualitativa, compostas por ensaios e teorias que buscam interpretar os fenômenos educativos". Trata-se de uma escolha coerente, uma vez que permite a investigação de um fenômeno em seu contexto real.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos produzidos no contato do pesquisador com a situação estudada. Nela, a ênfase está no processo, buscando compreender como os fenômenos ocorrem e se desenvolvem. Entretanto, o objetivo não é apenas descrever os fenômenos, mas interpretá-los e compreendê-los, considerando o contexto social, político e histórico ao qual pertencem.

Uma das particularidades do uso da metodologia qualitativa é que "[...] ela permite aos pesquisadores revelarem não apenas visões e percepções de mundo elaboradas pelos sujeitos pesquisados, mas também as teorias desses sujeitos sobre o mundo" (Dourado e Ribeiro, 2021, p. 21). Nesse sentido, "[...] o pesquisador deve aprender a usar sua própria pessoa como o instrumento mais confiável de observação, seleção, análise e interpretação dos dados coletados" (Godoy, 1995, p. 62). Todavia, segundo Soares (2019), desenvolver um estudo qualitativo exige atenção ao método e rigor metodológico, a fim de atingir o nível de reflexão esperado para os dados produzidos.

> O entendimento qualitativo é indutivo, interpretativo e argumentativo, o que possibilita ir além do mensurável ou meramente informativo, escapando daquilo que seja previsível. Outra característica marcante deste processo é que além de analisar fenômenos sociais, busca em forma de pesquisa interpretativa, os significados, enfatizando mais intensamente o processo que o produto (Soares, 2019, p. 179).

Para embasar teoricamente o estudo, tornou-se necessário identificar quais eram as lacunas e quais pesquisas já haviam sido realizadas sobre o fenômeno investigado. Diante

disso, foi realizada uma Revisão Sistemática[5] seguindo as orientações de Mendes e Pereira (2020). Nesse processo, "[...] cinco etapas que se constituem como comuns a este tipo de pesquisa, a saber: objetivo e pergunta; busca dos trabalhos; seleção dos estudos; análise das produções; apresentação da revisão sistemática" (Mendes; Pereira, 2020, p. 196). O intuito foi identificar e analisar pesquisas realizadas no âmbito do ensino de Matemática nos Anos Iniciais, envolvendo a TAS Significativa.

Para tanto, a revisão foi norteada pela pergunta central: *O que revelam as pesquisas que versam sobre práticas nos Anos Iniciais quanto às condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa?* O recorte temporal corresponde aos últimos 20 anos (2003-2023). A busca foi realizada nas seguintes bases de dados: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, Teses e Dissertações da CAPES, Web of Science e Scopus. Dos 16 trabalhos encontrados, quatro dissertações atenderam aos critérios de inclusão e foram selecionadas para compor o corpus da pesquisa. A análise desses dados foi conduzida com base nos pressupostos da Análise Textual Discursiva, definida como "uma metodologia de análise de dados e informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compreensões sobre os fenômenos e discursos" (Moraes; Galiazzi, 2007, p. 7).

Essa revisão evidenciou a emergência de novas compreensões sobre as condições para a ocorrência da AS em práticas nos Anos Iniciais, por meio das três categorias que emergiram em resposta à pergunta central, a saber: (1) a metodologia adotada contribui para a predisposição, permitindo a mobilização dos subsunçores; (2) o suporte oferecido por professores, alunos, familiares e recursos materiais no desenvolvimento da atividade contribui para a predisposição e a mobilização de subsunçores; e (3) a identificação e a mobilização dos subsunçores advindos das experiências dos alunos. Essa revisão está detalhada no capítulo 4 deste trabalho.

Nesse processo, evidenciou-se que ensinar buscando uma AS dos alunos dos Anos Iniciais exige que o professor adote diferentes estratégias, inove e busque novas formas de planejar aulas que estimulem a participação ativa dos alunos na construção dos conhecimentos matemáticos. Desse modo, na literatura, pesquisas como Venâncio (2010), Silva (2018) e Triguero (2022) apontam a MM como uma das possibilidades de promover a AS.

---

[5] O detalhamento da realização desta revisão e os resultados encontrados estão presentes na seção intitulada: "Condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental".

A partir dessas evidências, foi planejado e ofertado um curso de extensão para professores que atuam ou possuem habilitação para atuar nos Anos Iniciais. Nesse contexto, abordou-se a MM nessa etapa de ensino, e os encontros ocorreram nas modalidades presencial e remota, sediados pela Universidade Estadual de Maringá (UEM). A carga horária total foi de 30 horas, distribuídas em oito encontros, realizados às terças-feiras, das 20h às 22h, via Google Meet, e aos sábados, das 8h às 11h, presencialmente, nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2024.

O curso foi divulgado para os professores vinculados à Secretaria Municipal de Educação de Maringá, bem como em plataformas digitais, como Facebook e WhatsApp. Para isso, foi solicitada autorização da Secretária de Educação e da Superintendência, permitindo o envio do material de divulgação nos grupos de WhatsApp das escolas municipais de Maringá-PR, que atendem do 1º ao 5º ano. Os professores interessados tiveram acesso a um formulário de inscrição via Google Forms, no qual foram disponibilizadas informações detalhadas sobre a proposta, incluindo objetivos, programação, datas e horários dos encontros.

Os professores inscritos atuavam nos municípios de Maringá-PR, Sarandi-PR e Mandaguaçu-PR. O curso foi ministrado pela autora desta pesquisa, em conjunto com cinco professores integrantes do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM)[6], coordenado pela profª Drª Lilian Akemi Kato, que atuaram como formadores. O curso contou com a participação de 16 colaboradores[7], sendo 10 professores e 6 ministrantes. Com o objetivo de assegurar o sigilo e a confiabilidade das identidades, foi adotado um sistema de codificação, no qual os professores identificados como P1, P2,..., P10, e os ministrantes como M1, M2, …, M6.

Dessa forma, este curso de extensão, com programa, conteúdos e carga horária pré-definidos, a partir da dinâmica das interações e discussões subsequentes, resultou na emergência de um espaço formativo, que se constitui como o ambiente de pesquisa central deste estudo, contribuindo para a investigação sobre a articulação dos significados. Todavia, esse caráter formativo não se restringe apenas ao contato dos professores com a MM, mas abrange todas as discussões propiciadas por esse ambiente de reflexão sobre o ensino de Matemática, fortalecendo o desenvolvimento profissional docente. Assim, o espaço tornou-se um local no qual os professores puderam construir saberes a partir de suas próprias experiências, articulando teoria e prática.

---

[6] GIEMEM é grupo de estudo em Educação Matemática com enfoque em Modelagem Matemática, que ocorre semanalmente na Universidade Estadual de Maringá, sob a coordenação da Profª Dr. Lilian Akemi Kato, orientadora desta pesquisa.

[7] Os professores e os ministrantes serão categorizados na próxima seção.

O Quadro 1 detalha a organização dos encontros que compuseram o curso, com o intuito de descrever as ações e atividades desenvolvidas ao longo do processo, bem como os professores colaboradores que participaram.

Quadro 1 - Descrição do espaço formativo

Encontro	Descrição	Participantes
Encontro 1 -Presencial- 19/10/2024 - 08h às 11h	O primeiro encontro iniciou-se com uma dinâmica, no qual todos os presentes se apresentaram no tempo de "20 piscadas", sem que os professores soubessem previamente que seria esse o critério de tempo. Após a dinâmica, discutiu-se sobre como o tempo havia sido medido, o que possibilitou introduzir a seguinte problemática: *Quantas vezes piscamos em um dia?* Uma adaptação do Produto educacional de Viana (2020). Ao final do encontro, discutiu-se sobre as etapas dessa primeira atividade, com foco nos aspectos práticos e na experiência vivenciada pelos professores, sem aprofundamento teórico. Nesta ocasião, foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)[8], com explicações detalhadas e esclarecimento de dúvidas, reforçando o compromisso com os procedimentos éticos da pesquisa. Como nem todos os professores inscritos estavam presentes, isso foi retomado em outros momentos até que todos os professores tivessem acesso a esse documento.	P2, P5 e P6
Encontro 2- Presencial- 09/11/2024 -08h às 11h	O segundo encontro teve início retomando e discutindo a atividade do encontro anterior. Posteriormente, os ministrantes iniciaram uma conversa informal sobre as chuvas intensas da semana, a dificuldade de locomoção e os congestionamentos no trânsito de Maringá, que culminou na seguinte problemática: *Quantas pessoas se encontram em um congestionamento de 1500 metros da Av. Duque de Caxias?* Atividade adaptada de Zanella (2016). A partir do desenvolvimento das duas atividades realizadas, apresentou-se os aspectos gerais da MM e os específicos a partir das fases identificadas pelos professores previamente, fundamentadas na concepção de MM proposta por Biembengut (2019). Como esse encontro contou apenas com a presença de três professores, durante a semana, foi realizado um encontro adicional via *Google Meet* para explicar os construtos teóricos sobre a MM para os professores que não puderam comparecer, vista a importância desse conhecimento para os próximos encontros. Por fim, propôs-se a escolha e a apresentação de um relato de experiência de uma atividade de MM já desenvolvida nos Anos Iniciais.	P2, P3 e P9
Planejamento e estudo - Remoto - Período de 11/11 à 15/11	Esse período foi destinado à leitura e análise de um relato de experiência sobre o desenvolvimento de uma atividade de MM nos Anos Iniciais. Para a escolha, os relatos dos anais do EPMEM e da CNMEM foram disponibilizados por meio de uma pasta no *Google Drive*. Após a leitura do relato selecionado, os participantes foram orientados a elaborar uma apresentação que contemplasse suas percepções, reflexões e ideias de adaptação para a prática em sala de aula. Vale destacar que, durante esse processo, os ministrantes ofereceram suporte contínuo para os professores, por meio de conversas nos grupos do *Whatsapp*, sanando as dúvidas e incentivando as discussões. Os relatos escolhidos e apresentados estão disponíveis no quadro 25.	Grupo 1: P2, P3 e P9 Grupo 2: P1, P7, P8 e P10 Grupo 3: P4, P5 e P6
Encontro 3 - Remoto - 19/11/2024 - 20h às 22h	Esse encontro foi dedicado à apresentação dos relatos de experiência. Durante as apresentações e discussões dos relatos, explorou-se como a MM contribuiu para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Esse momento oportunizou o conhecimento de novas práticas que já foram desenvolvidas nos Anos Iniciais, além de favorecer uma reflexão coletiva sobre possíveis adaptações desses relatos para o contexto da sala de aula dos professores participantes.	P1, P2, P3, P4, P5, P7, P8, P9 e P10

[8]TCLE disponível no anexo I.

Encontro 4- Presencial - 23/11/2024 - 08h às 11	Iniciou-se o encontro discutindo sobre os relatos de experiência, abordando tanto a concepção de MM adotada nas propostas, que foram distintas, quanto os conceitos matemáticos que foram contemplados. Durante esse momento de reflexão, os ministrantes prepararam e distribuíram pipocas para os professores, criando um ambiente descontraído e acolhedor. Os diálogos tornaram-se um ponto de partida para o convite para explorar a seguinte problemática: *Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para um evento na escola?* Adaptada do produto educacional de Pelaquim (2023).	P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10
Encontro 5- Remoto - 26/11/2024 - 20h às 22h	Esse encontro foi dedicado à reflexão sobre o desenvolvimento da atividade da pipoca. Discutiu-se sobre como a atividade das pipocas foi planejada, destacando a escolha do tema, previsão dos modelos matemáticos que poderiam ser desenvolvidos, os conceitos matemáticos que poderiam ser utilizados, os materiais necessários e os aspectos práticos que envolveram a coleta de dados pelos próprios professores durante o encontro. Com base nessa reflexão, foi proposta a escolha e o planejamento de uma atividade de MM para desenvolver com os professores no interior do espaço formativo.	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10
Planejamento e estudo - Remoto - Período de 02/12 à 06/12	Com o auxílio dos ministrantes, os professores planejaram uma atividade de MM. Para isso, foram realizados encontros remotos, por meio do *Google Meet,* nos quais os grupos puderam discutir, definir e organizar os elementos e encaminhamentos da atividade planejada. Para auxiliar esse processo, foi disponibilizado um quadro[9] em branco, no *Google docs,* contendo alguns campos orientadores para que os professores pudessem preenchê-lo com o auxílio dos ministrantes.	Grupo 1: P1, P2, P3 e P6 Grupo 2: P4, P5 e P9 Grupo 3: P7, P8 e P10
Encontro 6 - Presencial - 07/12/2024 - 08h às 11h	Este encontro foi dedicado para o desenvolvimento das atividades planejadas pelos professores dos grupos 1 e 2. O Grupo 1 trabalhou com o tema "Refeições das festas de final de ano". Na sequência, o Grupo 2, abordou o tema "Alimentação saudável e produção de sanduíches naturais".	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10
Encontro 7- Presencial - 14/12/2024 - 08h às 11h	Este encontro foi destinado ao desenvolvimento da atividade planejada pelos professores do grupo 3, que escolheu o tema "Suco de laranja natural". Após a realização da atividade, discutiu-se sobre como foi para os professores realizar as atividades de MM propostas pelos ministrantes, como foi planejar e desenvolver uma atividade, bem como sobre as contribuições desse processo para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais. No final do encontro, foi compartilhado o relato de uma professora do município de Sarandi-PR, que participou de dois espaços formativos semelhantes a este, que apresentou sua experiência tanto no curso quanto nas práticas que desenvolve em sala de aula. Seu depoimento trouxe suas experiências buscando servir de inspiração para os professores colaboradores. Diante disso, propôs-se as reflexões e análises de cada grupo referente às atividades desenvolvidas, as discussões contemplaram os seguintes aspectos: as resoluções propostas, os recursos utilizados, as potencialidades e limitações das atividades, os conhecimentos matemáticos mobilizados e as possíveis adaptações para desenvolver essa mesma atividade em sala de aula.	P1, P2, P3, P5, P7, P8 e P10
Encontro 8 - Remoto - 17/12/2024 - 20h às 22h	O último encontro teve início com as apresentações preparadas pelos grupos, nos quais compartilharam os resultados obtidos no desenvolvimento da atividade, bem como as considerações sobre a experiência e as possíveis adaptações. Além disso, foi solicitado que os grupos que participaram da atividade comentassem sobre a aplicabilidade dessa mesma atividade com os seus respectivos alunos. Com isso, a pesquisadora elaborou um Mapa Conceitual para cada estratégia apresentada, em relação aos conceitos	P1, P2, P3, P4, P7, P8 e P10

[9] Os quadros preenchidos pelos professores estão disponíveis nos quadros 31, 37 e 41.

	matemáticos que emergiram nas três atividades planejadas e desenvolvidas por eles. Esses mapas serviram como instrumento de sistematização, favorecendo a visualização da relação dos conceitos, bem como elencaram a multiplicidade de conceitos que podem ser trabalhados de forma integrada nos Anos Iniciais, conforme o planejamento e objetivo do professor.	

Fonte: Autoria própria.

Diante do exposto, destaca-se que o espaço formativo constituído proporcionou aos professores experiências diversificadas relacionadas à MM. Inicialmente, foram desenvolvidas atividades práticas de MM propostas pelos ministrantes, nas quais os professores refletiram sobre estratégias matemáticas que poderiam ser utilizadas. Tiveram também a oportunidade de compreender teoricamente a MM proposta para os Anos Iniciais, segundo os pressupostos de Biembengut (2019), e conhecer diferentes práticas por meio de relatos de experiências presentes na literatura.

Ademais, os professores puderam discutir e refletir sobre práticas de MM, bem como elaborar e planejar atividades de Modelagem que foram desenvolvidas no espaço formativo, uma vez que a pesquisa teve como foco os professores, suas reflexões e apontamentos.

Para tanto, a fim de garantir a integridade e a dignidade dos professores colaboradores, o projeto desta pesquisa foi submetido à Plataforma Brasil[10], avaliado e tendo sido aprovado pelo Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (COPEP), da Universidade Estadual de Maringá em 25/09/2024, por meio do parecer circunstanciado nº 7.102.153. As informações e documentos utilizados na submissão desse projeto de pesquisas estão listados aqui e disponibilizados em anexo:

Anexo I - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para os professores;

Anexo II - Autorização da Secretaria Municipal de Educação de Maringá;

Anexo III - Autorização das direções das Escolas Municipais de Maringá;

Anexo IV - Autorização do COPEP.

Em consonância com as recomendações do COPEP, todos os professores colaboradores do espaço formativo assinaram o TCLE, autorizando a utilização dos dados produzidos para fins desta pesquisa.

A produção dos dados no ambiente do espaço formativo ocorreu por meio de múltiplos instrumentos, a saber: gravações em áudio (encontros presenciais), gravações em vídeo (encontros remotos), mensagens do WhatsApp e notas de campo da pesquisadora. Os dados da pesquisa, obtidos como produto direto da utilização desses instrumentos, foram: registros escritos dos professores (resoluções de atividades e planejamentos), transcrição das

[10] Disponível em: plataformabrasil.saude.gov.br.

mensagens de WhatsApp, dos vídeos e áudios (textos resultantes das gravações), e as observações e reflexões da pesquisadora (conteúdo das notas de campo).

Segundo Batista e Gomes (2021), a gravação em áudio permite capturar as falas dos sujeitos pesquisados na íntegra, o que, para determinadas pesquisas, já é suficiente. No entanto, em estudos nos quais se busca compreender o sujeito pesquisado em sua essência, utiliza-se também a gravação em vídeo. Nesta pesquisa, devido à organização do espaço formativo em encontros síncronos e assíncronos, tornou-se necessário utilizar ambas as modalidades, áudio e vídeo.

Cabe destacar que toda a transcrição dos áudios e vídeos dos encontros presenciais e remotos foi realizada com o auxílio da inteligência artificial (IA), por meio do software *TurboScribe*[11], o que possibilitou maior agilidade nesse processo. Pesquisadores têm sugerido o uso de softwares nesse contexto; todavia, "Transformar áudios em texto não garante, por si só, a qualidade da transcrição" (Meneghatti *et al.*, 2024, p. 4). Por isso, as transcrições foram revisadas manualmente pela pesquisadora e comparadas com os áudios originais, buscando assegurar a fidelidade e a integridade do conteúdo. Ressalta-se que, nesse processo, a transcrição obedeceu fielmente ao áudio original.

De acordo com Yin (2016), as notas de campo consistem em anotações e breves apontamentos essenciais, que "precisam ser suficientes para garantir que você tenha que confiar apenas minimamente em sua memória (a qual estará sobrecarregada, sem falar das distorções que podem ocorrer)" (Yin, 2016, p. 154). Apesar da existência das gravações em áudio e vídeo, as notas de campo mostraram-se relevantes por permitirem o registro imediato de informações, observações ou reflexões que surgiram durante a investigação no momento em que os fatos foram observados.

Todavia, a pesquisa qualitativa "[...] sofre restrições pelo tempo de realização, uma vez que, para se identificar as opiniões que refletem o que o grupo pensa, é preciso um período de aproximação, convivência e observação mais longo" (Dourado e Ribeiro, 2021, p. 22). É importante ressaltar que os instrumentos de produção de dados, o planejamento do curso e a própria produção dos dados contaram com a correção e validação de integrantes do Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisas em Modelagem na Educação Matemática (GIEMEM). Este grupo é composto por graduandos, mestres e doutores que desenvolvem pesquisas relacionadas à temática, sob a orientação e coordenação da orientadora desta pesquisa.

[11] Disponível em: https://turboscribe.ai/pt/.

Por fim, destaca-se que foram utilizados recursos da Inteligência artificial (IA), especificamente *ChatGPT*[12] *e Gemini*[13]*,* para a correção ortográfica, gramatical e de pontuação nas sessões deste trabalho. Para tanto, o Prompt utilizado foi "Realize as correções ortográficas, gramaticais, de pontuação e coerência". O uso da IA, neste contexto, foi adotado como um suporte ao processo criativo humano, não como um substituto do trabalho autoral da pesquisadora, conforme as recomendações éticas recomendadas pela comunidade acadêmica e científica.

1.2 Caracterização dos colaboradores da pesquisa

Para contextualizar a investigação, nesta seção descreve-se o perfil acadêmico e profissional dos colaboradores que integraram o espaço formativo. Para tanto, no Quadro 2 são apresentadas as informações dos ministrantes responsáveis pela condução do espaço formativo, incluindo suas qualificações e experiências profissionais com a MM na Educação Matemática. Esses ministrantes foram identificados como M1, M2, …, M6.

Quadro 2 - Caracterização dos ministrantes do espaço formativo

Cód.	Formação/Atuação profissional
M1	Licenciada em Matemática pela UEM. Mestra e Doutora pelo programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. Tem experiência com a MM na Educação Infantil.
M2	Licenciada em Ciências Exatas (habilitação em Matemática) pela Universidade Federal do Paraná. Mestranda pelo programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. Possui experiência com a MM na Educação Básica.
M3	Licenciada em Matemática pela Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão. Mestra e Doutora pelo programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. É professora na Universidade Federal do Paraná e vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas - PPGECEMTE. Atua na área de Educação Matemática, com interesse em MM e formação de professores.
M4	Licenciado em Matemática pela UEM. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Paraná. Doutorando pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. Atua na rede particular de ensino e é professor do Quadro Próprio de Magistério da rede estadual de ensino. Possui experiência em MM e História da Matemática na Educação Básica.
M5	Licenciada em Matemática pela UEM. Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Tecnologia e Ciências do Norte do Paraná. Especialista em Atendimento Educacional Escolar Especializado em Educação Especial e inclusão pela Faculdade Intervale. Especialista em Alfabetização e Letramento pela Faculdade Intervale. Mestra e doutoranda pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. Educadora Infantil e Professora de apoio em sala de aula no município de Maringá. Possui experiência com a MM nos Anos Iniciais e na Educação Infantil.

[12] Disponível em: https://chatgpt.com/.
[13] Disponível em: https://gemini.google.com/app?hl=pt-BR.

M6	Licenciada em Matemática pela UEM. Mestra em Matemática e Doutora pelo programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM. É professora na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, na área de Matemática. Possui experiência na área de MM no Ensino Superior.

Fonte: Autoria própria.

Diante do exposto, evidencia-se que os ministrantes possuem formação e domínio teórico para a condução do espaço formativo. Ressalta-se que todos os ministrantes, exceto M4, desenvolveram suas pesquisas de mestrado e/ou doutorado envolvendo a MM na Educação Matemática. Suas formações e vivências com a MM em diferentes etapas da Educação Básica tiveram impacto direto na constituição dos dados produzidos no espaço formativo, nos conceitos mobilizados e significados atribuídos, que foram manifestados pelos professores. Esses ministrantes exerceram um papel fundamental de mediação do processo de aprendizagem, criando um ambiente em que os professores sentissem encorajados a questionar e refletir sobre a MM em um contexto colaborativo.

Em relação aos participantes, professores inscritos no curso, todos possuem formação em Pedagogia. No Quadro 3 são apresentadas as informações complementares correspondentes à caracterização desses professores, incluindo formações, tempo de atuação e a área de atuação profissional no ano de 2024.

Quadro 3 - Caracterização dos professores colaboradores que integraram o espaço formativo

Cód.	**Formação**	**Tempo de atuação no cargo**	**Atuação em 2024**
P1	Licenciatura em Pedagogia e Matemática; Mestra e doutoranda em Educação para Ciência e Matemática do Pós Graduação em Educação para Ciência e Matemática da UEM. Especialização em docência no Ensino Superior	2 anos e 6 meses (Educação Infantil).	Infantil V
P2	Licenciada em Pedagogia, Geografia e Letras; Mestra e doutoranda em Estudos Linguísticos pelo Programa de Pós-Graduação em Letras da UEM. Pós graduação em Educação Especial, Pós graduação em Educação Ambiental e em Educação Arte Terapia.	4 anos	4º ano e 5º ano
P3	Licenciada em Pedagogia e Ciências Biológicas; Mestranda pelo Programa de Pós-graduação em Ciências Biológicas da UEM.	4 anos	3º ano
P4	Licenciatura em Pedagogia e Pós graduação em Educação Especial.	2 meses	1º ano
P5	Licenciatura em Pedagogia e Pós graduação em Psicopedagogia.	2 meses	2º ano
P6	Licenciatura em Pedagogia e Letras; Mestrado e doutorando em Literaturas e Teatro pelo Programa de Pós-Graduação em Letras da UEM.	18 meses	3º ano

P7	Licenciatura em Pedagogia e Matemática; Mestra em Educação para Ciência e Matemática do Pós Graduação em Educação para Ciência e Matemática da UEM.	18 meses	Infantil V e 3º ano
P8	Licenciatura em Pedagogia, Artes Visuais e História.	3 anos (Educação Infantil)	Infantil II e Infantil V
P9	Licenciatura em Pedagogia.	1 mês	1º ao 5º ano /Arte
P10	Licenciatura em Pedagogia, Pós graduação em Educação Especial, Pós graduação em Psicopedagogia e Pós Graduação em Gestão Escolar.	12 anos (Educação Infantil)	Diretor Escolar

Fonte: Autoria Própria

Vale destacar que P1, P2, P4, P5, P6, P7 e P9 exercem o cargo de Professor 20h[14], enquanto P3, P8 e P10 ocupam o cargo de Educador Infantil 30h[15]. Assim, de acordo com o plano de cargos e carreiras vigente, os profissionais de ambos os cargos possuem habilitação para atuar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Com relação à localidade de atuação, os professores P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8 e P10 lecionam em Maringá-PR, P9 atua no Município de Sarandi-PR, P1 exerce suas funções em ambos os municípios (Maringá-PR e Sarandi-PR) e P2 atua em Maringá-PR e Mandaguaçu-PR.

Ademais, P1, P8 e P10 mencionaram que participarão do processo de remoção, que consiste na escolha de unidade escolar, havendo possibilidade de que passem a atuar nos Anos Iniciais no ano letivo de 2025. Entre os dez professores, apenas P1 e P7 haviam tido contato prévio com a MM antes do curso, em razão de sua formação na Licenciatura em Matemática. No quadro 4, é apresentado um panorama detalhado da participação dos professores e das atividades desenvolvidas ao longo do curso.

[14] Profissional integrante do quadro próprio do magistério, com formação para docência na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, bem como nas disciplinas de artes, inglês e educação física, ou com formação específica para atuação em Libras, no apoio em contraturno, apoio em sala de aula e acompanhamento pedagógico. É exigido, no mínimo, as seguintes habilitações: a formação, em nível superior, em curso de licenciatura plena em Pedagogia ou Curso Normal Superior (Texto adaptado da Redação dada pela Lei Complementar nº 1036/2015).

[15] Profissional integrante do quadro próprio do magistério de Maringá, em nível médio na modalidade normal ou magistério, normal superior ou pedagogia, para atuação na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental na Ampliação de Jornada Escolar, também conhecida como Educação Integral (Texto adaptado da Redação dada pela Lei Complementar nº 1036/2015).

Quadro 4 - Atividades desenvolvidas no curso, carga horária e participantes envolvidos

Encontro	Atividade desenvolvida	Carga horária	Professores participantes
Encontro 1 - Presencial	Atividade 1 - Piscadas	3H	P2, P5 E P6
Encontro 2 - Presencial	Atividade 2 - Congestionamento	3H	P2, P3 E P9
Planejamento e estudo - Remoto	Planejamento e estudo	4H	Grupo 1: P2, P3 E P9 Grupo 2: P1, P7, P8 E P10 Grupo 3: P4, P5 E P6
Encontro 3 - Remoto	Apresentação dos relatos	2H	P1, P2, P3, P4, P5, P7, P8, P9 E P10
Encontro 4 - Presencial	Atividade 3 - Pipocas	3H	P4, P5, P6, P7, P8, P9 E P10
Encontro 5 - Remoto	Análise da atividade da pipoca	2H	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 E P10
Planejamento e estudo - Remoto	Planejamento e estudo	5H	Grupo 1: P1, P2, P3 E P6 Grupo 2: P4, P5 E P9 Grupo 3: P7, P8 E P10
Encontro 6 - Presencial	Atividade das refeições do final de ano e atividade dos sanduíches naturais	3H	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 E P10
Encontro 7 - Presencial	Atividade do suco de Laranja	3H	P1, P2, P3, P5, P7, P8 E P10
Encontro 8 - Remoto	Análises das atividades	2H	P1, P2, P3, P4, P7, P8 E P10

Fonte: Autoria Própria

A organização das atividades de cada encontro alinhou-se aos objetivos e aos aportes teóricos que a sustentam. O Quadro 4 sintetiza as ações desenvolvidas, a carga horária destinada a cada etapa e o envolvimento dos professores, elementos que contribuíram para a produção de dados. No Quadro 5, são apresentadas todas as atividades de MM, bem como a problemática de cada atividade que os professores do curso tiveram oportunidade de conhecer e refletir sobre, com suas respectivas problemáticas.

Quadro 5 - síntese das atividades desenvolvidas ao longo do curso

Modalidade	Atividade	Problemática
Desenvolvimento de duas atividades antes do estudo sobre Modelagem Matemática	Piscadas	Quantas vezes piscamos em um dia?
	Congestionamento	Quantas pessoas se encontram em um congestionamento de 1500 metros da Av. Duque de Caxias?
Organização, preparação e apresentação de um relato de experiência	Alimentação saudável	Quantas calorias têm um prato ideal?
	Como viver 100 anos	Como viver 100 anos?
	Futebol	Levantamento das dimensões do campo, o tempo de realização dos jogos e os principais times do futebol brasileiro.
Desenvolvimento de uma	Pipocas	Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para

atividade de Modelagem Matemática conhecendo as suas características		um evento na escola?
Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática realizado pelos professores	Produção de sanduíches naturais	Se fôssemos fazer um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita? Qual seria o preço a ser vendido o produto final? Qual seria o lucro desse serviço?
	Refeições do fim de ano	Qual seria o valor das refeições para o fim de ano?
	Suco de Laranja	Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a nossa turma?

Fonte: Autoria própria

Na caracterização dos colaboradores da pesquisa, destaca-se que as três primeiras atividades foram propostas pelos ministrantes. As demais atividades foram escolhidas, discutidas, planejadas e desenvolvidas pelos professores, com o auxílio dos ministrantes. Todos os dados produzidos no interior desse espaço formativo foram analisados à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS).

1.3 Análise dos dados produzidos

Analisar os dados em uma pesquisa qualitativa significa “trabalhar” todo o material obtido ao longo da investigação. No presente estudo, esse processo de análise ocorreu de duas formas distintas. Para analisar os trabalhos incluídos na revisão sistemática, foi utilizada a Análise Textual Discursiva (ATD). Já os dados produzidos por meio das técnicas e dos instrumentos utilizados no espaço formativo — notas de campo, questionário, gravações em áudio e vídeo e registros escritos dos professores — foram analisados à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, buscando atingir os objetivos propostos por esta pesquisa.

No que se refere à ATD, esta é definida como “uma metodologia de análise de dados e informações de natureza qualitativa com a finalidade de produzir novas compreensões sobre os fenômenos e discursos” (Moraes; Galiazzi, 2007, p. 7).

Segundo Moraes (2003), a ATD desenvolve-se em três fases que, juntas, compõem um ciclo: *desmontagem dos textos, estabelecimento de relações e captação do novo emergente.* A primeira fase, conhecida como **unitarização**, implica analisar minuciosamente os materiais, desmembrando-os com o objetivo de identificar unidades e enunciados que se referem aos fenômenos estudados. A segunda fase, denominada **categorização**, consiste na construção de relações entre os fragmentos selecionados na etapa anterior, combinando-os e classificando-os, de modo a compreender como esses elementos unitários podem ser reunidos

na formação de conjuntos mais complexos, as categorias. Por fim, a terceira fase corresponde a um processo de intensa impregnação nos materiais analisados nas etapas anteriores, o que possibilita a emergência de novas compreensões. Essas compreensões auxiliam na elaboração de um **metatexto**, que constitui o resultado desse processo analítico.

Com base nesse referencial buscou-se novas compreensões sobre as condições da TAS nos Anos Iniciais a partir de trabalhos selecionados por meio de uma revisão sistemática[16], em que quatro dissertações compõem o *corpus* de análise. Inicialmente, realizou-se uma leitura minuciosa dos trabalhos selecionados. "Pela desmontagem e desconstrução de um texto ele procura atingir gradativamente novos níveis de compreensão, novos sentidos para seu objeto de pesquisa" (Moraes e Galiazzi, 2016, p. 91).

A partir dessa intensa impregnação, criaram-se as condições de emergência de novas ordens, com o processo de recorte da desconstrução das dissertações submetidas à análise qualitativa. Desse processo analítico, foram encontradas 93 unidades de significado. A partir disso, iniciou-se a categorização, entendida por

> A categorização é parte do processo de análise e interpretação de informações de pesquisas qualitativas. Pode tomar uma diversidade de direcionamentos, dependendo dos pressupostos assumidos pelo pesquisador em sua análise. Na Análise Textual Discursiva corresponde a uma organização, ordenamento e agrupamento de conjuntos de unidades de análise, sempre no sentido de conseguir expressar novas compreensões dos fenômenos investigados. Equivale, nesse sentido, à construção de estruturas compreensivas dos fenómenos, posteriormente expressas em forma de textos descritivos e interpretativos (Moraes e Galiazzi, 2016, p. 96)

Com base nas orientações propostas por Moraes (2003), foi adotado o método indutivo, ou seja, a produção de categorias emergentes. O processo de categorização foi realizado por meio de movimentos sequenciais de agrupamento e refinamento. Inicialmente, a partir das 93 unidades de significado identificadas, foram construídas 14 categorias iniciais.

Cada uma dessas categorias foi nomeada por uma frase que sintetizava as unidades de significado que a compunham. Reconhece-se que, segundo esse autor, o processo de construção de categorias não ocorre em um único movimento, mas se desenvolve por meio de um encadeamento sequencial de etapas, possibilitando novos agrupamentos. Desse modo, a partir das 14 categorias iniciais, o processo resultou em 7 categorias intermediárias que, após a consolidação final, deram origem a 3 categorias finais de análise.

Cada categoria é entendida como um subconjunto que se integra ao todo em um sistema auto-organizado. As categorias constituem a macroestrutura do metatexto. Este, por

[16] Todo o processo realizado está descrito na seção "As condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental".

sua vez, é produzido a partir das relações e conexões emergentes entre as categorias, sendo responsável por expressar os novos entendimentos construídos ao longo desse processo de análise. Segundo Moraes (2003)

> O objetivo da análise textual qualitativa é a produção de metatextos a partir dos textos do *corpus*. Esses textos, descritivos e interpretativos, mesmo sendo organizados a partir das unidades de significado e das categorias, não se constituem em simples montagens. Resultam em seu todo a partir de processos intuitivos e auto-organizados. A compreensão emerge, tal como em sistemas complexos, constituindo-se em muito mais do que uma soma de categorias. Dentro dessa perspectiva, um metatexto, mais do que apresentar as categorias construídas na análise, deve constituir-se a partir de algo importante que o pesquisador tem a dizer sobre o fenômeno que investigou, um argumento aglutinador ou tese que foi construído a partir da impregnação com o fenômeno e que representa o elemento central da criação do pesquisador. Todo texto necessita ter algo importante a dizer e defender e deveria expressá-lo com o máximo de clareza e rigor (Moraes, 2003, p. 207).

Levando em consideração a questão problemática dessa revisão: *O que revelam as pesquisas que versam práticas nos Anos Iniciais sobre as condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa?* Elaborou-se o metatexto[17].

O que se refere a TAS[18], Ausubel (2003) afirma que avaliar indícios da ocorrência da Aprendizagem Significativa não é uma tarefa simples, pois a atribuição de significados é um processo pessoal e subjetivo. Para o autor, a melhor forma de evitar a simulação da Aprendizagem Significativa é propor ao aprendiz uma situação nova, que exija a transformação do conhecimento previamente aprendido. No entanto, a escolha por esse referencial teórico justifica-se pela intenção de *analisar quais articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática.*

A TAS, nesse contexto, contribui como um alicerce para a identificação de indícios de articulações de significados, possibilitando compreender como os professores integram essas experiências formativas aos saberes profissionais que já possuem e de que modo esse processo pode favorecer a ressignificação de suas práticas pedagógicas e contribuir para a Aprendizagem Significativa de seus alunos.

---

[17] Metatexto presente na seção intitulada “As condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”.

[18] Para uma discussão mais abrangente sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa, é possível consultar o capítulo 3 (Referencial teórico) deste trabalho.

Para isso, serão utilizados Mapas Conceituais[19] elaborados pela pesquisadora, com auxílio do software *Cmaptools*[20], como ferramenta de apoio para a interpretação dos dados. Os mapas contemplarão a representatividade dos conceitos e as relações estabelecidas entre dois ou mais conceitos, sendo construídos a partir dos dados produzidos no espaço formativo. Eles constituirão um ponto de partida para elucidar as articulações entre os significados denotativos e conotativos dos conceitos matemáticos abordados ao longo deste estudo.

[19] Para uma discussão mais abrangente sobre os Mapas Conceituais, é possível consultar a seção 3.2.3.
[20] É um software utilizado mundialmente por usuários para expressar graficamente suas compreensões, por meio de um Mapa Conceitual, disponível em: https://cmap.ihmc.us/cmaptools/.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

2.1 Estrutura da Educação Básica e a Matemática nos Anos Iniciais

A Educação Básica brasileira é atualmente composta por três etapas principais: Educação Infantil (0 a 5 anos), Ensino Fundamental (6 a 14 anos) e Ensino Médio (15 a 17 anos). A Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, com prazo de implantação pelos sistemas de ensino até 2010, ampliou o Ensino Fundamental para nove anos de duração, divididos em Anos Iniciais — do 1º ao 5º ano —, desenvolvidos, usualmente, em classes com um único professor regente, com graduação em Pedagogia, e Anos Finais — do 6º ao 9º ano —, nos quais o trabalho pedagógico é desenvolvido por professores especializados em diferentes disciplinas.

De acordo com a Resolução nº 7, do Conselho Nacional de Educação (CNE), de 2010, que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (Brasil, 2010), é preciso considerar o direito da criança de ser criança, antes mesmo de ser aluno. Um dos objetivos dessa modificação foi reorganizar as práticas pedagógicas para atender a essa fase específica do desenvolvimento.

O foco deste trabalho é discutir o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, etapa essencial para garantir a construção de conceitos fundamentais, como números, operações e noções espaciais, que contribuem para aprendizagens futuras. Todavia, para ensinar Matemática nessa etapa, torna-se necessário conhecer as particularidades desse público-alvo. Esses alunos têm entre 6 e 10 anos de idade e, portanto, são crianças e pensam como crianças.

Essa etapa constitui um período de mudanças importantes no desenvolvimento infantil, que repercutem nas relações das crianças consigo mesmas, com os outros e com o mundo. Nesse período, desenvolvem maior autonomia nos movimentos, ampliam suas interações, estabelecem relações com múltiplas linguagens, participam do mundo letrado e constroem novas aprendizagens (Brasil, 2018). Além disso,

> Ampliam-se também as experiências para o desenvolvimento da oralidade e dos processos de percepção, compreensão e representação, elementos importantes para a apropriação do sistema de escrita alfabética e de outros sistemas de representação, como os signos matemáticos, os registros artísticos, midiáticos e científicos e as formas de representação do tempo e do espaço. Os alunos se deparam com uma variedade de situações que envolvem conceitos e fazeres científicos, desenvolvendo

> observações, análises, argumentações e potencializando descobertas (Brasil, 2018, p. 58).

Neste viés, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao abordar o Ensino Fundamental - Anos Iniciais, aponta a necessidade da valoração de situações lúdicas de aprendizagem articuladas com as experiências da Educação Infantil.

> Tal articulação precisa prever tanto a progressiva sistematização dessas experiências quanto o desenvolvimento, pelos alunos, de novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos (Brasil, 2018, p. 57-58).

A Educação Infantil é organizada por campos de experiências, a saber: O eu, o outro e o nós; Corpo, gestos e movimentos; Traços, sons, cores e formas; Escuta, fala, pensamento e imaginação; Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações. Nesses campos, as crianças podem aprender e se desenvolver, sendo definidos, em cada um deles, objetivos de aprendizagem e desenvolvimento organizados por faixas etárias: bebês (0 a 1 ano e 6 meses), crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses) e crianças pequenas (4 a 5 anos e 11 meses).

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o ensino é organizado em cinco áreas do conhecimento, a saber: Linguagens (Língua Portuguesa, Arte e Educação Física), Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas (Geografia e História) e Ensino Religioso. Desse modo, enquanto na Educação Infantil são trabalhadas apenas noções matemáticas no campo de experiência “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações”, nos Anos Iniciais essas noções são ampliadas, e a formalização dos conceitos passa a ser desenvolvida de maneira sistemática. Na área de Matemática, os conhecimentos são subdivididos em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. No entanto, o trabalho com os conteúdos dessas unidades deve ocorrer de forma integrada, com o intuito de evitar a fragmentação dos conhecimentos matemáticos.

Na prática, do 1º ao 3º ano, realiza-se um resgate de questões relacionadas ao cotidiano das crianças, como jogos, brincadeiras e cálculos informais, com a utilização de materiais concretos e manipuláveis, que auxiliam na visualização e na exploração dos conceitos interligados. Já no 4º e 5º anos, ocorre a ampliação de hipóteses e de visões de contexto, avançando para níveis mais abstratos na resolução dos problemas propostos. Nessa etapa, os alunos aprendem novos conceitos que servirão como alicerce para a compreensão da Matemática em outras etapas de ensino.

Nos Anos Iniciais, os alunos participam de diversas atividades que visam promover o desenvolvimento motor, afetivo, cognitivo e social, entre outros aspectos. Sendo a Matemática um conhecimento de natureza cumulativa, a escolarização nessa etapa é decisiva para a construção de alicerces que sustentarão a aprendizagem de conteúdos posteriores (Unesco, 2016).

No decorrer dessa etapa de ensino, ocorre a progressão do conhecimento "[...] pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação das práticas de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças, considerando tanto seus interesses e expectativas quanto o que ainda precisam aprender" (Brasil, 2018, p. 59). Os Anos Iniciais constituem um período crucial na formação da personalidade, no qual as crianças começam a desenvolver sua autonomia e a capacidade de controlar o próprio comportamento. É nessa fase que se expande a autonomia intelectual, a compreensão das normas e o interesse pela vida social, permitindo que as crianças lidem com sistemas mais complexos relacionados às interações entre os sujeitos, a natureza, a história, a cultura, as tecnologias e o ambiente.

É nesse processo que surgem os primeiros contatos com a Matemática, o que nos leva a refletir sobre as formas de abordá-la em sala de aula. Vale destacar que a Matemática, nesse ciclo, "[...] tem muita importância, pois desenvolve o pensamento lógico e constitui a base para as demais etapas de escolarização, visto que os princípios fundamentais da disciplina, utilizados posteriormente, são aprendidos nos primeiros anos" (Alves, 2016, p. 8). Além disso, nessa fase, "[...] as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas 'quatro operações', apesar de sua importância" (Brasil, 2018, p. 276).

Nessa etapa, o professor é polivalente, ou seja, o mesmo docente é responsável por ministrar diferentes componentes curriculares, o que favorece o desenvolvimento de atividades interdisciplinares. Assim, cabe a ele planejar e refletir sobre as individualidades de cada criança, considerando suas particularidades, seu estágio de desenvolvimento, as habilidades já adquiridas, as formas de interação e comunicação, bem como o contexto em que vive.

Nesse viés, ressalta-se a importância de "trabalhar de forma que motive os alunos e os leve a serem ativos no processo de construção do conhecimento, desde os primeiros anos de escolarização, sendo, portanto, um passo importante para o crescimento intelectual e crítico dos mesmos" (Palma *et al.*, 2017, p. 2). Todavia, paralelamente ao ensino da Matemática, os alunos vivenciam o processo de alfabetização, indispensável ao domínio da leitura e da escrita.

> Nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental, a ação pedagógica deve ter como foco a alfabetização, a fim de garantir amplas oportunidades para que os alunos se apropriem do sistema de escrita alfabética de modo articulado ao desenvolvimento de outras habilidades de leitura e de escrita e ao seu envolvimento em práticas diversificadas de letramentos (Brasil, 2018, p. 59).

No que se refere ao processo de alfabetização, o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, compromisso formal assumido pelo governo federal, pelo Distrito Federal, pelos estados e pelos municípios, buscou assegurar que todas as crianças estivessem alfabetizadas até os oito anos de idade, ao final do terceiro ano do Ensino Fundamental. Em 2013, a ênfase desse pacto concentrou-se na formação em Língua Portuguesa; em 2014, na formação em Matemática; e, em 2015, ampliou-se para as demais áreas do conhecimento (Brasil, 2015).

Com o passar do tempo, esse programa passou por reformulações e adequações, sendo encerrado em 2018. Em junho de 2023, por meio do Decreto nº 11.556, foi instituído o Compromisso Nacional Criança Alfabetizada, com o objetivo de implementar políticas, programas e ações para que as crianças brasileiras estejam alfabetizadas ao final do segundo ano do Ensino Fundamental, bem como promover medidas para a recomposição das aprendizagens, com foco na alfabetização e na ampliação e no aprofundamento das competências em leitura e escrita das crianças matriculadas na rede de ensino até o final dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, prioritariamente aquelas que não alcançaram os padrões adequados de alfabetização até o segundo ano dessa etapa.

Quando se fala em alfabetização “na idade certa”, refere-se a crianças entre seis e oito anos de idade que, apesar de estarem na escola, muitas vezes não conseguem permanecer sentadas por longos períodos “ouvindo” passivamente, sendo, de modo geral, saudavelmente ativas e curiosas (Brasil, 2014).

Nesse contexto, de acordo com Borchardt (2015), o ensino de Matemática, muitas vezes, não é tão valorizado, pois os professores concentram seus esforços no processo de alfabetização em leitura e escrita e acabam relegando a alfabetização matemática a um segundo plano. Para esse autor, tal situação reflete a formação inicial dos professores dos Anos Iniciais, frequentemente deficitária em Matemática, uma vez que essa formação não ocorre nos cursos de Licenciatura em Matemática, mas, prioritariamente, nos cursos de Pedagogia, cuja centralidade está voltada aos processos de alfabetização e letramento, o que pode gerar lacunas nos conhecimentos matemáticos desses docentes.

Corroborando os apontamentos de Madormo (2022), o ensino de Matemática nos Anos Iniciais, muitas vezes, não recebe a devida atenção, pois os professores tendem a se

concentrar mais nos processos de alfabetização, deixando a Matemática em segundo plano. Essa falta de ênfase pode estar relacionada à formação inicial dos professores, frequentemente insuficiente em Matemática.

Nesse panorama, a priorização da linguagem escrita em detrimento da Matemática reflete um conhecimento de senso comum que precisa ser superado. De acordo com Moretti e Souza (2015), é necessário romper com a ideia de que, para aprender Matemática, as crianças precisam estar previamente alfabetizadas. A concepção de que primeiro é preciso aprender as letras para, somente depois, aprender números, formas e outros conceitos limita as possibilidades de ensino. Superar essa compreensão abre caminhos para a realização de pesquisas que reflitam sobre os processos de organização do ensino e que, ao mesmo tempo, considerem as especificidades da infância e favoreçam a potencialização de diferentes aprendizagens.

2.2 Recomendações para a prática pedagógica para os Anos Iniciais

O trabalho pedagógico com crianças do ciclo de alfabetização deve se basear em dois pressupostos fundamentais: o papel do lúdico e do brincar, e a necessidade de aproximação ao universo infantil, respeitando os modos de pensar e a lógica das crianças no processo de construção do conhecimento (Brasil, 2014). Dessa forma, de acordo com Marques (2016), é essencial considerar as particularidades dessas crianças, incorporando o brincar como um elemento integrante da proposta curricular para a alfabetização matemática e para a apropriação de conceitos de todas as áreas do conhecimento — não apenas da Matemática — utilizando atividades lúdicas como um dos princípios norteadores da prática pedagógica. Para as crianças dos Anos Iniciais, o brincar representa uma maneira de ser e estar no mundo. Para o professor, constitui uma oportunidade de conhecer mais profundamente as crianças e os processos de desenvolvimento e aprendizagem associados às suas ações.

Por meio dos jogos e da ação compartilhada entre as crianças, sob a mediação dos professores, é possível explorar a imaginação e a criatividade das crianças. Através da brincadeira, desencadeada por jogos ou histórias, elas se deparam com a necessidade de contar, registrar a contagem, socializar informações e organizar dados. Esses aspectos favorecem a aprendizagem de estruturas matemáticas muitas vezes de difícil compreensão e contribuem para o desenvolvimento da capacidade de pensar, refletir, analisar e compreender conceitos (Moretti e Souza, 2015).

Fabricio (2006) propõe um desafio especialmente aos profissionais dos Anos Iniciais: tomar consciência e iniciar a proposta de “ressignificar” a Educação Matemática incorporando o lúdico. Nessa perspectiva, a brincadeira, a alegria e a formação integral do aluno devem estar presentes no processo de aprendizagem.

> As atividades lúdicas na escola contribuem para a aprendizagem significativa, de qualidade, não mecânica, onde haverá prazer na busca do conhecimento. Os alunos sentem-se desafiados e assumem uma postura de aprendizes, de pesquisadores. Sem dúvida, a pesquisa destaca os benefícios dos materiais concretos e dos jogos na Educação Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Fabrício, 2006, p. 83).

Contudo, é importante ressaltar que a utilização de jogos e materiais manipuláveis deve ser realizada de forma adequada, não se restringindo à recreação, mas pautada em uma intencionalidade pedagógica, especialmente quando o conceito abordado for abstrato. Nesse sentido, o uso de materiais concretos pode estimular a criatividade dos alunos, além de tornar as aulas mais dinâmicas e menos exaustivas. Para Silva *et al.* (2013), o material concreto constitui uma forma de apresentar ao aluno maneiras mais acessíveis e palpáveis de aprender Matemática, evidenciando sua aplicabilidade no cotidiano.

São diversos os materiais que se enquadram nesse contexto, por exemplo:

> [...] o tangram, material dourado, material cuisenare, blocos lógicos, ábaco, dentre outros, é possível desenvolver atividades utilizando esses materiais que podem ser confeccionados de papel, cartolina, papelão, dentre outros. E por isso podem ser construídos na própria sala de aula e com a participação dos alunos (Silva *et al.*, 2013, p.4).

Esses materiais podem ser disponibilizados pelos professores conforme o planejamento proposto ou confeccionados pelos próprios alunos, incentivando seu protagonismo. A relevância desses recursos concretos se manifesta diretamente no processo de expressão e comunicação dos alunos, uma vez que as crianças dessa faixa etária se expressam de diferentes formas: verbal, não verbal, artística e corporal. No início dos Anos Iniciais, a escrita ainda está em desenvolvimento; muitas vezes, as crianças utilizam desenhos para expressar seu pensamento, o que deve ser respeitado e incentivado no ambiente escolar. À medida que avançam, passam a empregar a linguagem escrita como meio de comunicação.

Nesse processo, é fundamental que o professor tenha cautela. Como destaca o Brasil (2014, p. 20): “Ao delimitarmos espaços físicos e solicitarmos um único tipo de registro, mais prejudicamos do que ajudamos, pois contribuímos para que a criança perca a possibilidade de

registrar e dialogar sobre sua própria maneira de pensar". Além disso, a linguagem corporal deve ser igualmente valorizada, considerando que os alunos utilizam o corpo como recurso para aprender. A própria história da Matemática evidencia essa prática: "a importância dos dedos para contar, das mãos e dos pés para medir; por que então na escola insistimos em proibir as crianças de usarem os dedos para calcular?" (Brasil, 2014, p. 21).

No entanto, na pressa de que as crianças aprendam os algoritmos, muitas vezes não se valoriza a discussão e a exposição oral sobre os procedimentos utilizados na resolução de problemas. As crianças também "falam e compreendem" o que realizam mentalmente, inclusive no que se refere às operações matemáticas. O mais importante, conforme destaca o Brasil (2014), não é resolver uma grande quantidade de problemas, mas selecionar alguns problemas e discutir, com calma, as estratégias utilizadas por cada aluno. Dessa forma, valoriza-se o modo de pensar de cada um, ao mesmo tempo em que todos aprendem coletivamente. Assim, as práticas pedagógicas devem ir além da memorização e da repetição de algoritmos, focando na compreensão dos conceitos.

Nesse contexto, destaca-se a relevância do trabalho em grupo, que oferece às crianças maior segurança no desenvolvimento de novas situações e atividades. Em grupo, elas negociam significados e constroem conhecimentos que ainda não dominavam. Corroborando essa perspectiva, Moretti e Souza (2015) afirmam que é nas práticas sociais que os conceitos podem ser apropriados de forma significativa, além de favorecerem a externalização do que os alunos estão aprendendo. Assim, cabe à escola organizar situações cuja resolução envolva o conceito a ser ensinado e, ao mesmo tempo, possibilite, com a mediação do professor, a superação da superficialidade do contexto e a exploração de características essenciais dos conceitos rumo à abstração.

Para apoiar essa prática de ensino da Matemática, torna-se necessária a utilização de perguntas e intervenções pedagógicas que estimulem os alunos a refletir e construir suas próprias argumentações matemáticas. Além disso, é fundamental o uso de recursos didáticos, como dinheiro de papel e calculadoras. Nesse sentido, "recorrer aos jogos, brincadeiras e outras práticas sociais nos traz um grande número de possibilidades de tornar o processo de Alfabetização Matemática, na perspectiva do letramento significativo, mais efetivo para as crianças" (Brasil, 2014).

Em alinhamento com a necessidade de inovação metodológica, outro aspecto relevante é a integração das tecnologias ao currículo de Matemática dos Anos Iniciais. Esta é vista como uma oportunidade valiosa para enriquecer a experiência de aprendizagem dos alunos. Para Freitas (2024), quando utilizadas de forma estratégica, as ferramentas digitais podem

revelar novas formas de explorar conceitos matemáticos, estimulando a interatividade e a personalização do ensino. Essa abordagem facilita a compreensão dos conteúdos e prepara os alunos para um mundo cada vez mais tecnológico.

O uso crescente de dispositivos tecnológicos tem provocado mudanças significativas no comportamento social, influenciando a comunicação, a educação e a forma como o conhecimento é construído. A maneira natural como as crianças utilizam essas tecnologias precisa ser preservada. Estudos de Holanda *et al.* (2020) demonstram que "[...] incorporar o computador ao ensino da Matemática facilita a participação ativa do aluno e torna o ambiente de ensino mais agradável, permitindo melhor visualização dos conteúdos abordados e percebendo a aplicabilidade dos conceitos" (Holanda *et al.*, 2020, p. 12). Nessa perspectiva, professores e alunos podem construir conjuntamente o conhecimento, transformando o professor em mediador nesse novo ambiente de aprendizagem.

2.3 O papel do professor no ensino da Matemática nos Anos Iniciais

Diante dos apontamentos sobre o ensino de matemática nos Anos Iniciais, torna-se fundamental destacar a importância do papel do professor nesse processo.

> Professores bem preparados e continuamente desenvolvidos profissionalmente são capazes de colocar práticas inovadoras que transformam o ensino de Matemática em uma jornada de descobertas e conquistas. A formação e o desenvolvimento profissional dos professores emergem, assim, como elementos centrais para a eficácia do ensino matemático, demandando um investimento contínuo em programas de capacitação que abordem tanto os conhecimentos específicos da disciplina quanto as metodologias de ensino mais efetivas (Freitas, 2024, p. 185).

Historicamente, os professores que atuam no ensino de Matemática nos Anos Iniciais desempenham um papel central na seleção e organização dos conteúdos a serem abordados. No entanto, o que efetivamente ocorre nas salas de aula nem sempre reflete o que está previsto nos documentos curriculares. Isso se deve, em grande parte, ao fato de que a organização desses conteúdos exige do professor tanto um domínio teórico especializado quanto um conhecimento aprofundado sobre o aluno e seu processo de aprendizagem (Passos e Nacarato, 2018).

Contudo, segundo esses autores, definir o que ensinar em Matemática nessa etapa tem se mostrado um desafio significativo. Embora seja reconhecida a importância de contemplar as diversas dimensões da área, conforme sugerido pelos documentos curriculares, na prática, o foco costuma recair predominantemente sobre números e operações.

Essa concentração excessiva em números e operações reflete, em parte, a formação inicial dos professores. Almeida e Lima (2012) alertam que o componente de Matemática nos cursos de Pedagogia ainda ocupa uma posição secundária, sendo insuficiente para atender às demandas dos profissionais que atuarão nos Anos Iniciais. Nesse sentido, Negrão *et al.* (2021) afirmam que os professores dessa etapa precisam repensar suas práticas, uma vez que a não superação da denominada "matemafobia" pode levar à reprodução de comportamentos ultrapassados em salas de aula contemporâneas.

Corroborando com essa perspectiva, Ferreira *et al.* (2024) investigaram a questão: "Que Matemática se mostra presente nos cursos de Pedagogia?". E evidenciaram

> [...] insuficiência de Matemática nos cursos de Pedagogia, pois é apresentado aos futuros Pedagogos o essencial/base para o ensino de Matemática, entendendo esse "essencial/base" como um aligeirar de saberes referentes a metodologias a serem ensinadas ou, também, ao que a equipe formadora entende como "essencial". O foco das disciplinas relacionadas à Matemática também está voltado ao "essencial/base" que remete ao modo com que é organizada a Matemática nesses cursos (Ferreira *et al*., 2024, p. 179).

O estudo revelou, ainda, que a Matemática presente nos cursos de Pedagogia configura-se como uma Matemática formativa, destinada a provocar uma ressignificação por parte dos futuros pedagogos. Contudo, privilegia determinados aspectos em detrimento de outros. A partir da análise dos trabalhos revisados sobre essa temática, "[...] emergiu a necessidade de uma reformulação nos cursos, com vistas a oferecer uma formação matemática mais aprofundada aos futuros profissionais" (Ferreira *et al.*, 2024, p. 180).

Dessa forma, evidencia-se a urgência de investimentos na formação continuada de professores que atuam nos Anos Iniciais (Barreto, 2011). É fundamental que o ambiente escolar propicie oportunidades de formação contínua para o professor, tanto na definição quanto no desenvolvimento do currículo, uma vez que o sucesso da aprendizagem escolar depende da clareza do docente sobre os conteúdos que devem ser trabalhados em sala de aula. Esse repertório de saberes possibilita ao professor compreender as nuances presentes nas recomendações curriculares (Passos e Nacarato, 2018).

Pesquisadores têm manifestado preocupações em relação às reformulações curriculares, as quais, na maioria das vezes, não consideram os interesses de professores e estudantes, principais agentes na implementação dessas mudanças. Observa-se, ainda, a interferência de setores empresariais na educação, que afeta "o fazer docente do professor com propostas prescritivas, bombardeando as escolas e os professores com planos de aula que

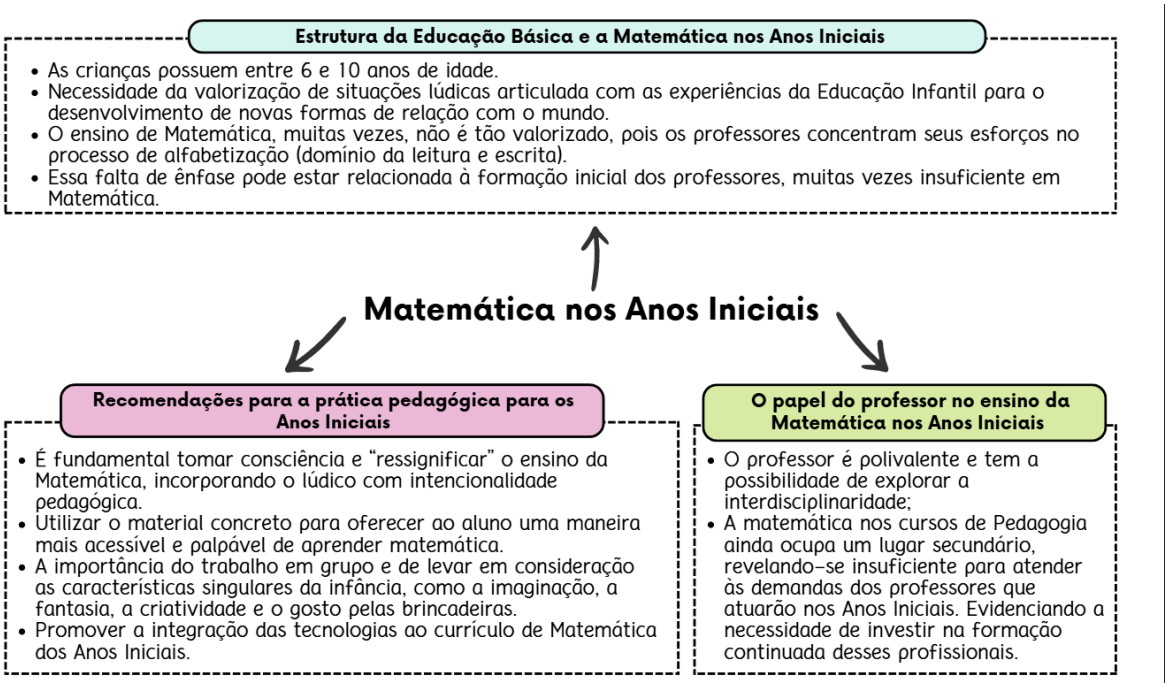
ignoram os saberes docentes, desconsideram sua autonomia e desprezam a flexibilização necessária das ações em sala de aula" (Passos e Nacarato, 2018, p. 132).

A fragilidade na formação e a limitação da autonomia docente contribuem para que o ensino de Matemática não seja contextualizado. Como destaca Loss (2016, p. 32), "[...] é notório que, com o passar dos anos escolares, a aversão à matemática aumenta, formando uma imagem negativa da disciplina". O insucesso em Matemática atinge níveis preocupantes, muitas vezes justificado por fatores como a falta de interesse, a incompreensão de sua aplicabilidade prática e a ausência de percepção sobre sua importância (Giraldo, 2018). Nesse sentido, muitos indivíduos sequer têm contato com conteúdos básicos, principalmente porque, nos primeiros anos de escolaridade, não foram expostos a uma conexão clara entre o conhecimento matemático e sua realidade cotidiana, o que compromete a contextualização do ensino.

Diante disso, quando a introdução à Matemática ocorre de forma contextualizada e significativa, ela tem o potencial de despertar o interesse e a apreciação dos alunos pela disciplina, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades essenciais para a vida (Freitas, 2024). É justamente com o objetivo de superar tais lacunas e reduzir a aversão à Matemática que pesquisas como esta se realizam, explorando novos caminhos e fomentando discussões voltadas à melhoria do ensino de Matemática nos Anos Iniciais.

A fim de sistematizar as discussões realizadas, a figura 1 aponta os principais aspectos abordados ao longo do capítulo.

Figura 1 - Síntese dos principais aspectos relacionados no capítulo referente ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental



Fonte: Autoria própria.

Diante das discussões apresentadas ao longo deste capítulo, evidencia-se a importância do ensino da Matemática nos Anos Iniciais tanto na construção de conhecimentos quanto no desenvolvimento do pensamento lógico. Nesse contexto, torna-se fundamental o planejamento de práticas pedagógicas que considerem as especificidades e características próprias dessa etapa de ensino. O professor, nesse cenário, assume o papel de mediador, sendo responsável por criar ambientes que favoreçam a aprendizagem ativa e significativa das crianças. Dessa forma, investir na formação contínua de docentes constitui um elemento essencial para aprimorar o ensino de Matemática nos Anos Iniciais e, consequentemente, promover a Aprendizagem Significativa dos alunos.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresenta-se a Modelagem Matemática na Educação Matemática, com foco nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, etapa de ensino na qual esta pesquisa foi desenvolvida. Inicialmente, abordam-se as especificidades relacionadas ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática (MM) nesse contexto educacional.

Considerando o objetivo da pesquisa, discute-se a formação continuada em MM com professores que atuam ou que possuem habilitação para atuar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, são apresentados alguns aspectos que justificam e caracterizam o espaço formativo investigado. Na sequência, explicita-se a concepção de Modelagem Matemática assumida nesta pesquisa.

Além disso, são discutidos os aspectos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa, contemplando sua visão geral, as condições necessárias para sua ocorrência, a compreensão do conceito de significado e o uso de Mapas Conceituais.

3.1 Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

A MM teve suas origens na Matemática Aplicada. Contudo, essas discussões começaram a se expandir, tornando-se alvo de diversos estudos.

> No século XX, mais precisamente nos anos 60, aconteceram movimentos internacionais de grande importância para o uso de modelagem matemática, debatendo sobre o uso e suas aplicações na Educação Matemática, influenciando fortemente o Brasil, fato que impulsionou a vários pesquisadores se alinharem com os movimentos a nível nacional e internacional, possibilitando debates sobre o uso de modelagem matemática e suas aplicações na educação, fato esse que foi determinante para influenciar diversos outros pesquisadores brasileiros, que antes não tinham adentrado às novas perspectivas, emergindo o sentido da importância para o crescimento Educação matemática a inclusão da modelagem matemática (Aragão, 2016, p. 3).

Desse modo, a Modelagem Matemática (MM) legitimou-se no contexto da Educação Matemática e, a partir de então, passou a construir sua própria identidade, consolidando-se progressivamente. Nesse contexto, no Brasil, os primeiros registros de trabalhos sobre MM voltados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental datam de 1992, com a pesquisa realizada por Dionísio Burak, a qual "[...] retrata práticas realizadas com um grupo de professores em um curso de especialização. Após essa publicação, começaram a surgir outras pesquisas sobre Modelagem Matemática na fase dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental" (Marquezepe *et al*., 2023, p. 314).

Segundo esses autores, a MM pode e deve ser trabalhada em qualquer etapa de ensino, desde que seja adaptada e conduzida de forma coerente com a idade dos alunos. Ou seja, "[...] desde que sejam feitas as adequações ao contexto escolar e considerados os conhecimentos matemáticos e extramatemáticos dos alunos envolvidos" (Silva e Veronez, 2010, p. 10).

De acordo com Tortola (2016),

> Fazer modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, portanto, não implica em mudanças nas bases epistemológicas e/ou ontológicas da modelagem no âmbito da Educação Matemática, mas requer o reconhecimento de que determinadas ações podem ser realizadas de maneiras diferentes das quais são comumente relatadas na literatura (Tortola, 2016, p. 270).

Isso implica a necessidade de repensar as formas de trabalhar com a Modelagem Matemática (MM) no contexto dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, haja vista que esse público apresenta características cognitivas e de desenvolvimento distintas das demais etapas da escolaridade.

Silva e Kluber (2012), ao investigarem *em que níveis de ensino estão focadas as pesquisas brasileiras sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática e o que isso revela*, analisaram resumos de teses e dissertações disponíveis no banco de dados da Capes, no período de 1987 a 2010. Os autores evidenciaram "[...] uma lacuna sobre investigações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental". Diante disso, apontaram a necessidade de empreender novas investigações nesse âmbito, por meio da realização de pesquisas que se aproximem da MM na Educação Matemática. Segundo os autores, tais investigações devem ser propostas "[...] tanto por meio da realização de práticas que foquem o trabalho do professor como aquelas que foquem as interações dos estudantes, e mesmo do processo de formação inicial e continuada de professores [...]" (Silva e Kluber, 2012, p. 240).

Nessa direção, Villa-Ochoa *et al.* (2019) realizaram um estudo do tipo estado da arte com o objetivo de apresentar um panorama de produções científicas relativas à MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no período de 2009 a 2018. Para tanto, analisaram publicações de quatro periódicos da área de Educação Matemática: BOLEMA, GEPEM, EMP e Zetetiké. Os autores constataram que somente a partir de 2014 houve produções científicas publicadas sobre MM nos Anos Iniciais. Como resultado, afirmaram que "[...] os sujeitos desenvolvem uma capacidade criativa para a resolução dos problemas. Com isso, a modelagem matemática propicia educar criticamente por meio de investigações e de resoluções de problemas reais, utilizando, para isso, a matemática" (Villa-Ochoa *et al*., 2019, p. 62). Além disso, o panorama revelou a existência de um número reduzido de produções

científicas que relacionam a MM a essa etapa de ensino, indicando a necessidade de novos estudos e pesquisas sobre a temática.

Nesse mesmo viés, Marquezepe *et al.* (2023), ao analisarem periódicos da área da Educação Matemática, apresentaram os significados atribuídos à Modelagem Matemática desenvolvida nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em publicações no período de 2016 a 2020. Segundo os autores, "ao compor esta pesquisa foi possível perceber o número reduzido de publicações, uma vez que, dos três mil trezentos e setenta e três (3.373) artigos consultados inicialmente, somente 3% tratavam da Modelagem Matemática, e menos de 1% dos artigos abordavam a Modelagem Matemática voltada para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Foram contabilizados onze (11) artigos, os quais integraram o corpus desta pesquisa" (Marquezepe *et al*., 2023, p. 329).

Desse modo, assim como apontado por Silva e Kluber (2012), Villa-Ochoa *et al.* (2019) e Marquezepe *et al.* (2023), reconhece-se a necessidade de ampliar as reflexões sobre a MM nessa fase tão importante da Educação Básica. Embora diversos estudos tenham sido desenvolvidos desde as primeiras constatações acerca da escassez de trabalhos nessa área, apenas indicar essa necessidade não se mostra suficiente. Torna-se fundamental voltar o olhar para as pesquisas já existentes, buscando compreender o que elas revelam sobre as práticas, os desafios e as potencialidades da MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, Madruga e Breda (2017), verificaram como a MM é apresentada nas pesquisas que discutem esta temática no âmbito dos Anos Iniciais. Através da análise dos dez artigos selecionados, qualis A1 e A2, evidenciaram que:

> O foco das pesquisas é centrado nas reflexões, percepções e ações de estudantes e professores durante o processo de Modelagem Matemática. Apontou ainda que, quando os estudantes nos Anos Iniciais desenvolvem atividades deste tipo, eles ampliam suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais, com enfoque interdisciplinar (Madruga; Breda, 2017, p. 67).

Nessa etapa de ensino, o trabalho realizado pelo professor "polivalente", que atua em diferentes áreas (como Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, História, Geografia e Arte), favorece a interdisciplinaridade, tornando-se uma das principais características dessa etapa e, trabalhar dessa forma permite que o estudante se torne protagonista (Santos, 2020). Desse modo, esse autor considera que

> A modelagem matemática e a interdisciplinaridade na educação se relacionam e se conectam, pois o tema que motiva a modelagem deve ser escolhido segundo o interesse dos discentes e docentes; assim sendo, ele pode ser de fora da matemática,

> de outro campo disciplinar, propiciando a integração entre conhecimentos. Um dos pressupostos do enfoque interdisciplinar é estabelecer a interação entre duas ou mais áreas, com o objetivo de se enriquecer e tornar mais abrangente a proposta curricular (Santos, 2020, p. 57).

No que se refere à proposta curricular e aos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula, Silva (2016), ao investigar o que se revela sobre a abordagem dos conteúdos específicos de Matemática na Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais, a partir de trabalhos de conclusão de curso, aponta a MM como uma possibilidade de melhoria no ensino de Matemática, por se configurar como uma proposta dialógica, investigativa e interdisciplinar. O autor considera que, embora muitos professores se preocupem em cumprir o currículo, frequentemente se limitam ao uso do livro didático, desconsiderando que não há uma única forma de abordar os conceitos matemáticos em sala de aula. Dessa forma, "[n]a Modelagem Matemática os conteúdos não se dão de forma estanque, não se limitam a si mesmos e, a todo o momento, são relacionados com outras produções humanas e com o vivido pelas crianças" (Silva, 2016, p. 71).

A compreensão acerca dos conteúdos propostos configura-se como uma das potencialidades do desenvolvimento da MM em sala de aula, "[...] uma vez que os alunos não só aprenderam os conceitos como também discutiram e ouviram diferentes hipóteses, podendo os conteúdos ser trabalhados em outras disciplinas, assim como possibilitando a discussão de assuntos não matemáticos" (Freitas, 2023, p. 101).

Tortola (2012) aponta que, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é comum que, nas atividades de MM, os modelos matemáticos produzidos pelas crianças sejam descritos ou representados da forma como elas conhecem, por meio de desenhos, produções escritas e relatos orais, como uma maneira de expressar a resolução do problema. Considerando que ainda não possuem domínio da linguagem matemática formal, essa característica evidencia uma particularidade própria dessa etapa de escolaridade. Nessa direção, Zanella (2016) pontua que o processo de desenvolvimento de modelos pode incentivar os alunos a "[...] resolver, descrever, simplificar, revisar e refinar suas ideias (validar), bem como utilizar uma variedade de meios de representação para explicar as estratégias utilizadas para resolver uma tarefa de Modelagem Matemática" (Zanella, 2016, p. 253).

Nesse sentido, "[...] durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, diferentes caminhos podem ser tomados, diferentes conhecimentos podem ser mobilizados e diferentes modelos matemáticos podem ser produzidos" (Tortola, 2016, p. 266).

Segundo esse pesquisador, as práticas com MM despertam, nas crianças, o uso de diferentes linguagens, características da infância e constitutivas de sua "forma de vida".

Pelaquim (2023), ao propor atividades com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, ressalta que, por meio da MM, os estudantes partiram de situações da realidade e de seu interesse para construir novos conhecimentos matemáticos ou aplicar aqueles que já dominavam. Desse modo, além da construção de novos conhecimentos, os alunos desenvolveram outras habilidades, tais como "[...] responsabilidade, autonomia, autoconfiança, criatividade e postura questionadora, uma vez que estão interagindo entre si, com a mediação do professor, para resolver algo que será importante e necessário para o seu dia a dia". O autor também destaca a possibilidade de "[...] desenvolver no aluno, dentre outras habilidades já citadas anteriormente, o ser cidadão, integrando-se ao meio em que vive de forma consciente, crítica e responsável" (Pelaquim, 2023, p. 131).

Além das habilidades, apontadas anteriormente que são as ações observáveis que os alunos sabem fazer, reconhece-se que por meio da MM, segundo Zanella (2016), os alunos podem mobilizar competências. Essas competências representam

> [...] a capacidade para identificar questões relevantes da situação problema, as variáveis pertinentes à resolução, as relações entre os dados considerados na situação e os conceitos matemáticos, bem como, as conjecturas formuladas pelos alunos sobre uma dada situação do mundo real, de modo a traduzir tais informações reais para a Matemática e, além disso, interpretar e validar a resolução da situação real. Assim, as competências dizem respeito, também, a capacidade de analisar ou comparar modelos obtidos a partir da investigação realizada sobre determinada situação real. Com isto, o principal objetivo do desenvolvimento de competências é estimular os alunos a construírem condições de aprendizagem de conceitos matemáticos e que estas competências sejam efetivas para o aluno, de modo que ele as compreenda e saiba como utilizá-las (Zanella, 2016, p. 255).

Desse modo, os alunos tornam-se "[...] mais independentes e entendem que a Matemática está presente em diferentes situações, como em brincadeiras e na produção de brinquedos" (Pelaquim, 2023, p. 132).

Gerôlomo *et al.* (2015), ao investigarem indícios de Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais, observaram, em sala de aula, algumas características relevantes, tais como: diversificadas formas de representação, elaboração de estratégias próprias, negociação de significados e aprendizagem de conteúdos extramatemáticos.

Considerando o exposto, ao aprenderem por meio da MM desde os Anos Iniciais, os alunos "[...] possivelmente construirão um pensamento diferente sobre a Matemática, pois a

Modelagem permite que o aluno apresente seus conhecimentos prévios e aprenda a perceber a Matemática em seu cotidiano" (Piaia e Silva, 2019, p. 92).

Segundo essas autoras, cabe ao professor, enquanto mediador desse processo, oportunizar aos alunos atividades de MM que despertem sua curiosidade e interesse. Nessa mediação, é fundamental o reconhecimento de que o desenvolvimento dessas atividades exige flexibilidade. De acordo com Guerreiro (2023), para desenvolver atividades de MM, algumas adaptações à rotina escolar podem ser necessárias, assim como o aproveitamento da curiosidade característica dessa fase de escolaridade. Dessa forma, a curiosidade no processo de aprendizagem das crianças, aliada à estratégia pedagógica da Modelagem Matemática, destaca-se como uma abordagem potente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Apesar de seu potencial, a investigação sobre a MM nessa etapa de ensino ainda carece de ampliação. Guerreiro (2023), ao investigar "de que forma as atividades de Modelagem Matemática são desenvolvidas nos Anos Iniciais", analisou relatos de experiência apresentados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), no período de 1999 a 2019. Dos 225 relatos identificados, apenas 13 referiam-se aos Anos Iniciais, representando 5,8% das publicações, concentradas a partir do ano de 2009, quando a conferência já havia realizado sua sexta edição. Apesar da limitação do corpus — por se tratar de um número reduzido de relatos de experiência apresentados em um único evento acadêmico —, essa investigação fornece indícios importantes para compreender o estágio da MM nos Anos Iniciais, além de subsidiar reflexões acerca de suas potencialidades e dos desafios de sua implementação.

A partir das informações identificadas por meio da leitura dos relatos de experiência apresentados na CNMEM, foram selecionadas tanto as justificativas relacionadas à sala de aula quanto aquelas vinculadas aos cursos formativos. Os argumentos semelhantes foram reunidos de forma concisa, destacando a essência das potencialidades indicadas pelos autores.

As potencialidades identificadas por Guerreiro (2023, p. 46) no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais foram diversas. Entre elas, destacam-se: a autonomia dos alunos — evidenciada na definição de grupos, na expressão de ideias, na socialização com professores e colegas, no tratamento das informações e na organização das demandas das atividades —; a aprendizagem reflexiva; a aproximação do ambiente educacional com a realidade que o cerca; o trabalho em equipe; a promoção de cenários de investigação, favorecendo a criação de ambientes de aprendizagem; a formação de um cidadão crítico; a contribuição para a emancipação do aluno; a constituição de uma aprendizagem matemática alternativa ao paradigma do exercício; a investigação de outras

áreas do conhecimento por meio da Matemática; o protagonismo dos estudantes frente aos desafios; o desenvolvimento de habilidades matemáticas associado à autonomia; a formação de ideias e conceitos matemáticos; a adaptação aos conteúdos curriculares; a aprendizagem por meio da investigação; a motivação e a interdisciplinaridade; o estímulo à criatividade e ao senso investigativo; a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos; e a possibilidade de estabelecer um ambiente democrático em sala de aula.

Nesse mesmo viés, de acordo com Guerreiro (2023), os desafios apontados por professores dos Anos Iniciais, identificados nos relatos de experiência apresentados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), envolveram: a rigidez no planejamento e no cumprimento do currículo; a existência de turmas numerosas; a dificuldade em evidenciar os conteúdos matemáticos, de modo a possibilitar o trabalho com seus conceitos; o desafio de promover, simultaneamente, a criatividade, o pensamento investigativo e a sistematização dos conceitos matemáticos; a dificuldade relacionada à imprevisibilidade inerente às atividades de MM; a assunção do papel de mediador do processo; a falta de conhecimento sobre a abordagem; a insegurança docente; a capacitação inadequada; bem como a falta de experiência e o pouco desenvolvimento da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.

Contudo, as "[...] diversas dificuldades enfrentadas pelos professores durante a condução das atividades são apenas uma faceta das muitas relatadas no âmbito da Modelagem", uma vez que os autores dos relatos enfatizam os benefícios das potencialidades e dos resultados das experiências, demonstrando que estes superam, quantitativamente, as dificuldades encontradas ao longo do processo. Segundo Guerreiro (2023), "esse aspecto serve como estímulo para a contínua evolução da abordagem nos Anos Iniciais e para a promoção de esforços no sentido de reduzir os obstáculos existentes" (p. 54–55).

Diante desses apontamentos acerca da MM nos Anos Iniciais — suas características, potencialidades e desafios para a implementação —, evidencia-se a importância da formação de professores. Considerando entraves como a insegurança e o desconhecimento da abordagem, torna-se fundamental a estruturação de espaços formativos que preparem os docentes para conhecer, compreender e integrar a MM às suas práticas pedagógicas. Nessa direção, na próxima seção, discutem-se as especificidades da formação em Modelagem Matemática para professores dos Anos Iniciais, com vistas ao fortalecimento e à ampliação dessas práticas em sala de aula.

3.1.1 Formação continuada de professores em Modelagem Matemática nos Anos Iniciais

A discussão sobre a formação de professores no cenário brasileiro não se constitui em uma temática recente; trata-se, essencialmente, de uma das questões centrais no campo educacional. Essa discussão vai além de conchavos políticos, pois se configura como uma questão social, o que evidencia a necessidade de repensar as políticas de formação docente (Farina; Benvenutti, 2024, p. 38). Segundo essas autoras, a promoção da formação dos profissionais da educação não deve ser compreendida como uma responsabilidade exclusiva do poder público. Faz-se necessário o envolvimento da sociedade como um todo, incluindo instituições de Ensino Superior, organizações não governamentais e demais atores interessados, a fim de garantir uma educação de qualidade e a valorização dos professores.

Desse modo, à luz das discussões apresentadas na seção anterior acerca do potencial da Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais, propõe-se repensar a formação dos professores que atuam nessa etapa de ensino. Para que a MM se efetive nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é fundamental que os professores conheçam essa abordagem. Os docentes que ensinam Matemática nessa etapa "[...] em sua maioria, possuem formação em Pedagogia, curso que, geralmente, apresenta apenas um componente curricular voltado ao ensino da Matemática, comumente denominado Metodologia do Ensino de Matemática" (Teodoro, 2022, p. 52). Além disso, Santos (2020) aponta que a MM ainda se apresenta como uma proposta recente para esses professores e, muitas vezes, é recebida com resistência, especialmente quando não foi abordada na formação inicial.

Silva e Klüber (2014) destacam que a formação inicial e continuada voltada às professoras polivalentes é de grande relevância, uma vez que, nos Anos Iniciais, o lúdico, a curiosidade e o interesse constituem elementos indispensáveis dessa etapa de ensino. No entanto, tais elementos são frequentemente negligenciados, cedendo espaço a um ambiente escolar centrado na massificação de conhecimentos.

Para Rodrigues (2023), "[...] a Modelagem Matemática deve se fazer presente tanto na formação inicial quanto na formação continuada, com vistas a proporcionar aos professores que ensinam Matemática a compreensão da importância de articular a Modelagem Matemática à realidade dos alunos nos Anos Iniciais" (Rodrigues, 2023, p. 104). Essas constatações evidenciam a necessidade de repensar os processos formativos, reconhecendo-se a importância de garantir a articulação entre a formação inicial e a formação permanente, "[...] pois acreditamos que ambas são complementares, formando um continuum capaz de trazer

benefícios mútuos e inovações que alimentam a prática pedagógica" (Garnica; Modesto, 2005, p. 36).

Uma das dificuldades enfrentadas nesse contexto refere-se à fragilidade que professores polivalentes podem apresentar em relação às áreas específicas do conhecimento. A Matemática, por exemplo, é uma das áreas às quais se tem acesso de forma breve durante o curso de formação inicial, sendo pouco discutidas as tendências metodológicas, como a Modelagem Matemática (Piaia; Silva, 2019). De acordo com Pires *et al.* (2021), a matriz curricular de muitos cursos de formação inicial privilegia aspectos metodológicos centrados em jogos e atividades lúdicas. Assim, considerando que a formação inicial desses professores, em geral, não contempla abordagens relacionadas à MM, ações de formação continuada podem contribuir para suprir essa lacuna. Essa compreensão corrobora o que já apontava Gomes (2018), ao afirmar que "[...] o processo de desenvolvimento do professor não pode se manter apenas em sua formação inicial. É necessário proporcionar uma formação continuada que busque minimizar as lacunas existentes em determinadas disciplinas" (Gomes, 2018, p. 21).

Contudo, destaca que

> [...] a formação dos professores em Modelagem Matemática não se refere somente à teoria relativa à Modelagem Matemática, mas também às especificidades do desenvolvimento dessas atividades, como a investigação de uma "realidade", a formulação de um problema, a formulação de hipóteses, realização de simplificações e uso de modelos matemáticos, bem como seu uso para o ensino e a aprendizagem da matemática (Souza; Almeida, 2021, p. 7).

Desse modo, evidencia-se a importância da participação do professor em espaços formativos nos quais possa atuar ativamente e assumir o protagonismo de seu processo formativo. Isso requer o envolvimento com atividades de Modelagem Matemática (MM) em processos investigativos, de modo que o professor desenvolva uma postura crítica em relação ao próprio desenvolvimento profissional, transformando e ressignificando suas práticas pedagógicas. Assim, o professor passa a reconhecer as possibilidades e as vantagens da utilização da MM e "[...] encontra justificativas e motivações para mudanças na prática em sala de aula" (Teodoro, 2022, p. 59). Para isso, é necessário, também, que os espaços formativos mobilizem e valorizem os interesses dos professores, possibilitando que eles se reconheçam como membros constituintes de seu próprio processo de formação (Barbosa, 2001).

Nesse contexto, a participação em cursos de formação em MM revela possibilidades de ampliação do repertório matemático dos professores dos Anos Iniciais do Ensino

Fundamental. Luna e Souza (2014) destacam que esses cursos permitem aos professores perceber que, para além das quatro operações matemáticas, outros conceitos podem ser trabalhados por meio do desenvolvimento de atividades de MM. Todavia, é fundamental ressaltar que a formação continuada de professores em MM não se restringe ao desenvolvimento de atividades vinculadas a pesquisas de mestrado e doutorado (Klüber, 2017), devendo configurar-se como um processo contínuo e estruturante nas instituições de ensino.

Nesse viés, destaca-se a importância da participação desses professores em cursos formativos, uma vez que "é necessário que os professores encontrem, nos programas de formação, auxílio para o uso da Modelagem e evidências de sua relevância para o ensino da Matemática, de modo que se sintam confiantes e levem tal confiança para a sala de aula" (Teodoro, 2018, p. 30).

Segundo Santos (2020), havia poucos registros de estudos sobre a formação de professores dos Anos Iniciais em Modelagem Matemática. Contudo, as pesquisas sobre a MM foram se ampliando e, atualmente, observa-se um número crescente de pesquisadores investindo nessa etapa da escolaridade. Nesse sentido,

> É necessário que isso se dê de forma gradativa, pois a maior parte deve ser importante e de forma contínua na formação continuada, sempre com apoio do pesquisador, pois se trata de uma mudança de ponto de vista em relação a muitos aspectos, como: sobre a educação, sobre a matemática; sobre a forma de se ver o conhecimento, de se entender o estudante, da questão do método e do objeto (Santos 2020, p. 23).

De acordo com Marcão *et al.* (2021)

> O curso de formação de professores para os primeiros anos do Ensino Fundamental geralmente é procurado por quem já possui aversão à disciplina de Matemática que tende a perpetuar as crendices já internalizadas. Outro agravante é a ínfima carga horária destinada ao estudo da Matemática no curso de formação inicial dos professores, o que dificulta ainda mais a desconstrução das crenças predominantes nesse ensino (Marcão *et al.*, 2021, p. 19).

O estudo realizado por Machado (2010) revelou que os professores, que atuam nos Anos Iniciais, buscam em cursos de formação continuada, as mudanças que desejam para o ensino da Matemática, ou para os alunos dessa etapa. Segundo essa pesquisadora, é por meio do compartilhamento das dificuldades e situações enfrentadas nas práticas docentes, que é possível a compreensão do conhecimento construído pelo educador. "Por isso, conhecer os sentidos atribuídos aos conteúdos ensinados consiste em revelar as concepções de Educação

Matemática que influenciam e desencadeiam as práticas pedagógicas" (Machado 2010, p. 102). Além disso, anseiam por esses programas que "[...] lhes deem subsídios para suprir essas lacunas e formadores que se coloquem à sua escuta, com propostas que partam de suas necessidades, num diálogo reflexivo com a teoria, e não apenas oferta de modelos prontos de aula (Passos e Nacarato, 2018, p. 120).

Desse modo, a presença da MM nas práticas pedagógicas

> [...] rompe com a ideia do currículo linear, porque a natureza aberta desse ambiente de aprendizagem, no qual não se pode prever o conteúdo a priori, possibilita envolver os alunos no estudo de conteúdos não necessariamente contemplados no nível escolar. Na implementação da modelagem, o professor pode realizá-la de diferentes maneiras nas fases referentes à elaboração da situação problema, simplificação, coleta dos dados qualitativos e quantitativos e resolução do problema (Oliveira, 2010, p. 14).

Neste cenário, considera-se o contexto de formação continuada em MM como um espaço fértil para que seus participantes possam planejar, desenvolver e refletir sobre atividades de MM, aliando teoria e prática, de modo que, ao trabalhar em grupo, possam se desenvolver colaborativamente (Pires *et al.* 2021). Mutti e Klüber (2018) orientam a necessidade de oferecer ao professor que é considerado o protagonista do processo formativo, um contato com a MM mediada pela tomada de consciência de práticas pedagógicas já desenvolvidas em suas salas de aula. É no âmbito dessa formação que professores discutem, refletem e compreendem.

Gomes (2018, p. 172), investigou *"Como professoras dos Anos Iniciais lidam com atividades de Modelagem Matemática em sua prática nas diferentes etapas de formação continuada em um grupo colaborativo?* A partir de três etapas de formação – planejamento, ação e reflexão. Esse ambiente se constituiu como um espaço para que "[...] os professores estivessem em constante reflexão sobre suas práticas". A autora enfatiza ser indispensável a inserção de professores, em particular os polivalentes, em contextos de formação. Essa inserção contribuiu para que as professoras assumissem uma prática pedagógica favorável à implementação da MM em suas aulas. Como resultado, observou se os docentes atribuíram significado[21] a conceitos matemáticos, isso ficou evidenciado nas etapas do modelo de formação em MM proposto.

Vale destacar que planejar é um hábito comum e necessário para os professores de qualquer nível de escolaridade, porém refletir sobre a MM traz novas considerações sobre os conceitos a serem ensinados e o como ensinar matemática nos Anos Iniciais.

[21] Ressalta-se que o uso do termo "significado", por parte da autora, não está relacionado com a TAS, de David Ausubel.

> Quando o professor pensa numa atividade para seus alunos, este precisa ter um planejamento prévio, contendo seus conteúdos, objetivos, metodologia, bem como prever as possíveis dificuldades que os mesmos possam vir a ter. Planejar uma atividade de Modelagem Matemática vai além disso, pois o professor deve prever as hipóteses, as variáveis, bem como a validação do modelo. Esses aspectos tornam este planejamento mais complexo ao ver dos professores dos Anos Iniciais, pois não estão acostumados com esse tipo de planejamento (Nunomura *et al*, 2018. p. 6).

Com relação ao planejamento de atividades de MM a serem desenvolvidas em sala de aula, Nunomura *et al.* (2018) destacaram alguns aspectos que podem ser considerados, tais como: quais conteúdos seriam abordados inicialmente com essa atividade, tendo em vista que, no decorrer do processo outros conteúdos poder surgir (pensar nos conhecimentos dos alunos envolvidos e em como tais conhecimentos podem ser aprofundados, uma vez que os mesmos não estão habituados a realizar este tipo de atividade); os objetivos a serem alcançados; a forma como a atividade será iniciada (pensar nos possíveis conhecimentos dos alunos; iniciar a atividade com uma roda de conversa/discussões sobre o tema de modo a envolver os estudantes desde o início).

Além disso, é necessário considerar se: serão propostas pesquisas sobre o tema; se os alunos serão convidados a apresentar essas pesquisas aos demais alunos da turma; como serão instigadas as reflexões; prever as possíveis dificuldades que poderão ser apresentadas pelos alunos, prever e antecipar hipóteses e variáveis envolvidas, bem como a validação do modelo; pensar no modo a se trabalhar com a turma (adequação à realidade); escolher um tema que seja de interesse dos alunos e que contemple a realidade deles.

Nesse contexto, o planejamento é compreendido como uma ferramenta fundamental, Nunomura *et al.* (2018) afirmam que

> [...] realizar o planejamento antecipando algumas ações que podem ser realizadas, auxilia a proporcionar certa segurança e encorajar o professor a implementar em suas aulas. Entendemos que o planejamento apresentado pode sofrer alterações quando da implementação da atividade em sala de aula e é nosso objetivo compartilhar o encaminhamento e possíveis alterações em trabalhos futuros (Nunomura *et al.*, 2018, p. 11).

Assim, deve-se levar em conta que o planejamento pode ser flexível e adaptado de acordo com a realidade em sala de aula. Nesse viés, no espaço formativo "[...] a conduta pedagógica assumida é constituída da compreensão do "ser professor" do sujeito que vai se moldando desde as suas primeiras experiências ainda como aluno, e que, por vezes, pode influenciar no seu trabalho com a Modelagem Matemática em sala de aula" (Teodoro, 2022, p. 54).

Assim, a forma como o professor concebe sua prática está relacionada à maneira como ele enfrenta os desafios, especialmente quando se trata de desenvolver atividades de MM, segundo Silva (2016)

> Não se pode negar, todavia, que a abordagem dos conteúdos matemáticos depende muito da criatividade, flexibilidade e disposição do professor em atender ou "tentar" responder às questões surgidas durante o processo. Para que a Modelagem aconteça, é necessário que o professor esteja disposto ao novo e que também tenha domínio sobre os conteúdos específicos da Matemática e o pensar próprio desta área de conhecimento. A Modelagem Matemática, em suma, como descrito nos relatos em discussão, descortina novas possibilidades de empreender o ensino de Matemática: aulas menos cansativas, conteúdos não fragmentados, intensa relação escola e vida (Silva, 2016, p. 72)

Com base nas discussões acerca da formação em Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, o espaço formativo desta pesquisa foi planejado de modo a possibilitar que os professores colaboradores vivenciassem a MM em seus aspectos práticos e teóricos, promovendo trocas de experiências, o planejamento de atividades de MM e a ressignificação das práticas pedagógicas, conforme as necessidades do contexto escolar em que atuam.

Por fim, considerando o exposto sobre a MM nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, suas potencialidades para essa etapa de ensino e a relevância da formação de professores em MM, o presente estudo visa ampliar e contribuir com as discussões existentes.

Para isso, propõe-se a oferta de um espaço formativo que possibilite aos professores o conhecimento sobre a MM, de modo a favorecer a incorporação dessa abordagem às práticas pedagógicas desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

3.1.2 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: Concepção assumida

A Modelagem Matemática (MM) na Educação Matemática pode ser caracterizada de diferentes formas (Souza e Luna, 2014). Nesta investigação, a escolha por uma concepção específica fundamenta-se no olhar de Biembengut (2019), que articula o ensino com a pesquisa ao propor a MM nos Anos Iniciais, bem como nas orientações destinadas a educadores e professores que atuam nessa etapa de ensino.

Para trabalhar com crianças dos Anos Iniciais, torna-se necessário direcionar o olhar para suas formas de aprender e interagir. Conforme afirma Biembengut (2019, p. 7), "a criança está sempre se inteirando das coisas no seu conviver. Sua imaginação perpassa os limites da imagem, levando-a a conceber e criar símbolos ou objetos, formar conceitos, dar forma, cor e sentido ao mundo em que vive". É nesse contexto que a criança atribui

significados às coisas e aos objetos, estimulando seu senso criativo, o qual se manifesta em suas ações e experiências cotidianas.

Desse modo, as compreensões da criança sobre o seu entorno são mediadas por suas interações sociais. Nessa dinâmica contínua de reelaboração de conceitos, cada vez mais complexos e refinados, facilitada pela comunicação, o conhecimento se constitui. Nesse processo, a escola assume um papel central, uma vez que é nesse espaço que a criança passa grande parte de seu dia, especialmente ao longo da Educação Básica, que compreende 12 anos de escolarização, dos Anos Iniciais ao final do Ensino Médio (Biembengut, 2019).

Nos Anos Iniciais, o currículo é composto por diferentes disciplinas, organizadas em conjuntos de conteúdos que devem ser ensinados. Assim, a escola configura-se como um ambiente privilegiado para a socialização e para a articulação entre os conhecimentos formais e as experiências do cotidiano infantil. Essa articulação manifesta-se em "[...] muitas atividades realizadas pela criança ao brincar, ao conversar, ao resolver situações-problema que se apresentam em seu dia a dia" (Biembengut, 2019, p. 8).

Dessa forma, os conhecimentos informais da criança, relacionados às Ciências, à Matemática e às Linguagens, derivam de suas experiências diárias e são levados para o ambiente escolar, onde podem ser sistematizados e transformados em conhecimentos científicos. Para que isso ocorra, torna-se necessário adotar métodos de ensino que considerem as concepções que a criança já possui sobre o mundo que a cerca.

Com base nisto, Biembengut (2019) destaca que

> [...] os/as professores/as dos Anos Iniciais precisam atentar-se a essa questão e criar condições para que a criança vivencie o ambiente que a cerca, capacitando-a para fazer associações e transferências que possibilitem a aquisição de mecanismos interpretativos e formadores de conceitos e imagens em sua mente. A aprendizagem matemática nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o 'fazer matemática': experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e, enfim, demonstrar e representar (Biembengut, 2019, p. 9).

Assim, revela-se a importância de um trabalho interdisciplinar nessa etapa escolar, que explore a observação, a experimentação e a descrição de fatos de acordo com as condições geográficas, históricas, sociais, entre outras. Todavia, no contexto escolar, nem sempre as crianças são levadas a refletir e a experimentar. No ensino da Matemática, em particular, "[...] as crianças tendem a aplicar de forma superficial as 'regras' para resolver situações-problema, excluindo seu conhecimento informal" (Biembengut, 2019, p. 10).

Com a expectativa de propiciar o "querer saber" das crianças, Biembengut (2019) aponta que a MM favorece o "ensino com pesquisa". Entretanto, a autora ressalta que essa

pesquisa não se limita a “buscar dados”: essa ação configura apenas a primeira etapa do processo, que se estende por todo o desenvolvimento da atividade. Nesse sentido, enfatiza que “[...] só se aprende a construir, construindo; e sabemos pelo aprender. Se nós, professores, esperamos que nosso ensino ‘conceba’ aprendizagem às crianças, precisamos aprender para ensinar (a cada dia) e, assim, ao ensinar, aquilatamos – ‘saber aprender’” (Biembengut, 2019, p. 11-12).

Desse modo, o trabalho do professor “[...] visa não somente motivar as crianças com contextos diários, mas também criar condições para que elas aprendam a pesquisar e, assim, compreendam melhor o significado do que estão estudando” (Biembengut, 2019, p. 47). Segundo a autora, esse método “[...] é um guia para o/a professor/a ensinar os conteúdos do programa curricular (e não curricular) das Ciências (artísticas, da natureza e sociais), da Matemática e das Linguagens de forma integrada”, considerando que as crianças vivenciam o processo de formação de conceitos e de desenvolvimento do pensamento matemático, necessitando de experiências que façam sentido e se relacionem com aspectos de seu cotidiano.

Para isso, Biembengut (2019) apresenta indicações aos professores para as diversas etapas do trabalho e sugere a escolha de um *tema* “[...] que permita às crianças perpassarem as etapas de uma pesquisa (para chegar a um modelo) e que lhes requeira aprender algum (ou todos) conteúdo(s) do programa curricular” (Biembengut, 2019, p. 47). Assim, o *tema* precisa ser de interesse das crianças, de modo que, por meio dele, possam aprender conceitos matemáticos e não matemáticos de forma integrada e significativa.

Nesse viés o tema “[...] deve levar a crianças a elaborar ou a (re)criar um **modelo físico de escala** (desenho ou *réplica*) e/ou um **modelo físico de analogia** [...]” (Biembengut, 2019, p. 48). O modelo físico de escala “[...] são os que representam objetos reais ou imaginários, diferenciados na escala, no tamanho, mas que preservam proporções, mantêm propriedades e características relevantes” (Biembengut, 2019, p. 64). O modelo físico pode manifestar-se como *desenho* de duas e/ou em três dimensões de uma figura (imagem, mapa), *molde* (roupa, objeto), *projeto de edificação* (casa, quadra, ponte, ambiente), entre outros.

Já o modelo de analogia “[...] são os que compõem um objeto material, um sistema ou mesmo um processo para representar, em um novo meio, outro objeto, sistema ou processo” (Biembengut, 2019, p. 64). O modelo analógico pode ser a *representação gráfica* dos dados como *diagrama* (coluna, barra, setor), gráfico (linha ou curva), entre outros e *maquete* ou *escultura* de algo que conhece ou imagina.

Os modelos matemáticos são entendidos como representações matemáticas que trazem uma compreensão ou apresentam uma resolução para a situação proposta. No entanto, nos Anos Iniciais o foco está, principalmente, nas diferentes manifestações de compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

Em seus estudos, Kant (1995) denominou o processo da "faculdade do conhecimento espontâneo", dividindo-o em três estágios:

> [...] a *apreensão (apprehensio)* do diverso da intuição - que requer intuição; a *compreensão*, isto é, a unidade sintética da consciência desse universo no conceito de um objeto *(apperceptio comprehensiva)* - que requer entendimento; e a exposição (exhibitio) do objeto correspondente a esse conceito de intuição - que requer juízo, julgamento (Biembengut, 2019, p. 15).

A partir dessas denominações de Kant (1995)[22], Biembengut (2019) nomeou e prescreveu as fases da MM como *Percepção e Apreensão*; *Compreensão e Explicitação*; e *Significação e Expressão.* Vale destacar que são etapas não lineares e que se entrelaçam, processo este que envolve as crianças em um "ir e vir" entre as etapas.

Percepção e Apreensão: *Percepção* consiste em um processo complexo de *captação* de informações provenientes do próprio corpo ou do meio circundante. A *Apreensão*, por sua vez, corresponde à primeira descrição elaborada a partir dessas informações captadas, possibilitando a emergência de ideias, reações e tomadas de decisão. Nesse sentido, "a captação é realizada pelos sistemas: visual, auditivo, olfativo, palatal, tatilidade e, ainda, pelos sentidos que permitem a noção de profundidade, de equilíbrio, entre outros" (Biembengut, 2019, p. 16).

Para favorecer essa etapa, podem ser utilizados diferentes recursos, tais como vídeos, documentários, informações disponíveis na internet, visitas, entrevistas com profissionais e familiares, entre outros. O diálogo e a comunicação assumem, portanto, papel fundamental nesse processo. Enquanto a percepção relaciona-se diretamente ao pensamento, a apreensão consiste na elaboração de esboços mentais a partir daquilo que foi percebido.

Nessa perspectiva, o processo torna-se cada vez mais amplo à medida que os sentidos são estimulados. Destacam-se, nesse contexto: o sistema visual, que possibilita o acesso às formas, cores e texturas, bem como a captação do entorno e o delineamento de cenas e ambientes; o sistema auditivo, fonte da interlocução e, especialmente, da linguagem, dos sons e das manifestações; o sistema olfativo, responsável pelo processamento de odores que entram

[22] KANT, I. **Duas introduções à crítica do juízo.** São Paulo: Iluminuras, 1995.

pelas narinas e que podem evocar memórias emocionais intensas; o sistema palatal, relacionado à percepção do sabor e fortemente dependente do olfato; e o sistema tátil, que permite conhecer o meio por meio do contato físico. A percepção e a apreensão mostram-se, assim, essenciais para o ato de conhecer, pois proporcionam uma primeira compreensão do meio que cerca a criança e a motivam a tomar decisões.

O universo infantil na contemporaneidade, marcado pela presença das tecnologias, amplia significativamente as possibilidades de acesso à informação. A rede de comunicação permite que as crianças se inteirem daquilo que desejam conhecer e pelo que se interessam. Diante disso, torna-se imprescindível que os professores considerem os meios tecnológicos como recursos que complementam o ensino (Biembengut, 2019).

Compreensão e Explicitação: é um processo contínuo da mente, como uma forma intuitiva de expressar uma sensação. Nesse viés, nem tudo que foi percebido será compreendido, e algumas percepções serão descartadas. A *compreensão* pode ser considerada a relação entre a percepção e o conhecimento. Por isso, essa é uma etapa que suscita de empenho do professor

> […] consiste em propiciar às crianças entender o tema/assunto, inteirar-se dos dados e das informações disponíveis, aprender sobre os conteúdos do programa curricular em conformidade ao tema-guia e representar, por meio de imagens, símbolos e/ou expressões matemáticas, imagens, os entes ou os artefatos que observam e pelos quais se interessam (Biembengut, 2019, p. 53).

Diante disso, Biembengut (2019, p. 53-54) aponta alguns encaminhamentos que são necessários:

- Organizar com as crianças as informações e/ou os dados em quadro, painel, imagem que lhes propiciem ter noção do conjunto, de um panorama ou de uma cena desses dados;
- Solicitar que elas identifiquem e registrem conceitos, palavras que indicam conhecimentos específicos - como geográfico, histórico, biológico, matemático, entre outros. Nesse momento, inclua alguns também, pois isso auxilia e impulsiona o surgimento de novas ideias pelas crianças.
- Propor que cada criança em seu grupo apresente suas ideias, dificuldades, questões e sugestões sobre o que está sendo tratado, e como resolver e encaminhar as ações.
- Propiciar, em momento oportuno, que elas comuniquem e explicitem suas ideias, seus feitos aos demais grupos.

Desse modo, de acordo com Biembengut (2019), à medida que a mente compreende, busca explicitá-lo, delineando símbolos ou fragmentos de símbolos que podem ou não

tornar-se conscientes. A partir disso, a mente traduz e expressa o que foi aprendido por meio de símbolos e/ou modelos, os quais correspondem às etapas de Significação e Expressão. Esses modelos podem ser internos — modelos mentais que "construímos" no sistema cognitivo — ou externos, como pinturas, desenhos, objetos, entre outros. Ressalta-se que esses modelos não precisam, necessariamente, ser concretos, mas devem possibilitar que outras pessoas se inteirem e compreendam o modelo elaborado.

Nesse sentido, torna-se necessário aguçar o senso criativo das crianças para a resolução de questões e para levá-las à elaboração de representações. Estabelecer a relação entre o contexto ou tema e os conteúdos curriculares, bem como expressar esse modelo por meio das linguagens requeridas, constitui parte fundamental do processo. Sob essa perspectiva, a socialização dos resultados mostra-se essencial, pois possibilita às crianças não apenas a observação dos modelos elaborados pelos demais grupos, mas também o compartilhamento de pensamentos, questionamentos e novas ideias, favorecendo a aprendizagem coletiva, a valorização das produções de cada grupo ou criança e a validação dos modelos construídos.

Nesta fase, Biembengut (2019, p. 55-56) aponta solicitações importantes às crianças:

- Elaborar ou concluir um *modelo físico* do tema/assunto de que estão tratando.
- Observar se o *modelo elaborado* propicia a outra criança identificar nesse modelo o que representa e como ser útil para que/quem.
- Avaliar se é válido ou útil o modelo elaborado.
- Comunicar ou contar aos demais grupos o que realizaram.

Biembengut (2019) orienta que os professores elejam uma proposta a partir de um tema de interesse das crianças, que possibilite o trabalho com conceitos curriculares ao longo da prática, bem como a adaptação desse tema às especificidades do grupo. Sempre que possível, a autora aponta a importância de o professor percorrer previamente o processo requerido antes de propô-lo às crianças, realizando-o como se fosse um estudante. Tal ação permite prever o tempo necessário, bem como avaliar o nível de empenho e o desempenho esperado das crianças.

A autora destaca, ainda, que se aprende a modelar modelando, reconhecendo que a atuação de um ou mais professores contribui significativamente para esse processo. O trabalho em grupo possibilita a discussão dos encaminhamentos e o esclarecimento de dúvidas. Além disso, Biembengut (2019) sugere que, para vivenciar a MM, o professor ou o grupo de professores:

- ❖ identifique, na literatura disponível, propostas de modelagem que façam uso de parte dos conceitos curriculares que se pretende ensinar e que motivem as crianças para a aprendizagem;
- ❖ refaça os modelos ou as propostas como se fosse um estudante dos Anos Iniciais;
- ❖ adapte, inicialmente, um desses modelos ou propostas, seguindo as orientações das etapas, de modo que as crianças se interessem pela atividade e vivenciem o processo de pesquisa;
- ❖ planeje o desenvolvimento do processo, explicitando como, quando e por quanto tempo ocorrerá cada aula, bem como a respectiva etapa: (1ª) apresentação do tema ou assunto; (2ª) levantamento de dados e questões — sendo os dados oferecidos pelo professor ou coletados pelas crianças; (3ª) formulação de questões; (4ª) desenvolvimento dos conteúdos; (5ª) proposição de atividades extraclasse; (6ª) avaliação da aprendizagem; e (7ª) socialização dos modelos elaborados entre as crianças.

Por fim, destaca-se que, de acordo com a autora, aprender para ensinar as crianças a querer saber exige mais do que seguir um livro didático e expor conteúdos, muitas vezes de forma desarticulada de sentido para elas. Esse processo requer conectar experiências, curiosidades e os modos próprios das crianças compreenderem o mundo. Assim, à medida que se insere a MM nos Anos Iniciais, aprende-se "[...] a cada experiência, a cada vivência nesse 'aprender como melhor ensinar' [...]" (Biembengut, 2019, p. 60).

Isso ocorre porque o professor encontra-se em constante processo de formação e, ao se dispor a participar de espaços formativos, aperfeiçoa a reflexão sobre suas vivências em sala de aula, especialmente nessa etapa de ensino. Desse modo, o ensino depende "[...] do compromisso que temos com o ensinar as crianças e, ainda, com a posição de responsabilidade que esse dever nos requer. Um ciclo reflexivo, cujo exercício propicia aprender novas ideias, propostas, contribuindo com o aprimoramento das crianças" (Biembengut, 2019, p. 60).

Nesse viés, a autora considera que "[...] a aprendizagem das crianças e a nossa durante o processo de ensino nos favorecem várias e boas ideias, fazem emergir fontes de inspiração e intenso interesse para levar adiante essa forma de ensinar e aprender" (Biembengut, 2019, p. 61). Com base nessas compreensões, essa concepção foi assumida e discutida no âmbito do espaço formativo, em razão de seu potencial para possibilitar aos professores a articulação entre os temas da vivência das crianças dos Anos Iniciais e os conteúdos curriculares, bem

como por contemplar um olhar atento às particularidades dessa etapa de escolarização, conforme evidenciado nesta seção.

3.2 Aprendizagem Significativa: aspectos gerais da teoria

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) foi proposta pelo psicólogo estadunidense David Paul Ausubel (1918–2008) na década de 1960. Ausubel destacou-se como um dos autores que mais se dedicaram à compreensão dos processos de ensino e aprendizagem, consolidando-se como referência na psicologia educacional. Suas contribuições continuam a influenciar educadores e pesquisadores até os dias atuais.

No contexto contemporâneo, diversas pesquisas apontam a necessidade de promover uma Aprendizagem Significativa (AS); entretanto, nem todas se fundamentam, de fato, na teoria de Ausubel. Nesse sentido, Huf *et al.* (2019) alertam para a necessidade de "[...] cuidados quanto ao emprego da expressão 'aprendizagem significativa' sem um aporte teórico para sustentá-la, uma vez que se refere a uma teoria densa e consistente voltada para o ensino e aprendizagem" (p. 30654).

Sob essa perspectiva, retomam-se os estudos de Ausubel (1968, 1980, 2003), nos quais o autor descreve o processo de Aprendizagem Significativa a partir de uma abordagem construtivista. Tais estudos foram motivados por sua insatisfação ao observar práticas educativas marcadas pela predominância de uma aprendizagem mecânica, caracterizada pela memorização e pela ausência de compreensão. Atualmente, a TAS permanece como objeto de debates e investigações, com pesquisadores empenhados em ampliar e integrar aspectos reflexivos à teoria. Nesse cenário, a TAS mantém sua relevância ao oferecer sólido suporte teórico às práticas educacionais.

Ausubel *et al.* (1980, p. 522) definem Aprendizagem Significativa como "Aquisição de novos significados; pressupõe uma disposição para aprendizagem significativa e uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa (Isto é, uma tarefa que pode ser relacionada de modo não arbitrário e substancial aquilo que o aprendiz já conhece)". Isso significa que o novo conhecimento não deve ser aprendido de forma isolada, mas, integrado aos subsunçores. A conexão entre o novo conhecimento e os subsunçores devem ter significado[23] real e relevância para o aprendiz.

[23] Na seção intitulada "A natureza do significado" definiremos e destacaremos as compreensões de significado segundo a TAS.

A aquisição do conhecimento implica o envolvimento do indivíduo em um processo de aprendizagem mediado pelas experiências vividas, que podem ocorrer em diferentes espaços e momentos ao longo da vida. A aprendizagem configura-se, portanto, como um processo contínuo, iniciado desde o nascimento e que se estende por todas as fases do desenvolvimento humano. Para Ausubel, no processo da Aprendizagem Significativa (AS) ocorre a organização e a integração do material a ser aprendido na **estrutura cognitiva**, entendida como "o conteúdo total de ideias de um indivíduo e sua organização, ou o conteúdo e a organização de suas ideias, em uma determinada área de conhecimento" (Ausubel, 1968, p. 37-38).

Nesse sentido, "[...] a estrutura cognitiva é um conjunto hierárquico de subsunçores dinamicamente inter-relacionados" (Moreira, 2011, p. 19). Segundo o autor, um mesmo conhecimento pode ocupar diferentes posições nessa hierarquia de subsunçores — entendidos como conhecimentos prévios relevantes — ou situar-se em níveis distintos quando relacionado a outros conhecimentos. Isso ocorre porque a hierarquia dos subsunçores não é fixa, mesmo dentro de um mesmo campo de saber, variando de acordo com o contexto e com a área do conhecimento considerada.

Para que a Aprendizagem Significativa ocorra, Ausubel menciona algumas condições[24] fundamentais: a primeira está relacionada com o *material de aprendizagem* que precisa ser potencialmente significativo, ou seja, lógico e psicologicamente relevante; e a segunda, da *predisposição,* e da intencionalidade do aprendiz querer relacionar o novo conhecimento com os *subsunçores* existentes em sua estrutura cognitiva. Ausubel (2003)[25] ressalta que ambas condições devem ocorrer simultaneamente. Caso essas condições não sejam satisfeitas, a aprendizagem tende a ser *mecânica* caracterizada pela memorização sem compreensão.

No Quadro 6, destaca-se a compreensão de Ausubel *et al.* (1980) sobre AS e a *aprendizagem mecânica* acompanhada de um exemplo aplicado ao contexto matemático dos Anos Iniciais para a adição.

[24] Essas condições serão definidas e exemplificadas com maior clareza e ênfase na próxima seção intitulada "Condições para a ocorrência da AS", em que serão apresentadas suas implicações teóricas.
[25] Esta obra é a tradução da publicação mais recente de David Ausubel, originalmente em 2000, intitulada The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View.

Quadro 6 - Compreensões sobre AS e aprendizagem mecânica para o ensino e a aprendizagem da Adição

	Aprendizagem mecânica	**Aprendizagem Significativa**
Definição segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980)	Aquisição de associações arbitrárias literais em situações de aprendizagem nas quais o próprio material de aprendizagem não pode ser relacionado não arbitrariamente ou substantivamente à estrutura cognitiva (isto é, não possui "significado lógico") ou no qual o aprendiz apresenta uma disposição para uma aprendizagem não significativa (p. 521).	Aquisição de novos significados; pressupõe uma disposição para a Aprendizagem Significativa e uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa (isto é, uma tarefa que pode ser relacionada de modo não arbitrário e substancial àquilo que o aprendiz já conhece). Parte do *continuum* aprendizagem mecânica *versus* Aprendizagem Significativa e distinta do *continuum* recepção *versus* descoberta (p. 522).
Exemplo (Adição)	- Memoriza o procedimento de somar sem compreender;	- Compreende a adição como juntar ou somar quantidades, integrando esse conceito à sua estrutura cognitiva;
	- O aprendiz repete que 1+2=3 e não relaciona isso com 2 +1;	- O aprendiz entende que 1+2=3, pode significar juntar um lápis com mais 2, totalizam 3 lápis;
	-Não relaciona o conhecimento com as suas experiências e seu cotidiano;	- Relaciona com os conhecimentos e experiências anteriores (Somar brinquedos, usar os dedos);
	- Apresenta dificuldade de usar a adição fora do contexto treinado;	- É capaz de utilizar e transferir o que aprendeu em novas situações, escrevendo, por exemplo, 1 + 2 como 1 + 1 +1= 3;
	- É algo repetitivo e descontextualizado;	- Demonstra compreensão e aplica isso em seu contexto;
	- O aprendiz tem uma participação passiva, repetindo as informações que captou;	- O aprendiz tem uma participação ativa e reflete, favorecendo a construção de novos significados;

Fonte: Autoria própria.

Para Ausubel, a Aprendizagem Significativa (AS) e a aprendizagem mecânica não constituem uma dicotomia. Entre essas duas formas de aprender existe um contínuo, uma "zona cinzenta", na qual diferentes níveis de compreensão podem ser identificados. Desse modo, não se deve considerar a aprendizagem mecânica como necessariamente negativa, uma vez que uma aprendizagem inicialmente mecânica pode evoluir, ao longo do tempo, para uma AS. No entanto, no processo de ensino, o que se almeja prioritariamente é a AS.

Nesse sentido, Ausubel distingue a AS em três tipos principais, a saber: aprendizagem representacional, conceitual e proposicional, conforme ilustrado no Quadro 7.

Quadro 7 - Diferenciação entre os tipos de AS, com base no conceito matemático de adição

Tipo de AS	Definição segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980)	Característica	Exemplo (Adição)
Representacional	Aprender o significado de um único símbolo ou o que representa; inclui o "nomear" objetos particulares, eventos ou ideias reconhecidas pelo aprendiz (p. 521).	O aprendiz reconhece os símbolos e seus significados.	A criança aprende que o símbolo "+" é usado na adição, ou seja, para somar.
Conceitual	Aprendizagem do significado de um conceito, isto é, a aprendizagem do significado de seus atributos criteriais; inclui a *formação* e a *assimilação* de conceitos (p. 522).	O aprendiz compreende e categoriza ideias.	A criança entende que somar significa juntar partes de um todo.
Proposicional	Aprendizagem do significado de uma nova ideia compósita expressa em forma de sentença; aquisição de um significado *específico* derivado de dois ou mais conceitos, mas constituindo mais do que a soma destes por causa das propriedades "semânticas" da ordem e inflexão de palavras (sintaxe) (p. 521).	O aprendiz compreende proposições que relacionam mais de um conceito.	A criança aprende que se "10 + 5 = 15" então 5 + 10 = 15 e que 15 - 5 = 10 .

Fonte: Autoria própria.

Esses tipos de aprendizagem não são isolados e contribuem, de forma progressiva, para a construção do conhecimento. A aprendizagem *representacional* constitui a base desse processo, sendo dela que dependem os demais tipos, pois possibilita ao aprendiz associar símbolos a significados. A aprendizagem *representacional* está diretamente relacionada à aprendizagem *conceitual*, que ocorre quando o aprendiz associa e organiza essas representações em categorias, segundo atributos, propriedades e características comuns. As aprendizagens *representacional* e *conceitual* configuram-se como pré-requisitos para a aprendizagem *proposicional*, uma vez que permitem ao aprendiz relacionar conceitos e formar proposições mais complexas (Moreira, 2011).

Desse modo, enquanto os tipos de aprendizagem representam a natureza da AS, é igualmente importante compreender de que forma ocorre a interação dos novos conhecimentos com os *subsunçores* existentes na estrutura cognitiva. De maneira análoga à distinção entre os tipos de aprendizagem, Ausubel elenca as formas de AS, indicando que essa interação pode ocorrer de três maneiras, a saber: *subordinada, superordenada e combinatória.* Essas formas encontram-se definidas e exemplificadas no Quadro 8.

Quadro 8 - Compreensões sobre as formas de AS, com base no conceito matemático de adição

Formas de AS	**Definição segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980)**	**Característica**	**Exemplo (Adição)**
Subordinada	Aprender o significado de um novo conceito ou proposição que pode ser subordinado a ideias particulares relevantes, *mais* inclusivas, da estrutura cognitiva; inclui subordinação correlativa e derivativa (p. 522).	O novo conhecimento é incorporado a um conceito existente, ampliando sua compreensão.	O aprendiz percebe que a ação de juntar partes e contar todas, pode ser representada por meio da adição de números.
Superordenada	Aprendizagem do significado de um novo conceito ou proposição que pode abranger ideias relevantes *particulares* e *menos* inclusivas já presentes na estrutura cognitiva (p. 522).	Um novo conceito mais abrangente engloba os conhecimentos prévios.	O aprendiz aprende o conceito geral "operações matemáticas" percebendo que a adição é uma delas, juntamente com a subtração, multiplicação e divisão. O aprendiz aprende a propriedade comutativa da adição (3+ 5 = 5 + 3) e percebe que a ordem dos números não altera o resultado.
Combinatória	Aprendizagem do significado de um novo conceito ou proposição que não pode ser relacionada a nenhuma ideia relevante *particular* na estrutura cognitiva, mas pode ser relacionada com um fundo amplo de um conteúdo *genericamente* relevante na estrutura cognitiva (p. 521).	O novo conhecimento não se encaixa aos conhecimentos prévios, mas pode ser relacionado a ele.	O aprendiz compreende que a operação de subtração é o mesmo que a adição com o oposto do número, 5 - 3 = 2, sendo + (-3).

Fonte: Autoria própria.

Nesse processo, com base nos tipos (representacional, conceitual, proposicional) e formas (subordinada, superordenada, combinatória) de AS, a organização da *estrutura cognitiva,* que é dinâmica, vai sendo continuamente modificada por dois processos principais: *diferenciação progressiva* e *reconciliação integradora*.

O processo de *diferenciação progressiva* ocorre quando o subsunçor existente é modificado ou ampliado a partir de uma nova informação, atribuindo- lhe novos significados (Darroz, 2018). Desse modo, trata-se de um refinamento progressivo do conhecimento. Ausubel (2000) define:

> Processo de assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, resulta na diferenciação progressiva de conceitos ou proposições, no consequente aperfeiçoamento dos significados e numa potencialidade melhorada para se fornecer ancoragens às aprendizagens significativas posteriores (Ausubel, 2000, p. 106).

Por outro lado, o ensino também deve explorar as relações entre as ideias, apontar similaridades e diferenças entre os conceitos, assim como eliminar as discrepâncias. Esse

processo é denominado por Ausubel como *reconciliação integradora*. Ambos processos (diferenciação progressiva e reconciliação integradora) são definidos e exemplificados no Quadro 9.

Quadro 9 - Compreensões sobre diferenciação progressiva e reconciliação integradora com base no conceito matemático de adição

Processos	Definição segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980)	Característica	Exemplo (Adição)
Diferenciação progressiva	Parte do processo da Aprendizagem Significativa, da retenção e da organização que resulta numa elaboração hierárquica ulterior de conceitos ou disposição na estrutura cognitiva do "topo para baixo" (p. 523).	Os novos conhecimentos se tornam mais específicos e detalhados dentro da estrutura cognitiva.	Inicialmente, o aprendiz depara com a adição de números naturais. Expande a adição de números inteiros e racionais; Compreende que a adição faz parte de um grupo "operações matemáticas"; Entende que a adição pode ser aplicada a contagem de dinheiro;
Reconciliação integradora	Parte do processo da Aprendizagem Significativa que resulta na delineação explícita de semelhanças e diferenças entre ideias relacionadas (p. 526).	Os novos conhecimentos ajudam a conectar ou reorganizar os conceitos aprendidos anteriormente, estabelecendo relações entre eles.	Aprende que adicionar um número negativo (5 + (-3) = 2 pode ser interpretado como subtrair. Posteriormente, percebe que adição e subtração são operações complementares; Percebe que a adição e a multiplicação estão relacionadas, pois somar repetidamente equivale a multiplicar.

Fonte: Autoria própria.

Vale destacar que a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integradora* são processos que ocorrem simultaneamente, segundo Masini e Moreira (2008)

> À medida que aprende, o sujeito vai, progressivamente, diferenciando sua estrutura cognitiva, mas, ao mesmo tempo, tem que ir reconciliando diferenças reais ou aparentes e fazendo superordenação. A diferenciação progressiva está mais relacionada à Aprendizagem Significativa subordinada enquanto a reconciliação integradora tem mais a ver com a aprendizagem superordenada. Então, pode-se dizer que a diferenciação é mais comum, mais natural, do que é reconciliação integradora, mas sem esta a primeira não teria sentido, pois os conhecimentos ficariam isolados, compartimentalizados. Em contrapartida, se houvesse apenas a reconciliação integradora os conhecimentos acabariam por constituir um todo indiferenciado. Cabe lembrar que, desde qualquer perspectiva cognitiva, acredita-se que a mente humana tende a trabalhar em equilíbrio e de maneira parcimoniosa, isto é, com pouca sobrecarga cognitiva. Para isso, os dois processos são indispensáveis (Massini, Moreira, 2008, p. 35 - 36).

Em síntese, a *diferenciação progressiva* contribui para o refinamento e o enriquecimento dos conceitos já existentes na *estrutura cognitiva*, promovendo uma compreensão mais detalhada. A *reconciliação integradora*, por sua vez, refere-se ao processo de ajuste ou reorganização dos conhecimentos já existentes quando ocorrem inconsistências

ou contradições entre os novos conhecimentos e aqueles previamente assimilados. Esse processo promove a revisão da estrutura cognitiva e evita o acúmulo de conceitos mal compreendidos.

A Aprendizagem Significativa (AS) caracteriza-se como progressiva; por essa razão, sua identificação não ocorre de forma imediata ou simples. Ela se manifesta quando um mesmo conceito ou proposição é representado de diferentes maneiras, por meio do uso de distintos signos ou de conjuntos de signos equivalentes em termos de significado (Moreira, 1999).

De acordo com Moreira (2012, p. 24), "é necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não. É importante a recursividade, ou seja, permitir que o aprendiz refaça, mais de uma vez, se for o caso, as tarefas de aprendizagem". Nessa perspectiva, torna-se necessário que o aprendiz externalize os significados que está construindo, sendo estimulado a explicar, justificar e argumentar sobre suas respostas. Esse movimento favorece a aprendizagem e possibilita ao professor identificar indícios de AS, por meio da construção de sentidos e da reorganização da estrutura cognitiva.

3.2.1 Condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa

De acordo com Ausubel (2003), a Aprendizagem Significativa (AS) ocorre quando o sujeito é capaz de integrar novas informações aos seus conhecimentos prévios de forma que essas informações façam sentido e sejam relevantes para ele. Esse processo se dá por meio da integração não literal e não arbitrária do novo conhecimento com aspectos relevantes presentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

É importante destacar que não literal significa que a aprendizagem não ocorre exatamente como foi determinada ou imposta, por simples repetição ou memorização, sem espaço para interpretações. Já não arbitrária indica que o novo conhecimento não se relaciona de qualquer forma com qualquer conhecimento prévio, mas interage apenas com aqueles conhecimentos relevantes para a compreensão de determinado conceito. Esses aspectos relevantes são denominados *subsunçores.*

Conforme apontado anteriormente, Ausubel identifica duas condições essenciais para a ocorrência da AS. A primeira está relacionada ao material de aprendizagem, que deve ser potencialmente significativo. A segunda diz respeito ao aprendiz, que precisa ter a predisposição e a intenção de aprender, relacionando os novos conhecimentos aos seus

subsunçores, além de possuir os subsunçores necessários para que a aprendizagem aconteça. No que se refere ao material potencialmente significativo, Moreira (2011) enfatiza que ele não é, por si só, significativo, mas apenas potencialmente significativo. Não existem livros significativos, aulas significativas ou atividades significativas: o significado é atribuído pelo sujeito. É o aprendiz quem confere significado aos materiais de aprendizagem.

Nesse contexto, cabe ao professor planejar o uso de diferentes recursos e materiais, como livros, sons, imagens, cores, animações, simulações, recursos multimídia e aplicativos, de modo a proporcionar um ambiente acolhedor e estimular os alunos a alcançarem suas próprias conclusões, trilhando seus caminhos de aprendizagem de forma autônoma.

Esses materiais se tornam potencialmente significativos quando se mostram relacionáveis aos conhecimentos prévios dos alunos e consegue estabelecer conexões entre eles. Assim, "O material de aprendizagem (livros, aulas, aplicativos, ...) deve ter significado lógico (isto é, seja relacionável de maneira não-arbitrária e não-literal a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante)" (Moreira, 2012, p. 11). No processo de interação com os subsunçores, o significado lógico[26] do material a ser aprendido passa a ter significado psicológico para o aprendiz. Nesta direção, a organização interna desse material precisa ter uma estrutura lógica e conceitual explícita, linguagem, terminologia e vocabulário adaptados e condizentes com a realidade do aprendiz.

Neste viés, independente de quão potencialmente significativo "possa ser o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for, simplesmente, a de memorizá-lo arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos)" (Moreira, 1999, p. 23). De acordo com Moreira (2011) a AS depende de um envolvimento ativo do aprendiz, não apenas em aspectos cognitivos, como também afetivos, motivacionais. Isso influencia diretamente na qualidade das conexões realizadas entre os novos conhecimentos e os *subsunçores.*

Essa *intenção* é uma das condições e é difícil de ser satisfeita, pois ninguém aprende significativamente se não quiser. O aprendiz deve *querer* relacionar os novos conhecimentos, a seus conhecimentos prévios. Dessa forma, o aluno se apropria dos conteúdos que têm significados para si. É isso que significa predisposição para aprender.

> Não se trata exatamente de motivação, ou de gostar da matéria. Por alguma razão, o sujeito que aprende deve se predispor a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia,

[26] Os significados lógicos e psicológicos serão definidos e diferenciados na seção intitulada "A natureza do significado".

> modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos (Moreira, 2012, p.12).

Adicionalmente, a predisposição do aprendiz vai além de uma motivação ou preferência por determinada temática; ela torna-se fundamental, pois favorece e impulsiona o processo da Aprendizagem Significativa (AS). Nesse sentido, é necessário criar situações que estimulem o interesse do aluno em aprender, promovendo sua motivação e disposição para o estudo. Segundo Moreira (2011), à medida que o aprendiz está predisposto a relacionar os novos conhecimentos aos subsunçores, estes se tornam mais elaborados, enriquecidos e estáveis, facilitando a aquisição de novos conhecimentos em um processo contínuo e dinâmico.

Na literatura, os termos *subsunçor* e *conhecimento prévio* são frequentemente utilizados como sinônimos. Contudo, cabe ressaltar que o subsunçor, ou ideia-âncora, exerce um papel específico e fundamental. Moreira (2012, p. 2) define-o como "um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto". Assim, todo subsunçor constitui um conhecimento prévio, mas nem todo conhecimento prévio pode ser considerado um subsunçor. Para Ausubel, o conhecimento prévio só atua como subsunçor se for inclusivo, estável e relevante; conhecimentos prévios desorganizados ou instáveis não exercem essa função mediadora.

Segundo Ausubel, o subsunçor é o conhecimento adquirido pela pessoa por meio de experiências anteriores e não precisa ser necessariamente um conceito; pode ser um fato, uma proposição ou uma ideia que permita ao aprendiz estabelecer conexões significativas entre conhecimentos já existentes e novas informações.

O subsunçor apresenta diferentes níveis de estabilidade cognitiva e pode ser mais ou menos diferenciado, ou seja, mais ou menos elaborado em termos de significados. Contudo, "como o processo é interativo, quando serve de ideia-âncora para um novo conhecimento, ele próprio se modifica, adquirindo novos significados e corroborando significados já existentes" (Moreira, 2011, p. 14).

Entretanto, se um dado conhecimento prévio não servir para a AS de novos conhecimentos, ele não passará pelo processo de elaboração e diferenciação. Pode ocorrer que um subsunçor muito rico e diferenciado — isto é, com significados claros e estáveis — sofra obliteração ao longo do tempo, "encolhendo" no sentido de seus significados se tornarem menos claros. Quando esse conhecimento não é frequentemente utilizado, ocorre a obliteração, um processo natural do funcionamento cognitivo semelhante ao esquecimento.

No contexto da AS, porém, a reaprendizagem é relativamente rápida (Moreira, 2011).

Nesse sentido, surgem algumas questões acerca da origem dos primeiros subsunçores, que se desenvolvem nos primeiros anos de vida do aprendiz. De acordo com Pozo e Crespo (1998), esses subsunçores podem ser classificados em três grandes grupos: **origem sensorial** (relacionada às concepções empíricas, com base em informações obtidas através das interações com o mundo natural); **origem social** (concepções induzidas, relacionada a um conjunto de crenças partilhadas pelo grupo social a que a criança pertence) e **origem analógica** (relacionada a comparação entre domínios distintos do saber).

Nessa direção, de acordo com a compreensão de Masini e Moreira (2008), os primeiros subsunçores são formados através de processos de inferência, abstração, discriminação, descoberta e representação. Esses processos ocorrem em sucessivos encontros do sujeito com instâncias de objetos, eventos e conceitos.

> Além de conceitos, a criança, nos primeiros anos de vida, na fase pré-escolar, vai formando também modelos causais de estados de coisas do mundo e outros construtos mentais. No início, ela depende muito da experiência concreta com exemplos de objetos e eventos, bem como da mediação de adultos (Moreira, 2012, p. 10).

No entanto, cada indivíduo apresenta subsunçores diferenciados. Dessa forma, um mesmo conhecimento pode gerar Aprendizagem Significativa (AS) para uma pessoa e aprendizagem mecânica para outra. Nesse sentido, “aprender um novo conceito depende das propriedades existentes na estrutura cognitiva, do nível de desenvolvimento do aprendiz, de sua habilidade intelectual, bem como da natureza do conceito em si e do modo como é apresentado” (Moreira; Masini, 1982, p. 31).

Na formação de conceitos, é necessário expor o aprendiz a diferentes estímulos e proporcionar múltiplas situações envolvendo o mesmo conceito. Nesse processo, a linguagem exerce um papel facilitador, uma vez que possibilita a comunicação cognitiva interpessoal. Na maioria das vezes, é por meio do relacionamento interpessoal que ocorre a aprendizagem. Portanto, no contexto educacional, torna-se fundamental identificar previamente a existência desses conhecimentos nos alunos, a fim de orientar o planejamento e a mediação didática.

> Desvendar o que o aluno "já sabe" é mais do que localizar as representações, os conceitos e as ideias disponíveis em sua estrutura cognitiva. Requer consideração à totalidade do ser cultural/social em suas manifestações e linguagens, corporais, afetivas, cognitivas. Envolve a compreensão de que o aprender ocorre em cada um na sua individualidade, imbricado nas relações: do ser que aprende com o objeto do conhecimento, em cada situação específica; do aprendiz com o professor em um contexto cultural e social; daquele que aprende com seus pares (Masini; Moreira, 2008, p. 65-66).

Esse enfoque implica a consciência do professor sobre o processo relacional no qual ele próprio está inserido, atuando como participante do mesmo contexto cultural e social em que ocorre o ensino, imerso nos mesmos valores, linguagem e conceitos de seus alunos.

De acordo com Ausubel, para a ocorrência de uma Aprendizagem Significativa (AS) é necessário seguir alguns princípios: tomar como base os conhecimentos prévios; planejar materiais e atividades que despertem o interesse do aluno; proporcionar um ambiente acolhedor, no qual o estudante sinta confiança no professor; propor atividades que favoreçam a interação entre os alunos, permitindo que opinem, troquem ideias e debatam; explicar conceitos por meio de exemplos; direcionar o processo cognitivo da aprendizagem; e organizar as atividades de modo que a aprendizagem seja situada no contexto sociocultural.

Nesse sentido, "a facilitação da aprendizagem significativa depende muito mais de uma nova postura docente, de uma nova diretriz escolar, do que de novas metodologias, mesmo as modernas tecnologias de informação e comunicação" (Moreira, 2012, p. 26).

Com o intuito de contribuir para as pesquisas já desenvolvidas, alinhando-as às práticas de ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em favor de uma Aprendizagem Significativa, o capítulo intitulado *"As condições para a ocorrência da aprendizagem significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental"* utilizou a Análise Textual Discursiva como método para buscar novas compreensões sobre as condições que favorecem a ocorrência da AS de conceitos matemáticos.

3.2.2 A natureza do significado

Os novos significados são produtos interativos de um processo de AS, no qual as novas ideias se relacionam e interagem com ideias relevantes da estrutura cognitiva existente (Ausubel, 2003). Em outras palavras, o significado é definido por Ausubel *et al.* (1980, p. 526) como

> Conteúdo da consciência diferenciado e agudamente articulado que se desenvolve como um produto da aprendizagem simbólica e significativa ou que pode ser evocado por um símbolo ou grupo de símbolos depois que estes foram relacionados não arbitrariamente e substantivamente à estrutura cognitiva.

Este significado, como produto da AS, é o sinônimo ao que os autores denominam *significado psicológico*, "conteúdo cognitivo idiossincrático diferenciado evocado por um dado símbolo ou grupo de símbolos num determinado aprendiz [...]" (Ausubel *et al.*, 1980, p.

526). Em síntese, trata-se daquilo que o aprendiz realmente compreende e assimila, ou seja, é o produto final da AS. Todavia, para que um conteúdo logicamente significativo se torne psicologicamente significativo, ele precisa se conectar com os conhecimentos prévios do aprendiz, ou seja, que haja ancoragem na estrutura cognitiva do indivíduo.

De acordo com Silva (2018), o significado psicológico reflete as qualidades únicas da estrutura de conhecimentos do aprendiz e pode, ainda, receber duas classificações: um significado pode ser conotativo ou denotativo. De acordo com Ausubel (1978, p. 50-51, *apud* Moreira, 2006, p. 20)

> Naturalmente, embora o significado psicológico seja sempre idiossincrático, isto não exclui a existência de significados sociais ou significados denotativos os quais são compartilhados por diferentes indivíduos. Os significados individuais, que diferentes membros de uma certa cultura possuem para diferentes conceitos e proposições, são, em geral, suficientemente similares para permitir a compreensão e a comunicação interpessoal.

Portanto, sob essa perspectiva, o conceito de significado não se limita à compreensão isolada de palavras ou símbolos, envolve um processo ativo de construção do conhecimento. O significado emergente permite não apenas a assimilação de novos conteúdos, mas também a organização, diferenciação e ampliação da estrutura cognitiva. Nessa seção, busca-se esclarecer o que Ausubel compreende por “significado”, com intuito de contribuir com a discussão teórica.

Para exemplificar, o Quadro 10 mostra como um determinado conceito, em particular o conceito de multiplicação, pode ser compreendido de diferentes formas, dependendo do contexto e da estrutura cognitiva de cada aprendiz.

Quadro 10 - Diferenciação dos tipos de significados segundo os pressupostos da AS, com base no conceito matemático de Multiplicação

Tipo de significado	Definição segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980)	Característica	Exemplo (Multiplicação)
Lógico	[...] depende somente da "natureza do material". "Refere-se ao significado daquilo que é inerente a certos tipos de material simbólico, devido à natureza desse material" (p. 41).	Está relacionado à estrutura formal e objetiva do próprio material de aprendizagem.	É a operação que faz corresponder aos números m, n ∈ N o produto m.n. Em que m e n são fatores e o resultado da multiplicação é denominado produto. Sendo m x n = n + n+ ...+n , operado m vezes. Admitindo as propriedades como a comutatividade e a distributividade.
Psicológico	Em contraste com o significado *lógico,* o conteúdo cognitivo idiossincrásico diferenciado evocado por um dado símbolo ou grupo de símbolos num determinado aprendiz, [...] isto é, um produto da aprendizagem significativa (p. 526)	Refere-se ao que o aprendiz realmente compreende e interpreta e relaciona com seus conhecimentos prévios.	O aluno compreende a multiplicação e relaciona o conceito com situações presentes em seu cotidiano, como calcular a quantidade de lápis necessária para distribuir 2 lápis para cada um dos 23 alunos da turma. Para distribuir 2 lápis para cada aluno da turma, o aluno percebe que precisa multiplicar o número de alunos da turma por 2, a fim de saber quantos lápis serão necessários nessa tarefa.
Denotativo	"Atributos criteriais distintivos evocados pelo nome de um conceito distinto das reações atitudinais ou afetivas correlacionadas que elicia" (p. 526).	Definição objetiva e literal.	É uma operação matemática que representa a adição sucessiva de um mesmo número. Esse é um significado objetivo e compartilhado do conceito para o termo "tabuada".
Conotativo	"Reações atitudinais idiossincráticas e afetivas eliciadas pelo nome de um conceito" (p. 526)	Interpretações subjetivas e contextuais.	Para uma criança na escola, multiplicação pode significar descobrir quanto de dinheiro ela gastará para comprar 3 chocolates que custam 5 reais, por exemplo. Para outra criança que auxilia na organização da sala de aula, multiplicar pode significar descobrir quantas cadeiras é preciso para formar 5 filas com 6 cadeiras cada. Esse significado pode variar conforme as experiências pessoais de cada aluno.

Fonte: Autoria própria.

De modo geral, um conceito pode apresentar **significado lógico** e **significado denotativo**, os quais derivam dos materiais de aprendizagem e do contexto em que estão inseridos. No entanto, para que esse conceito seja aprendido de forma significativa, ele precisa tornar-se potencialmente significativo para o aprendiz, criando a possibilidade de transformar o significado *lógico* em *psicológico.* Esse processo depende tanto do potencial de aprendizagem do aluno quanto da atribuição de significados *conotativos*, construídos a partir de sua experiência pessoal, tornando-se, assim, idiossincrático. Ainda que diferentes sujeitos

aprendam um mesmo conteúdo e compartilhem significados comuns, cada indivíduo desenvolve interpretações próprias sobre aspectos desse material, expressando opiniões e sentidos pessoais.

Nesse sentido, Masini e Moreira (2008) ressaltam a importância do diálogo constante e da mediação do professor para a negociação de significados, de modo a levar o aprendiz a expor os significados *denotativos* e *conotativos* que construiu. Dessa forma, o professor toma conhecimento dessas interpretações e realiza intervenções quando necessário algum ajuste de compreensão.

Desse modo, a distinção entre os significados *denotativos e conotativos* evidencia que o mesmo conceito pode ter interpretações objetivas e subjetivas. A "articulação" entre eles possibilita que o aprendiz relacione o significado convencional e socialmente aceito com suas interpretações pessoais, promovendo uma compreensão mais ampla, contextualizada e significativa. Essa "articulação" é essencial para que o aluno vá além da mera reprodução mecânica, favorecendo uma aprendizagem duradoura, capaz de subsidiar a resolução de problemas e a aplicação do conhecimento em situações cotidianas.

Nesse sentido, "Ausubel afirma que a aquisição de conceitos resulta de uma experiência consciente, diferenciada e idiossincrática. A aquisição de conceitos é fruto da psicodinâmica dos aspectos conotativos e denotativos." (Moreira; Masini, 1982, p. 29). Para esses autores

> Considerar apenas o significado denotativo pode incorrer no risco de se deixar de lado um dos pontos fundamentais que sustentam a teoria ausubeliana de aprendizagem significativa, isto é, que os conceitos resultam de uma experiência e são produtos "fenomenológicos". Isso subentende um indivíduo ativo numa situação, num processo de elaboração pessoal. Experiência e elaboração pessoal envolvem cognição e conotação, isto é, os aspectos denotativos e conotativos. Lidar, pois, apenas com o aspecto denotativo é desconsiderar a experiência individual, pondo em questão a possibilidade de realizar-se a aprendizagem significativa (Moreira; Masini, 1982, p. 39-40).

Nessa dinâmica, Ausubel distingue a Aprendizagem Significativa (AS) em três tipos: representacional, conceitual e proposicional. A aprendizagem representacional é a mais básica, servindo de base para as demais, correspondendo à "aprendizagem do que as palavras ou símbolos representam". A aprendizagem conceitual envolve a generalização de significados; o sujeito percebe regularidades em eventos ou objetos, passa a representá-los e constrói categorias mentais. Já a aprendizagem proposicional implica atribuir significado a novas ideias expressas na forma de proposições.

Desse modo, cada tipo de AS (representacional, conceitual e proposicional) contribui para a construção do significado psicológico — aqui entendido como a articulação entre o significado denotativo e o conotativo — produto final da AS, resultante da interação dos novos conhecimentos com os subsunçores. Sempre que ocorre AS, há construção de significado psicológico. Embora existam esses três tipos, o que permanece em comum é a atribuição de sentido pessoal e relacional por parte do aprendiz.

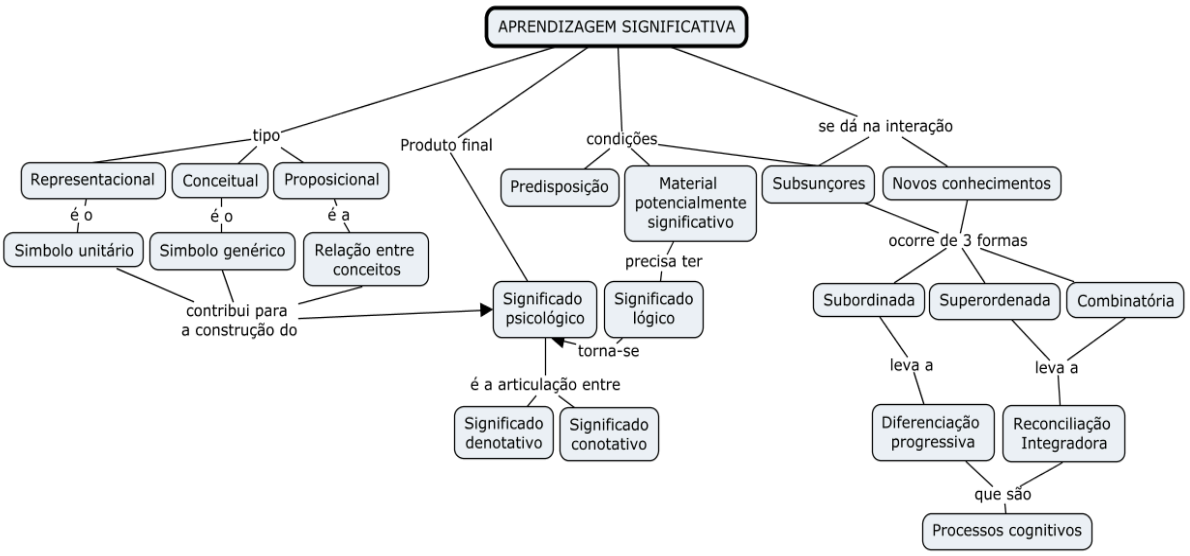
> Nesse caso, entretanto, a tarefa da aprendizagem, ou uma proposição potencialmente significativa, consiste em uma ideia composta expressa verbalmente numa sentença contendo tanto um sentido denotativo como um conotativo e as funções sintáticas e relações entre palavras. O conteúdo cognitivo diferenciado resultante do processo de aprendizagem significativa, e constituindo seu significado, é um produto interacional da maneira particular pela qual o conteúdo da nova proposição é relacionado ao conteúdo de ideias relevantes estabelecidas na estrutura cognitiva (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 48).

A relação em questão pode ser subordinada, superordenada ou uma combinação das duas. Na subordinada, a nova informação liga-se ou apoia-se em aspectos relevantes da estrutura cognitiva. A aprendizagem superordenada envolve "[...] processos de abstração, indução, síntese, que levam a novos conhecimentos que possam subordinar aqueles que lhe deram origem". Por fim, a aprendizagem combinatória caracteriza-se na"[...] atribuição de significados a um novo conhecimento implica interação com vários outros conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, mas não é nem mais inclusiva nem mais específica do que os conhecimentos originais" (Moreira, 2011, p. 39).

> Na aprendizagem subordinada, a ocorrência do processo de subsunção conduz à diferenciação progressiva do conceito ou proposição subsunçora. Na aprendizagem superordenada e combinatória, à medida que novas informações são adquiridas, elementos já existentes na estrutura cognitiva podem ser percebidos como relacionados e ser reorganizados adquirindo novos significados. Esta recombinação de elementos existentes na estrutura cognitiva é conhecida como reconciliação integrativa (Moreira; Massini, 1982, p. 97).

Essas compreensões sobre a TAS são sintetizadas no Mapa Conceitual, na figura 2.

Figura 2 - Mapa Conceitual sobre a TAS



Fonte: Autoria própria.

O Mapa Conceitual elaborado contempla e organiza, de forma visual, as interligações entre os conceitos centrais da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), oferecendo subsídios para a investigação da AS na presente pesquisa. Vale destacar que, na sessão seguinte, serão fundamentadas a importância e as recomendações para o uso de Mapas Conceituais, o que facilitará sua compreensão.

3.2.3 Mapas Conceituais

Os Mapas Conceituais (MCs) constituem uma técnica desenvolvida na década de 1970 por Joseph Novak e seus colaboradores, na Universidade de Cornell, nos Estados Unidos. Vale destacar que "[...] toda a pesquisa de Joseph Novak se baseou na TAS de David Ausubel, sendo importante salientar que Ausubel nunca falou em MCs" (Santos et al., 2021, p. 13).

Para aprender a elaborar um mapa conceitual, "[...] é importante começar com uma área de conhecimento que seja bastante familiar para a pessoa que pretende elaborá-lo". Nesse sentido, a estrutura do mapa depende do contexto em que será utilizada. É essencial identificar o que se deseja compreender, pois isso "[...] cria um contexto que ajudará a determinar a estrutura hierárquica do mapa conceitual" (Novak; Cañas, 2010, p. 16). Segundo esses autores, para elaborá-los não é necessário se preocupar com "começo, meio e fim", já que o Mapa Conceitual é estrutural, e não sequencial. O mapa deve refletir a estrutura conceitual hierárquica do indivíduo que o está elaborando.

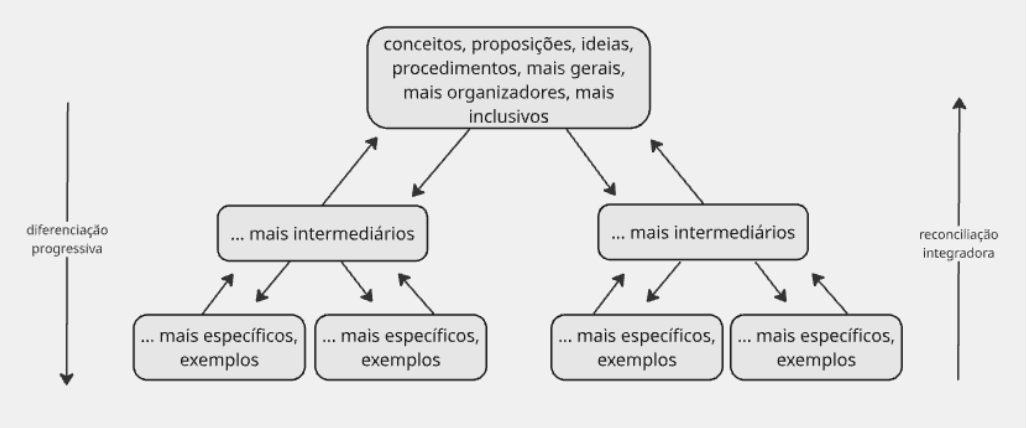
Novak e Cañas (2010) destacam que uma característica fundamental dos Mapas Conceituais é a presença de ligações cruzadas, que representam conexões entre conceitos de diferentes segmentos. Essas ligações permitem visualizar inter-relações entre conceitos de distintos domínios do conhecimento. Nesse sentido, "A utilização de mapas conceituais é uma técnica flexível para situações e finalidades diferentes, podendo ser usada para uma aula, uma unidade de estudo, um curso ou para o desenvolvimento de todo o programa educacional" (Junior, 2013, p. 444).

Neste trabalho, os Mapas Conceituais produzidos seguem um modelo hierárquico, no qual os conceitos mais inclusivos estão no topo, enquanto conceitos específicos ou menos abrangentes situam-se na base. Buscou-se deixar claro quais conceitos eram mais gerais e quais eram secundários ou específicos. Os conceitos estão conectados por linhas que indicam relações identificadas pelas autoras, e toda a elaboração visa evidenciar os processos de *diferenciação progressiva* e *reconciliação integradora*, conforme sugerido por Junior (2013).

> Em sua forma gráfica, os mapas conceituais correspondem a diagramas hierárquicos que mostram a organização e correspondência entre conceitos, que são apresentados por uma diferenciação progressiva (desdobramento de um conceito em outros que estão contidos) ou por uma reconciliação integrativa (relação de um conceito com outro aparentemente diferente). Ao dispor sob a forma gráfica de um mapa conceitual os conceitos conhecidos, relacionando esta noção inicial com outras também já conhecidas, estabelecendo uma hierarquia e/ou determinando propriedades [...] (Junior, 2013, p. 443-444).

Moreira (2011) ao destacar e explicar sobre os Mapas Conceituais, enfatiza que a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integradora* são processos interdependentes e simultâneos tanto na dinâmica da estrutura cognitiva como no ensino. Para exemplificar, o autor utiliza a figura 3.

Figura 3 - Diagrama indicando a diferenciação progressiva e reconciliação integradora



Fonte: Adaptado de Moreira (2011, p. 44).

Com base nisso, destaca-se que um Mapa Conceitual deve ser sempre visto como *"um mapa conceitual"*, e não como *"o mapa conceitual"* de um determinado conjunto de conceitos. Ou seja, qualquer mapa conceitual deve ser entendido apenas como uma das possíveis representações de certa estrutura conceitual (Moreira, 2006, p. 10). Segundo esse autor, não existem regras gerais fixas para a elaboração de mapas de conceitos. O mais importante é que o mapa funcione como um instrumento capaz de evidenciar os significados atribuídos aos conceitos e as relações estabelecidas entre eles no contexto de um determinado corpo de conhecimentos. Cada Mapa Conceitual é subjetivo, e essa subjetividade se manifesta nas relações formadas por meio da elaboração das proposições e na hierarquização dos conceitos.

Os conceitos (presentes nas caixas) aliados às palavras-chave (dispostas sobre as linhas) formam uma proposição, que evidencia o significado da relação conceitual. Assim, o uso de palavras-chave conectando conceitos é relevante, mas não os torna autoexplicativos. Portanto, os Mapas Conceituais devem ser explicados por quem os elaborou, permitindo que o indivíduo externalize os significados que captou. Apesar de haver outras formas de externalização de significados, os mapas são particularmente adequados para essa finalidade.

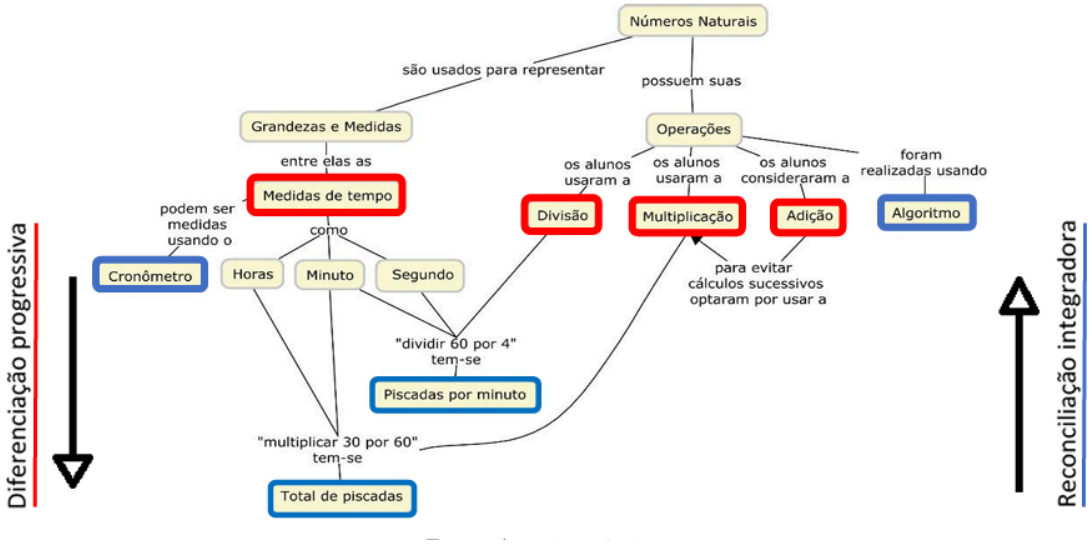
Com base nos fundamentos da TAS, Triguero (2022) elaborou Mapas Conceituais para sintetizar as ações de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental durante o desenvolvimento das quatro atividades propostas em sua dissertação. A seguir, descreve-se como esse processo foi conduzido, por meio da exemplificação de uma das estratégias utilizadas em uma atividade de MM. Essa atividade foi norteada pelas seguintes questões: *Quantas vezes piscamos em uma hora quando estamos ao ar livre? Quantas vezes piscamos em uma hora quando estamos em frente ao celular, computador ou televisão?* A partir dessa problemática, os alunos

desenvolveram quatro estratégias matemáticas distintas. Em particular, a estratégia 4 foi desenvolvida da seguinte forma.

> Os alunos A2 e A8 consideraram uma piscada a cada 4 segundos (A8 apontou que teve acesso a essa informação assistindo televisão). Como 1 minuto tem 60 segundos, realizaram a divisão de 60 segundos por 4 segundos e encontraram que piscamos 15 vezes em um minuto. Realizaram a multiplicação de 15 piscadas por 60 minutos, concluindo que em uma hora piscamos 900 vezes quando estamos na frente dos computadores. Para descobrir quanto piscamos em uma hora ao ar livre, os alunos consideraram 30 piscadas a cada 1 minuto, fez 30 piscadas vezes 60 minutos, concluindo que, em uma hora, piscamos 1800 vezes ao ar livre. E, por fim, compararam os resultados encontrados. Concluíram que: Quando não estamos em frente ao computador ou celular, piscamos 2 vezes mais, ou seja, o dobro de vezes (Triguero, 2022, p. 61).

Com base nessa resolução, trouxemos na figura 4 o Mapa Conceitual que foi elaborado pela pesquisadora que corresponde a essa estratégia 4, que os alunos usaram a divisão para descobrir quantas vezes piscavam em um minuto e, posteriormente, usaram a multiplicação para encontrar o valor que corresponde a uma hora.

Figura 4 - Mapa Conceitual que corresponde à estratégia 4



Fonte: Triguero (2022, p. 69).

Nesse sentido, Triguero (2022), por meio do Mapa Conceitual, e com base nos cálculos, bem como nas justificativas presentes nos registros escritos dos alunos, buscou parâmetros para analisar os processos da compreensão dos conceitos envolvidos nesta atividade. Assim, destacou os indícios que correspondem aos processos de *diferenciação progressiva* e *reconciliação integradora*, conforme o Quadro 11.

Quadro 11 - Elaborado por Triguero (2022) para evidenciar as diferenciações e reconciliações observadas na estratégia 4

Processos	Falas ou ações dos alunos durante a atividade	Indícios da ocorrência dos processos
Diferenciação Progressiva	A8: se usar adição vai dar muitos cálculos é melhor fazer usando multiplicação, porque se em 1 minuto pisca 30 vezes fazendo 30 vezes 60 encontramos a quantidade que piscamos em uma hora.	Diferenciação entre a adição e a multiplicação no contexto da atividade.
	60 segundos correspondem a 1 minuto. 60 minutos correspondem a 1 hora.	Diferenciação para as Medidas de Tempo.
	Usou o algoritmo da divisão e da multiplicação para resolver a situação proposta.	Diferenciação para os conceitos de divisão e multiplicação.
Reconciliação integradora	Consideraram informações que assistiram na televisão, além disso, usaram o cronômetro para medir quantas vezes piscamos em 1 minuto e a busca por informações na internet, comparando os resultados encontrados.	Para resolver a situação, seria preciso considerar dados reais.
	A multiplicação é a soma de parcelas iguais.	A adição e a multiplicação são operações distintas, porém possuem algumas semelhanças.
	Os alunos converteram minutos em hora usando a Multiplicação.	Relação entre conceitos envolvidos na atividade.
Diferenciação e reconciliação	Uso do algoritmo usual da multiplicação.	Fez a multiplicação pela unidade e a multiplicação pela dezena e encontrou o produto final. Para usar o algoritmo da multiplicação, o aluno precisa ter adição como subsunçor.
	Uso do algoritmo usual da divisão.	Usou a divisão das dezenas e das unidades. No algoritmo usamos intrinsecamente a subtração e a multiplicação.
	Quando não estamos na frente do computador ou celular, piscamos 2 vezes mais, ou seja, o dobro de vezes.	Além de diferenciar o que ocorre quando estamos ao ar livre e na frente dos dispositivos, os alunos compararam os resultados encontrados.
	A2: Se em 1 minuto tem 60 segundos e piscamos 1 vez a cada 4 segundos precisamos dividir 60 por 4 para descobrir quanto piscamos em 1 minuto.	Diferenciação entre as Medidas de Tempo e Reconciliação entre esse conceito e a divisão.

Fonte: Triguero (2022, p. 69-70).

O objetivo desta pesquisa de mestrado foi analisar as articulações entre os significados denotativos e conotativos mobilizados pelas crianças ao longo das atividades propostas. Devido à complexidade e à dificuldade de descrever a ocorrência dessas articulações, a pesquisadora recorreu à identificação da ocorrência de *diferenciação progressiva* e de *reconciliação integradora*, entendidas como processos que se dão na estrutura cognitiva de cada criança. Essas inferências foram construídas e observadas por meio da análise dos Mapas Conceituais, elaborados pela própria pesquisadora, os quais permitiram interpretar as ações

dos alunos durante o desenvolvimento das quatro atividades aplicadas aos estudantes do 5º ano (Triguero, 2022).

Com base nessas discussões, e com o intuito de alcançar o objetivo proposto nesta pesquisa de doutorado, a sintetização dos conceitos matemáticos que emergirem como propostas de ensino nas estratégias desenvolvidas pelos professores no espaço formativo será realizada por meio de Mapas Conceituais. Esses mapas servirão para delinear as relações entre os conceitos matemáticos utilizados em cada resolução. Para tanto, serão adotadas as orientações de Novak para a elaboração de Mapas Conceituais, tomando como referência o exemplo de elaboração realizado por Triguero (2022), apresentado anteriormente.

3.3 As condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa em práticas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Considerando o objetivo da pesquisa, delineou-se a seguinte interrogação para essa revisão sistemática: *O que revelam as pesquisas, que relatam práticas pedagógicas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, sobre as condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa*?

Para tanto, foi realizada uma revisão sistemática seguindo as orientações de Mendes e Pereira (2020), definida como um processo rigoroso e estruturado de coletar, analisar e sintetizar evidências de pesquisas já desenvolvidas, com o objetivo de responder questões de pesquisas específicas. Neste processo, "cinco etapas que se constituem como comuns a este tipo de pesquisa, a saber: objetivo e pergunta; busca dos trabalhos; seleção dos estudos; análise das produções; apresentação da revisão sistemática" (Mendes; Pereira, 2020, p. 196).

Tomou-se à *pergunta* central, presente no início desta seção, para identificar pesquisas realizadas no âmbito do ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo a TAS. Para a *busca dos trabalhos*, delimitamos as pesquisas Nacionais e Internacionais, em Português e Inglês considerando palavras-chave somente nestes idiomas. A dimensão temporal corresponde aos últimos 20 anos[27] e, para tanto, foram consideradas as seguintes plataformas: Biblioteca digital de teses e dissertações, teses e dissertações da CAPES, Web of science e Scopus. Estas foram selecionadas por apresentarem um grande alcance para teses, dissertações e artigos científicos.

[27] As pesquisas consideradas correspondem ao período de 2003 à 2023, a busca foi realizada no primeiro semestre de 2024.

Para a extração do material, todo o processo foi realizado de forma manual fazendo o *download* dos arquivos. Os resultados obtidos em relação a cada conjunto de palavras-chave utilizadas, foram apresentados no Quadro 12.

Quadro 12 - Estratégias de busca e palavras-chave utilizadas nas bases de dados

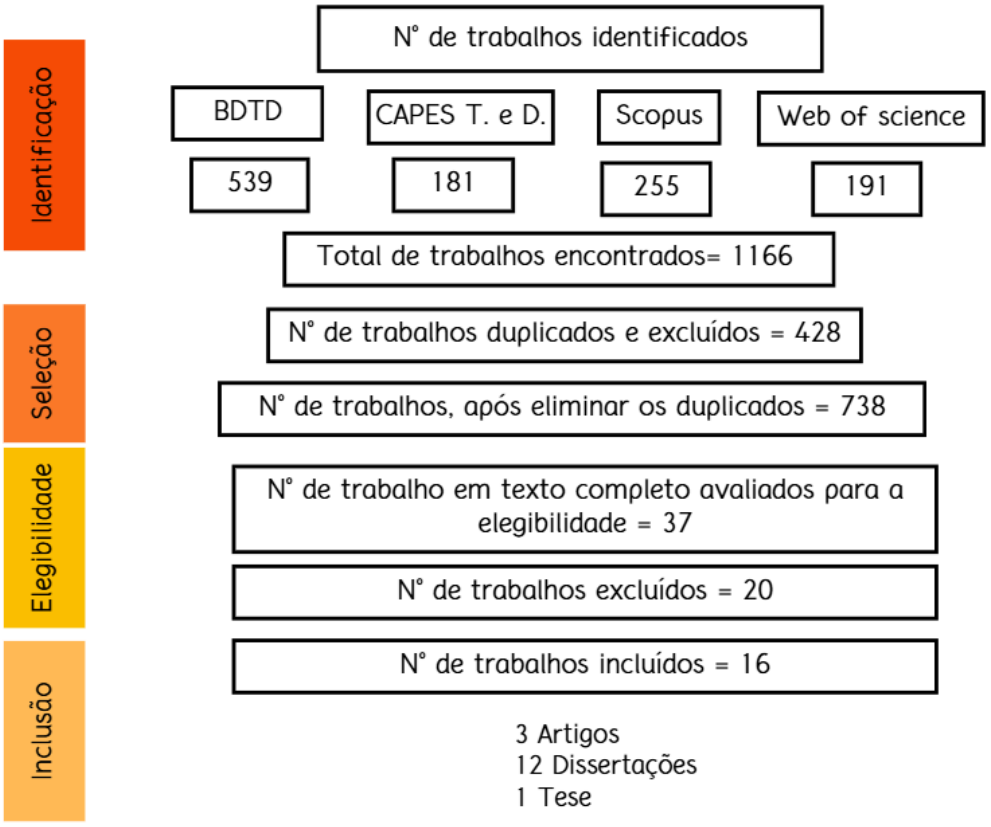
Especificações	**Palavras-chave**	**BDTD**	**T&D**
Pesquisa no título, resumo e palavras-chave, com limite temporal de 20 anos.	“Teoria da Aprendizagem Significativa” AND “Matemática” AND “Anos Iniciais”	18	28
	“Ausubel” AND “Matemática” AND “Anos Iniciais”	20	11
	“Aprendizagem Significativa” AND “Matemática” AND “Anos Iniciais”	49	108
	“ Teoria da Aprendizagem Significativa” AND “Matemática” AND “Ensino Fundamental I”	90	08
	“Ausubel” AND “Matemática” AND “Ensino Fundamental I”	105	02
	“Aprendizagem Significativa” AND “Matemática” AND “Ensino Fundamental I”	257	24
	Palavras-chave	**Scopus**	**Web of science**
Pesquisa no título, resumo e palavras-chave, com limite temporal de 20 anos.	“Meaningful learning theory” AND “Mathematics”	5	5
	“Meaningful learning” AND “Mathematics”	226	173
	“Mathematics” AND “Ausubel”	08	6
	“Meaningful learning” AND “Mathematics” AND “Early years”	03	1
	“Meaningful learning” AND “Mathematics” AND “Elementary school”	13	6

Fonte: Autoria própria.

A busca inicial resultou em um total de 1.166 registros. Após a mesclagem das produções e a eliminação de duplicatas, contabilizou-se um total de 738 trabalhos únicos. Para a seleção dos estudos, procedeu-se à leitura do título, das palavras-chave e do resumo, considerando como *critérios de inclusão* apenas os trabalhos referentes ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais que mencionassem explicitamente o termo “Aprendizagem Significativa (AS)”. Foram excluídos os trabalhos que: citavam o termo AS, mas não se referiam à Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel; não eram desenvolvidos nos Anos Iniciais; ou pertenciam a áreas de conhecimento diferentes da Matemática.

A partir desses critérios, 37 trabalhos foram selecionados para leitura integral, abrangendo contextos escolares, revisões sistemáticas e estudos voltados à formação de professores. Após análise detalhada, 20 desses trabalhos foram excluídos, resultando em 16 estudos que foram considerados para a análise final, conforme indicado na Figura 5.

Figura 5 - Fluxograma do trabalho de seleção dos trabalhos analisados



Fonte: Autoria Própria.

Dos 16 trabalhos incluídos na etapa final da revisão sistemática, 3 eram artigos, 12 dissertações e 1 tese. Quanto ao foco temático, os estudos se dividiram da seguinte forma: 2 sobre formação inicial de professores, 5 sobre formação continuada, 2 sobre análise de práticas docentes, 4 sobre práticas em sala de aula, 2 de caráter teórico e 1 revisão sistemática.

Considerando o objetivo desta revisão sistemática, foram selecionados apenas os trabalhos que retratam efetivamente práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula nos Anos Iniciais, voltadas à promoção da Aprendizagem Significativa de conceitos matemáticos. Com base nesse critério, 4 dissertações nacionais foram escolhidas para compor o corpus da

pesquisa. As pesquisas internacionais identificadas não foram incluídas na análise, pois se tratavam predominantemente de estudos teóricos, com reflexões sobre práticas docentes e formação de professores, não apresentando detalhamento das atividades em sala de aula nos Anos Iniciais.

O Quadro 13 apresenta as dissertações selecionadas que compõem o corpus final, indicando os respectivos títulos, autores, ano de publicação e o código pelo qual cada trabalho será referenciado ao longo do texto.

Quadro 13 - Lista das dissertações selecionadas a partir dos critérios de inclusão

Título da dissertação	Autor/Ano	Código	Universidade
Desafios na criação e aplicação de uma sequência didática: uma introdução ao ensino de estatística nos Anos Iniciais	Rosa (2017)	D.2017	Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ.
Uma sequência didática com materiais manipulativos no ensino da matemática para alunos surdos no Ensino Fundamental fase I	Colaço (2018)	D.2018	Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu - PR.
Robótica educacional no Ensino Fundamental I: perspectivas e práticas voltadas para a aprendizagem da matemática	Zilio (2020)	D.2020	Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS.
Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Triguero (2022)	D.2022	Universidade Estadual de Maringá, Maringá - PR.

Fonte: Autoria própria.

Após a seleção das dissertações, a análise das produções ocorreu de modo qualitativo, seguindo os pressupostos da ATD. A realização da revisão sistemática, seguindo os pressupostos de Mendes e Pereira (2020), foi essencial para o levantamento dos trabalhos que condizem com a temática, que buscou responder a questão norteadora tecendo compreensões acerca das condições para a ocorrência da AS em práticas pedagógicas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Segundo Moraes (2003), a ATD segue três fases, que juntas compõem um ciclo: *Desmontagem dos textos*, *Estabelecimento de relações* e *Captando o novo emergente.* Neste primeiro momento da análise, na unitarização, com base no material empírico, os trechos pertinentes à questão de investigação foram selecionados. Esses trechos se configuraram como unidades de significados. Todos os fragmentos selecionados das dissertações se constituíram de parágrafos, estes em alguns casos fizeram parte de mais de uma unidade de significado, o que é condizente com a ATD.

Neste processo, “é o próprio pesquisador que decide em que medida fragmentará seus textos, podendo daí resultar unidades de análise de maior ou menor amplitude” (Moraes, 2003, p. 195). Assim, “cada unidade inicialmente produzida pode dar origem a uma ou mais subunidades, escritas de modo a demonstrarem sua relação direta com as categorias nas quais se inserem” (Moraes; Galiazzi, 2007, p. 67-68).

O Quadro 14, esboça o processo de unitarização realizado em sua concretude, em que o fragmento 7 de Triguero (2022) gerou uma única unidade de significado, nomeada D.2022.F7.U1[28], enquanto o fragmento 5 de Rosa (2017), por exemplo, geraram duas unidades de significado, a saber, D.2017.F5.U1 e D.2017.F5.U2. A organização da unitarização seguiu quatro momentos: fragmentação das dissertações selecionadas, elaboração de códigos, desenvolvimento de palavras-chave e produção de títulos/síntese que serviram para representar a ideia contida naquele trecho.

Quadro 14 - Processo de organização e elaboração de palavras-chave e títulos das unidades de significados

Unidade de Significado	Palavras-chave	Código/Título
Consideraram informações que assistiram na televisão, além disso, usaram o cronômetro para medir quantas vezes piscamos em 1 minuto e a busca por informações na internet, comparando os resultados encontrados. Pois para resolver a situação, seria preciso considerar dados reais.	Televisão - Cronômetro - internet - dados reais	**D.2022.F7.U1:** Para resolver a atividade proposta os alunos consideraram dados reais advindos de diferentes fontes (televisão, internet, cronômetro) e compararam os resultados encontrados.
Para responder: qual é o seu animal preferido? O grupo buscou recursos pictóricos claros, sendo possível identificar com facilidade a preferência da população entrevistada. Um dos integrantes do grupo envolveu-se pouco com a tarefa, sendo advertido verbalmente, pelos próprios amigos. Percebeu-se então, o nível elevado de engajamento dos grupos na atividade.	Recursos pictóricos - engajamento - grupos	**D.2017.F5.U1:** Na realização da atividade em grupo, os alunos interagiram/engajaram e utilizaram recursos pictóricos para representar a situação proposta. **D.2017.F5.U2:** Na atividade em grupo, quando um aluno não interagia era advertido pelos próprios amigos.

Fonte: Adaptado de Calixto (2019).

Desse modo, dos 68 fragmentos selecionados das quatro dissertações se tornaram 93 unidades de significado (US) distintas. O Quadro 15 apresenta os números de fragmentos extraídos de cada dissertação e a quantidade de unidades de significado formadas.

[28]A codificação seguiu o seguinte padrão: dissertação, ano de publicação, ordem do fragmento e ordem da unidade de significado. Assim, o exemplo D.2022.F7.U1 remete à primeira unidade de significado do sétimo fragmento de texto extraído da dissertação publicada em 2022.

Quadro 15 - Quantitativo de fragmentos e unidades de significados identificadas nas dissertações

Código da dissertação	Nº de fragmentos	N° de US
D.2017	10	14
D.2018	17	24
D.2020	8	10
D.2022	33	45
Total	68	93

Fonte: Autoria própria.

Para atingir o objetivo desta revisão sistemática, a categorização adotou uma abordagem indutiva, sendo denominadas categorias emergentes, caracterizada pela comparação constante entre as unidades de sentido, considerando seus elementos semelhantes (Moraes; Galiazzi, 2007). Nesse sentido, o processo de categorização seguiu os critérios de pertinência e homogeneidade, ou seja, as categorias construídas deveriam ser válidas e pertinentes em relação ao objetivo ou à pergunta de pesquisa, além de serem formadas a partir de um mesmo princípio ou contínuo conceitual.

Com base na identificação das relações existentes, das 93 unidades de significado foram construídas 14 categorias iniciais. Cada categoria recebeu um título expresso em uma frase que representasse de forma abrangente todas as unidades de sentido a ela associadas.

A partir dessas 14 categorias iniciais, realizou-se um novo processo de agrupamento, considerando as semelhanças de sentido, o que resultou em 7 categorias intermediárias. Essas categorias intermediárias foram novamente agrupadas, originando 3 categorias finais. Todo esse processo, segundo Moraes e Galiazzi (2011), aproxima-se da lógica de sistemas complexos e auto-organizados, nos quais emergem novas compreensões. Os resultados finais, criativos e originais, não podem ser previstos previamente. Ainda assim, é essencial o esforço de preparação e impregnação para que a emergência do novo possa efetivamente se concretizar.

De acordo com a Análise Textual Discursiva (ATD), é necessário elaborar um metatexto. “Os metatextos são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto, um modo de teorização sobre os fenômenos investigados” (Moraes; Galiazzi, 2011, p. 53-54). Neste trabalho, seguindo as orientações desses autores, para cada categoria final foi elaborado um metatexto, estruturado a partir das categorias intermediárias e iniciais. Para

tanto, utilizou-se as unidades de sentido associadas às categorias como suporte para a descrição e interpretação.

Levando em consideração a questão problemática dessa revisão: *O que revelam as pesquisas que versam práticas nos Anos Iniciais sobre as condições para a ocorrência da Aprendizagem Significativa?* A seguir, apresenta-se as categorias que emergiram a partir do processo analítico, incluindo o título, a tabela que ilustra as unidades de significados, categorias iniciais e intermediárias por meio do qual emergiu tal categoria final e, por fim, o metatexto correspondente, que expõe as interpretações desenvolvidas a partir dos discursos dos autores. Nos Quadros 16, 17 e 18 apresenta-se a construção das três categorias finais emergentes e seus respectivos metatextos.

Quadro 16 - Processo de constituição da categoria final 1

Categoria final 1: *Revelam que a metodologia adotada contribui para a predisposição permitindo a mobilização dos subsunçores*		
Códigos das US	**Cat. Inicial**	**Cat. Intermediária**
D.2018.F7.U1, D.2018.F12.U2, D.2018.F14.U1, D.2018.F15.U1, D.2018.F16.U2, D.2018.F17.U1, D.2018.F18.U1	A - O caráter lúdico da atividade desperta o interesse e a motivação (7)	1- A metodologia contribui para a predisposição, permitindo a mobilização de subsunçores [A+F+J] = (7+2+8) = 17
D.2020.F5.U3, D.2020.F6.U1	F- A metodologia contribui para a predisposição e a associação da matemática ao cotidiano (2)	
D.2018.F16.U1, D.2020.F1.U1, D.2020.F2.U1, D.2020.F3.U1, D.2020.F4.U1, D.2020.F5.U2, D.2020.F7.U1, D.2020.F8.U1	J- A metodologia contribui para a predisposição permitindo a mobilização de subsunçores (8)	
D.2017.F4.U2, D.2017.F5.U1, D.2017.F6.U1, D.2017.F9.U2, D.2018.F2.U2, D.2022.F9.U1, D.2022.F10.U2, D.2022.F13.U1, D.2022.F14.U2, D.2022.F20.U1, D.2022.F21.U1, D.2022.F22.U1	H- A atividade "aberta" viabiliza a predisposição e possibilita a utilização de diferentes estratégias frente aos conhecimentos prévios dos alunos (12)	4- A atividade possibilita diferentes estratégias e representações matemáticas, de modo que contribui para a predisposição e a mobilização dos subsunçores [H+L] = (12+6) = 18
D.2017.F7.U1, D.2018.F1.U2, D.2018.F9.U1, D.2018.F10.U1, D.2018.F11.U1, D.2022.F14.U1	L- Os alunos manifestam a predisposição por meio de gestos, atitudes, ações e registros (6)	
D.2017.F3.U1, D.2017.F3.U2, D.2020.F5.U1, D.2022.F5.U2, D.2022.F25.U1, D.2022.F25.U2, D.2022.F31.U1	C- A predisposição dos alunos manifesta-se por meio de temas/assuntos pertencentes à vivência dos mesmos (7)	6- O desenvolvimento de atividades com tema/assunto da vivência dos alunos contribui para a predisposição dos mesmos [C+G] = (7+5) = 12
D.2022.F18.U1, D.2022.F33.U1, D.2022.F29.U1, D.2022.F30.U1, D.2022.F30.U2	G- O desenvolvimento de atividades contextualizadas facilita a compreensão dos conceitos (5)	

Fonte: Autoria própria.

A finalidade da educação, especialmente na prática docente, é promover a mediação pedagógica dos processos de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, é fundamental que os professores adotem metodologias que incentivem os alunos a se interessarem pelo aprendizado dos conceitos matemáticos, o que ocorre quando se sentem participantes ativos desse processo. Nas dissertações selecionadas, observou-se a escolha de diferentes metodologias, todas orientadas para favorecer a Aprendizagem Significativa (AS) dos conceitos matemáticos.

As pesquisas indicam que a metodologia adotada contribui diretamente para a predisposição dos alunos, permitindo a mobilização dos subsunçores. Ou seja, quando o aluno é colocado como principal agente de seu aprendizado, a metodologia estimula a utilização de diferentes estratégias, alinhadas ao seu repertório e aos subsunçores disponíveis, culminando em representações matemáticas que evidenciam tanto seus conhecimentos prévios quanto os novos conhecimentos adquiridos.

Para fundamentar esse argumento, propõe-se discutir três enfoques identificados nas pesquisas analisadas: A metodologia contribui para a predisposição, permitindo a mobilização dos subsunçores; A atividade possibilita diferentes estratégias e representações matemáticas, favorecendo tanto a predisposição quanto a mobilização dos subsunçores; O desenvolvimento de atividades baseadas em temas e assuntos da vivência dos alunos contribui para fortalecer a predisposição dos mesmos.

No que se refere ao primeiro enfoque, a metodologia contribui para a predisposição, permitindo a mobilização de subsunçores, revela que o caráter lúdico da atividade despertou o interesse e a motivação**,** corroborando com outras unidades de significado que, de algum modo, ressaltam que “os materiais lúdicos fazem com que os alunos desenvolvam as atividades motivados sem perder o entusiasmo, apesar das dificuldades encontradas por eles” (D.2018.F7.U1). Esses materiais propiciaram um ambiente favorável à aprendizagem, despertando o interesse e curiosidade dos alunos dos Anos Iniciais.

Dentre esses materiais podemos citar Colaço (2018), que utilizou uma sequência didática com materiais manipulativos no ensino da matemática para alunos surdos do 5º ano, favorecendo a construção de conhecimento por meio da experiência visual. Isso reforça a ideia de que, além de adaptar os recursos visuais, é importante contextualizá-los no ensino.

Isso pode ser constatado, por exemplo, neste excerto: “Durante o jogo ‘Pague certinho’ o aluno permaneceu entusiasmado e motivado a concluir a atividade. Mesmo necessitando constantemente de ajuda para realizar operações de adição e subtração o aluno

não desistiu, demonstrando que o caráter lúdico da atividade despertou-lhe o interesse." (D.2018.F12.U2). Nesse contexto, observamos que o uso dos jogos foi importante para estimular a aprendizagem sobre o sistema monetário, permitiu introduzir conceitos e diminuir o "[...] bloqueio do aluno A2 que temia a matemática" (D.2018.F17.U1).

Além disso, "a metodologia contribui para a predisposição e a associação da matemática ao cotidiano", é um enfoque que pôde ser observado no trabalho de Zilio (2020), ao afirmar uma melhora no desempenho dos alunos após o desenvolvimento de atividades utilizando a robótica, que estimulou a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos. Para este pesquisador,

> O interesse em participar da oficina e das atividades propostas parece derivar da metodologia utilizada, uma vez que a mesma proporcionou associação dos conhecimentos da Matemática ao cotidiano, visto que responderam que através de atividades experimentais da Robótica, fica mais fácil relacionar os conceitos teóricos da Matemática com sua utilização na prática (D.2020.F6.U1).

Isso também foi evidenciado em outras metodologias, como a Modelagem Matemática (Triguero, 2022), a utilização de materiais lúdicos em sequência didática (Colaço, 2018) e a criação e aplicação de uma sequência didática (Rosa, 2017). Esses estudos relatam que as atividades proporcionaram maior participação e envolvimento dos alunos, favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos e a percepção de sua aplicabilidade no cotidiano.

Outro ponto emergente refere-se ao enfoque de que "a metodologia contribui para a predisposição, permitindo a mobilização dos subsunçores". Observou-se que essa predisposição está diretamente relacionada à metodologia empregada, pois, ao estimular o envolvimento ativo dos alunos, diferentes conhecimentos prévios puderam ser mobilizados, favorecendo a compreensão e integração dos novos conceitos. Isso pode ser observado na US,

> "A sequência didática proporcionou a participação e o envolvimento dos alunos contribuindo para a compreensão dos conceitos envolvidos (sistema monetário), durante a atividade foi possível mobilizar diferentes conhecimentos construídos pela vivência pessoal e escolar" (D.2018.F16.U1).

Desse modo, as metodologias utilizadas contribuíram para a motivação e o interesse dos alunos em participar das atividades. Para Moreira (2012), a motivação não se confunde com predisposição; entretanto, ela é um elemento importante para que o aluno se sinta predisposto a aprender. Ou seja, estar predisposto significa "[...] relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva prévia,

modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos" (Moreira, 2012, p. 12).

No que se refere ao segundo enfoque — "a atividade possibilita diferentes estratégias e representações matemáticas, de modo que contribui para a predisposição e a mobilização dos subsunçores" — observa-se que a adoção de metodologias com atividades abertas, nas quais os alunos são protagonistas e resolvem as tarefas segundo seus próprios critérios, favorece a criatividade e a autonomia. Esse processo pode ser percebido por meio das falas, gestos, atitudes e ações das crianças.

Por fim, o terceiro enfoque — "a atividade aberta viabiliza a predisposição e possibilita a utilização de diferentes estratégias frente aos conhecimentos prévios dos alunos" — evidencia a importância de propor atividades que ofereçam liberdade para que os alunos se sintam motivados e predispostos a desenvolver múltiplas estratégias e representações, articulando seus conhecimentos prévios com os novos conteúdos de maneira ativa e significativa.

Os excertos a seguir dialogam com o exposto, evidenciando a relevância da autonomia dos alunos no contexto da AS: "[...] um dos alunos relatou que atividades como essas permitem que eles viajem na imaginação, que eles tiveram abertura para resolver da forma que acharem melhor, com base nas informações encontradas por eles" (D.2022.F20.U1). Em outro exemplo, "[...] os mesmos alunos resolveram a atividade de outra forma, utilizando a subtração e chegaram ao mesmo resultado da estratégia anterior" (D.2022.F13.U1). Esses relatos evidenciam que, nos Anos Iniciais, é fundamental proporcionar aos alunos a oportunidade de participarem ativamente de todo o processo, desde o planejamento das estratégias de resolução até sua execução, reconhecendo-os como protagonistas da aprendizagem.

Tais aspectos encontram respaldo na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que aponta que, no ensino de Matemática nos Anos Iniciais, "[...] no tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras" (Brasil, 2018, p. 268). Observamos que esses aspectos se revelam nas práticas presentes nos trabalhos analisados, sobretudo nas unidades de significado que compõem essa categoria em questão.

Nesse contexto, **"**os alunos manifestam a predisposição por meio de gestos, atitudes, ações e registros", como expressa o seguinte excerto:

> Ao realizar as atividades referentes ao sistema monetário, o aluno A1 manteve-se motivado e participativo. Entre os indícios de motivação intrínseca de A1 podemos

> citar: Atenção dada durante as explicações das atividades; Expressões de demonstração de que relacionava a atividade com algum aspecto de sua vida cotidiana; Demonstrava saber como relacionar as atividades realizadas em diferentes dias de encontro; Demonstração de segurança na execução das tarefas; Disposição em auxiliar o colega na execução das tarefas (D.2018.F10.U1).

Vale destacar que "[...] ninguém é capaz de fazer o sujeito ter motivação intrínseca, pois ela é idiossincrática, o que podemos fazer é propor procedimentos que possam provocar uma motivação por necessidade, caso contrário, ficaremos em um nível muito elementar, no qual o aluno aprende por obrigação (Nunes, 2014, p. 33)".

Nesse sentido, a pesquisa evidenciou o envolvimento e a negociação de significados durante o desenvolvimento das atividades: "[...] os alunos se envolveram e dialogaram mais com os demais alunos e com a professora/pesquisadora, no sentido de tomar as atitudes de modo coletivo, levando em consideração os dados produzidos por todos os alunos" (D.2022.F14.U1). Esse registro demonstra que atitudes e gestos coletivos dos alunos favoreceram o desenvolvimento da atividade e a construção compartilhada do conhecimento.

Quanto ao terceiro enfoque, "o desenvolvimento de atividades com tema/assunto da vivência dos alunos contribui para a predisposição dos mesmos", observou-se que metodologias que incorporaram temas de interesse dos alunos favoreceram essa predisposição. Nesse contexto, Moreira e Masini (1982, p. 15) apontam que "resolver problemas é, sem dúvida, um método válido e prático de se procurar evidência de aprendizagem significativa".

A predisposição dos alunos se manifesta especialmente quando os temas estão relacionados à sua experiência cotidiana. Por exemplo, "[...] o ambiente oportunizado pela Modelagem Matemática possibilitou que as crianças interagissem umas com as outras, independentemente de seus conhecimentos matemáticos, pois conheciam o tema e queriam interagir e falar as suas percepções" (D.2022.F25.U2). De forma semelhante, outro estudo relata que "Estudar sobre as preferências da turma despertou a curiosidade e o entusiasmo dos alunos. Os grupos elaboraram a pergunta envolvendo o tema e resolveram a situação proposta" (D.2017.F3.U1). Desta forma, os alunos compartilharam suas experiências pautadas nos conhecimentos prévios sobre o tema. Gradualmente, envolveram os conceitos matemáticos no processo, favorecendo a aprendizagem desses conceitos.

Desse modo, "no processo de aprendizagem é imprescindível considerar onde o aluno situa-se, como ponto de partida para a aprendizagem significativa" (Moreira e Masini, 1982, p. 88). O valor social do aprendizado cria condições para a Aprendizagem Significativa ao permitir que os alunos interajam em contextos sociais, respeitando suas particularidades e

significados, e promovendo sua participação ativa no processo de aprendizagem, colaborando para a construção coletiva do conhecimento.

Nessa direção, observa-se que “o desenvolvimento de atividades contextualizadas facilita a compreensão dos conceitos”. Esse aspecto foi evidenciado nas unidades de sentido que destacavam momentos em que os alunos relacionaram diferentes conceitos matemáticos à sua aplicabilidade no contexto em que estavam inseridos. Por exemplo: “Os alunos utilizaram cálculo mental e algoritmo para confirmar a veracidade das considerações. O uso da situação contextualizada abordando medidas de massa facilitou a compreensão do uso do algoritmo da divisão” (D.2022.F18.U1).

No ambiente de sala de aula, é fundamental que o professor desenvolva atividades que proporcionem oportunidades para os alunos estabelecerem conexões significativas por meio de suas experiências. Atividades contextualizadas permitem que os estudantes relacionem conceitos matemáticos entre si e compreendam sua aplicabilidade em situações do cotidiano.

Diante do exposto, conclui-se que a escolha e o planejamento da metodologia influenciam diretamente a predisposição dos alunos dos Anos Iniciais, possibilitando a mobilização de seus conhecimentos prévios, que podem se tornar material potencialmente significativo. Essa mobilização de subsunçores e a predisposição para aprender podem ser observadas por meio de falas, gestos, atitudes, registros e ações durante o desenvolvimento das atividades.

Desse modo, o uso de diferentes metodologias proporciona um ambiente favorável à aprendizagem. Esta metodologia adotada deve permitir que os alunos dos Anos Iniciais desenvolvam sua autonomia para utilizarem diferentes estratégias/representações matemáticas mediante aos subsunçores que possuem. Além disso, a utilização de situações contextualizadas com temas/assuntos de interesse e vivência das crianças podem condicionar sua predisposição para aprender/agir e facilitar a compreensão dos conceitos.

O Quadro 17 apresenta a construção da segunda categoria emergente e, em seguida, seu respectivo metatexto.

Quadro 17 - Processo de constituição da categoria final 2

Categoria final 2: *Revelam que o suporte oferecido por professores, alunos, familiares e recursos materiais no desenvolvimento da atividade contribui para a predisposição e a mobilização de subsunçores*		
Códigos das US	**Cat. Inicial**	**Cat. Intermediária**
D.2017.F1.U2, D.2017.F5.U2, D.2018.F1.U1, D.2022.F10.U1, D.2018.F15.U2, D.2022.F22.U2, D.2022.F25.U4, D.2022.F33.U2	D- A negociação de significados auxilia a predisposição e a mobilização de subsunçores (8)	2 - O suporte oferecido por professores, alunos e familiares contribui para a predisposição e a mobilização de subsunçores [D+E+M] = (7+8+3) = 19
D.2017.F4.U1, D.2018.F5.U1, D.2018.F6.U1, D.2018.F8.U1, D.2018.F12.U1, D.2022.F1.U1, D.2022.F2.U1, D.2022.F15.U1	E- As mediações/intervenções dos professores contribuem para a predisposição (8)	
D.2022.F11.U1, D.2022.F24.U1, D.2022.F27.U1	M- A participação dos familiares auxilia os alunos no desenvolvimento da atividade (3)	
D.2022.F3.U1, D.2022.F4.U1, D.2022.F7.U1, D.2022.F8.U1, D.2022. F9. U3, D.2022.F17.U1, D.2022.F19.U1, D.2022.F23.U1, D.2022.F25.U3, D.2022.F26.U1, D.2022.F28.U1, D.2022.F32.U1	B- Recursos materiais facilitam a mobilização dos subsunçores (12)	5- Recursos materiais facilitam a mobilização dos subsunçores [B] = 12

Fonte: Autoria própria.

O conhecimento matemático é essencial para todos os alunos da Educação Básica e não pode ser entendido como algo pronto ou acabado. Para que isso ocorra, é fundamental que os alunos se percebam como sujeitos ativos no processo de aprendizagem, desenvolvendo a "capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações" (Brasil, 2018, p. 265). Desse modo, os professores não devem se concentrar apenas nas respostas finais certas ou erradas, mas sim no percurso percorrido pelos alunos para resolver as situações matemáticas propostas. Ao analisar as práticas nos Anos Iniciais, observa-se um destaque significativo para o processo seguido pelo aluno durante a resolução das atividades.

Nesse contexto, as pesquisas **revelam que o suporte oferecido por professores, alunos, familiares e recursos materiais no desenvolvimento da atividade contribui para a predisposição e a mobilização de subsunçores***,* ou seja, todo o processo pelo qual os alunos perpassaram e os suportes utilizados (professores/alunos/familiares/recursos materiais) que contribuíram para que eles se sentissem predispostos auxiliando na diferenciação dos conhecimentos prévios e na compreensão de novos conhecimentos.

Para sustentar esse argumento, podem ser destacados dois enfoques principais: o suporte oferecido por professores, alunos e familiares e a utilização de recursos materiais, ambos facilitando a mobilização dos subsunçores.

No primeiro enfoque, o suporte oferecido por professores, colegas e familiares mostrou-se fundamental para a predisposição e mobilização dos subsunçores. A negociação de significados, por exemplo, favorece a predisposição e a mobilização, como evidenciado na unidade de sentido: “O diálogo nas aulas de Matemática é importante e desperta o interesse, concentração e empenho dos alunos” (D.2018.F1.U1). Além disso, essa negociação contribui para a construção de saberes, permitindo que os alunos interajam com os conceitos e suas propriedades, favorecendo a “[...] descoberta das relações da matemática com o cotidiano” (D.2018.F15.U2).

Nesse viés, observou-se que a negociação de significados é um instrumento fundamental para que o professor possa “observar os significados apresentados pelos alunos em relação ao sentido denotativo, ou seja, se esses conhecimentos abordados são conceitos que são aceitos no contexto da Matemática” (D.2022.F10.U1). As atividades em grupo, nesse contexto, revelaram-se especialmente propícias para a AS, pois viabilizam o intercâmbio de informações entre os alunos, enquanto o professor assume a posição de mediador.

As mediações/intervenções do professor contribuem diretamente para a predisposição dos alunos. Destaca-se a importância do docente em intervir durante o desenvolvimento das atividades, permitindo que os estudantes reconheçam seus equívocos e reflitam sobre suas estratégias: “para que os alunos percebam os seus equívocos” (D.2022.F15.U1). Essa postura também se evidencia quando a intervenção do professor desperta interesse e engajamento: “Ao perceber que o aluno estava apático, a professora buscou motivar o aluno; após a explicação e intervenção, A2 pareceu mais convencido e motivado a realizar a atividade” (D.2018.F5.U1). Nesse processo, o professor não decide pelo aluno, mas monitora e orienta, estimulando-o e encorajando-o, por exemplo, evidenciando a aplicabilidade e a relevância dos conceitos matemáticos em situações concretas.

Além disso, o professor, como mediador da aprendizagem, deve considerar que, durante o desenvolvimento da atividade, o mais importante não é fornecer respostas prontas, mas elaborar perguntas que instiguem o aluno a vivenciar a busca do conhecimento e a explorar diversas possibilidades de solução. A motivação, nesse contexto, não se apresenta por recompensas externas ou obrigação, mas como um desafio aceito pelo aluno — um problema a ser resolvido por ele, tornando-se uma oportunidade de engajamento ativo e de construção significativa do conhecimento.

Nesse processo, identificamos que a participação dos familiares contribui para o desenvolvimento das atividades, uma vez que algumas unidades de significado relataram que essas propostas propiciaram o envolvimento familiar, tanto na coleta de dados e definição de

hipóteses quanto na reflexão sobre os resultados obtidos, especialmente quando estavam relacionados à vivência cotidiana dos alunos. Como exemplifica o excerto: “O desenvolvimento da atividade propiciou que os alunos refletissem com a família sobre os gastos com os pets, conforme as informações e resoluções encontradas por eles” (D.2022.F27.U1). Nessa linha de pensamento, documentos norteadores, como a BNCC, enfatizam a importância da participação familiar na unidade escolar, sobretudo em atividades desenvolvidas em sala de aula, como forma de apoiar e potencializar a aprendizagem dos alunos.

Desse modo, a interação e a negociação de significados entre alunos, professores e familiares mostra-se fundamental para a construção do conhecimento, pois permite explorar diferentes conceitos e suas características, além de desempenhar papel essencial no engajamento e no interesse dos estudantes.

No que se refere ao segundo enfoque, os recursos materiais mostraram-se instrumentos importantes para facilitar a mobilização dos subsunçores. Observou-se que, ao formular modelos matemáticos, os alunos buscaram recursos que consideravam necessários para resolver a atividade, os quais colaboraram para a compreensão e diferenciação de seus conhecimentos prévios. Como evidencia o excerto: “Os alunos consideraram os dados advindos de diferentes fontes (televisão, internet, cronômetro) e compararam os resultados encontrados, pois para resolver a situação é preciso considerar dados reais” (D.2022.F7.U1).

Para os Anos Iniciais, a Base Nacional Comum Curricular destaca que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Nesse contexto, recursos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica desempenham papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Além disso, tais recursos “[...] precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização” (Brasil, 2018, p. 276).

Observamos que esses recursos se mostram particularmente importantes para a formulação de modelos matemáticos e para a resolução de atividades propostas, contribuindo para a compreensão e diferenciação dos conhecimentos prévios dos alunos. Nesse sentido, torna-se evidente a relevância de agentes externos, como professores, colegas, familiares e os recursos materiais disponíveis, pois todos eles podem auxiliar na mobilização de subsunçores e na construção de novos conhecimentos.

Assim, as razões externas, sensação de recompensas geralmente guiam as motivações, como mostra a US: “No contexto educacional a motivação extrínseca é, em grande parte, da responsabilidade do professor, pois a este compete criar um clima que desperte o interesse dos alunos” (D.2018.F8.U1). Esse é um ponto próprio do exercício da docência de motivar os alunos com elogios e/ou questionamentos que possibilitam o envolvimento em tarefas, ofertar recursos materiais e envolver os familiares, são pontos que provocam a motivação extrínseca.

No contexto escolar, em especial em prol de uma AS, é necessário transformar a motivação extrínseca para intrínseca, provocando no aluno a necessidade de realizar determinada tarefa. A motivação intrínseca é idiossincrática, o que podemos fazer é propor procedimentos/direcionamentos/encaminhamentos que possam provocar uma motivação por necessidade, por querer aprender e querer descobrir.

O Quadro 18 apresenta a construção da terceira categoria emergente e, em seguida, seu respectivo metatexto.

Quadro 18 - Processo de constituição da categoria final 3

Categoria final 3: *Revelam a identificação e a mobilização dos subsunçores advindos das experiências dos alunos*		
Códigos das US	**Cat. Inicial**	**Cat. Intermediária**
D.2017.F1.U1, D.2017.F2.U1, D.2017.F8.U1, D.2017.F9.U1, D.2018.F13.U1	I- O pré-teste auxilia na identificação dos subsunçores (5)	3- Identificação dos subsunçores [I] = 5
D.2018.F2.U1, D.2018.F3.U1, D.2018.F4.U1, D.2018.F4.U2, D.2022.F6.U1, D.2022.F12.U1, D.2022.F16.U1	K- Mobilização de diferentes subsunçores (7)	7- Subsunçores advindos das experiências dos alunos [K+N] = (7+3) = 10
D.2022.F5.U1, D.2022.F9.U2, D.2022.F29.U2	N- Subsunçores que auxiliam para novas compreensões (3)	

Fonte: Autoria própria.

Atualmente, no ambiente escolar, discute-se a relevância dos conhecimentos prévios para a aprendizagem dos alunos, em diferentes componentes curriculares e em distintas etapas de ensino. No entanto, é fundamental que os professores compreendam e considerem tais conhecimentos no planejamento e na condução das práticas pedagógicas. A principal corrente teórica que reconhece a importância dos conhecimentos prévios para a Aprendizagem Significativa (AS) é a teoria ausubeliana.

Face ao exposto, as pesquisas revelam ***a necessidade de identificação e mobilização dos subsunçores advindos das experiências dos alunos.*** Diante disso, defendemos que os alunos dos Anos Iniciais possuem conhecimentos prévios construídos a partir de suas

experiências de vida e do contexto social em que estão inseridos. Assim, a identificação desses conhecimentos não se configura como uma tarefa simples; contudo, sua mobilização pode servir como âncora, subsidiando o desenvolvimento das atividades pedagógicas.

Para respaldar esse argumento, realizamos uma discussão acerca de dois enfoques que emergiram da análise: (i) a identificação dos subsunçores e (ii) os subsunçores advindos das experiências dos alunos.

No que se refere ao primeiro enfoque — a identificação dos subsunçores — observamos que, nos trabalhos de Rosa (2017), Colaço (2018) e Zilio (2020), os autores utilizaram o pré-teste como estratégia para identificar os subsunçores dos alunos. Esse instrumento contribuiu para o tratamento das informações, a organização de hipóteses e a construção de novas compreensões. Tal perspectiva pode ser exemplificada pela seguinte unidade de significado: "O pré-teste foi utilizado para a formulação de uma sequência didática, levantou indícios de conhecimentos prévios dos alunos do 5º ano sobre conceitos de Educação Estatística. Foi verificado que alguns conceitos precisavam ser trabalhados com intencionalidade pedagógica" (D.2017.F8.U1).

Por outro lado, o trabalho de Triguero (2022) realizou a identificação dos subsunçores com base nos diálogos entre os alunos, nas interações professor–aluno, bem como nas ações e gestos das crianças dos Anos Iniciais durante o desenvolvimento das atividades. Destacamos, contudo, que a identificação dos subsunçores não deve ser compreendida como um meio de classificar ou rotular o que os alunos sabem ou não sabem. Ao contrário, esse processo deve assumir um papel orientador, auxiliando o professor no planejamento de estratégias de ensino que favoreçam a ocorrência da AS.

No que se refere ao segundo enfoque — subsunçores advindos das experiências dos alunos — foram observadas a mobilização e a articulação de diferentes subsunçores, matemáticos e não matemáticos, utilizados pelos alunos no desenvolvimento das atividades. Esses conceitos atuaram como âncoras, o que pôde ser evidenciado nas discussões e/ou nos registros escritos dos alunos. Tal aspecto pode ser exemplificado pela seguinte Unidade de Significado (US): "Foi possível notar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de adição, subtração, maior, menor, igualdade, antecessor e sucessor. Quanto ao sistema monetário, A1 internalizou o uso do dinheiro em situações-problema, fazendo uso de diferentes estratégias para resolver as situações propostas" (D.2018.F2.U1).

Nos Anos Iniciais, os conceitos mobilizados mostraram-se mais elementares, o que torna fundamental a exploração de experiências empíricas e concretas que sirvam como pontos de ancoragem para novas aprendizagens, indo ao encontro do entendimento de

Moreira e Masini (1982). De acordo com Ausubel, o conhecimento prévio corresponde ao conjunto de saberes que uma pessoa adquire por meio de experiências anteriores, de sua história de vida e de seu contexto social, histórico e cultural. Esse conhecimento pode incluir fatos, conceitos e ideias construídos ao longo de vivências prévias. Cabe destacar, entretanto, que os subsunçores dizem respeito aos conhecimentos prévios relevantes, presentes na estrutura cognitiva da criança, que são mobilizados para estabelecer relações com novas situações ou novos materiais de aprendizagem.

Segundo Sobral e Teixeira (2007), os conhecimentos prévios podem ser compreendidos como produtos das concepções de mundo da criança, formuladas a partir das interações que ela estabelece com o meio de maneira sensorial, afetiva e cognitiva, inicialmente de forma pouco elaborada. Além disso, tais conhecimentos podem ser resultantes de crenças culturais, as quais, na maioria das vezes, apresentam-se como de difícil substituição por novos conhecimentos.

Desse modo, percebemos que os subsunçores contribuíram para a construção de novas compreensões, uma vez que as estratégias desenvolvidas pelos alunos mostraram-se condizentes com os conhecimentos prévios que possuíam, fossem eles matemáticos ou relacionados ao tema da atividade. Tal perspectiva é representada pela seguinte US: “Os alunos interagiram entre si e tomaram como base o conhecimento prévio sobre o tema e, aos poucos, foram envolvendo a linguagem matemática para resolver a atividade matemática” (D.2022.F5.U1). Assim, foi possível notar que, “independentemente do conhecimento prévio que a criança disponibilizava, a resolução da atividade não foi inviabilizada. Pelo contrário, fez com que ela buscasse, em seu próprio repertório, estratégias para encontrar uma solução” (D.2022.F9.U2).

Diante do exposto, a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos deve ser realizada com cautela, assim “podemos perceber que apesar das diferentes origens, as mesmas constituem um todo articulado de informações que irá influenciar de forma marcante na apropriação de novos conhecimentos” (Sobral e Teixeira, 2007, p. 5). Torna-se, assim, necessário que o professor saiba o que o aluno já sabe, tomando esses conhecimentos como ponto de partida para planejar e conduzir o ensino de forma eficaz em relação ao conteúdo que pretende ensinar.

3.3.1 Algumas reflexões sobre as três categorias que emergiram

Com o objetivo de refletir sobre as compreensões construídas a partir das dissertações consideradas neste trabalho, a Análise Textual Discursiva (ATD) mostrou-se fundamental para o desenvolvimento da análise. Esse processo constituiu-se em um conjunto de movimentos que se configurou como um exercício de aprender e refletir, possibilitando a emergência de novas formas de compreender as condições para a Aprendizagem Significativa (AS) em práticas desenvolvidas nos Anos Iniciais.

Desse modo, as categorias construídas revelam que: (i) a metodologia adotada contribui para a predisposição à aprendizagem, permitindo a mobilização dos subsunçores; (ii) o suporte oferecido por professores, alunos, familiares e recursos materiais, no desenvolvimento das atividades, favorece tanto a predisposição quanto a mobilização dos subsunçores; e (iii) a identificação e a mobilização dos subsunçores advindos das experiências dos alunos constituem elementos centrais para a ocorrência da AS.

Todavia, essas três categorias não esgotam todas as compreensões possíveis. Ainda assim, com base no percurso analítico realizado, observa-se que, embora os trabalhos analisados não utilizem explicitamente o termo *material potencialmente significativo*, pode-se inferir que, para alguns alunos, as metodologias adotadas tornaram-se potencialmente significativas. Isso se justifica pelo fato de terem possibilitado tanto a predisposição para aprender quanto a mobilização de seus subsunçores. Além disso, os estudos revelam que todo o processo vivenciado pelos alunos, bem como os suportes envolvidos — professores, colegas, familiares e recursos materiais — contribuem para a predisposição, a diferenciação progressiva dos subsunçores e a compreensão de novos conhecimentos.

Nesse sentido, evidenciou-se que os alunos dos Anos Iniciais possuem conhecimentos prévios construídos a partir de suas experiências de vida e do contexto social em que estão inseridos. Contudo, a identificação desses conhecimentos não se configura como uma tarefa simples; ainda assim, sua mobilização atua como âncora, subsidiando o desenvolvimento das atividades pedagógicas.

Embora a teoria da AS seja mais frequentemente utilizada no Ensino Superior, especialmente no ensino de Física, mostra-se relevante estudar e aprofundar as compreensões acerca do processo de Aprendizagem Significativa de crianças dos Anos Iniciais no contexto da Matemática, considerando a escassez de pesquisas que abordem essa temática nessa etapa de ensino.

Ainda que o processo de AS seja pessoal e intrínseco a cada sujeito, a análise dos trabalhos, de modo geral, possibilita compreender como as práticas pedagógicas podem ser planejadas e repensadas para se tornarem materiais potencialmente significativos, contribuindo para o atendimento das condições necessárias à AS. Tal perspectiva favorece uma educação menos conteudista, que prioriza uma aprendizagem voltada para a vida, e não apenas para o desempenho em avaliações escolares.

Por fim, um dos desafios do professor ao ensinar visando à AS de seus alunos consiste em possibilitar diferentes estratégias de aprendizagem, promovendo a associação dos conceitos estudados com a realidade e o cotidiano. Assim, torna-se necessário que o professor dos Anos Iniciais inove ou planeje situações e metodologias que favoreçam a Aprendizagem Significativa, propiciando às crianças a construção de seu próprio conhecimento.

4 BUSCANDO ARTICULAÇÕES DE SIGNIFICADOS MOBILIZADOS PELOS PROFESSORES

Neste capítulo, são descritos e analisados os três momentos do espaço formativo. Inicialmente, apresenta-se o primeiro momento, que se refere às concepções dos participantes antes do estudo sobre a MM; em seguida, destaca-se o segundo momento, no qual os professores apresentaram relatos de experiências e vivenciaram uma atividade de MM, conhecendo suas características. Por fim, aborda-se o terceiro momento, em que os professores planejaram e desenvolveram uma atividade de MM no âmbito do espaço formativo.

Ao longo desse processo, realizaram-se análises com o intuito de evidenciar indícios de articulações de significados de conceitos mobilizados pelos participantes nos diferentes momentos, contribuindo para a compreensão e a ressignificação dos conhecimentos prévios dos professores.

4.1 1º Momento: desenvolvimento de duas atividades antes do estudo sobre Modelagem Matemática

O primeiro momento contemplou os dois primeiros encontros presenciais do curso, com o desenvolvimento de duas atividades práticas de Modelagem Matemática, antes de apresentar referenciais teóricos.

4.1.1 Atividade 1 - Quantidade de piscadas por dia

Esta atividade foi desenvolvida no primeiro dia do curso e constituiu o primeiro contato dos professores com a Modelagem Matemática (MM). Com o intuito de criar um ambiente acolhedor, o encontro foi iniciado com uma dinâmica que consistiu na apresentação dos ministrantes e dos participantes. Nessa dinâmica, os presentes deveriam se apresentar no tempo correspondente a “20 piscadas”, critério que não foi informado previamente aos professores.

A apresentação teve início com os ministrantes e, em seguida, com os professores participantes. Embora se tratasse de uma apresentação livre, de modo geral, foram abordados aspectos como a formação acadêmica, a etapa de ensino em que atuavam, o tempo de experiência profissional e os motivos que os levaram a participar do curso. No que se refere às

justificativas para a inscrição, estas estiveram relacionadas, principalmente, às dificuldades encontradas no ensino da Matemática.

> **P5:** *Então, quando eu vi o convite no grupo da escola, eu falei, ah, vamos se inscrever. Porque, de repente, se eu sair de lá com alguma técnica que facilite a docência. Que facilite meu trabalho com a Matemática. [...] Eu vim no curso porque eu preciso.*
> **P2:** *O meu é o mesmo sonho dele (P5). Eu tenho dificuldade de Matemática para mim. Mas, para trabalhar matemática com os alunos, então, piorou.*
> **P6:** *E como isso se faz quando você assume uma sala igual agora, que eu assumi em agosto, né? [...] Eu não sou das exatas, eu sou do outro time, então a matemática pra mim é horrível. [...] Aí, foi onde eu falei, gente, pelo amor de Deus, eu tô implorando, eu preciso de um curso de matemática. Porque é uma sala nova. Eu preciso aprender. Aí, a diretora da escola mandou o convite, falei glória, eu vou.*[29]

Essas justificativas vão ao encontro da pesquisa de Machado (2010), que investigou o que os professores dos Anos Iniciais buscam em espaços de formação continuada. A partir de seu estudo, constatou-se a "[...] tentativa de suprir as deficiências com relação ao domínio da Matemática" (Machado, 2010, p. 86).

A apresentação constituiu-se em um momento descontraído e divertido. Em determinadas situações, quando algum participante se empolgava durante sua apresentação, de forma inesperada, a ministrante M1 interrompia dizendo: "seu tempo acabou". Tal intervenção despertou a curiosidade dos participantes em relação à forma como o tempo estava sendo medido e ao instrumento utilizado, corroborando o objetivo proposto para a realização dessa dinâmica. Diante disso, emergiram diversas discussões e palpites entre os participantes.

Essas discussões iniciais integram a etapa de percepção e apreensão, caracterizada, segundo Biembengut (2019), como o momento em que o diálogo e a comunicação contribuem para aguçar as percepções dos sujeitos. O diálogo apresentado a seguir ilustra um trecho das discussões mobilizadas pelos professores.

> **P6:** *Acho que a primeira pausa de cada um. Não né? Eu percebi isso em duas situações.*
> [...]
> **M1:** *Enquanto vocês estavam falando, vocês estavam fazendo alguma outra coisa que eu poderia usar para contar, por exemplo?*
> **P6:** *Várias coisas. Troca de apoio? mas, não pois no nosso caso estávamos sentados. Pode ser mudança de foco, falando de uma área e muda para a outra, que a gente às vezes não sabe. Não sei.*
> **P5:** *Vamos fazer tudo de novo.*
> **M1:** *Tem alguma coisa que a gente sempre faz? Tipo, todos nós. Porque eu usei uma coisa que todo mundo estava fazendo para não ser injusto, digamos assim. Então, eu utilizei uma coisa para medir que todo mundo faz e que daí poderia demorar mais ou menos tempo dependendo da quantidade de vezes que a gente fazia.*

[29] As falas e diálogos dos professores e ministrantes apresentados ao longo do texto serão destacados em itálico, com intuito de facilitar a identificação e a leitura.

> **P6:** *Na Língua Portuguesa, quando a pessoa começa a usar muito o pronome eu, a gente dá uma segurada. Mas acho que não foi isso.*
> **M5:** *Vamos pensar, a M6 no final da apresentação, ela não tinha mais o que falar. Ela falou, depois que ela terminou e sobrou tempo. O que ela fez, várias vezes, para a M1 falar que terminou o tempo dela?*
> **M4***: O da M1 também sobrou tempo.*
> *[...]*
> **M5:** *Vamos pensar. É algo involuntário.*
> **M1:** *É. Exatamente. A gente faz sempre isso. Vocês estavam fazendo, mas não estavam pensando nisso. No meu caso, quando eu acabei, eu fiz pensando para a M5 falar que meu tempo tinha acabado. Então, assim, a gente pode controlar caso a gente queira, mas enquanto a gente está falando normalmente, no dia-a-dia, a gente não percebe que a gente está fazendo essa ação. Foi uma ação de vocês, digamos assim, que daí eu fui contando. Então, por exemplo, como eu sabia que se eu fizesse tal coisa, a M5 falava que meu tempo acabava, na hora que eu acabei a minha fala, eu comecei a fazer mais rápido de modo que aquele tempo acabasse. E daí algumas pessoas fazem mais vezes por minuto, por exemplo, outras fazem menos.*
> **P5:** *É piscar?*
> **M1***: Isso é piscar! Eu contei cada piscada que vocês davam, enquanto falavam.*

Assim, os professores discutiram sobre a finalidade da piscada. *"Ideologicamente tem uma necessidade, né? Que é lubrificar os olhos, mas eu não sei se, por exemplo, se do mesmo jeito a pessoa nervosa às vezes, ela vai ou não piscar mais talvez"*(Fala de P6). Além disso, falaram sobre as possíveis variações das piscadas, sendo observado o aumento da frequência em situações que envolvam nervosismo e ansiedade. *"Eu acho que quando você tá mais relaxado, mais alívio, acho que com certeza menos, né?"* (Fala de P5).

Outro aspecto discutido foi a relação do ato de piscar com o uso frequente de telas, mencionando que fatores como o tempo, o vento, o sol e o tempo seco também podem interferir e influenciar na frequência das piscadas. Com isso, algumas perguntas foram formuladas para introduzir a problemática, como mostra o excerto.

> ***M5:*** *É isso. E vocês já pararam pra pensar? Em quantas vezes a gente pisca em um dia? Será que dá para descobrir?*
> ***P6:*** *Dá pra fazer uma conta? Se ela falou que eu pisquei umas vinte vezes em torno de três minutos e meio talvez eu tenha falado, aí dá para fazer a conta.*
> ***M1:*** *É, mas a gente não sabe os minutos exatos que você falou, né? Eu podia ter feito essa contagem pra vocês também, né?*
> ***P6:*** *Não, mas pelo tempo que eu falei, acredito que foram uns três minutos. Falei bastante, eu acho.*
> ***M1:*** *É, eu acho que você foi o que mais falou, pelo que eu estava vendo.*
> ***P5:*** *É, você foi o mais calmo.*
> ***P6:*** *Mas é, eu acho que sei lá, se o dia tem vinte e quatro horas, eu passo o tempo dormindo.*
> ***M4:*** *E aí vamos aproveitar esses outros ganchos. Será que em todos os momentos do dia você tá piscando nesse ritmo que você estava agora?*

Após a dinâmica e as discussões sobre como o tempo foi medido, foi levantada a seguinte problemática: *Quantas vezes piscamos em um dia?* Adaptada do Produto educacional

de Viana (2020). Esta problemática norteou essa primeira atividade de Modelagem, cujo tema fazia parte da vivência dos professores, envolvendo os conceitos matemáticos: as quatro operações e medidas de tempo.

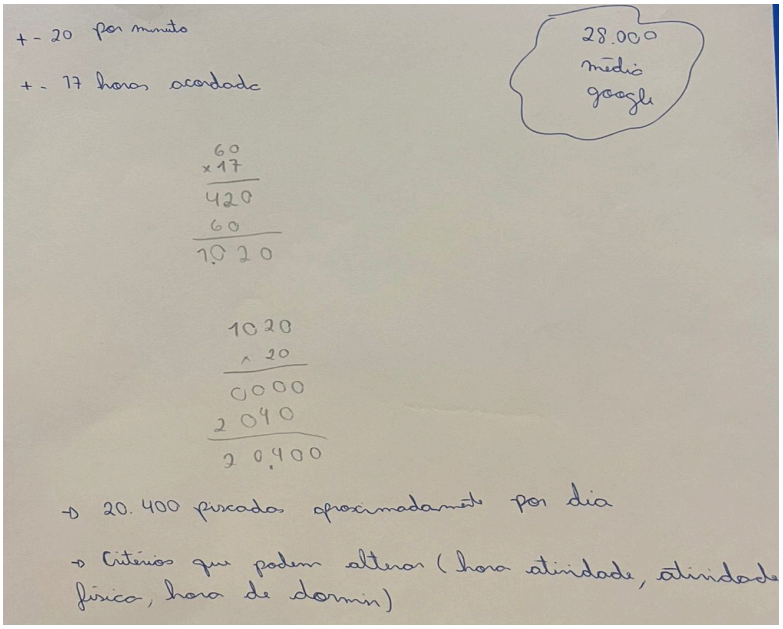
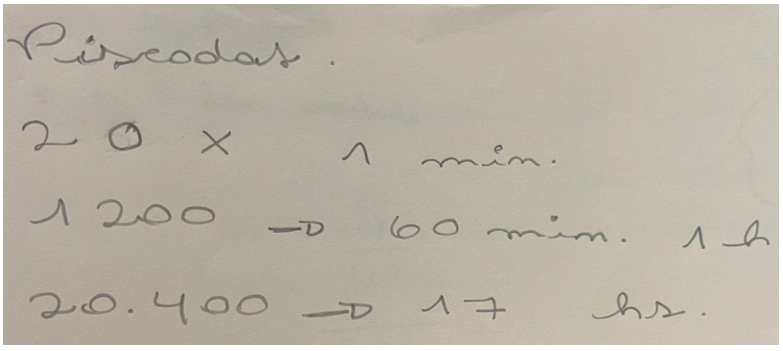
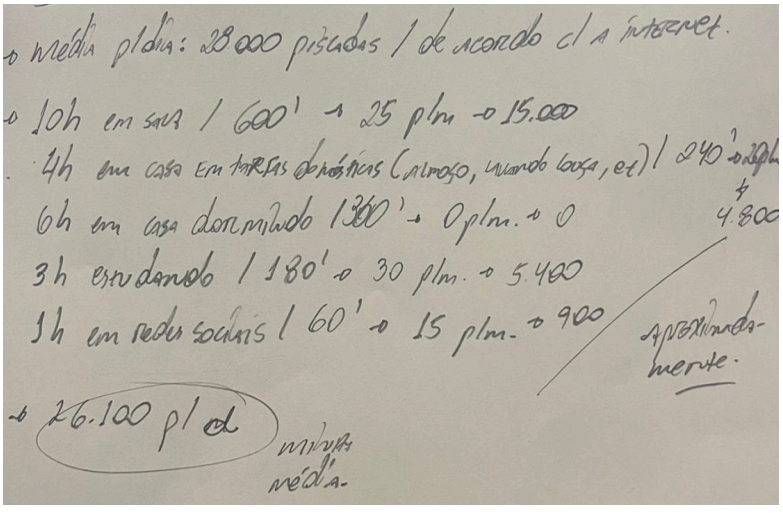
Para o desenvolvimento dessa atividade, os professores formaram 1 grupo, que foi composto por P2, P5 e P6. Assim, algumas discussões foram essenciais para a *compreensão e explicitação.*

> ***P5:*** *Vamos piscar, né?*
> ***P6:*** *Mas vamos contar? A piscada?*
> ***P2:*** *É. Eu acho que não dá porque cada dia vai ser diferente né? a gente poderia determinar quantas piscadas nós damos ao longo do dia.*
> ***P5:*** *Você tá fazendo a quantidade? Você fez no tempo? Ela passou mais ou menos?*
> ***P6:*** *Eu tô calculando as primeiras 10 horas que eu passo em sala.*
> ***P5:*** *Quantas piscadas que você fez?*
> ***P6:*** *Eu dei 20 piscadas em torno de 3 minutos. Eu acho. Agora to fazendo a média.*
> ***P5:*** *No meu caso, ela falou que eu pisco mais longo né? Então, demorou mais.*
> ***P6:*** *Eu ia colocar 21 piscadas em 3 minutos. Porque daí ficam 7 piscadas por minuto. No meu caso, foi metade.*
> *[...]*
> ***P5:*** *Pode pesquisar no google?*
> *[...]*
> ***P2:*** *Pesquisei. Cerca de 28 mil piscadas por dia.*
> *[...]*
> ***P2:*** *É, eu fiz usei o cronômetro. Eu coloquei o cronômetro. E esperei trinta segundos pisquei dez vezes. Aí ficou dez e fiz vezes dois.*
> ***M5:*** *Pra dar um minuto, né? Aí você chegou em quantos?*
> ***P2:*** *Vinte piscadas por minuto.*

Por meio das negociações e discussões realizadas no grupo, os professores determinaram a quantidade de vezes que piscavam em um minuto, utilizando informações obtidas por estimativas, com o auxílio de um cronômetro e de informações encontradas na internet. Além disso, identificaram e definiram as variáveis consideradas relevantes ao contexto investigado, como o número de horas em que permanecemos acordados, o tempo em sala de aula, o uso de redes sociais, a realização de tarefas domésticas, entre outras.

Todas essas discussões mostraram-se essenciais para o processo de *significação e expressão*, no qual os professores elaboraram três modelos matemáticos, conforme apresentado no Quadro 19.

Quadro 19 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade das piscadas

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	**Registro escrito**
	+ - 20 por minuto + - 17 horas acordada 28.000 média google ➔ 20.400 piscadas aproximadamente por dia ➔ Critérios que podem alterar (Hora atividade, atividade física, hora de dormir)
	Piscadas 20 x 1 min 1.200 → 60 min. 1h 20.400 → 17 hs
	→ Média p/ dia: 28000 piscadas/de acordo com a internet → 10h em sala/600' → 25p/m → 15.000 4h em casa em tarefas domésticas (almoço, lavando louça, etc) / 240'p/m → 4.800 6h em casa dormindo 1360' → 0 p/m → 0 3h estudando / 180' → 30 p/m → 5.400 1h em redes sociais / 60' → 15 p/m → 900 Aproximadamente → 26.100 p/d minha média

Fonte: Registro escrito dos professores.

Diante das resoluções produzidas pelo grupo, solicitamos que os professores explicassem como pensaram e quais variáveis foram consideradas em suas resoluções, os dizeres dos professores constam no Quadro 20.

Quadro 20 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

Significação e expressão **- Socialização e discussões sobre as resoluções**
P2: *Ah, eu peguei o celular, cronometrei trinta segundos e fui contando, né? Mas lógico, daí a piscada é diferente, devido a intencionalidade, mas enfim, aí deu mais ou menos dez piscadas. Então, eu calculei mais ou menos em trinta segundos, deu mais ou menos dez piscadas. Então, para um minuto seria aproximadamente umas vinte piscadas. Eu usei isso pra começar a fazer a conta, né? Calculando mais ou menos dezessete horas acordada por dia. Cheguei nos vinte mil e quatrocentas piscadas.*
P5: *Na internet tinha aproximadamente 30 piscadas em um minuto. Eu fiz assim, na dinâmica a M1 falou que eu tinha piscado menos, né? Considerei vinte por um minuto, fiz a continha básica. Aí, deu mil e duzentos por sessenta minutos, aí dezessete horas acordada, deu vinte mil e quatrocentos, mais ou menos, daí.*
P6: *Eu fiz uma conta, tomei por base a média que você me falou, que eu pisco mais devagar e tal. Aí deu em torno de umas vinte piscadas por minuto, né? [...] E aí eu coloquei assim, dez horas em sala dá seiscentos minutos, vezes vinte e cinco piscadas por minuto, quinze mil. Porque vinte e cinco piscadas? porque daí você tá mais acelerado, daí pisco mais. Aí quatro horas em casa, em tarefas domésticas, tipo almoçando, lavando louça, enfim, aquelas coisas. Eu coloquei uma média de vinte piscadas por minuto, porque é mais ou menos o jeito que eu tô aqui agora. Ficou mais tranquilo. E aí deu quatro mil e oitocentas piscadas. Aí seis horas dormindo, zero piscada. Três horas estudando, mais ou menos a média que eu estudo por dia, vai dar umas cento e oitenta minutos, vezes trinta piscadas, porque daí eu acho que meu olho seca, vai, fica incomodando, não sei se eu tenho que trocar de óculos, e aí eu pisco bastante. Aí deu cinco mil e quatrocentas piscadas. E uma hora, mais ou menos, na rede social, Instagram e tal, essas coisas. Que aí vocês disseram que pisca menos, né? Porque a gente fica exposto à tela, né? Eu coloquei quinze, mas eu deixei claro que é aproximadamente. Deu uma média de vinte e seis mil e cem piscadas por dia. Aí a média, pelo que ela viu na internet, é vinte e oito mil. Então, eu acho que deu certo.*

Fonte: transcrição do áudio do primeiro encontro.

Para ampliar e contribuir com essas discussões, e exemplificar a aplicabilidade desta atividade no contexto de sala de aula, após a socialização foi exposto brevemente sobre as soluções levantadas pelas crianças dos Anos Iniciais, em que foi falado sobre as 4 estratégias matemáticas utilizadas pelos alunos do 5º ano para descobrir: *Quantas vezes nós piscamos em uma hora quando estamos ao ar livre? Quantas vezes piscamos em uma hora quando estamos em frente ao celular, computador e à televisão?* Com base em Triguero (2022).

Após a socialização, foi evidenciado que o resultado das resoluções 1 e 2 eram os mesmos (aproximadamente 20.400 piscadas por dia), apesar de terem sido realizados procedimentos e cálculos diferentes. Os professores disseram que isso se deu pelo fato de ambos terem utilizado como hipótese 20 piscadas por minuto. Vale destacar que ao concluírem, P2 e P5 refletiram a validade de seus cálculos. *"É. Acho que eu tô piscando pouco. [...] Não vai dar 28 mil? Nunca"* (P5). "*Eu também tô achando agora. Eu tô piscando pouco. Média de 8 em 1 minuto"* (P2). Mas, como elas haviam coletado as suas piscadas com

o uso do cronômetro do celular, durante o encontro, consideraram que a resolução era válida e que seria uma possível aproximação, pois se baseiam em seus próprios dados reais.

Diante disso, foi ressaltado que a resolução de uma atividade como essa depende das hipóteses formuladas e das ideias levantadas, havendo a possibilidade de se chegar a resultados distintos. Isso, contudo, não significa que os resultados estejam errados ou que tudo seja válido, pois todo o processo desenvolvido e as estratégias utilizadas devem ser considerados para se chegar a determinado resultado. Nesse sentido, torna-se fundamental a realização de momentos de discussão, a fim de validar se os resultados obtidos são coerentes.

Além disso, os professores discutiram e compararam as particularidades e os perfis dos alunos de diferentes etapas de escolaridade, enfatizando a interação e o interesse das crianças dos Anos Iniciais em participar das atividades propostas. Tal percepção pode ser ilustrada pela fala de um dos participantes: *"Agora, com as crianças, gente, se eu deixar, elas falam o tempo todo" (P6).*

Vale destacar que, nesse encontro, não foram abordados conceitos teóricos da Modelagem Matemática (MM). Com o intuito de aguçar a percepção dos professores em relação às fases da MM — que seriam discutidas e trabalhadas ao final do segundo encontro — solicitou-se que realizassem um resumo do encontro e das atividades desenvolvidas, com foco nos aspectos práticos e na experiência vivenciada.

> **P6:** *Começamos com o café.* ***A apresentação****, e aí depois quando vocês revelaram que de* ***fato era um procedimento****, eu confesso que eu fiquei mais atento ainda.* ***Porque gerou uma expectativa. Eu gostei bastante.*** *Bom, aí seguindo a gente foi para a* ***montagem do grupo,*** *trabalhamos com os* ***cálculos.*** *Autorizamos as gravações, e aí depois a gente* ***apresentou os resultados encontrados.*** *Aí houve uma adaptação da dinâmica também, porque era pra gente ir lá na frente, mas aí permitiram a gente ficar por aqui. E acho que foi isso. E aí as considerações, as considerações finais. Foi isso?*

Essas falas revelam que eles perceberam intuitivamente as fases da MM. A dinâmica (*percepções e apreensões*), a resolução partindo do tema da atividade sobre a quantidade de piscadas (*compreensão e explicitação)* e a construção e a apresentação dos modelos matemáticos produzidos por eles (*significação e expressão*). Os professores relataram que as interrupções realizadas durante a dinâmica inicial chamaram a atenção, que a dinâmica despertou o interesse em descobrir qual o critério estava sendo utilizado para medir o tempo, conforme mostra o excerto.

> ***P5:*** *Daí a parte das apresentações, né? Que ela (M1) quebrava e dizia "Acabou seu tempo". Daí eu tive que ser rápida.*

> ***P6:*** *Da primeira vez que ela falou, fiquei tipo, desse jeito. Por quê? Para que isso? Aí pensei, deixa a gente se apresentar. Aí a gente já fica, bom deixa eu falar pouco, parece que ela está surtando.*
> *[...]*
> ***P6:*** *A partir da terceira vez eu vi que tinha sentido, pois uma vez é um caso. Duas vezes é um acaso. Três vezes é procedimento. Na terceira vez, pensei, pronto é isso um procedimento. [...] Mas eu confesso que eu não vi um padrão, não sei se vocês perceberam?*
> ***P5:*** *Que tinha um começo, meio e fim. Sim. Um planejamento. Mas não a lógica do tempo, essa intenção. Essa intencionalidade entendi.*
> ***P6:*** *Eu não sabia, achei que estava meio aleatório. [...] Isso é muito legal. Quando você pega os alunos de surpresa. Isso é muito legal. Porque a aula se torna do nosso interesse. Pelo menos o meu em pensar no que vinha depois.*
> ***P5:*** *Mas em primeiro momento eu pensei, nossa, mas ela vai ficar interrompendo. [...] Como assim, que coisa mais chata. Deixa ela (P2) falar. [...] Quando ela (M1) falou: PARA! Eu fiquei o que é isso? Já esqueci tudo que ela (P2) estava falando.*

Isso evidencia que, para os professores, a dinâmica desempenhou um papel importante para iniciar a atividade, além de despertar o interesse. Diante das reflexões, os professores pensaram sobre formas de adaptar essa proposta para a sala de aula, como evidenciado na fala de P6 *"Já quero fazer na sala. [...] Eu já tô imaginando. Quero fazer com eles na segunda-feira. Tenho aula de matemática. Achei interessante. Eu tenho uns quatro alunos, mais ou menos, que têm dificuldade com medidas de tempo"*.

Nesse contexto, as discussões fomentaram ideias sobre as possíveis adaptações para introduzir a problemática relacionada às piscadas. Uma das sugestões que emergiram foi:

> **P5:** [...] *No planejamento a gente tá na parte da multiplicação, aí vou introduzir isso aí e depois eu falo assim, a gente vai fazer uma dinâmica hoje diferente, penso em levar pra esse lado da dinâmica né, soltem os lápis, olha para a professora agora, respira, respira. [...] Aí eu vou explicar, da questão do minuto que tem 60 segundos, porque esses dias nós trabalhamos com o tempo. A hora né, eu vou introduzir isso, aí vou mostrar pra eles a questão da piscada, olha, eu vou fazer, tipo assim, uns segundinhos, assim, só pra eles entenderem. E aí depois eu vou colocar, a prof vai cronometrar, e vocês vão gerir ali, vocês que vão contar quantas vezes vocês piscaram e vão anotar. Aí depois vamos ir discutindo, piscando, falando, pensando, mais ou menos isso (Professora do segundo ano).*

Essa professora manifestou interesse em desenvolver essa atividade de forma adaptada, com base em suas compreensões iniciais, que emergiram neste encontro. O objetivo por ela proposto seria abordar a multiplicação e as medidas de tempo, envolvendo os alunos do segundo ano em uma investigação sobre a quantidade de vezes que piscamos em 10 minutos ou em 1 hora. Desse modo, essa proposta se configuraria como uma forma de a professora trabalhar uma situação real envolvendo a multiplicação, com o intuito de dar continuidade aos trabalhos que vinha desenvolvendo no componente curricular de Matemática.

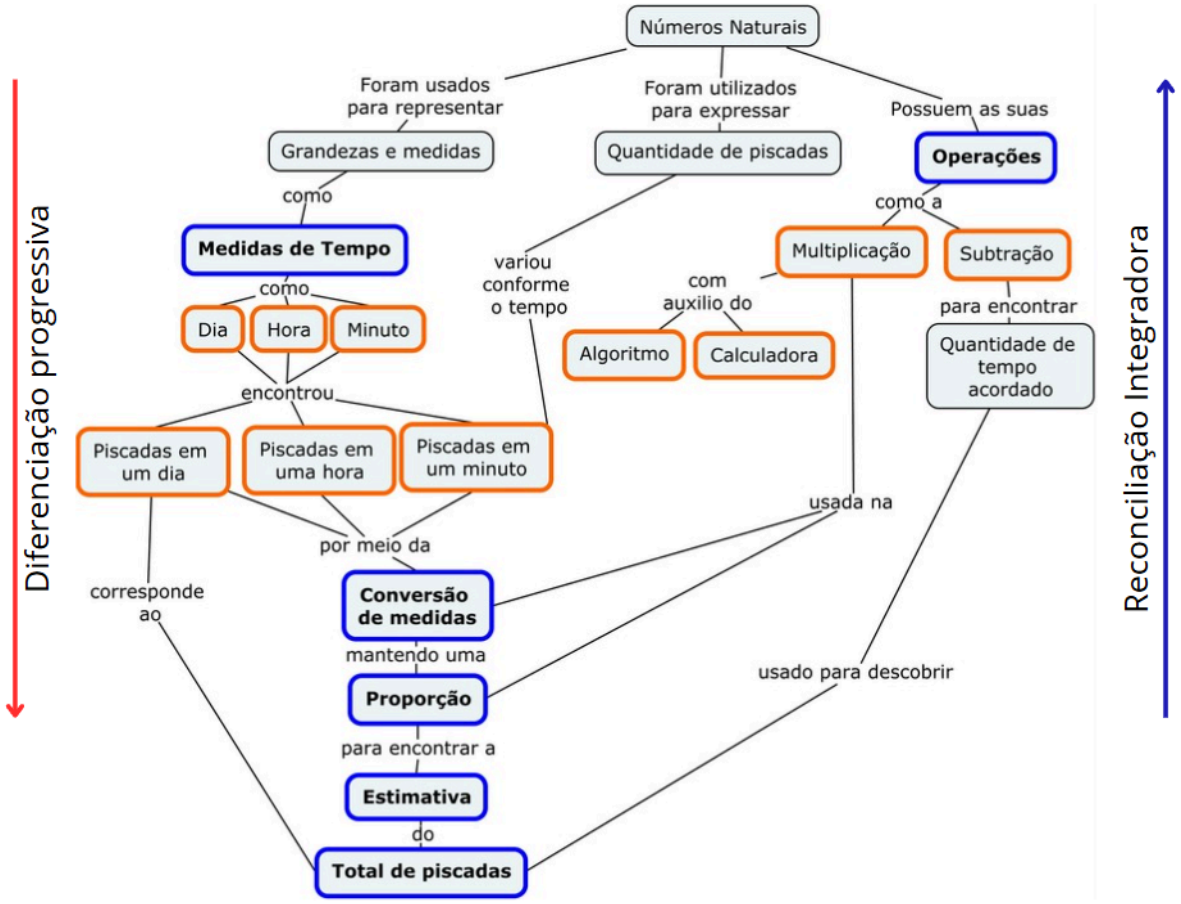
> **P5:** *Igual ontem estava no quadro dois vezes dez, né? Passando ali, aí teve uma criança que falou assim, professora, pra chegar lá no final. No vinte, lá duas vezes dez, vinte. Então, nada mais é que dois, mais dois, mais dois, mais dois, mais dois, mais dois, mais dois. Eu disse é sim. É, daí eu fiz no quadro, né? Aí o outro falou assim, ah, mas não é vezes? [...] Na sala esses dias meu aluno não entendia a multiplicação, tive que explicar que daí a multiplicação é uma via mais rápida do que a adição. Aí eu fiz aquela conta enorme do lado do quadro, do dois mais dois, mais dois, mais dois, mais dois, até chegar no vinte. Ah, é assim? Falei, é. [...] Ele não conseguia entender a multiplicação. Nós passamos pela adição, só que quando chegou lá na tabuada, ele não conseguia. Ele não conseguia entender. Eu explicava, ele explicava, não entendia, não entendia. Aí, sei lá depois de quantas vezes, ele, com esse exemplo, ele ah, tá, agora eu entendi.*

Além disso, surgiram reflexões sobre a Educação Inclusiva e sobre o potencial de trabalhar uma atividade como essa no contexto educacional, reconhecendo e respeitando a diversidade, de acordo com as potencialidades e necessidades dos alunos. Diante disso, um dos professores relatou sua angústia em relação à forma como a Educação Inclusiva é conceituada por outros professores e profissionais.

> **P6:** *[...] Eu estou pensando nisso que você falou. Eu tenho um aluno com laudo que a gente ainda não chegou na unidade de milhar. Possivelmente não vai conseguir chegar esse ano. Mas, se eu trago uma atividade dessa, ele vai chegar a um número de mais de mil. Porque ele vai entender. Agora o fato dele não conseguir chegar por operação matemática num número de 28, 26 mil não quer dizer que eu não possa falar sobre isso para ele. Eu não posso, na minha concepção de adaptação, recolher ele dentro de uma bolha e dizer, por exemplo, que não adianta ver o celular porque você nunca vai saber mexer com ele. É preciso ele saber que existe um celular que ele ainda não sabe mexer mas que talvez com algum esforço, com alguma prática diferenciada um dia ele consiga. Não vai chegar do mesmo dia que a outra criança, mas um dia ele chega. (Professor de terceiro ano).*

Torna-se possível observar que, embora o resultado de 20.400 piscadas ao dia seja o mesmo para as resoluções 1 e 2, o processo de resolução e os encaminhamentos foram distintos. Diferentemente das resoluções 1 e 2, na resolução 3 observou-se que foram consideradas a variação na quantidade de piscadas em função do humor, das emoções e de dados encontrados na internet, os quais interferem na quantidade de piscadas do indivíduo ao desempenhar diferentes atividades ao longo do dia. Contudo, os conceitos matemáticos mobilizados nessas três resoluções foram os mesmos, permitindo a síntese da articulação desses conceitos por meio de um mapa conceitual, conforme a figura 6.

Figura 6 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade das piscadas



Fonte: Autoria Própria.

O mapa conceitual elaborado pela pesquisadora, como mais um recurso de análise dos dados, permitiu observar como os professores realizam a articulação dos conceitos, buscando identificar possíveis encaminhamentos que eles implementariam com seus alunos no desenvolvimento desse tipo de atividade.

Diante disso, observamos, no mapa, a *diferenciação progressiva* para medidas de tempo (dia, hora e minuto) e operações (multiplicação e subtração); ou seja, trata-se da diferenciação de conceitos que estão na mesma hierarquia. Observa-se também a *reconciliação integradora* para as operações e as medidas de tempo, ao realizar a conversão de medidas e encontrar uma proporção que expressasse a estimativa do total de piscadas "em um dia"; ou seja, trata-se da relação de conceitos presentes em diferentes hierarquias.

Portanto, este encontro possibilitou o primeiro contato dos professores com a modelagem matemática de forma prática e trouxe reflexões sobre o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

4.1.2 Atividade 2 - Trânsito

Neste segundo encontro, contou-se com a presença de outros professores participantes, que não haviam participado do primeiro encontro, tornando necessária uma breve apresentação. Estavam presentes os professores identificados como P2, P3 e P9. Para isso, foi utilizado o mesmo critério de medição de tempo, “20 piscadas”, adotado no encontro anterior. Assim, a atividade desenvolvida anteriormente foi relembrada e discutida.

Neste contexto, a professora P2 compartilhou sua experiência com os professores e ministrantes ao desenvolver a referida atividade com sua turma do 4º ano. Posteriormente, foi questionado aos professores como havia sido a semana deles, objetivando discussões sobre as questões climáticas enfrentadas, devido ao grande número de dias chuvosos naquele período.

Nesse contexto, os ministrantes abordaram a dificuldade de locomoção em dias chuvosos, em função do grande número de carros causando congestionamentos, o que exigia atenção redobrada por parte dos motoristas. Essas discussões, assim como o diálogo a seguir, configuraram-se como parte da etapa de *percepção e apreensão*, caracterizada por Biembengut (2019).

> **M2:** *Em quais lugares, assim aqui de Maringá? Vocês acham que eles são mais caóticos?*
> **P3:** *Eu acho que a região da Colombo, as avenidas principais que cruzam a da Colombo? Pedro Taques, Mandacaru, Duque de Caxias. A dezenove. A Morangueira.*
> **M5:** *A São Paulo também, né? De trânsito. É. Mas a avenida Pedro Taques e a Morangueira não tenho muito contato, porque eu moro pra cá. Mas, pra mim, entre essas de cá, a pior é a do Duque de Caxias. Nossa, quando eu pego descendo aqui para a UEM, é terrível.*
> **M2:** *Alguma dessas avenidas, assim, vocês frequentam mais? Que vão diariamente.*
> **P3:** *Ah, eu pego trânsito quase todo dia eu levo minha filha pro colégio, né? Eu tenho que subir a Pedro Taques, sentido ao centro. Aí, por volta das sete horas, eu acho que sete, quinze, sete e vinte, tá com muito trânsito. O pessoal vem da região do centro para o bairro, bairro para o centro. Aí cruza com Sarandi, Marialva e vira aquele tumulto e aquele monte de carro buzinando. É. É difícil. E quando chove, piora. Piora. Por exemplo, essa semana foi quase todos os dias.*
> **M5:** *Aham. É. E será que daria pra gente calcular quantas pessoas ficam presas no congestionamento?*
> **[...]**
> **P2:** *Assim... Dessa vez eu fui esperta, eu deixei ela falar, porque eu já pensei essas meninas já estão planejando. Quando começaram a falar de trânsito.*

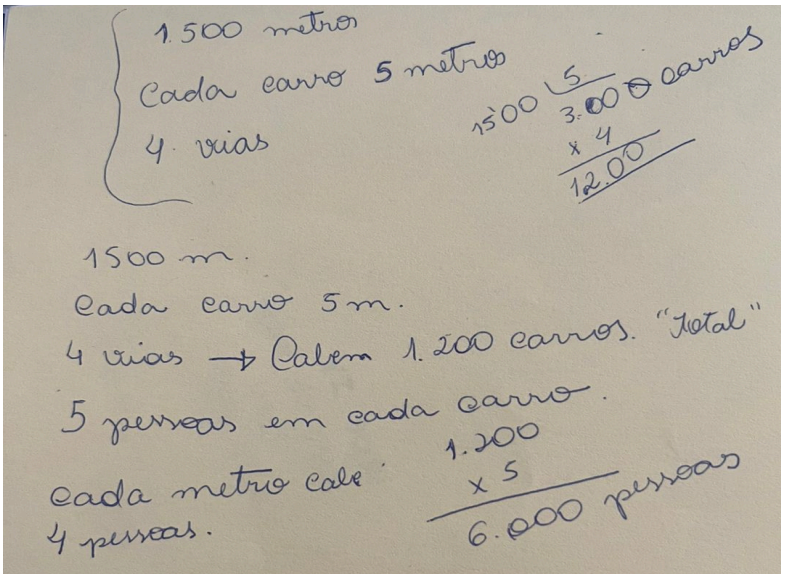
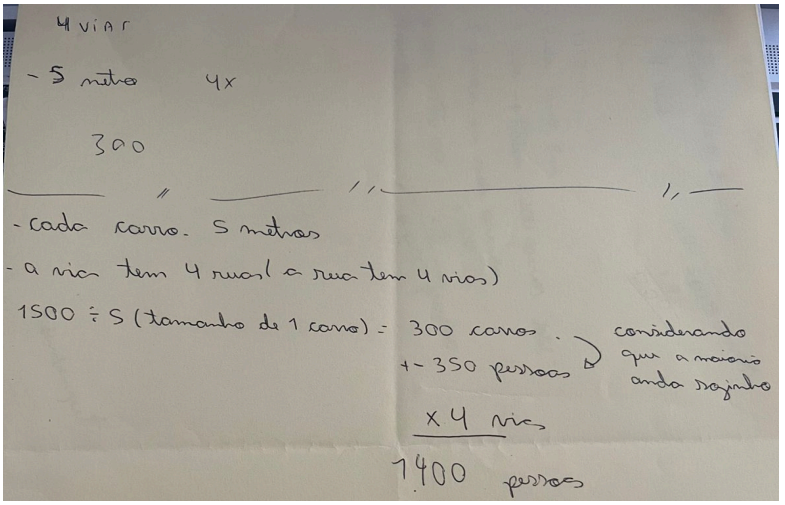
Com as discussões sobre o trânsito de Maringá nos horários de pico e a quantidade de pessoas presas nos congestionamentos, surgiu a seguinte problemática: *Quantas pessoas se encontram em um congestionamento de 1.500 metros da Av. Duque de Caxias?* (adaptada de Zanella, 2016).

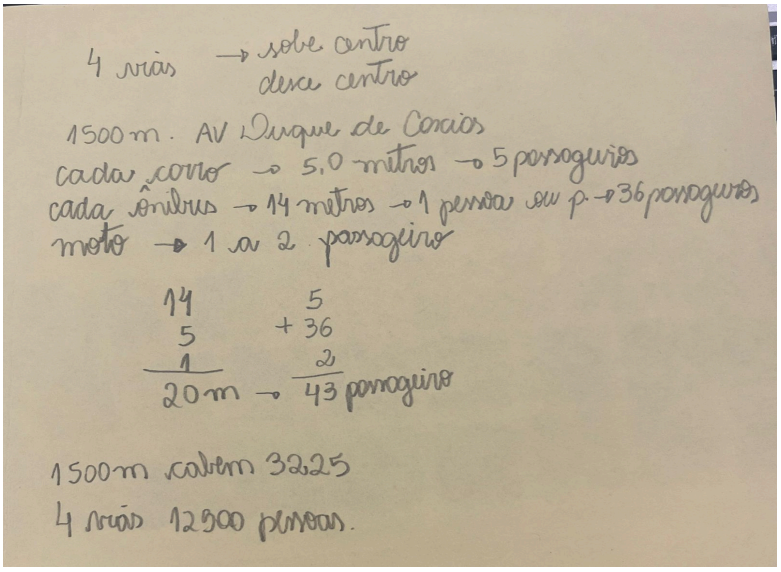
Diante disso, os professores passaram a conjecturar sobre quais veículos estariam dispostos na avenida, quantos metros cada veículo possui, quantas pessoas podem estar dentro de um automóvel, quantas vias a avenida possui, dentre outras hipóteses que poderiam ser consideradas.

> **P2:** *Eu estou vendo aqui agora qual que é a rua? Estou olhando aqui no Mapa. Ah, essa aqui é a rua. Aan, ela é dupla.*
> **P3:** *Nossa qual o critério, a rua, o clima. E o que mais?*
> **P2:** *Bom, mas está falando que é 1.500 metros.*
> **P3:** *Então... Não, eu estou falando assim. A gente tem que analisar também o horário de pico. Não é?*
> **P2:** *Então, ele está falando que é 1.500 metros de congestionamento. Então, não importa se está chovendo ou se está sol. Vai ser 1.500 metros de carros parados.*
> *[...]*
> **P2:** *Procurei no Google. Em média, o carro tem 4,5 ou 4,8 metros. Mas como nenhum carro para de grudar no traseiro do outro, a gente está arredondando para 5 metros, para fazer e facilitar as contas. Mas daí não pode ter circular. Não pode ter uma van, não pode ter uma carreta. Por que tudo isso vai atrapalhar as nossas contas.*
> **M2:** *Então, vocês decidiram considerar só o carro?*
> **P2:** *Sim, nossa, mas dependendo do horário é lotado de circular.*
> *[...]*
> **P9:** *E agora, como que a gente sabe que cabem mil e duzentos carros, como que a gente faz para descobrir quantas pessoas estão congestionadas? Falar em quantas pessoas mais ou menos. Mas aí, no carro, dependendo, tem cinco pessoas, duas pessoas, uma pessoa. Aí isso varia, né?*
> **P3:** *Mesclando. Foi o que fiz para chegar nesse quarenta e três passageiros. Eu somei, eu somei pela quantidade de pessoas, de passageiros dentro do carro, ônibus e moto cheio de pessoas, que é o máximo que se pode ter. Dá para saber mais ou menos.*

Essas discussões foram essenciais para a etapa de compreensão e explicitação, na qual os professores começaram a reunir informações e a definir suas hipóteses, passando a formar um primeiro modelo mental que representa a situação. Com base nisso, os professores construíram suas representações matemáticas, culminando em três estratégias, que correspondem à etapa de significação e expressão, conforme o Quadro 21.

Quadro 21 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade do trânsito

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	Registro escrito
	1500 metros Cada carro 5 metros 4 vias 1500 m Cada carro 5m 4 vias Cabem 1200 carros “total” 5 pessoas em cada carro Cada metro cabe 4 pessoas
	4 vias 5 metro Cada carro 5 metros a via tem 4 ruas (a rua tem 4 vias) 1500 / 5 (tamanho de 1 carro)= 300 carros Considerando que a maioria anda sozinho. + - 350 pessoas + 1400 pessoas

	4 vias sobe centro desce centro 1500m av Duque de Caxias Cada carro -> 5,0 metros -> 5 passageiros Cada ônibus -> 14 metros -> 1 pessoa ou p. 36 passageiros Moto -> 1 a 2 passageiro 1500m cabem 3225 4 vias 12900 pessoas.

Fonte: Registro escrito dos professores.

Com base na resolução da segunda atividade de MM, foi realizada a socialização e a sistematização dos resultados encontrados pelos professores, conforme o Quadro 22.

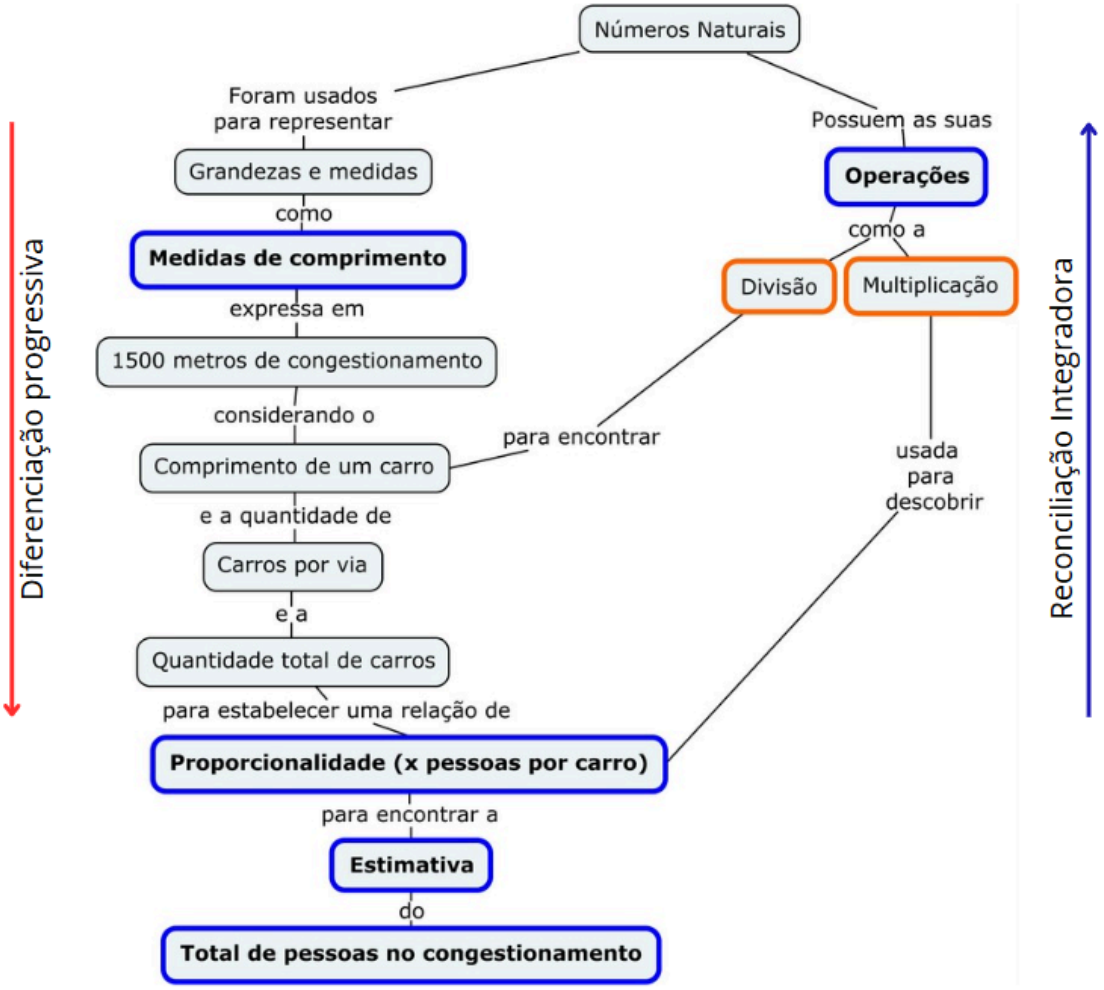
Quadro 22 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

Significação e expressão **- Socialização e discussões sobre as resoluções**
P9: *Primeiro vi e considerei que cada carro tem 5 metros e cabem 5 pessoas, lotação máxima. Fiz 1550 dividido por 5 e deu 300 carros por via vezes 4 vias da 1200 carros. Como cada carro cabem 5 pessoas deu que seria 6 mil pessoas no congestionamento.*
P2: *Eu dividi 1.500 por 5, calculando mais ou menos 5 metros para cada carro, deu 300 carros. Daí, eu calculei mais ou menos, então, 350 pessoas, porque geralmente eles andam sozinhos, então, um ou outro ia ter dois, né, carros de duas vezes. E depois, eu multipliquei por quatro vias, deu 1.400 pessoas.*
P3: *Cada carro mede cinco metros. Nesses cinco metros cabem cinco passageiros. [...] Olha, cada ônibus mede quatorze metros. Nesses quatorze metros cabem trinta e seis passageiros. Uma moto mede um metro e cabem dois passageiros. Aí eu somei todos esses passageiros e deu 43 em 20 metros da via. Então em uma via cabem 3225 passageiros e no total até 12900.*

Fonte: transcrição do áudio do segundo encontro.

Diante das discussões sobre a atividade desenvolvida e as três resoluções dos professores, as suas ações e os conceitos mobilizados foram sintetizados por meio de Mapas Conceituais, conforme a figura 7 (resoluções 1 e 2) e a Figura 8 (resolução 3).

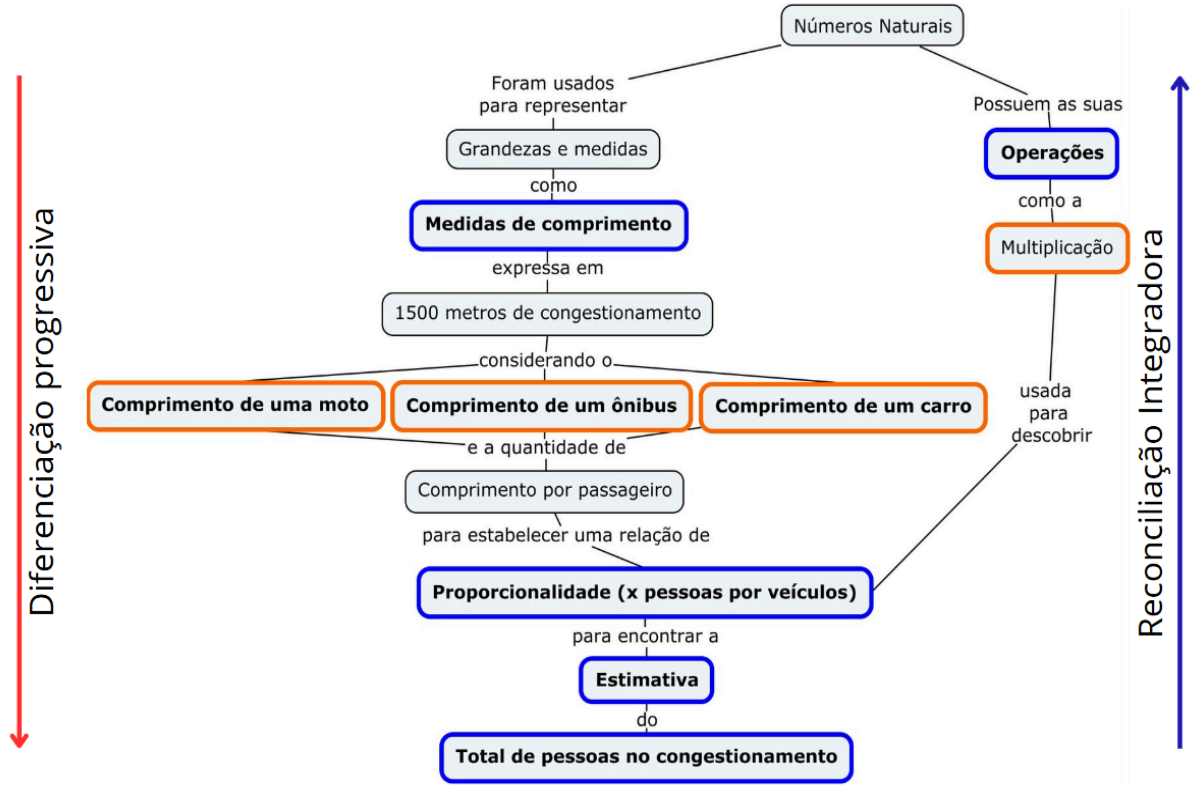
Figura 7 - Mapa Conceitual referente às resolução 1 e 2 da atividade do trânsito



Fonte: Autoria própria.

Vale destacar que apesar das resoluções 1 e 2 serem diferentes, ambas foram representadas por um único Mapa Conceitual, pois os conceitos mobilizados foram os mesmos. A seguir, a Figura 8 elenca os conceitos, assim como suas respectivas relações que correspondem e sintetizam a estratégia 3.

Figura 8 - Mapa Conceitual referente à resolução 3 da atividade do trânsito



Fonte: Autoria própria.

Com isso, discutiu-se o caráter da atividade, que permite aos alunos dos Anos Iniciais utilizar desenhos para facilitar a representação e a construção do seu modelo matemático. Foi apresentado aos professores como os alunos do 5º ano resolveram essa mesma situação, mudando apenas a avenida, conforme Zanella (2016). Observou-se que as resoluções 1 e 2 estavam próximas das utilizadas pelos alunos.

Discutiu-se, ainda, a possibilidade de utilizar essa atividade em sala de aula para trabalhar a conscientização e a educação sobre o trânsito, incluindo as vantagens de usar caronas ou transportes coletivos, o que auxilia na preservação do meio ambiente, como a redução da poluição do ar. Além disso, foi ressaltado o potencial dessa atividade para trabalhar o conceito de divisão, conceito de difícil compreensão para as crianças, que envolve a relação entre um todo e suas partes.

Ao perguntar quais as possíveis adaptações dessa atividade para trabalhar em sala de aula, uma das sugestões foi de trabalhar com a quadra da escola no momento da saída. *"Por exemplo, trabalhar com a quadra com o congestionamento ali na parte da escola, né? Qual o tamanho dessa rua, dessa quadra? Quantos carros vão parar aqui na frente da rua? Essas*

coisas" (P2). *"[...] dá para lançar essa pergunta num dia, e pedir para que eles observem na hora que eles vão embora na hora da saída, para que eles olhem quantos carros cabem para depois fazer sentido"* (M1). Podem surgir várias questões em que os alunos podem considerar que o carro tem três pessoas (Pai, mãe e ele) ou (Mãe, irmão e ele). O pai que vai de bicicleta, que não fica parada no trânsito, passa pela calçada.

Diante disso, foi discutido sobre a viabilidade de trabalhar essa atividade em sala e quais os conceitos poderiam ser trabalhados, com as possíveis adaptações *"Dá para trabalhar muita coisa, divisão, multiplicação. Ah tem a média"* (P2). Ao discutirem sobre isso, foi apontado que *"Para resolver as crianças precisam ter noção de área para calcular as quatro vias de carro. Mesmo que não trabalhando esse conceito, tem que ter noção de medida de comprimento"* (P2). Visto que na Avenida Duque de Caxias que foi considerada, refere-se a quatro vias simultaneamente, necessitando dessa compreensão espacial.

A partir do desenvolvimento das duas atividades, observaram-se aspectos referentes às fases da modelagem matemática (MM) identificadas previamente pelos professores. Uma das professoras que participou de ambas as atividades ressaltou: "*Vocês introduziram o tema antes só conversando. Falando de trânsito e da chuva. Eu fiquei só observando e pensando a atividade ou vai ser sobre o tempo, temperatura ou sobre o trânsito*" (P2). Que condiz com a fase da *apreensão e expressão*. Após a apresentação da problemática sobre o congestionamento do trânsito, uma professora apontou: "*Queimamos o cérebro, para tentar chegar mais ou menos em uma resposta para a pergunta. Depois que resolvemos apresentamos"* (P9). Revelando um entendimento intuitivo das etapas de *explicitação e compreensão* e a *significação e expressão*.

Isso evidencia que a professora que participou das duas atividades conseguiu estabelecer relações e perceber regularidades entre as discussões iniciais, correspondentes à apreensão e expressão, e a introdução de uma problemática que precisava ser analisada matematicamente.

Diante dessas compreensões iniciais, advindas do primeiro contato prático com a MM, foram explorados aspectos teóricos seguindo os pressupostos de Biembengut (2019). As fases da MM propostas por essa autora foram explicadas de maneira a promover a compreensão por parte dos professores, buscando exemplificar situações vivenciadas no contexto escolar.

4.1.3 Evidências de articulações de significados durante o desenvolvimento de duas atividades antes do estudo sobre Modelagem Matemática

Nesta seção, o objetivo não é identificar os conceitos ou as articulações entre seus significados utilizados pelos professores na resolução da atividade de MM no espaço formativo, mas sim analisar a articulação que os professores planejam realizar, ou seja, aquilo que eles consideram importante desenvolver em sala de aula.

Como mencionado anteriormente, esse primeiro momento contou com a participação dos professores P2, P5 e P6 na atividade das piscadas, e com a participação de P2, P3 e P9 na atividade do trânsito. Nesse sentido, na descrição da atividade foram listados todos os comentários relevantes para o desenvolvimento da própria atividade, assim como as reflexões advindas de seu andamento. Portanto, para a análise, serão selecionados os comentários dos professores que evidenciam as possíveis articulações entre os significados que eles mobilizaram ao pensar na aplicabilidade das atividades de MM em suas salas de aula.

Apesar de não ser exigido que os professores desenvolvessem práticas de MM em sala de aula, vale destacar que P2 e P5 tiveram a iniciativa de aplicar a atividade das “piscadas” na semana seguinte ao primeiro encontro com a MM e relataram como foram essas experiências. Entretanto, até o momento, P5 ainda não havia concluído a investigação com sua turma. No Quadro 23, foram destacadas as narrativas das professoras sobre a adaptação da atividade com seus alunos, ainda sem o domínio teórico da MM.

Quadro 23 - Narrativas das professoras sobre o desenvolvimento da atividade em sala de aula

Relato da experiência de P2 (4º ano)	Relato da experiência de P5 (2º ano)
P2: *Eu gostei da atividade das piscadas, coloquei em prática o que vocês falaram, usei a sugestão da M3. Mas eu peguei pesado, eu deixei eles calcularem as piscadas de um dia mesmo, quarto ano, e quatro alunos conseguiram. Certinho. Uns quatro alunos se embananaram na hora de ir de hora para minuto. E o resto, sabe, que não queria nem fazer, né? Só ficou esperando para copiar o resultado.* **M5:** *Consegue explicar como foi essa experiência?* **P2**: Fiz para trabalhar as piscadas no dia e as operações. *Primeiro introduzi o tema com uma brincadeira de quem fica mais tempo sem piscar. Depois eu cronometrei um minuto e eles contaram quantas vezes eles piscaram nesse tempo. Perguntei quantas vezes eles piscaram nesse tempo e como alguns alunos falaram uns números muito desproporcionais nós refizemos a contagem. Depois que conversamos, perguntei quantas vezes eles piscavam no dia. Esperei um pouco e daí retomei com eles quantos minutos tem em uma hora, quantas horas têm no dia.* **M5:** *Eles realizaram a atividade em grupo?* **P2:** *Cada um fez o seu, com base nas piscadas de cada um, e eles foram se ajudando. Solicitei que eles falassem o resultado. Eu corrigi alguns realizando as operações no quadro, mas não foi possível corrigir de todos. Percebi que alguns conseguiram realizar as operações corretamente. Outros se perderam no momento de transformar minutos para horas, outros armaram as operações corretamente, mas se perderam no momento de resolver.* **M5:** *De modo geral eles fizeram igual vocês (professores) no curso, descobriu as piscadas em 1 minuto, descobriram as piscadas em 1 hora e depois multiplicaram por 24 para descobrir em um dia?* **P2:** *O jeito de resolver os que conseguiram fizeram isso, mas eu posso ter influenciado. Considerando que eles não têm acesso a celular nem relógio, acho que eu acabei influenciando esse início.*	***P5:*** *Ah, foi bem interessante, porque a minha sala é bem animada, né? [...] daí eu comecei a introduzir pra eles, eu falei assim, hoje nós vamos fazer algo diferente, nós vamos contar o tempo de uma forma diferente. Como que a gente conta o tempo? Aí eles falaram, ah, no relógio, né? No dedo, os dias da semana, e assim foi, né? Aí, eu pedi pra eles ficarem em silêncio, [...] Ah, é, prof, como que é? [...] Aí eu pedi pra uma aluna me ajudar pra fazer aquilo que a M1 fez, pra falar do tempo. Aí, pedi pra ela ajudar, mas não falei nada pra ela também. Eu falei assim, daqui a algum tempo você fala, para. Daí ela falou que era pra parar. Aí, eu falei pra eles assim, como que a prof contou o tempo? Aí eles ficaram todo mundo olhando pra minha cara, tipo, sem saber o que aconteceu, né? [...] E foram falando, foram falando, foram falando. Aí eu achei tão legal, tão legal, por quê? O aluno que acertou só foi ele. Foi o Augusto, um aluno que é autista.* **M5:** *Ah, que legal, ele que observou?* ***P5:*** *Ele observou, daí ele falou assim, pro, através das piscadas. Ele foi certeiro. Aí, todo mundo falou como assim, piscadas? Aí, eu expliquei [...]. E daí, essa semana também, teve bastante prova na escola [...].* **M5:** *Aham, mas você chegou a perguntar pra eles quanto que eles piscam em uma hora, ou alguma coisa nesse sentido?* ***P5:*** *Perguntei, daí, eles falaram assim. Mas, prof, como assim que a gente vai contar?* **M5:** *Eles chegaram a alguma conclusão?* ***P5:*** *Aí, soltaram alguns números aleatórios, falando a quantidade que eles achavam que era. Aí, a gente finalizou, porque já estava dando o horário de ir embora. E aí, eu quero retomar e explicar a quantidade, mais ou menos, de piscadas. Eu quero retomar e fazer em grupo, daí. Essa dinâmica. É porque eles falaram assim, nossa, prof, é muita piscada. Aí, eu falei assim, não, nós vamos fazer uma outra atividade durante a semana. Que, daí, a Pro vai cronometrar e vocês vão ver quantas piscadas. Que vocês vão ver durante aquele tempo. Aí, eles falaram assim, tá, mas a gente vai cronometrar nas piscadas ou no relógio?*

Fonte: Transcrição dos áudios.

Diante do exposto, ressalta-se que, nesse primeiro momento do espaço formativo, os professores presentes — a saber, P2, P3, P5, P6 e P9 — não conheciam o que era modelagem matemática (MM). Além disso, nessas duas atividades não foram abordadas questões teóricas ou conceituais sobre MM com esses professores, tampouco as atividades foram descritas como sendo de MM. No entanto, a partir do desenvolvimento de ambas, observa-se que os

professores perceberam que as atividades realizadas não se tratavam de uma simples resolução de exercícios ou de uma atividade clássica de sala de aula. Ou seja, começaram a perceber a possibilidade de ensinar de maneira diferente, em que o professor identifica oportunidades de experienciar essas situações com as crianças. Por esse motivo, a atenção recaiu sobre o espaço formativo e não apenas sobre a atividade de MM em si.

Tomando como base essas narrativas, assim como a resolução da atividade por meio dos mapas conceituais elaborados, presentes nas Figuras 5, 6 e 7, foram identificadas ações e falas de todos os professores que participaram desse primeiro momento, condizentes com indícios de articulação dos significados *denotativos e conotativos*, evidenciados durante o desenvolvimento da atividade. Com o intuito de apresentar exemplos que clarifiquem a ocorrência dessas articulações, no Quadro 24 foram selecionados alguns excertos das descrições das atividades desenvolvidas no primeiro momento, nos quais os professores manifestaram indícios dessas articulações.

Quadro 24 - Indícios de articulações de significados identificados no 1º momento do espaço formativo

Significado denotativo: Multiplicação		
Transcrição das falas dos professores	**Significado conotativo**	**Articulação Evidenciada**
P5: *Essa é uma atividade que dá para trabalhar na minha sala. [...] Na sala esses dias meu aluno não entendia a* ***multiplicação***[30]***,*** *tive que explicar que daí a multiplicação é uma* ***via mais rápida do que a adição.*** *Aí eu fiz aquela conta enorme do lado do quadro, do dois mais dois, mais dois, mais dois, mais dois, até chegar no vinte.*	Multiplicação como uma via mais rápida da adição. Logo, a multiplicação pode ser vista como uma adição sucessiva.	Trabalhar em sala, usando o conceito de adição para ensinar a multiplicação, utilizando a relação existente entre essas operações matemáticas.
P6: *Tipo a tabuada do nove, né? ah, não sei quanto que é seis vezes nove, mas você sabe quanto que é seis vezes dez, faz menos seis. Quando explico isso os alunos ficam encantados, eu lembro quando eu ensinei isso, um aluno falou, nossa, um gênio da matemática.* ***A multiplicação precisa fazer sentido para os alunos****" [...] "Eles ficam assustados quando percebem que, por exemplo, quatro vezes três é a mesma coisa que dois vezes seis. Porque são quatro elementos diferentes. Na cabecinha deles, demora pra fazer sentido e trabalhar essas relações é importante, bom eu faço dessa forma.*	O papel da distributividade para entender a multiplicação. Essa é a forma como ele interpreta, como ele explicaria a tabuada para uma criança.	Trabalhar com exemplos envolvendo a multiplicação de números que podem ser resolvidos de diversas formas permite explorar o sentido das propriedades do conceito e facilita a sua compreensão.

[30] O uso do negrito nos Quadros 24, 29, 30, 46 e 47 tem por finalidade destacar as compreensões manifestadas pelos professores que contribuíram para a identificação dos significados denotativos, conotativos e as possíveis articulações.

Significado denotativo: Números		
P6: *Eu estou pensando nisso que você falou. Eu tenho um aluno com laudo que a gente ainda não chegou na unidade de milhar. Possivelmente não vai conseguir chegar esse ano. Mas, se eu trago uma atividade dessa, ele vai chegar a um número de mais de mil. Porque ele vai entender. Agora o fato dele não conseguir chegar por operação matemática num número de 28, 26 mil não quer dizer que eu não possa falar sobre isso para ele. Eu não posso, na minha concepção de adaptação, recolher ele dentro de uma bolha e dizer, por exemplo, que não adianta ver o celular porque você nunca vai saber mexer com ele. É preciso ele saber que existe um celular que ele ainda não sabe mexer mas que talvez com algum esforço, com alguma prática diferenciada um dia ele consiga. Não vai chegar do mesmo dia que a outra criança, mas um dia ele chega.*	O potencial de trabalhar com essa atividade e apresentar "*números grandes denominados unidade de milhar*" que apesar do aluno não conhecer, propicia a inclusão e abrindo novos horizontes.	O potencial de trabalhar com essa atividade e a forma como ela pode auxiliar na compreensão dos alunos, propiciando a inclusão e acessibilidade.
Significado denotativo: Medidas de tempo (segundos, minutos, horas e dia)		
P2: *Fiz para trabalhar as piscadas no dia e as* ***operações.*** *Primeiro introduzi o tema com uma brincadeira de quem fica mais tempo sem piscar. Depois eu cronometrei* ***um minuto*** *e eles contaram quantas vezes eles piscaram nesse tempo. Perguntei quantas vezes eles piscaram nesse tempo.*	Trabalhou por meio de uma brincadeira contando as "piscadas". Utilizando quantas piscadas acontecem em um minuto, relacionando o número de piscadas com o tempo de um minuto.	Associar o tempo de duração de um minuto com a quantidade de piscadas de cada criança.
P5: *[...] eu falei assim, hoje nós vamos fazer algo diferente, nós vamos contar o tempo de uma forma diferente. Como que a gente conta o tempo? Aí eles falaram, ah, no relógio, né? No dedo, os dias da semana [...] Aí, eu falei pra eles assim, como que a prof contou o tempo? [...] Ele observou, daí ele falou assim, pro, através das piscadas.[...] Eu quero retomar e fazer em grupo, daí. Essa dinâmica. É porque eles falaram assim, nossa, prof, é muita piscada. Aí, eu falei assim, não, nós vamos fazer uma outra atividade durante a semana. Que, daí, a Pro vai cronometrar e vocês vão ver quantas piscadas. Que vocês vão ver durante aquele tempo. Aí, eles falaram assim, tá, mas a gente vai cronometrar nas piscadas ou no relógio?*	Trabalhou a unidade de tempo com instrumentos de medidas, como relógio, cronômetro, etc.	Evidenciar a experiência realizada com as crianças com o "piscar", trazendo uma nova forma de perceber a medida do tempo.
Significado denotativo: Medidas de comprimento (metros)		
P2: *Dá para adaptar [...] Por exemplo, trabalhar com a quadra com o congestionamento ali na parte da escola, né? Qual o tamanho dessa rua, dessa quadra? Quantos carros vão parar aqui na frente da rua? Essas coisas" [...] Quanto que vai caber em algum carro, ou quantos pais vão ficar esperando para pegar o outro, sabe? Então, tem todas essas ideias que podem ser consideradas. Aí, talvez, eles considerassem, por exemplo, três pessoas. Ah, veio o pai, a mãe busca ele. Ou a mãe vem buscar o meu irmão, porque o carro tem três pessoas. Então, tem todas essas ideias que poderiam surgir para trabalhar com eles. Ou, ah, o meu pai vem de moto. Ou, ah, o meu pai vem de bicicleta. A bicicleta fica parada no trânsito, ela passa na calçada [...] Para*	Utiliza questionamentos que podem auxiliar as crianças no estabelecimento de relações entre o tamanho da via, o tamanho do carro e o número de pessoas presentes no congestionamento.	Associar a quantidade de pessoas nos veículos e a quantidade de metros que o carro possui, reconhecendo que essa dimensão espacial, é essencial para que os alunos resolvam essa atividade.

resolver as crianças precisam ter noção de área para calcular as quatro vias de carro. Mesmo que não trabalhando esse conceito, tem que ter noção de ***medida de comprimento****.*		

Fonte: Autoria própria.

De acordo com o Quadro 24, observa-se que os significados denotativos mobilizados neste primeiro momento foram: multiplicação, números, medidas de tempo (segundos, minutos, horas e dia) e medidas de comprimento (metros). No que se refere à multiplicação, nota-se dois significados distintos: "via mais rápida da adição, como uma adição sucessiva" e "a multiplicação possui propriedades, em particular a distributividade". A articulação entre os significados ocorre, nesse contexto, quando o professor não utiliza esse conceito apenas de forma técnica, mas expõe a maneira como interpreta e ensina o conceito, empregando uma linguagem acessível e contextualizada.

Os dados analisados revelam que, mesmo sem terem discutido teoricamente sobre MM, há falas que condizem com possíveis articulações entre os significados *denotativos* (conceitos presentes no currículo, aceitos no contexto social) e os *conotativos* (emergentes de suas experiências pessoais, por meio das reflexões e interpretações subjetivas dos professores, com base em sua turma, seu cotidiano e vivências). Isso indica evidências de que a MM pode permitir que os professores utilizem, ressignifiquem e adaptem os conceitos às suas práticas futuras. Nesse movimento, posteriormente analisaremos como esse processo de articulação ocorre durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, considerando suas características.

4.2 2º Momento: desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo suas características

Após o desenvolvimento das duas atividades de MM do primeiro encontro, e diante das compreensões iniciais emergentes, foram explorados aspectos teóricos com base nos pressupostos de Biembengut (2019). As fases da MM propostas pela autora foram apresentadas de modo a favorecer a compreensão dos professores acerca dessa tendência, exemplificando-as com situações vivenciadas no contexto escolar. A partir disso, os ministrantes convidaram os professores a conhecer outras práticas de MM nos Anos Iniciais, por meio de relatos de experiência apresentados na CNMEM e no EPMEM.

Dessa forma, esse segundo momento contemplou a leitura, escolha, interpretação e apresentação de relatos de experiências sobre o desenvolvimento de atividades de MM nos Anos Iniciais, nos quais os professores puderam compartilhar suas impressões, discutir ideias e propor adaptações para a prática em sala de aula. Essa apresentação ocorreu durante o terceiro encontro remoto. Além disso, o segundo momento incluiu o quarto encontro presencial, com o desenvolvimento da atividade de MM com o tema pipocas, e o quinto encontro remoto, que se configurou como um momento de reflexão e análise do

desenvolvimento dessa atividade.

4.2.1 Planejamento, estudo e apresentação de um relato de experiência

Com base nos relatos de experiências da CNMEM e da EPMEM, disponibilizados via Google Drive, os participantes foram orientados a elaborar uma apresentação que contemplasse os aspectos gerais da experiência, suas percepções, reflexões e possíveis adaptações para a prática em sala de aula.

Nesse processo, os professores contaram com o auxílio dos ministrantes por meio de conversas nos grupos do WhatsApp, a saber: grupo 1 — P2, P3 e P9; grupo 2 — P1, P7, P8 e P10; e grupo 3 — P4, P5 e P6.

O Quadro 25 apresenta detalhes dos relatos escolhidos pelos professores.

Quadro 25 - Relatos de experiências selecionados e apresentados pelos professores

Evento/ ano	**Grupo/Título do relato**	**Concepção de MM**	**Resumo do relato**
(I EPMEM - 2004)	Grupo 1/O futebol – proporcionando o ensino aprendizagem da matemática	Burak (1992) descreve a Modelagem em cinco etapas: *Escolha do tema, Pesquisa exploratória, Levantamento dos problemas, Resolução dos problemas* e *Análise crítica.*	A experiência foi realizada com alunos do 5º ano, o tema escolhido por eles foi o Futebol, realizaram uma pesquisa histórica sobre o jogo. Fizeram um levantamento dos times preferidos pelos alunos, e a organização dos dados coletados por meio de gráficos e tabelas. Num terceiro momento, construíram uma maquete do campo de futebol e exploraram os conceitos matemáticos que foram surgindo durante a construção.
(VIII EPMEM - 2018)	Grupo 2/Alimentação saudável: uma experiência com Modelagem Matemática nos Anos Iniciais	Biembengut e Hein (2016) descrevem a modelagem em três etapas: *inteiração, Matematização* e *Modelo Matemático.*	A experiência foi desenvolvida com alunos do 5° ano, em que os alunos investigaram quantas calorias têm um prato ideal. No desenvolvimento da atividade foi assumida como hipótese pelos alunos, que o prato ideal deveria conter no mínimo cinco cores. A partir daí, em grupos, elaboraram seus modelos de pratos ideais. Foram suscitados nas resoluções dos alunos, o uso das operações de adição e multiplicação. Os alunos utilizaram representações numéricas, desenhos, tabelas e a linguagem natural.
(VIII EPMEM - 2018)	Grupo 3/Como viver 100 anos? uma atividade de modelagem em sala de aula	Almeida e Vertuan (2014) descrevem a Modelagem nas seguintes etapas: *Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e validação.*	O desenvolvimento desta atividade ocorreu com uma turma de 4º ano que trabalhou com conteúdos das operações básicas, unidades e transformação de medidas, cálculo de perímetro e introduziu conceitos de tratamento da informação, construção de tabelas e gráficos de barras. A atividade envolveu a participação de outros dois profissionais: uma nutricionista e uma professora de Educação Física.

Fonte: Autoria própria.

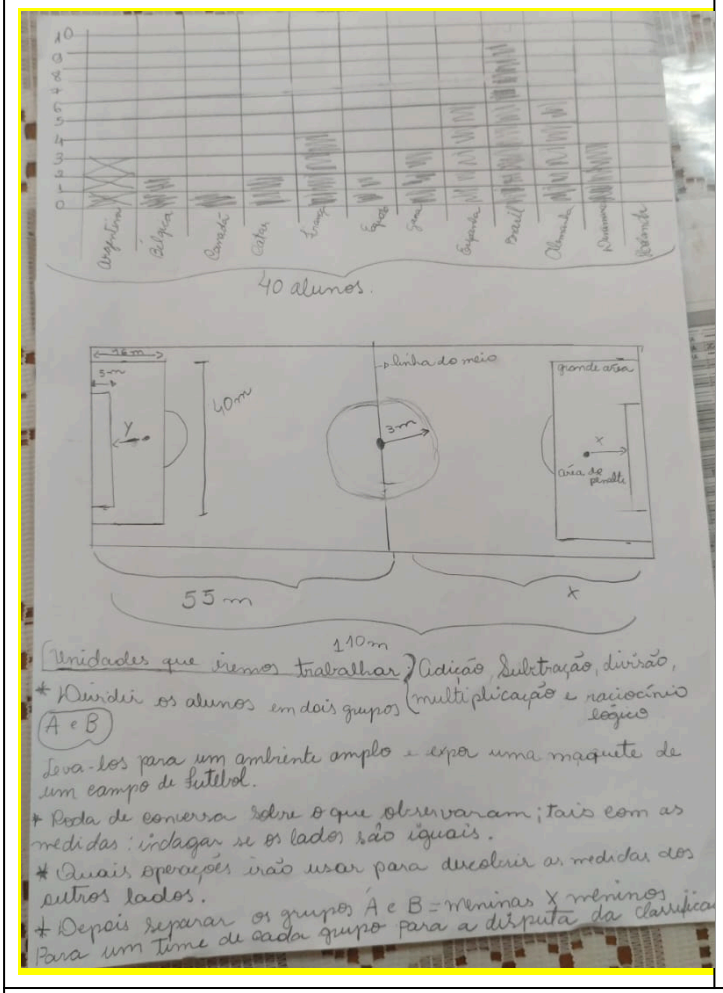
Os grupos apresentaram os relatos de experiência, citando suas principais características, conceitos matemáticos trabalhados, entre outros aspectos. Após a apresentação, discutiram sobre cada um deles e a importância de trabalhar com atividades contextualizadas.

> ***P9:*** *Então, assim, são temas bem atuais, bem da atualidade e que estão no nosso cotidiano, né? E isso é muito importante para a gente trabalhar em sala de aula, porque já traz essa vivência também que o aluno tem. E nós podemos colocar de uma forma mais simbólica, mais prazerosa, que favoreça a Aprendizagem Significativa.*

Essas discussões dialogam com a literatura no que se refere à importância de instigar a predisposição dos alunos para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesse sentido, "[...] é possível empregar o conceito de subsunçores para associar elementos do cotidiano das crianças aos conhecimentos matemáticos, estabelecendo uma base sólida para novos aprendizados" (Soares, *et al*., 2024, p. 2).

No que se refere ao relato escolhido pelo grupo 1, com a temática **futebol**, além de apresentar a prática descrita no relato, os professores elaboraram uma adaptação para desenvolver em sala de aula, conforme mostra o Quadro 26.

Quadro 26 - Adaptação da atividade a partir do relato de experiência selecionado e apresentado pelo grupo 1

Adaptação da atividade do relato 1	Descrição do registro escrito
	Times: Argentina, Bélgica, Canadá, Catar, França, Equador, Gana, Espanha, Brasil, Alemanha, Dinamarca e Holanda. 40 alunos Unidades que iremos trabalhar: Adição, subtração, divisão, multiplicação e raciocínio lógico. *Dividir os alunos em dois grupos A e B. *Levá-los para um ambiente amplo e expor uma maquete de um campo de futebol. *Roda de conversa sobre o que observaram, tais como as medidas, indagar se os lados são iguais. *Quais operações irão usar para descobrir as medidas dos outros lados. *Depois separar os grupos A e B = Meninas x Meninos para um time de cada grupo para disputa de classificação.
P9: *Bom, meninas, lendo o relato da temática do nosso grupo, eu já pensei logo nas minhas turmas, na quantidade grande, que são 40 alunos que eu tenho do quarto ano. Então, eu segui mais ou menos o pensamento do que estava no relato, buscando as mesmas estratégias, mas com algo diferente. Porque o que eu vejo hoje, [...] os alunos têm muita dificuldade de interpretar, uma imagem, um texto [...] Então, pensando nesse relato, eu faria dessa forma, eu dividiria a quantidade de alunos em dois grupos, A e B, e também dividiria eles de acordo com a idade, porque também tem alguns repetentes. Baseando-se no futebol, eu escolheria a Copa do Mundo de 2022 e alguns times em votação e acabei fazendo o A e o B.* ***Depois dividi a tabela em meninas e meninos.*** *[...] Para que trabalhar dessa forma? Porque eles conseguem ter uma visão, conseguem diagnosticar uma estratégia, visualizar um problema [...] E depois, usando lá o relato, eu levaria eles para o pátio, para um espaço exterior da escola. Colocaria, no caso, uma maquete, igual ela usou no relato, que eles próprios iam confeccionar essa maquete [...]. A intenção aqui da atividade é mostrar para eles* ***como é a dimensão da criação da maquete*** *a partir de uma figura. O que pode ter nessa figura? Quais as dimensões que ela tem? O que pode trabalhar nessa figura? Aqui eu coloquei alguns valores aleatórios, porque muitos alunos não percebem. Então, aqui, se essa parte aqui mede 55 metros, eles têm dificuldade de entender que essa outra parte aqui vale 55. [...] Então, isso mostra para eles que, ao visualizar, eles podem, sim, considerar os valores. Igual aqui. Se aqui vale 40 metros, do outro lado também vale 40. É que eles têm muita dificuldade de pensar, eles querem algo ali pronto, eles não querem pesquisar, bolar uma estratégia. Então, aqui a mesma coisa. Por exemplo, se o jogador vai chutar a bola no gol, quantos metros tem da marca do pênalti até embaixo da trave? Então, eu achei bem interessante esse relato, porque dá para trabalhar* ***as unidades de adição, subtração, divisão, multiplicação e raciocínio lógico, principalmente aqui, o raciocínio lógico.*** *Não sei vocês, mas eu percebo nas escolas que eu estou, principalmente na tarde, no Fundamental 2, que é o sétimo ano, eles não sabem tabuada. Eles não sabem tabuada do 2. E isso é crítico. Nós, como professores, educadores, eu fico assim, indignada, porque eles não sabem tabuada do 2. De 34 alunos que tem na sala, cinco, se souberem, é muito. E o professor, quando ele está explicando, eles*	

não sabem o que é perímetro. Não sabem o ***perímetro do quadrado, que é a soma de todos os lados****. E esse relato é interessante também, que a gente consegue visualizar a figura plana. Ah, se eu cortar essa maquete no meio, se eu cortar e*ssa maquete no meio, que figura que eu vejo? *Quantos meias de cada lado? Então, assim, dá para a gente trabalhar e colocar essas situações-problemas de várias formas. Até os próprios alunos podem formar essas situações-problemas para discutir entre os dois grupos o que eles observaram. E fazer roda de conversa e ter essa discussão entre os grupos, o que eles observaram, o que eles acham que é provável, o que não é, qual* ***medida*** *um grupo achou, qual medida o outro grupo achou. Entendeu? E depois, assim, discutir com eles de que forma cada grupo fez o cálculo,* ***quais as unidades eles usaram****. Ah, usou subtração? Ah, não, eu usei o raciocínio lógico. Se aqui vale tanto, aqui vale tanto. Terá um time só em cada grupo? Como vamos fazer essa temática, essa distribuição? Os times irão disputar os pênaltis? Como você vai englobar? Tipo, aqui eu englobei o português também um pouco dessa discussão da interpretação.* ***E essa dinâmica das crianças trabalharem mais com o concreto, com a prática****. Porque é interessante demais que eles aprendam de uma forma, assim, significante. Bom, é isso.*

Fonte: Registro escrito do grupo 1 e transcrição do áudio do terceiro encontro.

A escolha desse relato deu-se pela problemática, que frequentemente surge em sala de aula, quando os alunos comentam que assistiram a um jogo de futebol, quais foram os resultados obtidos, entre outros aspectos. Conforme observado, os professores discutiram a variedade e a abrangência de conceitos matemáticos que podem ser trabalhados envolvendo esse tema.

No que se refere ao relato escolhido pelo grupo 2, com o tema alimentação saudável, a escolha deu-se devido à importância da construção de hábitos saudáveis desde os primeiros anos escolares, para que a seleção de alimentos ocorra de forma consciente. Com base na apresentação do relato, algumas sugestões foram apontadas pelos professores.

> **P1:** *É, eu achei muito interessante a atividade e acho que, talvez, para enriquecer ainda mais, né, possivelmente, esse foi um trabalho de um pesquisador que foi, ali, na escola, aplicou, e não o professor da turma. Mas, se fosse um professor que estivesse acompanhando a turma, eu acho que seria interessante, é, levar essa atividade adiante e analisar. Será que as refeições que eles fazem na escola, será que a merenda oferecida na escola é um prato de alimentação saudável? Então, eles poderiam anotar, ali, tipo as calorias, durante uma semana. Na segunda-feira, a merenda foi tal, tal, tal. Na terça, na quarta e na quinta. E, aí, no final da semana, eles analisarem se foi uma alimentação saudável que a escola ofereceu para eles, tendo em vista que tem uma nutricionista que faz esse cardápio e tudo mais, isso poderia, também, ser explicado para eles. Outra coisa, é, se, talvez, não está sendo uma alimentação saudável, precisa de mais salada, de mais verduras, e se fizesse um projeto de uma horta na escola para ter um prato mais colorido, por meio dessa horta. Então, seriam sugestões que eu acho que poderiam ser acrescentadas, se fosse um professor da turma, né, a gente sabe que, às vezes, é um professor que foi um dia, ali, né, somente, daí não estaria para fazer esse acompanhamento, mas, levando para a realidade da sala de aula, se a gente fosse, né, utilizar como uma turma nossa, acho que poderiam ter essas sugestões.*
> *[...]*
> **P10:** *Eu achei que ele é bem parecido com algumas atividades que a gente trabalha com as crianças lá na Educação Infantil.[...] A gente pode trabalhar ali, talvez com o infantil 5, né? Usando algumas tabelas também. Não extensas, igual essa que foi trabalhada ali no artigo com o quinto ano. Mas com tabelas menores. Talvez trabalhar ali o cardápio que é oferecido pelo município, né? A gente vê lá no próprio cardápio que vem do município. Já está escrito ali quantas calorias, mais ou menos. A gente talvez levar uma balança pra eles verem, tentar pesar ali. Não*

> *chegar a fazer o cálculo matemático ali, mas levar eles a entenderem que tem ali um conceito matemático por trás*.

No que refere-se ao terceiro relato, foi pontuada a possibilidade de trabalhar a interdisciplinaridade entre a Educação Física e a Matemática.

> **P5:** *E também, eu achei legal porque, por exemplo, eu tô na turminha lá do segundo ano, né? Eu quero passar essa atividade para eles de uma outra forma. Jamais imaginariam que, assim, eles iam falar assim, eu iria levar eles para a quadra, né? Então, assim, é uma relação de amor e ódio ali com a matemática que tem que ter, né? Porque ela tá envolvida em todos os lugares, né? Jamais eles imaginariam ali as crianças, por exemplo, se eu levasse elas para a quadra, para alguma atividade física, na cabecinha delas elas iriam correr, pular corda, fazer tudo que mexesse com o corpo, mas menos pegar uma fita, medir, vou somar com isso para chegar em tal resultado, né? Então, assim, é bem legal por conta disso. Eles ficam encantados com essas coisas diferentes, né? Quando eu, não tem nada a ver, mas assim, quando eu mostrei para eles lá a questão da piscada da outra vez, foi muito legal, porque eles jamais imaginariam que daria para a gente contar o tempo com as piscadas, né? Foi muito interessante. Então, dessa forma também, que daí a gente pode usar a adição, a gente pode usar a multiplicação [...].*

Com essas discussões, foi apontada a multiplicidade de maneiras de abordar um mesmo tema, dependendo do contexto, das dificuldades e do perfil dos alunos da turma. Por isso, ressaltou-se a importância de considerar esses aspectos para um planejamento assertivo, que contribua efetivamente para a aprendizagem do aluno. Dessa forma, o intuito foi conhecer novas práticas desenvolvidas por outros pesquisadores no contexto dos Anos Iniciais.

> **P9:** *Eu acho, assim, que esses relatos trouxeram para nós, por exemplo, no meu caso, né, que não sou fã de matemática, sou realista. Mas, assim, sempre procurando o melhor para os meus alunos, para ensinar da melhor forma, né. Para que eles aprendam, para que a aprendizagem seja significativa. Eu acho, assim, que isso foi bom. Porque a gente, assim, vê a matemática de uma outra forma, com outros olhos. Que você pode trabalhar matemática. Não é só, tipo, tabuada. Não é só, tipo, continha de subtração, multiplicação, divisão. Você pode trazer outras situações que você vai acabar utilizando essas operações. Não que não seja importante trabalhar todo o contexto da matemática. Mas esses relatos trazem para a gente que são possíveis, né, trabalhar de outra forma essa matemática, assim, que eu tenho um pouco de medo, assim. Não é medo, assim, é um pouco de pavor. Então, assim, e hoje, analisando os relatos, as falas das meninas, é muito bom a gente trocar essa experiência**. Porque, às vezes, a gente tem facilidade num tema, às vezes não tem no outro. E isso nós, enquanto professores, sempre buscando o melhor para os nossos alunos. Eu acho, sim, que cada um de nós está aqui para melhorar. Tá? Mas assim, eu tô porque eu amo o que eu faço e eu amo ser professora. Então, eu sempre estou buscando algo assim, inovador, algo melhor**,** estudando para que eu possa passar de melhor forma possível para os meus alunos.*

Embora tivesse sido trabalhado no encontro anterior o uso da MM para ensinar conteúdos presentes no programa curricular, com base na concepção de Biembengut (2019),

neste encontro, por meio dos três relatos de experiência, foi enfatizada a existência de outras concepções, segundo as quais: “[...] há muitos pontos em comum entre as abordagens dadas pelos pesquisadores ao processo de modelagem matemática, muitas vezes a referência ao mesmo procedimento e apresentada com uma nomenclatura diferenciada, mas, o procedimento é praticamente o mesmo” (Souza, 2013, p. 14).

4.2.2 Atividade 3 - Pipocas

O encontro iniciou-se com a recapitulação dos relatos de experiência escolhidos e apresentados no encontro anterior, abordando tanto a concepção de MM adotada nos relatos quanto os conceitos matemáticos contemplados. Enquanto isso, M2 e M4 distribuíram pipocas aos professores.

Nesse início de encontro, alguns professores expuseram suas percepções sobre as práticas abordadas nos relatos de experiência e sobre a relação dessas experiências com o cotidiano escolar.

> **P5:** *Acho importante falar de coisas assim como a boa alimentação, de comer coisas saudáveis. E foi o que o relato trouxe para a gente, uma coisa que eu não imaginava fazer em sala aula, por exemplo, com a matemática da escola. E, para mim, por exemplo, foi tão legal que antes de vir aqui, no primeiro encontro, eu tinha uma não sei lá, uma outra mentalidade, uma forma de ver diferente. Acho que depois que eu comecei a fazer o curso, eu abri um pouco a minha cabeça, assim, de ver, por exemplo, de ampliar. De ouvir e pensar o porquê. Então, antes de eu vir para fazer o curso, eu estava passando para as crianças a parte de multiplicação, né? Fiz a atividade das piscadas. E, aí, agora, então, trabalhando a divisão, a impressão que eu tive é que foi bem mais fácil. Assim, sabe trabalhar com eles.*

Nesse mesmo sentido, surgiram algumas sugestões de como adaptar as atividades do relato de experiência para a Educação Infantil.

> **P7:** *A gente fica olhando para a Educação Infantil, como é que o autor desenvolveu aquela atividade nos Anos Iniciais no fundamental. Mas, por exemplo, se ele tivesse desenvolvido com a Educação Infantil, teria trabalhando com o quê? Com a classificação? Que nem essa semana as nutricionistas estão lá no CMEI, elas foram nas salas de aulas, né? E aí, lá no momento, a minha sala fez a pirâmide alimentar com as crianças, e as crianças colocavam cada alimento no lugar da pirâmide. Então, isso também chama a atenção das crianças, assim, por que é um conceito importante para a Educação Infantil, né? [...] Também tem a questão da proporção, a quantidade de alimento que eu posso estar consumindo, de proteína, de massa, de frutas, essas coisas.*

No que se refere ao relato de experiência com o tema futebol, os professores discutiram a prática desenvolvida e os conceitos que foram ou podem ser trabalhados, a saber:

tabelas e gráficos. Esses conceitos foram apontados como difíceis de abordar com os alunos dos Anos Iniciais. *"Eu tive a oportunidade de trabalhar no 3º ano, com o conteúdo de tabela, e aí a gente trabalhou com a batalha naval. [...] foi por essa questão de ser algo prático e algo que eles conseguiram visualizar ali como eles estavam fazendo parte do jogo. Mas, afinal, acho que se não fosse assim seria difícil mesmo"* (P7).

Além disso, ressaltaram as dificuldades encontradas ao ensinar matemática, com relação a forma como ela é apresentada e trabalhada com os alunos dessa faixa etária. *"Mas eu gosto de matemática, né? Daí as crianças chegavam assim e perguntava: é aula do que hoje? A não pro. A não o que? Eu nem falei nada. Mas eu já sei, o seu time é da matemática. Acredita, eles já têm essa visão distorcida da matemática desde pequenos*" (P7). Pois na maioria das vezes ela é trabalhada de forma descontextualizada e mecânica, *"Aí, as crianças vão pegando ranço. Eles não aguentam mais. Quando eu coloco hoje, teremos... Eu escrevo matemática ou português, eles dizem, ah, professor de novo* (P6).

Foram levantados alguns dos possíveis motivos para as crianças pensarem dessa forma, *"Eu acho que é familiar. Aí, muitas vezes, também, a escola, assim, as professoras. Eu já ouvi muitas professoras falarem assim, ó, se vocês não me obedecerem nós vamos sair e vamos lá na sala estudar matemática"* (P7).

Nesse sentido, ressaltaram a resistência observada em alguns professores e equipe pedagógica, isso se revelou por meio de alguns questionamentos: *"Por quê você vai fazer isso? Você fica fazendo, porque daqui a pouco eles se inventam para a gente fazer também"* (P4). *"Ah, por que você está fazendo isso? Você é louco de estar fazendo algo diferente para as crianças? Então assim você sente também essa resistência dos professores, de alguns, não todos, em fazer algo diferente para as crianças"* (P10).

Essas falas dos professores vêm corroborar os apontamentos de Piaia e Silva (2019), ao enfatizarem que muitos professores e equipes pedagógicas preferem incentivar o uso excessivo de cadernos e livros, com base em regras e formas. Para as autoras: "O problema não reside no uso dos materiais, mas nas situações de aprendizagem que não consideram o interesse das crianças, o que pode resultar numa forma maçante / exaustiva de aprender" (Piaia e Silva, 2019, p. 89).

Nesse contexto, destaca-se a fala de P4 *"É igual eu, Eu estou substituindo a professora que está de atestado. Aí, a outra professora do lado falou assim pra mim, nem fiquem nesse planejamento aí, não. Só dá para português e matemática.[...] Mas, segunda-feira, a gente vai fazer a peteca* (P4). Diante disso, essa proposta foi ressignificada pois alguns professores sugeriram integrar a matemática a partir da confecção desse

brinquedo, partindo desse tema que é do interesse das crianças, abordar, por exemplo, uma competição de qual peteca alcançaria a maior distância, *"Dá para levar a fita métrica para medir a distância "(P7).* Além disso, *"Dá para fazer um monte de coisa, levar uma balancinha e falar de quilos. [...] Então, se eu tenho 20 alunos Aí dá para fazer uma tabela de pontuação. Dá para fazer o gráfico para ver quem é o vencedor" (P6).* Reconhecendo as potencialidades em propor uma atividade diferenciada.

Contudo, também apontaram alguns desafios, alegando que *"[...] a sala vira um tumulto quando você dá essas aulas diferentes. Tipo assim, para mim, isso é muito legal. Gente, é natural, é deles, eles não são robôs"*(P7). Revelando que esse "tumulto" faz parte de um processo de aprendizagem como expressão do engajamento dos alunos. Nesse viés, P5 problematiza o uso dos planejamentos prontos e a necessidade de adaptá-los à realidade.

> **P5:** *Porque o planejamento ele vem lá, todo esmiuçadinho pra gente. Só que é uma coisa assim, sei lá, parece que é tão maçante só trabalhar aquilo dali, né? A gente tem que pensar um pouquinho fora da caixa, incluir alguma coisa de acordo com a nossa turma. Porque, gente, não é só sentar lá, somar dois mais dois, dez dividido por 2, 20 dividido por não sei quanto.*

Essas discussões revelam uma valorização dessas atividades "diferenciadas", que dialogam com os princípios da BNCC, ao ressaltar que "[...] não se pode frear a curiosidade e o entusiasmo pela aprendizagem, tão comum nessa etapa da escolaridade, e muito menos os conhecimentos prévios dos alunos" (Brasil, 2018, p. 276). A partir dessas discussões, uma das professoras falou sobre uma atividade que realizou em sala com o papel marche, com isso alguns questionamentos foram realizados com intuito de inteirar-se com o tema "pipoca".

> **M5:** *É verdade. É bem isso. Eu fiquei pensando na fala da P10, quando falou sobre a relação do papel com a* ***quantidade****. Porque uma quantidade, que para as crianças era uma quantidade grande, se tornou uma quantidade muito pequena depois de molhada, né? Então, eles observaram essa relação do que para eles era muito e que se tornou pouco depois, né? Então, tem muitas coisas que dá para trabalhar nesse sentido, muitos temas, né? Para trabalhar essa noção de quantidade, porque no caso do papel, a quantidade diminuiu, né? Agora, eu estava olhando a pipoca aqui e pensando, porque vocês viram, né? Eu gosto muito de pipoca, estou aqui comendo faz horas. É igual, a relação da pipoca, ela é um grãozinho. O que acontece quando a gente estoura a pipoca?*
> ***P7:*** *Ela aumenta o volume.*
> ***P6:*** *Ela não aumenta a quantidade, ela aumenta o volume.*

Os diálogos apresentados anteriormente sobre os relatos de experiência, com base nas experiências e nas angústias enfrentadas no ambiente escolar, contribuíram para a interação e para a inserção da temática da atividade de MM a ser realizada, a saber: pipocas. Com isso,

destacou-se o apreço pela pipoca tanto pelos participantes quanto pelas crianças. P7 acrescentou que, nesta semana, havia feito pipoca para o cinema realizado na unidade escolar em que trabalha.

> **P7:** *Foi uma bacia desse tamanho que eu fiz ontem para as crianças. Eu fiz um pacote desse e tinha 36 crianças. Cada criança comeu quatro copinhos desse. E ainda sobrou um tanto. Para eu dar para os professores.*
> *[...]*
> **P7:** *Mas lá quando foi as meninas da cozinha que fez, então, mas aí não foi para a turma. Não, foi para duas turmas. Eu e a outra professora de hora atividade à tarde, né? Aí a gente juntou as turmas para assistir cinema da turma da Mônica.*
> **M5:** *Mas vocês têm o hábito de fazer isso, de ofertar pipoca sempre? É mais em datas comemorativas, né?*
> **P7:** *Antes dessa, a última vez foi dia das crianças e a festa junina.*
> *[...]*
> **M5:** *E a alimentação em si é algo que chama a atenção das crianças, não é? Igual quando a P7 distribuiu a pipoca. Daria pra trabalhar várias coisas, né? Então, tem vários temas relacionados à alimentação, que é muito no interesse deles.*

Esses aspectos contribuíram para a *percepção e apreensão*, assim, os professores foram convidados a explorar a seguinte problemática: *Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para um evento na escola?* Adaptada do produto educacional de Pelaquim (2023). Abaixo, são elencados algumas falas que representam como se deu esse momento.

> **M5:** *Mas quanto será que de pipoca a gente precisaria?*
> **P6:** *Eu sabia que ia vir uma pergunta, vocês são muito mal intencionados.*
> **P7:** *Eu também sabia, vocês estourando e dando pipoca.*
> **P6:** *Eu deveria ter contado. Esqueci de fazer isso.*
> **M2***: Ai, gente, vocês estão muito espertos.*
> **M5:** *Da última vez foi a P2, no último encontro, vocês não puderam vir. Aí, a gente, conduzindo tudo, a hora que lançou a pergunta, eu já sabia que isso aqui ia dar em alguma coisa matemática. Não era à toa. Então, aqui daria pra gente descobrir qual a quantidade de pipoca que a gente precisa?*
> **P5:** *Mas pra escola toda? Mas daí, tipo assim, qual vai ser, vai ser meio aleatório? Tipo, na minha escola?*
> **P7:** *Não, mas aí a gente tem que decidir, né? Quantas crianças tem na escola, quantos funcionários. Então, acho que vocês só têm que conversar. E alinhar no grupo, né?*
> ***P5:*** *Não tem mais nada? Nossa, M5! Pipoca você come, um monte. Cadê mais dados? Não tem mais nada?*
> **M5:** *Não.*
> **P8:** *Então, não dá.*
> **P7:** *Como não dá, gente. É só a gente decidir, por exemplo, se a gente se juntar aqui, tem x pessoas, né? Tem x pessoas.*
> *[...]*
> **P7:** *Só que depende também porque, assim, se for adolescente come mais, se for criança come menos.*
> **P6:** *Então, eu acho que a primeira coisa, se falar de conceito matemático, pelo menos no terceiro ano, a gente trabalha isso lá. A gente tem que só estabelecer qual vai ser o conceito matemático quando trabalhar ou o exato ou o aproximado. Eu acho que a gente poderia trabalhar com contas aproximadas, porque eu acho meio impossível fazer uma conta exata.*

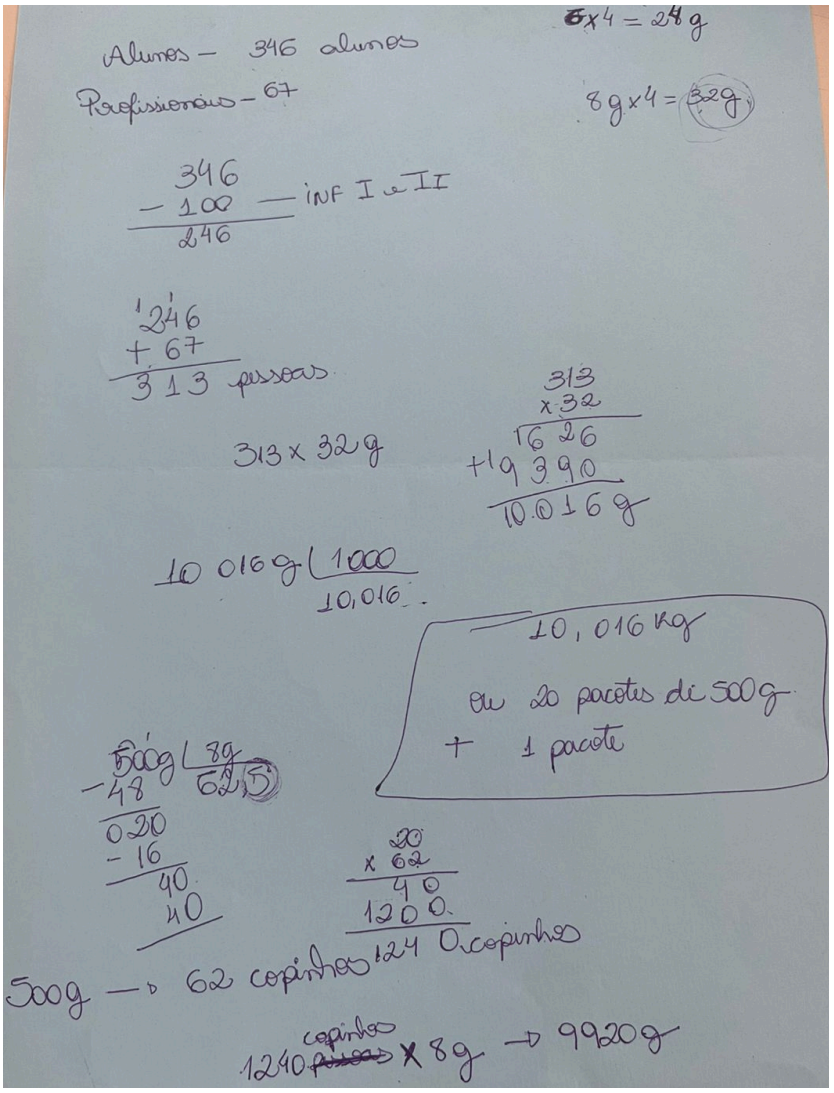
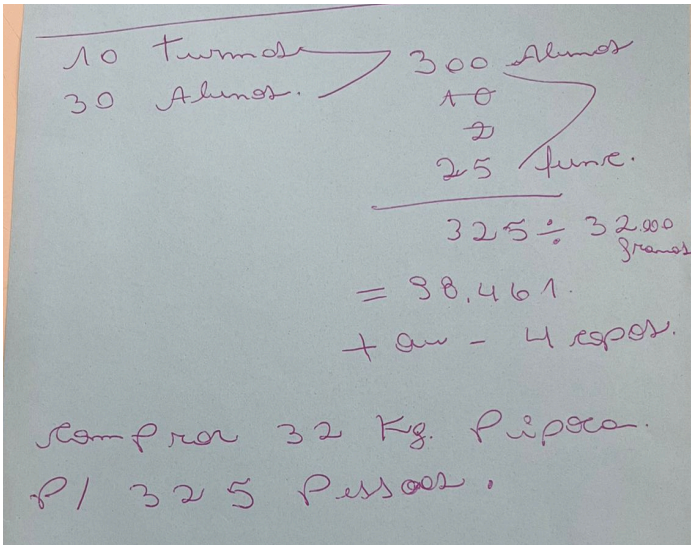
> *[...]*
> **P9:** *Então, aqui vai precisar pensar no tamanho do recipiente também.*
> ***P5:*** *Tipo assim no copinho que eu comi tinha mais ou menos, tipo umas 20 ou 25, quase.*
> **P7:** *Você contou?*
> ***P5:*** *Sim.*
> **P4:** *É, eu... Quando eu comecei a comer, eu falei assim, eu vou contando. Eu contei até o dez só, né? E me perdi, eu estava desconfiada.*
> ***M2:*** *Ah! Ah! Vinte é difícil. 20, 25 o quê?*
> ***P5:*** *Os grãos. Vinte pipoquinhas.*
> **M5:** *Vinte grãos. Então essa aí recai no que o Marcio falou, que é a quantidade de grãos. Então isso daí tem a mesma quantidade de grãos estourados.*
> ***P5:*** *Isso, só vai aumentar o volume.*
> *[...]*
> **M5:** *Então, vamos dividir os grupos para resolvermos essa problemática.*

Conforme revelam esses diálogos, os professores observaram que haveria a transformação de uma situação real (*vocês estourando e dando pipocas*) em um problema matemático, que necessita de buscar estratégias de resoluções.

Para o desenvolvimento da atividade, os professores se dividiram em dois grupos, a saber, grupo 1: P7, P8 e P10 e grupo 2: P4, P5, P6 e P9. Inicialmente o grupo 1 tomou como hipótese que *"Um copo sem estourar dá oito gramas. Um copo estourado dá seis gramas"* (P7). Mas, após algumas discussões sobre a relação da quantidade com o volume, ressaltaram *"Ah, vamos estourar essa quantidade para ver quanto que dá?"* (P7). Dessa forma, realizaram a coleta dos dados utilizando a pipoqueira e a balança disponível no encontro, chegando a conclusão de que são necessários 8g de pipoca para encher um copo de 180 ml. Enquanto o grupo 2, utilizou a informação nutricional presente na embalagem da pipoca. Esse processo empreendido corresponde a *compreensão e explicitação.*

Diante disso, os professores resolveram a atividade por meio de três resoluções, que correspondem à *significação e expressão,* porém o grupo 2 não apresentou uma resolução com registro escrito, apenas explicou como poderia ser feito, conforme o Quadro 27.

Quadro 27 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade das pipocas

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	Registro escrito
	Alunos - 346 alunos Profissionais - 67 10,016 kg ou 20 pacotes de 500g + 1 pacote
	10 turmas 30 alunos 300 alunos 25 funcionários 3200 gramas Comprar 32kg pipoca p/ 325 pessoas

Fonte: Registro escrito dos professores.

Diante disso, foi solicitado que os docentes apresentassem suas resoluções para o outro grupo de como realizou, conforme o Quadro 28.

Quadro 28 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

***Significação e expressão* - Socialização e discussões sobre as resoluções**
P8: *A gente fez o cálculo do nosso CMEI. Tem 346 alunos e 67 profissionais. E a gente fez* ***a média****, o infantil um e o dois eles tem a média de 25 alunos por sala. Seriam 100 alunos essas turmas, eles não podem comer pipoca então tiramos eles. Então ficariam 246 alunos mais os funcionários 313 pessoas. A gente fez uma média, assim, de oito gramas de pipoca estourada por copinho, que é esse copinho de 180 ml. E uma média assim que cada pessoa come quatro copinhos.* ***P7:*** *Daria 32 gramas por pessoa. Aí a gente pegou esses 32 gramas e multiplicou por 313 pessoas, que é o total de funcionários. E chegamos que seria necessário estourar 10 mil e 16 gramas. Aí a gente converteu para quilo. Seria 10 quilos e 16 quilogramas. Ou seja, 20 pacotes de 500 gramas. Estouramos mais um pacote. Na realidade, a gente fez para 21. Vamos colocar um pouco a mais só para ter certeza.* ***P10:*** *A gente também fez quanto um pacote de 500 gramas daria qual a quantidade de copinhos? 500 gramas dá 62 copinhos.* ***M5:*** *Seguindo o que vocês mediram lá na balança, né?* ***P10:*** *O pacote dá 62 copinhos. Aí a gente multiplicou 62 vezes 20 que deu 1240 copinhos. Os 20 pacotes. Dá 1240 copinhos. A gente fez o inverso para ver se ia bater. Deu a média de 9920 gramas. Porque quando a gente fez a multiplicação ali, deu mais. Tipo assim, deu 62 copinhos, 62 gramas e meio. A gente tirou esse meio. Então, esse meio, depois a gente fazendo as contas, deu ali de diferença 240 gramas, que vai dar o mesmo valor de que a gente pegou na estimativa.*
P6: *A gente considerou 10 turmas de 30 alunos cada. O que vai dar, então, 300 alunos. Certo? Mais ou menos umas 25 pessoas entre a equipe pedagógica, equipe de limpeza, enfim, professores e tal. Então, a gente tem 325 pessoas. A nossa base de medida, a nossa variável foi pegar esse pacote de pipoca premium, que a gente considera que vão estourar todas, já visto o preço custa isso aqui. Então, aqui tem uma informação nutricional que a gente usou para fazer o nosso cálculo matemático que diz o seguinte, que uma porção de 25 gramas tem um valor energético de 170 calorias, o que dá mais ou menos uma xícara de chá. Uma xícara de chá é equivalente a um copinho de 180 ml, que é esse copinho que a gente usou. Então, o que a gente fez? Se eu tenho que fazer para 325 pessoas, a gente calculou o seguinte, porque eu perguntei para as professoras, um* ***c****opinho é pouco ou é? Tem que ser no mínimo quatro. Então, quatro vão dar, vamos pensar aqui, são 400 gramas o pacote. A gente vai precisar de dois pacotes de 400 gramas, o que vai dar 800 gramas. Para cada turma isso atenderia 30 pessoas. 400 gramas dá 16 copos para 30 alunos. Para 30 alunos. Então, a gente teria 800 gramas, 32 copinhos. Como eles falaram que tinha que ser no mínimo quatro para atender todo mundo, então isso vezes quatro. Vai dar 32 vezes quatro, dá 128 copinhos por turma. E aí, a conta que a gente fez para calcular quantos saquinhos de pipoca que a gente precisava foi de dois pacotes para cada turma, a gente ia precisar então de 80 pacote, que daria em torno de 32 mil gramas que vai dar 32 quilos. Com essa conta que a gente ia chegar no financeiro. A gente ia precisar de 32 quilos de pipoca para atender um evento com 325 pessoas. E aí, ainda na dúvida se o método estava certo, a professora sugeriu ter o lance, a partir da medida que vocês usaram hoje, 125 gramas, que dá em torno de 11 pessoas, então seria necessário, por exemplo, um saquinho de 250 gramas para 22 pessoas. Um saquinho de 500 g daria para 44 pessoas. 1 kg 88 pessoas. Assim, acharia para as 325 pessoas.*

Fonte: transcrição do áudio do segundo encontro.

Conforme mencionado anteriormente, no final da socialização do grupo 2, está presente uma terceira estratégia matemática apresentada para resolver a atividade. No momento da socialização do grupo 2, uma professora do grupo 1 fez o seguinte apontamento: *"Eu não sei, mas eu acho que essa xícara de chá que está falando aí no pacote é do milho.*

Porque, imagina uma xícara só de milho, de pipoca, aí você estoura ela e fica uma bacia grande, não é? Porque aumenta o volume" (P7). Com esse apontamento os professores começaram a repensar sobre a validade da resolução.*"Mas acho que você tem razão, deve ser só o milho. É que quando a gente falava em informação nutricional, eu fiquei pensando nas barrinhas de cereal. Geralmente é uma porção individual que o pessoal consome, né? Mas é que aqui é a matemática da vida prática, né?"* (P6).

Dentre as possíveis variáveis para as resoluções, foram elencadas "Vai *dar uma diferença na marca da pipoca"* (P6). *"Vai depender da diferença de um para o outro, na hora de fazer o evento. Fogão, se for o caso, se ele está alto ou baixo*" (P7). Assim, os professores pegaram 25 g de pipoca e estouraram-na na pipoqueira.

Com base nos dados coletados, recalcularam e, todos juntos, chegaram à conclusão de que seriam necessários aproximadamente 8,125 kg, equivalentes a 17 pacotes de pipoca de 500 g ou 20 pacotes de 400 g. Com isso, foi reiterada a importância da *significação e da expressão*, pois é por meio da socialização e das discussões das resoluções que se torna possível comparar os resultados com dados reais e verificar sua veracidade.

Posteriormente, foi abordado brevemente outras problemáticas que já foram trabalhadas por outros autores, nos Anos Iniciais, como: *Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores, funcionários e pais pudessem comer até dois pacotinhos de pipoca? Adaptado de Lovo, Silva e Dalto* (2018). E a problemática abordada no produto educacional de Pelaquim (2023): *Qual a quantidade de pipoca que devemos estourar para que cada aluno consuma um copo de pipoca?* Com isso, foi evidenciado que um mesmo tema pode ter uma pergunta/problemática característica para os seus alunos, para cada público. No curso, por exemplo, foi possível resolver buscando a quantidade de pipocas para um evento na escola, visto o repertório matemático dos professores.

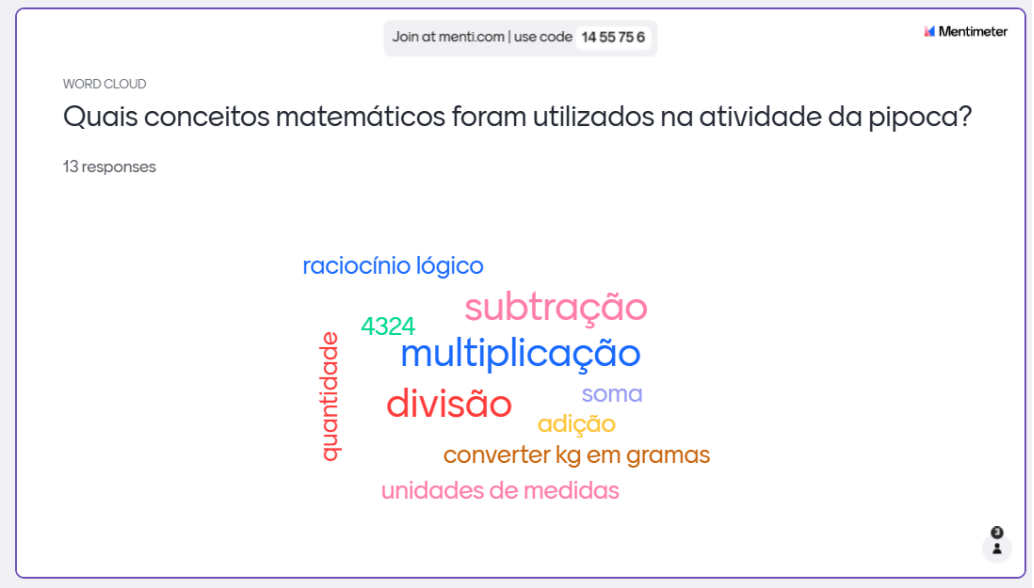
> **P7:** Por isso que não tinha informação, como as salas, turmas, quantidades. Que foi o que vocês pediram, né? Ué, mas não tem para quantas pessoas? Não tem quantas?
> **P4:** É, mas aí, em cima da quantidade de professores que estava hoje, já dava para ter uma ideia, né? Mais ou menos. E ela também falou que ela fez essa semana e que deu quatro copinhos para cada criança. E nós usamos isso.

Mas foi destacado a possibilidade de adaptações. De acordo com Biembengut (2019) é possível eleger um tema/assunto de "[...] interesse das crianças e que permita desenvolver os conteúdos em período do programa, durante suas práticas" (Biembengut (2019, p. 50).

> ***M4:*** *Agora é assim. Vocês só vão comer pipoca, crianças. Se vocês disserem o quanto de pipoca a gente gastou pra fazer.*
> ***P5:*** *Nossa. Eu acho que eu vou estourar metade pra eles. E vou falar assim, ó. Deu tantos copos. E agora? Se a gente estourar tudo? Quanto isso vai dar? Será que vai dar bom? É para o meu segundo aninho.*
> ***M5:*** *Estourar 25 gramas? É 25 g que deu quatro copos e mais um pouco, né?*
> ***P5:*** *Acho que vinte gramas que daria quatro copinhos, talvez, pela lógica daria para trabalhar assim, com o copo cheio.*
> *[...]*
> ***M5:*** *com o segundo ano, é uma forma de fazer com a turminha deles, porque ia diminuir a quantidade trabalhada no curso, pois aqui estamos fazendo com a escola toda.*

Posteriormente, em um encontro remoto com a presença dos professores P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9 e P10, realizou-se a reflexão e a análise do desenvolvimento dessa atividade. Para iniciar as reflexões, utilizou-se o Mentimeter, por meio de uma nuvem de palavras, para identificar as compreensões e percepções iniciais dos professores sobre os conceitos matemáticos utilizados na atividade da pipoca, conforme mostrado na Figura 9.

Figura 9 - Nuvem de palavra dos conceitos matemáticos trabalhados na atividade a partir da percepção dos professores



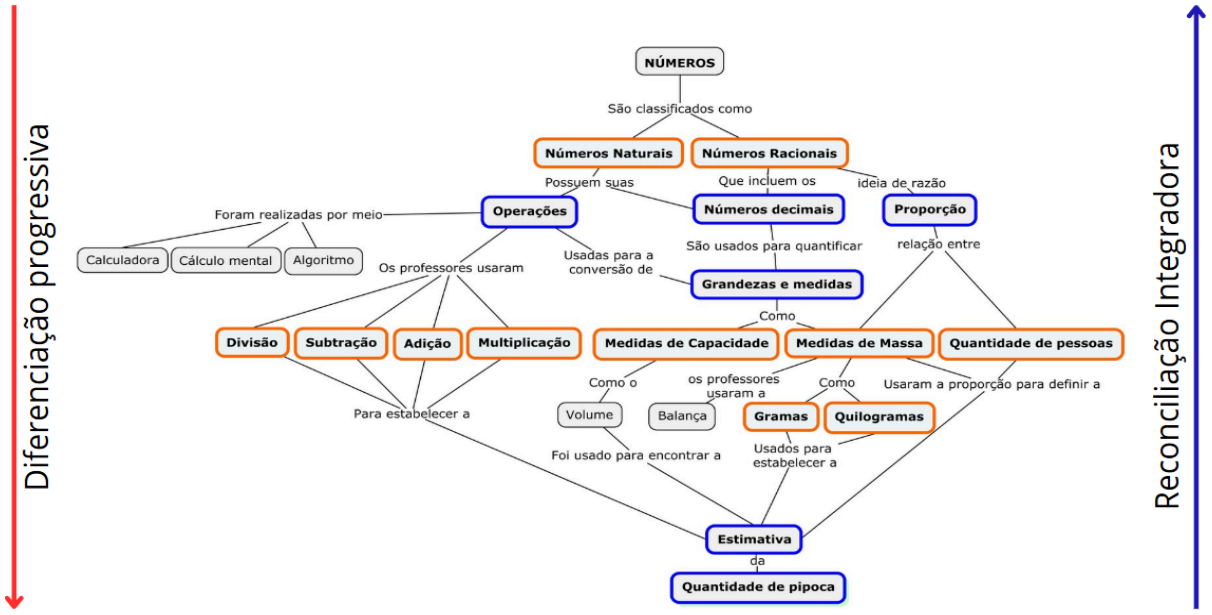
Fonte: Mentimenter.

Com base nos conceitos elencados, relembrou-se as estratégias matemáticas utilizadas, conforme o Quadro 27, e a socialização descrita no Quadro 28. Em seguida, os ministrantes apresentaram brevemente aos professores o que é um **Mapa Conceitual**, quais são os critérios básicos de sua configuração e abordaram o mapa conceitual elaborado pela pesquisadora sobre os conceitos trabalhados na atividade da pipoca, conforme mostrado na Figura 10.

Isso permitiu a comparação entre os conceitos inicialmente elencados pelos

professores no Mentimeter e os conceitos presentes no Mapa Conceitual, ressaltando que há uma multiplicidade de conceitos que podem ser trabalhados em uma única atividade de MM, dependendo do planejamento e dos objetivos do professor.

Figura 10 - Mapa Conceitual referente à resolução 1 e 2 da atividade das pipocas



Fonte: Autoria própria.

Com base nisso, destacou-se que, para essa terceira atividade, foi formulada uma pergunta mais ampla, de modo que os professores tivessem a oportunidade de realizar a pesquisa e a coleta de dados. Nesse sentido, realizou-se uma análise dessa atividade de MM conforme as fases elencadas por Biembengut (2019).

> **M5:** *Então, como que a gente iniciou essa atividade?*
> **P8:** *Vocês serviram pipoca para a gente. Exato. Estava muito saborosa. Aí, depois, aí veio a parte que também se tornou saborosa, né? Mas, assim, dos cálculos, da gente fazer os cálculos matemáticos para saber quanto a gente precisava de pipoca para estourar para a escola, né? Mas, assim, acompanhado com a pipoca foi mais fácil.*

Ressaltou-se que, para o planejamento dessa atividade, surgiu o interesse dos ministrantes em trabalhar a MM com o tema da pipoca. Para tanto, tornou-se necessário recorrer à literatura, buscando trabalhos já desenvolvidos envolvendo essa temática.

> **M5:** Pensamos opa, vamos ver, na literatura, o que que já tem sobre pipoca? Será que já tem alguma prática que foi desenvolvida com as crianças? Será que esse tema, dá para trabalhar esse tema com os Anos Iniciais? Como que a gente pode trabalhar? [...]

> **P1:** *Então, M5, eu achei interessante isso que você falou de procurar na literatura o que existe sobre pipoca. Porque, às vezes, a gente pensa num tema que é do interesse dos alunos e vai criar da nossa cabeça, né, sendo que já existe muita coisa que já foi aplicada, já tem relatos, já tem relato de dificuldades, de o que poderia melhorar. Então, já tem muita coisa pronta que a gente pode reaproveitar. E, muitas vezes, a gente quer reinventar a roda e dar uma trabalheira, né, quando a gente poderia reaproveitar algo que já deu certo, ou não, ou já tem ali, mais ou menos, pronto para a gente, né?*

Desse modo, observa-se que as atividades de MM a serem desenvolvidas nos Anos Iniciais nem sempre precisam ser inéditas, podendo, inclusive, ser adaptadas a partir de experiências já realizadas. Com relação às possíveis adaptações dessa atividade, emergiram alguns apontamentos.

> **P1:** [...] *Eu não participei, mas olhando, né, as estratégias, e eu, atualmente, estou, né, na Educação Infantil nos Anos Iniciais, mas como professora de matemática, né, que já atuou no Ensino Fundamental, Anos Finais, Ensino Médio, enxergo claramente a possibilidade de ensinar em equação. Equação. Claramente, né? Porque, por exemplo, porque, tipo, todos os grupos, por exemplo, na Estratégia 3, colocou a quantidade de alunos que tinha onde elas trabalham, mas se não tivesse essa quantidade, se a gente chamasse essa quantidade de X, né, então, traria ali uma equação, né? Só para comentar, sim, que poderia ser adaptado também para outro nível de ensino nessa atividade.*
> [...]
> **P1:** *Eu achei legal o uso da balança, porque o volume é um conceito muito avançado, eu acho, para algumas turmas dos Anos Iniciais. Então, a balança é algo mais palpável para eles, de pesar e ver quantas gramas tem. Então, achei bem interessante o uso da balança. Eu nem tinha pensado, porque eu já pensaria em fazer o volume. Se eu fosse fazer, estando como aluna, vamos dizer assim, mas pensando nas crianças, acho que a balança seria bem interessante.*
> [...]
> **P8:** *Eu já pensei aqui de levar para a minha turma, levar o saquinho e perguntar para eles quantas pipocas eles precisariam ter para fazer dois copos de pipoca para cada um. Dar a eles os copos e imaginar, ah, eu preciso de dez grãos dentro de um copo. Será que daria dois copos para cada um comer? E depois a gente estourar a quantidade que cada um escolheu para a gente ver quantas pipocas. Aí eles escolheriam a quantidade, imaginando quantas pipocas precisariam para comer dois copinhos completos. E aí a gente calcular ali, cada um anotar a quantidade, porque eles ainda estão aprendendo a quantificação, mas daria para fazer com poucos, contar lá dez pipocas. [...] Para eles é perfeito, porque são pequenininhos.*

Por fim, os ministrantes apresentaram o planejamento dessa atividade, abordando aspectos como o convite à temática, a previsão dos modelos matemáticos que poderiam ser desenvolvidos, os conceitos matemáticos, assim como os materiais necessários, seguindo as fases de Biembengut (2019). Com base na reflexão sobre como essa atividade foi planejada, propôs-se a escolha e o planejamento de uma prática de MM para ser desenvolvida com os professores no decorrer do curso de extensão.

4.2.3 Evidências de articulações de significados durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo suas características

Semelhante ao que ocorreu no primeiro momento, na atividade do trânsito, os professores perceberam que, a partir de um tema não matemático, é possível trabalhar com conceitos matemáticos, identificando que as discussões iniciais do encontro e a distribuição de pipocas poderiam constituir o convite para o desenvolvimento de uma atividade de MM.

Todavia, vale destacar que, embora o curso formativo envolvesse a MM, nos dois primeiros encontros o objetivo não foi apenas ensinar a elaborar atividades de MM, mas também mostrar aos professores uma prática diferenciada com as características desse tipo de modelagem. Nesse segundo momento, essas características foram discutidas e potencializadas com o uso dos relatos de experiência, nos quais os professores tiveram a oportunidade de consultar a literatura sobre obras de outros docentes que desenvolveram práticas em sala de aula, verificando como essas experiências estimularam a aprendizagem de conceitos matemáticos e não matemáticos.

Diante das discussões e das narrativas dos professores sobre os relatos de experiências, assim como da resolução da atividade das pipocas por meio do Mapa Conceitual elaborado, presente na Figura 7, foram identificadas falas dos professores condizentes com indícios de articulação dos significados *denotativos e conotativos*, evidenciados durante o desenvolvimento desse segundo momento.

No entanto, diferentemente do primeiro momento, observa-se, neste caso, a reflexão dos professores sobre as características da MM; por isso, essas reflexões estão registradas no Quadro 29, enquanto os indícios observados durante o desenvolvimento da atividade das pipocas estão descritos no Quadro 30.

Quadro 29 - Indícios de articulações de significados no 2º momento com ênfase nas características da MM

Significado denotativo: Modelos Matemáticos		
Transcrição das falas dos professores	**Significado conotativo**	**Articulação Evidenciada**
P9: *Bom, meninas, lendo o relato da temática do nosso grupo, eu já pensei logo nas minhas turmas, na quantidade grande, que são 40 alunos que eu tenho do quarto ano. Então, eu segui mais ou menos o pensamento do que estava no relato, buscando as mesmas estratégias, mas com algo diferente. Porque o que eu vejo hoje, [...] os alunos têm muita dificuldade de interpretar, uma imagem, um texto [...] Então, pensando nesse relato, eu faria dessa forma, eu dividiria a quantidade de alunos em dois grupos, A e B, e também dividiria eles de acordo com a idade, porque também tem alguns repetentes. Baseando-se no futebol, eu escolheria a Copa do Mundo de 2022 e alguns times em votação e acabei fazendo o A e o B. Depois dividi a tabela em meninas e meninos. [...] Para que trabalhar dessa forma? Porque eles conseguem ter uma visão, conseguem diagnosticar uma estratégia, visualizar um problema [...].*	Construir uma tabela, com base nas informações obtidas pelos alunos, com a finalidade de representar a situação investigada.	Por meio dos dados disponíveis na tabela os alunos podem ter uma visualização sobre o todo e pensar uma estratégia de resolução que pode ser um modelo para a situação-problema.
P9: *[...] depois, usando lá o relato, eu levaria eles para o pátio, para um espaço exterior da escola. Colocaria, no caso, uma maquete, igual ela usou no relato, que eles próprios iam confeccionar essa maquete [...]. A intenção aqui da atividade é mostrar para eles* ***como é a dimensão da criação da maquete*** *a partir de uma figura. O que pode ter nessa figura? Quais as dimensões que ela tem? O que pode trabalhar nessa figura? Aqui eu coloquei alguns valores aleatórios, porque muitos alunos não percebem. Então, aqui, se essa parte aqui mede 55 metros, eles têm dificuldade de entender que essa outra parte aqui vale 55. [...] Então, isso mostra para eles que, ao visualizar, eles podem, sim, considerar os valores. Igual aqui. Se aqui vale 40 metros, do outro lado também vale 40. É que eles têm muita dificuldade de pensar, eles querem algo ali pronto, eles não querem pesquisar, bolar uma estratégia. Então, aqui a mesma coisa. Por exemplo, se o jogador vai chutar a bola no gol, quantos metros tem da marca do pênalti até embaixo da trave? Então, eu achei bem interessante esse relato, porque dá para trabalhar* ***as unidades de adição, subtração, divisão, multiplicação e raciocínio lógico, principalmente aqui, o raciocínio lógico.*** *[...] E fazer roda de conversa e ter essa discussão entre os grupos, o que eles observaram, o que eles acham que é provável, o que não é, qual* ***medida*** *um grupo achou, qual medida o outro grupo achou. Entendeu? E depois, assim, discutir com eles de que forma cada grupo fez o cálculo,* ***quais as unidades eles usaram****. Ah, usou subtração? Ah, não, eu usei o raciocínio lógico. Se aqui vale tanto, aqui vale tanto. Terá um time só em cada grupo? Como vamos fazer essa temática, essa distribuição? Os times irão disputar os pênaltis? Como você vai englobar? Tipo, aqui eu englobei o português também um pouco dessa discussão da interpretação.* ***E essa dinâmica das crianças trabalharem mais com o concreto, com a prática****. Porque é interessante demais que eles aprendam de uma forma, assim, significante.*	Aponta a sugestão de levar os alunos a um espaço exterior, para construir uma maquete. Aponta alguns questionamentos que podem servir como base para a elaboração dos modelos matemáticos.	Uso de maquetes como modelo matemático que contribui para a noção intuitiva de medidas.
P10: *Eu achei que ele é bem parecido com algumas atividades que a gente trabalha com as crianças lá na Educação Infantil.[...] A gente pode trabalhar ali, talvez com o infantil 5, né?* ***Usando algumas tabelas também.*** *Não extensas, igual essa que foi trabalhada ali no artigo com o quinto ano. Mas com tabelas menores.*	O uso de tabelas "menores" para a organização de dados e informações, conforme a faixa	Aponta as adaptações para o uso das tabelas para atender o público de

	etária das crianças.	criança na qual atua.
Significado denotativo: Coleta de dados		
P1: *[...] eu acho que seria interessante, é, levar essa atividade adiante e analisar. Será que as refeições que eles fazem na escola, será que a merenda oferecida na escola é um prato de alimentação saudável? Então, eles poderiam anotar, ali, tipo as calorias, durante uma semana. Na segunda-feira, a merenda foi tal, tal, tal. Na terça, na quarta e na quinta. E, aí, no final da semana, eles analisarem se foi uma alimentação saudável que a escola ofereceu para eles, tendo em vista que tem uma nutricionista que faz esse cardápio e tudo mais, isso poderia, também, ser explicado para eles. Outra coisa, é, se, talvez, não está sendo uma alimentação saudável, precisa de mais salada, de mais verduras, e se fizesse um projeto de uma horta na escola para ter um prato mais colorido, por meio dessa horta. Então, seriam sugestões que eu acho que poderiam ser acrescentadas, se fosse um professor da turma [...].*	Investigar sobre as refeições realizadas na escola a fim de trazer informações que são importantes para a situação investigada.	Propõe sugestões que podem ser acrescentadas como a coleta de dados, para que os alunos reflitam sobre a merenda oferecida na escola, se está está sendo saudável.
P10: *Talvez trabalhar ali o cardápio que é oferecido pelo município, né? A gente vê lá no refeitório o próprio cardápio que vem do município. Já vê ali quantas calorias, mais ou menos. A gente* ***talvez levar uma balança pra eles verem, tentar pesar*** *ali. Não chegar a fazer o cálculo matemático ali, mas levar eles a entenderem que tem ali um conceito matemático por trás.*	Aponta que uma das possibilidades de trabalhar com MM em sala de aula, seria o uso da balança para medir a massa dos alimentos a fim de coletar as informações necessárias para a situação.	Aponta as adaptações para a coleta de dados para atender o público de criança na qual atua.
P5: *E também, eu achei legal porque, por exemplo, eu tô na turminha lá do segundo ano, né? Eu quero passar essa atividade para eles de uma outra forma. Jamais imaginariam que, assim, eles iam falar assim, eu iria levar eles para a quadra, né? [...] Jamais eles imaginariam ali as crianças, por exemplo, se eu levasse elas para a quadra, para alguma atividade física, na cabecinha delas elas iriam correr, pular corda, fazer tudo que mexesse com o corpo,* ***mas menos pegar uma fita, medir, vou somar com isso para chegar em tal resultado,*** *né? Então, assim, é bem legal por conta disso. Eles ficam encantados com essas coisas diferentes, né? Quando eu, não tem nada a ver, mas assim, quando eu mostrei para eles lá a questão da piscada da outra vez, foi muito legal, porque eles jamais imaginariam que daria para a gente contar o tempo com as piscadas, né? Foi muito interessante. Então, dessa forma também, que daí a gente pode usar a adição, a gente pode usar a multiplicação, e seria isso daí.*	Levar os alunos para a quadra e praticar atividade física "corrida", usar fita métrica para medir e encontrar o perímetro.	Evidencia que o conhecimento do professor sobre a coleta de dados está sendo ressignificado.
Significado denotativo: Previsão a partir dos modelos		
P7: *A gente fica olhando para a Educação Infantil, como é que o autor desenvolveu aquela atividade nos Anos Iniciais no fundamental. Mas, por exemplo, se ele tivesse desenvolvido com a Educação Infantil, teria trabalhando com o quê? Com a classificação? Que nem essa semana as nutricionistas estão lá no CMEI, elas foram nas salas de aulas, né? E aí, lá no momento, a minha sala fez a pirâmide alimentar com as crianças, e as crianças colocavam cada alimento no lugar da pirâmide. Então, isso também chama a atenção das crianças, assim, por que é um*	Classificar os alimentos e estabelecer uma relação da quantidade ideal que pode ser ingerida é uma proposta que pode	Previsão dos conceitos matemáticos que podem ser trabalhados com essa atividade para atender as

conceito importante para a Educação Infantil, né? [...] ***Também tem a questão da proporção, a quantidade de alimento que eu posso estar consumindo****, de proteína, de massa, de frutas, essas coisas.*	ser trabalhada na Educação Infantil.	crianças da Educação Infantil.
Significado denotativo: Tema		
P9: *[...] Porque a gente, assim, vê a matemática de uma outra forma, com outros olhos. Que você pode trabalhar matemática. Não é só, tipo, tabuada. Não é só, tipo, continha de subtração, multiplicação, divisão.* ***Você pode trazer outras situações que você vai acabar utilizando essas operações.*** *Não que não seja importante trabalhar todo o contexto da matemática. Mas esses relatos trazem para a gente que são possíveis, né, trabalhar de outra forma essa Matemática, [...] Então, assim, e hoje, analisando os relatos, as falas das meninas, é muito bom a gente trocar essa experiência****.*** *Porque, às vezes, a gente tem facilidade num* ***tema****, às vezes não tem no outro. E isso nós, enquanto professores, sempre buscando o melhor para os nossos alunos. Eu acho, sim, que cada um de nós está aqui para melhorar. Tá? Mas assim, eu tô porque eu amo o que eu faço e eu amo ser professora. Então, eu sempre estou buscando algo assim, inovador, algo melhor****, estudando para que eu possa passar de melhor forma possível para os meus alunos.*	Possíbilidade de ver "a *Matemática de uma outra forma"* a partir de um tema*, e* de trazer situações que acabam envolvendo a Matemática.	Reconhece, por meio dos temas das atividades dos relatos de experiência, que é possível trabalhar a Matemática de outra forma para facilitar a aprendizagem dos alunos.
P5: ***Acho importante falar de coisas assim como a boa alimentação****, de comer coisas saudáveis. E foi o que o relato trouxe para a gente,* ***uma coisa que eu não imaginava fazer em sala aula,*** *por exemplo, com a matemática da escola. E, para mim, por exemplo, foi tão legal que antes de vir aqui, no primeiro encontro, eu tinha uma não sei lá, uma outra mentalidade, uma forma de ver diferente. Acho que depois que eu comecei a fazer o curso, eu abri um pouco a minha cabeça, assim, de ver, por exemplo, de ampliar. De ouvir e pensar o porquê. Então, antes de eu vir para fazer o curso, eu estava passando para as crianças a parte de multiplicação, né? Fiz a* ***atividade das piscadas****. E, aí, agora, então, trabalhando a divisão, a impressão que eu tive é que foi bem mais fácil. Assim, sabe trabalhar com eles.*	Percepção de novas formas de trabalhar utilizando um tema (Piscadas e alimentação saudável).	Associação dos conteúdos curriculares aos temas das atividades de MM.
P9: ***Então, assim, são temas bem atuais, bem da atualidade e que estão no nosso cotidiano, né? E isso é muito importante para a gente trabalhar em sala de aula, porque já traz essa vivência também que o aluno tem****. E nós podemos colocar de uma forma mais simbólica, mais prazerosa, que favoreça a Aprendizagem Significativa.*	Elenca que os temas dos relatos selecionados são atuais e que podem favorecer a aprendizagem dos alunos.	Reconhece a importância de trabalhar temas atuais e relacionados à vivência dos alunos, como forma de contribuir para a aprendizagem.
P1: *Então, M5, eu achei interessante isso que você falou de procurar na literatura o que existe sobre pipoca. Porque, às vezes, a gente pensa* ***num tema*** *que é do interesse dos alunos e vai criar da nossa cabeça, né, sendo que já existe muita coisa que já foi aplicada, já tem relatos, já tem relato de dificuldades, de o que poderia melhorar. Então, já tem muita coisa pronta que a gente pode reaproveitar. E, muitas vezes, a gente quer reinventar a roda e dar uma trabalheira, né, quando a gente poderia reaproveitar algo que já deu certo, ou não, ou já tem ali, mais ou menos, pronto para a gente, né?*	Importância de procurar na literatura o que existe sobre o tema, pois "*já tem muita coisa pronta que a gente pode reaproveitar"*. Para observar as dificuldades e o os aspectos que	Reconhece a importância de procurar na literatura o que já existe sobre o tema para construir suas próprias práticas.

	podem ser melhorados.	

Fonte: Autoria própria.

De acordo com o Quadro 29, observam-se significados denotativos referentes à MM na Educação Matemática, tais como: temas, coleta de dados, modelo matemático e previsão de modelos. No que se refere aos temas, destacou-se a importância de consultar a literatura acadêmica, analisando relatos já trabalhados sobre o tema e realizando possíveis adaptações; a possibilidade de trabalhar com temas presentes nos relatos por serem atuais; e o conhecimento de novas formas de ensinar conceitos matemáticos com base em experiências da vivência dos alunos. Desse modo, evidencia-se a relevância da articulação dos conteúdos curriculares com os temas da vivência das crianças.

No que se refere à construção do modelo matemático, observou-se a utilização de diferentes formas de representar matematicamente a situação proposta, como o uso de tabelas e maquetes. O uso de maquetes, em particular, configura-se como um modelo analógico, conforme a classificação de Biembengut (2019). Quanto à coleta de dados, as atividades e discussões dos professores englobaram desde a realização de uma corrida na quadra com registro dos dados, o uso de tabelas e balanças, até a anotação e análise das refeições realizadas durante uma semana. Tais procedimentos possibilitam tanto a compreensão do tema quanto a coleta de dados relevantes para a resolução da atividade proposta.

Por fim, também foi evidenciada a previsão dos conceitos matemáticos passíveis de serem trabalhados, inclusive para atender às crianças da Educação Infantil. Isso revela que os pressupostos teóricos da MM, trabalhados no segundo encontro, foram considerados e refletidos na escolha e apresentação de relatos de experiência, permitindo aos professores repensar essas atividades e analisar de que forma poderiam implementá-las em sala de aula.

Para além das discussões emergidas acerca da MM nesse segundo momento, evidenciou-se, a partir da resolução da atividade das pipocas, ações ou falas dos professores condizentes com indícios de articulação dos significados denotativos e conotativos. Os excertos correspondentes foram registrados no Quadro 30, com base nos conceitos abordados na atividade, presentes na Figura 9.

Quadro 30 - Indícios de articulações de significados no 2º momento com ênfase na atividade de MM desenvolvida

Significado denotativo: Equação		
Transcrição das falas dos professores	**Significado conotativo**	**Articulação Evidenciada**
Consideraram 32 gramas de pipoca por pessoa, multiplicaram 32 gramas por 313 pessoas, que é o total de funcionários e concluiu que seria necessário estourar 10 mil e 16 gramas. P1: *Eu não participei, mas olhando, né, as estratégias, e eu, atualmente, estou, né, na Educação Infantil nos Anos Iniciais, mas como professora de matemática, né, que já atuou no Ensino Fundamental, Anos Finais, Ensino Médio, enxergo claramente a possibilidade de* ***ensinar em equação.*** *Equação. Claramente, né? Porque, por exemplo, porque, tipo, todos os grupos, por exemplo, na Estratégia 3,* ***colocou a quantidade de alunos que tinha onde elas trabalham, mas se não tivesse essa quantidade, se a gente chamasse essa quantidade de X, né, então, traria ali uma equação****, né? Só para comentar, sim, que poderia ser adaptado também para outro nível de ensino nessa atividade.*	A equação é entendida como uma generalização de uma quantidade não conhecida que pode ser representada por uma incógnita X.	Uma mesma atividade pode ser explorada em diferentes níveis de ensino. A contagem e quantificação podem ser trabalhadas nos Anos Iniciais e reinterpretadas posteriormente como equação.
Significado denotativo: Medidas de massa		
Os professores do grupo 1 realizaram a coleta dos dados utilizando a pipoqueira e a balança disponível no encontro. P1: *Eu achei legal o* ***uso da balança****, porque o volume é um conceito muito avançado, eu acho, para algumas turmas dos Anos Iniciais. Então,* ***a balança é algo mais palpável para ele****s, de pesar e ver quantas gramas tem. Então, achei bem interessante o uso da balança. Eu nem tinha pensado, porque eu já pensaria em fazer o volume. Se eu fosse fazer, estando como aluna, vamos dizer assim, mas pensando nas crianças, acho que a balança seria bem interessante*.	O uso da balança como uma representação concreta de medidas de massa, para facilitar a compreensão dos alunos.	O uso das unidades de massa para justificar as medidas de capacidade, a saber, o volume.
Significado denotativo: Relação de números e quantidades		
A professora sugeriu levar os grãos de pipoca, estourá-los com os alunos, realizar a contagem dos grãos estourados que cabem em cada copo. P8: *Eu já pensei aqui de levar para a minha turma, levar o saquinho e perguntar para eles quantas pipocas eles precisariam ter para fazer dois copos de pipoca para cada um. Dar a eles os copos e imaginar, ah, eu preciso de dez grãos dentro de um copo. Será que daria dois copos para cada um comer? E depois a gente estourar a quantidade que cada um escolheu para a gente* ***ver quantas pipocas.*** *Aí eles* ***escolheriam a quantidade****, imaginando quantas pipocas precisariam para comer dois copinhos completos. E aí a gente calcular ali, cada um anotar a quantidade, porque eles ainda estão aprendendo a* ***quantificação***[31]*, mas daria para fazer com poucos, contar lá dez pipocas. [...] Para eles é perfeito, porque são pequenininhos.* (Professora do infantil V)	Vê a possibilidade de trabalhar os números e estabelecer relação com suas respectivas quantidades utilizando a experiência de estourar as pipocas.	A relação entre a contagem, a estimativa de pipocas em cada copo e a comparação das quantidades por meio de uma experiência prática.

Fonte: Autoria própria.

Destaca-se que as falas dos professores selecionadas foram aquelas que evidenciam algum conceito matemático, tanto em sua definição quanto em sua utilização pelos docentes,

[31] Ato ou efeito de determinar a quantidade de qualquer coisa. Fonte: https://www.dicio.com.br/quantificacao/.

considerando os significados atribuídos por cada um. Observa-se que tais conceitos são mobilizados pelos professores com características próprias, específicas à experiência de cada docente, apresentando uma compreensão individual que pode diferir de um professor para outro.

Além disso, a experiência profissional do professor com a Matemática em diferentes etapas de ensino possibilita realizar adequações nas atividades de MM, de modo a atender ao público e à faixa etária dos alunos. Embora o foco principal seja os Anos Iniciais, evidencia-se um olhar mais abrangente, pois, ao ressignificar a atividade, ela pode ser explorada em outros contextos, como Educação Infantil, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Por meio dos Quadros 29 e 30, é possível observar as interações e negociações de significados realizadas pelos professores durante o segundo momento do processo formativo. Nesse movimento, posteriormente será evidenciado esse processo de articulação quando os professores planejam e desenvolvem uma atividade de MM.

4.3 3º momento: planejamento e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática

O terceiro momento contemplou o **planejamento e estudo** da atividade, realizado com o auxílio dos ministrantes, no qual os professores elaboraram uma proposta de MM a ser desenvolvida no espaço formativo. Para isso, foram utilizados os grupos de WhatsApp e encontros remotos, por meio do Google Meet, nos quais os grupos puderam discutir, definir e organizar os elementos e os encaminhamentos da atividade planejada.

Além disso, o terceiro momento contou com o sexto encontro presencial, destinado ao desenvolvimento das atividades planejadas pelos professores dos grupos 1 e 2, e o sétimo encontro presencial, no qual foi realizada a atividade planejada pelos professores do grupo 3. Após a realização das atividades, discutiu-se a experiência dos professores ao vivenciar as atividades de MM propostas, planejar e desenvolver uma atividade, bem como as contribuições desse processo para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais.

Por fim, no oitavo encontro remoto, refletiram-se os resultados obtidos durante o desenvolvimento da atividade, assim como as considerações relativas à experiência, às possíveis adaptações e à aplicabilidade da mesma atividade com os seus próprios alunos.

Para facilitar a leitura, a descrição de cada atividade contemplará: o planejamento dos professores, o desenvolvimento da atividade no espaço formativo e a análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida. Em seguida, será apresentada a análise

desse processo, que se configurou como o terceiro momento, destacando os indícios de articulação de significados.

4.3.1 Grupo 1 - Festas de fim de ano

4.3.1.1 Descrição do planejamento realizado

Essa atividade foi planejada pelos professores identificados como P1, P2, P3 e P6, tendo início a partir da sugestão de uma das professoras no grupo de *WhatsApp,* conforme mostra a transcrição da mensagem.

> **P1:** *Não sei o que vocês acham, mas acredito que, dentre outros conteúdos, poderíamos trabalhar com organização de dados e estatística. A partir de um tema de interesse, eles podiam fazer uma pesquisa entre eles ou com o outro grupo e, depois, organizar esses dados. Cada um criaria seu modelo, podendo ser em tabelas, quadros, gráfico de barras, gráfico de setores etc. O tema poderia ser qualquer um que vocês considerassem interessante. Como está chegando o Natal, poderíamos até aproveitar essa temática. Algumas possibilidades seriam as perguntas norteadoras: O que gostaria de ganhar de presente de Natal? Qual prato da ceia de Natal é seu favorito? O que gostaríamos de fazer nas férias? Quais desejos temos para o ano de 2025? Entre outras. Essa é uma ideia que penso ser possível trabalhar a partir do terceiro ano, no terceiro, quarto ou quinto. Se fosse com o quinto ano, daria até para trabalhar com porcentagem ou frações. E é um tema que possibilita a Modelagem Matemática porque podem ser criados vários modelos, e a representação desses dados permite a criação de tabelas, gráficos ou até desenhos* (Grupo de *WhatsApp,* 29/11/2025, 12:41).
> [...]
> **P1:** *Dá pra levar uma cartolina para cada grupo fazer sua representação de dados* (Grupo de *WhatsApp,* 02/12/2025, 09:17).

Os outros integrantes do grupo concordaram com a sugestão e se reuniram no *Google Meet*, juntamente com os ministrantes M2, M4 e M5, para delinear o planejamento. Os diálogos evidenciam como se deu o início do processo de definição da problemática.

> **P6**: *Eu pensei em partir da ideia das meninas no grupo, aquela questão da ceia de Natal. Eu gostei bastante, porque é um assunto que, mesmo não sendo necessariamente a ceia, o Natal em si é uma coisa que as crianças falam muito. Eu estou na sala de aula e percebo que eles não veem a hora de chegar. Acho que junto com isso vêm as férias, né? E aí fiquei pensando na proposta que a P1 trouxe [...]. A questão da ceia, eu achei legal, principalmente os tipos de comida. Sei lá, a gente pode começar fazendo um tipo de apresentação: que tipo de comida costuma ter no final do ano? Não sei se, para aumentar a variedade, colocamos também a comida de ano novo. Não sei se a gente chama de comida de final de ano-novo, ou comida de fim de ano, comida de ceia de Natal, para aumentar as possibilidades.*
> [...]
> **P1:** *Eu acho que poderíamos iniciar perguntando: Está chegando o final do ano, como que foi o nosso ano? O que nós fizemos? Tem até uma trend no Instagram, para postar o que se viveu em 2024. Dá para usar isso para entrar no assunto, sabe? Tipo: o ano está finalizando, o que fizemos? Agora vamos entrar em férias, descansar, comemorar. O que tem de legal nessas comemorações de fim de ano?*

> *Tem o amigo secreto, comidas diferentes, a ceia de natal, a decoração de Natalina. A partir daí, entramos nessa questão da ceia e podemos citar: Como é a ceia de Natal na família de vocês?*
> [...]
> **P1:** *Pensando no problema, né? A gente teria que criar uma situação que colocasse, bom, e se questionarmos: quanto gastamos para fazer uma ceia de Natal? Porque aí já entramos, a gente força, entre aspas, a matemática, tratando de questões financeiras. Então, o quanto gastaríamos para fazer uma ceia de Natal? Não sei se a gente pode, mas acho que deixa em aberto a quantidade de pessoas.*

Diante desses apontamentos, ao considerar a pluralidade de realidade e de contexto social vivenciado em sala de aula, elaboraram uma pergunta mais abrangente e, em vez de utilizar a ceia de Natal, adotaram como referência as festas de fim de ano. "*Porque, às vezes, tem criança que nem faz ceia, não tem nem família. Na minha sala, por exemplo, tem duas ou três crianças cujo pai ou a mãe estão presos. Então, nem tem comemoração de fim de ano. Mas, assim, melhor pensar na festa num total, né*?" (P6). Nessa direção,

> **P1**: *A gente pode perguntar, de maneira geral, o que eles comem na ceia deles, só para meio que introduzir o tema, sabe? Mas eu acho que, para cada um montar, cada grupo pode escolher os seus próprios alimentos. Porque deixa mais abrangente, sabe? Eu acho que daí cada grupo pode escolher os seus dados.*
> [...]
> **P1**: Só *que, talvez, se a gente questionar o quanto gastamos, não necessariamente vai induzir à estatística. Porque, o quanto a gente gasta, às vezes, eles podem fazer somente as contas, sem precisar montar um gráfico.*
> **P6**: *É, mas aí o gráfico a gente pode dar uma provocada, né? Falar: vamos colocar isso de outra forma?*
> **P1**: *Vamos organizar esses dados, né? Tipo, quanto foi o custo gasto?*
> **P6**: *Tipo, o custo numa linha do gráfico. E, sei lá, o custo e o número de pessoas.*
> **P1**: *Acho que eles poderiam pensar, por exemplo: Vamos gastar R$300. Supondo, R$50 seriam com refrigerante e R$120 com carne. Depois, eles faziam a porcentagem, por exemplo, 40% do valor foi gasto com carne, tantos por cento com bebida, tantos por cento com sobremesa. Ah, eles poderiam fazer aquele gráfico de pizza, acho que seria uma ideia. Eu acho que a gente pode falar assim: o quanto gastaríamos para fazer uma ceia de Natal? E dizer que eles precisam representar esses dados na cartolina, para apresentar ao outro grupo. Assim, eles representam de uma maneira que seja visualmente melhor, né? Um gráfico, uma tabela ou algo assim.*

Com isso, decidiram utilizar o *Mentimenter* para realizar a votação inicial: "*Mas é bem legal de fazer na hora, porque aí vai ficar bem dinâmico, né? E é uma coisa fácil, você vai ali, acessa pelo celular e faz a votação*" (**P6)**. Essa escolha, voltada a facilitar a interação com o tema, condiz com a fase de percepção e apreensão, ao tornar a atividade mais interativa e envolvente. No entanto, como os professores estavam refletindo simultaneamente sobre a temática e sobre estatística e organização de dados, seguiram discutindo as possibilidades de problematização.

> **P3**: *Vocês querem colocar uma outra pergunta? No sentido, igual vocês tinham comentado: quantos por cento a gente gasta com bebida? Quantos por cento com frutas, com sobremesa?*
> **P1:** *Eu acho que isso dá para ser induzido, conforme a gente for passando nos grupos, durante as resoluções. Porque, eu acho, que se colocar uma pergunta assim, vai ficar muito fechado. Eu acho que podemos, por exemplo, eles vão listar quais são os alimentos que terão na ceia deles. Vamos supor, teve churrasco. Daí, quanto gastaríamos? A gente gastaria, por exemplo, para uma ceia com 20 pessoas, tantos reais com carne, tantos com bebida, etc. A partir disso, podemos perguntar: como a gente poderia representar isso para poder apresentar para o outro grupo? Como podemos organizar esses dados? Será que poderíamos fazer de outra forma? Eu acho dá para ir conduzindo, oralmente mesmo.*
> [...]
> **P6***: Então, e se a gente colocasse assim: utilizando o gráfico de pizza, represente os gastos das festas? Já indicar, por exemplo, na pergunta, ao invés de só provocar. Já indicar e induzir a resposta. Assim, a gente direciona para o gráfico.*
> **P1:** *Mas aí acho que não seria Modelagem Matemática. Porque, na Modelagem Matemática, cada um pode criar o seu próprio modelo. Se colocarmos a pergunta assim, estaremos impondo um modelo, o gráfico, entende?*
> **P6**: *Entendi. Tá, é verdade, tem razão.*
> **P1**: *Eu acho que poderíamos induzir à representar sem colocar no enunciado do problema [...]. Eu acho que poderíamos, por exemplo, pra não ir direto assim, ir perguntando: vocês acham que ficou caro? Mas por que será? O que está deixando caro? Será que é mais a carne? Será que é mais a bebida? No que a gente está gastando mais? A partir daí, sugerir: e se a gente tentasse descobrir qual a fração, qual a porcentagem de cada item que está influenciando nesse total, sabe?*
> *[...]*
> **P6**: *Eu coloquei essa sugestão no chat do Google Meet não sei se ajuda ou se é forçar demais e sai da Modelagem Matemática. "Como poderíamos fazer uma representação visual dos custos das refeições de fim de ano?".*
> **P1**: *Eu acho que a gente pode tirar essa representação visual da pergunta [...].*

Desse modo, observa-se que, segundo a compreensão dos professores, a pergunta não deve definir previamente o caminho, mas abrir possibilidades. Em outras palavras, reconhece-se que a "indução na própria pergunta" pode comprometer a essência da MM. Tais discussões mostraram-se fundamentais para a definição da problemática.

Assim, os professores chegaram a um consenso e propuseram a seguinte questão: *Qual seria o valor das refeições para o fim de ano?* Os demais aspectos do planejamento estão sintetizados no Quadro 31. Vale destacar que, para orientar esse processo, o referido quadro foi disponibilizado em branco para os professores, de modo que pudessem preenchê-lo com o auxílio dos ministrantes, de acordo com as particularidades da atividade escolhida.

Quadro 31 - Planejamento do grupo 1

Temática	Refeições das festas de fim de ano.
A atividade foi adaptada ou elaborada?	Elaborada pelo grupo 1.
Ano Escolar	5º ano do Ensino Fundamental.
Conteúdos matemáticos a serem trabalhos	As quatro operações, gráficos, tabelas, sistema monetário, porcentagem, noções estatísticas e proporção.
Problemática (Pergunta para a investigação)	*Qual seria o valor das refeições para o fim de ano?*
Objetivos	-Refletir e estimar sobre o valor com os gastos das refeições do final de ano, considerando diferentes fatores como número de pessoas, tipos de refeição e custos unitários dos ingredientes. -Discutir sobre os diferentes costumes e culturas relacionadas às refeições de final de ano, considerando as particularidades de cada família. -Representar matematicamente, os valores gastos com diferentes refeições a fim de fazer comparações.
Inserção da temática e problemática	-Iniciar as discussões sobre a retrospectiva do ano de 2024, assim como a chegada do fim de ano. -Comentar sobre o que gostamos de fazer no fim de ano (exemplos: festas, amigo secreto, ceia e confraternizações). -Propor uma votação no *Mentimenter* com a seguinte pergunta: Escolha três opções que não podem faltar nas suas festas de fim de ano? -Discutir: colocamos essas opções, mas e se fôssemos fazer uma refeição completa? Quanto custaria? O que vocês colocariam na refeição de vocês? -Lançar a problemática: *Qual seria o valor das refeições para o fim de ano*? -Formar os grupos dos professores para a resolução.
Encaminhamento metodológico da atividade/ previsão do tempo estipulado para o desenvolvimento	-Discussões sobre a retrospectiva do ano de 2024 e chegada do fim de ano (5 min). -Comentar sobre o que gostamos de fazer no fim de ano (5 min). -Votação no mentimenter (5 min). -Lançamento da problemática e formação dos grupos (5 min). -Auxílio aos professores nos grupos durante a resolução da atividade, com questionamentos para induzir a elaboração de diferentes formas de representação das resoluções encontradas (25 min). -Construção da representação em cartolina (20 min). -Socialização dos resultados (10 min).
Dados importantes	Custos dos alimentos, quantidade de pessoas, tipos de pratos.
Possíveis resoluções	Figura 11 e quadro 32.
Possíveis questionamentos a serem realizados durante a resolução da atividade	-Qual seria o custo individual? -Ao final, ao ofertar a cartolina, solicitar que os professores façam uma representação visual da estratégia utilizada.
Materiais à serem disponibilizados	Cartolina, canetões, canetinhas, régua, projetor, computador e slides.

Fonte: dados preenchidos pelos professores com auxílio dos ministrantes durante o encontro remoto

Após o encontro remoto, alguns professores do grupo percorreram o processo requerido antes de propor a atividade, conforme sugere Biembengut (2019). A partir desse

processo, compartilharam no grupo de *WhatsApp* as possíveis resoluções que poderiam emergir, considerando que os valores e itens elencados provavelmente seriam diferentes. A Figura 11 apresenta a resolução elaborada por P2, utilizando o *software Excel*.

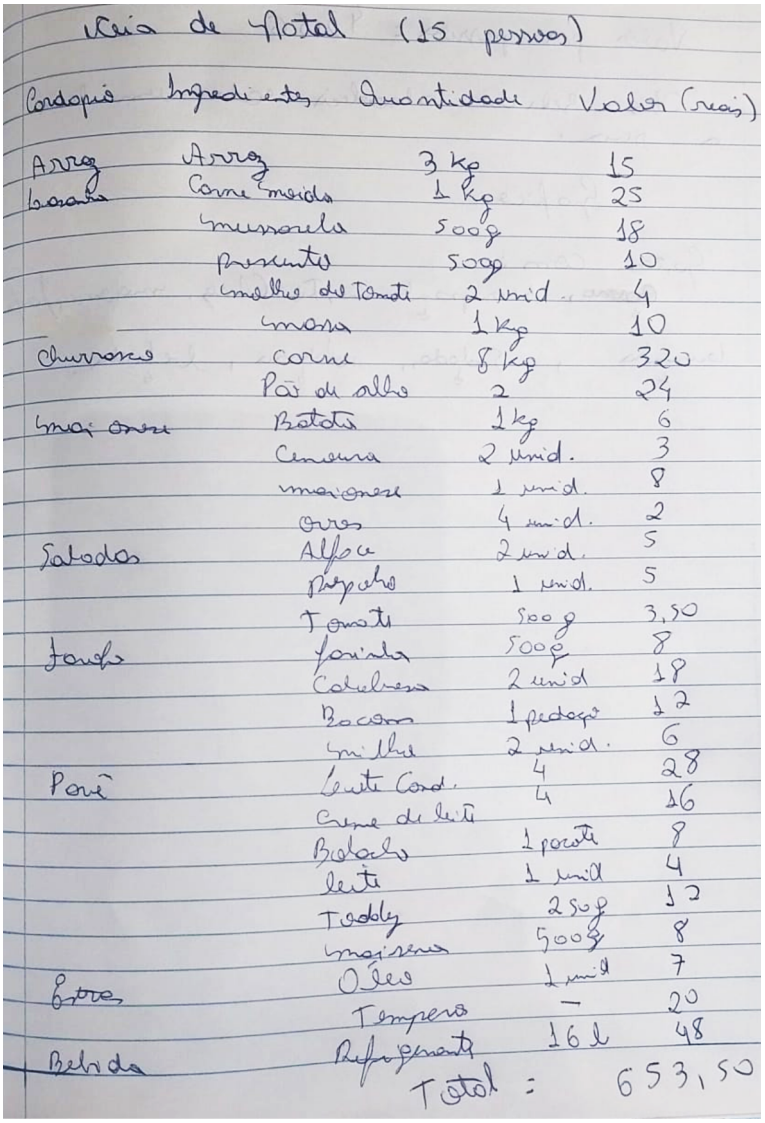
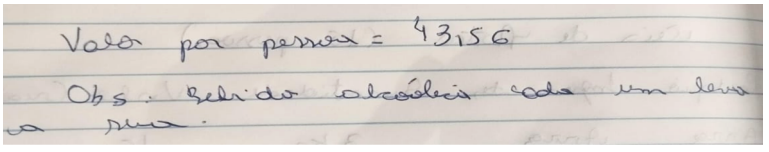
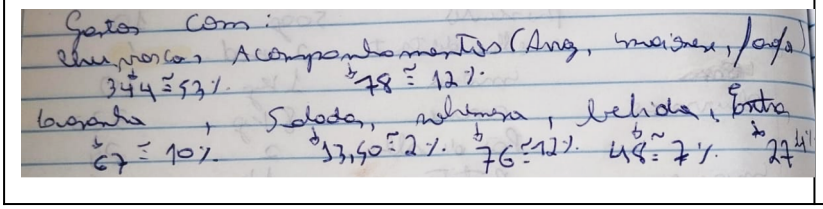
Figura 11 - Possível resolução da atividade enviada por P2

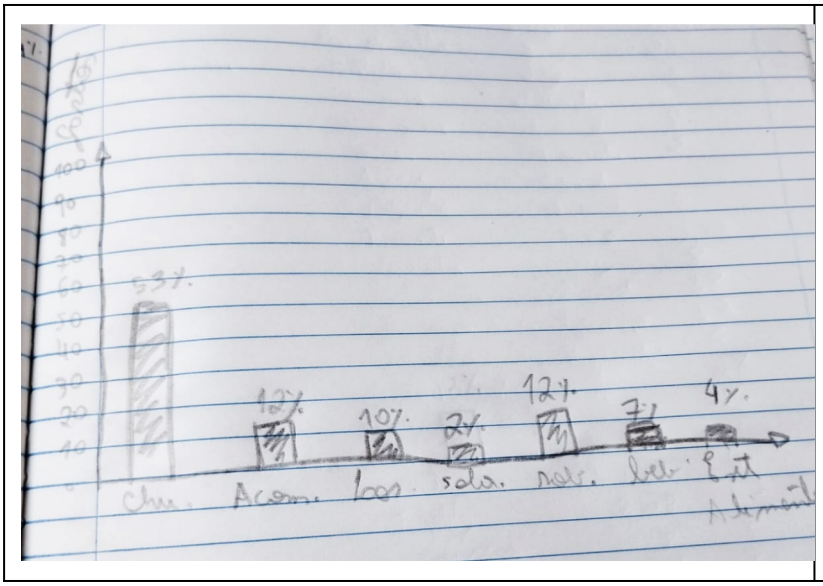
		pessoas adultas:	30	(crianças+ adultos)		
Cardápio	Quant.	Orçamento	valor unit.	Total		
churrasco	6	alcatra	32	192	703,9	250 à 500 g por pessoa (500g)
	6	maminha	50	300		
	3	linguiça	28	84		
	4	pão de alho	11	44		
	1	sal grosso	3,9	3,9		1 carvão para 1,5 carne
	2	carvão (5 kg cada)	40	80		
				0		
arroz	1	arroz	8	8	25	
	1	alho (100 gr)	3	3		
	1	óleo	14	14		
				0		
salada	2	tomate (kg)	7	14	16	
	0,5	cebola (kg)	4	2		
				0		
mesa de frutas	1	maçã (kg)	14	14	81	
	1	maçã verde (kg)	20	20		
	0,5	kiwi (kg)	28	14		
	1	abacaxi (peça)	12	12		
	1	melancia (peça)	14	14		
	1	mamão (peça)	7	7		
				0		
bebidas	6	refrigetante (2L)	9,5	57	135	600 ml por pessoa
	6	suco de laranja (1L)	13	78		
				960,9		

Fonte: Planilha elaborada por P2.

Além disso, P1 também contribuiu e apresentou uma possível resolução, na qual optou por representar os resultados obtidos por meio de um gráfico de setores, evidenciando a representação visual que se pretendia instigar com essa atividade. Tanto a resolução quanto o gráfico correspondente estão apresentados no Quadro 32.

Quadro 32 - Possível resolução para a atividade das festas de fim de ano

Registro escrito de P1	Transcrição do registro
	Ceia de Natal (15 pessoas) Cardápio Ingredientes Quantidade Valor (reais) Arroz Arroz Lasanha Carne moída Mussarela Presunto Molho de tomate Massa Churrasco Carne Pão de alho Maionese Batata Cenoura Maionese Ovos Saladas Alface Repolho Tomate Farofa Farinha Calabresa Bacon Milho Pavê Leite condensado Creme de leite Bolacha Leite Toddy Maizena Extra Óleo Tempero Bebida Refrigerante
	Valor por pessoa= 43,56 Obs.: bebida alcoólica, cada um leva a sua.
	Gastos com: churrasco, acompanhamentos (arroz, maionese, farofa) Lasanha, salada, sobremesa, bebida e extra.

	Churrasco Acompanhamento Lasanha Salada Sobremesa Bebida Estra Gastos x alimentos

Fonte: Registro escrito de P1

De acordo com os professores, as ações envolvendo a retrospectiva de 2024, a discussão inicial, a votação no *Mentimenter* e a apresentação da problemática atenderiam à etapa referente à *percepção e apreensão*, conforme proposto por Biembengut (2019). A reflexão sobre os custos e as refeições, utilizando a matemática para resolver a situação proposta, contemplaria a etapa da *compreensão e explicitação*. Por sua vez, a estratégia adotada e a representação dos modelos matemáticos na cartolina, seguidas da socialização dos resultados, corresponderiam à etapa da *significação e expressão.*

4.3.1.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo

Essa atividade foi planejada pelos professores P1, P2, P3 e P6 e desenvolvida pelos professores P4, P5, P7, P8, P9 e P10. As professoras iniciaram as discussões com a seguinte pergunta

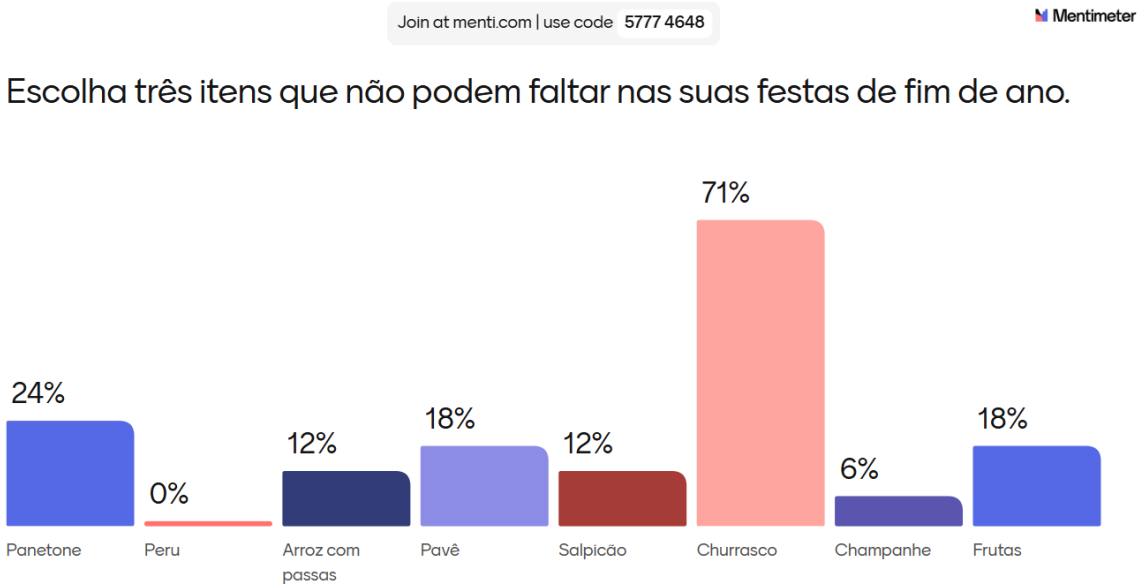
> **P2:** *Como que está sendo este ano de 2024 para a gente? Como foi o ano de 2024 para vocês?*[32]
> **P9**: *Foi bem difícil.*
> **P1:** *O que vocês viveram durante esse ano? O que vocês lembram que marcou? Alguma coisa, algum desafio? Alguma coisa muito positiva?*
> [...]
> **P4:** *Para mim, 2024 foi bom, fui chamada de professora, saí de cuidadora e fui fazer um desafio, foi bom [...].*
> **P5**: *Pra mim foi 50%, porque foi difícil, principalmente porque eu perdi meu pai, apesar de ele estar doente, e sabia que era algo que ia acontecer. Mas teve um lado bom, porque uma semana depois que ele faleceu, eu fui chamada no concurso, isso foi bom porque me ajudou [...].*

[32] Neste 3º momento, nas sessões sobre o desenvolvimento e análise das atividades, para facilitar a leitura, todas as falas dos professores que estavam ministrando as atividades estão sublinhadas.

> **P9**: *Ah, pra mim também, né? Também fui chamada no concurso. Não foi fácil, né? Foi muito muitas mudanças. Eu morava em outra cidade e mudei para Maringá [...] Eu entrei no concurso também em uma área em que eu nunca tinha trabalhado, né? Então, cada dia é um desafio pra mim.*
> **P7**: *Ah, o meu ano também foi muito bom. Terminei meu mestrado, que foi algo que marcou. Eu terminei em 2023, com uma crise depressiva. Em 2024, eu melhorei bem, comprei a minha casa, minha filha fez um ano, e foi isso [...].*
> **P2**: *Já que estamos aí encerrando o ano, né? Alguns começando a comelança e outros pensando em dietas, como falamos há pouco, né? Estão chegando as festas de fim de ano. O que fazemos no fim de ano? Como gastamos, nas festas de fim de ano? Como que é a família de vocês, assim? Pra comer, o que vocês fazem?*
> **P9**: *A gente primeiro pega o dinheiro do povo [...] e vai para o sítio, na casa da minha mãe. Para não ficar pesado só pra um, meu irmão vai comprar um porco para gente matar no Natal, cada um vai dar um valor X pra comprar o porco e as comidas. Meu pai mata um boizinho [...].*
> **P5**: *Bom, eu tenho três filhos. Dois são casados e moram fora do Brasil [...] Quando estávamos todos aqui, a gente fazia festa com a família, igual todo mundo. Mas agora, eu não passeio mais no meio do ano e guardo dinheiro pra ir no final do ano passar com eles. Então, geralmente, meu Natal e o meu Ano Novo são com eles [...] nos EUA, e é muito frio [...]. Então a gente faz uma janta, uma massa, um frango Chester [...].*
> **P2**: *E a comida lá é diferente também da nossa. A cultura é diferente.*
> [...]
> **P2**: *Pensando nesses comentários que vocês fizeram sobre essas comidas. Em uma família mata porco, lá na outra tem frango chester, a gente trouxe uma dinâmica, pegamos algumas comidas que são típicas de fim de ano pra vocês votarem em três opções que não podem faltar nas festas de vocês.*

Com isso, os professores foram convidados a votar em quais alimentos são essenciais para as festas de fim de ano. O resultado da votação realizada pelos professores estão registrados na figura 12.

Figura 12 - Votação realizada no *Mentimenter*



Fonte: *Mentimenter.*

A partir da votação, discutiu-se acerca dos alimentos preferidos pelos professores.

> **P5:** *Nossa. Churrasco é o primeiro, né? Que legal.*
> **P7:** *Ah, ninguém votou no Peru, eu acho que a P5 não votou então.*
> **P5**: *Eu votei, mas é porque eu tô pensando no Brasil, não lá. Aqui eu prefiro churrasco, votei pensando no que eu gostaria que tivesse.*
> ***P2:*** *Pensando, então, a respeito dessa retrospectiva que a gente faz no final de ano, desses planos que elaboramos para as festas de fim de ano, trouxemos essa proposta para vocês, uma atividade para a gente pensar qual seria o valor das refeições para o fim de ano. Ou seja, pensar sobre qual seria a refeição das famílias de vocês, o que teria, quais alimentos teriam, e quanto se gastaria com essa refeição. Igual ela falou, minha família divide e cada um contribui com um valor. Então já é algo que pode se pensar, quanto cada um teria que dar com base nessa refeição. Então essa vai ser a nossa proposta. Vocês pensarem nos alimentos que vão fazer parte e pensarem qual seria o valor de uma refeição no fim de ano para vocês.*

Os professores se dividiram em dois grupos, a saber: grupo 1 — P7, P8 e P10; e grupo 2 — P4, P5 e P9. Ambos os grupos iniciaram as discussões sobre quais itens seriam considerados, como churrasco, bebidas, entre outros. Discutiram também quais tipos de carnes seriam incluídos, bem como as diferenças entre as maioneses, levando em consideração as particularidades e os gostos familiares, como a possibilidade de adicionar ou não azeitona, cenoura e/ou tomate.

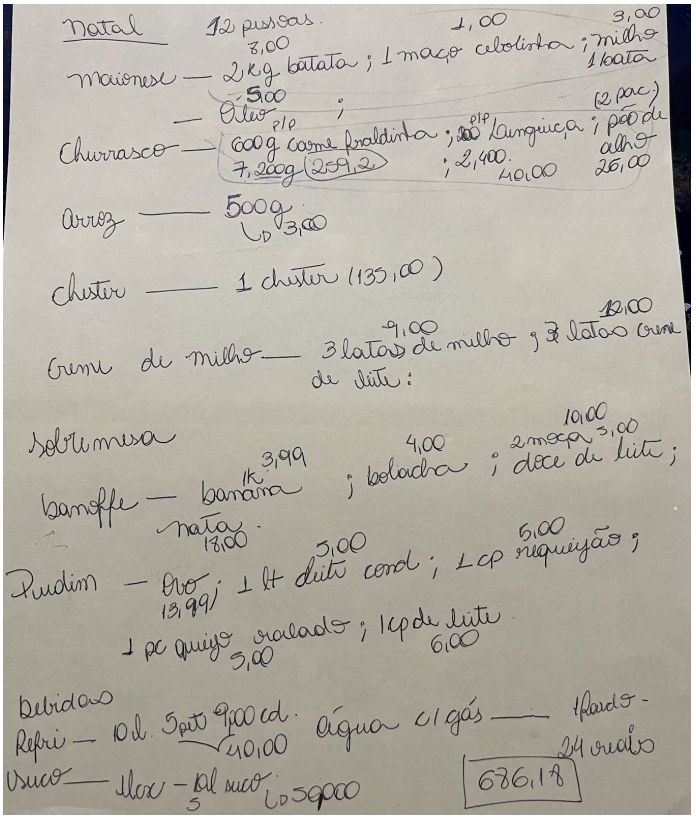
Foram definidos os valores dos ingredientes da maionese e dos demais itens, considerando tanto os preços encontrados na internet quanto os valores baseados em suas próprias vivências. P7 afirmou: *"Primeiro estipulei o que teria no Natal: maionese, churrasco, arroz, chester, creme de milho, sobremesa, banoffe, pudim e bebidas. Agora precisamos ir definindo as quantidades e os valores na frente"*. Todas essas discussões correspondem à etapa da compreensão e explicitação.

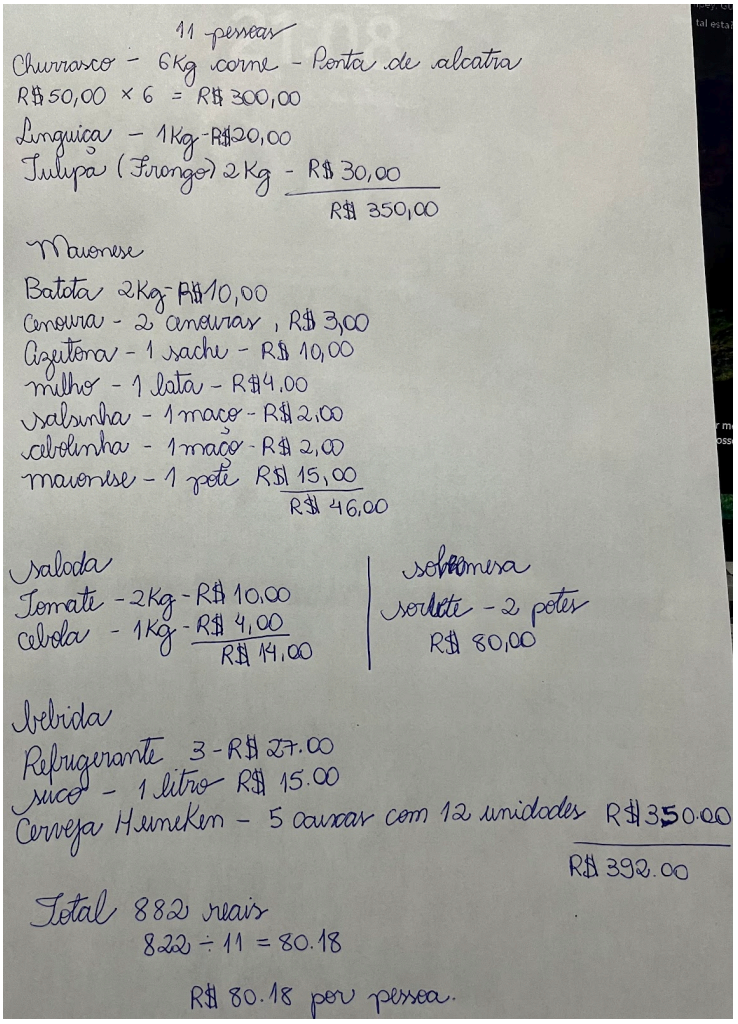
Após encontrar todos os valores e itens, o grupo 1 resolveu contratar uma cozinheira, como evidencia o diálogo abaixo.

> **P8**: Não ficou muito caro não.
> **P7**: É, mas é pro natal, ai, faz vezes 2 pro ano novo.
> **P1**: Se você for pensar nos dois? É. E pensando que vocês fizeram pra 12 pessoas, dá para descobrir quantos que sairiam por pessoa?
> **P7:** É isso mesmo, vou dividir.
> **P10**: Mas podia colocar alguém para fazer o almoço, porque a gente tem essa preocupação de cozinhar, que é muita.
> **P7**: É verdade. Quanto que uma pessoa cobra para fazer o almoço?
> **P10**: Quando eu fiz o batizado do meu filho, elas cobraram 320 para 20 pessoas.
> **P7**: É, não é caro.
> **P10**: Era mais ou menos isso aí.
> **P7**: É, vamos colocar uns 300 reais da cozinheira. Então, a gente soma 686,18 mais 300 reais. Deu um total de 986,18.
> **P8**: É uma boa, porque quem fica na cozinha, chega na hora, não dá nem para se arrumar, fica horrível. E, depois que come, ainda sobra a louça. [...] a gente fica cansada.

Os grupos discutiram se seria melhor incluir ou não bebidas alcoólicas, considerando que algumas pessoas as consomem e outras não. Da mesma forma, ponderaram que há uma variedade de marcas, valores e preferências. Desse modo, os professores construíram suas representações matemáticas, que culminaram em duas estratégias correspondentes à significação e à expressão, conforme apresentado no Quadro 33.

Quadro 33 - Estratégias de resoluções adotadas pelos professores na atividade

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	**Registro escrito**
	Natal 12 pessoas Maionese - 2 kg batata; 1 maço cebolinha; milho 1 lata; óleo Churrasco - 600g carne fraldinha, linguiça; pão de alho. Arroz - 500g - 3,00 Chester - 1 chester (135,00) Creme de milho - 3 latas de milho; 3 latas de creme de leite. Sobremesa Banoffe - Banana; Bolacha ; 2 leites condensado moça (doce de leite); nata. Pudim - ovo; 1 lata leite condensado; 1 copo de requeijão; 1 pacote de queijo ralado; 1 copo de leite. Bebidas Refri - 10 litros - 5 pet; água com gás - 1 fardo - 24 reais Suco - caixa - 10 litros suco

	11 pessoas Churrasco - 6 kg carne - Ponta de alcatra Linguiça - 1 kg Tulipa (Frango) 2kg Maionese Batata 2kg Cenoura - 2 Cenouras Azeitona - 1 sache Milho - 1 lata Salsinha - 1 maço Cebolinha - 1 maço Maionese - 1 pote Salada Tomate - 2 kg Cebola - 1 kg Sobremesa sorvete - 2 potes Bebida Refrigerante 3 Suco - 1 litro Cerveja Heineken - 5 caixas com 12 unidades Total 882 reais R$ 80,18 por pessoa.

Fonte: Registro escrito dos professores.

A partir disso, os professores realizaram algumas intervenções, conforme o planejado, para induzir à construção de representações visuais, conforme os diálogos a seguir, referente ao grupo 1.

> **P1:** *Vamos pensar: se vocês tivessem, vamos supor, se uma de vocês ficasse responsável por fazer esse planejamento, né? E agora vocês teriam que apresentar pra família de vocês. Ah, cada um vai ter que pagar tanto, porque deu esse valor aqui. Para eles visualizarem isso de uma maneira melhor, como vocês organizariam esses dados? Aí vamos pedir para vocês apresentarem isso aqui nessa cartolina.*
> **P7**: *Ah, dá pra gente fazer uma tabela.*
> **P10**: *Pode ser. Uma tabela com os valores* [...].
> **P7**: *Aí a gente faz com quantas colunas? A coluna da comida e do preço, né? Ai eu vou somar o valor integral e colocar o valor aqui. Igual somar todo o valor do churrasco e pôr aqui, todo o valor da maionese. Quem pode ir somando?*
> ***P8**: Eu vou somando.*

Somaram todos os valores, como mostra o quadro 34. De modo análogo, essas intervenções também ocorreram no grupo 2.

> **P1:** *Agora, vamos pedir que vocês representem aqui na cartolina de uma forma mais visual, para depois apresentar para turma. Aí vocês podem escolher alguma forma para fazer isso. Tipo, com o que vocês gastaram mais, com o que gastou menos.[...] Tipo quanto deu no total?*
> **P5:** *Deu quase R$1.000,00 reais.*
> **P1:** *Isso. Desse valor, qual a porção foi dedicado para a cerveja?*
> **P5**: *Tipo com porcentagem?*
> **P1:** *Ou fração, enfim, vão procurar uma forma de representar esses dados.*
> **P5:** *Ah, tipo um gráfico.*
> **P1:** *Pode ser, é uma forma de representar.*
> **P4:** *Bom, a cerveja e a carne foram quase a mesma proporção. Vamos fazer um redondo aqui.*

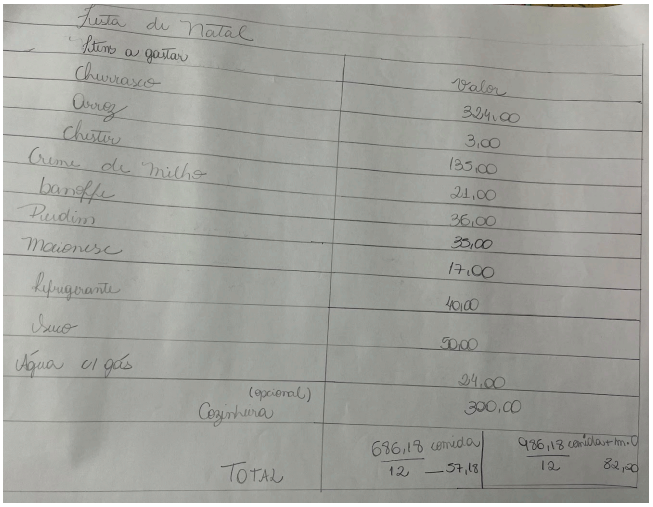
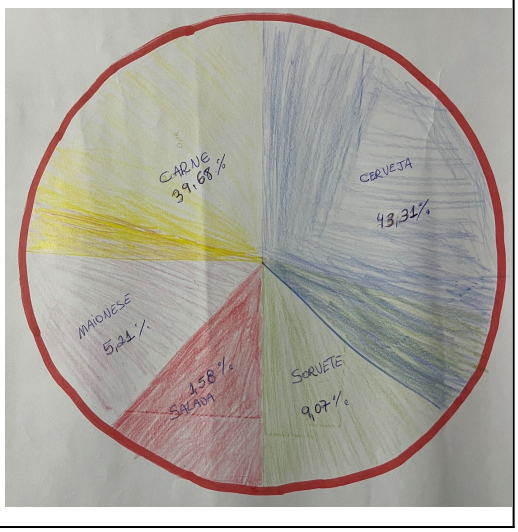
Inicialmente, pensaram em construir o gráfico com os valores totais dos alimentos, estimando a porcentagem correspondente à carne, à cerveja, ao sorvete, à salada e à maionese em relação ao total de gastos. Diante disso, sugeriram: *"Vamos usar essa tampa do bolo para fazer o redondo, então; aí, depois, nós vamos fracionando"* (P5).

Posteriormente, com o auxílio de M2, P1 e da calculadora, dividiram o círculo utilizando o cálculo da regra de três simples para cada gasto. *"A gente pegou o valor de cada item. A cerveja, por exemplo: pegamos R$ 392,00, multiplicamos por 100 e dividimos pelo valor total; chegamos à porcentagem dos gastos"* (P9).

Após realizarem todos os cálculos, perceberam que a soma de todas as porcentagens não totalizou 100% e refletiram sobre isso. *"Por isso que não deu 100%. Por quê? Porque a gente pegou só duas casas depois da vírgula. [...] Deu 98,85%; considerando o arredondamento, acho que deu certo"* (P5).

As representações realizadas pelos dois grupos estão presentes no quadro 34.

Quadro 34 - Representação realizada pelos professores a partir da resolução adotada

Grupo 1	**Grupo 2**
	

Fonte: Registro escrito dos professores.

Diante disso, foi solicitado que um grupo de professores, com auxilio das representações visuais presentes no quadro 34, socializasse para o outro os resultados encontrados. A transcrição desse momento estão presentes no quadro 35.

Quadro 35 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

***Significação e expressão* - Socialização e discussões sobre as resoluções**
P7: *Eu fui listando as comidas que a gente possivelmente vai ter no Natal. A gente fez uma lista de compras para 12 pessoas, mais ou menos, a minha família. Daí a gente fez um formato de tabela para mostrar, com o que vai gastar [...]. Churrasco, arroz, chester, creme de milho, sobremesa e bebidas.. Naquela folhinha, fomos somando cada ingrediente desses pratos e colocamos o valor na tabela. Churrasco, R$324,00; arroz, R$3,00; chester, R$135,00; creme de milho, R$21,00; banoffi, R$36,00; Pudim, R$35,00; Maionese, R$17,00; refrigerante, R$40,00; suco, R$50,00; e água com gás R$24,00. Aí a gente resolveu fazer um investimento de contratar uma cozinheira, com base no valor que a P10 pagou para fazer o batizado do filho dela. supondo que seriam 300 reais. Nesse caso, a cozinheira seria opcional, a gente tinha que votar. Mas eu estava pensando: quem vota é quem cozinha [...]* **P8**: *A gente estava analisando, quem fica para preparar a ceia, sempre na hora da ceia está cansada, não está arrumada direito, perde tempo, fica até uns 45 minutos do tempo para deixar as coisas tudas certas. Não participa direito porque está cansada, poupamos a gente mesmo.* **P7**: *Só a comida, tirando a cozinheira, seriam R$686,18. Aí dividimos esse valor por 12 pessoas: da R$57,18 para cada um, só da comida. Aí se a gente contratar tem a mão de obra, dividimos por 12 e deu R$82,20.*
P5: *Antes de começar, só para deixar uma coisa bem clara que a pessoa que é rica aqui é ela (apontou para P9). Entendeu? A gente tentou elaborar assim, de uma forma, juntando nossas três famílias, chegando num total de onze pessoas, seria um churrasco.* **P9**: *Um churrasco para onze pessoas: seis quilos de carne, um quilo de linguiça, dois quilos de maionese, um quilo de tulipa, salada, dois potes de sorvete, três refrigerantes, um de suco e cinco caixinhas de cerveja.* **P4**: *E a cerveja heineken é pra ela (apontou para P9) [...] E daí, aqui (mostrou a cartolina), a gente representou por partes, deu o total no valor de R$ 882,00. Dividido por pessoas. Deu R$ 80,18 por pessoas. Foi feito um gráfico com a porcentagem de cada coisa que foi gasta. Como vocês podem ver, a bebida deu R$*

43,01%; a carne, R$ 39,68%; a maionese, R$ 5,21%; a salada, R$ 1,58%; e o sorvete, R$ 9,7%.

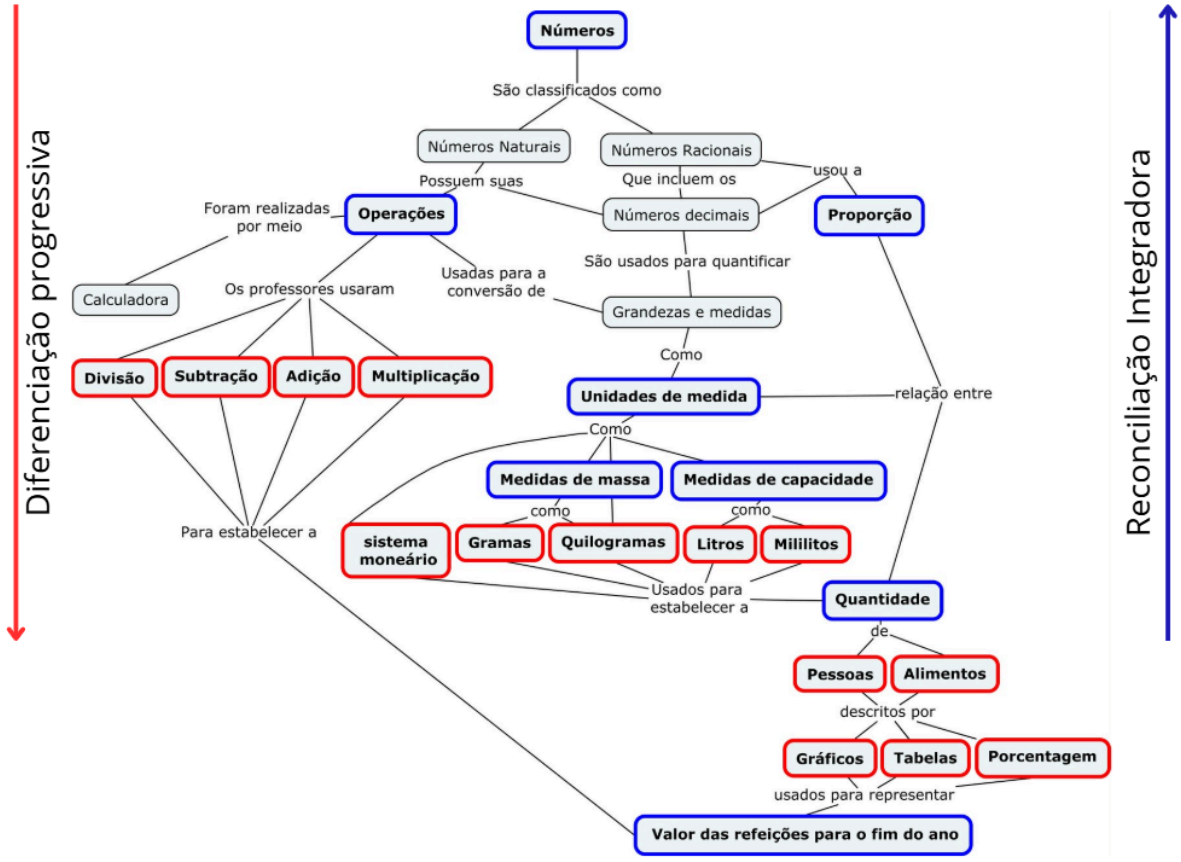
Fonte: Transcrição do áudio do sexto encontro.

Diante disso, constatou-se que apenas a bebida e a carne corresponderam a pouco mais de 70% do custo total da festa. Contudo, esse fato não pôde ser percebido por meio do gráfico, uma vez que este foi construído de forma desproporcional em relação a cada uma das partes que o compunham. Como destacou P5: *"Nossa, mas a bebida a gente fez errado, tinha que ter ficado numa proporção maior"*.

Por fim, apontou-se que os valores encontrados foram semelhantes, aproximadamente R$ 80,00 por pessoa, considerando que o número de participantes foi parecido, com 11 e 12 pessoas. A principal diferença foi que o Grupo 1 considerou a contratação de uma cozinheira, enquanto o Grupo 2 incluiu bebida alcoólica. *"Só sei que a gente vai ter cozinheira, enquanto elas decidiram comprar a cerveja"* (P7).

Com base nas resoluções apresentadas, a pesquisadora elaborou um Mapa Conceitual que explicitou a relação entre os conceitos mobilizados, conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade das refeições de fim de ano



Fonte: Autoria própria.

Observa-se, nesse Mapa Conceitual, como os professores mobilizaram os conceitos de operações, proporção, unidades de medida, gráficos, tabelas, porcentagem e regra de três a partir dos processos de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora entre eles. Na seção seguinte, apresenta-se a análise dos professores sobre o processo percorrido.

4.3.1.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida

Nesse momento, os professores compartilharam suas percepções e reflexões acerca da atividade planejada e desenvolvida. Desse modo, as falas evidenciam os critérios utilizados para a escolha do tema, bem como os conceitos mobilizados e as formas de representação.

> **P3**: *Nós achamos uma atividade bem pertinente com a época em que nós estamos, já que era sobre as refeições de fim de ano. E aí foi o motivo que nós escolhemos essa atividade. E nós achamos que seria uma atividade que chamaria bastante atenção dos alunos. Tudo saiu como planejado, nós planejamos, pensamos em várias possibilidades e tudo caminhou mais ou menos como planejado. E nós não elencamos nada que nos frustrou, mas nós nos surpreendemos com a forma que um dos grupos fez a representação visual; eles utilizaram representações diferentes das que nós planejamos. Nós tínhamos pensado em tabela e em gráfico, mas aquele gráfico de barra, por que aquele gráfico de setor, ele é um pouco mais difícil para fazer a proporção, e foi justamente o que aconteceu: os setores não ficaram proporcionais com o valor que cada um representava.*

Diante disso, P1 relata uma de suas dificuldades enfrentadas nesse processo.

> **P1**: *Eu, particularmente, acho difícil trabalhar com Modelagem Matemática, porque achar um modelo é complicado, ainda mais nos Anos Iniciais. Tendo uma visão mais voltada para a matemática, como tendo essa formação na área da matemática, pensei que a estatística seria fácil, entre aspas, de estabelecer modelos, porque na estatística, há variadas formas de representar dados: gráficos, variados tipos de gráficos, gráfico de barra, gráfico de setores, infogramas, tabelas e quadros. Então, penso que um dos conceitos que são mais fáceis de planejar uma aula com Modelagem Matemática é com a estatística. Sugeri isso no grupo, e eles concordaram. Depois, foi difícil pensar na temática, ficamos bastante tempo para conseguir estabelecer o tema. Pensando que estava perto do final de ano, a gente pensou: é um tema atual, é um tema que tem a ver com a época e não vai ser difícil introduzir esse tema, não seria difícil introduzir para fazer o convite à resolução. Então, foi mais ou menos isso.*

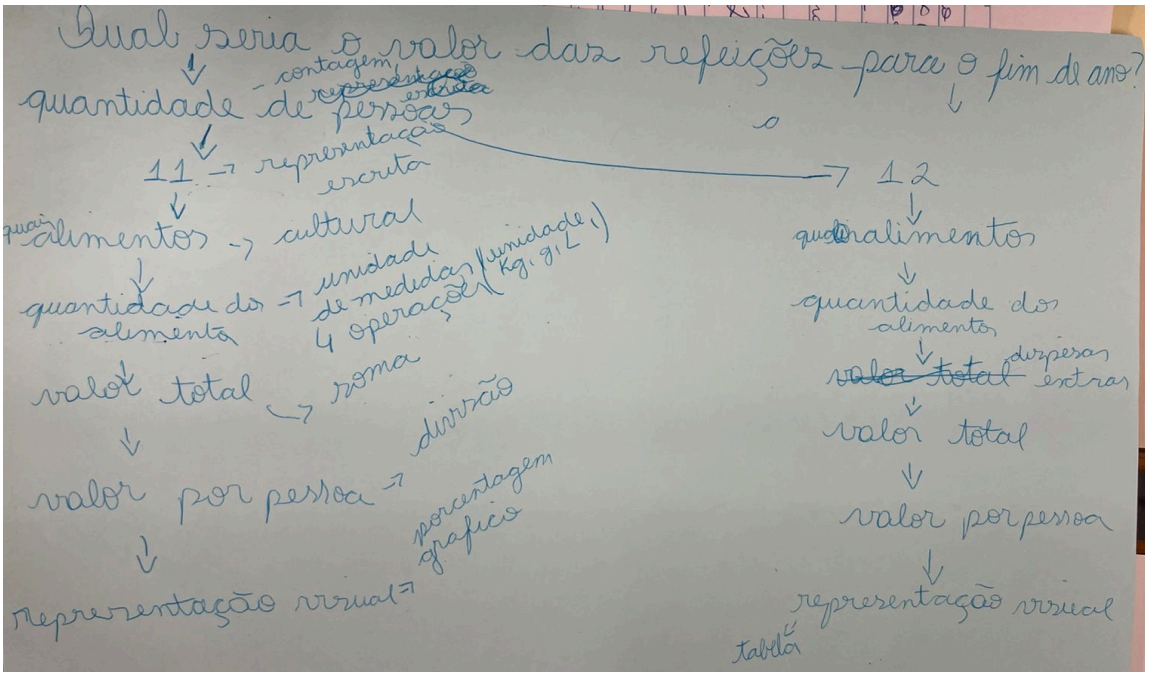
Ao serem questionadas: "*Essa atividade de modelagem matemática auxilia na aprendizagem de conceitos matemáticos? Se sim, de quais conceitos? E quais conceitos matemáticos e extramatemáticos foram utilizados?*" (M5). A seguir, destacam-se algumas reflexões dos professores:

> **P1**: *Então, colocamos que, por exemplo, as operações não seriam um auxílio na aprendizagem em si, porque elas são utilizadas, mas vamos supor, os alunos já teriam que ter esse domínio. Eu acho que talvez as operações seriam mais uma*

> *revisão. A aprendizagem seria mais do conceito de tabela e de gráfico, para trabalhar esses conceitos mais especificamente. Elencamos que os professores utilizaram diferentes estratégias: de lista para registrar os alimentos, valores e quantidades; utilizaram as quatro operações; a estratégia de elaborar tabela; o uso da regra de três para estabelecer porcentagem; e gráfico. O raciocínio empregado pelos professores nas resoluções seria mais ou menos semelhante, mas não seria exatamente igual ao que fariam os alunos. Porque os alunos pensariam de uma maneira mais básica. Por exemplo, as professoras, que eu acredito que a maioria cozinham, colocaram detalhadamente cebolinha, salsinha, óleo, tempero, entre outros. Acreditamos que as crianças dos Anos Iniciais, a gente estabeleceu que poderia ser trabalhado no quinto ano, talvez não pensasse nessas especificações dos alimentos. Eles colocaram arroz, eles não pensariam que para fazer um arroz precisa de alho, precisa de óleo, né? Não sei se eles saberiam, por exemplo, os ingredientes que vão na maionese. Então, a gente acha que eles seriam mais básicos nesses alimentos do cardápio e que eles também utilizariam valores mais arredondados, porque as professoras colocaram, por exemplo, 7,2 kg de carne. Então, teria que trabalhar com números quebrados, números racionais, números decimais, que talvez eles não saberiam operar tão bem ainda com divisão e multiplicação desses números. Então, eles utilizariam números arredondados e também achamos que eles não chegariam a pensar na porcentagem que um dos grupos pensou.*
> [...]
> **P1:** *Então, os conceitos matemáticos são aqueles que já citados: as operações, tabela, gráfico, unidade de medida, etc. O conceito extramatemático seria a questão cultural. Tanto que lá no início, quando a gente falou, começou a introduzir o tema, teve gente que falou, "ah, na minha família no Natal mata um porco e faz a ceia desse jeito". "Ah, na minha família é churrasco". "Ah, mas meu filho mora lá nos Estados Unidos, lá eles fazem o chester". Então, o conceito extramatemático seria essas questões culturais.*

Com base nessas reflexões sobre os conceitos matemáticos e extramatemáticos, os professores apresentaram as estratégias utilizadas pelos professores, por meio de um esquema, elaborado pelo grupo 1, conforme revela o quadro 36.

Quadro 36 - Mapa elaborado pelo grupo 1 e sua respectiva explicação

Mapa elaborado pelo grupo 1

P1: *A gente colocou no meio qual seria o valor das refeições para o fim de ano do grupo 1 e do grupo 2, cada grupo de um lado, mas poderia ser as duas no meio, porque são bem parecidas. Aí seria quantidade de pessoas, puxamos para o lado esquerdo, que é o grupo 2 (11 pessoas), pro lado direito, o grupo 1 (12 pessoas). Depois, registramos quais alimentos foram colocados, que é uma questão cultural em ambos os lados. Depois, a quantidade dos alimentos, daí puxamos os conteúdos que seriam unidades de medida, as quatro operações e as unidades de medida (kg, g, l). O valor total foi calculado usando a soma, o valor por pessoa foi obtido usando a divisão, e representação visual ficou diferente: do lado esquerdo, seria porcentagem e gráfico; e do lado direito, seria tabela.*

Fonte: Registro escrito das professoras e transcrição do áudio do oitavo encontro

Após apresentarem os resultados obtidos e as resoluções propostas pelos professores, discutiram as possíveis adaptações conforme o público-alvo, o nível de ensino e os objetivos pedagógicos.

> **P1**: *Bem, a gente acha que dá para desenvolver essa atividade na sala de aula, porém com algumas adaptações. O que a gente pensa de adaptar? Como ficou uma pergunta muito abrangente, "as refeições de final de ano", o que seria interessante era especificar melhor. Por exemplo, uma refeição, a ceia de Natal, que é a mais tradicional, né? Então, deixar isso mais específico. A gente colocou que os conceitos matemáticos que poderiam ser trabalhados são as operações básicas, gráficos, tabelas, sistema monetário, porcentagem, noções de estatística e noções de proporção.*
> [...]
> **P1:** *Eu só achei que, por exemplo, as meninas que fizeram a tabela , pensando que elas poderiam calcular a porcentagem de quanto gasta com cada item, poderiam induzir os alunos a acrescentar uma coluna com as porcentagens [...]. Daria para fazer também, em vez do gráfico de setores, o gráfico de barras, a gente fez antes, no planejamento. Ficou parecido com o de vocês, mas com esse gráfico de barras.*
> [...]

> **P1**: *Eu acho que, se eu tivesse aplicado essa atividade em sala, talvez não sairia como planejado. Vamos supor que os alunos tivessem feito a porcentagem de forma intuitiva, talvez não no quinto ano, não sei se no quinto ano fariam, mas talvez se fosse no sexto, no sétimo, fizesse essa porcentagem e montasse aquele gráfico, mesmo que eu não fosse introduzir o conteúdo de proporção, eu introduziria, naquele momento. Porque seria uma oportunidade ótima, excelente. Porque depois as meninas falaram: "ah, mas o valor da cerveja e da carne, juntando, dá 70%, mais ou menos, do valor total". Só que, olhando no gráfico delas, se juntasse as duas partes, dava metade do círculo, não estava proporcional. Então, o que eu faria em sala de aula? Eu falaria assim, vamos refazer? Levaria o transferidor e faríamos o gráfico. Daria para recortar as partes e colocar em cima do gráfico que os alunos fizeram, para ver a diferença dessa proporção. Enfim, acho que seria uma oportunidade bem legal de trabalhar com fração, com proporção, com ângulo, com muitos conceitos que, talvez, não sejam somente para os Anos Iniciais, mas em outros níveis também. Então, é uma atividade que dá para adaptar, para levar para outros níveis. Eu achei bem legal ter surgido essa resolução. Porque, nos Anos Iniciais, daria para trabalhar a questão de proporção, de metade: o que é metade? Ah, metade é os 50%, metade, né, enfim ir comparando, a metade de 100 é 50. Ah, mas se é 70, então, isso aqui não é a metade. Acho que daria para enriquecer bastante com esse tipo de resolução. A gente não sabe o que surgiria em sala de aula, mas, se algum dia alguém fizer, compartilhe com a gente.*

Diante desses diálogos sobre as possíveis adaptações, os professores participantes da atividade relataram como foi, para eles, conhecer e vivenciar a proposta. Uma das professoras destacou que desenvolveria a atividade, ressaltando, inclusive, que desconhecia essa proposta.

> **P7:** *Ah, eu levaria essa atividade para a sala. Eu achei bem objetiva, sabe? Ela é aberta, proporciona para o aluno investigar, mas, ao mesmo tempo é bem objetiva. Eu acho que da laranja ela é mais aberta, porque explora mais coisas, igual a P1 falou. Essa atividade que eles proporcionaram tem um foco que é trabalhar a organização de dados. Então, eu faria essa atividade, que é muito legal. Até comentei com a M5 e falei: nossa, nunca vi essa atividade! As meninas criaram? de onde elas pegaram? Ela me disse que criaram e eu achei o máximo, nunca tinha visto uma atividade igual essa.*

O processo de elaboração da atividade foi considerado desafiador pelos participantes, especialmente porque elaborar uma proposta exige muito cuidado, quando comparado a adaptar uma proposta já existente na literatura. Quando se parte de um relato de experiência ou de um trabalho já desenvolvido em sala de aula, é possível alterar a pergunta ou a forma de introduzir a atividade, ajustando-a conforme a turma e/ou o contexto.

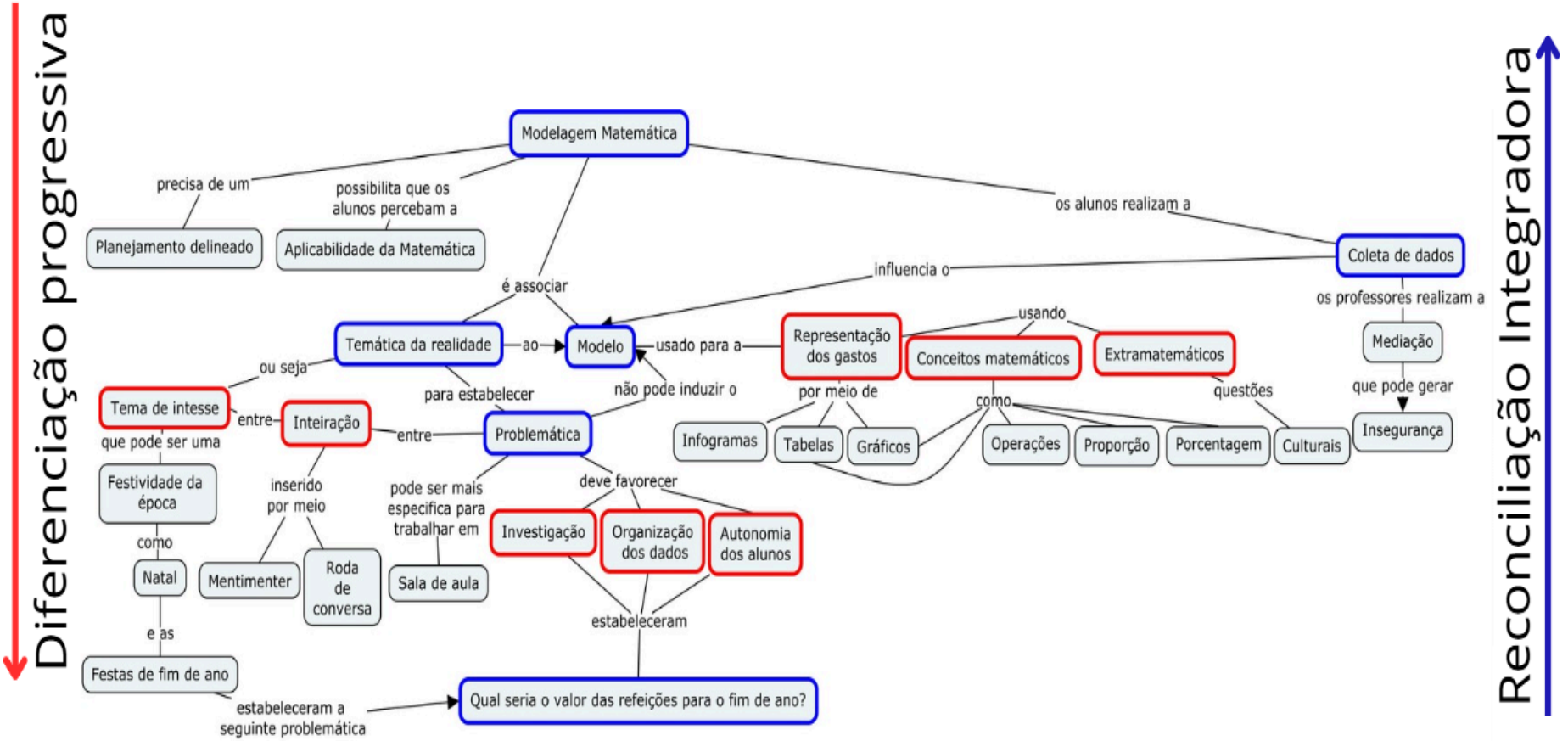
No entanto, ao elaborar uma proposta, surgem questionamentos e reflexões, o que levou o grupo a discutir, em determinados momentos, as próprias características da Modelagem Matemática (MM). Houve questionamentos sobre se determinados encaminhamentos se caracterizavam ou não como MM. Nessa ocasião, P1 expôs brevemente aos demais professores como foi, para eles, esse processo de elaboração.

> **P1**: *No dia em que a gente se reuniu para planejar, P6 sugeriu uma pergunta muito específica, que não ia ser Modelagem, sabe? Que ia ser, talvez, uma Resolução de Problemas, até encaixaria, né? Mas a Modelagem, não. Porque a modelagem, você tem que coletar os dados, você tem que ir atrás dos dados. Ele queria, tipo, dar os dados prontos, pra gente pegar os dados e resolver. Provavelmente chegaria em resultados iguais. Então, teve essa questão, de escolher uma pergunta mais abrangente mesmo, para cada um criar a sua lista de alimentos, pesquisar, colocar os valores que achava pertinentes e as quantidades. E outra coisa que eu lembrei agora, que até a P2 comentou, que a gente imaginou que pudesse surgir um gráfico de barras, e não um gráfico de setores. E aí, pensamos: vai ser difícil fazer a transição, porque os alunos podem fazer a lista, somar os itens e parar em, por exemplo, "gastamos R$900,00, deu R$85,00 por pessoa", pronto. E daí, como induziríamos eles a pensar em uma representação visual? Aí pensamos em levar a cartolina e dizer: "se vocês fossem apresentar isso pra família de vocês, pra cada um dar ali o valor da vaquinha, como que vocês apresentariam?". Assim, eles teriam uma ideia de como o dinheiro está sendo utilizado. Só que, além de fazer esse gancho com a cartolina, pensamos assim, vamos levar lá o Mentimeter, pedindo para votarem nas comidas preferidas de fim de ano, gerando o gráfico. Porque daí eles vão olhar o gráfico, só que o nosso gráfico lá do Mentimeter era um gráfico de barras vertical, e ninguém fez o gráfico de barra, um grupo fez de setores e o outro grupo, tabela. Então, não foi uma frustração, mas foi algo que a gente meio que planejou e não deu muito certo, que foi uma surpresa, porque ninguém pensou nisso. A gente utilizou esse recurso tanto para introduzir o tema como para induzir um pouco, a pensar na representação gráfica ali, com o gráfico, mas acabou indo para outros caminhos. E isso é realmente o que acontece em sala de aula, quando a gente vai desenvolver, a gente pensa de um jeito e os alunos vão por outros caminhos.*

Esses diálogos evidenciam a complexidade do planejamento da atividade de Modelagem Matemática (MM), que muitas vezes não se desenvolve, na prática, exatamente como previsto. Revelam, ainda, o estímulo à coleta de dados, à elaboração de representações e à comparação de diferentes resultados, o que constitui um aspecto da MM, pois possibilita a abertura para que os alunos possam trilhar diferentes caminhos.

Com base nesse planejamento, no desenvolvimento da atividade e nas análises apresentadas pelos participantes em relação à atividade desenvolvida, foi possível elaborar o Mapa Conceitual (Figura 14), que sintetiza as manifestações dos professores sobre o processo de ensino e de aprendizagem por meio da MM, segundo suas compreensões.

Figura 14 - Mapa Conceitual da MM da atividade sobre as festas de fim de ano



Fonte: Autoria própria

Este Mapa Conceitual mostra-se rico em conceitos relacionados ao desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática (MM) nos Anos Iniciais, bem como em conceitos matemáticos que emergem nessa atividade em função das mediações realizadas pelos professores. Evidencia-se que eles diferenciam alguns aspectos da MM, como o modelo, o tema, a inteiração e a problemática, ao mesmo tempo em que esses elementos se reconciliam e se relacionam entre si.

Após a apresentação do planejamento, do desenvolvimento e da análise da atividade "Festas de fim de ano", procede-se, na sequência, à mesma análise da atividade "Sanduíches naturais".

4.3.2 Grupo 2 - Sanduíches Naturais

4.3.2.1 Descrição do planejamento realizado

Essa atividade foi planejada pelos professores P4, P5 e P9, tendo início com o envio de um relato de experiência disponibilizado no *Google Drive*, conforme revelam as transcrições das mensagens.

> **P5**: *Meninas, precisamos decidir o tema, vocês têm algum em mente?* (Grupo *WhatsApp*, 30/11/2024, às 15:26).
> **P4**: *Meninas, então eu só consegui dar uma olhadinha agora, o que que vocês acham eu dei uma olhada ali no negócio do preço do sanduíche natural. O que vocês acham? Por que daí vai ter que coletar os dados, de quanto e o que vai precisar, o valor de cada ingrediente, essas coisas assim* (Grupo *WhatsApp*, 30/11/2024, às 15:27).

O relato de experiência sugerido e aceito por todos os professores foi de *Palma et al.* (2017) – X CNMEM, com o tema "Alimentação saudável e produção de sanduíches naturais". Nesse trabalho, os alunos investigaram as seguintes questões: *Se fôssemos fazer um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita? Qual seria o preço a ser vendido o produto final? Qual seria o lucro desse serviço?*

A partir da decisão de utilizar esse relato como suporte, P4 solicitou ao ChatGPT um plano de aula sobre os sanduíches naturais. Em seguida, compartilhou a sugestão recebida e enviou uma receita encontrada na internet, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 - Receita utilizada como base para o planejamento da atividade



Fonte: Imagem[33] enviada no grupo de *WhatsApp* por P4.

Com base nessas sugestões, as professoras começaram a discutir e indicar as possíveis resoluções para essa problemática.

> **P4**: *Valores dos ingredientes. Pacote de pão = R$7,00, Creme de Leite = R$3,00, Peito de frango = R$12,00, Salsinha = R$1,00, Cenoura = R$2,00, Maionese = R$10,00, Alface = R$4,00. Valor gasto com os ingredientes de R$39,00. 39/10 = R$3,90 cada sanduíche. Mas também tem que contar o tempo de preparo* (Grupo de *WhatsApp*, 30/11/2024, às 16:41).
> **P5**: *Sim, em média 30 segundos por lanche para montar e mais o tempo de cozimento* (Grupo de *WhatsApp*, 30/11/2024, às 16:51).
> **P4**: *Tempo em média de 30 minutos* (Grupo de *WhatsApp*, 30/11/2024, às 16:53).
> **P5**: *M5 nos diga se estamos no caminho certo, porque daí vamos montar e deixar certinho já* (Grupo de *WhatsApp*, 30/11/2024, às 19:34).
> [...]
> **P9**: *Acabei de realizar a leitura aqui. Ótimo os tópicos [...] Entendi que o total gasto é R$39,00, e serão 10 sanduíches, cada um R$3,90. A margem de lucro será 0 é isso que entendi* (Grupo de *WhatsApp*, 02/12/2024, às 08:14).
> **P4**: *Bom dia, isso é só um exemplo. Aí temos que desenvolver ainda* (Grupo de *WhatsApp*, 02/12/2024, às 08:24).
> **P9**: *Eu pensei num lucro de 80%. Podemos usar esse exemplo. 80% de R$39,00 = R$31,20. R$39,00 que foi gasto mais R$31,20 que seria o 80% = R$70,20. 70,20:10= R$7,02. Cada sanduíche sai R$7,02. Lucro de R$31,20 nas vendas* (Grupo de *WhatsApp*, 02/12/2024, às 08:32).

Além disso, supõem que considerando os mesmos ingredientes e as mesmas quantidades, fariam 15 sanduíches almejando um lucro de 100%.

> **P4:** *Então no caso ficaria R$39 de produtos, jogaria 100% dividido pelo número de sanduíches feitos. 39 + 100% = 78. 78 / 15 sanduíches = 5,20 cada* (Grupo de *WhatsApp*, 06/12/2024, às 14:34).

A partir dessas discussões no grupo, os professores se reuniram no *Google Meet*, juntamente com os ministrantes M2 e M5, para delinear o planejamento. Com relação à

[33] Mais informações disponíveis em: https://www.tudogostoso.com.br/receita/69764-lanche-natural-de-frango.html.

apreensão e percepção, surgiram sugestões de *"[...] ou até mesmo na hora que a gente estiver fazendo, em casa mesmo, dá pra gente já ir gravando, falando os ingredientes ou algo assim, ou no final, coloca o vídeo" (P5). E, "Ou leva os ingredientes crus mesmo, só pra mostrar o que a gente utilizou" (P9).*

Dentre as várias opções para iniciar a atividade proposta, M5 sugeriu: *"Se a gente conhecesse alguma nutricionista que pudesse gravar um vídeo falando da importância de ter uma alimentação saudável e de alimentos práticos a serem feitos, que auxiliam na alimentação, daí entraria no mérito do sanduíche natural".*

As professoras acolheram a sugestão e definiram os elementos que deveriam compor o vídeo a ser encaminhado à nutricionista, a saber: a apresentação pessoal; a relevância da alimentação saudável para a promoção da qualidade de vida; o contexto social marcado por rotinas exaustivas; a demonstração de uma receita prática que facilite a alimentação saudável (no caso, os sanduíches naturais); bem como a descrição dos ingredientes que poderiam ser utilizados.

Além disso, discutiu-se a possibilidade de, após o vídeo, montar os sanduíches com os professores no espaço formativo: *"Igual fazer os biscoitos na época de Natal"* (P5). *"Eu já fiz com as minhas crianças na Educação Infantil, bolo de cenoura. É, ó, tipo assim né, acho que dá certo"* (P9).

Dessa forma, foi elencado que a experiência de montar os sanduíches faz com que os professores reflitam sobre os ingredientes necessários: *"Porque daí eles vão ter já olhado os ingredientes, ter montado os deles, aí eles iam pensar: então preciso de frango, preciso de requeijão, preciso de tal coisa"* (P4).

Isso revela que realizar essas práticas em sala de aula já faz parte do cotidiano dos professores.

Quanto à etapa de compreensão e explicitação, surgiu a sugestão de levar folders de mercado para que os professores pesquisassem os preços dos ingredientes. No entanto, ponderou-se que isso poderia guiá-los a chegarem a respostas iguais: *"É, a gente tira um pouco da autonomia deles de procurar os dados"* (P5).

Por fim, foi apontado que não é necessário que os professores ou alunos utilizem porcentagem da mesma forma prevista nas possíveis resoluções, tendo a oportunidade de trabalhar com a atividade e, posteriormente, introduzir o conceito de porcentagem. Dessa forma, todos os demais aspectos do planejamento estão organizados no Quadro 37.

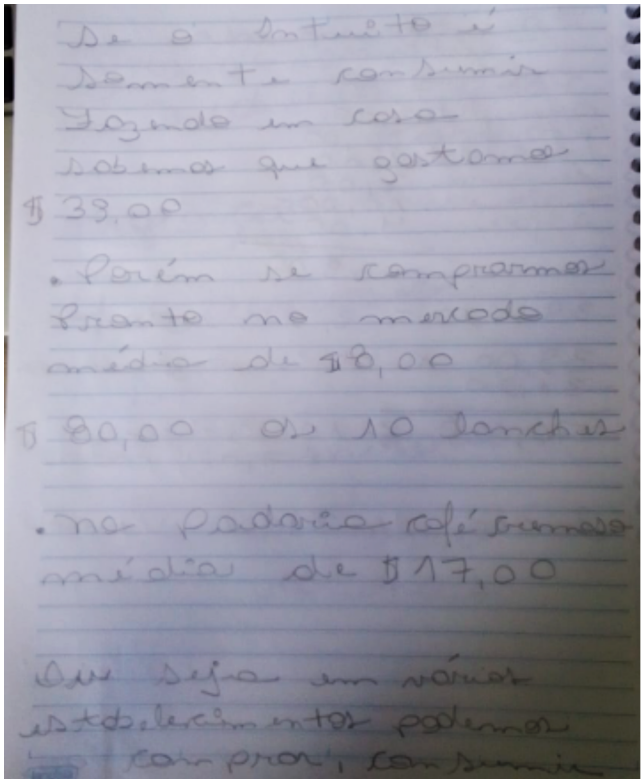
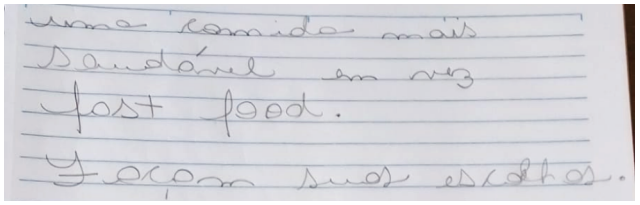
Quadro 37 - Planejamento do grupo 2

Temática	Alimentação saudável/produção de sanduíches naturais.
A atividade foi adaptada? Ou elaborada?	Adaptada de Palma *et al.* (2017) - X CNMEM.
Ano Escolar	5º ano do Ensino Fundamental.
Conteúdos matemáticos a serem trabalhados	Quatro operações, proporção, grandezas e medidas (gramas e quilogramas), sistema monetário e números racionais.
Problemática (Pergunta para a investigação)	*Se fôssemos fazer um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita? Qual seria o preço a ser vendido o produto final? Qual seria o lucro desse serviço?*
Objetivos	-Compreender a formação de preços de produtos alimentícios e a importância da alimentação saudável. -Trabalhar noções de empreendedorismo.
Inserção da temática e problemática	-Conversa inicial sobre a rotina da semana e práticas de exercício físico. -Perguntar como tem sido a alimentação. -Exibir um vídeo explicando sobre a alimentação saudável, sugerindo a inclusão de sanduíches naturais na rotina. -Propor a montagem do sanduíche com os professores. -Lançar a pergunta/problemática.
Encaminhamento metodológico da atividade/ tempo estipulado para o desenvolvimento	-Conversa inicial sobre a rotina (5 min). -Conversa sobre a alimentação (5 min). -Exibição do vídeo (5 min). -Montagem do sanduíche com os professores (15 minutos). -Lançar a problemática, formação dos grupos e resolução (30 min). -Socialização dos resultados (10 min). -Discussões finais (5 min). Aproximadamente 1h15.
Dados importantes que podem ser considerados	-Preços dos ingredientes; Proporção: quantidade de ingredientes x quantidade de sanduíches; Tamanho e quantidade de ingredientes; Tempo de preparo (cozimento, preparo e montagem).
Possíveis resoluções	Diálogos no WhatsApp presentes nessa seção e resolução do quadro 38.
Possíveis questionamentos a serem realizados durante a resolução da atividade	Quanto tempo levou para fazer o sanduíche? Quantas calorias tem o sanduíche? Quanto foi gasto em ingredientes? Qual o preço de cada ingrediente?
Materiais à serem disponibilizados	-Balança, folhas sulfite, caneta, ingredientes do sanduíche, luvas, álcool em gel, recipientes, talheres e papel toalha.

Fonte: Dados preenchidos pelos professores com auxilio dos ministrantes durante o encontro remoto

Diante do planejamento desenvolvido e das discussões, mesmo após as possíveis resoluções apontadas no grupo de *WhatsApp.* O quadro 38, apresenta a resolução enviada no grupo por P5.

Quadro 38 - Possível resolução para essa atividade

Registro escrito de P5	**Transcrição do registro**
	Se o intuito for somente consumir em cada sabemos que gastamos R$39,00. Porém, se comprarmos pronto no mercado em média de R$8,00. Que dá R$80,00 os 10 lanches. Na padaria "café cremoso"custa em média R$17,00. Ou seja, em vários estabelecimentos podemos comprar, consumir uma comida mais saudável em vez de fast food. Façam suas escolhas
	

Fonte: Registro escrito de P5.

Dessa forma, o planejamento possibilitou organizar a proposta de modo a integrar a temática da alimentação saudável com a matemática, favorecendo reflexões sobre custos, medidas, quantidades e cálculos de lucro. O planejamento constituiu-se como uma etapa essencial para orientar o desenvolvimento da atividade no espaço formativo, que será apresentado na seção seguinte.

4.3.2.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo

Essa atividade foi planejada pelos professores P4, P5 e P9 e desenvolvida pelos professores P1, P2, P3, P6, P7, P8 e P10. As professoras iniciaram as discussões questionando os participantes sobre sua rotina semanal:

P4: *Como foi a rotina de vocês essa semana?*
P8: *Foi diferente, teve formatura.*

P10: *Mostra cultural.*
P8: *Apresentação das crianças, tudo na mesma semana.*
P4: *Já estamos na reta final, né?*
P2: É, teve formatura e o resto foi tudo normal, trabalhei de manhã e à tarde.

Além disso, questionaram: "*Considerando a rotina durante essa semana, vocês pararam um tempinho para fazer algum tipo de atividade física*?" (P4). Alguns participantes alegaram ter ido à academia, enquanto outros não realizam atividade física, embora reconheçam a necessidade de começar. A partir disso, a discussão foi direcionada para o tema da "alimentação saudável".

P4: *E assim, durante essa semana, que vocês disseram que tiveram muitas coisas pra fazer. E como foi a alimentação de vocês? Vocês conseguiram, se alimentar bem e corretamente? Como foi a alimentação de vocês durante a semana?*
P7: *Mais ou menos.*
P4: *Já passa no fast food e pega uma coisa rápida.*
P1: *ixi, essa semana eu comi lanche duas vezes. Nossa, e o que eu não comi a noite, comi o resto no café da manhã.*
P7: *Nossa, meus lanches nunca têm resto. Eu como tudo, eu queria ser essa pessoa que não aguenta comer um lanche.*
[...]
P5: *Então, pensando nisso, sobre a alimentação, eu tenho uma amiga que é nutricionista, e, conversamos sobre alimentação saudável, o que fazemos, de correto e de incorreto, e também considerando a correria do dia-a-dia. Como mesmo a P1 falou que comeu lanche duas vezes nessa semana, e ainda o que sobrou comeu no café da manhã. Sabemos que temos uma vida corrida, a gente estuda, tem filhos, cada um tem seus projetos, seus projetos de vida. Pensando dessa forma, a gente pediu pra ela gravar um vídeo pra poder passar um pouquinho pra vocês.*

Neste momento, o vídeo informativo foi disponibilizado no datashow, e todos os presentes puderam assisti-lo. Após a discussão sobre as informações apresentadas no vídeo, os professores foram direcionados à experiência prática de montar seus próprios sanduíches naturais, como evidenciam os diálogos.

P4: *Então, pensando nesse sanduíche aí que ela falou de uma receita prática no vídeo, trouxemos alguns ingredientes para montar um sanduíche. Para a gente ter uma ideia de como fazer um sanduíche, para nos auxiliar durante a semana. Alguém já fez em casa?*
P7: *Já.*
P9: *A gente fez o patê e foi mais fácil de fazer do que eu imaginava. A gente só esqueceu da alface.*
[...]
P4: *Gente, vamos montar um sanduíche* [...]. *Tem uma balança, se você quiser pesar o seu sanduíche também.*
P7: *Ah, eu não olhei, quanto pesa só pão.*
[...]
P10: *Aqui tinha 22 gramas. E o sanduíche completo 84 gramas.*
P5: *Quantos gramas que deu?*
P7: *83 gramas, né? Mas lá no vídeo não fala de peso, né? A quantidade ideal de proteína. Tipo, do patê, né?*
P5: *Não.*
P9: *Olha aqui, 78*.
P1: *Mas, em média, deu 85 por sanduíche*.

> [...]
> **P5**: *O meu deu 126, coloquei em média de 80 a 100 gramas, mais ou menos, de proteína.*
> [...]
> **P7:** *Eu amei esse patê.*
> [...]
> **P4:** *A gente usou esses ingredientes aqui, tirando o alface. Que nós esquecemos de trazer* (Mostrou a receita utilizada).

Logo, todas essas discussões, com base nos direcionamentos dados pelo grupo, possibilitaram a *percepção e a apreensão* dos conceitos envolvidos. A partir disso, foi levantada a seguinte problemática: *Se fôssemos fazer um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita? Qual seria o preço a ser vendido o produto final? Qual seria o lucro desse serviço?* "*Considerando a receita lá, que nós passamos que fizemos o patê*" (P4). Esse comentário gerou algumas discussões entre os participantes.

> **M5:** *Mas precisa ser com aquela receita?*
> **P4:** *Não, é para ter uma ideia.*
> **P9:** *É para vocês verem que a gente utilizou aqueles ingredientes, para fazer a receita.*
> **P4:** *Mas aí é opcional, cada um pode fazer o sanduíche como preferir.*
> **P7:** *É, mas volta no slide da receita só para a gente ver.*
> **P5**: *Mas, não necessariamente precisa ser aquela receita. Se alguém querer pode fazer um sanduíche com outra receita.*
> **M2**: *Existe uma diversidade, né? É igual ao que a profissional falou, o importante é ter uma fonte de proteína.*

Para o desenvolvimento dessa atividade, os professores organizaram-se em dois grupos, a saber: grupo 1 – P7, P8 e P10; grupo 2 – P1, P2 e P3. Os cálculos tiveram início após a discussão sobre o tipo de pão a ser considerado, o custo de produção, o lucro e a mão de obra.

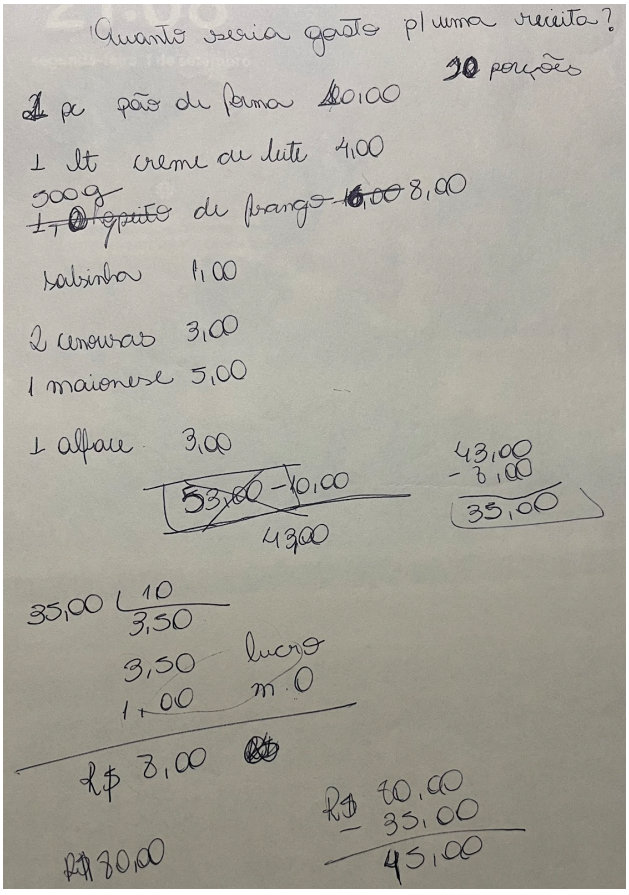
> **P7:** *Mas o meu sobrinho, a minha cunhada faz para ele levar de lanche na escola, porque lá não tem. Aí ele começou a levar, as outras crianças ficaram com água na boca. Agora ele está vendendo [...] E aí, esses dias, a minha cunhada me contou que até a professora comprou dele. Mas é uma delícia, eu já até comi. E minha cunhada faz com um pãozinho de leite, sabe? Nossa, é muito bom.*
> [...]
> **M2:** *Mas igual, elas passaram uma receita de um sanduíche saudável. Igual a P7 disse, que sua cunhada faz com um pão de leite.*
> **P7:** *O pão integral, ele dá mais saciedade, né? Mas em termos de caloria, eu acho que é a praticamente a mesma. Igual a batata doce que é mais calórica, mas dá saciedade e é um alimento bom.*

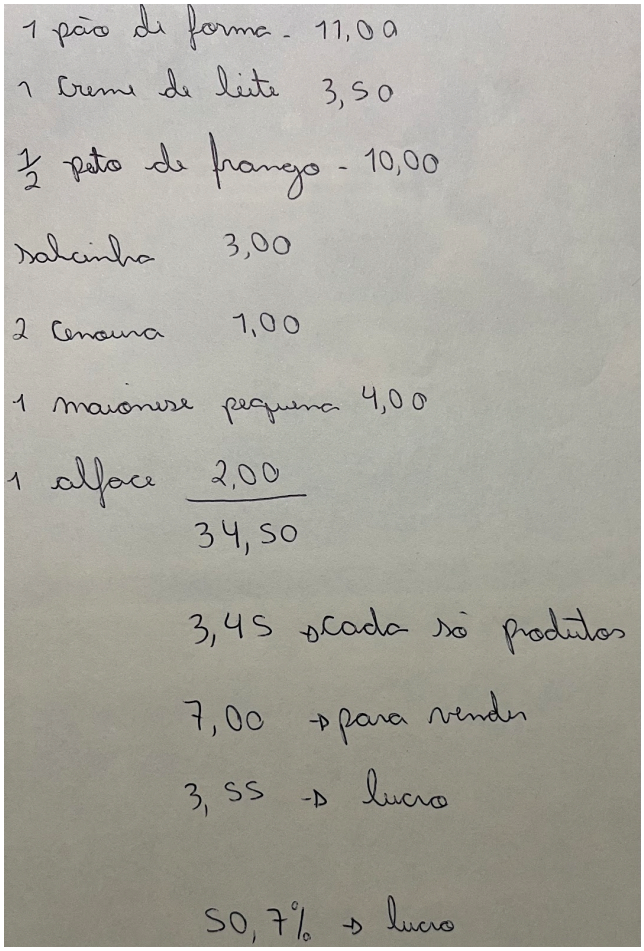
Após definirem que o pão considerado em ambos os grupos seria o integral, conforme disponibilizado no encontro, os professores discutiram sobre a mão de obra a ser cobrada, como evidenciam os diálogos.

P7: *Ó, R$35,00 [...]. Agora divide por dez. Vai dar R$3,50 cada sanduíche. E quanto que a gente cobraria a nossa mão de obra?*
P10: *Uns R$2,00?*
P7: *Não, gente. Muito barato. Dobrando no preço final daria R$7,00. Tem que vender por oito reais, porque é um sanduíche de R$7,00 [...] E ainda vai gastar com o papelzinho, né? [...]*
P5: *Deu? Quanto que deu?*
P7: *Deu de gasto R$3,50. Aí a gente colocou R$3,50 de lucro. E R$1,00 de mão de obra. Cada sanduíche, né? Daí R$8,00 e R$45,00 de lucro.*
P5: *Aí aqui vocês fizeram o 100% do valor, é isso?*
P7: *É, na verdade é, mas não é, né? Porque tem a mão de obra, que foi de R$1,00 cada, que deu R$10,00. P4, quanto que você paga no mercado?*
P4: *No mercado eu pago em torno de R$7,00. Mais ou menos isso. Só que ele é finíssimo, não vem recheio não.*
P7: *Então é isso mesmo, porque o nosso está recheado.*

Essas discussões foram essenciais para a *compreensão e explicitação*. Por meio das negociações entre os grupos, os professores elaboraram dois modelos matemáticos, conforme o quadro 39.

Quadro 39 - Estratégias de resolução adotadas pelos professores na atividade

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	**Registro escrito**
	Quanto seria gasto para uma receita? 10 porções 1 pacote de pão de forma - 10,00 1 lata de creme de leite - 4,00 500g de frango - 8,00 salsinha - 1,00 2 cenouras - 3,00 1 maionese - 5,00 1 alface - 3,00 Total 43,00 - 8,00 = 35,00 35,00 / 10 = 3,50 3,50 lucro 1,00 mão de obra Total R$ 8,00 R$80,00 R$80,00 - 35,00 = 45,00

	
	1 pão de forma - 11,00 1 creme de leite - 3,50 ½ peito de frango - 10,00 salcinha - 3,00 2 cenoura - 1,00 1 maionese pequena - 4,00 1 alface - 2,00 Total 34,50 3,45 cada só produtos 7,00 para vender 3,55 lucro 50,7% de lucro

Fonte: Registro escrito dos professores.

Vale destacar que o grupo 1 não passou a limpo sua resolução, a qual apresenta rasuras decorrentes das mudanças de posicionamento diante da validação dos ingredientes necessários. Inicialmente, consideraram dois pacotes de pão de forma; porém, ao contarem as fatias do pacote disponível no curso (aproximadamente 20 fatias), decidiram reduzir para um único pacote, calculando 10 porções/sanduíches. Outra alteração ocorreu em relação ao peito de frango a ser utilizado.

> **P7:** *Mas para vender tem que ser recheado, né?*
> **P4**: *É nada. Comprei essa semana lá, não veio quase nada.*
> **P7:** *Então vamos considerar cinquenta gramas. A gente tira R$8,00, então. No final das contas vai dar R$35,00.*

Dessa forma, os professores foram ajustando e subtraindo os valores dos produtos até chegar ao custo final. De modo análogo, surgiram discussões semelhantes no grupo 2, especialmente no que se refere à quantidade ideal de maionese.

> **P1:** *Lá no vídeo, foi falado para usar uma ponta de faca de requeijão ou maionese. [...] Gente, se for considerar essa maionese grande, supondo que vai mais ou menos quantas gramas? [...] umas 15g talvez? Ou até menos, então daria para fazer 50 sanduíches com essa maionese. [...] Então vamos fazer 15 x 10 daria 150 gramas. É vamos pegar uma menorzinha. Será que tem maionese de 150g?*
> **P2**: Achei, tem uma de 5,99 no amigão, de 250g, já sobra 100g.
> **P1**: Então vai dar um pouquinho mais de meia, né? Vai sobrar, vamos colocar uns 4 reais. Nossa de 20,00 reais para 4,00 deu muita diferença.

Como a atividade abordava empreendedorismo, as resoluções foram constantemente repensadas e reelaboradas a partir de estimativas, ajustes de quantidades e comparações de preços. Por fim, os professores explicaram como chegaram às suas resoluções, conforme indicado no Quadro 40.

Quadro 40 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

***Significação e expressão* - Socialização e discussões sobre as resoluções**
P10: *A gente fez assim: pegamos a receita que já tinha aqui. Colocamos o pacote de peito de frango, que custa aproximadamente R$10,00; uma lata de creme de leite, aproximadamente R$4,00; 500 gramas de peito de frango, R$8,00; salsinha, R$1,00; duas cenouras, R$3,00; Uma maionese, R$5,00; Uma alface, R$3,00. Deu um total de R$35,00 de gasto. Nós dividimos o valor em 10 porções, o que resultou em R$3,50 cada sanduíche. Depois, dobramos esse valor e acrescentamos R$1,00 de mão de obra, que deu R$8,00 por sanduíche.* **P7:** A gente fez R$80,00 menos R$35,00 e calculamos o lucro. Com as 10 porções, a gente receberia R$45,00 de lucro.
P2: *A princípio, tínhamos utilizado um peito de frango grande e uma maionese grande. Após as mediações realizadas pelas meninas, percebemos que estava sobrando muito produto. Então, fizemos alguns ajustes e reduzimos os ingredientes. Ficou assim: um pão de forma grande, R$11,00; um creme de leite, R$3,50; meio quilo de peito de frango, R$10,00; salsinha, em torno de R$3,00, cenoura, R$1,00; maionese, R$4,00; alface R$2,00. O total foi de R$34,50 só os produtos. A gente dividiu por 10, e ficou R$3,45 cada sanduíche. Então, pensamos em vender a uns R$7,00 cada. Teríamos, mais ou menos, R$3,55 de lucro em cada produto. Porque nem tudo é lucro, né? Você vai ter a embalagem, para vender bonitinho. Mas o valor do lucro sobre a venda seria de 50,7%.*

Fonte: Transcrição do áudio do sexto encontro.

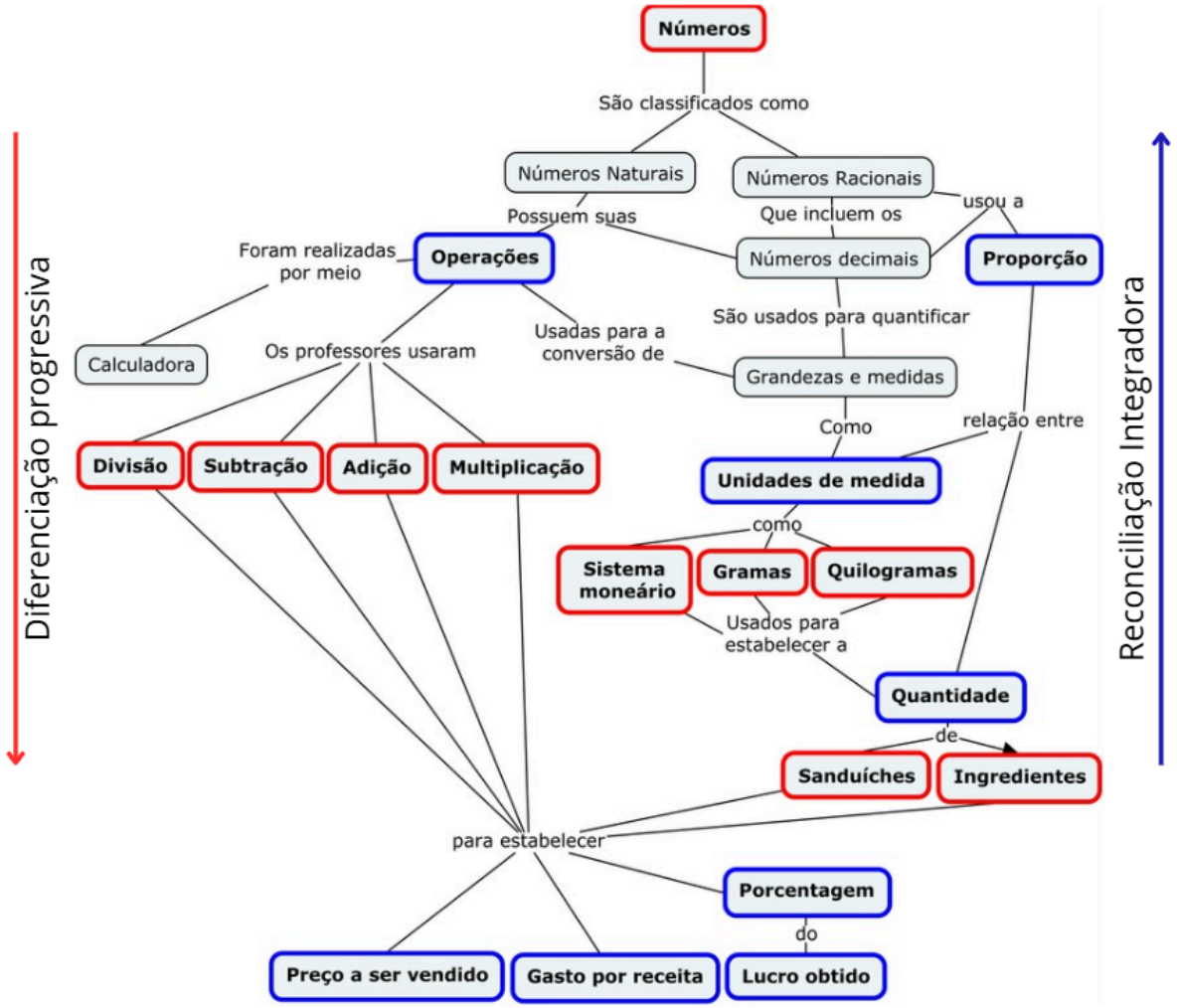
Diante disso, a partir da estratégia do grupo 2, surgiram discussões sobre a porcentagem, pois os 50,7% não correspondiam ao lucro sobre o custo, mas sim à margem

sobre o preço de venda: *"Eu acho que quando é lucro, é 100%, não é? Igual ali, não é 50% que vocês estão ganhando, mas é o 100%. É diferente a conta"* (P7). Uma das ministrantes, acrescentou: *"Sim, por exemplo, se fosse considerar 100%, quando você vai fazer R$3,45 vezes 100% dá 3,45. Já R$3,45 mais 100% vai dar R$ 6,90. Então, estariam ganhando um pouquinho mais de 100% em cima*" (M5).

Observou-se que essa atividade, apesar de planejada para o 5º ano, poderia ser desenvolvida em um 4º ou até mesmo em um 3º, pois não seria necessariamente preciso resolver utilizando porcentagem, como ocorreu no caso do grupo 1. Por fim, constatou-se que, como a receita considerada foi a mesma, a diferença esteve nos valores atribuídos aos ingredientes e na forma de calcular o lucro. Ao final do encontro, com base nas duas atividades desenvolvidas, concluiu-se que: " [...] *é preciso vender 20 sanduíches para pagar ceia de Natal"* (P1).

Diante do desenvolvimento da atividade, foi elaborado um Mapa Conceitual com o intuito de sintetizar as ações dos professores, bem como os conceitos mobilizados, conforme apresentado na Figura 16.

Figura 16 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade dos sanduíches naturais



Fonte: Autoria própria.

Observa-se que os professores recorreram a conceitos relacionados às operações matemáticas, à proporção, às unidades de medida (sistema monetário, gramas e quilos) e à porcentagem. Na próxima seção, apresenta-se a análise realizada pelos professores sobre o processo vivenciado.

4.3.2.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida

Neste momento, os professores compartilharam suas percepções acerca da atividade desenvolvida: "*Gostamos da atividade, pois além de trabalhar os conceitos matemáticos, também trabalhamos a alimentação saudável. A escolha dessa atividade se deu pelo tema, da importância de se cuidar no dia a dia"* (P5). Segundo as professoras, tudo ocorreu conforme o planejado "[...] *apesar de que esquecemos o alface*" (P5). Uma das possíveis adaptações elencadas pelo grupo foi incluir, no vídeo da nutricionista, a informação sobre a média de

proteína ideal para um sanduíche natural, o que gerou reflexões e contrapontos por parte dos demais professores.

> **M5**: *Vocês concordam com elas que trazer a quantidade de proteína seria mais viável? Tipo, colocar essa informação, por exemplo, no vídeo da nutricionista?*
> **P7**: *Eu acho que não, porque a quantidade de calorias ia alterar o valor, mas as estratégias seriam as mesmas. Falar a quantidade de proteína, não ia determinar a estratégia. É que tipo 2kg de frango, se fosse 100g cada sanduíche, daria para 20 pessoas. Bom, talvez colocasse essa informação no vídeo, mas iria alterar, assim, mais contas com as quatro operações, né? Bom, mas ia deixar a atividade mais fechada. Eu acho que, como igual a P1 falou, a atividade em si já era mais fechada. Então, acho que eu deixaria sem a informação da proteína.*
> **P1**: *Eu também acho. Eu acho que daí já iria especificar demais. Porque daí, da forma como foi, foi uma atividade mais fechada mesmo, só que os grupos, eles conseguiam refletir e estabelecer: a gente vai colocar aproximadamente quantas gramas? Então, eles ficaram um pouquinho mais à vontade.*

Assim, os professores consideraram ser mais coerente manter a atividade na forma como foi conduzida. Além disso, outra adaptação sugerida para o desenvolvimento dessa atividade em sala dizia respeito aos ingredientes, pois, após a montagem dos sanduíches, os participantes acabaram utilizando os mesmos itens da receita apresentada pelo grupo, o que influenciou diretamente as resoluções.

> **P1**: *Eu acho que uma coisa que eu faria diferente na atividade das meninas, eu não teria colocado quais os ingredientes foram usados para o sanduíche. Por que os dois grupos usaram a mesma receita.*
> **P7**: *Eu também. Eu não teria estabelecido também.*

De acordo com os professores, poderiam ter sido utilizadas outras fontes de proteína, como ovos ou atum; assim, as resoluções ficaram restritas ao frango. Essa discussão levantou uma questão importante: a diferença entre a proteína crua e cozida, aspecto que pode ser objeto de questionamento em sala de aula, levantado pelos alunos. Isso demanda pesquisa prévia por parte do professor, pois o frango é usado cozido, mas adquirido cru no mercado.

Outra observação referiu-se à necessidade de articular a prática realizada — montagem e pesagem dos sanduíches — com o desenvolvimento da atividade e os direcionamentos propostos.

> **P7**: *Sim, outra coisa, uma observação, né? Elas levaram os pães, levaram o patê, a gente pesou, mas depois a gente não fez nenhuma ligação disso com atividade, sabe? Eu acho que talvez, se tivesse mediado para, tipo cada um do grupo pegar a quantidade de patê que fez e, por exemplo, calcular a média da quantidade de frango que foi utilizada, da quantidade de patê por sanduíche, aí talvez ficasse mais rico. Não precisava dar a quantidade de proteína, mas o grupo usaria uma estratégia para estabelecer essa quantidade. Talvez como tinha poucas pessoas por grupo, fosse mais difícil, né? Mas em uma sala de aula que tivesse, por exemplo, cinco ou mais alunos por grupo, para fazer uma média seria bem interessante.*

Essa observação evidencia a relevância de estabelecer uma relação entre o contexto prático e os conceitos matemáticos por meio de mediações que incentivem os alunos a elaborar modelos matemáticos, atribuindo significados aos dados e às informações coletadas. Todavia, como destaca Biembengut (2019), *"só se aprende a modelar, modelando"*.

Mesmo configurando-se como as primeiras práticas de MM, tais atividades contribuem para a desconstrução de práticas mais tradicionais, abrindo espaço para novos encaminhamentos, como sugere a observação a seguir:

> **P1**: *Então, eu comentei lá que, dentre as três atividades, eu acho que se eu, por exemplo, nunca tivesse desenvolvido uma atividade de modelagem na minha vida, essa seria a que eu escolheria para desenvolver. Porque, além de ter sido bem interessante a forma de entrar no tema, ela estava um pouco mais específica. Não era tão abrangente, igual as outras duas. Trazia especificamente o sanduíche. Então, já tinha também uma receita que poderia ser utilizada ou adaptada, já tinha itens mais definidos. Então, eu acho que daria para fazer em sala de aula. E, das três, é a que daria para fazer mais fácil para uma primeira experiência.*

A partir dessa reflexão, discutiu-se que essas atividades "mais fechadas" podem favorecer a previsibilidade dos conceitos matemáticos a serem explorados nas estratégias desenvolvidas. Dessa forma, há a possibilidade de iniciar em sala de aula, primeiramente, atividades desse tipo, gradualmente avançando para atividades "mais abertas", que oferecem maior espaço para exploração e tomada de decisão pelos alunos. Nesse processo, *"[...] o professor vai ganhando mais confiança"* (P1) em relação aos questionamentos e direcionamentos.

> **P1**: *Eu acho aquela do sanduíche bem legal, de fazer, de uma primeira vez. Porque daí tem a receita, que serve como uma base.*
> **P7**: *Mas a ideia da atividade é não ter a receita.*
> **P1:** *Então, mas eu acho que talvez, por uma primeira vez, pode ser um norte, ou só se levássemos, sei lá, cinco tipos de receitas, diferentes opções, né?*
> **P7**: *Ou deixasse eles, tipo, levassem eles para a informática, para que precisassem e escolhessem a própria receita.*
> **P1**: *Mas eu digo, assim, que já tem uma base, sabe? Não é algo tão imprevisível. E daí, tendo a receita, a gente pega o ingrediente, a quantidade de cada ingrediente e o valor, e já tem um caminho.*

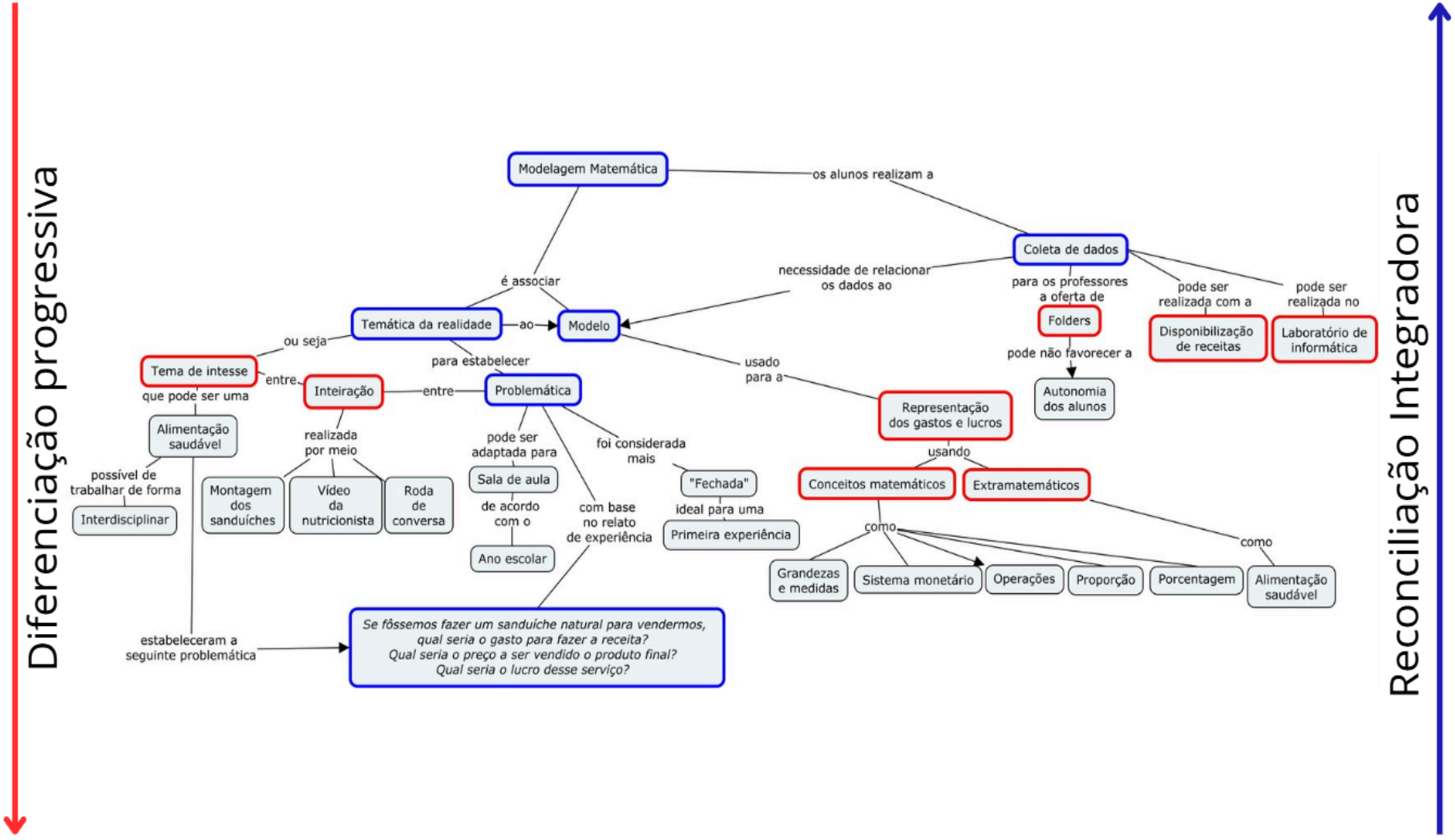
Por fim, como mostra o excerto anterior, os professores refletiram sobre a aplicabilidade dessa atividade em sala de aula, discutindo as possíveis formas de encontrar e utilizar as receitas, visto que os alunos dos Anos Iniciais não teriam acesso a celulares para realizar pesquisas, como os professores no curso.

Além disso, discutiram a progressão por ano escolar, considerando a intencionalidade do professor. Apontaram que, ao considerar apenas a primeira pergunta — *"Se fôssemos fazer*

um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita?" — já poderia ser trabalhada a partir do 2º ano, pois as crianças poderiam estabelecer os ingredientes e resolver a situação proposta. Entretanto, para trabalhar as três perguntas — *"Qual seria o preço ideal para vender esse produto? Qual seria o lucro?"* — é exigida maior complexidade, podendo ser desenvolvidas no 4º ou 5º ano, articulando conceitos de empreendedorismo com porcentagem.

Com base nesse planejamento, desenvolvimento e análise realizados pelos professores, elaborou-se o Mapa Conceitual (Figura 17), com uma síntese das manifestações e ações dos professores em relação à proposta, evidenciando suas compreensões sobre a MM e seu potencial para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais.

Figura 17 - Mapa Conceitual da MM da atividade dos sanduíches naturais



Fonte: Autoria própria

Neste Mapa Conceitual, é possível observar como os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora ocorrem em relação aos conceitos mobilizados na atividade de MM, de modo a trabalhar os conceitos matemáticos desejados nos Anos Iniciais, atribuindo-lhes sentido por meio da temática da alimentação saudável.

Os professores diferenciam algumas etapas da MM, como inteiração e representação, ao mesmo tempo em que as reconciliam com as tarefas necessárias para que essas etapas sejam realizadas.

4.3.3 Grupo 3 - Suco de Laranja

4.3.3.1 Descrição do planejamento realizado

Essa atividade foi planejada pelos professores identificados como P7, P8 e P10. Vale destacar que eles atuavam na mesma unidade escolar e, diante da necessidade de organizar o planejamento, discutiram as possibilidades e registraram suas decisões no grupo de *WhatsApp*, como evidencia a transcrição a seguir:

> **P7**: *Oi gente, esse aqui é um relato de experiência que traz uma atividade de MM. Quantas laranjas preciso para fazer suco para todas as pessoas aqui presentes? Essa seria a pergunta norteadora. Uma ideia* (Grupo de WhatsApp, 10/12/2024, às 14:26).

Ressalta-se que, no relato de experiência tomado como referência, a atividade foi desenvolvida com uma turma de 2º ano. Posteriormente, as professoras se reuniram em um encontro no Google Meet, juntamente com os ministrantes M1 e M5, para delinear e detalhar o planejamento, o que resultou em diversas discussões.

> **M5:** *Vocês pensaram em como começar a atividade? Como convidar os professores?*
> **P10**: *A gente pensou, assim, de talvez servir primeiro, ou para as crianças, ou para os professores, um suco de laranja. E aí levantar a problemática de quantas laranjas seriam necessárias para poder fazer o suco. Ou para um determinado grupo, ou para. uma sala. Eu tinha falado para a P7 o CMEI inteiro, né? Mas ela falou que não, que é muita coisa. Mas tinha pensado de introduzir nesse sentido. Daí levaríamos as laranjas, ou o suco pronto. As laranjas, uma balança e um copo medidor.*
> [...]
> **P10**: *É, a gente podia levar o suco já no café, para eles tomarem [...] a gente levar o suco já mesmo e instigar eles para fazer os cálculos de quantas laranjas são necessárias para fazer o suco para todo mundo [...]. Qualquer coisa, eu faço. E aí, a gente leva já pronto. E já vê quanto a gente gastou de laranja, mais ou menos. Se*

> *bem que é bem relativo também, porque nem todas as laranjas têm caldo. Tem laranja que a gente compra e vai umas 10 laranjas para sair nem 200 ml.*

Nesse momento, surgiram diversas possibilidades para a pergunta norteadora, com base na literatura e em propostas de atividades de MM que utilizam o tema "suco de laranja" nos Anos Iniciais, conforme indicado por Biembengut (2019). Desse modo, surgiram questionamentos como: *Quanto de laranja é necessário para fazer um litro de suco? Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para 23 pessoas? Quantas laranjas seriam necessárias para fazer suco para a sua turma?* Ou ainda, *quanto de suco seria necessário para as pessoas presentes no curso?*

A partir dessas opções, refletiram sobre os conceitos que poderiam ser trabalhados, a saber, medidas de capacidade: *"Porque nesse caso vai trabalhar quantidade, né? ml" [...]. "Acho que a gente podia perguntar quantos ml são necessários para fazer suco para 15 pessoas. Acho que não de ml, porque senão eles não vão precisar fazer nada [...] É melhor quantas laranjas mesmo. Porque não existe uma fórmula"* (P10).

Porém, ao abordar a quantidade de laranjas, foi apontado que o tipo de laranja influencia diretamente o rendimento: *"Tem a laranja pêra, a laranja baía que eles falam? Que usam a laranja para fazer suco no CMEI. Então a laranja pêra dá uma quantidade de ml, e a laranja baía dá outra"* (P10).

Outro ponto discutido foi o critério utilizado para comprar as laranjas no mercado, que pode influenciar a quantidade de suco: *"Eles falam que ela tem que ter a casca lisa e não ser muito grande"* (P10).

Dentre as discussões que podem surgir durante a etapa de compreensão e explicitação, os professores citaram:

> **P10**: [...] *eles vão ter que fazer uma média também de quanto cada um bebe. Geralmente, quando a gente vai ao shopping ou alguma coisa assim é de 500 ml, isso é um dado importante. Porque às vezes, por exemplo, eu gosto bastante do suco de laranja, se deixar, eu bebo um copo de 500 ml. Mas em gente que não é muito chegado, e toma bem menos.*
> [...]
> **P10**: *Talvez para poder ter mais cálculo, o certo é questionar para a turma, né?*

Dessa forma, os professores discutiram que a formulação da pergunta poderia variar: se fosse para o curso, seria mais restrita, com menos possibilidades; já se fosse relacionada à turma, abriria mais possibilidades de exploração.

Logo, optaram por questionar: *"Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a nossa turma?"*, permitindo que os professores refletissem sobre suas próprias turmas

ou considerassem a turma do espaço formativo. Todavia, ressaltaram que o planejamento seria mais adequado para o 4º ano.

> **P10**: *Eu acho que no 4º ano eles já resolvem. Porque aquela outra que a gente pegou o artigo, é num segundo ano. Só que como que eles resolveram? Eles espremeram duas laranjas e viram que duas laranjas davam para um copo.*
> **M5:** *Eles foram fazendo uma relação, né? Então, se um copinho precisa de duas laranjas, e eles estavam em 21 crianças, então precisava de 42 laranjas.*
> **M1**: *Então, também depende de qual conteúdo vocês querem trabalhar. Porque com o 4º ano para ser trabalhado, vai ter vários conceitos que poderão ser mobilizados.*

Diante disso, os professores apontaram que seria possível elaborar um gráfico ou uma tabela para representar os dados encontrados. Entre as variáveis, destacou-se a possibilidade de considerar a adição de gelo no suco: *"[...] porque o gelo, ele dá volume"* (P10).

Quanto à etapa de apreensão e percepção, cogitou-se iniciar a atividade com um vídeo de programas de TV ou de redes sociais, como *TikTok* ou *Instagram*, abordando os benefícios do suco de laranja. Além disso, discutiu-se a utilização de um *Mentimeter* com um gráfico das bebidas mais consumidas: *"O legal seria que provavelmente o refrigerante e o suco seriam mais votados. O refrigerante e o suco de laranja, e daí talvez trazer um vídeo desse seria legal"* (P10). Apesar de surgir a ideia de comparar suco e refrigerante, optou-se por não abrir essa alternativa, mantendo o foco no suco para facilitar os direcionamentos.

Para não abrir outras vertentes, definiu-se partir da hipótese inicial de oferecer o suco no café da manhã e perguntar: *"Qual é o suco natural que vocês mais gostam? Vai que todo mundo gosta de suco de laranja, né?"* (P10).

Na etapa de compreensão e explicitação, os professores planejaram levar os materiais necessários para coletar os dados e deixá-los guardados, para que os participantes os solicitassem durante a resolução: *"A gente vai ter que instigar eles a pedir o espremedor"* (P10). A respeito disso, M1 reforçou que os materiais poderiam ser deixados guardados e, durante a resolução em grupos, as professoras poderiam questionar: *"Como que vocês vão fazer? Como que dá pra saber a quantidade de suco que tem na laranja?"* (M1). Desse modo, os professores iriam apresentando os materiais conforme a demanda e os pedidos dos participantes.

Assim, os aspectos gerais do planejamento foram organizados no quadro 41.

Quadro 41 - Planejamento do grupo 3

Temática	Suco de Laranja.
A atividade foi adaptada? ou elaborada?	Adaptada de Serra *et al.* (2018) - VIII EPMEM.
Ano Escolar	4º ano do Ensino Fundamental.
Conteúdos matemáticos a serem trabalhos	Grandezas e medidas; medidas de capacidade e as quatro operações.
Problemática (Pergunta para a investigação)	*Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a nossa turma?*
Objetivos	-Investigar a relação existente entre a quantidade de laranja e o volume de suco produzido por elas.
Inserção da temática e problemática	-Durante o café da manhã, ofertar o suco de laranja natural. -Perguntar: qual é o suco natural que vocês mais gostam? Qual é o suco mais consumido pelas pessoas no dia a dia? Vocês já pensaram em quantas laranjas são necessárias para fazer o suco? -Lançar a problemática: *Quantas laranjas são necessárias para fazer suco para a nossa turma?*
Encaminhamento metodológico da atividade/ tempo estipulado para o desenvolvimento	-Durante o café da manhã ofertar o suco de laranja natural (até 08:20). -Perguntas sobre sobre preferências e consumo de suco e lançamento da problemática (até 08:30). -Desenvolvimento da atividade e coleta de dados (08:35 - 09:15). -Socialização das resoluções (até as 9:30).
Dados importantes	-Média de quanto cada pessoa consome de suco. -Variação do consumo pois tem pessoas que gosta e bebe até 500 ml e outras que bebe menos. -Uma laranja tem quantos ml de suco.
Possíveis resoluções	-Medir a quantidade de suco de cada laranja, estabelecer o tamanho do copo e calcular a quantidade de pessoas que vão consumir o suco. Conforme apontado nos diálogos dessa seção.
Possíveis questionamentos a serem realizados durante a resolução da atividade	Quanto de suco tem uma laranja? Quanto de suco cada pessoa vai tomar? O suco vai ser puro? Vai colocar gelo ou água?
Materiais à serem disponibilizados	Laranja, espremedor, copo medidor, copos descartáveis de diferentes tamanhos, suco para disponibilizar no café, peneira e jarra.

Fonte: Dados preenchidos pelos professores com auxílio dos ministrantes durante o encontro remoto

Diante do planejamento elaborado e das discussões realizadas, P7 enviou um áudio explicando quais seriam as possíveis resoluções apresentadas pelos professores durante a atividade:

> **P7:** *Eu acho que talvez eles espremem uma laranja no copo até encher e descubram quantas laranjas eles precisam pra fazer suco de um copo. E também assim, pode ser que eles levantem a hipótese se vai ter água ou não vai ter água, né? E também*

> *pode ser que eles queiram calcular o volume da laranja, que isso daí talvez possa acontecer, mas não tenha certeza. E também pode ser que eles queiram pesar, quantas gramas, às vezes, eles vão descobrir tipo por quilos, quantos quilos de laranja comprar para fazer o suco (Transcrição de áudio do grupo de WhatsApp, 13/12/2024, às 17:27).*

Posteriormente, P10, ao preparar o suco para levar no encontro, realizou a contagem das laranjas e compartilhou as informações com o grupo, conforme apresentado o quadro 42.

Quadro 42 - Um litro de suco feito para ofertar para os professores

	**P10**: O suco está pronto, 1 litro precisou de 15 laranjas. Na primeira tentativa, 18 laranjas não deram. Acredito que vai ter que fazer uma média mesmo (Grupo de WhatsApp, 13/12/2024, às 20:42). **P8**: Nossa, vai muita laranja (Grupo de WhatsApp, 13/12/2024, às 20:48). **P10**: Eu fiz puro. Por isso é caro o suco de laranja (Grupo de WhatsApp, 13/12/2024, às 20:55).

Fonte: Imagem do suco feito por P10 e transcrição de mensagem do Grupo de WhatsApp.

Dessa forma, o planejamento elaborado pelos professores buscou articular a escolha do tema e dos conceitos a serem explorados, buscando prever hipóteses, estratégias e diferentes encaminhamentos. Esse processo foi fundamental para a realização da atividade, cuja prática será apresentada na seção seguinte, referente ao desenvolvimento da proposta no espaço formativo.

4.3.3.2 Desenvolvimento da atividade no espaço formativo

No início desse encontro, foi oferecido um café da manhã, em que foram disponibilizados salgadinhos, café, coca-cola, suco artificial de caixinha e suco natural de laranja. Após esse momento, um dos professores perguntou: "*O café estava bom? Quais bebidas gostamos de tomar no café da manhã?*" (P7). Com isso, surgiram diferentes relatos sobre as preferências, como "*[...] depende, se for o café da manhã em casa, é só o café. É o que dá tempo. Agora, se eu estiver viajando, aí eu tomo o café, aí eu tomo o suco, aí eu tomo iogurte. Tudo o que tem disponível para fazer valer a diária*" (M4). A partir da troca de experiência dos professores e ministrantes presentes sobre o café e o suco, P7 aproveitou e perguntou: "*Mas, sobre o suco? Vocês tomaram o suco? [...] Quem tomou, de qual vocês tomaram?*".

Todos que tomaram alegaram ter escolhido o suco natural que estava na jarra: "*Ah, eu acho que o da jarra é mais gostoso*" (P2). Justificaram a escolha pelo fato de ser natural e mais saudável do que o industrializado. Desse modo, foi apontada uma comparação entre os dois sucos, abordando aspectos sobre o sabor, a praticidade, os preços e a composição. Com isso, olharam na embalagem do suco industrializado a composição e comentaram: "*Olha, tem água, açúcar, suco concentrado de maçã. Nossa, é mais suco de maçã do que de laranja. Então, suco de maçã 8,8% e suco concentrado de laranja, 1,20%. Quer dizer, é suco de maçã, intitulado como de laranja*" (P8).

Com base nessas inquietações, P7 acrescentou: "*Então asssim dá pra entender, porque o industrializado é mais barato. Aí, pensando nisso, que quase todo mundo tomou o suco de laranja. Qual é o suco natural preferido de vocês? O meu é o de laranja*". Dentre as preferências apareceram laranja, maracujá e uva, mas o preferido pela maioria foi o de laranja. Diante disso, lançaram a problemática: *Quantas laranjas são necessárias para fazer o suco para nossa turma?*

Na sequência, os professores começaram a discutir quais os dados deveriam ser considerados para a resolução, correspondendo à *compreensão e explicitação.* Entre as hipóteses levantadas, destacaram:

> **M4:** *Considerar que todas as pessoas podem tomar suco.*
> [...]
> **P1:** *Quanto de suco tem uma laranja e quantas pessoas?*
> **P2:** *Geralmente, eu uso 2 para fazer um copo cheio. Eu moro sozinha, então eu faço só um copo.*
> **P1:** *A quantidade de suco para cada pessoa. O tamanho do copo.*
> **M2:** *Quantos copos cada pessoa vai tomar?*
> **P1:** *Tem que ser um de 300 ml pelo menos.*

Diante disso, os professores utilizaram um copo de 180 ml, disponível no curso, e observaram que essa quantidade seria insuficiente, sendo necessário pelo menos quatro copos para uma pessoa. Alguns professores apontaram situações do cotidiano, como em restaurantes: *"[...] qual copo a gente geralmente pega? Geralmente é o de 500 ml"* (P10).

Os professores organizaram-se em dois grupos: grupo 1, composto por P1 e P5, e grupo 2, composto por P2 e P3. O grupo 1 optou por considerar a turma presente no curso, incluindo todos os participantes, até mesmo as crianças, enquanto o grupo 2 considerou uma sala de aula com 30 pessoas, englobando professores e alunos.

> **P1:** *Temos as 3 crianças que vai dar diferença, podem ser um copo pequeno, tipo esse de 180 ml [...]. Precisamos saber quantos copos faz com uma laranja. Precisamos de uma laranja para espremer.*

Em seguida, os professores demonstraram interesse em realizar a coleta de dados para determinar a quantidade de suco de uma laranja. Ao disponibilizarem a laranja, foram solicitados outros materiais, como o copo medidor e uma faca. Diante disso, foi questionado:

> **P7:** *Mas você vai espremer na mão?*
> **P5:** *Eu ia.*
> **P7:** *Como vocês espremem em casa?*
> **P1:** *Geralmente na mão ou no espremedor.*
> **P7:** *Então, mas você acha que dá diferença espremer na mão ou espremer no espremedor?*
> **P5:** *Ó, o espremedor manual, aquele de girar, eu acho que a diferença de apertar é pouca. O elétrico, que ele faz a força, daria um pouco mais de diferença. Mas eu acho que não é tão significativo assim.*

Com isso, foi disponibilizado um espremedor elétrico: *"[...] vamos lá, vamos espremer de uma. Aí será menos desperdício, vai ficar só o bagaço"* (P5). Contudo, ao realizar a medida com o copo medidor, perceberam que este não possuía precisão suficiente, o que gerou confusão quanto aos valores a considerar. Nesse momento, P10 ofereceu a mamadeira de seu filho.

Durante a coleta de dados realizada pelo grupo 1, surgiram algumas hipóteses sobre os fatores que poderiam interferir no rendimento do suco, pois *"[...] estamos lidando com laranjas diferentes, uma mais escura, vê a casca dessa, mais fina, essa casca é mais verde [...] as laranjas em si não têm muita diferença na casca, espessura e tamanho"* (P1). Como se pode observar, os professores consideraram que o tipo de laranja e aspectos como cor, espessura da casca ou grau de maturação poderiam influenciar o resultado.

Nesse processo, também surgiu a ideia de relacionar o peso da laranja com o rendimento do suco.

> **P1:** Ah, mas vai dar muito trabalho relacionar o peso com o ml. Aí vou ter que fugir dos Anos Iniciais e vamos ter que tentar montar uma equação [...] A laranja inteira deu 204 g. O suco deu 90. E a casca dela 97. Então, deu 17 gramas de bagaço. Não, é porque a gente tá relacionando ml e grama.
> **P5:** Que, ao meu ver, não precisa, a gente quer saber quantas laranjas. Ah tá, já entendi é que laranja é em gramas. Porque a gente compra laranja por quilos.
> **P1:** Pra saber o preço, a grama seria um dado importante.
> **P5:** É que a pergunta não foi quanto custa, estou ignorando de novo o peso dela.
> **P1:** É. Mas depois que chegar numa quantidade laranja. Pra você chegar ao preço é fácil [...].

O grupo reconheceu a complexidade de relacionar o peso da laranja com o volume de suco em ml, mas destacou a importância da medição. Diante disso, um dos comentários no grupo 2 apontou que P1 era da área de Matemática e, por esse motivo, buscava trabalhar com maior exatidão nos cálculos.

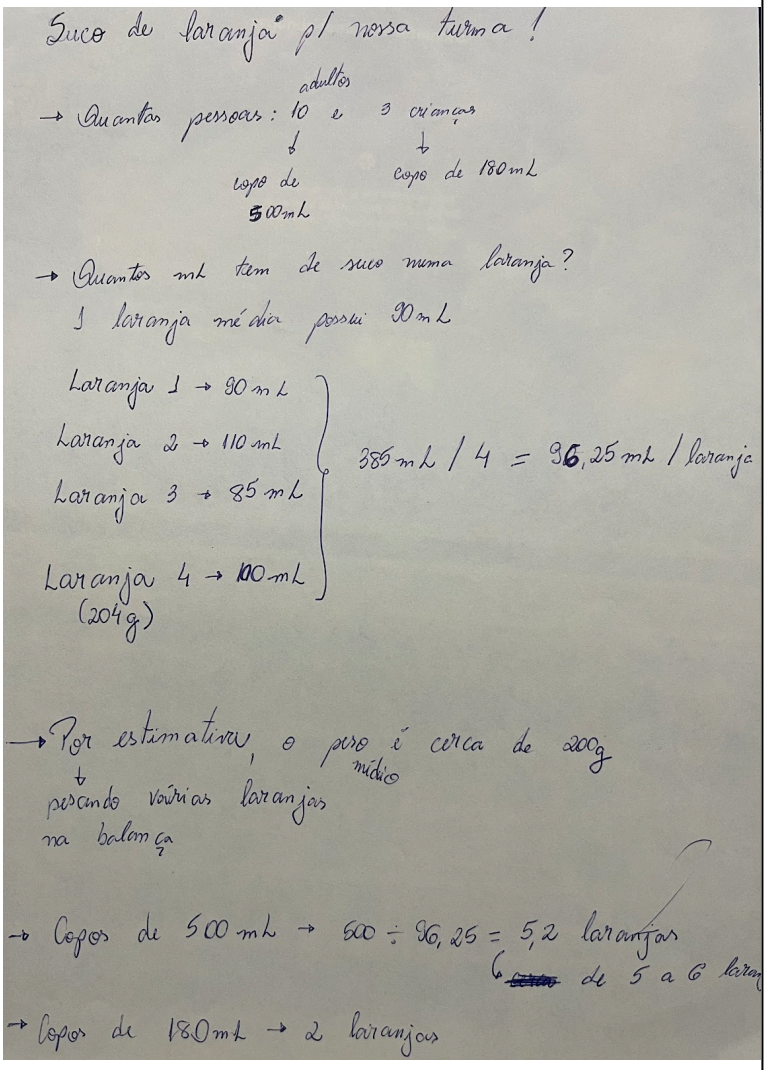
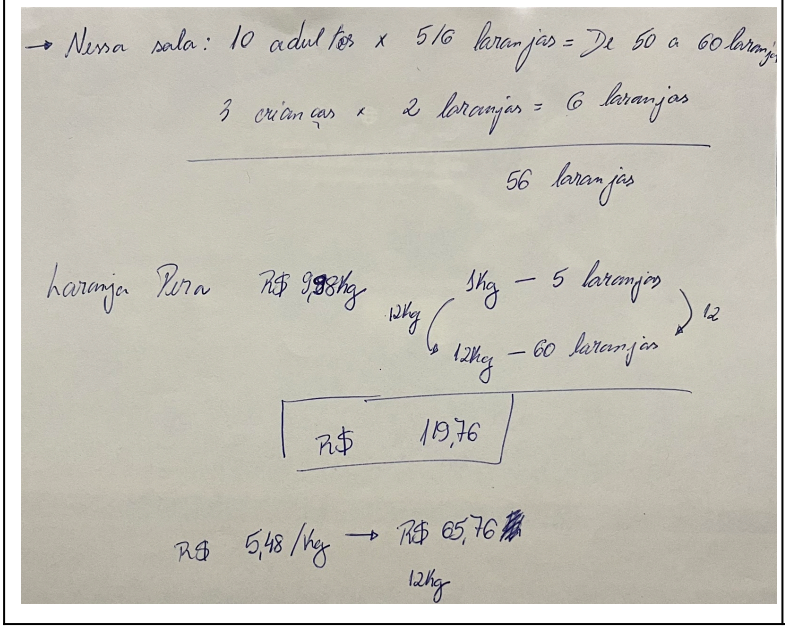
Após a coleta de dados, o grupo 2 observou que os volumes variaram de 85 ml a 110 ml e, a partir disso, considerou um peso médio de 200 g por unidade: *"Pesando várias laranjas na balança. É, pra não dizer que é a fonte de voz da nossa cabeça"* (P1). Por fim, calcularam a média do volume obtido, que ficou aproximadamente 96,25 ml por laranja.

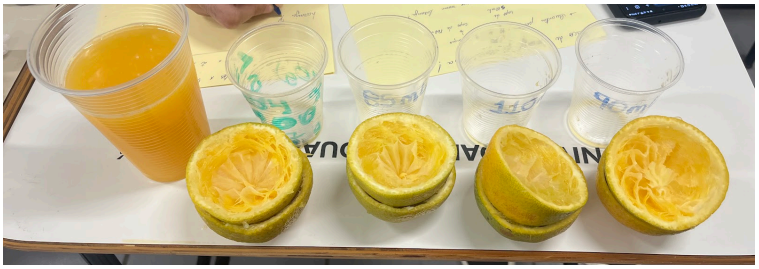
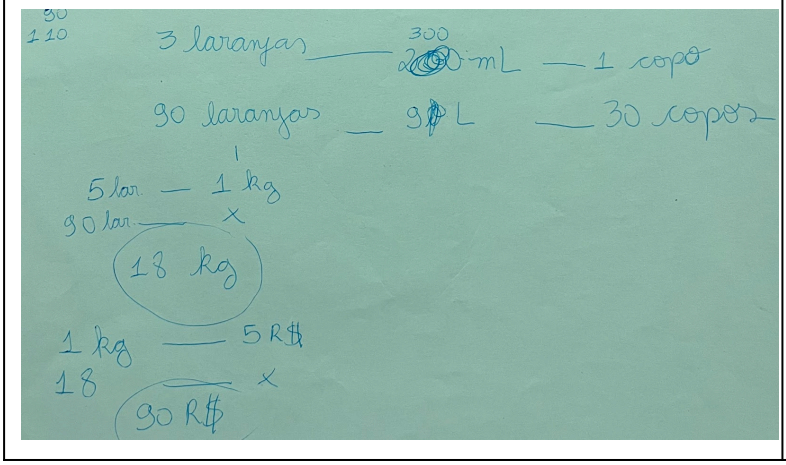
Por outro lado, o grupo 2 levou em consideração a informação apontada por P2, ao afirmar que *"Geralmente, eu uso 2 para fazer um copo cheio"*. Além disso, validaram esse dado ao comparar com as medidas coletadas pelo grupo 1.

> **P3**: *Vamos ver eles espremendo quanto que vai dar. Mas acho que seria isso, né? Basicamente, aí coloca um gelinho, né? [...] Considerando que cada laranja tem em torno de 100 ml, que é mais ou menos a média que deu lá, que eu acho que uma deu 90 ml, a outra deu 110 ml e a outra 95 ml.*

Outro ponto em que buscaram estabelecer referência foi em relação ao copo a ser utilizado. O grupo 1 considerou o copo de 500 ml, mais comum em restaurantes e estabelecimentos, enquanto o grupo 2 utilizou o copo de 300 ml, destinado à distribuição para as crianças na escola. Com base nesses dados, ambos os grupos desenvolveram estratégias matemáticas de resolução, correspondentes à significação e à expressão, conforme apresentado no quadro 43.

Quadro 43 - Estratégias de resoluções adotadas pelos professores na atividade

Modelos matemáticos elaborados pelos professores	Registro escrito
	Suco de laranja para a nossa turma! Quantas pessoas: 10 adultos e 3 crianças Copo de 500ml copo de 180 ml Quantos ml tem de suco numa laranja? 1 laranja média possui 90 ml Laranja 1 → 90 ml Laranja 2 → 110 ml Laranja 3 → 85 ml Laranja 4 → 100 ml (204 g) 385 ml / 4 = 96,25 ml/laranja → Por estimativa, o peso médio é cerca de 200g Pesando várias laranjas na balança → Copos de 500 ml → 500÷ 96,25 = 5,2 laranja de 5 a 6 laranjas → Copos de 180 ml → 2 laranjas
	Nessa sala: 10 adultos x ⅚ laranjas = de 50 a 60 laranjas 3 crianças x 2 laranjas = 6 laranjas Total 56 laranjas Laranja Pera R$ 9,98 kg 1kg - 5 laranjas 12kg - 60 laranjas R$ 119,76 R$ 5,48/kg → 65,76 12kg

	
	3 laranjas - 500 ml - 1 copo 90 laranjas - 15l - 30 copos 3 laranjas - 300 ml - 1 copo 90 - 9l - 30 copos 5 laranja - 1kg 90 laranja - x 18kg 1kg - R$5,00 18kg - x R$ 90,00

Fonte: Registro escrito dos professores.

Diante das resoluções produzidas, os professores explicaram como haviam realizado suas estratégias, conforme o quadro 44.

Quadro 44 - Explicação dos professores durante a socialização das resoluções

***Significação e expressão* - Socialização e discussões sobre as resoluções**
P1: Bom, nós fizemos as nossas contas voltadas para nós aqui. Então, 10 adultos e 3 crianças. Consideramos que os adultos iam tomar um copo de 500 ml e as crianças um copo de 180 ml. Aí medimos o suco de 4 laranjas, fizemos a média e chegamos a 96,25 ml por laranja. Consideramos que o peso dessas laranjas é em média 200 gramas, pesamos algumas, aí uma acabava compensando a outra nesses 200 g. Para fazer o copo de 500 ml, vimos que precisava de 5 laranjas. Depois verificamos, despejando essas 4 aqui e percebemos que se colocasse mais uma laranja, ia fechar o copo. Então 5 laranjas iam ser suficientes. Então para os 10 adultos a gente precisava de 50 laranjas. Para as crianças, vimos como é 180 ml, precisariam de 2 laranjas para fazer esse copo. Então para as 3 crianças, 6 laranjas. Então 50 mais 6, daria 56 laranjas. Como a P1 falou, a gente não quer que falte, arredondamos para 60, com 4 laranjas a mais. Vai que uma está murcha ou uma está estragada? Vai que alguém chegou de surpresa e a gente não sabia. O que nós pesquisamos aqui na internet do preço da laranja pera deu R$9,98 quilos, as 60 laranjas iam dar R$119,76. Depois, fazendo uma outra conta com o valor próximo R$5,48 quilos da laranja aí daria R$65,76. E eu fiz uma conta agora, vmos ver se eu pensei certo. Que eu peguei 500 ml vezes 10 pessoas, né? E mais 180 ml. 180 ml vezes 3, que são das crianças. Dá 5,540l. 5 litros, 540 ml né? Aí eu peguei esses R$119,76 litros divididos por 5,540l sairia 2 centavos cada ml, vezes 500 ml daria 10 reais o copo.
P3: Nós calculamos mais ou menos três laranjas para fazer o copo de 300 ml. Então seriam 90 laranjas para fazer 30 copos. Consideramos 100 ml cada laranja, mas pegamos como base a medida deles. Calculamos mais ou menos e cada laranja ia sair mais ou menos R$1,00. Colocamos o kg da laranja a R$5,00, calculamos 5 laranjas da 1 kg. 5 reais por kg daria R$1,00 por laranja.

Fonte: Transcrição do áudio do sétimo encontro.

Após a socialização, os grupos refletiram sobre o lucro obtido na venda do suco de laranja, considerando que um copo de 500 ml, na maioria das vezes, é comercializado entre R$10,00 e R$12,00. Ressaltaram que, muitas vezes, os estabelecimentos acrescentam gelo, o que diminui a quantidade de laranja utilizada e aumenta a margem de lucro. A partir dos cálculos com a laranja a R$5,48 o quilo, estimaram que o custo desse copo ficaria em torno de R$5,93, embora muitos estabelecimentos consigam reduzir esse valor ao adquirir a laranja no CEASA[34] ou diretamente dos produtores locais.

Na sequência, P7 apontou uma curiosidade: *"Sabe o que eu fiquei com vontade de fazer? Tipo assim, a atividade de Modelagem Matemática, mas com suco de maracujá. Porque o maracujá é caro. E aí, tipo assim, pensando na relação entre o maracujá e a polpa para fazer o suco".* A partir disso, discutiram que seria uma proposta interessante, considerando diversos aspectos: o fato de que, ao comprar a fruta, paga-se também pela casca; a necessidade de coar o suco; e a variação da intensidade da polpa e sua qualidade, que depende da marca.

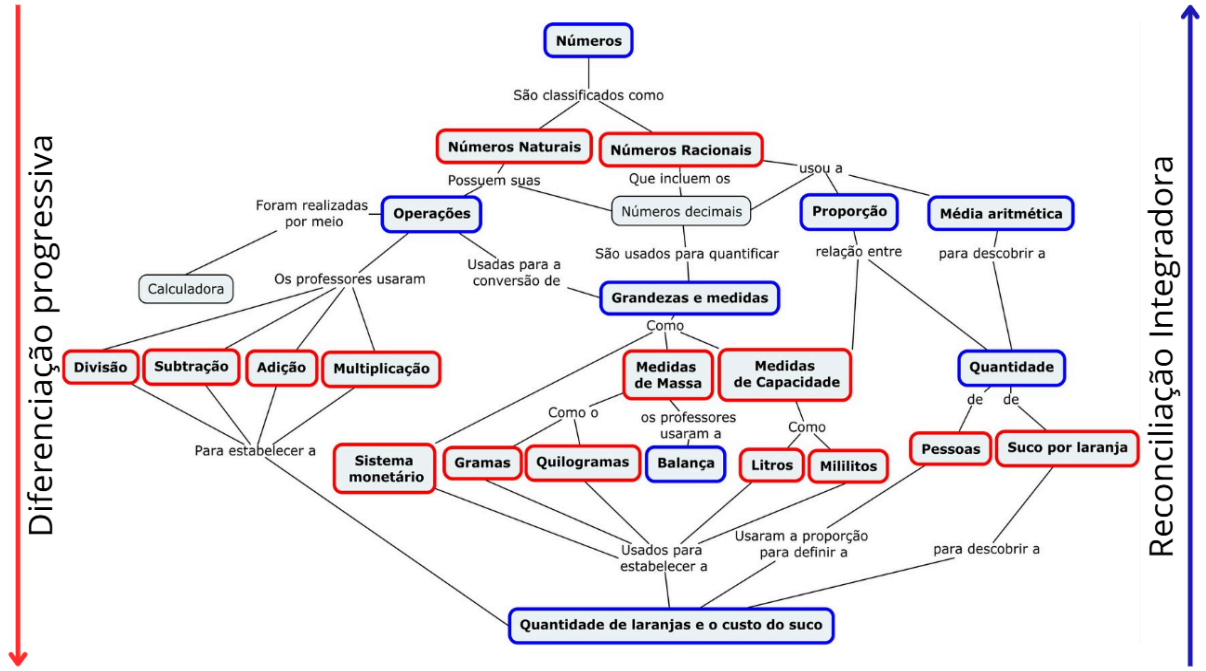
Nesse momento, P10 compartilhou sua experiência relacionada à produção do suco ofertado no curso, relatando que inicialmente gastou 15 laranjas para produzir 1 litro. Segundo eles, esse valor é menor do que o preço do suco industrializado no mercado, que custava em torno de R$25,90, ressaltando que esse valor *"[...] já inclui o custo da fabricação, da indústria, do transporte e da embalagem"* (P7).

Por fim, ao determinar o valor gasto para produzir o suco, os professores destacaram que o preço elevado da fruta está associado à alta geral dos alimentos. Ressaltaram que, apesar de saudável, a oferta do suco puro em grande quantidade (como em festas e comemorações) pode se tornar financeiramente inviável.

Diante das estratégias utilizadas pelos professores, bem como de suas ações e dos conceitos mobilizados, elaborou-se um Mapa Conceitual, conforme apresentado na figura 18.

[34] A sigla CEASA significa Centrais de Abastecimento e tem entre seus objetivos o aprimoramento da comercialização e distribuição de produtos hortigranjeiros tanto dentro do Estado como em todo o Brasil. Informações disponíveis em: https://www.ceasa.pr.gov.br/.

Figura 18 - Mapa Conceitual referente às resoluções da atividade do suco de laranja



Fonte: Autoria própria.

O Mapa Conceitual evidencia os principais conceitos matemáticos mobilizados, destacando a articulação das quatro operações fundamentais, medidas de massa e de capacidade, proporção e média aritmética para determinar a quantidade de pessoas, o volume de suco de laranja e o total de laranjas necessárias. Assim, demonstra como os professores, com base em seus conhecimentos, recorreram a diferentes conceitos para resolver a situação, relacionando-os ao contexto.

4.3.3.3 Análise realizada pelos próprios professores sobre a atividade desenvolvida

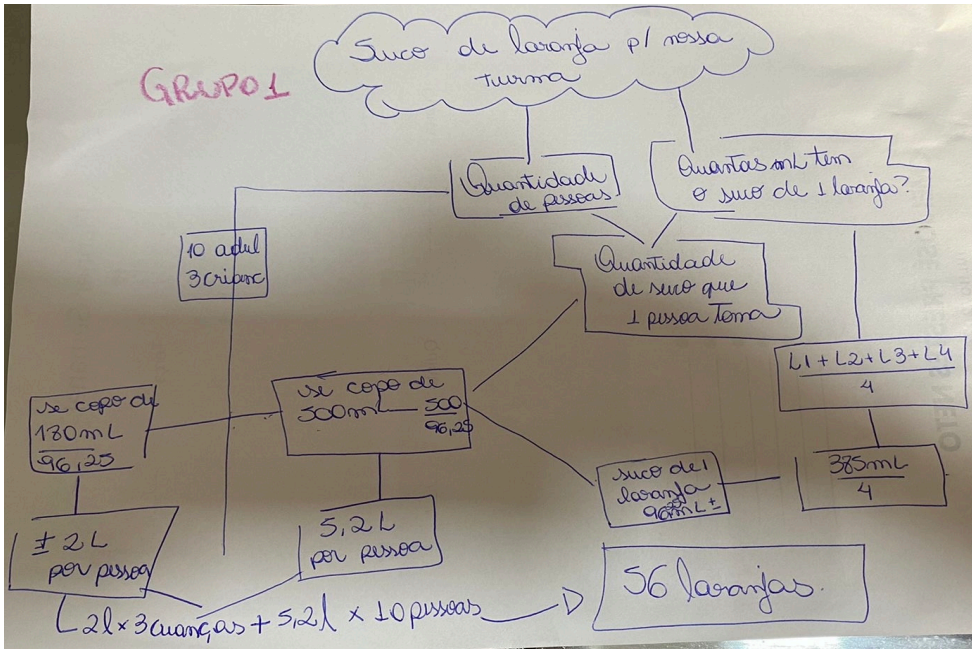
Solicitou-se aos professores que realizassem uma autoavaliação da atividade planejada e desenvolvida, indicando as dificuldades encontradas, as possibilidades de melhoria e eventuais adaptações para aplicação em sala de aula com os alunos. Os professores relataram ter tomado como base um relato de experiência cujo tema era o suco de laranja. Como destacou P7: *"Eu achei mais fácil envolver as crianças com esse tema"*.

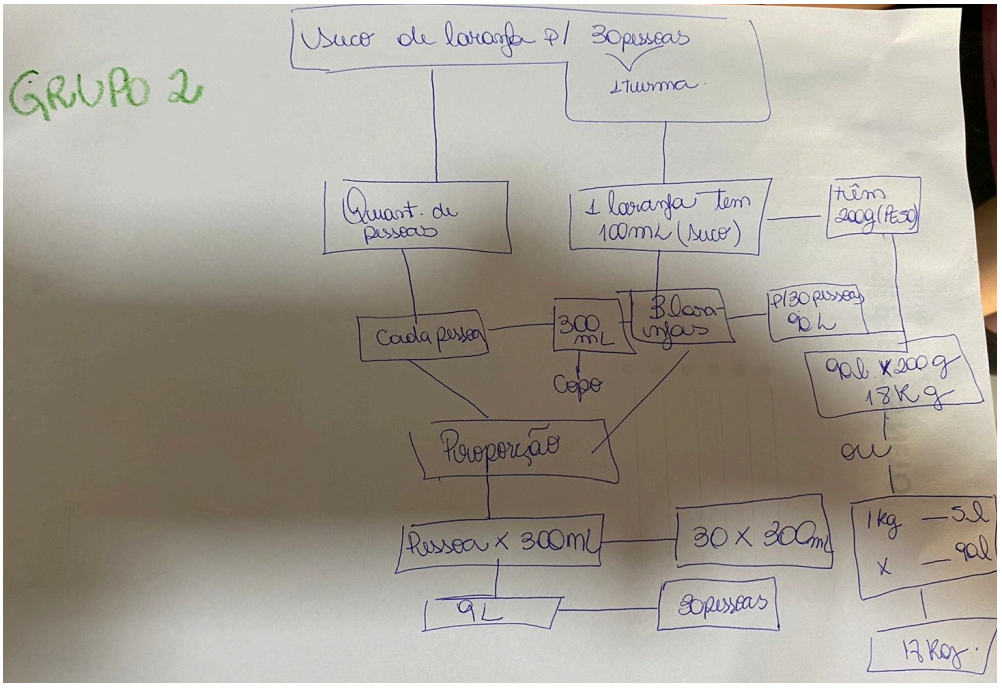
> **P8:** *Achamos a atividade interessante e que instiga também os alunos a querer saber mais sobre o assunto, né? Escolhemos essa atividade por ser um tema fácil de envolvimento a partir de um café da manhã. Todo mundo geralmente toma café da manhã, ainda mais nesse curso que a gente sempre tem o café da manhã. Então escolhemos o suco por ser um tema fácil de estar trabalhando. Saiu conforme planejado, eu acho que os conceitos matemáticos utilizados, se eu usasse essa*

> *atividade com minha turma, seria mais a soma, porque são pequenos. No CMEI seria a soma e a quantidade de laranjas.*
> **P10**: *Então, pensamos em grandezas e medidas. Que já estão lá na parte da BNCC, tanto da Educação Infantil quanto do Ensino Fundamental, as quatro operações e medidas de capacidade. Talvez usassem a soma e a subtração, enfim. Acreditamos que as crianças resolveriam conforme os seus próprios conhecimentos, provavelmente estipulando apenas a quantidade de suco de um copo ou utilizando o conceito de adição e de multiplicação. Acreditamos que o raciocínio empregado pelos professores e pelos alunos seria parecido, usando o raciocínio lógico.*

Com base nas resoluções, o grupo elaborou um mapa mental e explicou para os demais professores sobre as resoluções levantadas.

Quadro 45 - Mapa mental elaborado pelos professores e sua respectiva explicação

Mapa mental referente à estratégia 1

P7: *Ali no topo, eu coloquei a quantidade de suco de laranja para a nossa turma, que foi o critério que esse grupo escolheu, a turma que nós estávamos ali no curso. Eles observaram a quantidade de pessoas e quanto de suco rendia apenas uma laranja. A partir desses critérios, determinaram a quantidade de suco que cada pessoa poderia tomar. Porque, como a gente já viu nas atividades de modelagem, a resolução do problema vai se basear nas hipóteses que você levanta, nos critérios que você define. Assim, estabeleceram que um adulto toma um copo de 500 ml e uma criança toma um copo de 180 ml. Para saber quanto de suco tem uma laranja, espremeram quatro laranjas e, usando o copo medidor, verificaram a quantidade de ml de cada laranja. Depois somaram e dividiram por quatro, fazendo a média da quantidade de suco de uma laranja, que foi de 96,25 ml. A partir disso, se um copo de adulto tem 500 ml, dividiram essas 500 ml por 96,25 ml para ver quantas laranjas seriam necessárias espremer para encher um copo. Feito isso, multiplicaram pela quantidade de pessoas. A mesma lógica foi aplicada para as crianças, dividiram 180 ml por 96,25 ml e descobriram que eram mais ou menos duas laranjas. Então, calcularam duas laranjas vezes três crianças, mais 5,2 laranjas vezes dez pessoas. Na verdade, eu coloquei 5,2 no mapa, mas eles tinham arredondado para seis laranjas, o que, no total, deu 56 laranjas.*

Mapa mental da estratégia 2

P7: *Diferente do grupo um, eles fizeram para uma turma, para uma sala de aula, que seria em torno de 30 pessoas. Então, definiram a quantidade de pessoas e verificaram que uma laranja tem mais ou menos 100 ml de suco. Eles não fizeram a experimentação, tomaram como base o que o outro grupo já tinha feito, fizeram apenas uma aproximação. Eles também anotaram que o peso da laranja, sem espremer, é de 200 gramas. Feito isso, calcularam quanto cada pessoa iria tomar. Estabeleceram um copo de 300 ml, que correspondia a três laranjas espremidas. Então, para 30 pessoas, seriam necessárias 90 laranjas. Além disso, verificaram quantos quilos de laranja precisariam comprar no mercado. A partir da pesagem, que deu aproximadamente 200 gramas por laranja, eles aproximaram e verificaram que cinco laranjas dariam um quilo. Então, se cinco laranjas dariam um quilo, para adquirir essas 90 laranjas, seriam mais ou menos 18 quilos, fazendo a regra de três. Utilizaram a proporção para verificar a quantidade de litros de suco que deveria ser preparada. Então, multiplicaram a quantidade de pessoas por 300 ml, ou seja, 30 vezes 300, que resultou em 9.000 ml, que são nove litros. Então, essa seria a quantidade de suco de laranja ou quantidade de laranja para 30 pessoas.*

Fonte: Registro escrito das professoras e transcrição do áudio do oitavo encontro

Posteriormente, desencadearam discussões entre os professores sobre a pertinência e a possibilidade de trabalhar essa atividade em sala de aula.

> **P7**: *Eu acredito que sim, porque ela é instigante, né? Ainda mais se você leva algo de experimentação, que foge do tradicional, que foge de livros, ou algo parecido. Você vai levar uma laranja, um espremedor e um copo medidor, que muitas vezes as crianças não têm nem noção de como que é um copo medidor. E daí, a partir dessa aula, eles estarão trabalhando os diversos conceitos matemáticos, e vão também aprender a utilizar utensílios que são necessários no nosso cotidiano para diversas tarefas.*
> **P10**: *E o suco de laranja também é uma bebida que eles gostam, né? Geralmente, no CMEI é oferecido de vez em quando. E acho que seria legal trabalhar com eles essa questão.*

Além disso, questionou-se as professoras que planejaram a atividade: *"Qual foi a fase da modelagem que vocês encontraram mais dificuldade para desenvolver?"* (M5).

> **P10**: *Acho que foi na hora da gente escolher o tema. E como que a gente ia, como eu posso dizer, executar a atividade. Porque primeiro a gente planeja uma coisa, e daí a gente vai conversando e vai chegando em outras conclusões, e também pode ser igual no planejamento em sala, mas às vezes planejamos e não sai como teria que ser.*
> **M5**: *Para vocês, vocês acham que foi mais difícil, assim, decidir a forma como fazer o convite para os professores?*
> **P10**: *Também. Porque para o professor é de uma maneira, para as crianças é outra. Porque os professores aqui já têm um conhecimento prévio, as crianças ainda não.*

O desenvolvimento dessa atividade no espaço formativo possibilitou a exploração de múltiplas resoluções e a mobilização de diversos conceitos matemáticos, devido à disponibilidade de um repertório mais amplo e diversificado em comparação ao das crianças. Nesse sentido, os ministrantes ressaltaram que, no curso, a atividade foi iniciada por meio da oferta do suco no café da manhã e destacaram possibilidades de adaptação para despertar a curiosidade e o interesse dos alunos dos Anos Iniciais em sala de aula.

> **P7**: *No CMEI, veio na ideia, tipo assim, um dia que ofertar suco de laranja, questionar para as crianças, imagina quantos laranjas elas não usaram para fazer suco para todo mundo. A partir disso, ia dar um convite para esse tema na Educação Infantil. No Ensino Fundamental também, que tem as crianças no Ensino Integral, que também é oferecido o suco de laranja. Mas vamos dizer, assim, numa escola que não tem essa oferta, eu acho que talvez poderíamos levar o suco, algo do tipo, ou se estivesse estudando alguma coisa específica sobre a fruta.*
> **P10**: *Às vezes envolve outra matéria. Porque às vezes vem no planejamento da SEDUC, tipo assim, trabalhar os alimentos, a alimentação saudável. Daí dá para incluir a atividade para que eles vejam como o suco é feito, quais são os processos, e aí já consegue aplicar os conceitos matemáticos.*

Nesse momento, destacou-se a possibilidade de introduzir a atividade considerando o nível de ensino e o perfil dos alunos. Foi mencionado, por exemplo, que, na Educação Infantil, a atividade pode ser iniciada a partir de uma música, como a canção da laranja, ou ainda por meio de histórias infantis que dialoguem com o tema. Já em níveis mais avançados, recursos como reportagens, vídeos e textos jornalísticos podem despertar o interesse e promover a reflexão. Desse modo, uma mesma atividade pode assumir diferentes formas para conduzir a mesma problemática, adaptando-se às especificidades do público-alvo.

> **M1:** *[...] vocês acham que os conceitos abordados na sala de aula, seriam os mesmos mobilizados ao desenvolver com os professores? Por exemplo, será que surgiria a ideia de média na Educação Infantil ou em algum outro nível, sabe? Só para a gente pensar e discutir. Será que esses conceitos abordados seriam os mesmos? Surgiriam outros? Porque é legal de vermos a quantidade de conceitos*

> *que podem surgir em uma única atividade. E o tanto de coisa que da para explorar em aulas futuras, para além dessa atividade.*
> **P7:** *É, eu acho que assim, na Educação Infantil talvez não ia surgir essa questão da média. Mas talvez algo aproximado, tipo aproximação. Ou tipo, aí, geralmente eles falam assim, professora, acho que mais ou menos isso aqui. Aí quando eles falam isso, tá implícita ali a ideia de aproximação do intuitivo deles.*
> **M1**: *Exatamente, é um começo ali dessa média, né? Esse mais ou menos. E é legal perceber que essas falas também elucidam esses conceitos. Mesmo que informalmente. Esse cálculo de somar tudo e dividir pela quantidade é legal para perceber essa ideia intuitiva já que surge sobre isso [...]. Na educação infantil, também entra a ideia de inclusão. De quantas cabem, de que um é maior do que o outro. Então, um copo de 300 ml ou de 180 ml é maior? qual cabe mais suco de laranja? Então, conseguimos discutir várias relações com essa atividade. E como a P1 falou, por exemplo, lá no Ensino Médio são outras relações que vão ser abordadas. Então, depende do nível, esses conceitos vão sendo mais aprofundados.*

Desse modo, na Educação Infantil ou no 1º ano, poderia-se explorar a relação entre a quantidade de laranjas necessárias para encher um copo, possibilitando que as crianças estabeleçam relações do tipo: *se em um copo são necessárias 3 laranjas, quantas seriam precisas para atender 2 ou mais crianças?* Nesse processo, provavelmente, as crianças recorreriam à contagem e à representação concreta, utilizando objetos ou materiais para organizar e registrar suas ideias. Assim, a atividade favorece a compreensão de noções de quantidade e proporcionalidade.

Diante desses diálogos, os professores participantes compartilharam como foi, para eles, conhecer e vivenciar a atividade.

> **P1**: *Então foi uma experiência bem legal de fazer [...]. Eu já conhecia a atividade e eu achei muito legal pensar nela voltada para os Anos Iniciais, trabalhar com essa ideia mais intuitiva. Porque eu realizei essa atividade ano passado com a minha turma de 2º ano do Ensino Médio, na disciplina de Matemática 2, que é de empreendedorismo. E eu já tinha ouvido falar dessa atividade [...]. E aí adaptei ela para o empreendedorismo. Então, o meu contexto foi: se você tivesse uma lanchonete, e na sua lanchonete você vendesse suco de laranja, quanto você cobraria? Qual seria o custo? Qual seria o lucro? Porque a gente estava usando esses conceitos, de custo, lucro, valor bruto, valor líquido. E aí apareceram vários conceitos, e agora pensar de maneira mais intuitiva, voltada aos Anos Iniciais, foi uma experiência bem bacana. Porque a gente fez aquilo que a M1 falou. A gente fez quatro copinhos de suco, depois catamos o copo de 500 ml e jogamos o suco dos quatro copinhos dentro dele e vimos que faltou um pouquinho. Daí falamos assim, mas uma laranja já daria para completar, então cinco laranjas serão suficientes e, acabamos não espremendo a quinta laranja. Usamos essa ideia intuitiva de que o espacinho que faltou ali, uma laranja seria suficiente para completar. Então foi bem bacana, eu acho que é uma atividade que dá para adaptar para diferentes níveis de ensino. Eu acho que daria para fazer igual as meninas falaram, até para fazer na Educação Infantil, com essa ideia do copinho e da quantidade. Talvez não trabalhar tanto as unidades de medida tão específicas, ml, gramas, essas coisas. Mas com o Ensino Fundamental já dá para trabalhar, com ml, gramas, enfim. E foi uma experiência bem legal.*

Ao serem questionados: *"Vocês acham que os alunos fariam essa atividade como os professores fizeram?"*, uma das respostas foi: "*Acho que não. Acho que os professores consideraram conforme os conhecimentos deles, mas provavelmente as crianças vão considerar uma laranja [...] De cara, eu acho que eles iam falar que era uma laranja para cada um. Eu acho que eles iam falar isso*" (P7).

Apontou-se que, para a realização dessa atividade, uma alternativa seria utilizar o refeitório em vez da sala de aula, contando com o apoio da diretora para solicitar o auxílio de uma auxiliar operacional ou de uma das cozinheiras. Entretanto, seria necessário disponibilizar um número reduzido de laranjas, para evitar que os alunos ficassem espremendo o dia todo. Nesse sentido, ressaltou-se a importância de levar pelo menos uma laranja *"[...] para cada um, senão vai dar briga"* (P2).

Por fim, destaca-se que, ao término do planejamento e desenvolvimento das três atividades, os professores apontaram algumas compreensões gerais, as quais serão elencadas na próxima seção.

4.3.4 Análise geral dos professores sobre o planejamento e desenvolvimento das atividades

Em meio às discussões, os professores apresentaram suas compreensões e percepções acerca da MM. P1 destacou

> **P1:** *Eu acho que é associar uma temática da realidade a um modelo. E é um modelo, tipo assim, trazer a matemática, trazer conceitos matemáticos dentro de uma realidade, de um tema do interesse dos alunos. Fazer uma matematização, vamos dizer assim, de uma temática qualquer do interesse do aluno. Mas isso é muito abstrato, eu acho.*

Além dessa ponderação de P1, ao considerar esse processo abstrato, entre as principais dificuldades apontadas no planejamento de uma atividade de MM, P3 e P7 ressaltaram o desafio de elaborar as perguntas iniciais, que correspondem à etapa da *percepção e apreensão*. De modo que a fazer as "perguntas certas", buscando "*[...] não forçar a barra. De não forçar aquilo, de deixar uma coisa mais natural* (P7)". Nessa direção, P3 acrescentou: "*Eu acho que para mim foi essa parte do convite também. O que falar pra continuar sendo Modelagem e não ser direcionado*" (P3).

Embora tivesse elencado essas dificuldades e desafios, P1 destacou sobre a diversidade de abordagens e estratégias que foram utilizadas pelos grupos para iniciar a atividade.

> **P1:** *Eu também reparei agora que achei legal que cada grupo utilizou de uma estratégia, igual as meninas levaram o suco lá para introduzir, as outras levaram o vídeo da nutricionista, e a gente levou, além da roda de conversa que todas levaram, o Mentimeter. Então, a gente vê que tem várias possibilidades, alguém comentou também, que tem como usar notícia, enfim, várias possibilidades de trazer o tema. É bem legal isso também.*

Desse modo, essa fala vai ao encontro com as orientações propostas por Biembengut (2019), pois esses itens foram essenciais para a reação e tomada de decisão dos professores que participaram da atividade. No que se refere a etapa da *compreensão e explicitação*, alguns professores relataram insegurança em relação ao domínio dos conceitos matemáticos.

> **M5:** *P10, por que você acha que é desenvolvimento? Mas essa dificuldade é mais em termos de matemática ou em termos de conduzir a atividade mesmo?*
> **P10**: *De matemática, de certa forma, e isso também nos traz um pouco de insegurança, de como fazer e de como pensar.*
> **P1**: *Eu acho que a minha maior dificuldade é no desenvolvimento de não interferir para que o aluno vá para o rumo que eu quero, sabe? De deixar eles tomarem os rumos e não influenciar, vamos dizer assim. Porque a gente tem essa tendência, né? [...]*
> **P10:** *Só achei difícil, porque eu não tenho muito contato com matemática. Para mim, foi isso o mais complexo, mas depois foi embora.*

Essas dificuldades foram apontadas pelos professores pedagogos, ao afirmarem que, em sua formação inicial, muitas vezes não tiveram contato significativo com os conceitos matemáticos em si, somando-se a isso a presença de um pré-conceito de que a Matemática é uma ciência exata. Esses aspectos dialogam com Ferreira *et al.* (2024), ao afirmarem a insuficiência da formação matemática nos cursos de Pedagogia.

Nesse contexto, P1, ao discutir sobre a MM com base em suas experiências, comparou-a com outras práticas pedagógicas.

> **P1***: Eu fiz um curso de Modelagem Matemática antes desse, [...] que eu considero realmente o primeiro contato mesmo, porque foram vários encontros. Que eles trabalharam várias atividades com a gente, depois elaboramos uma atividade e a implementamos em um turma, em um Colégio Estadual. Eu achei muito legal, foi uma experiência desafiadora, porque, por exemplo, eu trabalho com resolução de problemas e eu acho que a resolução de problemas é mais pé no chão, bem mais pé no chão, porque você dá os dados pro aluno, e o foco são as estratégias que eles vão desenvolver a partir daqueles dados. A modelagem não, a gente deixa em aberto para os alunos coletam esses dados, então existe aquela insegurança, de fugir muito e não saber conduzir depois. Então essa foi a primeira impressão que eu tive, porque desenvolvi poucas atividades. Mas igual a M1 falou, com o tempo a gente vai perdendo um pouco desse medo. Pretendo agora começar a trabalhar mais com a Modelagem. Mas, ainda tenho um pouco de receio, para a gente trabalhar com a modelagem a gente precisa de um planejamento assim bem delineado, igual fizemos aqui, bem sustentado. E, a gente sabe que em nossa realidade em sala de aula, nem sempre é possível, pois é a correria de cumprir o currículo. Então, às vezes, repensar talvez nesse currículo que a qualidade é melhor do que a quantidade de conteúdo. Mas fazer isso, uma vez ou outra, uma atividade assim, acho que é bem interessante.*

> **P8**: *Para mim, inicialmente, não foi fácil [...]. Fiquei muito feliz de ter feito o curso que abriu a minha cabeça para ver de uma maneira diferente. Eu acho que faltaram professores que usassem MM comigo, assim, para desenvolver. Para a gente pegar um gosto e, com o curso, eu aprendi a gostar mais de matemática.*

Com relação à etapa da *significação e expressão*, P2 destacou sua angústia diante da ausência de uma resposta única e exata, muito diferente da Matemática vivenciada por ele.

Contudo, foi discutida a importância das hipóteses e das variáveis assumidas para a construção do modelo matemático. Essa discussão foi ampliada e exemplificada, ressaltando-se que a contextualização permite confrontar essas respostas com a realidade, conforme mostram as falas a seguir:

> **P2**: *Para mim, o principal desafio foi não ter a resposta correta, por exemplo, no trânsito. Não tem como saber, porque pode ter, na maioria, uma pessoa e um carro, mas pode ter um ônibus com cinquenta pessoas e pronto, a sua conta vai estar errada, né, e você tem que se confundir, você não vai saber. Acho que isso, para mim, foi o que pegou mais.*
> **M5**: *Sim. E é uma das discussões, da modelagem que a gente traz, que estamos acostumados com uma matemática mais exata, que você tem um resultado ali para chegar, tem um resultado final que, mas quando a gente traz essas problemáticas, não tem apenas uma resposta certa, né? Tem várias, mas o que faz a resposta estas certa?*
> **P1**: *As hipóteses, né?*
> **M5**: *Sim, as variáveis, as hipóteses. O que você considerou? Bom, eu considerei que cada laranja já tem, em média, duzentas gramas. Eu considerei que cada pessoa vai tomar 500 ml de suco. Eu considerei que as crianças vão tomar 180 ml de suco. Eu considerei, então, são esses dados, né? Essas considerações que fazem a minha resposta final estar correta. Tivemos o exemplo na atividade da pipoca que o procedimento estava errado, por quê? Porque o valor nutricional que eles estavam considerando não era em pipocas estouradas, mas de milho de pipoca. Então, isso fez com que a gente tivesse que rever tudo o que foi feito e refazer, reconfigurar. Então, o fato da atividade modelagem ser mais aberta, não significa que tudo é aceito.*
> **M6**: *É isso que eu acho legal na modelagem também, que se for um problema que não está contextualizado, você não tem esses confrontos da resposta que você obteve com a situação real, né? A P7 não conseguiria saber se aquilo fazia sentido ou não, e na modelagem a gente consegue fazer essa avaliação.*

Desse modo, foi elencado que a MM contribuiu para tornar mais visíveis os conceitos matemáticos presentes em práticas do cotidiano. Além disso, foi ressaltado que vivenciar atividades como essa possibilita compreender melhor o ponto de vista dos alunos.

> **P1**: *Realizar as atividades, eu acho que o legal é que isso se coloca no lugar de aluno, né? Porque muitas vezes nós, como professoras, a gente planejou aquilo, a gente espera, tem uma expectativa já sobre aquilo, e às vezes o aluno não vai pensar exatamente o que é a nossa expectativa, vai pensar diferente. Então, quando a gente vai realizar a atividade, que foi outra pessoa que planejou, aí a gente vê como que foge do nosso planejar, né? Então, eu acho que é interessante a gente realizar pra gente se colocar também no lugar de aluno.*

Diante dessa ponderação, foram ressaltadas algumas tensões que surgem quando as práticas rompem com a rotina a qual os alunos estão acostumados.

> **P1**: *E é por isso que a gente vê aqui o que é mais usado é o tradicional. Porque utilizar uma atividade desse tipo é você sair da sua zona de conforto, é você ter que lidar com essa insegurança, você ter que lidar com o improviso, às vezes, de ter que mediar uma situação que você não esperava.*
> [...]
> **P1**: *E, né, quando a gente vai na sala de aula, tem uma outra questão que é manter a ordem, manter o comportamento, dentre outras coisas. Eles se empolgam, né? É uma coisa diferente. Então, eles vão lá, espremer laranja, espremer laranja, mas, tá, e aí você fala, o que tem que fazer com isso, né? Aí você tem que ficar mediando, para eles dar o encaminhamento e ir tomando as decisões, é um processo diferente.*

Desse modo, segundo P1, inovar demanda flexibilidade para lidar com os imprevistos e para realizar a mediação durante a prática. Nessa direção, foi questionado aos professores como foi, para eles, planejar uma atividade de MM.

> **P1:** *Planejar, eu acho que são coisas que vão surgir muitas ideias, né? E até a gente conseguir estabelecer dentro de todas aquelas ideias qual é que realmente vai ser, é a parte mais difícil [...] Eu achei que foi tranquilo, considerando que estávamos com professores, mas acho que com os alunos provavelmente surgiriam outras dificuldades.*
> **P3**: *Ai gente, eu achei planejar mais difícil do que desenvolver. Considerando todas as variáveis que podem acontecer. A gente planeja, a gente precisa estar preparada para fazer isso, pode aparecer isso ou aquilo. E desenvolver, não. A gente vai seguindo um caminho.*
> [...]
>
> **P7**: *Ah, para mim eu sempre acho muito difícil, achar um tema sabe para trabalhar um conteúdo, tenho que trabalhar um pouquinho. Mas depois que é planejado, daí fica, eu acho, mais tranquilo, assim. Mas vem o trabalho árduo que é dos alunos lá na sala de aula. Mas depois eu gosto. Precisa prever o que pode acontecer, mas isso aí é nosso. Se você dominar os conteúdos, os conteúdos mesmo, não as possibilidades. Isso já está ótimo, porque você vê as possibilidades, você pode ir lá arrumar. É até bom para o professor, porque acontece muito que os alunos não aceitam errar e o professor ajuda.*

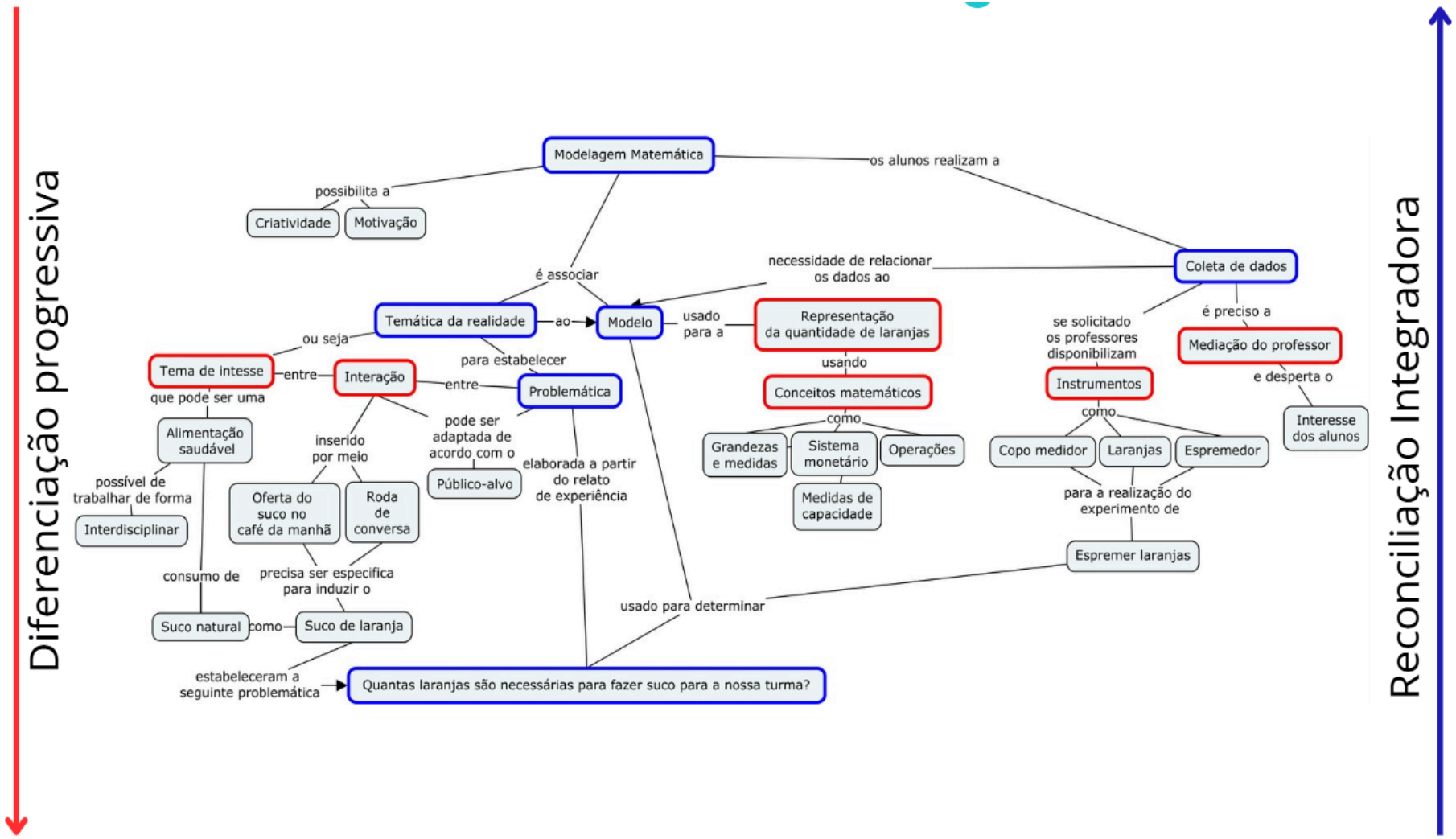
Dentre todas as discussões, os professores elencaram as possíveis contribuições da MM para o contexto escolar, apontando a motivação e o interesse dos alunos diante de temas relacionados à sua realidade, bem como o desenvolvimento de habilidades como a criatividade, a investigação e a compreensão do uso da Matemática em situações da vida dos alunos.

> **P1:** *Eu acho que uma das contribuições é trazer uma relação com a naturalidade. Um tema que seja do interesse dos alunos. Porque muitas vezes o que leva os alunos a talvez não gostarem de matemática é por ser algo mais abstrato. Se trazer a matemática relacionada com algo que eles gostam, por exemplo, futebol ou alguma coisa relacionada à alimentação, então, faz com que eles tenham mais interesse em*

> *desenvolver a atividade, porque eles se empolgam com tais contextos. Eu acho que é uma contribuição para eles se interessarem mais, sabe?*
> **P7**: *Acho que uma das contribuições é de tornar o aluno mais criativo também. Eu acho que essa oportunidade é da gente planejar, tirando o foco do ensino tradicional, que a gente não tem essa possibilidade de ser criativo. Então, planejar uma prática de modelagem matemática também exige muita criatividade da nossa parte. E quando a gente proporciona uma atividade dessa para esse aluno, a gente está possibilitando ele de levantar hipóteses, de ser trabalhado, ou seja, de ser criativo. Ele vai trabalhar com os próprios dados que ele ali com o seu grupo decidiram. Eu acho que é isso que traz a motivação para ser criativa. Também a questão de investigação, e do intuitivo será que isso vai dar certo. Eu acho que é isso.*
> **M5**: *Eu acho que também tem relação com a utilização do conceito matemático. Porque, por exemplo, trazer a consciência, igual o que envolve fazer o suco. Quais os conceitos matemáticos que estão sendo utilizados? Às vezes, as crianças fazem o suco natural em casa e nunca pensaram quanto de líquido tem uma laranja. Depois, nas próximas vezes que eles forem fazer o suco, eles vão pensar se em cada laranja tem aproximadamente uns 100 gramas. Então, se eu coloco cinco laranjas no saquinho, vai dar aproximadamente um quilo. Eu preciso fazer uma jarra de suco de um litro, então vou precisar de mais ou menos 15 laranjas*.
> **P1**: *E eu acho que também mostra que a gente tem aquela lógica de falar que a matemática é importante e a gente tem que estudar matemática porque a matemática está em tudo o que a gente faz. Que tudo está envolvido com a matemática. Mas de que forma? Porque a gente sabe que para desenvolver um celular, tem que ter um monte de conceitos, de questões matemáticas, a gente não para para pensar nisso. Então a modelagem para os alunos quebrar aquilo que eles falam assim: Ah, e por que eu vou usar isso na minha vida? Por que eu vou aprender a fazer uma conta de cabeça sendo que uma calculadora pode fazer para mim? Tá, mas para desenvolver uma calculadora, alguém teve que manejar e criar essa calculadora. Alguém teve que construir e tal. Então eu acho que devemos buscar mostrar o que tem por trás, o que tem de matemática por trás dessas variadas questões aí, né? Ao invés de só falar: Tudo tem matemática. É que aí você mostra o ponto, né?*

Com base no planejamento, no desenvolvimento e nas análises apresentadas pelos professores colaboradores, em relação à atividade de MM, foi possível elaborar o Mapa Conceitual (Figura 19), que busca sintetizar as ações dos professores, bem como suas compreensões sobre a MM e seu potencial para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais.

Figura 19 - Mapa conceitual da MM atividade 3 do suco de laranja



Fonte: Autoria própria

Neste Mapa Conceitual, torna-se evidente a diferenciação progressiva dos conceitos, tanto relacionados à MM quanto à Matemática envolvida na atividade, o que indica uma possível articulação entre esses significados denotativos e conotativos. Uma vez que a diferenciação progressiva também está relacionada à reconciliação integradora dos conceitos envolvidos no processo da MM, como, por exemplo, a questão a ser respondida dentro do tema considerado, o modelo a ser construído e a coleta de dados.

4.3.5 Evidências de articulações de significados durante o planejamento e desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática

Diferentemente do 1º e do 2º momento, no 3º momento os professores precisaram discutir e refletir, de maneira intencional, sobre as características da MM para o planejamento e o desenvolvimento da atividade. Para isso, mobilizaram todo o conhecimento construído até então, resultante das práticas desenvolvidas, da apresentação dos relatos de experiência e do estudo teórico sobre a MM. Desse modo, "[...] os significados iniciais são estabelecidos por signos ou símbolos de conceitos no processo de formação de conceito; uma nova aprendizagem significativa dará origem a significados adicionais aos signos ou símbolos e permitirá a obtenção de novas relações entre os conceitos anteriormente adquiridos" (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 39).

A partir das discussões advindas do planejamento e do desenvolvimento das três atividades, e considerando os conceitos mobilizados conforme os Mapas Conceituais elaborados pela pesquisadora (Figuras 12, 15 e 17), foram identificadas falas dos professores que revelavam indícios de articulação entre os significados denotativos e conotativos.

Nota-se que, de modo semelhante ao que ocorreu no 2º momento, no 3º momento os professores mobilizaram significados tanto referentes à MM quanto aos conceitos matemáticos, os quais estão sistematizados no Quadro 46 e no Quadro 47, respectivamente.

Quadro 46 - Indícios de articulações de significados no 3º momento com ênfase nas características da MM

Significado denotativo: Coleta de dados		
Transcrição das falas dos professores	**Significado conotativo**	**Articulação Evidenciada**
Foi elencado que a experiência de **montar os sanduíches naturais** faz com que os professores reflitam sobre os ingredientes necessários. "***Porque daí eles vão ter já olhado os ingredientes, ter montado os deles, aí eles iam pensar****: então preciso de frango, preciso de requeijão, preciso de tal coisa*" (P4).	A montagem dos sanduíches, realizada juntamente com os participantes, possibilita listar quais ingredientes são necessários e em quais quantidades.	O experimento permitiu que os professores entendessem o que é e como realizar a coleta de dados.
Durante o planejamento da atividade 2, surgiu a **sugestão de levar folders** de mercado para os professores pesquisarem os preços dos ingredientes. No entanto, ponderou-se que isso poderia **guiá-los a chegarem a respostas iguais.** "*É, **a gente tira um pouco da autonomia deles de procurar os dados***" (P5).	Levar materiais prontos para a coleta de dados, como folders de mercado, poderia influenciar na autonomia dos participantes, induzindo-os a utilizarem os dados disponibilizados.	Os professores reconhecem que a coleta de dados poderia ser realizada a partir de informações contidas em folders de mercado, no entanto, todos teriam acesso aos mesmos dados e isso poderia limitar a diversidade de estratégias.
Uma das possíveis adaptações elencadas pelo grupo que planejou a atividade 2 foi **incluir** no vídeo da nutricionista **a informação sobre a média de proteína ideal** para um sanduíche natural. Diante disso, P1 ressaltou*: Eu acho que daí já **iria especificar demais**. Porque daí, da forma como foi, **foi uma atividade mais fechada** mesmo, só que os grupos, **eles conseguiam refletir** e estabelecer: a gente vai colocar aproximadamente quantas gramas? Então, **eles ficaram um pouquinho mais à vontade.***	A informação da quantidade de proteína ideal para um sanduíche deixaria a atividade mais fechada e específica. Ao deixá-la em aberto, os grupos têm autonomia na coleta de dados para refletir e estabelecer essa quantidade.	Reconhece que a coleta de dados influencia as resoluções da atividade, deixá-la mais aberta permite que os alunos sigam diferentes caminhos.
Os professores sugeriram uma adaptação referente aos ingredientes, pois após a montagem dos sanduíches, os participantes **acabaram utilizando os mesmos itens da receita** apresentada pelo grupo, o que **influenciou diretamente nas resoluções. P1:** *Eu acho que uma coisa que eu faria diferente na atividade das meninas, eu **não teria colocado quais os ingredientes foram usados para o sanduíche.** Por que os dois grupos usaram a mesma receita.* **P7**: *Eu também. Eu não teria estabelecido também.*	Não disponibilizar uma receita, obrigaria que os grupos coletassem seus próprios dados, evitando a utilização da mesma receita nas resoluções.	
P7:** Sim, outra coisa, uma observação, né? Elas levaram os pães, levaram o patê, **a gente pesou, mas depois a gente não fez nenhuma ligação disso com atividade**, sabe? Eu acho que talvez, s**e tivesse mediado** para, tipo cada um do grupo pegar a quantidade de patê que fez e, por exemplo**, calcular a média da quantidade de frango que foi utilizada**, da quantidade de patê por sanduíche, aí talvez ficasse mais rico. Não precisava dar a quantidade de proteína, mas o grupo usaria uma estratégia para estabelecer essa quantidade. Talvez como tinha poucas pessoas por grupo, fosse mais difícil, né? Mas **em uma sala de aula** que tivesse, por exemplo, cinco ou mais alunos por grupo, para **fazer uma média seria bem	A coleta de dados deve ser explorada, articulando as informações coletadas com o desenvolvimento de diferentes estratégias adotadas, podendo ser mediada pelo professor.	A mediação do professor durante a coleta de dados possibilita que esses dados estejam articulados com as resoluções construídas.

interessante.		
Os professores refletiram sobre a aplicabilidade dessa atividade em sala de aula, discutindo as possíveis formas de encontrar e utilizar as receitas. ***P1****: Então, mas eu acho que talvez, por uma primeira vez, pode ser um norte, ou só se levássemos, sei lá,* ***cinco tipos de receitas, diferentes opções****, né?* ***P7:*** *Ou deixasse eles, tipo,* ***levassem eles para a informática,*** *para que precisassem e escolhessem a própria receita.* ***P1:*** *Mas eu digo, assim, que já tem uma base, sabe?* ***Não é algo tão imprevisível.*** *E daí, tendo a receita, a gente pega o ingrediente, a quantidade de cada ingrediente e o valor, e* ***já tem um caminho.***	Existem diferentes formas de realizar a coleta de dados, que podem ocorrer em sala de aula ou até mesmo no laboratório de informática.	Os professores reconhecem diferentes possibilidades para realizar a coleta de dados em sala de aula.
Os professores planejaram **levar os materiais necessários** para coletar os dados e deixá-los guardados, para que os participantes solicitem durante a resolução: *"A gente v****ai ter que instigar eles a pedir o espremedor***" (P10).	É preciso levar os materiais, como o espremedor de laranja, e instigar que os professores solicitem esse recurso para utilizar na coleta de dados.	Reconhecem a importância de escolher adequadamente os materiais que serão utilizados na coleta de dados, bem como a forma de disponibilizá-los.
A atividade da laranja foi selecionada e planejada pelos professores, pois "*Eu achei mais fácil envolver as crianças com esse tema*" (P7). Ao discutir sobre a possibilidade de trabalhar essa atividade em sala de aula, P7 afirmou que: [...] ***ela é instigante****, né? Ainda mais se você* ***leva algo de experimentação****, que foge do tradicional, que foge de livros, ou algo parecido.Você vai levar uma laranja, um espremedor e um copo medidor, que muitas vezes as crianças não têm nem noção de como que é um copo medidor. E daí,* ***a partir dessa aula, eles estarão trabalhando os diversos conceitos matemáticos, e vão também aprender a utilizar utensílios que são necessários no nosso cotidiano para diversas tarefas.***	Valorização da coleta de dados como algo que motiva os alunos, propicia a experimentação e foge do tradicional. Dessa forma, os alunos "estarão trabalhando os diversos conceitos matemáticos", assim como a utilização de utensílios "que são necessários no nosso cotidiano para diversas tarefas".	A coleta de dados é compreendida como um momento que desperta o interesse dos alunos, por meio da experimentação, e rompe com práticas tradicionais.
P1: *E, né, quando a gente vai na sala de aula, tem uma outra questão que é manter a ordem, manter o comportamento, dentre outras coisas.* ***Eles se empolgam****, né? É uma coisa diferente. Então, eles vão lá, espremer laranja, espremer laranja, mas, tá, e aí você fala, o que tem que fazer com isso, né?* ***Aí você tem que ficar mediando, para eles dar o encaminhamento e ir tomando as decisões, é um processo diferente.***	Durante a coleta dos dados, os alunos se envolvem por ser algo diferente, o professor precisa mediar para os alunos darem "encaminhamento e ir tomando as decisões".	Reconhece a importância da mediação do professor durante a coleta de dados.
Significado denotativo: Inteiração		
P7: *No CMEI, veio na ideia, tipo assim,* ***um dia que ofertar suco de laranja, questionar para as crianças, imagina quantas laranjas elas não usaram para fazer suco para todo mundo.*** *A partir disso, ia dar um convite para esse tema na Educação Infantil. No Ensino Fundamental também, que tem as crianças no Ensino Integral, que também é oferecido o suco de laranja. Mas vamos dizer, assim, numa escola que não tem essa oferta, eu acho que talvez* ***poderíamos levar o suco****, algo do tipo, ou se estivesse estudando alguma coisa específica sobre a fruta.*	Possibilidade de ofertar o suco de laranja para propiciar a interiação das crianças com o tema da atividade, mediante o contexto da turma e a etapa de ensino.	Reconhece que a inteiração pode variar mediante o público-alvo que vai contemplar, neste caso, as crianças da Educação Infantil ou do Ensino Fundamental.

P3 e P7 ressaltaram o desafio de elaborar as perguntas iniciais, para apresentar aos professores a problemática. De modo que a fazer as "perguntas certas", buscando "[...] ***não forçar a barra***. *De não forçar aquilo, de deixar uma coisa mais natural* (P7)". Nessa direção, P3 acrescentou: "*Eu acho que para mim foi essa parte do convite também.* ***O que falar pra continuar sendo Modelagem e não ser direcionado***" (P3).	O convite à atividade pode ser realizado por meio de "perguntas certas", formuladas para deixar mais natural, tomando cuidado para que a proposta continue sendo MM e não se torne algo	Os professores reconhecem a importância e o cuidado na mediação, durante a inteiração, de modo que orientem, mas que preserve a autonomia dos alunos.

	direcionado.	
P1: *Eu também reparei agora que achei legal que* ***cada grupo utilizou de uma estratégia****, igual as meninas levaram o suco lá* ***para introduzir****, as outras levaram o vídeo da nutricionista, e a gente levou, além da roda de conversa que todas levaram, o Mentimeter. Então, a gente vê que* ***tem várias possibilidades****, alguém comentou também, que tem como usar notícia, enfim, várias possibilidades de trazer o tema. É bem legal isso também.*	Cada grupo utilizou uma estratégia para introduzir o tema, como levar o suco, apresentar um vídeo, promover uma roda de conversa ou utilizar o *Mentimenter,* os professores reconheceram que há várias possibilidades para contextualizar.	Percepção de que há várias formas de contextualizar e inteirar do tema de acordo com a vivência e o interesse dos alunos.
Significado denotativo: Tema		
P6: *Eu pensei em partir da ideia das meninas no grupo, aquela questão da ceia de Natal. Eu gostei bastante, porque é um assunto que, mesmo não sendo necessariamente a ceia, o* ***Natal em si é uma coisa que as crianças falam muito****.*	O tema está relacionado a uma atividade ou comemoração pertinente à época, que seja fácil de introduzir, que faça parte da vivência dos alunos e desperte sua atenção e interesse.	O tema deve estar relacionado a uma festividade condizente com a época que os alunos estão vivendo.
P3: *Nós achamos uma atividade bem pertinente com a época em que nós estamos, já que era sobre as refeições de fim de ano. E aí foi* ***o motivo que nós escolhemos essa atividade.*** *E nós achamos que seria uma atividade que* ***chamaria bastante a atenção dos alunos.***		
P1: *[...] Depois, foi difícil pensar na temática, ficamos bastante tempo para conseguir estabelecer o tema. Pensando que* ***estava perto do final de ano,*** *a gente pensou:* ***é um tema atual, é um tema que tem a ver com a época e não vai ser difícil introduzir esse tema,*** *não seria difícil introduzir para fazer o convite à resolução. Então, foi mais ou menos isso.*		
P8: *Achamos a atividade interessante e que instiga também os* ***alunos a querer saber mais sobre o assunto****, né? Escolhemos essa atividade por ser um* ***tema fácil de envolvimento a partir de um café da manhã****. Todo mundo geralmente toma café da manhã, ainda mais nesse curso que a gente sempre tem o café da manhã. Então escolhemos o suco por ser um* ***tema fácil de estar trabalhando.***	A escolha do tema partiu do café da manhã, por ser uma vivência comum a todos no curso, sendo fácil de ser trabalhado e de favorecer o envolvimento dos professores.	A escolha do tema deve partir de um assunto que faça parte da vivência de todos, para que possam contribuir com ideias e participar das discussões.
P10: *E o* ***suco de laranja também é uma bebida que eles gostam****, né? Geralmente, no CMEI* ***é oferecido de vez em quando****. E acho que seria legal trabalhar com eles essa questão.*	O tema é compreendido como uma situação prática da vivência cotidiana, como algo de que eles gostam e que faz parte do contexto escolar.	
P1: *Eu acho que uma das contribuições é trazer uma relação com a naturalidade.* ***Um tema que seja do interesse dos alunos.*** *Porque muitas vezes o que leva os alunos a talvez não gostarem de matemática é por ser algo mais abstrato. Se* ***trazer a matemática relacionada com algo que eles gostam****, por exemplo, futebol ou alguma coisa relacionada à alimentação, então, faz com que* ***eles tenham mais interesse em desenvolver a atividade, porque eles se empolgam***	Relacionar a Matemática com um tema de que os alunos gostam, por exemplo, futebol e alimentação, favorece que os alunos tenham mais interesse em desenvolver a atividade.	Reconhece que a MM, ao relacionar a Matemática a temas de que os alunos gostam, contribui para diminuir a sensação de abstração e aumentar o envolvimento deles com a atividade.

com tais contextos. *Eu acho que é uma contribuição para eles se interessarem mais, sabe?*		
Significado denotativo: Problemática		
Ao considerar a pluralidade de realidade e de contexto social vivenciado em sala de aula, elaboraram uma pergunta mais abrangente. **P6:** "*Porque, às vezes, tem criança que nem faz ceia, não tem nem família. Na minha sala, por exemplo, tem duas ou três crianças cujo pai ou a mãe estão presos.* ***Então, nem tem comemoração de fim de ano. Mas, assim, melhor pensar na festa num total,*** *né*?"	Considera que para atender a diversidade social e familiar das crianças a problemática poderia ser mais abrangente considerando a "*festa num total*", pois "*tem criança que nem faz ceia, não tem nem família".*	A escolha da problemática deve favorecer que todos possam se reconhecer na situação a ser modelada.
P1: *Bem, a gente acha que dá para desenvolver essa atividade na sala de aula, porém com algumas adaptações. O que a gente pensa de adaptar? Como ficou uma* ***pergunta muito abrangente****, "as refeições de final de ano",* ***o que seria interessante era especificar melhor.*** *Por exemplo, uma refeição, a ceia de Natal, que é a mais tradicional, né? Então,* ***deixar isso mais específico.*** *A gente colocou que os conceitos matemáticos que poderiam ser trabalhados são as operações básicas, gráficos, tabelas, sistema monetário, porcentagem, noções de estatística e noções de proporção.*	A problemática necessita ser mais específica quando se trata de uma atividade de MM voltada para os Anos Iniciais.	Reconhece que o repertório do professor é mais amplo do que o dos alunos, desse modo, seria necessário adaptar a atividade de MM, deixando a problemática mais específica e mais próxima do conhecimento prévio dos alunos dos Anos Iniciais.
P1: *No dia em que a gente se reuniu para planejar, P6 sugeriu* ***uma pergunta muito específica, que não ia ser Modelagem,*** *sabe? Que ia ser, talvez, uma Resolução de Problemas, até encaixaria, né? Mas a Modelagem, não.* ***Porque a modelagem, você tem que coletar os dados, você tem que ir atrás dos dados.*** *Ele queria, tipo, dar os dados prontos, pra gente pegar os dados e resolver. Provavelmente chegaria em resultados iguais. Então, teve essa questão, de* ***escolher uma pergunta mais abrangente*** *mesmo, para cada um criar a sua lista de alimentos, pesquisar, colocar os valores que achava pertinentes e as quantidades.* ***P3:*** *Vocês querem colocar uma outra pergunta? No sentido, igual vocês tinham comentado: quantos por cento a gente gasta com bebida? Quantos por cento com frutas, com sobremesa?* ***P1:*** *Eu acho que isso dá para ser induzido, conforme a gente for passando nos grupos, durante as resoluções. Porque, eu acho,* ***que se colocar uma pergunta assim, vai ficar muito fechado.***	A problemática não pode ser muito específica (muito fechada), pois na MM os alunos precisam coletar os dados, pesquisar e considerar os valores pertinentes.	A escolha da problemática deve favorecer a investigação e a organização dos dados, preservando a autonomia dos alunos.
P6 sugeriu a seguinte problemática*: utilizando o gráfico de pizza, que represente os gastos das festas? Já indicar, por exemplo, na pergunta, ao invés de só provocar. Já indicar e induzir a resposta. Assim, a gente direciona para o gráfico.* Diante disso, P1 respondeu: ***Mas aí acho que não seria Modelagem Matemática. Porque, na Modelagem Matemática, cada um pode criar o seu próprio modelo. Se colocarmos a pergunta assim, estaremos impondo um modelo, o gráfico,*** *entende?[...] Eu acho que poderíamos induzir à representar sem colocar no*	A problemática não deve direcionar a um único caminho de resolução, pois na MM "cada um pode criar o seu próprio modelo". Apontaram que se colocassem a problemática da forma como havia sido sugerida, eles estariam "impondo um modelo".	A problemática da atividade de MM não deve definir previamente o caminho a ser seguido, mas abrir as possibilidades, preservando a autonomia dos alunos para construir seus próprios modelos.

*enunciado do problema [...]. Eu acho que **poderíamos**, por exemplo, pra não ir direto assim, **ir perguntando**: vocês acham que ficou caro? Mas por que será? O que está deixando caro? Será que é mais a carne? Será que é mais a bebida? No que a gente está gastando mais? A partir daí, sugerir: e se a gente tentasse descobrir qual a fração, qual a porcentagem de cada item que está influenciando nesse total, sabe?*		
Significado denotativo: Modelagem Matemática		
***P1:** Então, eu comentei lá que, dentre as três atividades, eu acho que se eu, por exemplo, nunca tivesse desenvolvido uma atividade de modelagem na minha vida, essa seria a que eu escolheria para desenvolver (Sanduíche Natural). Porque, **além de ter sido bem interessante a forma de entrar no tema, ela estava um pouco mais específica. Não era tão abrangente,** igual as outras duas. Trazia especificamente o sanduíche. Então, já tinha também uma receita que poderia ser utilizada ou adaptada, já tinha itens mais definidos. Então, eu acho que daria para fazer em sala de aula. E, das três, é a que daria para fazer **mais fácil para uma primeira experiência**. [...] **o professor vai ganhando mais confiança**.*	Para uma primeira experiência com a MM, escolheria uma questão mais fechada, como por exemplo, a do Sanduíche, que possuía uma receita para ser utilizada.	Escolha de uma atividade com uma questão fechada[35] para uma primeira experiência, pois, a partir disso, o professor vai ganhando mais confiança para desenvolvê-las.
***P1: Eu acho que é associar uma temática da realidade a um modelo.** E é um modelo, tipo assim, trazer a matemática, **trazer conceitos matemáticos dentro de uma realidade, de um tema do interesse dos alunos.** Fazer uma matematização, vamos dizer assim, de uma temática qualquer do interesse do aluno. Mas isso é muito abstrato, eu acho.*	Modelagem Matemática como a associação de uma temática da realidade e do interesse do aluno com um modelo, realizando uma matematização dessa temática.	A MM possibilita ensinar os conceitos matemáticos propostos a partir de um tema de interesse dos alunos.
***P1:** Eu fiz um curso de Modelagem Matemática antes desse, [...] que eu considero realmente o primeiro contato mesmo, porque foram vários encontros. Que eles trabalharam várias atividades com a gente, depois elaboramos uma atividade e a implementamos em um turma, em um Colégio Estadual. Eu achei muito legal, foi uma experiência desafiadora, porque, por exemplo, eu trabalho com resolução de problemas e eu acho que a resolução de problemas é mais pé no chão, bem mais pé no chão, porque você dá os dados pro aluno, e o foco são as estratégias que eles vão desenvolver a partir daqueles dados. **A modelagem não, a gente deixa em aberto para os alunos coletam esses dados, então existe aquela insegurança, de fugir muito e não saber conduzir depois**. Então essa foi a primeira impressão que eu tive, porque desenvolvi poucas atividades. Mas igual a M1 falou, com o tempo a gente vai perdendo um pouco desse medo. Pretendo agora começar a trabalhar mais com a Modelagem. Mas, ainda tenho um pouco de receio, **para a gente trabalhar com a modelagem a gente precisa de um planejamento assim bem delineado**, igual fizemos aqui, **bem sustentado.** E, a gente sabe que em nossa realidade em sala de aula, nem sempre é possível, pois é a correria de cumprir o currículo. Então, às vezes,*	Na MM, é necessário deixar em aberto para que os alunos coletem os seus próprios dados, enquanto os professores vão direcionando, e isso gera uma insegurança de "fugir muito e não saber conduzir depois". Com o tempo, o professor vai perdendo o medo e o planejamento bem elaborado pode auxiliar nesse processo.	Com base em suas experiências e na realidade escolar focada em cumprir um currículo, reconhece a possibilidade de trabalhar com a MM em sala de aula. Com um bom planejamento, as inseguranças e o medo do professor em desenvolver atividades de MM vão sendo superados.

[35] De acordo com Sant'Ana e Sant'Ana (2009), a questão fechada são aquelas cujos dados fornecidos são suficientes para a obtenção de resposta única com uma estratégia vinculada à sua formulação.

repensar talvez nesse currículo que a qualidade é melhor do que a quantidade de conteúdo. Mas fazer isso, uma vez ou outra, uma atividade assim, acho que é bem interessante.		
P1: *Realizar as atividades, eu acho que o legal é que isso se coloca no lugar de aluno, né? Porque muitas vezes nós, como professoras, a gente planejou aquilo, a gente espera, tem uma expectativa já sobre aquilo, e às vezes o aluno não vai pensar exatamente o que é a nossa expectativa,* ***vai pensar diferente****. Então, quando a gente vai realizar a atividade, que foi outra pessoa que planejou, aí a gente vê como que foge do nosso planejar, né? Então,* ***eu acho que é interessante a gente realizar pra gente se colocar também no lugar de aluno.***	Ao realizar as atividades de MM o professor se coloca no lugar do aluno, pois "*o aluno não vai pensar exatamente o que é a nossa expectativa, vai pensar diferente*" do planejado.	Reconhece a importância do planejamento e desenvolvimento de atividades de MM para que o professor se coloque no lugar dos alunos, pois eles podem pensar diferente do previsto mediante aos conhecimentos prévios que possui.
P7: *Acho que uma das contribuições é de* ***tornar o aluno mais criativo*** *também. Eu acho que essa oportunidade é da gente planejar, tirando o foco do ensino tradicional, que a gente não tem essa possibilidade de ser criativo. Então, planejar uma prática de modelagem matemática também exige muita criatividade da nossa parte. E quando a gente proporciona uma atividade dessa para esse aluno,* ***a gente está possibilitando a ele levantar hipóteses,*** *de ser trabalhado, ou seja,* ***de ser criativo.*** *Ele vai trabalhar com os próprios dados que ele ali com o seu grupo decidiu. Eu acho que é isso que* ***traz a motivação para ser criativa. Também a questão de investigação, e do intuitivo*** *será que isso vai dar certo. Eu acho que é isso.*	A MM pode contribuir para a criatividade do aluno e exige criatividade do professor para planejá-la. Ao levar e MM para a sala de aula, possibilita que os alunos levantem as suas hipóteses, permitindo que trabalhem com seus próprios dados mediante as decisões do grupo, o que estimula a motivação para serem criativos e investigativos.	A MM é uma proposta que tira o foco do ensino tradicional e possibilita a motivação e a criatividade[36] dos alunos.
P10: Às vezes envolve outra matéria. *Porque às vezes vem no planejamento da SEDUC, tipo assim, trabalhar os alimentos, a alimentação saudável. Daí dá para* ***incluir a atividade para que eles vejam como o suco é feito,*** *quais são os processos, e aí já consegue* ***aplicar os conceitos matemáticos.***	A MM pode envolver outra componente curricular, tornando-se possível aproveitar o tema, por exemplo, "*alimentação saudável*", e trabalhar os conceitos matemáticos.	Possibilidade de conciliar diferentes componentes curriculares de maneira interdisciplinar e trabalhar os conceitos matemáticos.
P1: *E eu acho que também mostra que a gente tem aquela lógica de falar que a* ***matemática é importante*** *e a gente tem que estudar matemática porque a* ***matemática está em tudo*** *o que a gente faz. Que tudo está envolvido com a matemática. Mas de que forma? Porque a gente sabe que para desenvolver um celular, tem que ter um monte de conceitos, de questões matemáticas, a gente não para pra pensar nisso.* ***Então a modelagem para os alunos quebrar aquilo que eles falam assim: Ah, e por que eu vou usar isso na minha vida?*** *Por que eu vou aprender a fazer uma conta de cabeça sendo que uma calculadora pode fazer para mim? Tá, mas para desenvolver uma calculadora, alguém teve que manejar e criar essa calculadora. Alguém teve que construir e tal. Então eu acho que devemos buscar mostrar o que tem por trás,*	A MM rompe com os questionamentos dos alunos do tipo: Ah, e por que eu vou usar isso na minha vida? Possibilitando mostrar a aplicabilidade dos conceitos matemáticos, em vez de afirmar que tudo envolve a matemática.	MM como uma estratégia que possibilita aos alunos perceber a aplicabilidade da Matemática em situações contextualizadas e da sua vivência.

[36] Essa articulação dialoga com Palma (2019) ao investigar as manifestações da criatividade em MM nos Anos Iniciais, constatou "[...] que a Modelagem Matemática possui características que possibilitam o engajamento do indivíduo como um aluno criativo (Palma, 2019, p. 106).

o que tem de matemática por trás dessas variadas questões aí, né? Ao invés de só falar: Tudo tem matemática. É que aí você mostra o ponto, né?		
***P1:** Então, colocamos que, por exemplo, **as operações não seriam um auxílio na aprendizagem em si**, porque elas são utilizadas, mas vamos supor, os alunos **já teriam que ter esse domínio**. Eu acho que talvez as operações seriam mais **uma revisão. A aprendizagem seria mais do conceito de tabela e de gráfico,** para trabalhar esses conceitos mais especificamente.*	Os alunos do 5º ano já possuem as operações como subsunçores, de modo que a atividade serviria para revisá-las, e ao mesmo tempo, auxiliar na aprendizagem dos conceitos de tabela e gráfico.	Com base em sua experiência docente, durante o planejamento da atividade de MM, elenca quais os subsunçores dos alunos e quais novos conhecimentos poderiam ser trabalhados.
Significado denotativo: Modelo Matemático		
*P1: [...] Essa é uma ideia que penso ser possível trabalhar a partir do terceiro ano, no terceiro, quarto ou quinto. Se fosse com o quinto ano, daria até para trabalhar com porcentagem ou frações. E é **um tema que possibilita a Modelagem Matemática porque podem ser criados vários modelos, e representação desses dados, permite a criação de tabelas, gráficos ou até desenhos.***	A MM exige um tema que permita a criação de vários tipos de representação dos dados, como gráficos, tabelas, quadros, infogramas e até desenhos como modelo matemático.	Reconhece os gráficos estatísticos (de barras e setores), infogramas, tabelas e quadros como modelos matemáticos que representam a situação.
***P1:** Eu, particularmente, acho difícil trabalhar com Modelagem Matemática, porque **achar um modelo é complicado**, ainda mais nos Anos Iniciais. Tendo uma visão mais voltada para a matemática, como tendo essa formação na área da matemática, pensei que a **estatística seria fácil, entre aspas, de estabelecer modelos, porque na estatística, há variadas formas de representar dados: gráficos, variados tipos de gráficos, gráfico de barras, gráfico de setores, infogramas, tabelas e quadros.** Então, penso que um dos conceitos que são mais fáceis de planejar uma aula com Modelagem Matemática é com a estatística. Sugeri isso no grupo, e eles concordaram.*		
P1:** Então, **os conceitos matemáticos são aqueles que já citados: as operações, tabela, gráfico, unidade de medida, etc. O conceito extramatemático seria a questão cultural.** Tanto que lá no início, quando a gente falou, começou a introduzir o tema, teve gente que falou, "ah, na minha família no Natal mata um porco e faz a ceia desse jeito". "Ah, na minha família é churrasco". "Ah, mas meu filho mora lá nos Estados Unidos, lá eles fazem o chester". Então, **o conceito extramatemático seria essas questões culturais.	Identificação dos conceitos matemáticos e extramatemáticos mobilizados, advindos do contexto social, que serviram como base para a elaboração do modelo matemático.	Integração dos conceitos matemáticos e extramatemáticos é essencial para a elaboração dos modelos matemáticos.
***P1:** Então foi uma experiência bem legal de fazer [...]. Eu já conhecia a atividade e eu achei muito legal pensar nela voltada para os Anos Iniciais, trabalhar com essa **ideia mais intuitiva**. Porque eu realizei essa atividade ano passado com a minha turma de 2º ano do Ensino Médio, na disciplina de Matemática 2, que é de empreendedorismo. E eu já tinha ouvido falar dessa atividade [...]. E aí adaptei ela para o empreendedorismo. Então, o meu contexto foi: se você tivesse uma lanchonete, e na sua lanchonete você vendesse suco de laranja, quanto você cobraria? Qual seria o custo? Qual seria o lucro? Porque a gente*	Uma mesma atividade de MM pode admitir diferentes modelos matemáticos, dependendo do nível de ensino em que está sendo desenvolvida.	Ao articular sua experiência anterior com a atividade de MM proposta para os Anos Iniciais, o professor reconhece que os modelos matemáticos podem ser adaptados para diferentes etapas de ensino, conforme as especificidades da turma.

estava usando esses conceitos, de custo, lucro, valor bruto, valor líquido. E aí apareceram vários conceitos, e agora pensar de maneira mais intuitiva, voltada aos Anos Iniciais, foi uma experiência bem bacana. Porque a gente fez aquilo que a M1 falou. A gente fez quatro copinhos de suco, depois catamos o copo de 500 ml e jogamos o suco dos quatro copinhos dentro dele e vimos que faltou um pouquinho. Daí falamos assim, mas uma laranja já daria para completar, então cinco laranjas serão suficientes e, acabamos não espremendo a quinta laranja. Usamos essa ideia intuitiva de que o espacinho que faltou ali, uma laranja seria suficiente para completar. ***Então foi bem bacana, eu acho que é uma atividade que dá para adaptar para diferentes níveis de ensino.*** *Eu acho que daria para fazer igual as meninas falaram, até para fazer na Educação Infantil, com essa ideia do copinho e da quantidade. Talvez não trabalhar tanto as unidades de medida tão específicas, ml, gramas, essas coisas. Mas com o Ensino Fundamental já dá para trabalhar, com ml, gramas, enfim. E foi uma experiência bem legal.*		
P1: *Elencamos que os professores utilizaram diferentes estratégias: de lista para registrar os alimentos, valores e quantidades; utilizaram as quatro operações; a estratégia de elaborar tabela; o uso da regra de três para estabelecer porcentagem; e gráfico.* ***O raciocínio empregado pelos professores nas resoluções seria mais ou menos semelhante, mas não seria exatamente igual ao que fariam os alunos.*** *Porque os* ***alunos pensariam de uma maneira mais básica****. Por exemplo, as professoras, que eu acredito que a maioria cozinham, colocaram detalhadamente cebolinha, salsinha, óleo, tempero, entre outros. Acreditamos que as crianças dos Anos Iniciais, a gente estabeleceu que poderia ser trabalhado no quinto ano, talvez* ***não pensasse nessas especificações dos alimentos****. Eles colocaram arroz, eles não pensariam que para fazer um arroz precisa de alho, precisa de óleo, né? Não sei se eles saberiam, por exemplo, os ingredientes que vão na maionese.*	Os modelos matemáticos elaborados pelos alunos dos Anos Iniciais possivelmente não serão tão específicos e detalhados quanto os dos professores.	
P1: Eu só achei que, por exemplo, as meninas que fizeram a tabela, pensando que elas poderiam calcular a porcentagem de quanto gasta com cada item, ***poderiam induzir os alunos a acrescentar uma coluna com as porcentagens*** *[...].* ***Daria para fazer também, em vez do gráfico de setores, o gráfico de barras, a gente fez antes,*** *no planejamento. Ficou parecido com o de vocês, mas com esse gráfico de barras.*	Com base no desenvolvimento do grupo 1, apontou-se a possibilidade de induzir os alunos a construírem informações adicionais que complementassem os dados já apresentados, como, por exemplo, as portcentagens desses dados em relação ao total.	Os professores reconhecem que os modelos matemáticos a são múltiplos e se moldam, podendo assumir diferentes formas durante o processo ou ser aperfeiçoados mediante os encaminhamentos e direcionamentos do professor.
P1: [...] *E outra coisa que eu lembrei agora, que até a P2 comentou, que* ***a gente imaginou que pudesse surgir um gráfico de barras, e não um gráfico de setores.*** *E aí, pensamos: vai ser difícil fazer a transição, porque os alunos podem fazer a lista, somar*	Fizeram uma previsão dos modelos matemáticos que poderiam surgir e planejaram os encaminhamentos e os	Embora os professores antecipem as possibilidades de modelos matemáticos no planejamento da

os itens e parar em, por exemplo, "gastamos R$900,00, deu R$85,00 por pessoa", pronto. E daí, como induziríamos eles a pensar em uma representação visual? Aí pensamos em levar a cartolina e dizer: "se vocês fossem apresentar isso pra família de vocês, pra cada um dar ali o valor da vaquinha, como que vocês apresentariam?". Assim, eles teriam uma ideia de como o dinheiro está sendo utilizado. Só que, além de fazer esse gancho com a cartolina, pensamos assim, vamos levar lá o Mentimeter, pedindo para votarem nas comidas preferidas de fim de ano, gerando o gráfico. Porque daí eles vão olhar o gráfico, só que o nosso gráfico lá do Mentimeter era um gráfico de barras vertical, e ninguém fez o gráfico de barra, um grupo fez de setores e o outro grupo, tabela. Então, não foi uma frustração, mas foi algo que a gente meio que planejou e não deu muito certo, que ***foi uma surpresa, porque ninguém pensou nisso****.* ***A gente utilizou esse recurso tanto para introduzir o tema como para induzir um pouco, a pensar na representação gráfica ali, com o gráfico, mas acabou indo para outros caminhos.*** *E isso é realmente o que acontece em sala de aula, quando a gente vai desenvolver,* ***a gente pensa de um jeito e os alunos vão por outros caminhos****.*	recursos necessários para isso, de modo a contemplar o componente curricular que pretendiam trabalhar, a saber, a organização de dados. Porém, "quando a gente vai desenvolver, a gente pensa de um jeito e os alunos vão por outros caminhos", pois os alunos elaboram outros modelos matemáticos diferentes dos previstos no planejamento.	atividade, devido à natureza investigativa da MM, os alunos podem desenvolver modelos distintos.

Fonte: Autoria própria.

O Quadro 46 evidencia compreensões sobre a MM, construídas ao longo do espaço formativo, que influenciaram conscientemente o planejamento e o desenvolvimento das atividades deste 3º momento. Além disso, é possível identificar que, no 2º momento, as articulações que emergiram sobre a MM estavam relacionadas ao Modelo Matemático, à coleta de dados, ao tema e à previsão a partir de modelos. Já no 3º momento, esses conhecimentos se aprimoraram e ainda emergiram outras articulações sobre Modelo Matemático, coleta de dados, tema, Modelagem Matemática, iteração e problemática.

O Quadro 47 apresenta as articulações entre significados denotativos e conotativos de conceitos matemáticos que foram utilizados ou considerados nas atividades..

Quadro 47 - Indícios de articulações de significados no 3º momento com ênfase nos conceitos matemáticos

Significado denotativo: Média aritmética		
Transcrição das falas dos professores	**Significado conotativo**	**Articulação Evidenciada**
P7*: Elas levaram os pães, levaram o patê, a gente pesou, mas depois a gente não fez nenhuma ligação disso com atividade, sabe? Eu acho que talvez, se tivesse mediado para, tipo cada um do grupo pegar a quantidade de patê que fez e, por exemplo,* ***calcular a média da quantidade de frango que foi utilizada****, da quantidade de patê por sanduíche, aí talvez ficasse mais rico. Não precisava dar a quantidade de proteína, mas o grupo usaria uma estratégia para estabelecer essa quantidade. Talvez como tinha poucas pessoas por grupo, fosse mais difícil, né? Mas em uma sala de aula que tivesse, por exemplo, cinco ou mais alunos por grupo, para* ***fazer uma média*** *seria bem interessante.*	A média aritmética como uma forma de calcular a quantidade de proteína utilizada por sanduíche, usando os dados dos alunos do grupo.	Reconhece o potencial de articular as informações coletadas, mediando para que os grupos usassem uma média da quantidade de frango utilizada.
P7: *É, eu acho que assim, na Educação Infantil talvez não ia surgir essa questão da* ***média.*** *Mas talvez* ***algo aproximado, tipo aproximação.*** *Ou tipo, aí, geralmente eles falam assim, professora, acho que* ***mais ou menos*** *isso aqui. Aí quando eles falam isso,* ***tá implícita ali a ideia de aproximação do intuitivo deles****.*	Na Educação Infantil surgiria a aproximação, uma noção intuitiva do "mais ou menos", que é fundamental para conceitos que aprenderão no futuro, como a média aritmética.	Possibilidade de usar a atividade em diferentes níveis de ensino, considerando que a mobilização do conceito de média na Educação Infantil surgiria de forma intuitiva.
Significado denotativo: Proporção		
P1*: Eu acho que, se eu tivesse aplicado essa atividade em sala, talvez não sairia como planejado. Vamos supor que os alunos tivessem feito a porcentagem de forma intuitiva, talvez não no quinto ano, não sei se no quinto ano fariam, mas talvez se fosse no sexto, no sétimo, fizessem essa porcentagem e montasse aquele gráfico, mesmo que eu não fosse introduzir o* ***conteúdo de proporção****, eu introduziria, naquele momento. Porque seria uma oportunidade ótima, excelente. Porque depois as meninas falaram: "ah, mas o valor da cerveja e da carne, juntando, dá 70%, mais ou menos, do valor total". Só que, olhando no gráfico delas, se juntasse as duas partes, dava metade do círculo,* ***não estava proporcional****. Então, o que eu faria em sala de aula? Eu falaria assim, vamos refazer?* ***Levaria o transferidor e faríamos o gráfico. Daria para recortar as partes e colocar em cima do gráfico que os alunos fizeram, para ver a diferença dessa proporção.*** *Enfim, acho que seria uma oportunidade bem legal de trabalhar com fração, com proporção, com ângulo, com muitos conceitos que, talvez, não sejam somente para os Anos Iniciais, mas em outros*	Potencial de utilizar essa atividade para explorar o conceito de proporção, relacionando a ideia de metade com 50% e estabelecendo comparações, como "a metade de 100 é 50", que possibilita reconciliar equívocos, como os 70% representados incorretamente como a metade do gráfico. É possível utilizar materiais concretos para reconstruir o gráfico, que favorece a percepção das diferenças de proporção.	Reconhece que os erros podem se tornar ponto de partida para retomar, refazer e comparar os resultados encontrados na atividade de MM para trabalhar o conceito de proporção. Isso poderia ser feito em diferentes etapas de ensino.

níveis também. Então, é uma atividade que dá para adaptar, para levar para outros níveis. Eu achei bem legal ter surgido essa resolução. Porque, ***nos Anos Iniciais, daria para trabalhar a questão de proporção, de metade: o que é metade?*** *Ah, metade é os 50%, metade, né, enfim,* ***ir comparando, a metade de 100 é 50. Ah, mas se é 70, então, isso aqui não é a metade.*** *Acho que daria para enriquecer bastante com esse tipo de resolução. A gente não sabe o que surgiria em sala de aula, mas, se algum dia alguém fizer, compartilhe com a gente.*		
Significado denotativo: Números Racionais		
P1: *Então, a gente acha que eles seriam mais básicos nesses alimentos do cardápio e que eles também* ***utilizariam valores mais arredondados,*** *porque as professoras colocaram, por exemplo,* ***7,2 kg de carne****. Então, teria que trabalhar com* ***números quebrados, números racionais, números decimais****, que talvez eles não saberiam operar tão bem ainda com divisão e multiplicação desses números. Então,* ***eles utilizariam números arredondados*** *e também achamos que eles não chegariam a pensar na porcentagem que um dos grupos pensou.*	Afirmam que os alunos resolveriam a atividade de uma forma mais básica, "utilizariam valores mais arredondados", do que os professores devido ao repertório matemático ainda em desenvolvimento, uma vez que os professores mobilizaram conceitos mais complexos como números racionais e a porcentagem.	Evidencia a complexidade de operar com os números racionais nos Anos Iniciais, o que levaria os alunos à escolha do arredondamento como estratégia.

Fonte: Autoria própria.

Conforme os Mapas Conceituais das Figuras 6, 7 e 8 (1º momento), da Figura 10 (2º momento) e das Figuras 13, 16 e 18 (3º momento), no Quadro 48 apresentam-se os conceitos mobilizados nas estratégias matemáticas utilizadas pelos professores para desenvolver as atividades propostas ao longo do espaço formativo.

Quadro 48 - Conceitos mobilizados pelos professores ao desenvolver as atividades de MM nos 3 momentos e os respectivos Mapas Conceituais

1º Momento	2º Momento	3º Momento
Operações (multiplicação e subtração)/figura 6	Quatro operações/Figura 10	Quatro operações/Figuras 13, 16, 18
Medidas de tempo (dia, hora e minuto)/figura 6	Proporção/Figura 10	Proporção/Figuras 13, 16, 18
Conversão de medidas/figura 6	Medidas de capacidade (Volume)/Figura 10	Medidas de massa (g, kg)/Figuras 13, 16, 18
Números Racionais/figura 6	Medidas de Massa (g, kg)/Figura 10	Medidas de capacidade (l, ml)/Figuras 13 e 18
Proporção/Figuras 6, 7 e 8	Estimativa/Figura 10	Sistema monetário/Figura 13, 16, 18
Estimativa /Figuras 6, 7 e 8		Gráficos e tabelas/Figura 13
Operações (divisão e multiplicação)/Figura 6 e 7		Porcentagem/Figura 13, 16
Medidas de comprimento/Figura 6 e 7		Números Racionais/Figura 13, 16, 18
Números Naturais/Figura 6 e 7		Média Aritmética/Figura 18

Fonte: Autoria própria.

Diante de todos esses conceitos, o Quadro 49, por sua vez, explicita os conceitos identificados nas articulações dos significados, ou seja, aqueles que emergiram quando os professores refletiram sobre como as atividades de MM poderiam ser exploradas em sala de aula.

Quadro 49 - Síntese dos conceitos matemáticos identificados nas articulações

1º Momento	2º Momento	3º Momento
Multiplicação	Equação	Média aritmética
Números	Medidas de Massa	Proporção
Medidas de tempo	Relação de números e quantidades	Números Racionais
Medidas de comprimento		

Fonte: Autoria própria.

Nesse sentido, enquanto o Quadro 48 evidencia a mobilização dos conceitos mediante o repertório matemático do professor, o Quadro 49 revela a ressignificação desses conhecimentos no contexto da prática pedagógica, que foi o foco deste trabalho.

A análise dos Mapas Conceituais revelou os significados denotativos dos conceitos mobilizados. Contudo, para alguns conceitos, não foram identificadas nos dados produzidos falas que evidenciassem seu caráter conotativo, o que impossibilitou evidenciar a articulação entre ambos os significados. Ressalta-se, entretanto, que a ausência de evidências explícitas não permite inferir que essas articulações não ocorreram durante o processo formativo.

Conforme o exemplo mencionado na seção sobre os Mapas Conceituais (Figura 4) e Quadro 11, com base em Triguero (2022), buscou-se indícios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora dos conceitos do 3º momento do curso formativo (não foi realizado para os momentos 1 e 2, visto que o 3º contemplou e complementou os momentos anteriores). Isso será realizado mediante a análise dos Mapas Conceituais (Figuras 12, 15 e 17).

Com base no desenvolvimento das três atividades, buscou-se falas ou ações dos professores que fundamentassem a elaboração dos Mapas Conceituais (Figuras 12, 15 e 17), os quais, por sua vez, exemplificam as diferenciações progressivas e reconciliações integradoras dos conceitos evidenciadas ao longo do 3º momento do espaço formativo. Para tanto, no Quadro 50, as partes destacadas em rosa remetem às falas ou ações manifestadas pelos professores na atividade sobre as festas de fim de ano, em azul à produção de sanduíches naturais e, em verde, à atividade do suco de laranja.

Quadro 50 - Indícios das diferenciações e reconciliações no 3º momento

Falas ou ações dos professores durante o 3º momento	**Indícios da ocorrência dos processos**
Diferenciação Progressiva dos conceitos	
Os professores usaram números naturais e decimais para realizar a atividade.	Diferenciação para o conceito de **números.**
Perceberam que para resolver a situação proposta seria necessário utilizar o sistema monetário, as medidas de massa (g, kg), medidas de capacidade (l, ml).	Distinguiram e especificaram os conceitos de medida de massa, de capacidade e do sistema monetário que seriam utilizados para resolver a atividade.
Usou as quatro operações para resolver a situação proposta, conforme a funcionalidade de cada uma delas.	Diferenciam as propriedades e as características de cada operação.
Somaram todos os gastos com os ingredientes. P10 afirmou **“** *Deu um total de R$35,00 de gasto. Nós dividimos o valor em 10 porções, o que resultou em R$3,50 cada sanduíche. Depois, dobramos esse valor e acrecentamos R$1,00 de mão de obra, que deu R$8,00 por sanduíche.* **P7:** A gente fez R$80,00 menos R$35,00 e calculamos o lucro. Com as 10 porções, a gente receberia R$45,00 de lucro.	Partem de conceitos mais gerais (operações) para conceitos mais específicos que estavam relacionados como custo total, custo unitário e margem de lucro.

P3: *Vamos ver eles espremendo quanto que vai dar. Mas acho que seria isso, né? Basicamente, aí coloca um gelinho, né? [...] Considerando que cada laranja tem em torno de 100 ml, que é mais ou menos a média que deu lá, eu acho que uma deu 90 ml, a outra deu 110 ml e a outra 95 ml.*	Relaciona **média**, estimativa e a variação do suco da laranja, o que demonstra uma diferenciação para o conceito de unidade de medidas.
P3: *Nós calculamos mais ou menos três laranjas para fazer o copo de 300 ml. Então seriam 90 laranjas para fazer 30 copos. Consideramos 100 ml cada laranja, mas pegamos como base a medida deles. Calculamos mais ou menos e cada laranja ia sair mais ou menos R$1,00. Colocamos o kg da laranja a R$5,00, calculamos 5 laranjas da 1 kg. 5 reais por kg daria R$1,00 por laranja.*	A partir da relação entre o número de laranja e o volume faz uma generalização, usando a **proporção** (integrando medidas de capacidade, massa e sistema monetário), que caracteriza um movimento de diferenciação.
Reconciliação integradora dos conceitos	
Após realizarem todos os cálculos, perceberam que somando todas as **porcentagens** não dava os 100% e refletiram sobre isso. "*Por isso que não deu 100%. Por quê? Porque a gente pegou duas casas depois da vírgula só. [...] deu 98,85, considerando o **arredondamento**, acho que deu certo*" (P5).	Durante a validação dos resultados ao observar tal discrepância, evidencia-se uma reconciliação integradora entre os conceitos utilizados (porcentagem e regra de três), ao integrarem diferentes conceitos reorganizando-os de modo coerente.
P7: *Só a comida, tirando a cozinheira, seria R$686,18. Aí dividimos esse valor por 12 pessoas: da R$57,18 para cada um, só da comida. Aí se a gente contratar tem a mão de obra, dividimos por 12 e deu R$82,20.*	Compreende a relação entre as operações, ao relacionar o valor de gastos, número de pessoas, mão de obra, e integrando os conceitos das quatro operações para resolver a situação proposta.
***P9:** A gente pegou o valor de cada item. A cerveja, por exemplo, pegamos R$392,00 vezes 100, dividido pelo valor total, chegamos na porcentagem dos gastos*.	Ao realizar tal ação integra o sistema monetário, as operações, valor parcial, valor total e proporção para encontrar a porcentagem proporcional para representá-la no gráfico, o que indica uma reconciliação.
***P5:** Nossa, mas a bebida a gente fez errado, tinha que ter ficado numa proporção maior.*	Os professores evidenciaram o erro e reconciliaram os significados de proporção, pois o gráfico precisava estar proporcional.
P2: *A princípio, tínhamos utilizado um peito de frango grande e uma maionese grande. Após as mediações realizadas pelas meninas, percebemos que estava sobrando muito produto. Então, fizemos alguns ajustes e reduzimos os ingredientes. Ficou assim: um pão de forma grande, R$11,00; um creme de leite, R$3,50; meio quilo de peito de frango, R$10,00; salsinha, em torno de R$3,00, cenoura, R$1,00; maionese, R$4,00; alface R$2,00. O total foi de R$34,50 só os produtos. A gente dividiu por 10, e ficou R$3,45 cada sanduíche. Então, pensamos em vender a uns R$7,00 cada. Teríamos, mais ou menos, R$3,55 de lucro em cada produto. Porque nem tudo é lucro, né? Você vai ter a embalagem, para vender bonitinho. Mas o valor do lucro sobre a venda seria de 50,7%.*	Revisaram a resolução encontrada para evitar desperdícios, articulando os conceitos matemáticos de forma que pudessem economizar, utilizando quantidade, custo, margem de lucro, preço para venda em contextos práticos.
P7: Eu acho que quando é lucro, é 100%, não é? Igual ali, não é 50% que vocês estão ganhando, mas é o 100%. É diferente a conta.	Reconciliaram significados de porcentagem e lucro ao perceberem um equívoco e refletirem sobre o lucro sobre o

	custo e a margem do lucro, eliminando as inconsistências.
P1: Consideramos que os adultos iam tomar um copo de 500 ml e as crianças um copo de 180 ml. Aí medimos o suco de 4 laranjas, fizemos a média e chegamos a 96,25 ml por laranja. Consideramos que o peso dessas laranjas é em média 200 gramas, pesamos algumas, aí uma acabava compensando a outra nesses 200 g. Para fazer o copo de 500 ml, vimos que precisava de 5 laranjas. Depois verificamos, despejando essas 4 aqui e percebemos que se colocasse mais uma laranja, ia fechar o copo. Então 5 laranjas iam ser suficientes. Então para os 10 adultos a gente precisava de 50 laranjas. Para as crianças, vimos como é 180 ml, precisariam de 2 laranjas para fazer esse copo. Então para as 3 crianças, 6 laranjas. Então 50 mais 6, daria 56 laranjas. [...] Depois, fazendo uma outra conta com o valor próximo a R$5,48 quilos da laranja, aí daria R$65,76. E eu fiz uma conta agora, vamos ver se eu pensei certo. Que eu peguei 500 ml vezes 10 pessoas, né? E mais 180 ml. 180 ml vezes 3, que são das crianças. Dá 5,540l. 5 litros, 540 ml né? Aí eu peguei esses R$119,76 litros divididos por 5,540l sairia 2 centavos cada ml, vezes 500 ml daria 10 reais o copo.	Estabelece relações entre diferentes tipos de medidas (medidas de capacidade, unidades de valor, medidas de massa) e conceitos matemáticos (média, proporção, operações, estimativa) para resolver a situação proposta, que é característico de uma reconciliação integradora.
Consideraram que relacionar ml e gramas faria sentido pois a laranja é vendida por peso no mercado.	Não usaram medidas de capacidade e de massa de forma isolada, mas relacionaram com suas relações funcionais e práticas.
P1: Se 1kg é aproximadamente 5 laranjas então 12 kg serão 60 laranjas. Considerando o preço por kg de R$9,98 temos que gastaríamos R$119,76 no suco para a nossa turma. Se o preço por kg for de R$5,48 gostaríamos R$65,76.	Articulação entre os conceitos de proporcionalidade, unidades de medida e sistema monetário.

Fonte: Autoria própria.

Pondera-se que outras diferenciações e reconciliações de conceitos podem ser evidenciadas na descrição do desenvolvimento das atividades; contudo, esta análise buscou contemplar a amplitude, de modo a evitar repetições. Nesse viés, conforme apontado por Moreira e Massini (1982), a diferenciação progressiva está relacionada à aprendizagem subordinada, e a reconciliação integradora, à aprendizagem superordenada e combinatória, as quais refletem a maneira particular pela qual o conteúdo da nova proposição ou novo conhecimento é relacionado aos subsunçores presentes na estrutura cognitiva.

Com base nessas análises, quanto aos processos de diferenciação e reconciliação de conceitos, foi possível apresentar evidências referentes às formas de aprendizagem significativa descritas no Quadro 51, a saber: a subordinada, a superordenada e a combinatória, as quais foram identificadas nesta pesquisa e contribuíram para a compreensão do processo de AS, segundo as articulações manifestadas pelos professores.

Quadro 51 - Indícios sobre as formas de AS no 3º momento

Conceitos mobilizados em ações ou falas	Indícios
Forma de AS: Subordinada	
Considerando em média 100ml cada laranja, seriam necessárias 3 laranjas para 1 copo, 90 laranjas para 30 copos. Considerando R$5,00 o kg da laranja e 5 laranjas por kg, cada laranja sairia R$1,00. A partir da relação entre o número de laranja e seu volume faz uma generalização usando a proporção.	Revela que o novo conhecimento (relação entre quantidade de laranja, quantidade de suco e custo total) subordina-se a conceitos mais gerais como proporção, unidades de medida, sistema monetário, que já eram subsunçores para os professores.
Números (naturais e racionais);	Devido a complexidade de operar com os números racionais nos Anos Iniciais, os professores apontam que os alunos poderiam optar por utilizar os números naturais, fazendo arredondamentos, se necessário, para realizarem uma estimativa.
Forma de AS: Superordenada	
P1: *Lá no vídeo, foi falado para usar uma ponta de faca de requeijão ou maionese. [...] Gente, se for considerar essa maionese grande, supondo que vai mais ou menos quantas gramas? [...] umas 15g talvez? Ou até menos, então daria para fazer 50 sanduíches com essa maionese. [...] Então vamos fazer 15 x 10 daria 150 gramas. É vamos pegar uma menorzinha. Será que tem maionese de 150g?* **P2**: Achei, tem uma de 5,99 no amigão, de 250g, já sobra 100g. **P1**: Então vai dar um pouquinho mais de meia, né? Vai sobrar, vamos colocar uns 4 reais. Nossa de 20,00 reais para 4,00 deu muita diferença	Ideias particulares são integradas a conceitos mais gerais. Ou seja, os professores partem de experiências concretas e dados (quantidade de maionese, preço, peso e rendimento), reorganizando esses elementos para estabelecer a relação entre a quantidade e o custo, mantendo uma proporcionalidade. Desse modo, um conceito mais incluso passa a abarcar (unidade de medida, quantidade e relação a entre custo e benefício).
Para estimar a "quantidade de laranjas", os professores usaram a "média" do "suco de uma laranja".	O uso do conceito de média para generalização de uma previsão, associando a estimativa e a proporção para resolver a situação proposta.
Forma de AS: Combinatória	
Relação entre as "operações" usadas para estabelecer a "proporção" da "quantidade" de pessoas e de alimentos, e isso foi representado utilizando "gráficos", "tabelas" e "porcentagem".	Os diferentes conceitos indicados ao lado encontram-se em diferentes hierarquias[37] (conceitos gerais, intermédiários e específicos), conforme mostra o Mapa Conceitual (figura 13). Esses conceitos foram combinados para resolver a situação proposta (Refeição de fim de ano).
Estabeleceram uma relação entre "quantidade de sanduíches" e "quantidade de ingredientes", usando as "operações" matemáticas, "unidades de medida" e a "proporção" para encontrar o "valor total dos produtos", "valor total por sanduíche", "preço a ser vendido" e o "lucro obtido".	Cada conceito (quantidade, operações, unidades de medida, proporção, sistema monetário) com seus significados próprios foram combinados para produzir uma nova compreensão sobre a situação investigada, para estimular o custo e o lucro na produção e venda dos sanduíches naturais.

[37] Representam a organização dos conceitos mobilizados na atividade segundo o seu nível de generalidade e abrangência.

O conceito de proporção foi utilizado para estabelecer a relação entre a quantidade de alimentos, o número de pessoas e o valor gasto com as festas. Além disso, possibilitou a reconciliação de equívocos, quando perceberem a representação incorreta do gráfico, que precisava manter a proporcionalidade. Para os professores é possível utilizar materiais concretos para reconstruir o gráfico, favorecendo a percepção das diferenças de proporção.	Observa-se que o conceito de proporção não subordina e nem serve como base para incluir outros conceitos, mas ele se relaciona com conceitos já existentes na estrutura cognitiva, estabelecendo novas conexões entre as ideias já aprendidas.

Fonte: Autoria própria.

Vale destacar que, de acordo com a TAS, as formas de AS (subordinada, superordenada e combinatória) referem-se ao modo como o novo conhecimento se relaciona com os subsunçores do aprendiz, correspondendo à maneira pela qual ocorre a ancoragem e a reorganização de significados. Enquanto isso, os tipos de AS (representacional, conceitual e proposicional) revelam o nível de complexidade cognitiva do conhecimento aprendido, indicando o que é aprendido e como o aprendiz atribui significado ao novo conhecimento. Desse modo, as duas classificações estão intrinsecamente relacionadas.

Conforme a TAS, a partir das evidências das formas de AS, foram analisadas as falas e os Mapas Conceituais do 3º momento, em busca de reconhecer os tipos de elaboração cognitiva correspondentes aos tipos de aprendizagem, que expressam novos sentidos construídos na interação entre os novos conhecimentos e os subsunçores, como mostra o Quadro 52.

Quadro 52 - Indícios dos tipos de AS no 3º momento

Ações ou falas que revelam indícios	Caracterização do tipo de AS
Tipo de AS: Representacional	
Uso de símbolos para representar unidades de medida, como kg, g, l, ml, R$ conforme mostram as figuras 13, 16 e 18.	Significado das representações para as unidades de medida.
P1: *Então, a gente acha que eles seriam mais básicos nesses alimentos do cardápio e que eles também utilizariam valores mais arredondados, porque as professoras colocaram, por exemplo, 7,2 kg de carne.*	O número 7,2 e a unidade kg passam a ter um sentido, mostrando uma compreensão do significado ligado ao contexto da atividade.
Tipo de AS: Conceitual	
O uso de diferentes conceitos como proporção, porcentagem, gráfico, tabelas, operações, sistema monetário, medidas de massa e medidas de capacidade, mobilizados para resolver a situação proposta (festas de fim de ano), conforme mostra a figura 13.	Conceitos (proporção, porcentagem, gráfico, tabelas, operações, sistema monetário, medidas de massa, medidas de capacidade) que foram utilizados conforme sua funcionalidade e características.
A média aritmética como uma forma de calcular a quantidade de proteína utilizada por sanduíche, usando os dados dos alunos do grupo. Para eles o conceito de média na Educação Infantil surgiria de forma intuitiva.	Identificam possibilidade de compreensão do conceito de média que extrapolam sua aplicação mecânica, ao relacionar com uma situação real e prever como esse conceito poderia ser trabalhado em sala de aula considerando as particularidade do público-alvo.
P1: *[...] nos Anos Iniciais, daria para trabalhar a questão de proporção, de metade: o que é metade? Ah, metade é os 50%, metade, né, enfim, ir comparando, a metade de 100 é 50. Ah, mas se é 70, então, isso aqui não é a metade. Acho que daria para enriquecer bastante com esse tipo de resolução.*	Não apenas associa os 50% (um símbolo) a metade, mas mostra que uma relação e generalização está sendo realizada para o conceito de metade/proporção ao relacioná-lo a porcentagem.
Tipo de AS: Proposicional	
P3: Nós calculamos mais ou menos três laranjas para fazer o copo de 300 ml. Então seriam 90 laranjas para fazer 30 copos. Consideramos 100 ml cada laranja, mas pegamos como base a medida deles. Calculamos mais ou menos e cada laranja ia sair mais ou menos R$1,00. Colocamos o kg da laranja a R$5,00, calculamos 5 laranjas da 1 kg. 5 reais por kg daria R$1,00 por laranja.	Combinação de conceitos (Quantidade, proporção, unidades de medida e estimativa) em uma proposição demonstrando as relações existentes entre eles.
Após somarem os valores dos ingredientes, dividiram o valor em 10 porções, o que resultou em R$3,50 cada sanduíche. Depois, dobraram esse valor e acrescentamos R$1,00 de mão de obra, que deu R$8,00 por sanduíche. **P7:** A gente fez R$80,00 menos R$35,00 e calculamos o lucro. Com as 10 porções, a gente receberia R$45,00 de lucro.	Os professores estabelecem relação significativa para o conceito de diferença por meio de proposições como "o lucro é a diferença entre o preço de venda e o custo total". Desse modo, relacionam os conceitos matemáticos (lucro, custo, preço) por meio de proposições.

Fonte: Autoria própria.

Os Quadros 51 e 52 evidenciam os indícios das formas e tipos, respectivamente, de AS, manifestados pelos professores ao refletirem sobre os conhecimentos matemáticos

desenvolvidos durante o espaço formativo, favorecidos pelas características próprias da MM. Para alguns professores, o conhecimento sobre a investigação matemática por meio da MM apresentava-se totalmente novo, como no caso de P2, P3, P4, P5, P6, P8, P9 e P10. Para outros, como P1 e P7, a participação no espaço formativo possibilitou que esse conhecimento fosse repensado e reelaborado em termos de significados, ampliando sua compreensão sobre o potencial da MM para os Anos Iniciais.

Nessa direção, com base nos Mapas Conceituais (Figuras 13, 16 e 18), buscou-se indícios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora dos conceitos sobre a MM, do 3º momento do curso formativo, os quais constam no Quadro 53.

Quadro 53 - Indícios das diferenciações e reconciliações sobre MM observadas no 3º momento

Falas ou ações dos professores durante o 3º momento	**Indícios da ocorrência dos processos**
Diferenciação Progressiva dos conceitos	
P1: *[...] Pensando que estava perto do final de ano, a gente pensou:* ***é um tema atual, é um tema que tem a ver com a época*** *e não vai ser difícil introduzir esse tema [...].*	Diferenciação progressiva para o **tema**, que tornou-se mais elaborado. O tema foi compreendido como o ponto de partida para a construção de modelos matemáticos, que propicia a motivação e o engajamento dos alunos, que pode ser resgatado da vivência dos alunos, que pode integrar uma experiência concreta por meio da relação entre o contexto escolar e seus gostos e preferências dos alunos.
P3: *Nós achamos* ***uma atividade bem pertinente com a época*** *em que nós estamos, já que era sobre as refeições de fim de ano. E aí foi o motivo que nós escolhemos essa atividade. E nós achamos que* ***seria uma atividade que chamaria bastante atenção dos alunos.***	
P6: [...] *mesmo não sendo necessariamente a ceia, o* ***Natal em si é uma coisa que as crianças falam muito****.*	
P5: *Gostamos da atividade, pois além de trabalhar os conceitos matemáticos, também trabalhamos a alimentação saudável.* ***A escolha dessa atividade se deu pelo tema, da importância de se cuidar no dia a dia.***	
P8: *Escolhemos essa atividade por ser um* ***tema fácil de envolvimento a partir de um café da manhã****.*	
P10: *E o* ***suco de laranja também é uma bebida que eles gostam****, né? Geralmente, no CMEI* ***é oferecido de vez em quando****.*	
Ressaltaram o desafio de elaborar as perguntas iniciais. P3: ***O que falar pra continuar sendo Modelagem e não ser direcionado***.	A diferenciação progressiva para o conceito de **inteiração** manifesta-se na preocupação com o fato de "continuar sendo modelagem", considerando as diferentes formas de introduzir o problema, desde as perguntas até o uso de um vídeo ou uma atividade experimental.
P1: *Eu também reparei agora que achei legal que* ***cada grupo utilizou de uma estratégia****, igual as meninas levaram o suco lá* ***para introduzir****, as outras levaram o vídeo da nutricionista, e a gente levou, além da roda de conversa que todas levaram, o Mentimeter. Então, a gente vê que* ***tem várias possibilidades****, alguém comentou também, que tem como usar notícia, enfim, várias possibilidades de trazer o tema.*	
Estabeleceram que iam iniciar com algumas **perguntas iniciais**, passar o **vídeo da nutricionista** e propor a **montagem dos sanduíches** com os professores no espaço formativo, **comparando com experiências já realizadas em suas práticas** em sala de aula: "*Igual fazer os biscoitos na época de Natal"* (P5). "*Eu já fiz com as minhas crianças na Educação Infantil, bolo de cenoura. É, ó, tipo assim né, acho que dá certo*" (P9).	

P7: *No CMEI, veio na ideia, tipo assim,* ***um dia que ofertar suco de laranja, questionar para as crianças, imagina quantas laranjas elas não usaram para fazer suco para todo mundo.*** *A partir disso, ia dar um convite para esse tema na Educação Infantil.*	
Surgiu a ideia de comparar o suco e o refrigerante, mas optou-se por não abrir essa alternativa e manter o foco no suco para facilitar os direcionamentos.Diante disso, estabeleceram partir da hipótese inicial de **oferecer o suco no café da manhã, e perguntar:** "*Qual é o suco natural que vocês mais gostam? "Vai que todo mundo gosta de suco de laranja, né?*" (P10).	
P1: *Mas aí acho que* ***não seria Modelagem Matemática.*** *Porque, na Modelagem Matemática, cada um pode criar o seu próprio modelo. Se colocarmos a* ***pergunta assim****, estaremos impondo um modelo, o gráfico, entende?*	Diferenciação progressiva para **problemática**, referente à sua caracterização e como deve ser formulada. Para os professores a problemática não deve induzir os modelos a serem utilizados, nem ser direcionada, para que não se configure como um exercício. Além disso, deve ser formulada de
P3: *Vocês querem colocar uma* ***outra pergunta****? No sentido, igual vocês tinham comentado: quantos por cento a gente gasta com bebida? Quantos por cento com frutas, com sobremesa?* **P1:** *Eu acho que isso dá para ser induzido, conforme a gente for passando nos grupos, durante as resoluções. Porque, eu acho,* ***que se colocar uma pergunta assim, vai ficar muito fechado.***	
P6*:* *Então, e se a gente colocasse assim: utilizando o gráfico de pizza, represente os gastos das festas?* ***Já indicar,*** *por exemplo,* ***na pergunta****, ao invés de só provocar. Já indicar e induzir a resposta. Assim, a gente direciona para o gráfico.* **P1:** *Mas aí acho que* ***não seria Modelagem Matemática.***	
Os professores discutiram a **progressão por ano escolar,** considerando a intencionalidade do professor, apontando que ao considerar apenas **a primeira pergunta**: *"Se fôssemos fazer um sanduíche natural para vendermos, qual seria o gasto para fazer a receita?*", já poderia ser trabalhada a partir de um 2º ano, pois as crianças poderiam estabelecer os ingredientes e resolverem a situação proposta. Porém, para trabalhar as três perguntas: "*Qual seria o preço ideal para ser vendido esse produto? Qual seria o lucro?"*, exigem maior complexidade, podendo ser desenvolvidas em 4º ou 5º ano, que vai entrar nas ideias de empreendedorismo articulada com a porcentagem.	
P10: *A gente pensou, assim, de talvez servir primeiro, ou para as crianças, ou para os professores, um suco de laranja. E aí* ***levantar a problemática de quantas laranjas seriam necessárias para poder fazer o suco.*** *Ou para um determinado grupo, ou para. uma sala. Eu tinha falado para a P7 o CMEI inteiro, né? Mas ela falou que não, que é muita coisa. Mas tinha pensado de introduzir nesse sentido.*	
A partir das opções de problemáticas encontradas pelo grupo, refletiram sobre os conceitos que poderiam ser trabalhados, a saber, medidas de capacidade: *"Porque nesse caso vai trabalhar quantidade, né? ml"* [...]. *Acho que a gente podia perguntar quantas ml são necessárias para fazer suco para 15 pessoas. Acho que de* ***ml não, porque senão eles não vão precisar fazer nada*** *[...] É melhor quantas laranjas mesmo.* ***Porque não existe uma fórmula*** (P10).	

	forma contextualizada, possibilitando que os alunos realizem suas investigações e construam suas estratégias de resoluções.
P1: *A gente pode perguntar, de maneira geral, o que eles comem na ceia deles, só para meio que introduzir o tema, sabe? Mas eu acho que, para cada um montar, cada grupo pode escolher os seus próprios alimentos. Porque deixa mais abrangente, sabe? Eu acho que daí* ***cada grupo pode escolher os seus dados.***	Diferenciação progressiva para **coleta de dados** ao longo do espaço formativo, revelando que a coleta não é apenas reunir dados, mas coletar informações relevantes que estejam relacionados à vivência dos alunos. Para sua realização é possível considerar diferentes fontes (folders, pesquisa na internet, espremer laranjas). Além disso, os materiais devem ser disponibilizados de maneira espontânea, mediante a sinalização da necessidade dos alunos, preservando o caráter investigativo da atividade e a autonomia dos alunos.
Foram definidos os valores dos ingredientes da maionese e dos demais itens, considerando os **valores encontrados na internet e os valores com base em suas próprias vivências.**	
Surgiu a sugestão de levar *folders* de mercado para os professores pesquisarem os preços dos ingredientes. No entanto, ponderou-se que isso poderia guiá-los a chegarem a respostas iguais. *"É, a gente tira um pouco da* ***autonomia deles de procurar os dados***" (P5).	
Os professores planejaram levar os materiais necessários para coletar os dados e deixá-los guardados, para que os participantes solicitem durante a resolução: "*A gente vai ter que* ***instigar eles*** *a pedir o espremedor*" (P10).	
No planejamento os professores reconheceram que a coleta de dados precisa considerar as variáveis de acordo com as preferências dos professores do grupo. **P10**: [...] ***eles vão ter que fazer uma média*** *também de quanto cada um bebe. Geralmente, quando a gente vai ao shopping ou alguma coisa assim é de 500 ml, isso é um dado importante. Porque às vezes, por exemplo, eu gosto bastante do suco de laranja, se deixar, eu bebo um copo de 500 ml. Mas em gente que não é muito chegado, e toma bem menos.*	
P1: [...] *eu trabalho com resolução de problemas e eu acho que a resolução de problemas é mais pé no chão, bem mais pé no chão, porque você dá os dados pro aluno, e o foco são as estratégias que eles vão desenvolver a partir daqueles dados.* ***A modelagem não, a gente deixa em aberto para os alunos coletam esses dados, então existe aquela insegurança, de fugir muito e não saber conduzir depois****.*	Diferenciação para a **MM** em relação à resolução de problemas.
P1: *Eu, particularmente, acho difícil trabalhar com Modelagem Matemática, porque* ***achar um modelo é complicado, ainda mais nos Anos Iniciais.*** *Tendo uma visão mais voltada para a matemática, como tendo essa formação na área da matemática, pensei que a estatística seria fácil, entre aspas, de estabelecer modelos, porque na estatística, há variadas formas de representar dados: gráficos, variados tipos de gráficos, gráfico de barra, gráfico de setores, infogramas, tabelas e quadros. Então, penso que um dos conceitos que são mais fáceis de planejar uma aula com Modelagem Matemática é com a estatística.*	Diferenciação para o **modelo matemático** enquanto representação de um fenômeno, que pode ser realizada por gráficos, tabelas e quadros.
P1: *Elencamos que os* ***professores utilizaram diferentes estratégias:*** *de lista para registrar os alimentos, valores e quantidades; utilizaram as quatro operações; a estratégia de elaborar tabela; o uso da regra de três para estabelecer porcentagem; e gráfico.*	
Reconciliação integradora dos conceitos	
P1*: E* ***é um tema*** *que possibilita a Modelagem Matemática porque* ***podem ser criados vários modelos****, e a representação desses dados permite a criação de tabelas, gráficos ou até desenhos.*	Percebe-se que o **tema** da atividade de **MM** possibilita a construção de **modelos** que podem assumir **diferentes representações**, evidenciando uma

	reconciliação entre esses significados.
P1: *Mas aí* ***acho que não seria Modelagem Matemática.*** *Porque, na Modelagem Matemática,* ***cada um pode criar o seu próprio modelo****. Se colocarmos a pergunta assim, estaremos impondo um modelo, o gráfico, entende?*	Há uma reconciliação entre os conceitos de **MM** ao relacionar a **problemática** aos **modelos**, de modo que a pergunta preserve a autonomia na criação de modelos.
P1: [...] *dentre as três atividades, eu acho que se eu, por exemplo, nunca tivesse desenvolvido uma atividade de modelagem na minha vida, essa seria a que eu escolheria para desenvolver. Porque, além de ter sido bem interessante* ***a forma de entrar no tema,*** *ela estava um pouco mais específica.* ***Não era tão abrangente, igual as outras duas.*** *Trazia especificamente o sanduíche. Então, já tinha também uma receita que poderia ser utilizada ou adaptada, já tinha itens mais definidos. Então, eu acho que daria para fazer em sala de aula.* ***E, das três, é a que daria para fazer mais fácil para uma primeira experiência.***	Após vivenciarem o desenvolvimento das três atividades, os professores avaliam a viabilidade de desenvolvê-las conforme o nível de **abertura** ajustado à sua experiência, revelando uma reconciliação entre os significados da **MM, tema e problemática.**
P7: [...] *Elas levaram os pães, levaram o patê, a gente pesou, mas depois a gente não fez nenhuma ligação disso com atividade, sabe? Eu acho que talvez,* ***se tivesse mediado*** *para, tipo cada um do grupo pegar a quantidade de patê que fez e, por exemplo, calcular a média da quantidade de frango que foi utilizada, da quantidade de patê por sanduíche, aí talvez* ***ficasse mais rico****.*	Reconciliação entre os conceitos de **coleta de dados** (montagem dos sanduíches) e a **mediação** para a elaboração do **modelo matemático**, ao reconhecer que os dados precisam ser analisados matematicamente.
Discutiram sobre a pertinência e a possibilidade de trabalhar essa atividade em sala de aula. **P7**: *Eu acredito que sim, porque ela é instigante, né? Ainda mais se você leva algo de* ***experimentação,*** *que foge do tradicional, que foge de livros, ou algo parecido. Você vai levar uma laranja, um espremedor e um copo medidor, que muitas vezes as crianças não têm nem noção de como que é um copo medidor. E daí, a partir dessa aula, eles estarão* ***trabalhando os diversos conceitos matemáticos,*** *e vão também aprender a utilizar utensílios que são necessários no nosso cotidiano para diversas tarefas.* **P10**: *E o suco de laranja também é uma bebida que eles gostam, né? Geralmente, no CMEI é oferecido de vez em quando. E acho que seria legal trabalhar com eles essa questão.*	Reconciliação entre os conceitos de **MM, coleta de dados, tema e os conceitos matemáticos,** em que a coleta de dados constitui um espaço investigativo, possibilitando, a partir do tema, a mobilização de "diversos conceitos matemáticos".
P3 e P7 ressaltaram o desafio de elaborar as perguntas iniciais, para apresentar aos professores a problemática. De modo que a fazer as "perguntas certas", buscando "[...] ***não forçar a barra****. De não forçar aquilo, de deixar uma coisa mais natural* (P7)". Nessa direção, P3 acrescentou: "*Eu acho que para mim foi essa parte do convite também.* ***O que falar pra continuar sendo Modelagem e não ser direcionado***" (P3).	Reconciliação integradora entre a **inteiração e a problemática**, ao reconhecerem a necessidade de manter a neutralidade, preservando a autonomia dos alunos.

Fonte: Autoria própria.

Pondera-se que a elaboração do Quadro 53 seguiu os mesmos percursos e encaminhamentos da análise do Quadro 50. A partir das diferenciações progressivas e das reconciliações integradoras evidenciadas ao longo deste 3º momento, revela-se o movimento

realizado pelos professores de ampliação e integração de novos significados em relação à MM. O Quadro 53 evidencia que, gradualmente, os professores foram relacionando diferentes aspectos da MM, como a escolha do tema, as possíveis formas de iteração, a escolha e formulação da problemática, a coleta de dados e a elaboração dos modelos matemáticos, demonstrando como esses elementos foram utilizados e relacionados durante o planejamento e desenvolvimento das atividades de MM.

Na sequência, serão analisados indícios das formas de AS (subordinada, superordenada e combinatória) que emergem dos Mapas Conceituais, das falas e ações dos professores, revelando como os novos conhecimentos foram incorporados e reorganizados na estrutura cognitiva dos professores colaboradores, conforme descrito no Quadro 54.

Quadro 54 - Indícios sobre as formas de AS no 3º momento

Conceitos mobilizados	Indícios
Forma de AS: Subordinada	
P1: *Então foi uma experiência bem legal de fazer [...]. Eu já conhecia a atividade e eu achei muito legal pensar nela voltada para os Anos Iniciais, trabalhar com essa* ***ideia mais intuitiva****. Porque eu* ***realizei essa atividade*** *ano passado com a minha turma de 2º ano do* ***Ensino Médio****, na disciplina de Matemática 2, que é de empreendedorismo.*	O professor possuía um conhecimento prévio sobre MM e sobre a atividade (suco de laranja). A partir dessa experiência, realizada no Ensino Médio, atribui novos significados ao relacioná-lo a outro contexto (Anos Iniciais). Nessa adequação da atividade, o novo significado ancora-se aos significados já existentes sobre a atividade, ampliando e diferenciando o conceito de MM.
P7: *É, eu acho que assim, na* ***Educação Infantil talvez não ia surgir essa questão da média.*** *Mas talvez algo* ***aproximado****, tipo aproximação. Ou tipo, aí, geralmente eles falam assim, professora, acho que* ***mais ou menos*** *isso aqui. Aí quando eles falam isso, tá implícita ali a* ***ideia de aproximação do intuitivo*** *deles.*	Relaciona a experiência vivenciada com os professores no espaço formativo, integrando uma nova compreensão de que a MM pode ser adequada à Educação Infantil, em que os conceitos matemáticos mobilizados são mais intuitivos. Trata-se de uma subordinação pois essa nova compreensão não rompe com a MM aprendida anteriormente, mas a enriquece.
Forma de AS: Superordenada	
P1: *[...]* ***cada grupo utilizou de uma estratégia****, igual as meninas levaram o suco lá* ***para introduzir****, as outras levaram o vídeo da nutricionista, e a gente levou, além da roda de conversa que todas levaram, o Mentimeter. Então, a gente vê que* ***tem várias possibilidades****, alguém comentou também, que tem como usar notícia, enfim, várias possibilidades de trazer o tema.*	O professor observa e integra várias experiências, por meio das atividades desenvolvidas no espaço formativo, que iniciaram com vídeo, suco no café da manhã, *mentimenter* e roda de conversa, formulando uma compreensão mais geral sobre as multiplas possibilidades de introduzir um tema em atividades de MM.
P7: [...] *Elas levaram os pães, levaram o patê,* ***a gente pesou, mas depois a gente não fez nenhuma ligação disso com atividade,*** *sabe?* Para P7 a coleta de dados (montagem dos	Compreende a coleta de dados e passa a integrá-la à elaboração do modelo matemático, ao reconhecer que "*se tivesse*

sanduíches) precisa estar ligada aos modelo matemático, reconhecendo o papel do professor para mediar esse processo.	*mediado [...] aí talvez ficasse mais rico".* Eram ideias separadas, mas agora estão interligadas integrando o processo de MM.
Ao final de cada uma das três atividades os professores **refletiram e analisaram** como aquelas atividades de MM poderiam ser desenvolvidas em sala de aula, indicando as **possíveis adaptações** para isso.	Ao refletirem e projetarem essas adaptações, os professores generalizam a experiência vivida, deixando de focar na atividade em si e passando a reorganizar sua compreensão sobre princípios gerais da MM e seu papel no ensino.
Forma de AS: Combinatória	
P1: *Só que, além de fazer esse gancho com a cartolina, pensamos assim, vamos levar lá o Mentimeter, pedindo para votarem nas comidas preferidas de fim de ano, gerando o gráfico. Porque daí eles vão olhar o gráfico, só que o nosso gráfico lá do Mentimeter era um gráfico de barras vertical, e ninguém fez o gráfico de barra, um grupo fez de setores e o outro grupo, tabela. Então, não foi uma frustração, mas foi algo que a gente meio que planejou e não deu muito certo, que* ***foi uma surpresa, porque ninguém pensou nisso****.* ***A gente utilizou esse recurso tanto para introduzir o tema como para induzir um pouco, a pensar na representação gráfica ali, com o gráfico, mas acabou indo para outros caminhos.*** *E isso é realmente o que acontece em sala de aula, quando a gente vai desenvolver,* ***a gente pensa de um jeito e os alunos vão por outros caminhos****.*	Integra diferentes elementos, como o **uso de tecnologia** *(mentimenter*), **inteiração com o tema** (festas de fim de ano) e o **modelo matemático** que poderia e foi construído (gráficos de barras, de setores e tabelas). Essa combinação reflete sobre o papel do planejamento da atividade e seu desenvolvimento como um processo dinâmico.
P7: *[...] Mas vamos dizer, assim, numa escola que não tem essa oferta, eu acho que talvez* ***poderiamos levar o suco****, algo do tipo, ou* ***se estivesse estudando alguma coisa específica sobre a fruta.*** **P10**: *Às vezes* ***envolve outra matéria.*** *Porque às vezes vem no planejamento da SEDUC, tipo assim, trabalhar os alimentos, a* ***alimentação saudável.*** *Daí dá para incluir a atividade para que eles vejam como o suco é feito, quais são os processos, e aí já consegue* ***aplicar os conceitos matemáticos.***	O professor combina a possibilidade de trabalhar o **tema** de **forma interdisciplinar** com a **atividade prática** de MM (suco de laranja) para explorar os **conceitos matemáticos**.

Fonte: Autoria própria.

A partir do processo analítico apresentado no Quadro 54, foi possível identificar as formas de AS, que revelam o movimento de ampliação, diferenciação e reconciliação de significados dos elementos que compõem a MM. A forma subordinada evidenciou a incorporação de novos significados a conceitos já existentes sobre a MM; a forma superordenada revelou uma ampliação, por meio da generalização das práticas, permitindo construir ideias mais gerais sobre o papel da MM no ensino de Matemática. Já a forma combinatória refletiu a integração das diferentes experiências no espaço formativo, compreendendo a MM como um processo dinâmico e interdisciplinar.

Em continuidade, o Quadro 55 apresenta indícios dos tipos de AS (representacional, conceitual e proposicional), que revelam os significados expressos

pelos professores desde a representação inicial até as compreensões mais complexas, as quais relacionam a MM e os elementos que a compõem.

Quadro 55 - Indícios dos tipos de AS no 3º momento

Indícios	Caracterização do tipo de AS
Tipo de AS: Representacional	
P1: Eu acho que é associar uma temática da realidade a um modelo. *E é um modelo, tipo assim, trazer a matemática,* ***trazer conceitos matemáticos dentro de uma realidade, de um tema do interesse dos alunos.*** *Fazer uma matematização, vamos dizer assim, de uma temática qualquer do interesse do aluno. Mas isso é muito abstrato, eu acho.*	Expressão usada para representar os significados de MM que já estão presentes em sua estrutura cognitiva, constituindo a imagem mental do que a MM representa para essa professora.
P1: *Tendo uma visão mais voltada para a matemática, como tendo essa formação na área da matemática, pensei que a* ***estatística seria fácil, entre aspas, de estabelecer modelos, porque na estatística, há variadas formas de representar dados: gráficos, variados tipos de gráficos, gráfico de barras, gráfico de setores, infogramas, tabelas e quadros.*** *Então, penso que um dos conceitos que são mais fáceis de planejar uma aula com Modelagem Matemática é com a estatística.*	Essa era a forma como a professora compreendia os modelos matemáticos (gráficos, tabelas, infográficos), ou seja, sua representação, o que explica sua escolha pela estatística no planejamento da atividade de MM.
Tipo de AS: Conceitual	
P3: ***Nós achamos uma atividade bem pertinente com a época em que nós estamos****, já que era sobre as refeições de fim de ano. E aí foi o motivo que nós escolhemos essa atividade. E nós achamos que seria uma atividade que* ***chamaria bastante atenção dos alunos.***	Os professores foram construindo suas compreensões percebendo o que caracteriza a MM, o que se evidenciou por meio da diferenciação progressiva dos elementos que a compõem (tema, inteiração, problemática, coleta de dados, modelo matemático).
Elencaram o desafio de formular as perguntas iniciais, que corresponde a inteiração com o tema. **P3:** *O que* ***falar pra continuar sendo Modelagem e não ser direcionado.***	
P6: *Eu coloquei essa sugestão no chat do Google Meet não sei se ajuda ou se é forçar demais e sai da Modelagem Matemática. "Como poderíamos fazer uma representação visual dos custos das refeições de fim de ano?".* **P1**: ***Eu acho que a gente pode tirar essa representação visual da pergunta [...].***	
P1: [...] ***A modelagem não, a gente deixa em aberto para os alunos coletam esses dados****, então existe aquela insegurança, de fugir muito e não saber conduzir depois.*	
P1: *O raciocínio empregado pelos professores nas resoluções seria mais ou menos semelhante, mas não seria exatamente igual ao que fariam os alunos. Porque* ***os alunos pensariam de uma maneira mais básica.***	
Tipo de AS: Proposicional	
Ao elaborar, surgem questionamentos e reflexões, o que levou o grupo a discutir, em determinados momentos, as próprias características da MM. Com questionamentos sobre se determinados encaminhamentos se caracterizavam ou não como MM. Nessa ocasião, P1 expôs brevemente para os demais professores como foi para eles esse processo de elaboração. **P1**: *No dia em que a gente se*	Ao discutir sobre a MM, os professores expressam proposições verbais que revelam sua forma de compreendê-la, como: "*uma pergunta muito específica, que não ia ser Modelagem [...] Que ia ser, talvez,*

reuniu para planejar, P6 sugeriu ***uma pergunta muito específica, que não ia ser Modelagem,*** *sabe? Que ia ser, talvez, uma Resolução de Problemas, até encaixaria, né? Mas a Modelagem, não. Porque a* ***modelagem, você tem que coletar os dados, você tem que ir atrás dos dados.*** *Ele queria, tipo,* ***dar os dados prontos, pra gente pegar os dados e resolver. Provavelmente chegaria em resultados iguais.*** *Então, teve essa questão, de escolher uma pergunta mais abrangente mesmo, para cada um criar a sua lista de alimentos, pesquisar, colocar os valores que achava pertinentes e as quantidades.*	*uma Resolução de Problemas [...] Mas a Modelagem, não"* e *"a modelagem, você tem que coletar os dados".* Essas falas expressam relação entre os conceitos de **MM** e **problemática**, e de **MM** e **coleta de dados**, respectivamente, demonstrando a reorganização de seus conhecimentos sobre a MM.
P1: *Porque a gente fez aquilo que a M1 falou. A gente fez quatro copinhos de suco, depois catamos o copo de 500 ml e jogamos o suco dos quatro copinhos dentro dele e vimos que faltou um pouquinho. Daí falamos assim, mas uma laranja já daria para completar, então cinco laranjas serão suficientes e, acabamos não espremendo a quinta laranja.* ***Usamos essa ideia intuitiva de que o espacinho que faltou ali, uma laranja seria suficiente para completar. Então foi bem bacana, eu acho que é uma atividade que dá para adaptar para diferentes níveis de ensino.*** *Eu acho que daria para fazer igual as meninas falaram, até para fazer na Educação Infantil, com essa ideia do copinho e da quantidade. Talvez não trabalhar tanto as unidades de medida tão específicas, ml, gramas, essas coisas. Mas com o Ensino Fundamental já dá para trabalhar, com ml, gramas, enfim. E foi uma experiência bem legal.*	O professor estabelece relações conceituais entre a **coleta de dados** realizada em seu grupo e as possíveis ideias intuitivas que podem ser exploradas na Educação Infantil, como a relação entre o copo e a quantidade de suco. A experiência permitiu compreender que a MM pode ser trabalhada com diferentes **níveis de complexidade**, conforme o nível de ensino em que é desenvolvida. A partir disso, os **conceitos matemáticos** e os **modelos** passam a ser trabalhados de acordo com suas **particularidades.**

Fonte: Autoria própria.

Diante disso, a aprendizagem representacional revelou-se quando os professores compreenderam o significado literal da MM, conforme apontado ao final do 1º momento, ao destacar as fases de Biembengut (2019), sem estabelecer relações conceituais mais amplas. Esse processo evoluiu gradativamente. Nesse viés, destaca-se que a AS conceitual manifesta-se quando os professores demonstram compreender os seus elementos estruturantes, distinguindo o que caracteriza uma atividade de MM em relação a outras práticas. A aprendizagem significativa proposicional, por sua vez, representa o nível mais complexo desse processo, ao expressar proposições que relacionam os elementos da MM e evidenciam os significados atribuídos.

Todavia, como a AS se configura como um processo contínuo, cada atividade desenvolvida após a participação no espaço formativo contribui para que o conhecimento dos professores sobre a MM se torne progressivamente mais rico em termos de especificidades e detalhes. Assim, a estrutura cognitiva dos professores tende a se recombinar e reorganizar a cada nova experiência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para refletir sobre as compreensões descritas e analisadas neste trabalho, torna-se necessário retomar a pergunta norteadora: *Que articulações entre significados denotativos e conotativos são manifestadas por professores em um espaço formativo sobre Modelagem Matemática?* Para isso, foram definidos três objetivos específicos.

Em relação ao primeiro objetivo específico, que consistia em evidenciar, *nas estratégias matemáticas, na negociação de significados, nos registros escritos e nas ações utilizadas pelos professores durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, indícios de articulações entre significados denotativos e conotativos*, observou-se que tais articulações ocorreram, em sua maioria, acerca dos conceitos matemáticos que emergiram nas discussões. Isso se deve ao fato de que os professores participantes desse momento ainda não conheciam especificamente os aspectos da MM, sabendo apenas que se tratava de uma atividade diferente das habituais.

As articulações entre os significados *denotativos* (conceitos presentes no currículo e socialmente aceitos) e os *conotativos* (aqueles que emergem das experiências pessoais, reflexões e interpretações subjetivas dos professores, com base em sua turma, cotidiano e vivências) manifestaram-se, neste contexto, quando o professor não utilizou o conceito apenas de forma técnica, mas expôs a forma como interpreta e ensina esse conceito, utilizando uma linguagem acessível e contextualizada. De forma geral, as articulações do 1º momento refletiram: a preocupação em trabalhar os conceitos matemáticos a partir das relações existentes entre eles; o uso de exemplos que exploram as propriedades dos conceitos, facilitando a compreensão dos alunos; o reconhecimento do potencial das atividades contextualizadas para promover inclusão e acessibilidade; e a compreensão das atividades do "piscar" e do "congestionamento" como novas formas de perceber a medida de tempo e a dimensão espacial, respectivamente.

Quanto ao segundo objetivo específico, que buscava identificar *indícios de articulações entre os significados quando os professores desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática conhecendo suas características*, verificou-se que, além das articulações dos conceitos matemáticos utilizados, os professores começaram a refletir sobre a própria MM, favorecidos pelas explicações com base nas etapas propostas por Biembengut (2019), pela leitura e apresentação de relatos de experiências desenvolvidos por outros professores dos Anos Iniciais e pelo desenvolvimento de uma atividade prática.

As articulações evidenciadas sobre os conceitos matemáticos revelam a compreensão de que uma mesma atividade pode ser explorada em diferentes níveis de ensino. Por isso, demonstram a preocupação em estabelecer conexões entre os conceitos de contagem e quantificação trabalhados nos Anos Iniciais, para que possam ser reinterpretados posteriormente, por exemplo, na forma de equação. Destaca-se, ainda, o uso das unidades de massa para justificar medidas de capacidade, como o volume, bem como a valorização da construção de conhecimento (contagem) a partir de experiências práticas e concretas, como a estimativa de pipocas em cada copo.

Com relação às articulações evidenciadas no 2º momento sobre a MM, os significados denotativos que emergiram referem-se ao tema, à coleta de dados, ao modelo matemático e à previsão de modelos. Essas articulações revelam: a importância de buscar na literatura acadêmica relatos já trabalhados sobre o tema escolhido, para realizar as adaptações necessárias ao desenvolvimento da atividade em sua turma; o conhecimento de novas formas de ensinar conceitos matemáticos com temas atuais e da vivência dos alunos; a relevância de articular conteúdos curriculares com temas presentes na vida das crianças; a utilização de diferentes formas de representar matematicamente a situação proposta, como tabelas e maquetes; o reconhecimento de procedimentos como a realização de uma corrida na quadra com registro dos dados, o uso de tabelas e balança, até a anotação e análise das refeições realizadas durante uma semana, possibilitando tanto a compreensão do tema quanto a coleta de dados importantes para a resolução da atividade proposta; e a possibilidade de fazer uma previsão dos conceitos matemáticos que poderiam ser trabalhados, inclusive para atender crianças da Educação Infantil.

No que se refere ao terceiro objetivo, voltado a *analisar, no planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática realizadas pelos professores, elementos que indicam articulações entre significados denotativos e conotativos*, verificou-se que, assim como ocorreu no 2º momento, no 3º momento, além das articulações dos conceitos matemáticos utilizados, os professores refletiram sobre as características da MM, propiciadas por meio dos momentos de planejamento coletivo, das discussões e da análise realizada sobre as atividades planejadas e desenvolvidas.

As articulações evidenciadas sobre os conceitos matemáticos revelam: o potencial de articular as informações coletadas, mediando para que os grupos usassem uma média na elaboração do modelo matemático; a compreensão de que uma mesma atividade pode ser explorada em diferentes níveis de ensino, considerando que a mobilização do conceito de média na Educação Infantil ocorreria de forma intuitiva; que os erros podem se tornar pontos

de partida para retomar, refazer e comparar os resultados encontrados na atividade de MM, permitindo trabalhar o conceito de proporção; e a complexidade de operar com números racionais nos Anos Iniciais, o que levaria os alunos a escolher o arredondamento como estratégia.

No 3º momento, os professores demonstraram preocupação quanto à coerência dos encaminhamentos para que a atividade configurasse-se como uma atividade de MM. As escolhas dos temas, problemáticas, inteiração e materiais refletiram a integração entre os conhecimentos teóricos trabalhados no curso e os advindos das experiências práticas dos professores. Nesse processo, as articulações que emergiram envolveram a coleta de dados, a inteiração, o tema, a problemática, a Modelagem Matemática e o modelo matemático.

As articulações sobre coleta de dados revelam que, para os professores, essa etapa poderia ser realizada a partir de informações contidas em folders de mercado; no entanto, todos teriam acesso aos mesmos dados, o que poderia limitar a diversidade de estratégias. Também se configurou como um momento capaz de despertar o interesse dos alunos, podendo ser realizada de diversas formas, como por meio da experimentação, rompendo com práticas tradicionais. Além disso, evidencia-se a importância do professor na mediação, garantindo que os dados estejam articulados às resoluções construídas pelos alunos.

Com relação à inteiração, as articulações revelam a percepção de que há várias formas de contextualizar e integrar o tema de acordo com a vivência e o interesse dos alunos, podendo variar conforme o público-alvo. Também evidencia-se a importância do cuidado na mediação, de modo que os professores orientem, mas preservem a autonomia dos alunos durante esse processo.

Além disso, as articulações evidenciam que o tema deve estar relacionado a uma festividade compatível com a época e que faça parte da vivência dos alunos; que a MM, ao relacionar a Matemática a temas de interesse dos alunos, contribui para reduzir a sensação de abstração e aumentar o engajamento; que a escolha da problemática deve permitir que todos os alunos se reconheçam na situação a ser modelada, preservando sua autonomia, sem definir previamente o caminho, mas abrindo possibilidades para a construção dos modelos matemáticos; que um bom planejamento ajuda a superar as inseguranças e o medo do professor em desenvolver atividades de MM; que a MM promove motivação e criatividade dos alunos, deslocando o foco do ensino tradicional; e que possibilita conciliar diferentes componentes curriculares de forma interdisciplinar e trabalhar os conceitos matemáticos de maneira integrada.

Com relação aos modelos matemáticos, as articulações revelam que a integração dos conceitos matemáticos e extramatemáticos é essencial para a elaboração desses modelos. Observa-se também que os modelos matemáticos são múltiplos e se moldam ao longo do processo, podendo assumir diferentes formas ou ser aperfeiçoados mediante os encaminhamentos e direcionamentos do professor. Apesar de as possibilidades de modelos matemáticos serem antecipadas no planejamento da atividade, devido à natureza investigativa da MM, os alunos podem desenvolver modelos distintos.

Como já mencionado, a AS é progressiva e subjetiva; por isso, sua identificação não é realizada com facilidade. Ela ocorre quando um mesmo conceito ou proposição é representado de diferentes formas, utilizando distintos signos ou conjuntos de signos equivalentes em termos de significado (Moreira, 1999). Por esse motivo, no espaço formativo, diferentes atividades de MM foram planejadas e ofertadas para contemplar variadas situações ao longo dos três momentos, corroborando os apontamentos de Moreira e Massini (1982, p. 15), que propõem que uma das alternativas para testar a ocorrência da AS é "propor ao aprendiz uma tarefa da aprendizagem, sequencialmente dependente de outra, que não possa ser executada sem um perfeito domínio da precedente".

Portanto, a partir da pergunta norteadora, evidencia-se que, em espaços formativos como este, os professores perpassam por diferentes atividades que privilegiam a reflexão e a investigação, integrando conceitos e vivências que resultam em conhecimentos que vão além da dimensão técnica.

Desse modo, a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, enquanto processos cognitivos, subsidiaram a observação das formas de AS (subordinada, superordenada e combinatória), que se referem à maneira como ocorre a interação do novo conhecimento com os subsunçores. Considerando os indícios da ocorrência dessas formas, foi possível analisar também a natureza da AS, ou seja, o tipo de AS (*representacional, conceitual e proposicional*), que contribuem para a construção do significado psicológico, entendido aqui como a articulação entre significado *denotativo e conotativo,* produto final da AS.

Com base na diferenciação progressiva e reconciliação integradora, a partir dos Mapas Conceituais (figuras 13, 16 e 18), verificou-se a integração entre os novos conhecimentos e os subsunçores de forma subordinada, superordenada e combinatória. Esse movimento se relaciona aos tipos de aprendizagem representacional, conceitual e proposicional. Considerando que, para os professores, os conceitos trabalhados nos Anos Iniciais já fazem parte de seu repertório matemático, as atividades de MM serviram para revisar, aprimorar e

tornar esses conceitos mais diferenciados em termos de detalhes e especificidades, abrindo novos horizontes para diferentes formas de abordá-los em sala de aula por meio da MM.

Ressalta-se que o objetivo deste trabalho não foi verificar se os professores aprenderam os conceitos matemáticos mobilizados, mas compreender como eles podem auxiliar na aprendizagem de seus alunos. Nesse sentido, conforme demonstrado ao longo da análise, a mobilização desses conceitos e os indícios das articulações de significados denotativos e conotativos indicam que eles podem, em certa medida, contribuir para a AS do tipo representacional, conceitual e proposicional em suas práticas pedagógicas.

Observa-se que, na AS do tipo representacional, predomina o significado denotativo, correspondente à compreensão do que o símbolo significa. Na aprendizagem conceitual, o significado conotativo emerge, pois o aprendiz passa a diferenciar e generalizar os conceitos, incorporando sua própria experiência. Já na aprendizagem proposicional, ao aprender as proposições e estabelecer relações entre os conceitos, ocorre a integração entre o significado denotativo (sentido socialmente partilhado) e o conotativo (sentido pessoal).

Ao analisar as justificativas para a inscrição no curso, como a de P5: *"[...] de repente, se eu sair de lá com alguma técnica que facilite a docência. Que facilite meu trabalho com a Matemática. [...] Eu vim no curso porque eu preciso"*, evidencia-se uma predisposição para participar e aprender, o que está em consonância com uma das condições para a ocorrência da AS.

Além disso, vale destacar que, no espaço formativo, alguns professores, como P2, relataram: *"Eu tenho dificuldade de Matemática para mim. Mas, para trabalhar matemática com os alunos, então, piorou* (P2)". Esse relato dialoga com Gomes (2018, p. 171), que aponta "[...] a vontade das professoras em buscar uma formação que minimize lacunas existentes com relação a conteúdos e conceitos".

De acordo com Teodoro (2023), é preciso estar atento à forma como o professor se relaciona com a Matemática, pois "[...] considerar que o processo de aprendizagem sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática necessita, além da mudança de ensino e de aprendizagem, da mudança sobre a concepção de Matemática que o professor possui, pois a sua relação com ela influenciará na forma de ensinar e de aprender" (Teodoro, 2023, p. 221).

Ao final do curso, alguns professores, como P8, relataram a experiência de participação no espaço formativo: *"Fiquei muito feliz de ter feito o curso que abriu a minha cabeça para ver de uma maneira diferente. Eu acho que faltaram professores que usassem MM comigo, assim, para desenvolver. Para a gente pegar um gosto e, com o curso, eu aprendi a gostar mais de Matemática"* (P8). Nesse sentido, os resultados desta pesquisa

dialogam com Teodoro (2023), ao evidenciar que o ensino e a aprendizagem com a MM exigem atenção à relação do professor com a Matemática, aspecto essencial para que a MM se faça presente em sala de aula nos Anos Iniciais.

Além disso, ressalta-se que, assim como Gomes *et al.* (2018), as experiências vivenciadas pelo grupo, com características colaborativas, possibilitaram a reflexão sobre o ensino de Matemática nos Anos Iniciais, momento em que os professores puderam "[...] refletir na, sobre e para prática dessas professoras quanto à Modelagem Matemática". Todavia, como destaca a autora, "[...] uma única atividade de modelagem não fará com que essas professoras mudem completamente seu modo de pensar". Ainda assim, é possível inferir que espaços de formação de professores em MM contribuem "[...] para o despertar de alternativas metodológicas voltadas ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental" (Gomes *et al.*, 2018, p. 13).

Com base nisso, evidencia-se a contribuição desta pesquisa para os professores colaboradores que participaram do espaço formativo, ao oportunizar o desenvolvimento e a reflexão sobre a MM, auxiliando na ressignificação de suas práticas pedagógicas e no fortalecimento de seu desenvolvimento profissional. Observou-se uma compreensão de uma Matemática que pode ser trabalhada de diferentes formas, destacando sua aplicabilidade em situações contextualizadas e próximas à vivência dos alunos dos Anos Iniciais.

No entanto, destaca-se que uma das dificuldades enfrentadas ao longo da pesquisa esteve relacionada à adesão dos professores ao espaço formativo. Inicialmente, contava-se com a inscrição de onze professores; contudo, no primeiro encontro, apenas três compareceram, o que exigiu a reconsideração do delineamento inicialmente previsto. Dessa forma, as inscrições foram reabertas para novos participantes, que passaram a integrar a pesquisa a partir desse momento. Tal situação pode ser compreendida considerando-se o período em que o espaço formativo foi ofertado, no final do ano letivo, marcado por avaliações, elaboração de pareceres e intensificação de diferentes demandas e responsabilidades escolares. Apesar de configurarem um desafio, essas circunstâncias evidenciam as condições reais de trabalho docente, que impactam diretamente a participação dos professores em ações de formação continuada.

Nesse sentido, espera-se que esta proposta inspire novas ações e ofertas de cursos de formação continuada, nos quais os professores se reconheçam como protagonistas e ativos na construção e reconstrução de seus próprios saberes. Ademais, a identificação das articulações entre os significados denotativos e conotativos manifestados pelos professores ao desenvolverem atividades de MM fortalece as discussões já existentes sobre a temática.

Assim, a pesquisa não se limita ao caso estudado, oferecendo subsídios para futuras investigações que explorem a formação de professores em MM e que visem à ocorrência da AS dos conceitos matemáticos.

Observa-se que este espaço formativo se desenvolveu de maneira sucessiva ao longo dos três momentos, criando oportunidades para que os professores conhecessem a MM, participassem de práticas "como alunos", conhecessem as práticas de outros profissionais que atuam nos Anos Iniciais e se engajassem no planejamento e desenvolvimento de práticas de MM. Todo esse percurso foi alicerçado em reflexões voltadas às adaptações necessárias para o desenvolvimento de atividades de MM em sala de aula.

Desse modo, é possível afirmar que, ao participar do espaço formativo, os ministrantes — pesquisadores da MM na Educação Matemática — também aprendem, ressignificam e avançam. Avançam "[...] em busca de novos aspectos, novas interrogações, que nos permitirão compreender a relação entre a Modelagem Matemática, a prática pedagógica dos professores e a aprendizagem dos alunos" (Gomes, 2018, p. 178).

Para além do desenvolvimento de pesquisas em espaços formativos sobre MM, reconhece-se a possibilidade de propiciar aos professores momentos de reflexão sobre sua própria atuação e sobre sua relevância para a ocorrência da AS, bem como de promover, em outros contextos formativos, a articulação entre a MM e a AS. Assim como esta pesquisa revelou a articulação entre significados denotativos e conotativos, acredita-se que tal processo possa ser realizado de forma consciente. Além disso, sugere-se oportunizar que os professores implementem as atividades planejadas com suas respectivas turmas, ultrapassando a situação hipotética de apenas refletir sobre possíveis adaptações, como ocorreu nesta pesquisa. Esses aspectos abrem novas possibilidades para investigações futuras sobre MM na Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. B; LIMA, M. G. Formação inicial de professores e o curso de Pedagogia: reflexões sobre a formação matemática. **Ciência & educação**, v. 18, n. 2, p. 451-468, 2012.

ALVES, L. L. A importância da matemática nos Anos Iniciais: EREMATSUL. *In:* ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DO SUL, 22, 2016, Curitiba. **Anais [...].** Curitiba: Editora da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2016, P. 1-10.

ARAGÃO, M. F. A. A história da Modelagem Matemática: uma perspectiva didática no ensino básico. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2016, Campina Grande. **Anais [...].** Campina Grande: Realize Editora, 2016.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção do conhecimento:** uma perspectiva cognitiva. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology:** a cognitive view. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc., 1968.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional.** 2. ed. Tradução de Eva Nick. Rio de Janeiro: Melhoramentos, 1980.

AUSUBEL, D. P. **The acquisition and retention of knowledge.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2001.

BARBOSA, M. C. S. **Por amor e por força:** rotinas na Educação Infantil. 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

BARRETO, M. G. B. **A formação continuada de matemática dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e seu impacto na prática de sala de aula**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

BATISTA, M. C.; GOMES, E. C. Diário de campo, gravação em áudio e vídeo e mapas mentais e conceituais. *In:* MAGALHÃES JÚNIOR, C. A. O.; BATISTA, M. C. (org.). **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências**. Maringá: Gráfica e Editora Massoni, 2021. p. 253–276.

BIASOTTO, L. C.; FIM, C. F.; KRIPKA, R. M. L. A teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel: uma alternativa didática para a educação matemática. **Brazilian Journal of Development,** Curitiba, v. 6, n. 10, p. 83187-83201, oct. 2020.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: ciências e matemática.** São Paulo: Contexto, 2019.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Pesquisa qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1994.

BORCHARDT. T.T. **A Sociedade Educativa e a Subjetivação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica.** 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2015.

BORSSOI, A. H. **A Aprendizagem Significativa em Atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. Resolução CNE/CEB nº 7, de 14 de dezembro de 2010. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 15 dez. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Interdisciplinaridade no ciclo de alfabetização. Caderno de Apresentação / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2015.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké,** Campinas, v. 2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Campo Mourão, 12, 2014. **Anais [...]**. Campo Mourão: UNESPAR, 2014, p. 1-14.

CALIXTO, V. S. **Horizontes compreensivos da constituição do ser professor de Química no espaço da prática como componente curricular**. 2019. Tese (Doutorado em Educação para Ciências e Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2019.

CERON, C. G. S.; SILVA, K. A. P.; BORSSOI, A. H. Como viver 100 anos? uma atividade de modelagem em sala de aula. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2018. p. 1-15.

COLAÇO, G. A. M. **Uma sequência didática com materiais manipulativos no ensino da matemática para alunos surdos no Ensino Fundamental fase I.** 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Centro de Educação, Letras e Saúde, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2018.

DARROZ, L. M. Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel. **Espaço Pedagógico,** Passo Fundo, v. 25, n. 2, p. 577-580, maio/ago. 2018.

DOURADO, S.; RIBEIRO, E. Metodologia qualitativa e quantitativa. *In:* MAGALHÃES JÚNIOR, C. A. O.; BATISTA, M. C. (org.). **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências.** Maringá: Gráfica e Editora Massoni, 2021. p. 14-34.

FABRÍCIO, A. D. **O ensino da matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: concepções e práticas docentes. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

FARINA, I.; BENVENUTTI, D. B. **Formação continuada de professores:** perspectiva humana e emancipatória. Joaçaba: Unoesc, 2024.

FERREIRA; P. R. P. A; KATO; L, A; OLIVEIRA, W. P. A matemática que se mostra presente nos cursos de pedagogia: um olhar para pesquisas stricto sensu. **Revista Imagens da Educação**, v. 14, n. 1, p. 161-183, jan./mar. 2024.

FLICK, U. **An Introduction to Qualitative Research.** 6. ed. Los Angeles: SAGE, 2018.

FONTANINI, M. L. C. **Modelagem Matemática x Aprendizagem Significativa:** uma investigação usando mapas conceituais. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

FREITAS, J. M. **Formação de professores reflexivos: uma análise a partir da implementação da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.** 2023. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2023.

FREITAS, S. M. A importância do ensino de Matemática nos Anos Iniciais. **Revista Primeira Evolução.** São Paulo, v. 1, n. 51, p. 181–187, 2024. DOI:10.52078/2675-2573.rpe.51.2024.art.586. Disponível em: https://primeiraevolucao.com.br/index.php/R1E/article/view/586. Acesso em: 11 jul. 2025.

GARNICA, A. V. M. ; MODESTO, M. A.. Ouvindo Professores de Matemática: um estudo sobre formação (continuada). **Guairacá**, Guarapuava, v. 19, p. 31-55, 2005.

GEROLÔMO; A. M. L.; MILANI; C. S.; ALMEIDA, L. M. W. **Sobre as pesquisas que articulam Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa no brasil**. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2014, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014. p. 1-21.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Revista Ciência e Cultura.** São Paulo, v. 70, n. 1, p. 37-42, 2018.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

GOMES, J. C. S. P. **Práticas de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática.** 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P. Prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: um olhar para o processo de formação. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora, v. 11, n. 2, p. 01-23, jul./dez. 2021.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P.; OLIVEIRA, A. R. Atividades de modelagem matemática nos Anos Iniciais: ampliando possibilidades com a formação de professores. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2018. p. 1-15.

GUERREIRO, R. **A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: um olhar para a conferência nacional sobre modelagem na educação matemática.** 2023. Trabalho de Conclusão de curso (Licenciatura em Pedagogia) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2023.

GUERREIRO, R.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para a CNMEM. **Ensino e Tecnologia em Revista.** Londrina, v. 8, n. 2, p. 207-224, ago. 2024.

HOLANDA, T.; MANFREDI, V.; SILVA, R. **Tecnologia e ensino da matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** o uso de computadores, softwares e vídeos na otimização da prática educativa. *In:* CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E TECNOLOGIAS, 6, 2020, São Carlos. Anais [...]. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2020, p. 1-15.

HUF, S. F.; HUF, V. B. F.; PINHEIRO, N. A. M.; BURAK, D. Aprendizagem Significativa no ensino de matemática: um mapeamento do Eprem. **Brazilian Journal of Development,** Curitiba, v. 5, n. 12, p. 30642–30656, dez. 2019.

HUF, S. F; PINHEIRO, N. A. M; BURAK, D; MIQUELIN, A.F. Aprendizagem Significativa na educação matemática: um olhar por meio de teses e dissertações. **Alexandria**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 257-272, nov. 2020.

JOCOSKI, J.; VELEDA,G. G.; KOWALEK, R. Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo sobre as pesquisas em sala de aula. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2018. p. 1-17.

JUNIOR, V. C. A utilização de mapas conceituais como recurso didático para a construção e inter-relação de conceitos. **Revista brasileira de educação médica.** Brasília, v. 37, n. 3, p. 441-447, set. 2013.

KANT, I. **Duas introduções à crítica do juízo.** São Paulo: Iluminuras, 1995.

KLÜBER, T. E. Formação de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: questões emergentes. **Educere et Educare**, Cascavel, v. 12, n. 24, jan./abr. 2017.

LOSS, A. S. **Anos Iniciais**: Metodologia para o Ensino da Matemática. 2. ed. Curitiba: Appris, 2016.

LUNA, A. V. A.; SOUZA. E. G. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Práticas e Desafios. *In:* ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER,E. (orgs). **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.** São Paulo: Sucesso, 2014. p. 37-50.

MACHADO, S. R. C. **Percepções da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.** 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

MADORMO, R. C. D. **Possibilidades de boas práticas no ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** uma revisão sistemática da literatura. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia da Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2022.

MADRUGA, Z. E. F; BREDA, A. Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática**, Bento Gonçalves, v. 3, n. 1, p. 67-81, jul. 2017.

MARCÃO, D. G.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, A. O. Modelagem como uma estratégia metodológica para ensinar Matemática**. Revista Valore**, Volta Redonda, v. 6, ed. esp., p. 4–22, 2021.

MARQUES, J. V. L. **Contribuições das atividades lúdicas para o ensino e aprendizagem na Educação Infantil.** 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia a Distância), Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

MARQUEZEPE, A. P.; MARTIN, G. F. S.; NERVIS, J. J. A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 12, n. 28, p. 311–335, maio/ago. 2023. DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.28.311-335. Acesso em: 4 jul. 2025.

MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa:** Condições para a ocorrência e lacunas que levam ao comprometimento. São Paulo: Vetor, 2008.

MENDES, L. O. R., PEREIRA, A. L. Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 196-228. 2020.

MENEGHATTI, M. R.; RAMOS, H. R.; RIBEIRO, IVANO. Transparência nas transcrições de dados de pesquisas qualitativas. **Iberoamerican Journal of Strategic Management (IJSM)**, v. 23, n. 2, p. 1-8, maio/ago. 2024.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva.** 2. ed. Ijuí: Unijuí, 2011.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva.** 3. ed. ijuí:Unijuí, 2016.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Pesquisa qualitativa:** Teoria, método e criatividade. 1. ed. Petrópolis: Vozes, 2007.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação:** Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-210, 2003.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa:** a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria de física, 2011.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e a Aprendizagem Significativa.** Porto Alegre: Instituto de Física – UFRGS, 2012.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 1982.

MOREIRA, M. A. O que é afinal Aprendizagem Significativa. **Revista Qurriculum,** La Laguna, n. 25, p. 29–56, 2012.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: EPU, 2006.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Princípios e práticas pedagógicas. São Paulo: Cortez, 2015.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em Modelagem Matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 85-107, nov. 2018.

NEGRÃO, F. C.; ANDRADE, A. N.; VILAÇA, A. L. A.; VILAÇA, M. A. Matemática na Educação Infantil: práticas pedagógicas com interações e brincadeiras. *In:* Congresso Nacional de Educação, 7, 2021. **Anais**... Campina Grande: Realize Editora, 2021.

NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. **Práxis Educativa,** Ponta Grossa, v. 5, n. 1, p. 9–29, jan./jun. 2010.

NUNES, J. M. V. Aprendizagem Significativa: despertando a motivação intrínseca via história da matemática. **Aprendizagem Significativa em Revista**. Porto Alegre, v. 4, n. 2, p. 32-44, 2014.

NUNOMURA, A. R. T.; PIEROBON; J. C. S., SILVA, K. A. P da. Vivenciando o planejamento de uma atividade de Modelagem Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *In:* ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EPMEM, 8, 2018, Cascavel. **Anais [...]** Cascavel: UNIOESTE, 2018. p. 1-12.

RODRIGUÊS, R. S. S. **Modelagem matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma meta-análise das dissertações e teses produzidas no Brasil**

(2010-2022). 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade do Estado de Mato Grosso, Barra do Bugres, 2023.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem Matemática e as tensões nos discursos dos professores.** 2010. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2010.

OLIVEIRA, S.; GUIMARÃES, O. M. G.; FERREIRA, J. L. F. As entrevistas semiestruturadas na pesquisa qualitativa em educação. **Revista Linhas.** Florianópolis, v. 24, n. 55, p. 210-236, maio/ago. 2023.

PALMA, R. M.; VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P. Modelagem matemática e uma ação relacionada ao empreendedorismo: negociando o preço de sanduíches naturais. *In:* CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2017, Maringá. **Anais** [...]. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2017.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais. **Estudos Avançados.** São paulo, v. 32, n. 94, p. 119- 135, set./dez. 2018.

PELAQUIM, S. C. P. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** Uma Interpretação Dos Diagramas Semióticos. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

PIAIA; F.; SILVA, V. S. Ensino de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: sobre o uso da Modelagem Matemática. **Revista de Educação Matemática,** São Paulo, v. 16, n. 21, p. 88-100,jan./abr. 2019.

PIRES, M. N. M.; SILVA, K. A. P.; GOMES, J. C. S. P. Formação de professoras dos Anos Iniciais em Modelagem Matemática. **Sisyphus – Journal of Education**, Lisboa, v. 9, n. 2, p. 154–180, jul./out. 2021. DOI: 10.25749/sis.21788. Disponível em: https://www.redalyc.org/journal/5757/575769046008/html/. Acesso em: 4 jul. 2025.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. **Aprender y enseñar ciencia**: del conocimiento cotidiano al conocimiento científico. Madrid: Morata, 1998.

ROSA, L. S. L. **Desafios na criação e aplicação de uma sequência didática - uma introdução ao ensino de estatística nos Anos Iniciais.** 2017. Dissertação (Mestrado em ensino em educação básica) - Universidade do estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2017.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; RODRIGUES, M. C.; BORGES, J. R. A. O ensino-aprendizagem de matemática: contribuições de Novak e a teoria dos mapas conceituais. **Cadernos da FUCAMP,** Monte Carmelo, v. 20, n. 46, p. 180–203, 2021.

SANTOS, D. B. M. **Investigação Sobre a Formação Continuada de Professores do Ensino Fundamental I:** Modelagem Matemática. Tese (Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020.

SERRA, I. O. T.; SILVA, M. G.; PIRES, M. N. M. Suco de laranja: uma aproximação entre Modelagem Matemática e professoras dos Anos Iniciais. *In:* ENCONTRO PARANAENSE

DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPMEM, 8., 2018, Cascavel. **Anais** [...] Cascavel: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2018.

SILVA; K. A. P.; VERONEZ; M. R. D. Atividades de Modelagem Matemática: diferentes abordagens para diferentes níveis de escolaridade. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Maringá. **Anais** [...]. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2010. p. 1-11.

SILVA, C. **Aprendizagem Significativa em atividades de Modelagem Matemática.** 2018. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

SILVA, E. R. F.; SILVA, A. C. Aprendizagem Significativa e o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental. *In*: SEMINÁRIO DE EDUCAÇÃO, 29, 2021, Cuiabá. **Anais** [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2021. p. 1139-1148.

SILVA, F. M; CUNHA, D. A; SILVA, A. A; HAISASHIDA, K. A. O uso do material concreto no ensino da matemática. *In:* FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA. 5, 2013, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: Realize Editora, 2013, p. 1-8.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação.** São Carlos: Universidade Federam de São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, nov. 2012.

SILVA, S. V.; KLÜBLER, T. E. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER,E. (orgs). **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.** São Paulo: Sucesso, 2014. p. 7-24.

SILVA, V. S. Modelagem Matemática como metodologia para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais: alguns apontamentos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir de relatos de experiências. *In:* BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., [orgs.]. **Modelagem matemática:** perspectivas, experiências, reflexões e teorizações. 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, p. 59-74.

SOARES, K. A.; NOGUEIRA, T. P.; SILVA, W. M. Subsunçores e Aprendizagem Significativa: aplicações da teoria de Ausubel no Ensino Fundamental de matemática. *In:* JORNADA CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA DO IFSULDEMINAS, 16, 2024, Minas Gerais. **Anais [...].** Muzambinho: Instituto Federal do Sul de Minas Gerais, 2024, p. 1-4.

SOARES, S. J. Pesquisa científica: uma abordagem sobre o método qualitativo. **Revista Ciranda,** Montes Claros, v. 1, n. 3, p. 168-180, jan/dez-2019.

SOBRAL, A. C. M. B.; TEIXEIRA, F. M. Conhecimentos prévios: investigando como são utilizados pelos professores de Ciências das séries iniciais do Ensino Fundamental. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 6, 2007, Florianópolis. **Anais [...].** Florianópolis: Associação Brasileira de Pesquisa e Educação em Ciências, 2007, p. 1-11.

SOISTAK, A. V. F.; BURAK, D. O futebol: proporcionando o ensino aprendizagem da matemática. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais** [...]. Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2004. p. 1-12.

SOUZA, H. C. T. Um olhar para o processo de Modelagem Matemática: concepções de alguns educadores matemáticos. *In:* Encontro Nacional de Educação Matemática, 10, 2013, Curitiba. **Anais […]**. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013, p. 1–15.

SOUZA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática,** São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-28, mar. 2021.

SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v. 9, p. 57-73, 2014.

TEODORO, F. P. A **recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos Anos Iniciais.** 2018. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TEODORO, F. P. **Aprendizagens sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática em uma comunidade de prática de professoras dos Anos Iniciais.** 2022. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TRIGUERO, L. F. **Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizados pela Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

UNESCO. Os desafios do ensino de Matemática na Educação Básica. Brasília, São Carlos: EdUFSCar, 2016.

VENÂNCIO, S. **Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau:** uma investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Centro de Ciências Extas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

VIANA, E. R. **Estratégias de estímulo do pensamento criativo em atividades de Modelagem Matemática.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de

Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina/Cornélio Procópio, 2020.

VIANA, E. R.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. Alimentação saudável: uma experiência com Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2018, Cascavel. **Anais** [...]. Cascavel: Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2018. p. 1-13.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. A Modelagem Matemática nos Anos Iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** um estudo com alunos alemães e brasileiros. 2016. Tese (Doutorado em Educação para a ciência e a matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

ZILIO, C. **Robótica educacional no Ensino Fundamental I:** Perspectivas e práticas voltadas para a aprendizagem da Matemática. 2020. Dissertação (Mestrado em educação em ciências) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

ANEXOS

Anexo I – Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convidamos o(a) senhor(a) professor(a) para participar da pesquisa intitulada "Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizadas por professores dos anos iniciais por meio da modelagem matemática" que faz parte do Programa de Doutorado para o ensino de Ciências e Matemática – UEM, e é orientada pela professora Lilian Akemi Kato da Universidade Estadual de Maringá. O objetivo da pesquisa é investigar, por meio do curso de extensão, as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para a ocorrência de Aprendizagem Significativa nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isto, a sua participação é muito importante e ocorrerá por meio de desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em um curso de extensão de 30 horas, estes momentos serão gravados em vídeo e áudio. As gravações serão acessadas apenas pelas pesquisadoras, assim como os registros escritos dos professores durante o processo formativo e as informações contidas no questionário inicial e na entrevista semiestruturada realizada. Destacamos que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar sua identidade. Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo se recusar a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Informamos que poderão ocorrer os desconfortos/riscos a seguir: os professores podem se sentir constrangidos devido a gravação do desenvolvimento das atividades e envergonhados em participar das atividades propostas. Porém, a pesquisadora buscará garantir o bem estar de todos de modo que esses desconfortos sejam minimizados ao decorrer do desenvolvimento do curso de extensão. Com este estudo, espera-se contribuir com a formação continuada dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, visando elucidar as possibilidades desta prática educativa no processo de ensino da Matemática e, fomentar as discussões e reflexões sobre esta temática. Caso você tenha mais dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços a seguir ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Maringá- UEM, cujo endereço consta neste documento. Vale destacar que este Comitê de ética é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas. Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você. Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as

folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.
Eu,..... declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pela Professora Lilian Akemi Kato.

_____ Data: __/ __/____
Assinatura do(a) participante

Eu, Lilian Akemi Kato e Letícia Fagundes Triguero declaramos que fornecemos todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

_____ Data: __/ __/____
Assinatura da pesquisadora

_____ Data: __/ __/____
Assinatura da pesquisadora

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com os pesquisadores, conforme os endereços abaixo:
Nome: Lilian Akemi Kato
Endereço: Bento Munhoz da Rocha Netto, Bloco I Ap. 1004
(Telefone/e-mail): (44)3028-0287/lilianakemikato@gmail.com
Nome: Letícia Fagundes Triguero
Endereço: Rua Tunas 844, Parque das Laranjeiras, Maringá.
(Telefone/e-mail): (44) 998143526/triguerolf@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:
Comitê Permanente de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da UEM (COPEP): Av. Colombo, 5790, PPG, sala do COPEP, CEP 87020-900. Maringá-Pr. Telefone: (44) 3011-4597, e-mail: copep@uem.br. horário: 2ª a 5ª feira - das 7h40 às 11h40; 6ª feira das 13h30 às 17h30, exceto nos dias de reunião. Para atendimento presencial, desejável agendar horário.

Anexo II – Autorização da Secretária Municipal de Educação de Maringá

MARINGÁ
PREFEITURA DA CIDADE

Av. XV de Novembro, 701
Maringá • Paraná • Brasil
CEP: 87013 230
(44) 3221-1234

Prezados Senhores,

Eu, Nayara Malheiros Caruzzo, Secretária Municipal de Educação do município de Maringá, venho por meio desta, informar que estou ciente e de acordo com a realização do projeto de pesquisa intitulado "Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizadas por professores dos anos iniciais por meio da modelagem matemática", firmado sob a responsabilidade da pesquisadora professora Dra. Lilian Akemi Kato, com a colaboração da professora Letícia Fagundes Triguero, que participa como co-orientadora da pesquisa, sendo esta realizada no município de Maringá no período de setembro a dezembro de 2024.

Por fim, o pesquisador responsável e os demais participantes declaram estar cientes das normas que permeiam as pesquisas com seres humanos, ressaltando que a coleta de dados será somente iniciada após a aprovação do projeto por este Comitê de Ética.

Maringá, 07 de agosto de 2024.

Nayara Malheiros Caruzzo
Secretária de Educação
Matrícula: 74820
Decreto: nº 2266 / 2022

Nayara Malheiros Caruzzo
Secretária Municipal de Educação de Maringá
Decreto nº 2266 de 2022

Anexo III – Autorização das direções das Escolas Municipais de Maringá

MARINGÁ
PREFEITURA DA CIDADE

Av. XV de Novembro, 701
Maringá • Paraná • Brasil
CEP: 87013 230
(44) 3221-1234

Prezados Senhores,

Eu, Francielli Ferreira da Rocha Romero, Superintendente Municipal de Educação do município de Maringá, venho por meio desta, informar que estou ciente e de acordo com a realização do projeto de pesquisa intitulado "Articulação entre significados denotativos e conotativos mobilizadas por professores dos anos iniciais por meio da modelagem matemática", firmado sob a responsabilidade da pesquisadora professora Dra. Lilian Akemi Kato, com a colaboração da professora Letícia Fagundes Triguero, que participa como co-orientadora da pesquisa, sendo esta realizada no município de Maringá no período de setembro a dezembro de 2024.

Ressalto que pela investidura do cargo a mim conferida, e tendo em vista de que por meio desta, coloco-me como responsável por todos os diretores integrantes das 53 unidades de ensino da rede municipal de Maringá que atendem os anos iniciais do ensino fundamental, reitero a presente autorização e anuência a pesquisa supramencionada.

Reitera-se ainda que as orientações e direcionamentos pertinentes à referida pesquisa, serão repassadas aos participantes que anuírem a mesma.

Por fim, o pesquisador responsável e os demais participantes declaram estar cientes das normas que permeiam as pesquisas com seres humanos, ressaltando que a coleta de dados será somente iniciada após a aprovação do projeto por este Comitê de Ética.

Maringá, 07 de agosto de 2024.

Francielli Ferreira da Rocha Romero
Superintendente da Secretaria
de Educação
Matrícula 1.[illegible]

Francielli Ferreira da Rocha Romero
Superintendente da Secretaria Municipal de Educação de Maringá
Decreto nº 2295 de 2022

Anexo IV – Autorização do COPEP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Plataforma Brasil

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: ARTICULAÇÃO ENTRE SIGNIFICADOS DENOTATIVOS E CONOTATIVOS MOBILIZADAS POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Pesquisador: Lilian Akemi Kato

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 82151624.1.0000.0104

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Maringá

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 7.102.153

Apresentação do Projeto:

Este é um projeto de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá, desenvolvido pela assistente de pesquisa LETÍCIA FAGUNDES TRIGUERO, sob a orientação da Profª. Drª. Lilian Akemi Kato.

Pretende-se desenvolver um curso de extensão para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede de ensino de Maringá- PR. Este curso de extensão será ofertado na Universidade Estadual de Maringá, em que será disponibilizado um questionário para os professores a nível de secretaria de Educação de Maringá, com o convite aos professores da rede municipal para participar do curso de extensão. O número de participantes da pesquisa, de até 20, está condicionado ao interesse destes. Posteriormente, será enviado um link de questionário para os professores que manifestaram interesse. O curso terá a carga horária de 30h, divididas em encontros presenciais e remotos, dos quais os encontros presenciais acontecerão aos sábados de manhã, com previsão de realização para os meses de outubro, novembro e dezembro de 2024.

Objetivo da Pesquisa:

Investigar, por meio do curso de extensão, as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para a ocorrência de Aprendizagem Significativa nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM - bloco PPG, sala do COPEP.
Bairro: Jardim Universitário **CEP:** 87.020-900
UF: PR **Município:** MARINGA
Telefone: (44)3011-4597 **E-mail:** copep@uem.br

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

É apresentado modelo da entrevista semiestruturada, com dados pessoais, experiencias profissionais dos participantes e questões sobre o tema da pesquisa.

O cronograma prevê início da coleta de dados para 05/10/2024 e envio do relatório final ao COPEP até 30/01/2025.

Orçamento de R$ 190,00, com combustível e material papelaria, será custeado por recursos próprios.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Foram apresentados os seguintes documentos:

1. Folha de rosto assinada pela Prof. Dr. Diogo Francisco Rossoni, Diretor Adjunto do Centro de Ciências Exatas (CCE);

2. Autorização da Secretaria Municipal de Educação (SEDUC) de Maringá, assinada Nayara Malheiros Caruzzo, Secretária Municipal de Educação de Maringá.

3. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) dirigido aos participantes da pesquisa, na forma de solicitação de ¿autorização para participação da pesquisa¿, com duas páginas não numeradas, com breve discrição da pesquisa, das atividades, dos possíveis riscos, dos benefícios, da confidencialidade, com o endereço, telefone e e-mail da pesquisadora e orientada e do Comitê Permanente de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da UEM (COPEP) da UEM. O endereço do COPEP na UEM é informado como sendo ¿Bloco da Biblioteca Central (BCE)¿. Existe local para a assinatura do participante e da orientada, mas não da pesquisadora.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Recomenda-se que nenhum dado seja coletado junto aos sujeitos da pesquisa antes da aprovação do protocolo por este Comitê.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Este projeto originalmente restou pendente para a seguinte adequação:

- Redigir o TCLE na forma de convite: ¿Convidamos o (a) senhor (a) para participar da pesquisa intitulada...¿.
- Corrigir no TCLE o endereço do COPEP;
- Incluir campo para assinatura da pesquisadora Lilian Akemi Kato;
- Incluir no TCLE curto parágrafo explicativo, em linguagem simples e clara sobre a atribuição do COPEP. Por exemplo: "O Comitê é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Continuação do Parecer: 7.102.153

defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas¿.
- As páginas do TCLE precisam estar numeradas, como 1 de 2; 2 de 2, de forma a garantir a integridade do documento, protegendo o pesquisador e os participantes de possíveis alteração no TCLE.

Tendo em vista que todas as solicitações foram atendidas, bem como as normativas éticas vigentes, o COPEP/UEM é de parecer favorável à aprovação do projeto.

Considerações Finais a critério do CEP:
Alerta-se a respeito da necessidade de apresentação de relatório final no prazo de 30 dias após o término do projeto.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2395873.pdf	30/08/2024 16:29:29		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_COPEP.pdf	30/08/2024 16:26:01	Lilian Akemi Kato	Aceito
Outros	RESPOSTAS.pdf	30/08/2024 16:25:17	Lilian Akemi Kato	Aceito
Outros	DirecaoDasEscolas.pdf	08/08/2024 07:19:04	Lilian Akemi Kato	Aceito
Outros	Autorizacao.pdf	08/08/2024 07:17:58	Lilian Akemi Kato	Aceito
Outros	Instrumentos.pdf	08/08/2024 07:15:54	Lilian Akemi Kato	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA.pdf	08/08/2024 07:14:40	Lilian Akemi Kato	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoDeDoutorado.pdf	08/08/2024 07:14:26	Lilian Akemi Kato	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	06/08/2024 11:34:08	Lilian Akemi Kato	Aceito
Declaração de concordância	Termo_concordancia.pdf	05/08/2024 21:19:47	Lilian Akemi Kato	Aceito

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM - bloco PPG, sala do COPEP.
Bairro: Jardim Universitário **CEP:** 87.020-900
UF: PR **Município:** MARINGA
Telefone: (44)3011-4597 **E-mail:** copep@uem.br

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

Continuação do Parecer: 7.102.153

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

MARINGA, 25 de Setembro de 2024

Assinado por:
Aroldo Gavioli
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM - bloco PPG, sala do COPEP.
Bairro: Jardim Universitário **CEP:** 87.020-900
UF: PR **Município:** MARINGA
Telefone: (44)3011-4597 **E-mail:** copep@uem.br