

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

HEBER RABELO DA SILVA

**Análise da vazão do IEEE 802.11 DCF em condições de tráfego  
insaturado em canais com desvanecimento  $\eta - \mu$**

Maringá

2016

HEBER RABELO DA SILVA

**Análise da vazão do IEEE 802.11 DCF em condições de tráfego insaturado em canais com desvanecimento  $\eta - \mu$**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Departamento de Informática, Centro de Tecnologia da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador: Prof. Dr. Elvio João Leonardo

Maringá  
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

S586a Silva, Heber Rabelo da  
Análise da vazão do IEEE 802.11 DCF em condições de tráfego insaturado em canais com desvanecimento  $\eta$ - $\mu$  / Heber Rabelo da Silva. -- Maringá, 2016.  
97 f. : il. col., figs., tabs. + apêndices

Orientador: Prof. Dr. Elvio João Leonardo.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Informática, Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, 2016

1. Sistema de comunicação sem fio (Internet). 2. IEEE 802.11 - Rendimento. 3. Desvanecimento -  $\eta$ - $\mu$ . 4. Função de coordenação distribuída. I. Leonardo, Elvio João, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Informática. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. III. Título.

CDD 21.ed. 621.38

MN-003842

# FOLHA DE APROVAÇÃO

HEBER RABELO DA SILVA

## **Análise da vazão do IEEE 802.11 DCF em condições de tráfego insaturado em canais com desvanecimento $\eta - \mu$**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação do Departamento de Informática, Centro de Tecnologia da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação pela Banca Examinadora composta pelos membros:

### BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Elvio João Leonardo  
Universidade Estadual de Maringá – DIN/UEM



Prof. Dra. Luciana Andréia Fondazzi Martimiano  
Universidade Estadual de Maringá – DIN/UEM



Prof. Dr. Fábio Renan Durand  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – PPGEE/UTFPR-CP

Aprovada em 19 de Julho de 2016.

Local da defesa: Sala 101, Bloco C-56, *campus* da Universidade Estadual de Maringá

## DEDICATÓRIA

*Aos meus pais,  
Francisco e Josefa.*

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Elvio João Leonardo, sou grato por ter tido a oportunidade de conhecê-lo e trabalhar junto a ele. Em especial à sua atenção, dedicação, compreensão e paciência, ao longo de toda a excelente orientação recebida.

Aos colegas do DIN pela solidariedade, preocupações, incertezas e vitórias. E Maximilian, agradeço por dividir seu conhecimento e amizade.

Ao colega Rafael Augusto Pedriali por sua cooperação e parceria durante o projeto realizado.

À minha família pelo carinho e apoio.

À minha esposa e companheira de vida Renata, agradeço pelo incentivo e por acreditar em mim.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro concedido a este trabalho.

# Análise da vazão do IEEE 802.11 DCF em condições de tráfego insaturado em canais com desvanecimento $\eta - \mu$

## RESUMO

Esta dissertação investiga o desempenho, em termos de vazão, do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF (*Distributed Coordination Function*). Aplicado à subcamada de controle de acesso ao meio (MAC), o modelo proposto assume tráfego insaturado, canal de propagação com erros e efeito de captura do sinal desejado na presença de sinais interferentes em ambiente desvanecido. A interferência co-canal assume a adição incoerente dos sinais interferentes. A principal contribuição deste trabalho consiste em modelar o desvanecimento do canal de propagação por meio da distribuição  $\eta - \mu$ , que é uma distribuição de desvanecimento generalizada. Essa distribuição, devido à sua flexibilidade, possibilita a obtenção de distribuições tradicionais e proporciona um modelo ajustável para representar com mais precisão a propagação dos sinais em ambientes reais. Os resultados numéricos apresentados provêm informações importantes para a análise de desempenho do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, e para melhor descrever o comportamento do canal, são mostrados em diversos cenários. A análise dos resultados mostra a versatilidade do modelo de canal apresentado e permite definir o parâmetro  $\mu$  como o responsável pelo ajuste grosso do canal, enquanto o parâmetro  $\eta$  define o ajuste fino. A flexibilidade de ajuste proporcionada pelo modelo de canal proposto possibilita, por meio do ajuste dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , a obtenção de modelos tradicionais Nakagami- $m$ , Rayleigh e Hoyt como casos especiais.

**Palavras-chave:** IEEE 802.11, MAC, DCF, vazão, desvanecimento, distribuição  $\eta - \mu$ .

# Unsaturated throughput analysis of IEEE 802.11 DCF in $\eta - \mu$ fading channels

## ***ABSTRACT***

This dissertation investigates the performance, in terms of throughput, of the IEEE 802.11 DCF (Distributed Coordination Function) protocol. Applied to the Medium Access Control (MAC) sublayer, the model assumes unsaturated traffic conditions, propagation channel-induced error and capture effect of the desired signal in the presence of interfering signals in fading environment. The cochannel interference assumes an incoherent addition of the interfering signals. The main contribution of this work is to model the fading propagation channel through of the distribution  $\eta - \mu$ , which is a general fading distribution. Due to the flexibility of this distribution, it allows obtaining traditional distributions and it provides adjustable parameters to represent a more accurate propagation model for real environments. The numerical results presented provide important information for the performance analysis of IEEE 802.11 DCF protocol, and to better describe the channel behavior, results are shown in various scenarios. The results show the versatility of the displayed channel model and set the parameter  $\mu$  as responsible for the coarse adjustment of the channel, while the parameter  $\eta$  defines the fine adjustment. The adjustment flexibility provided by the proposed channel model allows, by adjusting the parameters  $\eta$  and  $\mu$ , the obtainment of traditional models Nakagami- $m$ , Rayleigh and Hoyt as special cases.

***Keywords:*** IEEE 802.11, MAC, DCF, throughput, fading, distribution  $\eta - \mu$ .



## LISTA DE FIGURAS

2.1	Família IEEE 802 e a relação com o modelo OSI - Adaptado de Gast (2005). . . . .	24
2.2	Conjunto Básico de Serviços (BSSs) - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007). . . . .	24
2.3	Conjunto Básico de Serviços (BSSs) - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007). . . . .	25
2.4	Subcamadas MAC do IEEE 802.11 - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007). . . . .	28
2.5	Mecanismo Básico de Controle de Acesso DFWMAC - Adaptado de Molisch (2010). . . . .	28
2.6	Transmissão de Pacotes com CSMA/CA empregando o mecanismo <i>2-way handshake</i> - Adaptado de Tanenbaum e Wetherall (2011). . . . .	30
2.7	Estações Ocultas e/ou Expostas - Adaptado de Tanenbaum e Wetherall (2011). . . . .	31
2.8	Mecanismo CSMA/CA empregando o mecanismo <i>4-way handshake</i> - Adaptado de IEEE (2012). . . . .	32
2.9	Estrutura do Super Quadro do IEEE 802.11 - Adaptado de IEEE (2012). . . . .	32
3.1	Crescimento da Janela de Contenção - Adaptado de (Gast, 2005).	35
3.2	Cadeia de Markov para redes insaturadas - Fonte (Daneshgaran et al., 2008). . . . .	36
3.3	Elementos de um sistema de comunicação - Adaptado de Stavroulakis (2003). . . . .	46
3.4	Tipos de ruídos em canal de comunicação sem fio - Adaptado de Stavroulakis (2003). . . . .	46
3.5	Contribuições para o ruído no canal sem fio - Adaptado de Stavroulakis (2003). . . . .	47
3.6	Tipos de ruídos multiplicativos - Adaptado de Chiueh e Tsai (2007).	49
4.1	Função Densidade de Probabilidade de Hoyt obtida a partir da distribuição $\eta - \mu$ com o parâmetros $\mu$ fixo em 0.5 e $\eta$ variando entre 0 e 1. . . . .	59

4.2	Função Densidade de Probabilidade de Rayleigh obtida a partir da distribuição $\eta-\mu$ com o parâmetros $\mu$ fixo em 1 e 0.5, enquanto $\eta$ tendendo a 0 e 1, respectivamente. . . . .	60
4.3	Função Densidade de Probabilidade de Nakagami- $m$ obtida a partir da distribuição $\eta-\mu$ com os parâmetros $\mu$ pré-fixados e $\eta$ tendendo a 0 ou 1 de acordo com a tabela do gráfico. . . . .	62
5.1	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> e <i>4-way handshake</i> . Ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio, com parâmetros $\eta = 0.5$ e $\mu$ variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda. . . . .	65
5.2	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> e ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio. A área destacada realça a variação do parâmetro $\eta$ entre 0 e 1 para $\mu = 0.5$ . . . . .	66
5.3	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> e ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio. A variação dos parâmetros $\eta$ e $\mu$ permite avaliar a vazão do canal em modelos tradicionais obtidos a partir do modelo generalizado $\eta-\mu$ . . . . .	67
5.4	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismos <i>2-way handshake</i> e <i>4-way handshake</i> . . . . .	68
5.5	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>4-way handshake</i> . Ambiente com 10 estações disputando acesso ao meio, com a área em realce destacando a variação do parâmetro $\mu$ , para $\eta=0.9$ . Com destaque para a curva com limiar de captura $\tilde{z}_0 = 24\text{dB}$ . . . . .	69
5.6	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> . Ambiente com 10 estações disputando acesso ao meio, com evidência para a área destacada, mostrando a influência dos parâmetros $\eta$ e $\mu$ e a vazão para os modelos tradicionais obtidos a partir do modelo generalizado $\eta-\mu$ . . . . .	70
5.7	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> . Ambiente com 20 estações disputando acesso ao meio, com parâmetros $\eta = 0.9$ e $\mu$ variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda. . . . .	71

5.8	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> . Ambiente com 20 estações disputando acesso ao meio, parâmetros $\eta = 0.9$ e $\mu = 0.5$ , limiar $\tilde{z}_0$ variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda. . . . .	72
5.9	Vazão $S$ para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo <i>2-way handshake</i> . Ambiente distinto com os parâmetros $\eta$ , $\mu$ e o número de estações além de outras particularidades destacadas na tabela do gráfico. . . . .	73
A.1	PDF da razão de variáveis aleatórias $\eta - \mu$ . . . . .	83
A.2	CDF da razão de variáveis aleatórias $\eta - \mu$ . . . . .	86

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Parâmetros da Cadeia de Markov da Figura 3.2 . . . . .	36
Tabela 3.2	Eventos característicos do comportamento do canal . . . . .	44
Tabela 5.1	Parâmetros de rede típicos do IEEE 802.11b . . . . .	64

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>ACK</b>	Reconhecimento (em inglês, <i>Acknowledgment</i> )
<b>AP</b>	Ponto de Acesso (em inglês, <i>Access Point</i> )
<b>BSS</b>	Conjunto Básico de Serviço (em inglês, <i>Basic Service Set</i> )
<b>BSA</b>	Área de Cobertura Básica (em inglês, <i>Basic Service Area</i> )
<b>CA</b>	Prevenção de Colisão (em inglês, <i>Collision Avoidance</i> )
<b>CCA</b>	Avaliação de Canal Livre (em inglês, <i>Clear Channel Assessment</i> )
<b>CD</b>	Deteção de Colisão (em inglês, <i>Collision Detection</i> )
<b>CDF</b>	Função de Distribuição Acumulada (em inglês, <i>Distributed Coordination Function</i> )
<b>CFP</b>	Período Livre de Contenção (em inglês, <i>Contention Free Period</i> )
<b>CSMA/CA</b>	Acesso Múltiplo com Verificação de Portadora com Prevenção de Colisão (em inglês, <i>Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance</i> )
<b>CSMA/CD</b>	Acesso Múltiplo com Verificação de Portadora com Deteção de Colisão (em inglês, <i>Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection</i> )
<b>CTMC</b>	Cadeia de Markov de Tempo Contínuo (em inglês, <i>Continuous Time Markov Chain</i> )
<b>CTS</b>	Autorização para Enviar (em inglês, <i>Clear to Send</i> )
<b>CW</b>	Janela de Contenção (em inglês, <i>Contention Window</i> )
<b>DCF</b>	Função de Coordenação Distribuída (em inglês, <i>Distributed Coordination Function</i> )
<b>DFWMAC</b>	Controle de Acesso ao Meio Sem Fio por Base de Distribuição (em inglês, <i>Distributed Foundation Wireless Medium Access Control</i> )
<b>DIFS</b>	Espaço Distribuído Entre Quadros (em inglês, <i>Distributed Inter Frame Space</i> )
<b>DSSS</b>	Espalhamento Espectral de Sequência Direta (em inglês, <i>Direct Sequence Spread Spectrum</i> )
<b>DTMC</b>	Cadeia de Markov de Tempo Discreto (em inglês, <i>Discrete Time Markov Chain</i> )
<b>DVD</b>	Disco Digital Versátil (em inglês, <i>Digital Versatile Disc</i> )
<b>EDCF</b>	Função de Coordenação Distribuída Melhorada (em inglês, <i>Enhanced Distributed Coordination Function</i> )
<b>ESS</b>	Conjunto Estendido de Serviço (em inglês, <i>Extended Service Set</i> )
<b>FHSS</b>	Espalhamento Espectral por Saltos de Frequência (em inglês, <i>Frequency Hopping Spread Spectrum</i> )
<b>IEEE</b>	Instituto de Engenharia Elétrica e Eletrônica (em inglês, <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> )

<b>ISM</b>	Industrial, Científica e Médica (em inglês, <i>Instrumentation, Scientific and Medical</i> )
<b>LAN</b>	Rede de Área Local (em inglês, <i>Local Area Network</i> )
<b>LLC</b>	Controle do Enlace Lógico (em inglês, <i>Logic Link Control</i> )
<b>LOS</b>	Linha de Visada (em inglês, <i>Line-of-sight</i> )
<b>MAC</b>	Controle de Acesso ao Meio (em inglês, <i>Media Access Control</i> )
<b>NAV</b>	Vetor de Alocação de Rede (em inglês, <i>Network Allocation Vector</i> )
<b>NLOS</b>	Sem Linha de Visada (em inglês, <i>Non-line-of-sight</i> )
<b>OFDM</b>	Multiplexação/Modulação Ortogonal por Divisão de Frequência (em inglês, <i>Orthogonal Frequency Division Multiplex/Modulation</i> )
<b>OSI</b>	Interconexão de Sistemas Abertos (em inglês, <i>Open Systems Interconnection</i> )
<b>PC</b>	Ponto Coordenador (em inglês, <i>Point Coordinator</i> )
<b>PCF</b>	Função de Coordenação Pontual (em inglês, <i>Point Coordination Function</i> )
<b>PDF</b>	Função Densidade de Probabilidade (em inglês, <i>Probability Density Function</i> )
<b>PHY</b>	Camada Física (em inglês, <i>Physical Layer</i> )
<b>PIFS</b>	Espaço Prioritário Entre Quadros (em inglês, <i>Priority Inter Frame Space</i> )
<b>PPM</b>	Modulação por Posição de Pulso (em inglês, <i>Pulse Position Modulation</i> )
<b>RF</b>	Rádio Frequência (em inglês, <i>Radio Frequency</i> )
<b>RMS</b>	Valor Quadrático Médio (em inglês, <i>Root Mean Square</i> )
<b>RTS</b>	Solicitação para Enviar (em inglês, <i>Request to Send</i> )
<b>SIFS</b>	Espaço Curto Entre Quadros (em inglês, <i>Short Interframe Space</i> )
<b>SIR</b>	Relação Sinal Interferência (em inglês, <i>Signal to Interference Ratio</i> )
<b>SSID</b>	Identificador do Conjunto de Serviço (em inglês, <i>Service Set Identifier</i> )
<b>STA</b>	Estação (em inglês, <i>Station</i> )
<b>TCP</b>	Protocolo de Controle de Transmissão (em inglês, <i>Transport Control Protocol</i> )
<b>Wi-Fi</b>	Fidelidade Sem Fio (em inglês, <i>Wireless Fidelity</i> )
<b>WLAN</b>	Rede Local Sem Fio (em inglês, <i>Wireless Local Area Network</i> )

## LISTA DE SÍMBOLOS

$N$	Número de estações
$W_i$	Janela de contenção referente ao estágio $i$ do <i>backoff</i>
$s(t)$	Processo markoviano referente ao estágio $i$ do <i>backoff</i>
$b(t)$	Processo markoviano referente à posição dentro da janela de contenção
$\delta$	Probabilidade da estação iniciar transmissão dentro de um <i>time slot</i>
$P_e$	Probabilidade de erro de transmissão estimado para o canal
$P_{col}$	Probabilidade de colisão de quadros
$P_{eq}$	Probabilidade de falha de transmissão
$P_t$	Probabilidade de ocorrência de transmissão dentro de um intervalo de tempo
$P_s$	Probabilidade de transmissão bem sucedida
$b_{i,k}$	Probabilidade estacionária para o estágio $i$ do <i>backoff</i> e posição $k$ da janela
$b_I$	Probabilidade estacionária para o estado ocioso
$q$	Probabilidade de existência de dados para transmissão
$P_{cap}(\cdot)$	Probabilidade de captura
$z_0$	Limiar de captura
$E\{PL\}$	Tamanho médio do pacote de carga
$\sigma$	Tempo médio de canal ocioso
$T_c$	Tempo médio de canal ocupado
$T_s$	Tempo médio de transmissão bem sucedida
$T_e$	Tempo médio de canal com falha
$\tau$	Tempo de propagação
$\lambda$	Carga oferecida relacionada à cada estação
$S$	Vazão do canal
$\eta, \mu, H, h$	Parâmetros da distribuição $\eta - \mu$
$E(\cdot)$	Operador de esperança
$V(\cdot)$	Operador de variância
$r$	Envoltória do sinal recebido
$\rho$	Envoltória normalizada do sinal recebido
$\hat{r}$	Valor médio quadrático de $r$
$x_i, y_i$	Variáveis Gaussianas independentes
$x_i(\cdot)$	Fasor individual da portadora
$r_i(\cdot)$	Envelope da portadora
$\phi(\cdot)$	Fase aleatória da portadora
$\omega_c$	Frequência angular da portadora
$x_n(\cdot)$	Fasor resultante da portadora
$t_w$	Intervalo de tempo

$w_i(\cdot)$	Potência do sinal individual
$w_n(\cdot)$	Potência do sinal resultante
$w_s(\cdot)$	Potência do sinal desejado
$W_s$	Variável aleatória da potência do sinal desejado
$W_n$	Variável aleatória da potência do sinal interferente
$f_Z(\cdot)$	PDF da variável aleatória $z$
$F_Z(\cdot)$	CDF da variável aleatória $z$
$I_v(\cdot)$	Função Bessel
$\Gamma(\cdot)$	Função Gama
$B(\cdot)$	Função Beta
${}_2F_1(\cdot)$	Função hipergeométrica de Gauss
$i_c$	Função Ceiling



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>18</b>
1.1	Motivação e Trabalhos Relacionados . . . . .	18
1.2	Objetivos e Contribuições . . . . .	21
1.3	Organização da Dissertação . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Protocolo IEEE 802.11</b>	<b>23</b>
2.1	Arquitetura do Protocolo IEEE 802.11 . . . . .	24
2.2	A camada Física . . . . .	25
2.2.1	Infravermelho . . . . .	26
2.2.2	Espalhamento Espectral por Saltos de Frequência . . . . .	26
2.2.3	Espalhamento Espectral de Sequência Direta . . . . .	26
2.2.4	Multiplexação/Modulação Ortogonal por Divisão de Frequência . . . . .	26
2.3	Camada de Enlace de Dados . . . . .	27
2.3.1	Subcamada LLC . . . . .	27
2.3.2	Subcamada MAC . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Modelo Analítico IEEE 802.11 DCF</b>	<b>33</b>
3.1	Modelo de Markov . . . . .	34
3.1.1	Probabilidade de transmissão . . . . .	38
3.1.2	Sinal Interferente . . . . .	41
3.1.3	Probabilidade de Captura . . . . .	41
3.1.4	Vazão do Sistema . . . . .	43
3.2	Canal de Propagação sem Fio . . . . .	45
3.2.1	Efeito de Propagação . . . . .	46
3.2.2	Modelagem do Desvanecimento . . . . .	49
<b>4</b>	<b>A distribuição <math>\eta - \mu</math></b>	<b>53</b>
4.1	Derivação da distribuição $\eta - \mu$ . . . . .	54
4.2	A relação entre os parâmetros $\eta$ , $\mu$ e $m$ de Nakagami- $m$ . . . . .	56
4.3	PDF da Distribuição $\eta - \mu$ . . . . .	57
4.4	A Distribuição $\eta - \mu$ e Outros Ambientes de Desvanecimento . . . . .	58
4.4.1	Ambiente Hoyt . . . . .	58
4.4.2	Ambiente Rayleigh . . . . .	59
4.4.3	Ambiente Nakagami- $m$ . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Vazão do Protocolo IEEE 802.11 em Ambiente <math>\eta - \mu</math></b>	<b>63</b>
5.1	Resultados numéricos . . . . .	63
5.1.1	Cenário com 4 estações . . . . .	65

5.1.2	Cenário com 10 estações . . . . .	68
5.1.3	Cenário com 20 estações . . . . .	71
5.1.4	Cenário diversificado . . . . .	73
5.2	Discussão dos resultados . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>75</b>
6.1	Contribuições e trabalhos futuros . . . . .	75
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>77</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice A</b>	<b>81</b>
A.1	Razão de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu / \eta - \mu$ . . . . .	81
A.1.1	Função Densidade de Probabilidade de $Z$ . . . . .	82
A.1.2	Função de Distribuição Acumulada de $Z$ . . . . .	83
<b>B</b>	<b>Apêndice B</b>	<b>87</b>
B.1	Algoritmo para PDF de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu / \eta - \mu$ . . . . .	87
<b>C</b>	<b>Apêndice C</b>	<b>90</b>
C.1	Algoritmo para CDF de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu / \eta - \mu$ . . . . .	90
<b>D</b>	<b>Apêndice D</b>	<b>93</b>
D.1	Algoritmo para o Cálculo da Vazão . . . . .	93

# Introdução

A implementação comercial mais bem sucedida para Redes de Comunicação de Dados Sem Fio (em inglês, WLAN ou *Wireless Local Area Network*) é conhecida como Wi-Fi<sup>1</sup>, especificada pela família de padrões IEEE<sup>2</sup> 802.11, e que nos últimos anos tem experimentado um crescimento considerável, tornando-se essencial para a conectividade de usuários móveis.

Esse crescimento tem sido intensificado pela atuação de instituições e empresas, inclusive de telefonia, que investem significativamente nessa tecnologia. Além desse investimento corporativo, estabelecimentos comerciais estão cada vez mais aderindo ao chamado *homespot*, que permite que o serviço de dados por eles pago seja disponibilizado às pessoas que frequentam esses lugares, servindo até mesmo como estratégia de negócio. E, é claro, existe a demanda dos usuários que assim podem acessar, em qualquer lugar, os diversos serviços oferecidos por meio da Internet.

Pesquisa recente divulgada pela Cisco (2016) indica que essa tendência se manterá nos próximos anos, com crescimento robusto, o que destaca ainda mais a importância da utilização de ferramentas de planejamento e avaliação de desempenho que permitam a operação mais eficiente do sistema.

## 1.1 Motivação e Trabalhos Relacionados

O protocolo IEEE 802.11 define procedimentos e serviços necessários para o acesso ao meio compartilhado pelos terminais, por intermédio do Controle de Acesso ao Meio (em inglês, MAC ou *Medium Access Control*), do Controle do Enlace Lógico (em inglês, LLC ou *Logical Link Control*), e funções da Camada Física (em inglês, PHY ou *Physical Layer*) IEEE (2012). O padrão estabelece como mecanismos de acesso a Função de Coordenação Distribuída (em

<sup>1</sup>Em inglês, *Wireless Fidelity*.

<sup>2</sup>Em inglês, *Institute of Electrical and Electronics Engineers*.

inglês, DCF ou *Distribution Coordination Function*) e, opcionalmente, a Função de Coordenação Pontual (em inglês, PCF ou *Point Coordination Function*). A PCF supõe uma arquitetura com controle centralizado, enquanto que a DCF opera em modo *ad-hoc*.

O principal objetivo da DCF, baseado no esquema de Acesso Múltiplo com Detecção de Portadora com Prevenção de Colisão (em inglês, CSMA/CA ou *Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance*), é efetuar a transferência de dados entre as estações com reduzida frequência de colisões ou até mesmo evitando-as quando as estações estão disputando o acesso ao meio compartilhado.

A modelagem do IEEE 802.11 em modo DCF tem sido extensivamente estudada desde o surgimento do protocolo.

Ho e Chen (1996) propuseram uma abordagem analítica para avaliar o rendimento e o atraso médio do IEEE 802.11 MAC, e demonstrar a eficiência do mecanismo de Prevenção de Colisão<sup>3</sup> (em inglês, CA ou *Collision Avoidance*), considerando um *backoff* com dois estágios e a análise da cadeia de Markov bidimensional.

Bianchi (1998) propôs um modelo para análise de desempenho, mantendo a cadeia de Markov bidimensional, considerando tráfego saturado, um número finito de estações, e um canal ideal, ou seja, livre de erros de recepção. Esse modelo posteriormente foi ampliado em Bianchi (2000) com o objetivo de avaliar a saturação da vazão para ambas as técnicas de transmissão de quadros empregadas na DCF, isto é, *2-way handshake*, também conhecida como Acesso Básico e a técnica *4-way handshake*, conhecida como mecanismo de acesso com troca de quadros de Solicitação Para Enviar (em inglês, RTS ou *Request to Send*) e Autorização Para Enviar (em inglês, CTS ou *Clear to Send*). O modelo admite ainda um número finito de estações, canal ideal e probabilidades de colisão constantes e independentes para cada estação. Esse é o modelo mais importante e mais citado na literatura.

Em Wu et al. (2002), os autores propuseram um esquema compatível ao DCF, o DCF+<sup>4</sup> com o objetivo de melhorar o desempenho do protocolo TCP<sup>5</sup> em WLANs, e analisou-o como uma extensão do modelo de Bianchi (2000). Para esse fim, utilizaram a mesma hipótese de considerar um limite máximo para o número de retransmissões e um tamanho máximo para a Janela de Contenção<sup>6</sup> (em inglês, CW ou *contention window*).

Ziouva e Antonakopoulos (2002) e Ergen e Varaiya (2005) estenderam o modelo de Bianchi (2000) assumindo que enquanto o canal permanecer ocupado, o contador de *backoff* das estações mantém-se congelado. No entanto, em Ziouva e Antonakopoulos (2002), considera-se que uma

---

<sup>3</sup>Consiste de três etapas por parte da estação transmissora: escutar o meio para verificar se o mesmo encontra-se ocioso; realizar a transmissão do quadro; e aguardar a confirmação de recebimento por parte da estação receptora.

<sup>4</sup>Emprega o conceito de reserva implícita do canal, por meio de um mecanismo de ACK integrado. Essa reserva é realizada com uma modificação no campo de duração do quadro ACK, dessa forma, transformando-o em um quadro RTS implícito.

<sup>5</sup>Em inglês, *Transport Control Protocol*.

<sup>6</sup>Intervalo de tempo fragmentado em intervalos iguais, denominados *slots*.

estação pode acessar o meio sem ativar o *backoff* após a mesma ter realizado uma transmissão bem sucedida.

Chatzimisios et al. (2003) e Ni et al. (2005) ampliaram o trabalho de Bianchi (2000), considerando erros no canal, isto é, falhas de transmissão. Entretanto, Ni et al. (2005) levam em consideração o rendimento saturado com base nos parâmetros do protocolo IEEE 802.11a e atribuem a perda de quadros de Reconhecimento (em inglês, ACK ou *Acknowledgment*) aos erros no canal, enquanto que em Chatzimisios et al. (2003), os ACKs perdidos são desconsiderados.

Liaw et al. (2005) avaliaram o rendimento do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF considerando tráfego insaturado e canal de transmissão ideal, ampliando dessa maneira a modelagem de Bianchi (2000) com a adição de um estado ocioso na cadeia bidimensional de Markov.

Daneshgaran et al. (2008) estenderam o trabalho de Liaw et al. (2005), incluindo canal de transmissão não ideal, isto é, canal propenso a erros, e efeito de captura do sinal desejado na presença de sinais interferentes sob um canal com desvanecimento Rayleigh. A validação dos resultados apresentados em Daneshgaran et al. (2008) é realizada por meio de simulações.

Leonardo e Yacoub (2013) ampliaram o modelo analítico apresentado em Daneshgaran et al. (2008) e avaliaram o desempenho do canal para o protocolo IEEE 802.11 em modo DCF admitindo canais com desvanecimento Hoyt, Rice e Nakagami- $m$ .

Kanungo e Seth (2014) analisaram o desempenho de dois protocolos compatíveis da família de padrões IEEE MAC, o IEEE 802.11 em modo DCF e o IEEE 802.11e em modo EDCF<sup>7</sup> (em inglês, *Enhanced Distributed Coordination Function*). Para efeito de comparação, os autores consideram a propagação dos sinais se desenvolvendo em cenários de desvanecimento Rayleigh e Rice. A avaliação conclui que não há prevalência significativa entre os protocolos quando de sua aplicação em redes menores. No entanto, para redes maiores e com maior tráfego de dados, o desempenho do IEEE 802.11e em modo EDCF é consideravelmente superior em ambientes modelados pelos desvanecimentos empregados (Rayleigh e Rice).

A ênfase observada recentemente na caracterização do canal sem fio, isto é, deixando modelos mais simples, como Rayleigh, e considerando modelos mais complexos e abrangentes, como Hoyt, Rice e Nakagami- $m$ , deve-se ao aumento da demanda por serviços atendidos por sistemas de comunicação sem fio. Atualmente, existe uma intensa e contínua necessidade de avaliar os métodos e técnicas utilizados no projeto e operação destes sistemas, visando possíveis melhorias de desempenho. Em particular, a modelagem do canal sem fio tem importância significativa.

Diferentemente das redes cabeadas, o meio sem fio é exposto a intempéries e obstáculos, que causam efeitos indesejados na propagação do sinal de rádio móvel. O desvanecimento (ou atenuação) gerado por esses fatores torna complexa a função de caracterizar a variabilidade no sinal (Stallings, 2004).

---

<sup>7</sup>Função equivalente à DCF, acrescida por mecanismos de tráfego diferenciados. Incorpora em uma mesma estação a definição de múltiplas filas de transmissão, cada uma com um nível de prioridade.

Em Shannon (1958, 2001), o autor demonstra a possibilidade de transmissão de dados sem erros, destaca a capacidade do canal e provê um modelo matemático capaz de calculá-la. Entretanto, para canais com desvanecimento rápido, esse modelo mostra-se ineficiente.

Modelos simples, alguns determinísticos, ou mesmo o modelo estatístico de desvanecimento de Rayleigh, também não oferecem uma descrição satisfatória para muitos ambientes de propagação. Outros modelos estatísticos tradicionais, como Hoyt, Rice e Nakagami- $m$ , embora ofereçam maior potencial de ajustamento estatístico, ainda assim não representam com precisão os diversos canais sem fio.

Essa limitação dos modelos tradicionais agregado à crescente demanda pelo uso de serviços de comunicações móveis estimulam a continuidade dos trabalhos anteriores. Com o surgimento de distribuições de desvanecimento generalizadas, a compreensão do comportamento estatístico da propagação do sinal de rádio permite a implementação de um modelo mais abrangente e flexível, o qual se propõe este trabalho.

## 1.2 Objetivos e Contribuições

Este trabalho apresenta um modelo analítico para investigar a capacidade do canal de comunicação e avaliar o desempenho (em termos de vazão) do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, assumindo um cenário de canal não-ideal (isto é, propenso a erros de recepção), com condições de tráfego insaturado, efeito de captura do sinal desejado, com adição incoerente dos sinais interferentes, e em canais com desvanecimento, a ser modelado por meio da distribuição generalizada  $\eta - \mu$ .

A modelagem markoviana empregada para a DCF é apresentada em detalhes buscando melhor compreender o mecanismo de acesso ao meio compartilhado. Posteriormente, é realizado o desenvolvimento matemático da probabilidade de captura do sinal desejado na presença de  $n$  sinais interferentes.

Considerando o canal de comunicação em condições reais, o sinal propagado sofre degradação durante seu percurso. Essa degradação tem características aleatórias e, dessa forma, o sinal recebido precisa ser modelado por uma distribuição de probabilidade, que é representada por meio da Função Densidade de Probabilidade (em inglês, PDF ou *Probability Density Function*) e da Função de Distribuição Acumulada (em inglês, CDF ou *Cumulative Distribution Function*).

A principal contribuição deste trabalho é propor uma análise matemática da capacidade do canal em termos de vazão, baseando-se na abordagem analítica já existente em outras pesquisas (Daneshgaran et al., 2008; Leonardo e Yacoub, 2013). Porém, diferentemente do que é encontrado na literatura, cujos trabalhos abordam distribuições tradicionais e pouco ajustáveis, este trabalho introduz a modelagem por meio de um desvanecimento generalizado e amplo. Tal modelo permite o ajuste fino entre o protocolo adotado e o ambiente desvanecido, representando o comportamento do sinal de rádio com o maior realismo.

## 1.3 Organização da Dissertação

O documento está organizado em acórdância com a pesquisa realizada e com as linhas de pesquisas sobre o tema proposto, como segue:

- **O Capítulo 2** apresenta uma síntese dos conceitos e definições para o protocolo IEEE 802.11, fornecendo embasamento teórico para o entendimento do tema, no qual a pesquisa se desenvolve.
- **O Capítulo 3** descreve o mecanismo de acesso múltiplo aplicado à DCF, estendendo-o para uma análise estocástica do canal, formado por complicadores inerentes ao sistema sem fio, que é o foco do trabalho.
- **O Capítulo 4** é dedicado a definição conceitual, derivação matemática e apresentação da PDF da distribuição de desvanecimento  $\eta - \mu$ . Apresenta também as derivações que viabilizam a obtenção das PDFs de Hoyt, Rayleigh e Nakagami- $m$  a partir do ajuste dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ .
- **O Capítulo 5** contempla os resultados numéricos, encontrados mediante a análise do modelo realizada no Capítulo 3 e dos cálculos apresentados no Apêndice A. Esses resultados são expressos graficamente e permitem avaliar o desempenho do protocolo IEEE 802.11 em termos de vazão do canal, cuja modelagem é realizada por meio da distribuição mostrada em detalhes no Capítulo 4.
- **O Capítulo 6** apresenta as conclusões finais, e sintetiza as contribuições da pesquisa para a área. Por conseguinte, as recomendações de trabalhos futuros.

## Protocolo IEEE 802.11

---

Este capítulo oferece uma visão sumarizada das WLANs, permitindo a compreensão dos conceitos e definições do protocolo IEEE 802.11, e apresenta uma breve contextualização dessa tecnologia.

Com a evolução dos sistemas de comunicação, o padrão Ethernet (IEEE 802.3), cujo meio físico de transmissão é composto por cabos, tornou-se insuficiente para atender às necessidades dos usuários quanto à mobilidade e ubiquidade. Com esse cenário, no qual usuários precisam manter-se conectados enquanto se locomovem, ou diante da impossibilidade da instalação de cabos, ou até mesmo devido ao elevado custo de implantação do cabeamento, o protocolo IEEE 802.11 (IEEE, 2012) proporciona a conexão em rede por meio de enlaces sem fio como uma alternativa com custo competitivo e flexível, oferecendo mobilidade e conectividade em plataformas como: notebooks, smartphones, e outros dispositivos móveis ou mesmo fixos.

Esse protocolo caracteriza-se pela transmissão por Radiofrequência<sup>8</sup> e é um membro da família IEEE 802, que abriga um conjunto de especificações para tecnologias de Redes Locais<sup>9</sup>. Essa série de normas e padrões do protocolo IEEE 802 concentra-se nas duas camadas inferiores do modelo de referência para a Interconexão de Sistemas Abertos<sup>10</sup> (em inglês, OSI ou *Open System Interconnect*): camada física e camada de enlace de dados (Gast, 2005). A camada física se encarrega, entre outras coisas, da transmissão e recepção dos sinais elétricos, enquanto que em nível de enlace, a subcamada MAC define a forma de acesso ao meio e a maneira como as informações são enviadas, enquanto que a subcamada LLC gerencia o uso do enlace. A Figura 2.1 mostra os protocolos da família IEEE 802 no modelo de referência OSI.

---

<sup>8</sup>Em inglês, RF ou *Radio Frequency*.

<sup>9</sup>Em inglês, LAN ou *Local Area Network*.

<sup>10</sup>Estabelece os serviços correspondentes a cada camada, mas sem definir o protocolo que os realizará.



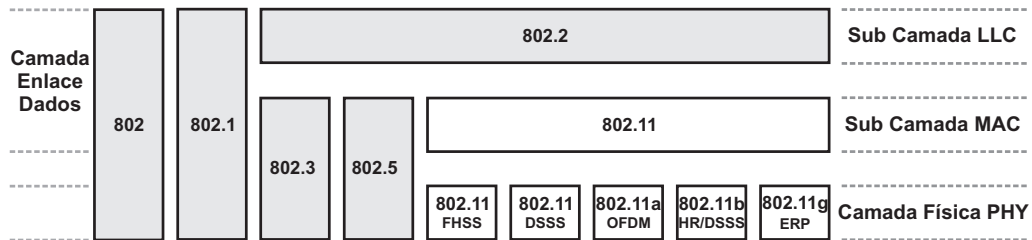


Figura 2.1: Família IEEE 802 e a relação com o modelo OSI - Adaptado de Gast (2005).

## 2.1 Arquitetura do Protocolo IEEE 802.11

A arquitetura de um protocolo descreve, de modo geral, a estrutura e organização da rede que ele define. O padrão IEEE 802.11 estabelece uma arquitetura baseada em célula, ou Área de Cobertura Básica<sup>11</sup>, sendo a dimensão dessa célula caracterizada pela potência dos transmissores e sensibilidade dos receptores presentes nas estações. Em Forouzan e Fegan (2007) são apresentados dois tipos de serviços, os quais definem a arquitetura:

- **Conjunto Básico de Serviço** (em inglês, BSS ou *Basic Service Set*): Bloco básico de uma WLAN, formado por um conjunto de Estações<sup>12</sup> fixas ou móveis comunicando-se entre si, e que, opcionalmente, pode conter uma estação-base denominada Ponto de Acesso (em inglês, AP ou *Access Point*).

Se o BSS dispõe de uma estação base, essa arquitetura é dita como centralizada, ou ainda como rede de infraestrutura, como mostra a Figura 2.2(a). Para o caso em que o BSS opera sem AP, tem-se uma rede independente conhecida como arquitetura *ad hoc*, como mostra a Figura 2.2(b).

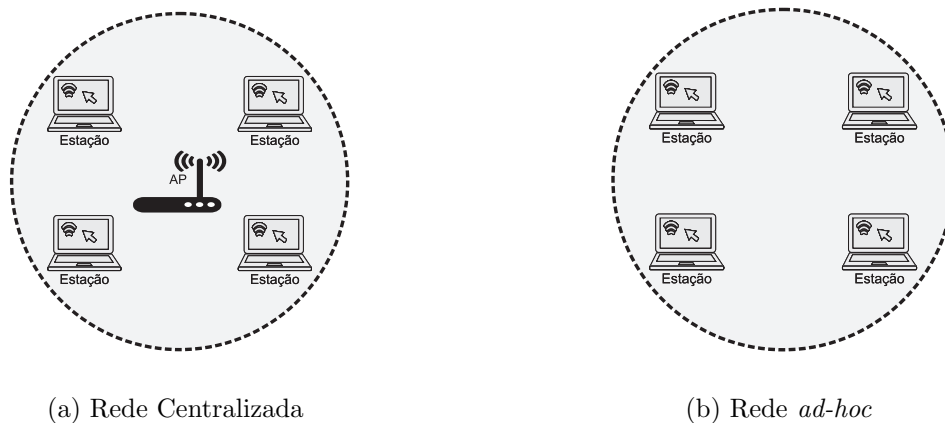
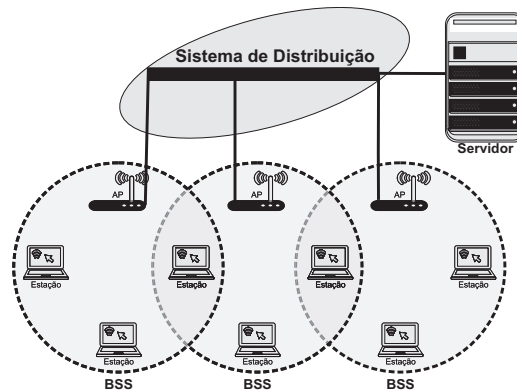


Figura 2.2: Conjunto Básico de Serviços (BSSs) - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007).

<sup>11</sup>Em inglês, BSA ou *Basic Service Area*.

<sup>12</sup>Em inglês, STA ou *Station*.

- **Conjunto Estendido de Serviço** (em inglês, ESS ou *Extended Service Set*): Formado por dois ou mais BSSs, cujos APs estão conectados por meio de um sistema de distribuição. Essa arquitetura, apresentada na Figura 2.3, permite a mobilidade de uma estação entre os BSSs, garantindo que a mesma permaneça conectada à rede. Esse processo é conhecido por *roaming*.



**Figura 2.3:** Conjunto Básico de Serviços (BSSs) - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007).

Dentro dessa arquitetura, o padrão IEEE 802.11 classifica as estações quanto à sua mobilidade em uma WLAN como: **sem transição**, isto é, uma estação fixa, que tem sua mobilidade restrita apenas ao alcance do BSS; **transição inter-BSS**, permite o deslocamento da estação entre os BSSs, estando, entretanto, essa movimentação limitada ao interior de um ESS; e **transição inter-ESS**, possibilita a movimentação entre ESSs, porém, não há garantia de continuidade da comunicação durante as transições.

Dessa forma, grande parte das redes permitem que um conjunto de APs forneça acesso a um conjunto de recursos, e a todos os APs são atribuídos o mesmo Identificador (em inglês, SSID ou *Service Set Identifier*), permitindo conectividade às estações enquanto alternam entre APs dentro do mesmo SSID.

Levando o foco para a Figura 2.1, nota-se uma certa uniformização dos protocolos da família IEEE 802, inclusive o IEEE 802.11 e o Ethernet. A camada física do IEEE 802.11 corresponde à camada física do modelo de referência OSI, enquanto que a camada de enlace de dados é dividida em duas subcamadas, MAC e LLC, conforme mencionado anteriormente.

## 2.2 A camada Física

Nem sempre é possível estar conectado a uma estrutura física por meio de cabos para transferir dados. Nesses casos, diversos métodos de transmissão podem ser utilizados. O protocolo IEEE 802.11 especifica as tecnologias de transmissão descritas a seguir e que estão especificadas para a camada física (IEEE, 2012).

### 2.2.1 Infravermelho

Utiliza uma luz infravermelha na faixa de 800 a 950 nm, com modulação PPM<sup>13</sup>, e permite velocidades de transferência de 1 Mbps e 2 Mbps. É muito semelhante à tecnologia utilizada em controles remotos de televisores, aparelhos de DVD<sup>14</sup>, etc. Como o sinal infravermelho é incapaz de atravessar paredes, as células de uma WLAN, dispostas em locais distintos, ficariam isoladas, não sendo a melhor opção para uma rede sem fio (Forouzan e Fegan, 2007).

### 2.2.2 Espalhamento Espectral por Saltos de Frequência

No Espalhamento Espectral por Saltos de Frequência (em inglês, FHSS ou *Frequency Hopping Spread Spectrum*), a frequência da portadora muda rapidamente. São utilizados 79 canais, cada um com 1 MHz de largura de banda, começando na extremidade baixa da banda Industrial, Científica e Médica (em inglês, ISM ou *Instrumentation, Scientific and Medical*) de 2,4 GHz. As informações são enviadas por esses canais em uma sequência pseudoaleatória, cujas transmissões vão sendo alteradas em saltos dentro da faixa. O FHSS é relativamente insensível a interferência de rádio, visto que transmissores e/ou receptores que desconhecem a sequência de saltos não interferem nas transmissões (Tanenbaum e Wetherall, 2011).

### 2.2.3 Espalhamento Espectral de Sequência Direta

Espalhamento Espectral de Sequência Direta (em inglês, DSSS ou *Direct Sequence Spread Spectrum*) é o método de transmissão empregado no padrão IEEE 802.11b, que utiliza a faixa de frequências ISM de 2,4 GHz. O DSSS permite o espalhamento da banda, em que cada bit de dados é substituído por um código de espalhamento de  $n$  bits, utilizando a sequência de Barker: para cada bit, é assinalado um código de  $n$  bits, denominado chips, cuja taxa de chip é  $n$  vezes a taxa de bits (Forouzan e Fegan, 2007).

### 2.2.4 Multiplexação/Modulação Ortogonal por Divisão de Frequência

Multiplexação/Modulação Ortogonal por Divisão de Frequência (em inglês, OFDM ou *Orthogonal Frequency Division Multiplex/Modulation*) é um método de transmissão espectralmente eficiente, que consiste em dividir o canal em vários subcanais independentes, nos quais as ondas são transmitidas paralelamente entre si, carregando parte da informação. No IEEE 802.11, essas transmissões podem ocorrer nas faixas de frequências de 2,4 GHz e 5 GHz, sendo essa última faixa dividida em outras três subfaixas de frequência.

<sup>13</sup>Em inglês, *Pulse Position Modulation*.

<sup>14</sup>Em inglês, *Digital Versatile Disc*.

## 2.3 Camada de Enlace de Dados

A camada de enlace de dados é a segunda camada do modelo de referência OSI. Ela estabelece as técnicas de acesso ao canal, mecanismos de detecção e correção de erros de transmissão, compartilhamento do canal para acessos múltiplos (*broadcast*), controle do fluxo de transmissões e garantia de transferência de dados confiável (Kurose e Ross, 2013). A camada de enlace de dados é dividida em duas subcamadas, como mostra a Figura 2.1.

### 2.3.1 Subcamada LLC

Essa subcamada é semelhante a LLC do padrão Ethernet, sendo responsável por dar suporte aos serviços de endereçamento, e a utilização desses endereços para multiplexação dos acessos. É a subcamada que assegura uma transmissão livre de erros às camadas superiores, e garante suporte à subcamada MAC (Comer, 2009).

### 2.3.2 Subcamada MAC

A subcamada MAC estabelece o mecanismo de acesso ao meio compartilhado, e difere do padrão Ethernet devido a dois fatores fundamentais e particulares da comunicação sem fio. O primeiro é que os transmissores e receptores quase sempre não são duplex, isto é, não possuem a capacidade de transmitir e receber ao mesmo tempo o sinal em uma única frequência. O segundo é a variabilidade do alcance de transmissão que cada estação possui.

Diferentemente das redes Ethernet, cujo sistema assegura que todas as estações sejam interligadas via cabo, o enlace sem fio fica dependente das complexidades da propagação por rádio frequência, o que não assegura o alcance de todas as estações (Tanenbaum e Wetherall, 2011). Com o intuito de minimizar a ocorrência de colisões, o protocolo MAC utilizado é baseado no mecanismo CSMA/CA denominado Controle de Acesso ao Meio Sem Fio por Base de Distribuição (em inglês, DFWMAC ou *Distributed Foundation Wireless Medium Access Control*) (Nicolitidis et al., 2003), que suporta dois métodos de acesso ao meio: um método distribuído, obrigatório, denominado DCF; e outro método centralizado, que é opcional, denominado PCF, podendo esses dois métodos coexistirem (Lin et al., 2012).

A Figura 2.4 mostra as duas funções de coordenação aplicadas à subcamada MAC, cabendo a elas definir quando determinada estação está apta ou não a transmitir.

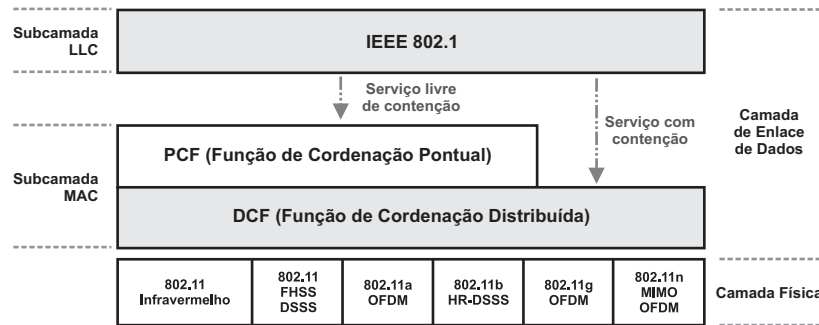


Figura 2.4: Subcamadas MAC do IEEE 802.11 - Adaptado de Forouzan e Fegan (2007).

A DCF é o método de acesso obrigatório no IEEE 802.11, utilizado para tráfego intermitente, no qual cada estação age de forma independente, sem a existência de uma estação base de controle, podendo invariavelmente ocorrer colisão de quadros. Por outro lado, na PCF, por se tratar de um método de controle centralizado, a autorização para transmitir é fornecida pela estação central, minimizando a possibilidade de ocorrência de colisões. Esse método de operação é complexo e bastante utilizado para transmissão de dados sensíveis ao atrasos (Forouzan e Fegan, 2007).

O objetivo das funções de coordenação é decidir quando determinada estação tem permissão para transmitir. Em ambos os métodos existem vários parâmetros que controlam esse tempo de espera e definem as prioridades de acesso ao meio. A janela de contenção define um tempo aleatório que determinada estação deverá aguardar para acessar o canal. As prioridades de acesso do DFWMAC, mostradas na Figura 2.5, são definidas em períodos de tempo (Gast, 2005).

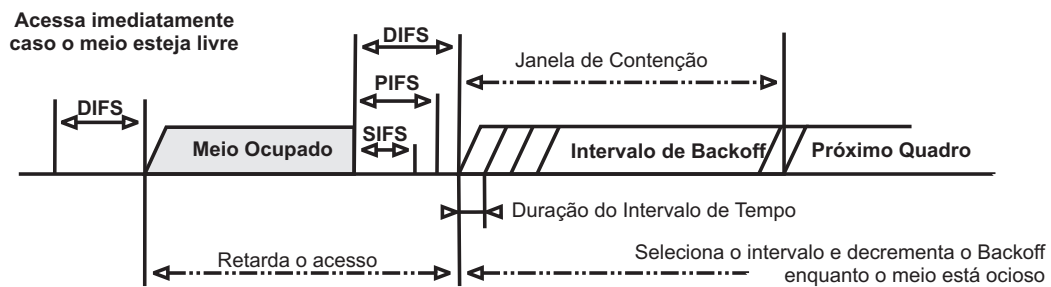


Figura 2.5: Mecanismo Básico de Controle de Acesso DFWMAC - Adaptado de Molisch (2010).

- **DIFS** (*Distributed Inter Frame Space*): caracteriza o espaço distribuído entre quadros da DCF; é o tempo mínimo para os serviços baseados em contenção. As estações podem ter acesso imediato ao meio caso ele esteja ocioso por um período de no mínimo um DIFS.
- **PIFS** (*Priority Inter Frame Space*): é o espaço distribuído entre quadros utilizado pela PCF durante transmissões livres de contenção; é o intervalo de tempo que a estação deve

aguardar para transmitir. Por se tratar de um tempo menor que o DIFS, as estações que trabalham em modo PCF tem prioridade sobre as que trabalham em modo DCF.

- **SIFS** (*Short Inter Frame Space*): define o espaço curto distribuído entre quadros, utilizado para transmissões prioritárias em mensagens curtas como: ACK, RTS e CTS.

### Função de Coordenação Distribuída - DCF

O protocolo IEEE 802.11 em modo DCF utiliza duas técnicas de controle para acesso ao meio compartilhado: o mecanismo de acesso básico (*2-way handshake*) e o mecanismo com troca de quadros RTS/CTS (*4-way handshake*).

Estruturalmente, a DCF utiliza o esquema CSMA/CA com *backoff* binário exponencial, o qual possui características de escutar o canal antes de transmitir, evitando a ocorrência de colisões, enquanto o CSMA/CD<sup>15</sup> do padrão Ethernet trabalha de forma reativa, isto é, após a ocorrência de uma colisão, uma vez que dispõe de mecanismos para Detecção de Colisões<sup>16</sup>.

Dessa maneira, quando uma estação possui dados para transmitir, a mesma verifica a disponibilidade do canal por intermédio da ferramenta CCA<sup>17</sup>. Caso essa varredura detecte o meio como ocioso, a estação realiza a transmissão do quadro imediatamente; caso contrário, o algoritmo CSMA/CA é solicitado para que um tempo aleatório de *time slot*<sup>18</sup> denominado *backoff* seja aguardado antes de a estação verificar o meio novamente.

Nesse método, são adotados alguns procedimentos para assegurar às estações o acesso igualitário ao canal. Quando determinada estação dispor de quadro para transmissão, a mesma “escuta” o meio, e estando esse ocioso por um DIFS a estação transmite imediatamente; caso o mesmo esteja ocupado:

- a estação que dispor de quadros para transmissão disputa o acesso ao meio começando com um recuo de tempo aleatório (denominado *backoff* e expresso em número de *time slots*) escolhido dentro de um intervalo, que para o caso da camada física OFDM está entre 0 e 15;
- posteriormente, a estação transmissora aguarda até o meio tornar-se ocioso por um DIFS para então realizar o decremento do contador de *backoff*, iniciando a transmissão quando esse contador atingir zero;
- a estação receptora, ao receber com sucesso o quadro enviado, encarrega-se de enviar um quadro ACK para confirmar a transmissão bem sucedida. O não recebimento desse

<sup>15</sup>Em inglês, *Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection*.

<sup>16</sup>Em inglês, *Collision Detection*.

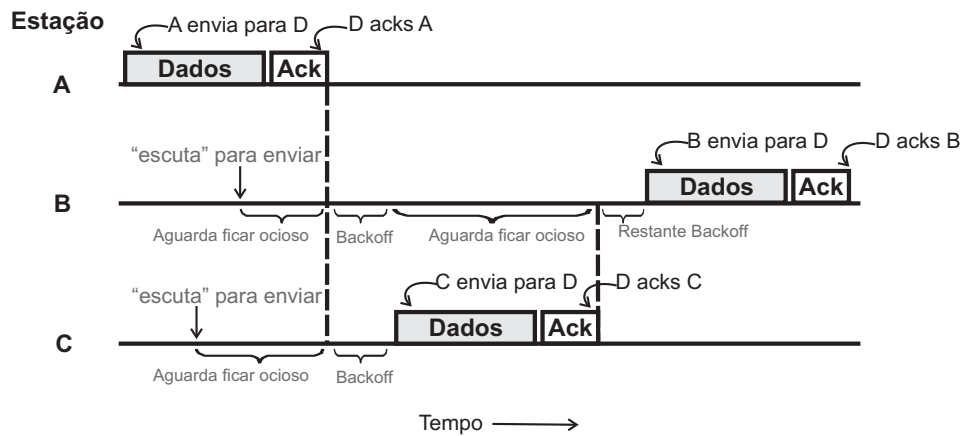
<sup>17</sup>Em inglês, *Clear Channel Assessment*.

<sup>18</sup>O tempo no IEEE 802.11 é uma grandeza discreta, sendo expresso em unidades de *time slots*. O valor de cada *time slot* depende de parâmetros do protocolo como banda de frequência utilizada, modulação, etc.

quadro indica a ocorrência de erro (colisão), obrigando o remetente do quadro a dobrar o seu período de recuo (*backoff*); e

- aguardar uma nova tentativa de transmissão, até que o quadro seja recebido com sucesso, ou o número máximo de retransmissões seja atingido (Tanenbaum e Wetherall, 2011).

A Figura 2.6 apresenta um cenário com três estações *A*, *B* e *C* concorrendo o acesso ao canal.



**Figura 2.6:** Transmissão de Pacotes com CSMA/CA empregando o mecanismo *2-way handshake* - Adaptado de Tanenbaum e Wetherall (2011).

Observando a Figura 2.6, entende-se que a disputa ocorre da seguinte maneira:

- enquanto a estação *A* transmite dados para uma outra estação *D*, as estações *B* e *C* querendo enviar quadros, realizam o monitoramento do meio e encontram o canal ocupado, obrigando-as a aguardarem o mesmo tornar-se inativo;
- a estação *A* recebe o quadro ACK, indicando que o canal está prestes a ficar ocioso;
- durante o período em que o canal está livre, as estações *B* e *C* realizam o decremento de seus contadores de *backoff*, pois caso enviassem imediatamente causaria colisão;
- como a estação *C* possui, nesse exemplo, um tempo de recuo menor, a mesma prontamente realiza a transmissão; e a estação *B* mantém seu *backoff* congelado enquanto o canal permanecer ocupado;
- assim que a estação *C* receber o quadro ACK, a estação *B* retoma o decremento de seu contador de *backoff* e inicia a transmissão de dados para a estação *D*;
- o ciclo termina quando do recebimento do quadro ACK transmitido da estação *D* para a estação *B*.

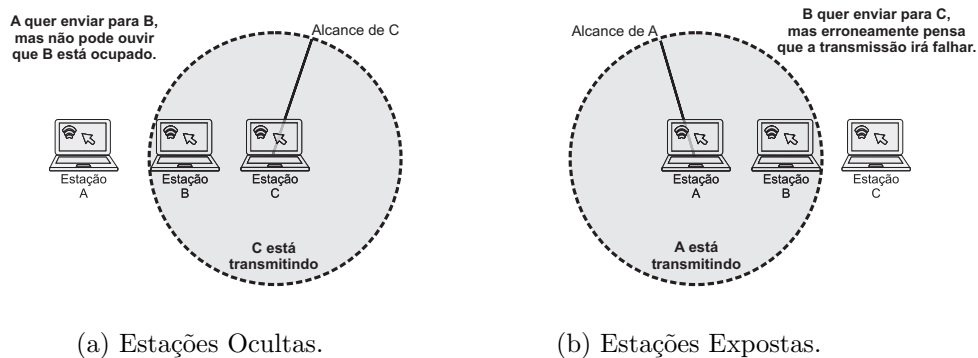
O *backoff* tem o objetivo de evitar (ou pelo menos minimizar) a ocorrência de colisões, enquanto o quadro ACK tem a função de inferir se colisões ocorreram, visto que as WLANs, diferentemente das LANs, não possuem capacidade de detectar colisões diretamente.

Devido à complexidade inerente à comunicação sem fio, acontecem situações como o problema de estações ocultas e/ou expostas, mostradas na Figura 2.7.

O problema da estação oculta ocorre devido ao fato de que nem todas as estações de radiofrequência estão ao alcance uma das outras.

Na Figura 2.7(a) a estação *C* está transmitindo para *B*, que está ao alcance de *C*. Nesse momento, a estação *A* escuta o canal, e como não detecta transmissão dentro do seu alcance, conclui falsamente que pode transmitir para *B*, causando colisão.

A Figura 2.7(b) apresenta uma situação inversa a anterior, descrevendo o problema do terminal exposto, no qual a estação *B* querendo transmitir para *C*, porém, ao escutar o canal, desperdiça a oportunidade de transmitir, pois deduz erroneamente que o mesmo está ocupado, com *A* transmitindo a qualquer outra estação da célula.



**Figura 2.7:** Estações Ocultas e/ou Expostas - Adaptado de Tanenbaum e Wetherall (2011).

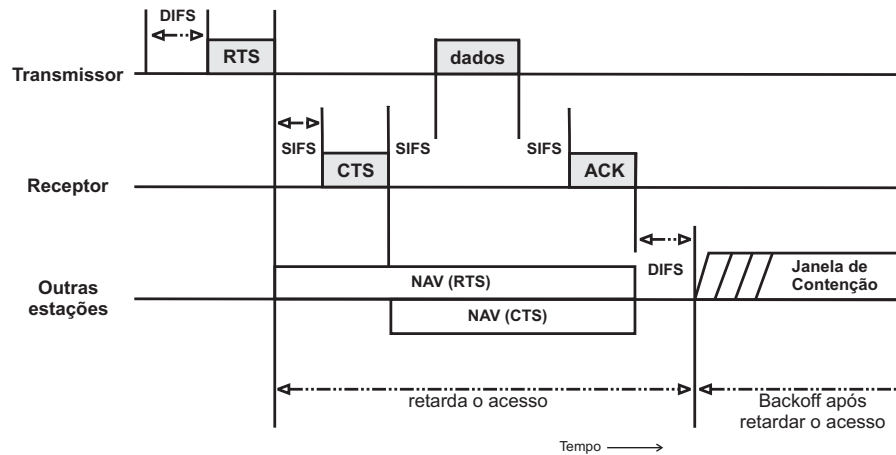
Buscando amenizar os problemas apresentados na Figura 2.7, a DCF propõe ainda o método opcional de detecção de portadora, denominado mecanismo de acesso com troca de quadros RTS/CTS.

Nessa técnica, antes de iniciar a transmissão de dados, a estação verifica o canal. Caso o mesmo esteja ocioso, o período de um DIFS é aguardado, e logo após a estação transmissora envia um quadro de controle RTS, solicitando permissão para transmitir. Após o recebimento do quadro RTS, a estação receptora aguarda o período de um SIFS e envia à estação transmissora um quadro de controle CTS, concedendo permissão. Depois de concluída a transmissão do quadro de dados e decorrido o período de um SIFS, a estação receptora envia um quadro ACK, indicando que os dados foram recebidos com sucesso (Forouzan e Fegan, 2007).

Devido ao trabalho de sincronismo das estações, ao enviar os quadros RTS e/ou CTS, todas as outras estações postergam suas tentativas de transmissões por um determinado período de



tempo estabelecido pelo quadro de controle, e atualizado no Vetor de Alocação de Rede (em inglês, NAV ou *Network Allocation Vector*) de cada estação. O NAV é inicializado toda vez que as estações recebem um quadro RTS ou CTS. Esse quadro determina por quanto tempo a estação irá aguardar antes de verificar se o meio está ocioso. Dessa forma, as estações só escutam o canal quando seu NAV estiver zerado, como mostra a Figura 2.8.

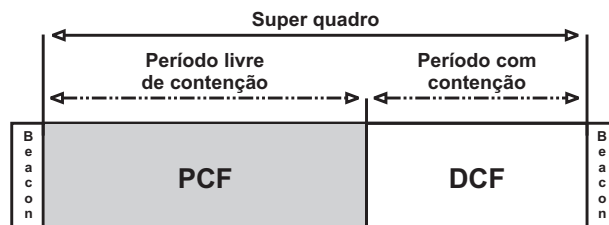


**Figura 2.8:** Mecanismo CSMA/CA empregando o mecanismo *4-way handshake* - Adaptado de IEEE (2012).

### Função de Coordenação Pontual - PCF

O protocolo IEEE 802.11 (IEEE, 2012) incluiu na subcamada MAC um método opcional de acesso ao meio, a PCF. O objetivo da PCF é prover suporte à transmissão de dados sensíveis ao atraso. Esse mecanismo é implementado sobre a DCF e é Livre de Contenção<sup>19</sup>, como mostrado na Figura 2.4. Essa função é gerenciada por um Ponto Coordenador<sup>20</sup> geralmente implementado em um AP, e permite que as estações acessem o meio por um sistema de *polling* (Molisch, 2010).

A PCF e a DCF podem coexistir dentro de um BSS. A Figura 2.9 ilustra essa junção, a qual denomina-se superquadro e inicia com um quadro de *beacon*<sup>21</sup>.



**Figura 2.9:** Estrutura do Super Quadro do IEEE 802.11 - Adaptado de IEEE (2012).

<sup>19</sup>Em inglês, CFP ou *Contention Free Period*.

<sup>20</sup>Em inglês, PC ou *Point Coordinator*.

<sup>21</sup>Quadro de gerenciamento contendo as informações relacionadas à PCF, dentre elas o intervalo de repetição e a duração máxima do período livre de contenção.

## Modelo Analítico IEEE 802.11 DCF

---

Desde o surgimento das redes sem fio, diversos trabalhos dedicaram-se à modelagem e análise de desempenho do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, como mencionado na Seção 1.1.

Antes mesmo da aprovação dos padrões do protocolo IEEE 802.11, Ho e Chen (1996) perceberam que durante a transmissão dos quadros, havia certa relação entre a sobrecarga do sistema e a probabilidade de colisão. Dessa forma, concluíram que o comprimento mínimo da CW é fator importante e contributivo para o desempenho das WLANs, tornando sua otimização desafiadora e objeto de pesquisas futuras. Devido ao tráfego de dados ser intermitente, isto é, em rajada, o comprimento da CW poderia ser dinamicamente ajustável para obter melhora de desempenho. Além do mais, apesar da grande quantidade de trabalhos versando sobre o protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, algumas questões permanecem em aberto ou não foram totalmente tratadas na literatura. Dentre elas, qual o comprimento inicial ideal para a CW, análise das regras de decremento em relação ao tratamento adequado do processo de congelamento/retomada do contador de *backoff*, entre outras.

Após quase duas décadas, essas e outras questões permanecem ativas em pesquisas da área. Como consequência desses estudos e visando otimizar a metodologia analítica do protocolo IEEE 802.11, Syed et al. (2015) reafirmaram que o desempenho do IEEE 802.11 em modo DCF depende do número de estações que estão disputando o acesso ao meio compartilhado e do tamanho da CW. Diante disso, e com objetivos de elevar o rendimento do canal e reduzir a probabilidade de colisão na rede, os autores propuseram um novo algoritmo de *backoff* dinamicamente ajustável. Conforme o estado em que a rede encontra-se, o algoritmo define um comprimento inicial ótimo para a CW.

Ainda mais recentemente, Umehara et al. (2015) realizaram uma estimativa simples e precisa de desempenho para o protocolo IEEE 802.11 em modo DCF. Os desempenhos obtidos a partir do modelo analítico proposto por Bianchi (2000) são baseados em duas premissas: na

consideração de um número consecutivo de transmissões bem sucedidas, isto é, a estação que realizar uma transmissão bem sucedida e ainda dispor de quadros a transmitir, o faz sem necessidade de disputar o acesso ao meio, enquanto as demais estações mantêm o contador de *backoff* congelado; e na atribuição de um intervalo de tempo diferenciado, que é adicionado ao tempo de canal ocupado anteriormente. Analiticamente, a avaliação de desempenho do IEEE 802.11 é derivada de processos estocásticos markovianos, incluindo a análise probabilística de transmissão de quadros sob condições de tráfego saturado ou insaturado, efeito de captura do sinal com soma coerente ou incoerente dos sinais interferentes e vazão do canal.

Tendo em vista o tráfego insaturado, característico das redes reais, a modelagem adotada neste trabalho e descrita neste capítulo consiste em estender o trabalho de Daneshgaran et al. (2008), com ênfase na avaliação de complicadores para os canais de propagação, especialmente o desvanecimento de curto de prazo, visando o aprimoramento e a caracterização desses ambientes. As Seções 3.1 e 3.2 dedicam-se a detalhar essa modelagem.

### 3.1 Modelo de Markov

Dentre vários modelos probabilísticos, o processo de Markov caracteriza-se por um número de estados finitos e discretos, cuja probabilidade de transição entre os estados ocorre de forma independente do estado atual em relação a estados anteriores, isto é, estados anteriores são irrelevantes para prever estados seguintes.

Considerando o número de estados finitos e contáveis, esse processo é denominado cadeia de Markov, e se classifica como: Cadeia de Tempo Discreto (em inglês, DTMC ou *Discrete Time Markov Chain*), cujas transições podem ocorrer somente em intervalos de tempos conhecidos, e Cadeia de Tempo Contínuo (em inglês, CTMC ou *Continuous Time Markov Chain*), caso as transições ocorram em intervalos de tempo arbitrário. Devido ao tempo ser uma grandeza discreta no IEEE 802.11, DTMC é o foco dessa modelagem, enquanto que a CTMC não se aplica ao escopo do mecanismo tratado.

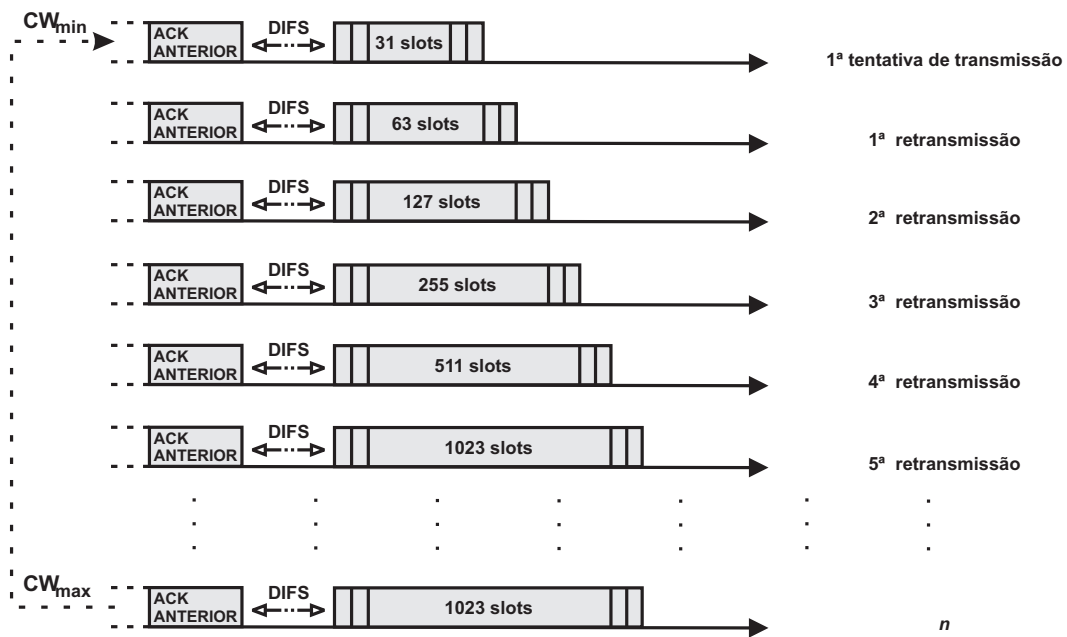
Com o intuito de reduzir a probabilidade de colisões durante a transmissão dos quadros e proporcionar às estações o acesso igualitário ao meio compartilhado, um processo aleatório  $b(t)$  é definido para representar o contador de *backoff* de cada estação. Se o canal for detectado ocioso, o contador de *backoff* é decrementado no início de cada *time slot*, e ao atingir zero, a estação realiza a transmissão de seu quadro e um novo valor de  $b(t)$  é definido. No entanto, se o meio for detectado ocupado, o contador de *backoff* permanece congelado.

O valor de  $b(t)$  após cada transmissão depende do tamanho da janela de contenção para o qual ele foi desenvolvido. Por considerar esse histórico de transmissões,  $b(t)$  torna-se um processo não markoviano (Bianchi, 2000), e para resolver esse percalço, admite-se um novo processo estocástico  $s(t)$ , que representa o estágio  $i$  de *backoff* da estação em um tempo  $t$ .

O contador de *backoff* é aleatoriamente escolhido no intervalo  $[0, W_i - 1]$ , em que  $W_i$  representa a janela de contenção no  $i$ -ésimo estágio de *backoff*. Na primeira tentativa de transmissão para o estágio de *backoff*  $i = 0$ , o tamanho inicial da janela de contenção é  $W_0 = W = CW_{min}$  e  $s(t) = i = 0$ .

Após a ocorrência de uma transmissão mal sucedida, uma tentativa de retransmissão é aleatoriamente agendada para o próximo estágio do *backoff*  $i + 1$  e a janela de contenção assume o valor de  $W_{i+1} = 2W_i$ . Dessa forma, à cada falha na transmissão o estágio de *backoff* é incrementado e a janela de contenção assume o dobro do tamanho da janela anterior, ou seja,  $CW_i = 2^i CW$  com  $i = 0, \dots, m$ , em que  $m$  representa o valor máximo do estágio de *backoff*.

Ao atingir o valor máximo do estágio de *backoff*, a janela de contenção permanece em  $CW_{max} = 2^m W$  até um número arbitrário de  $n$  tentativas de retransmissões. Esgotada as tentativas de retransmissões e não havendo confirmação de recebimento do quadro por meio do ACK, o quadro é descartado (IEEE, 2012), como mostra a Figura 3.1.



**Figura 3.1:** Crescimento da Janela de Contenção - Adaptado de (Gast, 2005).

Dessa maneira, pode-se definir o processo markoviano  $\{s(t), b(t)\}$  baseado em duas afirmações:

- probabilidade  $\delta$ : é constante em todos os intervalos de tempo, e define a probabilidade de que determinada estação em um espaço de tempo aleatório irá disputar o meio para realizar a transmissão. Essa probabilidade independe do mecanismo de acesso adotado (básico ou RTS/CTS) (Bianchi, 2000).
- probabilidade  $P_{col}$ : é constante, independe do números de colisões já ocorridas, e define a probabilidade de ocorrer colisão em qualquer transmissão (Daneshgaran et al., 2008).

A Figura 3.2 apresenta a cadeia de Markov para o modelo de contenção do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF sob condições de tráfego insaturado.

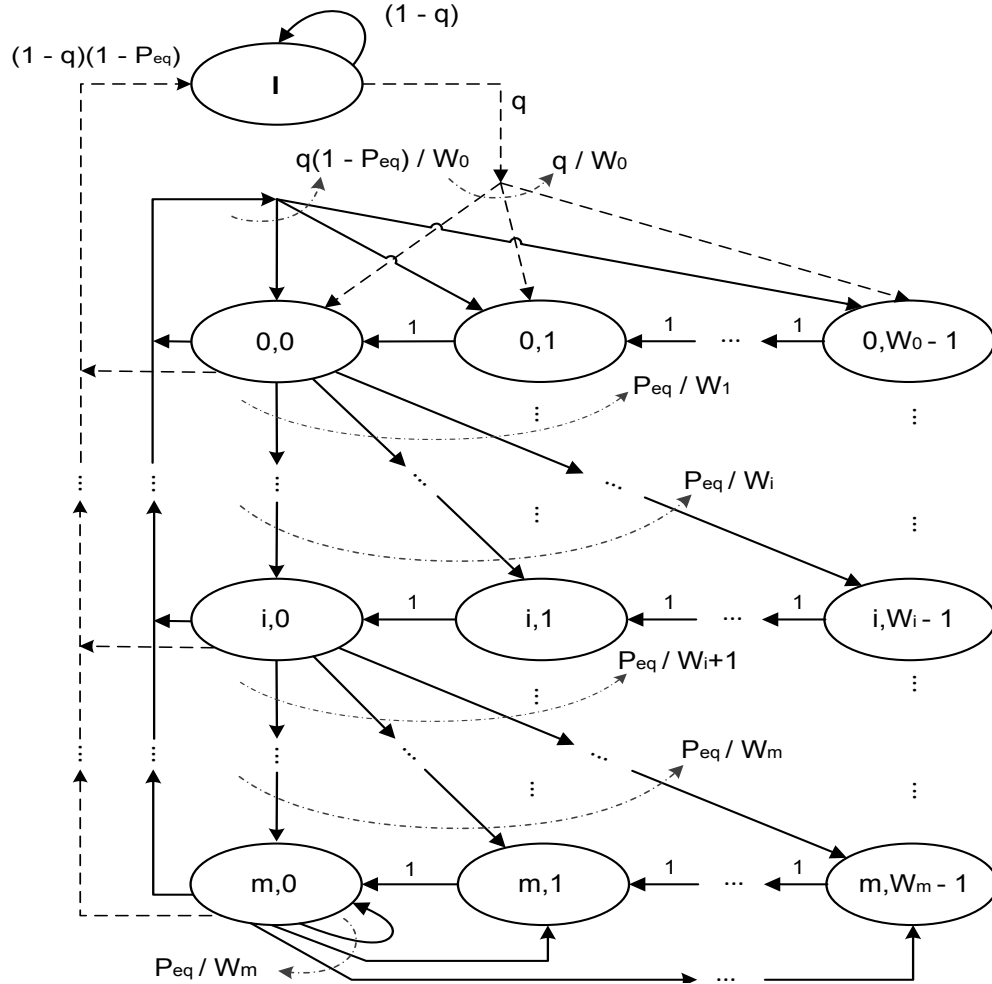


Figura 3.2: Cadeia de Markov para redes insaturadas - Fonte (Daneshgaran et al., 2008).

Tabela 3.1: Parâmetros da Cadeia de Markov da Figura 3.2

Componente	Descrição
$[s(t), b(t)]$	$s(t) = i \rightarrow$ estágio de <i>backoff</i> $b(t) = k \rightarrow$ posição na janela de contenção
$q$	probabilidade de existência de dados para transmissão
$P_{eq}$	probabilidade de falha na transmissão
$W_i$	tamanho da janela de contenção no estágio de <i>backoff</i> $i$
$m$	estágio máximo de <i>backoff</i>
$I$	estado ocioso, não há dados para transmissão

Em razão da independência das probabilidades de transições e pressupondo-as constantes, o processo  $\{s(t), b(t)\}$ , cuja escala de tempo discreta e inteira é definida por  $t$  e  $t + 1$  *time slot* consecutivos, a cadeia bidimensional de Markov da Figura 3.2 pode ser modelada por meio da forma simplificada

$$P_{i,k|j,n} = P\{s(t+1) = i, b(t+1) = k | s(t) = j, b(t) = n\}. \quad (3.1)$$

As probabilidades de transições estacionárias não nulas são descritas pelas equações

$$P_{i,k|i,k+1} = 1, \quad k \in [0, W_i - 2], i \in [0, m] \quad (3.2)$$

$$P_{0,k|i,0} = q(1 - P_{eq})/W_0, \quad k \in [0, W_0 - 1], i \in [0, m] \quad (3.3)$$

$$P_{i,k|i-1,k} = P_{eq}/W_i, \quad k \in [0, W_i - 1], i \in [1, m] \quad (3.4)$$

$$P_{m,k|m,0} = P_{eq}/W_m, \quad k \in [0, W_m - 1] \quad (3.5)$$

$$P_{I|i,0} = (1 - q)(1 - P_{eq}), \quad i \in [0, m] \quad (3.6)$$

$$P_{0,k|I} = q/W_0, \quad k \in [0, W_0 - 1] \quad (3.7)$$

$$P_{I|I} = (1 - q). \quad (3.8)$$

As equações mencionadas (3.2 a 3.8) representam as probabilidades de transição dentre as possibilidades para o modelo apresentado na Figura 3.2. Uma breve descrição das equações segue:

- **(3.2)**, ocorre o decremento do contador de *backoff* no início de cada *time slot* dentro das janelas  $(W_0, \dots, W_i, \dots, W_m)$ .
- **(3.3)**, representa a probabilidade de que após uma transmissão bem sucedida, exista um novo quadro a ser transmitido e que precisa aguardar transmissão no estágio de *backoff*  $i = 0$ .
- **(3.4)**, representa a probabilidade de um quadro que cuja transmissão não obteve êxito, e tem seu estágio de *backoff*  $i$ -ésimo incrementado para aguardar nova retransmissão no estágio  $i + 1$ .
- **(3.5)**, representa a probabilidade de um quadro que encontra-se no último estágio de *backoff*  $i = m$  e cuja transmissão não obteve sucesso, seja aleatoriamente realocado dentro da janela de contenção máxima  $(CW_{max})$ .
- **(3.6)**, representa a probabilidade de que após uma transmissão bem sucedida, e no caso de ausência de novos quadros a transmitir, retorne ao estado ocioso (I).
- **(3.7)**, representa a probabilidade de que após a estação passar por um estado ocioso, e dispondo de quadros para transmissão, inicia a disputa no estágio de *backoff*  $i = 0$ , e a transmissão do quadro é aleatoriamente realocada para uma posição da janela  $W_0$ .

- **(3.8)**, representa o caso em que a estação que está no estado ocioso  $I$ , no próximo instante de tempo continue inativa devido à ausência de quadros para transmissão.

### 3.1.1 Probabilidade de transmissão

Como definida anteriormente, a probabilidade de colisão  $P_{col}$  é constante e independente do número de tentativas já sofridas. Além disso, considera-se que o canal é não ideal, isto é, erros de transmissões podem ocorrer com probabilidade  $P_e$ .

Considerando que colisões e/ou erros de transmissões são eventos estatisticamente independentes, um quadro é transmitido com sucesso caso não haja colisão ( $1 - P_{col}$ ), e caso não incorra erro do canal durante a transmissão ( $1 - P_e$ ). Dessa forma, a probabilidade de uma transmissão bem sucedida é dada por  $(1 - P_e)(1 - P_{col})$ , e conseqüentemente pode-se definir que falha na transmissão ocorre com probabilidade

$$P_{eq} = P_e + P_{col} - P_e P_{col}. \quad (3.9)$$

Conhecidas as probabilidades de transição da cadeia, o próximo passo é obter uma solução para a distribuição estacionária dessas probabilidades, expressa por meio da função

$$b_{i,k} = \lim_{t \rightarrow \infty} P[s(t) = i, b(t) = k], \quad \forall k \in [0, W_i - 1], \forall i \in [0, m]. \quad (3.10)$$

A Eq. 3.10 representa a probabilidade de uma estação ser alocada em qualquer estágio de *backoff* e *time slot* dentro da cadeia. Considerando essa probabilidade e analisando a Figura 3.2, nota-se que

$$b_{i,0} = P_{eq} \cdot b_{i-1,0} = P_{eq}^i \cdot b_{0,0}, \quad \forall i \in [1, m-1]; \quad (3.11)$$

$$b_{m,0} = \frac{P_{eq}^m}{(1 - P_{eq})} \cdot b_{0,0}, \quad i = m. \quad (3.12)$$

No caso em que determinada estação, após realizar uma transmissão bem sucedida, não dispor de mais quadros a transmitir; a mesma se deslocará para o estado ocioso, no qual aguardará a chegada de novos quadros para transmissão. A probabilidade estacionária para esse estado ocioso é dada por

$$b_I = (1 - q)(1 - P_{eq}) \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} + (1 - q) \cdot b_I = \frac{(1 - q)(1 - P_{eq})}{q} \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0}. \quad (3.13)$$

Para os demais estados, as probabilidades estacionárias com  $i$  variável e  $k \in [1, W_i - 1]$ , são expressas por

$$b_{i,k} = \frac{W_i - k}{W_i} \cdot \begin{cases} q(1 - P_{eq}) \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} + q \cdot b_I, & i = 0; \\ P_{eq} \cdot b_{i-1,0}, & i \in [1, m - 1]; \\ P_{eq}(b_{m-1,0} + b_{m,0}), & i = m. \end{cases} \quad (3.14)$$

Para encontrar a probabilidade estacionária de  $b_{0,k}$ , utiliza-se o método da substituição. Dessa forma, realizando a substituição da Eq. 3.13 na Eq. 3.14, tem-se que

$$\begin{aligned} b_{0,k} &= q(1 - P_{eq}) \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} + q \cdot b_I \\ &= q(1 - P_{eq}) \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} + q \cdot \frac{(1 - q)(1 - P_{eq})}{q} \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} \\ &= (1 - P_{eq})[q + (1 - q)] \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} \\ b_{0,k} &= (1 - P_{eq}) \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Visto que a Cadeia de Markov ilustrada na Figura 3.2 é representada com tempo discreto e estados finitos, a soma dos coeficientes dos estados de transmissão é igual a 1. Definida nas Eqs. 3.11 e 3.12 as probabilidades estacionárias de  $b_{i,0}$  e  $b_{m,0}$ , respectivamente, todos os valores de  $b_{i,k}$  são expressos em função do valor de  $b_{0,0}$  e da probabilidade de falha na transmissão. Dessa forma, aplicando procedimentos matemáticos de normalização para as probabilidades estacionárias de  $b_I$  e  $b_{i,k}$  e analisando a relação  $\sum_{i=0}^m b_{i,0} = \frac{b_{0,0}}{1 - P_{eq}}$ , obtém-se

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^{W_i-1} b_{i,k} + b_I \\ &= \frac{b_{0,0}}{2} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2P_{eq})^i + \frac{(2P_{eq})^m}{1 - P_{eq}} \right) + \frac{1}{1 - P_{eq}} \right] + \frac{(1 - q)(1 - P_{eq})}{q} \cdot \sum_{i=0}^m b_{i,0} \\ &= \frac{b_{0,0}}{2} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2P_{eq})^i + \frac{(2P_{eq})^m}{1 - P_{eq}} \right) + \frac{1}{1 - P_{eq}} \right] + \frac{(1 - q)(1 - P_{eq})}{q} \cdot \frac{b_{0,0}}{1 - P_{eq}} \\ &= \frac{b_{0,0}}{2} \left[ W \left( \sum_{i=0}^{m-1} (2P_{eq})^i + \frac{(2P_{eq})^m}{1 - P_{eq}} \right) + \frac{1}{1 - P_{eq}} + \frac{2(1 - q)}{q} \right]. \end{aligned} \quad (3.16)$$



Normalizando os termos da Eq. 3.16, a expressão para a probabilidade estacionária  $b_{0,0}$  é

$$\begin{aligned}
b_{0,0} &= \frac{2}{W \left[ (1 - P_{eq}) \sum_{i=0}^{m-1} (2P_{eq})^i + (2P_{eq})^m \right] + 1 + 2 \frac{1-q}{q} (1 - P_{eq})} \\
&= \frac{2(1 - P_{eq})}{(W - P_{eq}W) \frac{1 - (2P_{eq})^m}{1 - (2P_{eq})} + W(2P_{eq})^m + 1 + 2 \frac{(1-q)(1 - P_{eq})}{q}} \\
&= \frac{2(1 - P_{eq})(1 - 2P_{eq})q}{q[(W + 1)(1 - 2P_{eq}) + WP_{eq}(1 - (2P_{eq})^m)] + 2(1 - q)(1 - P_{eq})(1 - 2P_{eq})}.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Um ponto interessante a observar é que se  $q \rightarrow 1$ , as estações sempre têm quadros para transmissão, isto é, o tráfego torna-se saturado. Assumindo ainda um canal sem erro de transmissão estimado ( $P_e = 0$ ), e que os erros de transmissões são causados apenas por colisões ( $P_{eq} = P_{col}$ ), tal fato nos remete ao modelo de Bianchi (2000), e corresponde à probabilidade estacionária de  $b_{0,0}$ , expressa por

$$\lim_{q \rightarrow 1} b_{0,0} \rightarrow \frac{2(1 - P_{col})(1 - 2P_{col})}{(W + 1)(1 - 2P_{col}) + WP_{col}(1 - (2P_{col})^m)}. \tag{3.18}$$

Sabendo que, independentemente de qual o estágio de *backoff* que a estação encontra-se, a transmissão de um quadro só pode ser realizada após o contador de *backoff* atingir  $k = 0$ . Utilizando a Eq. 3.17, a probabilidade de uma estação iniciar transmissão dentro de um *time slot* escolhido aleatoriamente é

$$\begin{aligned}
\delta = \sum_{i=0}^m b_{i,0} &= \frac{b_{0,0}}{1 - P_{eq}} \\
&= \frac{2(1 - 2P_{eq})q}{q[(W + 1)(1 - 2P_{eq}) + WP_{eq}(1 - (2P_{eq})^m)] + 2(1 - q)(1 - P_{eq})(1 - 2P_{eq})} \\
&= \frac{2}{(W + 1) + WP_{eq} \frac{(1 - (2P_{eq})^m)}{(1 - 2P_{eq})} + 2(1 - P_{eq}) \frac{(1 - q)}{q}}.
\end{aligned} \tag{3.19}$$

No entanto, analisando a Eq. 3.19, é possível verificar que a probabilidade de transmissão de determinada estação é expressa em função da probabilidade de ocorrer falha na transmissão (mais especificamente colisão,  $P_{col}$ ).

O quadro transmitido por uma estação sofrerá colisão se pelo menos uma das estações restantes ( $N - 1$ ) transmitir simultaneamente, e não ocorrer captura do sinal desejado. Nessa modelagem, o efeito de captura é considerado como um subconjunto do evento colisão, justificado pelo fato de que não há captura se não ocorrerem colisões. Dessa maneira, a probabilidade de colisão é definida por

$$P_{col} = 1 - (1 - \delta)^{(N-1)} - P_{cap}(z_0), \tag{3.20}$$

em que  $P_{cap}(z_0)$  define a probabilidade incondicional de captura, a qual será abordada na subseção 3.1.3.

### 3.1.2 Sinal Interferente

Durante a transmissão, o sinal desejado experimenta a interposição causada por sinais indesejados. Essa interferência intensifica o desvanecimento da potência do sinal desejado, e é resultado dos sinais aleatórios que atingem a antena do receptor provenientes de vários transmissores. Considerando o ambiente de propagação e dependendo de como esses sinais se combinam durante o período observado, a potência interferente conjunta pode ser obtida por meio da soma coerente ou soma incoerente das potências interferentes (Linnartz, 1993).

Embora aleatórios, os sinais concorrentes que atingem o receptor é definido pelo fasor

$$x_i(t) = \text{Re}\{r_i(t)e^{j[\omega_c t + \phi_i(t)]}\}, \quad i = [0, \dots, n], \quad (3.21)$$

em que  $r_i(\cdot)$ ,  $\phi_i(\cdot)$  e  $\omega_c$  representam o envelope, a fase aleatória e a frequência angular da portadora, respectivamente.

Soma coerente dos sinais ocorre quando as portadoras possuem frequências iguais e as flutuações de fase aleatórias são insignificantes durante um intervalo de tempo  $t_w$ . Para  $n$  sinais interferentes, o fasor resultante é (Arnbak e Van Blitterswijk, 1987)

$$x_n(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t), \quad (3.22)$$

em que os subscritos  $i$  e  $n$  representam as variáveis individuais e agregadas, respectivamente.

Para soma incoerente, as flutuações de fase aleatórias devem ser significativas, devido à modulação mutuamente independente de cada sinal. Sendo assim, a potência avaliada durante o período observado é a soma das potências dos sinais individuais  $w_i$ , isto é,

$$w_n(t) = \sum_{i=1}^n \overline{x_i(t)x_i^*(t)} = \sum_{i=1}^n w_i(t), \quad (3.23)$$

em que  $x_i^*(\cdot)$  é o conjugado complexo do fasor  $x_i(\cdot)$ .

### 3.1.3 Probabilidade de Captura

Devido à variação de potência do sinal desejado, um efeito inerente às redes sem fio é denominado captura. Esse fenômeno permite recuperar o quadro na presença de  $n$  sinais interferentes, desde que a relação entre a potência do sinal desejado e o somatório de todas as outras potências dos

sinais interferentes seja superior a um limiar previamente estabelecido, avaliados durante um determinado intervalo de tempo  $0 < t_w < p$ , em que  $p$  é o tempo de transmissão de um quadro.

Considerando que apenas quadros com potência acima desse limiar de captura podem ser recebidos pelo receptor, entende-se que, para o quadro não ser capturado, isto é, ser destruído, tem-se

$$\frac{w_s}{w_n} \leq z \quad \text{durante } t_w \text{ e } n > 0, \quad (3.24)$$

em que  $z$ ,  $w_s$ , e  $w_n$  são o limiar de captura, a potência do sinal desejado e a potência do sinal interferente, respectivamente (Leonardo e Yacoub, 2013). Os valores de  $t_w$  e  $z$  variam conforme a modulação e a codificação empregadas na rede, e por esse motivo não serão abordados com mais detalhes.

Considerando o meio de comunicação sem fio, cujos sinais são tratados de forma aleatória e estatisticamente independentes, a Relação Sinal Interferência (em inglês, SIR ou *Signal-to-Interference Ratio*) pode ser expressa pela variável aleatória  $Z$ , como

$$Z \triangleq \frac{W_s}{W_n}, \quad Z \geq 0; \quad (3.25)$$

em que  $W_s$  e  $W_n$  representam as variáveis aleatórias da potência do sinal desejado e da potência do sinal interferente, respectivamente. Nesse caso, se os sinais das componentes individuais são independentes e identicamente distribuídos, a PDF da potência interferente conjunta é expressa como a convolução das  $n$  PDFs das potências individuais.

A razão entre variáveis aleatórias tem sua importância demonstrada pela frequente utilização na análise de desempenho dos sistemas de comunicações sem fio e extensivamente estudadas por diversos autores (Karagiannidis, 2003), (Daneshgaran et al., 2008), (Stefanovic et al., 2010) e (Kumar et al., 2015). Assumindo que  $W_s$  e  $W_n$  são variáveis estatisticamente independentes positivas, Papoulis (1991) define a PDF da razão como

$$f_Z(z) = \int_0^{\infty} y f_{W_s}(zy) f_{W_n}(y) dy, \quad (3.26)$$

com  $f_{W_s}(\cdot)$  e  $f_{W_n}(\cdot)$  representando as PDFs da potência do sinal desejado, e da potência do sinal interferente, respectivamente. Papoulis (1991) define a CDF como

$$F_Z(z_0) = \text{Prob} \left\{ \frac{W_s}{W_n} \leq z_0 \right\} = \int_0^{z_0} f_Z(z) dz. \quad (3.27)$$

Analisando a Eq. 3.27 pode-se notar que a CDF define a razão da potência do sinal desejado e da potência do sinal interferente abaixo do limiar de captura  $z_0$ , isto é, do sinal que não pode

ser recebido. Dessa forma, se o número de estações interferente  $n$  for definido, a probabilidade condicional de captura é expressa por

$$P_{cap}(z_0|n) = 1 - F_Z(z_0). \quad (3.28)$$

Considere um ambiente com  $N$  estações aptas a transmitir e com constante probabilidade  $\delta$  de uma determinada estação iniciar transmissão dentro de um *time slot* escolhido aleatoriamente. Tomando  $n$  estações interferentes, com  $n$  quadros disputando transmissão simultaneamente, a probabilidade incondicional de captura é expressa como

$$P_{cap}(z_0) = \sum_{n=1}^{N-1} \binom{N}{n+1} \delta^{n+1} (1-\delta)^{N-n-1} P_{cap}(z_0|n). \quad (3.29)$$

### 3.1.4 Vazão do Sistema

A vazão permite avaliar a taxa de ocupação do canal baseado em sua capacidade de transmissão, e pode ser definida por

$$S = \frac{E[\text{carga de informações transmitida em um intervalo de tempo}]}{E[\text{comprimento de um intervalo de tempo}]}, \quad (3.30)$$

com  $E[\cdot]$  representando o operador de esperança.

Precedendo a análise da vazão do canal, faz-se necessário um entendimento lógico dos eventos que envolvem a transmissão de quadros, considerando todas as possibilidades do modelo proposto.

A Eq. 3.19 define que  $\delta$  é a probabilidade de uma estação, aleatoriamente, iniciar transmissão dentro de um *time slot*. Consequentemente, em um cenário com  $N$  estações disputando o acesso ao canal com igual probabilidade  $\delta$ , tem-se:

- $P_t$ , a probabilidade de ocorrer pelo menos uma transmissão dentro de um intervalo de tempo, expressa como

$$P_t = 1 - (1 - \delta)^N. \quad (3.31)$$

- $P_s$ , a probabilidade condicional de ocorrer uma transmissão bem sucedida no canal, expressa por

$$P_s = \frac{N\delta(1-\delta)^{N-1} + P_{cap}(z_0)}{P_t}. \quad (3.32)$$

Visto que o comportamento do canal depende do tráfego de quadros e outros fatores característicos ao ambiente de propagação, a Tabela 3.2 auxilia no entendimento e apresenta as possibilidades de ocorrência para cada evento.

**Tabela 3.2:** Eventos característicos do comportamento do canal

Evento	Descrição	Operadores
Canal ocioso	não há transmissão a considerar	$(1 - P_t)$
Colisão	há transmissão, porém mal sucedida	$P_t(1 - P_s)$
Bem sucedido	há transmissão, bem sucedida, e sem erro	$P_t P_s(1 - P_e)$
Erro do canal	há transmissão, bem sucedida, e com erro	$P_t P_s P_e$
-	tamanho médio do pacote de carga	$EPL$

A cada evento relacionado na Tabela 3.2 tem-se um tempo médio de duração correspondente a ocorrência do evento. Os eventos e tempo médio de canal ocioso ( $\sigma$ ) são os mesmos para ambos os mecanismos de transmissão empregado na DCF, isto é, *2-way* e *4-way handshake*. Porém, tais métodos possuem distinção quanto aos tempos médios de canal ocupado ( $T_c$ ), de transmissão bem sucedida ( $T_s$ ) e de canal com falha ( $T_e$ ), e são definidos como (Daneshgaran et al., 2008):

- *2-way handshake*

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c = MAC_{hd} + PHY_{hd} + PL + ACK_{timeout}, \\ T_s = MAC_{hd} + PHY_{hd} + PL + SIFS + \tilde{\tau} + ACK + DIFS + \tilde{\tau}, \\ T_e = MAC_{hd} + PHY_{hd} + PL + ACK_{timeout}. \end{array} \right. \quad (3.33)$$

- *4-way handshake*

$$\left\{ \begin{array}{l} T_c = PHY_{hd} + RTS + ACK_{timeout}, \\ T_s = PHY_{hd} + RTS + SIFS + \tilde{\tau} + PHY_{hd} + CTS + SIFS + \tilde{\tau} \\ \quad + PHY_{hd} + MAC_{hd} + PL + ACK_{timeout}, \\ T_e = PHY_{hd} + RTS + SIFS + \tilde{\tau} + PHY_{hd} + CTS + SIFS + \tilde{\tau} \\ \quad + PHY_{hd} + MAC_{hd} + PL + SIFS + \tilde{\tau} + PHY_{hd} + ACK + \tilde{\tau}, \end{array} \right. \quad (3.34)$$

em que  $\tau$  representa o pior caso de atraso de propagação e  $\tilde{\tau} = \tau/p$  é sua versão normalizada. As demais variáveis utilizadas para o cálculo dos tempos  $T_c$ ,  $T_s$  e  $T_e$  são parâmetros típicos da rede adotada e seus valores são definidos na Seção 5.1.

Redes reais produzem um intenso fluxo de dados e os receptores são atingidos aleatoriamente por quadros provenientes das estações transmissoras. O tempo entre a chegada de dois quadros é definido como tempo entre chegadas, esses tempos são exponencialmente distribuídos e seu valor médio é expresso por  $\frac{1}{\lambda}$ , sendo que o parâmetro  $\lambda$  descreve a carga oferecida, relacionada à cada estação. Dessa maneira, o modelo mais comumente utilizado para caracterizar a taxa de geração de quadros  $\lambda$  [qds/s] se aproxima de um processo estocástico de Poisson, o qual define a probabilidade de que exista pelo menos um quadro aguardando na fila de transmissão como (Malone et al., 2007)

$$q = 1 - e^{-\lambda E[S_{ts}]}, \quad (3.35)$$

em que  $E[S_{st}]$  é o operador de esperança para um intervalo de tempo. Esse intervalo contempla cada estado da cadeia de Markov, relacionando-os com os seus respectivos tempos de ocorrência para cada evento, definido por Daneshgaran et al. (2008) como

$$E[S_{st}] = (1 - P_t)\sigma + P_t(1 - P_s)T_c + P_tP_s(1 - P_e)T_s + P_tP_sP_eT_e. \quad (3.36)$$

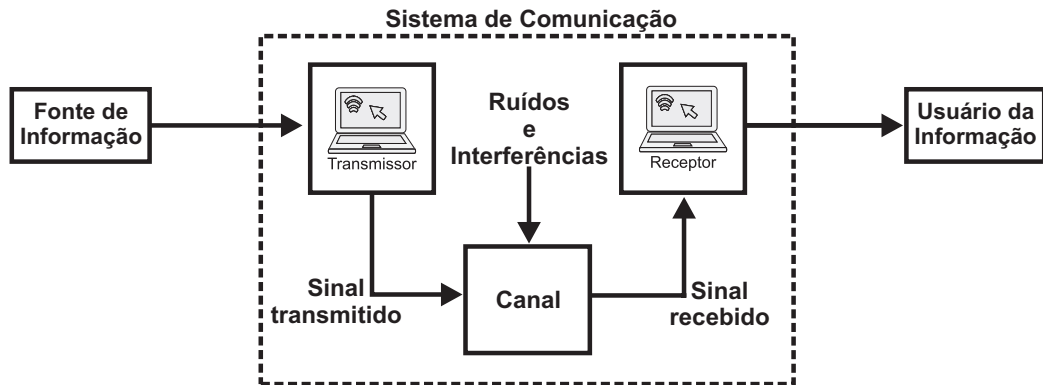
Dessa forma, utilizando a Eq. 3.30, a Tabela 3.2 e os tempos médios de ocorrência para cada evento, Daneshgaran et al. (2008) propuseram a modelagem matemática para a vazão do canal como

$$S = \frac{P_tP_s(1 - P_e)E\{PL\}}{(1 - P_t)\sigma + P_t(1 - P_s)T_c + P_tP_s(1 - P_e)T_s + P_tP_sP_eT_e}. \quad (3.37)$$

## 3.2 Canal de Propagação sem Fio

Na maioria dos sistemas de comunicações sem fio, bem como nos ambientes caracterizados pela radiofrequência, os sinais se propagam da antena transmissora até a antena de uma estação receptora, em formas de ondas eletromagnéticas. Entre os fatores que caracterizam a comunicação entre estação transmissora e receptora está o canal de transmissão. No entanto, vários são os motivos que influenciam a propagação do sinal nesse ambiente, tais como: construções, carros, desníveis topográficos, deslocamento das estações, dentre outros.

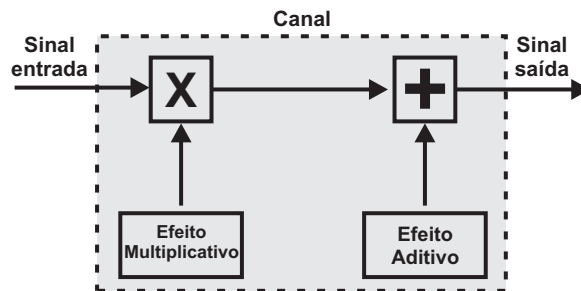
A arquitetura clássica de um sistema de comunicação genérico foi proposta por Shannon (2001), a qual destaca os elementos básicos que compõem esse sistema, como pode ser visto na Figura 3.3, composto por transmissor, receptor e canal de comunicação dispostos entre a origem e o destino dos dados.



**Figura 3.3:** Elementos de um sistema de comunicação - Adaptado de Stavroulakis (2003).

### 3.2.1 Efeito de Propagação

Para um canal sem fio, as fontes de ruídos e interferências podem ser subdivididas em efeitos multiplicativos e aditivos (Stavroulakis, 2003), como mostrado na Figura 3.4.



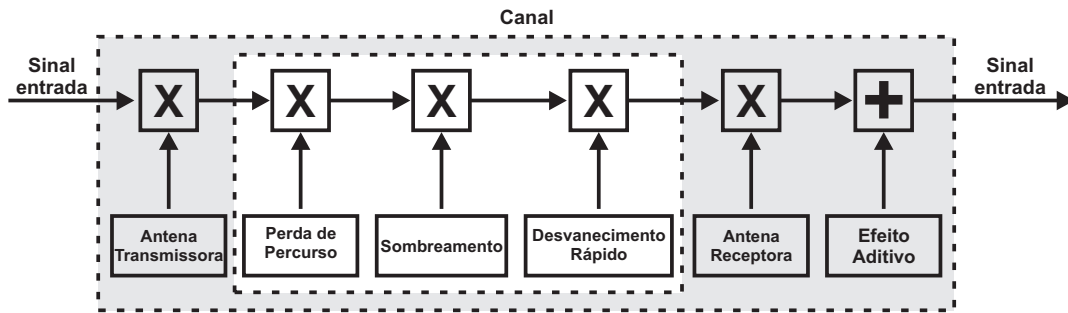
**Figura 3.4:** Tipos de ruídos em canal de comunicação sem fio - Adaptado de Stavroulakis (2003).

O efeito multiplicativo é inerente ao canal de comunicação, ocasionado por diversos fatores durante a propagação das ondas entre transmissor e receptor (Saunders e Aragón-Zavala, 2007), dentre eles:

- características direcionais das antenas transmissora e receptora;
- reflexão com superfícies lisas de paredes e montanhas;
- absorção ocorrida por paredes, árvores e pela própria atmosfera;
- dispersão por superfícies ásperas, como terrenos acidentados e galhos de árvores;
- difração de borda ocorrida por telhados de edifícios e morros;
- refração devido às camadas atmosféricas.

O fator aditivo surge do ruído térmico gerado dentro do próprio receptor, e outras fontes não características ao canal propriamente dito. Portanto, estão fora do escopo deste trabalho. (O leitor interessado pode consultar Stavroulakis (2003)).

A Figura 3.5 mostra o fator multiplicativo, que pode ser subdividido em perda de percurso, sombreamento e desvanecimento rápido.



**Figura 3.5:** Contribuições para o ruído no canal sem fio - Adaptado de Stavroulakis (2003).

### Perda de Percurso

Para os mais diversos meios de comunicação sem fio, o sinal atenua com a distância pelo fato de estar se espalhando por uma área maior. Esse fenômeno é causado pela dissipação da energia transmitida pela antena transmissora, assim como os efeitos do canal de comunicação. A perda de percurso, que ocorre entre a antena de uma estação transmissora e a antena de uma estação receptora é a razão entre a potência transmitida e a potência recebida, geralmente expressa em decibéis (dB). Normalmente, os modelos de perda de percurso assumem que essa perda é sempre a mesma para uma determinada distância entre transmissor e receptor.

O modelo mais simples é o modelo de espaço livre (Rappaport, 2001), que considera uma Linha de Visada (em inglês, LOS ou *Line of Sight*) entre transmissor e receptor, isto é, um caminho livre, desobstruído. A fórmula para a atenuação é expressa por

$$\frac{P_T}{P_R} = \frac{1}{G_R G_T} \left( \frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2, \quad (3.38)$$

sendo  $P_T$  a potência do sinal da antena transmissora;  $P_R$  a potência do sinal da antena receptora;  $G_T$  o ganho da antena transmissora;  $G_R$  o ganho da antena receptora;  $d$  é a distância de propagação entre as antenas; e  $\lambda$  é o comprimento de onda da portadora.

Considerando que esse modelo simplificado não é suficiente para descrever a maioria dos cenários de propagação com perda de percurso, existem diversos outros modelos analíticos e empíricos.

Na modelagem empírica estão os modelos de Okumura e Hata (Goldsmith, 2005), os quais se baseiam em dados obtidos para ambientes específicos.



### Sombreamento

Além de estar sujeito a atenuação, o sinal sofre ainda com a difração, ou seja, quando no caminho das ondas eletromagnéticas existem objetos intransponíveis como: prédios, morros, árvores, dentre outros. Considerando que a antena receptora está atrás do obstáculo, somente as ondas difratadas atingem a antena.

Esses fenômenos, definidos como sombreamentos, causam oscilações no nível de potência do sinal recebido. Essas oscilações, por sua vez, possuem comportamentos aleatórios. Logo, uma distribuição de probabilidade modela o efeito do sombreamento, e usualmente é utilizada a distribuição log-normal, cuja PDF é definida em Rappaport (2001) e expressa como

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2\right]. \quad (3.39)$$

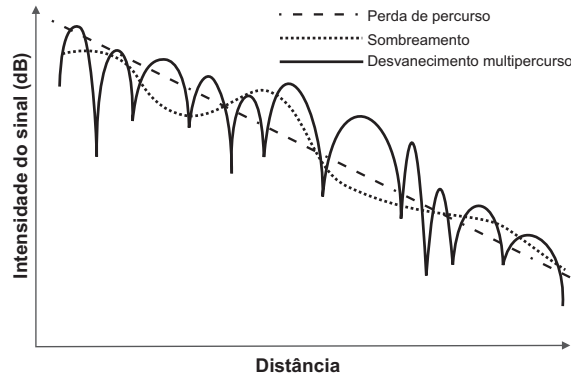
### Desvanecimento em Multipercurso

Além dos efeitos de atenuação em larga escala, como perda de percurso e sombreamento, os canais de rádio móvel estão suscetíveis ainda a um outro efeito, conhecido como desvanecimento rápido, ou de multipercurso.

Esse desvanecimento gera degradação do sinal transmitido devido às ondas de rádio atingirem o receptor por diferentes percursos. As diferentes componentes de onda atingem o receptor em um dado instante de tempo, cada uma com amplitude e fase aleatória. Em determinados momentos, elas se encontraram em fase, o que ocasionará uma interferência construtiva, resultando na soma de suas amplitudes. Nos momentos em que não se encontrarem em fase, irá ocasionar uma interferência destrutiva, resultando em amplitudes menores. Sendo assim, a resultante dessas interferências, que representa a variação das amplitudes, atingirá o receptor produzindo a envoltória do sinal recebido. Dado que os sinais interferem uns nos outros em uma fração do comprimento de onda, a potência total do sinal recebido pode variar dentro de uma escala da ordem do comprimento de onda.

Devido à imprevisibilidade e ao comportamento aleatório do sinal de rádio, o desvanecimento do canal é modelado por uma variável aleatória com determinada distribuição de probabilidade, conforme descrito na Subseção 3.2.2.

A Figura 3.6 apresenta de forma gráfica os efeitos associados ao fator multiplicativo do canal, os quais foram descritos anteriormente.



**Figura 3.6:** Tipos de ruídos multiplicativos - Adaptado de Chiueh e Tsai (2007).

### 3.2.2 Modelagem do Desvanecimento

Vários são os métodos propostos para modelar o comportamento do canal sem fio, sendo que usualmente o desvanecimento do sinal recebido é caracterizado por intermédio de modelagem estatística.

O objetivo dessa modelagem é determinar a CDF de uma variável aleatória  $Z$ , nesse caso modelado pela envoltória  $z$  do sinal recebido e expressa como (Papoulis, 1991)

$$F_Z(z) = \text{Prob}\{Z \leq z\}, \quad \forall z \in \mathbb{R}. \quad (3.40)$$

Uma outra expressão conhecida como PDF, representada por meio da derivada da CDF pode ser definida por (Papoulis, 1991)

$$f_Z(z) = \frac{dF_Z(z)}{dz}. \quad (3.41)$$

Integrando a Eq. 3.26 no intervalo  $[-\infty, z]$ , a CDF pode ser reescrita como

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^z f_Z(z) dz, \quad (3.42)$$

com  $f_Z(z)$  definido na Eq. 3.26.

A modelagem matemática do canal sem fio utiliza modelos estatísticos para representar o desvanecimento da envoltória do sinal de rádio, tendo em vista que o ambiente de propagação é complexo e repleto de adversidades. Existem inúmeras distribuições de probabilidade que buscam prever o comportamento do sinal nesse ambiente. Levando em consideração a variação do sinal de longo prazo, a distribuição log-normal tem sido convenientemente utilizada, enquanto que para caracterizar a variação de curto prazo, diversas outras distribuições são propostas na literatura, as quais são detalhadas a seguir.

### Distribuição Rayleigh

A distribuição de Rayleigh é caracterizada por prever satisfatoriamente o comportamento do sinal Sem Linha de Visada (em inglês, NLOS ou *Non Line of Sight*), prevalecendo o efeito de multipercurso sobre os demais. As várias componentes de onda derivadas do multipercurso possuem fases uniformemente distribuídas entre 0 e  $2\pi$  e amplitudes aleatórias. A envoltória do sinal recebido  $R$  é representada em componentes de fase e quadratura por  $R^2 = X^2 + Y^2$ , modeladas por meio de variáveis Gaussianas não correlacionadas  $X$  e  $Y$ , com médias zero e variâncias  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ . Dessa forma, o envelope da PDF para a distribuição Rayleigh é expressa em Yacoub (1993) como

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0. \quad (3.43)$$

### Distribuição Rice

A distribuição Rice considera a envoltória do sinal recebido como o resultado das várias componentes de multipercurso, acrescido de um sinal com potência dominante, proveniente de LOS entre estação transmissora e receptora. A envoltória do sinal recebido é expressa por  $X + a$  e  $Y$ , sendo  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias com médias zero e variâncias  $\sigma^2$ , enquanto  $a$  representa o envelope da componente dominante. O envelope da PDF representando a distribuição Rice é dada por (Proakis, 2007)

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{ar}{\sigma^2}\right), \quad r \geq 0, \quad (3.44)$$

em que  $\frac{a^2}{2}$  e  $\sigma^2$  representam a potência do sinal dominante, e a potência do sinal refletido, respectivamente, e  $I_0(\cdot)$  a função modificada de Bessel de ordem zero.

Definindo-se o parâmetro  $k$ , expresso como a razão da potência dominante e a potência refletida, tem-se

$$k = \frac{a^2}{2\sigma^2}. \quad (3.45)$$

Considerando o valor médio quadrático, dado por  $E(R^2) = \hat{r}^2 = a^2 + 2\sigma^2 = 2\sigma^2(k + 1)$ , o envelope da PDF para a distribuição Rice mostrada na Eq. 3.44 pode ser reescrita como

$$f_R(r) = \frac{2(k+1)}{e^k} \frac{r}{\hat{r}^2} \exp\left[-(k+1)\frac{r}{\hat{r}^2}\right] I_0\left[2\sqrt{k(k+1)}\frac{r}{\hat{r}^2}\right], \quad r \geq 0. \quad (3.46)$$

### Distribuição Hoyt (Nakagami- $q$ )

A distribuição de Hoyt assume que a envoltória do sinal transmitido é um conjunto de componentes multipercursos, sem que haja um componente dominante oriundo de LOS. Os

componentes de fase e quadratura são igualmente modelados por meio de variáveis aleatórias Gaussianas não correlacionadas  $X$  e  $Y$ , com médias zero e variâncias  $\sigma_x^2$  e  $\sigma_y^2$ , respectivamente. Enquanto a distribuição Rayleigh se resume a tratar a igualdade das variâncias de  $X$  e  $Y$ , a distribuição Hoyt assume que elas são distintas, e o envelope da PDF é apresentada em Hoyt (1947) como

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_x \sigma_y} \exp \left[ -\frac{r^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_x^2} + \frac{1}{\sigma_y^2} \right) \right] I_0 \left[ \frac{r^2}{4} \left( \frac{1}{\sigma_x^2} - \frac{1}{\sigma_y^2} \right) \right], \quad r \geq 0. \quad (3.47)$$

Assumindo a razão entre as potências de fase e quadratura como  $\eta \triangleq \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$  outros dois parâmetros  $h$  e  $H$  podem ser expressos por:

$$h \triangleq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sqrt{\eta}} + \sqrt{\eta} \right)^2 \quad \text{e} \quad H \triangleq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\eta} - \eta \right). \quad (3.48)$$

Se o valor médio quadrático  $E(R^2) = \hat{r}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$ , o envelope da PDF para a distribuição Hoyt mostrada na Eq. 3.47 pode ser reescrita como

$$f_R(r) = 2\sqrt{h} \frac{r}{\hat{r}^2} \exp \left( -h \frac{r^2}{\hat{r}^2} \right) I_0 \left( H \frac{r^2}{\hat{r}^2} \right). \quad (3.49)$$

### Distribuição Nakagami- $m$

A distribuição Nakagami- $m$  foi inferida a partir de dados experimentais, e representa a propagação dos sinais em longas distâncias em canais de altas frequências. A PDF que representa esse modelo de desvanecimento foi apresentada por Nakagami (1960), e definida por

$$f_R(r) = \frac{2r^{2m-1}}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\hat{r}^2} \right)^m \exp \left( -\frac{mr^2}{\hat{r}^2} \right), \quad (3.50)$$

sendo o valor médio quadrático dado por  $E(R^2) = \hat{r}^2$ , e  $\Gamma(m)$  é a função Gamma do parâmetro de desvanecimento  $m$  assumido como

$$m \triangleq \frac{E^2(R^2)}{V(R^2)} > 0, \quad (3.51)$$

com  $V(\cdot)$  representando o operador de variância.

### Distribuição $\alpha - \mu$

Considerada uma distribuição generalizada, assume que o sinal resultante é composto por um conjunto de componentes de ondas multipercurso e com potências idênticas. O modelo descreve o parâmetro  $\alpha > 0$  representando a não linearidade do canal de propagação, e o parâmetro  $\mu > 0$  denota o conjunto de componentes de onda multipercurso. A envoltória do sinal recebido

é expresso por uma função não linear da somatória dos módulos desses componentes em Yacoub (2007b) e expressa por

$$R^\alpha = \sum_{i=1}^n (X_i^2 + Y_i^2), \quad (3.52)$$

com  $X_i$  e  $Y_i$  representando variáveis Gaussianas independentes, com média zero e raiz média quadrática  $E(X_i) = E(Y_i) = \frac{\hat{r}^\alpha}{2n}$ . O envelope da PDF que representa a distribuição  $\alpha - \mu$  é expressa por

$$f_R(r) = \frac{\alpha \mu^\mu r^{\alpha\mu-1}}{\Gamma(\mu) \hat{r}^{\alpha\mu}} \exp\left(-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right). \quad (3.53)$$

### Distribuição $\kappa - \mu$

A distribuição  $\kappa - \mu$  considera um ambiente cujo sinal resultante é composto por um número  $n$  de conjunto de componentes de onda refletidas, propagando-se em um ambiente homogêneo em condições de LOS. Dentro desse conjunto, as fases das componentes refletidas são aleatórias, possuem tempos de atraso semelhantes e potências idênticas. A envoltória do sinal resultante apresentada por Yacoub (2007a) pode ser escrita em termos de fase e quadratura como

$$R^2 = \sum_{i=1}^n [(X_i + p_i)^2 + (Y_i + q_i)^2], \quad (3.54)$$

com  $X_i$  e  $Y_i$  representando variáveis Gaussianas independentes, com média zero e variância  $\sigma^2$ . Atribuindo um conjunto  $n$  com  $i$  componentes de onda refletidas, com  $p_i$  e  $q_i$  representando os valores médios das componentes de fase e quadratura, respectivamente, tem-se que o envelope da PDF que representa a distribuição  $\kappa - \mu$  é expressa por

$$f_R(r) = \frac{2\mu(\kappa+1)^{\frac{\mu+1}{2}} r^\mu}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa) \hat{r}^{\mu+1}} \exp\left[-\mu(\kappa+1) \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right] I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\kappa(\kappa+1)} \frac{r}{\hat{r}}\right), \quad (3.55)$$

sendo o valor médio quadrático  $\hat{r}^2 = E(r^2)$ .

Na Eq. 3.55, o parâmetro  $\mu$  representa o tamanho real de  $n$ , e  $\kappa$  representa a razão entre a potência da componente dominante e a potência das componentes refletidas, expressos por

$$\mu \triangleq \frac{E^2(R^2)(2\kappa+1)}{V(R^2)(\kappa+1)^2} > 0 \quad \text{e} \quad \kappa \triangleq \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2n\sigma^2} > 0. \quad (3.56)$$

### Distribuição $\eta - \mu$

Devido à importância e por ser objeto de estudo deste trabalho, a distribuição  $\eta - \mu$  merece um capítulo exclusivo e será abordada em detalhes no Capítulo 4.

## A distribuição $\eta - \mu$

Este capítulo apresenta o modelo de desvanecimento  $\eta - \mu$  proposto em Yacoub (2000, 2007a), o qual considera um ambiente cujo sinal resultante é composto por um número  $n$  de conjunto (*clusters*) de componentes de onda multipercurso refletidas, propagando-se em um ambiente não homogêneo em condições NLOS.

O modelo apresenta-se em dois formatos distintos, denominados Formato 1 e Formato 2, para os quais dois modelos físicos correspondentes são encontrados. No entanto, em termos matemáticos, um formato pode ser obtido a partir de outro por meio da relação  $\eta_{Formato2} = \frac{1 - \eta_{Formato1}}{1 + \eta_{Formato1}}$  ou, equivalentemente,  $\eta_{Formato1} = \frac{1 - \eta_{Formato2}}{1 + \eta_{Formato2}}$ , em que  $0 < \eta_{Formato1} < \infty$  é o parâmetro  $\eta$  no Formato 1, e  $-1 < \eta_{Formato2} < 1$  é o parâmetro  $\eta$  no Formato 2. Dessa forma,  $\eta$ , em ambos os formatos, representam diferentes fenômenos físicos e intervalos distintos.

Com o propósito de tornar a notação mais simplificada, o autor define outros dois parâmetros como funções de  $\eta$ , denominados  $h$  e  $H$ , os quais assumem diferentes significados e valores.

No Formato 1, as componentes de ondas em fase e em quadratura do sinal desvanecido, dentro de cada conjunto, são independentes e possuem potências diferentes. Nesse caso,  $0 < \eta < \infty$  é a razão entre a potência das componentes de ondas espalhadas em fase e quadratura de cada conjunto de ondas multipercurso. Dessa forma, para o Formato 1 têm-se

$$h \triangleq \frac{(1 + \eta)^2}{4\eta} \quad (4.1)$$

e

$$H \triangleq \frac{1 - \eta^2}{4\eta}. \quad (4.2)$$

Nota-se que para  $0 < \eta \leq 1$ , tem-se  $H \geq 0$ . Por outro lado, para  $0 < \eta^{-1} \leq 1$ , tem-se  $H \leq 0$ . Por conseguinte, no que diz respeito à PDF da distribuição, basta considerar  $\eta$  somente dentro de um dos intervalos.

No Formato 2, as componentes de ondas em fase e em quadratura do sinal desvanecido, dentro de cada conjunto, possuem potências idênticas, e são correlacionadas uma com a outra. Nesse caso,  $-1 < \eta < 1$  é o coeficiente de correlação entre as componentes de ondas espalhadas em fase e quadratura de cada conjunto de ondas multipercurso. Dessa forma, para o Formato 2 assumem-se

$$h \triangleq \frac{1}{1 - \eta^2} \quad (4.3)$$

e

$$H \triangleq \frac{\eta}{1 - \eta^2}. \quad (4.4)$$

Nota-se que para  $0 \leq \eta < 1$ , tem-se  $H \geq 0$ . Por outro lado, para  $-1 < \eta \leq 0$ , tem-se  $H \leq 0$ . Por conseguinte, no que diz respeito à PDF da distribuição, basta considerar  $\eta$  somente dentro de um dos intervalos.

A conveniência de utilizar os parâmetros  $h$  e  $H$  é ter uma representação unificada para ambos os formatos.

Em trabalho recente, Priyanka e Nithya (2015) propuseram-se a analisar o cenário físico para a distribuição  $\eta - \mu$ , considerando ambos os formatos citados anteriormente. Dessa forma, constataram que tanto para o Formato 1 quanto para o Formato 2, a distribuição  $\eta - \mu$  representa melhor as variações de pequena escala do sinal em condições NLOS. Além disso, concluíram que devido à estrutura de espalhamento não isotrópico do sinal, o Formato 1 geralmente prevalece em áreas suburbanas e rurais, enquanto que, o Formato 2, em razão da estrutura de espalhamento isotrópico do sinal, predomina em áreas urbanas.

Para efeito de ilustração, os autores demonstram graficamente que quando fixado  $\eta$  e  $\mu$  variável, a PDF da distribuição  $\eta - \mu$  apresenta-se mais acentuada para o Formato 1 se comparada ao Formato 2, mostrando-se mais determinística. Quando fixado  $\mu$  e  $\eta$  variável, a PDF da distribuição  $\eta - \mu$  apresenta maior flexibilidade para o Formato 1, enquanto que para o Formato 2 as curvas se sobrepõem.

## 4.1 Derivação da distribuição $\eta - \mu$

Admitindo-se um ambiente de desvanecimento modelado por meio da distribuição  $\eta - \mu$ , em que  $r$  é a envoltória do sinal recebido em termos das componentes de fase e quadratura, tem-se (Yacoub, 2000, 2007a)

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2), \quad (4.5)$$

com  $x_i$  e  $y_i$  representando variáveis Gaussianas independentes, com média zero  $E(x_i) = E(y_i) = 0$  e variâncias  $E(x_i^2) = \sigma_x^2$ ,  $E(y_i^2) = \sigma_y^2$ . O índice  $i$  representa o  $i$ -ésimo conjunto de ondas multipercurso e  $n$  o número total de conjuntos dessas ondas.

Dessa forma, se o envelope de determinado componente de onda em fase e quadratura for escrito como

$$r_i^2 = (x_i^2 + y_i^2), \quad (4.6)$$

então tem-se

$$r^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (4.7)$$

Reescrevendo o sinal desvanecido na forma de potência, tem-se

$$w = \sum_{i=1}^n w_i, \quad (4.8)$$

sendo  $w = r^2/2$ , e a potência da componente  $i$  definida como

$$w_i = r_i^2/2. \quad (4.9)$$

A partir da Eq. 4.7, utilizando propriedades estatísticas e algumas manipulações algébricas é possível encontrar

$$\hat{r}^2 \triangleq E(r^2) = nE(r_i^2) = n(1 + \eta)\sigma_y^2, \quad (4.10)$$

sendo  $\hat{r}$  o Valor Quadrático Médio (em inglês, RMS ou *Root Mean Square*) de  $r$ , e  $\eta$  o parâmetro estabelecido por meio da razão entre a variância da componente em fase e variância da componente em quadratura do sinal, e expresso por

$$\eta \triangleq \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} > 0. \quad (4.11)$$

Utilizando ainda transformada de Laplace, encontra-se a variância do envelope do sinal

$$V(r^2) = 2n(1 + \eta^2)\sigma_y^4, \quad (4.12)$$

Dessa forma, realizando a razão entre o quadrado da Eq. 4.10 e Eq. 4.12 obtém-se

$$\frac{E^2(r^2)}{V(r^2)} = \frac{n(1 + \eta)^2}{2(1 + \eta^2)} \geq \frac{1}{2}. \quad (4.13)$$

Observando a Eq. 4.13, é possível compreender que isolando o termo  $n/2$ , o mesmo fica expresso em função de parâmetros como: valor quadrático médio, variância e potência das componentes em fase e quadratura do sinal desvanecido. Assim como  $\eta$ , esses parâmetros físicos são valores contínuos, enquanto  $n$  torna o modelo limitado por ser um valor discreto (múltiplo de 1/2).



Com o intuito de tornar essa limitação menos rigorosa, define-se o parâmetro  $\mu$  representando o domínio real de  $n/2$  como

$$\mu \triangleq \frac{n}{2} = \frac{E^2(r^2)}{V(r^2)} \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2} \geq \frac{1}{2}. \quad (4.14)$$

Efetuada algumas manipulações algébricas na Eq. 4.14, tem-se

$$\mu \frac{(1 + \eta)^2}{1 + \eta^2} \geq \frac{1}{2}, \quad (4.15)$$

com  $0 \leq \eta \leq 1$ . Portanto para o caso em que  $\eta = 1$  o valor mínimo assumido por  $\mu$  é  $\frac{1}{4}$ .

## 4.2 A relação entre os parâmetros $\eta$ , $\mu$ e $m$ de Nakagami- $m$

A distribuição  $\eta - \mu$ , como o próprio nome intuitivamente sugere, é baseada em dois parâmetros:  $\eta$  e  $\mu$ . A Eq. 4.14 permite observar que esses dois parâmetros podem ser expressos em função da razão do valor quadrático médio ao quadrado e variância de  $r^2$ , como

$$\mu \frac{(1 + \eta)^2}{1 + \eta^2} = \frac{E^2(r^2)}{V(r^2)}. \quad (4.16)$$

Nakagami (1960) define  $m$  como o fator de desvanecimento da distribuição Nakagami- $m$ , descrito na Eq. 3.51 e reproduzido como

$$m \triangleq \frac{E^2(r^2)}{V(r^2)}. \quad (4.17)$$

Analisando as Eqs. 4.17 e 4.16, é possível verificar que há relação entre os parâmetros  $\eta$ ,  $\mu$  e  $m$ . Dessa forma, o parâmetro  $m$  pode ser reescrito em função de  $\eta$  e  $\mu$  (Yacoub, 2000), ou ainda por  $\mu$ ,  $h$  e  $H$  (Yacoub, 2007a) como

$$m = \mu \frac{(1 + \eta)^2}{1 + \eta^2} = 2\mu \left[ 1 + \left( \frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (4.18)$$

É interessante analisar na Eq. 4.18 que podem ser encontradas infinitas curvas da distribuição  $\eta - \mu$ , com parâmetros escolhidos para obter melhor ajuste do modelo aos resultados práticos. Sob outra perspectiva, se para determinado  $m$  observar o intervalo  $-1 \leq H/h \leq 1$ , o parâmetro  $\mu$  se restringe a  $m/2 \leq \mu \leq m$ .

Portanto, com base na Eq. 4.18 observa-se a relação entre os parâmetros, da qual define-se

$$\mu = m \frac{1 + \eta^2}{(1 + \eta)^2}, \quad (4.19)$$

e após a realização de algumas manipulações algébricas na Eq. 4.19, tem-se (Yacoub, 2000)

$$\eta = \frac{\frac{\mu}{m} - \sqrt{2\frac{\mu}{m} - 1}}{1 - \frac{\mu}{m}}. \quad (4.20)$$

### 4.3 PDF da Distribuição $\eta - \mu$

Visto que  $r_i$ , descrito na Eq. 4.6, representa o envelope da  $i$ -ésima componente de onda multipercurso, a PDF de  $r_i$  é expressa como (Yacoub, 2000)

$$f_R(r_i) = \frac{\sqrt{\eta} r_i}{\sigma_x^2} \exp \left[ -\frac{(\eta + 1)r_i^2}{4\sigma_x^2} \right] I_0 \left[ \frac{(\eta - 1)r_i^2}{4\sigma_x^2} \right], \quad (4.21)$$

sendo o parâmetro  $\eta$  definido pela Eq. 4.11 e  $I_v(\cdot)$  a função Bessel modificada de primeira espécie e ordem  $v$  (Abramowitz e Stegun, 1964, Eq. 9.6.10). Observa-se que  $0 \leq \eta \leq 1$  define a região para  $\sigma_y^2 \geq \sigma_x^2$ , enquanto que  $1 \leq \eta \leq \infty$  define a região para  $\sigma_x^2 \geq \sigma_y^2$ . Analisando os intervalos, constata-se que a distribuição  $\eta - \mu$  é simétrica, e em consequência dessa simetria em torno de  $\eta = 1$  é satisfatório considerar  $\eta$  em apenas um desses intervalos. Consequentemente, define-se a utilização de  $0 \leq \eta \leq 1$ , já que o mesmo apresenta um intervalo mais reduzido.

Analogamente ao procedimento realizado para encontrar a Eq. 4.10, tem-se

$$\hat{r}_i^2 \triangleq E(r_i^2) = (1 + \eta^{-1})\sigma_x^2, \quad (4.22)$$

sendo  $\hat{r}_i$  o valor RMS de  $r_i$ .

Utilizando a Eq. 4.22, e admitindo-se o Formato 1 para a distribuição  $\eta - \mu$ , com os parâmetros  $h$  e  $H$  definidos pelas Eqs. 4.1 e 4.2, a PDF de  $r_i$  representada pela Eq. 4.21 pode ser reescrita como

$$f_R(r_i) = \frac{2\sqrt{h} r_i}{\hat{r}_i^2} \exp \left[ -h \left( \frac{r_i}{\hat{r}_i} \right)^2 \right] I_0 \left[ H \left( \frac{r_i}{\hat{r}_i} \right)^2 \right]. \quad (4.23)$$

Tendo em vista que  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , são independentes, aplica-se transformada direta e inversa de Laplace na Eq. 4.23, respectivamente, e obtém-se

$$\hat{r} f_R(r) = \frac{2\sqrt{\pi} n^{\frac{n+1}{2}} h^{\frac{n}{2}}}{(2H)^{\frac{n+1}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} \exp \left[ -nh \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] I_{\mu-\frac{1}{2}} \left[ nH \left( \frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right]. \quad (4.24)$$

em que  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama (Abramowitz e Stegun, 1964, Eq. 6.1.1).

Por conseguinte, utilizando a Eq. 4.14 e aplicando-se algumas manipulações algébricas sobre a Eq. 4.24 obtém-se a PDF da envoltória que representa a distribuição  $\eta - \mu$  e expressa por (Yacoub, 2007a)

$$f_R(r) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu r^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\hat{r}^{2\mu+1}} \exp\left(-2\mu h \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (4.25)$$

Considerando  $\rho$  a envoltória normalizada do sinal em relação a raiz quadrada do valor RMS como

$$\rho = \frac{r}{\hat{r}} = \frac{r}{\sqrt{E(r_i^2)}}, \quad (4.26)$$

e realizando a troca de variável na Eq. 4.25, a PDF da envoltória normalizada é dada por

$$f_P(\rho) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}} \rho^{2\mu} \exp\left(-2\mu h \rho^2\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \rho^2\right). \quad (4.27)$$

## 4.4 A Distribuição $\eta - \mu$ e Outros Ambientes de Desvanecimento

Por tratar-se de uma distribuição generalizada de desvanecimento, a partir do ajuste dos seus parâmetros, a distribuição  $\eta - \mu$  apresenta derivações que incluem distribuições mais tradicionais, como Hoyt, Rayleigh, Semi-Gaussiana Positiva e a distribuição de Nakagami- $m$  como casos especiais.

### 4.4.1 Ambiente Hoyt

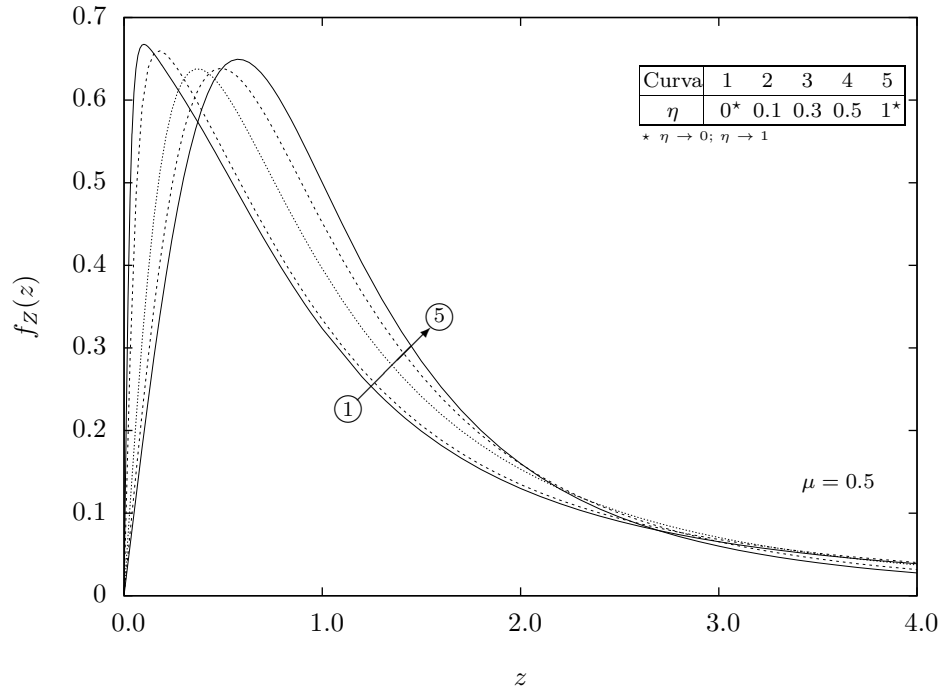
A distribuição Hoyt (também conhecida como Nakagami- $q$ ) pode ser obtida de forma exata a partir da PDF da distribuição  $\eta - \mu$ , respeitando a relação existente entre  $\eta = q^2$ . Considerando apenas um conjunto de componentes de onda, isto é,  $n = 1$ , é possível encontrar  $\mu = \frac{1}{2}$ .

Dessa maneira, utilizando a Eq. 4.25 e substituindo  $\mu = \frac{1}{2}$  a mesma se reduz a

$$f_R(r) = 2\sqrt{h} \frac{r}{\hat{r}^2} \exp\left(-h \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right) I_0\left(H \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right), \quad (4.28)$$

que representa a PDF da envoltória da distribuição Hoyt, como mostrou anteriormente a Eq. 3.49.

A PDF de Hoyt pode ser obtida graficamente por meio de ajustes dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , como mostra a Figura 4.1.



**Figura 4.1:** Função Densidade de Probabilidade de Hoyt obtida a partir da distribuição  $\eta - \mu$  com o parâmetros  $\mu$  fixo em 0.5 e  $\eta$  variando entre 0 e 1.

#### 4.4.2 Ambiente Rayleigh

Assim como Hoyt, a distribuição Rayleigh também pode ser obtida de maneira exata, adotando o mesmo procedimento da Seção 4.4.1, e assumindo  $\eta = 1$ . Conseqüentemente, o ajuste do parâmetro  $\eta$  permite redefinir os parâmetros  $h$  e  $H$  expressos pela Eq. 3.48 para  $h = 1$  e  $H = 0$ .

Portanto, ajustando os parâmetros da distribuição  $\eta - \mu$  para  $\eta = 1$  e  $\mu = \frac{1}{2}$ , tem-se

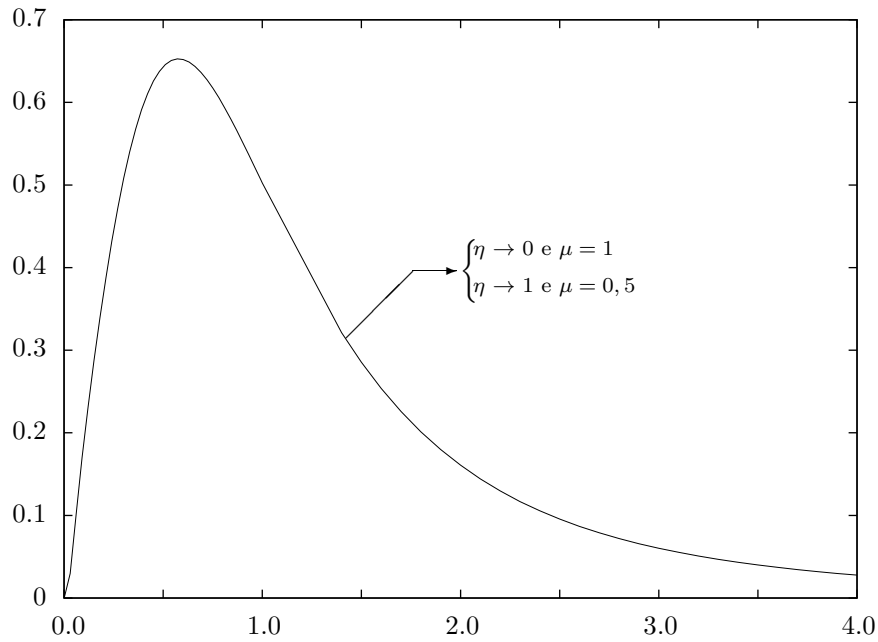
$$f_R(r) = 2 \frac{r}{\hat{r}^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (4.29)$$

Utilizando ainda a Eq. 4.10, tem-se  $\hat{r}^2 = 2\sigma^2$ . Logo a Eq. 4.29 pode ser reescrita como

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad (4.30)$$

a qual representa a PDF da envoltória da distribuição Rayleigh, como mostrou anteriormente a Eq. 3.43.

Graficamente, a PDF da distribuição Rayleigh, obtida a partir de ajustes dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , é mostrada na Figura 4.2.



**Figura 4.2:** Função Densidade de Probabilidade de Rayleigh obtida a partir da distribuição  $\eta - \mu$  com o parâmetros  $\mu$  fixo em 1 e 0.5, enquanto  $\eta$  tendendo a 0 e 1, respectivamente.

### 4.4.3 Ambiente Nakagami- $m$

A distribuição Nakagami- $m$  também pode ser obtida de maneira exata a partir da PDF da distribuição  $\eta - \mu$ , porém, não de forma simples e direta como adotado nos procedimentos das Seções 4.4.1 e 4.4.2. Yacoub (2007a) apresenta dois métodos com a finalidade de encontrar a PDF para esse modelo de desvanecimento:

#### **Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \rightarrow 1$ e $\mu = \frac{m}{2}$ ( $H \rightarrow 0$ )**

Da Eq. 4.25, tem-se a função Bessel  $I_\nu(z)$  expressa por

$$I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{\hat{r}^2}2\mu H\right). \quad (4.31)$$

Substituindo a Eq. 4.2 em 4.31, o argumento  $z$  da função Bessel pode ser expresso por

$$z = \left[ \frac{r^2}{\hat{r}^2} \frac{\mu}{2} \frac{(1 - \eta^2)}{\eta} \right], \quad (4.32)$$

se  $\eta \rightarrow 1$  (consequentemente  $H \rightarrow 0$ ), tem-se que o argumento  $z$  tende a zero

$$\lim_{\eta \rightarrow 1} z = 0. \quad (4.33)$$

Para um valor de  $v$  fixo, e argumento  $z$  suficientemente pequeno, isto é,  $z \rightarrow 0$ , [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 9.6.7] define-se

$$I_v(z) \approx (z/2)^v / \Gamma(v + 1). \quad (4.34)$$

Aplicando-se a aproximação da Eq. 4.34 na Eq. 4.25 e realizando-se algumas manipulações algébricas, tem-se

$$f_R(r) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{2\mu}r^{4\mu-1}}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu + \frac{1}{2})\hat{r}^{4\mu}} \exp\left(-2\mu\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (4.35)$$

Utilizando-se ainda  $2^{2v-\frac{1}{2}}\Gamma(v)\Gamma(v + \frac{1}{2}) = \sqrt{2\pi}\Gamma(2v)$  [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.1.18] e, realizando-se algumas manipulações algébricas assumindo  $\mu = \frac{m}{2}$ , a Eq. 4.35 pode ser reescrita como

$$f_R(r) = \frac{2r^{2m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\hat{r}^2}\right)^m \exp\left(-\frac{mr^2}{\hat{r}^2}\right), \quad (4.36)$$

que representa a PDF da envoltória da distribuição Nakagami- $m$ , exatamente como descrita na Eq. 3.50.

### Distribuição $\eta - \mu$ para $\eta \rightarrow 0$ e $\mu = m$ ( $H \rightarrow \infty$ )

Analisando a função Bessel expressa na Eq. 4.25 e argumento  $z$  definido na Eq. 4.32, observa-se que para  $\eta \rightarrow 0$  (consequentemente  $H \rightarrow \infty$ ),  $z$  tende ao infinito, isto é,

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} z = \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ \frac{r^2}{\hat{r}^2} \frac{\mu}{2} \frac{(1 - \eta^2)}{\eta} \right] = \infty. \quad (4.37)$$

Devido a isso, a aproximação descrita em [Abramowitz e Stegun (1964), Eq. 9.7.1] e expressa por

$$I_v(z) \approx \frac{\exp(z)}{\sqrt{2\pi z}}, \quad (4.38)$$

é válida para um valor de  $v$  fixo, e argumento  $z$  suficientemente grande, ou seja,  $z \rightarrow \infty$ .

Aplicando-se a aproximação da Eq. 4.38 na Eq. 4.25 e realizando-se algumas manipulações algébricas, tem-se

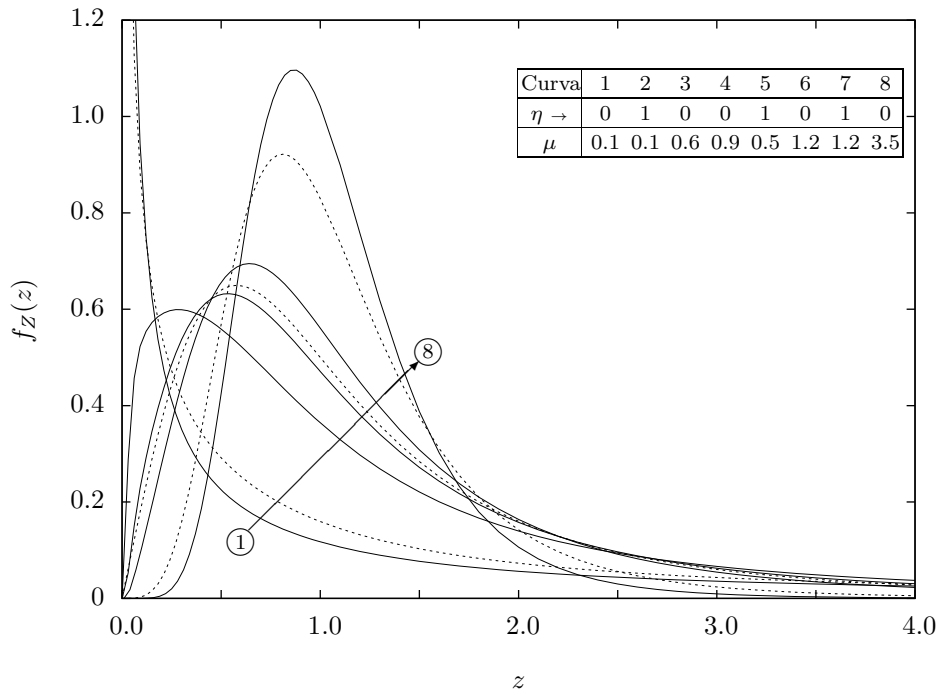
$$f_R(r) = \frac{2\mu^\mu r^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)\hat{r}^{2\mu}} \left(\frac{h}{H}\right)^\mu \exp\left(-2\mu(h-H)\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (4.39)$$

Nessas condições específicas em que  $\eta \rightarrow 0$ , manipulando-se algebricamente as Eqs. 4.1 e 4.2, encontra-se  $\frac{h}{H} = 1$  e  $h - H = \frac{1}{2}$ . Consequentemente, a Eq. 4.39 assume

$$f_R(r) = \frac{2r^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{\mu}{\hat{r}^2}\right)^\mu \exp\left(-\frac{\mu r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (4.40)$$

Para o parâmetro  $\mu$  coincidindo com  $m$ , isto é,  $\mu = m$ , a Eq. 4.40 se resume à PDF da distribuição Nakagami- $m$ , como apresentada pela Eq. 3.50.

Da mesma forma que foram obtidos os gráficos das PDFs de Hoyt e Rayleigh, é possível representar graficamente a PDF de Nakagami- $m$  por meio de ajustes dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , como mostra a Figura 4.3.



**Figura 4.3:** Função Densidade de Probabilidade de Nakagami- $m$  obtida a partir da distribuição  $\eta - \mu$  com os parâmetros  $\mu$  pré-fixados e  $\eta$  tendendo a 0 ou 1 de acordo com a tabela do gráfico.

---

# Vazão do Protocolo IEEE 802.11 em Ambiente $\eta - \mu$

---

Este capítulo tem por objetivo avaliar o desempenho (em termos de vazão) do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF em canal de propagação com desvanecimento modelado pela distribuição  $\eta - \mu$ , a qual foi apresentada em detalhes no Capítulo 4.

A partir da modelagem analítica descrita em detalhes na Seção 3.1, é possível avaliar a vazão do canal em função da taxa de geração de quadros  $\lambda$ , expressa em quadros por segundos [qds/s]. Para essa avaliação, define-se o limiar de captura  $\tilde{z}_0 \triangleq z_0/(\bar{w}_s/\bar{w}_n)$  em que  $\bar{w}_s$  e  $\bar{w}_n$  são os valores médios de  $W_s$  and  $W_n$ , respectivamente, e a razão  $\bar{w}_s/\bar{w}_n$  é comumente denominada SIR. Considera-se ainda o tempo de propagação do canal  $\tilde{\tau}$ , o número de estações existentes  $N$  e o mecanismo empregado no controle de acesso ao meio compartilhado: mecanismo de acesso básico e mecanismo de acesso opcional, com troca de quadros RTS/CTS.

Devido às diferenças quanto aos tempos médios de duração correspondente a cada um dos eventos apresentados na Tabela 3.2, a expressão do cálculo da vazão, definida pela Eq. 3.37, depende do modo de acesso empregado, ou seja, *2-way* e *4-way handshake*.

## 5.1 Resultados numéricos

Para a análise do efeito de captura descrito na Subseção 3.1.3, considera-se o modelo de desvanecimento adotado para o canal descrito no Capítulo 4. Devido às potências, tanto do sinal desejado quanto dos sinais interferentes se propagarem em ambiente  $\eta - \mu$ , o Apêndice A apresenta o cálculo para a obtenção da PDF e CDF da variável aleatória  $Z$ , assim como definidos nas Eqs. 3.25, 3.26 e 3.27, respectivamente.



Com o auxílio da ferramenta computacional Mathematica (Wolfram, 2009), foram implementados os algoritmos para gerar os resultados numéricos para a PDF, CDF e vazão, como mostram os Apêndices B, C e D, respectivamente.

Além dos parâmetros típicos da subcamada MAC do protocolo IEEE 802.11b apresentados na Tabela 5.1, foram considerados ainda a probabilidade de ocorrência de erro de transmissão estimado para o canal ( $P_e$ ) e o número de estações ( $N$ ) variando em 4, 10 e 20, ressaltando que os valores de  $N$  são considerados apenas para efeito de ilustração.

Embora os parâmetros de rede utilizados neste trabalho e relacionados na Tabela 5.1 sejam especificados para o protocolo IEEE 802.11b, ao modelo matemático desenvolvido podem ser aplicados outros protocolos da família IEEE 802.11, ou outros protocolos sem fio com funcionalidades similares na camada MAC.

**Tabela 5.1:** Parâmetros de rede típicos do IEEE 802.11b

$packet\ payload$ (PL)	8160 bits
$MAC_{header}$ ( $MAC_{hd}$ )	272 bits
$PHY_{header}$ ( $PHY_{hd}$ )	192 bits
$channel\ bit\ rate$	1 Mbps/s
$empty\ time\ slot$ ( $\sigma$ )	20 $\mu s$
$ACK_{timeout}$	300 $\mu s$
ACK	304 bits
CTS	112 bits
RTS	160 bits
SIFS	10 $\mu s$
DIFS	50 $\mu s$
$CW_{min}$	8
$m$ (estágios)	5

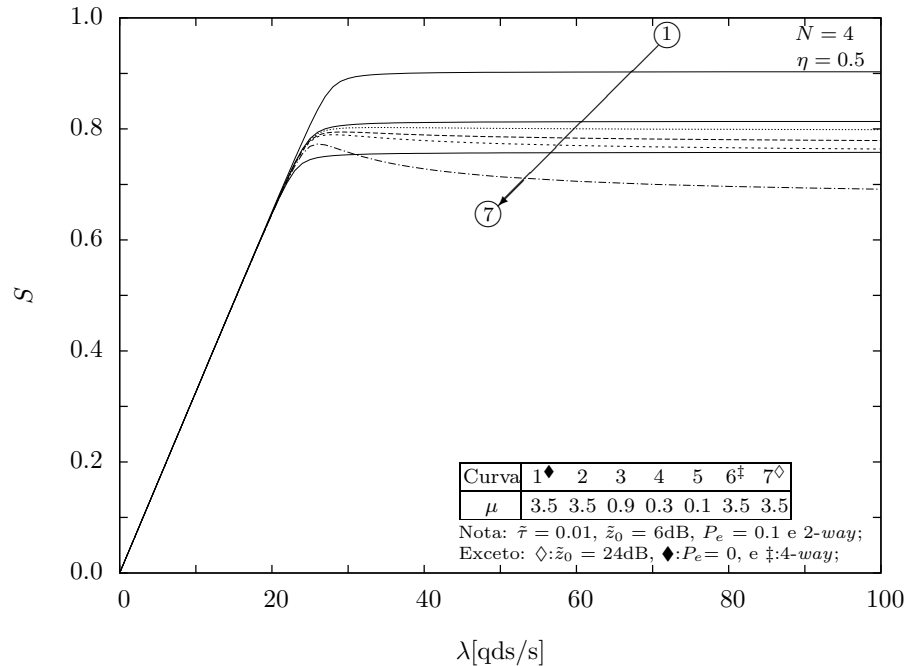
Para obtenção dos resultados numéricos e analíticos foram utilizados, além dos parâmetros da rede apresentados na Tabela 5.1, a escolha do mecanismo de acesso ao meio e a variação dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , como podem ser vistos no algoritmo do Apêndice D.

Os gráficos representados nas Subseções 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3 e 5.1.4 apresentam o comportamento da vazão  $S$  em relação à taxa de geração de quadros  $\lambda$  [qds/s], sendo  $S$  uma grandeza adimensional em que o valor 1 corresponde a 100 % da utilização do canal. Basicamente o comportamento apresentado em ambas as figuras descrevem as curvas de  $S$  em duas regiões: uma região de crescimento linear, representada por uma função linear de  $S$  em função de  $\lambda$ , e a outra uma região de saturação com  $S$  praticamente constante. A transição entre essas duas regiões quase sempre se dá por um pico na taxa de vazão, que torna-se mais evidente conforme o aumento do número de estações.

As legendas exibidas em cada um dos gráficos mostram características típicas do canal e declaradas no algoritmo do Apêndice D, que quando de sua execução gera os resultados numéricos para a produção das curvas da vazão.

### 5.1.1 Cenário com 4 estações

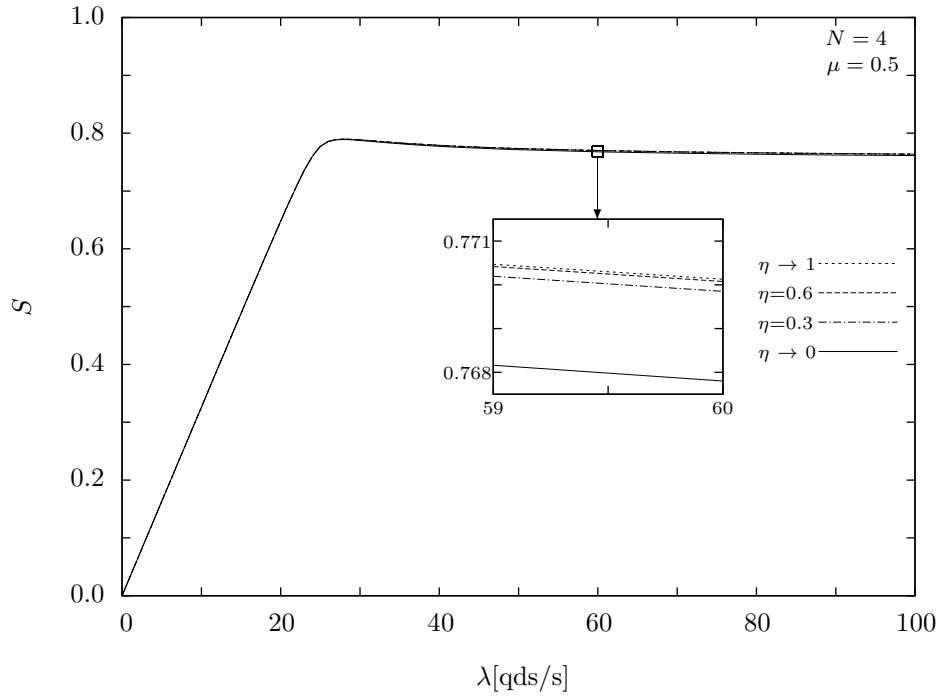
As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam os resultados analíticos obtidos considerando o cenário com 4 estações disputando o acesso ao canal compartilhado.



**Figura 5.1:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo 2-way handshake e 4-way handshake. Ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio, com parâmetros  $\eta = 0.5$  e  $\mu$  variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda.

A análise da Figura 5.1 permite as seguintes observações:

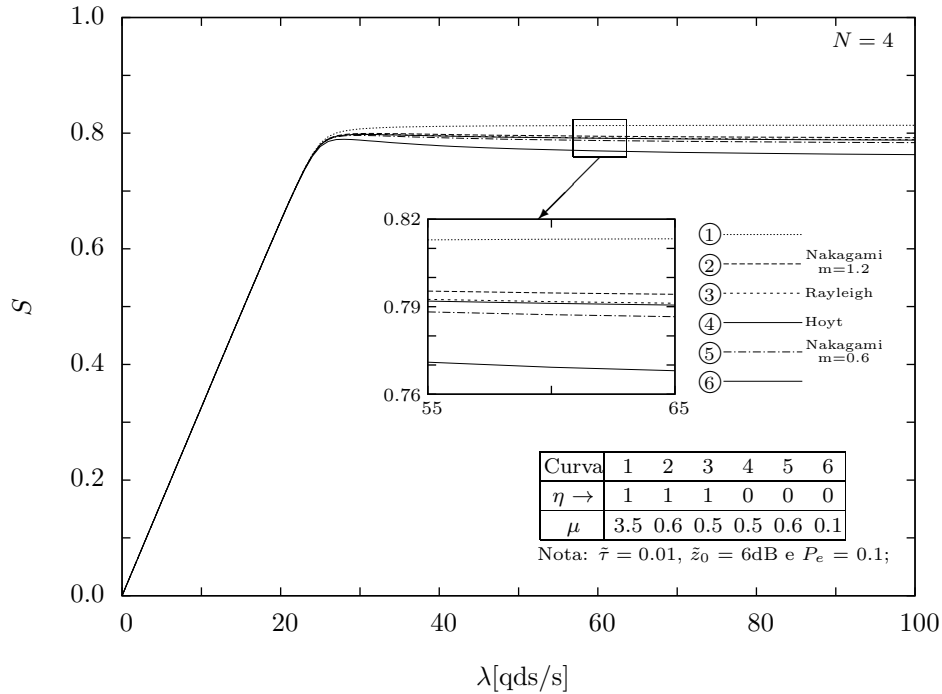
- As curvas 1 e 2 apresentam os mesmos parâmetros, excetuando-se apenas quanto ao erro induzido ao canal. A curva 1 assume canal de propagação ideal, enquanto a curva 2 assume um erro induzido de 10%;
- As curvas de 2 a 5 apresentam crescimento da vazão proporcional ao aumento do parâmetro  $\mu=(0.1, 0.3, 0.9 \text{ e } 3.5)$ . As curvas 2 e 5 mostram uma variação na vazão em torno de 5%;
- A curva 6 quando comparada à curva 2 apresenta perda de vazão em torno de 4% para o mecanismo de acesso 4-way handshake;
- A curva 7 se comparada à curva 2 apresenta redução em mais de 10% quando o limiar de captura é alterado de 6dB para 24dB.



**Figura 5.2:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake* e ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio. A área destacada realça a variação do parâmetro  $\eta$  entre 0 e 1 para  $\mu = 0.5$ .

A análise da Figura 5.2 permite as seguintes observações:

- A variação do parâmetro  $\eta$  para o intervalo 0 e 1 apresenta impacto reduzido na vazão do canal;
- Fica evidente que o parâmetro  $\eta$  é que determina o ajuste fino do canal.



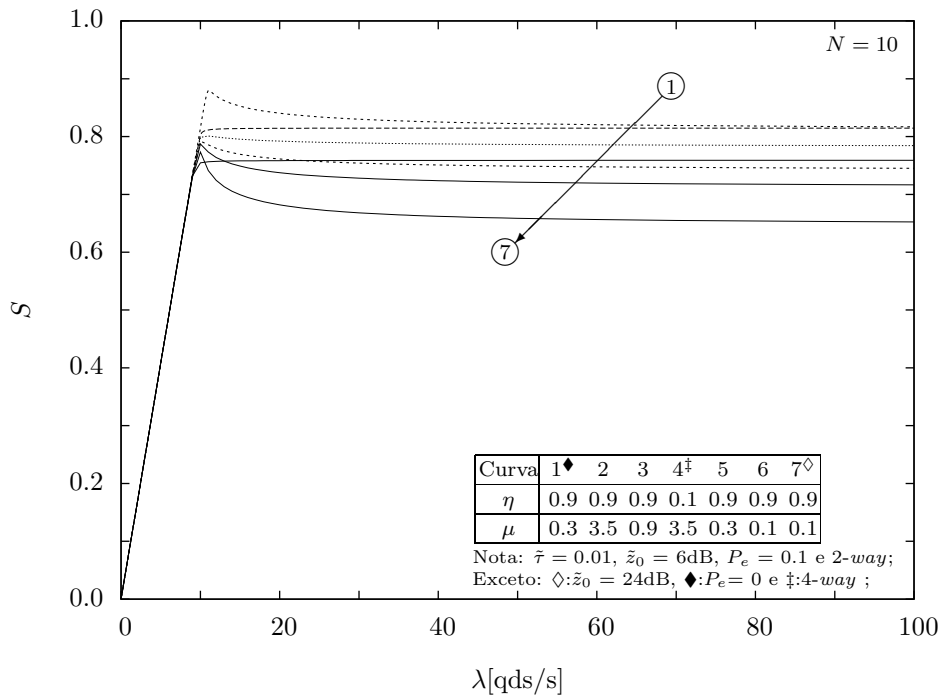
**Figura 5.3:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake* e ambiente com 4 estações disputando acesso ao meio. A variação dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$  permite avaliar a vazão do canal em modelos tradicionais obtidos a partir do modelo generalizado  $\eta - \mu$ .

A análise da Figura 5.3 permite as seguintes observações:

- Todas as curvas foram geradas assumindo-se iguais condições de tempo de propagação ( $\tilde{\tau} = 0.01$ ), limiar de captura ( $z_0 = 6dB$ ) e canal com erro induzido ( $P_e = 0.1$ );
- A curva 1 com parâmetros  $\eta \rightarrow 1$  e  $\mu = 3.5$  apresenta a variação da vazão quando comparada a curva 6 para os parâmetros  $\eta \rightarrow 0$  e  $\mu = 0.1$ , evidenciando o ajuste grosso do canal determinado por meio da variação do parâmetro  $\mu$ ;
- As curvas de 2 a 4 mostram parâmetros de  $\eta$  e  $\mu$  para os quais a distribuição  $\eta - \mu$  se reduz a modelos tradicionais (Nakagami- $m$ , Rayleigh e Hoyt) como casos especiais.

### 5.1.2 Cenário com 10 estações

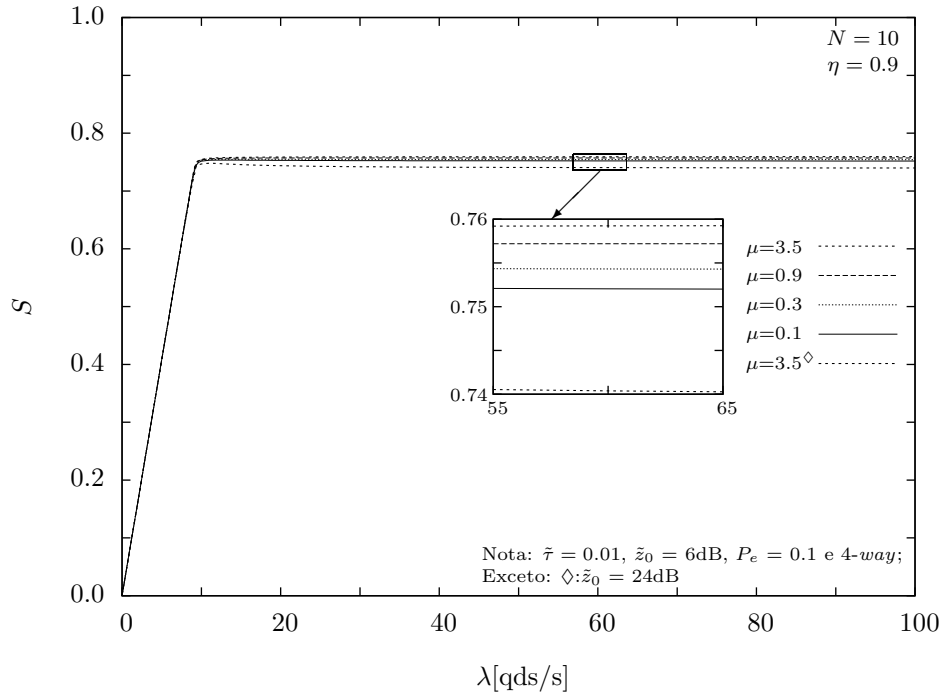
As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam os resultados analíticos obtidos considerando o cenário com 10 estações disputando o acesso ao canal compartilhado.



**Figura 5.4:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismos *2-way handshake* e *4-way handshake*.

A análise da Figura 5.4 permite as seguintes observações:

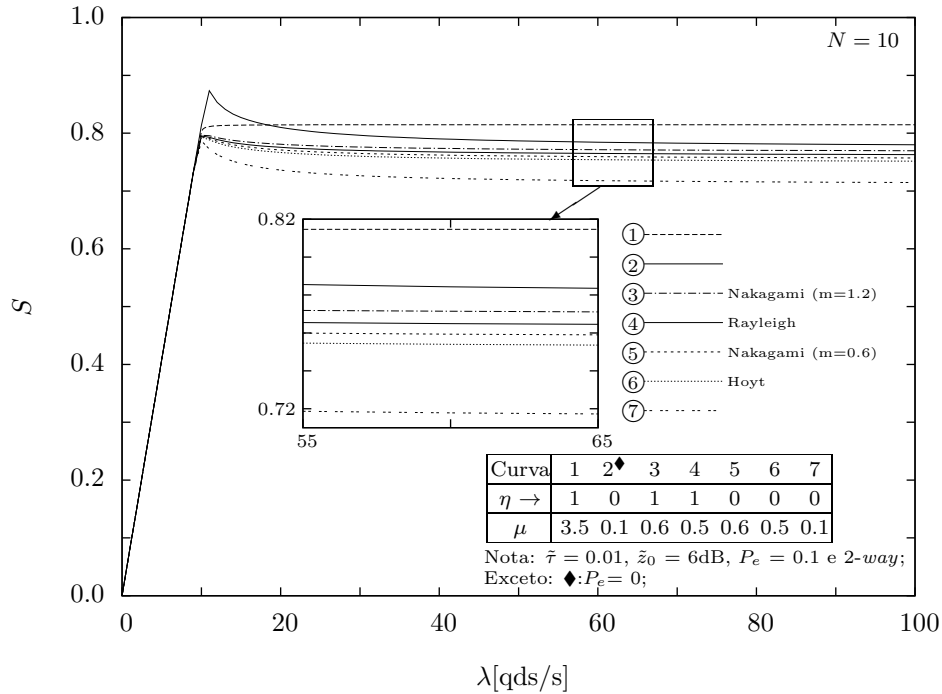
- As curvas de 2, 3, 5 e 6 para um mesmo parâmetro  $\eta = 0.9$  apresentam crescimento da vazão proporcional ao aumento do parâmetro  $\mu = (0.1, 0.3, 0.9 \text{ e } 3.5)$ ;
- Mantidos os mesmos parâmetros, excetuando-se pelo erro de canal, as curvas 1 ( $P_e = 0$ ) e 5 ( $P_e = 0.1$ ) permitem avaliar a vazão do canal sob influência de erro;
- Conhecido que o ajuste fino do canal é obtido com a variação do parâmetro  $\eta$ , é possível a comparação superficial da vazão do canal para as curvas 2 e 4;
- A curva 7 se comparada à curva 6 permite avaliar a vazão do canal quando submetido à variação do limiar de captura entre  $\bar{z}_0 = 6\text{dB}$  e  $\bar{z}_0 = 24\text{dB}$ .



**Figura 5.5:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *4-way handshake*. Ambiente com 10 estações disputando acesso ao meio, com a área em realce destacando a variação do parâmetro  $\mu$ , para  $\eta=0.9$ . Com destaque para a curva com limiar de captura  $\tilde{z}_0 = 24\text{dB}$ .

A análise da Figura 5.5 permite as seguintes observações:

- A proporcionalidade entre o crescimento da vazão e o aumento de  $\mu$  se mantém para o mecanismo *4-way handshake*;
- Quando comparada à Figura 5.4, o crescimento da vazão para o parâmetro  $\mu = 0.1$  e  $\mu = 3.5$  para o mecanismo *4-way handshake* é muito inferior ao mecanismo *2-way handshake*;
- Independentemente do valor assumido pelo parâmetro  $\mu$ , o mecanismo *4-way handshake* não apresentou pico acentuado entre as regiões de crescimento e saturação, como apresenta o mecanismo *2-way handshake*.



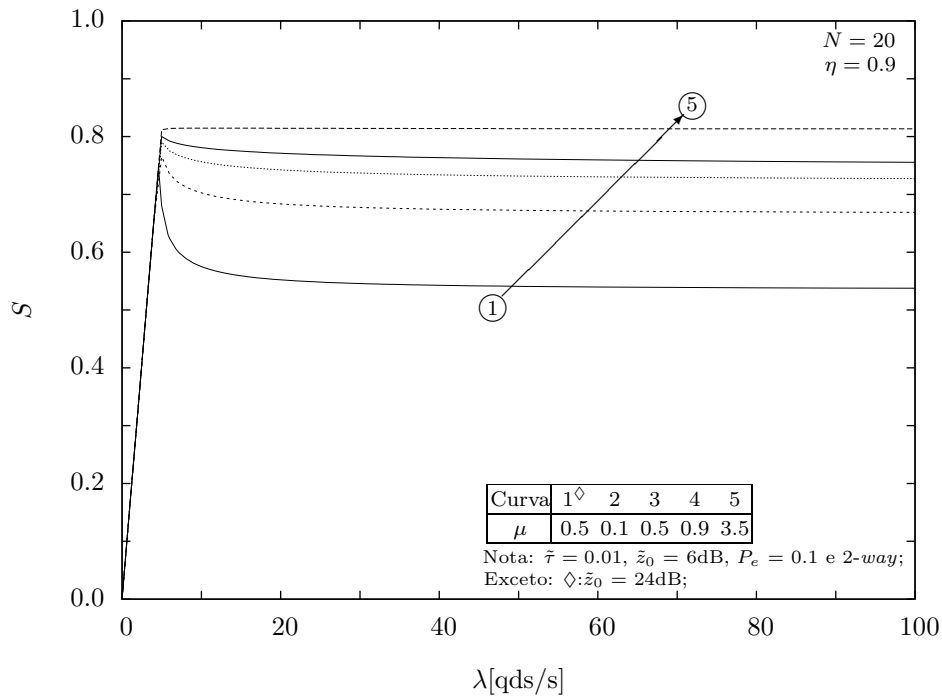
**Figura 5.6:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake*. Ambiente com 10 estações disputando acesso ao meio, com evidência para a área destacada, mostrando a influência dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$  e a vazão para os modelos tradicionais obtidos a partir do modelo generalizado  $\eta - \mu$ .

A análise da Figura 5.6 permite as seguintes observações:

- A curva 1 mostra os parâmetros ajustados com objetivo de obter maior rendimento, e é utilizada para efeito de comparação com os modelos tradicionais apresentados nas curvas 3, 4, 5 e 6;
- As curvas 2 e 7 se resumem a mostrar a impacto que o erro induzido provoca na vazão do canal;
- Interessante notar que os modelos tradicionais (curvas 3, 4, 5 e 6) apresentam pequenas variações de vazão, por outro lado, as curvas 1 e 7 mostram a flexibilidade do modelo  $\eta - \mu$  em se ajustar a diversos ambiente de propagação.

### 5.1.3 Cenário com 20 estações

As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam os resultados analíticos obtidos considerando o cenário com 20 estações disputando o acesso ao canal compartilhado.

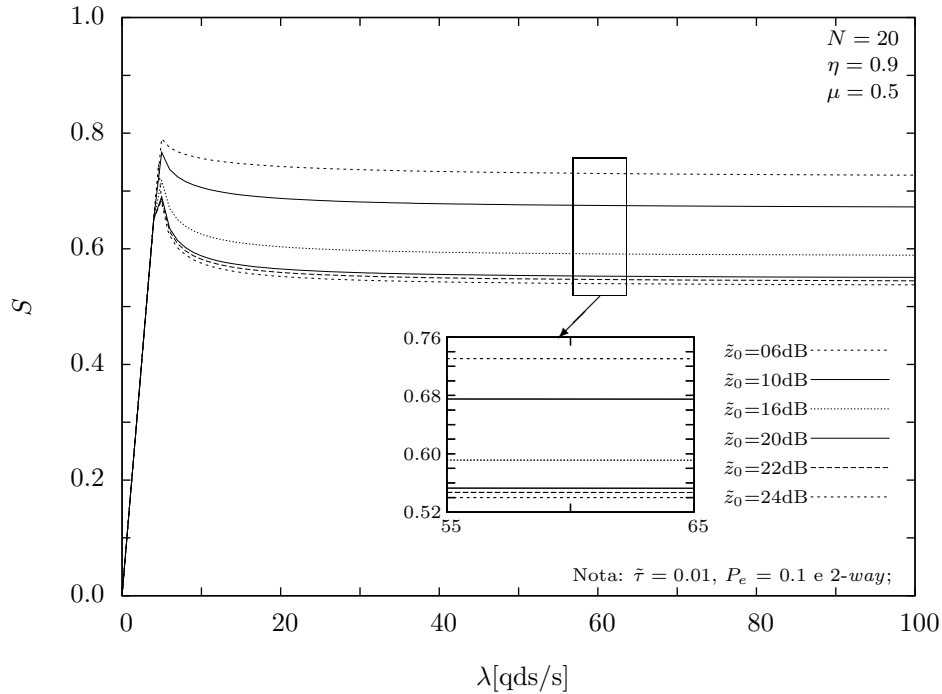


**Figura 5.7:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake*. Ambiente com 20 estações disputando acesso ao meio, com parâmetros  $\eta = 0.9$  e  $\mu$  variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda.

A análise da Figura 5.7 permite as seguintes observações:

- A proporcionalidade entre o crescimento da vazão e o aumento de  $\mu$  se mantém para um número maior de estações;
- O ajuste do parâmetro  $\mu = 0.1$  e  $\mu = 3.5$  mostram uma variação na vazão de aproximadamente 14%, enquanto essa variação fica em torno de 10% se considerado um ambiente com 10 estações, com mostra a Figura 5.4;
- As curvas 3 e 5 apresentam limiares de captura de  $\tilde{z}_0=6\text{dB}$  e  $\tilde{z}_0=24\text{dB}$ , respectivamente, e apresentam uma variação acentuada na vazão, de quase 20%.





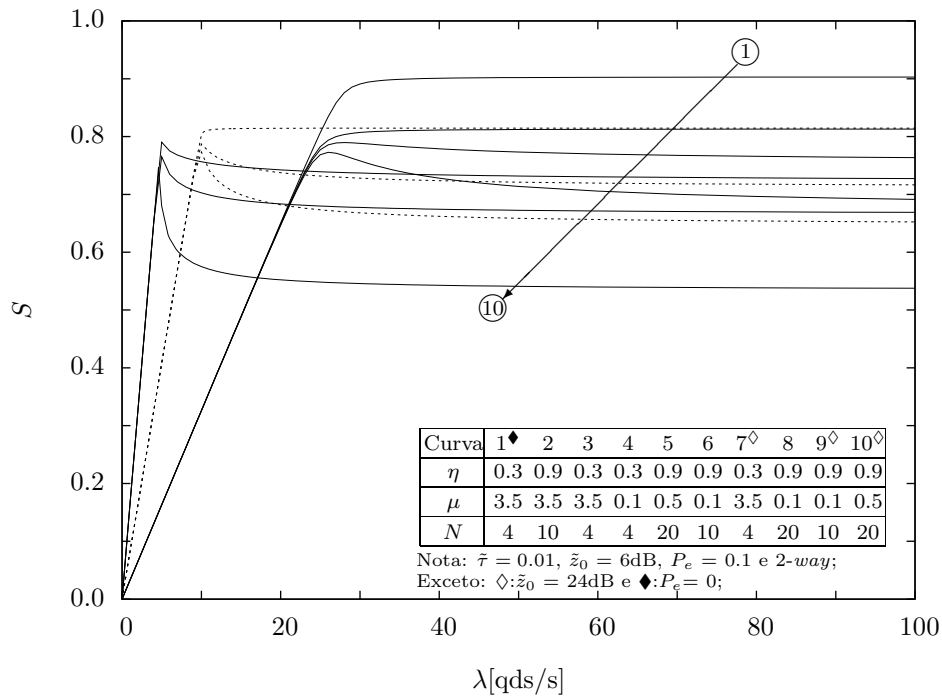
**Figura 5.8:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake*. Ambiente com 20 estações disputando acesso ao meio, parâmetros  $\eta = 0.9$  e  $\mu = 0.5$ , limiar  $\tilde{z}_0$  variável, além de outras particularidades apresentadas na legenda.

A análise da Figura 5.8 permite as seguintes observações:

- Comparar a vazão do canal sob a influência de vários limiares de captura  $\tilde{z}_0$ , como apresentado na região em destaque do gráfico, mostra que no intervalo de  $\tilde{z}_0=6\text{dB}$  a  $\tilde{z}_0=24\text{dB}$  a vazão é inversamente proporcional ao limiar de captura;
- Os limiares entre  $\tilde{z}_0=6\text{dB}$  e  $\tilde{z}_0=20\text{dB}$  apresentam maiores oscilações na vazão do canal, enquanto que para o intervalo de  $\tilde{z}_0=20\text{dB}$  a  $\tilde{z}_0=24\text{dB}$  a variação da vazão torna-se menos expressiva.

### 5.1.4 Cenário diversificado

Esta Subseção retrata um ambiente combinado, no qual as curvas de desempenho são mostradas na Figura 5.9 para ambientes com 4, 10 e 20 estações disputando o acesso ao meio compartilhado.



**Figura 5.9:** Vazão  $S$  para protocolo IEEE 802.11 DCF com mecanismo *2-way handshake*. Ambiente distinto com os parâmetros  $\eta$ ,  $\mu$  e o número de estações além de outras particularidades destacadas na tabela do gráfico.

A análise da Figura 5.9 permite as seguintes observações:

- A vazão do canal é inversamente proporcional ao número de estações, se considerados os mesmos parâmetros;
- A região de crescimento torna-se mais acentuada em relação à geração de quadros conforme o aumento no número de estações, realçando a variação da vazão entre o pico e a região de saturação.

## 5.2 Discussão dos resultados

Para atingir o objetivo proposto, isto é, a vazão do sistema, inicialmente apresentou-se uma contextualização do protocolo IEEE 802.11 buscando entender como se dá o acesso ao meio compartilhado por meio das funções de coordenação (DCF e PCF). Sequencialmente, realizaram-se a análise das probabilidades de transmissão de quadros, interferência conjunta dos sinais interferentes e probabilidade de captura do sinal desejado na presença de  $n$  sinais interferentes.

O modelo analítico apresentado por Daneshgaran et al. (2008) foi estendido mediante a utilização do modelo de desvanecimento generalizado  $\eta - \mu$ , o que permite representar o ambiente de propagação por meio da caracterização do comportamento dos sinais de rádio móvel.

Considerando que tanto o sinal desejado quanto os sinais interferentes propagam-se em ambiente modelado pela distribuição  $\eta - \mu$ , o efeito de captura do sinal desejado ocorreu por meio da razão de variáveis aleatórias. O Apêndice A apresenta a SIR obtida a partir da PDF da distribuição  $\eta - \mu$ .

Os resultados numéricos apresentados provêm informações importantes para a análise de desempenho do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, e para melhor descrever o comportamento do canal, são mostrados em diversos cenários. A análise dos resultados mostra a versatilidade do modelo de canal apresentado e permite definir o parâmetro  $\mu$  como o responsável pelo ajuste grosso do canal, enquanto o parâmetro  $\eta$  define o ajuste fino.

A elaboração das curvas de desempenho em termos de vazão foram obtidas por meio de formulações matemáticas desenvolvidas e descritas no texto, e os resultados obtidos graficamente mostram a flexibilidade da distribuição  $\eta - \mu$  aplicada ao modelo. Os resultados apresentados para as distribuições tradicionais, obtidos como casos particulares da distribuição  $\eta - \mu$ , evidenciam o diferencial e a abrangência de um modelo generalizado, viabilizando a sua utilização.

A flexibilidade de ajuste proporcionada pelo modelo de canal proposto possibilita, por meio do ajuste dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$ , a obtenção de modelos tradicionais Nakagami- $m$ , Rayleigh e Hoyt como casos especiais. O modelo proposto contempla cenários diversificados, aproximando-os da realidade, enquanto os modelos tradicionais têm sua utilização limitada, visto que não dispõem da versatilidade necessária para se ajustar ao canal de propagação.

---

## Conclusão e Trabalhos Futuros

---

A limitação dos modelos tradicionais agregado à crescente demanda pelo uso de serviços de comunicações móveis estimulam a continuidade e ampliação de trabalhos já existentes. Com o surgimento de distribuições de desvanecimento generalizadas, a compreensão do comportamento estatístico da propagação do sinal de rádio permite a implementação de um modelo mais abrangente e flexível, o qual propôs-se esta dissertação.

Neste trabalho apresentou-se um estudo teórico e analítico para a vazão do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF, cujo ambiente de propagação das ondas de rádio frequência é modelado por meio da distribuição  $\eta - \mu$ .

A modelagem markoviana utilizada neste trabalho, assim como o modelo analítico e suas formulações descritos no Capítulo 3, foram totalmente validados por meio de simulação em Daneshgaran et al. (2008). A modelagem estatística empregada no desvanecimento dos sinais não influencia o modelo de tráfego proposto. O modelo de desvanecimento  $\eta - \mu$  empregado no efeito de captura estende trabalhos já mencionados (Daneshgaran et al., 2008; Leonardo e Yacoub, 2013) e é totalmente validado por técnicas de integração numéricas descritas no Apêndice A, o que garante a validação deste trabalho.

### 6.1 Contribuições e trabalhos futuros

No decorrer deste trabalho, avaliou-se a vazão do protocolo IEEE 802.11 sobre o efeito do desvanecimento de curto prazo aplicado em ambiente de propagação modelado pela distribuição  $\eta - \mu$ , e verificaram-se algumas contribuições:

- A análise estatística de transmissão e colisão de quadros do protocolo IEEE 802.11 em modo DCF.

- O desenvolvimento da PDF e CDF da razão de variáveis aleatória  $\eta - \mu$  em função da SIR.
- A verificação da vazão do canal  $\eta - \mu$  sob tráfego insaturado em relação ao mecanismo de acesso adotado.
- Avaliação gráfica e a importância do ajuste dos parâmetros  $\eta$  e  $\mu$  para representar com mais realismo a propagação dos sinais em ambientes reais.

Evidenciada a importância da modelagem de canais com desvanecimento, a busca por ambientes mais representativos e próximos da realidade tornam-se cada vez mais uma necessidade para assegurar o desempenho e o crescimento dos meios de comunicações sem fio. Tal fato desafia a continuidade do tema, e algumas sugestões para trabalhos futuros são apresentadas:

- Simulação do modelo apresentado por meio de pesquisa de campo;
- Extensão do modelo apresentado para outros protocolos de comunicação sem fio.

# REFERÊNCIAS

---

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. *Handbook of mathematical functions: With formulas, graphs, and mathematical tables*. Applied mathematics series. Dover Publications, 1964.
- ARNBAK, J.; VAN BLITTERSWIJK, W. Capacity of slotted ALOHA in Rayleigh-fading channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 5, n. 2, p. 261–269, 1987.
- BIANCHI, G. IEEE 802.11 saturation throughput analysis. *IEEE Communications Letters*, v. 2, n. 12, p. 318–320, 1998.
- BIANCHI, G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 18, n. 3, p. 535–547, 2000.
- CHATZIMISIOS, P.; BOUCOUVALAS, A.; VITSAS, V. Influence of channel ber on IEEE 802.11 DCF. *Electronics Letters*, v. 39, n. 23, p. 1687–9–, 2003.
- CHIUEH, T. D.; TSAI, P. Y. *OFDM baseband receiver design for wireless communications*. Wiley Publishing, 2007.
- CISCO Cisco visual networking index: Global mobile data traffic forecast update, 2015-2020 white paper. 2016. Disponível em [http://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/white\\_paper\\_c11-520862.html](http://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/white_paper_c11-520862.html) – Acessado em 14/06/2016.
- COMER, D. *Computer networks and internets*. Prentice Hall, 2009.
- DANESHGARAN, F.; LADDOMADA, M.; MESITI, F.; MONDIN, M. Unsaturated throughput analysis of IEEE 802.11 in presence of non ideal transmission channel and capture effects. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, v. 7, n. 4, p. 1276–1286, 2008.
- ERGEN, M.; VARAIYA, P. Throughput analysis and admission control for IEEE 802.11a. *Mobile Networks and Applications*, v. 10, n. 5, p. 705–716, 2005.
- FOROUZAN, B.; FEGAN, S. *Data communications and networking*. McGraw-Hill Forouzan networking series. McGraw-Hill Higher Education, 2007.

- GAST, M. S. *802.11 wireless networks: The definitive guide, second edition*. O'Reilly Media, Inc., 2005.
- GOLDSMITH, A. *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2005.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of Integrals, Series, and Products, Fifth Edition*. 5th ed. Academic Press, 1994.
- HO, T.-S.; CHEN, K.-C. Performance analysis of IEEE 802.11 CSMA/CA medium access control protocol. *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1996. PIMRC'96., Seventh IEEE International Symposium on*, v. 2, p. 407–411 vol.2, 1996.
- HOYT, R. S. Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate. v. 26, n. 2, p. 318–359, 1947.
- IEEE *Wireless lan medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications*. Std 802.11-2012, IEEE, 2012.
- KANUNGO, S.; SETH, D. D. Performance comparison of medium access control protocols for mobile ad-hoc network in fading environment. In: *Computational Intelligence and Computing Research (ICIC), 2014 IEEE International Conference on*, 2014, p. 1–5.
- KARAGIANNIDIS, G. K. Performance analysis of SIR-based dual selection diversity over correlated nakagami- $m$  fading channels. *IEEE T. Vehicular Technology*, v. 52, n. 5, p. 1207–1216, 2003.
- KUMAR, S.; CHANDRASEKARAN, G.; KALYANI, S. Analysis of outage probability and capacity for  $\kappa$ - $\mu/\eta$ - $\mu$  faded channel. *IEEE Communications Letters*, v. 19, n. 2, p. 211–214, 2015.
- KUROSE, J.; ROSS, K. *Computer networking: A top-down approach*. Always learning. Pearson, 2013.
- LEONARDO, E. J.; YACOUB, M. D. Exact formulations for the throughput of IEEE 802.11 DCF in hoyt, rice, and nakagami- $m$  fading channels. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 5, p. 2261,2271, 2013.
- LIAW, Y.; DADEJ, A.; JAYASURIYA, A. Performance analysis of IEEE 802.11 DCF under limited load. In: *Communications, 2005 Asia-Pacific Conference on*, 2005, p. 759–763.
- LIN, Y.; BAKER, F.; HWANG, R. *Computer networks: An open source approach*. McGraw-Hill, 2012.
- LINNARTZ, J.-P. *Narrowband land-mobile radio networks*. Norwood, MA, USA: Artech House, Inc., 1993.

- MALONE, D.; DUFFY, K.; LEITH, D. Modeling the 802.11 distributed coordination function in nonsaturated heterogeneous conditions. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, v. 15, n. 1, p. 159–172, 2007.
- MOLISCH, A. *Wireless communications*. Wiley - IEEE. Wiley, 2010.
- NAKAGAMI, M. The m-distribution – a general formula of intensity distribution of rapid fading. In: HOFFMANN, W. C., ed. *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, Elmsford, NY, 1960.
- NI, Q.; LI, T.; TURLETTI, T.; XIAO, Y. Saturation throughput analysis of error-prone 802.11 wireless networks: Research articles. *Wirel. Commun. Mob. Comput.*, v. 5, n. 8, p. 945–956, 2005.
- NICOPOLITIDIS, P.; POMPORTSIS, A. S.; PAPADIMITRIOU, G. I.; OBAIDAT, M. S. *Wireless networks*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- PAPOULIS, A. *Probability, random variables, and stochastic processes*. Communications and signal processing. McGraw-Hill, 1991.
- PRIYANKA, C.; NITHYA, V. Physical scenario perusal of  $\eta - \mu$  fading channels. In: *Communications and Signal Processing (ICCSP), 2015 International Conference on*, 2015, p. 0708–0712.
- PROAKIS *Digital communications 5th edition*. McGraw Hill, 2007.
- PRUDNIKOV, A.; BRYCHKOV, Y.; MARICHEV, O.; QUEEN, N. *Integrals and series: Special functions*, v. 2. 3rd ed. Gordon and Breach Science Publishers, 1992.
- RAPPAPORT, T. *Wireless communications: Principles and practice*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001.
- SAUNDERS, S.; ARAGÓN-ZAVALA, A. *Antennas and propagation for wireless communication systems*. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2007.
- SHANNON, C. E. Channels with side information at the transmitter. *IBM J. Res. Dev.*, v. 2, n. 4, p. 289–293, 1958.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *SIGMOBILE Mob. Comput. Commun. Rev.*, v. 5, n. 1, p. 3–55, 2001.
- STALLINGS, W. *Wireless communications and networks*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 2004.



- STAVROULAKIS, P. *Interference analysis and reduction for wireless systems*. Artech House mobile communications series. Artech House, 2003.
- STEFANOVIC, M. C.; DRACA, D. L.; PANAJOTOVIC, A. S.; SEKULOVIC, N. M. Performance analysis of system with L-branch selection combining over correlated Weibull fading channels in the presence of cochannel interference. *Int. J. Communication Systems*, v. 23, n. 2, p. 139–150, 2010.
- SYED, I.; KIM, B.; H. ROH, B.; H. OH, I. A novel contention window backoff algorithm for IEEE 802.11 wireless networks. In: *Computer and Information Science (ICIS), 2015 IEEE/ACIS 14th International Conference on*, 2015, p. 71–75.
- TANENBAUM, A.; WETHERALL, D. *Computer networks*. Pearson Prentice Hall, 2011.
- UMEHARA, D.; MURATA, H.; DENNO, S. Difference analysis in IEEE 802.11 DCF. In: *Information and Telecommunication Technologies (APSITT), 2015 10th Asia-Pacific Symposium on*, 2015, p. 1–3.
- WOLFRAM, R. Wolfram research. 2009.
- WOLFRAM, R. Wolfram functions site. 2015. Disponível em <http://functions.wolfram.com/> – Acessado em 12/10/2015.
- WU, H.; PENG, Y.; LONG, K.; CHENG, S.; MA, J. Performance of reliable transport protocol over IEEE 802.11 wireless LAN: analysis and enhancement. In: *INFOCOM 2002. Twenty-First Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings. IEEE*, 2002, p. 599–607 vol.2.
- YACOB, M. The  $\eta - \mu$  distribution: a general fading distribution. In: *Vehicular Technology Conference, 2000. IEEE-VTS Fall VTC 2000. 52nd*, 2000, p. 872–877 vol.2.
- YACOB, M. The  $\kappa - \mu$  distribution and the  $\eta - \mu$  distribution. *Antennas and Propagation Magazine, IEEE*, v. vol.49, n. no.1, p. pp.68,81, 2007a.
- YACOB, M. D. *Foundations of mobile radio engineering*. 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc., 1993.
- YACOB, M. D. The  $\alpha - \mu$  distribution: A physical fading model for the stacy distribution. *IEEE T. Vehicular Technology*, v. 56, n. 1, p. 27–34, 2007b.
- ZIOUVA, E.; ANTONAKOPOULOS, T. CSMA/CA performance under high traffic conditions: Throughput and delay analysis. *Comput. Commun.*, v. 25, n. 3, p. 313–321, 2002.

# Apêndice A

---

## A.1 Razão de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu / \eta - \mu$

Aplicando os conceitos do Capítulo 3, mais especificamente da Seção 3.1.3, sejam  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias estatisticamente independentes, representando a potência do sinal desejado e a potência do sinal interferente, respectivamente, e sua razão SIR expressa como

$$Z \triangleq \frac{X}{Y}, \quad (\text{A.1})$$

a PDF resultante dessa razão é definida por (Papoulis, 1991)

$$f_Z(z) = \int_0^{\infty} y f_X(zy) f_Y(y) dy, \quad (\text{A.2})$$

em que  $f_X(\cdot)$  e  $f_Y(\cdot)$  representam as PDFs das variáveis  $X$  e  $Y$ , respectivamente.

A CDF é expressa por

$$F_Z(z) = \text{Prob} \left\{ \frac{X}{Y} \leq z \right\} = \int_0^z f_Z(t) dt. \quad (\text{A.3})$$

Assumindo o ambiente de desvanecimento  $\eta - \mu$ , descrito no Capítulo 4 e utilizando a Eq. 4.25, a PDF do numerador  $X$  é representada por

$$f_X(x) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}x^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\hat{x}^{2\mu+1}} \exp\left(-2\mu h\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{x^2}{\hat{x}^2}\right), \quad (\text{A.4})$$

e a PDF do denominador  $Y$  por

$$f_Y(y) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^{\mu}y^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\hat{y}^{2\mu+1}} \exp\left(-2\mu h\frac{y^2}{\hat{y}^2}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{y^2}{\hat{y}^2}\right), \quad (\text{A.5})$$

em que  $I_v(\cdot)$  é a função Bessel de primeira espécie e ordem  $v$  [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.6.2].

### A.1.1 Função Densidade de Probabilidade de $Z$

Aplicando as Eqs. A.4 e A.5 em A.2, a PDF de  $Z$  pode ser expressa por

$$f_Z(z) = \int_0^\infty \frac{16\pi \mu_x^{\mu_x + \frac{1}{2}} \mu_y^{\mu_y + \frac{1}{2}} h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} y^{2\mu_x + 2\mu_y + 1} z^{2\mu_x}}{\Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \hat{x}^{2\mu_x + 1} \hat{y}^{2\mu_y + 1} H_x^{\mu_x - \frac{1}{2}} H_y^{\mu_y - \frac{1}{2}}} \exp\left[\frac{-2\mu_x h_x}{\hat{x}^2} (zy)^2\right] \times \exp\left(\frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} y^2\right) I_{\mu_x - \frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu_x H_x}{\hat{x}^2} (zy)^2\right] I_{\mu_y - \frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2\right) dy, \quad (\text{A.6})$$

na qual  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.1.1].

Utilizando [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eq. 8.445] para expandir em séries a segunda função Bessel da Eq. A.6, e aplicando a variável de integração  $t = y^2$ , tem-se

$$f_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^\infty \frac{8\pi \mu_x^{\mu_x + \frac{1}{2}} \mu_y^{2\mu_y + 2i} h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} H_y^{2i} t^{\mu_x + 2\mu_y + 2i - \frac{1}{2}} z^{2\mu_x}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \Gamma(\mu_y + \frac{1}{2} + i) \hat{x}^{2\mu_x + 1} \hat{y}^{4\mu_y + 4i} H_x^{\mu_x - \frac{1}{2}}} \exp\left[\frac{-2\mu_x h_x z^2}{\hat{x}^2} t\right] \times \exp\left(\frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} t\right) I_{\mu_x - \frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu_x H_x z^2}{\hat{x}^2} t\right] dt. \quad (\text{A.7})$$

Utilizando [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eq. 8.335.1] e [(Prudnikov et al., 1992), Eq. 2.15.3.2] para resolver a integral da Eq. A.7, e definindo  $u$  como

$$u = \frac{\mu_x h_x \hat{y}^2}{\mu_y h_y \hat{x}^2}, \quad (\text{A.8})$$

tem-se

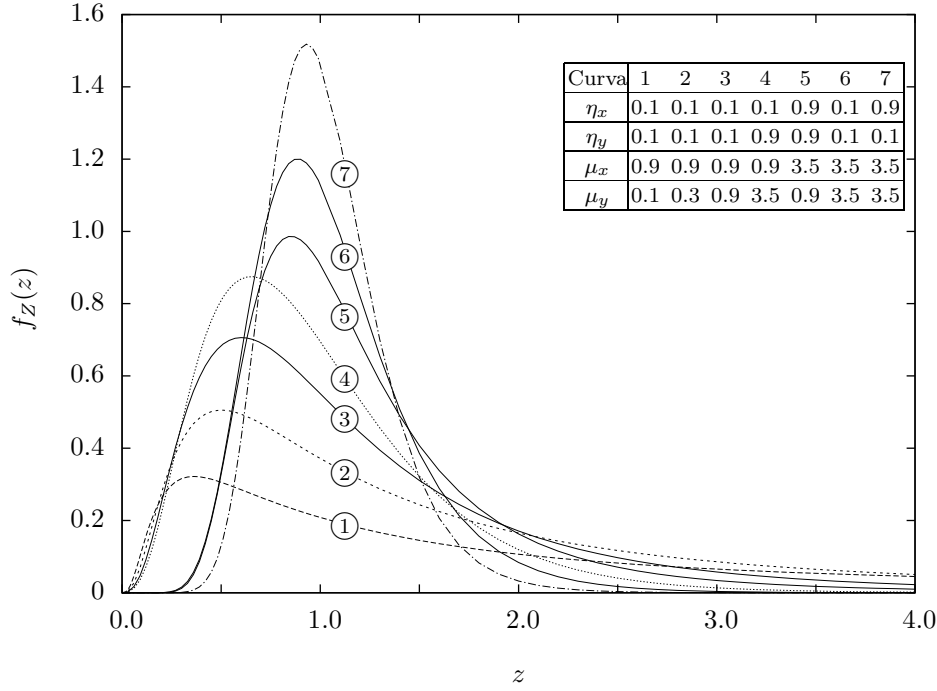
$$f_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^\infty \frac{4\sqrt{\pi} u^{2\mu_x} z^{4\mu_x - 1} \left(\frac{H_y}{h_y} \frac{1}{(uz^2 + 1)}\right)^{2i} \Gamma(2\mu_x + 2\mu_y + 2i)}{i! 2^{2\mu_y + 2i} h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} (uz^2 + 1)^{2\mu_x + 2\mu_y} \Gamma(2\mu_x) \Gamma(\mu_y + \frac{1}{2} + i) \Gamma(\mu_y)} \times {}_2F_1\left[\mu_x + \mu_y + i, \mu_x + \mu_y + i + \frac{1}{2}, \mu_x + \frac{1}{2}, \left(\frac{H_x}{h_x} \frac{uz^2}{(uz^2 + 1)}\right)\right], \quad (\text{A.9})$$

em que  ${}_2F_1(\cdot)$  é a função função hipergeométrica de Gauss [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 15.1.1].

Utilizando [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eqs. 8.331.1, 8.335.1 e 8.384.1] para rearranjar a Eq. A.9, a PDF de  $Z$  é dada por

$$f_Z(z) = \frac{2u^{2\mu_x} z^{4\mu_x - 1}}{h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} (uz^2 + 1)^{2\mu_x + 2\mu_y}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(\mu_y + i) B(\mu_y, i + 1) B(2i + 2\mu_y, 2\mu_x)} \times \left[\frac{H_y}{h_y} \frac{1}{(uz^2 + 1)}\right]^{2i} \times {}_2F_1\left[\mu_x + \mu_y + i, \mu_x + \mu_y + i + \frac{1}{2}, \mu_x + \frac{1}{2}, \left(\frac{H_x}{h_x} \frac{uz^2}{(uz^2 + 1)}\right)^2\right], \quad (\text{A.10})$$

sendo  $B(\cdot)$  a função Beta [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.2.2].



**Figura A.1:** PDF da razão de variáveis aleatórias  $\eta - \mu$

A PDF de  $Z$  representada graficamente na Figura A.1 mostra as variações dos parâmetros  $\eta_x$ ,  $\eta_y$ ,  $\mu_x$  e  $\mu_y$ . Nota-se que a redução de  $\mu_x$  tende a espalhar a densidade de probabilidade, enquanto o incremento de  $\eta_x$ ,  $\eta_y$  e  $\mu_y$  causa elevação do pico e diminuição da cauda, tornando a distribuição mais determinística.

### A.1.2 Função de Distribuição Acumulada de $Z$

Aplicando as Eqs. A.4 e A.5 em A.3, a CDF de  $Z$  pode ser expressa por

$$\begin{aligned}
 F_Z(z) = & \int_0^z \int_0^\infty \frac{16\pi \mu_x^{\mu_x + \frac{1}{2}} \mu_y^{\mu_y + \frac{1}{2}} h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} y^{2\mu_x + 2\mu_y + 1} t^{2\mu_x}}{\Gamma(\mu_x)\Gamma(\mu_y) \hat{x}^{2\mu_x + 1} \hat{y}^{2\mu_y + 1} H_x^{\mu_x - \frac{1}{2}} H_y^{\mu_y - \frac{1}{2}}} \exp\left[\frac{-2\mu_x h_x}{\hat{x}^2}(ty)^2\right] \\
 & \times \exp\left(\frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2}y^2\right) I_{\mu_x - \frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu_x H_x}{\hat{x}^2}(ty)^2\right] I_{\mu_y - \frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2}y^2\right) dy dt.
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Utilizando [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eq. 8.445] para expandir em séries a primeira função Bessel da Eq. A.11, trocando o intervalo da integral e aplicando a variável de integração  $w = t^2$ , tem-se

$$F_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{z^2} \frac{8\pi \mu_x^{2\mu_x+2i} \mu_y^{\mu_y+\frac{1}{2}} h_x^{\mu_x} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} w^{2\mu_x+2i-1} y^{4\mu_x+2\mu_y+4i}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \Gamma(\mu_x + \frac{1}{2} + i) H_y^{\mu_y-\frac{1}{2}} \hat{x}^{4\mu_x+4i} \hat{y}^{2\mu_y+1}} \times \exp \left[ -2 \left( \frac{\mu_x h_x}{\hat{x}^2} w + \frac{\mu_y h_y}{\hat{y}^2} \right) y^2 \right] I_{\mu_y-\frac{1}{2}} \left( \frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) dw dy. \quad (\text{A.12})$$

Resolvendo a integral da Eq. A.12 com [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eq. 8.356.3], [(Prudnikov et al., 1992), Eq. 1.3.2.3] e  $u$  definido na Eq. A.8, tem-se

$$F_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{2^{-2\mu_x-2i+3} \pi \mu_y^{\mu_y+\frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{2\mu_y}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \Gamma(\mu_x + \frac{1}{2} + i) h_x^{\mu_x+2i} H_y^{\mu_y-\frac{1}{2}} \hat{y}^{2\mu_y+1}} \times \exp \left( \frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) I_{\mu_y-\frac{1}{2}} \left( \frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) \times \left[ \Gamma(2\mu_x + 2i) - \Gamma(2\mu_x + 2i, \frac{2\mu_x h_x}{\hat{x}^2} y^2 z^2) \right] dy. \quad (\text{A.13})$$

Utilizando [(Gradshteyn e Ryzhik, 1994), Eq. 8.335.1] e separando a integral da Eq. A.13 em dois termos, a expressão simplificada é dada por

$$F_Z(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{4\sqrt{\pi} \Gamma(\mu_x + i) \mu_y^{\mu_y+\frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{2\mu_y}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) h_x^{\mu_x+2i} H_y^{\mu_y-\frac{1}{2}} \hat{y}^{2\mu_y+1}} \exp \left( \frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) \times I_{\mu_y-\frac{1}{2}} \left( \frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) dy - \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{4\sqrt{\pi} \Gamma(\mu_x + i) \mu_y^{\mu_y+\frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{2\mu_y}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \Gamma(2\mu_x + 2i) h_x^{\mu_x+2i} H_y^{\mu_y-\frac{1}{2}} \hat{y}^{2\mu_y+1}} \exp \left( \frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) \times I_{\mu_y-\frac{1}{2}} \left( \frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) \Gamma \left( 2\mu_x + 2i, \frac{2\mu_x h_x}{\hat{x}^2} y^2 z^2 \right) dy. \quad (\text{A.14})$$

Resolvendo a integral e simplificando o somatório do primeiro termo da Eq. A.14 com [(Prudnikov et al., 1992), Eq. 2.15.3.2] e [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.1.22], tem-se

$$F_Z(z) = 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{4\sqrt{\pi} \Gamma(\mu_x + i) \mu_y^{\mu_y+\frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{2\mu_y}}{i! \Gamma(\mu_x) \Gamma(\mu_y) \Gamma(2\mu_x + 2i) h_x^{\mu_x+2i} H_y^{\mu_y-\frac{1}{2}} \hat{y}^{2\mu_y+1}} \times \exp \left( \frac{-2\mu_y h_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) I_{\mu_y-\frac{1}{2}} \left( \frac{2\mu_y H_y}{\hat{y}^2} y^2 \right) \Gamma \left( 2\mu_x + 2i, \frac{2\mu_x h_x}{\hat{x}^2} y^2 z^2 \right) dy. \quad (\text{A.15})$$

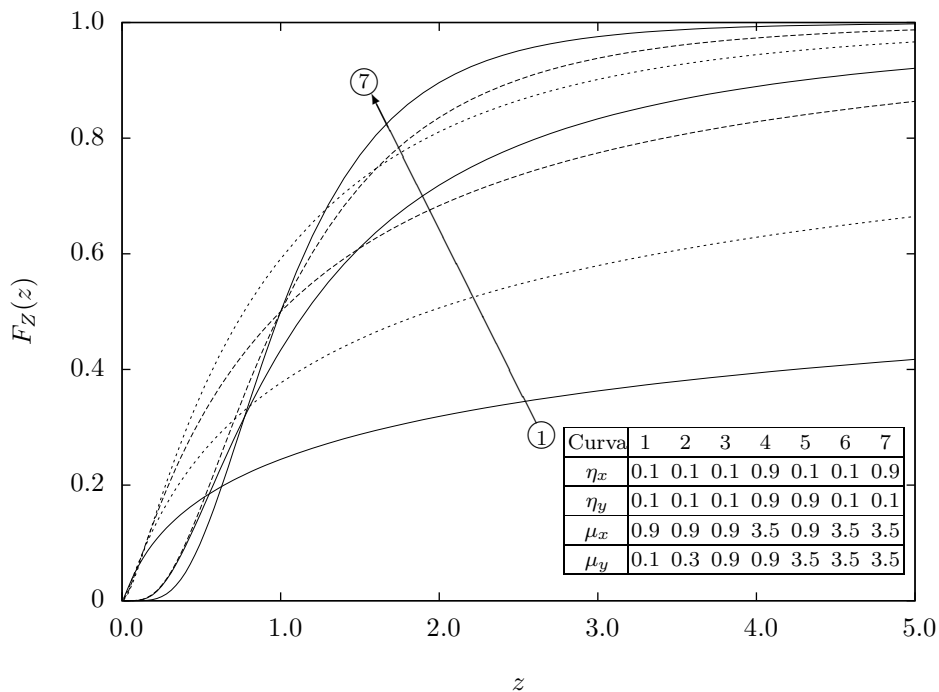
Aplicando a identidade da função Gamma Regularizada incompleta descrita em [(Wolfram, 2015), Eq. 06.08.17.0003.02] sobre a Eq. A.15 e separando as partes da mesma, encontra-se

$$\begin{aligned}
 F_Z(z) = & 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{4\sqrt{\pi}\Gamma(\mu_x + i)\mu_y^{\mu_y + \frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{2\mu_y}}{i!\Gamma(\mu_x)\Gamma(\mu_y)h_x^{\mu_x + 2i} H_y^{\mu_y - \frac{1}{2}} \hat{y}^{2\mu_y + 1}} \\
 & \times \exp\left(\frac{-2\mu_y h_y y^2}{\hat{y}^2}\right) I_{\mu_y - \frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu_y H_y y^2}{\hat{y}^2}\right) Q\left(2\mu_x, \frac{2\mu_x h_x y^2 z^2}{\hat{x}^2}\right) dy \\
 & + \sum_{j=0}^{2i-1} \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\pi} 2^{2\mu_x + j + 2} \mu_x^{2\mu_x + j} \Gamma(\mu_x + i) \mu_y^{\mu_y + \frac{1}{2}} h_y^{\mu_y} H_x^{2i} y^{4\mu_x + 2\mu_y + 2j} z^{4\mu_x + 2j}}{i!\Gamma(\mu_x)\Gamma(\mu_y)\Gamma(2\mu_x + j + 1)h_x^{-\mu_x + 2i - j} H_y^{\mu_y - \frac{1}{2}} \hat{x}^{4\mu_x + 2j} \hat{y}^{2\mu_y + 1}} \\
 & \times \exp\left(\frac{-2\mu_y h_y y^2}{\hat{y}^2}\right) I_{\mu_y - \frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu_y H_y y^2}{\hat{y}^2}\right) Q\left(2\mu_x, \frac{2\mu_x h_x y^2 z^2}{\hat{x}^2}\right) dy.
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Igualando [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eqs. 6.5.4 e 6.5.29], substituindo em [(Abramowitz e Stegun, 1964), Eq. 6.5.3], resolvendo as integrais com [(Prudnikov et al., 1992), Eq. 2.15.3.2] e realizando a simplificação do somatório em A.16, tem-se

$$\begin{aligned}
 F_Z(z) = & \frac{(uz)^{2\mu_x}}{h_y^{\mu_y} (1 + uz)^{2\mu_x + 2\mu_y}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(uz)^i}{(i + 2\mu_x)B(i + 2\mu_x, 2\mu_y)(1 + uz)^i} \\
 & \times {}_2F_1\left[\frac{i}{2} + \mu_x + \mu_y, \frac{i}{2} + \mu_x + \mu_y + \frac{1}{2}, \mu_y + \frac{1}{2}, \left(\frac{H_y}{h_y} \frac{1}{1 + uz}\right)^2\right] \\
 & \times \left\{ 1 - \frac{1}{i_c B(i_c, \mu_x) h_x^{\mu_x}} \left(\frac{H_x}{h_x}\right)^{2i_c} {}_2F_1\left[1, i_c + \mu_x, i_c + 1, \left(\frac{H_x}{h_x}\right)^2\right] \right\},
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

sendo  $i_c = \lceil \frac{i+1}{2} \rceil$  a função Ceiling e a variável  $u$  definida em A.8.



**Figura A.2:** CDF da razão de variáveis aleatórias  $\eta - \mu$

A CDF de  $Z$  representada graficamente na Figura A.2 mostra as variações dos parâmetros  $\eta_x$ ,  $\eta_y$ ,  $\mu_x$  e  $\mu_y$ . Nota-se que o crescimento de  $\eta_x$  eleva ligeiramente a função, enquanto o decréscimo de  $\eta_y$ ,  $\mu_x$  e  $\mu_y$  torna as curvas mais suaves.

# Apêndice B

---

## B.1 Algoritmo para PDF de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu /$

$\eta - \mu$

---

© 2015 – Heber Rabelo da Silva, Universidade Estadual de Maringá.  
Todos os direitos reservados. É vedada a utilização parcial ou total  
do material contido neste arquivo sem prévia autorização.

---

*(\*Função PDF – parte da somatória\*)*

```
PDFetasum[i_, mx_, my_, Hx_, hx_, Hy_, hy_, z_, u_] := (1/((my + i)
  Beta[my, i + 1] Beta[2 i + 2 my, 2 mx])) (Hy/(hy (u (z)^(2) +
  1)))^(2 i) Hypergeometric2F1[mx + my + i, mx + my + i + 0.5,
  mx + 0.5, ((Hx u (z)^(2))/(hx (u (z)^(2) + 1)))^2];
```

*(\*Função PDF – total\*)*

```
PDFetamu[mx_, my_, Hx_, hx_, Hy_, hy_, z_, u_] := Module[{j, part,
  ant, pdf},
  j = 0;
  part = ((2 u^(2 mx) z^(4 mx - 1))/((hx^(mx) hy^(my) ) (u (z)^(2)
  + 1)^(2 mx + 2 my)))
  PDFetasum[j, mx, my, Hx, hx, Hy, hy, z, u];
  pdf = part;
  ant = -1.0^16;
```



*(\*Laço de repetição da Função PDF \*)*

```

While[(part > ant) || (part > 1.0‘16*^-16),
  j=j+1;
  ant = part;
  part = ((2 u^(2 mx) z^(4 mx - 1))/((hx^(mx) hy^(my) )
  (u (z)^(2) + 1)^(2 mx + 2 my))) PDFetasum[j, mx, my, Hx, hx,
  Hy, hy, z, u];
  pdf = pdf + part;];

```

*(\*Resultado e iterações da função\*)*

```
{pdf, j}];
```

*(\*Definições e atribuições\*)*

```

Module{hatx, haty, mx, my, imy, ex, ey, iey, tz0, iz, hx, ihx, hy,
Hx, iHx, Hy, iHy, u, result, n, a, b, z},

```

```

  hatx = ( ); (*Valor de rms - potência desejada*)
  haty = ( ); (*Valor de rms - potência interferente*)
  ex = ( ); (*Parâmetro η - potência desejada*)
  ey = { }; (*Parâmetro η - potência interferente*)
  mx = ( ); (*Parâmetro μ - potência desejada*)
  my = { }; (*Parâmetro μ - potência interferente*)
  a = Table[n, {n, 0.001, 1, 0.03}];
  b = Table[n, {n, 1.3, 20, 0.2}];
  tz0 = Join[a, b]; (*Limiar da razão entre potências*)

```

*(\*Arquivo de escrita\*)*

```
fileout = OpenAppend["eta-mu.txt"];
```

*(\*Laço de repetição do parâmetro ey\*)*

```

iey = 0;
While[iey < Length[ey],
  iey=iej+1;
  hx = ((1/ex + ex)/2)^2;
  hy = ((1/ey[[iey]] + ey[[iey]])/2)^2;
  Hx = ((1/ex + ex) (1/ex - ex))/4;
  Hy = ((1/ey[[iey]] + ey[[iey]]) (1/ey[[iey]] - ey[[iey]]))/4;

```

*(\*Laço de repetição do parâmetro my\*)*

```

imy = 0;
While[imy < Length[my],
  imy=imy+1;

```

---

```

(Escrita de cabeçalho em arquivo*)
  WriteString[fileout , "i\t_ex\t_ey\t_mx\t_my\t_tz0\t_PDF\n"];
(Laço de repetição do parâmetro tz0*)
  iz = 0;
  While[iz < Length[tz0],
    iz=iz+1;
    u = (mx hx haty^2)/(my[[imy]] hy hatx^2);
    result = PDFetamu[mx, my[[imy]], Hx, hx, Hy, hy, tz0[[iz]], u];
(Escrita de resultados em arquivo*)
  WriteString[fileout , NumberForm[result[[2]], 3], "\t",
    CForm[ex], "\t",
    CForm[ey[[iey]]], "\t",
    CForm[mx], "\t",
    NumberForm[my[[imy]], 3], "\t",
    NumberForm[tz0[[iz]], 5], "\t",
    CForm[result[[1]]], "\n"];];
  WriteString[fileout , "\n"];];];
(Finalização do cálculo e fechamento do arquivo*)
  Close[fileout];];];

```

---

# Apêndice C

---

## C.1 Algoritmo para CDF de Variáveis Aleatórias $\eta - \mu /$

$\eta - \mu$

---

© 2015 – Heber Rabelo da Silva, Universidade Estadual de Maringá.  
Todos os direitos reservados. É vedada a utilização parcial ou total  
do material contido neste arquivo sem prévia autorização.

---

*(\*Função CDF – parte da somatória\*)*

```
CDFetasum[j_, mx_, my_, u_, z_, hx_, hy_, Hx_, Hy_] :=  
  ((u z)/(1 + u z))^j (1/((j + 2 mx) Beta[j + 2 mx, 2 my]))  
  Hypergeometric2F1[j/2 + mx + my, j/2 + mx + my + 1/2, my +  
  1/2, (Hy/hy)^2 (1/(1 + u z))^2] (1 - (1/(Ceiling[(j + 1)/2]  
  Beta[mx, Ceiling[(j + 1)/2] hx^mx) (Hx/hx)^(2 Ceiling[(j +  
  1)/2]))) Hypergeometric2F1[1, Ceiling[(j + 1)/2] + mx,  
  Ceiling[(j + 1)/2] + 1, (Hx/hx)^2];
```

*(\*Função CDF – total\*)*

```
CDFetamu[mx_, my_, Hx_, hx_, Hy_, hy_, z_, u_] := Module{ {j,  
  part, ant, cdf},  
  j = 0;  
  part = ((1/hy^my) ((u z)^(2 mx)))/((1 + u z)^(2 mx + 2 my))  
  CDFetasum[j, mx, my, u, z, hx, hy, Hx, Hy];  
  cdf = part;  
  ant = -1.0^16;
```

```
(*Laço de repetição da Função CDF *)
```

```
While[(part > ant) || (part > 1.0'16*^-16),
```

```
    j=j+1;
```

```
    ant = part;
```

```
    part = ((1/hy^my) ((u z)^(2 mx)))/((1 + u z)^(2 mx +
    2 my)) CDFetasum[j, mx, my, u, z, hx, hy, Hx, Hy];
```

```
    cdf = cdf + part;];
```

```
(*Resultado e iterações da função*)
```

```
{cdf, j}];
```

```
(*Definições e atribuições*)
```

```
Module[{gsf, hatx, haty, mx, my, imy, ex, ey, iey, tz0, iz,
hx, hy, Hx, Hy, u, result, n, a, b, w, imx, iex, mj},
```

```
    hatx = ( ); (*Valor de rms - potência desejada*)
```

```
    haty = ( ); (*Valor de rms - potência interferente*)
```

```
    ex = { }; (*Parâmetro  $\eta$  - potência desejada*)
```

```
    ey = { }; (*Parâmetro  $\eta$  - potência interferente*)
```

```
    mx = { }; (*Parâmetro  $\mu$  - potência desejada*)
```

```
    my = { }; (*Parâmetro  $\mu$  - potência interferente*)
```

```
    a = Table[n, {n, 0.01, 1, 0.03}];
```

```
    b = Table[n, {n, 1.1, 5.1, 0.1}];
```

```
    tz0 = Join[a, b]; (*Limiar da razão entre potências*)
```

```
(*Arquivo de escrita*)
```

```
    fileout = OpenAppend["eta-mu.txt"];
```

```
(*Laço de repetição do parâmetro ey*)
```

```
    iey = 0;
```

```
    While[iey < Length[ey],
```

```
        iey=iey+1;
```

```
        hx = ((1/ex + ex)/2)^2;
```

```
        hy = ((1/ey[[iey]] + ey[[iey]])/2)^2;
```

```
        Hx = ((1/ex + ex) (1/ex - ex))/4;
```

```
        Hy = ((1/ey[[iey]] + ey[[iey])) (1/ey[[iey]] - ey[[iey]]))/4;
```

---

```

(*Laço de repetição do parâmetro my*)
  imy = 0;
  While[imy < Length[my],
    imy=imy+1;
    imx = 0;
    While[imx < Length[mx],
      imx=imx+1;
(*Escrita de cabeçalho em arquivo*)
  WriteString[fileout , "i\t_ex\t_ey\t_mx\t_my\t_tz0\t_CDF\n" ];
(*Laço de repetição do parâmetro tz0*)
  iz = 0;
  While[iz < Length[tz0],
    iz=iz+1;
    u = (mx[[imx]] hx haty^2)/(my[[imy]] hy hatx^2);
    result = CDFetamu[mx[[imx]], my[[imy]], Hx, hx, Hy, hy,
      tz0[[iz]], u];
(*Escrita de resultados em arquivo*)
  WriteString[fileout , NumberForm[result[[2]], 3], "\t",
    CForm[ex[[iex]]], "\t",
    CForm[mx[[imx]]], "\t",
    NumberForm[my[[imy]], 3], "\t",
    NumberForm[tz0[[iz]], 5], "\t",
    CForm[result[[1]]], "\n"];
  WriteString[fileout , "\n"];];];
(*Finalização do cálculo e fechamento do arquivo*)
  Close[fileout];];];

```

---

# Apêndice D

## D.1 Algoritmo para o Cálculo da Vazão

© 2015 – Heber Rabelo da Silva, Universidade Estadual de Maringá.  
Todos os direitos reservados. É vedada a utilização parcial ou total  
do material contido neste arquivo sem prévia autorização.

*(\* Utilizado para o cálculo da probabilidade de captura e vazão do  
protocolo IEEE 802.11 DCF com desvanecimento  $\eta - \mu$  e efeito de captura\*)*

*(\* Função CDF – parte da somatória\*)*

```
CDFetasum[j_, mx_, my_, u_, z_, hx_, hy_, Hx_, Hy_] :=  
  ((u z)/(1 + u z))^j (1/((j + 2 mx) Beta[j + 2 mx, 2 my]))  
  Hypergeometric2F1[j/2 + mx + my, j/2 + mx + my + 1/2, my +  
  1/2, (Hy/hy)^2 (1/(1 + u z))^2] (1 - (1/(Ceiling[(j + 1)/2]  
  Beta[mx, Ceiling[(j + 1)/2] hx^mx) (Hx/hx)^(2 Ceiling[(j +  
  1)/2])) Hypergeometric2F1[1, Ceiling[(j + 1)/2] + mx,  
  Ceiling[(j + 1)/2] + 1, (Hx/hx)^2];
```

*(\* Função CDF – total\*)*

```
CDFetamu[mx_, my_, Hx_, hx_, Hy_, hy_, z_, u_] := Module{j,  
  part, ant, cdf},  
  j = 0;  
  part = ((1/hy^my) ((u z)^(2 mx)))/((1 + u z)^(2 mx + 2 my))  
  CDFetasum[j, mx, my, u, z, hx, hy, Hx, Hy];  
  cdf = part;  
  ant = -1.0^16;
```

*(\*Laço de repetição da Função CDF \*)*

```
While[(part > ant) || (part > 1.0'16*^-16),
```

```
    j=j+1;
```

```
    ant = part;
```

```
    part = ((1/hy^my) ((u z)^(2 mx)))/((1 + u z)^(2 mx +
    2 my)) CDFetasum[j, mx, my, u, z, hx, hy, Hx, Hy];
```

```
    cdf = cdf + part;];
```

*(\*Resultado e iterações da função\*)*

```
{cdf, j}];
```

*(\*Definições e atribuições\*)*

```
Module[{chrates, w, m, gsf, avgpl, sig, phyhd, machd, rtsfr, ctsfr,
    ackfr, difs, sifs, handshake, propag, nos, eta, tz0, lam, pe, mu,
    ipe, ip, tc, te, ts, ie, hs, Hs, hn, Hn, iz, in, il, vtau, tau,
    cnt, pt, pcap, mn, u, ms, pcp, result, jmax, ps, avgsts, q, pcol,
    peq, tput, n},
```

```
chrates = 10^6; (*taxa (dados e sinais) do canal em [bps]
```

```
w = 8; (*tamanho mínimo da janela de contagem*)
```

```
m = 5; (*valor máximo do estágio de backoff*)
```

```
gsf = 2/33; (*inverso do ganho de processamento da correlação
    recebida*)
```

```
avgpl = 8*1020; (*tamanho médio do pacote de carga [b]*)
```

```
sig = 20 10^(-6); (*duração do intervalo de tempo em vazio [s]*)
```

```
phyhd = (144 + 48)/chrates; (*duração do cabeçalho PHY [s]*)
```

```
machd = 8*34/chrates; (*duração do cabeçalho MAC [s]*)
```

```
hx = ( ); (*Valor de rms - potência desejada*)
```

```
hy = ( ); (*Valor de rms - potência interferente*)
```

```
rtsfr = 8*20/chrates; (*duração do quadro RTS [s]*)
```

```
ctsfr = 8*14/chrates; (*duração do quadro CTS [s]*)
```

```
ackfr = 8*14/chrates; (*duração do quadro ACK [s]*)
```

```
difs = 50 10^(-6); (*duração do quadro DIFS [s]*)
```

```
sifs = 10 10^(-6); (*duração do quadro SIFS [s]*)
```

```
handshake = "2-way"; (*Acesso Básico*)
```

```
handshake="4-way"; (*Com RTS e CTS*)
```

```

propag = {0.01'16 sig}; (*Tempo de Propagação*)
nos = {10}; (*Número de estações existentes =
Número de estações interferentes - 1 'que é ela mesma'*)
eta = {0.9'16 (*0.6'16,0.9'16*)}; (*Parametro da distribuição*)
ms = (0.5); (*Parametro da distribuição*)
mn = ms;
tz0 = {10'16}; (*z0 = Limiar da razão de  $W_s/W_n$  'Ws=
potencia desejada' e ' $W_n$ =somatório das potencias interferentes'*)
lam={ }; (*Taxa de geração de pacotes*)
pe = {0.1'16}; (*Probabilidade de ocorrer erro de transmissão
devido ao canal*)

```

```

ipe = 0;
While[ipe < Length[pe],
  ipe = ipe + 1;
  ip = 0;
  While[ip < Length[propag],
    ip = ip + 1;
    If[handshake == "2-way",
      tc = phyhd + machd + avgpl/chrates + 300 10(-6);
      te = phyhd + machd + avgpl/chrates + 300 10(-6);
      ts = phyhd + machd + avgpl/chrates + sifs + phyhd
          + ackfr + difs + 2 propag[[ip]]; , Null;
    ];
    If[handshake == "4-way",
      tc = phyhd + rtsfr + 300 10(-6);
      te = phyhd + rtsfr + sifs + phyhd + ctsfr + sifs
          + phyhd + machd + avgpl/chrates + 300 10(-6)
          + 2 propag[[ip]] ;
      ts = phyhd + rtsfr + sifs + phyhd + ctsfr + sifs
          + phyhd + machd + avgpl/chrates + sifs + phyhd
          + ackfr + difs + 4 propag[[ip]]; , Null;
    ];
  ie = 0;

```



```

While[ie < Length[eta],
  ie = ie + 1;
  hs = 1/4 (1/Sqrt[eta[[ie]]] + Sqrt[eta[[ie]])^2;
  Hs = 1/4 (1/eta[[ie]] - eta[[ie]]);
  hn = hs;
  Hn = Hs;

  iz = 0;
While[iz < Length[tz0],
  iz = iz + 1;
  in = 0;
While[in < Length[nos],
  in = in + 1;
If[nos[[in]] == 2,
  lam = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
    16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
    30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 44, 46,
    48, 50, 60, 70, 80, 90, 100};, Null];
If[nos[[in]] == 4,
  lam = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
    16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
    30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 44, 46,
    48, 50, 60, 70, 80, 90, 100};, Null];
If[nos[[in]] == 10,
  lam = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
    16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
    30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 44, 46,
    48, 50, 60, 70, 80, 90, 100};, Null];
If[nos[[in]] == 20,
  lam = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
    16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
    30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 44, 46,
    48, 50, 60, 70, 80, 90, 100};, Null];

```

```

(* Arquivo de escrita *)
fileout = OpenAppend["eta-mu-vazão-80211.txt"];
(* Escrita de informações em cabeçalho em arquivo *)
WriteString[fileout, "#hsk_=", handshake, ",_pe_=",
CForm[pe[[ipe]]], ",_chrate_=", CForm[chrate], ",_avgpl
_=_", avgpl, ",_propag_=", CForm[propag[[ip]]], "\n"];
(* Escrita de informações em cabeçalho em arquivo *)
WriteString[fileout, "nos\t_eta\t_~z0\t_lam\t_tput\n"];
(* Laço de repetição do parâmetro lam e critério de parada *)
il = 0;
While[il < Length[lam],
  il = il + 1;
  vtau = 0.01^16;
  tau = 0.0^16;
  cnt = 0;
  While[(cnt < 10000) (Abs[vtau - tau] > 10^(-10)),
    cnt = cnt + 1;
    pt = 1 - (1 - vtau)^nos[[in]];
    pcap = 0.0^16;
    Do[
      u = (hs(*hx*)/hn) (*hy*) ms/mn);
      result = CDFetamu[hn, hs, ms, mn, u, (tz0[[iz]] gsf),
        Hs, Hn];
      pcp = 1.0^16 - result[[1]];
      jmax = result[[2]];
      pcap = pcap + Binomial[nos[[in]], n + 1] vtau^(n + 1)
        (1 - vtau)^(nos[[in]] - n - 1) pcp;
        , {n, 1, nos[[in]] - 1};
      ps = (nos[[in]] vtau (1 - vtau)^(nos[[in]] - 1) +
        pcap)/pt;
      avgsts = (1 - pt) sig + pt (1 - ps) tc + pt ps
        pe[[ipe]] te + pt ps (1 - pe[[ipe]]) ts;
      q = 1 - Exp[-lam[[il]] avgsts];
      pcol = 1 - (1 - vtau)^(nos[[in]] - 1) - pcap;
      peq = pcol + pe[[ipe]] - pe[[ipe]] pcol;
      tau = 2 (1 - 2 peq) q/(q ((w + 1) (1 - 2 peq) +
        w peq (1 - (2 peq)^m)) + 2 (1 - q) (1 - peq)
        (1 - 2 peq));

```

```

        vtau = (vtau + tau)/2;];
If[Abs[vtau - tau] > 10(-8),
    WriteString[fileout, "Error\n"];, Null;];
    tput = pt ps (1 - pe[[ipe]])/avgsts avgpl/chrate;
(*Escrita de resultados em arquivo*)
    WriteString[fileout, PaddedForm[nos[[in]], 3], "\t",
                NumberForm[eta[[ie]], 3], "\t",
                NumberForm[tz0[[iz]], 3], "\t",
                PaddedForm[lam[[il]], 4], "\t",
                CForm[tput]];
    WriteString[fileout, "\n"];];
(*Finalização do cálculo e fechamento do arquivo*)
    Close[fileout];];];];];];];];];];

```

---