

Universidade Estadual de Maringá

TALES CHENSO DA SILVA RABELO

**CRESCIMENTO, ENDIVIDAMENTO E POLÍTICA FISCAL:
ANÁLISE TEÓRICA E UMA APLICAÇÃO PARA A
ECONOMIA BRASILEIRA NO PERÍODO 1985-2005**

Maringá
2008

TALES CHENSO DA SILVA RABELO

**CRESCIMENTO, ENDIVIDAMENTO E POLÍTICA FISCAL:
ANÁLISE TEÓRICA E UMA APLICAÇÃO PARA A
ECONOMIA BRASILEIRA NO PERÍODO 1985-2005**

Dissertação apresentada ao Mestrado em
Teoria Econômica da Universidade Estadual
de Maringá para a obtenção do título de
Mestre em Ciências Econômicas

Orientador: Professor Doutor Joílson Dias

Maringá
2008

TALES CHENSO DA SILVA RABELO

**CRESCIMENTO, ENDIVIDAMENTO E POLÍTICA FISCAL:
ANÁLISE TEÓRICA E UMA APLICAÇÃO PARA A
ECONOMIA BRASILEIRA NO PERÍODO 1985-2005**

Dissertação apresentada ao Mestrado em
Teoria Econômica da Universidade Estadual
de Maringá para a obtenção do título de
Mestre em Ciências Econômicas

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Jólson Dias

Profa. Dra. Rossana Lott Rodrigues

Profa. Dra. Maria Helena Dias

Maringá
2008

*Em memória da minha querida mãe, Zilei, a
mulher mais admirável que já conheci*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr Joílson Dias, sempre paciente e pronto a colaborar com a realização deste trabalho.

Aos meus familiares, que me apoiaram neste período de dificuldade.

RABELO, Tales Chenso da Silva. *Crescimento, Endividamento e Política Fiscal: Análise Teórica e uma Aplicação para a Economia Brasileira no Período 1985-2005*, Dissertação de Conclusão de Curso (Mestrado em Ciências Econômicas) – Universidade Estadual de Maringá, 2008.

RESUMO

O presente estudo analisa a influência do governo nas taxas de crescimento das economias. Ele está dividido em 4 partes. Na primeira, eminentemente teórica, executa-se uma minuciosa releitura da formalização das atividades governamentais sobre uma economia autárquica, com orçamento equilibrado, de acordo com Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992). Na segunda, também teórica, simula-se o impacto de uma limitação à carga tributária ótima (e/ou endividamento) sobre as taxas de crescimento das economias de acordo com o modelo de Aizenman, Kletzer e Pinto (2007). A seqüência do trabalho é predominantemente empírica. Depois de se analisar os efeitos do endividamento e da composição orçamentária sobre as taxas de crescimento com o auxílio do modelo de Semmler e Greiner (2000), a pesquisa volta-se para a evolução da composição orçamentária da economia brasileira. Particularmente, discute-se o efeito das vinculações orçamentárias advindas da constituição de 1988, e o aumento do gastos correntes com conseqüente redução dos investimentos públicos em infraestrutura a partir da década de 90. Este *trade-off* coincide com os pressupostos do modelo de Semmler e Greiner (2000), possibilitando simulações sobre as melhores opções de política fiscal a partir de perturbações nos coeficientes orçamentários efetivamente observados para economia brasileira no período 1991-2005. Particularmente, discute-se como uma redução nos gastos do consumo do governo possibilitaria incrementos na infra-estrutura pública, aumentando o produto potencial da economia. Enfim, de acordo com os dados de séries temporais para o período 1991-2005, estimam-se os parâmetros comportamentais da economia brasileira através do método dos momentos generalizados. Não obstante, analisa-se a evolução da composição da infra-estrutura brasileira no período 1950-2005, destacando-se a redução do capital público em relação ao estoque total de capital na economia. A pesquisa constata que, a redução no volume de investimentos públicos nas últimas duas décadas coincide com uma significativa redução nas taxas de crescimento do produto

Palavras-chave: Crescimento, Investimento, Endividamento, Política Fiscal.

RABELO, Tales Chenso da Silva. *Growth, Debt and Fiscal Policy: Theoretical Analysis and an Application for a Brazilian Economy in the period 1985-2005*, Course Conclusion Dissertation (Master's degree in Economics). Maringá State University, 2008.

ABSTRACT

The present study analyzes the government's influence over the economies' growth rates. It is divided in 4 parts. At the first, eminently theoretical, a meticulous re-write of the formalization of the government activities in an autarchical economy with balanced budget is performed in line with Barro (1990) and Barro and Sala-i-Martin (1992). At the second, also theoretical, it is simulated the impact of a constrained tax burden (and/or debt capacity) over economies' growth rates in agreement with the model of Aizenman, Kletzer and Pinto (2007). The sequence of the work is predominantly empiric. After analyzed the effects of the debt and budget composition over the economies with the aid of Semmler and Greiner (2000) model; the research focuses on the evolution of the budget composition of Brazilian economy. Particularly, it is discussed the effect of the budget's bounds implicit on the 1988 constitution, and the rise on current expenses with a consequent reduction on the public infrastructure investments from 90's to now. This trade-off coincides with the set-up of Semmler and Greiner (2000) model, making possible simulations over the best options of fiscal policies from disturbances on the effective observed budget coefficients for Brazilian economy along the period 1991-2005. Particularly, it is discussed how a reduction on the government's consumption would increment the public infrastructure, increasing the economy potential product. Finally, in line with time series data for Brazilian economy over the period 1991-2005, it is estimated the structural parameters of the economy through the generalized method of moments. Nevertheless, it is analyzed the evolution of the Brazilian infrastructure composition over the period 1950-2005 emphasizing the reduction of public capital over the total capital stock in the economy. The research verifies that the reduction in the volume of public investments over the last two decades coincides with a significant reduction in the economy's growth rate.

Key-Words: Growth, Investment, Debt, Fiscal Policies.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|------------|
| FIGURA 1 – Taxa de crescimento em função da carga tributária..... | 31 |
| FIGURA 2 – Taxa de poupança em função da carga tributária..... | 32 |
| FIGURA 3 – Utilidade do consumidor em função da carga tributária..... | 34 |
| FIGURA 4 – Ajuste da taxa de crescimento a uma restrição da carga tributária..... | 54 |
| FIGURA 5 – Evolução da composição dos gastos do governo em relação ao PIB, Brasil, 1985-2005..... | 92 |
| FIGURA 6 – Evolução do endividamento do setor público brasileiro 1991-2007..... | 105 |
| FIGURA 7 – Taxa de investimento das estatais federais FBKFEF e administrações públicas FBKFAP em relação ao estoque de capital privado. Brasil, 1966-1984..... | 113 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| TABELA 3.1 – Carga tributária τ , razão dívida capital b/k , taxa de crescimento ν , gasto público sobre capital g/k e gastos de bens públicos sobre produto ω | 57 |
| TABELA 4.1 – Regimes orçamentários..... | 75 |
| TABELA 4.2 – Valores ótimos de carga tributária τ crescimento ν e endividamento b/k | 77 |
| TABELA 4.3 – Efeito dos coeficientes orçamentários sobre as taxas de crescimento..... | 79 |
| TABELA 4.4 – Autovalores para o Jacobiano do regime $I1$ | 81 |
| TABELA 4.5 – Autovalores para o Jacobiano do regime $I2$ | 81 |
| TABELA 4.6 – Autovalores para o Jacobiano do regime $D1$ | 82 |
| TABELA 4.7 – Autovalores para o Jacobiano do regime $D2$ | 82 |
| TABELA 4.8 – Despesas não financeiras do governo federal: distribuição por funções e programas, no Brasil, 1969..... | 84 |
| TABELA 4.9 – Gastos públicos federais por programas: Brasil, 1990-94 e 1995-98 (R\$ milhões)..... | 85 |
| TABELA 4.10 – Coeficientes orçamentários do Brasil no período 1985-2005..... | 91 |
| TABELA 4.11 – Coeficientes orçamentários para o Brasil no período 1999-2005..... | 97 |
| TABELA 4.12 - Coeficientes orçamentários para o Brasil no período 1991-2005..... | 97 |
| TABELA 4.13 – Simulações para o Brasil no período 1999-2005..... | 98 |
| TABELA 4.14 – Simulações para o Brasil no período 1991-2005..... | 99 |
| TABELA 5.1 – Parâmetros comportamentais estimados, Brasil, 1991-2005..... | 108 |
| TABELA 5.2 – Parâmetros comportamentais estimados, Brasil, 1999-2005..... | 109 |
| TABELA 5.3 – Parâmetros comportamentais estimados. regressão auxiliar, Brasil 1999-2005..... | 110 |
| TABELA 5.4 – Estimação do parâmetro α para diferentes horizontes temporais, Brasil, 1947-2005..... | 111 |

TABELA 5.5 – Taxas de crescimento do produto e investimento público, Brasil, 1947-2005.....112

TABELA 5.6 – Razão importação/produção doméstica, Brasil, 1973-1980.....112

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO..... | 14 |
| 2 FORMALIZAÇÃO DO GOVERNO NA ECONOMIA | 19 |
| 2.1 Introdução..... | 19 |
| 2.2 Pressupostos da Economia..... | 20 |
| 2.2.1 Famílias..... | 20 |
| 2.2.2 O Governo e as Firmas na Economia | 23 |
| 2.3 Análise dos Bens Públicos Rivalis e Excludentes..... | 24 |
| 2.3.1 A Economia Descentralizada..... | 24 |
| 2.3.2 A Economia Centralizada..... | 28 |
| 2.3.3 Análise Comparativa entre Economia Centralizada e Descentralizada | 30 |
| 2.4 O Modelo dos Bens Públicos Puros | 34 |
| 2.4.1 A Economia Descentralizada..... | 35 |
| 2.4.2 A Economia Centralizada..... | 37 |
| 2.4.3.Efeitos de Escala | 39 |
| 2.5 O Modelo de Bens-Públicos Sujeitos a Congestionamento..... | 40 |
| 2.5.1 O Congestionamento Relacionado à Infra-Estrutura Pública..... | 40 |
| 2.5.2 O Congestionamento dos Serviços Públicos..... | 43 |
| 2.6 A Função de Produção Generalizada..... | 45 |
| 3. RESTRIÇÕES TRIBUTÁRIAS E CREDITÍCIAS EM MODELOS DE CRESCIMENTO COM GOVERNO..... | 48 |
| 3.1 Introdução..... | 48 |
| 3.2 Os Pressupostos da Economia..... | 48 |
| 3.3 A Análise dos Efeitos de Restrição Tributária e Endividamento Sobre o Fornecimento de um Fluxo de Bens Públicos..... | 50 |
| 3.3.1 A Restrição Tributária..... | 50 |
| 3.3.2 Quantificando a Perda..... | 53 |
| 3.3.3 Crescimento com Endividamento..... | 54 |
| 3.3.4 Crescimento com Endividamento e Restrição Tributária..... | 56 |
| 3.3.5 Quantificando a Perda..... | 57 |
| 3.4 Análise de Restrição Tributária e Endividamento Sobre a Acumulação de | |

| | |
|---|------------|
| Infra-Estrutura Pública..... | 58 |
| 3.4.1 A Trajetória de Equilíbrio no Modelo Irrestrito..... | 58 |
| 3.4.2.O Modelo Restrito..... | 60 |
| 3.5 Restrições ao Endividamento..... | 63 |
| 3.6 Implicações das Restrições Fiscais na Taxa de Crescimento..... | 66 |
| 4 INFRA-ESTRUTURA PÚBLICA E REGIMES ORÇAMENTÁRIOS EM UM MODELO DE CRESCIMENTO COM GOVERNO..... | 68 |
| 4.1 Introdução..... | 68 |
| 4.2 Infra-Estrutura Pública, Endividamento e Crescimento Econômico | 70 |
| 4.2.1 Os Agentes Privados na Economia..... | 70 |
| 4.2.1.1 As famílias..... | 70 |
| 4.2.1.2 As firmas..... | 71 |
| 4.2.2 O Governo e os Regimes Orçamentários..... | 72 |
| 4.2.2.1 O governo..... | 72 |
| 4.2.2.2 Regimes orçamentários..... | 73 |
| 4.2.3 A Otimização do Consumo..... | 75 |
| 4.2.4 A Dinâmica do Modelo..... | 79 |
| 4.3 A Composição Orçamentária da Economia Brasileira..... | 82 |
| 4.3.1 Um Breve Histórico da Evolução das Despesas Governamentais..... | 82 |
| 4.3.2 A Restrição Orçamentária da Economia Brasileira..... | 86 |
| 4.4 Os Coeficientes Orçamentários da Economia Brasileira 1985-2005..... | 88 |
| 4.5 O Ajuste do Modelo e Opções de Política..... | 95 |
| 5. ESTIMANDO OS COEFICIENTES COMPORTAMENTAIS DA ECONOMIA BRASILEIRA..... | 100 |
| 5.1 Introdução..... | 100 |
| 5.2 Os Parâmetros Comportamentais..... | 100 |
| 5.3 A Aplicação do Modelo..... | 102 |
| 5.3.1 A Estimativa dos Coeficientes para Economia Brasileiras no Médio Prazo..... | 103 |

| | |
|---|------------|
| 5.4 O Coeficiente de Elasticidade Produto-Capital..... | 110 |
| 6.CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 115 |
| 7. REFERÊNCIAS..... | 119 |
| APÊNDICES..... | 123 |

1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos 200 anos pós-revolução industrial os países têm variado enormemente quanto a seu desempenho em termos de crescimento. Embora o bem-estar advindo do processo de desenvolvimento de inúmeras nações tenha crescido, a renda per capita entre elas continua dispersa. Com o passar do tempo, tem se tornado claro que não existe uma única teoria do crescimento capaz de agrupar as diferentes vertentes do desenvolvimento econômico; ao contrário, observam-se diferentes fontes de crescimento, de acordo com os diferentes estágios de desenvolvimento econômico de cada nação conforme destacado por Ehrlich (2007).

Em que pese as evidências empíricas de convergência apresentadas em Barro e Sala-i-Martin (1997), as novas teorias acadêmicas propõem modelos capazes de gerar taxas de crescimento independentemente de mudanças exógenas na tecnologia e/ou população. Tais modelos caracterizam-se fundamentalmente pela presença de retornos crescentes ou constantes nos fatores que podem ser acumulados, e na influência das taxas de poupança sobre as taxas de crescimento de longo prazo. Dentre os modelos que englobam a nova teoria do crescimento destacam-se: Formação de Capital Humano, Uzawa-Lucas (1988); Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) Romer (1990) e Grossman e Helpman (1991); Externalidades no Investimento Público, Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992) entre outros.

O presente estudo concentra-se na análise do papel do setor governamental sobre as taxas de crescimento de longo prazo. O tema foi escolhido devido ao problema recorrentemente levantado sobre os custos e benefícios da interferência do agente público no processo produtivo. Quer através da taxação ou endividamento, o setor público redireciona parte dos recursos dos agentes de acordo com as diretrizes orçamentárias. Esta intervenção faz com que o fluxo corrente de gastos públicos seja empregado em gastos correntes de custeio, transferências, formação bruta de capital físico e pagamento de juros da dívida pública. Não obstante, esta ingerência governamental interfere nas escolhas dos agentes na economia, além de alterar a formação bruta de capital fixo ao longo do tempo. Particularmente, as famílias alteram a escolha de suas poupanças ótimas de acordo com a tributação, transferência de renda e políticas fiscais que pressupõem maiores ou menores gastos públicos.

Aschauer (1989), analisou os efeitos dos gastos do governo no crescimento econômico. Usando uma função de produção agregada cujos argumentos são trabalho, capital

privado e capital público, verificou, para dados da economia norte-americana, um impacto significativamente positivo do capital público em relação ao crescimento do produto, bem como em relação à produtividade total dos fatores. A formação bruta de capital fixo do governo aumenta a produtividade do capital privado estabelecendo uma relação de complementariedade entre estas duas fontes de investimento, conforme colocado por Dias e Assis (2005). Segundo Ferreira (1996), o impacto dos investimentos ainda conta com o efeito multiplicador dos gastos públicos, que fomenta os setores encadeados às áreas de iniciativa estatal, propiciando novos investimentos e incrementos adicionais à demanda agregada.

Assim como no processo de acumulação de capital físico, o governo também desempenha importante papel na formação de capital humano. Os gastos com transferências e o consumo do governo destinado à saúde e educação, estão intrinsecamente ligados com a formação e especialização dos trabalhadores. Não obstante, o fluxo de bens e serviços governamentais também é responsável por um arcabouço jurídico capaz de assegurar contratos e, por conseguinte, fomentar investimentos que favoreçam o crescimento.

Enfim, tendo em vista o papel do governo no processo de desenvolvimento econômico (tanto direto como indireto), o principal objetivo desta dissertação é analisar o efeito das intervenções governamentais sobre as taxas de crescimento das economias. No entanto, o trabalho não se restringe apenas a explorar em profundidade os aspectos teóricos envolvidos na presença do governo na economia; mas confrontá-los à realidade brasileira, principalmente em relação à expansão da infra-estrutura pública através de endividamento.

Grosso modo, o trabalho se divide em quatro tópicos: i) formalização da entrada do governo na atividade produtiva, considerando-se uma economia autárquica, sujeita a um orçamento equilibrado; ii) a análise teórica, (com simulações quantitativas), de um modelo de crescimento endógeno com governo onde a economia está sujeita a tributação sub-ótima, passível de endividamento e restrições ao crédito; iii) análise teórica, (e simulação com parâmetros da economia brasileira), de um modelo de crescimento endógeno com governo, em que a economia está sujeita a diferentes regimes orçamentários iv) aplicação empírica do modelo desenvolvido no item anterior com dados de séries temporais

Na primeira parte do trabalho, portanto, executa-se uma minuciosa releitura da racionalização dos efeitos das atividades governamentais sobre uma economia autárquica e sem restrições à tributação ótima (conforme proposto por Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992)). A análise destaca os microfundamentos dos modelos tanto em relação a uma economia onde os agentes familiares se comportam competitivamente, quanto a uma economia centralizada, onde o planejador social controla o volume ótimo de gastos do setor

público. Com efeito, comparam-se os dois cenários, principalmente em relação ao tamanho ótimo do governo, os desequilíbrios advindos da escolha do produtor individual (aquém do equilíbrio ótimo de Pareto) e as formas como os governos podem interagir junto aos agentes produtivos.

Ainda nesta primeira parte, de acordo com Barro e Sala-i-Martin (1992), demonstrar-se-á que em modelos que incorporam serviços públicos, a política fiscal depende das características do bem público. Discute-se particularmente a maneira como a carga tributária incide sobre os agentes a partir da particularização da função de produção das firmas na economia. Assim, um imposto sobre a renda ou sobre o consumo levará a economia ao ótimo de Pareto dependendo do tipo de bem público considerado. Discuti-se ainda a aplicabilidade da conceituação neoclássica de bem público como parâmetro para implementação de políticas fiscais. Embora se limite a releitura de modelos conhecidos na literatura, há de se destacar que esta primeira etapa do trabalho constitui-se uma base teórica necessária, consolidando conceitos fundamentais à análise subsequente.

Na segunda parte, flexionar-se-á a discussão em dois dos principais pressupostos do modelo de Barro (1990): a manutenção de um orçamento governamental equilibrado e a consecução automática de uma carga tributária ótima imposta à sociedade. Esta flexibilização está relacionada ao impacto que a limitação à tributação e à capacidade de endividamento exercem sobre o desenvolvimento das economias. Os tópicos mencionados predominam em países em desenvolvimento (conforme proposto por Aizenman et al. (2007)), onde fatores estruturais implicam uma maior restrição à obtenção de recursos tanto interna como externamente. Por conseguinte, identificar-se-ão os fatores responsáveis pelos efeitos do ajuste fiscal sobre as taxas de crescimento a fim de produzir resultados teóricos que reflitam quantitativamente as restrições tributárias e endividamento sobre as taxas de crescimento da economia.

Destaque-se que a análise é dicotômica. Ao invés da conceituação neoclássica de bem público, os bens públicos se dividem entre bens públicos fluxos e bens públicos estoque, ambos sujeitos a congestionamento. O endividamento e a restrição ao crédito têm diferentes impactos dependendo da natureza do bem público. Embora o fluxo de gastos públicos (como saúde, por exemplo) aumente a produtividade dos fatores, questiona-se o custo/benefício do governo tomar emprestado para financiar estes serviços. Aliás, este é um questionamento que se estende aos investimentos em infra-estrutura. Como fica claro na análise teórica proposta, o endividamento para financiar gastos com infra-estrutura têm uma

relação custo/benefício diferente do endividamento para financiar gastos com bens públicos e semi-públicos.

A terceira parte do trabalho engloba a apresentação e aplicação do modelo de Semmler e Greiner (2000) para a economia brasileira no passado recente. O foco do modelo é a consecução de uma dada razão capital público/privado ótima, sujeita a um conjunto de coeficientes orçamentários definidos fora do processo político direto. Assim, como o executor de política pública não tem controle sobre a destinação das receitas auferidas, o modelo apresenta apenas uma variável de escolha, consumo privado, e três variáveis de estado: capital público, capital privado e dívida pública. Por conseguinte, a discriminação orçamentária, sujeita a determinados coeficientes, força o executor de políticas a comprimir possíveis investimentos ótimos em infra-estrutura, na medida em que é obrigado a fornecer os recursos necessários à manutenção das atividades governamentais vinculadas. Esta é uma das características fundamentais do modelo, pois o aproxima significativamente da economia real.

Não obstante, como a carga tributária e os componentes do gasto público não são variáveis de escolha, o modelo é condizente com a análise do endividamento público ótimo na medida em que é necessário determinar regimes orçamentários que definam o volume de gastos e endividamento do governo. A fim de compreender o maior número de cenários possíveis, o modelo determina alguns regimes orçamentários que refletem o comportamento do governo. Basicamente, ou o governo se endivida para efetuar gastos com infra-estrutura, ou toma emprestado para efetuar a rolagem da dívida pública.

Embora não excludentes, a interação das restrições faz com que uma das fontes do déficit seja o fator determinante do crescimento da dívida pública. Assim, o modelo não só cumpre o papel de definir uma trajetória de equilíbrio sustentável, mas também analisa tanto o efeito da composição do gasto público sobre o crescimento, quanto o nível do endividamento sobre o crescimento.

Deve ser destacado que, em qualquer um dos cenários, o endividamento do governo não implica, necessariamente, uma redução na taxa de crescimento da economia. Através de coeficientes orçamentários hipotéticos, efetuar-se-á uma aplicação teórica do modelo a fim de comparar às variações em termos de crescimento e endividamento, dependendo da fonte de alimentação da dívida pública. Demonstrar-se-á, não obstante, que devido ao endividamento, os resultados ótimos implicam uma carga tributária diferente do coeficiente de elasticidade produto-capital público.

Ainda aproveitando à discussão sobre a composição orçamentária suscitada pelo modelo, em linha com Versano et al (1998), Rezende (2001) e Tavares (2005), analisar-se-á à evolução da carga tributária e as despesas não financeiras das administrações públicas para economia brasileira no passado recente, particularmente, o impacto fiscal advindo da promulgação da constituição de 1988. Também se realiza uma análise comparativa da composição dos gastos federais entre a década de 70 e a década de 90.

No mais, de acordo com os conceitos propostos pelo Banco Central do Brasil, é derivada uma restrição orçamentária da economia real a fim de contrapô-la ao modelo teórico e, na medida do possível, aproximá-las com intuito de se empreender simulações com os coeficientes orçamentários médios da economia brasileira no período 1985-2005. Além de mensurar o *gap* entre as razões: consumo/capital privado, dívida/capital privado e capital público/capital privado em relação às efetivamente observadas no período (uma medida do ajuste do modelo), pretende-se demonstrar como perturbações nos coeficientes orçamentários refletem-se nas taxas de crescimento ótimas fornecida pelo modelo. Também se discute alternativas de política fiscal como: redução do superávit primário, redução marginal dos gastos do consumo e uma mudança nos coeficientes orçamentários capaz de levar a economia a uma trajetória de crescimento assintoticamente estável.

Enfim, na última parte do trabalho, estimar-se-ão os parâmetros estruturais da economia Brasileira. Em modelos de crescimento endógeno, estes coeficientes determinam o comportamento dos agentes em ambiente competitivo. Não obstante, determinam a escolha da poupança ótima dos agentes e o ritmo de crescimento das economias.

A fim de estimar os parâmetros comportamentais da economia brasileira, utilizou-se o método dos momentos generalizados ponderados por uma matriz de pesos Newey-West. O algoritmo utilizado na minimização dos momentos foi o “*Levenberg-Marquardt*”. Além desta introdução, o trabalho se desdobra em mais 5 capítulos: 2) formalização dos modelos de crescimento com governo; 3) restrições tributárias e creditícias em modelos de crescimento com governo e infra-estrutura pública, 4) regimes orçamentários em um modelo de crescimento com governo, 5) Estimando os coeficientes estruturais da economia brasileira e 6) Considerações Finais.

2. FORMALIZAÇÃO DOS MODELOS DE CRESCIMENTO COM GOVERNO

2.1 Introdução

Como colocado na introdução, neste capítulo executar-se-á uma criteriosa releitura da formalização dos efeitos da presença do governo sobre a economia de acordo com Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992).

No modelo proposto por Barro (1990), destacar-se-á os microfundamentos inerentes a uma economia onde os agentes familiares se comportam competitivamente e os produtores individuais recebem insumos de um governo que mantém um orçamento equilibrado. O modelo postula que, independentemente do conceito amplo de capital, a economia só consegue eliminar os retornos decrescentes e atingir crescimento endógeno quando os insumos privados e públicos são combinados.

Outro ponto reiterado é a condição de eficiência produtiva, (necessária para a obtenção de uma taxa de crescimento ótima). O modelo abrange dois cenários: no primeiro, a economia é descentralizada, e os produtores individuais maximizam lucro considerando apenas seus próprios fatores; no segundo, o planejador social reconhece o efeito positivo proporcionado pela entrada do governo na economia, maximizando a utilidade das famílias em relação ao total dos recursos na economia. Esta divergência entre a economia planejada e descentralizada será quantificada através de simulações com coeficientes hipotéticos, próximos a economia real.

No modelo complementar, proposto por Barro e Sala-i-Martin (1992), destacar-se-á como o comportamento da firma se modifica de acordo com o caráter do bem público. O modelo reafirma os microfundamentos do modelo anterior, mas especifica a função de produção de acordo com a conceituação neoclássica dos bens públicos. Os bens públicos não-rivais e não excludentes e rivais e excludentes apresentam características similares quando submetidos a uma tributação sobre a renda. Em ambos os casos, faz-se necessário a adoção de políticas públicas capazes de corrigir às escolhas individuais a fim de manter à economia no ótimo de Pareto.

No caso dos bens sujeitos a congestionamento, rivais mas não-excludentes, os microfundamentos que garantem o tamanho ideal do governo e a condição de eficiência produtiva prevalecem. No entanto, a tributação sobre a renda é eficiente conquanto o imposto

sobre as unidades adicionais produzidas, anula os ganhos advindos do uso adicional do bem público. Destaque-se que a análise não se restringirá ao congestionamento de um estoque de infra-estrutura pública. O fornecimento de serviços também será analisado, particularmente os relacionados à manutenção do direito de propriedade privada, (defesa nacional, segurança pública e jurídica etc...)

Posto isto, considerar-se-á uma função que se comporte como um mínimo denominador comum, abrangendo virtualmente toda gama de bens, independentemente da conceituação neoclássica. A principal característica desta função, proposta por Semmler e Greiner (2000), é a maneira que o congestionamento é proposto. Ao se considerar a razão capital público/trabalho, pode-se analisar tanto o comportamento de um estoque de bens relacionados à infra-estrutura quanto um fluxo de serviços conquanto as taxas de crescimento possam ser definidas independentemente dos efeitos de escala.

Enfim, como destacado na introdução, este capítulo é de grande importância para compreensão do restante do trabalho, particularmente, a definição e compreensão de uma função de produção condizente com a natureza do bem público, a fundamentação microeconômica inerente ao modelo de Barro (1990), além da sugestão de políticas públicas ótimas.

2.2 Os Pressupostos da Economia

Os agentes privados na economia se comportam competitivamente. A descrição dos agentes familiares é idêntica para os modelos citados acima. As características das firmas, no entanto, dependem do tipo de bem público adicionado à função de produção.

2.2.1 Famílias

As unidades familiares oferecem trabalho em troca de salários, recebem juros sobre ativos, compram bens para o consumo e poupam para adquirir mais ativos. Cada família tem ao menos um adulto trabalhador na geração atual. Os adultos levam em conta não

só seu próprio bem estar e patrimônio; mas ponderam suas decisões baseados no bem estar e patrimônio de seus descendentes.

Os indivíduos esperam que o tamanho de suas famílias cresça a uma taxa exógena e constante n . Efeitos relacionados à fertilidade e migrações são desconsiderados enquanto o número de adultos na unidade familiar é normalizado à unidade: $L(t) = L(0)e^{nt} = e^{nt}$.

Defina-se $C(t)$ o consumo total da economia no tempo t ; e $c(t) = C(t)/L(t)$ é tanto o consumo da unidade familiar como o consumo per capita no tempo t . Cada unidade familiar deseja maximizar a utilidade total U , que é a soma ponderada de todo o fluxo futuro de utilidade $u(c)$;

$$U = \int_0^{\infty} u[c(t)] e^{nt} e^{-\rho t} dt \quad u'(c) > 0 \quad u''(c) < 0 \quad (2.1)$$

A função utilidade é côncava, relacionando o fluxo de utilidades com a quantidade de consumo. O produto da utilidade pelo tamanho da família representa a soma das utilidades de todos os membros da família no tempo t ($L_0 = 1$). O outro multiplicador $e^{-\rho t}$ envolve a taxa de preferência no tempo $\rho > 0$. A função utilidade é definida como:

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{(1-\theta)} \quad (2.2)$$

A principal característica da função (2.2) é o coeficiente de elasticidade substituição intertemporal constante $1/\theta$. Quanto maior $|\theta|$, mais rapidamente é o declínio proporcional de $u'(c)$ em resposta a aumentos em c e, portanto, menor a disposição dos agentes em aceitar desvios do padrão uniforme de c ao longo do tempo.

As unidades familiares detêm ativos na forma de capital físico e monetário; podem emprestar e pedir emprestado, mas tem de terminar com o orçamento equilibrado. Capital físico e títulos privados são substitutos perfeitos e estão sujeitos a mesma taxa de retorno r ; não há transações com o exterior. Os ativos líquidos são definidos como $a(t)$, em que $a(t)$ é o montante de ativos per capita medido em termos reais; isto é, unidades de consumo.

Como o modelo descarta a possibilidade de desemprego involuntário, e desde que cada pessoa forneça uma unidade de trabalho por uma unidade de tempo, a renda do trabalho por pessoa equivale a $w(t)$, e a renda do capital, que pode ser positiva ou negativa, equivale a $a(t).r(t)$. O fluxo da restrição intertemporal dos recursos na economia, que determina a variação dos ativos $a'(t)$, é dado por¹:

$$a'(t) = w(t) + ra(t) - c(t) - na(t) \quad (2.3)$$

A equação (2.3) diz que os ativos per capita aumentam com a renda per capita líquida ($w + ra$) e diminuem devido ao consumo e expansão da população². Não obstante, os indivíduos estão sujeitos a uma restrição intertemporal em que o valor presente dos ativos deve ser assintoticamente não negativo (impedindo o *Ponzi game*³):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[a(t) \exp \left(- \int_0^t [r(\lambda) - n] d\lambda \right) \right] \geq 0 \quad (2.4)$$

Os agentes estão interessados em maximizar seu consumo (equação 2.1) mediante os recursos na economia (equação 2.3). Com efeito, surge a relação⁴:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} (r - \rho) \quad (2.5)$$

A relação entre r e ρ determina a taxa de consumo ao longo do tempo. Uma menor disposição em substituir intertemporalmente; ou seja, o consumo presente é preferível ao consumo futuro (alto θ), implica um maior nível de consumo intertemporal, mas uma menor taxa de crescimento do consumo. Para um dado θ , se a taxa de juro aumenta em relação à taxa de desconto intertemporal, a taxa de crescimento do consumo (c'/c) aumenta, porque o nível de consumo diminui.

¹ A partir de agora, excetuando-se excepcionalidades, deixar-se-á de grifar as variáveis com a indicação (t).

² Repare que ao considerar as remunerações do capital e trabalho na forma líquida de impostos, o termo $-\tau(w + ra) = -g$ pode ser omitido sem alterações no significado da identidade.

³ Se cada unidade familiar pode tomar emprestado pagando a mesma taxa do retorno ao investimento, ela pode financiar seu consumo perpetuamente saldando a dívida anterior com novos empréstimos. Ver Barro e Sala-i-Martin (1997) cap. 2.

⁴ Detalhe da derivação no apêndice (A1)(1).

Enfim, a condição de transversalidade exigida pela maximização da utilidade dos agentes é:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(a(t) \lambda(0) \exp \left[- \int_0^t (r(\lambda) - n) d\lambda \right] \right) = 0 \quad (2.6)$$

que corresponde à condição de solvência.

2.2.2 O Governo e as Firms na Economia

Barro (1990) utiliza o ambiente econômico simples de uma economia com um único setor⁵ para analisar o impacto da presença do governo no processo produtivo. Para tanto, postula que, mesmo cristalizados na sua conceituação ampla⁶, o capital disponível aos produtores privados não é capaz de produzir crescimento endógeno. A idéia geral é que não existem bens privados substitutos próximos de alguns bens e serviços públicos. Não obstante, a eliminação dos retornos decrescentes nos fatores privados só é possível quando estes são combinados com bens e serviços públicos.

Como destacado na seção (2.1), Barro e Sala-i-Martin (1992) formalizaram a relação entre capital público e privado através da conceituação neoclássica do bem público. A subdivisão se dá da seguinte forma: bens públicos não rivais e não excludentes (defesa nacional, fundos governamentais à pesquisa), rivais e excludentes (basicamente os bens comprados junto à iniciativa privada e distribuídos aos agentes – computadores das escolas, por exemplo) e bens rivais e não-excludentes (estes geralmente relacionados a infra-estrutura pública: rodovias públicas, saneamento básico etc...).

Em que pese o caráter estrito desta definição, a característica da função de produção das firmas na economia reflete a composição da função da produção – sujeita à definição do bem público. Não obstante, proceder-se-á, na seqüência, uma análise matemática, definindo-se o comportamento e as características das firmas conforme o tipo de bem público.

⁵ A economia produz apenas um tipo de capital. Não há uma subdivisão de setores: um produzindo capital físico, outro produzindo capital humano.

⁶ Capital físico e privado combinados numa razão $k_i = K_i/L_i$.

2.3 Análise dos Bens Públicos Rivais e Excludentes

O modelo dos bens rivais e excludentes perpassa o hiato entre as escolhas centralizadas e descentralizadas. Por conseguinte, será analisado tanto quantitativamente quanto qualitativamente, a partir dos trabalhos de Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992). A análise qualitativa revela o caráter determinante dos coeficientes de elasticidade (do produto em relação aos fatores) na determinação da carga tributária ideal, otimização da taxa de crescimento, e definição da política fiscal ideal. A análise quantitativa reafirma os fundamentos microeconômicos do modelo além de ilustrar numericamente às divergências entre às escolhas nas economias privadas e planejadas.

2.3.1 A Economia Descentralizada

Considere-se que o governo nada produz⁷ e compra parte do produto privado para suprir as firmas na economia. Os bens e serviços fornecidos não sofrem cobrança direta nem estão sujeitos a congestionamento. Se, portanto, L é constante, para um dado nível tecnológico, a função de produção das firmas na economia pode ser definida:

$$y_i = \phi(k_i, g) = k_i \phi\left(\frac{g}{k}\right) \quad \phi' > 0 \quad \phi'' < 0 \quad (2.7)$$

Onde y_i é a quantidade por trabalhador produzida pela i -ésima firma e k_i o estoque de capital por trabalhador pertencente a i -ésima firma. A quantidade de compras governamentais disponíveis às firmas homogêneas, g , equivale a G/iL_i ; ou seja, o total das compras governamentais G é dividida pelos L produtores na economia fazendo com que o fornecimento adicional de insumo para uma firma, reduza os insumos disponíveis às demais.

A função de produção (2.7) pode ser especificada como uma função Cobb-Douglas da seguinte forma:

⁷ Em outras palavras, a função de produção do governo não difere das demais firmas na economia.

$$y_i = Ak_i \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} \rightarrow 0 < \alpha < 1 \quad (2.8)$$

Em que A é um parâmetro tecnológico. A equação acima postula que, quando aumenta o estoque de compras governamentais disponível a cada produtor individual $\Delta(g)$, aumenta o estoque de insumos disponíveis aos produtores da economia. Como na função (2.7), homogênea de primeiro grau, a função de produção (2.8) também está sujeita a retornos decrescentes em relação aos insumos privados (em unidades de trabalho), mas a retornos constantes em relação aos insumos público e privado combinados.

Eventualmente a função (2.8) será utilizada para quantificar a análise. No entanto, como algumas características do modelo dependem da elasticidade entre os fatores e do produto em relação ao fatores, a generalização será mantida. Não obstante, quando a economia se encontra em equilíbrio, o governo financia seus gastos com uma taxa sobre a renda equivalente a:

$$G = \tau i Y_i \rightarrow g = \tau k \phi \left(\frac{g}{k} \right) = \tau y \quad (2.9)$$

onde τ é taxa que, aplicada à razão de equilíbrio produto/trabalhador, resulta na quantidade de tributos per capita arrecadados pelo governo. Repare que a carga tributária total, G , equivale a taxa τ multiplicada pelo produto total das firmas $Y_i \times i$. Destaque-se que o governo não tem nenhum constrangimento institucional à aplicação da carga tributária necessária a financiar suas despesas⁸. Assim, ele não financia seus gastos emitindo dívida, nem acumula ativos através de superávits.

O preço do aluguel do capital é determinado competitivamente⁹:

$$\pi(k_i) = \int_0^\infty \left[L_i \left((1-\tau) \phi(k_i, g) - w - i \right) \exp - \int_0^t r(s) ds \right] dt$$

$$r + \delta = (1-\tau) (\partial y / \partial k_i) = (1-\tau) (1-\varepsilon) \phi \left(\frac{g}{k} \right) \quad (2.10)$$

⁸ No modelo, o governo também não herda dívida e, por conseguinte, compromissos com juros.

⁹ Detalhes da derivação ver apêndice A1(2). A propósito, a notação i denota o investimento per capita enquanto o subscrito i denota a i -ésima firma.

em que $0 < \varepsilon < 1$ é a elasticidade¹⁰ de y em relação a g para um dado k ¹¹. Na maximização do lucro, portanto, o produtor varia k mantendo g fixo. Isto é, ele considera que a variação de seu capital e produto não leva a nenhuma mudança nos insumos públicos disponibilizados às firmas individuais.

A taxa de crescimento gerada na economia descentralizada se dá substituindo a taxa de aluguel resultante da maximização do lucro (2.10) na equação (2.5):

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left[(1 - \tau) \phi \left(\frac{g}{k} \right) (1 - \varepsilon) - \rho - \delta \right] \quad (2.11)$$

Por conseguinte, se $\tau = g/y$, $g/k = (g/y)\phi(g/k)$ (de acordo com (2.9)) e ε forem mantidos constantes, a equação (2.11) também será constante. A taxa de crescimento máxima¹² se dá quando:

$$\frac{d\gamma}{d(g/y)} = \frac{1}{\theta} \phi \left(\frac{g}{k} \right) (\phi' - 1) = 0 \quad (2.12)$$

Segundo a equação (2.12), quando ε é constante, $\phi' = \partial y / \partial g = 1$ e o produto marginal PMg dos bens públicos e privados são equalizados. Assim, quando o produto obtido por uma unidade adicional de g é grande $\phi' > 1$, o benefício marginal advindo da adição do governo na economia g/y , é superior ao efeito prejudicial dos impostos sobre a renda. No entanto, quando a razão g/y excede o tamanho ótimo $\phi' < 1$, os efeitos prejudiciais dos impostos sobre a renda superam os benefícios advindos dos acréscimos marginais do governo na economia, e a taxa de crescimento diminui.

Portanto, o tamanho do governo que maximiza a taxa de crescimento corresponde à condição de eficiência produtiva $\phi' = 1$. Grosso modo, para maximizar a taxa de crescimento, o governo coloca a sua parcela no produto, g/y , para igualar a parcela necessária caso tivesse de contratar os serviços na iniciativa privada.

¹⁰ Detalhes da derivação ver apêndice (A1) (3).

¹¹ L_i não foi igualado a 1 por razões didáticas. Ou seja, com a economia em equilíbrio $\partial y / \partial k = \partial y_i / \partial k_i$.

¹² Ver apêndice (A1) (4).

Pode-se demonstrar este microfundamento quantitativamente, recorrendo-se à equação (2.8): como $1-\alpha = \varepsilon = \phi' g / y$ e $\phi' = 1$, $1-\alpha = g / y = \tau$, a taxa de retorno do investimento definida em (2.10), pode ser quantificada substituindo-se (2.8) em (2.9). Feito isso, a taxa de crescimento γ definida para a função Cobb-Douglas é:

$$\gamma = 1/\theta \left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} (1-\tau) - \delta - \rho \right] \quad (2.13)$$

Restringindo, pois, os parâmetros em $\rho > 0, A > 0, \theta \geq 1$, taxa de crescimento não é grande o suficiente para garantir utilidade infinita:

$$\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} (1-\tau) > \rho + \delta > (1-\theta)/\theta \left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} (1-\tau) - \delta - \rho \right] + \delta \quad (2.14)$$

Ressalve-se que, para a economia descentralizada, quando o coeficiente de elasticidade dos fatores não é constante, a dependência de $\varepsilon e g/k$ afeta o resultado obtido em (2.12). Com efeito, a condição de maximização do crescimento pode ser expressa em termos da elasticidade entre os fatores g e k . No ponto de crescimento máximo, o PMg dos serviços públicos ϕ' , pode estar acima ou abaixo da unidade se a elasticidade substituição estiver abaixo ou acima da unidade¹³.

Conquanto, pois, não haja restrições à tributação, e $\tau = g/y$ e g/k sejam mantidas no ótimo; k , y e c crescem à mesma taxa e não há transição dinâmica¹⁴.

Para um dado nível inicial de capital, portanto, o nível de consumo pode ser definido por:

$$c(0) = k(0) \left[\phi \left(\frac{g}{k} \right) - \tau \phi \left(\frac{g}{k} \right) - (\gamma + \delta) \right] \quad (2.15)$$

onde o primeiro, o segundo e o terceiro termo entre colchetes, multiplicados por k , representam em termos per capita: o produto $y(0)$, os gastos do governo $g(0)$, e o investimento

¹³ Na análise subsequente, no entanto, pode se comprovar que, independente da função de produção, a condição de eficiência produtiva exige que $\partial y / \partial g = 1$.

¹⁴ Ver apêndice (A1) (5).

bruto $i(0)$, resultando a identidade das contas nacionais. Com alguma álgebra¹⁵, descrita no apêndice, esta relação pode ser escrita para uma função Cobb-Douglas:

$$c(0) = k(0) \left[\left(A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} \right) (1-\tau) - \gamma - \delta \right] \quad (2.16)$$

No mais, como não há vazamentos na economia, a taxa de poupança pode ser definida pelo volume de investimentos sobre o produto:

$$s = \frac{i}{y} = \frac{k' + \delta k}{y} = \frac{k' k}{y k} + \frac{\delta k}{y} = \frac{\gamma + \delta}{\phi(g/k)} \quad (2.17)$$

quantitativamente¹⁶:

$$s = \frac{\left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) - \rho + (\theta-1)\delta \right]}{A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} \theta} \quad (2.18)$$

Enfim, se não há restrições tributárias e tanto τ como g/k são ótimos, a taxa de poupança bruta é uma constante, e ela depende fundamentalmente dos parâmetros comportamentais, θ, ρ e α que influenciam a taxa de investimento e, por conseguinte, a taxa de crescimento derivada em (2.13).

2.3.2 A Economia Centralizada

A taxa de crescimento derivada na seção acima, considerando os produtores individualmente, não é a melhor opção de política. Devido às externalidades causadas pelos gastos públicos e taxação, as escolhas descentralizadas de investimento (poupança), tornam-se soluções não condizentes com o ótimo de Pareto.

¹⁵ Ver apêndice (A1) (6).

¹⁶ Ver apêndice (A1) (7).

A maneira mais conveniente de se mensurar os efeitos do governo sobre a economia é comparar os resultados apurados na seção anterior com os resultados obtidos caso a economia fosse supervisionada por um hipotético planejador social. O planejador está interessado em otimizar a utilidade dos indivíduos mediante o total dos recursos na economia¹⁷. A taxa auferida pelo planejador é:

$$\gamma_p = \frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\phi \left(\frac{g}{k} \right) \left(1 - \frac{g}{y} \right) - \delta - \rho \right] \quad (2.19)$$

De acordo com (2.19) o planejador reconhece o efeito positivo dos insumos governamentais sobre a produção privada e ajusta à razão g/y de maneira que o aumento em y seja acompanhado por um aumento em g em g/y unidades. O termo à esquerda da taxa de depreciação é denominado por Barro (1990) como o produto social do capital.

Não obstante, a maximização da taxa de crescimento é dada por¹⁸:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial (g/y)} = \frac{1}{\theta} (1 - \varepsilon) \phi \left(\frac{g}{k} \right) \frac{(\phi' - 1)}{(1 - \varepsilon)} = 0 \quad (2.20)$$

Como no modelo descentralizado, a condição de eficiência continua sendo $\phi' = 1$. No entanto, o ótimo definido acima não está condicionado a um coeficiente elasticidade substituição ε constante. Esta independência é fundamental para a compreensão e aplicação de políticas públicas. Afinal, esta condição generaliza o caso especial definido na seção acima (2.12), quando ε fora mantido constante. Assim, independentemente da forma da função de produção, a condição de eficiência produtiva, $\phi' = 1$, coincide com uma taxa de crescimento máxima.

Ressalve-se que $\phi' = 1$ é uma condição necessária, mas não suficiente à implementação da melhor política. Com uma carga tributária proporcional a renda, a diferença entre a escolha descentralizada e a escolha planejada é a presença do termo $(1 - \varepsilon)$ em (2.11). Ou seja, como $\varepsilon \in (0,1)$, está perfeitamente claro que a taxa de crescimento planejada excede a descentralizada para todos os valores de $g/y = \tau$. Devido à carga

¹⁷ Ver apêndice. A1(8).

¹⁸ Ver apêndice A1(9).

tributária sobre a renda, não obstante, a escolha de consumo e investimento na economia descentralizada se traduz em uma taxa de crescimento muito baixa.

É natural considerar qual política deve ser implementada a fim de se corrigir o comportamento dos agentes na economia descentralizada. Não havendo escolha trabalho-lazer, um imposto sobre o consumo seria equivalente a um imposto sobre a quantidade; com efeito, o retorno marginal do investimento privado se desvincilharia do termo $(1 - \tau)$ na equação (2.10), e a taxa de crescimento com a adoção de um imposto sobre o consumo seria:

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} \left[\phi \left(\frac{g}{k} \right) (1 - \varepsilon) - \delta - \rho \right] \quad (2.21)$$

Uma comparação entre a equação (2.21) e a taxa resultante na economia planejada (2.19) demonstra que elas de fato são iguais. Como $\varepsilon = \phi'(g/y)$ e a condição de eficiência é $\phi' = 1$, naturalmente $\varepsilon = g/y$. Assim, a taxa sobre o consumo equivale à taxa de crescimento da economia planejada e, por conseguinte, é ótimo de Pareto.

Enfim, para se ilustrar a análise do modelo proposto por Barro (1990), especificado por Barro e Sala-i-Martin (1992), realizar-se-á na seqüência um estudo comparativo entre as taxas de crescimento, poupança e utilidade resultante das escolhas individuais e centralizadas.

2.3.3 Análise Comparativa entre Economia Centralizada e Descentralizada

Utilizando-se a função Cobb-Douglas definida em (2.8), e a identidade das contas nacionais que leva a identidade dos recursos na economia, pode se derivar uma equação quantitativa equivalente à taxa (2.19), mantida a razão g/y constante:

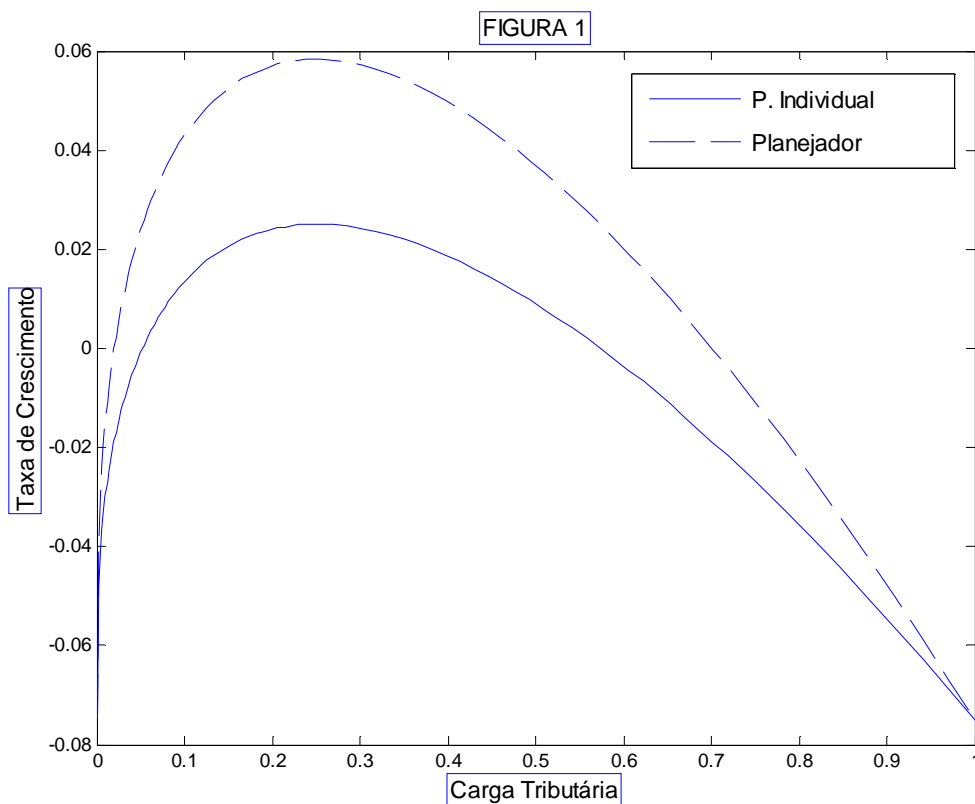
$$\gamma = 1/\theta \left[A^{1/\alpha} (\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} (1 - \tau) - \delta - \rho \right] \quad (2.22)$$

em que o primeiro termo entre parênteses corresponde ao produto marginal do capital em função da carga tributária.

Não obstante, utilizando-se os seguintes valores para os parâmetros: $\theta = 2$, $\rho = .1$, $\delta = .05$, $\alpha = .75$ e $A = 0.6512$, a taxa de crescimento máxima do produtor individual definido na equação (2.13) é 2,5% junto a carga tributária ótima equivalente a 25%. Já o planejador, com a taxa de crescimento definida na equação (2.22) tem sua carga tributária ótima nos mesmos 25%, mas a taxa de crescimento ótima se dá no patamar de 5,83%.

Conforme demonstrado na figura 1, em ambos os casos a taxa de crescimento se eleva devido ao efeito positivo dos serviços públicos até atingir um máximo em $\tau = 1 - \alpha$; a partir daí o efeito da taxação sobre o produto marginal do capital predomina, diminuindo a taxa de crescimento. Pela análise gráfica, fica claro que a taxa de crescimento do planejador é superior a do produtor individual para todos os níveis de carga tributária.

FIGURA 1- Taxa de crescimento em função da carga tributária



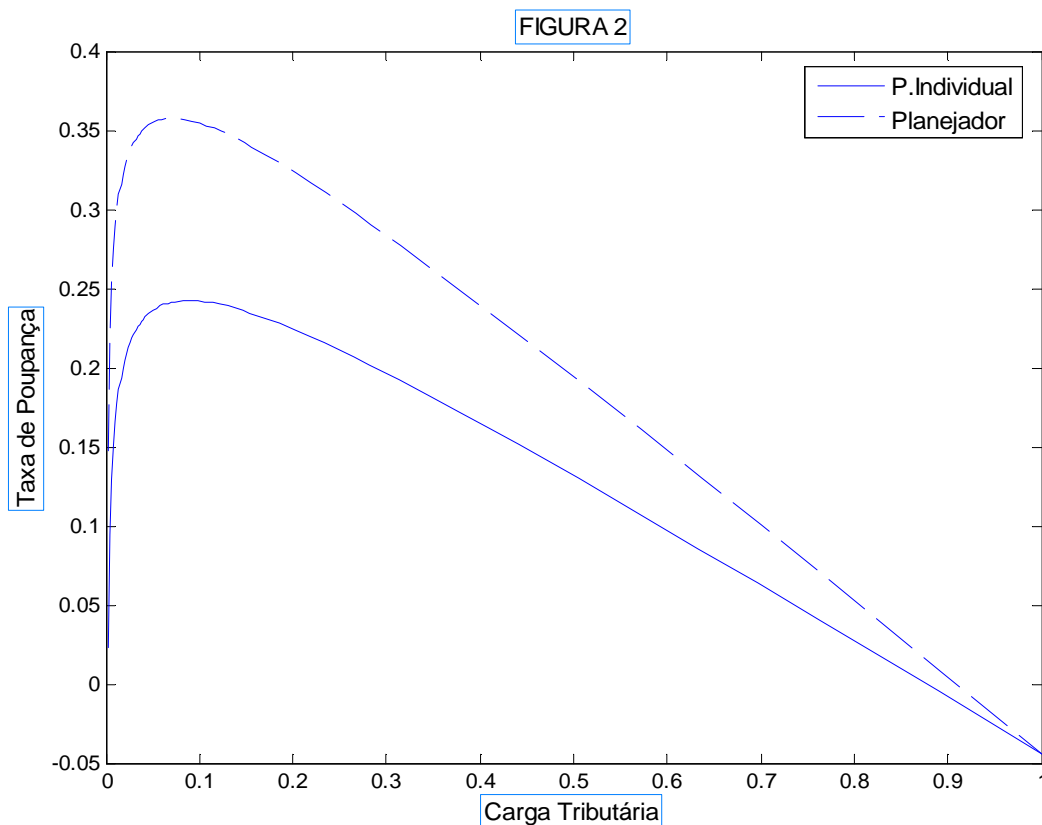
Fonte: Elaborado pelo autor

A poupança do planejador pode ser definida a partir da taxa de crescimento centralizada equivalente à equação (2.22):

$$s = \frac{\left[A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) - \rho + (\theta-1)\delta \right]}{A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} \theta} \quad (2.23)$$

Por conseguinte, com o auxílio dos mesmos parâmetros utilizados para definir a relação entre taxa de crescimento e carga tributária, construiu-se a figura 2 que descreve o comportamento da poupança do planejador representada pela equação (2.23) e do produtor individual representada pela equação (2.18).

FIGURA 2- Taxa de Poupança em função da carga tributária



Fonte: Elaborado pelo autor

A taxa de poupança máxima na economia descentralizada é 24,24% para uma carga tributária de 8,84% enquanto a poupança máxima obtida pelo planejador chega a

35,46% para uma carga tributária 10,00%. Como k/y diminui com g/y , o ponto de inflexão da curva de poupança se dá antes que o taxa de crescimento. Isto é, um valor de $\tau < 1 - \alpha$, maximizaria a poupança para o caso de uma função Cobb-Douglas.

Mas afinal, os consumidores não estão interessados em maximizar a taxa de crescimento ou a taxa de poupança; nem o governo deve adotar políticas voltadas para otimização destas variáveis. Portanto, o objetivo dos agentes é encontrar o conjunto de variáveis c , k e y capazes de atingir a utilidade máxima. Considerando-se os pressupostos assumidos até agora, que garantem que a economia está sempre em posição de crescimento estacionário; (resultando uma taxa de crescimento γ) o cálculo da utilidade é a integral da função (2.1)¹⁹:

$$U = \frac{1}{1-\theta} \left[\frac{\rho [c(0)]^{1-\theta} - (\rho - \gamma(1-\theta))}{(\rho - \gamma(1-\theta))\rho} \right] \quad (2.24)$$

Para uma função Cobb-Douglas, a maximização da utilidade coincide com a maximização da taxa de crescimento. Portanto, a partir de (2.8), tanto a utilidade quanto a taxa de crescimento são maximizadas quando: $\phi' = 1, \varepsilon = g/y = 1 - \alpha$. Utilizando-se, portanto, a taxa de crescimento derivada para as economias centralizada (2.23) e descentralizada (2.18), mais o nível de consumo²⁰:

$$c(0) = \frac{k(0)}{\alpha} [\rho + \gamma(\theta + \alpha) + \delta(1 - \alpha)] \quad (2.25)$$

pode-se estabelecer uma relação entre utilidade e crescimento indiretamente, através da variável de política τ . Assim, com os mesmos parâmetros utilizados até agora, os níveis de utilidade tanto para produtor individual quanto para o planejador, coincidem na mesma taxa de carga tributária 25%, para qualquer nível inicial de capital.

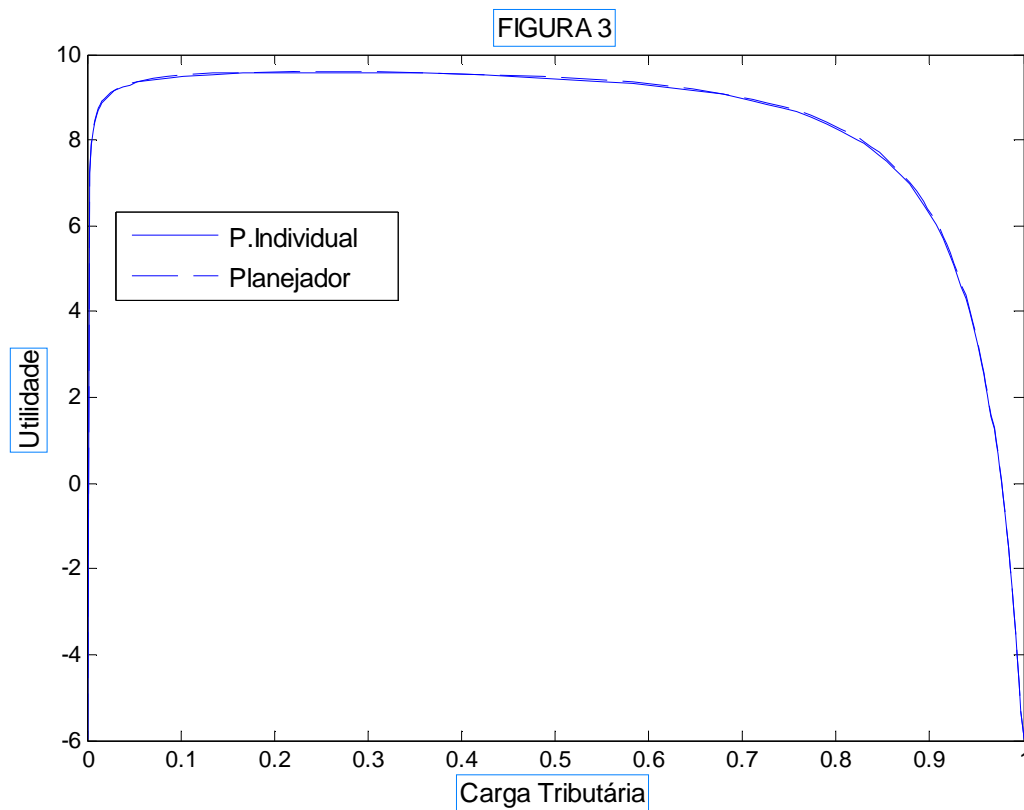
As curvas da utilidade do planejador e do produtor individual são quase coincidentes. Para $k(0) = 100$, a utilidade máxima atingida pelo planejador é 9,6, levemente superior a do produtor individual 9,58. No entanto, as duas curvas atingem seu máximo com a

¹⁹ Ver apêndice A1 (10).

²⁰ Ver apêndice A1 (6b).

carga tributária em 25%. Vale reiterar que esta coincidência só é válida pois a função de produção tem o coeficiente de elasticidade produto fator público constante.

FIGURA 3- Utilidade do consumidor em função da carga tributária



Fonte: Elaborado pelo autor

2.4 O Modelo dos Bens Públicos Puros

O modelo de bens públicos puros destaca os efeitos de transbordamento advindos do caráter de não rivalidade dos insumos governamentais disponíveis ao produtor individual. Outro ponto que surge da estrutura proposta por Barro e Sala-i-Martin (1992b), são os efeitos de escala, que vinculam as taxas de crescimento das variáveis ao estoque do fator trabalho.

Não obstante, como a estrutura matemática do modelo é muito próxima ao anterior, derivar-se-á uma maneira quantitativa de corrigir a taxa de crescimento sub-ótima na economia descentralizada, mantendo-se a tributação sobre a renda.

2.4.1 A Economia Descentralizada

No modelo dos bens não rivais e não excludentes, o estoque total das compras governamentais G está à disposição dos produtores, e o uso dos serviços prestados pelo governo a uma firma não implica redução dos serviços prestados à outra. Neste caso, a função de produção apresenta o seguinte aspecto:

$$y_i = k_i \left(\frac{G}{k_i} \right)^{1-\alpha} \rightarrow 0 < \alpha < 1 \quad (2.26)$$

A equação (2.26) postula que, à medida que o total dos bens e serviços públicos ΔG aumenta, aumenta a quantidade de insumos disponível à firma individual²¹. Não obstante, a função de produção apresenta retornos decrescentes para os fatores privados (em unidades intensivas), mas retornos constantes em k e G para um L constante²². Obviamente, a função pode ser reescrita em termos absolutos, com a economia apresentando retornos constantes para os insumos privados K_i e L_i , e retornos crescentes combinando-os com G .

Conquanto, pois, $k_i = K_i / L_i$, a função (2.26) pode ser reescrita na forma de:

$$Y_i = L_i k_i^\alpha G^{1-\alpha} \quad (2.27)$$

²¹ O melhor exemplo para se compreender a assertiva é considerar um exemplo simples: à medida que aumenta o montante total de recursos disponíveis à pesquisa pública, a produtividade das firmas individuais também aumenta, pois (teoricamente) todas as firmas tem acesso gratuito à pesquisa pública. Para uma discussão detalhada, ver Barro (1997). Há de se destacar que o G desta forma funcional pode ser utilizado para representar um estoque de capital físico Aizenman (2007).

²² Como será analisado posteriormente, o crescimento de L faz com que a taxa de crescimento das variáveis c e y e k deixe de ser constante. No mais, o crescimento de L rompe o equilíbrio dinâmico.

Assim, como G representa o total de insumos governamentais, ele deve ser financiado por uma taxa sobre o total produzido pela economia:

$$G = \tau Y \quad (2.28)$$

Considere-se que τ e, conseqüentemente, a razão dos gastos públicos/produto, incida sobre a quantidade produzida pelas firmas. A função lucro da firma é:

$$\pi(K_i, L_i) = \int_0^\infty \left[L_i \left[p(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) - w_i - m(i) \right] \exp - \int_0^t r(s) ds \right] dt \quad (2.29)$$

onde $k_i = K_i / L_i$, w é a taxa de salários, $r(t)$ a taxa de juro entre os tempos 0 e ∞ , p é o preço do produto homogêneo da economia enquanto m representa o custo marginal do investimento²³. As condições de primeira ordem resultam²⁴:

$$r(t) + \delta = \frac{p(1-\tau)}{m} \alpha Ak_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} \quad (2.30)$$

$$w = p(1-\tau)(1-\alpha) Ak_i^\alpha G^{1-\alpha} \quad (2.31)$$

A taxa de aluguel se iguala ao produto marginal do capital $PMgK$ enquanto a taxa de salários se iguala ao produto marginal do trabalho $PMgL$. A partir das equações (2.26) e (2.27) e considerando-se o equilíbrio da economia $k = k_i$, G é equivalente a:

$$G = (\tau AL)^{1/\alpha} k \quad (2.32)$$

Enquanto (2.30) e (2.32) resultam:

²³ Como existe apenas um tipo de capital que é perfeitamente substituível com títulos mensurados em unidades de consumo o preços podem e estão fixados na unidade. p e m , estão em destaque por razões que se tornarão óbvias posteriormente.

²⁴ Ver apêndice (A1) (11)

$$r + \delta = (1 - \tau) \alpha A^{1/\alpha} (L\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} \quad (2.33)$$

Conquanto, pois, não haja nenhuma restrição institucional ao tamanho da carga tributária τ , ela se ajusta automaticamente à razão gastos do governo/produto. Repare que a taxa de aluguel não varia em k e aumenta em L .

Inserindo-se a taxa de aluguel na equação (2.5):

$$\gamma = 1/\theta \left[\alpha A^{1/\alpha} (L\tau)^{(1-\alpha)/\alpha} (1 - \tau) - \delta - \rho \right] \quad (2.34)$$

Como derivado no modelo dos bens rivais e excludentes, os efeitos do governo no crescimento envolvem dois canais quantificáveis: o termo $(1 - \tau)$ representa o efeito negativo da taxação no produto marginal do capital pós-taxação enquanto o termo $\tau^{(1-\alpha)/\alpha}$ representa o efeito positivo dos serviços públicos, G , neste produto marginal. Não obstante, derivando a equação (2.34) em relação a τ obtém-se o tamanho ótimo do governo:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} \rightarrow \tau = G/Y = 1 - \alpha \quad (2.35)$$

Conforme colocado anteriormente, o produto marginal do total dos serviços públicos é unitário:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = (1 - \alpha) G^{-\alpha} A L^{1-\alpha} K^{\alpha} \left(\frac{G}{G} \right) = (1 - \alpha) / \tau \quad (2.36)$$

A equação acima deve ser analisada sobre o princípio utilitarista da equalização do custo e benefício marginal. Em suma, o custo de uma unidade de G é 1 equivale ao benefício marginal $\partial Y / \partial G$. Repare que, a condição de maximização se dá sobre a soma da produção das firmas na economia $iY_i = Y$, em relação ao total de insumos governamentais.

2.4.2 A Economia Centralizada

Conforme proposto no modelo generalizado, a forma mais fácil de quantificar a perda do bem estar na economia descentralizada, é convocar a figura do hipotético planejador social e maximizar a utilidade das famílias (2.1) sujeito à identidade dos recursos na economia:

$$K' = ALk^\alpha G^{1-\alpha} - G - C - \delta K \quad (2.37)$$

Este exercício gera uma taxa de crescimento igual²⁵ a:

$$\gamma_p = \frac{1}{\theta} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} L^{1-\alpha/\alpha} [A(1-\alpha)]^{1/\alpha} - \rho - \delta \right) \quad (2.38)$$

Esta taxa de crescimento é maior que na economia descentralizada, pois o planejador percebe que os insumos governamentais aumentam a produtividade dos fatores privados. Tecnicamente, a taxa de crescimento do planejador central depende do $PMgK$ enquanto o investidor individual considera $(1-\tau)PMgK$. Ainda assim, a maximização da taxa de crescimento em relação a carga tributária permanece sendo²⁶:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 1 - \alpha \quad (2.39)$$

Este resultado foi explicado na seção anterior, mas não completamente. A solução (2.39) fornece argumento para uma política fiscal que não implica necessariamente à substituição de um imposto sobre a renda para um imposto sobre o consumo²⁷.

A política fiscal alternativa pode se dar através de um subsídio ao investimento em capital $m(1-s)$ ou, um subsídio direto à produção $p(1+s)$. Para uma

²⁵ Detalhes da derivação no apêndice.A1 (12)

²⁶ Ver apêndice A1(13)

²⁷ Uma política fiscal que signifique apenas a mudança de um imposto sobre a renda para um imposto sobre as quantidades têm severas implicações para modelos de bens e serviços públicos sujeitos a congestionamento. Daí a relevância de uma política fiscal alternativa, capaz de levar a economia ao ótimo de Pareto mantendo a tributação sobre a renda.

função Cobb-Douglas, o subsídio à compra de capital deve ser equivalente a taxa de $(1 - \alpha)$, enquanto um subsídio à produção deve ser equivalente a uma taxa $(1 - \alpha)/\alpha$ ²⁸.

A partir da equação (2.30), pode se perceber o efeito dos subsídios sobre o investimento:

$$\frac{\partial \pi}{\partial K_i} = p(1 - \tau)\alpha \frac{Ak^{\alpha-1}G^{1-\alpha}}{m(1 - s_i)} = \alpha A^{1/\alpha} (\tau L)^{1-\alpha/\alpha} \quad (2.40)$$

E sobre à produção:

$$\frac{\partial \pi}{\partial K_i} = p(1 + s_{pr})(1 - \tau)\alpha \frac{Ak^{\alpha-1}G^{1-\alpha}}{m} L^{1-\alpha} = \alpha A^{1/\alpha} (\tau L)^{1-\alpha/\alpha} \quad (2.41)$$

Assim, normalizando os preços, a taxa de retorno do capital na iniciativa privada se iguala a taxa da economia centralizada, retornando ao ótimo de pareto²⁹.

2.4.3 Efeitos de Escala

Considerando esta definição de bens públicos, Samuelson (1954), a economia se beneficia pela maior escala, pois os serviços governamentais podem ser compartilhados sem nenhum custo sobre os usuários adicionais. Se, portanto, o L presente nas equações (2.33) e (2.37) puder ser identificado com a força de trabalho agregada, países com mais trabalhadores tenderiam a crescer mais depressa que países com baixo crescimento demográfico. Destaque-se que esta condição não precisa estar relacionada diretamente com a população de um determinado país, mas a população mundial, por exemplo.

Ressalve-se que, na presença de efeitos de escala, a combinação dos fatores públicos e privados (por não haver congestionamento e/ou exclusão) faz com que as taxas de crescimento deixem de ser constantes, puxando-as para cima em função do crescimento da força de trabalho. Fica evidente, portanto, que o modelo foi construído a fim

²⁸ As taxas para correção no modelo anterior são as mesmas.

²⁹ Esta solução é idêntica para os bens rivais e excludentes discutido anteriormente.

de evitar esta possibilidade, ao considerar que cada firma negligencia a participação do seu próprio capital no agregado; mantendo-se tanto L_i quanto L fixos.

A flexibilização da taxa de crescimento de L repercutiria imediatamente na função consumo; e as taxas de crescimento do produto e capital não se alinhariam, rompendo o equilíbrio dinâmico³⁰. Por outro lado, repare que, dada a especificação da função de produção da firma individual, tais efeitos poderiam ser reproduzidos em L_i . Esta hipótese sugere que, se houver retornos crescentes ao nível de firma, (devido ao pleno acesso aos insumos governamentais) ela eventualmente cresceria mais que as outras ganhando poder de mercado e, por conseguinte, violando a hipótese de concorrência perfeita.

Uma das maneiras de evitar os efeitos de escala se dá através de modelos que consideram o congestionamento dos serviços públicos. Alguns destes modelos serão analisados na próxima seção.

2.5 O Modelo de Bens-Públicos Sujeitos a Congestionamento

Os bens sujeitos a congestionamento apresentam uma mistura das características dos dois tipos de bens apresentados acima. Neste caso, o bem público é rival, mas não excludente. Os bens e serviços sujeitos a congestionamento podem estar relacionados à infra-estrutura, ou a um fluxo de serviços prestados pelo governo conforme proposto por Barro e Sala-i-Martin (1992c) e Barro e Sala-i-Martin (1997).

2.5.1 O Congestionamento Relacionado à Infra-Estrutura Pública

Considere-se que o governo disponibiliza ao produtor individual uma quantidade de insumos equivalentes à razão entre o total da compras governamentais, G , e o total do estoque de capital privado disponível na economia K ³¹. Se, portanto, o governo não

³⁰ Ver apêndice A1 (14).

³¹ Conforme exemplificado por Barro (1992c), G poderia representar a quilometragem total de uma estrada enquanto K o total de carros utilizando esta estrada. Não obstante, a quantidade de serviços disponível para os produtores diminui à medida que os produtores aumentam o nível de uso.

investir o suficiente e a taxa de crescimento do capital privado superar a taxa de crescimento do fornecimento de bens e serviços públicos, a taxa de crescimento da economia não apresentará rendimentos constantes, impossibilitando o crescimento endógeno.

Formalmente, a função de produção de cada produtor pode apresentar a seguinte composição:

$$Y_i = AK_i f(G/K) \rightarrow f' > 0 \quad f'' < 0 \quad (2.42)$$

Em que Y_i é o produto da i -ésima firma, K_i a quantidade de insumos privados da i -ésima firma e o termo (G/K) representa o congestionamento da infra-estrutura pública pelo aumento da oferta de capital privado. Ou seja, esta função é basicamente o modelo AK^{32} modificado pela externalidade advinda do fornecimento de insumos governamentais à atividade produtiva. O elemento crucial na equação (2.42) é que a decisão do produtor individual em expandir seu próprio capital K_i reflete-se num incremento marginal do capital total, congestionando às instalações (bens públicos) disponíveis aos demais produtores. Sem uma cobrança direta ao usuário do serviço, portanto, haveria um uso excessivo do bem público. Neste caso em particular, o produto marginal privado excede o produto marginal social e o crescimento descentralizado é muito alto.

Para se atingir um crescimento equilibrado a partir da expressão (2.42), faz-se necessário a implementação de um imposto sobre a renda. Esta medida internaliza a distorção causada pelo congestionamento, pois equivale a uma taxa cobrada ao usuário do serviço público.

Como nos modelos anteriores, não obstante, o produtor individual faz escolhas baseadas nos fatores que lhe pertencem, ignorando os impactos de suas escolhas no agregado da economia. Formalmente:

$$\begin{aligned} \pi &= \int_0^{\infty} \left((1-\tau) Ak_i f(G/K) - i \right) \exp \int_0^t r(s) ds \\ r(t) &= (1-\tau) Af(G/K) - \delta \end{aligned} \quad (2.43)$$

Se, portanto, G e K crescem a mesma taxa, a taxa de crescimento resultante é uma constante:

³² Ver Rebelo (1991), para uma discussão do modelo AK , com K englobando capital humano.

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left((1-\tau) Af(G/K) - \delta - \rho \right) \quad (2.44)$$

Quantitativamente $f(G/K)$ pode ser definido como $(G/K)^{1-\alpha}$. Com efeito, se a carga tributária incide sobre à produção agregada:

$$G = \tau i Y_i = \tau AK (G/K)^{1-\alpha} \rightarrow G_K = (\tau A)^{1/\alpha} \quad (2.45)$$

Os microfundamentos derivados nos modelos anteriores se mantêm; e o tamanho ótimo do governo é³³

$$\frac{\partial \gamma_{G_K}}{\partial \tau} = 1 - \alpha \quad (2.46)$$

enquanto o produto marginal do bem público corresponde a condição de eficiência produtiva $\partial Y / \partial G = 1$:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = (1-\alpha) AK (G/K)^{-\alpha} \frac{1}{K} \frac{G}{G} = (1-\alpha) AK (G/K)^{1-\alpha} / G = (1-\alpha) / \tau \quad (2.47)$$

Enfim, substituindo-se 2.45 e 2.44 em 2.43, a taxa de crescimento, expressa quantitativamente é igual a:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho \right) \quad (2.48)$$

Há de se destacar que, neste caso, a taxa de crescimento do planejador social é a mesma da economia descentralizada³⁴. Isto se dá, pois, quando aumenta K_i , o produtor individual tem de fornecer recursos suficientes para manter serviços públicos disponíveis para os demais, isto é, manter a relação G/K constante. Assim, a compensação necessária à manutenção do equilíbrio em G/K é $G/K \times \Delta K$. A taxa τ , proporcional a G/K ,

³³ Ver apêndice A1 (15)

³⁴ Ver apêndice A1 (16)

fornece exatamente o correto incentivo para que o produtor individual produza no nível socialmente ótimo.

Vale ressaltar que, enquanto para o produtor individual a equação (2.42) satisfaz retornos constantes para os insumos privados K_i , se o estoque de capital público crescer num ritmo inferior ao estoque total de capital privado, a função de produção agregada apresentará retornos decrescentes devido aos efeitos de congestionamento.

2.5.2 O Congestionamento dos Serviços Públicos

Como discutido anteriormente, os bens públicos sujeitos a congestionamento são automaticamente relacionados à infra-estrutura pública. No entanto, existem diversas atividades que podem ser passíveis de congestionamento; principalmente atividades ligadas à proteção de direitos de propriedade: serviços de polícia, tribunais, defesa nacional etc... Tais atividades podem ser vistas como a probabilidade das pessoas reterem seus bens³⁵ ou, numa visão mais ampla, ter acesso a serviços relacionados à assistência social, saúde e educação.

Para formalizar o raciocínio, suponha que f seja uma função crescente da razão gastos públicos/produto G/Y . Assim, a função de produção do produtor individual pode ser reescrita conforme proposto por Barro E Sala-i-Martin (1997):

$$Y_i = AK_i f(G/Y) \quad f' > 0 \quad f'' < 0 \quad (2.49)$$

A interpretação da função é rigorosamente a mesma proposta para os bens relacionados à infra-estrutura. Um aumento em Y_i para dado G *reduz* os serviços públicos disponíveis aos demais produtores, inviabilizando uma taxa de crescimento de equilíbrio de longo prazo. Se, portanto, o governo ajusta a carga tributária de acordo com a razão G/Y , a maximização do lucro da firma individual produz a seguinte taxa de retorno do capital:

$$r(t) - \delta = (1 - \tau) f(\tau) \quad (2.50)$$

³⁵ Sentindo-se incentivadas a investir e acumular capital

Com efeito, obtém-se a taxa de crescimento de equilíbrio de longo prazo:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} (A(1-\tau)f(\tau) - \delta - \rho) \quad (2.51)$$

A equação acima diz que a taxa de crescimento na economia será constante conquanto o governo mantenha a razão G/Y constante. No mais, a relação entre γ e τ opera conforme o modelo geral: para baixos valores de τ , o efeito positivo de G/Y predomina, para grandes valores de τ o contrário. O valor máximo de γ é atingido através de:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} &= A(1-\tau)f'(\tau) - Af(\tau) = 0 \\ f(\tau) &= (1-\tau)f'(\tau) \end{aligned} \quad (2.52)$$

que implica a condição de eficiência para o tamanho do governo $\partial Y / \partial G = 1$.

Enfim, caso haja uma deterioração (congestionamento) do aparato estatal, menor a produtividade do capital e menor a taxa de crescimento potencial da economia.

Vale destacar aqui, que com um pouco de abstração, o leque de bens sujeitos a congestionamento ultrapassa os limites estreitos da definição neoclássica de bens públicos. O exemplo mais discutido de bem público que se encaixa em mais de uma categoria é a segurança nacional. Barro (1992c) cita Thomson (1974) e sua proposição que, à medida que aumenta o capital (riqueza) de um país, fica mais caro defendê-lo. Uma estagnação, portanto, na estrutura militar de uma nação que continue enriquecendo, afetaria a confiança da coletividade em segurança, reduzindo o nível global dos investimentos.

Saúde e educação também podem estar sujeitos a congestionamento. Como bens rivais que são, àqueles que não tem acesso ao serviço contratado junto à iniciativa privada, ficam sujeitos aos serviços prestados pelo governo. No caso da educação, o congestionamento se torna claro à medida que não se exclui o estudante (devido, por exemplo, a um dispositivo legal), e a qualidade do ensino se deteriora. No caso da saúde³⁶ ocorre um fenômeno parecido: a falta de médicos especializados na rede pública provoca

³⁶ Obviamente, o caso da saúde distingui-se da educação pois pode existir exclusão na medida em que o paciente mal entendido morra. Ainda assim, o mal atendimento do público em geral parece ser o aspecto preponderante.

atraso nas consultas e adiamentos de procedimentos cirúrgicos, ambos exemplos de congestionamento.

Enfim, conquanto a maior parte dos bens e serviços públicos, tangíveis e intangíveis, estejam sujeitos a congestionamento, no transcorrer do trabalho é necessário definir-se uma função de produção que englobe os efeitos de congestionamento e as externalidades advindas da formação bruta de capital fixo do setor público. Alguns autores, como Aizenmam et al. (2007), utilizam a formulação que foi definida para os bens público puros, pois o estoque total de bens e serviços na economia G aparece na função de produção. Os efeitos de escala, no entanto, conforme analisado anteriormente, são inconvenientes.

2.6 A Função de Produção Generalizada

Os modelos derivados na última seção carregam a composição capital trabalho do modelo AK modificado, restringindo à análise em relação à composição dos fatores privados. Não obstante, o congestionamento dos bens e serviços públicos sujeitos ao estoque de capital, não se mostra adequado a refletir o congestionamento de serviços prestados ao público em geral, como educação e assistência social. Também seria interessante trabalhar com uma função capaz de refletir os efeitos das externalidades advindos dos bens públicos, como defesa nacional, sem implicar efeitos de escala.

Semmler e Greiner (2000) propõe uma função de produção onde as empresas operam competitivamente, apresentando retornos constantes em relação aos próprios fatores, mas retornos crescentes quando estes são combinados com insumos governamentais. Esta função de produção é definida por:

$$Y_i = AK_i^\alpha L_i^{1-\alpha} (G_L) \quad G_L = f(G/L) \quad f' > 0 \quad f'' < 0 \quad (2.53)$$

onde as variáveis subscritas em i são o produto capital e trabalho pertencentes a firma individual, e G_L os insumos governamentais correspondente a razão entre o estoque total dos bens e serviços públicos e a força de trabalho L .

Destaque-se a diferença entre $f(G/L)$ e o g presente no modelo de bens públicos rivais e excludentes. No primeiro caso, há um ajustamento contínuo entre a força de

trabalho e o estoque total de bens e serviços públicos; no segundo caso, g representa a quantidade per capita de bens adquiridos pelo governo junto à iniciativa privado, dividido por uma base L constante. Com efeito, o ponto central do congestionamento do fator trabalho é que o produtor individual só obtém retornos constantes se se mantiver a razão G/L constante.

Definindo-se, pois, $f(G/L)$ como $(G/L)^{1-\alpha}$, a função (2.53) pode ser reescrita em unidades intensivas na forma de:

$$y_i = k_i^\alpha G_L^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.54)$$

A função (2.54) apresenta rendimentos decrescentes nos fatores privados e rendimentos constantes para a combinação dos fatores públicos e privados. Se, portanto, a taxa de aluguel e de salários é definida competitivamente³⁷:

$$r = (1-\tau)\alpha A k_i^{\alpha-1} G_L^{1-\alpha} \quad (2.55)$$

$$w = (1-\alpha)(1-\tau)(A k_i^\alpha G_L^{1-\alpha}) \quad (2.56)$$

inserindo-se (2.55) em (2.5), (se a razão G/L se mantiver constante), a taxa de crescimento do consumo na economia descentralizada também será constante e equivalente a:

$$\gamma_i = \frac{1}{\theta} \left((1-\tau)\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho \right) \quad (2.57)$$

No mais, como nas taxas derivadas anteriormente, o tamanho do governo é equivalente a carga tributária $\tau = 1 - \alpha$ e a condição de eficiência produtiva corresponde a $\partial Y / \partial G = 1$.

Devido a concepção da função de produção, ao contrário dos modelos de congestionamento propostos por Barro e Sala-i-Martin (1992) e Barro (1997), nesta estrutura o planejador central gera uma taxa de crescimento superior à equação (2.57)³⁸. Taxa esta, definida por:

³⁷ Ver apêndice A1 (17).

³⁸ Ver apêndice A1 (18).

$$\gamma_l = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho \right) \quad (2.58)$$

Destaque-se que, o simples fato de se eliminar os efeitos de escala (mantida constante a razão G/L), não garante o equilíbrio do modelo. Para valores negativos de θ , baixas taxas de desconto intertemporal ρ e alto crescimento demográfico n , o equilíbrio dinâmico pode ser rompido e as taxas de consumo, capital e produto apresentarem disparidades. No entanto, para parâmetros razoáveis provamos o equilíbrio do sistema para um *set up* centralizado³⁹.

Não obstante, o congestionamento a partir da força de trabalho, reverte o equilíbrio automático dos modelos de congestionamento submetidos à tributação sobre a renda, como discutido na seção anterior. Assim, mantido um imposto sobre a renda, faz-se necessário o emprego de políticas fiscais (subsídios), conforme descrito em 2.4.2, a fim de se obter crescimento ótimo.

Enfim, na medida em que esta função de produção apresente propriedades adequadas à análise da maior parte dos bens públicos e apresente características convenientes, será utilizada no restante do trabalho.

³⁹ Ver apêndice A1(19).

3. RESTRIÇÕES TRIBUTÁRIAS E CREDITÍCIAS EM MODELOS DE CRESCIMENTO COM GOVERNO

3.1 Introdução

Neste capítulo, de acordo com Aizenman et al. (2007), analisar-se-ão modelos de crescimento endógeno com governo cuja principal característica é a imposição de restrições que impedem o volume de financiamentos e/ou gastos ótimos.

Esta violação do pressuposto de consecução automática de uma carga tributária de equilíbrio, (como proposto por Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992)), surge junto a restrições creditícias (interna ou externa), rompendo o equilíbrio orçamentário governamental. Assim, conquanto exista uma relação de complementariedade entre fatores públicos e privados, a presença de restrições fiscais influencia tanto à trajetória de crescimento equilibrado quanto à dinâmica do déficit público.

Destaque-se que a análise se divide conforme a especificação do bem público, ou seja, conforme proposto por Aizenman et al. (2007), a caracterização neoclássica do bem público é flexionada e, na medida em que grande parte dos bens e serviços públicos esteja sujeito a congestionamento⁴⁰, efetuar-se-á um estudo sobre as perdas (em termos de taxa de crescimento), advindas das restrições sobre bens públicos sujeitos a um fluxo de serviços e a um estoque de infra-estrutura. Não obstante, embora em ambos os casos as restrições repercutam sobre o desempenho das economias, as políticas corretivas não podem ser aplicadas indistintamente. Demonstrar-se-á que, políticas públicas que impliquem endividamento, restringem-se aos bens e serviços relacionados à infra-estrutura.

Enfim, conquanto no capítulo anterior se tenha esclarecido as disparidades entre a economia centralizada e descentralizada, trabalhar-se-á apenas com a hipótese centralizada, onde às externalidades propiciadas pelos gastos/investimentos do governo são percebidas pelo planejador social.

3.2 Os Pressupostos da Economia

⁴⁰ Ver discussão no capítulo anterior.

Durante o capítulo trabalhar-se-á com a função de produção derivada no item 2.6 do capítulo anterior⁴¹. Assim:

$$Y_i = AK_i^\alpha L_i^{1-\alpha} f(G/L) \quad (3.1)$$

onde $f(G/L)$ representa os insumos governamentais disponíveis à firma individual⁴², K_i e L_i representam os insumos capital e trabalho do produtor individual enquanto o parâmetro tecnológico A é constante. Se, portanto, $f(G/L)$ for definida por $g^{1-\alpha}$ e $g = G/L$, a função de produção agregada per capita é dada por⁴³:

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha} \quad (3.2)$$

A função (3.2) apresenta retornos constantes em unidades intensivas de trabalho. Para simplificar as derivações, considere-se que a taxa de crescimento do fator trabalho seja exógena e igual a 0⁴⁴ e que a economia esteja em equilíbrio $k_i = k$, $y_i = y$.

A função objetivo para análise de políticas ótimas é dada pelo agente familiar representativo:

$$U = \int_0^\infty \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt \quad (3.3)$$

Não obstante, se o governo não tem restrições à tributação; a restrição de recursos⁴⁵ da economia pode ser escrita como:

⁴¹ Aizenman et al (2007). utilizam a função de produção proposta por Barro (1992c). Pelas razões expostas no item 2.6 do capítulo anterior e a fim de uniformizar a análise mudamos a especificação, ainda que nada altere nas conclusões subseqüentes.

⁴² Conforme discutido na seção 2 do trabalho, se $f(G/L)$ é constante, a firma apresenta retornos constantes de capital.

⁴³ i é o número de firmas e a economia se encontra em equilíbrio, $k_i = k$. Esta forma funcional elimina os efeitos de escala.

⁴⁴ No capítulo seguinte esta taxa será positiva.

⁴⁵ Substituindo as taxas de aluguel do capital e salário definidas na seção 2.6 do capítulo anterior, na equação (2.3) daquele mesmo capítulo, chega-se à equação (2.4), pois o governo gasta exatamente o que consome.

$$k' = Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - g \quad (3.4)$$

Enfim, conquanto a classificação neoclássica de bens públicos seja demasiadamente estrita⁴⁶, daqui por diante eles serão divididos de duas maneiras: bens públicos fluxo (assistência social, segurança jurídica, educação etc..) e bens públicos relacionados à infra-estrutura (saneamentos, portos, ferrovias). Ou seja, proceder-se-á a análise dos bens separadamente.

3.3 Análise dos Efeitos de Restrição Tributária e Endividamento Sobre o Fornecimento de um Fluxo de Bens Públicos

3.3.1 A Restrição Tributária

De acordo com as características da economia definidas no item anterior, a taxa de crescimento de equilíbrio na economia irrestrita; ou seja, com uma carga tributária sobre a renda exatamente igual ao fluxo de gasto do governo é:⁴⁷

$$\frac{c'}{c} = \frac{k'}{k} = \frac{g'}{g} = \gamma = \frac{1}{\theta} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} (1-\alpha)^{1/\alpha} A^{1/\alpha} - \rho \right) \quad (3.5)$$

e a razão gastos/produto iguala à carga tributária conquanto não haja endividamento passado⁴⁸: Ou seja, a economia se ajusta independentemente do tamanho dos gastos.

$$\tau = \frac{g}{y} = 1 - \alpha \quad (3.6)$$

⁴⁶ Ver seção 3 do capítulo anterior. A taxa de depreciação foi desconsiderada a fim de facilitar as manipulações algébricas. No próximo capítulo, será analisado um modelo completo com as taxas de depreciação e custos de ajustamento.

⁴⁷ Ver apêndice A2 (1)

⁴⁸ Ver apêndice A2 (1)

Considere-se, agora, que por alguma rigidez fiscal, o estado não disponha os instrumentos capazes de atingir à receita tributária necessária ao equilíbrio da economia. Esta hipótese, formalizada por Aizenman et al. (2007), faz com que à restrição orçamentária se cristalize na inequação subsequente:

$$\bar{\tau}Ak^\alpha g^{1-\alpha} - g \geq 0 \quad \bar{\tau} < 1 - \alpha \quad (3.7)$$

Por conseguinte, se a figura hipotética do planejador for convocada para maximizar (3.3) sujeito a (3.4) e (3.7), a taxa de crescimento resultante é⁴⁹:

$$\frac{k'}{k} = \frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\left(\frac{1 - \bar{\tau}}{\bar{\tau}} \right) (\bar{\tau}A)^{1/\alpha} - \rho \right) \quad (3.8)$$

No entanto, este crescimento não é sustentável, pois a taxa de juro implícita:

$$r = \left(\frac{1 - \bar{\tau}}{\bar{\tau}} \right) (\bar{\tau}A)^{1/\alpha} \quad (3.9)$$

não é a taxa de juro de equilíbrio no longo prazo, equivalente ao *PMgK*. Portanto, se $\bar{\tau} < (1 - \alpha)$ e $g/k = (\bar{\tau}A)^{1/\alpha}$:

$$r = \alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} = \frac{\alpha}{\bar{\tau}} (\bar{\tau}A)^{1/\alpha} < \frac{1 - \bar{\tau}}{\bar{\tau}} (\bar{\tau}A)^{1/\alpha} \quad (3.10)$$

A desigualdade acima deve ser lida a partir da discussão no capítulo anterior. Com um imposto sobre a renda, o equilíbrio na economia só é possível se o planejador viabilizar um subsídio de capital financiado pela carga tributária⁵⁰. Quando se opera abaixo da carga tributária ótima, no entanto, o processo de otimização direta desconsidera os efeitos do subsídio adicional ao capital privado advindo da externalidade causada pelo bem público. Com efeito, o processo de otimização deve reconsiderar a inequação (3.7), que na verdade é:

⁴⁹ Ver apêndice A2 (2)

⁵⁰ No capítulo 1, a otimização da utilidade do agente representativa pelo total dos recursos na economia embuti este subsídio naturalmente.

$$\bar{\tau}Ak^\alpha g^{1-\alpha} = g + sk \text{ e } g = \omega y \quad (3.11)$$

Reformatando o problema de otimização⁵¹:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{1-\bar{\tau}}{\omega - \bar{\tau}(1-\alpha)} \right) \alpha (\omega A)^{1/\alpha} - \rho \right] \quad (3.12)$$

em que ω é a parcela do gasto público em relação ao produto $g = \omega y = \bar{\tau}y - sk$.

A diferença fundamental de (3.12) em relação a (3.8), é a maneira como a expressão é reescrita, explicitando o subsídio em investimento de capital. Se a carga tributária não atingiu seu ótimo, a produtividade marginal dos bens públicos supera a produtividade dos bens privados. O subsídio, neste caso, deveria ser proporcional ao desvio da carga tributária ótima. Mas, no entanto, mantém-se em $1 - \alpha$. Assim:

$$r = \left(\frac{1-\bar{\tau}}{\omega - \bar{\tau}(1-\alpha)} \right) \alpha (\omega A)^{1/\alpha} = \frac{\alpha}{\omega} (\omega A)^{1/\alpha} + s \quad (3.13)$$

Por conseguinte, a política fiscal adequada, dada essa restrição à carga tributária ótima, é suprimir a parcela adicional do subsídio, fazendo com que os produtos marginais dos bens públicos e privados se equalizem⁵² (em outras palavras, a taxa de juro se iguale ao $PMgK$). Não obstante, a taxa de crescimento de equilíbrio, inferior à economia irrestrita se dá em $\bar{\tau} = \omega$:

$$\gamma = \frac{c'}{c} = \frac{k'}{k} = \frac{g'}{g} = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A^{1/\alpha} \bar{\tau}^{-1-\alpha/\alpha} - \rho \right) \quad (3.14)$$

E o consumo e produto de equilíbrio definidos pela identidade das contas nacionais:

⁵¹ Ver apêndice A2 (3).

⁵² Para uma discussão mais apurada ver apêndice A2 (4)..

$$c = (\bar{\tau}A)^{1/\alpha} \left(\frac{1}{\bar{\tau}} - 1 - \frac{k'}{k^2} \right) k \quad y = A^{1/\alpha} (\bar{\tau}A)^{1-\alpha/\alpha} k \quad (3.15)$$

Vale ressaltar que, como as externalidades proporcionadas pelo bem público melhoram a produtividade do capital e do trabalho, a eliminação da restrição à carga tributária aumenta o volume de gastos públicos, aumentando o consumo e o bem estar no equilíbrio.

3.3.2 Quantificando a Perda

Utilizando-se os parâmetros definidos no capítulo anterior: $\theta = 2$, $\rho = .1$, $\delta = .05$,⁵³ $A = .6512$, $\alpha = .75$ podemos simular quanto à taxa de crescimento de equilíbrio seria rebaixada se, por exemplo, o planejador dispusesse de uma carga tributária efetiva sobre a renda equivalente a $\bar{\tau} = .2$.

Obviamente, conforme demonstrado no capítulo anterior, a carga tributária ideal seria definida pelo coeficiente elasticidade produto-capital público; ou seja, .25. No entanto, o planejador é obrigado a viabilizar uma taxa de crescimento sustentável no longo prazo; ou seja, reduzir o subsídio adicional⁵⁴. Assim, o crescimento de 5,83% do modelo irrestrito, é reduzido para 4,88% no modelo restrito.

Como pode se observar na figura 4, a curva que relaciona a taxa de crescimento e a carga tributária, quando há uma limitação tributária (linha azul), é inferior ao modelo irrestrito (linha verde) em todo intervalo de 0 a 1. Vale ainda destacar, a importância do reconhecimento do efeito do subsídio pelo planejador social. A taxa de crescimento maximizada quando o planejador desconsidera o subsídio (linha rosa), definida pela equação 3.8, é 8,15% (para uma carga tributária de 0.2). Conforme explicado acima, esta taxa contraria os pressupostos do modelo, e não é sustentável no longo prazo.

⁵³ Para realçar às simulações a partir dos coeficientes estabelecidos no capítulo anterior, adicionou-se uma taxa de depreciação em 3.14 e 3.5. O leitor deve ter percebido que esta taxa, por não influir diretamente nas conclusões auferidas pelo modelo, foi suprimida a fim de se facilitar as demonstrações algébricas.

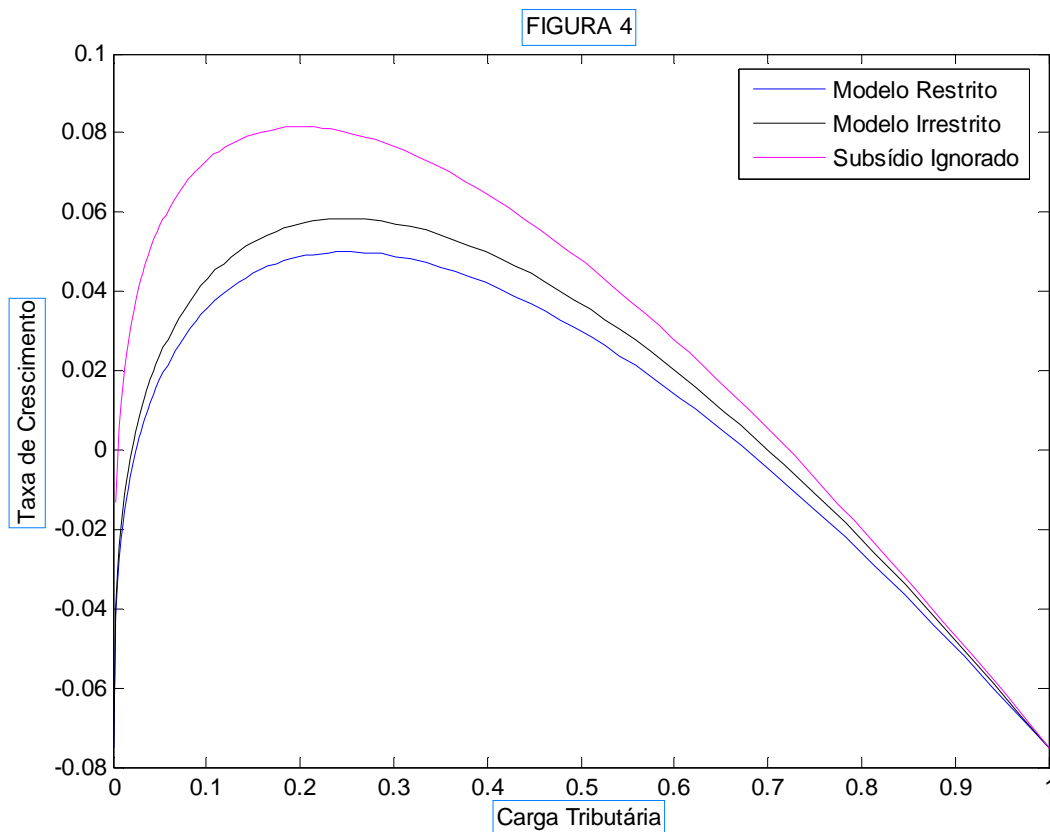
⁵⁴ Para uma discussão detalhada, ver apêndice.

3.3.3 Crescimento com Endividamento

Conquanto se abra a perspectiva de endividamento, em tese o governo poderia aumentar seus gastos na economia $\omega = g/y$, mesmo sem dispor os instrumentos necessários à obtenção do nível de carga tributária ótima. Antes de analisar esta eventualidade, no entanto, defina-se a distribuição dos gastos do governo como:

$$b' = rb - \tau Ak^\alpha g^\alpha + g \quad (3.16)$$

FIGURA 4 – Ajuste da taxa de crescimento a uma restrição tributária.



Fonte: Elaborado pelo autor

A equação (3.16) diz que o governo tem de emitir títulos b caso o volume de dispêndios g somados aos custos de rolagem da dívida pública rb superem o volume de receitas τy . Deve

ser destacado, que não há custos de ajustamento entre títulos públicos b e as compras governamentais g ; ambas medidas em unidades de consumo.

Enfim, o problema do planejador social é maximizar 3.3, sujeito a 3.4 e 3.16. Ou seja, otimizar⁵⁵:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + q(Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - g) + \eta(rb - \tau Ak^\alpha g^{1-\alpha} + g) \quad (3.17)$$

Conquanto haja o acréscimo de mais uma equação dinâmica e uma nova variável de estado b , a taxa de crescimento do consumo é:

$$\gamma = \frac{c'}{c} = \frac{k'}{k} = \frac{b'}{b} = \frac{1}{\theta}(r - \rho) \quad (3.18)$$

onde $r = \alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha}$, sujeito a razão ótima $\omega = g/y$.

Se, portanto, o governo não recebe nenhuma dívida da administração passada ($b/y = 0$), a taxa de crescimento do consumo em 3.18 é equivalente a taxa de consumo em 3.5. Não obstante, se o governo tiver de rolar alguma dívida recebida da administração passada, o processo de otimização propõe que a taxa de crescimento da dívida deva se manter constante⁵⁶:

$$\frac{g}{y} = (\gamma - r) \frac{b}{y} + \tau \quad (3.19)$$

Ressalve-se que, como à carga tributária é ótima⁵⁷ na equação (3.19), qualquer variação adicional para mais na relação dívida/PIB desviaria às variáveis do equilíbrio dinâmico, reduzindo tanto o bem estar quanto a taxa de crescimento de equilíbrio de longo prazo. Com efeito, mesmo sem a restrição tributária, um aumento da dívida pública reduz os gastos públicos e a produtividade dos fatores, reduzindo a taxa de crescimento.

⁵⁵ Ver apêndice A2 (5).

⁵⁶ Ver apêndice A2 (5).

⁵⁷ Repare que, a possibilidade de endividamento faz com que a taxa de juro de equilíbrio, difira do coeficiente de elasticidade capital público produto. No caso, para $b > 0$, $\tau > 1 - \alpha$.

3.3.4 Crescimento com Endividamento e Restrição Tributária

A hipótese de endividamento com restrição tributária deve ser analisada com mais cuidado. Como no modelo anterior, a relação chave com que se defronta o administrador de políticas públicas é⁵⁸:

$$\omega = \frac{g}{y} = (\gamma - r) \frac{b}{y} + \bar{\tau} \quad (3.20)$$

Se o governo tomar emprestado, aumenta-se o nível do gasto público hoje sob pena de diminuir a parcela do capital público em relação ao produto (g/y) no futuro. Ou seja, conquanto exista uma relação positiva⁵⁹ entre a produtividade dos fatores, a razão g/y e a taxa de crescimento, o endividamento resultará uma menor taxa de crescimento no longo prazo.

Há de se considerar ainda que, a limitação tributária, faz com que o aumento dos gastos com bens públicos diminua os gastos futuros de um nível que já está aquém do ótimo. Não obstante, como a carga tributária cresce à mesma taxa do produto, o endividamento faz com que os gastos com bens públicos cresça a uma taxa diferente do capital e consumo, violando a condição de 1ª ordem da maximização da utilidade

Por conseguinte, a estratégia ótima do governo, é manter a parcela do gasto público (e/ou a dívida herdada) em relação ao produto constante ao longo do tempo. Saldar o débito como parcela do PIB ou emprestar para aumentar temporariamente os gastos públicos, reduz o bem estar. Não obstante, a taxa de crescimento na economia é⁶⁰:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} (\alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/a} - \rho) \quad (3.21)$$

A principal diferença entre este equilíbrio (onde o orçamento do governo é dinâmico) e àquele em que a restrição orçamentária montava uma restrição de igualdade é que: quando sujeito a uma restrição de igualdade, em que não pode emprestar nem há necessidade de rolagem da dívida passada, $\bar{\tau} = \omega$. Caso o governo tenha de desviar parte do

⁵⁸ Ver apêndice A2 (6).

⁵⁹ Ver capítulo anterior.

⁶⁰ Ver apêndice A2 (7).

orçamento para administrar a dívida passada; de acordo com (3.20), $\bar{\tau} > \omega$ para qualquer $b > 0$.

Enfim, mesmo que um fluxo de gastos públicos aumente a produtividade dos insumos privados, o governo não deve emprestar para financiar suas despesas. Com déficit orçamentário, a política fiscal ótima é manter a razão dívida PIB constante, (havendo ou não restrições à receita tributária). No mais, a dívida herdada sempre diminua o bem estar e o crescimento.

3.3.5 Quantificando a Perda

Utilizando os mesmos parâmetros do exemplo anterior, e admitindo que exista uma dívida definida b/k , (ou seja, o estoque de títulos per capita dividido pelo estoque de capital per capita em unidades de consumo), pode-se quantificar o impacto do endividamento na taxa de crescimento. Para tanto, considere-se à condição de 1ª ordem da otimização (3.17) reestruturada⁶¹:

TABELA 3.1 – Carga Tributária τ , razão dívida/capital b/k , taxa de crescimento ν , gasto público sobre capital g/k e gasto de bens/serviços públicos sobre produto ω

| | | | | |
|-----------------|-------------|----------------|----------------|-----------------|
| $(\tau = 0,25)$ | $b/k = 0$ | $\nu = 5,83\%$ | $g/k = 0,088$ | $\omega = 0,25$ |
| $(\tau = 0,25)$ | $b/k = 0,1$ | $\nu = 4,65\%$ | $g/k = 0,0614$ | $\omega = 0,19$ |
| $(\tau = 0,2)$ | $b/k = 0$ | $\nu = 4,88\%$ | $g/k = 0,066$ | $\omega = 0,20$ |
| $(\tau = 0,2)$ | $b/k = 0,1$ | $\nu = 3,40\%$ | $g/k = 0,0398$ | $\omega = 0,14$ |

Fonte: Elaborado pelo autor

A tabela 3.1 demonstra um quadro comparativo do resultado obtido pelas simulações com e sem endividamento: percebe-se claramente que, independentemente do nível da carga tributária, existe uma relação inversa entre endividamento e crescimento econômico.

⁶¹ Para conservar as características das demais simulações considere-se que à acumulação de capital obedeça a seguinte equação dinâmica $k' = Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - g - \delta k$. Ou seja, adiciona-se uma taxa de depreciação que influi quantitativamente, mas não qualitativamente os resultados. Ver apêndice A2 (8).

Destaque-se que, na presença de endividamento, a carga tributária (diferente da proposta por Barro (1990)), deixa de corresponder ao coeficiente de elasticidade produto do bem público $(1-\alpha)$. No caso específico, o endividamento⁶² força a carga tributária ótima para cima fazendo com que a combinação de restrição tributária e endividamento tenha um efeito prejudicial adicional em termos de crescimento. De acordo com os dados da tabela, a posição de uma restrição tributária somada ao endividamento público, reduz a taxa de crescimento per capita (potencial) de 5,83% para 3,40%

3.4 Análise de Restrição Tributária e Endividamento Sobre a Acumulação de Infra-Estrutura Pública

3.4.1 A Trajetória de Equilíbrio no Modelo Irrestrito

Através de trabalhos como os de Aschauer (1989) e Ferreira (1996), verificou-se empiricamente à relação positiva entre os gastos com FBKF, à produtividade dos agentes na economia e o crescimento econômico. Não obstante, para formalizar teoricamente esta relação, reconsiderar-se-ão algumas das características da economia descritas no item 3.2. Particularmente, de acordo com Aizenman et al. (2007), substituir-se-á o fluxo de serviços governamentais g na identidade dos recursos (3.4), pelo investimento em infra-estrutura x :

$$k' = Ak^\alpha g^{1-\alpha} - x - c \quad (3.22)$$

A equação (3.22) diz que a variação do estoque de capital privado per capita k' , é resultado da diferença entre o investimento total da economia $y - c$, menos o investimento em infra-estrutura pública x . Com efeito, a acumulação de capital público pode ser expressa como⁶³:

$$g' = x \quad (3.23)$$

⁶² No próximo capítulo executar-se-á uma ampla simulação, onde o gasto público é definido a partir de regimes orçamentários. Nele fica evidente que o endividamento para rolagem da dívida ou aumento os gastos correntes do governo aumenta a carga tributária de equilíbrio $\tau > 1 - \alpha$.

⁶³ No próximo capítulo, quando for analisado os regimes orçamentários, esta relação será melhor trabalhada.

onde o investimento é denotado por x e a depreciação de qualquer tipo de capital é deixada de lado por simplicidade. O equilíbrio do modelo está sujeito a razão capital público/privado:

$$\frac{g}{k} = \frac{g/y}{k/y} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \quad (3.24)$$

Nó ótimo, esta razão satisfaz a taxa de crescimento do produto, consumo e capital (público e privado).

A taxa de crescimento das variáveis pode ser encontrada a partir da equação (3.3) restrita por (3.22), (3.23) e a restrição orçamentária do governo:

$$b' = rb - \tau Ak^\alpha g^{1-\alpha} + x \quad (3.25)$$

que resulta⁶⁴:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left(A\alpha^\alpha (1-\alpha)^{1-\alpha} - \rho \right) \quad (3.26)$$

E o investimento público, como parte do PIB é⁶⁵:

$$\frac{x}{y} = \gamma \frac{g}{y} = \gamma A^{-1} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \quad (3.27)$$

De acordo com (3.24), a trajetória estável requer uma mudança imediata de qualquer razão capital público privado g_0/k_0 para razão $g/k = (1-\alpha)/\alpha$. Isto pode ser alcançado sem endividamento, através de um imposto sobre a quantidade; onde as parcelas dos tributos são arranjadas de tal forma que a realização do equilíbrio é imediata:

$$T_0 = (1-\alpha)k_0 - \alpha g_0 \quad (3.28)$$

⁶⁴ Ver apêndice A2 (9).

⁶⁵ Ver apêndice A2 (10).

Mas o ótimo também pode ser alcançado emitindo dívida para financiar o acúmulo de capital privado para uso público. O montante de emissão necessária é $b_0 = T_0$. Se o valor inicial da razão capital público/privado exceder a razão ótima, então o governo vende capital adquirindo crédito no valor de $-T_0$. Se o imposto sobre a quantidade é arrecadado no montante de⁶⁶:

$$T = (r - \gamma) \frac{b_0}{y_0} y + x = (r - \gamma) \frac{b_0}{y_0} A \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)^{1 - \alpha} k + \gamma \left(\frac{1 - \alpha}{\alpha} \right) k \quad (3.29)$$

a taxa de crescimento de equilíbrio é alcançada com uma razão dívida/pib inicial constante b_0 / y_0 . Neste modelo, o investimento é reversível. Se o investimento privado é irreversível, então o ótimo inclui uma trajetória de transição finita que converge para uma trajetória estável de longo prazo. Assumiu-se que o investimento é reversível para simplificar a solução para razão dívida/pib ótima, sem a álgebra inerente à transição dinâmica.

3.4.2 O Modelo Restrito

Supondo uma rigidez que não permita ao governo arbitrar à carga tributária necessária; ou seja, o governo não possa arrecadar as receitas de acordo com (3.29):

$$T > \bar{\tau} y \quad (3.30)$$

A alocação ótima dos recursos pode ser encontrada maximizando (3.3) restrito por (3.22), (3.23) e a identidade do setor público⁶⁷:

$$b' = rb - \bar{\tau} A k^\alpha g^{1 - \alpha} + x \quad (3.31)$$

Como no modelo irrestrito, inter-relacionando às condições de 1ª ordem, pode ser derivada uma identidade tributária análoga a (3.29)⁶⁸:

⁶⁶ Ver apêndice A2 (11).

⁶⁷ Ver apêndice A2 (12).

$$\bar{\tau}y = (r - \gamma)\frac{b_0}{y_0}y + x = (r - \gamma)\frac{b_0}{y_0}y + \gamma g \quad (3.32)$$

(3.32) conduz a uma permuta entre emissão de dívida para aumentar a razão inicial capital público/privado, utilizando-se a receita tributária para financiar a manutenção e o contínuo investimento da infra-estrutura adquirida (obviamente, a restrição tributária ou forçará o governo a vender o capital adicional adquirido, ou à insuficiência de investimento fará com que a razão g/y se reduza numa transição em tempo finito. Ver discussão subsequente). Isto fica mais claro, reescrevendo-se (3.32) na forma de:

$$\bar{\tau} = (r - \gamma)\left(\frac{g}{y} - \frac{\bar{g}_0}{y_0}\right) + \gamma\frac{g}{y} = (r - \gamma)\left(\omega - \frac{\bar{g}_0}{y_0}\right) + \gamma\omega \quad (3.33)$$

pois $\frac{b_0}{y_0} = \frac{g}{y} - \frac{\bar{g}_0}{y_0}$ $\omega = \frac{g}{y}$

Não obstante, se a receita tributária é proporcional ao PIB, o produto está sujeito a rendimentos constantes e a função utilidade apresenta coeficiente de elasticidade substituição constante, a solução para o sistema resulta uma trajetória estável de equilíbrio.

$$r = \alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} \quad \gamma = \frac{1}{\theta}(\alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} - \rho) \quad (3.34)$$

Enquanto as soluções para y , c e x/y são:

$$y = A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} k \quad c = A^{1/\alpha} \omega^{1/\alpha} \left(\frac{1}{\omega} - 1 - \gamma\right) k \quad e \quad \frac{x}{y} = \gamma\omega \quad (3.35)$$

Quando, pois, a receita tributária é restrita, a solução para a razão infra-estrutura pública/ produto, dá-se pela desigualdade:

⁶⁸ Ver apêndice A2 (13)

$$\omega < A^{-1} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \quad (3.36)$$

Neste caso, a razão inicial setor público/produto pode ser menor ou maior que a razão da trajetória estável ω . Quando, pois, a razão inicial do capital do setor público em relação ao capital privado é menor que a da trajetória do crescimento equilibrado, o governo empresta para aumentar a parcela da infra-estrutura pública no estoque total do capital. Por outro lado, se a razão inicial do capital do setor público em relação ao produto supera a solução definida em (3.33), a política ótima requer que o governo venda capital público em troca de crédito público no valor de:

$$-\frac{b_0}{y_0} = \frac{\bar{g}_0}{y_0} - \frac{g}{y} \quad (3.37)$$

O governo vende capital e compra títulos se a razão inicial da infra-estrutura pública em relação ao produto excede ω e vende títulos para adquirir capital se a razão inicial é menor que ω . Isto significa que, mesmo se o governo detiver uma razão capital público/ produto inicial igual ao lado direito da inequação (3.36), (em outras palavras, a razão ideal para o modelo irrestrito), ainda assim é obrigado a vender capital público, pois a restrição à receita tributária (como parte do produto) impede que esta razão inicial possa ser sustentada no longo prazo. Se não vender capital público, o ajuste se dá na medida em que a razão capital público/privado declina até convergir para uma razão consistente com a razão capital público/produto ω (ou seja, neste caso, haveria um período finito de transição dinâmica).

Em suma, com uma restrição a carga tributária a política ótima do governo é comprar ou vender capital público a fim de atingir a razão sustentável do capital público/capital privado. A compra de capital deve ser financiada pela emissão de dívida enquanto a receita da venda deve ser usada para aumentar o crédito público. Uma vez atingida a trajetória sustentável, a razão dívida/pib deve se manter constante. Destaque-se que a taxa de crescimento de longo prazo no modelo restrito é superior (em relação ao curto prazo) devido ao juro pago para atrair poupança e realizar investimentos adicionais em infra-estrutura.

3.5 Restrições ao Endividamento

O modelo de crescimento endógeno com melhora de produtividade mediante gastos públicos revela algumas características básicas em relação à administração da dívida pública. No caso dos bens (fluxo) não estocáveis, o endividamento não é parte da política fiscal ótima (conforme discutido na seção 3.3.3 e 3.3.4). Não obstante, qualquer dívida pré-existente reduz a taxa de crescimento de equilíbrio enquanto qualquer restrição ao endividamento não altera a política ótima de manutenção da razão dívida PIB.

No caso de infra-estrutura pública, no entanto, os gastos públicos podem e devem ser financiados pelo endividamento. Se não houver custos de ajustamento, o governo deve emprestar para aumentar a razão capital público/ privado de equilíbrio, ou vender capital caso a razão capital público/privado esteja acima do nível sustentável no longo prazo.

Considere-se, pois, que tanto os financiadores internos como externos considerem as mesmas variáveis para concessão de crédito público. Neste caso, a capacidade de pagamento refletir-se-ia em uma única restrição creditícia exógena, cristalizada em um dado nível da razão dívida PIB ϕ . Como proposto acima, o relaxamento desta restrição não se traduz em benefício para os bens não-estocáveis. Para os bens relacionados à infra-estrutura, no entanto, uma restrição ao endividamento interfere diretamente nas opções de política do planejador social.

Destaque-se que a restrição ao endividamento constitui-se um obstáculo apenas para o caso de haver uma restrição à carga tributária. Se o planejador social dispuser os instrumentos necessários ao ajustamento da carga tributária ótima, pode prescindir do endividamento proposto na equação (3.29), estabilizando a razão capital público/privado através da equação (3.28). Quando, no entanto, existe uma restrição tributária (inflacionária ou não), o governo não pode emitir dívida suficiente ao financiamento da razão ótima da infra-estrutura pública/privada conforme derivado na equação (3.33).

Um limite para a razão dívida PIB está presente quando:

$$-\phi < \frac{\bar{g}_0}{y_0} - \omega \quad (3.38)$$

onde ω é a razão infra-estrutura em relação ao PIB que satisfaz a equação (3.33). Repare que a incapacidade de endividar-se rompe o equilíbrio cristalizado na igualdade (3.37), substituída pela inequação (3.38). Na presença de uma restrição ao endividamento, a política ótima é emitir até o limite ϕ .

$$\bar{\tau} = (r - \gamma)\phi + \frac{x}{y} \quad (3.39)$$

A equação (3.39) é a restrição orçamentária do governo (3.31), reescrita considerando-se uma limitação ao endividamento. Com efeito, a razão dívida PIB se mantém no limite ϕ conquanto r, γ não são necessariamente constantes. No tempo 0, o governo aumenta a razão capital público em relação ao produto num montante igual:

$$\frac{g_0}{y_0} = \phi - \frac{\bar{g}_0}{y_0} \quad (3.40)$$

onde \bar{g}_0 é o estoque de capital ex-ante e g_0 é os estoque ótimo restrito de capital do governo. Como, portanto, a condição (3.33) não pode ser satisfeita imediatamente, a parcela do investimento em relação ao produto y , x_r / y_r , é maior do que seria na ausência da restrição. Isto pode ser verificado comparando-se às taxas definidas por (3.39) e (3.31) pois:

$$se, \phi < \frac{b_0}{y_0} e (r - \gamma) > 0 \frac{x_r}{y_r} > \frac{x}{y} \quad (3.41)$$

em que x_r / y_r e a taxa de investimento público em relação ao produto quando existe uma restrição ao endividamento.

Por conseguinte, nestas condições a economia tem que passar por uma transição com um nível de infra-estrutura inferior e uma maior parcela de investimentos em relação ao produto. Ao longo da transição, a política ótima obedece às equações dinâmicas para o capital público (3.31) e privado (3.22), e a restrição creditícia em (3.38). Não obstante, a taxa de consumo é definida por:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \rho \right) \quad (3.42)$$

Esta taxa converge para uma trajetória equilibrada que satisfaz às condições:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= (r - \gamma) \phi + \gamma \frac{g}{y} \\ r &= \alpha A^{1/\alpha} \left(\frac{g}{y} \right)^{1-\alpha/\alpha} \quad \gamma = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A^{1/\alpha} \left(\frac{g}{y} \right)^{1-\alpha/\alpha} - \rho \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Durante a transição as taxas de crescimento do produto e consumo não são iguais. Mas, dada as características da função de produção, (retornos constantes de escala), e função utilidade, (coeficiente de elasticidade substituição constante), a trajetória alcança o equilíbrio no tempo finito.

No estado estacionário, a razão capital público/produto é maior quando há uma restrição ao crédito para uma dada restrição tributária. Este acúmulo adicional de capital do setor público, no entanto, reflete-se em custos advindos da distorção intertemporal na razão capital público/produto. A restrição ao crédito baixa esta razão (em relação ao ótimo) no curto prazo enquanto aumenta no longo prazo (ou seja, uma restrição ao crédito conjugada a uma restrição tributária rivaliza o pressuposto da equalização das taxas na margem).

O relaxamento da restrição creditícia durante a transição necessariamente aumenta o bem estar, pois permite a substituição intertemporal da taxa de capital público/produto atual e a taxa capital público/produto de estado estacionário. Quando as variáveis convergem para trajetória de equilíbrio, no entanto, o relaxamento da restrição não tem nenhum efeito sobre a taxa de crescimento e bem estar, pois a razão capital público/produto esta na sua trajetória sustentável de longo prazo. Portanto, os ganhos de pedir emprestado para aumentar g/y estão no passado, junto com a trajetória de transição.

O pressuposto de uma restrição exógena ao endividamento pode ser motivada por sanções indiretas que apóiam ou desencorajam empréstimos balizados no risco soberano dos países. No modelo de crescimento endógeno apresentado, esta percepção de risco é refletida pelo limite ϕy . No modelo determinista de bens públicos e crescimento, o acesso ao mercado financeiro não oferece um incentivo para pagar débitos internos ou externos. Ou seja, o modelo aliena os possíveis choques aleatórios advindos, por exemplo, de

uma redução ou melhora no perfil da dívida que resulte uma maior confiança dos credores (o que possivelmente traduzir-se-ia em um relaxamento da restrição creditícia).

Alguns modelos teóricos analisam os incentivos em saldar a dívida atual para conseguir acesso a melhores empréstimos. Se choques aleatórios de produtividade são adicionados a uma função de produção com retornos constantes de escala, tomar emprestado para suavizar o consumo pode ser eficiente mesmo se somente o fluxo de bens públicos aumentam a produtividade. Quando o modelo de Kletzer e Wright de sanções for adotado, emprestar para financiar gastos correntes ou gastos com infra-estrutura estaria limitado pelo ganho corrente de suavização contra choques aleatórios de produtividade. Neste caso, o limite aos empréstimos seria endógeno no equilíbrio restrito e eficiente.

3.6 Implicações das Restrições Fiscais na Taxa de Crescimento

Duas restrições sobre a política fiscal aparecem nos modelos de crescimento endógeno com bens públicos. O limite sobre a receita tributária como parte da produção doméstica ou renda nacional varia amplamente em diversos países. A melhora nas instituições pode aumentar a receita tributária efetiva pelo aumento da arrecadação ou reduzindo a evasão. No modelo, um sistema tributário mais eficiente se reflete por um limite maior na carga tributária efetiva em relação ao produto. Um aumento no limite superior da receita tributária aumenta a taxa de crescimento da economia permanentemente. Países com estruturas fiscais mais fortes devem ter maiores parcelas do gasto público no produto, maiores razões capital público/produto e taxas mais altas do crescimento do produto per capita do que aqueles com os mesmo parâmetros comportamentais, mas com instituições menos eficientes.

A outra restrição fiscal introduzida no modelo é uma restrição exógena ao endividamento. Uma importante conclusão do modelo é a importância relativa dos gastos correntes do governo e dos gastos públicos para o aumento da produtividade dos fatores mediante o impacto de limites de débito nas taxas de crescimento econômica. Um alto endividamento sempre diminui a taxa de crescimento, reduzindo os bens públicos no mediante a necessidade de se cumprir o serviço da dívida.

Mesmo se somente bens de infra-estrutura aumentam a produtividade, um relaxamento da restrição ao endividamento não implica, necessariamente, um aumento no crescimento. Se a economia não está inicialmente na trajetória de equilíbrio, o relaxamento da

restrição ao endividamento pode aumentar a taxa de crescimento e o bem estar. Se a economia já está na trajetória de equilíbrio estável, no entanto, a taxa de crescimento se relaciona negativamente com o endividamento. No crescimento equilibrado, o país com a maior razão dívida/pib terá a menor taxa de crescimento em relação ao menos endividado conquanto ambos apresentem os mesmos parâmetros comportamentais. O relaxamento do limite de débito em relação ao produto devido ao risco soberano, por exemplo, pode aumentar o bem estar de um país em transição e pobre em infra-estrutura. Isto acontece através da substituição de uma maior taxa de crescimento no longo prazo, por um maior produtividade dos fatores no presente (via aumento de infra-estrutura).

4. INFRA-ESTRUTURA PÚBLICA E REGIMES ORÇAMENTÁRIOS EM UM MODELO DE CRESCIMENTO COM GOVERNO

4.1 Introdução

No presente capítulo será feita uma reestruturação e aplicação do modelo de Semmler e Greiner (2000) para a economia brasileira no período 1985-2005. O modelo segue as linhas gerais dos modelos de Barro (1990) e Barro e Sala-i-Martin (1992), mas concentra à análise no impacto da infra-estrutura pública sobre o crescimento.

Uma característica importante do modelo é a possibilidade do governo tomar emprestado. Teoricamente, uma vez que existe uma correlação positiva entre infra-estrutura pública e crescimento Aschauer (1989), o endividamento governamental abriria espaço para obtenção de capital público a fim de se atingir patamares mais elevados de crescimento e bem estar.

Conforme demonstrado por Aizenman et al. (2007), quando a infra-estrutura pública se reflete na produtividade dos fatores privados, a política pública ótima implica atingir a razão ótima capital público-capital privado (g/k), (condizente com a sustentação de uma taxa de crescimento de equilíbrio no longo prazo) através de endividamento e/ou tributação (quando a razão g_0/k_0 é menor que a razão ótima) ou uma privatização inicial quando a razão (g_0/k_0) é maior que a ideal.

No entanto, enquanto no modelo de Aizenman et al (2007), as restrições fiscais se dão através de limitações explícitas de arrecadação tributária e limitações de crédito interno e externo, no presente modelo a capacidade de endividamento necessária ao alcance de uma dada razão ótima g/k , restringe-se por um conjunto de regimes e metas orçamentárias que o executor de políticas é obrigado a cumprir. Ou seja, a discriminação orçamentária, sujeita a determinados coeficientes orçamentários, força o executor de políticas a comprimir possíveis investimentos ótimos em infra-estrutura, na medida em que é obrigado a fornecer os recursos necessários à manutenção das atividades governamentais desvinculadas da formação bruta de capital fixo.

O modelo, portanto, não só cumpre o papel de definir a transição para uma trajetória de equilíbrio sustentável, mas também analisa tanto o efeito da composição do gasto público sobre o crescimento, como o nível do endividamento sobre o crescimento.

Destaque-se que as variáveis que determinam o volume de gastos, não são variáveis de escolha. No modelo de Aizenman et al. (2007), a economia é centralizada, e os gastos com infra-estrutura pública, constitui-se uma variável de controle. Na economia real, no entanto, a maior parte do orçamento está predefinida. Assim, o pressuposto do modelo de Semmler e Greiner (2000), mostra-se mais adequado à análise empírica na medida em que aliena do poder executivo parte das decisões sobre o controle orçamentário.

Não obstante, como a carga tributária e os componentes do gasto público não são variáveis de escolha, o modelo é condizente com a análise do endividamento público ótimo, pois é necessário determinar regimes orçamentários que definam o volume de gastos e endividamento do governo. A fim de compreender o maior número de cenários possíveis, o modelo determina uma variedade de regimes fiscais que decidem o comportamento do governo. Basicamente, o governo se endivida devido a gastos com infra-estrutura ou rolagem da dívida e, embora não excludentes, faz com que um deles seja o fator determinante do déficit público.

Deve ser destacado que, em qualquer um dos cenários, o endividamento do governo não implica, necessariamente, uma redução na taxa de crescimento da economia⁶⁹ pois os efeitos sobre o crescimento serão diferentes de acordo com o regime adotado. Demonstrar-se-á, não obstante, que os resultados implicam uma carga tributária diferente do coeficiente de elasticidade produto-capital público.

Posto isto, efetuar-se-á uma aplicação teórica do modelo a fim de se demonstrar, através de coeficientes orçamentários e comportamentais hipotéticos, as taxas de crescimento e endividamento ótimas, conforme a natureza do endividamento público. Na seqüência, após se analisar a evolução e estrutura do gasto público na economia brasileira, será determinado os coeficientes orçamentários no período 1985-2005. Não obstante, a partir da média dos coeficientes, pretende-se comparar os ganhos e perdas advindas de perturbações nesses parâmetros, particularmente, os efeitos de um aumento em investimentos em infra estrutura sobre as taxas de crescimento e endividamento ótimas.

⁶⁹ Como o modelo contempla um orçamento com gastos (fluxo) de bens públicos e infra-estrutura, ele não define categoricamente uma relação inversa entre crescimento econômico e endividamento. No capítulo anterior, quando o governo se endivida apenas para sustentar um fluxo de gastos públicos, demonstrou-se que existe uma relação inversa entre crescimento e endividamento.

4.2 Infra-Estrutura Pública, Endividamento e Crescimento Econômico

4.2.1 Os Agentes Privados na Economia

4.2.1.1 As famílias

Os agentes familiares se comportam de maneira competitiva, maximizando um fluxo de consumo futuro definido por:

$$\int_0^{\infty} L_0 u(c(t)) e^{-(\rho-n)t} dt \quad (4.1)$$

onde a função utilidade tem a forma de:

$$u(c(t)) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \quad (4.2)$$

e $1/\theta$, uma constante, denota o coeficiente de elasticidade entre o consumo em dois pontos no tempo.

O funcional (4.1) está sujeito a identidade dos recursos na economia:

$$c(t) + a'(t) + na(t) + b'(t) + nb(t) = w(t) + r_1(t)a(t) + (1-\tau)r_2(t)b(t) + T_p(t) \quad (4.3)$$

A restrição orçamentária (4.3), diz que as unidades familiares detêm um determinado montante de ativos, (títulos públicos e privados per capita) positivo ou negativo, resultante do fluxo das receitas e despesas ao longo do tempo em que $c(t)$ é o consumo per capita no tempo t . Os ativos acumulados pelos agentes familiares são títulos privados per capita $a(t)$ (que podem ser trocados por capital físico $k(t)$), ou títulos públicos, denotados por

$b(t) \cdot T_p(t)$ ⁷⁰ são as transferências para os agentes familiares. O termo τ é a carga tributária sobre a renda e $w(t), r_1(t)$ e $r_2(t)$ denotam a taxa de salários, o retorno do capital privado e o retorno dos títulos públicos, respectivamente. Vale também destacar que, embora títulos públicos e privados apresentem diferentes taxas de remuneração, não existe arbitragem na economia. As duas taxas de juros, portanto, estão relacionadas, diferindo em função dos níveis de depreciação e carga tributária⁷¹.

4.2.1.2 As firmas

A função de produção das firmas homogêneas é definida por:

$$Y_i = AK_i^\alpha L_i^{1-\alpha} f(G/L) \quad f' > 0 \quad f'' < 0 \quad (4.4)$$

onde as variáveis subscritas em i são o produto, capital e trabalho pertencentes a firma individual, e G o estoque de capital público sujeito a congestionamento. De acordo com a função (4.4), um aumento no fator trabalho leva a um declínio na oferta de capital público disponível aos produtores individuais.

Definindo-se, pois, $f(G/L)$ como $(G/L)^{1-\alpha}$, a função (4.4) pode ser reescrita em unidades intensivas em trabalho na forma de:

$$y_i = k_i^\alpha g^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.5)$$

A função (4.5) apresenta rendimentos decrescentes nos fatores privados, e rendimentos constantes para a combinação de fatores públicos e privados. A taxa líquida de aluguel e de salários é definida competitivamente⁷²:

$$r_1 = (1 - \tau) \alpha k_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k \quad (4.6)$$

⁷⁰ O subscrito P significa público, não privado.

⁷¹ Ver apêndice A3 (2).

⁷² Ver apêndice A3 (1).

$$w = (1 - \alpha)(1 - \tau)(k_i^\alpha g^{1-\alpha}) \quad (4.7)$$

Em que (4.6) equivale a taxa de aluguel do capital privado e (4.7) a taxa de salários da mão de obra na economia.

4.2.2 O Governo e os Regimes Orçamentários

4.2.2.1 O governo

O governo redistribui os recursos na economia a partir da carga tributária imposta aos agentes privados. A evolução do endividamento estatal é definida pela identidade:

$$b' = r_2 b + C_p + T_p + I_p - T - nb \quad (4.8)$$

onde $r_2 b$ é o serviços da dívida, C_p o consumo do governo, T_p as transferências às famílias, I_p o investimento em capital fixo, e T a receita tributária. Conforme colocado anteriormente, a receita tributária equivale à taxa recolhida sobre a renda bruta dos agentes privados⁷³:

$$T = \tau(w_b + r_b k + r_2 b) \quad (4.9)$$

Assim como as famílias, o governo não pode praticar *Ponzi game*⁷⁴:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b(t) \exp - \int_0^t (r_2(s) - n) ds = 0 \quad (4.10)$$

⁷³ O subscripto b refere-se as taxas de aluguel do capital e salários pré-tributação.

⁷⁴ Saldar dívidas através de novo endividamento.

4.2.2.2 Regimes orçamentários

Os regimes orçamentários são geralmente formulados em termos de instrumentos (gastos e taxas de juros) ou em termos de metas (déficit público) ou pelo tamanho da dívida do governo. O ponto essencial sobre os regimes é a restrição à mudança na política implementada. Os governos têm pleno controle sobre a execução orçamentária, mas não podem modificar a destinação das receitas auferidas. Isto acontece, pois a discriminação dos gastos, (previdência, custeio) são definidos para longos períodos, e legitimados fora do processo político direto. Se um governo tem intenção de alterar determinado regime, precisa contar com fatores institucionais a seu favor. Portanto, o regime orçamentário age como uma restrição às decisões que o governo pode tomar⁷⁵.

Van Ewijk e van der Klundert (1993), apresentam 3 regimes orçamentários e seu impacto sobre a dinâmica do crescimento:

$$(1) \text{Blinder and Solow } X - T = \text{const}$$

$$(2) \text{Domar } X - T + ib = \text{const}$$

$$(3) \text{Barro } X - T + ib = vb$$

$$X = C_p + T_p + I_p \quad v = \text{taxa de crescimento}$$

No primeiro regime (1), desenvolvido por Blinder e Solow (1973), o governo deve manter seus gastos primários constantes, fazendo com que o déficit orçamentário esteja vinculado à rolagem da dívida pública. No segundo caso (2), proposto por Domar (1957), o governo tem de reduzir seus gastos ao longo do tempo quando o gasto público é crescente, pois a soma de todos os gastos deve ser mantida constante. No terceiro regime, (3), proposto por Barro (1979), o governo adota como meta o tamanho da dívida pública em relação ao produto.

Não obstante, para se aprofundar a análise em relação à composição do endividamento público, é necessário estipular os coeficientes básicos do orçamento. Esta discriminação dos coeficientes proporciona a interação entre o comportamento público e

⁷⁵ No Brasil este processo é ainda mais intrincado. Gastos sociais são discriminados em lei. Em que pese o aperfeiçoamento da legislação, principalmente no que tange a Lei de Responsabilidade Fiscal, o governo depende fundamentalmente de dispositivos provisórios como a DRU (desvinculação das receitas orçamentárias da união) para manter uma mínima racionalidade na execução orçamentária definida pelo legislativo.

privado no processo de acumulação sugerindo qual e como determinada conta pública deve ser alterada a fim de se atingir a melhor composição da dívida em prol do crescimento ótimo.

Defina-se que a parcela do consumo do governo em relação à carga tributária seja $C_p = \eta_2 T$ e que o total das transferências em relação à carga tributária seja igual a $T_p = \eta_1 T$ $\eta_1, \eta_2 < 1$. Não obstante, se o montante de investimento é definido por $I_p = \eta_3 (1 - \eta_0) T$, a equação de acumulação de capital público obedece a seguinte expressão:

$$g' = \eta_3 (1 - \eta_0) T - (\delta_g + n) g \quad (4.11)$$

onde δ_g é definido como a taxa de depreciação do capital público.

Através da equação (4.11) fica bastante claro que a interação dos coeficientes que determinam o ritmo de acumulação do capital público, η_3 e η_0 , também determina o equilíbrio do sistema. Antes de se detalhar o papel dos coeficientes, no entanto, há de se traçar as linhas gerais da natureza do déficit e suas fontes primárias.

O modelo preconiza duas fontes primárias de déficit: investimento público I , e rolagem da dívida pública D . No caso do endividamento devido ao investimento, duas possibilidades são colocadas: o endividamento causado exclusivamente pelo investimento $I1$ e o endividamento causado por uma combinação de investimentos e rolagem da dívida $I2$. No caso do endividamento pela rolagem da dívida pública, também são cogitadas duas possibilidades: endividamento causado exclusivamente pela rolagem da dívida $D1$ ou uma combinação de endividamento devido a rolagem da dívida e gastos em investimentos ou gastos correntes $D2$.

Destaque-se a particularização no segundo tipo de endividamento, com rolagem da dívida através do endividamento pelo consumo do governo. Ele foi proposto tendo em vista o impacto de uma redução do superávit primário em favor de aumentos no investimento público, discussão recorrente para economia brasileira no passado recente. Isto explica o porquê do coeficiente η_5 . Enfim, se $\eta_4, 1 > \eta_4 > 0$ é a parcela de rolagem da dívida, η_0 pode ser definido como:

$$\eta_1 + \eta_5 \eta_2 + \eta_4 r_2 (b/T) = \eta_0 \quad (4.12)$$

A equação (4.12) deixa claro que o coeficiente η_0 determina o regime orçamentário estudado. A fim de ilustrar a discussão, a tabela 4.1 sumariza 4 diferentes possibilidades de déficit público.

TABELA 4.1 Regimes Orçamentários

| | | |
|----|--|-------------------------------------|
| I1 | $C_p + T_p + r_2 B < T$ | DP = I _p |
| I2 | $C_p + T_p + \eta_4 r_2 B < T$ | DP = I _p + juros parcial |
| D1 | $C_p + T_p + I_p < T$ | DP = juros parcial |
| D2 | $C_p + T_p + I_p < T \quad 0 < \eta_5 < 1$ | DP = juro parcial + C _p |

Fonte: Elaborado pelo autor baseado em Semmler e Greiner (2000)

4.2.3 A Otimização do Consumo

Maximizando-se (4.1), sujeita a (4.3), (4.8) e (4.11)⁷⁶, obtém-se:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left((1-\tau) \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k - \rho \right) \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{b'}{b} = \tau \left[(\eta_0 - 1)(1-\eta_3) + (1-\eta_5)\eta_2 \right] & \left(\frac{k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}}{b k^{-1}} + \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \\ -n + (1-\eta_4) & \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{k'}{k} = k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - n - \delta_k - (\eta_2 + \eta_3(1-\eta_0))\tau \times \\ \left(k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \frac{b}{k} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

⁷⁶ Ver apêndice.A3 (2)

$$\frac{g'}{g} = \eta_3 (1 - \eta_0) \tau \left(k^\alpha g^{-\alpha} + \frac{b}{g} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g - n \quad (4.16)$$

Conforme proposto na tabela 4.1, o sistema 4.13-4.16 é capaz de contemplar quaisquer possibilidades de déficit com a escolha apropriadas dos coeficientes η_3, η_4, η_5 . Se, $\eta_3 > 1$, $\eta_4 = \eta_5 = 1$, têm-se o modelo *I1*. Neste caso, a dívida pública é saldada com a receita tributária e o déficit é causado exclusivamente pelo investimento público. Destaque-se que o investimento é financiado por duas vias: endividamento mais a diferença $T - C_p - T_p - r_2 b$.

Para satisfazer às condições definidas pelo regime *I2*, os coeficientes devem ser definidos da seguinte forma $\eta_5 = 1$, $\eta_4 \in (0,1)$, $\eta_3 > 1$. Neste caso, a maior parcela do déficit é causada pelo investimento público e uma menor (que implica um η_4 próximo a 1), pela rolagem da dívida pública. Esta composição significa que o investimento e a parcela da dívida rolada, devem ser financiados pela diferença $T - C_p - T_p - \eta_4 r_2 b$ somada ao endividamento.

Se, $\eta_3 < 1$ e $\eta_4 = 0$, $\eta_5 = 1$, obtém-se o regime *D1*. Neste caso, o déficit público é causado inteiramente pela rolagem da dívida deduzido o ganho primário refletido na primeira parcela da expressão (4.14). Ou seja, ela define o superávit primário na medida em que a rolagem da dívida é financiada por emissão de nova dívida menos o superávit primário $T - C_p - T_p - I_p$. Enfim, no regime *D2* o déficit é causado predominantemente pela rolagem da dívida pública; mas propõe um redutor do superávit primário, conquanto η_5 seja reduzida marginalmente de 1. Ou seja, há um endividamento adicional, com manutenção das despesas correntes e um *trade-off* obrigatório entre o novo endividamento e investimento em infraestrutura.

Para ilustrar as características de cada regime, foram feitas simulações para cada possibilidade de endividamento utilizando-se parâmetros η_1 e η_2 aleatórios iguais a 0,2 e 0,6 respectivamente. Os parâmetros comportamentais foram escolhidos de acordo com Barro (1990) e Semmler et al. (2002): ($\alpha = 0,75$, $\rho = 0,1$, $\theta = 2$) enquanto os parâmetros η_3 e η_4 foram propostos a fim de se identificar claramente a fonte do déficit. Assim, para os regimes *I*, $\eta_3 = 1,5$ e $\eta_4 = 0,95$; para o regime *D1*, $\eta_3 = 0,4$, $\eta_5 = 1$ e para o regime *D2*,

$\eta_3 = 0,4$, $\eta_5 = 0,85$. Enfim, se as taxas de depreciação forem fixadas em $\delta_k = 0,2$ para o capital privado e $\delta_G = 0,05$ para o capital público, a carga tributária e as taxas ótimas de crescimento e endividamento para cada regime são dadas pela tabela 4.2⁷⁷.

Os resultados obtidos não diferem muito da análise proposta por Semmler et al. (2002). Além da adição de uma nova possibilidade de endividamento, (neste caso, o regime D2 alternativo atinge uma trajetória com $v > 0$), comparando-se com o exercício proposto por Semmler et al. (2002)⁷⁸, o aumento do parâmetro η_2 mais que proporcional à redução no parâmetro η_1 ⁷⁹ leva um aumento nos gastos correntes que reduz a taxa de crescimento em todos os regimes. Este conjunto de parâmetros também força para cima o coeficiente η_4 nos regimes dos tipos *I*; enquanto para o regime *D2*, quanto menor η_5 , menor o superávit primário.

TABELA 4.2: Valores ótimos de carga tributária τ , crescimento v e endividamento b/k

| | | | |
|----|---------------|--------------|----------------|
| I1 | $\tau = 0,21$ | $v = 0,0279$ | $b/k = 0,088$ |
| I2 | $\tau = 0,21$ | $v = 0,0217$ | $b/k = 0,1058$ |
| D1 | $\tau = 0,26$ | $v = 0,0216$ | $b/k = 0,1323$ |
| D2 | $\tau = 0,26$ | $v = 0,0349$ | $b/k = 0,0858$ |

Fonte: Elaborado pelo autor

Vale ressaltar, que nos modelos onde existe equilíbrio orçamentário (conforme proposto por Barro (1990)), a carga tributária ótima iguala a parcela de investimento público (infra-estrutura pública) presente na função de produção. Com a possibilidade de tomar emprestado, os regimes orçamentários *I* apresentam uma carga tributária ótima menor que a parcela estatal na economia $1 - \alpha$, enquanto os regimes *D* apresentam uma carga tributária de equilíbrio maior. Esse desvio para menos, no caso dos regimes *I*, deve-se fundamentalmente ao endividamento que reduz a parcela da carga tributária que seria destinada aos investimentos. Nos regimes *D*, ao contrário, a carga

⁷⁷ Os valores ótimos foram encontrados a partir do sistema (4.13)-(4.16). Para uma dada carga tributária τ , as 4 equações são equalizadas para as razões $c/k, b/k, g/k$ e v .

⁷⁸ Embora não atinja ótimos múltiplos como o *global simulated annealing*, o *algoritmo trust region dogleg*, usado nas otimizações, encontra as trajetórias ótimas (coincidentes). Os resultados adicionais obtidos pelo *simulated annealing* resultam taxas de crescimento negativo e razões b/k negativas, sem sentido econômico. Ou seja, o algoritmo utilizado não prejudica em nada a análise.

⁷⁹ No modelo original $\eta_2 = 0,35$, $\eta_1 = 0,3$.

tributária é maior, pois os investimentos e parte do déficit é financiado inteiramente pela carga tributária.

No mais, não havendo restrições à acomodação da carga tributária ótima, as externalidades provocadas pelo aumento dos investimentos públicos mediante endividamento dependem de atuação de duas forças: por um lado, o aumento do investimento público através do endividamento afeta positivamente a taxa de crescimento; de outro, o aumento da dívida pública tem um efeito negativo nesta taxa. O efeito deletério dá-se através de duas vias: um aumento da dívida pública aumenta os juros que devem ser financiados pela receita tributária (regimes do tipo I), reduzindo os recursos disponíveis para investimento público (*crowding out* interno); já um aumento dos juros pagos sobre a dívida pública diminui a parcela da poupança do setor privado destinada a investimentos em capital físico, (*crowding out* externo). Este efeito é sentido tanto nos regimes do tipo I como nos regimes do tipo D.

A simulação ainda demonstra que o regime D1 apresenta uma maior razão b/k , resultando um maior serviço da dívida que “anula”, por assim dizer, os ganhos positivos advindos de um maior endividamento. Quanto ao regime D2, no entanto, a redução do superávit primário, (em outras palavras, à redução do abatimento da dívida pública efetivado pela primeira parcela do lado direito da expressão 4.14) tem um efeito positivo sobre o crescimento se, e somente se, os recursos forem diretamente canalizados para o incremento da infra-estrutura pública (conforme proposto no modelo). Destaque-se que, de acordo com a disposição do coeficiente η_5 , abaixo da unidade, ocorre uma combinação entre os efeitos multiplicadores do investimento e dos gastos públicos, produzindo uma expansão mais rápida do capital público e privado. Assim, o crescimento marginal mais que compensa o endividamento adicional conquanto a razão dívida capital seja a menor dentre as hipóteses testadas.

Comparando-se os regimes I1 e I2 diretamente, observa-se que o ganho advindo do endividamento adicional $0,05r_2b$ não se reflete em termos de crescimento. Neste caso, ocorre o oposto do regime D2. Ao se reduzir o coeficiente η_0 através de η_4 , o efeito do aumento na taxa de crescimento da dívida ($\eta_3 > 1$) supera o aumento marginal do coeficiente de investimento público resultando uma menor taxa de crescimento e uma maior razão dívida capital.

Conquanto, pois, haja uma rigidez em relação à redução nos gastos correntes do governo (como é o caso das vinculações orçamentárias dispostas na constituição brasileira), a hipótese D2, que aumenta o endividamento para financiar o consumo do

governo, constitui-se uma alternativa de política. Neste caso, a restrição à implementação da política é exógena. Na media, pois, que os agentes percebam que o governo emite para cumprir despesas correntes (ainda que exista um *trade-off* obrigatório entre endividamento e investimento público), a deterioração das expectativas pode reduzir as taxas de crescimento mediante um choque aleatório. Sem choques exógenos, no entanto, a emissão de dívida para cobrir uma pequena parte do consumo do governo e, por conseguinte, propiciar uma válvula de escape para um maior investimento público, aumenta a taxa de crescimento pois o ganho adicional de investimento público supera o ônus da dívida adicional. Ainda assim, o corte de gastos, sem emissão de dívida adicional, supera os efeitos de uma redução equivalente no coeficiente η_5 ⁸⁰.

Enfim, a tabela 4.3 apresenta como, de maneira geral, a variação nos parâmetros η_1, η_2, η_3 altera a taxa de crescimento de equilíbrio

TABELA 4.3 – Efeitos dos coeficientes orçamentários sobre a taxa de crescimento

| Regime | Aumento η_2 | Aumento η_1 | Aumento η_3 |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|
| <i>II</i> | Diminui ν | Diminui ν | Diminui ν |
| <i>I2</i> ($\eta_4 = 0,95$) | Diminui ν | Diminui ν | Diminui ν |
| <i>D1</i> | Diminui ν | Diminui ν | Aumenta ν |
| <i>D2</i> ($\eta_5 = 0,85$) | Diminui ν | Diminui ν | Aumenta ν |

Fonte: Elaborado pelo autor

4.2.4 A Dinâmica do Modelo

A teoria do crescimento endógeno fundamenta-se na eliminação dos retornos decrescentes de capital. No presente modelo, a manutenção dos rendimentos constantes de capital se dá por conta das externalidades provocadas pela presença da infraestrutura pública na economia. Não obstante, dada as características da função de produção e a ausência de limitações à tributação e endividamento, não há transição dinâmica e os

⁸⁰ Ver discussão subsequente.

parâmetros comportamentais ρ, θ e α influenciam diretamente a trajetória estável de equilíbrio da economia.

Por conta disso, a análise dinâmica do modelo consiste em estabelecer a natureza do equilíbrio ao redor da trajetória estável. Para tanto, defina-se:

$$\chi = g/k, \beta = b/k, \mu = c/k \quad (4.17)$$

Enquanto às variáveis do modelo (c, g, k e b) crescem a uma mesma taxa definida no sistema (4.13)-(4.16), as variáveis intensivas em capital (4.17), tendem a se manter constantes no equilíbrio. Com alguma álgebra⁸¹, pode se definir um sistema alternativo do modelo utilizando-se as variáveis intensivas:

$$\begin{aligned} \frac{\mu'}{\mu} = & \frac{(1-\tau)\alpha}{\theta} \chi^{1-\alpha} - \frac{(\rho + \delta_k)}{\theta} + \mu + (\delta_k + n) - \chi^{1-\alpha} + \\ & \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta'}{\beta} = & \tau[(\eta_0 - 1)(1-\eta_3) + (1-\eta_5)\eta_2] \left(\frac{\chi^{1-\alpha}}{\beta} + \alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) + \mu + (\delta_k) - \chi^{1-\alpha} + \\ & (1-\eta_4) \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\chi'}{\chi} = & \eta_3(1-\eta_0) \tau \left(\left(\frac{1}{\chi} \right)^\alpha + \frac{\beta}{\chi} \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g + \mu + (\delta_k) - \chi^{1-\alpha} + \\ & + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

A estabilidade de um sistema não-linear em \mathbb{R}^n é definida pelos sinais dos autovalores da matriz jacobiana: se cada autovalor da matriz jacobiana é negativo ou tem parte real negativa, trata-se de um estado estacionário assintoticamente estável; se a matriz jacobiana apresentar um autovalor positivo ou um autovalor complexo, trata-se de um estado estacionário instável, Simon e Blume (2004).

⁸¹ Ver apêndice A3 (3)

O sistema definido pelo sistema de equações diferenciais (4.18)-(4.20) produz uma matriz jacobina difícil de ser estudada analiticamente e, portanto, não será analisada algebricamente. Como anteriormente, a análise de dinâmica do modelo será feita a partir de um determinado grupo de coeficientes pré-determinados. Para facilitar a continuidade do trabalho, os parâmetros são os mesmos da análise anterior.

Para o regime I1, a solução de equilíbrio depende da carga tributária. Como colocado anteriormente, a taxa de crescimento máxima atingida é 2,79% para uma carga tributária igual a 21% do PIB. A tabela (4.4) fornece os autovalores $z_{1,2,3}$ para o respectivo nível de carga tributária τ , crescimento v e endividamento b/k :

TABELA 4.4 – Autovalores para o Jacobiano do regime I1

| τ | z_1 | z_2 | z_3 | v | b/k | τ | z_1 | z_2 | z_3 | v | b/k |
|--------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|---------|-------|
| 0,19 | -3,75 | 0,88 | -0,42 | 0,027 | 0,08 | 0,23 | -3,14 | 0,86 | -0,36 | 0,0278 | 0,098 |
| 0,21 | -3,42 | 0,87 | -0,39 | 0,0278 | 0,09 | 0,25 | -2,88 | 0,85 | -0,32 | 0,02740 | 0,11 |
| 0,22 | -3,27 | 0,86 | -0,37 | 0,028 | 0,093 | 0,26 | -2,77 | 0,85 | -0,30 | 0,027 | 0,114 |

Fonte: Elaborado pelo autor

Com o regime I2 acontece algo parecido com I1. A perturbação do parâmetro η_4 não altera as características da trajetória de equilíbrio, que se mantém relativamente instável, com a presença de um autovalor positivo e dois negativos. Não obstante, a tabela (4.5) fornece os autovalores para as respectivas cargas tributárias:

TABELA 4.5 – Autovalores para o Jacobiano do regime I2

| τ | z_1 | z_2 | z_3 | v | b/k | τ | z_1 | z_2 | z_3 | v | b/k |
|--------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0,19 | -3,84 | 0,94 | -0,25 | 0,0215 | 0,09 | 0,22 | -3,35 | 0,92 | -0,21 | 0,0216 | 0,11 |
| 0,20 | -3,66 | 0,93 | -0,24 | 0,0216 | 0,1 | 0,24 | -3,10 | 0,91 | -0,19 | 0,021 | 0,12 |
| 0,21 | -3,5 | 0,93 | -0,22 | 0,0217 | 0,106 | 0,26 | -2,88 | 0,9 | -0,16 | 0,0198 | 0,138 |

Fonte: Elaborado pelo autor

A trajetória de equilíbrio para os regimes cujo déficit se dá principalmente pela rolagem da dívida pública apresentam características similares tanto para D1 quanto para

D2. Os sistemas são altamente instáveis, apresentando dois autovalores positivos e apenas um negativo. Para o regime D1 têm-se:

TABELA 4.6 – Autovalores para o regime *D1*

| τ | z_1 | z_2 | z_3 | ν | b/k | τ | z_1 | z_2 | z_3 | ν | b/k |
|--------|-------|-------|-------|---------|-------|--------|-------|-------|-------|---------|-------|
| 0,23 | -1,24 | 0,68 | 1,22 | 0,02133 | 0,118 | 0,27 | -1,04 | 0,69 | 1,17 | 0,02154 | 0,137 |
| 0,25 | -1,10 | 0,70 | 1,19 | 0,02158 | 0,128 | 0,29 | -0,87 | 0,68 | 1,13 | 0,02122 | 0,147 |
| 0,26 | -1,03 | 0,69 | 1,17 | 0,02160 | 0,132 | 0,31 | -0,77 | 0,70 | 1,11 | 0,0207 | 0,157 |

Fonte: Elaborado pelo autor

Enquanto para o regime D2:

TABELA 4.7 – Autovalores para o regime *D2*

| τ | z_1 | z_2 | z_3 | ν | b/k | τ | z_1 | z_2 | z_3 | ν | b/k |
|--------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 0,23 | -0,99 | 0,73 | 2,14 | 0,0351 | 0,077 | 0,27 | -0,81 | 0,74 | 1,92 | 0,0348 | 0,089 |
| 0,25 | -0,88 | 0,74 | 2,04 | 0,0352 | 0,0832 | 0,29 | -0,69 | 0,74 | 1,92 | 0,0347 | 0,095 |
| 0,26 | -0,84 | 0,73 | 1,97 | 0,0352 | 0,0861 | 0,31 | -0,62 | 0,75 | 1,87 | 0,0341 | 0,11 |

Fonte: Elaborado pelo autor

4.3 A Composição Orçamentária da Economia Brasileira

4.3.1 Um Breve Histórico da Evolução das Despesas Governamentais

Segundo Rezende (2001), a evolução das despesas correntes do governo aponta para um aumento crescente. A média destes gastos para os períodos 1970-1974 e 1990-1995 quase que dobrou sendo que, as contas que apresentaram maior crescimento, foram os juros da dívida pública interna e as transferências com assistência e previdência.

O crescimento das despesas com os juros da dívida pública é explicado fundamentalmente pelo aumento do déficit público como colocado por Tavares (2005). Em

que pese, não obstante, a aceleração da inflação, que em determinadas ocasiões tornou a taxa de juro negativa, e o Plano Collor, que forçosamente alongou o perfil da dívida pública (reduzindo os encargos) no período pós-real, a política monetária agressiva elevou o estoque da dívida pública e seu serviço.

Os dispêndios com transferências também apresentaram um crescimento acentuado na década de 90, alcançando um patamar equivalente ao pagamento dos juros da dívida pública interna⁸². Este aumento deveu-se, fundamentalmente, à constituição de 1988, que ampliou a concessão de benefícios concomitantemente à mudança da estrutura etária da população.

As garantias constitucionais também explicam o aumento dos gastos com inativos e pensionistas no setor público a partir da década de 90. A descentralização dos recursos determinada pela nova constituição provocou uma sensível expansão dos gastos com pessoal. Segundo Baer (1995), os estados e municípios são os principais responsáveis por este acentuado crescimento nos gastos de consumo:

“A constituição de 1988 transformou em exigência que o governo transferisse 21,5% do imposto de renda e dos impostos sobre bens manufaturados para estados e municípios a partir de 1993. Como a redução dos recursos do governo federal não foi acompanhada por uma diminuição nas suas obrigações, a constituição agravou o desequilíbrio estrutural do governo federal. Além disso, os estados e municípios, - com suas receitas adicionais e sem novas obrigações, - usaram as novas receitas para aumentar suas atividades, inviabilizando uma futura descentralização das obrigações de governo”

Em contraste com os gastos com pessoal e benefícios previdenciários, os gastos com investimentos tiveram de ser reduzidos à medida que o estado perdeu a capacidade de financiá-los. No período 1991-1997, os investimentos das administrações públicas situaram-se numa média anual de 2,9% do PIB, bem abaixo do patamar observado nos gastos correntes, que no período 1990-1995, apresentaram média anual de 38% do PIB.

Além dos fatores já mencionados, utilizando-se o conceito de despesa não financeira⁸³ da União, também pode-se identificar claramente uma mudança de prioridades do estado nos últimos 30 anos.

⁸² Ver apêndice estatístico S1

⁸³ A utilização desse conceito é explicada por duas razões. Primeiro, a exclusão da “administração financeira”, elimina uma distorção existente na contabilização desse programa, dado que os refinanciamentos da dívida ao longo do ano são incorporados como amortizações da dívida, quando na verdade não representam desembolsos efetivos, mas apenas o mecanismo de rolagem. Segundo, eliminando as transferências que serão alocadas por Estados e municípios, gera-se um conceito de gasto efetivo do governo federal.

No ano de 1969, a produção de bens públicos, representada pela soma das funções de Administração, Defesa e Segurança, respondia por 13,2% dos gastos. O pagamento de transferências representava 40,3%, os investimentos em infra-estrutura 27,3% enquanto à produção de serviços sociais nas áreas de educação e saúde, cerca de 14%.

Conforme mostram os dados apresentados na tabela 4.8, a estrutura dos gastos traduzia um esforço no desenvolvimento da infra-estrutura econômica, na expansão do programa de Previdência Social, e nos bens públicos, marcadamente, segurança pública e defesa.

De acordo com Contador (1985), a partir da década de 80 ocorre uma mudança nesta composição, com a compressão parcial dos investimentos em favor dos serviços da dívida pública interna e externa. Após promulgação da constituição de 1988, esta inversão de prioridades se acentua ainda mais e, depois da estabilização monetária e a perda da receita inflacionária, os dispêndios do governo com infra-estrutura econômica são definitivamente reduzidos.

TABELA – 4.8 Despesas não financeiras do governo federal; distribuição por funções e programas no Brasil, 1969

| Funções/Programas | (% do total) |
|---|--------------|
| <i>1. Bens Públicos (Conceito Samuelson (1954))</i> | 13,18 |
| Administração Geral | 2,15 |
| Defesa | 10,77 |
| Segurança | 0,26 |
| <i>2. Seguridade Social</i> | 40,33 |
| <i>3. Saúde e Educação</i> | 14,32 |
| Saúde | 8,79 |
| Educação | 5,43 |
| <i>4. Infra-Estrutura</i> | 27,32 |
| Transp./Telecom. | 24,54 |
| Energia | 2,78 |

Fonte: Silva, (1972)

Entre 1995 e 1998, os percentuais médios de gastos não financeiros foram: bens públicos (18,1%), educação e saúde (17,3%), seguridade social (53%) e infra-estrutura

econômica (2,3%). Esses números revelam a mudança ocorrida no padrão de alocação dos recursos públicos federais. Segundo Rezende (2001), esta alocação de recursos se deve:

a) A ampliação dos programas de seguridade, sobretudo do programa previdência, que além de vincular os benefícios ao salário mínimo, manteve a aposentadoria por tempo de serviço.

TABELA 4.9 - Gastos públicos federais por programas, Brasil, 1990-94 e 1995-98 (R\$ milhões)

| | Média 90/94 | % do total | Média 95/98 | % do total |
|---|-------------|------------|-------------|------------|
| <i>1.Bens Públicos (Samuelson (1954))</i> | 21.503,20 | 17,97 | 31.053,75 | 18,06 |
| Ação Legislativa | 2.031,91 | 0,86 | 584,08 | 0,34 |
| Ação Judiciária | 2.869,45 | 2,40 | 3.128,03 | 1,82 |
| Segurança Pública | 1.080,48 | 0,90 | 1.140,71 | 0,66 |
| Defesa | 5.830,25 | 4,07 | 5.094,05 | 2,96 |
| Administração | 10.691,10 | 8,94 | 21.106,88 | 12,28 |
| <i>2.Seguridade social</i> | 51.538,12 | 43,08 | 91.170,40 | 53,03 |
| Previdência | 46.446,08 | 38,82 | 82.500,65 | 47,99 |
| Proteção ao Trabalhador | 5.092,04 | 4,26 | 6.276,45 | 3,65 |
| Assistência Social | N.D | N.D | 2.393,30 | 1,39 |
| <i>3.Educação e Saúde</i> | 25.984,16 | 21,72 | 29.752,94 | 17,31 |
| Educação | 9.130,02 | 7,56 | 11.084,05 | 6,45 |
| Ensino Fundamental | 2.658,01 | 2,22 | 3.945,24 | 2,29 |
| Ensino Superior | 5.354,30 | 4,48 | 5.993,30 | 3,49 |
| Outros Ensinos | 1.117,71 | 0,93 | 1.145,51 | 0,67 |
| Saúde | 16.854,14 | 14,09 | 18.668,89 | 10,86 |
| <i>4.Infra-Estrutura Econômica</i> | 2.995,78 | 2,50 | 4.011,93 | 2,33 |
| Transportes | 2.687,88 | 2,25 | 1.761,07 | 2,19 |
| Telecomunicações | 28,44 | 0,02 | 40,52 | 0,02 |
| Energia Elétrica | 177,87 | 0,15 | 170,53 | 0,10 |
| Recursos Minerais | 82,27 | 0,07 | 38,72 | 0,02 |
| Petróleo | 14,33 | 0,01 | 1,03 | 0,00 |
| <i>5.Outras Ações</i> | 17.613,58 | 14,72 | 15.937,22 | 9,27 |
| <i>6 Total da despesa Não Financeira</i> | 119.634,85 | 100,00 | 171.926,24 | 100,00 |

Fonte: Pereira, E. Piancastelli, M (1996) *apud* Rezende (2001).

b) Drástica redução na FBKF pública, que passou de 27% do orçamento do governo central em 1969, para gravitar em torno dos 2% nos anos 90, quando se observa uma redução acentuada da poupança pública e um aumento na necessidade de financiamento do déficit público.

Dividindo-se a década de 90 em dois intervalos, (1990/1994) e (1995/1998), constata-se a tendência de se comprimir os investimentos à medida que se aumenta os gastos com seguridade social e bens públicos.

De acordo com a tabela (4.9), observa-se que os programas no setor de transportes representam cerca de 90% dos gastos totais em infra-estrutura. Esta concentração de investimentos neste programa reflete a menor atratividade econômica deste setor, comparado, por exemplo, aos setores de telecomunicações e energia, onde a iniciativa privada tomou o lugar do estado. Por outro lado, percebe-se que os gastos com seguridade aumentam tão vigorosamente, que os responsáveis pela política fiscal são obrigados a cortar, inclusive, gasto com saúde e educação a fim de manter o volume das transferências.

Segundo Varsano et al. (1998), os gastos previdenciários pressionam a restrição orçamentária governamental implicando: ou o aumento da carga tributária, ou à redução na alocação dos gastos sociais em saúde e educação.

4.3.2 A Restrição orçamentária da economia brasileira⁸⁴

Segundo Khair et al. (2005), as despesas não financeiras do setor público dividem-se em 4 contas: Consumo, Transferências, Investimentos (FBKF) e Subsídios. Já as receitas não financeiras, incluem receitas tributárias (direta e indireta), e outras receitas correntes de fontes e entidades da administração indireta, (como fundos e fundações públicas), além de variações dos ativos do governo central (BACEN, previdência, tesouro nacional e governo federal), Estados e Municípios.

As transações financeiras envolvem as despesas com os juros da dívida pública interna e externa, compensações entre tesouro nacional, instituições financeiras e BACEN, além de variações na taxa de câmbio. Para se compreender melhor a Necessidade de Financiamento do Setor Público, NFSP, pode-se derivar uma restrição orçamentária na

⁸⁴ Os conceitos de NFSP, derivados nesta seção, estão disponíveis em <https://www3.bcb.gov.br/sgspub/localizarseries/localizarSeries.do?method=prepararTelaLocalizarSeries>

economia real, envolvendo, de um lado, as origens do déficit público e, de outro, suas possíveis formas de financiamento:

$$(G_{nf} - R_{nf}) + i_i D + i_f e F + i_c LB = \Delta D + e \Delta F + \Delta LB \quad (4.21)$$

O primeiro termo do lado esquerdo de (4.21) compreende o resultado primário do setor público, o segundo termo os juros sobre a dívida interna, o terceiro os juros sobre a dívida externa (inclusive variação cambial) e o quarto representa a dívida contraída junto ao BACEN. A variável e representa a taxa nominal de câmbio enquanto (i_i, i_f, i_c) as taxas de juros das respectivas variáveis.

O lado direito da restrição propõe três formas de financiar o déficit orçamentário: emissão de títulos públicos domésticos, títulos externos e operações junto ao BACEN. Por conseguinte, o aumento dos gastos públicos (financeiros ou não financeiros), resultam automaticamente em uma variação no estoque da dívida pública.

Não obstante, a equação acima pode ser reescrita considerando-se os resultados das operações ativas do BACEN, π .

$$\Delta \pi = i_f e R + i_c LB + \Delta e R \quad (4.22)$$

Se, portanto, a variação patrimonial do BACEN é função direta da remuneração das reservas internacionais em seu poder, do pagamento de juros dos títulos emitidos e da variação cambial em seu estoque de reservas; inserindo-se (4.22) em (4.21), têm-se:

$$(G_{nf} - R_{nf}) + i_i D + i_f e (F - R) + \Delta e R = \Delta D + e \Delta F + \Delta LB - \Delta \pi \quad (4.23)$$

Enfim, considerando-se que o principal passivo do BACEN é a base monetária M , e que as variações no balanço do BACEN correspondem a:

$$\Delta LB = \Delta M - e \Delta R - \Delta e R + \Delta \pi \quad (4.24)$$

substituindo-se (4.24) em (4.23), as equações inter-relacionadas fornecem a restrição orçamentárias do setor público:

$$(G_{nf} - R_{nf}) + iD + i_f e(F - R) + \Delta eR = \Delta M + \Delta D + e(\Delta F - \Delta R) \quad (4.25)$$

O lado esquerdo da equação (4.25) corresponde a NFSP, que é igual à variação da Dívida Líquida do Setor Público DLSP entre dois períodos de tempo. Subtraindo os juros nominais de (4.25), pela metodologia adotada pelo BACEN, encontra-se a NFSP primária com desvalorização cambial e, somando-se os juros reais ao resultado primário, obtém-se a NFSP operacional.

4.4 Os Coeficientes Orçamentários da Economia Brasileira 1985-2005

De acordo com os conceitos propostos na seção anterior, para se ajustar o modelo de Semmler e Greiner (2000), às estatísticas disponíveis para economia brasileira, faz-se necessário considerar alguns pontos. A ausência do setor externo é a principal limitação presente no modelo, reduzindo a análise à dinâmica da dívida pública interna⁸⁵. Para efeitos de análise empírica, portanto, a variável F será eliminada de (4.25), aproximando-a sensivelmente de (4.8). Ainda assim, outros pontos devem ser considerados: de acordo com o modelo teórico, o governo tem suas receitas limitadas às receitas tributárias, desconsiderando os resultados obtidos de outras fontes da administração pública indireta e das variações nos ativos governamentais, que constituem importante fonte de receita para o setor público consolidado.

O descolamento da receita tributária e outras receitas correntes, mesmo no âmbito da conta corrente das administrações públicas (ou seja, descartando os resultados obtidos pelas empresas estatais e BACEN), se acentuou bastante a partir de meados dos anos 80, representando parte significativa do resultado primário tanto das administrações públicas

⁸⁵ Este modelo foi proposto para economia dos EUA e da Alemanha. Praticamente não existe arbitragem entre a taxa de juros internacional e a taxa de juros destes dois países, abrindo-se espaço para se analisar o endividamento total destes países. O funcional objetivo em (4.1) diz respeito a maximização da utilidade dos agentes familiares circunscritos a uma determinada área econômica. Ou seja, os títulos públicos, contrapartida do endividamento está na mão destes agentes; não obstante, ainda que restrinja a análise, em razão da contrapartida contábil modelo considera apenas a dinâmica da dívida interna.

como do setor público consolidado. Isso se deveu a vários fatores: o impacto fiscal advindo da constituição de 88, a aceleração do processo de desestatização além do reconhecimento, por parte do governo, de pendências relacionadas às perdas provocadas pelos choques heterodoxos durante as administrações Sarney e Collor.

As operações do Banco Central também são bastante significativas ao longo da década de 90. Durante a administração Collor, houve um aumento significativo das receitas do governo central, que não só cobriram o déficit na conta corrente das administrações públicas, como proporcionaram superávits significativos no biênio 90-91. Já na primeira administração FHC ocorre o contrário: devido à reabilitação financeira do sistema financeiro nacional (PROER) e à renegociação das dívidas dos governos estaduais, o passivo do BACEN é coberto graças as receitas correntes das administrações públicas. A partir de 1995, o BACEN até criou um novo conceito para dívida pública a fim de expurgar os efeitos líquidos das receitas advindas da privatização e as despesas relacionadas aos esqueletos⁸⁶ das administrações passadas, a dívida fiscal líquida.

A Dívida Fiscal Líquida (DFL) é o equivalente às variações da DLSP, exclusive o ajuste patrimonial. Se, por conseguinte, o ajuste patrimonial (AP) é a diferença entre receitas e despesas extraordinárias ('privatizações' – 'esqueletos'), a variação na dívida fiscal líquida torna-se uma medida bastante eficiente da dinâmica da dívida pública interna, cristalizada na relação:

$$\Delta DFL = \Delta DLSP - AP \quad (4.26)$$

Em que se pese, pois, a inconsistência da política fiscal brasileira nos últimos 20 anos, a simplicidade do modelo de Semmler e Greiner (2000), força à flexibilização de algumas definições propostas na teoria. Mesmo que a análise fique restrita à evolução da conta corrente das administrações públicas (exclusive empresas estatais), ainda assim o descolamento das receitas correntes e receitas tributárias, (e seu impacto sobre a evolução da dívida interna), torna obrigatório a inclusão do resultado primário do governo central (Previdência, Governo Federal, Tesouro Nacional e BACEN) no período.

Deve se considerar ainda que, pelo lado da despesa não financeira, o modelo ignora o efeitos dos subsídios no processo de otimização, excluindo-o dos sistemas (4.13)-(4.16) e (4.18)-(4.20). Esta estrutura foi mantida, pois a partir da segunda metade dos

⁸⁶ Pendências judiciais advindas de perdas sofridas pelos congelamentos, empréstimos compulsórios etc...

anos 90, a conta reduziu-se drasticamente, gravitado entre 1% e 2% da receita corrente das administrações públicas. Destaque-se que o efeito marginal desta conta sobre o crescimento é praticamente diluído pelo processo de otimização. Afinal, se por um lado a contabilização dos subsídios (como parte da despesa primária) reduz os coeficientes dos gastos correntes propiciando um efeito positivo na taxa de crescimento; por outro lado, reduz esta taxa, pois ignora os efeitos desta conta sobre o *PMgK*, amplamente discutida nos capítulos anteriores,.

Posto isto, para análise subsequente, considerar-se-á os coeficientes orçamentários tanto em relação à receita tributária, quanto em relação ao total das receitas correntes das administrações públicas e BACEN.

De acordo com os dados disponibilizados nos apêndices estatísticos S1, no período 1985-2005 a economia brasileira apresenta 4 períodos distintos: 1º a segunda metade da década de oitenta, 2º governo Collor-Itamar, 3º real com câmbio controlado e 4º real com câmbio flutuante e metas de inflação.

No primeiro período, a carga tributária (CT) média foi de 24,34% do PIB, enquanto as receitas correntes (RC)⁸⁷ corresponderam, em média, a 25,02% do PIB. O coeficiente médio resultante da razão transferências/RC foi igual a 0,3161, a razão consumo do governo/RC foi em média igual 0,5182 enquanto a razão investimentos/RC ficou em 0,124. Já o coeficiente resultante da razão transferências/CT foi em média igual a 0,324, a razão consumo do governo/CT foi em média igual a 0,5371 enquanto a razão investimentos/CT ficou em 0,127.

No segundo período a carga tributária média subiu para 26,45% do PIB enquanto as receitas correntes (incluindo administração pública e BACEN) chegaram a 34% PIB. Este descasamento, como observa Giambiagi et al. (2005), foi resultado do choque provocado pelos planos Collor I e II. Em poucas palavras, os dois pacotes não apresentaram nenhum ajuste fiscal significativo, constituindo-se arbitrariedades, que deslocaram os problemas presentes para o futuro. Assim, o descolamento das receitas correntes em relação a receita tributária foi fruto das variações nos ativos do governo; principalmente da recomposição de margem na remuneração das estatais através de tarifas públicas (Baer, 1995).

Enfim, a razão média transferências/RC ficou em 0,2958 e a razão consumo do governo/RC 0,5116 enquanto a razão investimentos do governo/RC foi reduzida

⁸⁷ Incorpora o saldo líquido das despesas não financeiras e receitas não financeiras do governo central (governo federal, previdência e tesouro nacional), O superávit/déficit das estatais, no entanto, é excluído.

para 0,091. Deve ser destacado que a recessão no triênio 90-92 colocou uma pressão adicional de baixa na receita tributária, que aumentou menos que o crescimento dos gastos. O coeficiente resultante da razão transferências/CT foi, em média, igual a 0,3875, a razão consumo do governo/CT foi, em média, igual a 0,6713 e a razão investimentos/CT ficou em 0,1189.

No terceiro período, a carga tributária subiu para 29,29% do PIB enquanto as receitas correntes subiram para 31,93%⁸⁸. A razão transferências/RC ficou em 0,3798 e a razão consumo/RC em 0,5444. Os investimentos apresentam, afinal, uma redução significativa como parcela dos dispêndios públicos, passando para 6,69% do total da receita corrente. Por seu turno, o coeficiente resultante da razão transferências/CT foi, em média, igual a 0,4143, a razão consumo do governo/CT foi, em média, igual a 0,5926 enquanto a razão investimentos/RC ficou em 0,0729.

Enfim, devido ao esforço para obtenção de um maior superávit primário no 4º período, a carga tributária subiu para, uma média de, 32,12% do PIB enquanto as receitas correntes alcançaram 36,74%⁸⁹. A razão transferências/RC ficou em 0,3342 e a razão consumo do governo/RC manteve-se nos mesmos patamares, com média de 0,5295.

TABELA 4.10 – Coeficientes orçamentários do Brasil no período 1985-2005

| Período | 1985-1989 | 1990-1994 | 1995-1998 | 1999-2005 |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| CT | 24,34% | 26,45% | 29,29% | 32,12% |
| Consumo/CT | 53,71% | 67,13% | 59,26% | 60,10% |
| Transferências/CT | 32,40% | 38,75% | 41,43% | 37,89% |
| Investimentos/CT | 12,70% | 11,89% | 7,29% | 5,54% |
| RC | 25,02% | 34,00% | 31,93% | 36,74% |
| Consumo/RC | 51,82% | 51,16% | 54,44% | 52,95% |
| Transferências/RC | 31,61% | 29,58% | 37,98% | 33,42% |
| Investimentos/RC | 12,40% | 9,1% | 6,69% | 4,88% |

Fonte: Elaborado pelo autor

Os investimentos reduziram-se adicionalmente, para 4,88 % das receitas correntes. Os coeficientes, tendo como base a receita tributária, resultaram uma razão transferências/CT

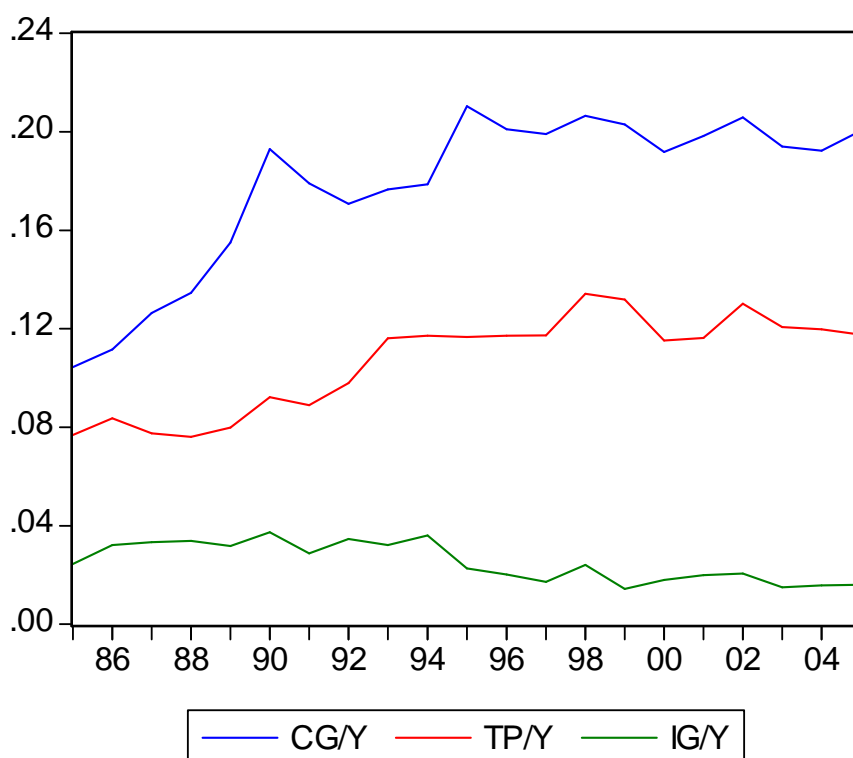
⁸⁸ Repare que o forte descolamento das receitas tributárias e o total das receitas correntes se aproximou bastante no período. Ao contrário do período anterior, em que as operações do BACEN e tesouro, cobriam o déficit das administrações públicas; neste período, é o resultado positivo nas contas das administrações públicas que cobre as operações ativas do BACEN, responsável pela reestruturação financeira de bancos estaduais e privados PROER.

⁸⁹ O descolamento entre despesas e receitas corrente no período volta a refletir a melhora na remuneração e variação dos ativos dos governos.

com média igual a 0,3789, a razão consumo do governo/CT com média igual a 0,601 enquanto a razão investimentos/CT ficou em 0,0554.

Os dados sumarizados na tabela 4.10, no entanto, transparecem o percentual dos gastos sobre uma base crescente, minimizando o impacto dos aumentos das despesas do governo com consumo e transferências. De acordo com a figura 5, fica claro que os gastos com transferências (TP/Y) e consumo da administração pública (CG/Y) são os grandes responsáveis pela compressão nos gastos de investimento (IG/Y).

FIGURA 5 – Evolução da composição dos gastos do governo (em relação ao PIB), Brasil, 1985-2005



Fonte: Elaborado pelo autor

Repare que as curvas dos gastos com custeio apresentam uma constante ascensão ao passo que a curva do investimento reduz-se sensivelmente. Como colocado anteriormente, esta dinâmica se acentua ainda mais a partir da vigência da constituição de 88, que além de vincular receitas para áreas sociais, enrijecendo a gestão orçamentária, ampliou a concessão de benefícios e aposentadorias (conta LOAS).

Doravante, faz-se necessário avaliar as estatísticas dos quatro subperíodos a fim de determinar o padrão de endividamento e os coeficientes η_3, η_4 e η_0 . Antes, vale ressaltar uma característica importante do modelo. Quando o déficit público é causado

predominantemente pela rolagem da dívida pública, o coeficiente η_4 é automaticamente zerado e, conquanto $\eta_1 + \eta_2 = \eta_0 < 1$, a magnitude do superávit primário e seu impacto na dinâmica do modelo ficam restritos à interação dos coeficientes η_3 e η_0 , particularmente, o primeiro termo da equação (4.14). Assim, o coeficiente η_4 só é relevante quanto se trabalha com déficits provocados pelo investimento público, regimes *I*.

No primeiro período, 1985-1989, o governo é predominantemente deficitário. Depois de apresentar dois pequenos superávits primários no biênio 85-86, o triênio 87-89 foi marcado por déficits consecutivos. Segundo Vasconcellos et al. (2007), a constante incerteza em relação à inflação futura obrigava o governo não só a rolar integralmente o serviço da dívida, como o BACEN se via obrigado a rolar a dívida no curtíssimo prazo (overnight). Deve ser destacado que o estoque da dívida chega a ser reduzido em 1986 devido à vertiginosa expansão da base monetária pós reforma monetária e congelamento (Cruzado I), além da desindexação dos títulos públicos, substituindo-se as antigas ORTN's por OTN's naquele mesmo ano. No entanto, os demais choques da administração Sarney (planos Bresser e Verão), não conseguiram repetir os efeitos do primeiro cruzado, (parte por mesclarem elementos ortodoxos ao choque heterodoxo, parte pela total descrença dos agentes privados no governo).

Assim, a trajetória da dívida é explosiva a partir do início de 1987 e, como o governo não dispunha dos instrumentos clássicos de controle da demanda (o aumento da taxa de juro pelo BACEN automaticamente aumentava as expectativas dos agentes em relação à inflação futura; ou seja, o descrédito dos agentes no governo e na autoridade monetária, eliminava a surpresa monetária), é obrigado a cumprir as exigências do mercado financeiro doméstico Baer (1995). Portanto, em que pese a redução da dívida pública entre 86 e 87, o endividamento em prazos curtos diários faz a variação da dívida real alcançar 58% entre 87 e 88, 63% entre 88 e 89 e 51% entre 89 e 90.

Diante deste quadro, a média dos coeficientes das despesas primárias (inclusive subsídios) é maior que a unidade para o período, descartando-se o regime *DI*. Não obstante, o montante de investimentos em infra-estrutura se mantém sempre abaixo do serviço da dívida (tendo como base tanto a carga tributária quanto o total das receitas correntes) enquanto os juros da dívida são praticamente rolados integralmente, descaracterizando-se os regimes *II* e *I2*. Enfim, como o regime *D2*, per si, é uma opção de política hipotética, o período 1985-1989 não se encaixa no modelo.

O início do segundo período apresenta uma mudança radical no comportamento do coeficiente η_4 (considerando-se a dinâmica da dívida interna). Graças ao confisco dos depósitos em poupança e os depósitos remunerados em conta-corrente, (no primeiro trimestre pós confisco, M_4 é reduzido em 80%), o governo força um alongamento da dívida interna e uma redução no estoque total da dívida (a abdução dos haveres monetários significou uma diminuição no estoque da dívida entre 90-91, da ordem de 61% entre 91-92 da ordem de 16%). Essa redução dos ativos financeiros da economia, somado, a um razoável ajuste fiscal, leva o governo a reverter os déficits primários, obtendo superávits conforme observa Faro (1990).

Obviamente, no médio prazo esta situação foi revertida e, na medida em que o Banco Central liberava os novos cruzados retidos, a dinâmica da dívida retoma seu curso explosivo e volta a ter crescimento positivo, de 53% entre 92-93 e 40% entre 93-94. Durante o ano de 92, sob a gestão do ministro Marcílio Marques Moreira, os juros reais atingem o patamar de 44% anuais (a política monetária no período atraiu capitais externos, aumentando o montante das reservas; no entanto, seu impacto sobre o processo inflacionário foi inócuo) Vasconcelos et al. (2007).

Com o fim prematuro da administração Collor, no primeiro ano da gestão Itamar, a política monetária continuou inoperante e a ação do BACEN continuou circunscrita à rolagem da dívida. Com a posse de Fernando Henrique Cardoso no ministério da fazenda, o governo consegue apoio político para implementar um vigoroso ajuste fiscal (PAI)⁹⁰, e à medida que as finanças públicas são recompostas, o ano de 94 é marcado por um novo choque heterodoxo, (Plano Real), que debela a inflação inercial e marca o início do processo de estabilização monetária.

Não obstante, os choques fazem com que fique difícil caracterizar o período categoricamente em algum dos regimes orçamentários do governo. Em todo caso, devido ao plano Collor e ao ajuste implementado nos anos 93-94, os coeficientes de investimento tendo como base tanto as receitas tributárias como as receitas correntes, são maiores que os coeficientes dos juros da dívida interna (exceto 1992) e, por conseguinte, este período se encaixa no regime *I2*. Devido aos choques, no entanto, e ao descolamento da carga tributária do total das receitas dos governos e BACEN, é difícil estabelecer, coeficientes η_3 e η_4 especificamente para o período.

⁹⁰ Plano de Ação Imediata.

Conforme colocado acima, no período pós-estabilização, o superávit primário das administrações públicas se elevou consideravelmente, mas, ao mesmo tempo, o BACEN assumiu uma série de passivos, reduzindo este montante. De qualquer modo, as contas públicas gravitaram em torno da estabilidade graças à redução no volume de investimentos. A média do período resulta um superávit primário pequeno, mas suficiente para se caracterizar o regime como *DI*. A estabilidade proporcionada pelo câmbio e a estabilização de preços, não obstante, revelou a real medida dos compromissos do governo, principalmente em se tratando dos gastos com transferências e consumo. Zerando-se, pois, o coeficiente η_4 e, considerando-se os coeficientes orçamentários tendo por base o total das receitas correntes do BACEN e governos, o período se encaixa no regime *D1*, com um coeficiente η_3 alto, próximo a 0,9.

Afinal, no período pós-desvalorização do real, o aumento agressivo tanto da receita tributária quanto das receitas correntes aumenta o superávit primário substancialmente. O choque de juros, na esteira da desvalorização cambial, dificulta a rolagem da dívida pública enquanto a razão juros da dívida/RC, é muito maior que o coeficiente IG/RC. Portanto, o período é predominantemente caracterizado pelo regime orçamentário *DI*. Ressalte-se que, no período, o coeficiente η_3 , que anteriormente se aproximava de 1, cai para 0,35, refletindo o ajuste fiscal no período que, conforme analisado acima, se dá muito mais pelo lado da receita do que da despesa. Em outras palavras, o desequilíbrio das contas públicas pela perda do imposto inflacionário só é de fato compensado no período pós-desvalorização do real conforme observa Giambiagi et al. (2005).

Os números também revelam que, à medida que o governo ajusta suas contas, abre-se espaço para cobertura quase total o serviço com juros da dívida. No entanto, os números também revelam que o governo não recuperou a capacidade de investimento, descartando a hipótese de um déficit provocado por investimentos em capital fixo.

4.5 O Ajuste do Modelo e Opções de Política

De acordo com as considerações do item anterior, realizou-se uma simulação a fim de confrontar o ajuste do modelo às razões c/k , b/k e g/k observadas na economia real. O exercício não considerou os subperíodos propostos na seção anterior. Como

já foi devidamente ilustrado, de meados dos anos 80 até a maxidesvalorização cambial ocorrida em 1999, ocorreram 7 choques heterodoxos (Cruzado I, Cruzado II, Bresser, Verão, Collor I, Collor II, Real), hiperinflação, reforma constitucional e controle do câmbio. Com efeito, o horizonte temporal foi simplificado a fim de amortecer a volatilidade dos coeficientes orçamentários.

Para fins de análise comparativa, foram considerados apenas o período de 1991-2005, e o período pós-desvalorização do real, 1999-2005.

Em relação aos regimes orçamentários, os dois intervalos temporais encaixam-se no regime *D1*. Obviamente, a variância dos coeficientes orçamentários do período 1999-2005 é menor do que no período 1991-2005. Isto se deve tanto aos gastos com juros, quanto ao volume de investimentos públicos. Ainda assim, o padrão de endividamento público caracterizado pós-implantação do real prevalece no agregado.

Além dos coeficientes efetivamente observados, não obstante, também se simulou o impacto nas razões de equilíbrio e taxas de crescimento, a partir da variação no coeficiente η_0 . Para isso, o coeficiente η_2 foi escolhido como a variável de ajuste⁹¹. A escolha se deve à recente experiência brasileira⁹², onde o poder executivo tem conseguido obter boa margem de manobra em relação ao controle dos gastos de consumo, que repercutem no grau de endividamento das administrações públicas. Por outro lado, a taxa de crescimento de despesas não obrigatórias, principalmente novas despesas administrativas e de pessoal, cristalizam-se diretamente em aumentos no coeficiente η_2 .

Posto isto, vislumbrou-se 3 cenários para economia nos dois intervalos temporais. O primeiro cenário leva em conta os gastos de consumo efetivamente observados, no segundo, é proposto um *trade-off* de 7,5% nos gastos de consumo, revertendo-se o montante para gastos em investimentos, (neste caso, o *trade-off* foi ajustado para que a economia se acomodasse no regime *D2*), no terceiro cenário, é proposto uma redução nos gastos de consumo de 7,5% sem endividamento adicional (neste caso, a economia se manteria no regime *D1*) e, afinal, uma redução de 20% no consumo, com a inversão total dos recursos para investimentos em infra estrutura, (neste caso, haveria a mudança para o regime *I1*).

Para se ter uma idéia da magnitude destas variações, 7,5% dos gastos com consumo do governo equivalia a 33 bilhões de reais no final do ano de 2005 enquanto 20%, a

⁹¹ O parâmetro η_1 não foi alterado, pois não se constitui uma opção de política fiscal factível. Os compromissos previdenciários são garantidos por lei, qualquer iniciativa de modificá-los repercute diretamente no poder legislativo, que naturalmente se opõe a qualquer iniciativa no que tange a redução de transferências

⁹² A desvinculação das receitas orçamentárias da união, DRU vem sendo prorrogada desde 1994.

88 bilhões. Neste mesmo ano, o montante de investimentos em infra-estrutura somou apenas 37 bilhões de reais! As tabelas 4.11 e 4.12 resumem os coeficientes orçamentários para cada intervalo de tempo utilizado nas simulações.

TABELA 4.11 – Coeficientes orçamentários para o Brasil no período 1999-2005

| Coeficientes | η_1 | η_2 | η_3 | η_4 | η_5 |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| Simulação sem alteração em η_2 | 0.3342 | 0.5295 | 0.3579 | 0.000 | 1.000 |
| Simulação com <i>trade-off</i> de 7,5 % em η_2 | 0.3342 | 0.5295 | 0.3579 | 0.000 | 0.925 |
| Simulação com redução de 7,5% em η_2 | 0.3342 | 0.4898 | 0.3579 | 0.000 | 1.000 |
| Simulação com redução de 20% em η_2 | 0.3342 | 0.4203 | 1.1356 | 1.000 | 1.000 |

Fonte: Elaborado pelo autor

Repare que, nos regimes *D*, os coeficientes obtidos a partir da perturbação em η_2 , são determinados pela variação no patamar dos investimentos que varia η_0 e também η_5 , dependendo da hipótese. Já na mudança para o regime *I*, o coeficiente η_4 desempenha papel fundamental no equilíbrio do sistema.

TABELA 4.12 Coeficientes orçamentários estimados para o Brasil no período 1991-2005

| Coeficientes | η_1 | η_2 | η_3 | η_4 | η_5 |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| Simulação sem alteração em η_2 | 0.3388 | 0.5270 | 0.4769 | 0.000 | 1.000 |
| Simulação com <i>trade-off</i> de 7,5 % em η_2 | 0.3388 | 0.5270 | 0.4769 | 0.000 | 0.925 |
| Simulação com redução de 7,5% em η_2 | 0.3388 | 0.4875 | 0.4769 | 0.000 | 1.000 |
| Simulação com redução de 20% em η_2 | 0.3388 | 0.4216 | 1.1324 | 1.000 | 1.000 |

Fonte: Elaborado pelo autor

Além dos coeficientes orçamentários, alguns parâmetros foram modificados a fim de se aproximar aos observados na economia brasileira. A taxa de depreciação do capital público e privado, calculada de acordo com a metodologia de Morandi e Reis (2004), com os dados referentes ao estoque de capital público e privado disponibilizado pelo IPEA (Instituto de Pesquisas Econômicas Aplicadas), foi reduzida para $\delta_k = 0,056$ em relação ao capital privado e $\delta_G = 0,045$ em relação ao capital público. A taxa de crescimento

da população, calculada com base nas estatísticas disponibilizadas pelo IBGE, também foi reduzida para $n = 0,016$. Os parâmetros comportamentais θ e ρ , não foram modificados⁹³ em relação ao exercício da seção 4.1.3 enquanto o parâmetro α , foi reduzido para 0,6 tendo em vista o elevado nível das receitas correntes das administrações públicas em relação ao PIB.

É importante destacar, que o exercício não envolve a transição a partir de um equilíbrio inicial. Ele apenas considera como o grau de endividamento e a mudança de regime orçamentário afetariam as razões c/k , g/k , b/k e a taxa de crescimento de equilíbrio resultante do sistema (4.13)-(4.16).

Assim, de acordo com os dados citados⁹⁴, foram construídas as tabelas 4.12 e 4.13 com as razões c/k , g/k e b/k e a taxa de crescimento v de equilíbrio para cada hipótese orçamentária de acordo com determinado horizonte temporal.

TABELA 4.13 – Simulações para o Brasil no período 1999-2005

| Coeficientes | c/k | b/k | g/k | v |
|---|--------|--------|--------|--------|
| Média efetivamente observadas | 0.2981 | 0.1383 | 0.1915 | 0,011 |
| Simulação sem alteração em η_2 | 0.2544 | 0.0979 | 0.1169 | 0,0008 |
| Simulação com <i>trade-off</i> de 7,5 % em η_2 | 0.2768 | 0.0801 | 0.1474 | 0.0087 |
| Simulação com redução de 7,5% em η_2 | 0.2838 | 0.1255 | 0.1498 | 0,0093 |
| Simulação com redução de 20% em η_2 | 0.398 | 0.0786 | 0.3697 | 0,0481 |

Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com os resultados obtidos, percebe-se logo um descompasso entre as razões b/k observadas na economia real e aqueles fornecidos no modelo. Para os parâmetros comportamentais propostos, a razão b/k é inferior à observada, a razão g/k observada é significativamente superior às obtidas nas simulações enquanto os coeficientes c/k também se encontram ligeiramente reduzidos. Uma ressalva deve ser reiterada tendo por base às simulações: no período 1999-2005, os investimentos públicos em infra-estrutura são fortemente reduzidos, sendo esta estatística a principal responsável pelas discrepâncias entre as razões efetivamente observadas e simuladas. Repare que, o estoque de capital é acumulado

⁹³ No próximo capítulo os parâmetros comportamentais serão devidamente estimados através dos dados de séries temporais.

⁹⁴ As taxas de depreciação e crescimento da população apresentam diferenças desprezíveis para os dois intervalos de tempo em discussão.

ao longo do tempo e, com o simples incremento da FBKF pela redução do consumo do governo, conforme sugerido em uma das hipóteses, aproxima-se bastante as razões simuladas das efetivamente observadas.

Vale destacar ainda que as razões g/k e c/k observadas, ao redor de 0.2 e 0.3 respectivamente, mantiveram-se relativamente estabilizadas nos dois intervalos temporais. Já a razão dívida capital, apesar de todas as ressalvas, apresentou uma considerável variação, principalmente entre 1991-2005.

Enfim, não bastasse à razoável aleatoriedade dos parâmetros sugeridos, a ausência de um parâmetro tecnológico e a não dissociação do capital humano e físico na função da produção, limita significativamente a análise. Mesmo assim, a simulação vai ao encontro do senso comum em matéria de política fiscal. Ainda que a redução do superávit primário em favor de um acréscimo no investimento público favoreça o crescimento econômico; a redução nos gastos do consumo do governo em favor de investimentos em infra-estrutura é mais significativa em termos de ganhos no crescimento. No mais, como a economia brasileira apresenta um serviço da dívida bastante alto, é necessário um esforço fiscal vigoroso para que a economia se coloque em um regime orçamentário (mais estável dinamicamente, capaz de proporcionar taxas de crescimento significativamente maiores).

TABELA 4.14 – Simulações para o Brasil no período 1991-2005

| Coeficientes | c/k | b/k | g/k | v |
|---|---------|--------|--------|--------|
| Média Efetivamente observadas | 0.2997 | 0.1290 | 0.2029 | 0,010 |
| Simulação sem alteração em η_2 | 0.2728 | 0.0731 | 0.1382 | 0,0088 |
| Simulação com <i>trade-off</i> de 7,5 % em η_2 | 0.2967 | 0.0522 | 0.1747 | 0,0176 |
| Simulação com redução de 7,5 % em η_2 | 0.3038 | 0.0939 | 0.1775 | 0,0182 |
| Simulação com redução de 20% em η_2 | 0.39907 | 0.0716 | 0.3432 | 0,0478 |

Fonte: Elaborado pelo autor

Enfim, no período total, 1991-2005, as discrepâncias entre os valores efetivamente observados e simulados, (devido às mesmas razões colocadas acima) permanecem. As opções de política, no entanto, continuam inalteradas.

5. ESTIMANDO OS COEFICIENTES COMPORTAMENTAIS DA ECONOMIA BRASILEIRA

5.1 Introdução

Este capítulo é uma extensão natural da pesquisa desenvolvida no capítulo anterior. Uma vez modelado os efeitos positivos das atividades governamentais sobre a produtividade dos fatores, o foco do trabalho se volta à estimativa dos parâmetros comportamentais da economia brasileira de acordo com o modelo de Semmler e Greiner (2000). São analisados dois horizontes temporais, ambos enquadrados no regime orçamentário *DI*. O primeiro período se distribui de 1991 a 2005, o segundo, 1999-2005. Como colocado na introdução, a estimativa do modelo utiliza o Método dos Momentos Generalizados ponderado por uma matriz de pesos Newey-West.

No mais, a partir de uma simples função Cobb-Douglas com retornos constantes para capital público e privado, analisar-se-á a mudança na composição do estoque de capital na economia brasileira desde à metade do século passado. Para tanto, estimar-se-á o coeficiente de elasticidade produto capital público em três horizontes temporais distintos, utilizando-se alguns modelos auto-regressivos.

5.2 Os Parâmetros Comportamentais

As forças determinantes no crescimento endógeno são balizadas pelos parâmetros comportamentais α, θ, ρ . A magnitude do parâmetro α varia de acordo com a especificação da função de produção. De acordo com Barro e Sala-i-Martin (1997), nos termos da contabilidade nacional, normalmente a participação do capital físico no total da produção corresponde a, aproximadamente, 30%. Mankiw, Romer e Weil (1992), utilizando dados de Summers e Heston (1991) estimaram um α ao redor de 0,6 na aplicação empírica do modelo de Solow (1956) para um grande conjunto de países entre os anos de 1960-1985. Para explicar esta inconsistência, Mankiw, Romer e Weil (1992), adicionaram capital humano à função de produção do modelo, obtendo uma estimativa compatível com as estimativas

obtidas pela contabilidade nacional. No *abstract* do artigo concluem: “*um modelo de Solow que inclua tanto capital humano quanto capital físico, fornece uma excelente descrição para os dados observados para um conjunto de países*”.

Bernanke e Gürkaynak (2001) utilizaram a estrutura de Mankiw, Romer e Weil (1992), tanto para testar variantes do modelo de Solow como para analisar modelos simples de crescimento endógeno e contabilidade nacional (com medidas alternativas do fator trabalho). A conclusão geral de Bernanke e Gürkaynak (2001), é que as taxas de crescimento de longo prazo são altamente correlacionadas com a taxa de poupança; e esta correlação não é facilmente explicada por modelos que tratam o crescimento como variável exógena, corroborando a tese de Mankiw, Romer e Weil (1992).

O modelo de Semmler e Greiner (2000) deriva do modelo proposto por Barro (1990). Ambos os modelos, por não definirem especificamente capital humano na função de produção, sustentam uma visão mais ampla de capital de acordo com King e Rebelo (1991). No caso específico, a função de produção tem apenas dois argumentos, capital privado e capital público, e apresenta rendimentos constantes de escala. Por conseguinte, esta rígida especificação faz com que o valor esperado de α possa flutuar em um intervalo razoavelmente grande.

O parâmetro comportamental θ , nos termos da função utilidade trabalhada até aqui, determina coeficiente de elasticidade substituição da função utilidade, uma constante, $\varepsilon = 1/\theta$. Baixos valores de θ aumentam a disposição em poupar, pois os agentes se sentem mais propensos a sacrificar o consumo presente. Altos valores de θ indicam que as famílias têm uma forte tendência de suavizar o consumo ao longo do tempo; quanto maior for θ , mais rapidamente é a redução da utilidade marginal do consumo em relação a aumentos no nível do consumo; ou seja, um alto valor de θ faz com que a taxa de crescimento seja menos sensível à diferença entre a taxa de juros e a taxa de desconto intertemporal conforme colocado por Barro e Sala-i-Martin (1997). De acordo com análises empíricas, não obstante, este coeficiente tende a se encontrar entre 1 e 2.

Enfim, o parâmetro de desconto intertemporal, ρ , diz quanto os agentes estão ansiosos por consumir. Esta estatística varia muito em relação ao grau de desenvolvimento e o padrão cultural das economias. Espera-se que os agentes prefiram consumir no presente que no futuro; ou seja, espera-se um $\rho > 0$.

5.3 A Aplicação do Modelo

De acordo com o proposto no capítulo anterior, a estimativa do modelo se dá a partir das variáveis intensivas:

$$\mu = \frac{c}{k} \quad \beta = \frac{b}{k} \quad \chi = \frac{g}{k} \quad (5.1)$$

O logaritmo destas variáveis diferenciadas em relação ao tempo fornece o sistema dinâmico definido por (4.18)-(4.20) e, este sistema, define a condição de ortogonalidade para estimativa dos parâmetros comportamentais através do método dos momentos generalizados⁹⁵:

$$E[\mu_d - f_1(\mu(\phi), \beta(\phi), \chi(\phi))] = 0 \quad (5.2)$$

$$E[\beta_d - f_2(\mu(\phi), \beta(\phi), \chi(\phi))] = 0 \quad (5.3)$$

$$E[\chi_d - f_3(\mu(\phi), \beta(\phi), \chi(\phi))] = 0 \quad (5.4)$$

Os termos μ_d, β_d, χ_d representam o desvio entre a taxa de crescimento atual e a tendência de crescimento da variável intensivas⁹⁶. A função $f_i, i=1,2,3$ é o lado direito do sistema (4.18)-(4.20) e $\phi = (\rho, \theta, \alpha)$, indica a dependência das variáveis intensivas em relação aos parâmetros comportamentais. Os momentos da amostra podem ser representados em termos discretos como:

⁹⁵ Ver Greene (2003) cap.18

⁹⁶ Conquanto o pressuposto teórico para análise dinâmica de modelo de crescimento endógeno, conforme derivado no capítulo anterior, pressuponha taxa de crescimento 0 para as variáveis intensivas não observáveis, (*state-like variables*), considerou-se na análise o desvio da taxa de crescimento atual em relação à elasticidade arco da curva definido pela variável intensiva para um intervalo de tempo; em outras palavras, sua taxa de crescimento médio. Na verdade, as variáveis intensivas c/k e g/k , apresentam uma taxa de crescimento médio entre os períodos insignificante; a razão b/k , no entanto, apresenta uma taxa significativa. Para amortizar os desvios nesta variável, foi considerada a tendência, ou $\varepsilon_{xT}, x = \mu, \chi, \beta$

$$\mathfrak{g}_1(\phi) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mu_d - \left(\frac{(1-\tau)\alpha}{\theta} \chi_t^{1-\alpha} - \frac{(\rho)}{\theta} + \mu_t + (\delta_K + n) - \chi_t^{1-\alpha} + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi_t^{1-\alpha} + \beta_t \left(\alpha \chi_t^{1-\alpha} - \frac{\delta_K}{(1-\tau)} \right) \right] \right) \quad (5.5)$$

$$\mu_d = \log \left(\frac{\mu_{t+1}}{\mu_t} \right) - \varepsilon_{\mu}$$

$$\mathfrak{g}_2(\phi) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \beta_d - \left(\begin{array}{l} \tau(\eta_0 - 1)(1 - \eta_3) \left(\frac{\chi_t^{1-\alpha}}{\beta_t} + \alpha \chi_t^{1-\alpha} - \frac{\delta_K}{(1-\tau)} \right) + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \times \\ \left[\chi_t^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi_t^{1-\alpha} - \frac{\delta_K}{(1-\tau)} \right) \right] + (1 - \eta_4) \left(\alpha \chi_t^{1-\alpha} - \frac{\delta_K}{(1-\tau)} \right) + \mu_t \\ - \delta_K - \chi_t^{1-\alpha} \end{array} \right) \quad (5.6)$$

$$\beta_d = \log \left(\frac{\beta_{t+1}}{\beta_t} \right) - \varepsilon_{\beta T}$$

$$\mathfrak{g}_3(\phi) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \chi_d - \left(\begin{array}{l} \eta_3(1-\eta_0)\tau \left(\left(\frac{1}{\chi_t} \right)^\alpha + \frac{\beta_t}{\chi_t} (\alpha \chi_t^{1-\alpha}) \right) - \delta_G + \mu_t + \delta_K \\ - \chi_t^{1-\alpha} + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi_t^{1-\alpha} + \beta_t \left(\alpha \chi_t^{1-\alpha} - \frac{\delta_K}{(1-\tau)} \right) \right] \end{array} \right) \quad (5.7)$$

$$\chi_d = \log \left(\frac{(\chi_{t+1})}{(\chi_t)} \right) - \varepsilon_{\chi T}$$

Como colocado na introdução, a minimização do quadrado das distâncias dos momentos será resolvida através do algoritmo *Marquardt-Levenberg*.

5.3.1 A Estimativa dos Coeficientes para Economia Brasileira no Médio Prazo

Ante de detalhar as fontes dos dados e o resultado da pesquisa, deve-se considerar a escolha do horizonte temporal. O intervalo 1991-2005 foi escolhido por disponibilizar um quadro estatístico extremamente detalhado e confiável. A maior dificuldade em se encontrar as estatísticas desse trabalho, refere-se à natureza do endividamento, ao serviço da dívida e aos estoques da dívida líquida.

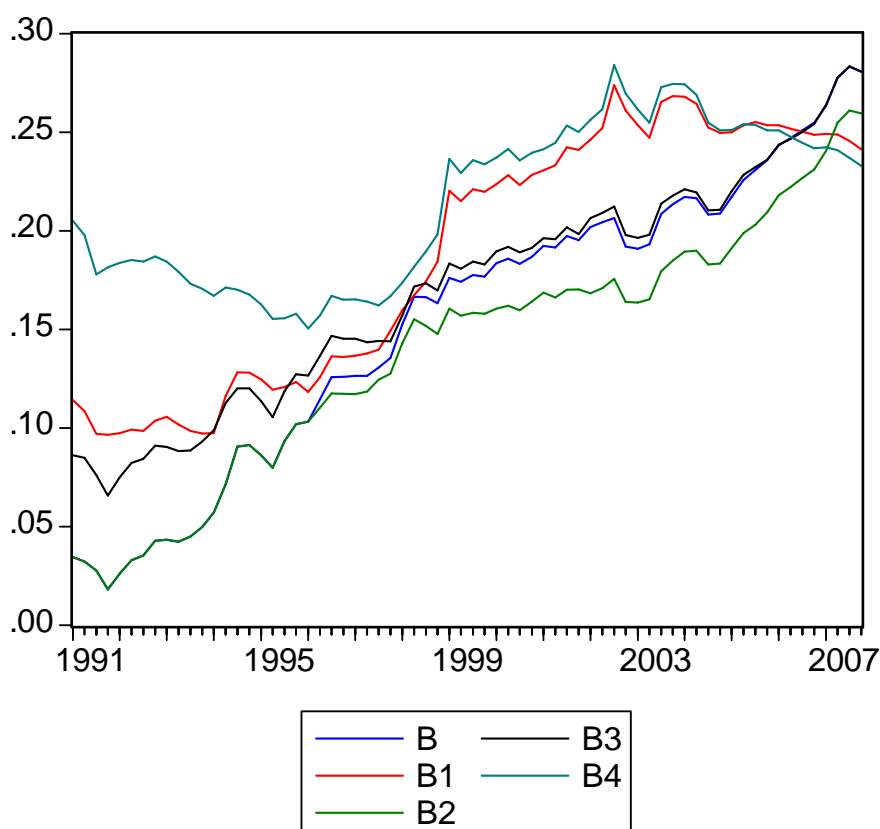
Como já fora colocado anteriormente, os conceitos de NFSP foram introduzidos pelo BACEN apenas no início dos anos 80. Até então o dados disponíveis restringiam-se a escrituração contábil fornecida pelo IBGE. Na verdade, a maior parte do estoque da dívida do setor público, de meados dos anos 70 a meados dos anos 90, estava concentrada nas empresas estatais conforme descrito por Fishlow (1986). Com efeito, uma medida eficiente do endividamento do setor público deveria constar o grau de endividamento das estatais.

O grande problema de introduzir o endividamento das estatais é que para isso também se deveria considerar o volume de investimentos destas empresas assim como o estoque de capital por elas acumulado. Destas estatísticas, apenas os investimentos das estatais federais está disponível. Não obstante, as empresas estatais não são de completo controle do estado, mas empresas de capital misto e respondem aos seus acionistas. Por conseguinte, o reconhecimento do capital físico das estatais como “capital público” é, no mínimo questionável. Assim, a análise fica obrigatoriamente restrita ao comportamento das administrações públicas, excluindo sua participação nas empresas de capital misto “estatais”.

Enfim, os dados relacionados a todos conceitos de NFSP, inclusive primário, são disponibilizados pelo IPEA a partir de 1985. Ocorre que, uma importante variável na análise, referente aos juros, não é completamente disponibilizada. Os juros são separados por setor: governo federal, governos estaduais e municipais, estatais e setor público consolidado. No entanto, os juros não são dissociados entre dívida interna e externa. Em que pese a moratória da dívida e as estatísticas disponíveis no IBGE (estatísticas do século XX), as estatísticas referentes ao IPEA não se compatibilizam com as estatísticas fornecidas pelo IBGE no que tange aos juros da dívida interna depurados da correção monetária no período 1985-1990. Ainda que este problema fosse contornado, para o período não se encontram estatísticas da dívida interna pública para os referidos setores e destinação, com periodicidade mensal ou trimestral. Os dados referentes a FBKF das administrações públicas e, portanto, o estoque de capital das administrações públicas, também, só são encontradas com periodicidade anual, o que forçaria uma indesejada interpolação generalizada dos dados.

Diga-se de passagem, esta dissociação da dívida interna por setores e destinação, é um exemplo bastante razoável da complexidade estatística das finanças públicas brasileira. Para ilustrar melhor a questão, construiu-se um gráfico contando com cinco tipos de endividamento, tendo como base o estoque de capital privado: Dívida Interna Administrações Públicas e BACEN (B), Dívida Total das Administrações Públicas (B1), Dívida Interna Administrações Públicas e BACEN deduzido o Ajuste Patrimonial (B2), Dívida Interna inclusive estatais (B3), Dívida líquida setor público (B4)

FIGURA 6 – Evolução do endividamento do setor público brasileiro entre 1991-2007



Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com o gráfico, no início de 1991, o estoque da dívida B e B2, são bastante reduzidos, ainda sob efeito da renegociação forçada da dívida interna patrocinada pelo plano Collor. A dívida total, B1, assim como a dívida interna (inclusive estatais) B3, encontra-se num patamar significativamente superior enquanto a DLSP (B4), que inclui o

enorme passivo externo, tanto dos governos como das estatais, encontra-se num patamar ainda mais elevado.

Com a liberação dos cruzados novos ainda retidos no BACEN e a necessidade de elevação dos juros para rolagem da dívida interna⁹⁷, B e B2 voltam a se expandir rapidamente já na primeira metade dos anos 90. Não obstante, com a renegociação da dívida externa, o plano real e a aceleração do processo de privatização, os estoques da dívida começam a convergir para algo em torno de 15% do estoque de capital privado durante a primeira administração FHC. Durante esse mesmo período, devido ao regime de *crawling peg* e a política monetária restritiva do período, o estoque da dívida continua em ritmo ascendente, com a DLSP e a dívida interna praticamente caminhando lado a lado.

A desvalorização cambial de 1999, no entanto, constitui-se uma nova ruptura e, devido o aporte de recursos junto ao FMI, B4 e B1 elevam-se num ritmo mais acelerado que os demais tipos de endividamento no período subsequente. Mais à frente, também surge o descolamento da dívida interna das administrações públicas B e B2, (devido a contabilização do ajuste patrimonial⁹⁸) enquanto a dívida das estatais se dilui, não mais representando diferença significativa em relação a B; (a partir de 1999 as duas curvas praticamente se sobrepõem). Enfim, após uma breve convergência surge uma nova dinâmica na dívida pública a partir do final de 2006, quando o país se torna credor externo e a dívida interna supera a DLSP.

Além de ilustrativa, a figura 6 demonstra o grau de dificuldade que a dinâmica recente da economia brasileira impõe ao pesquisador. O modelo de Semmler e Greiner (2000) foi concebido para países da OCDE, menos suscetíveis a choques externos. Em que pese, pois, os choques sofridos pela economia brasileira nos período e os diferentes tipos de endividamento retratados na figura 6, o grau de dificuldade para implementação do modelo torna-se ainda maior.

Posto isto, para obtenção das razões μ, χ, β , foram utilizados os conceitos de dívida B e B2, além das estatísticas referentes o consumo das famílias e os estoques de capital público e privado na economia⁹⁹.

A periodicidade dos dados da dívida fornecidos pelo BACEN é mensal. Por conseguinte, foi apurada a média geométrica da relação dívida/PIB trimestre a trimestre. Posteriormente, este coeficiente foi multiplicado pelo PIB trimestral encadeado e

⁹⁷ Ver análise no capítulo anterior

⁹⁸ Ver análise no capítulo anterior

⁹⁹ No apêndice está disponível uma descrição completa da fonte dos dados das séries temporais utilizados na concepção da variáveis de co-estado.

dessazonalizado, e transformado em reais correntes de 2005. O índice encadeado do consumo das famílias, trimestral, também foi convertido em reais correntes de 2005. Quanto ao estoque de capital, a série obtida em reais de 2000 foi inflacionada para reais de 2005 e, através de interpolação linear, foram obtidas séries trimestrais para o período de 1991-2005. Os dados referentes ao PIB, consumo das famílias e estoque de capital foram obtido no IPEADATA.

Para regressão, utilizou-se os coeficientes orçamentários¹⁰⁰ médios para o período 1991-2005. Conforme analisado no capítulo anterior, a estimativa dos coeficientes teve por base as receitas correntes das administrações públicas e BACEN, mais especificamente:

$$RC = C_p + I_p + T_p + S + RP \quad (5.8)$$

A equação (5.8) diz que as receitas totais das três esferas de governo e o BACEN, equivalem a soma do consumo do governo C_p , investimento do governo I_p , transferências do governo T_p , subsídios S e RP o resultado primário (déficit ou superávit). Enfim, as taxas de depreciação foram obtida através do método do inventário perpétuo segundo Morandi e Reis (2004).

Como no período 1991-2005 os gastos com o pagamento de juros foi substancialmente maior que o volume de investimentos¹⁰¹, a economia brasileira no período se encaixa no regime DI . Assim, utilizando-se os coeficientes médios, $\tau = 0,3466, \eta_0 = 0,8658, \eta_2 = 0,527, \eta_3 = 0,4765, \eta_1 = 0,3388, \eta_4 = 0, \delta_K = 0,053, \delta_G = 0,042, n = 0,016$, estimou-se os coeficientes comportamentais para os dados de séries temporais para economia brasileira no período 1991-2005.

Independentemente do tipo de endividamento (B ou B2), de acordo com a tabela 5.1, o MMG fornece apenas o coeficiente de desconto intertemporal em linha com os pressupostos teóricos. O coeficiente de substitutibilidade intertemporal é muito alto (em torno de 4) enquanto a parcela do capital público na economia é extremamente alta, ao redor de 60%. Este valor até poderia se sustentar em países altamente subdesenvolvidos, com uma pequena estrutura de capital instalada. Para países industrializados, no entanto, não é razoável admitir um coeficiente elasticidade produto-capital público ao redor de 0,6.

¹⁰⁰ No apêndice S1 é fornecido um quadro detalhados sobre os coeficientes orçamentários

¹⁰¹ Ver apêndice S1

TABELA 5.1 – Parâmetros comportamentais estimados, Brasil, 1991-2005

| Dívida B (MMG) | Dívida B2 (MMG) |
|---|---|
| $\alpha = 0,4220$ $\theta = 0,2584$ $\rho = 0,1020$ <i>se</i> -(0,019) <i>se</i> -(0,051) <i>se</i> -(0,006) | $\alpha = 0,4272$ $\theta = 0,2676$ $\rho = 0,1037$ <i>se</i> -(0,017) <i>se</i> -(0,050) <i>se</i> -(0,006) |
| Dívida B (Máxima Verossimilhança) | Dívida B (Máxima Verossimilhança) |
| $\alpha = 0,5176$ $\theta = 330759$ $\rho = -131847,3$ <i>se</i> -(NA) <i>se</i> -(NA) <i>se</i> -(NA) | $\alpha = 0,51735$ $\theta = 3220783$ $\rho = -127372,1$ <i>se</i> -(NA) <i>se</i> -(NA) <i>se</i> -(NA) |

Fonte: Elaborado pelo autor

Comparando-se os resultados obtidos através do método da Máxima Verossimilhança, percebe-se claramente um profundo desajuste do modelo. Assim como a distorção em relação ao coeficiente de elasticidade de substituição intertemporal, o alto valor da parcela de capital público sobre o estoque total de capital deve-se a especificação do modelo; particularmente, aos retornos constantes de escala. Este pressuposto implica que todos os fatores contribuindo para o crescimento da economia brasileira estão alocados ou no capital privado ou no capital público; ou seja, dentro do modelo não se pode obter uma estimativa razoável de nenhum destes coeficientes.

Destaque-se que os estimadores obtidos por Máxima Verossimilhança, MV, convergem somente após 6000 iterações (os coeficientes estimados não são únicos; ou seja, o sistema pode apresentar equilíbrios múltiplos). A omissão dos erros padrão a partir do pacote e-views confirma a instabilidade do sistema e, principalmente, a ineficiência dos parâmetros.

Diante deste quadro, e tendo em vista o comportamento do endividamento público a partir da implantação do real, principalmente após a desvalorização cambial (vide figura 6), repetiu-se o exercício, desta vez, considerando-se um horizonte temporal mais comportado (1999-2005). Esta escolha se mostra lógica, pois é a partir deste momento que a economia brasileira apresenta um padrão de endividamento interno crescente, sem rupturas¹⁰². Não obstante, a admissão de passivos resultantes de choques heterodoxos passados e a diluição do endividamento das estatais, faz com que a dívida interna esteja contratada pelas três esferas de governo e, diante a estabilização de preços e uma política

¹⁰² No capítulo anterior é analisado a dinâmica da dívida interna no período 85-94.

monetária ativa, a dívida interna passa a se constituir no agregado que efetivamente reflete o grau de solvência das administrações públicas, conforme proposto no modelo de Semmler e Greiner (2000)¹⁰³.

Enfim, as estatísticas disponibilizadas no apêndice S1, obteve-se os coeficientes orçamentários médios para o período: $\tau = 0,3642$ $\eta_0 = 0,8637$, $\eta_2 = 0,5295$, $\eta_3 = 0,3579$, $\eta_1 = 0,3341$, $\eta_4 = 0$, $\delta_k = 0,05$, $\delta_G = 0,04$ $n = 0,016$

Os números da tabela 5.2 indicam variação significativa na nova regressão com os estimadores α na estimação pelo MMG, se aproximando dos α estimados através da MV

TABELA 5.2 – Parâmetros comportamentais estimados, Brasil, 1999-2005

| Dívida B (MMG) | Dívida B2 (MMG) |
|--|---|
| $\alpha = 0,4889$ $\theta = 0,5627$ $\rho = 0,1189$ <i>se</i> -(0,003) <i>se</i> -(0,124) <i>se</i> -(0,001) | $\alpha = 0,4987$ $\theta = 0,5883$ $\rho = 0,1199$ <i>se</i> -(0,004) <i>se</i> -(0,214) <i>p</i> -(0,002) |
| Dívida B (Máxima Verossimilhança) | Dívida B2 (Máxima Verossimilhança) |
| $\alpha = 0,526$ $\theta = 1491,092$ $\rho = -48,55522$ <i>se</i> -(0,0024) <i>se</i> -(4,5E+06) <i>se</i> -(1,5E+06) | $\alpha = 0,530751$ $\theta = 3488,036$ $\rho = -107,6$ <i>se</i> -(0,024) <i>se</i> -(2,4E+07) <i>se</i> -(7,4E+05) |

Fonte: Elaborado pelo autor

De maneira geral, os coeficientes comportamentais apresentam valores parecidos entre os dois intervalos temporais. Entre 1999-2005, no entanto, há uma redução do coeficiente de elasticidade-substituição intertemporal. Vale também destacar que, para esse intervalo de tempo mais comportado, os erros-padrão e o nível de significância da estimativa por MV convergem após 40 iterações, indicando a maior estabilidade do sistema em relação do período 1991-2005. Enfim, tendo em vista que apenas a equação (4.18), do sistema (4.18)-(4.20), possui os coeficientes $\theta e \rho$, rodou-se uma regressão auxiliar utilizando os mínimos quadrados não lineares, MQNL, admitindo-se um $\alpha = 0,5$:

Afinal, de acordo com a tabela 5.3, observa-se um coeficiente de desconto intertemporal, ρ , significativo e próximo do esperado na modelagem teórica. O coeficiente de elasticidade intertemporal continua muito elevado, ao redor de 1,6. Não obstante, esta

¹⁰³ Considerando-se, por exemplo, o crescimento acelerado dos anos 70, fruto dos investimentos realizados pelas empresas estatais com poupança externa. O modelo é totalmente incapaz de explicar esta dinâmica.

investigação empírica, para o horizonte temporal considerado e o regime orçamentários *DI*, (que resulta um sistema extremamente instável), leva a crer que, embora matematicamente elegante, e bastante esclarecedor no que diz respeito a implementação de política fiscal; pelo menos no médio prazo, o modelo de Semmler e Greiner (2000) não se mostra adequado à estimação dos parâmetros comportamentais da economia brasileira, principalmente devido às características da função de produção, com retorno constante de escala para o capital público e privado.

TABELA 5.3 – Parâmetros comportamentais estimados, regressão auxiliar, Brasil 1999-2005

| Dívida B (MQNL) | Dívida B2 (MQNL) |
|--|--|
| $\alpha = 0,5 \quad \theta = 0,5879 \quad \rho = 0,1208$ | $\alpha = 0,5 \quad \theta = 0,6013 \quad \rho = 0,1215$ |
| $p\text{-(NA)} \quad p\text{-(0,0238)} \quad p\text{-(0,000)}$ | $p\text{-(NA)} \quad p\text{-(0,1284)} \quad p\text{-(0,000)}$ |

Fonte: Elaborado pelo autor

5.4 O Coeficiente de Elasticidade Produto-Capital

Tendo em vista a complexidade do modelo de Semmler e Greiner (2000), nesta última etapa do trabalho utilizar-se-á uma estrutura mais simples a fim de se perceber alguma modificação na estrutura produtiva brasileira ao longo do tempo. Para tanto, estimar-se-á a função de produção básica utilizada no trabalho, conforme descrita abaixo:

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha}$$

onde, y representa o produto per capita, k o capital privado per capita, g o capital público per capita e A é um índice de tecnologia. Transformando os dados:

$$\log y = \log A + \alpha \log k + (1 - \alpha) \log g$$

$$\log(y/g) = \log A + \alpha \log(k/g)$$

Diante desta especificação, e utilizando-se os dados referentes a FBKF das empresas e famílias, FBKF das administrações públicas, PIB e população (obtidos no IPEADATA), procedeu-se as regressões sumarizadas na tabela 5.4.

Os resultados obtidos revelam que, conforme esperado, o estoque de capital privado detém uma parcela maior da estrutura produtiva da economia. Não obstante, a parcela de capital público diminui conforme a economia se desenvolve e sua estrutura produtiva se torna mais complexa. O coeficiente de elasticidade do capital público-produto é bastante significativo no primeiro horizonte temporal analisado (1947-1980), mas reduz-se sensivelmente a partir de 1980. Na média do período total analisado, estaciona em 33%, uma medida ainda superior a razão média do estoque de capital público e privado observado na economia.

Como foi discutido acima, a superestimação do coeficiente alfa reflete a especificação da função de produção. Ainda sim, a evolução de α ao longo do tempo vai ao encontro do processo de desenvolvimento da economia, que se torna mais complexa, com uma maior participação do capital privado na sua composição.

TABELA 5.4 – Estimação do parâmetro α para diferentes horizontes temporais, Brasil, 1947-2005

| Método | 1947-1980 | 1980-2005 | 1947-2005 |
|--------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Cochrane-Orcutt | $\alpha = 0,532$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,878$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,666$ $p - (0,000)$ |
| Prais-Winsten | $\alpha = 0,530$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,864$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,666$ $p - (0,000)$ |
| Primeira diferença | $\alpha = 0,543$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,847$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,666$ $p - (0,000)$ |
| AR não linear | $\alpha = 0,522$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,864$ $p - (0,000)$ | $\alpha = 0,666$ $p - (0,000)$ |

Fonte: Elaborado pelo autor

Para os três horizontes temporais considerados, não obstante, a tabela 5.5 traz as médias das taxas de crescimento do produto total e produto per capita, junto a taxa média de investimento público sobre o PIB e sobre o estoque de capital. Os dados da tabela revelam que: a redução nas taxas de crescimento, em ambos os conceitos, coincide com a

redução na taxa de investimentos públicos em infra-estrutura. Os números tornam evidente a correlação entre as taxas de crescimento do produto e dos investimentos em infra-estrutura, conforme constataram os trabalhos de Aschauer (1989) e Ferreira (1996).

Tabela 5.5 – Taxas de crescimento do Produto e Investimento Público, Brasil, 1947-2005

| Média | 1947-1980 | 1980-2005 | 1947-2005 |
|------------------|-----------|-----------|-----------|
| Crescimento y | 4,59% | 0,45% | 2,8% |
| Crescimento Y | 7,49% | 2,22% | 5,22% |
| <i>FBKAP/PIB</i> | 3,74% | 2,48% | 3,2% |
| <i>FBKAP/EK</i> | 2,12% | 1,02% | 1,63% |

Particularmente para economia brasileira, vale a pena destacar o importante papel das empresas estatais no processo de acumulação de capital.

Tabela 5.6 – Razão Importação/produção doméstica, Brasil, 1973-1980

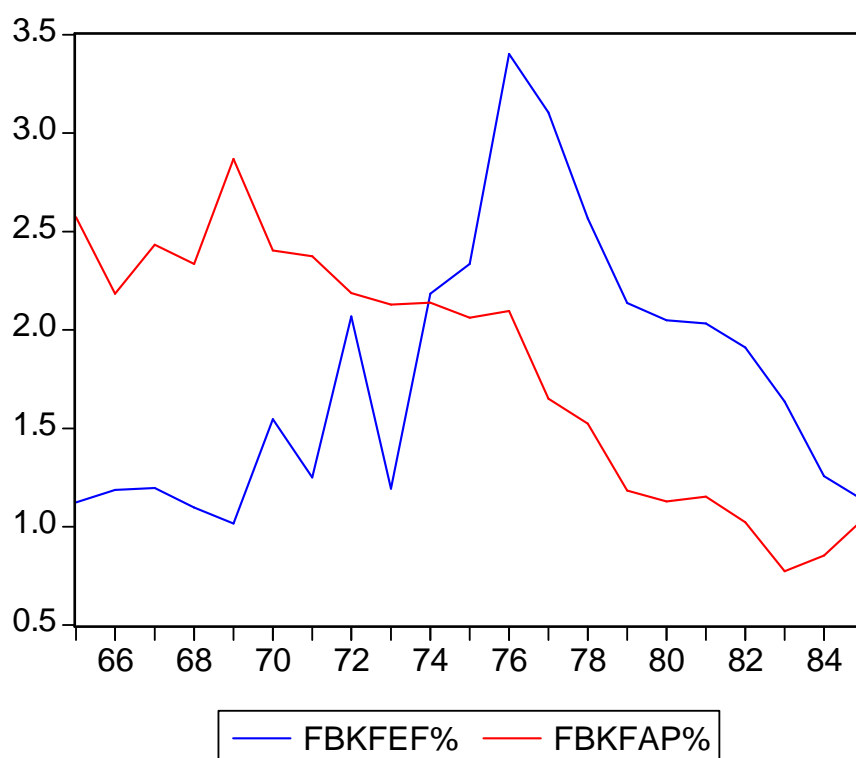
| Razões Setoriais | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Produtos Intermediários | | | | | | | | |
| Papel | 0,22 | 0,25 | 0,12 | 0,13 | 0,13 | 0,1 | 0,11 | 0,08 |
| Celulose | 0,16 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,02 |
| Polietileno | 0,76 | 0,99 | 0,34 | 0,72 | 0,38 | 0,45 | 0,15 | 0,03 |
| Tubos Plásticos | 0,13 | 0,63 | 0,21 | 0,45 | 0,33 | 0,35 | 0,47 | 0,08 |
| Aço | 0,25 | 0,63 | 0,33 | 0,15 | 0,09 | 0,06 | 0,03 | 0,03 |
| Fertilizantes | 2,68 | 1,98 | 1,86 | 1,34 | 1,48 | 1,3 | 0,34 | 1,17 |
| Alumínio | 0,58 | 1,05 | 0,68 | 0,58 | 0,62 | 0,45 | 0,37 | 0,26 |
| Bens de Capital | 0,66 | 0,64 | 0,65 | 0,64 | 0,46 | 0,55 | 0,37 | 0,49 |
| Índice de importação dividido pela produção bruta | | | | | | | | |
| Total | 100 | 123 | 111 | 100 | 88 | 88 | 90 | 84 |
| Petróleo | 100 | 93 | 93 | 94 | 88 | 93 | 97 | 78 |
| Bens de capital | 100 | 125 | 144 | 98 | 70 | 67 | 64 | 65 |

Fonte: FISHLOW (1984)

Durante o II PND na década de 70, estas empresas realizaram vultuosos investimentos em infra-estrutura pública e indústrias de base. O impacto provocado por estas empresas fica evidente nas estatísticas da tabela 5.6.

De acordo com os números, a expansão doméstica nos setores industriais de base é notável. Um avanço particularmente surpreendente se dá na indústria petroquímica. Mesmo com taxas de crescimento superiores a 6%, o país reduz o coeficiente importação/produção doméstica sensivelmente. A produção de polietileno, principal insumo para fabricação de uma ampla gama de produtos de plástico, reduz-se de 0,76 em 1973 para 0,03 em 1980. Os fertilizantes de 2,68 para 1,17 no mesmo período. No agregado, o desempenho também é surpreendente, com um vigoroso aumento na produção de bens de capital e uma significativa redução da dependência de fontes externas de energia.

FIGURA 7 – Taxa de investimentos das estatais federais FBKFEF e administrações públicas FBKFAP em relação ao estoque de capital privado, Brasil, 1966-1984



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma análise cuidadosa do capitalismo de estado patrocinado pelo regime autoritário está fora do alcance deste trabalho. Mas assim como seria infeliz considerar o capital das empresas de capital misto como capital público, seria igualmente infeliz

desconsiderar a ingerência do estado nas decisões de investimentos destas empresas e, por extensão, sua repercussão sobre as taxas de crescimento do país. Sem entrar em maiores detalhes, a magnitude dos investimentos públicos através de estatais é retratada na figura 7.

O gráfico compara a taxa de investimentos (sobre o estoque de capital privado) das administrações públicas, segundo a escrituração contábil do IBGE, e a taxa de investimento (sobre o capital privado) das empresas estatais federais no mesmo período. Repare como a curva azul da *FBKFEF* ultrapassa a curva vermelha *FBKFAP*. Este salto de investimento e, por extensão, endividamento, das empresas estatais a partir da segunda metade da década de 70, é tão significativo que inviabilizou a análise do comportamento da economia brasileira no período do “milagre econômico” de acordo com os pressupostos do modelo de Semmler e Greiner (2000). Segundo os dados do IBGE, enquanto as administrações públicas apresentam poupança positiva, o passivo das empresas estatais aumenta devido ao endividamento externo. Esse processo de desenvolvimento forçado pelo estado deturpa tanto as estatísticas sobre endividamento quanto investimento no período anterior à crise da dívida no início dos anos 80, conforme mencionado alhures.

Enfim, conquanto o capitalismo de estado dos anos 70, junto às rupturas da dívida interna e externa, tenha inviabilizado uma análise mais refinada da economia brasileira ainda assim os números apresentados tornam evidente a importância dos investimentos em infra-estrutura para o alcance de taxas de crescimento superiores às apresentadas no período recente. Não por coincidência, os investimentos públicos foram significativamente comprimidos durante o período de estagnação da economia brasileira de 1985-2005, objeto deste estudo.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na primeira etapa do trabalho, quando se considerou modelos autárquicos com orçamento equilibrado, evidenciou-se que as taxas de crescimento e de poupança aumentam, inicialmente, com o aumento dos gastos do governo, mas com o aumento do tamanho do governo na economia (refletido na razão g/k) acabam caindo. Não obstante, um imposto sobre a renda afeta as escolhas dos agentes, fazendo-os optar por uma taxa de crescimento e poupança abaixo do ótimo.

Pela análise do primeiro capítulo, também ficou claro que em modelos de crescimento que incorporam serviços públicos, a política fiscal ótima depende da característica do bem público. Se os bens públicos são não rivais e não excludentes ou rivais e excludentes, um imposto sobre a quantidade (consumo) é superior a um imposto sobre a renda. A tributação sobre a renda força para baixo os investimentos e a produção individual conquanto o retorno marginal do investimento privado é menor que o ótimo social.

Na segunda parte do trabalho, a análise revelou diferentes diagnósticos para as taxas de crescimento dos modelos analisados, dependendo da natureza do bem público. Para bens públicos não-estocáveis: a) uma economia com uma menor carga tributária efetiva ($\bar{\tau}$), terá uma menor taxa de crescimento de equilíbrio; b) uma economia com maior endividamento público terá uma menor taxa de crescimento de equilíbrio; c) uma maior (menor) razão dívida PIB, sempre reduz (aumenta) a taxa de crescimento; d) tomar emprestado não melhora o bem estar no modelo de crescimento determinista. No mais, um território econômico com uma menor taxa de desconto, terá uma maior taxa de crescimento enquanto a razão capital público-privado será dependente apenas da restrição tributária e da razão dívida PIB pré-existente.

Não obstante, quando o bem público está relacionado à infra-estrutura, pedir emprestado melhora o bem estar dos agentes caso a razão inicial do capital público/privado não seja igual a razão sustentável no longo prazo. A razão sustentável é endogenamente determinada; um limite a carga tributária efetiva ou qualquer limite exógeno ao endividamento diminui esta razão. No caso da inexistência de restrição creditícia, uma menor razão capital público/capital privado ou uma carga tributária efetiva menor, conduz a um menor equilíbrio capital público/privado e a uma menor taxa de crescimento de equilíbrio.

Ainda em se tratando de bens relacionados à infra-estrutura, se existe uma restrição exógena ao endividamento, a taxa de crescimento no longo prazo é maior que no

modelo irrestrito. Um limite ao endividamento implica uma maior taxa de crescimento de longo prazo, mas também uma transição (finita) com menor crescimento. Isto significa que este trade-off só acontece na transição. O relaxamento do limite ao endividamento aumentará a razão capital público capital privado e a taxa de crescimento presente às custas de uma menor taxa de crescimento no estado estacionário.

Na terceira parte do trabalho, destacou-se que os governos têm pleno controle sobre a execução orçamentária, mas não podem interferir completamente na destinação das receitas auferidas. A virtude do modelo é identificar a fonte de endividamento. A partir dos coeficientes orçamentários, foram analisados quatro tipos de endividamento: dois predominantemente relacionados ao financiamento para investimentos em capital fixo e outros dois predominantemente relacionados à rolagem da dívida pública

Foram feitas simulações numéricas para os regimes orçamentários; nos regimes onde prevalece o endividamento para investimento, aumentos nos coeficientes η_1 e η_2 (C_p e T_p), diminuem a taxa de crescimento em todas as possibilidades de regimes orçamentários. Um aumento em η_3 tem um efeito distinto nos regimes D e I : para os regimes D um aumento em η_3 aumenta a taxa de crescimento, para os regimes I um aumento em η_3 diminui o crescimento.

Ressalte-se que a possibilidade de tomar emprestado faz com que os regimes orçamentários I apresentem uma carga tributária ótima menor que a parcela estatal na economia $1 - \alpha$; nos regimes D , a carga tributária de equilíbrio é maior. Esse desvio no caso dos regimes I deve-se à possibilidade de emprestar, que reduz a parcela da carga tributária que seria destinada aos investimentos. Nos regimes D , ao contrário, a carga tributária é maior, pois os investimentos e parte do déficit são financiados inteiramente pela receita tributária.

O modelo também revela que o aumento do investimento público através do endividamento afeta positivamente a taxa de crescimento. No entanto, o aumento da dívida pública tem um efeito negativo nesta taxa. Este efeito negativo dá-se através de duas vias: um aumento da dívida pública aumenta os juros que devem ser financiados pela receita tributária (regimes do tipo I), reduzindo os recursos disponíveis para investimento público (*crowding out* interno); já um aumento dos juros pagos sobre a dívida pública diminui a parcela da poupança do setor privado destinada a investimentos em capital físico, (*crowding out* externo). Este efeito é sentido tanto nos regimes do tipo I como nos regimes do tipo D .

A análise empírica da economia no período 1985-2005, não obstante, revela que, os gastos com consumo do governo e significativo aumento no volume de

transferências, sancionado pela constituição de 1988, são os grandes responsáveis pelo achatamento no volume da FBKF do governo.

No período pré-real a economia brasileira apresentou grande instabilidade macroeconômica e descontrole fiscal. O período não se enquadra nem no regime D1 nem no D2, pois $C_p + T_p + I_p > T$. Também não se enquadra nos regimes *I*, pois o percentual médio dos juros da dívida em relação às receitas correntes supera o percentual de investimentos em relação às receitas correntes. No período seguinte a economia passa a se enquadrar no regime *DI*. Não obstante, a evolução da composição orçamentária brasileira revela que, com a estabilização da economia e, por conseguinte, a perda do imposto inflacionário, foi necessário um ajuste nas contas públicas via tributação. Ressalve-se que esse ajuste só se deu na segunda fase do plano real, após a maxi-desvalorização cambial de 1999.

De acordo com as alternativas de política, tendo por base as estatísticas obtidas a partir dos coeficientes orçamentários da economia brasileira no período 1991-2005 e 1999-2005, concluiu-se que: a) A redução do superávit primário favorece as taxas de crescimento se, e somente se, houver uma realocação de recursos que resulte na ampliação dos investimentos em infra-estrutura pública; b) Se o déficit é predominantemente provocado pelo serviço da dívida, a redução do consumo do governo com transferência dos recursos para investimento em infra-estrutura é a melhor opção de política fiscal; c) A redução substancial do consumo do governo com a inversão dos recursos em investimentos em infra-estrutura publica resulta a mudança do regime orçamentário; d) independentemente da natureza do déficit orçamentário, a redução nos gastos com consumo em favor de investimentos em infra-estrutura conduz a patamares mais elevados de consumo das famílias e crescimento.

A composição da dívida pública brasileira, não obstante, é um obstáculo para implementação empírica do modelo de Semmler e Greiner (2000). O elevado grau de endividamento das empresas estatais, principalmente em razão do esforço para consolidação das indústrias de base nos 70, mascara o verdadeiro grau de endividamento do setor público. As distorções contábeis relacionadas à dívida do setor público só são amenizadas após a renegociação da dívida externa e a estabilização monetária (no período pós real). Ainda assim, uma análise mais criteriosa da dinâmica da dívida pública brasileira deve levar em conta os efeitos do ajuste patrimonial, que resulta da diferença entre os ganhos/perdas advindos do programa de desestatização e o reconhecimento de passivos oriundos de administrações passadas (principalmente, relativos aos choques heterodoxos da segunda metade dos anos 80).

Tendo em vista, portanto, às peculiaridades da economia brasileira, principalmente relacionado ao endividamento público, fica inviabilizada à aplicação empírica do modelo de Semmler e Greiner (2000) durante os anos de grande expansão econômica nas décadas de 60 e 70 do século passado. Ou seja, resta observar como o modelo responde às estatísticas da economia durante o período mais recente, a partir da década de 90.

Como nos últimos anos existiu uma contínua compressão da *FBKFAP*, o modelo de Semmler e Greiner (2000) teve que ser ajustado ao regime orçamentário *DI*, que resulta um sistema extremamente instável, conforme observado na análise dinâmica do modelo na penúltima parte do trabalho. Não obstante, as características da função de produção, particularmente os retornos constantes de escala, limitam adicionalmente a análise. Com efeito, os parâmetros comportamentais estimados através do modelo divergem do esperado na análise teórica. Com exceção da taxa de desconto intertemporal, que ficou próxima a 0,1, tanto o coeficiente de elasticidade substituição intertemporal, ao redor de 1,6, quanto a elasticidade produto-capital público ao redor de 0,5, ficaram acima do esperado. Estes números sugerem que, embora matematicamente elegante, e teoricamente eficiente para análise de políticas fiscais favoráveis ao crescimento, o modelo de Semmler e Greiner (2000), não é um instrumento adequado à estimação dos parâmetros comportamentais da economia brasileira.

Enfim, tendo por base uma estrutura mais simplificada, a análise da evolução da composição da estrutura produtiva se mostrou em linha com a expectativa. À medida que a economia se desenvolve, o coeficiente elasticidade produto capital público diminui. Não obstante, a pesquisa também revela que, nos períodos em que os investimentos em infra-estrutura são maiores, as taxas de crescimento do produto tanto em termos absolutos quanto em termos per capita também são maiores.

Durante os anos 1950 e 1980, quando os investimentos em infra-estrutura foram volumosos, a taxa de crescimento do produto foi mais do que o dobro de 1980 a 2005, quando os investimentos públicos em infra-estrutura se retraem significativamente. Assim, fica evidente que os investimentos em infra-estrutura são fundamentais à produtividade marginal do capital e obtenção de taxas mais elevadas de crescimento do produto.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIZENMAN, J; KLETZER K; PINTO, B. Growth with constraints on tax revenues and public debt: implications for fiscal policy and cross-country differences. *NBER, Working Paper* n.12750, Janeiro 2007.
- AIZENMAN, J; YOTHIN J. The collection efficiency of the value added tax: theory and international evidence. *NBER, Working Paper* n.11539, Agosto 2005.
- ASCHAUER, D. Is Public Expenditure Productive? *Journal of Monetary Economics*, v. 23, Março 1989.
- ARIDA, P. *Inflação zero*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- BAER, W. *A Economia Brasileira*. Rio de Janeiro: Nobel, 1995.
- BAER, W; TULCHIN J. *Brazil and the challenge of economic reform*. Washington D.C: The Woodrow Wilson Center Press, 1993.
- BAER, M. *O Rumo Perdido: A crise fiscal e financeira do Estado Brasileiro*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1994.
- BIASOTO, G. *Dívida externa e déficit público*. Brasília: IPEA, 1992.
- BARRO, R. Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of Political Economy*, v.98, p. 103-125, Outubro 1990.
- BARRO, R; SALA-I-MARTIN, X. Public finance in models of economic growth. *Review of Economic Studies*, v.59, p. 645-661, Outubro 1992.
- BARRO, R; SALA-I-MARTIN, X. *Economic growth*. New York: McGraw-Hill, 1997.
- BELUZZO, L.G; COUTINHO, R. *O Desenvolvimento Capitalista no Brasil*. São Paulo: Brasiliense, 1982.
- BERNANKE, B; GÜRKAYNAK, R. Is growth endogenous? Taking Mankiw, Romer and Weil seriously, *NBER, Working Paper* n.8365, Julho 2001.
- BLANCHARD, O; FISCHER, S. *Lectures on macroeconomics*. Cambridge: MIT press, 1989.
- CARNEIRO, R. *Desenvolvimento em crise: a economia brasileira no último quarto do século XX*. São Paulo: Unesp/IE-Unicamp, 2002.
- CHIANG, A. *Elements of dynamic optimization*. New York: McGraw-Hill, 1992.
- CONTADOR, C. Reflexões sobre o dilema entre inflação e crescimento econômico na década de 80. *Pesquisa e planejamento econômico*, Abril 1985.
- DORNBUSH R; FISCHER S; STARTZ R. *Macroeconomics*. 8a.ed. New York: McGraw-Hill, [2000].

DIAS J; ASSIS L. O impacto da política fiscal e do nível tecnológico sobre o crescimento econômico do Brasil. *Caderno de Finanças Públicas*, n.6, Maio 2005.

EHRlich, I. The Mystery of Human Capital as Engine of Growth, or Why the US Became the Economic Superpower in the 20th Century. *NBER, Working paper* n.12868, Janeiro 2007.

EWIJK, C; KUNDERT, T. *Endogenous technology, budgetary regimes and public policy*. Amsterdã: North-Holland, 1993.

FARO, C. *Plano Collor: avaliações e perspectivas*. Rio de Janeiro: LTC, 1990

FERREIRA, P. C. Investimento em infra-estrutura no Brasil: Fatos Estilizados e Relações de Longo Prazo, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v.26, p.231-252, Agosto 1996.

FERREIRA, P C; MALLIAGROS, T G. Impactos produtivos da infra-estrutura no Brasil: 1950-1995. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v.2, p.315-338, 1998

FILGUEIRAS, L. *História do Plano Real: fundamentos, impactos e contradições*. São Paulo: Bontempo, 2000

FISHLOW, A. A economia política do ajustamento brasileiro aos choques do petróleo: uma notícia sobre o período 1974/84, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v.16, Dezembro 1986

GAMBIAGI, F.; VILLELLA, A.; BARROS DE CASTRO, L; HERMMAN, J. *Economia Brasileira e Contemporânea (1945-2004)*, Rio de Janeiro: Elsevier/Campus, 2005

GIAMBIAGI, F. *A condição de equilíbrio da trajetória do endividamento público: simulações para o caso brasileiro*, Rio de Janeiro: Revista do BNDES, 1998.

GREENE, W *Econometric Analysis*. New York: Prentice-Hall, 2003.

GROSSMAN, G; HELPMAN, E. *Innovation and Growth in the Global Economy*. Cambridge: MIT press, 1991.

GUJARATI, D N. *Econometria Básica*. 5^a ed. São Paulo: Makron Books, 2000

IBGE – Estatísticas do Século XX. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br.htm>>. Acesso entre maio-junho 2007.

IPEAdata – Indicadores IPEA. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br.htm>>. Acesso entre maio-junho 2007.

LUCAS, R. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, n.22, Julho 1988

MANKIW, G; PHELPS, E; ROMER P. The growth of nations. *Brookings Papers on Economic Activity*, v.1995, n.1, p 275-326, [Janeiro] 1995.

MANKIW, G; ROMER, D; WEIL, D. A contribution to the empirics of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, v.107, n.1, p. 407-437, [Maio] 1992.

MANKIW, G; ROMER, D; WEIL, D. A contribution to the empirics of economic growth. *NBER, Working paper* n.3541, Dezembro 1990.

MORANDI, L; REIS, E. *Estoque de capital fixo no Brasil 1950-2002*, XXXII Encontro Nacional de Economia - ANPEC, 07-10 de dezembro, João Pessoa, 2004.

KHAIR, A, ARAÚJO E, AFONSO J. R. Carga tributária: mensuração e impacto no crescimento, *Revista de Economia e Relações Internacionais*, FEC-FAAP, v.4, n.7, 2005.

KING, R; REBELO S. Public policy and economic growth: developing neoclassical implications. *The Journal of Political Economy*, v.98, p. 126-150, Outubro 1990.

REZENDE F: *Finanças Públicas*, 2ª. ed., São Paulo: Atlas, 2001.

ROMER P. Endogenous Technological Change. *The Journal of Political Economy*, v.98, n.55, Outubro 1990.

ROMER P; RIVERA-BATIZ. Economic integration and endogenous growth. *The Quarterly Journal of economics*, v.106, p.531-555, Maio 1991.

ROMER, D. "Advanced macroeconomics", 2ªed, New-York: MacGraw-Hill, 2001.

SEMMLER W; GREINER, A. Endogenous Growth, Government Debt and Budgetary Regimes. *Journal of Macroeconomics*, v.22, p.363-384, 2000.

SEMMLER W; GREINER, A; GONG G. *The forces of economic growth*, Bielefeld: Bielefeld University, 2002.

SUMMERS, R; HESTON, A. The Penn world table: an expanded set of international comparisons, 1950-1988. *The Quarterly Journal of Economics*, v.106. n.2. p. 327-368 [Maio] 1991.

SILVA, F R *Avaliação do setor público na economia brasileira: estrutura funcional da despesa*, 2ª. ed. Rio de Janeiro: IPEA/INPES, 1972.

SIMON, C; BLUME, L. *Matemática para Economistas*. Porto Alegre: Bookman, 2004.

SOLOW, R. A contribution to the theory of economic growth, *The quarterly journal of economics*, v.70, n.1, p. 65-94, Fevereiro. 1956.

TAVARES, M. Vinte anos de política fiscal no Brasil: dos fundamentos do novo regime à Lei de Responsabilidade Fiscal. *Revista de Economia e Relações Internacionais* FEC-FAAP, v.4, n.7, Julho 2005.

VASCONCELLOS et al. *Economia Brasileira Contemporânea*. São Paulo: Atlas, 2007.

VERSANO et al. *Uma análise da carga tributária no Brasil*, Texto para Discussão n.583, Rio de Janeiro: IPEA, 1998.

APÊNDICE A1

A denominação das variáveis utilizadas nas derivações abaixo segue as definições apresentadas no texto: $Y, K, L, C, G, a, k, c, g, k_i, Y_i, y_i, s, n, \gamma, \delta, I, i, p, m, r, w$; produto, capital, população (força de trabalho), consumo, gastos/capital público, títulos privados per capita, capital per capita, consumo per capita, gastos do governo/capital público per capita, capital per capita da i -ésima firma, produto da i -ésima firma, produto per capita da i -ésima firma, taxa de poupança, taxa de crescimento vegetativo, taxa de crescimento, taxa de depreciação, investimento bruto, investimento per capita, preço de uma unidade de produto, preço de uma unidade de capital, r é a taxa de aluguel do capital, w é a taxa de salários. Não obstante, as derivações estão em seqüência e, para cada passagem enumerada, segue um texto explicativo.

1) Maximização do consumo das unidades familiares

$$\text{maximize } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-dt} \text{ sujeito } a' = (w + ra - c - na) \quad d = \rho - n$$

$c = \text{variável controle}, a = \text{variável estado}, \lambda = \text{variável auxiliar}$

$$H = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-dt} + \lambda (w + ra - c - na)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} e^{-dt} - \lambda \rightarrow \frac{\partial H}{\partial c} = 0 \rightarrow \lambda = c^{-\theta} e^{-dt} \quad (A1.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = a' = w + ra - c - na - \frac{\partial H}{\partial a} = \lambda' = -(\lambda r - \lambda n) \quad (A1.2)$$

Derivando-se a equação (A1.1) em relação ao tempo e substituindo-a na equação (A1.2), surge a taxa de crescimento ótima (A1.3) definida pelos agentes familiares como demonstrado abaixo.

$$\begin{aligned}
se, \lambda &= c^{-\theta} e^{-dt} \rightarrow \lambda' = -de^{-dt} c^{-\theta} + -\theta c^{-\theta-1} c' e^{-dt} \\
\lambda' &= -\lambda(r-n) = c^{-\theta} e^{-dt} (n-r) \\
-(\rho-n) e^{-dt} c^{-\theta} - \theta c^{-\theta-1} c' e^{-dt} &= -c^{-\theta} e^{-dt} (r-n) \\
\frac{c'}{c} &= \frac{1}{\theta} (r-\rho) \quad (A1.3)
\end{aligned}$$

2) Maximização do lucro da firma

$$\begin{aligned}
\pi(K_i, L_i) &= \int_0^{\infty} \left[((1-\tau)\phi(K_i, g) - wL - I) \exp - \int_0^t r(s) ds \right] dt \text{ ou} \\
\pi(k_i) &= \int_0^{\infty} \left[L_i \left((1-\tau)\phi(k_i, g) - w - i \right) \exp - \int_0^t r(s) ds \right] dt \quad (A1.4) \text{ pois} \\
I &= K' + \delta K \rightarrow i = k' + \delta k \quad k' = \frac{d}{dt} \left(\frac{K}{L} \right) = \frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL = \frac{K'}{L} - \frac{L'}{L} = n = 0
\end{aligned}$$

$$seja \phi(k_i, g) = k \phi \left(\frac{g}{k} \right)$$

$$F_k = \left[(1-\tau)\phi \left(\frac{g}{k} \right) - (1-\tau)\phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{g}{k} - \delta \right] L e^{-\bar{r}t}$$

$$\frac{d}{dt} F_{k'} = \frac{d}{dt} (-L e^{-\bar{r}t}) = -\bar{r} L e^{-\bar{r}t}$$

$$F_k - \frac{d}{dt} F_{k'} = (1-\tau)\phi \left(\frac{g}{k} \right) (1-\varepsilon) - \delta - \bar{r} = 0 \quad (A1.5)$$

$$\bar{r} = (1-\tau)\phi \left(\frac{g}{k} \right) (1-\varepsilon) - \delta \quad (A1.6)$$

$$* \frac{d}{dt} \int_0^t r(s) ds = \frac{d}{dt} \int_0^{u(t)} f(s) ds = \int_0^{u(t)} \frac{\partial f(s)}{\partial t} ds + f(t) u'(t) = r(t).1$$

$$\frac{1}{t} \int_0^t r(s) ds = \bar{r} \rightarrow \int_0^t r(s) ds = \bar{r}t \rightarrow \frac{d}{dt} \int_0^t r(s) ds = \frac{d}{dt} \bar{r}t = \bar{r}$$

Em que a equação A1.5 e a equação de Euler resultante da maximização do funcional objetivo A1.4 que define a taxa de aluguel do capital, A1.6

3) A Elasticidade de y em relação a g

$$se, \varepsilon = \frac{\partial y / \partial g}{y / g} = \frac{k \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{1}{k}}{y / g} = \frac{k \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{1}{k}}{k \phi \left(\frac{g}{k} \right) \frac{1}{g}} = \frac{\phi' \left(\frac{g}{k} \right)}{\phi \left(\frac{g}{k} \right)} \frac{g}{y} = \frac{g}{y} \phi' \left(\frac{g}{k} \right)$$

4) Maximização do crescimento no modelo generalizado descentralizado é a derivada da equação (2.11) do texto, sujeita as restrições impostas por (2.5) no texto:

$$\gamma = \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau) \phi \left(\frac{g}{k} \right) (1-\varepsilon) - \rho - \delta \right]$$

$$se, \tau = g / y \frac{g}{k} = (g / y) \phi \left(\frac{g}{k} \right)$$

$$\frac{\partial (1-\tau) \phi (g/k)}{\partial (g/y)} = -\phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} \left(1 - \frac{g}{y} \right)$$

$$se, \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} = \phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{g}{y} \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} \rightarrow \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} = \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)}$$

$$-\phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)} - \varepsilon \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)} = \frac{\phi (g/k) \varepsilon - \phi (g/k) + \phi' \phi (g/k) - \varepsilon \phi (g/k)}{(1-\varepsilon)}$$

Rearranjando:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial (g/y)} = \frac{1}{\theta} (1-\varepsilon) \phi \left(\frac{g}{k} \right) \frac{(\phi'-1)}{(1-\varepsilon)} = 0$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial (g/y)} = \frac{1}{\theta} \phi \left(\frac{g}{k} \right) (\phi'-1) = 0 \quad \varepsilon = \text{mantido fixo}$$

5) Equilíbrio dinâmico

O pressuposto fundamental do equilíbrio dinâmico está na equalização das taxas de crescimento das variáveis do modelo: k , c e y . Isto pode ser demonstrado quantitativamente com o auxílio dos produtos marginais dos fatores definidos na equação (2.8) do texto:

$$y_i = Ak_i^\alpha g^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial y}{\partial k_i} = \alpha Ak_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \quad (A1.7)$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = Ak_i^\alpha g^{1-\alpha} - \alpha Ak_i^{\alpha-1} \frac{K}{L^2} g^{1-\alpha} L_i = (1-\alpha) Ak_i^\alpha g^{1-\alpha} \quad (A1.8)$$

Em que (A1.7) é o *PMg* do capital físico e humano e (A1.8) o *PMg* da mão de obra desqualificada. Devido à estrutura competitiva da economia e a tributação sobre a renda, a taxa de salários é igual a $(1-\tau)(1-\alpha)k_i^\alpha g^{1-\alpha}$ enquanto o aluguel do capital descontada à taxa de depreciação é igual a $r = (1-\tau)(\alpha)k_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta$. Substituindo-se estas taxas na equação (2.3) do texto, e considerando que uma unidade de capital físico equivale a uma unidade de títulos em unidades de consumo, a taxa de variação do capital pode ser reescrita como (considere-se $n = 0$):

$$k' = (1-\tau) Ak_i^\alpha g^{1-\alpha} - c - \delta k \quad (A1.9)$$

E, afinal, substituindo-se $(1-\tau) = \alpha$ e $g^\alpha = (\tau A) k^\alpha$ em (A1.9), forma-se um sistema com a variação do capital, a taxa de crescimento do consumo derivada no texto em (2.13), junto a condição de transversalidade (2.6)

$$k' = \left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta \right] k - c$$

$$\gamma_c = \alpha / \theta \left(\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta / \alpha - \rho / \alpha \right)$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left[k(t) e^{-(r)t} \right]$$

Não obstante, considerando-se que a taxa de consumo seja função da razão ótima $g/y = \tau$, uma constante, a taxa de crescimento também é constante e o nível de consumo $c(t)$, pode ser obtida através do consumo inicial (aleatório):

$$c(t) = c(0) e^{\gamma_c t} \quad (A1.10)$$

Substituindo-se (A1.10) em k' :

$$\begin{aligned}
k' &= \left[\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta \right] k - c(0) e^{\alpha/\theta (\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta/\alpha - \rho)t} \\
I &= e^{\int -(\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta) dt} = e^{-(\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta)t} \\
D \int \left(k e^{-(\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta)t} \right) &= -c(0) \int e^{-(\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta)t} e^{1/\theta (\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho)t} dt \\
k(t) &= c(0) / \mu e^{\left[-\mu + (\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta) \right] t} + cte^{(\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta)t} \quad (A1.11)
\end{aligned}$$

$$* \text{ se, } z = e^{-\mu t} \quad e u = \mu t \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{du} \frac{du}{dt} = -\mu e^{-\mu t} - \int \frac{e^{-\mu t}}{\mu e^{-\mu t}} dz = -\frac{e^{-\mu t}}{\mu}$$

Se, portanto:

$$\alpha / \theta \alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} [-1 + \theta / \alpha] + \alpha / \theta [\delta / \alpha - \theta / \alpha \delta] + \rho / \theta = \mu > 0$$

e:

$$\begin{aligned}
& -\mu + (\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta) = \\
& = \alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} \alpha / \theta [1 - \theta / \alpha + \theta / \alpha] + \alpha / \theta [\theta / \alpha \delta - \delta / \alpha - \theta / \alpha \delta] - \rho / \theta \\
& = 1 / \theta \left[\alpha^2 A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho \right]
\end{aligned}$$

Considerando-se às restrições impostas pela equação (2.14) do texto, $r > \gamma$ para qualquer t .

Assim, substituindo-se A1.11 na condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} cte^{\left[\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta \right] t} e^{-(r)t} + \left[c(0) / \mu \right] e^{-(r)t} e^{\gamma t} = 0$$

$r > \gamma_c$ paratodot

$$cte^{\alpha A^{1/\alpha}(\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta t} e^{-r} = 0 \rightarrow cte = 0, \text{ pois } r = \alpha (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta$$

Ou seja, assintoticamente o primeiro termo de A.11 desaparece surgindo à relação:

$$k(t) \mu = c(0) e^{\gamma_c t} = c(t)$$

$$\text{se, } \mu = cte \rightarrow \frac{d}{dt} \ln k(t) = \frac{d}{dt} (\ln \mu + \ln c(t)) \rightarrow \gamma_c = \gamma_k$$

6) O nível de consumo é definido pela identidades das contas nacionais por:

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha} \rightarrow y(0) = A(k(0)^\alpha)(g(0)^{1-\alpha})$$

$$se, g = \tau y = \tau Ak^\alpha g^{1-\alpha} \rightarrow g = (\tau A)^{1/\alpha} k$$

$$se, y = c + i \rightarrow c = y - i$$

$$c(0) = A(k(0)^\alpha) \left(\left[(\tau A)^{1/\alpha} k(0) \right]^{1-\alpha} \right) (1-\tau) - k(0)\gamma - \delta k(0)$$

$$c(0) = k(0) \left[\left(A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} \right) (1-\tau) - \gamma - \delta \right]$$

Alternativamente:

$$c(0) = k(0) \left[A^{1/\alpha} (L\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) - \gamma - \delta \right]$$

$$c(0)(1-\tau) = k(0) \left[A^{1/\alpha} (L\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau)^2 - (1-\tau)\gamma - \delta(1-\tau) \right]$$

$$se \gamma\theta = A^{1/\alpha} (L\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau)^2 - \delta - \rho$$

$$c(0) = \frac{k(0)}{(\alpha)} [\gamma\theta + \rho + \delta - \gamma + \tau\gamma - \delta + \delta\tau] = \frac{k(0)}{\alpha} [\rho + \gamma(\theta + \alpha) + \delta(1-\alpha)]$$

7) Poupança

$$s = \frac{k' + \delta k}{y} = \frac{k' k}{k y} + \frac{\delta k k}{k y} = \frac{k}{y} (\gamma_k + \delta)$$

$$s = \frac{k}{Ak^\alpha (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} k^{1-\alpha}} (\gamma_k + \delta) \text{ como } \gamma_k = \gamma_c$$

$$s = \frac{1}{A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha}} \left(1/\theta \left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) - \rho - \delta \right] + \delta \right)$$

$$s = \frac{\left[\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) - \rho + (\theta-1)\delta \right]}{A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} \theta}$$

$$*y = Ak^\alpha (k^{1-\alpha}) (\tau A)^{1/\alpha} = Ak(\tau A)^{1/\alpha} \therefore k/y = 1/A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha}$$

8) A maximização da taxa de consumo na economia centralizada

$$H = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} + \lambda \left(k \phi \left(\frac{g}{k} \right) - c - g - \delta k \right)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad \lambda = c^{-\theta} e^{-\rho t} \quad (A1.12) \quad \lambda' = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda \left(\phi \left(\frac{g}{k} \right) - \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{g}{k} \right) + \lambda \delta \quad (A1.13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial g} = \lambda \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{k}{k^2} k - \lambda = 0 \quad \phi' \left(\frac{g}{k} \right) = 1$$

$$\text{como } \phi' = 1 \quad e \quad \frac{\phi' g}{\phi k} = \frac{g}{y} \quad \frac{g}{k} \phi' = \frac{g}{y} \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \quad (A1.14)$$

Derivando-se (A1.12) em relação ao tempo obtém-se o lado direito de (A1.15), substituindo (A1.14) em (A1.13) o lado esquerdo de (A1.5)

$$-\phi \left(\frac{g}{k} \right) \left(1 - \frac{g}{y} \right) \lambda + \lambda \delta = -\theta c^{-\theta-1} c' e^{-\rho t} - \rho e^{-\rho t} c^{-\theta} \quad (A1.15)$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\phi \left(\frac{g}{k} \right) \left(1 - \frac{g}{y} \right) - \delta - \rho \right]$$

9) Maximização da carga tributária ótima na economia centralizada:

$$\text{se, } \frac{g}{k} = (g/y) \phi \left(\frac{g}{k} \right)$$

A derivada do primeiro termo entre parênteses em relação a g/y :

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\phi \left(\frac{g}{k} \right) \left(1 - \frac{g}{y} \right) - \delta - \rho \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial (g/y)} = -\phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} \left(1 - \frac{g}{y} \right)$$

$$\text{se, } \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} = \phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \left(\frac{g}{k} \right) \frac{g}{y} \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} \rightarrow \frac{\partial (g/k)}{\partial (g/y)} = \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)}$$

$$\rightarrow -\phi \left(\frac{g}{k} \right) + \phi' \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)} - \varepsilon \frac{\phi (g/k)}{(1-\varepsilon)} = \frac{\phi (g/k) (-1 + \varepsilon + \phi' - \varepsilon)}{(1-\varepsilon)} = \frac{\phi (g/k) (\phi' - 1)}{(1-\varepsilon)}$$

Rearranjando os termos:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial (g/y)} = \frac{1}{\theta} \phi \left(\frac{g}{k} \right) \frac{(\phi' - 1)}{(1 - \varepsilon)} = 0$$

10) Maximização da utilidade

A função utilidade tem dois termos:

$$u(c) = \int_0^{\infty} \left[\frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right] e^{-\rho t} = \frac{1}{1-\theta} \int_0^{\infty} c^{1-\theta} e^{-\rho t} dt \quad (A1.16) - \frac{1}{1-\theta} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} dt \quad (A1.17)$$

A integral do termo (A1.16) é:

$$\frac{1}{1-\theta} \int_0^{\infty} c^{1-\theta} e^{-\rho t} dt, \frac{c'}{c} = \gamma \rightarrow I = e^{-\int \gamma dt} = e^{-\gamma t + c} \quad D \int (c e^{-\gamma t}) = \int 0 \rightarrow c = c(0) e^{\gamma t}$$

$$\frac{1}{1-\theta} \int_0^{\infty} [c(0) e^{\gamma t}]^{1-\theta} e^{-\rho t} dt \quad \text{se, } Z = (c(0) e^{\gamma t})^{1-\theta} e^{-\rho t}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \gamma e^{-\rho t} (1-\theta) (c(0) e^{\gamma t})^{-\theta} (c(0) e^{\gamma t}) - \rho (c(0) e^{\gamma t})^{1-\theta} e^{-\rho t}$$

$$\frac{dZ}{dt} = e^{-\rho t} (c(0) e^{\gamma t})^{1-\theta} ((1-\theta)\gamma - \rho)$$

$$\frac{1}{1-\theta} \int_0^{\infty} [c(0) e^{\gamma t}]^{1-\theta} e^{-\rho t} \frac{dZ}{e^{-\rho t} (c(0) e^{\gamma t})^{1-\theta} ((1-\theta)\gamma - \rho)}$$

$$\frac{1}{1-\theta} \frac{1}{(\gamma(1-\theta) - \rho)} \left[(c(0) e^{\gamma t})^{1-\theta} e^{-\rho t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{1-\theta} \frac{1}{(\gamma(1-\theta) - \rho)} [-c(0)]^{1-\theta}$$

A integral do termo A1.17:

$$\frac{1}{1-\theta} \left(\frac{1}{\rho} \right)$$

Somando os termos:

$$U = \frac{1}{1-\theta} \left[\frac{[c(0)]^{1-\theta}}{(\rho - \gamma(1-\theta))} - \frac{1}{\rho} \right] = \frac{1}{1-\theta} \left[\frac{\rho[c(0)]^{1-\theta} - (\rho - \gamma(1-\theta))}{(\rho - \gamma(1-\theta))\rho} \right]$$

11) Maximização da firma que dispõe de bens públicos G

$$\pi(k_i, L_i) = \int_0^{\infty} \left[L_i \left[p(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) - w_i - m(i) \right] \exp - \int_0^t r(s) ds \right] dt$$

$$F_k - \frac{d}{dt} F_k = \left((1-\tau) p \alpha k_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - \delta m \right) L_i e^{-\bar{r}t} - \frac{d}{dt} m L_i e^{-\bar{r}t} = 0$$

$$p(1-\tau) \alpha k_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - \delta m = \bar{r} m \rightarrow \text{em unidades de consumo}$$

$$\rightarrow \bar{r} + \delta = \frac{p(1-\tau)}{m} \alpha k_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} \quad (\text{A1.18})$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L_i} = F_{L_i} - \frac{d}{dt} F_{L_i} = p(1-\tau)(1-\alpha) Ak_i^\alpha G^{1-\alpha} - w = 0$$

$$w = p(1-\tau)(1-\alpha) Ak_i^\alpha G^{1-\alpha} \quad (\text{A1.19})$$

$$* p(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) - w - mi + L_i \left(m \left(\frac{K'}{L_i^2} - \frac{K}{L_i^2} \delta \right) - p(1-\tau)(AG^{1-\alpha}) \alpha K_i^\alpha L_i^{-\alpha} L_i^{-1} \right)$$

Onde A1.18 e A1.19 definem as taxa de juros e a taxas de salários, respectivamente.

12) Maximização da utilidade do consumidor numa economia centralizada

Quando se trabalha o processo de otimização sem restrições a carga tributária o problema do planejador social torna-se

$$\text{maximizar } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \text{ sujeito } K' = ALk^\alpha G^{1-\alpha} - G - C - \delta K$$

$\tau = \text{variável} = \text{se ajusta conforme necessário}$

Ou seja, a carga tributária varia a fim de ajustar a melhor razão g/k , variável chave para o crescimento das variáveis. A diferença fundamental na otimização da economia centralizada em relação a descentralizada é o fato do planejador social reconhecer os efeitos das externalidades advindas do gasto público; portanto, G , torna-se uma variável de controle

$$se, Y_i = AK_i^\alpha L_i^{1-\alpha} G^{1-\alpha} \rightarrow Y = Y_i i = ALk^\alpha G^{1-\alpha}$$

$$\frac{\partial(k^\alpha)}{\partial K} = \alpha k^{\alpha-1} \frac{\partial k}{\partial K} = \alpha k^{\alpha-1} \frac{1}{L}$$

$$H = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} + \lambda (ALk^\alpha G^{1-\alpha} - cL - G - \delta K)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} e^{-\rho t} - \lambda L = 0 \quad \lambda = L^{-1} c^{-\theta} e^{-\rho t} \quad (A1.20) \quad \lambda' = -\frac{\partial H}{\partial K} = -\lambda \alpha A k^{\alpha-1} G^{1-\alpha} + \lambda \delta \quad (A1.21)$$

$$\frac{\partial H}{\partial G} = \lambda (1-\alpha) ALk^\alpha (G)^{-\alpha} - \lambda = 0 \quad (1-\alpha) ALk^\alpha (G)^{-\alpha} = 1$$

$$G = [AL(1-\alpha)]^{1/\alpha} k \quad (A1.22)$$

Substituindo (A1.20) em (A1.21), encontra-se o lado esquerdo de (A1.23), o lado direito é a derivada de (A1.20) em relação ao tempo. Substituindo (A1.23) na taxa de crescimento, ela fica livre do fator capital

$$\lambda = L^{-1} e^{-\rho t} c^{-\theta} \quad \lambda' = L^{-1} (-\rho e^{-\rho t} c^{-\theta} - \theta c^{\theta-1} c' e^{-\rho t})$$

$$L^{-1} c^{-\theta} e^{-\rho t} (-\alpha A k^{\alpha-1} G^{1-\alpha} + \delta) = L^{-1} (-\rho e^{-\rho t} c^{-\theta} - \theta c^{\theta-1} c' e^{-\rho t}) \quad (A1.23)$$

$$-\alpha A k^{\alpha-1} G^{1-\alpha} + \delta = -(\rho + \theta c^{-1} c')$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} (\alpha A k^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - \delta - \rho) \quad G^{1-\alpha} = (AL(1-\alpha))^{1-\alpha/\alpha} k^{1-\alpha}$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} (\alpha (A)^{1/\alpha} (L(1-\alpha))^{1-\alpha/\alpha} - \rho - \delta)$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} L^{1-\alpha/\alpha} [A(1-\alpha)]^{1/\alpha} - \rho - \delta \right) \quad (A1.24)$$

13) Reescrevendo a equação (A1.24), tendo em vista que $1-\alpha = \tau$ e $\alpha = 1-\tau$. A maximização da taxa de crescimento considerando-se à taxa do planejador social é:

$$\gamma = \frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\left[(\tau A)^{1/\alpha} L^{1-\alpha/\alpha} \frac{(1-\tau)}{\tau} \right] - \rho - \delta \right)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 1/\alpha (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} AL^{1-\alpha/\alpha} [\tau^{-1} (1-\tau)] +$$

$$[-\tau^{-2} (1-\tau) - \tau^{-1}] (\tau A)^{1/\alpha} L^{1-\alpha/\alpha} = 0 * (\tau A)^{-1/\alpha} * L^{-(1-\alpha)/\alpha}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 1/\alpha(\tau A)^{-1} A[\tau^{-1}(1-\tau)] &= -[-\tau^{-2}(1-\tau) - \tau^{-1}] * (\tau) \\ \rightarrow 1/\alpha(\tau^{-1})(1-\tau) &= \tau^{-1}(1-\tau) + 1 * (\tau), *(1-\tau)^{-1} \\ \rightarrow 1/\alpha &= 1 + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{1-\alpha}{\alpha}(1-\tau) = \tau 1 - \tau - \alpha + \tau\alpha = \tau\alpha \quad \tau = 1 - \alpha \end{aligned}$$

14) Repetindo-se o procedimento descrito em 5, com $n \neq 0$ e $G = (\tau AL)^{1/\alpha} k$, o coeficiente μ deixa de ser constante conquanto γ_c dependa de L . Assim:

$$\begin{aligned} k(t)\mu &= c(0)e^{\gamma_c t} = c(t) \\ \text{se, } \mu \neq \text{cte} &\rightarrow \frac{d}{dt} \ln k(t) \neq \frac{d}{dt} (\ln \mu + \ln c(t)) \rightarrow \gamma_c \neq \gamma_k \end{aligned}$$

15) Tamanho ótimo do governo quando os insumos governamentais assumem a forma de G_k :

$$\begin{aligned} G &= \tau i Y_i = \tau A i K_i (G_k)^{1-\alpha} \quad \text{se, } i K_i = K \\ G_k &= (\tau A)^{1/\alpha} \gamma_{G_k} = \frac{1}{\theta} \left((1-\tau) A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \rho - \delta \right) \\ \frac{\partial \gamma_{G_k}}{\partial \tau} &= -A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} + (1-\alpha)/\alpha A (\tau A)^{1-2\alpha/\alpha} A (1-\tau) \\ \frac{(\tau)^{1-\alpha/\alpha}}{(\tau)^{1-2\alpha/\alpha}} &= \frac{(1-\alpha)}{\alpha} (1-\tau) \rightarrow \alpha \tau = 1 - \tau - \alpha + \alpha \tau \\ \frac{\partial \gamma_{G_k}}{\partial \tau} &= 0 \rightarrow \tau = 1 - \alpha \end{aligned}$$

16) Maximização do planejador com bens sujeitos a congestionamento é igual a economia descentralizada

$$\begin{aligned} Y &= i Y_i = AK (G/K)^{1-\alpha} \quad K' = AK (G/K)^{1-\alpha} - C - G - \delta K \\ H &= \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-(\rho)t} + \lambda \left(AK (G/K)^{1-\alpha} - cL - G - (\delta)K \right) \\ \frac{\partial H}{\partial c} &= c^{-\theta} e^{-(\rho-n)t} - \lambda L = 0 \quad \lambda = L^{-1} c^{-\theta} e^{-(\rho)t} \quad \lambda' = -\frac{\partial H}{\partial K} = -\lambda \alpha AK^{\alpha-1} G^{1-\alpha} + \lambda(\delta) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H}{\partial G} = \lambda(1-\alpha)AK^\alpha(G)^{-\alpha} - \lambda = 0 \quad (1-\alpha)AK^\alpha(G)^{-\alpha} = 1$$

$$G = [A(1-\alpha)]^{1/\alpha} K$$

Procedendo-se como em 8

$$\lambda' = -\theta c^{-\theta-1} c' e^{-\rho t} L^{-1} - \rho e^{-\rho t} c^{-\theta} L^{-1}$$

$$-L^{-1} c^{-\theta} e^{-\rho t} (-\alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \delta) = -\theta c^{-\theta-1} c' e^{-\rho t} L^{-1} - \rho e^{-\rho t} c^{-\theta} L^{-1}$$

$$-\alpha AK^{\alpha-1} G^{1-\alpha} + \delta = -(\rho + \theta c^{-1} c')$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} (\alpha AK^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - \delta - \rho) = \frac{1}{\theta} (\alpha A^{1/\alpha} (\tau)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho)$$

17) Maximização do lucro considerando-se o congestionamento pela força de trabalho 22ho:

$$\pi(k_i, L_i) = \int_0^\infty [L_i [p(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) - w - m(I)] \cdot e^{-(\bar{r}-n)t}] dt$$

$$I = k_i' + (\delta + n)k_i \quad \text{se, } \frac{L'}{L} = n \quad \frac{d}{dt}(k) = \frac{\partial F}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{K'}{L} - \frac{K}{L^2} n$$

$$F_k - \frac{d}{dt} F_k' = ((1-\tau)\alpha k_i^\alpha G^{1-\alpha} - (\delta + n)) e^{-(\bar{r}-n)t} - \frac{d}{dt} e^{-(\bar{r}-n)t} = 0$$

$$(1-\tau)\alpha k_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - (\delta + n) = (r(t) - n) \rightarrow r(t) = (1-\tau)\alpha k_i^{\alpha-1} G^{1-\alpha} - \delta \quad (A1.25)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L_i} = F_{L_i} - \frac{d}{dt} F_{L_i}' = [(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) - w - (I)] e^{-(\bar{r}-n)t} +$$

$$L_i e^{-(\bar{r}-n)t} \left[\left(\frac{K'}{L} - \frac{K}{L^2} n + \delta \frac{K}{L^2} \right) - p(1-\tau)(\alpha) Ak_i^\alpha G^{1-\alpha} L_i^{-1} \right]$$

$$w = (1-\alpha)(1-\tau)(Ak_i^\alpha G^{1-\alpha}) \quad (A1.26)$$

Onde A1.25 e A1.26 definem as taxa de juros e a taxas de salários, respectivamente.

18) Maximização consumo planejador central para $G_L = g \quad L'/L = n \neq 0$

$$H = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-(\rho-n)t} + \lambda (Ak^\alpha g^{1-\alpha} - c - g - (\delta+n)k)$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} e^{-(\rho-n)t} - \lambda = 0 \quad \lambda = c^{-\theta} e^{-(\rho-n)t} \quad \lambda' = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda \alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \lambda(\delta+n)$$

$$\frac{\partial H}{\partial g} = \lambda(1-\alpha) Ak^\alpha (g)^{-\alpha} - \lambda = 0 \quad (1-\alpha) Ak^\alpha (g)^{-\alpha} = 1$$

$$g = [A(1-\alpha)]^{1/\alpha} k$$

Procedendo-se como em 8;

$$\lambda = e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} \quad \lambda' = (-(\rho-n)e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} - \theta c^{\theta-1} c' e^{-(\rho-n)t})$$

$$c^{-\theta} e^{-(\rho-n)t} (-\alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \delta+n) = (-(\rho-n)e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} - \theta c^{\theta-1} c' e^{-(\rho-n)t})$$

$$-\alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \delta = -((\rho) + \theta c^{-1} c')$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} ((1-\tau) Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta - \rho)$$

Pela identidade das contas nacionais, se arazão G/L é constante:

$$\frac{k'}{k} = Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - \frac{g}{k} - \delta - n$$

$$c = k \left[(A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha}) (1-\tau) - \gamma - (\delta+n) \right] \quad g = [A\tau]^{1/\alpha} k$$

$$\frac{k'}{k} = Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - \frac{g}{k} - \delta - n$$

$$\frac{k'}{k} = A(A\tau)^{1-\alpha/\alpha} - A(\tau A)^{1-\alpha/\alpha} (1-\tau) + \gamma + \delta + n - (A\tau)^{1/\alpha} - \delta - n$$

$$\frac{k'}{k} = \frac{c'}{c} = \gamma$$

19) Prova do equilíbrio dinâmico no modelo centralizado

De acordo com 18, pode ser formado um sistema da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \text{se, } G_L = g = (\tau A)^{1/\alpha} k = \text{constante} \\
& \rightarrow k' = (1-\tau)(1-\alpha) A k_i^\alpha g^{1-\alpha} + (1-\tau)\alpha A k_i^\alpha g^{1-\alpha} - \delta k - nk - c \\
& k' = (1-\tau) A k_i^\alpha g^{1-\alpha} - \delta k - nk - c = \left(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n \right) k - c \\
& \gamma_c = (1/\theta) \left(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho \right) \\
& \lim_{t \rightarrow \infty} [k(t) \lambda(t)] = 0 \lim_{t \rightarrow \infty} \left[k(t) e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t} \right]
\end{aligned}$$

Em que a condição de transversalidade surgiu da condição de 1ª ordem do Hamiltoniano:

$$\begin{aligned}
\frac{\lambda'}{\lambda} &= -\alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + (\delta + n) \\
\lambda &= \lambda(0) e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} + \delta + n)t}
\end{aligned}$$

Não obstante, se o consumo é definido por:

$$c(t) = c(0) e^{1/\theta (\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho)t}$$

e a função que determina o nível de capital pode ser expressa:

$$\begin{aligned}
k' &= \left(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n \right) k - c(0) e^{1/\theta (\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho)t} \\
I &= e^{-\int (\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n) dt} = e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t} D \int \left(k e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t} \right) = -c(0) \int e^{St} dt \\
k e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t} &= -\frac{c(0)}{S} e^{St} + cte \\
S &= \left(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta \right) (1/\theta - 1) - \rho/\theta + n = -\phi \\
k(t) &= \frac{c(0)}{\phi} e^{1/\theta (\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - \rho)t} + cte e^{(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t}
\end{aligned}$$

Substituindo na condição de transversalidade:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[k(t) e^{-(\alpha A (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} - \delta - n)t} \right] =$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[cte + \left[c(0) / \phi \right] e^{\gamma - (r-n)t} \right] = 0$$

se, $\theta \geq 1$ e n baixo $\rightarrow r - n > \gamma$

As taxas de consumo e acumulação de capital são equalizadas:

$$c(t) = \phi k(t) \text{ se, } \phi = cte \quad \gamma_c = \gamma_k$$

APÊNDICE A2

A denominação das variáveis utilizadas nas derivações abaixo segue as definições apresentadas no texto: $y, k, c, g, s, \gamma, m, r, x$; produto per capita, capital per capita, consumo per capita, gastos do governo per capita, taxa de subsídio, taxa de crescimento, preço de uma unidade de capital, r é a taxa de aluguel do capital, x investimento público per capita. Não obstante, as derivações estão em seqüência e, para cada passagem enumerada, segue um texto explicativo.

1) Maximização da taxa de crescimento sem restrições à carga tributária:

$$\max_{imizar} \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \quad \text{sujeito } k' = Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - g - c$$

$$\text{restrito por } \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} = g$$

O valor corrente do Hamiltoniano-Lagrangiano¹ é definido na seguinte equação:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} + q(Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - c - g) - \mu(\tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - g)$$

Onde q é o valor corrente da variável auxiliar² que multiplica a equação dinâmica e μ é o valor corrente do multiplicador da restrição estática. Pelas condições de 1ª ordem:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} - q = 0 \quad (A2.1) \quad q' = -\frac{\partial H}{\partial k} = \left(-q\alpha Ak^{\alpha-1} (g)^{1-\alpha} + \mu\alpha\tau Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \rho q \right) \quad (A2.2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial g} = q(1-\alpha)Ak^{\alpha} (g)^{-\alpha} - q - \mu((1-\alpha)\tau Ak^{\alpha} g^{-\alpha} - 1) = 0 \rightarrow \frac{\mu}{q} = \frac{(1-\alpha)Ak^{\alpha} (g^{-\alpha}) - 1}{(1-\alpha)\tau Ak^{\alpha} (g^{-\alpha}) - 1} \quad (A2.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mu} = \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - g = 0 \quad g = (\tau A)^{1/\alpha} k \quad (A2.4)$$

¹ $H_c = He^{\rho t}$

² Variável auxiliar = *costate variable*.

Derivando A2.1 em relação ao tempo e substituindo em A2.2

$$q = c^{-\theta} \rightarrow q' = -\theta c^{-\theta-1} c'$$

$$-\theta c^{-\theta-1} c' = \left[-q(\alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}) + \mu(\alpha \tau A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}) \right] + \rho c^{-\theta}$$

Que resulta a identidade:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \left(1 - \tau \frac{\mu}{q} \right) \right] - \rho \quad (\text{A2.5})$$

Substituindo A2.3 e A2.4 em A2.5:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\left[A k^{\alpha-1} (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} k^{1-\alpha} (1-\tau) \right] - \rho \right)$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\left[(\tau A)^{1/\alpha} \frac{(1-\tau)}{\tau} \right] - \rho \right) = \frac{1}{\theta} \left[\frac{1-\tau}{\tau} (\tau A)^{1/\alpha} - \rho \right]$$

têm-se uma taxa de crescimento igual a:

$$\gamma = \frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\left[(\tau A)^{1/\alpha} \frac{(1-\tau)}{\tau} \right] - \rho \right) \quad (\text{A2.6})$$

Diferenciando-se (A2.6) em relação a τ :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = 1/\alpha (\tau A)^{1-\alpha/\alpha} A \left[\tau^{-1} (1-\tau) \right] + \left[-\tau^{-2} (1-\tau) - \tau^{-1} \right] (\tau A)^{1/\alpha} = 0$$

$$\rightarrow 1/\alpha (\tau A)^{-1} A \left[\tau^{-1} (1-\tau) \right] = - \left[-\tau^{-2} (1-\tau) - \tau^{-1} \right] (*\tau)$$

$$\rightarrow 1/\alpha (\tau^{-1}) (1-\tau) = \tau^{-1} (1-\tau) + 1$$

$$\rightarrow 1/\alpha = 1 + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\tau) = \tau 1 - \tau - \alpha + \tau \alpha = \tau \alpha$$

$$\tau = 1 - \alpha \quad (\text{A2.7})$$

Ou seja, substituindo-se (A2.7) em (A2.6), chega-se a equação (A2.8), que é idêntica equação (3.5) encontrada no texto:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\frac{1-\tau}{\tau} (\tau A)^{1/\alpha} - \rho \right] = \frac{1}{\theta} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} [A(1-\alpha)]^{1/\alpha} - \rho \right) \quad (\text{A2.8})$$

Enfim, na medida em que o governo mantenha um orçamento equilibrado e não tenha herdado nenhuma dívida passada, substituindo-se (A2.7) na função de produção chega-se a (A2.9) que equivale a equação (3.6) encontrada no texto :

$$\frac{g}{y} = (1-\alpha)^{1/\alpha} A^{1/\alpha} \frac{k}{y} = (1-\alpha) \quad (\text{A2.9})$$

2) Maximização direta da taxa de crescimento com restrições à carga tributária:

$$\begin{aligned} \max \text{imizar } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \text{ sujeito } k' &= Ak^\alpha g^{1-\alpha} - g - c \\ \text{restrito por } \bar{\tau} Ak^\alpha g^{1-\alpha} &= g \end{aligned}$$

Seguindo os mesmos passos no processo do item (1), encontra-se a seguinte taxa de crescimento:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\frac{1-\bar{\tau}}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} A)^{1/\alpha} - \rho \right] \quad (\text{A2.10})$$

Que não é sustentável, pois:

$$\frac{1-\bar{\tau}}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} A)^{1/\alpha} > \frac{\alpha}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} A)^{1/\alpha} = \alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} = PMgK \text{ quando } g = (\bar{\tau} A)^{1/\alpha} k$$

3) Maximização da taxa de crescimento com restrições à carga tributária, considerando-se o subsídio adicional:

Refazendo o exercício de maximização (1), (considerando-se a carga tributária restrita $\bar{\tau}$) a partir de:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \left(1 - \bar{\tau} \frac{\mu}{q} \right) \right] - \rho \quad (\text{A2.11})$$

$$\begin{aligned} \text{se, } \bar{\tau} A k^{\alpha} g^{1-\alpha} - g - sk = 0 &\rightarrow \omega y = \bar{\tau} y - sk \\ g = \omega y = \omega A k^{\alpha} g^{1-\alpha} & \quad g = (\omega A)^{1/\alpha} k \end{aligned} \quad (\text{A2.12})$$

Substituindo-se (A2.12) em (A2.11), obtém-se (A2.13), que é igual a equação (3.12) encontrada no texto:

$$\begin{aligned} \text{se, } \left(1 - \bar{\tau} \frac{\mu}{q} \right) &= \frac{(1-\alpha)\bar{\tau} A k^{\alpha} (g^{-\alpha}) - 1 - \bar{\tau} [(1-\alpha) A k^{\alpha} (g^{-\alpha}) - 1]}{(1-\alpha)\bar{\tau} A k^{\alpha} (g^{-\alpha}) - 1} = \left(\frac{\omega(1-\bar{\tau})}{\omega - (1-\alpha)\bar{\tau}} \right) \\ \gamma &= \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{\omega(1-\bar{\tau})}{\omega - (1-\alpha)\bar{\tau}} \right) \alpha A (\omega A)^{1-\alpha/\alpha} - \rho \right] \\ \gamma &= \frac{1}{\theta} \left[\left(\frac{(1-\bar{\tau})}{\omega - (1-\alpha)\bar{\tau}} \right) \alpha (\omega A)^{1/\alpha} - \rho \right] \end{aligned} \quad (\text{A2.13})$$

O subsídio ao investimento mantém a oferta de capital como se não houvesse restrição tributária e a produtividade do capital público supera a produtividade do capital privado. A partir da equação (A2.13), e definindo o consumo a partir da restrição de recursos na economia:

$$c(0) = k \left(A^{1/\alpha} (\omega^{1-\alpha/\alpha}) - \gamma - (\omega A)^{1/\alpha} \right) \quad (\text{A2.14})$$

A razão ω que maximiza o bem estar dos agentes pode ser encontrada substituindo A2.13 e A2.14 na integral da função consumo (ver apêndice A1) :

$$U = \frac{1}{1-\theta} \left[\frac{[c(0)]^{1-\theta}}{(\rho - \gamma(1-\theta))} - \frac{1}{\rho} \right] = \frac{1}{1-\theta} \left[\frac{\rho[c(0)]^{1-\theta} - (\rho - \gamma(1-\theta))}{(\rho - \gamma(1-\theta))\rho} \right]$$

Como se está trabalhando com uma função Cobb-Douglas, no entanto, a maximização da taxa de crescimento corresponde à maximização da utilidade dos agentes; portanto, pode-se encontrar a carga tributária ótima derivando-se (A2.13) em relação a ω :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \frac{\alpha A^{1/\alpha} (1/\alpha) \omega^{1-\alpha/\alpha} (1-\bar{\tau}) [\omega - \bar{\tau}(1-\alpha)] - \alpha (\omega A)^{1/\alpha} (1-\bar{\tau})}{[\omega - \bar{\tau}(1-\alpha)]^2} = 0$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \omega^{-1} \alpha^{-1} \omega - \omega^{-1} \alpha^{-1} \bar{\tau} (1-\alpha) = 1$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \omega} = \omega - \bar{\tau} + \bar{\tau} \alpha = \omega \alpha \rightarrow \omega(-1 + \alpha) = \bar{\tau}(-1 + \alpha) \rightarrow \omega = \bar{\tau}$$

Enfim, a taxa máxima de bem estar (crescimento) se dá quando o volume de gastos ω atinge o nível de restrição tributária.

4) Se o preço do investimento é m , pela otimização direta o subsídio baixa-o no montante de $m(1-(1-\alpha))$. Acontece que, mediante uma restrição tributária, $\bar{\tau} < 1-\alpha$, o subsídio adicional deve ser retirado da seguinte forma: $(1-\alpha) - \bar{\tau} = \textit{subsídio adicional}$.

Feito isso, a economia retorna ao equilíbrio, retirando-se o subsídio e igualando $\bar{\tau} = \omega$:

$$\left(\frac{1-\bar{\tau}}{\omega - \bar{\tau}(1-\alpha)} \right) \alpha (\omega A)^{1/\alpha} (A2.15) \rightarrow \frac{1-\bar{\tau}}{\bar{\tau}(1-\bar{\tau})} \alpha (\omega A)^{1/\alpha} (A2.16) = \frac{\alpha}{\bar{\tau}} (\omega A)^{1/\alpha}$$

Onde de (A2.15) para (A2.16), o subsídio adicional foi retirado, $(1-\alpha)$ substituído por $\bar{\tau}$ e ω igualado a $\bar{\tau}$.

O efeito do subsídio é observado de melhor forma quando se trabalha com o produtor individual (ver capítulo anterior):

$$\begin{aligned}
se, \tau = 1 - \alpha &\rightarrow PMgK = \frac{(1 - \tau)}{m} \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \\
\rightarrow PMgK = \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} &\rightarrow \text{preço do capital} = m(1 - (1 - \alpha)) \\
se, \bar{\tau} < 1 - \alpha &\rightarrow PMgK = \frac{(1 - \bar{\tau})}{m} \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \\
\rightarrow PMgK = \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} &\rightarrow \text{preço do capital} = m(1 - (\bar{\tau}))
\end{aligned}$$

5) Maximização do consumo sem restrição tributária, mas com endividamento:

$$\begin{aligned}
\text{maximizar } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \text{ sujeito } k' &= A k^{\alpha} g^{1-\alpha} - g - c \\
e b' &= r b + g - \tau A k^{\alpha} g^{1-\alpha}
\end{aligned}$$

Reformatando o Hamiltoniano do texto:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + q(Ak^{\alpha}g^{1-\alpha} - c - g) + \eta(rb - \tau Ak^{\alpha}g^{1-\alpha} + g)$$

em que q é a variável auxiliar da equação dinâmica do total dos recursos na economia e η é a variável auxiliar da equação dinâmica da dívida. Se:

$$\frac{\partial H_c}{\partial c} = c^{-\theta} - q = 0 \quad (A2.17) \quad \eta' = -\frac{\partial H_c}{\partial b} = -\eta r + \rho \eta \quad (A2.18)$$

Derivando A2.17 em relação ao tempo e substituindo em A2.18, encontra-se A2.19, que equivale a equação (3.18) encontrada no texto:

$$\begin{aligned}
-\theta c^{-\theta-1} c' = q' &\rightarrow -\frac{q'}{q} = \theta \frac{c'}{c} \text{ como, } -\frac{q'}{q} = -\frac{\eta'}{\eta} \\
\frac{c'}{c} &= \frac{1}{\theta}(r - \rho)
\end{aligned} \tag{A2.19}$$

E a condição de 1ª ordem dá-se a partir das equações dinâmicas de acumulação do capital privado e endividamento, junto à taxa de crescimento do consumo:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

$$\frac{k'}{k} = A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \frac{g}{k} - \frac{c}{k}$$

$$\frac{b'}{b} = r - \frac{\tau y}{b} + \frac{g}{b}$$

onde $r = \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}$ está sujeito a $\omega = g/y$ que está definido para uma dada dívida b/y . Não obstante, a solução do sistema tem de respeitar a taxa de crescimento da dívida.

$$b' = \frac{\partial H}{\partial \eta} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} b - \tau k A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + g$$

$$\gamma = \frac{b'}{b} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \frac{\tau}{b} k A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + \frac{g}{b} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + \frac{y}{b} \left(-\tau + A^{-1} \left(\frac{g}{k} \right)^{\alpha} \right)$$

$$se, g = (\omega A)^{1/\alpha} k$$

$$\gamma = \alpha A (\omega A)^{1-\alpha/\alpha} + \frac{y}{b} (\omega - \tau)$$

$$r - \frac{1}{\theta}(r - \rho) = (\tau - \omega) \frac{y}{b}$$

$$\omega = \frac{b}{y} (\gamma - r) + \tau \tag{A2.20}$$

A equação (A2.20) equivale a equação (3.19) encontrada no texto.

6) Maximização do consumo com restrição tributária e endividamento:

O exercício de otimização é idêntico ao item 5, substituindo-se τ , por $\bar{\tau}$ e a parcela do gasto público é determinada a partir da restrição orçamentária do governo:

$$\omega = (\gamma - r) \frac{b}{y} + \bar{\tau} \tag{A2.21}$$

A equação (A2.21) equivale a (3.20) encontrada no texto.

7) A taxa de crescimento de equilíbrio é definida pela taxa de juro capaz de sustentar a dinâmica da dívida:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho) \text{ se, } r = \alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\sigma/a} \rightarrow \frac{1}{\theta}(\alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} - \rho)$$

Em que ω , obviamente, é menor que a razão g/y do modelo irrestrito.

8) Quantificando a perda devido a dívida herdada

$$\begin{aligned} \max imizar \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \text{ sujeito } k' &= Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - g - c \\ e b' &= rb + g - \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - \delta k \end{aligned}$$

Reescrevendo o hamiltoniano:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} + q(Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - c - g - \delta k) + \eta(rb - \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} + g)$$

Em que as condições de 1ª ordem formam o sistema:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left(\alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \rho - \delta \right) \quad (\text{A2.22})$$

$$\frac{k'}{k} = A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \frac{g}{k} - \frac{c}{k} - \delta \quad (\text{A2.23})$$

$$\frac{b'}{b} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} \left(1 - \frac{\tau k}{\alpha b} \right) + \frac{(g/k)}{(b/k)} \quad (\text{A2.24})$$

O sistema (A2.22)-(A2.24) revela que, independentemente da restrição tributária, quanto maior o estoque da dívida em unidades de consumo, menor a taxa de crescimento de equilíbrio. Isto fica claro a partir da tabela (3.1), trabalhada a partir dos resultados obtidos no sistema (A2.22)-(A2.24)

9) Com o investimento público em bens de infra-estrutura, a maximização da utilidade se dá em relação ao consumo c e ao investimento público x , variáveis de controle, sujeito a acumulação de capital, acumulação da infra-estrutura e o crescimento da dívida. Portanto, o problema tem duas variáveis de controle: c e x ; e três variáveis de estado: k , g e b . Em suma:

$$\text{maximizar } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} \text{ sujeito } k' = Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - x - c,$$

$$g' = x, \quad b' = rb - \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} + x$$

O hamiltoniano do problema é, portanto:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} + q_1 (Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} - x - c) + q_2 (x) + q_3 (rb - \tau Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} + x)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial c} = c^{-\theta} - q_1 = 0 \quad (A2.25) \quad q_1' = -\frac{\partial H_c}{\partial k} = -\alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} q_1 + \alpha Ak^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \tau q_3 + \rho q_1 \quad (A2.26)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial x} = -q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (A2.27) \quad q_2' = -\frac{\partial H_c}{\partial g} = -(1-\alpha) Ak^{\alpha} g^{-\alpha} q_1 + (1-\alpha) Ak^{\alpha} g^{-\alpha} \tau q_3 + \rho q_2$$

$$q_3' = -\frac{\partial H_c}{\partial b} = -q_3 r + \rho q_3 \quad (A2.28)$$

Derivando (A2.25) em relação ao tempo:

$$q_1'' = -\theta c^{-\theta-1} c' \quad q_1 = c^{-\theta}$$

$$-\frac{q_1'}{q_1} = \theta \frac{c'}{c} \quad (A2.29)$$

E considerando que as taxas de crescimento das variáveis auxiliares é a mesma; a taxa de crescimento do consumo pode ser determinada substituindo-se A2.29 em A2.28:

$$\theta \frac{c'}{c} = -\frac{q_1'}{q_1} = -\frac{q_3'}{q_3} \rightarrow \text{se, } -\frac{q_3'}{q_3} = r - \rho$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} (r - \rho)$$

Enfim, derivada a taxa de consumo, a taxa de crescimento de equilíbrio pode ser encontrada através do sistema:

$$\gamma = \theta \frac{c'}{c} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \rho \quad (\text{A2.30})$$

$$\gamma = \frac{k'}{k} = A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \frac{x}{k} - \frac{c}{k} \quad (\text{A2.31})$$

$$\gamma = \frac{g'}{g} = \frac{x}{g} \quad (\text{A2.32})$$

$$\gamma = \frac{b'}{b} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + \left(\frac{x}{y} - \bar{\tau} \right) \frac{y}{b} \quad (\text{A2.33})$$

Onde $r = \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}$, definida a partir da razão g/k ótima.

10) Pela equação (A2.32) encontra-se (A2.34), que equivale a equação (3.27) encontrada no texto

$$\frac{g'}{g} = \frac{x}{g} \rightarrow \gamma = \frac{x}{g} \rightarrow \gamma \frac{g}{y} = \frac{x}{y} \rightarrow se, \left(\frac{g}{y} \right) = \frac{g}{A k^{\alpha} g^{1-\alpha}} = A^{-1} \left(\frac{g}{k} \right)^{\alpha} \quad (\text{A2.34})$$

$$\gamma A^{-1} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{\alpha} = \frac{x}{y}$$

11) Pela condição (A2.33) da condição de 1ª ordem encontra-se (A2.35), que equivale a equação (3.29) encontrada no texto:

$$\frac{b'}{b} = r - \tau \frac{y}{b} + \frac{x}{b} \quad se, T = \tau y$$

$$\frac{\tau y}{b} = (r - \gamma) + \frac{x}{b} \rightarrow T = (r - \gamma) \frac{b}{y} y + x = (r - \gamma) \frac{b}{y} A \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^{1-\alpha} k + \gamma \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) k \quad (\text{A2.35})$$

onde, $y = A \frac{g}{k}^{-\alpha}$ $g = A \frac{g}{k}^{-\alpha} \frac{g}{k}^1$ k e $x = g \gamma = \frac{g \gamma}{k} k = \gamma \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) k$

12) Dado, portanto, às condições obtidas pela otimização (em 9, substitua-se τ por $\bar{\tau}$):

$$\gamma = \theta \frac{c'}{c} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \rho \quad (\text{A2.36})$$

$$\gamma = \frac{k'}{k} = A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} - \frac{x}{k} - \frac{c}{k} \quad (\text{A2.37})$$

$$\gamma = \frac{g'}{g} = \frac{x}{g} \quad (\text{A2.38})$$

$$\gamma = \frac{b'}{b} = \alpha A \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\alpha} + \left(\frac{x}{y} - \bar{\tau} \right) \frac{y}{b} \quad (\text{A2.39})$$

A expressão para T restrita pode ser encontrada inserindo-se (A2.38) em (A2.39):

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{b'}{b} = r - \bar{\tau} \frac{y}{b} + \frac{x}{b} \text{ se } x = \gamma g \\ \bar{\tau} y &= (r - \gamma) \frac{b_0}{y_0} y + x = (r - \gamma) \frac{b_0}{y_0} y + \gamma g \end{aligned} \quad (\text{A2.40})$$

Que pode ser reescrita na forma de:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= (r - \gamma) \left(\frac{g}{y} - \frac{\bar{g}_0}{y_0} \right) + \gamma \frac{g}{y} \\ \text{pois } \frac{b_0}{y_0} &= \frac{g}{y} - \frac{\bar{g}_0}{y_0} \\ \text{pois } \frac{b}{y} &= \frac{g_0 - \bar{g}_0}{y_0} = \frac{g}{y} - \frac{\bar{g}_0}{y_0} = \frac{\bar{k}_0}{y_0} - \frac{k}{y} \end{aligned} \quad (\text{A2.41})$$

Enfim, a solução para uma taxa ótima, constante, equivalente $\omega = g / y$ é determinada por:

$$\bar{\tau} = (r - \gamma) \left(\omega - \frac{\bar{g}_0}{y_0} \right) + \gamma \omega \quad (\text{A2.42})$$

onde $r = \alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha}$ e $\gamma = \frac{1}{\theta} (\alpha A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} - \rho)$

O produto, consumo, e investimento público de equilíbrio, podem ser encontrados a partir de (A2.42)

$$y = A^{1/\alpha} \omega^{1-\alpha/\alpha} k \quad c = A^{1/\alpha} \omega^{1/\alpha} \left(\frac{1}{\omega} - 1 - \gamma \right) k \quad \frac{x}{y} = \gamma \omega$$

Em que a restrição tributária produz o efeito de:

$$\omega < A^{-1} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha$$

b_0 / y_0 é a dívida produto ótima não varia

$\bar{g}_0 = \bar{k}_0$ não varia

g_0 / y_0 é ótimo não varia

$b / y, k / y, g / y$ ajustam as variáveis acima

APÊNDICE A3

A denominação das variáveis utilizadas nas derivações abaixo segue as definições apresentadas no texto: $K, L, a, k, c, g, k_i, Y_i, y_i, n, v, \delta_k, \delta_g, I, i, p, m, r_1, r_{1b}, r_2, w, w_b, b, \chi, \mu, \beta$; capital, população (força de trabalho), títulos privados per capita, capital per capita, consumo per capita, capital público per capita, capital per capita da *i-ésima* firma, produto da *i-ésima* firma, produto per capita da *i-ésima* firma, taxa de poupança, taxa de crescimento vegetativo, taxa de crescimento, taxa de depreciação do capital privado, taxa de depreciação do capital público, investimento bruto, investimento per capita, preço de uma unidade de produto, preço de uma unidade de capital, r_1 é a taxa de aluguel do capital privado, r_{1b} , a taxa de aluguel do capital privado bruto, r_2 a taxa de retorno do capital público, w é a taxa de salários, w_b a taxa de salários bruta, títulos público per capita, χ a razão capital público/capital privado, β a razão dívida/capital privado, μ a razão consumo/capital privado. Não obstante, as derivações estão em seqüência e, para cada passagem enumerada, segue um texto explicativo.

1) Maximização das firmas

$$\pi(k_i, L_i) = \int_0^{\infty} \left[L_i \left[p(1-\tau)(Ak_i^\alpha g^{1-\alpha}) - w - m(I) \right] \cdot \exp \int_0^t (r_1(s) - n) dt \right] dt \quad (A3.1)$$

$$I = k_i' + (\delta_k + n)k_i \text{ se, } \frac{L'}{L} = n \frac{d}{dt}(k) = \frac{\partial F}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{K'}{L} - \frac{K}{L^2} n$$

$$F_k - \frac{d}{dt} F_{k'} = \left((1-\tau)\alpha k_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - (\delta_k + n) \right) e^{-(\bar{r}-n)t} - \frac{d}{dt} e^{-(\bar{r}-n)t} = 0 \quad (A3.2)$$

$$(1-\tau)\alpha k_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - (\delta_k + n) = (r(t) - n) \rightarrow r_1(t) = (1-\tau)\alpha k_i^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k \quad (A3.3)$$

$$F_{L_i} - \frac{d}{dt} F_{L_i'} = \left[(1-\tau)(Ak_i^\alpha g^{1-\alpha}) - w - (I) \right] e^{-(\bar{r}-n)t} + L_i e^{-(\bar{r}-n)t} \left[\left(\frac{K'}{L} - \frac{K}{L^2} n + \delta \frac{K}{L^2} \right) - p(1-\tau)(\alpha) Ak_i^\alpha g^{1-\alpha} L_i^{-1} \right] = 0 \quad (A3.4)$$

$$w = (1-\alpha)(1-\tau)(Ak_i^\alpha g^{1-\alpha}) \quad (A3.5)$$

$$* \frac{1}{t} \int_0^t r(s) ds = \bar{r}$$

A maximização do funcional (A3.1), resulta as condições de 1ª ordem (A3.2) e (A3.4) e as remunerações do capital (A3.3) e da mão-de-obra (A3.5).

2) A Maximização dos Agentes Familiares

Os agentes familiares estão dispostos a maximizar seu fluxo intertemporal de consumo:

$$\max \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} L_0 u(c(t)) dt$$

Sujeito a restrição de recursos da economia:

$$c + a' + (n)a + b' + nb = (w + r_1 k) + r_2 (1 - \tau) + T_p$$

Considere-se que títulos privados e capital físico são substitutos perfeitos. Assim, se a soma dos ativos é denominada S , o problema torna-se:

$$\int_0^{\infty} \frac{c^{1-\theta} - 1}{(1-\theta)} \text{ sujeito a } a' + b' = -c - na + w + r_1 a + r_2 b(1 - \tau) + T_p$$

$$\text{restrito por } S = a + b$$

O valor corrente do hamiltoniano-lagrangiano e as condições de 1ª ordem são dados por:

$$H_c = \frac{c^{1-\theta} - 1}{(1-\theta)} + \gamma_1 \left((w + r_1(a) + (1-\tau)r_2(b)) + T_p - c - n(a+b) \right) + \gamma_2 (S - (a+b))$$

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\theta} - \gamma_1 = 0 \quad (A3.6) \quad \dot{\gamma}_1 = -\frac{\partial H}{\partial S} = -\gamma_2 + (\rho - n)\gamma_1 \quad (A3.7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \gamma_2} = S - a - b = 0 \quad S = a + b$$

Onde γ_1 é o multiplicador dinâmico (variável de co-estado) e γ_2 o multiplicador lagrangiano da restrição. Derivando-se (A3.6) em relação ao tempo e substituindo em (A3.7), obtém-se (A3.8):

$$\begin{aligned} se, \gamma_1' &= -\theta c^{-\theta-1} c' \\ -\theta c^{-\theta-1} c' &= -\gamma_2 + (\rho - n)\gamma_1 \\ \frac{c'}{c} &= -\frac{1}{\theta} \left(\rho - n - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \quad (A3.8) \end{aligned}$$

No ótimo, o produto obtido por uma unidade adicional de capital é 0. Não obstante, pela condição de não arbitragem:

$$\text{no equilíbrio não há arbitragem} \therefore \frac{\partial H_c}{\partial a} = \frac{\partial H_c}{\partial b}$$

$$se, \frac{\partial H_c}{\partial a} = r_1 \gamma_1 - n \gamma_1 - \gamma_2 \rightarrow \gamma_2 = r_1 \gamma_1 - n \gamma_1 \quad (A3.9)$$

$$se, \frac{\partial H_c}{\partial b} = (1 - \tau) r_2 \gamma_1 - n \gamma_1 - \gamma_2 \rightarrow \gamma_2 = (1 - \tau) r_2 \gamma_1 - n \gamma_1 \quad (A3.10)$$

Equalizando (A3.9) e (A3.10), a taxa de juros dos títulos públicos é definida por:

$$\begin{aligned} r_1 \gamma_1 - n \gamma_1 &= (1 - \tau) r_2 \gamma_1 - n \gamma_1 \\ r_2 &= \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k / (1 - \tau) \end{aligned}$$

Enquanto a taxa de consumo resulta da substituição de (A3.8) em (A3.10):

$$\begin{aligned} \frac{c'}{c} &= -\frac{1}{\theta} \left(\rho - n - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) = -\frac{1}{\theta} (\rho - n - r_1 + n) = \frac{1}{\theta} (r_1 - \rho) \\ se, r_1 &= (1 - \tau) \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k \\ \frac{c'}{c} &= \frac{1}{\theta} \left((1 - \tau) \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k - \rho \right) \quad (A3.11) \end{aligned}$$

A taxa de crescimento do capital é dada pela inter-relação da taxa de acumulação de ativos:

$$S' = \frac{\partial H}{\partial \gamma_1} = (1-\tau) \left((1-\alpha)k^\alpha g^{1-\alpha} + \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} \right) - \delta_k k + (1-\tau)r_2 b + T_p - c - nb - nk \quad (\text{A3.12})$$

E pela restrição orçamentária do governo definida na equação (4.8) do texto:

$$b' = r_2 b + C_p + T_p + I_p - T - nb \quad (\text{A3.13})$$

Substituindo-se (A3.13) em (A3.12), têm-se:

$$\begin{aligned} se, b' &= r_2 b + C_p + I_p + T_p - T - nb = r_2 b + \eta_1 T + \eta_2 T + \eta_3 (1-\eta_0) T - T - nb \text{ e } T = \tau (w_b + r_{1b} k + r_2 b) \\ &(\eta_2 + \eta_3 (1-\eta_0)) T + k' = k^\alpha g^{1-\alpha} - c - nk - \delta_k k \\ \frac{k'}{k} &= k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - n - \delta_k - \frac{(\eta_2 + \eta_3 (1-\eta_0)) \tau \left(k^\alpha g^{1-\alpha} + b \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right)}{k} \\ \frac{k'}{k} &= k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - n - \delta_k - (\eta_2 + \eta_3 (1-\eta_0)) \tau \left(k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \frac{b}{k} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.14})$$

* w_b, r_{1b} = salários e aluguel de capital brutos.

A taxa de crescimento da dívida pública é definida a partir da restrição orçamentária governamental e o coeficientes definidos no texto:

$$\begin{aligned} b' &= r_2 b + C_p + T_p - T - nb + I_p = r_2 b + \eta_2 T + \eta_1 T - T - nb + \eta_3 (1-\eta_0) T \\ se, -T &= -(1-\eta_0) T - \eta_0 T \text{ e, se } \eta_5 \eta_2 T + \eta_1 T + \eta_4 r_2 b = \eta_0 T \\ b' &= r_2 b + \eta_2 T + \eta_1 T - (1-\eta_0) T - \eta_4 r_2 b - \eta_5 \eta_2 T - \eta_1 T + \eta_3 (1-\eta_0) T \\ b' &= (1-\eta_4) r_2 b + \eta_2 T (1-\eta_5) - T (1-\eta_0) (\eta_3 - 1) - nb \end{aligned} \quad (\text{A3.15})$$

Não obstante, dividindo-se (A3.15) por b :

$$\begin{aligned} \frac{b'}{b} &= \frac{T}{b} (\eta_0 - 1) (1-\eta_3) - n + (1-\eta_4) \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) + (1-\eta_5) \eta_2 \frac{T}{b} \\ se, T &= \tau \left(k^\alpha g^{1-\alpha} + b \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{b'}{b} &= \tau \left[(\eta_0 - 1)(1 - \eta_3) + (1 - \eta_5)\eta_2 \right] \left(\frac{k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}}{bk^{-1}} + \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \\ &- n + (1 - \eta_4) \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.16})$$

Enfim, a taxa de acumulação do capital é definida por ela mesma:

$$\begin{aligned} g' &= \eta_3(1 - \eta_0)T - (\delta_G + n)g \quad \text{se, } T = \tau(w_b + r_{1b}k + r_2b) \\ g' &= \eta_3(1 - \eta_0)\tau \left(k^\alpha g^{1-\alpha}(1 - \alpha) + \alpha k^\alpha g^{1-\alpha} + b \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) - (\delta_g + n)g \\ \frac{g'}{g} &= \eta_3(1 - \eta_0)\tau \left(k^\alpha g^{-\alpha} + \left(\frac{b}{g} \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{b}{g} \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g - n \\ \frac{g'}{g} &= \eta_3(1 - \eta_0)\tau \left(k^\alpha g^{-\alpha} + \frac{b}{g} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g - n \end{aligned} \quad (\text{A3.17})$$

As equações (A3.11), (A3.14), (A3.16) e (A3.17) resultando o sistema (4.13-4.16) encontrado no texto:

$$\frac{c'}{c} = \frac{1}{\theta} \left((1 - \tau) \alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \delta_k - \rho \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{b'}{b} &= \tau \left[(\eta_0 - 1)(1 - \eta_3) + (1 - \eta_5)\eta_2 \right] \left(\frac{k^{\alpha-1} g^{1-\alpha}}{bk^{-1}} + \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \\ &- n + (1 - \eta_4) \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{k'}{k} &= k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - n - \delta_k - (\eta_2 + \eta_3(1 - \eta_0))\tau \times \\ &\left(k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} + \frac{b}{k} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\frac{g'}{g} = \eta_3(1 - \eta_0)\tau \left(k^\alpha g^{-\alpha} + \frac{b}{g} \left(\alpha k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g - n$$

3) As Variáveis intensivas são definidas

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{c}{k} \rightarrow D \ln \mu = D \ln c - D \ln k \rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = \frac{c'}{c} - \frac{k'}{k} \\
 \chi &= \frac{g}{k} \rightarrow D \ln \chi = D \ln g - D \ln k \rightarrow \frac{\chi'}{\chi} = \frac{g'}{g} - \frac{k'}{k} \\
 \beta &= \frac{b}{k} \rightarrow D \ln \beta = D \ln b - D \ln k \rightarrow \frac{\beta'}{\beta} = \frac{b'}{b} - \frac{k'}{k}
 \end{aligned} \tag{A3.18}$$

Não obstante, de acordo com a definição em (A3.18), com as equações derivadas em 2), obtém-se um sistema equivalente a (4.18)-(4.20), de acordo com o texto

$$\begin{aligned}
 \frac{\mu'}{\mu} &= \frac{(1-\tau)\alpha}{\theta} \chi^{1-\alpha} - \frac{(\rho+\delta_k)}{\theta} + \mu + (\delta_k + n) - \chi^{1-\alpha} + \\
 &\tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right] \\
 \frac{\beta'}{\beta} &= \tau [(\eta_0 - 1)(1-\eta_3) + (1-\eta_5)\eta_2] \left(\frac{\chi^{1-\alpha}}{\beta} + \alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) + (1-\eta_4) \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \\
 &+ \mu + (\delta_k) - \chi^{1-\alpha} + \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right] \\
 \frac{\chi'}{\chi} &= \eta_3(1-\eta_0) \tau \left(\left(\frac{1}{\chi} \right)^\alpha + \frac{\beta}{\chi} \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{1-\tau} \right) \right) - \delta_g + \mu + (\delta_k) - \chi^{1-\alpha} + \\
 &+ \tau(\eta_3(1-\eta_0) + \eta_2) \left[\chi^{1-\alpha} + \beta \left(\alpha \chi^{1-\alpha} - \frac{\delta_k}{(1-\tau)} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Apêndice A4

1. Resolução de Sistemas de Equações Não-lineares

A resolução de um sistema de equações não-lineares $F(x)$ envolve encontrar uma solução onde cada equação no sistema não linear seja igual a 0. Isto é, têm-se n equações e n incógnitas e se quer encontrar o vetor $x^* \in R^n$ tal que $F(x) = 0$ onde:

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ \vdots \\ F_n(x) \end{bmatrix} \quad (\text{A4.1})$$

No contexto do trabalho, as equações surgem a partir das condições de primeira ordem das otimizações. O método mais conhecido para se solucionar estes sistemas é o método de Newton, que consiste na linearização do sistema a partir de um conjunto de vetores próximos à solução estacionária de forma que:

$$\begin{aligned} J(x_k) d_k &= -F(x_k) \\ x_{k+1} &= x_k + d_k \end{aligned} \quad (\text{A4.2})$$

Onde $J(x_k)$ é um jacobiano de dimensão $n \times n$ tal que:

$$J(x_k) = \begin{bmatrix} \nabla F_1(x_k)^T \\ \nabla F_2(x_k)^T \\ \vdots \\ \nabla F_n(x_k)^T \end{bmatrix} \quad (\text{A4.3})$$

No entanto, o método de Newton pode apresentar dificuldades, como um $J(x_k)$ singular. A diferença d_k também não está definida e, se o ponto inicial estiver longe

da solução, o método pode não convergir. *Trust-Regions* métodos melhoram a robustez da solução quando se inicia o processo iterativo longe do ponto estacionário ou no caso de $J(x_k)$ se aproximar da singularidade. Para se utilizar a metodologia alternativa, uma função de mérito é necessária para se decidir se x_{k+1} é melhor que x_k . Uma solução possível é:

$$\min f(d) = \frac{1}{2} F(x_k + d)^T F(x_k + d) \quad (\text{A4.4})$$

Mas um mínimo $f(d)$ não é necessariamente uma raiz de $F(x)$. A aproximação linear de Newton é uma raiz de:

$$M(x_k + d) = F(x_k) + J(x_k)d \quad (\text{A4.5})$$

Assim, também é um mínimo de $m(d)$ onde:

$$\begin{aligned} \min m(d) &= \frac{1}{2} \|M(x_k + d)\|_2^2 = \frac{1}{2} \|F(x_k) + J(x_k)d\|_2^2 \\ &= \frac{1}{2} F(x_k)^T F(x_k) + d^T J(x_k)^T F(x_k) + \frac{1}{2} d^T (J(x_k)^T J(x_k))d \end{aligned} \quad (\text{A4.6})$$

Por conseguinte $m(d)$ é uma melhor escolha para função de mérito que $f(d)$ e, portanto, o problema implícito na metodologia *Trust-region* é:

$$\min(d) \left[\frac{1}{2} F(x_k)^T F(x_k) + d^T J(x_k)^T F(x_k) + \frac{1}{2} d^T (J(x_k)^T J(x_k))d \right] \quad (\text{A4.7})$$

Uma descrição completa da metodologia *trust-region*, pode ser encontrada em Conn et al. (2000).

2. O Método dos Momentos Generalizados (MMG)

A estimação dos MMG empregado neste trabalho começa com a condição de ortogonalidade, representando os momentos da população estabelecidos pelo modelo teórico (seção 3):

$$E[g(y_t, \phi)] = 0 \quad (\text{A4.8})$$

onde y_t é um vetor $p \times 1$ de variáveis observáveis no tempo t ; ϕ é um vetor $q \times 1$ de parâmetros desconhecidos a serem estimados e $g(\cdot)$ é um vetor $r \times 1$. Se n denota o tamanho da amostra. Os momentos da amostra de $g(\cdot)$ pode ser escrito como:

$$g_n(\phi) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n g(y_t, \phi) \quad (\text{A4.9})$$

A idéia do estimador MMG é escolher um estimador $\hat{\phi}$ que aproxime os momentos da amostra $g_n(\phi)$ e os momentos da população tão perto quanto possível. Para isso acontecer, é preciso se definir uma função distância pela qual a proximidade possa ser julgada. Hansen (1982) sugeriu a função distância:

$$J(\phi) = [g_n(\phi)]' W_n [g_n(\phi)] \quad (\text{A4.10})$$

onde a matriz de pesos W_n , tem dimensão $r \times r$, é simétrica e definida positiva. Assim, o estimador MMG é o valor de ϕ , que minimiza a equação (A4.10). De acordo com os resultados estabelecidos por Hansen (1982), um estimador consistente da matriz de variância-covariância de ϕ é dado por:

$$\text{Var}(\phi) = \frac{1}{n} (D_n)^{-1} W_n (D_n')^{-1} \quad (\text{A4.11})$$

onde $D_n = \partial g_n(\phi) / \partial \phi$. Há grande flexibilidade na escolha de W_n para construção de um estimador MMG consistente assintoticamente. Neste trabalho, adotou-se a metodologia desenvolvida por Newey e West (1987), onde é sugerido que:

$$W_t^{-1} = \bar{\Omega}_0 + \sum_{j=1}^m \omega(j,m) \left(\bar{\Omega}_j + \bar{\Omega}_j' \right) \quad (\text{A4.12})$$

com $\omega(j,m) = 1 - j/(1+m)$ e $\bar{\Omega}_j = (1/n) \sum_{t=j+1}^n g(y_t, \phi^*) g(y_{t-j}, \phi^*)$. Aqui, ϕ^* é necessário para se tornar um estimador consistente de ϕ . Assim, a estimação em duas etapas é sugerida por Hansen e Singleton (1982). Primeiro, escolhe-se uma matriz sub-ótima que minimize (A4.10) e conseqüentemente obtém-se um estimador consistente ϕ^* . Não obstante, utiliza-se o estimador consistente para calcular W_n e (A4.10) e re-minimizado

3. Fundamentos Básicos da Otimização Dinâmica

Para os modelos de crescimento foi considerado que os agentes econômicos buscam escolhas intertemporais ótimas. Na seqüência são apresentados alguns princípios básicos da otimização dinâmica utilizando-se o princípio do máximo desenvolvido por Pontryagin.

O problema de otimização intertemporal é dado por:

$$\max_{u(t)} J(x(0), 0), J(\cdot) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} F(x(t), u(t)) dt \quad (\text{A4.13})$$

Sujeito a

$$\frac{dx(t)}{dt} = x'(t) = f(x(t), u(t)), x(0) = x_0 \quad (\text{A4.14})$$

com $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor das variáveis de estado no tempo t e $u(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^m$ o vetor das variáveis de controle no tempo t e $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ e $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, ρ é a taxa de desconto e $e^{-\rho t}$ é o fator de desconto.

$F(x(t), u(t))$, $f_i(x(t), u(t))$ e $\partial f_i(x(t), u(t))/\partial x_j(t)$, $\partial F(x(t), u(t))/\partial x_j(t)$ são contínuas em relação a todas as variáveis $n + m$ para $i, j = 1, \dots, n$.

O valor corrente do Hamiltoniano é o seguinte:

$$H(x(t), u(t), \gamma(t), \gamma_0) = \gamma_0 F(x(t), u(t)) + \gamma(t) f(x(t), u(t)) \quad (\text{A4.15})$$

com $\gamma_0 \in \mathbb{R}$ um escalar constante e $\gamma(t) \in \mathbb{R}^n$ um vetor de variáveis de co-estado. $\gamma_j(t)$ dá mudança no funcional objetivo J resultante de um incremento na variável de estado $x_j(t)$. Se, $x_j(t)$ é um estoque de capital $\gamma_j(t)$ dá o valor marginal do capital no tempo t . Considerando-se que exista uma solução de (A4.13) sujeita a (A4.14). Então:

Teorema 1: Seja $u^*(t)$ um certo controle e $x^*(t)$ a trajetória pertencente a $u^*(t)$. Para $u^*(t)$ ser ótimo, é necessário que exista um vetor $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t))$ com derivadas contínuas e um escalar constante γ_0 tal que:

(a) $\gamma(t)$ e $x^*(t)$ são soluções do sistema canônico:

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= \frac{\partial}{\partial u} H(x^*(t), u^*(t), \gamma(t), \gamma_0) \\ \dot{\gamma}(t) &= -\rho \gamma(t) - \frac{\partial}{\partial x} H(x^*(t), u^*(t), \gamma(t), \gamma_0) \end{aligned}$$

(b) Para todo $t \in [0, \infty)$ onde $u^*(t)$ é contínuo, $H(x^*(t), u^*(t), \gamma(t), \gamma_0) \geq H(x^*(t), u(t), \gamma(t), \gamma_0)$ tem de prevalecer.

Observações:

1. Se o máximo em relação a $u(t)$ é uma solução interior para Ω , $\partial H(\cdot)/\partial u(t) = 0$ pode ser usado como condição necessária para uma máximo local

2. é considerado implicitamente que o funcional objetivo tem um limite:

$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} F(x^*(t), u^*(t)) < \infty$ Se, x^* e u^* , crescerem sem um limite superior, $F(\cdot)$ não deve crescer mais rápido que ρ

Teorema 2: Se o Hamiltoniano com $\gamma_0 = 1$ é côncavo em $(x(t), u(t))$, e se a condição de transversalidade $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \gamma(t) (x(t) - x^*(t)) \geq 0$ prevalece para as condições (a) e (b) do teorema 1, existe um ótimo suficiente. Se o Hamiltoniano é estritamente côncavo em $(x(t), u(t))$ a solução é única.

4. Modelos Auto-Regressivos:

4.1 AR não linear

Para estimar um modelo AR(1), transforma-se o modelo linear:

$$\begin{aligned} y_t &= x_t' \beta + u_t \\ u_t &= \rho u_{t-1} + e_t \end{aligned} \tag{A4.16}$$

em um modelo não linear

$$y_t = \rho y_{t-1} + (x_t - \rho x_{t-1})' \beta + e_t \tag{A4.17}$$

Substituindo (A4.17) em (A4.16), os coeficientes ρ e β são estimados simultaneamente aplicando mínimos quadrados não lineares.

4.2 Cochrane-Orcutt

Suponha:

$$y_t = x_t' \beta + u_t \quad (\text{A4.18})$$

E que u seja gerado por:

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t \quad (\text{A4.19})$$

Estime \hat{u} a partir dos mínimos quadrados ordinários em (A4.18), e a partir de (A4.19), obtenha $\hat{\rho}$. Usando $\hat{\rho}$ rode a equação de diferença generalizada:

$$\left(y_t - \hat{\rho} y_{t-1} \right) = \left(x_t - \hat{\rho} x_{t-1} \right)' \beta + \left(u_t - \hat{\rho} u_{t-1} \right) \quad (\text{A4.20})$$

Se a correlação persistir, refaça o exercício a partir dos resíduos da estimativa da diferença generalizada.

4.3 Primeira diferença

Para um modelo:

$$y_t = x_t' \beta + u_t \quad (\text{A4.21})$$

Transforme em:

$$y_t - y_{t-1} = (x_t - x_{t-1})' \beta + (u_t - u_{t-1}) \quad (\text{A4.22})$$

5. Fonte das séries e gráficos

Dados do BACEN (no série, nome, grandeza): 10827 - Ajuste patrimonial - Saldos (% PIB), 4514 - Dívida Líquida do Setor Público Interna - Governo Federal e Banco Central - (% PIB), 4517 - Dívida Líquida do Setor Público Interna - Governos estaduais e municipais - (% PIB), 4520 - Dívida Líquida do Setor Público Interna - Empresas estatais - (% PIB), 4524 - Dívida Líquida do Setor Público Interna - Setor público consolidado - (% PIB), 4503 - Dívida Líquida do Setor Público Total - Governo Federal e Banco Central - (% PIB), 4506 - Dívida Líquida do Setor Público Total - Governos estaduais e municipais - (% PIB), 4509 - Dívida Líquida do Setor Público Total - Empresas estatais - (% PIB), 4513 - Dívida Líquida do Setor Público Total - Setor público consolidado - (% PIB).

Dados do IPEADATA (nome, grandeza, série/fonte): Consumo final famílias - índice encadeado dessaz. (média 1995 = 100) - SCN4_PIBCPPAS4, PIB a preços de mercado - índice encadeado dessaz. (média 1995 = 100) - SCN4_PIBPMAS4, PIB deflator implícito - var. anual - (% a.a.) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_DIPIBG, Capital fixo adm. pública - R\$ de 2000(bilhões) - GAMMA_ELKG, Capital fixo empresas e famílias - R\$ de 2000(bilhões) - GAMMA_ELKP, PIB - R\$(milhões) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_PIBN, Capital fixo - formação bruta - adm. pública - R\$(mil) - IPEA - HIST_FBKFGN, Capital fixo - formação bruta - governo federal - empresas estatais - R\$(mil) - IBGE/RTSP - RTSP_FBKFEE, Capital fixo - formação bruta - empresas e famílias - R\$(mil) - IPEA - HIST_FBKFPN

6. Fontes do Apêndice S1

Dados do BACEN (no série, nome, grandeza): 6894 - NFSP com desvalorização cambial (% PIB) - Fluxo acumulado no ano - Juros reais - Total - Governo Federal e Banco Central - %, 6897 - NFSP com desvalorização cambial (% PIB) - Fluxo acumulado no ano - Juros reais - Total - Governos estaduais e municipais - %, 6900 - NFSP com desvalorização cambial (% PIB) - Fluxo acumulado no ano - Juros reais - Total - Empresas estatais - %, 6904 - NFSP com desvalorização cambial (% PIB) - Fluxo acumulado no ano - Juros reais - Total - Setor público consolidado - %

Dados do IPEADATA (nome, grandeza, série/fonte): Subsídios a produção e importação (-) - R\$(Milhões) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_SUBPIN, Receita tributária - R\$(Milhões) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_RECTRIB, Remuneração empregados - contr. sociais imputadas - adm. pública - total - R\$(Milhões) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_CSIGGN, Remuneração empregados - contribuições sociais efetivas - R\$(Milhões) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_CSEN, Benefícios sociais / contribuições sociais - (%) - IBGE/SCN 2000 Anual - SCN_BSCSG,

APÊNDICE S1

| Ano | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|------|-----------|-----------|---------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|------|------|------|------------|------|
| 1985 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,17 | 0,32 | 0,43 | 0,11 | 0,00 | 0,24 |
| 1986 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,34 | 0,46 | 0,13 | 0,00 | 0,25 |
| 1987 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,34 | 0,56 | 0,14 | 0,00 | 0,23 |
| 1988 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,01 | 0,00 | 0,14 | 0,30 | 0,53 | 0,14 | 0,03 | 0,25 |
| 1989 | 0,03 | 0,07 | 0,01 | 0,01 | 0,12 | 0,01 | 0,12 | 0,02 | 0,13 | 0,29 | 0,60 | 0,11 | 0,43 | 0,28 |
| 1990 | 1,06 | 2,23 | 0,09 | 0,43 | 3,81 | -0,34 | 4,15 | 0,12 | 0,03 | 0,26 | 0,54 | 0,10 | 11,55 | 0,36 |
| 1991 | 5,36 | 10,79 | 1,03 | 1,56 | 18,75 | -1,43 | 20,18 | 0,31 | 0,02 | 0,27 | 0,53 | 0,08 | 60,29 | 0,33 |
| 1992 | 62,72 | 109,37 | 11,38 | 20,27 | 203,73 | -7,43 | 211,16 | 9,68 | 0,05 | 0,30 | 0,52 | 0,10 | 640,96 | 0,33 |
| 1993 | 1637,41 | 2490,12 | 99,00 | 431,56 | 4658,08 | -201,58 | 4859,66 | 165,06 | 0,03 | 0,34 | 0,51 | 0,09 | 14097,11 | 0,34 |
| 1994 | 40893,35 | 57665,93 | 1227,44 | 11165,23 | 110951,95 | -15526,79 | 126478,74 | 7184,04 | 0,06 | 0,32 | 0,46 | 0,09 | 349204,68 | 0,36 |
| 1995 | 82243,00 | 126652,00 | 3569,81 | 16382,00 | 228846,81 | -2183,67 | 231030,48 | 25933,91 | 0,11 | 0,36 | 0,55 | 0,07 | 705640,89 | 0,33 |
| 1996 | 98895,00 | 144001,00 | 3418,57 | 17963,00 | 264277,57 | 1328,13 | 262949,44 | 19956,86 | 0,08 | 0,38 | 0,55 | 0,07 | 843965,63 | 0,31 |
| 1997 | 110095,00 | 158503,00 | 3720,00 | 17207,00 | 289525,00 | 8810,21 | 280714,79 | 24579,41 | 0,09 | 0,39 | 0,56 | 0,06 | 939146,62 | 0,30 |
| 1998 | 131322,00 | 171746,00 | 3631,00 | 22243,00 | 328942,00 | -3310,60 | 332252,60 | 64696,72 | 0,19 | 0,40 | 0,52 | 0,07 | 979275,75 | 0,34 |
| 1999 | 140454,00 | 181160,00 | 3106,00 | 18597,00 | 343317,00 | -24777,23 | 368094,23 | 52501,31 | 0,14 | 0,38 | 0,49 | 0,05 | 1064999,71 | 0,35 |
| 2000 | 135870,62 | 226085,00 | 7217,00 | 21293,00 | 390465,62 | -26456,48 | 416922,10 | 40196,96 | 0,10 | 0,33 | 0,54 | 0,05 | 1179482,00 | 0,35 |
| 2001 | 151432,01 | 258043,00 | 6378,00 | 25935,00 | 441788,01 | -32450,47 | 474238,48 | 42944,11 | 0,09 | 0,32 | 0,54 | 0,05 | 1302136,00 | 0,36 |
| 2002 | 192215,25 | 304044,00 | 3029,00 | 30468,00 | 529756,25 | -42552,23 | 572308,48 | 27361,99 | 0,05 | 0,34 | 0,53 | 0,05 | 1477822,00 | 0,39 |
| 2003 | 205132,48 | 329596,00 | 3498,00 | 25604,00 | 563830,48 | -52565,36 | 616395,84 | 59457,87 | 0,10 | 0,33 | 0,53 | 0,04 | 1699948,00 | 0,36 |
| 2004 | 232408,85 | 373284,00 | 2709,00 | 30809,50 | 639211,35 | -69866,88 | 709078,23 | 32021,39 | 0,05 | 0,33 | 0,53 | 0,04 | 1941498,00 | 0,37 |
| 2005 | 252398,99 | 427553,00 | 4109,00 | 37490,00 | 721550,99 | -77064,58 | 798615,57 | 126455,46 | 0,16 | 0,32 | 0,54 | 0,05 | 2147239,00 | 0,37 |

| Ano | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|------|-----------|------|------|------|------|------------|------|
| 1985 | 0,00 | 0,17 | 0,32 | 0,44 | 0,11 | 0,00 | 0,24 |
| 1986 | 0,00 | 0,10 | 0,32 | 0,43 | 0,12 | 0,00 | 0,27 |
| 1987 | 0,00 | 0,10 | 0,32 | 0,53 | 0,14 | 0,00 | 0,24 |
| 1988 | 0,01 | 0,15 | 0,33 | 0,58 | 0,15 | 0,03 | 0,23 |
| 1989 | 0,10 | 0,15 | 0,34 | 0,70 | 0,12 | 0,43 | 0,24 |
| 1990 | 3,23 | 0,04 | 0,33 | 0,69 | 0,13 | 11,55 | 0,28 |
| 1991 | 14,70 | 0,02 | 0,36 | 0,73 | 0,11 | 60,29 | 0,24 |
| 1992 | 161,17 | 0,06 | 0,39 | 0,68 | 0,13 | 640,96 | 0,25 |
| 1993 | 3653,43 | 0,05 | 0,45 | 0,68 | 0,12 | 14097,11 | 0,26 |
| 1994 | 100830,62 | 0,07 | 0,41 | 0,57 | 0,11 | 349204,68 | 0,29 |
| 1995 | 216188,63 | 0,12 | 0,38 | 0,59 | 0,08 | 705640,89 | 0,31 |
| 1996 | 241632,49 | 0,08 | 0,41 | 0,60 | 0,07 | 843965,63 | 0,29 |
| 1997 | 268415,27 | 0,09 | 0,41 | 0,59 | 0,06 | 939146,62 | 0,29 |
| 1998 | 287201,76 | 0,23 | 0,46 | 0,60 | 0,08 | 979275,75 | 0,29 |
| 1999 | 338019,13 | 0,16 | 0,42 | 0,54 | 0,06 | 1064999,71 | 0,32 |
| 2000 | 358130,93 | 0,11 | 0,38 | 0,63 | 0,06 | 1179482,00 | 0,30 |
| 2001 | 414949,30 | 0,10 | 0,36 | 0,62 | 0,06 | 1302136,00 | 0,32 |
| 2002 | 478084,60 | 0,06 | 0,40 | 0,64 | 0,06 | 1477822,00 | 0,32 |
| 2003 | 542250,24 | 0,11 | 0,38 | 0,61 | 0,05 | 1699948,00 | 0,32 |
| 2004 | 637252,07 | 0,05 | 0,36 | 0,59 | 0,05 | 1941498,00 | 0,33 |
| 2005 | 726348,41 | 0,17 | 0,35 | 0,59 | 0,05 | 2147239,00 | 0,34 |

- 1- Benefícios sociais concedidos
- 2- Consumo do governo
- 3-subsidios
- 4-FBKFAF
- 5-despesa primária = 1+2+3+4
- 6-NFSP primário (exclusive estatais)
- 7-Receita corente (RC) = 5 - 6
- 8-juros div interna
- 9-juros/RC
- 10-Benefícios/RC
- 11-consumo/RC
- 12-FBKFAF/RC
- 13-PIB
- 14-RC/PIB
- 15-Carga Tributária (CT)
- 16-Juros/CT
- 17-Benefícios/CT
- 18-consumo/CT
- 19-FBKFAF/CT
- 20-PIB
- 21-CT/PIB

Fonte: 1,2,3,4 (1985-2000) Estatísticas do século XX; (2000-2005) IPEADATA

Fonte 8, BACEN

*para uma descrição completa das séries, ver apêndice 4