

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – Mestrado

ADILSON APARECIDO GONÇALVES JUNIOR

**ANÁLISE DA CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES
DE CONCRETO SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO
CONFORME A ABNT NBR 6118:2014 E OUTRAS
REFERÊNCIAS NORMATIVAS**

MARINGÁ
2016

ADILSON APARECIDO GONÇALVES JUNIOR

**ANÁLISE DA CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES
DE CONCRETO SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO
CONFORME A ABNT NBR 6118:2014 E OUTRAS
REFERÊNCIAS NORMATIVAS**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei

MARINGÁ
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

G635a Gonçalves Junior, Adilson Aparecido
Análise da capacidade resistente de pilares de concreto submetidos à flexo-compressão conforme a ABNT NBR 6118:2014 e outras referências normativas / Adilson Aparecido Gonçalves Junior -- Maringá, 2016.
223 f. : il., color., figs., tabs., quadros.

Orientador: Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2016.

1. Pilares de concreto armado. 2. Diagrama tensão-deformação. 3. MATLAB. I. Vanderlei, Romel Dias, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 21.ed. 693.5

AHS-002860



Universidade Estadual de Maringá
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – PCV/UEM

ATA DA BANCA EXAMINADORA DA DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PÓS GRADUANDO ADILSON APARECIDO GONÇALVES JUNIOR. Aos (19/02/2016) dezoito dias do mês de fevereiro de dois mil e dezesseis, às nove horas, no Auditório do DEC, segundo andar do Bloco C 67 do Campus Universitário, reuniu-se a Banca Examinadora da Dissertação em epígrafe, composta pelos Professores Doutores: Romel Dias Vanderlei e Rafael Alves de Souza conectados por webconferência a José Samuel Giongo, membro convidado da USP, sob a presidência do primeiro. A sessão foi aberta pelo professor presidente que apresentou os membros da banca examinadora, passando em seguida a palavra ao candidato para que fizesse uma exposição de seu trabalho, intitulado **“ANÁLISE DA CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES DE CONCRETO SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO CONFORME A ABNT NBR 6118:2014 E OUTRAS REFERÊNCIAS NORMATIVAS”**. Terminada a exposição o candidato foi arguido pelos membros da Banca Examinadora. Após as arguições, a Banca Examinadora procedeu ao julgamento sendo, ao final, o pós graduando **ADILSON APARECIDO GONÇALVES JUNIOR**, candidato ao Título de **Mestre em Engenharia Civil** na Área de Concentração **Engenharia de Estruturas**, considerado APROVADO. Este resultado deverá ser homologado pelo Colegiado do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente cumprimentou o candidato, seguido pelos demais presentes, e encerrou os trabalhos. Para constar, foi lavrada a presente Ata, que vai assinada pelos membros da Banca Examinadora, após lida e achada conforme.

Prof. Dr. José Samuel Giongo

Membro USP

Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

Membro UEM

Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei

Orientador

À minha família, em especial aos meus pais, pelo constante apoio e incentivo em cada etapa da minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de amor, paz e sabedoria, bases fundamentais para todas minhas conquistas.

À minha família, em especial aos meus pais Adilson e Lucirlei, aos quais dedico o presente trabalho, e à minha irmã, Vitória Lorena, a qual sempre me ouviu nos momentos de felicidades e de dificuldades.

À Aline Pelisson da Costa, pelo companheirismo, cumplicidade e apoio, sempre presente durante minha caminhada na graduação e no mestrado.

À Universidade Estadual de Maringá, por oferecer estrutura e condições para que fosse implantado o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PCV).

De forma muito especial ao Professor Romel pela sua disposição em me orientar, transferindo experiência, oferecendo sugestões e tirando minhas dúvidas, contribuições que foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil (DEC) da UEM, em especial aos professores do PCV, por contribuírem para minha formação.

Aos demais funcionários do DEC e do PCV, secretários, zeladores, entre outros, pela disposição e dedicação para proporcionar um agradável ambiente de estudo e de aprendizagem. Em especial aos secretários Juarez e Marli, pelos auxílios prestados.

Aos professores Rafael Alves de Souza e José Samuel Giongo pela disposição em participar da banca de defesa.

A todos os colegas do curso que de alguma forma, seja pela partilha de conhecimento ou pela distração em momentos festivos, contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao CNPq e CAPES pela concessão de bolsas de estudo durante a graduação e no início do mestrado, momentos que foram muito importantes para que as propostas do presente trabalho fossem formuladas.

RESUMO

A sociedade moderna apresenta critérios de consumo mais exigentes que em outras épocas. Obras duráveis, flexibilidade do projeto arquitetônico e grandes vãos livres fazem parte das necessidades. Nas estruturas de concreto, o desenvolvimento do concreto de alta resistência (CAR) e o refinamento dos métodos de cálculo são práticas fundamentais para que esses requisitos sejam atendidos. Incentivado por este cenário, houve uma movimentação recente para atualizar a ABNT NBR 6118:2007, norma que trata dos procedimentos de dimensionamento das estruturas de concreto. A introdução do CAR em seu conteúdo foi a alteração mais significativa que ocorreu. É diante deste contexto que no presente trabalho foi proposto realizar a análise dos critérios da norma brasileira aplicados na determinação da capacidade resistente de pilares de CAR, com seção retangular, submetidos à flexo-compressão. Para isto, foi desenvolvido, com o auxílio do programa MATLAB R2009a, um programa computacional que permite a produção de envoltórias de momentos resistentes com os critérios da norma brasileira e também das normas do Eurocode (Eurocode 2 (2002)) e do ACI (ACI 318 (2014)). A avaliação da norma brasileira foi feita de duas formas básicas. No primeiro caso, compararam-se os resultados produzidos pela ABNT NBR 6118:2014 com os gerados por meio das demais normas em estudo. Numa segunda parte, realizou-se a análise dos resultados produzidos através do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo, da ABNT NBR 6118:2014, com os resultados obtidos com a aplicação do diagrama retangular indicado na mesma norma. De forma geral, para a norma brasileira observou-se que a taxa de crescimento da capacidade resistente é mais expressiva no grupo dos concretos convencionais, sendo esta reduzida a uma variação bem menor no grupo do CAR. Comportamento análogo foi obtido quando aplicado o Eurocode 2 (2002). Comparando as duas normas, verificou-se que a norma brasileira apresenta-se de forma mais conservadora do que a do Eurocode para todas as classes de resistência do concreto. Agora, quando considerado o anexo da norma do Reino Unido, o UK National Annex to Eurocode 2 (2002), a NBR passa a apresentar valores resistentes maiores do que os calculados com os critérios desta. Já o comportamento das envoltórias de momentos resistentes do ACI 318 (2014) apresentou-se de forma bem particular, sendo que a taxa de crescimento dos valores de resistência não demonstrou grandes variações do concreto convencional para o CAR. Comparando os resultados com a norma brasileira, verificou-se, de forma geral, que a NBR apresenta-se menos conservadora para as classes de concreto com menor resistência, e mais conservadora para o CAR. Na comparação dos diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014, verificou-se para todos os casos analisados que os momentos resistentes produzidos pelo diagrama retangular são maiores do que os resultantes do diagrama parábola-retângulo.

Palavras-chave: Pilares de concreto armado. Diagrama tensão-deformação. MATLAB.

ABSTRACT

Modern society has more demanding consumer criteria than at other times. Durable construction, architectural design flexibility and wide spans are items of the package of needs. In concrete structures, the development of high strength concrete (HSC) and the refinement of calculation methods are fundamental practices so that these requirements be attended. Encouraged by this scenario, there was a recent movement to update the ABNT NBR 6118:2007, Brazilian Standard that deals with the design procedures for concrete structures. The introduction of HSC in its content was the most significant change that has occurred. It's on this scenario that for this present study was proposed the analysis of the Brazilian Standard criteria applied in determining the loading capacity of HSC columns with rectangular section subjected to combined flexural and axial compressive. For this, it was developed, with the helping of MATLAB R2009a program, a computational program which allows the production of envelopes of bending resistance according with the criteria of the Brazilian Standard and also to the rules of the Eurocode (Eurocode 2 (2002)) and ACI (ACI 318 (2014)). The evaluation of the Brazilian standard was done in two basic ways. In the first case, the results produced by ABNT NBR 6118:2014 were compared with those produced by the others standards. The second part, it was analyzed the results produced by the stress-strain diagram parable-rectangle of the ABNT NBR 6118: 2014 with the results when it was applied the rectangular diagram of the same standard. In general, for the Brazilian Standard it was observed that the growth rate of the resistant capacity is more significant in the conventional concrete group, this being reduced to a much smaller variation in HSC group. Analogous results were observed when it was applied Eurocode 2 (2002). Comparing the two standards, it was noticed that the Brazilian Standard presents more conservatively than the Eurocode for all concrete strength classes. However, when it was considered the "UK National Annex to Eurocode 2 (2002)", then the NBR presented higher resistance values than those were calculated by this standard. Now, the behavior of envelopes of bending resistance obtained by ACI 318 (2014) was very particular. The growth rate of resistance values didn't show big changes of the conventional concrete for the HSC. Comparing the results with the Brazilian Standard, it was noticed, in general, that the NBR is less conservative for concrete classes with lower resistance and more conservative for HSC. Comparing the two stress-strain diagrams of the ABNT NBR 6118: 2014, it was noticed for all cases analyzed that the bending resistance produced by the stress-strain diagram rectangular are greater than those resulted from stress-strain diagram parable-rectangle.

Key-words: Reinforced concrete columns. Stress-strain diagram. MATLAB.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Configurações últimas de deformação para concretos convencionais.....	37
Figura 2.2 – Configurações últimas de deformação para concretos de alta resistência	37
Figura 2.3 – Regiões características e polos de ruína.....	39
Figura 2.4 – Configuração para cálculo da deformação genérica ε' com a linha neutra paralela ao eixo OX (flexão normal comporta - à esquerda) e com a linha neutra rotacionada a um ângulo α em relação ao eixo OX (flexão oblíqua composta - à direita)	40
Figura 2.5 – Seção genérica dos pilares da Tabela 2.1 (LIMA, 1997).....	43
Figura 2.6 – Exemplos e detalhes de forma usada nos pilares com ação excêntrica	44
Figura 2.7 – Detalhe do aparelho de apoio utilizado nos ensaios dos pilares	47
Figura 2.8 – Detalhes da seção e das armaduras dos pilares ensaiados à flexão normal composta.....	48
Figura 2.9 – Detalhes da seção e das armaduras dos pilares da Tabela 2.5	52
Figura 2.10 – Detalhe do aparelho de apoio utilizado nos ensaios dos pilares	54
Figura 2.11 – Exemplo de um dos pilares ensaiados	55
Figura 2.12 – Diagramas tensão-deformação para diferentes classes de resistência	67
Figura 2.13 – Diagrama tensão-deformação idealizado	68
Figura 2.14 – Comportamento das deformações específicas última e de plastificação do concreto em função da resistência característica à compressão	69
Figura 2.15 – (a) Diagrama de deformações (b) Distribuição de tensão idealizado (c) Distribuição de tensão segundo o diagrama retangular simplificado	70
Figura 2.16 – Diagrama tensão-deformação parábola-retângulo	75
Figura 2.17 – Diagrama tensão-deformação bi-linear	76
Figura 2.18 – Diagrama tensão-deformação retangular	77
Figura 2.19 – Distribuição de tensões na forma retangular conforme o ACI 318 (2014).....	79
Figura 2.20 – Módulo de elasticidade inicial e secante.....	84
Figura 2.21 – Definição dos diferentes módulos de elasticidade	86
Figura 2.22 – Plano de atuação da força normal e direções dos momentos fletores	88
Figura 2.23 – Seção transversal com linha neutra rotacionada e diagrama de deformações ..	90
Figura 2.24 – Diagrama de Momentos resistentes típico de uma seção simétrica.....	93
Figura 2.25 – Superfície de interação.....	94
Figura 2.26 – Posições dos vértices em relação ao centroide da seção.....	97
Figura 2.27 – Rotação do sistema de eixos	98
Figura 2.28 – Seção qualquer sujeita à flexão oblíqua composta.....	98
Figura 2.29 – Seção transversal com sistemas de eixos Cxy e OXY (Origem no centroide).....	100
Figura 2.30 – Seção qualquer sujeita à flexão oblíqua composta.....	103
Figura 2.31 – Seção genérica e polígono de compressão	104
Figura 2.32 – Determinação do ponto k	105
Figura 2.33 – Segmento da poligonal perpendicular à linha neutra	107
Figura 2.34 – Polígono de compressão para "K-1" (= 10-1 = 9) vértices	107
Figura 2.35 – Decomposição do polígono de compressão em um conjunto de trapézios, retângulos e triângulos.....	108
Figura 2.36 – Representação do segmento de reta do lado " i " - " $i+i$ "	109
Figura 2.37 – Polígono de compressão sujeito à σcd definido por duas funções.....	110
Figura 2.38 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas.....	112
Figura 2.39 – Modelo empregado para a visualização das equações que determinam ΔM_{uc} , i e ΔM_{vc} , i	114
Figura 2.40 - Direções dos momentos M_{uc} , M_{vc} , M_{xc} e M_{yc}	115

Figura 2.41 – Distribuição de deformações em uma seção não protendida submetida à flexão pura ou à flexo-compressão.....	121
Figura 2.42 – Variação do fator de redução ϕ em função da deformação extrema ϵ_t	123
Figura 2.43 – Distribuição de deformações possíveis no estado limite último	125
Figura 2.44 – Distribuições de deformações possíveis no estado limite último conforme: (a) ABNT NBR 6118:2014 e (b) Eurocode 2 (2002)	126
Figura 3.1 - Interface gráfica geral do programa PILAR_OBLÍQUA	130
Figura 3.2 - Parte de uma tabela de resultados com os valores de α , βx , MR_x e MR_y	131
Figura 3.3 - Exemplo de envoltória de resistência para uma seção retangular com par de momentos solicitantes representado pelo “*” em verde	131
Figura 3.4 – Seção genérica dos pilares utilizados na verificação da relação tensão-deformação na forma parábola-retângulo.....	132
Figura 3.5 – Exemplo de interface gráfica do programa PILAR_OBLIQUA com os resultados obtidos para o Pilar 1	134
Figura 3.6 – Exemplo de interface gráfica do programa OblqCALCO com os resultados obtidos para o Pilar 1	134
Figura 3.7 – Envoltórias de resistência obtidas pelos programas PILAR_OBLIQUA e OblqCALCO para o diagrama parábola-retângulo.....	135
Figura 3.8 – Envoltórias de resistência obtidas pelo programa PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para relação tensão-deformação retangular.....	140
Figura 3.9 – Seção analisada para a condição de flexão normal composta e distribuição de deformações inicialmente fixada	147
Figura 3.10 – Dados de entrada para a seção em análise para as 4 situações de deformações	149
Figura 3.11 – Envoltórias de resistência obtidas através do PILAR_OBLIQUA para as 4 situações de deformações	150
Figura 3.12 – Seção analisada para a condição de flexão oblíqua composta e posição da linha neutra	151
Figura 3.13 – Dados de entrada para a seção da Figura 3.12	153
Figura 3.14 – Envoltória de resistência para a seção indicada na Figura 3.13.....	154
Figura 3.15 – Extrato da tabela de resultados para a seção da Figura 3.12 com destaque para os valores com linha neutra inclinada a 330°	154
Figura 3.16 – Forma da seção do pilar analisado	155
Figura 3.17 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se os critérios da ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita)	156
Figura 3.18 – Extrato de duas envoltórias de resistência com destaque para a distância <i>disti</i> entre dois pontos de pares de momentos resistentes obtidos para o mesmo ângulo <i>ai</i>	157
Figura 3.19 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência obtidas aplicando-se a ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular.....	159
Figura 3.20 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular.....	161
Figura 3.21 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita).....	162
Figura 3.22 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita) (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>).....	162

Figura 3.23 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência aplicando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular	165
Figura 3.24 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência obtidas aplicando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>)	166
Figura 3.25 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o Eurocode 2 (2002), para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular.....	169
Figura 3.26 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o Eurocode 2 (2002) considerando o <i>UK National Annex to Eurocode 2</i> para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular.....	169
Figura 3.27 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o ACI 318 (2014) com o diagrama tensão-deformação na forma retangular	171
Figura 3.28 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência aplicando-se o ACI 314 (2014) para o diagrama tensão-deformação na forma retangular.....	173
Figura 3.29 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o ACI 318 (2014) para o diagrama tensão-deformação na forma retangular	174
Figura 3.30 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C20	178
Figura 3.31 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C25	178
Figura 3.32 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C30	179
Figura 3.33 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C35	179
Figura 3.34 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C40	180
Figura 3.35 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C45	180
Figura 3.36 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C50	181
Figura 3.37 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C55	181
Figura 3.38 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C60	182
Figura 3.39 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C65	182
Figura 3.40 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C70	183
Figura 3.41 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C75	183
Figura 3.42 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C80	184
Figura 3.43 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C85	184
Figura 3.44 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C90	185

Figura 3.45 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C20	188
Figura 3.46 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C25	188
Figura 3.47 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C30	189
Figura 3.48 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C35	189
Figura 3.49 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C40	190
Figura 3.50 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C45	190
Figura 3.51 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C50	191
Figura 3.52 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C55	191
Figura 3.53 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C60	192
Figura 3.54 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C65	192
Figura 3.55 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C70	193
Figura 3.56 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C75	193
Figura 3.57 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C80	194
Figura 3.58 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C85	194
Figura 3.59 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C90	195
Figura 3.60 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação na forma retangular.....	196
Figura 3.61 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação na forma retangular.....	196
Figura 3.62 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo e retangular da ABNT NBR 6118:2014.....	197
Figura 3.63 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C20.....	199
Figura 3.64 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C25.....	199
Figura 3.65 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C30.....	200
Figura 3.66 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C35.....	200
Figura 3.67 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C40.....	201

Figura 3.68 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C45	201
Figura 3.69 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C50	202
Figura 3.70 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C55	202
Figura 3.71 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C60	203
Figura 3.72 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C65	203
Figura 3.73 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C70	204
Figura 3.74 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C75	204
Figura 3.75 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C80	205
Figura 3.76 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C85	205
Figura 3.77 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C90	206
Figura 3.78 – Gráfico com distâncias médias e máximas entre envoltórias obtidas aplicando-se os dois tipos de diagramas tensão-deformação (parábola-retângulo e retangular) da ABNT NBR 6118:2014	207
Figura 3.79 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C30.....	208
Figura 3.80 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C30	209
Figura 3.81 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C30	209
Figura 3.82 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C50.....	209
Figura 3.83 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C50	210
Figura 3.84 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C50	210
Figura 3.85 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C70.....	210
Figura 3.86 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C70	211
Figura 3.87 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C70	211
Figura 3.88 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C90.....	211
Figura 3.89 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C90	212
Figura 3.90 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C90	212

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parte dos pilares empregados no experimento de Lima (1997).....	43
Tabela 2.2 – Resultados experimentais obtidos por Lima (1997)	44
Tabela 2.3 – Parte dos pilares empregados no experimento de Lima Jr. (2003).....	48
Tabela 2.4 – Resultados experimentais obtidos por Lima Jr. (2003)	49
Tabela 2.5 – Parte dos pilares empregados no experimento.....	52
Tabela 2.6 – Resultados experimentais obtidos por Kim (2007).....	53
Tabela 2.7 – Parte dos pilares empregados no experimento de Torrico (2010)	54
Tabela 2.8 – Parte dos pilares empregados no experimento de Torrico (2010)	55
Tabela 2.9 – Classificação em grupos das classes de resistência de concretos estruturais	57
Tabela 2.10 – Determinação de β_1 em função da resistência específica f_c'	78
Tabela 2.11 – Resistência média à compressão (f_{cr}') necessária para a obtenção de f_c' quando existem dados de amostra	79
Tabela 2.12 – Fator (K) de aumento do desvio padrão	80
Tabela 2.13 – Resistência média à compressão (f_{cr}') necessária para a obtenção de f_c'	80
Tabela 2.14 – Fator de redução de resistência ϕ para força normal e momento fletor.....	123
Tabela 3.1 – Pilares utilizados na verificação da relação tensão-deformação na forma parábola-retângulo (ABNT NBR 6118:2014)	133
Tabela 3.2 – Resultados obtidos para o Pilar 1 quando aplicado o OblqCALCO e o PILAR_OBLIQUA para a tensão-deformação na forma parábola-retângulo	136
Tabela 3.3 – Resultados obtidos para o Pilar 2 quando aplicado o OblqCALCO e o PILAR_OBLIQUA para a tensão-deformação na forma parábola-retângulo	137
Tabela 3.4 – Resultados obtidos para o Pilar 3 quando aplicado o OblqCALCO e o	138
Tabela 3.5 – Resultado obtidos para o Pilar 1 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular	141
Tabela 3.6 – Resultado obtidos para o Pilar 2 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular	142
Tabela 3.7 – Resultado obtidos para o Pilar 3 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular	143
Tabela 3.8 – Forças normais resistentes calculados pelas planilhas de cálculo para o polígono comprimido com o do programa PILAR_OBLIQUA.....	145
Tabela 3.9 – Dimensões das seção genérica analisada	147
Tabela 3.10 – Configuração de armaduras da seção genérica analisada em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA	148
Tabela 3.11 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada	148
Tabela 3.12 – Resultados obtidos por MacGregor e Wight (2012) para o caso de flexão normal composta	148
Tabela 3.13 – Comparação entre os momentos resistentes (M_{Ry}) obtidos por MacGregor e Wight (2012) e os determinados pelo PILAR_OBLIQUA	151
Tabela 3.14 – Dimensões das seção genérica analisada	152
Tabela 3.15 – Configuração de armaduras da seção genérica analisada em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA	152
Tabela 3.16 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada	152
Tabela 3.17 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada	152

Tabela 3.18 – Comparação de resultados obtidos por MacGregor e Wight (2012) e pelo PILAR_OBLIQUA.....	154
Tabela 3.19 – Dados do pilar empregado nas análises das envoltórias de resistência	155
Tabela 3.20 – Configuração de barras da armadura da seção do pilar analisado em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA.....	156
Tabela 3.21 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo.....	158
Tabela 3.22 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular.....	158
Tabela 3.23 – Relações entre momentos resistentes obtidos para diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo.....	160
Tabela 3.24 – Relações entre momentos resistentes obtidos para diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular.....	160
Tabela 3.25 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo.....	163
Tabela 3.26 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular.....	163
Tabela 3.27 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>).....	164
Tabela 3.28 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>)....	164
Tabela 3.29 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo.....	167
Tabela 3.30 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular.....	167
Tabela 3.31 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>).....	168
Tabela 3.32 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular (<i>UK National Annex to Eurocode 2</i>).....	168
Tabela 3.33 – Classes de resistência do concreto e correspondente resistência específica (f_c') definida pelo ACI 318 (2014).....	170
Tabela 3.34 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular.....	172
Tabela 3.35 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular.....	173
Tabela 3.36 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes normas com os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo.....	176
Tabela 3.37 – Relações α_c/γ_c para a ABNT NBR 6118:2014 e o Eurocode 2 (2002).....	177
Tabela 3.38 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes normas com os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação retangular.....	186
Tabela 3.39 – Relações entre momentos resistentes obtidos pelas duas formas de diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014.....	197
Tabela 3.40 – Distâncias médias e máximas entre envoltórias obtidas aplicando-se os dois tipos de diagramas tensão-deformação (parábola-retângulo e retangular) da ABNT NBR 6118:2014.....	207
Tabela 3.41 – Resistências características e forças normais a 30%, 50% e 70% de F_{max} ..	208

Tabela 3.42 – Relação entre momentos resistentes – classe C30	213
Tabela 3.43 – Relação entre momentos resistentes – classe C50	213
Tabela 3.44 – Relação entre momentos resistentes – classe C70	214
Tabela 3.45 – Relação entre momentos resistentes – classe C90	214

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço qualquer para as seções submetidas à flexo-compressão	41
Quadro 2.2 – Influência do tipo de cimento em concretos	60
Quadro 2.3 – Quadro resumo com expressões da ABNT NBR 6118:2014.....	117
Quadro 2.4 – Quadro resumo com expressões do Eurocode 2 (2002).....	118
Quadro 2.5 – Quadro resumo com expressões do ACI 318 (2014)	119
Quadro 2.6 – Correspondências de significados entre variáveis da ABNT NBR 6118:2014 e do Eurocode 2 (2002)	126
Quadro 2.7 – Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço conforme o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo (Figura 2.16).....	127
Quadro 2.8 – Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço conforme o Eurocode 2 (2002) para os diagramas bi-linear (Figura 2.17) e retangular (Figura 2.18).....	127

LISTA DE SÍMBOLOS

a	coeficiente angular do segmento de reta entre os vértices " i " e " $i+i$ "
A_c	área da seção de concreto
\overline{AK}	distância horizontal entre o ponto k e um dado vértice i
A_{si}	área da barra de aço i
$A_{s,tot}$	área total de aço da seção
b	coeficiente linear do segmento de reta entre os vértices " i " e " $i+i$ "
c	profundidade da linha neutra conforme definição do ACI 318 (2014) (correspondente à variável x definida pela ABNT NBR 6118:2014)
d	altura útil da seção (maior valor de d_i)
d_i	distância do eixo barra i até a borda mais comprimida (ou menos tracionada)
d_{horiz}	deslocamento horizontal na metade da altura do pilar
d_t	profundidade da barra extrema mais tracionada, ou menos comprimida, conforme definição do ACI 318 (2014) (correspondente à variável d definida pela ABNT NBR 6118:2014)
d'	menor valor de d_i
d'_α	altura útil da seção (maior valor de d_i) para o eixo Ov (inclinado a um ângulo α com relação ao eixo OX)
$dist_i$	entre dois pontos de pares de momentos resistentes obtidos para a mesma inclinação α
E_{ci}	módulo de elasticidade inicial, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014 e também do Model Code (2010)

E_{co}	módulo de elasticidade com valor constante igual a $2,15 \cdot 10^3$ MPa utilizado para a determinação do módulo elasticidade inicial, conforme definição do Model Code (2010)
E_{cs}	módulo de elasticidade secante, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
E_s	módulo de elasticidade do aço
e	excentricidade de ação da força
f_{cd}	resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{cj}	resistência à compressão aos j dias
f_{ck}	resistência característica do concreto à compressão por definição da ABNT NBR 6118:2014, do Eurocode 2 (2002) e do Model Code (2010)
f_{ckj}	resistência característica do concreto à compressão aos j dias
f_{cm}	resistência média à compressão, conforme definição do ABNT NBR 6118:2014, do Eurocode 2 (2002) e do Model Code (2010)
f_{cmj}	resistência média à compressão aos j dias
f_{yk}	resistência característica ao escoamento do aço
f_{yd}	resistência de cálculo ao escoamento do aço
f'_c	resistência específica do concreto, conforme definição do ACI 318 (2014)
F_{exp}	força experimental
h	altura total da seção transversal
h_α	altura total da seção medida ortogonalmente ao eixo Ou (girado a um ângulo α com relação ao eixo OX)

H_y	posição vertical de uma dada linha de barras de aço no programa PILAR_OBLIQUA
K	Fator de aumento do desvio padrão conforme o ACI 301:2010
L	comprimento de flambagem do pilar
M_{exp}	momento experimental
M_{max}	momento máximo
$M_R(ACI)$	momento resistente considerando as recomendações do ACI 318 (2014)
$M_R(Eurocode)$	momento resistente considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002);
$M_R(Eurocode - UK)$	momento resistente considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002) e o <i>UK Annex to Eurocode 2</i>
$M_R(NBR)$	momento resistente considerando as recomendações da ABNT NBR 6118:2014
M_{Rx}	momento resistente na direção OX ;
$M_{Rx}(ACI)$	momento resistente na direção OX considerando as recomendações do ACI 318 (2014)
$M_{Rx}(Eurocode)$	momento resistente na direção OX considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002)
$M_{Rx}(Eurocode - UK)$	momento resistente na direção OX considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002) e o <i>UK Annex to Eurocode 2</i>
$M_{Rx}(NBR)$	momento resistente na direção OX considerando as recomendações da ABNT NBR 6118:2014
M_{Ry}	momento resistente na direção OY

$M_{Ry}(ACI)$	momento resistente na direção OY considerando as recomendações do ACI 318 (2014);
$M_{Ry}(Eurocode)$	momento resistente na direção OY considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002)
$M_{Ry}(Eurocode - UK)$	momento resistente na direção OY considerando as recomendações do Eurocode 2 (2002) e o <i>UK Annex to Eurocode 2</i>
$M_{Ry}(NBR)$	momento resistente na direção OY considerando as recomendações da ABNT NBR 6118:2014
M_{uc}	momento resistente do polígono de compressão na direção Ou
M_{vc}	momento resistente do polígono de compressão na direção Ov
M_{xc}	momento resistente do polígono de compressão na direção OX
M_{xs}	momento resistente da armadura na direção OX
M_{yc}	momento resistente do polígono de compressão na direção OY
M_{ys}	momento resistente da armadura na direção OY
$M_{R,envoltória inferior}(\alpha_i)$	momento resistente da envoltória inferior para uma dada inclinação α_i da linha neutra
$M_{R,envoltória superior}(\alpha_i)$	momento resistente da envoltória superior para uma dada inclinação α_i da linha neutra
n	expoente da expressão da tensão sobre o concreto para o diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 2014 e também do Eurocode 2 (2002) e do Model Code (2010)
N_C	parcela de força normal resistente correspondente ao polígono de compressão
N_{Rd}	força normal resistente total

$N_{Rd,max}$	força normal resistente máximo
$N_{Rd,min}$	força normal resistente mínimo
N_s	força normal resistente da armadura
N_{sd}	força normal solicitante de cálculo
F_{max}	força normal máxima
s_d	desvio padrão, conforme definição da ABNT NBR 12655:2015
S_{yc}	momento estático da seção em relação ao eixo Oy
S_{xc}	momento estático da seção em relação ao eixo Ox
uc_i	posição do vértice i para o eixo Ouc
uc_{i+1}	posição do vértice $i+1$ para o eixo Ouc
uc_k	posição do ponto k para o eixo Ouc
u_i	posição do vértice " i " para o eixo Ou
x	profundidade da linha neutra, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
x_{CG}	posição do centroide da seção de concreto para o eixo Ox
X_f	posição horizontal da última barra de uma dada linha de armadura no programa PILAR_OBLIQUA
X_i	posição horizontal da primeira barra de uma dada linha de armadura no programa PILAR_OBLIQUA
x_i	posição do vértice i para o eixo Ox
X_i	posição do vértice i para o eixo OX
X_{si}	posição do eixo da barra de aço i para o eixo OX
x_{si}	posição do eixo da barra de aço i para o eixo Ox

x_{pab}	posição para o eixo Oz correspondente ao limite entre o trecho parabólico e o trecho retangular da função σ_{cd}
x_{α}	profundidade da linha neutra para o sistema de eixos Ouv inclinado a um ângulo α
y	distância de um ponto qualquer da seção até a borda mais comprimida (ou menos tracionada), conforme nomenclatura de Smaniotto (2005)
y_{CG}	posição do centroide da seção de concreto para o eixo Oy
y_i	posição do vértice i para o eixo Oy
Y_i	posição do vértice i para o eixo OY
y_{si}	posição do eixo da barra de aço i para o eixo Oy
Y_{si}	posição do eixo da barra de aço i para o eixo OY
y_{α}	distância de um ponto qualquer da seção até a borda mais comprimida (ou menos tracionada) para o sistema de eixos Ouv inclinado a um ângulo α , conforme nomenclatura de Smaniotto (2005)
z_i	posição do vértice i para o eixo Oz
z_{i+1}	posição do vértice $i + 1$ para o eixo Oz
α	inclinação da linha neutra
α_c	coeficiente empregado para a determinação da tensão do diagrama retangular simplificado, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
α_{cc}	coeficiente empregado para a determinação da tensão do diagrama retangular simplificado, conforme definição do Eurocode 2 (2002)

α_e	coeficiente, dependente do tipo de agregado graúdo, utilizado para a determinação do módulo de elasticidade inicial, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014 e do Model Code (2010)
α_i	coeficiente utilizado para a determinação módulo de elasticidade único à tração e à compressão, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
β_x	relação entre a profundidade da linha neutra e a altura útil da seção de concreto
β_i	relação entre a profundidade da barra i e a altura útil da seção concreto
β_1	coeficiente utilizado para a determinação da profundidade do diagrama retangular simplificado, conforme definição do ACI 318 (2014)
γ_c	coeficiente de ponderação do concreto, conforme definição da ABN NBR 6118:2014, ou fator de segurança parcial para o concreto, conforme definição do Eurocode 2 (2002)
Δf	constante utilizada para a determinação do módulo de elasticidade inicial, conforme definição do Model Code (2010)
$\Delta M_{uc,i}$	contribuição do polígono de lado " i " - " $i + i$ " para o momento resistente na direção Ou
$\Delta M_{vc,i}$	contribuição do polígono de lado " i " - " $i + i$ " para o momento resistente na direção Ov
ΔN	diferença entre a força de cálculo solicitante e a força de cálculo resistente
$\Delta N_{c,i}$	força normal resistida pelo polígono do lado " i " - " $i + i$ "
$\Delta N_{s,i}$	força normal resistida pela barra i
ε_{si}	deformação específica da barra i
ε_{yd}	deformação específica de escoamento de cálculo do aço

ε_t	deformação específica da barra extrema (mais tracionada ou menos comprimida), conforme definição do ACI 318 (2014)
ε_c	deformação específica do concreto
ε_{cbc}	deformação específica de encurtamento da borda mais comprimida, ou de alongamento da borda menos tracionada, da seção de concreto
ε_{cbt}	deformação específica de alongamento da borda mais tracionada, ou de encurtamento da borda menos comprimida, da seção de concreto
ε_{cu}	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura para os diagramas tensão-deformação retangular e parábola-retângulo, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
ε_{cu2}	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura para o diagrama parábola-retângulo, conforme definição do Eurocode 2
ε_{cu3}	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura para o diagrama retangular, conforme definição do Eurocode 2
ε_{c2}	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico para os diagramas tensão-deformação retangular e parábola-retângulo, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014, e para o diagrama parábola-retângulo, conforme definição do Eurocode 2 (2002)
ε_{c3}	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico para o diagrama retangular, conforme definição do Eurocode 2
ε_s	deformação específica da barra de aço

ε_{s1}	deformação específica da barra de aço extrema mais tracionada, ou menos comprimida, conforme definição de MacGregor e Wight (2012)
η	coeficiente empregado para a determinação da tensão eficaz do diagrama retangular, conforme definição do ACI 318 (2014)
λ	coeficiente utilizado para a determinação da profundidade do diagrama retangular simplificado, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014
v_i	posição do vértice i para o eixo Ov
v_{LN}	distância entre a linha neutra e o eixo Ou
v_{max}	maior valor da ordenada v referente aos vértices da seção de concreto
v_{min}	maior valor da ordenada v referente aos vértices da seção de concreto
v_{si}	posição da barra i para o eixo Ov
$v_{s,min}$	menor valor da ordenada v referente às barras de aço
ρ	taxa geométrica de armadura
ϕ	diâmetro da barra, conforme definição da ABNT NBR 6118:2014, ou coeficiente de redução, conforme definição do ACI 318 (2014)
σ_{cd}	função da distribuição de tensão de cálculo sobre o concreto
$\sigma_{cd,pab}$	equação de σ_{cd} no formato parábola-retângulo para o trecho parabólico
$\sigma_{cd,ret}$	equação de σ_{cd} no formato parábola-retângulo para o trecho retangular
σ_{c2}	tensão sobre a armadura para uma deformação ε_s igual à deformação do patamar de escoamento do concreto

σ_{si}	tensão de cálculo da barra de aço i
w_i	posição do vértice i para o eixo Ow
w_c	peso unitário seco do concreto em kg/m^3 , conforme definição do ACI 318 (2014)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	29
1.1. JUSTIFICATIVA	31
1.2. OBJETIVO	32
1.2.1. Objetivo geral	32
1.2.2. Objetivos específicos	32
1.3. MÉTODO DE TRABALHO	32
2. REVISÃO DE LITERATURA	34
2.1. DEFINIÇÕES BÁSICAS	34
2.1.1. Estado limite último	35
2.1.2. Hipóteses básicas	36
2.1.3. Domínios de deformação	36
2.1.4. Equações de compatibilidade de deformações	39
2.2. ESTUDOS ANTERIORES: CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA E PILARES	41
2.2.1. Análise de pilares de concreto de alto desempenho (LIMA, 1997)	41
2.2.2. Análise de pilares de CAR submetidos à flexo-compressão (VANDERLEI, 1999)	45
2.2.3. Análise de modelos de confinamento para pilares de CAR por simulação numérica (PRADO, 2001)	45
2.2.4. Análise da ductilidade de pilares de concreto armado (LIMA JR., 2003)	46
2.2.5. Análise da ductilidade de pilares de CAR por simulação numérica (JACOMASSI, 2007)	50
2.2.6. Análise de pilares de CAR submetidos a cargas concêntricas e excêntricas (KIM, 2007).....	51
2.2.7. Análise de pilares esbeltos e curtos de CAR submetidos à flexo-compressão (TORRICO, 2010).....	53
2.2.8. Análise das excentricidades de 2ª ordem em pilares de CAR (NORIEGA, 2011)	56
2.3. GENERALIDADES SOBRE O CAR	57
2.4. PRODUÇÃO DE CAR: MATERIAIS E MISTURA.....	59
2.4.1. Cimentos.....	59
2.4.2. Adições minerais ou materiais cimentícios suplementares	60
2.4.2.1. Sílica ativa	61
2.4.2.2. Cinza volante.....	62
2.4.2.3. Metacaulim.....	63
2.4.3. Aditivos Químicos.....	63

2.4.4.	Agregados.....	64
2.4.5.	Água	66
2.5.	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CAR E CONSIDERAÇÕES DE PROJETO	66
2.5.1.	Comportamento da relação tensão-deformação na compressão.....	67
2.5.1.1.	ABNT NBR 6118:2014.....	68
2.5.1.2.	EUROCODE 2 (2002)	72
2.5.1.3.	ACI 318 (2014)	78
2.5.1.4.	Model Code (2010) (<i>fip</i>) - CEB-FIP	81
2.5.2.	Módulo de Elasticidade	82
2.5.2.1.	ABNT NBR 6118:2014.....	82
2.5.2.2.	EUROCODE 2 (2002)	84
2.5.2.3.	ACI 318 (2014)	84
2.5.2.4.	Model Code (2010) (<i>fip</i>) - CEB-FIP	85
2.5.3.	Coefficiente de Poisson	86
2.6.	SOBRE O MATLAB	87
2.7.	PROCESSO PARA VERIFICAÇÃO DA FLEXÃO OBLÍQUA COMPOSTA	87
2.7.1.	Introdução conceitual	88
2.7.1.1.	Apresentação do problema	88
2.7.1.2.	Resumo dos procedimentos para a solução do problema.....	89
2.7.2.	Processos para resolução das integrais	94
2.7.3.	Implementação computacional: Modelo Geral.....	96
2.7.3.1.	Dados de entrada	96
2.7.3.2.	Etapas do processamento dos dados.....	97
2.7.4.	Implementação computacional: Etapas de cálculo	99
2.7.4.1.	Área e centro de gravidade.....	99
2.7.4.2.	Rotação do sistema de coordenadas	101
2.7.4.3.	Valores extremos da força resistente NRd	102
2.7.4.4.	Cálculo das alturas	102
2.7.4.5.	Determinação do polígono de compressão.....	104
2.7.4.6.	Cálculo da força resultante de compressão no concreto (Nc).....	108
2.7.4.7.	Cálculo da parcela de força normal resistente correspondente à contribuição da armadura (Ns)	111
2.7.4.8.	Determinação da profundidade da linha neutra.....	112
2.7.4.9.	Cálculo dos momentos fletores resistentes.....	113
2.8.	ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO PARA DIFERENTES NORMAS	116
2.8.1.	Relação tensão-deformação.....	117
2.8.2.	Estados últimos e estado limite último	119

2.8.3.	Hipóteses Básicas	120
2.8.4.	Distribuição de deformações e equações de compatibilidade	120
2.8.4.1.	ACI 318 (2014)	120
2.8.4.2.	EUROCODE 2 (2002)	124
2.8.4.3.	Model Code (2010) (fip) - CEB-FIP	128
3.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	129
3.1.	PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO	129
3.1.1.	Generalidades a respeito do programa computacional	129
3.1.2.	Análise do programa computacional	131
3.1.2.1.	ABNT NBR 6118:2014.....	131
3.1.2.2.	Eurocode 2 (2002).....	146
3.1.2.3.	ACI 318 (2014)	146
3.2.	ENVOLTÓRIAS DE RESISTÊNCIAS E CLASSES DO CONCRETO	155
3.2.1.	ABNT NBR 6118:2014	156
3.2.2.	Eurocode 2 (2002)	161
3.2.3.	ACI 318 (2014).....	170
3.3.	ANÁLISES COMPARATIVAS ENTRE AS NORMAS	174
3.3.1.	Análises comparativas com a evolução da classe de resistência	174
3.3.1.1.	Envoltórias para o caso do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo	175
3.3.1.2.	Envoltórias para o caso do diagrama tensão-deformação retangular	186
3.3.1.3.	Relações entre momentos resistentes	195
3.3.1.4.	Análise comparativa entre as duas formas de diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014	197
3.3.2.	Análises comparativas para diferentes intensidades de forças	208
4.	CONCLUSÃO.....	216
	REFERÊNCIAS	220

1. INTRODUÇÃO

O mercado competitivo atual apresenta critérios de consumo mais exigentes que em tempos anteriores. Para a Engenharia o cenário não é diferente, obras duráveis que ofereçam flexibilidade do projeto arquitetônico e a concepção de sistemas estruturais seguros e economicamente viáveis, para estabilizar grandes vãos projetados, são itens do conjunto de necessidades da sociedade moderna. Para cumprir com esses e outros interesses, é marcante o emprego de estruturas cada dia mais esbeltas. Esta prática se tornou viável, nas estruturas de concreto, graças à evolução dos métodos de cálculo estrutural e à produção do concreto de alta resistência (CAR) (TORRICO, 2010).

A produção de CAR não exige materiais especiais ou processos de preparo muito mais refinados do que àqueles empregados para a fabricação do concreto comum. Na realidade, quando comparado com o concreto convencional, pode-se dizer que o CAR exige um controle de qualidade maior, uma vez que variações nas características dos materiais constituintes, ou em sua produção, implicarão em um efeito mais pronunciado no produto final (CALDARONE, 2009).

O ponto mais importante para a obtenção deste material está na redução dos poros capilares da matriz de cimento e na melhora da resistência da união entre esta e os agregados. Estes critérios podem ser atendidos através de uma relação água/cimento pequena e incorporando partículas ultra-finas (tais como a sílica) na mistura de concreto, além do uso de superplastificantes para garantir a trabalhabilidade da composição (RASHIDA; MANSURB, 2008).

No que tange as estruturas e o CAR, merece destaque o emprego deste material em pilares, sendo este um elemento de especial interesse nos trabalhos científicos atuais. O estudo estrutural deste elemento estrutural teve início no ano de 1744, com o matemático Leonard Euler, que demonstrou uma famosa expressão para a análise da flambagem de elementos comprimidos de material elástico linear (TORRICO, 2010).

A ABNT NBR 6118:2014 define que pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente disposto na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes. Esta norma diz também que, no dimensionamento destes elementos, devem ser previstas excentricidades, existentes, dentre outros fatores, devido à não linearidade geométrica e aos efeitos de segunda ordem. Assim, na análise estrutural, essas peças estão normalmente submetidas à flexo-compressão.

Em boa parte do século passado, o problema de instabilidade em pilares usuais era pouco frequente, em virtude das medidas das seções transversais conservadoras (grandes dimensões) adotadas nos projetos. Mas atualmente, com o incremento do CAR e de modelos matemáticos de cálculo estrutural mais abrangentes e refinados, é possível projetar pilares com seções transversais bem menores que em outras épocas (TORRICO, 2010).

A verificação do estado limite último de estruturas submetidas à flexo-compressão pode ser feita a partir de uma envoltória de esforços resistentes. Esta envoltória constitui uma curva de esforços resistentes, que pode ser montada a partir de pares de momento fletor e força normal últimos, ou de momentos últimos em duas direções ortogonais entre si, neste último caso especialmente quando se tratar de flexão oblíqua composta.

No Brasil, os procedimentos de dimensionamento de pilares eram fundamentados na ABNT NBR 6118:2007 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, restrita para concretos convencionais, isto é, com resistência característica à compressão do concreto, aos 28 dias de idade, menor ou igual a 50 MPa.

Devido ao crescente emprego do CAR e em vista de seus benefícios, houve uma movimentação recente, por causa dos representantes dos setores envolvidos com o tema, para propor atualizações à ABNT NBR 6118:2007. Como resultado dessa iniciativa, tem-se a ABNT NBR 6118:2014, já ajustada para concretos de resistência característica à compressão de até 90 MPa.

Nesta nova norma, na análise de seções solicitadas à flexo-compressão, diferenças expressivas se dão sobre as considerações empregadas no diagrama tensão-deformação idealizado (diagrama parábola-retângulo) e no diagrama tensão-deformação simplificado (diagrama retangular), quando comparado os critérios para o CAR e para o concreto convencional.

Um fato importante da nova versão de 2014 da NBR 6118, é que com o aumento da resistência do concreto a partir dos 50 MPa, os equacionamentos levam a uma aproximação dos valores dos parâmetros a serem adotados para ε_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ε_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura). Ou seja, considera-se, em concordância com literaturas correntes, que o CAR adquire um caráter mais frágil com o aumento da resistência.

Diante deste contexto, neste trabalho foi proposta a realização de uma análise do comportamento estrutural de pilares de CAR submetidos à flexão oblíqua composta e à flexão normal composta, frente aos critérios apresentados na ABNT NBR 6118:2014. Paralelamente compararam-se os resultados obtidos com os calculados através de outras metodologias, como

as propostas pelo "*American Concrete Institute (ACI)*" e pelo "*Comitê Europeu de Normalização (CEN)*".

Para cumprir com esse objetivo, foi produzido um programa computacional que permite gerar envoltórias de resistência. O processo de implementação é acompanhado especialmente de Santos (1994) e FUSCO (1978), e dos critérios e requisitos de dimensionamento estrutural existentes na ABNT NBR 6118:2014. Por sequência, são então estudadas e implementadas computacionalmente as referências normativas a serem comparadas.

1.1. JUSTIFICATIVA

Dentre as exigências do mercado, pode-se apontar a necessidade de edificações duráveis, com flexibilidade do projeto arquitetônico, e que permitam a concepção de sistemas seguros e economicamente viáveis para estabilizar grandes vãos projetados pela engenharia. Atualmente, para atingir esses e outros interesses nas estruturas de concreto, é marcante a evolução dos métodos de cálculo estrutural e a produção do concreto de alta resistência (CAR).

O CAR apresenta ótimas características de durabilidade e permite a produção de elementos estruturais mais ousados. Dentro do campo das estruturas de concreto, os pilares produzidos com este material são de especial interesse de estudo da comunidade científica, devido ao comportamento bem particular, com relativo grau de complexidade, e por apresentarem importantes vantagens com relação ao emprego de concretos convencionais.

Frente às vantagens proporcionadas pelo CAR, apontadas pelos meios técnico e científico, e também em função do crescente emprego deste material, houve uma movimentação recente no Brasil, por conta dos representantes dos setores envolvidos com o tema, para propor atualizações à ABNT NBR 6118:2007 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, aplicável até então para concretos convencionais ($f_{ck} \leq 50$ MPa). Como principal resultado deste processo, obteve-se a ABNT NBR 6118:2014, ajustada para concretos com f_{ck} de até 90 MPa.

É inspirado neste contexto recente que neste trabalho se realiza a análise do comportamento estrutural de pilares de CAR submetidos à flexo-compressão, com foco especial à flexão oblíqua composta, em vista dos critérios de cálculo da versão atualizada da ABNT NBR 6118:2014.

1.2. OBJETIVO

1.2.1. Objetivo geral

Analisar o comportamento estrutural de pilares de CAR submetidos à flexo-compressão, via programa computacional e conforme critérios da ABNT NBR 6118:2014.

1.2.2. Objetivos específicos

- Compreender as principais características e particularidades relacionadas com o CAR, e avaliar as considerações de projeto, especiais para este material, indicadas pela ABNT NBR 6118:2014;
- estudar de forma mais aprofundada o comportamento de pilares de CAR sujeitos à flexo-compressão, em vista dos estados limites de ruptura do concreto e de deformação plástica excessiva das barras das armaduras;
- produzir um programa computacional para a análise do comportamento estrutural de pilares de CAR submetidos à flexo-compressão, segundo os procedimentos de cálculo apresentados na ABNT NBR 6118:2014;
- comparar os resultados obtidos aplicando-se a ABNT NBR 6118:2014 com resultados obtidos por meio de outros métodos, como os propostos pelo "*American Concrete Institute (ACI)*" e pelo "*Comitê Europeu de Normalização (CEN)*".

1.3. MÉTODO DE TRABALHO

A metodologia de trabalho consistiu primeiramente em pesquisas bibliográficas e normativas que tratam do dimensionamento e análise de elementos estruturais moldados em concreto de alta resistência. São abordadas neste estágio a referência nacional, principalmente a ABNT NBR 6118:2014, e também resultados provindo de estudos fora do Brasil, como os apresentados pelo "*American Concrete Institute*" (ACI) e pelo "*Comitê Europeu de Normalização (CEN)*".

Por seguinte se dá a continuidade ao processo de implementação computacional de um programa que permita a verificação e o dimensionamento estrutural de pilares de concreto de

alta resistência submetidos à flexo-compressão. Em especial, o processo de implementação é fundamentado em Santos (1994), FUSCO (1978) e nos critérios e requisitos de dimensionamento estrutural colocados na ABNT NBR 6118:2014.

Santos (1994) apresentou um curso completo de dimensionamento de concreto, fundamentado de acordo com o CEB/90 e a NB-1, desenvolvendo paralelamente ao mesmo uma ampla gama de sub-rotinas informatizadas, implementadas na linguagem BASIC clássica (linguagem compatível com linguagens mais modernas, como a VISUAL BASIC) através do programa CONDE-1. Já Fusco (1978) desenvolveu um detalhado estudo do equilíbrio de forças e da compatibilidade de deformações para seções de concreto submetidas aos esforços de flexão normal composta e flexão oblíqua composta.

Neste projeto a implementação computacional foi feita com auxílio do programa MATLAB. Algumas características foram importantes na escolha deste, dentre elas pode-se mencionar o rico banco de ferramentas para a construção de interfaces gráficas e as inúmeras funções predefinidas oferecidas pelo programa, como a função de interpolação gráfica para um dado conjunto de dados e a função para realização de integrais definidas (GILAT, 2006). Outro ponto positivo do MATLAB consiste no fato de seu ambiente de cálculo permitir o uso de operações matriciais, o que possibilita uma velocidade de manipulação de dados muito superior que as simples manipulações "variável por variável" (CHAPNAM, 2006).

2. REVISÃO DE LITERATURA

Inicialmente, na seção 2.1, é feita uma breve explanação sobre alguns termos e definições importantes para a sequência do estudo. São abordados os conceitos básicos de estado limite último e de domínios de deformações, tanto para o CAR quanto para o concreto convencional, até as equações empregadas na compatibilidade de deformações de peças submetidas à flexo-compressão e/ou compressão centrada.

Na sequência, na seção 2.2, são apresentados trabalhos e pesquisas anteriores relacionados a pilares de CAR, e também de concreto convencional, submetidos à flexo-compressão e/ou compressão centrada.

Na sequência, nas seções 2.3, 2.4 e 2.5, são descritas características gerais sobre o CAR, abordando desde seus constituintes e processo de produção, até suas propriedades mecânicas e considerações de projeto, conforme trabalhos de pesquisas anteriores e através principalmente das referências normativas do "*American Concrete Institute (ACI)*", do "*Comitê Europeu de Normalização (CEN)*" e da "*Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)*". Embora não tenha caráter normativo, abordaram-se também conceitos e critérios conforme o "*International Federation for Structural Concrete (fib) CEB-FIP*".

Então, de forma genérica, na seção 2.7, são apresentados os procedimentos empregados nos algoritmos de cálculo do programa computacional desenvolvido. Por fim, na seção 2.6, é feita ainda uma breve apresentação do programa Matlab, ferramenta de programação utilizada neste projeto.

2.1. DEFINIÇÕES BÁSICAS

Conforme Smaniotto (2005), nas peças de concreto armado, as solicitações normais (força normal e momento fletor) podem atuar isoladamente ou em conjunto, produzindo tração centrada, compressão centrada, flexão simples e flexão normal composta ou oblíqua composta. Em qualquer um dos casos, na análise da capacidade resistente da peça, é necessário definir os limites de deformação das fibras, que por sua vez identificam o estado limite último da seção transversal.

A seguir, são apresentadas importantes definições para o estudo de seções de concreto sujeitas à flexão simples e à flexo-compressão. Primeiramente esses conceitos são abordados em vista das considerações da ABNT NBR 6118:2014. Mais adiante, conforme a necessidade,

eles são retomados para as demais referências normativas que foram implementadas computacionalmente.

2.1.1. Estado limite último

O concreto e o aço apresentam estados últimos particulares. O estado último do concreto é definido pela tensão de compressão que provoca ruptura do próprio, e o estado último da armadura é determinado por um escoamento máximo que caracteriza o alongamento plástico (SANTOS, 1981).

Como existem certas dificuldades em definir o estado físico em que se inicia a ruptura do concreto, convencionou-se também quantificar o estado último do concreto em vista de seu encurtamento, segundo parâmetros justificados experimentalmente (FUSCO, 1978).

A ABNT NBR 6118:2014 considera que as deformações nominais de encurtamento e de alongamento, que caracterizam os estados últimos do concreto (ε_{cu} , para concretos convencionais) e do aço CA-50 (ε_{su}), respectivamente, são:

$$\varepsilon_{cc \max} = \varepsilon_{cu} = 3,5 \%$$

e

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{su} = 10,0 \%$$

Para o CAR, a ABNT NBR 6118:2014 diz que a deformação última do concreto é obtida através da Equação (2.1)

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4 \quad (2.1)$$

sendo: ε_{cu} : deformação última do concreto em %;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto (aos 28 dias de idade) em MPa.

No dimensionamento de uma seção de concreto armado sujeita a solicitações normais, avalia-se o estado último de ruptura do concreto na região comprimida e o estado último de alongamento da armadura tracionada em vista das regiões mais exigidas. O estado limite último é caracterizado quando ao menos uma dessas situações é alcançada (FUSCO, 1978).

2.1.2. Hipóteses básicas

Segundo FUSCO (1978) e em conformidade com a ABNT NBR 6118:2014, na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

- 1 As seções transversais se mantêm planas após a deformação;

Obs.: Da hipótese entende-se que a tensão normal num ponto seja diretamente proporcional à distância deste à linha neutra da seção transversal.

- 2 Existe solidariedade perfeita entre os materiais, isto é, considera-se que a deformação específica da barra aço e do concreto, imediatamente adjacente a esta, são iguais;
- 3 As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- 4 A tensão na armadura deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação, específico para cada categoria de aço;
- 5 O estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 2.1 ou Figura 2.2, para o concreto convencional ou o CAR, respectivamente.

Outra hipótese básica que a ABNT NBR 6118:2014 considera é a adoção da distribuição de tensões no concreto de acordo com um diagrama parábola-retângulo (ver Figura 2.13). Essa norma permite ainda que esse diagrama seja substituído por um diagrama retangular simplificado. Estas formas de distribuição de tensões serão melhor abordadas na Seção 2.5.1.

2.1.3. Domínios de deformação

Na Figura 2.1 são apresentadas as configurações últimas de deformações possíveis para concretos convencionais, e por seguinte, na Figura 2.2, para concretos de alta resistência.

O diagrama de distribuição das deformações ao longo da altura da seção é dado por uma reta que passa necessariamente por um dos pontos A, B ou C, que fixam, respectivamente, as situações últimas caracterizadas pelo estado limite último do aço, do concreto na flexão pura (ou seção parcialmente comprimida) e do concreto no caso de seção completamente comprimida.

O valor ε_{yd} corresponde à deformação específica em que o aço passa a escoar, atingindo neste ponto a resistência de cálculo ao escoamento (f_{yd}). Já o ε_{ud} corresponde à deformação nominal de ruptura do aço.

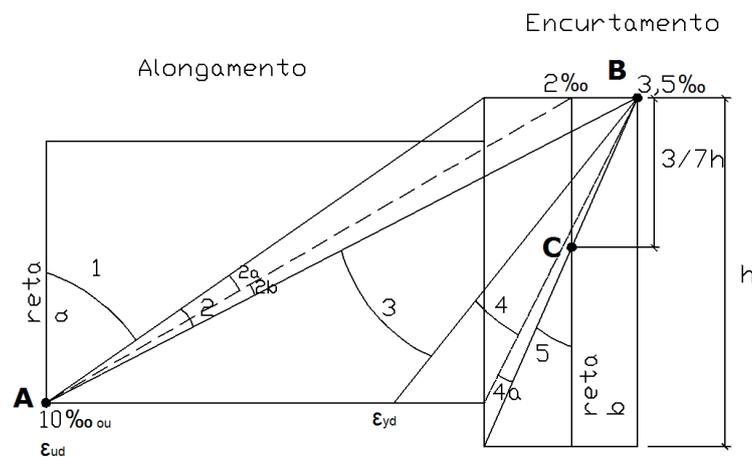


Figura 2.1 – Configurações últimas de deformação para concretos convencionais

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

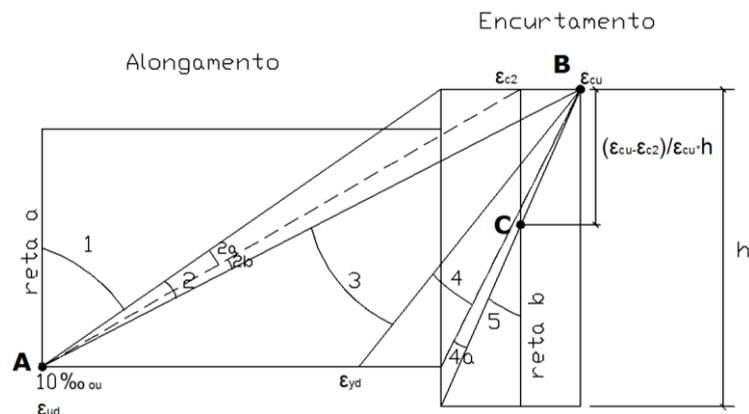


Figura 2.2 – Configurações últimas de deformação para concretos de alta resistência

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Conforme a ABNT NBR 6118:2014, os domínios de deformação podem ser caracterizados como a seguir.

Ruptura convencional por deformação plástica excessiva da armadura:

- **reta a:** tração uniforme;
- **domínio 1:** tração não uniforme, sem compressão;
- **domínio 2:** flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ($\varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$) e com armadura escoando ($\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$).

Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto:

- **domínio 3:** flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);
- **domínio 4:** flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$);
- **domínio 4a:** flexão composta com armaduras comprimidas;
- **domínio 5:** compressão não uniforme, sem tração;
- **reta b:** compressão uniforme.

Santos (1994) trata os estados limites últimos por meio de regiões, bem tal como definido a seguir:

- **Região I** – correspondente ao polo de ruína C (encurtamento limite do concreto) (Domínio 5 e reta b);
- **Região II** – correspondente ao polo de ruína B (encurtamento limite do concreto) (Domínios 3, 4 e 4a)
- **Região III** – correspondente ao polo de ruína A (alongamento excessivo da armadura) (Domínios 1, 2 e reta a).

Na Figura 2.3 é apresentada uma ilustração das regiões que identificam os polos de ruína mencionados acima. O ponto C é fixado conforme a Figura 2.2 para o CAR.

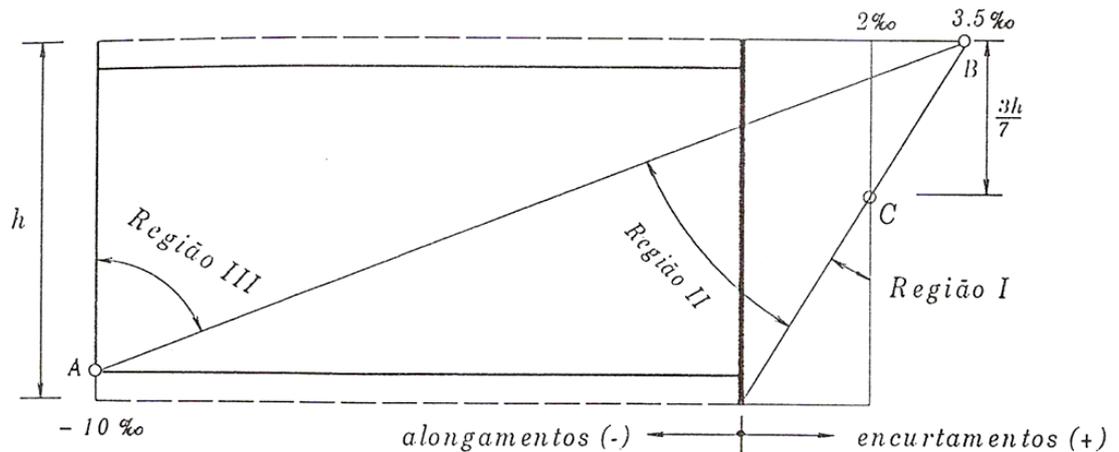


Figura 2.3 – Regiões características e polos de ruína

Fonte: Adaptado de Santos (1994)

2.1.4. Equações de compatibilidade de deformações

Conforme Smaniotto (2005), as equações de compatibilidade permitem determinar deformações específicas ε_c referentes a uma fibra qualquer de concreto comprimida, a uma distância y da borda mais comprimida (ou menos tracionada). Normalmente as equações são escritas em função de h (altura total da seção transversal na direção considerada), x (profundidade da linha neutra) e d' (distância da borda da seção até a barra mais próxima).

A Figura 2.4 seguir ilustra um modelo geométrico típico empregado para a determinação das equações de compatibilidade. São apresentadas duas situações, uma em que tem-se a linha neutra paralela ao eixo OX (flexão normal composta), e outra em que a linha neutra está inclinada a um ângulo α do referido eixo (flexão oblíqua composta). Nesta última situação, os valores de h , x , y e d' , definidos como a seguir, devem ser recalculados e são chamados respectivamente de h_α , x_α , y_α e d'_α .

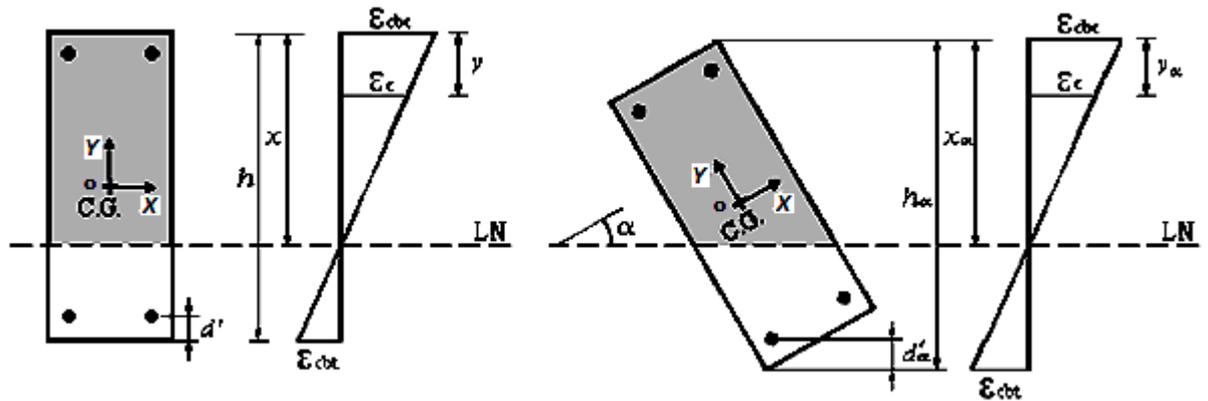


Figura 2.4 – Configuração para cálculo da deformação genérica ε' com a linha neutra paralela ao eixo OX (flexão normal composta - à esquerda) e com a linha neutra rotacionada a um ângulo α em relação ao eixo OX (flexão oblíqua composta - à direita)

Fonte: Adaptado de Smaniotto (2005)

Seguem abaixo as definições das variáveis apresentadas na Figura 2.4.

h : altura total da seção transversal na direção considerada;

x : profundidade da linha neutra;

y : profundidade da fibra de concreto que se deseja conhecer a deformação ε_c ;

d' : distância do eixo da barra mais distante da borda mais comprimida ou menos tracionada (superior) da seção até a borda menos comprimida ou mais tracionada (inferior);

ε_{cbc} : encurtamento ou alongamento da borda mais comprimida (superior), ou menos tracionada, da seção de concreto;

ε_{cbt} : encurtamento ou alongamento da borda mais tracionada (inferior), ou menos comprimida, da seção de concreto.

Definido ε_{cbc} (ver Quadro 2.1), em função dos domínios de deformação, segue que a deformação genérica ε_c pode ser obtida conforme a Equação (2.2), abaixo,

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cbc} \cdot (x - y)/x, \quad (2.2)$$

com variáveis como já definidas anteriormente. Mais à frente, a diferença " $x - y$ " corresponderá à variável z (ver Figura 2.31), sendo esta referente à ordenada de um ponto

com relação ao eixo Oz , que tem origem (transladada, como na Figura 2.31) na linha neutra e perpendicularmente a esta.

Considerando a semelhança de triângulos, é possível, fixado um domínio de deformação, como na Figura 2.1 para o concreto convencional, e Figura 2.2 para o CAR, determinar a deformação de qualquer ponto da seção de concreto. Em especial, pode-se obter a deformação para cada barra de aço (ϵ_s) da seção. No Quadro 2.1 é apresentado um resumo com as expressões que definem as deformações citadas.

Domínios	Limites das regiões	ϵ_{cbc} (‰)	ϵ_s (‰)
Domínios 1, 2 e Reta a (Região III)	$\beta_x \leq \frac{\epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} + \epsilon_{yu})}$	$\epsilon_{cbc} = \frac{\epsilon_{yu} \cdot \beta_x}{(1 - \beta_x)}$	$\epsilon_s = \epsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
Domínios 3, 4 e 4a (Região II)	$\frac{\epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} + \epsilon_{yu})} < \beta_x \leq 1$	$\epsilon_{cbc} = \epsilon_{cu}$	$\epsilon_s = \epsilon_{cu} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
Domínio 5 e Reta b (Região I)	$1 < \beta_x$	$\epsilon_{cbc} = \frac{\epsilon_{c2} \cdot \epsilon_{cu} \cdot \beta_x}{[\epsilon_{cu} \cdot \beta_x - (\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2})]}$	$\epsilon_s = \epsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
Obs.: $\beta_x = x/h$ $\beta_i = d_i/h$ (com d_i : distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção.) Demais variáveis, como definidas anteriormente.			

Quadro 2.1 - Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço qualquer para as seções submetidas à flexo-compressão

2.2. ESTUDOS ANTERIORES: CONCRETOS DE ALTA RESISTÊNCIA E PILARES

Aqui são apresentados alguns trabalhos anteriores que tratam do estudo de pilares de CAR. Para algumas destas pesquisas são detalhadas seções e as respectivas configurações de armaduras de pilares ensaiados à flexo-compressão, junto dos correspondes esforços resistentes obtidos.

2.2.1. Análise de pilares de concreto de alto desempenho (LIMA, 1997)

Este trabalho teve por objetivo realizar um estudo teórico e experimental de pilares de concreto de alta resistência, tratado pelo autor como concreto de alto desempenho. Analisando

o comportamento de modelos solicitados à compressão centrada e à flexão normal composta, buscou-se verificar a configuração de núcleo resistente após a ruína dos pilares e analisar a ductilidade destes elementos estruturais.

Em sua revisão bibliográfica, ele menciona dois importantes trabalhos anteriores. O primeiro, realizado por Bjerkeli, Tomaszewicz e Jensen (1990) na Noruega, que trata de um estudo da ductilidade de pilares em CAR. São avaliados concretos com resistências variando entre 60 MPa e 115 MPa. Os autores verificaram que os fatores que influenciam no comportamento estrutural (inclusive na ductilidade) são: a configuração geométrica, a quantidade e distribuição de armadura longitudinal, a resistência do concreto e o tipo de agregado.

O segundo trabalho citado por Lima (1997) é o desenvolvido no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade de Sherbrooke (Sherbrooke, Quebec - Canadá) por Cusson e Paultre (1994). Neste caso foram estudados pilares executados com CAR, confinados por estribos retangulares, com resistência à compressão, aos 28 dias, entre 90 MPa e 116 MPa. Os autores concluíram que em geral, o comportamento era caracterizado pela ruptura brusca do revestimento de concreto, e que portanto, em compressão axial, apenas a área do núcleo de concreto, delimitada pelas armaduras transversais, deve ser considerada no cálculo da resistência dos pilares de CAR.

Já nos experimentos realizados por Lima (1997), foram analisados pilares de seções transversais quadradas (20 cm x 20 cm) e retangulares (15 cm x 30 cm e 12 cm x 30 cm) submetidos à flexão normal composta e/ou compressão centrada. A resistência média fixada para o concreto foi de 80 MPa aos 15 dias, tempo escolhido imaginando-se que já estivesse desenvolvida a reação pozolânica da adição mineral. A dosagem do concreto, empregando o método de dosagem apresentado por Helene e Terzian (1993), foi realizada com a intenção de produzir um concreto com possibilidade de bombeamento para sua aplicabilidade em pilares de edifícios, ou seja, com abatimento de 10 cm após 40 minutos da mistura, conforme o ensaio do tronco de cone apresentado na ABNT NBR 7223:1982.

Na compressão centrada ficou caracterizado que o estado limite último foi atingido quando ocorreu a ruptura da área de concreto delimitada pelos eixos dos estribos, de onde se pôde concluir que a seção resistente é formada pelo núcleo. Não foram identificadas grandes alterações no comportamento dos pilares ao mudar a seção transversal de quadrada para retangular. Verificou-se que para aumentar a ductilidade deve-se aumentar tanto a taxa de armadura transversal quanto a longitudinal.

Já nos ensaios de flexão normal composta, os resultados mostraram que as hipóteses de distribuição de tensões, utilizadas para os concretos de resistências usuais, não devem ser consideradas para concreto de alta resistência. O autor aponta também que a deformação última no concreto na face mais comprimida resultou num valor médio de 2,5 ‰ (menor que 3,5 ‰). Este fato concorda com a alteração do diagrama de domínios de deformação colocada pela nova NBR 6118:2014 para o CAR, em que se considera uma diminuição do valor de ϵ_{cu} .

Na Tabela 2.1 são apresentados alguns dos pilares, solicitados à flexão normal composta, experimentados por Lima (1997).

Tabela 2.1 - Parte dos pilares empregados no experimento de Lima (1997)

Pilar*	Dimensões			f_c (MPa)	Armadura longitudinal	ρ (%)	f_y (MPa)
	b (cm)	h (cm)	L (cm)		Qtde e ϕ (mm)		
P1 (P5/1)	30,00	15,00	174,00	81,10	8 ϕ 12,5	2,26	543,30
P2 (P5/2)	30,00	15,00	174,00	79,50	8 ϕ 12,5	2,26	543,30
P3 (P6/1)	30,00	15,00	174,00	85,70	8 ϕ 16	3,45	710,50
P4 (P6/2)	30,00	15,00	174,00	83,70	8 ϕ 16	3,45	710,50
P5 (P7/1)	30,00	15,00	174,00	87,30	8 ϕ 9,5	1,26	681,20

Obs.: * Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.

A ilustração da seção genérica dos pilares é apresentada a seguir.

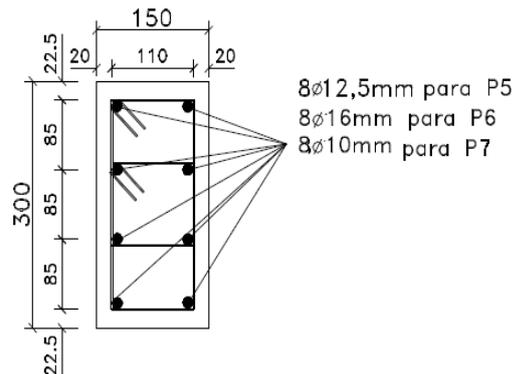


Figura 2.5 - Seção genérica dos pilares da Tabela 2.1 (LIMA, 1997)

Para produzir as excentricidades, previram-se alargamentos das seções na direção da excentricidade (direção da altura "h"), conforme o exemplo abaixo.

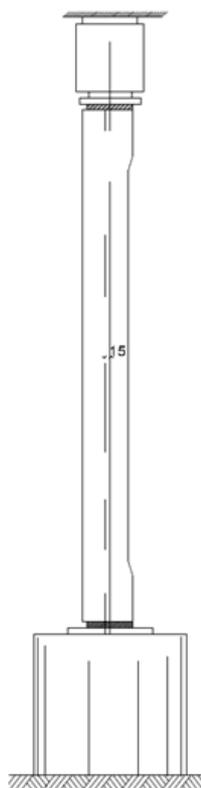


Figura 2.6 - Exemplos e detalhes de forma usada nos pilares com ação excêntrica

Fonte: Lima (1997)

Parte dos resultados experimentais obtidos por Lima (1997) são apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Resultados experimentais obtidos por Lima (1997)

Pilar	F_{\max} (kN)	e^t (cm)	M_{\max}	
			(kN·cm)	(kN·m)
P1 (P5/1)	2842,00	1,50	4263,00	42,63
P2 (P5/2)	2806,00	1,50	4209,00	42,09
P3 (P6/1)	3227,00	1,50	4840,50	48,41
P4 (P6/2)	3218,00	1,50	4827,00	48,27
P5 (P7/1)	3012,00	1,50	4518,00	45,18

Obs.: 1 - Excentricidade nominal
* Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.

2.2.2. Análise de pilares de CAR submetidos à flexo-compressão (VANDERLEI, 1999)

Esse trabalho teve por objetivo analisar o comportamento de pilares moldados em concreto de alta resistência, com resistência média à compressão de 80 MPa, submetidos à flexo-compressão. Procurou-se também estabelecer condições necessárias, relacionadas com as taxas de armaduras longitudinais e transversais, para proporcionar um comportamento suficientemente resistente e dúctil aos pilares.

Foram ensaiados 6 pilares com seção transversal retangular de 15 cm x 30 cm e altura livre de 174 cm, submetidos à flexo-compressão. Aplicaram-se de duas forças, uma na direção do eixo longitudinal do pilar e outra paralela a esse, com excentricidade fixada em 38,0 cm, de tal forma a produzir um momento com plano de ação paralelo ao menor lado da seção. As principais variáveis analisadas foram as taxas de armaduras transversais e longitudinais.

As deformações últimas de compressão do concreto, na face mais comprimida do pilar, apresentaram média de 2,59 ‰, variando de 2,30 ‰ a 3,00 ‰. Estes resultados concordam com as alterações do diagrama de domínios de deformação, quando se trata de concreto de alta resistência, como é realizado pela ABNT NBR 6118:2014.

Os pilares com menor taxa de armadura transversal tiveram ruptura frágil da seção transversal central com flambagem das barras das armaduras longitudinais. Já os pilares com maior taxa de armadura transversal, apresentaram ruptura com boa ductilidade e esmagamento do concreto do lado mais comprimido. No estudo também foi verificado uma mudança na curva de força x deformação, fato decorrente provavelmente pelo início do destacamento do cobrimento de concreto que envolvia a armadura, ocasionando uma acomodação da estrutura e passando a resistir efetivamente aos esforços apenas o núcleo de concreto envolvido pela armadura transversal.

2.2.3. Análise de modelos de confinamento para pilares de CAR por simulação numérica (PRADO, 2001)

Conforme Prado (2001), estudos experimentais representam uma alternativa ótima para obtenção de informações sobre o comportamento estrutural destes pilares. Porém, na prática, esta alternativa é limitada, no que diz respeito aos custos, equipamentos e outros

recursos necessários. A simulação numérica, para determinação da capacidade resistente e da ductilidade, pode ser uma ferramenta para superar estas limitações.

Prado (2001) diz que, embora o emprego de um modelo simples, como o bloco retangular de tensões equivalentes, demonstre ser eficiente para o concreto de baixa resistência, este ainda é um tema controverso para o caso de pilares em CAR. Vale observar que, este tipo de modelo simplificado é proposto pelas versões atual e antiga da NBR 6118.

Assim, este trabalho teve como objetivo principal estudar o comportamento de pilares de CAR avaliando-se dois modelos de confinamento, através de simulação numérica. Ele pretendeu também criar um programa computacional, denominado PILAR, para a geração de diagramas momento-deformação (ou momento-curvatura) e de interação força-momento para pilares em CAR, além também de fazer a validação do programa.

Os dois modelos empregados para a simulação numérica da resistência e ductilidade, para obtenção de informações sobre o comportamento estrutural de pilares em CAR, foram: o modelo de Fafitis e Shah modificado (F&S modificado (Diniz e Frangopol 1997 a)) e o modelo de Razvi e Saatcioglu (R&S (1999)). Ambos os modelos citados são utilizados para descrever tanto o comportamento do núcleo (concreto confinado) quanto do cobrimento (concreto não confinado).

Os modelos procuram incorporar todos os parâmetros relevantes do confinamento, tais como: taxa volumétrica, espaçamento, tensão de escoamento e arranjo da armadura transversal, bem como a resistência do concreto e a geometria da seção. A ABNT NBR 6118:2014 ainda não apresenta um modelo de cálculo tão refinado quanto estes para o emprego de CAR em pilares.

A partir dos resultados obtidos, via simulação numérica, pôde-se concluir que os dois modelos apresentaram bons resultados no que se refere à determinação da resistência do pilar. Entretanto, não se pôde dizer que um modelo é melhor ou pior que o outro. O que se percebeu é que um modelo pode ser muito bom para um determinado caso e não corresponder da mesma forma para outro. Quanto à ductilidade, os modelos subestimam os resultados.

2.2.4. Análise da ductilidade de pilares de concreto armado (LIMA JR., 2003)

O trabalho de doutorado realizado por Lima Jr. (2003) teve como um dos principais objetivos realizar um estudo da ductilidade e do comportamento de pilares de CAR submetidos à flexão normal composta. Ele buscou definir as taxas mínimas de armadura transversal e de índices de adição de fibras metálicas ao concreto, capazes de proverem aos

pilares de CAR os mesmos índices de ductilidade dos pilares de concreto convencional, dimensionados segundo o Projeto de Revisão de Norma da NBR 6118 (2001).

Para cumprir com esse objetivo, foram ensaiados 12 pilares submetidos à compressão excêntrica. O concreto em todos os casos foi dosado para a resistência de 60 MPa, tendo os pilares seção transversal quadrada de 15 cm x 15 cm e altura de 170 cm, sendo que quando posicionados nos sistema de apoios apresentavam índice de esbeltez da ordem de 45. A armadura transversal foi composta por estribos de 6,3 mm espaçados a cada 15 cm e 5 cm. Já a armadura longitudinal foi formada por 4 barras de 12,5mm de diâmetro. As excentricidades aplicadas, em uma das direções (seção quadrada e simétrica), foram de 1 cm (dentro do núcleo central de inércia), 2 cm (no limite do núcleo central de inércia) e 3 cm (fora do núcleo central de inércia). Além dos 12 pilares de CAR, para produzir dados comparativos foram ensaiados à flexão normal composta 3 pilares de referência com concreto de resistência média de 40 MPa, mesma geometria, mesma armadura longitudinal e estribos de 6,3 mm espaçados a cada 15 cm.

O sistema de apoios para os ensaios era constituído de rótulas que possibilitavam montagens capazes de gerarem excentricidades de forças entre 0 e 6 cm, além de permitir rotações livres da ordem de 15° para cada lado. O sistema de apoios é ilustrado na Figura 2.7, a seguir.

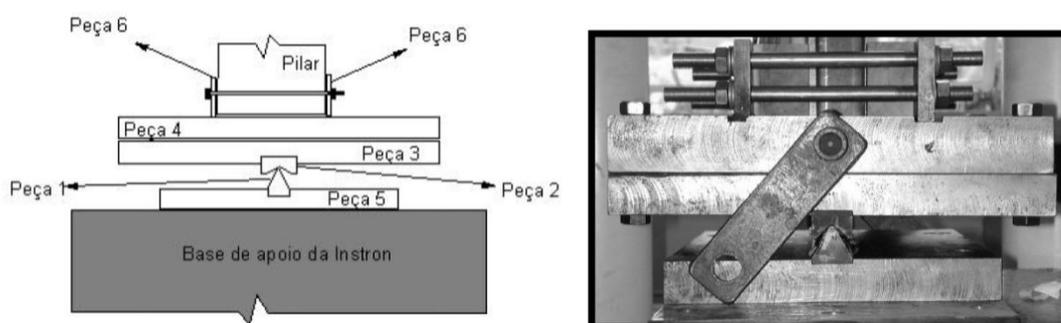


Figura 2.7 - Detalhe do aparelho de apoio utilizado nos ensaios dos pilares

Fonte: Lima Jr. (2003)

Na Tabela 2.3 são apresentados alguns dos pilares de CAR ensaiados por Lima Jr. (2003) à flexão normal composta.

Tabela 2.3 - Parte dos pilares empregados no experimento de Lima Jr. (2003)

Pilar*	Dimensões			f_{cj}^{**}	Armadura longitudinal	ρ (%)	f_y (MPa)	Armadura Transversal
	b (cm)	h (cm)	L (cm)		Qtde e ϕ (mm)			ϕ (mm) e espaçam.
P1(P160150)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P2(P260150)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P3(P360150)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P4(P16050)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm
P5(P26050)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm
P6(P36050)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm
P7(P1601505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P8(P2601505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P9(P3601505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c15cm
P10(P160505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm
P11(P260505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm
P12(P360505)	15,00	15,00	170,00	60,00	4 ϕ 12,5mm	2,18	597,53	ϕ 6,3mm-c5cm

Obs.: * Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.
 ** Resistências de dosagem

Fonte: Lima Jr. (2003)

Os detalhes, de forma geral, das armaduras dos pilares são apresentados na Figura 2.8.

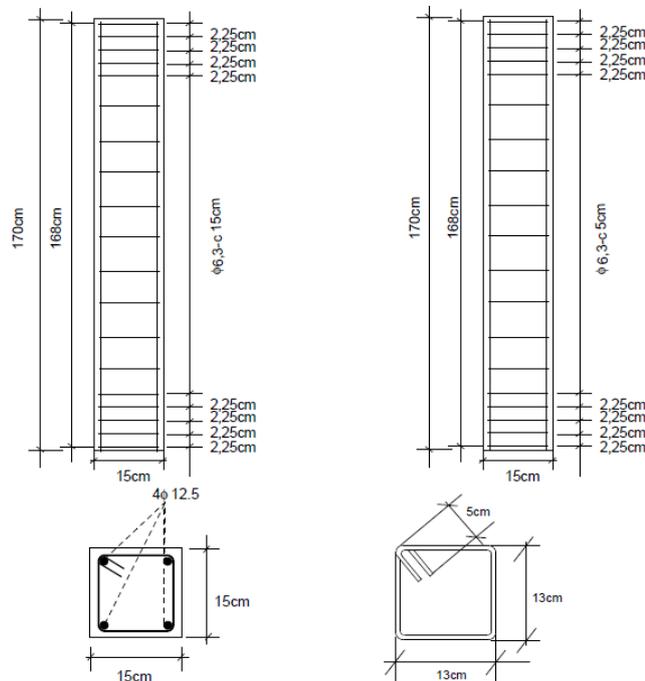


Figura 2.8 - Detalhes da seção e das armaduras dos pilares ensaiados à flexão normal composta

Fonte: Lima Jr. (2003)

Parte dos resultados experimentais obtidos por Lima Jr. (2003) é apresentado na Tabela 2.4. O momento externo (M_{exp}) aplicado para cada ensaio foi calculado como sendo o produto da força resultante (F_{exp}) aplicada pela soma da excentricidade imposta (excentricidade inicial) com o deslocamento lateral de segunda ordem do pilar.

Tabela 2.4 - Resultados experimentais obtidos por Lima Jr. (2003)

Pilar*	F_{max} (KN)	e^1 (cm)	Mmax	
			(kN·cm)	(kN·m)
P1(P160150)	1053,00	1,00	1803	18,03
P2(P260150)	875,00	2,00	2586	25,86
P3(P360150)	722,00	3,00	3159	31,59
P4(P16050)	1087,00	1,00	2054	20,54
P5(P26050)	859,00	2,00	2644	26,44
P6(P36050)	685,00	3,00	2901	29,01
P7(P1601505)	1182,00	1,00	2076	20,76
P8(P2601505)	928,00	2,00	2760	27,6
P9(P3601505)	679,00	3,00	2880	28,8
P10(P160505)	1089,00	1,00	2060	20,6
P11(P260505)	937,00	2,00	2835	28,35
P12(P360505)	605,00	3,00	2505	25,05
Obs.: * Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio. 1 - Excentricidade imposta, não inclui os efeitos de 2ª ordem				

Fonte: Lima Jr. (2003)

De posse dos resultados obtidos, buscou-se qualificar e quantificar, por meio de modelos matemáticos, a dissipação das tensões de confinamento geradas pela armadura transversal e também o efeito da adição de fibras na ductilidade dos pilares de CAR. Então, por meio da implementação computacional dos modelos desenvolvidos, foi possível simular alguns pilares de CAR, almejando-se a criação de critérios iniciais de dimensionamento dessas estruturas, com índices de ductilidade aceitáveis.

Os resultados obtidos demonstraram que tanto a adição de fibras metálicas como o aumento da taxa de armadura transversal não melhoraram a capacidade resistente dos pilares. Mas com relação à ductilidade, verificou-se que teores de fibras da ordem de 0,5% são capazes de proverem aos pilares de CAR a mesma ductilidade dos pilares com concretos de 40 MPa. Ainda constatou-se que espaçamentos entre estribos de 5 cm foram capazes de elevar

consideravelmente a ductilidade dos pilares com CAR, superior inclusive a dos pilares de referência.

2.2.5. Análise da ductilidade de pilares de CAR por simulação numérica (JACOMASSI, 2007)

Este trabalho teve por finalidade investigar, por meio da análise numérica e de resultados anteriores publicados, os efeitos da junção dos materiais, aço e concreto, na deformação de pilares de CAR submetidos à força centrada, com o objetivo de definir quais taxas de armadura conduzem à adequada ductilização destes elementos estruturais. Foram avaliadas ainda as considerações, sobre o tema, das normas do ACI (*American Concrete Institute*), as recomendações do CEB-FIP (*Comité Euro-International Du Béton - Fédération Internationale de la Précontrainte* (em Português, Comitê Europeu do Concreto - Federação Internacional de protensão)) e da Norma Norueguesa NS 3473.

O autor apresenta algumas informações importantes em sua revisão bibliográfica. Dentre elas, ele menciona que resultados experimentais anteriores demonstram que a variação da taxa de armadura transversal influencia significativamente a capacidade resistente dos pilares de CAR. Eles ainda apontam que as taxas mínimas de armadura capazes de promoverem a ductilização dos pilares por desagregação do cobrimento são superiores a 2,5% de armadura longitudinal e 2,0% de armadura transversal.

Já no trabalho de Jacomassi (2007), utilizando-se do Código CASTEM 2000, foi feita uma modelagem numérica bidimensional via Método dos Elementos Finitos (MEF) para a reprodução dos diagramas força-deformação obtidos experimentalmente para pilares armados de CAR submetidos à compressão axial simples. Essa modelagem é capaz de reproduzir, com certa precisão, a capacidade de carga de pilares de diversas geometrias, taxas de armadura transversal e longitudinal, tipos de aço e resistência do concreto (entre 50 MPa e 90 MPa). Foram simulados pilares variando a seção transversal e o comprimento, respectivamente, de 15 cm x 15 cm (seção) e 50 cm (comprimento), o mais curto, até os com 20 cm x 20 cm (seção) e 120 cm (comprimento), o mais esbelto.

O resultados obtidos, através da modelagem numérica, mostraram que a fissuração do cobrimento se dá tão mais tardiamente quanto mais bem distribuída a armadura transversal. Esse comportamento pode ser compreendido pela limitação da deformação do concreto, sobretudo nas regiões de aplicação de força e apoio, onde ocorrem concentrações de tensões,

e nos estágios iniciais de aplicação de força até o surgimento de um gradiente de tensões suficientemente grande e distribuído para causar um efeito de destacamento.

O estudo comparativo dos parâmetros recomendados por referências internacionais, de análise do comportamento estrutural do CAR, mostrou que os resultados numéricos obtidos utilizando as especificações da Norma Norueguesa NS 3473 são os mais próximos dos experimentais, conforme resultados de pesquisas anteriores. Observou-se como de comportamento dúctil os pilares com a capacidade de carga, obtida numericamente, pelo menos 25% maior que a força máxima teórica obtida de acordo com as recomendações da NS 3743.

2.2.6. Análise de pilares de CAR submetidos a cargas concêntricas e excêntricas (KIM, 2007)

O trabalho apresenta os resultados dos testes de um extenso programa de pesquisa, patrocinado pelo "*Transportation Research Board*" do Conselho Nacional de Pesquisa dos Estados Unidos, para examinar o comportamento de pilares retangulares de concreto de alta resistência submetidos a condições de forças concêntricas e excêntricas.

As principais variáveis consideradas neste estudo foram a resistência do concreto, variando de 7,9 ksi (55 MPa) a 16,5 ksi (114 MPa), e taxas de armadura longitudinal e transversal. Os resultados dos testes foram combinados com os dados reportados na literatura para examinar a validade da atual "*AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*" (com publicação em 1994 e limitada para concretos com até 10,0 ksi (69 MPa)) para o concreto de alta resistência com até 18 ksi (124 MPa).

Um total de 30 pilares retangulares moldadas em concreto com resistência de 7,9 ksi (55 MPa) a 16,5 ksi (114 MPa) foram testados sob forças concêntricas e excêntricas. No teste de carga concêntrica, as variáveis analisadas incluem a resistência do concreto e as taxas de armadura longitudinal e transversal. Já para carga excêntrica, os parâmetros analisados foram a resistência do concreto e a excentricidade da carga aplicada. O cobrimento de concreto utilizado foi 13 mm para todos os casos. Os pilares foram armados com 6 barras de aço longitudinais e confinados com 4 barras transversais.

Na verificação do fator k , que é o fator obtido da relação entre a máxima tensão admitida no elemento estrutural e a máxima tensão correspondente no ensaio de carregamento axial do cilindro, verificou-se que atribuindo ao mesmo o valor de 0,85 (usual para concretos

convencionais), para resistências do concreto para além de 69 MPa, pode-se superestimar a capacidade de carga de pilares carregados de forma concêntrica. No dimensionamento estrutural este fator multiplica a resistência específica do concreto (f'_c).

Na Tabela 2.5 são apresentadas as configurações de dois dos pilares analisados por Kim (2007).

Tabela 2.5 - Parte dos pilares empregados no experimento

Pilar*	Dimensões			f'_c (MPa)**	Armadura longitudinal	ρ (%)	f_y (MPa)
	b (cm)	h (cm)	L (cm)		Qtde e ϕ (mm)		
1 (10E1)	22,86	30,48	76,20	54,47	2 ϕ 22 + 4 ϕ 25	4,04	424,72
2 (A10E1)	22,86	30,48	76,20	75,15	2 ϕ 22 + 4 ϕ 25	4,04	431,68

Obs.: * Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.
 ** Resistência específica do concreto
 Nota: Unidades foram convertidas para o SI.

Fonte: Kim (2007)

A Figura 2.9 ilustra a seção dos pilares P1 e P2 da Tabela 2.5.

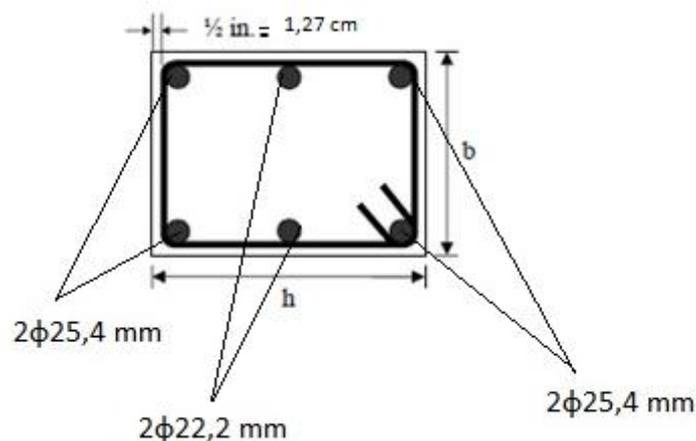


Figura 2.9 - Detalhes da seção e das armaduras dos pilares da Tabela 2.5

Fonte: Kim (2007)

Os resultados dos ensaios dos pilares da Tabela 2.5 são apresentados na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Resultados experimentais obtidos por Kim (2007)

Pilar	F_{max}	e^3	M_{max}	
	(kN)	(cm)	(kN·cm)	(kN·m)
1 (10E1)	3973,62	3,10	12313,45	123,13
2 (A10E1)	4552,09	2,69	12256,03	122,56
<p>Obs.: Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.</p> <p>3 - Considera a excentricidade inicial da carga aplicada e a deflexão lateral na meia altura da coluna antes da ruptura.</p> <p>Nota: Unidades foram convertidas para o SI.</p>				

Fonte: Kim (2007)

2.2.7. Análise de pilares esbeltos e curtos de CAR submetidos à flexo-compressão (TORRICO, 2010)

O trabalho teve por objetivo principal realizar um estudo do comportamento de pilares esbeltos e curtos de CAR sujeitos à flexo-compressão. Os principais aspectos avaliados foram o estado limite de ruptura do concreto e a deformação plástica excessiva das barras das armaduras, a instabilidade do pilar e a ductilidade. Também foi realizada uma análise numérica utilizando o programa comercial ANSYS (ANalyser SYStem) que considera a não linearidade física e geométrica do pilar, incorporando adicionalmente ao programa os elementos e critérios de ruína correspondentes aos modelos.

Dentre os ensaios realizados, o foco principal do estudo se deu sobre o ensaio de 12 modelos de pilares esbeltos de CAR (esbeltez igual a 92) com seção retangular de 12 cm x 20 cm, sujeitos à flexão normal composta e carregados com deformação controlada. As variáveis analisadas foram a excentricidade da força, a resistência do concreto e a taxa volumétrica de armadura transversal. Realizou-se também o ensaio de 9 pilares curtos de seção quadrada de 15 cm x 15 cm, submetidos à compressão centrada, com as mesmas resistências à compressão e mesmos espaçamentos entre estribo dos modelos dos pilares esbeltos, para a obtenção do diagrama tensão-deformação específica do concreto confinado. Realizaram-se ainda ensaios complementares, com concretos convencionais, para a produção de dados comparativos.

Foi verificado que em todos os pilares esbeltos as ruínas ocorreram por ter atingido o ponto limite de equilíbrio instável, em virtude da elevada esbeltez. Para os pilares esbeltos

com qualquer tipo de concreto e com excentricidades de força fora do núcleo da seção transversal, a ruína não é súbita. Mas nos pilares de CAR, sob compressão simples ou com excentricidade de força dentro do núcleo da seção, caso em que a compressão prevalece, a ruína normalmente é brusca.

Com relação aos pilares curtos submetidos à compressão centrada, foi verificado que para espaçamento entre estribos de 5 cm ou mais, a seção resistente dos pilares de concreto de alta resistência e de resistência convencional corresponde a toda a seção transversal. Na busca do comportamento mais dúctil, aumentando as taxas volumétricas de armadura transversal ou empregada espaçamento menores entre estribos, o autor conclui que provavelmente o cobrimento não fará parte da seção transversal do pilar, sendo que a perda do cobrimento deve ser compensada por um confinamento eficiente. Na Tabela 2.7 são apresentados alguns dos pilares solicitados à flexão normal composta experimentados por Torrico (2010).

Tabela 2.7 - Parte dos pilares empregados no experimento de Torrico (2010)

Pilar*	Dimensões			f_{cm} (MPa)	Armadura longitudinal Qtde e ϕ (mm)	ρ (%)	f_{yk} (MPa)
	b (cm)	h (cm)	L (cm)				
1 (50M12)	12,00	30,00	300,00	59,00	4 ϕ 12,5	0,02	500,00
2 (50M30)	12,00	30,00	300,00	59,00	4 ϕ 12,5	0,02	500,00
3 (100M12)	12,00	30,00	300,00	59,00	4 ϕ 12,5	0,02	500,00
4 (100M30)	12,00	30,00	300,00	59,00	4 ϕ 12,5	0,02	500,00

Obs.: Esbeltez $\lambda = 92$
A única diferença da série 100 para a série 50 estava na configuração da armadura transversal.
* Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.

Fonte: Torrico (2010)

Para a realizar os experimentos, Torrico (2010) adotou um aparelho que permite rotações livres nas extremidades dos pilares e a aplicação precisa de forças excêntricas, como o detalhe apresentado na Figura 2.10.

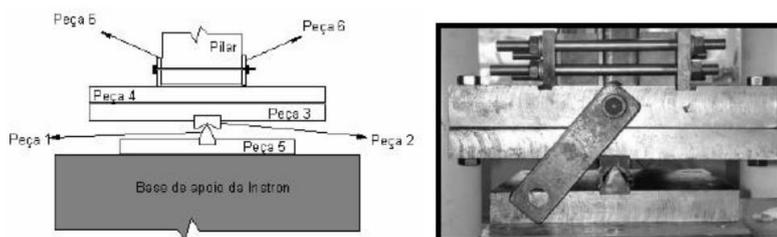


Figura 2.10 - Detalhe do aparelho de apoio utilizado nos ensaios dos pilares

Fonte: Torrico (2010, apud Lima Jr., 2003)

Na Figura 2.11 são apresentados os detalhes de um dos pilares ensaiado por Torrico (2010).

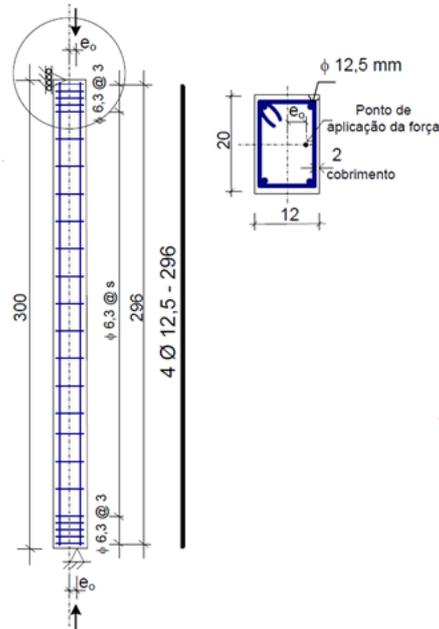


Figura 2.11 - Exemplo de um dos pilares ensaiados

Fonte: Torrico (2010)

Parte dos resultados experimentais obtidos por Torrico (2010) são apresentados na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 - Parte dos pilares empregados no experimento de Torrico (2010)

Pilar	F_{\max} (KN)	e^1 (cm)	d, horiz^2 (cm)	e^3 (cm)	M_{\max}	
					(kN·cm)	(kN·m)
1 (50M12)	385,56	1,20	1,89	3,09	1190,61	11,91
2 (50M30)	191,13	3,00	3,08	6,08	1161,69	11,62
3 (100M12)	364,88	1,20	1,91	3,11	1135,87	11,36
4 (100M30)	216,39	3,00	2,38	5,38	1163,10	11,63

Obs.: 1- Excentricidade inicial
 2 - Deslocamento horizontal no meio do pilar
 3 - Excentricidade total (excentricidades de 1ª ordem + excentricidades de 2ª ordem)
 * Entre parênteses ("()") está a nomenclatura original utilizada pelo autor do ensaio.

Fonte: Torrico (2010)

2.2.8. Análise das excentricidades de 2ª ordem em pilares de CAR (NORIEGA, 2011)

Esse trabalho teve como principal objetivo verificar os valores da excentricidade de segunda ordem que devem ser considerados no dimensionamento de pilares de concreto de alta resistência. Os resultados experimentais foram comparados com os obtidos pelos métodos do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada e do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada, que constam na ABNT NBR 6118:2003.

As principais variáveis estudadas foram: a resistência à compressão do concreto, a taxa geométrica de armadura longitudinal e a excentricidade da força. A seção transversal e o comprimento de cada pilar foram escolhidos para que o índice de esbeltez fosse maior que a esbeltez limite ($\lambda > \lambda_1$, conforme a nomenclatura da ABNT NBR 6118:2003).

Foram ensaiados 8 pilares com seção transversal de 25 cm x 15 cm e comprimento livre de 3,00 m, compondo duas séries de 4 pilares cada uma. Na primeira série, a resistência do concreto foi de 40 MPa e os pilares foram ensaiados à flexão oblíqua composta. Na segunda série, a resistência à compressão do concreto foi de 70 MPa e os pilares foram ensaiados à flexão normal composta em cada direção. Em cada série, a taxa geométrica de armadura longitudinal assumiu os valores de 1,3%, 2,1%, 3,2% e 4,3%.

Os resultados experimentais obtidos neste trabalho juntamente com dezenas de resultados obtidos na literatura foram comparados com os calculados pelos dois métodos já mencionados: do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada e do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada. Esta comparação mostrou que o método do pilar padrão com curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2003 apresenta valores de excentricidades de 2ª ordem próximos dos reais no caso de pilares submetidos à flexão normal composta (pilares de concreto convencional e de CAR) e oblíqua composta (apenas pilares de concreto convencional), enquanto que o "método da rigidez aproximada" mostrou-se contra a segurança na maioria dos ensaios de pilares de CAR submetidos à flexão normal composta.

Diante dos resultados, concluiu-se que para pilares com o concreto de alta resistência, ensaiados à flexão normal composta, o "método da rigidez aproximada" demonstrou-se inadequado. Essa verificação sugere que, além da alteração do diagrama de deformação, outros aspectos também devem ser observados na formulação para pilares de CAR, como é o caso dos critérios da determinação da excentricidade de segunda ordem.

2.3. GENERALIDADES SOBRE O CAR

Caldarone (2009) diz que o termo "concreto de alta resistência" (CAR) não pode ser definido universalmente em termos de um valor numérico. De fato, CAR é um termo relativo, dependente de muitos fatores, tais como a qualidade de concretagem, dos materiais disponíveis e das práticas construtivas de cada local. Ele exemplifica que em regiões onde comercialmente se pratica rotineiramente concretos com 60 MPa, então, concretos que não atingirem uma resistência no intervalo de 70 MPa a 80 MPa não podem ser considerados de "alta resistência". Por outro lado, nas regiões em que o limite superior do concreto disponível no mercado for de 30 MPa, o concreto que conseguir atender a exigência de projeto para 40 MPa pode ser considerado de alta resistência.

Para o ACI 363 (2010), concretos de alta resistência são aqueles que atingem resistência específica à compressão de pelo menos 55 MPa aos 28 dias. Segundo a mesma norma, este valor representa um estado de tensão em que cuidados especiais são necessários na sua produção e nas considerações de projeto. Ela menciona ainda que, com a evolução tecnológica, esta definição deverá ser continuamente revisada.

Já pela ABNT NBR 6118:2014, entende-se que concretos de alta resistência são aqueles com classe superior à classe C50 ($f_{ck} = 50$ MPa). Conforme esta norma, para resistências acima de 50 MPa, os coeficientes de deformação específica correspondente ao patamar de escoamento e à ruptura do concreto começam a sofrer alterações. Além disso, mudanças significativas são adicionadas aos diagramas tensão-deformação, conforme será detalhado no corpo deste trabalho.

Dentro da classificação posta pela ABNT NBR 8953:2015, concretos de alta resistência se enquadram dentro do Grupo II, conforme a Tabela 2.9.

Tabela 2.9 - Classificação em grupos das classes de resistência de concretos estruturais

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: ABCP BT-106 (2002)

Lima (1997) diz que existem várias alternativas para a obtenção do CAR, tais como: adição de polímeros, que aumenta a resistência dependendo da resistência do polímero; processo de cura do concreto sob alta pressão e temperatura, definido por autoclave, que possibilita a aceleração das reações e o ganho na resistência; adição de pozolanas e redução da relação água/cimento. Esta última alternativa é normalmente acompanhada da adição de sílica ativa e de superplastificantes, o que possibilita a produção de concretos que apresentam resistência à compressão superior a 100 MPa (TORRICO, 2010).

Cronologicamente pode-se dizer que a aplicação destas e de outras técnicas são práticas relativamente recentes. Torrico (2010) observa uma expressiva evolução da resistência do concreto no mundo todo nos últimos anos. Segundo ele, durante quase todo o século passado, em grande maioria das vezes, o concreto estrutural foi rotineiramente produzido com resistências aos 28 dias entre 15 MPa e 30 MPa. Ele acrescenta que há aproximadamente 20 anos começaram a ser utilizados concretos entre 40 MPa e 60 MPa, e hoje em dia, concretos de até 150 MPa são produzidos.

No Brasil, ainda que o emprego e o estudo do CAR tenha começado com uma certa defasagem em relação a outros países (VANDERLEI, 1999), atualmente ele apresenta-se bastante difundido por aqui. Uma importante referência nacional é o edifício E-Tower em São Paulo, onde foram usados concretos com resistências que ultrapassaram 100 MPa (TORRICO, 2010).

Os processos utilizados na produção do CAR proporcionam condições para uma maior durabilidade, além da maior resistência propriamente dita. Em função destes atributos, de forma geral pode-se considerá-lo também como concreto de alto desempenho (LIMA, 1997). Vasconcelos (1997) sugere que, em virtude da maior durabilidade do CAR com relação aos concretos convencionais, o concreto de alta resistência tenderá a ser o material mais empregado no futuro.

As ações realizadas para incremento na resistência do concreto visando o CAR, caracterizadas principalmente pela diminuição de água na mistura e com a escolha adequada dos agregados, promovem uma queda na porosidade e uma quantidade menor de fissuras internas iniciais deste. Essas características implicam num maior acúmulo de energia do concreto antes da ruptura, o que torna esta repentina e frágil (TORRICO, 2010).

2.4. PRODUÇÃO DE CAR: MATERIAIS E MISTURA

A produção de concreto de alta resistência, que consiste basicamente em atender aos requisitos de trabalhabilidade e de resistência, envolve critérios mais rigorosos na seleção de materiais do que aqueles para a produção de concretos convencionais (ACI 363, 2010). Sua produção não exige materiais exóticos ou processos especiais de fabricação. Em comparação com o concreto convencional, pode-se dizer que variações nas características dos materiais, na produção e na manipulação, implicarão em um efeito mais pronunciado no produto final. Assim, as práticas de controle de qualidade se intensificam com o aumento da resistência desejada (CALDARONE, 2009).

No que segue, é feita uma breve explicação sobre as características e particularidades dos materiais empregados para a produção de CAR.

2.4.1. Cimentos

Na produção de concreto, o cimento está diretamente ligado às características de resistência inicial e final, trabalhabilidade e características reológicas a serem apresentadas pelo concreto. A escolha do tipo de cimento é função das necessidades requeridas para o produto final (LIMA, 1997). Suas características e a quantidade numa mistura de CAR podem implicar em efeitos significativos sobre suas propriedades no estado fresco e no endurecido (ACI 363, 2010).

O cimento Portland é de longe o mais utilizado para a fabricação de concretos, e o CAR não é exceção (ACI 363, 2010). Conforme a ABNT NBR 5732:1991, o cimento portland é um aglomerante hidráulico obtido pela moagem de clínquer Portland, ao qual se adiciona, durante a operação, a quantidade necessária de uma ou mais formas de sulfato de cálcio. Durante a moagem é permitido adicionar a esta mistura materiais pozolânicos, escórias granuladas de alto-forno e/ou materiais carbonáticos, nos teores pré-estabelecidos por norma.

A escolha do tipo de cimento portland é extremamente importante para o CAR, devendo ser selecionado com base nas necessidades de desempenho. Por exemplo, a não ser que seja necessário alta resistência inicial para o concreto, não há nenhuma necessidade de se usar um cimento de alta resistência inicial (ACI 363, 2010).

No mercado brasileiro existem 8 opções que atendem aos desempenhos para os mais variados tipos de obras. Esses tipos se diferenciam de acordo com a proporção de clínquer e

sulfatos de cálcio, de material carbonático e de adições, tais como escórias, pozolanas e calcário, acrescentadas no processo de moagem. A principal classificação conta com: o Cimento Portland Comum (CP I), que pode conter adição de material pozolânico, escória ou fíler (CP I-S); o Cimento Portland Composto (CP II- E, CP II-Z e CP II-F, que contêm, respectivamente, adições de escória, pozolana e fíler, em proporções um pouco maiores que no CP I-S); o Cimento Portland de Alto-Forno (CP III) e o Cimento Portland Pozolânico (CP IV), que contam, respectivamente, com proporções maiores de adições de escória (CP III) e de pozolana (CP IV); e o CPV ARI, cimento que confere alta resistência inicial ao concreto (ABCP BT-106, 2002).

No Quadro 2.2 tem-se um resumo das influências dos principais tipos de cimentos em concretos.

Propriedade	Tipo de cimento portland						
	Comum e Composto	Alto-Forno	Pozolânico	Alta Resistência Inicial	Resistente aos Sulfatos	Branco Estrutural	Baixo Calor de Hidratação
Resistência à compressão	Padrão	Menor nos primeiros dias e maior no final da cura	Menor nos primeiros dias e maior no final da cura	Muito maior nos primeiros dias	Padrão	Padrão	Menor nos primeiros dias e padrão no final da cura
Calor gerado na reação do cimento com a água	Padrão	Menor	Menor	Maior	Padrão	Maior	Menor
Impermeabilidade	Padrão	Maior	Maior	Padrão	Padrão	Padrão	Padrão
Resistência aos agentes agressivos (água do mar e de esgotos)	Padrão	Maior	Maior	Menor	Maior	Menor	Maior
Durabilidade	Padrão	Maior	Maior	Padrão	Maior	Padrão	Maior

Quadro 2.2 - Influência do tipo de cimento em concretos

Fonte: ABCP BT-106 (2002)

2.4.2. Adições minerais ou materiais cimentícios suplementares

As adições minerais, empregados para a produção de concreto, são materiais que têm óxidos minerais semelhantes aos encontrados no cimento Portland, mas em diferentes proporções e com distintas fases minerais. Elas são amplamente utilizados na produção de CAR (ACI 363, 2010).

Além destes materiais poderem substituir parte do cimento Portland em concretos com elevadas resistências, de acordo com a sua reatividade, as adições proporcionam melhorias nas propriedades no estado fresco do concreto, tais como a maior coesão e a diminuição da

exsudação, e também no estado endurecido, como a maior resistência e durabilidade, além da diminuição do custo, por substituir parte do cimento. As adições também podem proporcionar ganhos ambientais, quando se tratarem de resíduos industriais (LEITE, 2007).

Conforme o ACI 363 (2010), são exemplos de adições minerais: as cinzas volantes, a sílica ativa e as pozolanas naturais. Hoje, na América do Norte, estes e outros materiais considerados "*adições minerais*" passaram a ser frequentemente referidos como "*materiais cimentícios suplementares*".

Torrico (2010) diz que, de acordo com a ação no interior no concreto, as adições podem ser classificadas em:

- **Reativas:** contribuem na formação de silicato de cálcio hidratado (C-S-H), uma das fases mais importante para as propriedades da pasta do concreto. As adições reativas atuam também como filer inerte, quando cessam as reações para a formação de C-S-H. Exemplos: sílica ativa, pozolanas, cinza de casca de arroz, cinza volante e metacaulinita.
- **Pouco reativas:** proporcionam ao concreto uma estrutura mais compacta (são encapsuladas no interior do concreto). Exemplos: os filers de calcário, quartzo, entre outras.

No que segue são abordadas, de forma bem breve, alguns tipos específicos de adições minerais.

2.4.2.1. Sílica ativa

A sílica ativa é um pó fino pulverizado, de origem metalúrgica, decorrente do processo de fabricação do silício metálico ou ferro silício. As partículas de sílica ativa são esféricas, vítreas e possuem um diâmetro médio menor do que 1 μm , apresentando altíssima superfície específica e uma massa específica aparente baixa. Ela possui altíssima reatividade com os produtos decorrentes da hidratação cimento, conferindo melhor desempenho em concretos e argamassas (Tecnosil).

Em virtude de suas características, a sílica ativa atua basicamente na zona de transição do concreto, região entre os agregados graúdos e a pasta de cimento hidratada, apresentando dois efeitos: o efeito micro-fíler e o efeito pozolânico. Esta zona apresenta uma espessura média entre 10 μm a 50 μm , rica em hidróxido de cálcio CH e com maior concentração de poros, tida como a região mais fraca no concreto de resistência classe I (LIMA, 1997).

Importantes vantagens promovidas pela sílica ativa para o concreto no estado fresco é melhora na sua coesão e a redução da exsudação e da segregação. Por possuir uma ação química pozolânica, ela reage com o CH (que ocupa até 25% do volume da pasta e é um cristal com pequena resistência) para formar um C-S-H, incrementado resistência e durabilidade ao concreto endurecido (TORRICO, 2010).

Ainda com relação a sua característica pozolânica, a sílica ativa pode neutralizar a reação álcalis-agregado (RAA), reagindo com os hidróxidos alcalinos dissolvidos na água. Mas neste caso, é necessário que para cada tipo de agregado e cimento Portland a ser empregado, sejam realizados ensaios de determinação do teor ideal de sílica ativa para a devida mitigação da reação álcali-agregado (Tecnosil).

2.4.2.2. Cinza volante

De Souza (2011) define que a cinza volante é uma pozolana obtida por precipitação eletrostática dos gases de exaustão de estações alimentadas por carvão. Assim como a sílica ativa, suas partículas são esféricas e têm uma finura bastante elevada. Quando adicionada ao cimento, ela melhora suas propriedades frente ao ataque de agentes agressivos.

A cinza volante pode ser utilizada como material substituinte ao clínquer na composição de cimento portland pozolânico. Neste caso, ela atua como aglomerante hidráulico, em condições propícias para que a fase vítrea seja solubilizada e sofra interação com o hidróxido de cálcio na formação de hidratos, ou como um material inerte, exercendo a função de material de enchimento (efeito fíler). Em qualquer situação, é necessário uma ampla caracterização das suas propriedades físico químicas para esta aplicação (HOPPE FILHO, 2008).

Caldarone (2009) diz que existe uma quantidade ótima de cinza volante, definida experimentalmente, que proporciona o melhor desempenho para uma resistência específica desejada. Ele exemplifica dizendo que, a quantidade ótima de uma cinza Classe C (produzida na linha de queima de carvão, conforme classificação do ACI), para um concreto convencional que tem uma resistência à compressão específica em 28 MPa (aos 28 dias) e consumo de cimento de 225 kg/m³, é de 25% (em massa) com relação à quantidade de cimento. Já para um concreto com uma resistência à compressão específica em 69 MPa aos 56 dias e consumo de cimento igual a 450 kg/m³, então a quantidade de cinzas volantes pode ser de 40% ou mais em relação à massa de cimento.

2.4.2.3. Metacaulim

Metacaulim é uma pozolana formada por calcinação de argila de caulino purificada a uma temperatura específica. Diferentemente da maioria dos outros materiais cimentícios suplementares (adições minerais), como as cinzas volantes e a sílica ativa, que são subprodutos da indústria, a metacaulim é um material especificamente produzido para sua finalidade (ACI 363:2010).

Nascimento (2009) diz que a adição de metacaulim de boa qualidade no cimento, confere ao mesmo alta impermeabilidade e conseqüentemente maior durabilidade, além da melhora nas suas propriedades mecânicas, benefícios que são transferidos ao concreto produzido com este tipo de cimento. Ele observa ainda que a utilização do metacaulim nos concretos tem sido largamente divulgada, em função da sua capacidade em reduzir o consumo de cimento Portland, cuja produção tem sido prejudicial ao meio ambiente, em virtude dos elevados teores de emissão de CO₂ neste processo e também por conta da expressiva extração de matéria prima.

Tendo um tamanho médio de partícula de 20 vezes a 30 vezes maior do que o tamanho médio das partículas de sílica ativa, a demanda de água para concretos com metacaulim é inferior à demanda para o concreto com adições de sílica. Logo, a adição de metacaulim em cimentos favorece a produção de concretos de alta resistência, com menor consumo de água e trabalhabilidade melhorada (CALDARONE, 2009).

2.4.3. Aditivos Químicos

Pode-se definir aditivos químicos como substâncias que modificam as propriedades dos concretos por uma ação química, física ou ambas. Os benefícios proporcionados por eles estão intimamente ligados com o aumento da vida útil do concreto, da velocidade da construção e da eficiência ambiental. São exemplos de aditivos químicos os superplastificantes redutores de água, os incorporadores de ar, os aceleradores/retardadores de pega, os incorporadores de ar, entre outros (BASF, The Chemical Company).

Os aditivos químicos alteraram as características dos minerais já presentes na pasta, ao contrário dos materiais cimentícios suplementares, que efetivamente consistem em adições minerais à pasta de cimento do concreto (CALDARONE, 2009).

Conforme o ACI 363 (2010), os aditivos químicos são amplamente utilizados na produção de CAR. Além de serem comumente utilizados para a redução de água e ajuste do tempo de pega, eles podem ser empregados para outros fins, tais como a inibição da corrosão, modificação da viscosidade e controle da contração.

Caldarone (2009) diz que, embora possível, é um grande desafio produzir concreto com resistência de projeto superior a 35 MPa de forma consistente sem o auxílio de aditivos químicos. Ela acrescenta dizendo que, em termos práticos, a produção de concretos com resistências superiores a 50 MPa, de forma confiável, é impraticável sem o uso de aditivos químicos.

Se tratando do CAR, os aditivos fundamentais são os superplastificantes, por permitirem a obtenção conjunta de trabalhabilidade adequada com pequenas relações água/cimento. Por este motivo, eles são ditos redutores de água de alto alcance ou ainda fluidificantes (LIMA, 1997).

A ABNT NBR 11768:2011 define aditivo superplastificante como o "*produto que aumenta o índice de consistência do concreto mantida a quantidade de água de amassamento, ou que possibilita a redução de, no mínimo, 12% da quantidade de água de amassamento para produzir um concreto com determinada consistência*".

Conforme Torrico (2010), existem aditivos de diversas composições que contribuem para a melhoria de diversas propriedades do concreto. Por causa dessa variedade e em função das propriedades pretendidas para o concreto, faz-se necessário a sua seleção e definição dos teores a serem empregados para cada caso específico. Ele ainda comenta que, a utilização de quantidades em excesso de superplastificante pode produzir prejuízos para o concreto, como causar segregação e retardar a pega.

2.4.4. Agregados

Caldarone (2009) observa que agregados considerados adequados para concretos convencionais não são necessariamente bem adaptados para grande parte dos CAR. Neste caso, o processo de seleção dos agregados não consiste em procurar materiais perfeitos, mas sim em identificar agregados capazes de satisfazer todas as propriedades necessárias pretendidas para o concreto. O processo de seleção de agregados para concreto de alta resistência envolve o equilíbrio da demanda de água e da trabalhabilidade, e a resistência requerida.

Conforme Gomes (1995), a escolha do agregado miúdo não tem importância significativa para a obtenção de alta resistência no concreto, uma vez que estes agregados apresentam resistência suficiente para o CAR. Segundo Amaral Filho (1992, apud Gomes, 1995), para resistências de até 170 MPa, o agregado miúdo não influi potencialmente na resistência do concreto, sendo que a areia quartzosa normal bem graduada é suficiente para concretos com até esta resistência.

O ACI 363 (2010) diz que a graduação ideal do agregado fino para o CAR é determinada mais em função da necessidade de água para a mistura do que por conta de suas propriedades mecânicas. Ele acrescenta dizendo que são preferíveis, para o CAR, agregados miúdos com uma forma de partículas arredondadas e uma textura lisa, por requerem menos água na mistura.

Já com relação à escolha do agregado graúdo, Gomes (1995) diz que esta determinação é bem mais complexa que a escolha do agregado miúdo, uma vez que suas propriedades físicas e químicas afetam consideravelmente as propriedades do CAR. Estudando a influência de alguns materiais na produção e propriedades do CAR, ele verificou que a máxima resistência atingida pelo concreto, além de estar relacionada com a resistência da rocha do agregado, pode estar também relacionada com o resultado do teste de Abrasão Los Angeles do mesmo. Segundo ele, foi constatado que quanto menor era a porcentagem obtida no ensaio de Abrasão Los Angeles do agregado graúdo, maior foi a resistência alcançada pelo CAR.

Lima (1997) observa que a superfície de ruptura dos corpos-de-prova de CAR (no caso de resistências à compressão acima dos 50 MPa) atravessa, na maioria dos elementos, o agregado graúdo, o que está diretamente ligado com o fato do fortalecimento da zona de transição. Ele conclui dizendo que, passa a existir uma forte relação entre a resistência da rocha, da qual originou o agregado graúdo, e a resistência do concreto.

Em uma investigação da influência do agregado graúdo nas propriedades mecânicas de CAR, mais especificamente na resistência à compressão, Mendes (2002) constatou estatisticamente que existe um efeito significativo do tipo de agregado graúdo tanto na resistência à compressão bem como no módulo de elasticidade. Ele conclui que para o CAR, o agregado graúdo deixa de ser considerado apenas um material inerte e se torna o fator limitante da resistência, que passa a ser controlada pelas suas características físicas, mecânicas e mineralógicas.

2.4.5. Água

As especificações da qualidade da água utilizada na produção de CAR são as mesmas adotadas para a água utilizada nos concretos convencionais (ACI 363, 2010). Torrico (2010) diz que em geral, a água potável proveniente da rede de abastecimento público é adequada ao emprego no amassamento de concretos (TORRICO, 2010).

Conforme Lima (1997), para a obtenção de altas resistências mecânicas, emprega-se uma pequena relação água/cimento, ou ainda pequena relação água/materiais, como tratado por outros autores. Conforme Mehta (2008), a pequena relação água/cimento oferece ao concreto pequena porosidade e também baixa permeabilidade, melhorando, portanto, sua durabilidade.

As proporções máximas de água/cimento devem respeitar o previsto na ABNT NBR 6118:2014. Aïtcin e Neville (1993, apud Torrico, 2010) dizem que a relação água/cimento mínima necessária para hidratar o cimento é 0,22, sem considerar uma quantidade adicional suficiente para produzir a adequada trabalhabilidade.

2.5. PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CAR E CONSIDERAÇÕES DE PROJETO

Tradicionalmente, conforme o ACI 363 (2010), as propriedades mecânicas do concreto, tais como a relação tensão-deformação, o módulo de elasticidade e a resistência à tração, são obtidas por meio de ensaios de corpos de prova cilíndricos. Esta norma ainda diz que, para concretos convencionais, a resistência à compressão é frequentemente obtida em ensaios de corpos de prova cilíndricos com 152 mm (diâmetro) x 305 mm (altura). Já para o concreto com resistência específica maior que 55 MPa, as dimensões frequentes são 102 mm (diâmetro) x 204 mm (altura), em face da limitação da capacidade das máquinas de ensaios.

A ABNT NBR 5739:1994 também adota para moldagem de corpos de prova o formato cilíndrico e ainda o formato prismático. Segundo esta norma, a dimensão básica (diâmetro, no caso de corpos de prova cilíndricos, e a menor aresta, no caso de corpos de prova prismáticos) deve ser no mínimo três vezes maior que a dimensão nominal máxima do agregado graúdo do concreto. Conforme a ABNT NBR 5739:2007, tem-se que para o formato cilíndrico, a relação altura/diâmetro nunca deve ser maior do que 2,02. Quando essa relação for menor que 1,94, a força de ensaio deve ser multiplicada por um fator de minoração.

Nesta presente seção são apresentadas considerações a respeito das propriedades mecânicas do CAR e considerações de projeto que são de interesse para este trabalho. As informações aqui colocadas se baseiam, em grande parte, nos textos do "American Concrete Institute (ACI)", do "Comitê Europeu de Normalização (CEN)", do "International Federation for Structural Concrete (fib) CEB-FIP" e da "Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)".

2.5.1. Comportamento da relação tensão-deformação na compressão

O comportamento tensão-deformação do concreto é influenciado, principalmente, pela rigidez relativa da pasta e agregados, e também pela força de união da zona de transição interfacial, que é a região entre as partículas de agregado graúdo e a pasta. Agregados com superfície áspera oferecem uma maior resistência de união interfacial (CALDARONE, 2009).

Quando comparado com o concreto de resistência convencional, a parte ascendente da curva tensão-deformação é mais linear e mais íngreme para o CAR. Para o trecho descendente, a curva também apresenta uma maior taxa de variação para o CAR (ACI 363, 2010). Na Figura 2.12 é apresentada uma série de curvas que demonstram a relação tensão-deformação para diferentes resistências específicas de concretos, exemplificando o comportamento destes com o aumento da resistência.

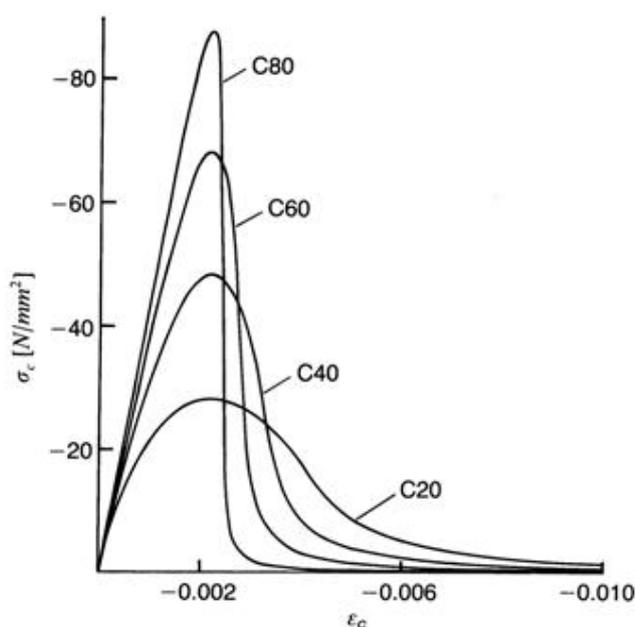


Figura 2.12 - Diagramas tensão-deformação para diferentes classes de resistência

Fonte: CEB-FIP (1990)

No que segue são apresentadas considerações de algumas referências normativas no que elas tratam do comportamento tensão-deformação do concreto.

2.5.1.1. ABNT NBR 6118:2014

Na nova versão da NBR 6118, a ABNT NBR 6118:2014, existem pequenas alterações nos procedimentos de cálculo para os concretos convencionais, como por exemplo a consideração do tipo de agregado graúdo na determinação do módulo de elasticidade do concreto. A respeito do CAR, novidade nessa nova versão da NBR 6118, verifica-se que foi desenvolvida uma metodologia de cálculo paralela a considerada para o concreto convencional, sendo alterados apenas alguns coeficientes e algumas equações.

O comportamento idealizado da relação tensão-deformação para o CAR e para o concreto convencional, conforme a ABNT NBR 6118:2014, é apresentado na Figura 2.13, a seguir.

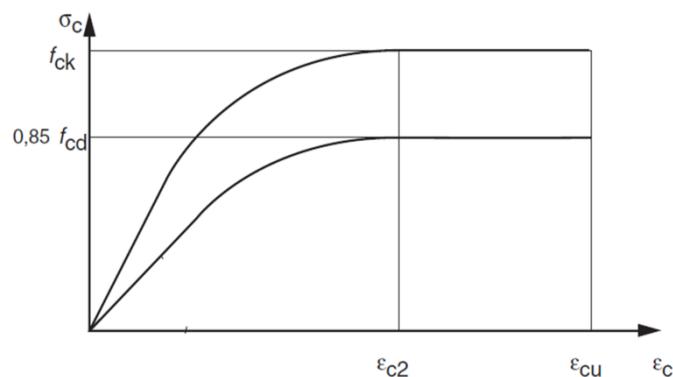


Figura 2.13- Diagrama tensão-deformação idealizado

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Para f_{ck} menor ou igual a 50 MPa, ϵ_{c2} é fixado em 2,0%. Para f_{ck} maior que 50 MPa, segue que

$$\epsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}, \quad (2.3)$$

onde: f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, aos 28 dias de idade, em MPa.

Como visto anteriormente, ϵ_{cu} é fixado em 3,5 ‰ para o concreto convencional, enquanto que para o CAR, a ABNT NBR 6118:2014 diz que esse valor é obtido pela expressão em (2.4).

$$\epsilon_{cu} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4 \quad (2.4)$$

sendo: ϵ_{cu} : deformação específica última do concreto em ‰;

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão, aos 28 dias de idade, em MPa.

Considerando a resistência do concreto, a partir dos 50 MPa, observa-se que os equacionamentos propostos pela ABNT NB 6118:2014 levam a uma aproximação dos valores dos parâmetros a serem adotados para ϵ_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ϵ_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura). Ou seja, para maiores resistências do concreto, este deforma menos antes de romper, podendo-se concluir que a norma atribui ao CAR um comportamento mais frágil.

A Figura 2.14 demonstra o comportamento de ϵ_{c2} e de ϵ_{cu} com o aumento da resistência característica do concreto à compressão.

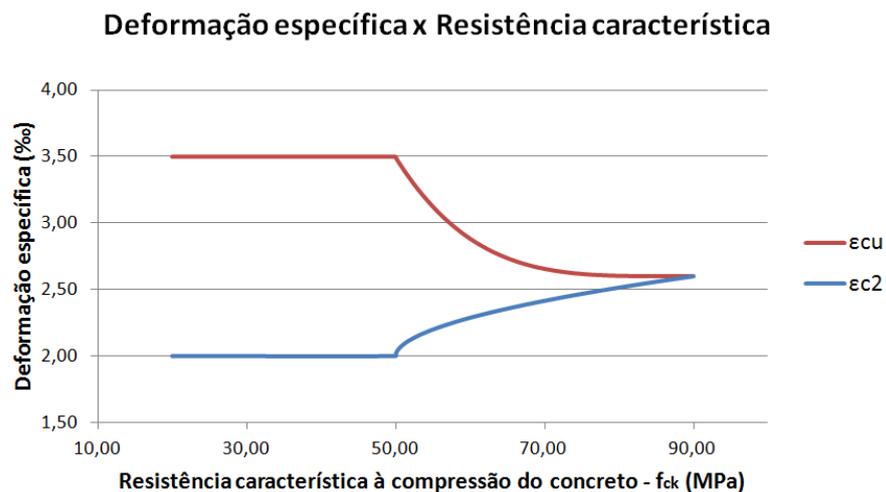


Figura 2.14 - Comportamento das deformações específicas última e de plastificação do concreto em função da resistência característica à compressão

Conforme a Figura 2.15 (b), a ABNT NBR 6118:2014 considera que as tensões no concreto, em elementos estruturais solicitados por momento fletor, obedecem ao diagrama parábola-retângulo ($n = 2$, caso do concreto convencional), ou "aproximadamente parábola"-retângulo ($n \neq 2$, caso do CAR). Mas a norma também coloca como alternativa a simplificação destes diagramas por meio de um diagrama retangular de altura $\lambda \cdot x$ (onde x é a profundidade da linha neutra, e λ , um fator determinado em função do f_{ck}), como apresentado na Figura 2.15. Esses procedimentos, conforme a ABNT NBR 6118:2014, são explicados no que segue.

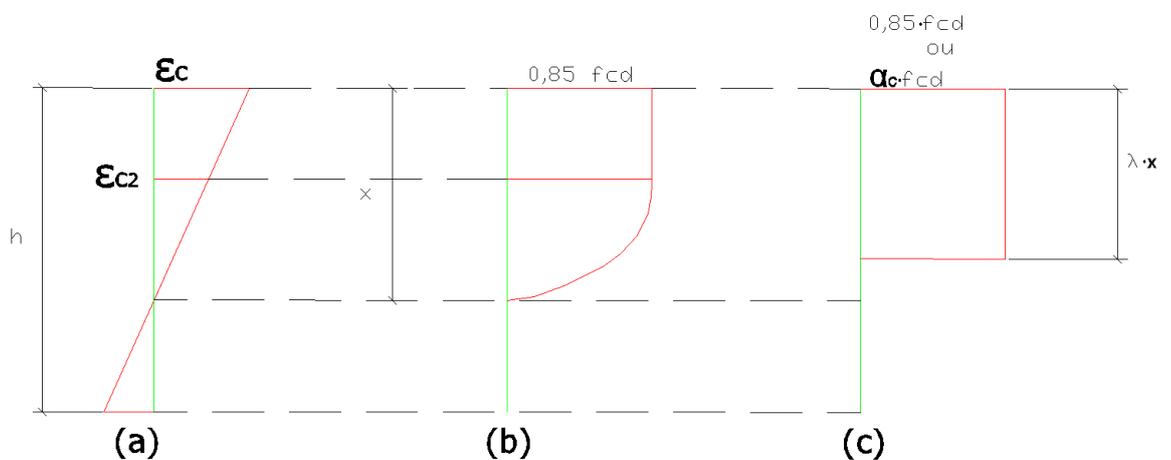


Figura 2.15 - (a) Diagrama de deformações (b) Distribuição de tensão idealizado (c) Distribuição de tensão segundo o diagrama retangular simplificado

Como visto, a tensão sobre o concreto (σ_c), no trecho curvo, desenvolve-se conforme a Equação (2.5).

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.5)$$

para $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$,

sendo: ϵ_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início da plastificação, em %;

ϵ_{cu} : deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura, em %;

$f_{cd} = f_{ck}/1,4$: resistência de cálculo à compressão do concreto, em MPa.

O expoente n , na expressão da Equação (2.5), é dado pela Equação (2.6).

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4, \quad (2.6)$$

para concretos com f_{ck} (em MPa) maior que 50 MPa, e para concretos convencionais, n vale 2.

Para concretos convencionais, tem-se que o fator λ , utilizado para a determinação da profundidade do diagrama retangular simplificado (como na Figura 2.15), vale 0,8, e para concretos de alta resistência,

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400. \quad (2.7)$$

O coeficiente α_c (empregado para a determinação da tensão do diagrama retangular, como na Figura 2.15) para concretos convencionais vale 0,85, enquanto que para concretos de alta resistência este é obtido pela Equação (2.8).

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left(1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}\right). \quad (2.8)$$

No que segue é feita uma breve contextualização sobre o significado do f_{ck} conforme a ABNT NBR 12655:2015. Este conceito é importante para a continuidade do trabalho, uma vez que permitirá determinar valores em f_{ck} equivalentes a valores em f'_c (resistência específica do concreto utilizada pelo ACI).

Determinação do f_{cm} (resistência média de dosagem) em função do f_{ck}

Pode-se determinar a resistência média (f_{cmj}) necessária para uma dada resistência característica (f_{ck}) desejada. Conforme a ABNT NBR 12655:2015, essa resistência média à compressão é obtida através da Equação(2.9), a seguir.

$$f_{cmj} = f_{ckj} + 1,65 \cdot s_d, \quad (2.9)$$

sendo: f_{cmj} : resistência média à compressão, prevista para a idade de j dias (normalmente 28 dias), expressa em MPa;

f_{ckj} : resistência característica à compressão do concreto, aos j dias, expressa em MPa;

s_d : desvio padrão, expresso em MPa.

O desvio padrão s_d é fixado de acordo com a condição de preparo do concreto, que pode ser caracterizada em três situações: A, B e C, na sequência, sendo "A" a de melhor controle. Para concretos com classe acima da C20, a ABNT NBR 12655:2015 diz que necessariamente deve-se aplicar a situação A (com $s_d = 4$ MPa), onde o cimento e agregados são medidos em massa, e a água é medida em volume com dispositivo dosador e corrigida em função da umidade dos agregados.

Então, para classes de concreto superior à C20, a Equação (2.9) necessariamente fica da seguinte forma:

$$f_{cmj} = f_{ckj} + 6,6. \quad (2.10)$$

2.5.1.2. EUROCODE 2 (2002)

Os “Eurocodes” consistem num conjunto de regras técnicas desenvolvidas pelo Comitê Europeu de Normalização (CEN) para o projeto estrutural das obras de construção civil da União Europeia. Eles são frutos da criação, por uma Comissão da Comunidade Europeia, de um programa que visava a eliminação de obstáculos técnicos para o comércio e a harmonização das especificações técnicas na Europa.

Os preparativos para a primeira publicação dos Eurocodes ocorreram no ano de 1989, com efetiva publicação no começo da década de 90. A versão atualizada, de 2002, do programa que constitui os Eurocodes, conta com um total de 10 volumes. Eles abrangem várias áreas da Engenharia de Estruturas. Tratam desde conceitos básicos de projetos estruturais de estruturas (de concreto, de aço, de alumínio, de madeira e de alvenaria) e geotécnicos, até os critérios para o dimensionamento de estruturas para resistir a terremotos.

Em especial, o Eurocode 2 (volume 2) trata dos projetos de estruturas de concreto. Esta norma, em termos de projetos para a concepção de seções transversais, admite que a relação (σ_c) tensão-deformação para o concreto comprimido seja dada por um diagrama

parábola-retângulo (Figura 2.16), ou ainda por relações simplificadas, como o diagrama bilinear (Figura 2.17) ou a distribuição retangular (Figura 2.18).

A função composta que descreve o diagrama parábola-retângulo, na Figura 2.16, é dada pelas equações (2.11) e (2.12).

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.11)$$

para $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$, e,

$$\sigma_c = f_{cd} \quad (2.12)$$

para $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$,

sendo: ε_{c2} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico, em %;

ε_{cu2} : deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura, em %;

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto.

O Eurocode 2 apresenta os coeficientes de deformação de encurtamento do concreto precedidos do sinal negativo. Mas, por uma questão de simplificação e para manter o padrão da ABNT, optou-se por adotar o sinal positivo para os casos de encurtamento, e o sinal negativo para os casos de alongamento.

O expoente n , na expressão da Equação (2.11), é dado por

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4, \quad (2.13)$$

para concretos com f_{ck} (em MPa) maior que 50 MPa e menor que 90 MPa, e para concretos com classe menor ou igual à C50, n vale 2.

Para f_{ck} menor ou igual a 50 MPa, ε_{c2} é fixado em 2,0%. Para f_{ck} maior que 50 MPa, ε_{c2} é conforme a Equação (2.14).

$$\varepsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}, \quad (2.14)$$

onde: f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias de idade, em MPa.

Como visto anteriormente, ε_{cu2} é fixado em 3,5 ‰ para o concreto convencional, enquanto que para o CAR, o Eurocode 2 (2002) diz que esse valor é obtido considerando a Equação (2.15).

$$\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4 \quad (2.15)$$

sendo: ε_{cu2} : deformação específica última do concreto em ‰;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto (aos 28 dias de idade) em MPa.

O significado do f_{ck} para o Eurocode 2 (2002) é mesmo considerado pela ABNT NBR 6118:2014. Ou seja, a resistência característica é a resistência (aos 28 dias) que possui 5% de possibilidade de não ser atingida, em outras palavras, que é atendida em 95% dos ensaios de corpos de prova cilíndricos. Já o valor da resistência à compressão de cálculo do concreto para projeto é obtido a partir da Equação (2.16).

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (2.16)$$

sendo: γ_c : fator de segurança parcial para o concreto;

α_{cc} : coeficiente que leva em conta a velocidade de carregamento e os efeitos desfavoráveis resultantes da forma como é aplicada a força na prática.

Obs. 1: Conforme o Eurocode 2 (2002), o valor do coeficiente de segurança γ_c , para situações de projeto permanentes (persistentes) e de construção (transitórias), vale 1,5. O coeficiente de segurança do aço (γ_s), para estas mesmas condições, vale 1,15. Em situações específicas e/ou com rigoroso controle de qualidade, a norma permite reduções nos valores de γ_c e γ_s , mas essas considerações não serão aplicadas neste presente trabalho.

Obs. 2: O Reino Unido desenvolveu um anexo nacional à Eurocode 2 (2002), em 2004, chamado de “*UK National Annex to Eurocode 2*”. Uma diferença marcante e de

interesse para este trabalho, é que o Reino Unido decidiu que o valor do coeficiente α_{cc} da equação da tensão de cálculo do concreto (Equação (2.16)) é fixado em 0,85, ao invés de 1,00, como recomendado pelo Eurocode 2. Beeby e Narayanan (2005) dizem que um valor reduzido, como o que foi proposto pelo anexo do Eurocode 2 publicado pelo Reino Unido, é considerado como um fator de calibração necessário entre a resistência prevista (que efetivamente ocorre na prática) e a determinada em experimento. O Model Code (2010) da *fib* (CEB-FIP) sugere que o limite inferior para o α_{cc} seja 0,85;

Obs. 3: O carregamento se desenvolve em um período mais longo na estrutura em si, enquanto que no ensaio em laboratório o carregamento é praticamente instantâneo. O Eurocode 2 (2002) recomenda que $\alpha_{cc} = 1,0$. É importante ressaltar que esse coeficiente α_{cc} é equivalente ao coeficiente α_c da ABNT NBR 6118:2014, sendo que, esta norma recomenda $\alpha_c = 0,85$ para concretos convencionais e $\alpha_c < 0,85$ (conforme Equação (2.8)) para concretos de alta resistência.

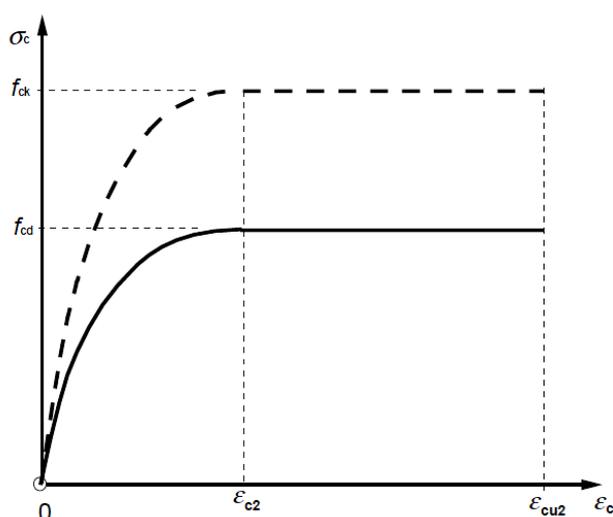


Figura 2.16- Diagrama tensão-deformação parábola-retângulo

Fonte: Eurocode 2 (2002)

O Eurocode 2 (2002) diz que, quando for utilizada uma relação tensão-deformação simplificada, esta deve ser equivalente ou mais conservadora do que a definida pelo diagrama parábola-retângulo. O formato bi-linear, colocado pela norma, é conforme a Figura 2.17. Os valores de ϵ_{c3} e ϵ_{cu3} , para concretos de até 50 MPa, valem respectivamente 1,75 ‰ e 3,5 ‰. Já para concretos com f_{ck} maior que 50 MPa, esse valores são de acordo com as equações (2.17) e (2.18), a seguir.

$$\varepsilon_{c3} = 1,75 + 0,55 \cdot ((f_{ck} - 50)/40) \quad (2.17)$$

sendo: ε_{c3} : deformação específica de encurtamento do concreto no início do trecho plástico, em %;

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão em MPa.

$$\varepsilon_{cu3} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4 \quad (2.18)$$

sendo: ε_{cu3} : deformação específica última do concreto em %;

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão em MPa.

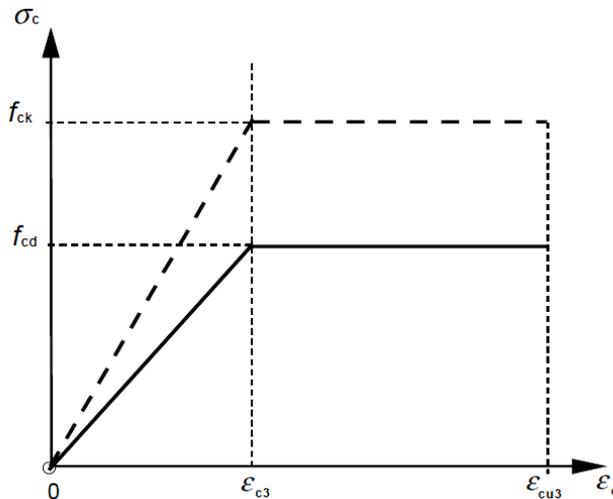


Figura 2.17- Diagrama tensão-deformação bi-linear

Fonte: Eurocode 2 (2002)

A terceira opção apresentada pelo Eurocode 2 (2002) é uma distribuição de tensões retangular, como na Figura 2.18. Esse formato para relação tensão-deformação é caracterizado através do fator λ , que define a altura efetiva da zona de compressão, e do fator η , que determina a tensão eficaz,

Para concretos com resistência característica menor ou igual a 50 MPa, tem-se que o fator η , utilizado para a determinação da altura do diagrama retangular (como na Figura 2.18), vale 0,8, e para os casos em que $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$,

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400. \quad (2.19)$$

O coeficiente η (empregado para a determinação da tensão eficaz do diagrama retangular, como na Figura 2.18) vale 1,0 para concretos com resistência característica menor ou igual a 50 MPa, e para os casos em que $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$, é obtido pela Equação (2.20).

$$\eta = 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}. \quad (2.20)$$

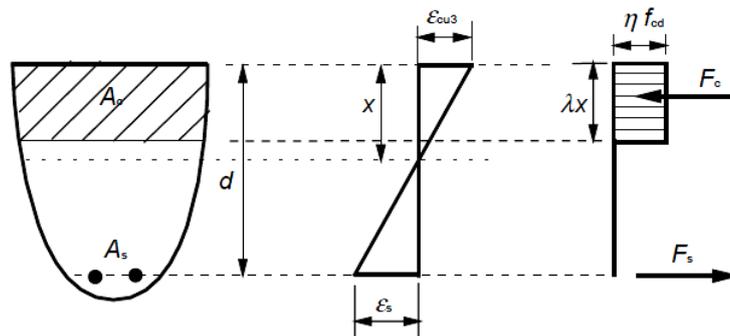


Figura 2.18- Diagrama tensão-deformação retangular

Fonte: Eurocode 2 (2002)

No que segue é feita uma breve contextualização sobre o significado do f_{ck} em vista do Eurocode 2 (2002).

Determinação do f_{cm} (resistência média de dosagem) necessário para o f_{ck}

Como já foi dito, o significado do f_{ck} para o Eurocode 2 (2002) é o mesmo considerado pela ABNT NBR 6118:2014. No entanto, a relação que o f_{ck} guarda com a resistência média (f_{cm}) é diferente da consideração que é feita pela norma brasileira. Para o Eurocode 2 (2002), independentemente da classe do concreto e tendo em vista que foram atendidos os critérios de controle de qualidade previstos por esta normativa, então a relação entre f_{ck} e f_{cm} é dada pela Equação (2.21), com valores em MPa.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (2.21)$$

2.5.1.3. ACI 318 (2014)

O ACI 318 (2014), "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2014)", é uma norma americana que abrange uma extensa gama de tópicos relacionados às estruturas de concreto. Ela trata desde as especificações de projetos, até os requisitos de durabilidade, qualidade do concreto, mistura e lançamento, e caracterização dos materiais.

Com relação às especificações de projeto, no que ela trata da distribuição das tensões em seções solicitadas à flexo-compressão, o ACI 318 (2014) admite que a relação entre a distribuição da tensão de compressão e deformação pode ser assumida com a forma parabólica, retangular ou trapezoidal, ou ter qualquer outra forma que resulte da predição da força de acordo com resultados de testes abrangentes.

Quando empregado o bloco de tensão retangular equivalente, conforme o ACI 318 (2014), deve ser adotada uma tensão média de $0.85 \cdot f'_c$ (sendo f'_c a resistência específica do concreto) distribuída uniformemente sobre uma zona de compressão equivalente, delimitada pelas bordas da seção transversal e uma linha paralela ao eixo da linha neutra localizada a uma distância "a" a partir da fibra de concreto mais comprimida, correspondente à altura do retângulo, conforme calculado por:

$$a = \beta_1 \cdot c \quad (2.22)$$

sendo: c: distância a partir da fibra de concreto mais comprimida em relação ao eixo da linha neutra, medida perpendicularmente a este eixo;

β_1 : definido conforme a Tabela 2.10.

Tabela 2.10 - Determinação de β_1 em função da resistência específica f'_c

f'_c (psi)	f'_c (MPa)	β_1 (f'_c em psi)	β_1 (f'_c em MPa)
$2500 \leq f'_c \leq 4000$	$17,24 \leq f'_c \leq 27,58$	0,85	0,85
$4000 < f'_c \leq 8000$	$27,58 < f'_c \leq 55,16$	$0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c - 4000)}{1000}$	$0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c / 0,00689476 - 4000)}{1000}$
$f'_c \geq 8000$	$f'_c \geq 55,16$	0,65	0,65

Obs.: 1 psi = 0,00689476 MPa

Fonte: ACI 318 (2014)

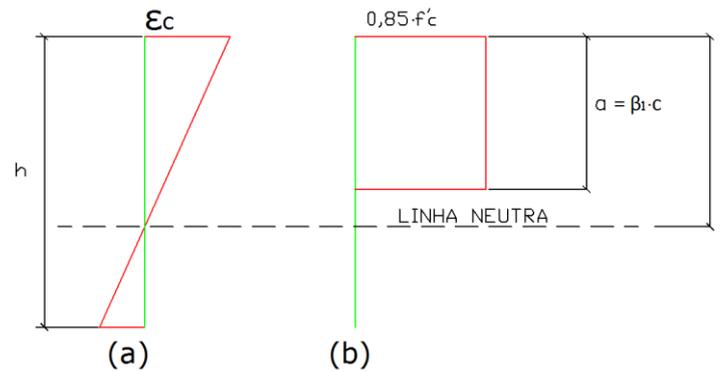


Figura 2.19 - Distribuição de tensões na forma retangular conforme o ACI 318 (2014)

Fonte: ACI 318 (2014)

Para o ACI 318 (2014), a máxima tensão de deformação relativa de compressão da fibra do concreto deve ser assumida igual a 0,003 (3,0 ‰). Ele também considera que a contribuição da resistência à tração do concreto deve ser ignorada nos cálculos de resistência à flexão.

Determinação do f'_{cr} (resistência média) necessário para o f'_c

O ACI 318 (2014) diz que no ACI 301 (2010) encontram-se os procedimentos estatísticos para determinar a resistência média necessária (f'_{cr}). Conforme esta norma, quando existem dados disponíveis resultantes de ensaios, e pode-se determinar o desvio padrão (S_s) de uma dada amostra, então a resistência média necessária (f'_{cr}) para uma dada resistência específica do concreto (f'_c) é obtida conforme as equações da Tabela 2.11.

Tabela 2.11 - Resistência média à compressão (f'_{cr}) necessária para a obtenção de f'_c quando existem dados de amostra

f'_c (MPa)	f'_{cr} (MPa)	
$f'_c \leq 35$	Usar o maior valor entre:	
	$f'_{cr} = f'_c + 1,34 \cdot K \cdot S_s$	(2.23)
	$f'_{cr} = f'_c + 2,33 \cdot K \cdot S_s - 3,50$	(2.24)
$f'_c > 35$	Usar o maior valor entre:	
	$f'_{cr} = f'_c + 1,34 \cdot K \cdot S_s$	(2.25)
	$f'_{cr} = 0,9 \cdot f'_c + 2,33 \cdot K \cdot S_s$	(2.26)

Fonte: ACI 301 (2010)

Nas equações da Tabela 2.11, o termo K é dito fator de aumento do desvio padrão, e seu valor depende do número total de elementos ensaiados, conforme a Tabela 2.12. O ACI 301 (2010) diz que os ensaios de determinação da resistência à compressão devem ser de acordo com ASTM C39 / C39M, que possui versão atualizada de 2015. Esta norma, conforme o *American Society for Testing and Materials* (ASTM) (2015), trata dos procedimentos dos ensaios para determinação da resistência à compressão de corpos-de-prova cilíndricos de concreto.

De acordo com a versão anterior do ACI 318, de 2011, a forma da Equação (2.23) (bem como a (2.25)) baseia-se em uma probabilidade de que 1 em cada 100 médias de três ensaios consecutivos seja menor do que a resistência à compressão específica f'_c . A Equação (2.24) baseia-se numa probabilidade semelhante, mas neste caso que em um único ensaio (em cada 100) possa ser menor do que f'_c com diferença maior do que 3,5 MPa. Também se baseia na probabilidade de 1 em 100, para um ensaio individual, a Equação (2.26), mas desta vez para ensaio que o valor possa ser menor que $0,90 \cdot f'_c$.

Tabela 2.12 - Fator (K) de aumento do desvio padrão

Número total de elementos ensaiados	K
15	1,16
20	1,08
25	1,03
30 ou mais	1,00

Fonte: ACI 301 (2010)

Conforme o ACI 301 (2010), a resistência média à compressão (f'_{cr}) necessária para atender à resistência específica do concreto (f'_c), quando não existir dados de ensaios para determinação do desvio padrão, pode então ser calculada conforme a Tabela 2.13.

Tabela 2.13 - Resistência média à compressão (f'_{cr}) necessária para a obtenção de f'_c

f'_c (MPa)	f'_{cr} (MPa)
$f'_c < 21$	$f'_{cr} = f'_c + 7,0$ (2.27)
$21 \leq f'_c \leq 35$	$f'_{cr} = f'_c + 8,3$ (2.28)
$f'_c > 35$	$f'_{cr} = 1,1 \cdot f'_c + 5,0$ (2.29)

Fonte: ACI 301 (2010)

2.5.1.4. Model Code (2010) (*fip*) - CEB-FIP

O Model Code (2010) é um código de projeto para estruturas de concreto, que teve sua primeira versão em 1978, sendo elaborada em conjunto pelo CEB (Comité Euro-International Du Béton, em Português, Comitê Europeu do Concreto) e pelo FIP (Fédération Internationale de la Précontrainte, em Português, Federação Internacional de Protensão).

Atualmente, da fusão do CEB e da FIP originou a “*International Federation for Structural Concrete*” (*fib*), organização que criou o Model Code (2010). Embora não tenha caráter normativo, este código e seus antecessores forneceram e fornecem orientações abrangentes, referentes aos critérios de segurança, análise e projeto de estruturas de concreto, para o desenvolvimento científico e técnico que ocorrem desde sua criação.

As considerações do Model Code (2010) quanto à relação tensão-deformação, para o concreto comprimido, são as mesmas feitas pelo Eurocode 2 (2002). Portanto, não se faz necessário rerepresentá-las aqui novamente.

Determinação do f_{cm} (resistência média de dosagem) necessário para o f_{ck}

A resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) do Model Code (2010) corresponde à resistência que apresenta 95% de confiabilidade, ou seja, que estatisticamente espera-se que apenas 5% de possíveis medidas de resistência sejam menores do que a resistência especificada (f_{ck}) para o concreto. Essa definição possui o mesmo significado da resistência característica empregada para a ABNT NBR 6118:2014 e também pelo Eurocode 2 (2002).

Conforme o Model Code (2010), a resistência média à compressão do concreto (f_{cm}), que atende à resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), pode ser estimada por meio da Equação (2.30).

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (2.30)$$

sendo $\Delta f = 8 \text{ MPa}$.

2.5.2. Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade pode ser entendido como a inclinação da relação tensão-deformação, quando existir o trecho linear, e quando não ocorrer esse trecho, ele pode ser caracterizado pela inclinação da reta tangente à curva (ver Figura 2.20). Para o concreto, sobretudo para o CAR, o seu valor é largamente governado pelas propriedades do agregado graúdo. Aumentando o tamanho do agregado graúdo ou utilizando agregado graúdo com alto módulo de elasticidade, implica no aumento do módulo de elasticidade do concreto (CALDARONE, 2009).

A ABNT NBR 6118:2014 considera que o módulo de elasticidade do concreto é proporcional à resistência característica à compressão do concreto. Em concordância, o ACI 363 (2010) observa que as condições de cura afetam o desenvolvimento de resistência à compressão e consequentemente o módulo de elasticidade.

A seguir são apresentadas definições e considerações relativas ao módulo de elasticidade segundo a ABNT, o ACI, o CEN (Eurocode 2) e a *fib* (CEB-FIP).

2.5.2.1. ABNT NBR 6118:2014

A ABNT NBR 6118:2014 diz que o módulo de elasticidade do concreto, considerado como o módulo de deformação tangente inicial aos 28 dias de idade, deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na ABNT NBR 8522:2008. Alternativamente, a ABNT NBR 6118:2014 permite que seja estimado o valor do módulo de elasticidade inicial utilizando a expressão (2.31) ou (2.32), a seguir.

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (2.31)$$

ou

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot 5600 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.32)$$

(para $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$)

sendo: f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, aos 28 dias, em MPa;

E_{ci} : módulo de elasticidade inicial em MPa;

e α_e , em função do tipo de agregado graúdo, conforme abaixo:

$\alpha_e = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_e = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_e = 0,9$ para calcário;

$\alpha_e = 0,7$ para arenito.

Conforme a ABNT NBR 6118:2014, na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado módulo de elasticidade único à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante (E_{cs}), obtido a partir da Equação (2.33). Especialmente para o cálculo das perdas de protensão, pode ser utilizado em projeto o módulo de elasticidade inicial E_{ci} .

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.33)$$

sendo: E_{ci} : módulo de elasticidade inicial em MPa;

E_{cs} : módulo de elasticidade secante em MPa;

e

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1, \quad (2.34)$$

com: f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, aos 28 dias, em MPa.

Graficamente, os conceitos de E_{cs} e de E_{ci} são apresentados na Figura 2.20. Os pontos de cruzamento com a curva tensão-deformação são definidos conforme os critérios da ABNT NBR 8522:2008.

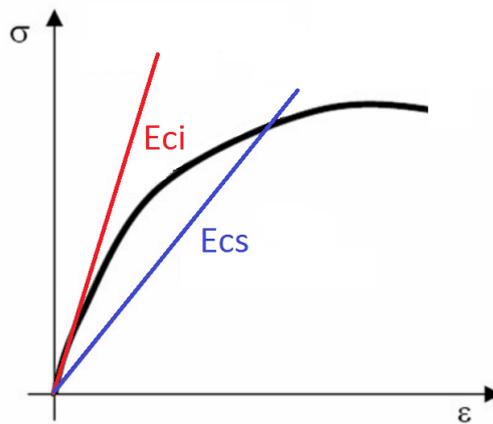


Figura 2.20 - Módulo de elasticidade inicial e secante

Fonte: ABNT NBR 8522:2008

2.5.2.2. EUROCODE 2 (2002)

O Eurocode 2 (2002) diz que o módulo de elasticidade do concreto é governado por sua composição e em grande medida pelos agregados que o compõe. Para concretos usuais, com agregados de quartzito, o valor aproximado que pode ser adotado para o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) é conforme a Equação (2.35).

$$E_{cs} = 22 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} \quad (2.35)$$

sendo: f_{cm} : resistência média à compressão do concreto (aos 28 dias), em MPa.

2.5.2.3. ACI 318 (2014)

Já para o ACI 318 (2014), o módulo de elasticidade (E_c) pode ser obtido por meio da Equação (2.36).

$$E_c = 0,043 \cdot w_c^{1,5} \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.36)$$

sendo: w_c : massa unitária seca do concreto em kg/m³;

f'_c : resistência específica à compressão em MPa.

2.5.2.4. Model Code (2010) (fip) - CEB-FIP

Para o Model Code (2010), o módulo de elasticidade inicial para o concreto de massa específica normal pode ser estimado por meio da resistência característica à compressão usando a Equação (2.37), abaixo.

$$E_{ci} = E_{co} \cdot \alpha_E \cdot [(f_{ck} + \Delta f)/10]^{1/3} \quad (\text{para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}) \quad (2.37)$$

sendo: E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto, aos 28 dias de idade, em MPa;

f_{ck} : resistência característica do concreto à compressão, em MPa;

Δf : 8 MPa;

E_{co} : $2,15 \cdot 10^4$ MPa.

α_e , em função dos tipos de agregados, conforme abaixo:

$\alpha_e = 1,2$ agregados de basalto e de calcários densos;

$\alpha_e = 1,0$ agregados de gnaiss;

$\alpha_e = 0,9$ agregados de calcário;

$\alpha_e = 0,7$ agregados de arenito.

O Model Code (2010) acrescenta dizendo que o módulo de elasticidade (E_c) (chamado de módulo de elasticidade reduzido, pelo Model Code (2010)), para efeito de dimensionamento estrutural, pode ser obtido então por

$$E_c = 0,85 \cdot E_{ci} \cdot [f_{ck} + \Delta f]/f_{cmo}]^{1/3} \quad (2.38)$$

com variáveis como definidas anteriormente.

Os significados geométricos dos módulos de elasticidades, apresentados pelo Model Code (2010), são conforme a Figura 2.21. Desta figura entende-se que o valor de E_{ci} é obtido, em ensaios, considerando o ramo de descarregamento.

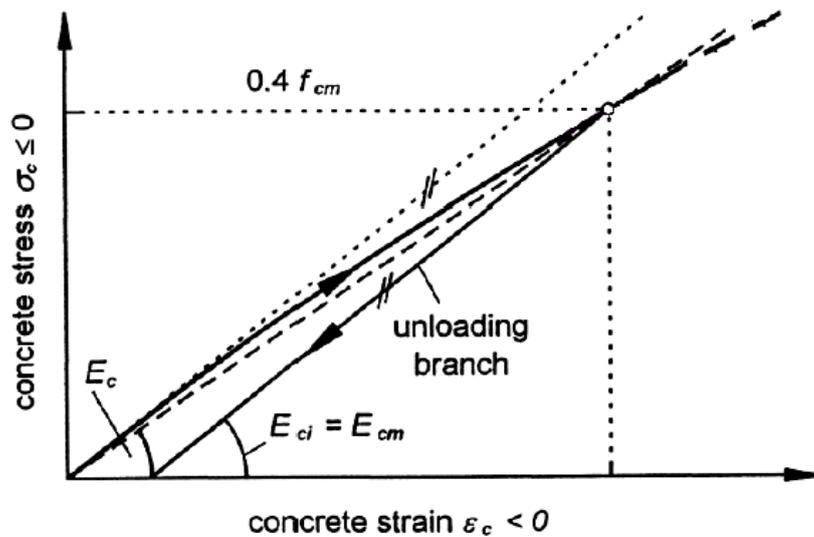


Figura 2.21 – Definição dos diferentes módulos de elasticidade

Fonte: Model Code (2010)

2.5.3. Coeficiente de Poisson

Sob condições de força uniaxial, pode-se definir o coeficiente de Poisson como a relação entre a deformação transversal e a deformação axial correspondente, resultante de tensões axiais uniformemente distribuídas menores do que o limite de proporcionalidade do material (CALDARONE, 2009).

Caldarone (2009) diz que, com base em dados obtidos para o CAR, o coeficiente de Poisson deste dentro do limite elástico de deformação se comporta de forma semelhante aos valores do concreto convencional. Logan et al. (2009) analisando concretos de diferentes resistências à compressão, de 69 MPa a 124 MPa, concluiu que é razoável usar 0,2 como razão de Poisson para o CAR até a resistência à compressão de 124 MPa. Ele observa que esse valor é próximo aos recomendados para os concretos convencionais, que variam entre 0,15 e 0,25.

A ABNT NBR 6118:2014 diz que o coeficiente de Poisson pode ser tomado como igual a 0,2 para tensões de compressão menores que $0,5 \cdot f_c$ (resistência à compressão do concreto) e para tensões de tração menores que f_{ct} (resistência do concreto à tração direta), sem apresentar distinções entre o CAR e o concreto convencional.

2.6. SOBRE O MATLAB

O termo MATLAB, nome do programa computacional empregado, que abrevia "MATrixLABoratory", carrega no nome uma importante característica do programa. Isto é, o MATLAB trabalha em um ambiente de cálculo constituído exclusivamente por matrizes, mesmo para cálculos simples. Pode-se declarar de forma eficiente e prática um conjunto de variáveis como sendo elementos pertencentes a uma dada matriz. Variáveis dispostas dessa forma possibilitam uma velocidade de manipulação de dados muito superior que as simples manipulações "variável por variável" (CHAPMAN, 2003).

Por oferecer esse ambiente de trabalho baseado em matrizes, o MATLAB permite a resolução de problemas numéricos de forma muito mais ágil que em programas semelhantes escritos em linguagens como Fortran, Pascal ou C, que não dispõem de estruturas de matrizes prontas (CHAPMAN, 2003).

O MATLAB contém um rico banco de ferramentas para a construção de interfaces gráficas e inúmeras funções predefinidas, como funções de média, máximos, mínimos, desvio padrão, comandos de interpolação gráfica para um dado conjunto de dados e de integração com limites definidos (GILAT, 2006).

Outra característica relevante do MATLAB é a independência de plataformas de execução. Mas essa vantagem também pode gerar um impacto em seu uso. Isto é, por causa deste fato os programas produzidos com esta ferramenta são interpretados ao invés de serem compilados, o que usualmente pode levar a programas mais lentos. Mas o MATLAB permite também a produção de um executável que funciona a partir de um compilador externo, o que pode melhorar o desempenho da velocidade de cálculo de algoritmos (CHAPMAN, 2003).

2.7. PROCESSO PARA VERIFICAÇÃO DA FLEXÃO OBLÍQUA COMPOSTA

Nesta seção é abordado, de forma conceitual, o algoritmo de cálculo implementado. Inicialmente é feita uma melhor apresentação do problema que está sendo tratado no presente trabalho, e por seguinte é demonstrada uma sequência de cálculo utilizada para a análise e resolução do mesmo.

É importante observar que o procedimento de cálculo aqui apresentado é feito em vista das considerações da ABNT NBR 6118:2014. Para sua aplicação nos moldes do ACI, do EUROCODE e do CEB, são necessárias algumas adaptações. Esses pontos são abordados na seção 2.8.

2.7.1. Introdução conceitual

2.7.1.1. Apresentação do problema

Conforme Santos (1994), se diz que um pilar está sujeito à flexão oblíqua composta quando o plano de ação do momento fletor (M_{sd}) corta a seção transversal segundo uma reta que não coincide com nenhum de seus eixos principais de simetria. Este estado de sollicitação é provocado pela ação de uma força normal (N_{sd}) excêntrica ao centroide da seção, de onde se origina o momento M_{sd} . Este momento fletor pode ser decomposto nas duas direções perpendiculares e coincidentes com os eixos de simetria da peça (eixos OX e OY), resultando nos seguintes esforços sollicitantes:

N_{sd} : força normal de cálculo sollicitante;

$M_{sd,x} = N_{sd} \cdot e_x$: momento sollicitante de cálculo na direção OX ;

$M_{sd,y} = N_{sd} \cdot e_y$: momento sollicitante de cálculo na direção OY .

A Figura 2.22 ilustra o estado de sollicitação descrito acima.

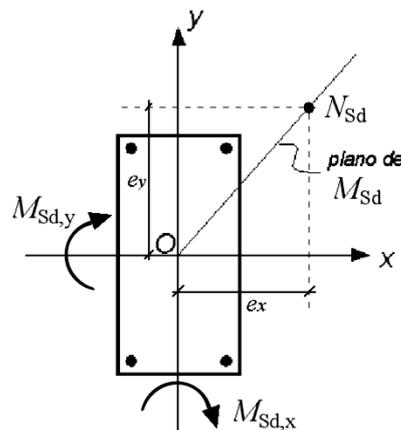


Figura 2.22 - Plano de atuação da força normal e direções dos momentos fletores
Fonte: Smaniotto (2005)

Em conformidade com Santos (1994) e de acordo com a configuração da Figura 2.22, o momento na direção OX será positivo quando comprimir a parte direita da seção. Já o momento na direção OY será considerado positivo quando comprimir a parte superior da seção.

Não se conhece até hoje um processo direto e "exato" de dimensionamento de elementos lineares submetidos à flexão oblíqua composta. A solução deste problema pode ser feita por via indireta, utilizando-se diagramas de interação ou por processos iterativos por tentativas (SANTOS, 1994).

Conforme Smaniotto (2005), o processo iterativo consiste na obtenção dos momentos resistentes para uma seção transversal com dimensões e arranjos de armaduras fixados. Por tentativas, defini-se a profundidade da linha neutra (x), para uma dada inclinação α da mesma em relação ao eixo OX , que equilibra as forças normais (N_{Rd}) com a intensidade da força normal de cálculo solicitante (N_{Sd}), a menos de uma tolerância. Então, para os valores de x e α definidos, pode-se determinar os momentos resistentes nas direções de interesse (M_{Rx} e M_{Ry}). Esses procedimentos são explicados com maiores detalhes na sequência do trabalho e foram fundamentos conforme Santos (1994) e Smaniotto (2005).

2.7.1.2. Resumo dos procedimentos para a solução do problema

Fixada uma inclinação α da linha neutra em relação ao eixo OX (ver Figura 1.12), então o processo de iteração para determinar a profundidade da linha neutra (x), consiste em variar a profundidade da mesma, conforme um critério de convergência, na busca pela força resultante normal (N_{Rd}) que seja igual à força normal solicitante N_{Sd} , considerando uma tolerância.

Nesse processo iterativo, para cada par de valores (α_j, x), pode-se então definir um diagrama de deformações conforme mostra a Figura 2.23. Por meio desse diagrama é possível calcular a resultante de compressão do concreto (N_c), via integração, e a tensão de cada barra de aço, conforme equações (2.39) e (2.40). A soma desses valores corresponde à força resistente normal N_{Rd} , a qual é comparada com o N_{Sd} .

$$N_{Rd} = N_c + N_s \quad (2.39)$$

$$N_{Rd} = \int_{A_{cc}} \sigma_c dA + \sum_{i=1}^{n_{total}} A_{si} \cdot \sigma_{si} \quad (2.40)$$

sendo: N_{Rd} : força normal resistente de cálculo;

N_c : resultante de compressão no concreto;

N_s : parcela de esforço normal resistente correspondente à contribuição da armadura;

σ_c : distribuição de tensão no concreto comprimido, sendo esta função da deformação ε_c de cada fibra de concreto;

A_{si} : área da barra de aço i ;

σ_{si} : tensão de cálculo da barra de aço i .

Santos (1994) considera σ_c com uma configuração de distribuição de tensões semelhante ao diagrama parábola-retângulo idealizado pela ABNT NBR 6118:2014. No entanto, a função σ_c representa uma função genérica, que pode assumir uma distribuição de tensão qualquer, como a prevista pelo ACI ou pelo *fib* (CEB-FIP).

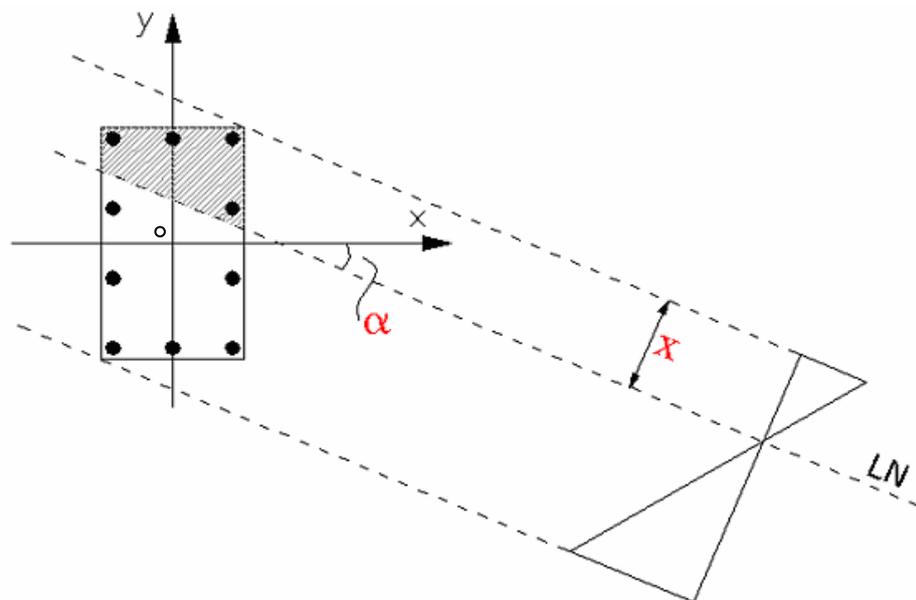


Figura 2.23 - Seção transversal com linha neutra rotacionada e diagrama de deformações

Fonte: Smaniotto (2005)

Para cada profundidade da linha neutra verifica-se a diferença (ΔN) entre a força de cálculo solicitante e a força de cálculo resistente. Quando " $\Delta N < precisão$ ", com ΔN como nas equações (2.41) e (2.42), o processo iterativo cessa e tem-se " x " definido para o valor de α_j fixado.

$$\Delta N = |N_{Sd} - N_{Rd}| \leq 0,001 \text{ kN} \quad (2.41)$$

$$\Delta N = |N_{Sd} - (R_{CC} + \sum_{i=1}^{n_{total}} A_{si} \cdot \sigma_{si})| \leq 0,001 \text{ kN} \quad (2.42)$$

sendo: N_{sd} : força normal solicitante de cálculo;

N_{Rd} : força normal resistente de cálculo;

σ_{si} : tensão de cálculo na barra de aço i ;

N_c : resultante de compressão do concreto;

A_{si} : área da barra de aço i ;

ΔN : diferença entre a força de cálculo solicitante e a força de cálculo resistente.

O valor da "precisão" foi determinado conforme o valor adotado por Santos (1994), o qual o autor considera como adequado. Para evitar que ocorresse "looping infinito", foi fixada também uma variação mínima para o valor da relação $\frac{x}{d}$ (β_x) (sendo d correspondente ao maior valor de d_i como identificado na Figura 2.28, e x como definido anteriormente), de uma iteração para outra, igual a 10^{-5} . Nas simulações realizadas, para situações usuais de carregamento, observou-se que na grande maioria dos casos a precisão de 0,001 kN para a força normal resistente é atendida.

Definido um par de valores (α_j, x), pode-se então realizar o cálculo dos momentos resistentes em relação ao C.G. da seção. Esta etapa é análoga ao cálculo da força normal resistente, bastando acrescentar na Equação (2.40) o braço de alavanca das forças normais em relação ao C.G. da seção geométrica. Vale observar que para cada direção OX e OY é considerado um braço de alavanca, sendo produzido, portanto, momentos resistentes em duas direções distintas, M_{Rx} e M_{Ry} , como nas equações (2.43) e (2.44), a seguir.

$$M_{Rx} = \int_{A_{CC}} x \cdot \sigma_c dA + \sum_{i=1}^{n_{total}} x_{si} \cdot A_{si} \cdot \sigma_{si} = M_{xc} + M_{xs} \quad (2.43)$$

$$M_{Ry} = \int_{A_{CC}} y \cdot \sigma_c dA + \sum_{i=1}^{n_{total}} y_{si} \cdot A_{si} \cdot \sigma_{si} = M_{yc} + M_{ys} \quad (2.44)$$

sendo: M_{Rx} : momento fletor resistente na direção OX em relação ao C.G. da seção;

M_{Ry} : momento fletor resistente na direção OY em relação ao C.G. da seção;

x : variável x correspondente ao eixo das abscissas;

y : variável y correspondente ao eixo das ordenadas;

σ_c : distribuição de tensão sobre o concreto, que é função da deformação ε_c de cada fibra do concreto;

x_{si} : abscissa x correspondente ao centroide da barra i ;

y_{si} : ordenada y correspondente ao centroide da barra i ;

A_{si} : área da seção da barra de aço i ;

σ_{si} : tensão de cálculo na barra de aço i ;

M_{xc} : contribuição do concreto para o momento fletor resistente na direção OX em relação ao C.G. da seção;

M_{xs} : contribuição das armaduras para o momento fletor resistente na direção OX em relação ao C.G. da seção;

M_{yc} : contribuição do concreto para o momento fletor resistente na direção OY em relação ao C.G. da seção;

M_{ys} : contribuição das armaduras para o momento fletor resistente na direção OY em relação ao C.G. da seção.

Os momentos M_{xc} e M_{yc} podem também ser determinados a partir da decomposição de momentos resistentes nas direções u e v , identificadas na Figura 2.28. Ou seja, calculam-se os momentos para as referidas direções e então, por decomposição, obtém-se os momentos M_{xc} e M_{yc} . Este procedimento é empregado por Santos (1994) e é melhor explicado adiante.

Os procedimentos apresentados até então referem-se à obtenção de valores de M_{Rx} e M_{Ry} , conforme um N_{Rd} correspondente ao N_{Sd} atuante, para uma determinada inclinação α fixada. No entanto, a capacidade resistente de um pilar submetido à flexão oblíqua composta fica melhor compreendida por meio de um diagrama de resistências, também chamado de diagrama de interação. Esse diagrama é definido por vários pares de momentos resistentes (M_{Rx}, M_{Ry}) , calculados para diferentes inclinações α , variando-a de 0 a 360° segundo um "delta α " adotado. A Figura 2.24 ilustra um diagrama genérico.

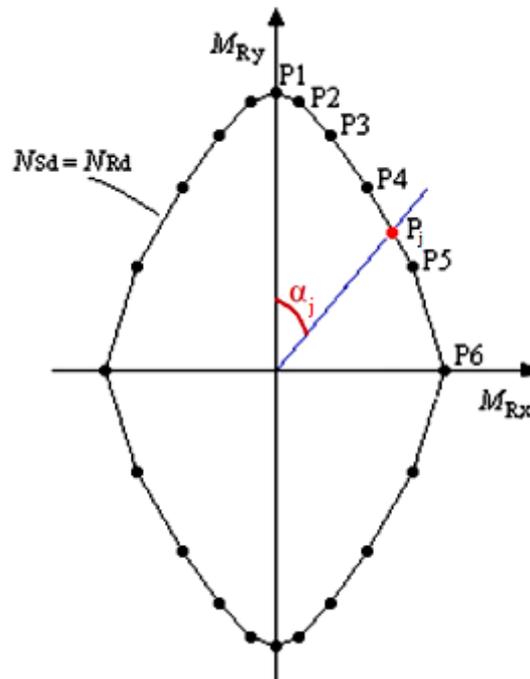


Figura 2.24 - Diagrama de Momentos resistentes típico de uma seção simétrica
 Fonte: Adaptado de Smaniotto (2005)

Conforme Smaniotto (2005), pode-se produzir uma superfície de interação variando o valor da força normal resistente (N_{Rd}), de $N_{Rd,min}$ a $N_{Rd,max}$, e calculando-se os pares (M_{Rx}, M_{Ry}). Então, a superfície é definida pelos ternos (N_{Rd}, M_{Rx}, M_{Ry}) que conduzem ao estado limite último da seção. Na Figura 2.25 é apresentada uma superfície genérica de uma seção retangular simétrica. Por meio de um corte transversal (horizontal) desta superfície, fica determinado um diagrama de interação específico para um dado N_{Rd} , sendo a determinação deste tipo de diagrama o objeto principal do presente trabalho.

Na próxima seção (Seção 2.7.2) é explanado sobre algumas alternativas para a resolução da integrais que estão envolvidas no problema aqui apresentado. Também é comentado brevemente sobre a forma de resolução que foi empregada na implementação computacional do programa desenvolvido neste projeto de mestrado.

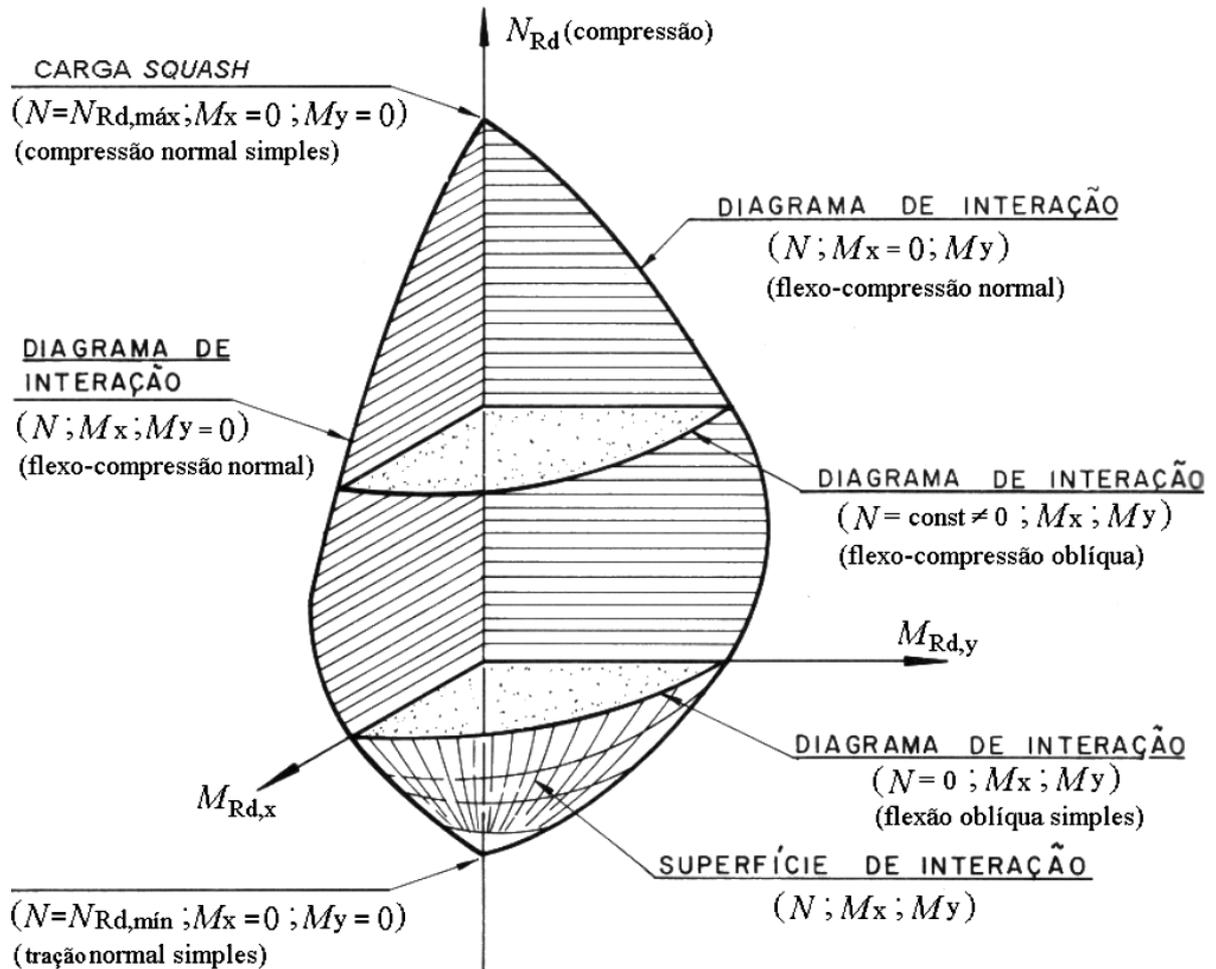


Figura 2.25 - Superfície de interação

Fonte: Adaptado de Fusco (1981) por Smaniotto (2005)

2.7.2. Processos para resolução das integrais

As resoluções das integrais relacionadas com o concreto podem ser feitas via método numérico ou de forma analítica. Santos (1994) observa que os procedimentos mais convencionais para resolver o problema aqui envolvido são os descritos a seguir.

- **Processo das malhas:** consiste em dividir a seção de concreto em um conjunto de pequenas malhas, de tal forma que a tensão σ_c em cada malha possa ser considerada como constante. Deste modo, as integrais vistas na Seção 2.7.1 são transformadas em somatórios;
- **Processo da poligonal:** desenvolvido por meio da transformação da integral de área em uma integral de linha, ao longo do contorno região comprimida da seção, como a área hachurada da Figura 2.23, de acordo com o Teorema de

Gauss-Green. O contorno da seção deve ser poligonal, ou quando for curvo, deve ser aproximado por uma poligonal inscrita no trecho curvo.

É mencionado ainda o processo de integração por trapézios. Na realidade, este é resultante da aplicação do processo de integração da poligonal por meio de um conjunto de trapézios, que originam da subdivisão da região comprimida (polígono comprimida) em polígonos menores.

Santos (1994) apresenta também de forma mais detalhada deduções analíticas das fórmulas de integração do diagrama de tensão retangular-parabólico. Ele ainda expõe um método para realizar a integração numérica destas equações aplicando a quadratura de Gauss. Tanto para o método analítico quanto para o método numérico foram desenvolvidos algoritmos de cálculo pelo autor.

No presente projeto, simplificaram-se os procedimentos de integração fazendo-se uso de uma função disponibilizada pelo programa MATLAB. Dividindo-se o polígono de compressão em um conjunto de trapézios, aplicou-se o processo da poligonal (transformando as integrais de área em uma série de integrais de linha). O formato básico do comando da função de integração com limites fixados (integral definida), do MATLAB, é como abaixo.

quadl("FUNÇÃO" , LIMITE_INF , LIMITE_SUP)

sendo: **quadl**: comando de integração para limites definidos;

FUNÇÃO: função a ser integrada pelo comando "**quadl**";

LIMITE_INF e LIMITE_SUP: limites inferior e superior de integração, respectivamente.

Segundo o banco de documentos da função "Help" do programa MATLAB R2009a, o processo de integração realizado pelo comando "**quadl**" aplica a quadratura de Lobato (ou Gauss-Lobato), com precisão da ordem de 10^{-6} . As "FUNÇÕES" de integração aplicadas no algoritmo são sempre contínuas, e os limites de integração, finitos. Estas condições se enquadram dentro das recomendações para a aplicação das quadraturas na resolução numérica de integrais.

No que segue, são apresentadas de forma bem sucinta as etapas que constituem um algoritmo para a verificação de seções submetidas à flexão oblíqua composta conforme os

critérios de projeto da ABNT NBR 6118:2014. Os procedimentos de cálculos referentes a essas etapas são analisados de forma mais detalhada na seção 2.7.4.

2.7.3. Implementação computacional: Modelo Geral

As etapas do algoritmo de cálculo aqui apresentadas constituem o corpo principal do algoritmo empregado para o desenvolvimento do programa computacional proposto para este trabalho. A sequência dessas etapas foi inspirada, sobretudo, em Santos (1994).

2.7.3.1. Dados de entrada

São listados abaixo os dados de entrada.

1. Características dos materiais: Resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}); classe (CA-25, CA-50 ou CA-60), resistência característica ao escoamento do aço (f_{yk}) e módulo de elasticidade do aço (E_s);
2. Coeficientes de minoração do concreto (γ_c) e do aço (γ_s);
3. Base (b) e altura (h) da seção retangular;

O programa a princípio foi desenvolvido para seções retangulares, adotadas para as análises que se pretende fazer neste projeto de mestrado. Informando-se a base e a altura da seção, então as posições dos vértices, em relação ao centroide da seção e como na Figura 2.26, serão:

$$(X_1, Y_1) = (-b/2, -h/2)$$

$$(X_2, Y_2) = (+b/2, -h/2)$$

$$(X_3, Y_3) = (+b/2, +h/2)$$

$$(X_4, Y_4) = (-b/2, +h/2)$$

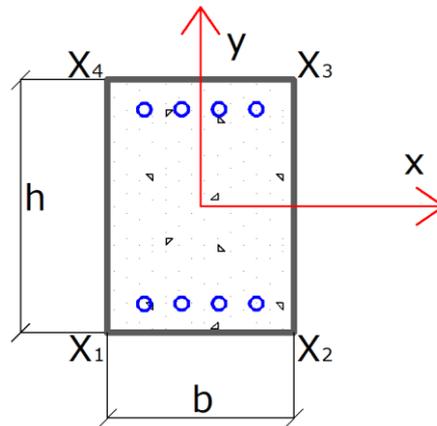


Figura 2.26 - Posições dos vértices em relação ao centroide da seção

4. Diâmetros e posições (x_{si}, y_{si}) das barras de aço que constituem a seção, com sistema de eixos com origem no vértice inferior esquerdo da seção;
5. Força normal solicitante de cálculo (N_{sd}) , que atua na seção transversal;
6. Momentos solicitantes de cálculo $(M_{sd,x}, M_{sd,y})$, em função do N_{sd} e das excentricidades nas direções X e Y ;

2.7.3.2. Etapas do processamento dos dados

De forma simplificada é apresentada abaixo a sequência de cálculos do algoritmo.

- 1 Determinar a área de concreto A_c da seção transversal e o seu centro de gravidade (C.G.);
- 2 Fazer a translação do sistema de modo a ter a origem definida pelo C.G. da seção de concreto. Consequentemente, atualizar as coordenadas para o novo sistema;
- 3 Determinar o $N_{d,max}$ e o $N_{d,min}$, e verificar se o intervalo contém o valor da força normal solicitante (N_{sd}) . Caso esteja fora, o programa deve avisar ao usuário que a seção sequer suporta o valor de N_{sd} ;
- 4 Adotar uma série de n ângulos α_i , referentes à inclinação da linha neutra L.N. em relação ao eixo OX , variando-os segundo um "delta α " fixo, dentro do intervalo de 0 a 360° , e adotar $\alpha_1 = \alpha_i = \alpha_{inicial}$;
- 5 Efetuar a rotação do sistema para o ângulo α_i e calcular as novas posições dos vértices da seção de concreto (u_i, v_i) e das barras (u_{si}, v_{si}) para o sistema de eixos Ouv , com origem no centroide da peça, como na Figura 2.27, a seguir.

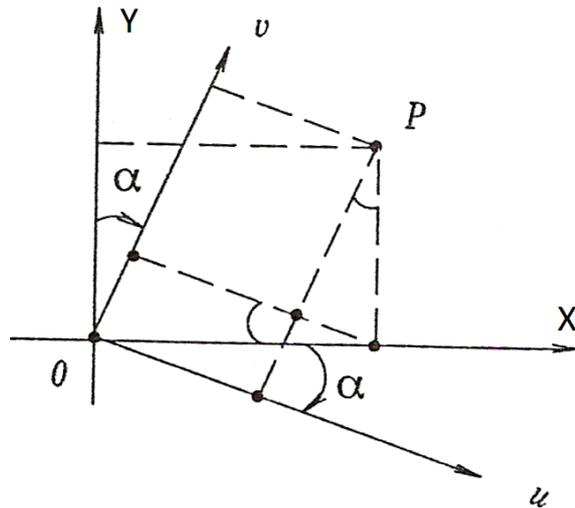


Figura 2.27 - Rotação do sistema de eixos
Fonte: Adaptado de Santos (1994)

- 6 Com os valores de vértices u_i e v_i , determinar os valores máximos e mínimos algébricos deles: u_{max} , v_{max} , u_{min} e v_{min} ;
- 7 Calcular: a altura h_α da seção; as distâncias d_i das barras de aço e a altura útil d (valor máximo de d_i); conforme identificados na Figura 2.28;

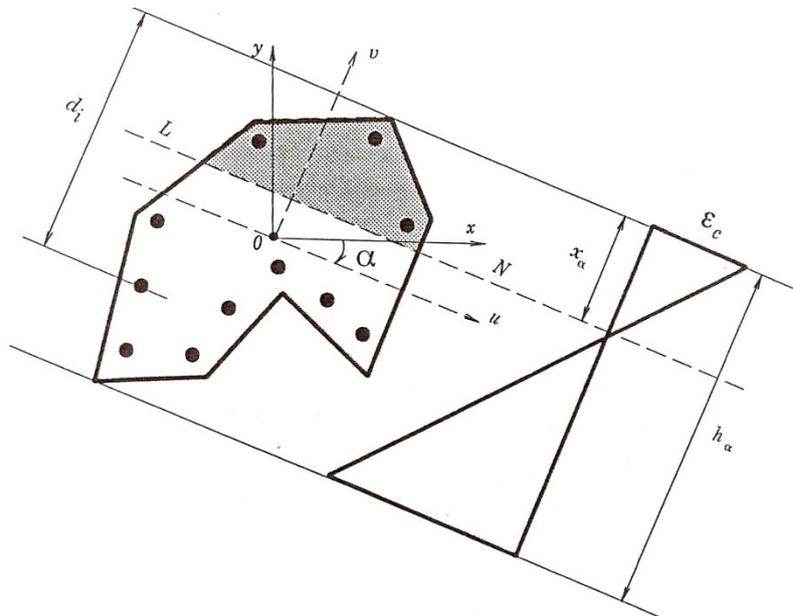


Figura 2.28 - Seção qualquer sujeita à flexão oblíqua composta
Fonte: Santos (1994)

- 8 Adotar uma profundidade inicial x_α da linha neutra definida por $\beta_x (= x_\alpha/d)$;

- 9 Calcular para cada barra de aço a deformação específica ε_{sdi} e a corresponde tensão σ_{si} ;
- 10 Calcular a parcela da força resistente normal correspondente ao aço (N_s);
- 11 Determinar os vértices do polígono comprimido, ou seja, delimitar o polígono de concreto comprimido, que é chamado de "polígono de compressão";
- 12 Calcular a parcela da força normal resistente referente à contribuição de concreto (N_c);
- 13 De 10 e 11, determinar a força normal resistente total: $N_{Rd} = N_c + N_s$;
- 14 Comparar N_{Rd} com N_{sd} :
 - a. Se $N_{Rd} = N_{sd}$, a menos de uma tolerância (10^{-3} kN) \rightarrow calcular os momentos resistentes na direção OX (M_{Rx}) e na direção OY (M_{Ry}).
 - b. Se a condição "a" não for atendida \rightarrow voltar à etapa 9, adotando novo β_x , segundo um critério de convergência;
- 15 Se $i < n$, retornar à etapa 5, para $i = i + 1$. Mas se $i = n$, então traçar a envoltória de resistência (diagrama de interação $M_{Rx} \times M_{Ry}$)

2.7.4. Implementação computacional: Etapas de cálculo

Os procedimentos aqui apresentados tratam de forma detalhada as etapas de cálculo para a produção de diagramas de interação. Este processo é fundamentado de acordo com Santos (1994).

2.7.4.1. Área e centro de gravidade

Na Figura 2.29 é apresentado o sistema de eixos Cxy e uma seção genérica. Os vértices da poligonal que constituem a seção são identificados pelo par de coordenadas (x_i, y_i) , sendo C um ponto qualquer no plano da figura.

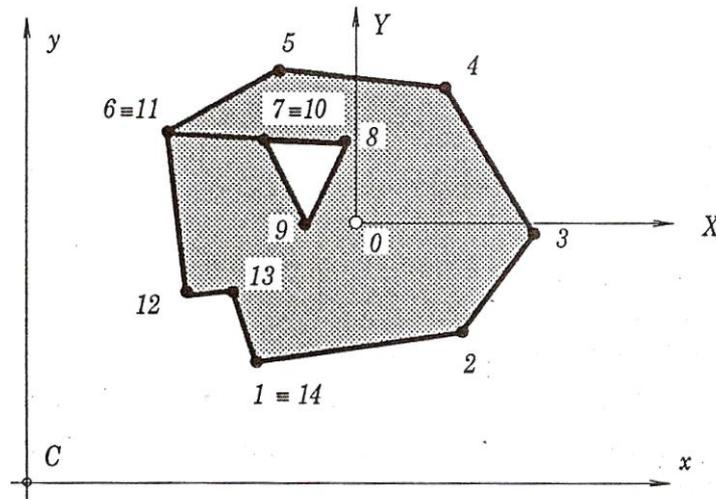


Figura 2.29 - Seção transversal com sistemas de eixos Cxy e OXY (Origem no centroide)

Fonte: Santos (2004)

Seja " $nv = \text{número de vértices do polígono}$ " do polígono da Figura 2.29. Pode-se demonstrar que a área do polígono (A_C), para

$$aux_i = x_i \cdot y_{i+1} - x_{i+1} \cdot y_i, \quad (2.45)$$

é dada por

$$A_C = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nv} aux_i, \quad (2.46)$$

e os momentos estáticos para x e y , respectivamente, são obtidos pelas equações (2.47) e (2.48).

$$S_{xc} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{nv} (y_i + y_{i+1}) \cdot aux_i \quad (2.47)$$

$$S_{yc} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{nv} (x_i + x_{i+1}) \cdot aux_i \quad (2.48)$$

sendo: $x_{nv+1} = x_1$ e $y_{nv+1} = y_1$;

S_{xc} : momento estático da seção em relação ao eixo Ox ;

S_{yc} : momento estático da seção em relação ao eixo Oy .

Então, as coordenadas do centro de gravidade da seção são obtidas fazendo

$$x_{CG} = S_{yc}/A_C \quad (2.49)$$

$$y_{CG} = S_{xc}/A_C \quad (2.50)$$

sendo: S_{xc} , S_{xc} e A_c como definidos anteriormente;

x_{CG} : posição x do centroide;

y_{CG} : posição y do centroide.

Os procedimentos de cálculo a seguir são realizados adotando-se o sistema de eixos OXY , conforme a Figura 2.29, que tem origem no centroide da seção. As transformações das coordenadas, com relação ao sistema de eixos Cxy para o sistema OXY , são realizadas conforme as equações (2.51) e (2.52).

$$X_i = x_i - x_{CG} \quad (2.51)$$

$$Y_i = y_i - y_{CG} \quad (2.52)$$

sendo: x_i , y_i , x_{CG} , e y_{CG} como definidos anteriormente;

X_i : posição X para o eixo OX ;

Y_i : posição Y para o eixo OY .

2.7.4.2. Rotação do sistema de coordenadas

Na análise da capacidade resistente de seções submetidas à flexão oblíqua composta, são aplicadas rotações α à linha neutra, conforme o que foi apresentado na "Introdução Teórica". Santos (1994) observa que se torna mais prático, para a obtenção dos momentos resistentes, aplicar também rotações no sistema de eixos OXY para um novo sistema ortogonal Ouv , sendo o eixo Ou paralelo à linha neutra (ver Figura 2.27).

Então, as posições dos vértices da poligonal e das armaduras, ou ainda de qualquer ponto da seção, podem ser transformadas do antigo sistema OXY para o sistema novo, Ouv , conforme as equações (2.53) e (2.54).

$$u_i = X_i \cdot \cos(\alpha) - Y_i \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (2.53)$$

$$v_i = X_i \cdot \text{sen}(\alpha) + Y_i \cdot \cos(\alpha) \quad (2.54)$$

sendo: X_i , Y_i e α são como definidos anteriormente;

u_i : posição u para o eixo Ou ;

v_i : posição v para o eixo Ov .

2.7.4.3. Valores extremos da força resistente N_{Rd}

Os valores extremos de força normal resistente correspondem às situações de compressão centrada e de tração centrada. Nestas condições, a distribuição de tensões sobre a seção é uniforme, conforme as retas a (tração centrada) e b (compressão centrada) dos diagramas de deformações apresentados anteriormente. Segundo Santos (1994), os valores extremos em questão são obtidos por meio das equações (2.55) e (2.56).

$$N_{Rd,max} = A_c \cdot \sigma_{cd} + A_{s,tot} \cdot \sigma_{c2} \quad (2.55)$$

$$N_{Rd,min} = -A_{s,tot} \cdot f_{yd} \quad (2.56)$$

sendo: $N_{Rd,max}$: força normal resistente máxima;

$N_{Rd,min}$: força normal resistente mínima;

A_c : área da seção de concreto;

f_{cd} : resistência de cálculo do concreto;

$A_{s,tot}$: área total de aço da seção (soma das áreas das seções transversais das armaduras longitudinais);

σ_{c2} : tensão sobre a armadura para uma deformação ε_s igual à deformação de escoamento do concreto;

f_{yd} : tensão de escoamento de cálculo da armadura.

2.7.4.4. Cálculo das alturas

Trabalhando com o novo sistema de eixos Ouv , é necessário que sejam calculadas a altura (h_a), medida perpendicularmente à linha neutra, e as distâncias d_i de cada barra até à fibra de concreto mais comprimida, conforme a Figura 2.30.

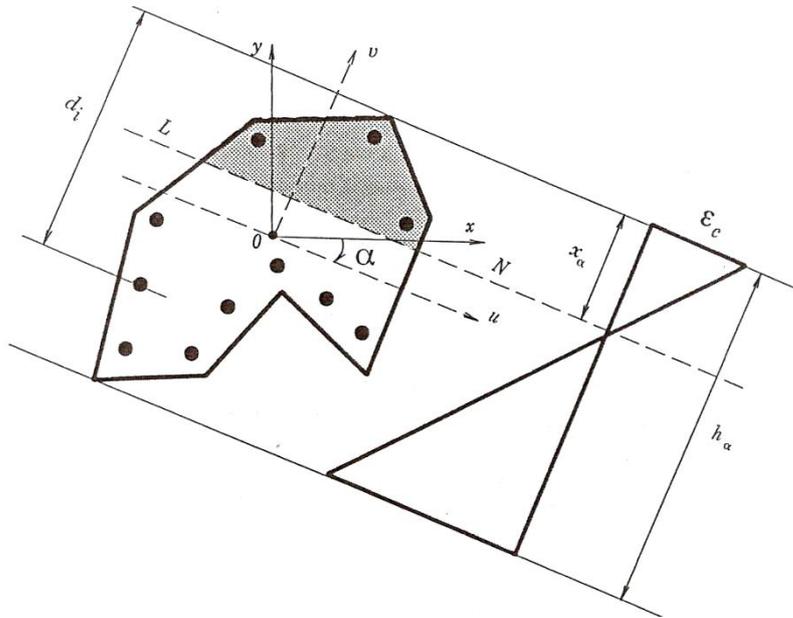


Figura 2.30 - Seção qualquer sujeita à flexão oblíqua composta
Fonte: Santos (1994)

Da Figura 2.30 (reprodução da Figura 2.28) pode-se definir:

$$h_{\alpha} = v_{max} - v_{min} \quad (2.57)$$

sendo: h_{α} : altura total da seção medida ortogonalmente ao eixo Ou ;

v_{max} : maior valor da ordenada v , correspondente ao vértice superior da seção;

v_{min} : menor valor da ordenada v , correspondente ao vértice inferior da seção;

e

$$d_i = v_{max} - v_{si} \quad (2.58)$$

sendo: d_i : distância da barra i ;

v_{max} : maior valor da ordenada v , correspondente ao vértice superior da seção;

v_{si} : ordenada v corresponde à barra i .

Da mesma forma, a "altura útil", definida como sendo a maior distância d_i , é dada pela Equação (2.59).

$$d = v_{max} - v_{s,min} \quad (2.59)$$

sendo: d : altura útil;

v_{max} : maior valor da ordenada v , correspondente ao vértice superior da seção;

$v_{s,min}$: menor valor da ordenada v referente às barras de aço.

2.7.4.5. Determinação do polígono de compressão

Na determinação da resultante de compressão do concreto, é necessário que seja conhecida a região da seção que está comprimida para um dado par de inclinação α e de profundidade da linha neutra x . Na caracterização dos procedimentos que levam à obtenção deste polígono, é utilizada a seção genérica apresentada na Figura 2.31. Nessa seção, os vértices correspondentes à seção inteira são numerados no sentido anti-horário, enquanto que os vértices correspondentes à região vazada são numerados no sentido horário.

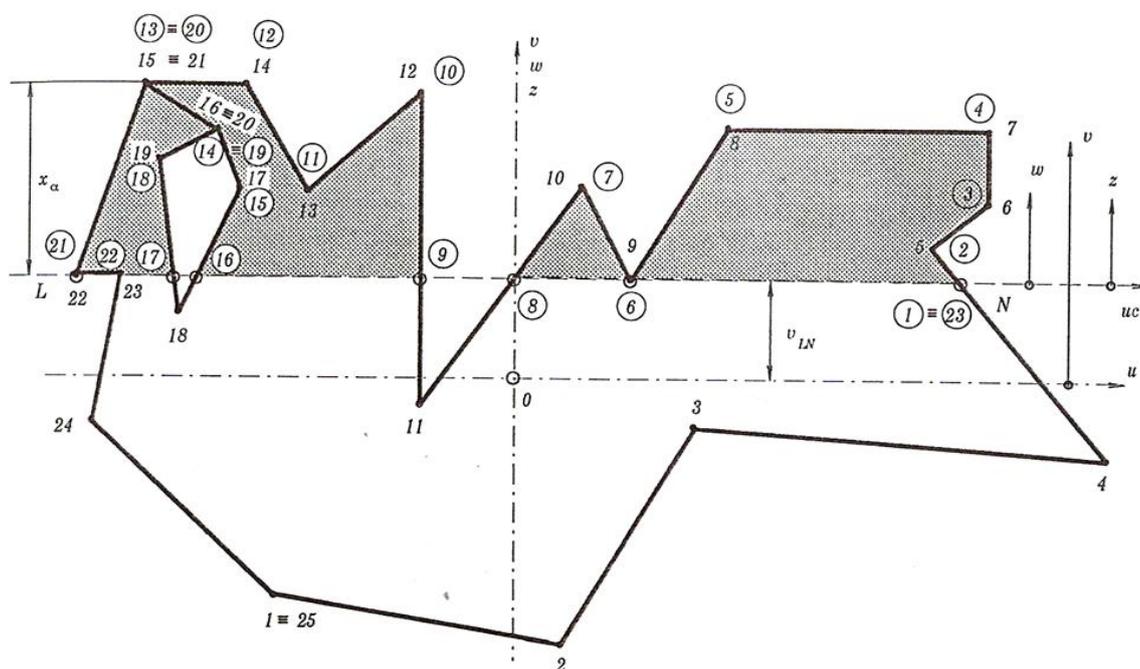


Figura 2.31 - Seção genérica e polígono de compressão

Fonte: Santos (1994)

O eixo $O'u$ é translado de tal forma a coincidir com a linha neutra, dando origem a um novo eixo, o qual é chamado de $O'uc$. A distância de translado, definida como v_{LN} , é obtida a partir da Equação (2.60), a seguir.

$$v_{LN} = v_{max} - x_{\alpha} \quad (2.60)$$

sendo: v_{LN} : distância entre a linha neutra e o eixo Ou (distância de translado);

v_{max} : maior valor da ordenada v , correspondente ao vértice superior da seção;

x_{α} : profundidade a linha neutra para a inclinação α .

Pode-se então definir as novas ordenadas dos vértices do polígono para o eixo vertical com origem na linha neutra (chamado de eixo Ow), conforme mostra a Figura 2.31, por meio da Equação (2.61).

$$w_i = v_i - v_{LN} \quad (2.61)$$

sendo: v_{LN} e v_i como definidos anteriormente;

w_i : posição w do vértice i para o eixo Ow .

Basta agora definir para quais valores de uc a poligonal corta o eixo Ouc , ou seja, em quais pontos ocorre a interseção da linha neutra com as bordas da seção de concreto (para $w = z = 0$). Para isso, de forma genérica, seja k o ponto de interseção identificado na Figura 2.32, abaixo.

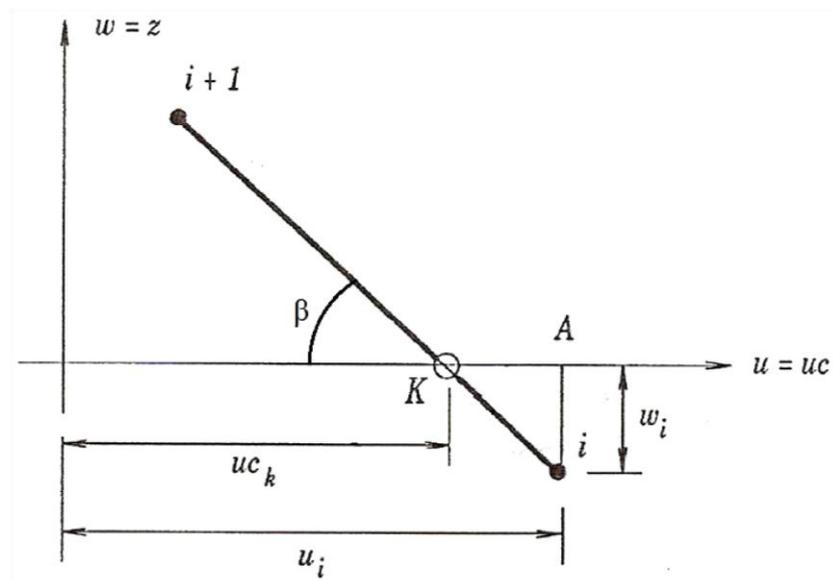


Figura 2.32 - Determinação do ponto k

Fonte: Adaptado de Santos (1994)

Então, o valor de uc_k pode ser obtido a partir da Equação (2.62), a seguir.

$$uc_k = u_i - \overline{AK} \quad (2.62)$$

sendo: uc_k posição do ponto k no eixo Ouc ;

u_i : posição do ponto i no eixo Ouc ;

\overline{AK} : distância horizontal entre os pontos k e i .

Para

$$tg(\beta) = \Delta w / \Delta u \quad (2.63)$$

com

$$\Delta w = w_{i+1} - w_i \quad (2.64)$$

e

$$\Delta u = u_{i+1} - u_i, \quad (2.65)$$

sendo os termos w_{i+1} , w_i , u_{i+1} , u_i e β identificados na Figura 2.32, então a Equação (2.62) pode ser escrita da forma abaixo:

$$uc_k = u_i - \frac{w_i}{tg(\beta)} \quad (2.66)$$

sendo as variáveis como definidas anteriormente. Logo, o ponto k fica determinado pelas coordenadas $(uc_k, 0)$.

Particularmente, quando o segmento da poligonal for perpendicular à linha neutra, como na Figura 2.33, ou seja, com $\Delta u = 0$, então segue que $uc_k = u_i$.

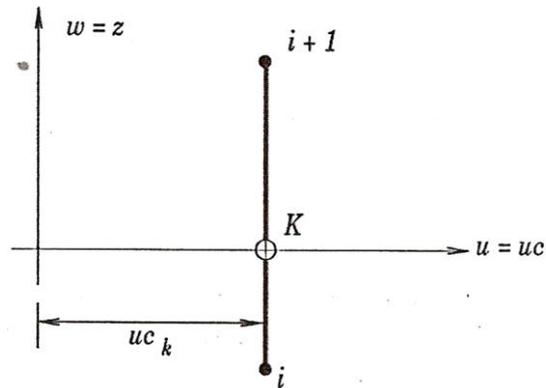


Figura 2.33 - Segmento da poligonal perpendicular à linha neutra

Fonte: Adaptado de Santos (1994)

Para melhor definição do polígono de compressão, são renumerados os seus vértices e atribuídas suas coordenadas segundo o sistema de eixos $Oucz$. Fica então caracterizado o polígono de compressão com " $K - 1$ " vértices, como no exemplo da Figura 2.34, a seguir, onde tem-se $K = 10$.

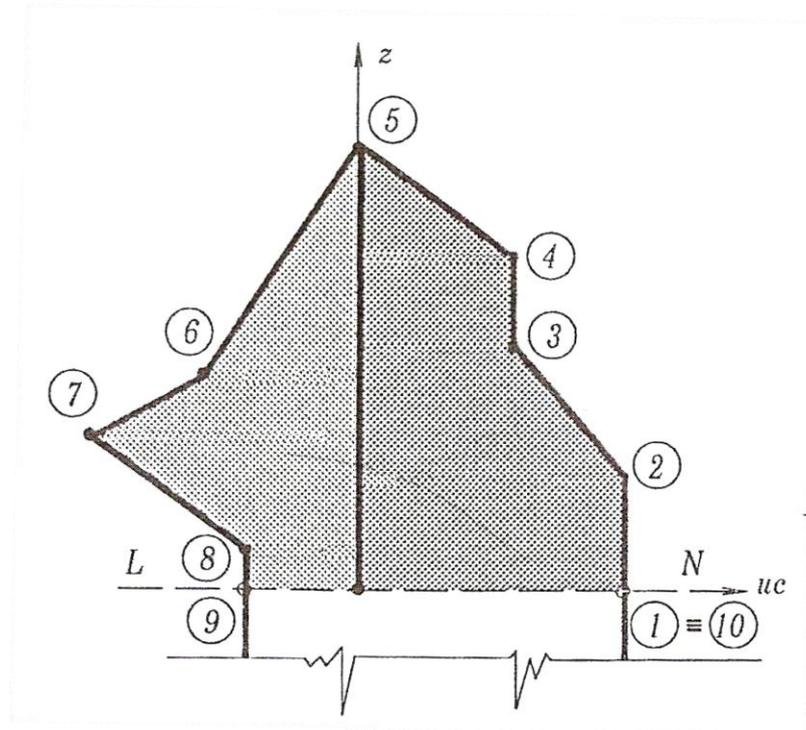


Figura 2.34 - Polígono de compressão para " $K-1$ " ($= 10-1 = 9$) vértices

Fonte: Adaptado de Santos (1994)

2.7.4.6. Cálculo da força resultante de compressão no concreto (N_c)

Para o cálculo da resultante de compressão do concreto, o polígono comprimido é decomposto num conjunto de polígonos menores (trapézios, retângulos e triângulos), com na Figura 2.35. Cada um destes polígonos proporciona uma resultante normal igual a $\Delta N_{c,i}$, correspondente ao lado "i" - "i+i". Então, o somatório dessas parcelas, como na Equação (2.67), representa a resultante de compressão da seção inteira.

$$N_c = \sum_{i=1}^K \Delta N_{c,i} \quad (2.67)$$

sendo: N_c : resultante de compressão do concreto da seção inteira;

$\Delta N_{c,i}$: resultante de compressão do concreto para o polígono do lado "i" - "i+i".

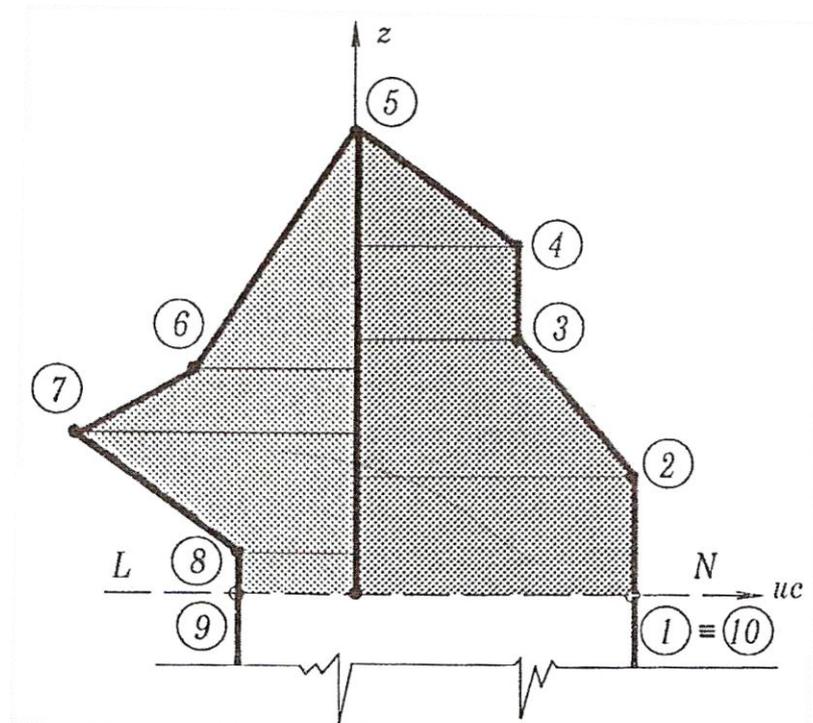


Figura 2.35 - Decomposição do polígono de compressão em um conjunto de trapézios, retângulos e triângulos

Fonte: Santos (1994)

Para o cálculo de cada $\Delta N_{c,i}$, se faz necessário que se conheça a equação que descreve o segmento de reta do lado "i" - "i+i", ou seja, a equação que descreve uc em função de z . Esta relação é dada por

$$uc = a \cdot z + b \quad (2.68)$$

sendo: a : coeficiente angular do segmento de reta "i" - "i+i";

b : coeficiente linear do segmento de reta "i" - "i+i".

Os valores de a e b são definidos, respectivamente, pelas equações (2.69) e (2.70).

$$a = (uc_{i+1} - uc_i) / (z_{i+1} - z_i) \quad (2.69)$$

$$b = uc_i - a \cdot z_i, \quad (2.70)$$

sendo as variáveis uc_{i+1} , uc_i , z_{i+1} e z_i extraídas da Figura 2.36.

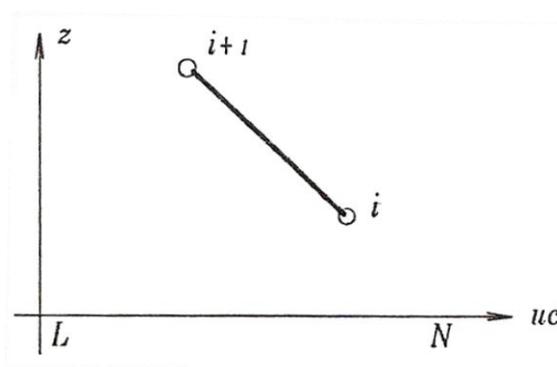


Figura 2.36 - Representação do segmento de reta do lado "i" - "i+i"

Fonte: Santos (1994)

Definida a equação do segmento "i" - "i+i", pode-se então obter a resultante de compressão $\Delta N_{c,i}$ do polígono correspondente pela Equação (2.71), a seguir.

$$\Delta N_{c,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma_c \cdot uc \, dz = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma_{cd} \cdot (a \cdot z - b) \, dz \quad (2.71)$$

sendo: $\Delta N_{c,i}$, z_i , z_{i+1} , uc , a e b como definidos anteriormente;

σ_c : distribuição de tensão sobre o concreto, de acordo com $\varepsilon_c = f(z)$.

Obs.: O termo " $uc \, dz$ " na Equação (2.71) corresponde ao termo " dA ".

É importante observar que, quando σ_{cd} se trata de uma equação composta, como no caso do diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014, deve-se então, na região onde ocorrer a mudança da função de σ_c , calcular $\Delta N_{c,i}$ por meio de duas integrações. Abaixo segue um exemplo de situação para o qual ocorre a função composta.

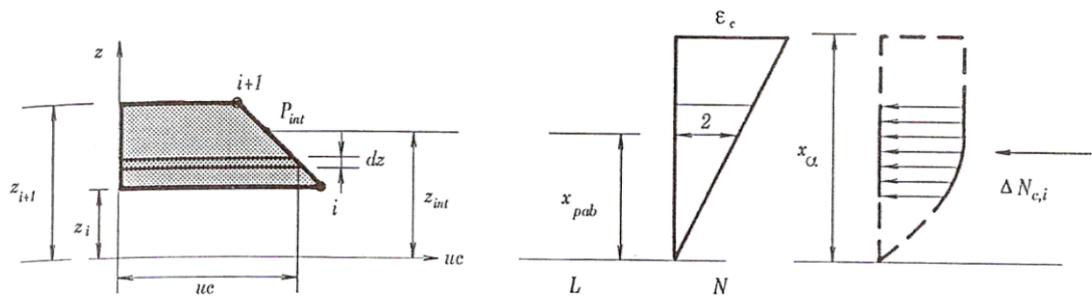


Figura 2.37 - Polígono de compressão sujeito à σ_{cd} definido por duas funções

Fonte: Santos (1994)

Para a situação da Figura 2.37, o valor de $\Delta N_{c,i}$ do polígono correspondente ao segmento de reta do segmento "i" - "i+1" é obtido pela Equação (2.72).

$$\Delta N_{c,i} = \int_{z_i}^{x_{pab}} \sigma_{cd,pab} \cdot uc \, dz + \int_{x_{pab}}^{z_{i+1}} \sigma_{cd,ret} \cdot uc \, dz \quad (2.72)$$

sendo: $\Delta N_{c,i}$, z_i , z_{i+1} e uc como definidos anteriormente;

$\sigma_{cd,pab}$: equação de σ_c para o trecho parabólico;

$\sigma_{cd,ret}$: equação de σ_c para o trecho retangular;

x_{pab} : valor de z correspondente ao limite entre o trecho parabólico e o trecho retangular da função σ_{cd} .

2.7.4.7. Cálculo da parcela de força normal resistente correspondente à contribuição da armadura (N_S)

No cálculo da parcela da força normal correspondente à contribuição da armadura, o processo é bem mais simples. Para isto, fixada uma profundidade da linha neutra e calculadas as deformações ε_{si} de cada barra de aço i , determina-se então a força normal resistida pela barra considerando a Equação (2.73), abaixo.

$$\Delta N_{s,i} = \sigma_{si} \cdot A_{si} \quad (2.73)$$

sendo: $\Delta N_{s,i}$: força normal resistida pela barra i ;

σ_{si} : tensão na barra i ;

A_{si} : área da seção da barra i .

Determinadas as forças normais resistidas pelas barras, para um total de n_{tot} barras, pode-se então calcular N_S a partir do somatório das parcelas de $\Delta N_{s,i}$, ou seja:

$$N_S = \sum_{i=1}^{n_{tot}} \Delta N_{s,i}. \quad (2.74)$$

Para determinar $\sigma_{sd,i}$ é necessário conhecer a deformação ε_{si} e o diagrama tensão-deformação do aço, como o caso genérico da Figura 2.38. Então, aplica-se uma das equações ((2.75) ou (2.76)) a seguir:

$$\sigma_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} \text{ para } |\varepsilon_{si}| \leq \varepsilon_{yd} \quad (2.75)$$

$$\sigma_{si} = f_{yd} \text{ para } |\varepsilon_{si}| > \varepsilon_{yd} \quad (2.76)$$

sendo: σ_{si} : tensão na barra i ;

E_s : módulo de elasticidade do aço;

ε_{si} : deformação relativa da barra i ;

ε_{yd} : deformação de escoamento de cálculo do aço.

f_{yd} : resistência ao escoamento de cálculo do aço.

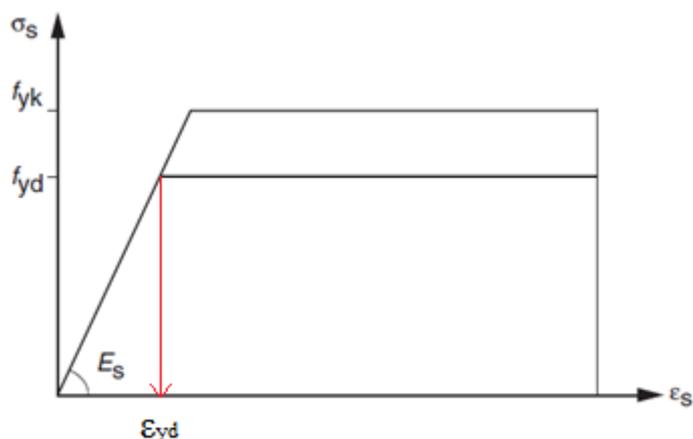


Figura 2.38 - Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118:2014

2.7.4.8. Determinação da profundidade da linha neutra

Como visto anteriormente, na determinação da envoltória de resistência (ou diagrama de interação), deve-se calcular os momentos resistentes para inclinações α da linha neutra, variando-a de 0 a 360°. Há tantos pares de momentos M_{Rx} e M_{Ry} quanto forem os ângulos α escolhidos. Então, fixado um α dentro do intervalo 0 a 360°, o problema consiste na determinação da profundidade da linha neutra que equilibra a força normal de cálculo solicitante (N_{Sd}) com a capacidade resistente da seção, dada por:

$$N_{Rd} = N_c + N_s \quad (2.77)$$

sendo: N_{Rd} : força normal resistente total;

N_c : resultante de compressão do concreto para toda a seção;

N_s : força normal resistente correspondente à contribuição da armadura.

Seja

$$\beta_x = x/d \quad (2.78)$$

sendo: x : profundidade da linha neutra;

d : altura útil da seção.

Então, em suma, os procedimentos para a determinação da profundidade da linha neutra, em termos de β_x , consistem nas seguintes etapas:

- 1 Para α fixo, adota-se um β_x inicial;
- 2 Calcula-se a força normal N_R ;
- 3 Se N_{Rd} for equivalente a N_d , a menos de uma tolerância, passa-se para o cálculo dos momentos resistente, conforme é apresentado adiante;
- 4 Caso contrário, altera-se o valor β_x , segundo um critério de convergência, e retorna-se para a etapa 2.

2.7.4.9. Cálculo dos momentos fletores resistentes

Obtido β_x tal que equilibra N_{Rd} e N_{Sd} , têm-se então informações suficientes para calcular os momentos resistentes. Inicialmente determinam-se os momentos resistentes do polígono comprimido, nas direções u e v , que são chamados de M_{uc} e M_{vc} , respectivamente. Estes momentos são obtidos através da soma das contribuições ($\Delta M_{uc,i}$ e $\Delta M_{vc,i}$) de cada um dos polígonos resultantes da decomposição da região comprimida, como na Figura 2.35. Ou seja,

$$M_{uc} = \sum_{i=1}^K \Delta M_{uc,i} \quad (2.79)$$

e

$$M_{vc} = \sum_{i=1}^K \Delta M_{vc,i}, \quad (2.80)$$

sendo: M_{uc} : momento resistente na direção Ou do polígono de compressão;

M_{vc} : momento resistente na direção Ov do polígono de compressão;

$\Delta M_{uc,i}$: contribuição do polígono de lado "i" - "i+1" para M_{uc} ;

$\Delta M_{vc,i}$: contribuição do polígono de lado "i" - "i+1" para M_{vc} .

As contribuições $\Delta M_{uc,i}$ e $\Delta M_{vc,i}$ são obtidas, respectivamente, pelas equações (2.81) e (2.82):

$$\Delta M_{uc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma_{cd} \cdot \frac{(a \cdot z - b)^2}{2} dz \quad (2.81)$$

e

$$\Delta M_{vc,i} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \sigma_{cd} \cdot (a \cdot z - b) \cdot (z + v_{LN}) dz \quad (2.82)$$

sendo: $\Delta M_{uc,i}$, $\Delta M_{vc,i}$, z_i , z_{i+1} , uc , a , b e v_{LN} como definidos anteriormente;

σ_c : distribuição de tensão sobre o concreto, de acordo com $\varepsilon_c = f(z)$.

A Figura 2.39 ajuda a esclarecer as equações utilizadas para o cálculo de $\Delta M_{uc,i}$ e $\Delta M_{vc,i}$.

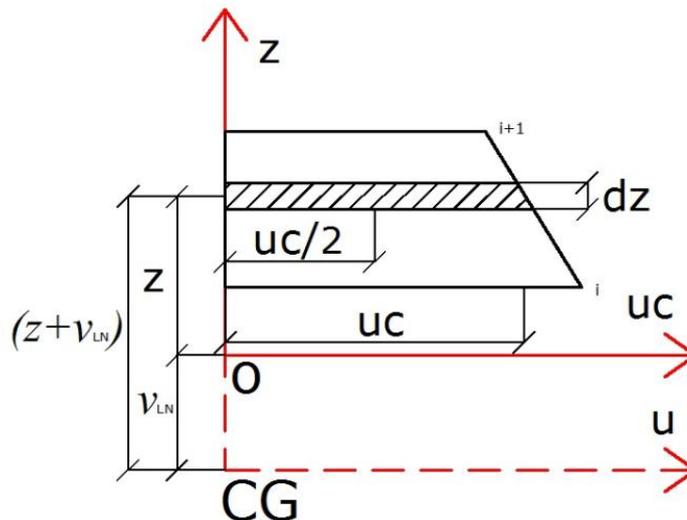


Figura 2.39 - Modelo empregado para a visualização das equações que determinam

$\Delta M_{uc,i}$ e $\Delta M_{vc,i}$

Os momentos M_{uc} e M_{vc} podem então ser decomposto nas direções X e Y, fornecendo assim os momentos resistentes (do polígono comprimido) para o sistema de eixos OXY.

$$M_{xc} = M_{uc} \cdot \cos(\alpha) + M_{vc} \cdot \sin(\alpha) \quad (2.83)$$

$$M_{yc} = -M_{uc} \cdot \sin(\alpha) + M_{vc} \cdot \cos(\alpha) \quad (2.84)$$

sendo: M_{uc} e M_{vc} como definidos anteriormente;

M_{xc} : momento resistente na direção OX do polígono de compressão;

M_{yc} : momento resistente na direção OY do polígono de compressão;

α : inclinação da linha neutra em relação ao eixo OX, como definida anteriormente.

Os momentos M_{uc} , M_{vc} , M_{xc} e M_{yc} são ilustrados na Figura 2.40.

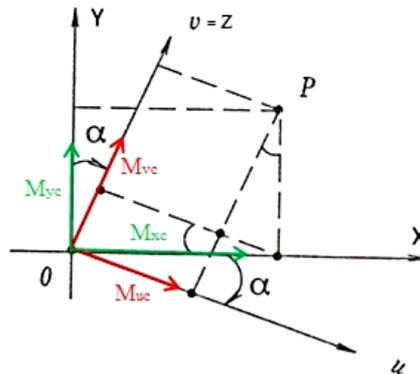


Figura 2.40 - Direções dos momentos M_{uc} , M_{vc} , M_{xc} e M_{yc}

Fonte: Adaptado de Santos (1994)

Já os momentos resistentes proporcionados pela armadura longitudinal podem ser calculados de forma imediata para as direções OX e OY pelas equações (2.85) e (2.86).

$$M_{xs} = \sum_{i=1}^{n_{tot}} \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot X_{si} \quad (2.85)$$

$$M_{ys} = \sum_{i=1}^{n_{tot}} \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot Y_{si} \quad (2.86)$$

sendo: M_{xs} : momento resistente proporcionado pela armadura na direção OX;

M_{ys} : momento resistente proporcionado pela armadura na direção OY ;

σ_{si} : tensão de cálculo da barra i ;

X_{si} : posição X da barra i ;

Y_{si} : posição Y da barra i .

Por fim, o par de momentos resistentes é obtido somando as parcelas de contribuição do concreto e da armadura, como abaixo.

$$M_{Rx} = M_{xc} + M_{xs} \quad (2.87)$$

$$M_{Ry} = M_{yc} + M_{ys} \quad (2.88)$$

sendo: M_{yc} , M_{ys} , M_{xc} e M_{xs} como definidos anteriormente;

M_{Rx} : momento resistente total na direção OX ;

M_{Ry} : momento resistente total na direção OY .

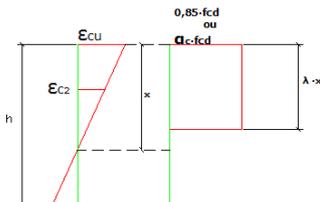
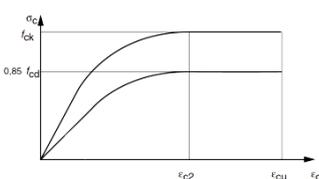
2.8. ADAPTAÇÃO DO ALGORITMO PARA DIFERENTES NORMAS

Aqui nesta seção são apresentadas algumas diferenças entre considerações da ABNT e de outras referências normativas (ACI e EUROCODE) e do CEB. Em especial, para o ACI e para o EUROCODE, o objetivo dessas comparações era de apurar quais seriam as principais modificações necessárias para adaptar o algoritmo de cálculo, fundamento na ABNT, para estas duas normativas.

Desse modo, pôde-se então também programar computacionalmente um modelo de cálculo para a verificação de seções submetidas à flexo-compressão para o ACI e outro para o EUROCODE. As principais alterações se deram nas considerações dos limites de deformação, do diagrama tensão-deformação e nos “domínios” que caracterizam os estados limites últimos.

2.8.1. Relação tensão-deformação

A relação tensão-deformação indicada em cada norma já foi discutida de forma detalhada em seção anterior. Abaixo seguem alguns quadros resumos que apresentam as relações tensa-deformação, equações de compatibilidade e limites de deformações. Todos esses termos já foram, ou são, discutidos detalhadamente no corpo deste trabalho.

ABNT NBR 6118:2014				
Domínio	Limites	Equação da relação tensão-deformação (σ_c)	Equações da compatibilidade de deformações (ε_{cbc} e ε_s)	Deformações no início do patamar plástico e na ruptura do concreto
1, 2 e Retas a (Região III)	$\beta_x \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yu})}$	<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$ $n = 2 \text{ (Para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa)}$ $n = 1,4 + 23,4 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>	<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{yu} \cdot \beta_x}{(1 - \beta_x)}$ $\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$	<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$ $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ <p>(Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$)</p>
3, 4 e 4a (Região II)	$\frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yu})} < \beta_x \leq 1$	<p>Diagrama retangular</p> $\sigma_c = \alpha_c \cdot f_{cd}$ $\alpha_c = 0,85 \text{ (Para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa)}$ $\alpha_c = 0,85 \cdot \left(1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right)$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p> <p>Profundidade do retângulo: $\lambda \cdot x$</p> $\lambda = 0,8 \text{ (Para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa)}$ $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>	<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\varepsilon_{cbc} = \varepsilon_{cu}$ $\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$	$\varepsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$ $\varepsilon_{cu} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>
5 e Retas b (Região I)	$1 < \beta_x$		<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{c2} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \beta_x}{[\varepsilon_{cu} \cdot \beta_x - (\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})]}$ $\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$	
<p>Obs.: $\beta_x = \frac{x}{d}$</p> <p>$\beta_i = \frac{d_i}{d}$ (com d_i: distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção)</p>				

Quadro 2.3 – Quadro resumo com expressões da ABNT NBR 6118:2014

EUROCODE 2 (2002)				
Domínio	Limites	Equação da relação tensão-deformação (σ_c)	Equações da compatibilidade de deformações (ϵ_{cbc} e ϵ_s)	Deformações no início do patamar plástico e na ruptura do concreto
1, 2 e Ret a (Região III)	<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\beta_x \leq \frac{\epsilon_{cu2}}{(\epsilon_{cu2} + \epsilon_{ud})}$ <p>Diagrama retangular</p> $\beta_x \leq \frac{\epsilon_{cu3}}{(\epsilon_{cu3} + \epsilon_{ud})}$	<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$ <p>$n = 2$ (Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$) $n = 1,4 + 23,4 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4$ (Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>	<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\epsilon_{cbc} = \frac{\epsilon_{ud} \cdot \beta_x}{(1 - \beta_x)}$ $\epsilon_s = \epsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$	<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\epsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$ $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ <p>(Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$)</p> $\epsilon_{c2} = 2 + 0,085 \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53}$ $\epsilon_{cu2} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>
3, 4 e 4a (Região II)	<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\frac{\epsilon_{cu2}}{(\epsilon_{cu2} + \epsilon_{ud})} < \beta_x \leq 1$ <p>Diagrama retangular</p> $\frac{\epsilon_{cu3}}{(\epsilon_{cu3} + \epsilon_{ud})} < \beta_x \leq 1$	<p>Diagrama retangular</p> $\sigma_c = \eta \cdot f_{cd}$ <p>$\eta = 1,00$ (Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$) $\eta = 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}$ (Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p> <p>Profundidade do retângulo: $\lambda \cdot x$ $\lambda = 0,8$ (Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$) $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$ (Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>	<p>Diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular</p> $\epsilon_{cbc} = \epsilon_{cu2} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$ $\epsilon_s = \epsilon_{cu2} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$ <p>Diagrama retangular</p> $\epsilon_{cbc} = \epsilon_{cu3} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$ $\epsilon_s = \epsilon_{cu3} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$	<p>Diagrama retangular</p> $\epsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰}$ $\epsilon_{cu3} = 3,5 \text{ ‰}$ <p>(Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$)</p>
5 e Ret a b (Região I)	$1 < \beta_x$		<p>Diagrama parábola-retângulo</p> $\epsilon_{cbc} = \frac{\epsilon_{c2} \cdot \epsilon_{cu2} \cdot \beta_x}{[\epsilon_{cu2} \cdot \beta_x - (\epsilon_{cu2} - \epsilon_{c2})]}$ $\epsilon_s = \epsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$ <p>Diagrama retangular</p> $\epsilon_{cbc} = \frac{\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cu3} \cdot \beta_x}{[\epsilon_{cu3} \cdot \beta_x - (\epsilon_{cu3} - \epsilon_{c3})]}$	<p>$\epsilon_{c3} = 1,75 + 0,55 \cdot ((f_{ck} - 50)/40)$</p> $\epsilon_{cu3} = 2,6 + 35 \cdot ((90 - f_{ck})/100)^4$ <p>(Para $f_{ck} > 50 \text{ MPa}$)</p>

Obs.: $\beta_x = \frac{x}{d}$

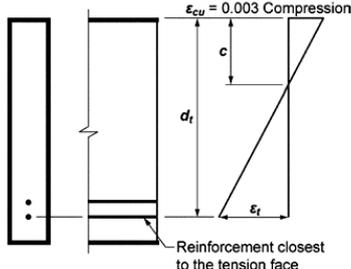
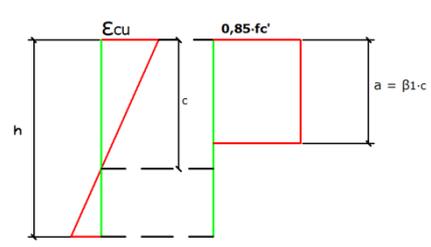
$\beta_i = \frac{d_i}{d}$ (com d_i : distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção)

$\epsilon_{ud} = \epsilon_{yu}$ = deformação de ruptura do aço

$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c$ ($\gamma_c = 1,5$, para situações de projeto (situações “persistentes” - permanentes) e $\alpha_{cc} = 1,0$)

Obs.: O “UK National Annex to Eurocode 2” diz que o valor do coeficiente α_{cc} deve ser fixado em 0,85, ao invés de 1,00, como recomendado pelo Eurocode 2 (2002).

Quadro 2.4 – Quadro resumo com expressões do Eurocode 2 (2002)

ACI 318 (2014)				
Domínio*	Limites*	Equação da relação tensão-deformação (σ_c)	Equações da compatibilidade de deformações (ε_{cbc} e ε_s) e fator de redução (ϕ)	Deformação na ruptura do concreto
2 (Região III)	$\beta_x \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yu})}$	<p>Diagrama retangular</p> $\sigma_c = 0,85 \cdot f'_c$ <p>Profundidade do retângulo: $\beta_1 \cdot c$</p> $\beta_1 = 0,85$ <p>(Para $17,24 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 27,58 \text{ MPa}$)</p> $\beta_1 = 0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c / 0,00689476 - 4000)}{1000}$ <p>(Para $27,58 \text{ MPa} < f'_c \leq 55,16 \text{ MPa}$)</p> $\beta_1 = 0,65$ <p>(Para $f'_c \geq 55,16 \text{ MPa}$)</p>	<p>Diagrama retangular</p> $\varepsilon_{cbc} = 0,003$ $\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_t}{\beta_x}$ 	Diagrama retangular $\varepsilon_{cu} = 3,0 \%$
3, 4 e 4a (Região II)	$\frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yu})} < \beta_x \leq 1$		$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \cdot (d_t - c)$	
5 e Retas b (Região I)	$1 < \beta_x$		<p>Fator de redução (ϕ)</p> $\phi = 0,65$ <p>(Para $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$)</p> $\phi = 0,65 + 0,25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0,005 - \varepsilon_{ty})}$ <p>(Para $\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0,005$)</p> $\phi = 0,90$ <p>(Para $0,005 \leq \varepsilon_t$)</p>	
<p>Obs.: * Limites, conforme a ABNT NBR 6118:2014, considerados para fins de comparações</p> $\beta_x = \frac{x}{d} = \frac{c}{d}$ $\beta_i = \frac{d_i}{d}$ <p>(com d_i: distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção)</p> $\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_s}$ <p>(sendo f_y a tensão de cálculo que leva o aço ao escoamento (o que corresponde ao f_{yd} da ABNT NBR 6118:2014) e E_s o módulo de elasticidade deste material)</p>				

Quadro 2.5 – Quadro resumo com expressões do ACI 318 (2014)

2.8.2. Estados últimos e estado limite último

A apresentação das considerações, para cada uma das outras referências normativas (ACI e EUROCODE) e do CEB, com relação aos limites de deformação do concreto e do aço, já foi realizada em seções anteriores. Esses conceitos foram retomados na seção anterior e

também são abordados na discussão das distribuições de deformações, logo à frente. Portanto, não se faz necessário discorrer sobre esses termos novamente.

2.8.3. Hipóteses Básicas

As três normas em estudo (da ABNT, do ACI e do Eurocode), e também o CEB, admitem a manutenção da seção plana após a deformação. Ou seja, considera-se que as seções transversais se mantêm planas após a deformação, de onde segue que a tensão normal num ponto é diretamente proporcional à distância deste à linha neutra da seção transversal.

É válido também, para estas normas, a existência de solidariedade perfeita entre os materiais, isto é, considera-se que a deformação específica da barra aço (passiva) e do concreto, imediatamente adjacente à barra, são iguais. Elas também consideram que as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU.

Todas as referências já citadas consideram que a tensão na armadura pode ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação, específico para cada tipo de aço. Já com relação ao estado limite último do concreto e à distribuição das tensões na seção transversal, existem importantes diferenças de uma referência normativa para a outra. As considerações sobre esses tópicos, de cada norma em particular, já foram discutidas em seções anteriores.

No que trata dos domínios de deformação, definição usada pela ABNT, também existem diferenças entre as normas. O Eurocode e o CEB apresentam considerações muito parecidas com a da norma brasileira. Já o ACI trabalha com um modelo de distribuição de deformações que possui significativas diferenças quando comparado com a configuração utilizada pela ABNT.

2.8.4. Distribuição de deformações e equações de compatibilidade

2.8.4.1. ACI 318 (2014)

Para o ACI 318 (2014), a resistência nominal de uma seção, de um elemento não protendido, que é submetida à flexão pura ou à flexo-compressão é determinada para a condição em que a deformação da fibra extrema mais comprimida é igual ao limite de deformação do concreto (ϵ_{cu} , para o ACI 318 (2014)) assumido como 0,003.

Assim, fazendo um paralelo ao conceito dos domínios de deformação da ABNT NBR 6118:2014, a distribuição de deformações da norma americana é como apresentado na Figura 2.41.

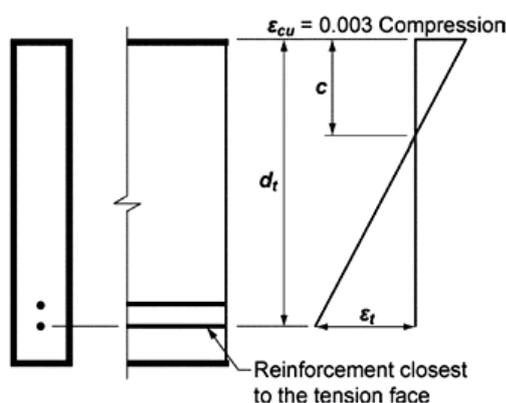


Figura 2.41 – Distribuição de deformações em uma seção não protendida submetida à flexão pura ou à flexo-compressão

Fonte: ACI 318 (2014)

Conforme o método proposto pelo ACI 318 (2014), na determinação dos esforços resistentes, deve ser aplicado um fator de redução (ϕ) tanto na força normal resistente quando no momento fletor resistente. A norma justifica que os motivos do emprego do fator de redução são:

1. Para explicar a probabilidade de eventuais variações nas resistências dos materiais e dimensões dos elementos;
2. Para levar em conta as inexatidões nas equações de projeto;
3. Para refletir a ductilidade disponível e a segurança necessária do membro sob o efeito da carga considerada;
4. Para refletir a importância do elemento na estrutura.

A determinação do fator de redução (ϕ) de resistência é feita em função da deformação ϵ_t da barra extrema mais tracionada (ou menos comprimida), como identificada na Figura 2.41. Excluem-se de ϵ_t as deformações devidas à: protensão, fluência, retração e temperatura. No que segue é melhor explicado o procedimento para a determinação de ϕ .

Determinação do fator ϕ de redução

Como foi dito, o fator ϕ de redução é determinado em função da deformação ε_t . Conforme o ACI, a tensão relativa à deformação ε_t líquida na barra extrema é obtida a partir de uma distribuição de deformação linear, em termos de intensidade nominal, ou seja, de acordo com o que consta na Figura 2.41. Então, por semelhança de triângulos, pode-se deduzir que:

$$\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \cdot (d_t - c) \quad (2.91)$$

sendo: ε_t :deformação específica na barra extrema, mais tracionada ou menos comprimida;

$\varepsilon_{cu} = 0,003$: deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

c : profundidade da linha neutra (correspondente à variável x vista anteriormente);

d_t : profundidade da barra mais extrema (que sofre a deformação ε_t).

De acordo com a intensidade de deformação ε_t a seção pode ser classificada como de compressão-controlada, de transição ou de tração-controlada. A norma americana diz que, se a tensão de deformação na barra extrema é suficientemente grande ($\varepsilon_t \geq 0,005$), então a seção é definida como de tração-controlada, para as quais se pode esperar um estado limite de serviço, com flecha excessiva e fissuras com valores além dos limites indicados na norma americana. O limite de 0,005 proporciona ductilidade suficiente para a maioria das aplicações.

Agora, se a tensão de deformação líquida na barra extrema é pequena ($\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$), espera-se então uma condição frágil de ruína, com discreto (pouco evidente) aviso da ruína iminente. A variável ε_{ty} corresponde ao limite de deformação da barra de aço. Essa definição é equivalente à deformação última do aço (ε_{yd}) utilizada pela ABNT NBR 6118:2014.

Em especial, o ACI 318 (2014) diz que seções sujeitas apenas à compressão axial são consideradas como de compressão-controlada e os membros sujeitos apenas à tração axial são consideradas como de tração-controlada.

No ACI 318 (2014), o limite de deformação (ε_t) pode ser tomado como sendo (f_y/E_s), sendo f_y a resistência de cálculo que leva o aço ao escoamento (o que corresponde ao f_{yd} da ABNT NBR 6118:2014) e E_s o módulo de elasticidade deste material.

Definido o valor de ε_t , com na Equação (2.91), então o fator de redução pode ser determinado de acordo com a Tabela 2.14, como indicado no ACI 318 (2014).

Tabela 2.14 – Fator de redução de resistência ϕ para força normal e momento fletor

Net tensile strain ε_t	Classification	ϕ			
		Type of transverse reinforcement			
		Spirals conforming to 25.7.3		Other	
$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$	Compression-controlled	0.75	(a)	0.65	(b)
$\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0.005$	Transition ^[1]	$0.75 + 0.15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})}$	(c)	$0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})}$	(d)
$\varepsilon_t \geq 0.005$	Tension-controlled	0.90	(e)	0.90	(f)

^[1]For sections classified as transition, it shall be permitted to use ϕ corresponding to compression-controlled sections.

Fonte: ACI 318 (2014)

Observa-se que é utilizado um fator ϕ inferior para secções de compressão-controlada do que para as secções de tração-controlada, porque secções de compressão-controlada possuem menor ductilidade e são mais sensíveis às variações na resistência do concreto (ACI 318 (2014)).

O ACI 318 (2014) ainda observa que para pilares com barras armadas em espiral (forma circular) são atribuídos fator ϕ maiores do que em pilares com outros tipos de armaduras transversais, isto porque pilares com armadura transversal em espiral apresentam uma maior ductilidade e tenacidade.

Para secções dentro da região de transição, o valor de ϕ pode ser determinado por interpolação linear, como mostrado na Figura 2.42.

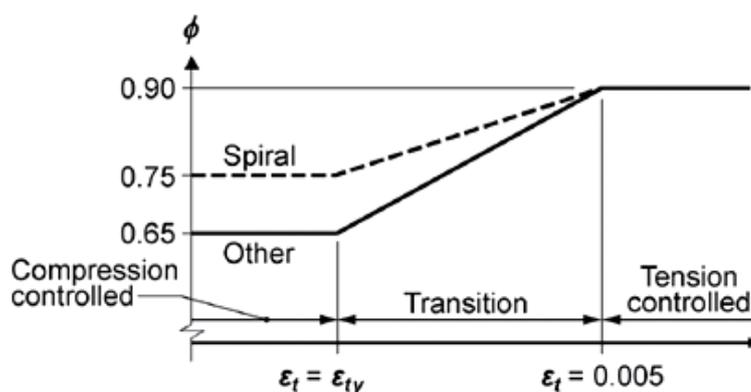


Figura 2.42 – Variação do fator de redução ϕ em função da deformação extrema ε_t

Fonte: ACI 318 (2014)

Equações de compatibilidade de deformações

As equações no Quadro 2.1 que determinam ε_{cbc} e ε_s , para o ACI 318 (2014), são resumidas nas equações (2.92) e (2.93), abaixo:

$$\varepsilon_{cbc} = 0,003 \quad (2.92)$$

sendo: ε_{cbc} : encurtamento ou alongamento da borda mais comprimida ou menos tracionada (superior) da seção de concreto.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_{cbc}}{x} \cdot (x - d_i) = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} \quad (2.93)$$

sendo: ε_{si} : deformação específica na barra extrema, mais tracionada ou menos comprimida;

$\varepsilon_{cu} = 0,003$: deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura;

$x = c$: profundidade da linha;

d_i : profundidade da barra i que se deseja determinar a deformação ε_{si} ;

$\beta_i = d_i/h$ (d_i sendo a distância do eixo da barra i até à borda mais comprimida da seção e h igual à altura da seção) e $\beta_x = \frac{x}{h}$.

2.8.4.2. EUROCODE 2 (2002)

O Eurocode 2 (2002) diz que a deformação no concreto deve ser limitada a ε_{cu2} , ou ε_{cu3} , dependendo do diagrama de tensão-deformação empregado, conforme visto na Seção 2.5.1.2. As deformações máximas na armadura passiva e também da armadura ativa devem ser iguais à respectiva deformação última do material utilizado. A distribuição de deformações considerada pela norma europeia é apresentada na Figura 2.43.

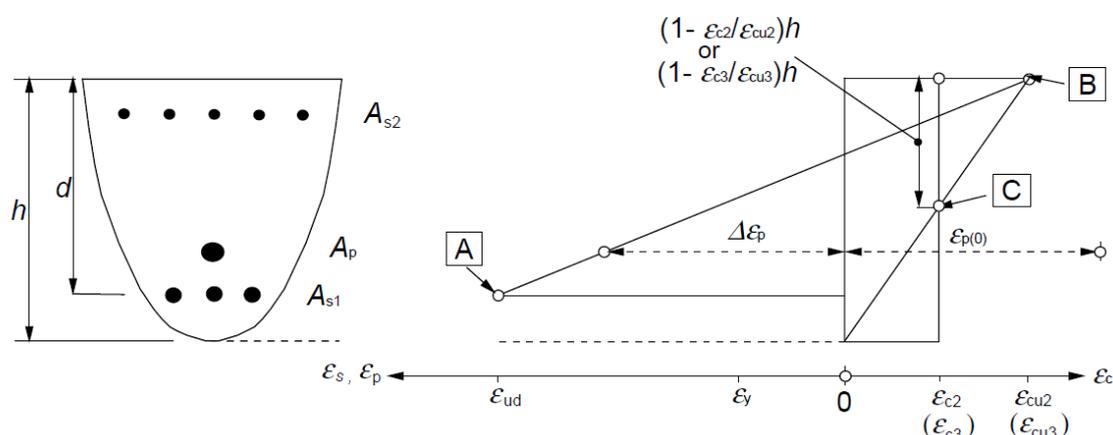


Figura 2.43 – Distribuição de deformações possíveis no estado limite último

Fonte: Eurocode 2 (2002)

Da Figura 2.43, observa-se que a distribuição de deformações do Eurocode 2 (2002) é análoga (mas não idêntica) à considerada pela ABNT NBR 6118:2014, como visto na Seção 2.1.3. Embora o Eurocode não defina de forma idêntica, à norma brasileira, os domínios de deformação, nota-se que os pontos que fixam as retas, que determinam a distribuição de deformações ao longo da altura da seção, são os mesmos da ABNT NBR 6118:2014:

A: situação última caracterizada pelo estado limite último do aço;

B: situação última caracterizada pelo estado limite do concreto com seção parcialmente comprimida;

C: situação última caracterizada pelo estado limite do concreto com seção completamente comprimida.

O Eurocode 2 (2002) observa que para seções de concreto submetidas à flexão-compressão, deve-se adotar um momento de cálculo mínimo igual a $M_d = N_d \cdot e_0$, sendo N_d a força normal de cálculo, e $e_0 = \frac{h}{30} \geq 2,0 \text{ cm}$, onde h é a altura da seção. Esta norma ainda diz que em seções transversais que são submetidas a carregamento aproximadamente concêntrico ($e/h < 0,1$), então a seção deve ser considerada completamente comprimida e com deformação no concreto, ao longo de toda a profundidade, igual a ϵ_{cu2} , ou ϵ_{cu3} , dependendo do diagrama de tensão-deformação empregado.

Equações de compatibilidade de deformações

As equações de compatibilidade para o Eurocode 2 (2002) podem ser facilmente obtidas fazendo-se a comparação entre esta norma e a ABNT NBR 6118:2014. Na Figura 2.44 são apresentadas as distribuições de deformações possíveis, no estado limite último, destas duas referências normativas.

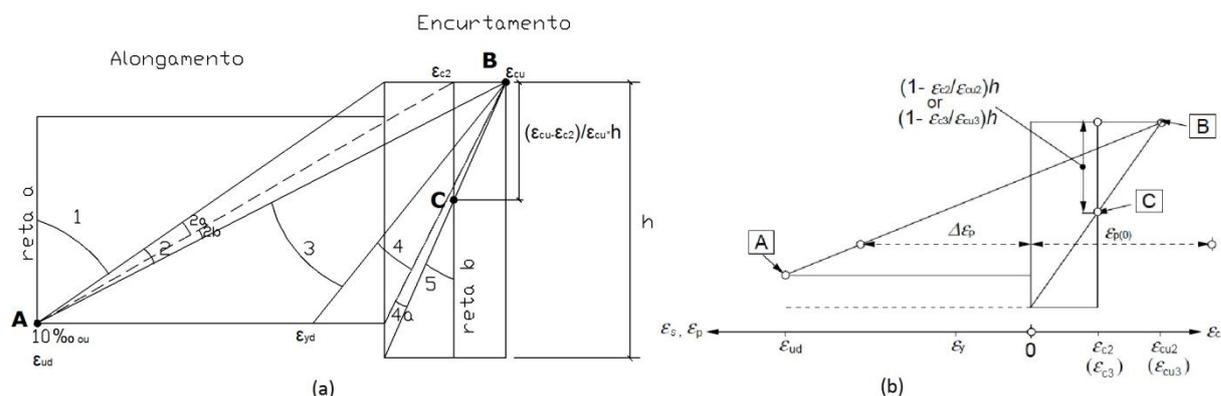


Figura 2.44 – Distribuições de deformações possíveis no estado limite último conforme: (a) ABNT NBR 6118:2014 e (b) Eurocode 2 (2002)

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 e Eurocode 2 (2002)

Da Figura 2.44 verifica-se a íntima analogia, entre as duas normas, com relação aos pontos de ruína (A, B e C) que determinam as regiões de deformações. Pode-se concluir que o formato e as considerações das duas normas quanto à distribuição de deformações, das duas normas, são os mesmos, com exceção para os valores de alguns limites últimos do material.

No Quadro 2.6 são apresentadas equivalências de significados das variáveis utilizadas pela ABNT NBR 6118:2014 e pelo Eurocode 2 (2002).

ABNT NBR 6118:2014	Eurocode 2 (2002)
ϵ_{c2}	$\epsilon_{c2} (\epsilon_{c3})$
ϵ_{cu}	$\epsilon_{cu2} (\epsilon_{cu3})$
ϵ_{yd}	ϵ_y
ϵ_{ud}	ϵ_{ud}

Quadro 2.6 – Correspondências de significados entre variáveis da ABNT NBR 6118:2014 e do Eurocode 2 (2002)

Fonte: ABNT NBR 6118:2014 e Eurocode 2 (2002)

Assim, tendo em vista as equivalências citadas, então as expressões do Quadro 2.1, que determinam as deformações da fibra de concreto mais comprimida (ε_{cbc}) e de cada barra de aço (ε_s), flexo-compressão, podem ser definidas para o Eurocode 2 (2002). Estas novas expressões são como apresentadas no Quadro 2.7, para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo (Figura 2.16), e no Quadro 2.8, para os diagramas bi-linear (Figura 2.17) e retangular (Figura 2.18).

Domínios	Limites das regiões	ε_{cbc} (‰)	ε_s (‰)
(Região III)	$\beta_x \leq \frac{\varepsilon_{cu2}}{(\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{ud})}$	$\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{ud} \cdot \beta_x}{(1 - \beta_x)}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
(Região II)	$\frac{\varepsilon_{cu2}}{(\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{ud})} < \beta_x \leq 1$	$\varepsilon_{cbc} = \varepsilon_{cu2}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu2} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
(Região I)	$1 < \beta_x$	$\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{c2} \cdot \varepsilon_{cu2} \cdot \beta_x}{[\varepsilon_{cu2} \cdot \beta_x - (\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2})]}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
Obs.: $\beta_x = x/h$ $\beta_i = d_i/h$ (com d_i : distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção. Demais variáveis, como definidas anteriormente.			

Quadro 2.7 – Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço conforme o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo (Figura 2.16)

Domínios	Limites das regiões	ε_{cbc} (‰)	ε_s (‰)
(Região III)	$\beta_x \leq \frac{\varepsilon_{cu3}}{(\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{ud})}$	$\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{ud} \cdot \beta_x}{(1 - \beta_x)}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
(Região II)	$\frac{\varepsilon_{cu3}}{(\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{ud})} < \beta_x \leq 1$	$\varepsilon_{cbc} = \varepsilon_{cu3}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
(Região I)	$1 < \beta_x$	$\varepsilon_{cbc} = \frac{\varepsilon_{c3} \cdot \varepsilon_{cu3} \cdot \beta_x}{[\varepsilon_{cu3} \cdot \beta_x - (\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3})]}$	$\varepsilon_s = \varepsilon_{cbc} \cdot \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x}$
Obs.: $\beta_x = x/h$ $\beta_i = d_i/h$ (com d_i : distância do eixo da barra i até a borda mais comprimida da seção.) Demais variáveis, como definidas anteriormente.			

Quadro 2.8 – Expressões para determinação das deformações da fibra de concreto mais comprimida e de uma dada barra aço conforme o Eurocode 2 (2002) para os diagramas bi-linear (Figura 2.17) e retangular (Figura 2.18)

2.8.4.3. Model Code (2010)

As considerações do Model Code (2010) com relação à distribuição de deformações são idênticas às aplicadas pelo Eurocode 2 (2002). Não se faz necessário, portanto, a apresentação destas, novamente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1. PROGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO

3.1.1. Generalidades a respeito do programa computacional

Como já mencionado anteriormente, o programa computacional, denominado por PILAR_OBLIQUA, foi desenvolvido fazendo-se uso do MATLAB R2009a, sendo o algoritmo de cálculo fundamentado, dentre outras referências, principalmente por Santos (1994). A princípio, empregaram-se os limites de deformação e os diagramas tensão-deformação parábola-retângulo e retangular, conforme os critérios da ABNT NBR 6118:2014. Por seguinte, fizeram-se as adequações para incorporar ao programa computacional as demais normas citadas neste trabalho.

Para o caso do Eurocode 2 (2002), as alterações no algoritmo de cálculo foram bem pequenas, sendo necessários apenas alguns ajustes nas considerações das relações tensão-deformação (parábola-retângulo e retangular) e também nas formas de distribuição de deformações e tensões. Já para o caso do ACI 318 (2014), as mudanças foram um pouco mais significativas nestes tópicos, sendo ainda introduzidos alguns termos adicionais, como é o caso do coeficiente de redução (ϕ). Todos esses procedimentos foram melhor discutidos anteriormente.

A Figura 3.1 apresenta a interface gráfica geral do programa "PILAR_OBLÍQUA". De forma breve, as funções dos campos de cada região numerada são descritas logo abaixo:

- Região 1 (em verde): onde são introduzidos os dados referentes à geometria da seção e aos diâmetros e posições das barras de aço. Os campos “DADOS DA SEÇÃO”, “Seção do elemento estrutural” e também a tabela de armaduras são gerados pelo próprio programa;
- Região 2 (em vermelho): recebe os dados referentes às propriedades mecânicas dos materiais (resistência característica, módulo de elasticidade, coeficientes de minoração etc.);
- Região 3 (em azul): campos onde são informados os valores dos esforços solicitantes de cálculo (N_d , M_{dx} , M_{dy}), considerando os efeitos de 2ª ordem, e, também, os critérios de cálculo da norma (da ABNT, do Eurocode ou do ACI) considerada. Em especial, para o Eurocode, foi colocada uma caixa de seleção

para considerar ou não o anexo nacional do Reino Unido (*UK National Annex*). Vale lembrar que a única alteração para o “*UK National Annex*” se dá no coeficiente α_{cc} da equação da tensão de cálculo do concreto, como na Equação (2.16);

- Região 4 (em preto): onde é apresentado parte dos dados de saída processados pelo programa. Nesta região consta uma tabela que mostra, para cada ângulo α da linha neutra e seu respectivo valor de β_x (que equilibra N_d e N_R), os valores de momentos resistentes (M_{Rx} e M_{Ry}) da seção do pilar, como no extrato de um exemplo de tabela mostrado na Figura 3.2. Para esses pares de momentos resistentes é gerada uma envoltória de resistência (em uma figura fora da interface geral do programa), como no exemplo da Figura 3.3. Ainda na região 4 é mostrado o resultado da verificação da capacidade resistente do pilar, por uma mensagem no campo "Verificação", indicando se ele suporta ou não os esforços solicitantes. Quando o pilar se quer suportar a força normal aplicada, então não é produzida a envoltória de resistência e a mensagem informada é que a força N_d é superior à força normal máxima ($N_{d,max}$) suportada pela seção.

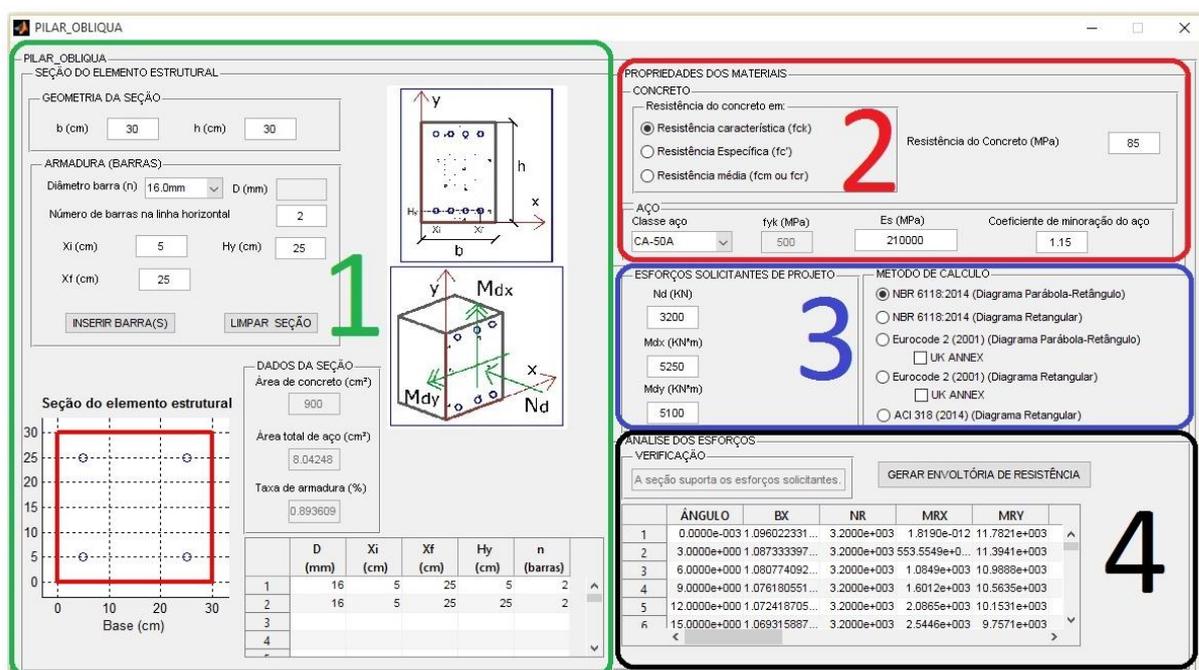


Figura 3.1 - Interface gráfica geral do programa PILAR_OBLÍQUA

	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e-003	1.096022331...	3.2000e+003	1.8190e-012	11.7821e+003
2	3.0000e+000	1.087333397...	3.2000e+003	553.5549e+0...	11.3941e+003
3	6.0000e+000	1.080774092...	3.2000e+003	1.0849e+003	10.9888e+003
4	9.0000e+000	1.076180551...	3.2000e+003	1.6012e+003	10.5635e+003
5	12.0000e+000	1.072418705...	3.2000e+003	2.0865e+003	10.1531e+003
6	15.0000e+000	1.069315887...	3.2000e+003	2.5446e+003	9.7571e+003

Figura 3.2 - Parte de uma tabela de resultados com os valores de α , β_x , M_{Rx} e M_{Ry}

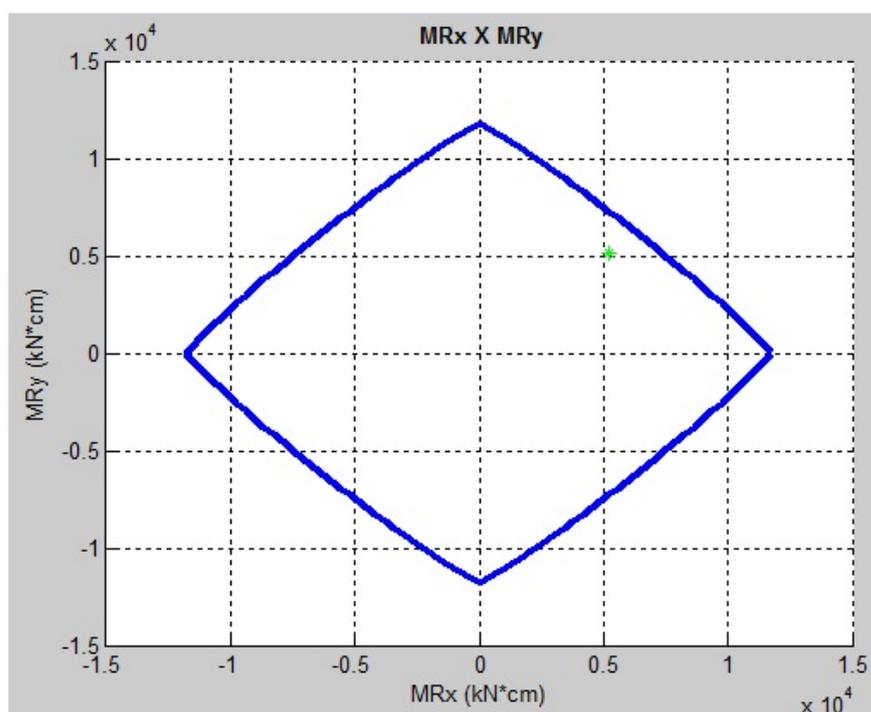


Figura 3.3 - Exemplo de envoltória de resistência para uma seção retangular com par de momentos solicitantes representado pelo “*” em verde

3.1.2. Análise do programa computacional

3.1.2.1. ABNT NBR 6118:2014

Diagrama tensão-deformação parábola-retângulo

Para o caso em que se emprega o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo, da ABNT NBR 6118:2014, comparam-se os resultados produzidos pelo programa computacional

desenvolvida (PILAR_OBLIQUA) com os obtidos pelo programa OblqCALCO, fruto do trabalho de mestrado de Silva (2015).

O OblqCALCO trata-se de um programa computacional, livre e gratuito, para a análise e verificação de estado-limite último e de serviço de seções de concreto armado e protendido com forma poligonal submetidas à flexão composta oblíqua. No desenvolvimento desse programa considerou-se exclusivamente, para a relação tensão-deformação, a curva descrita pelo diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014 (SILVA, 2015).

É importante observar que as convenções adotadas para os momentos pelos dois programas são diferentes. Enquanto que para o PILAR_OBLIQUA a direção do momento corresponde à direção da excentricidade, para o OblqCALCO o momento é dito em torno do eixo OX ou em torno do eixo OY . Assim, M_{Rx} e M_{Ry} do PILAR_OBLIQUA correspondem respectivamente ao M_{Ry} (chamado de $M_{d,yy}$) e M_{Rx} (chamado de $M_{d,xx}$) do OblqCALCO. Logo, foram feitos ajustes (inversões de nomenclaturas) nos resultados produzidos pelo OblqCALCO antes de serem comparados com os resultados do PILAR_OBLIQUA.

Simulando, com os dois programas computacionais citados, algumas seções aleatórias, para diferentes configurações de armaduras, intensidades de resistências características do concreto à compressão e esforços normais atuantes, verificou-se que as diferenças percentuais entre os valores de momentos resistentes, obtidos pelos dois programas, são muito pequenas. Na Figura 3.4 tem-se a configuração da seção genérica dos pilares simulados.

Na Tabela 3.1 são apresentados os valores das variáveis identificadas na Figura 3.4 para três pilares simulados.

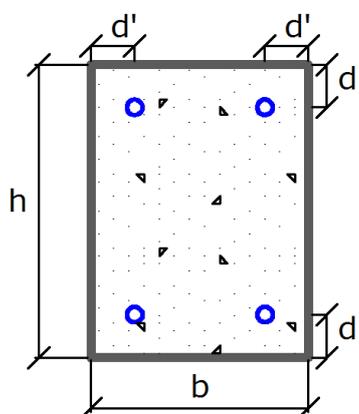


Figura 3.4 – Seção genérica dos pilares utilizados na verificação da relação tensão-deformação na forma parábola-retângulo

Tabela 3.1 – Pilares utilizados na verificação da relação tensão-deformação na forma parábola-retângulo (ABNT NBR 6118:2014)

Pilar	Seções		f_{ck} (MPa)	Armadura longitudinal	d' (cm)	f_y (MPa)	E_s (GPa)	N_d (kN)
	b (cm)	h (cm)		Qtde e ϕ (mm)				
P1	20,00	50,00	55,00	4 ϕ 16,0	4,00	500,00	210,00	1800,00
P2	30,00	30,00	85,00	4 ϕ 16,0	5,00	500,00	210,00	2000,00
P3	20,00	20,00	45,00	4 ϕ 20,0	4,00	500,00	210,00	700,00

Obs.: N_d corresponde à força de cálculo atuante, que deverá ser equilibrada pela força normal resistente N_{Rd} , a qual está relacionada uma envoltória de momentos resistentes.

Os resultados obtidos, em termos gráficos, são mostrados na Figura 3.7. Nota-se que, em face da grande proximidade dos resultados, fica até difícil diferenciar uma curva da outra. Por isto, nas tabelas a seguir (Tabela 3.2, Tabela 3.3 e Tabela 3.4) são apresentados os resultados em termos numéricos para os momentos resistentes. Nota-se que os resultados em questão apresentaram diferenças, na maioria dos casos, menores que 0,05%, resultado este muito satisfatório.

Uma exemplo de cada interface gráfica, do programa PILAR_OBLIQUA e também do OblqCALCO, aplicados para o Pilar 2, são apresentados na Figura 3.5 e Figura 3.6, respectivamente.

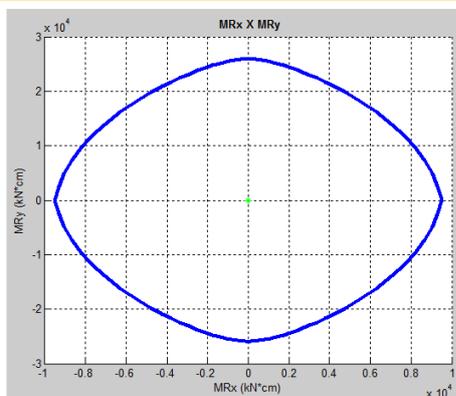
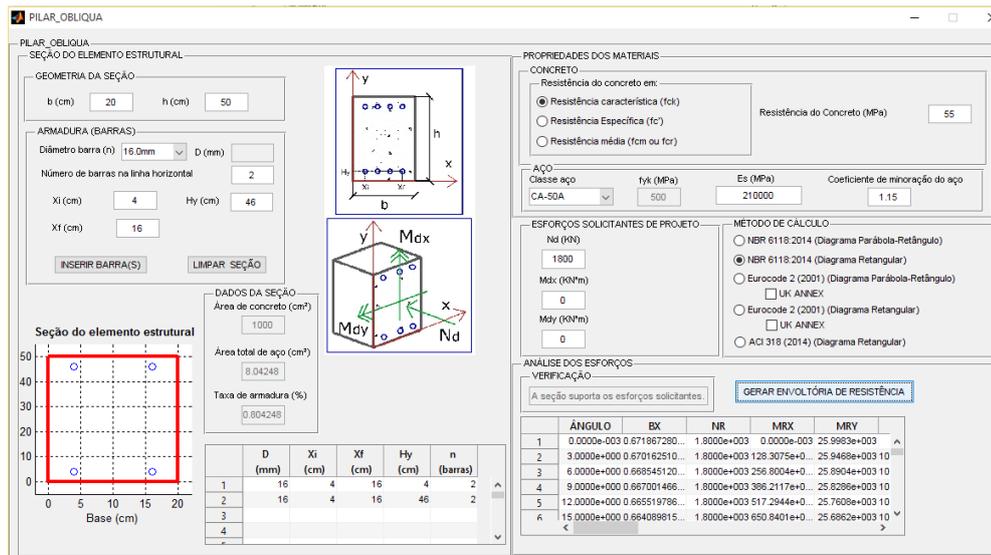


Figura 3.5 – Exemplo de interface gráfica do programa PILAR_OBLIQUA com os resultados obtidos para o Pilar 1

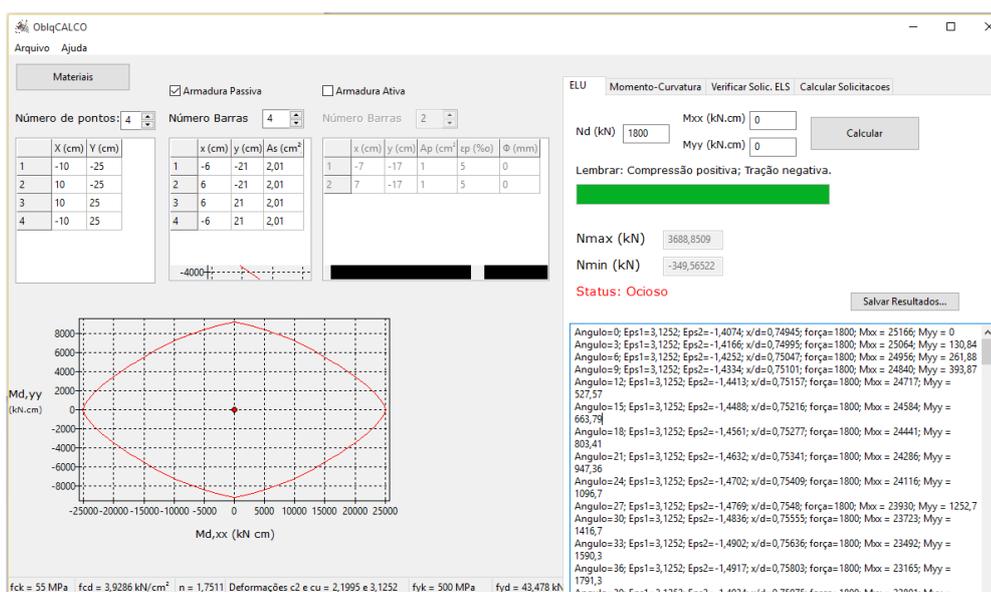
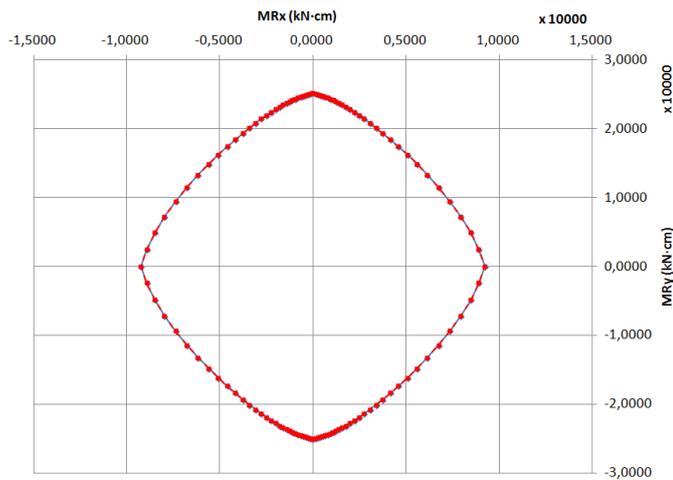
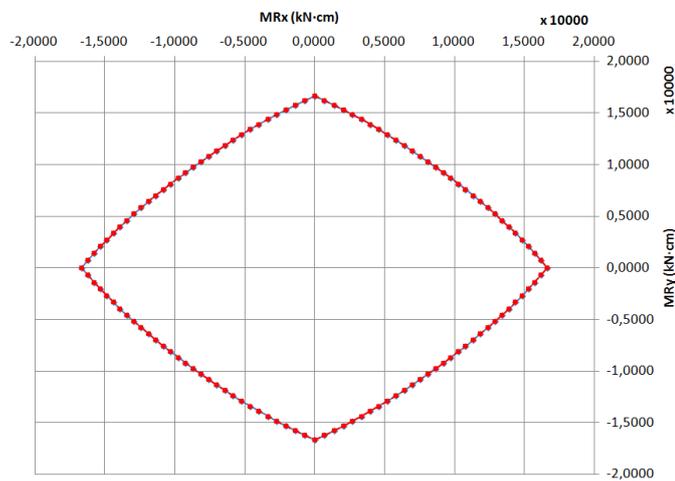


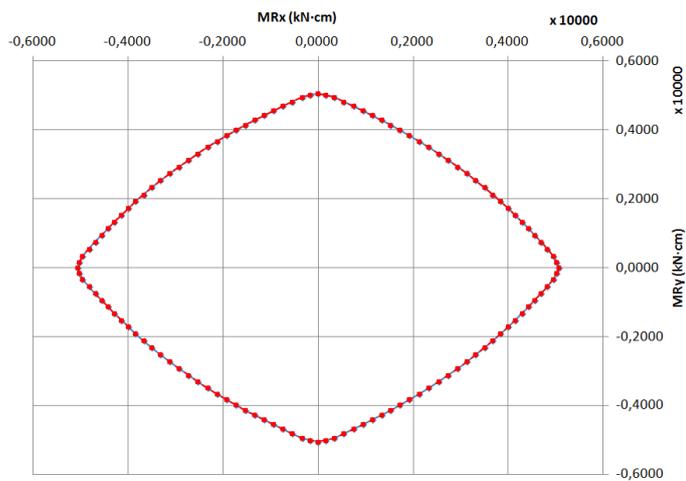
Figura 3.6 – Exemplo de interface gráfica do programa ObliqCALCO com os resultados obtidos para o Pilar 1



(a) PILAR 1 - Envoltória de resistência: MRx x MRy



(b) PILAR 2 - Envoltória de resistência: MRx x MRy



(c) PILAR 3 - Envoltória de resistência: MRx x MRy

Legenda



Figura 3.7 – Envoltórias de resistência obtidas pelos programas PILAR_OBLIQUA e ObliqCALCO para o diagrama parábola-retângulo

Tabela 3.2 – Resultados obtidos para o Pilar 1 quando aplicado o OblqCALCO e o PILAR_OBLIQUA para a tensão-deformação na forma parábola-retângulo

α (°)	PILAR 1				α (°)	PILAR 1			
	OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA			OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)		MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)
0,00	0,0000	25166,0000	0,0000	25167,0000	183,00	-130,8400	-25064,0000	-130,8433	-25065,0000
3,00	130,8400	25064,0000	130,8433	25065,0000	186,00	-261,8800	-24956,0000	-261,8855	-24956,0000
6,00	261,8800	24956,0000	261,8855	24956,0000	189,00	-393,8700	-24840,0000	-393,8742	-24841,0000
9,00	393,8700	24840,0000	393,8742	24841,0000	192,00	-527,5700	-24717,0000	-527,5781	-24718,0000
12,00	527,5700	24717,0000	527,5781	24718,0000	195,00	-663,7900	-24584,0000	-663,8052	-24585,0000
15,00	663,7900	24584,0000	663,8052	24585,0000	198,00	-803,4100	-24441,0000	-803,4233	-24442,0000
18,00	803,4100	24441,0000	803,4233	24442,0000	201,00	-947,3600	-24286,0000	-947,3834	-24287,0000
21,00	947,3600	24286,0000	947,3834	24287,0000	204,00	-1096,7000	-24116,0000	-1096,7000	-24117,0000
24,00	1096,7000	24116,0000	1096,7000	24117,0000	207,00	-1252,7000	-23930,0000	-1252,7000	-23930,0000
27,00	1252,7000	23930,0000	1252,7000	23930,0000	210,00	-1416,7000	-23723,0000	-1416,7000	-23723,0000
30,00	1416,7000	23723,0000	1416,7000	23723,0000	213,00	-1590,3000	-23492,0000	-1590,4000	-23494,0000
33,00	1590,3000	23492,0000	1590,4000	23494,0000	216,00	-1791,3000	-23165,0000	-1791,3000	-23165,0000
36,00	1791,3000	23165,0000	1791,3000	23165,0000	219,00	-2006,4000	-22801,0000	-2006,4000	-22801,0000
39,00	2006,4000	22801,0000	2006,4000	22801,0000	222,00	-2238,1000	-22395,0000	-2238,1000	-22394,0000
42,00	2238,1000	22395,0000	2238,1000	22394,0000	225,00	-2489,2000	-21936,0000	-2489,2000	-21936,0000
45,00	2489,2000	21936,0000	2489,2000	21936,0000	228,00	-2763,6000	-21416,0000	-2763,6000	-21416,0000
48,00	2763,6000	21416,0000	2763,6000	21416,0000	231,00	-3065,7000	-20818,0000	-3065,8000	-20820,0000
51,00	3065,7000	20818,0000	3065,8000	20820,0000	234,00	-3399,4000	-20130,0000	-3399,5000	-20131,0000
54,00	3399,4000	20130,0000	3399,5000	20131,0000	237,00	-3765,6000	-19339,0000	-3765,7000	-19340,0000
57,00	3765,6000	19339,0000	3765,7000	19340,0000	240,00	-4165,9000	-18434,0000	-4166,1000	-18435,0000
60,00	4165,9000	18434,0000	4166,1000	18435,0000	243,00	-4602,7000	-17398,0000	-4602,8000	-17399,0000
63,00	4602,7000	17398,0000	4602,8000	17399,0000	246,00	-5078,4000	-16210,0000	-5078,6000	-16211,0000
66,00	5078,4000	16210,0000	5078,6000	16211,0000	249,00	-5595,3000	-14844,0000	-5595,5000	-14845,0000
69,00	5595,3000	14844,0000	5595,5000	14845,0000	252,00	-6153,6000	-13274,0000	-6153,9000	-13275,0000
72,00	6153,6000	13274,0000	6153,9000	13275,0000	255,00	-6749,0000	-11471,0000	-6749,3000	-11471,0000
75,00	6749,0000	11471,0000	6749,3000	11471,0000	258,00	-7364,5000	-9425,4000	-7364,8000	-9426,1000
78,00	7364,5000	9425,4000	7364,8000	9426,1000	261,00	-7953,6000	-7204,8000	-7953,5000	-7205,0000
81,00	7953,6000	7204,8000	7953,5000	7205,0000	264,00	-8474,0000	-4879,2000	-8474,0000	-4879,3000
84,00	8474,0000	4879,2000	8474,0000	4879,3000	267,00	-8909,3000	-2455,3000	-8909,5000	-2455,4000
87,00	8909,3000	2455,3000	8909,5000	2455,4000	270,00	-9229,9000	0,0000	-9230,2000	0,0000
90,00	9229,9000	0,0000	9230,2000	0,0000	273,00	-8909,3000	2455,3000	-8909,5000	2455,4000
93,00	8909,3000	-2455,3000	8909,5000	-2455,4000	276,00	-8474,0000	4879,2000	-8474,0000	4879,3000
96,00	8474,0000	-4879,2000	8474,0000	-4879,3000	279,00	-7953,6000	7204,8000	-7953,5000	7205,0000
99,00	7953,6000	-7204,8000	7953,5000	-7205,0000	282,00	-7364,5000	9425,4000	-7364,8000	9426,1000
102,00	7364,5000	-9425,4000	7364,8000	-9426,1000	285,00	-6749,0000	11471,0000	-6749,3000	11471,0000
105,00	6749,0000	-11471,0000	6749,3000	-11471,0000	288,00	-6153,6000	13274,0000	-6153,9000	13275,0000
108,00	6153,6000	-13274,0000	6153,9000	-13275,0000	291,00	-5595,3000	14844,0000	-5595,5000	14845,0000
111,00	5595,3000	-14844,0000	5595,5000	-14845,0000	294,00	-5078,4000	16210,0000	-5078,6000	16211,0000
114,00	5078,4000	-16210,0000	5078,6000	-16211,0000	297,00	-4602,7000	17398,0000	-4602,8000	17399,0000
117,00	4602,7000	-17398,0000	4602,8000	-17399,0000	300,00	-4165,9000	18434,0000	-4166,1000	18435,0000
120,00	4165,9000	-18434,0000	4166,1000	-18435,0000	303,00	-3765,6000	19339,0000	-3765,7000	19340,0000
123,00	3765,6000	-19339,0000	3765,7000	-19340,0000	306,00	-3399,4000	20130,0000	-3399,5000	20131,0000
126,00	3399,4000	-20130,0000	3399,5000	-20131,0000	309,00	-3065,7000	20818,0000	-3065,8000	20820,0000
129,00	3065,7000	-20818,0000	3065,8000	-20820,0000	312,00	-2763,6000	21416,0000	-2763,6000	21416,0000
132,00	2763,6000	-21416,0000	2763,6000	-21416,0000	315,00	-2489,2000	21936,0000	-2489,2000	21936,0000
135,00	2489,2000	-21936,0000	2489,2000	-21936,0000	318,00	-2238,1000	22395,0000	-2238,1000	22394,0000
138,00	2238,1000	-22395,0000	2238,1000	-22394,0000	321,00	-2006,4000	22801,0000	-2006,4000	22801,0000
141,00	2006,4000	-22801,0000	2006,4000	-22801,0000	324,00	-1791,3000	23165,0000	-1791,3000	23165,0000
144,00	1791,3000	-23165,0000	1791,3000	-23165,0000	327,00	-1590,3000	23492,0000	-1590,4000	23494,0000
147,00	1590,3000	-23492,0000	1590,4000	-23494,0000	330,00	-1416,7000	23723,0000	-1416,7000	23723,0000
150,00	1416,7000	-23723,0000	1416,7000	-23723,0000	333,00	-1252,7000	23930,0000	-1252,7000	23930,0000
153,00	1252,7000	-23930,0000	1252,7000	-23930,0000	336,00	-1096,7000	24116,0000	-1096,7000	24117,0000
156,00	1096,7000	-24116,0000	1096,7000	-24117,0000	339,00	-947,3600	24286,0000	-947,3834	24287,0000
159,00	947,3600	-24286,0000	947,3834	-24287,0000	342,00	-803,4100	24441,0000	-803,4233	24442,0000
162,00	803,4100	-24441,0000	803,4233	-24442,0000	345,00	-663,7900	24584,0000	-663,8052	24585,0000
165,00	663,7900	-24584,0000	663,8052	-24585,0000	348,00	-527,5700	24717,0000	-527,5781	24718,0000
168,00	527,5700	-24717,0000	527,5781	-24718,0000	351,00	-393,8700	24840,0000	-393,8742	24841,0000
171,00	393,8700	-24840,0000	393,8742	-24841,0000	354,00	-261,8800	24956,0000	-261,8855	24956,0000
174,00	261,8800	-24956,0000	261,8855	-24956,0000	357,00	-130,8400	25064,0000	-130,8433	25065,0000
177,00	130,8400	-25064,0000	130,8433	-25065,0000	360,00	0,0000	25166,0000	0,0000	25167,0000
180,00	0,0000	-25166,0000	0,0000	-25167,0000					

Tabela 3.3 – Resultados obtidos para o Pilar 2 quando aplicado o OblqCALCO e o PILAR_OBLIQUA para a tensão-deformação na forma parábola-retângulo

α (°)	PILAR 2				α (°)	PILAR 2			
	OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA			OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)		MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)
0,00	0,0000	16646,0000	0,0000	16646,0000	183,00	-710,4600	-16204,0000	-710,4777	-16204,0000
3,00	710,4600	16204,0000	710,4777	16204,0000	186,00	-1397,4000	-15753,0000	-1397,4000	-15753,0000
6,00	1397,4000	15753,0000	1397,4000	15753,0000	189,00	-2062,4000	-15298,0000	-2062,5000	-15299,0000
9,00	2062,4000	15298,0000	2062,5000	15299,0000	192,00	-2709,7000	-14839,0000	-2709,8000	-14839,0000
12,00	2709,7000	14839,0000	2709,8000	14839,0000	195,00	-3343,7000	-14373,0000	-3343,9000	-14373,0000
15,00	3343,7000	14373,0000	3343,9000	14373,0000	198,00	-3968,7000	-13897,0000	-3968,9000	-13897,0000
18,00	3968,7000	13897,0000	3968,9000	13897,0000	201,00	-4588,8000	-13407,0000	-4589,0000	-13407,0000
21,00	4588,8000	13407,0000	4589,0000	13407,0000	204,00	-5206,8000	-12900,0000	-5207,0000	-12900,0000
24,00	5206,8000	12900,0000	5207,0000	12900,0000	207,00	-5816,5000	-12382,0000	-5816,7000	-12382,0000
27,00	5816,5000	12382,0000	5816,7000	12382,0000	210,00	-6413,0000	-11859,0000	-6413,2000	-11859,0000
30,00	6413,0000	11859,0000	6413,2000	11859,0000	213,00	-6995,5000	-11334,0000	-6995,8000	-11334,0000
33,00	6995,5000	11334,0000	6995,8000	11334,0000	216,00	-7565,0000	-10807,0000	-7565,3000	-10808,0000
36,00	7565,0000	10807,0000	7565,3000	10808,0000	219,00	-8123,2000	-10279,0000	-8123,5000	-10280,0000
39,00	8123,2000	10279,0000	8123,5000	10280,0000	222,00	-8671,8000	-9748,1000	-8672,2000	-9748,5000
42,00	8671,8000	9748,1000	8672,2000	9748,5000	225,00	-9212,9000	-9212,9000	-9213,3000	-9213,3000
45,00	9212,9000	9212,9000	9213,3000	9213,3000	228,00	-9748,1000	-8671,8000	-9748,5000	-8672,2000
48,00	9748,1000	8671,8000	9748,5000	8672,2000	231,00	-10279,0000	-8123,2000	-10280,0000	-8123,5000
51,00	10279,0000	8123,2000	10280,0000	8123,5000	234,00	-10807,0000	-7565,0000	-10808,0000	-7565,3000
54,00	10807,0000	7565,0000	10808,0000	7565,3000	237,00	-11334,0000	-6995,5000	-11334,0000	-6995,8000
57,00	11334,0000	6995,5000	11334,0000	6995,8000	240,00	-11859,0000	-6413,0000	-11859,0000	-6413,2000
60,00	11859,0000	6413,0000	11859,0000	6413,2000	243,00	-12382,0000	-5816,5000	-12382,0000	-5816,7000
63,00	12382,0000	5816,5000	12382,0000	5816,7000	246,00	-12900,0000	-5206,8000	-12900,0000	-5207,0000
66,00	12900,0000	5206,8000	12900,0000	5207,0000	249,00	-13407,0000	-4588,8000	-13407,0000	-4589,0000
69,00	13407,0000	4588,8000	13407,0000	4589,0000	252,00	-13897,0000	-3968,7000	-13897,0000	-3968,9000
72,00	13897,0000	3968,7000	13897,0000	3968,9000	255,00	-14373,0000	-3343,7000	-14373,0000	-3343,9000
75,00	14373,0000	3343,7000	14373,0000	3343,9000	258,00	-14839,0000	-2709,7000	-14839,0000	-2709,8000
78,00	14839,0000	2709,7000	14839,0000	2709,8000	261,00	-15298,0000	-2062,4000	-15299,0000	-2062,5000
81,00	15298,0000	2062,4000	15299,0000	2062,5000	264,00	-15753,0000	-1397,4000	-15753,0000	-1397,4000
84,00	15753,0000	1397,4000	15753,0000	1397,4000	267,00	-16204,0000	-710,4600	-16204,0000	-710,4777
87,00	16204,0000	710,4600	16204,0000	710,4777	270,00	-16646,0000	0,0000	-16646,0000	0,0000
90,00	16646,0000	0,0000	16646,0000	0,0000	273,00	-16204,0000	710,4600	-16204,0000	710,4777
93,00	16204,0000	-710,4600	16204,0000	-710,4777	276,00	-15753,0000	1397,4000	-15753,0000	1397,4000
96,00	15753,0000	-1397,4000	15753,0000	-1397,4000	279,00	-15298,0000	2062,4000	-15299,0000	2062,5000
99,00	15298,0000	-2062,4000	15299,0000	-2062,5000	282,00	-14839,0000	2709,7000	-14839,0000	2709,8000
102,00	14839,0000	-2709,7000	14839,0000	-2709,8000	285,00	-14373,0000	3343,7000	-14373,0000	3343,9000
105,00	14373,0000	-3343,7000	14373,0000	-3343,9000	288,00	-13897,0000	3968,7000	-13897,0000	3968,9000
108,00	13897,0000	-3968,7000	13897,0000	-3968,9000	291,00	-13407,0000	4588,8000	-13407,0000	4589,0000
111,00	13407,0000	-4588,8000	13407,0000	-4589,0000	294,00	-12900,0000	5206,8000	-12900,0000	5207,0000
114,00	12900,0000	-5206,8000	12900,0000	-5207,0000	297,00	-12382,0000	5816,5000	-12382,0000	5816,7000
117,00	12382,0000	-5816,5000	12382,0000	-5816,7000	300,00	-11859,0000	6413,0000	-11859,0000	6413,2000
120,00	11859,0000	-6413,0000	11859,0000	-6413,2000	303,00	-11334,0000	6995,5000	-11334,0000	6995,8000
123,00	11334,0000	-6995,5000	11334,0000	-6995,8000	306,00	-10807,0000	7565,0000	-10808,0000	7565,3000
126,00	10807,0000	-7565,0000	10808,0000	-7565,3000	309,00	-10279,0000	8123,2000	-10280,0000	8123,5000
129,00	10279,0000	-8123,2000	10280,0000	-8123,5000	312,00	-9748,1000	8671,8000	-9748,5000	8672,2000
132,00	9748,1000	-8671,8000	9748,5000	-8672,2000	315,00	-9212,9000	9212,9000	-9213,3000	9213,3000
135,00	9212,9000	-9212,9000	9213,3000	-9213,3000	318,00	-8671,8000	9748,1000	-8672,2000	9748,5000
138,00	8671,8000	-9748,1000	8672,2000	-9748,5000	321,00	-8123,2000	10279,0000	-8123,5000	10280,0000
141,00	8123,2000	-10279,0000	8123,5000	-10280,0000	324,00	-7565,0000	10807,0000	-7565,3000	10808,0000
144,00	7565,0000	-10807,0000	7565,3000	-10808,0000	327,00	-6995,5000	11334,0000	-6995,8000	11334,0000
147,00	6995,5000	-11334,0000	6995,8000	-11334,0000	330,00	-6413,0000	11859,0000	-6413,2000	11859,0000
150,00	6413,0000	-11859,0000	6413,2000	-11859,0000	333,00	-5816,5000	12382,0000	-5816,7000	12382,0000
153,00	5816,5000	-12382,0000	5816,7000	-12382,0000	336,00	-5206,8000	12900,0000	-5207,0000	12900,0000
156,00	5206,8000	-12900,0000	5207,0000	-12900,0000	339,00	-4588,8000	13407,0000	-4589,0000	13407,0000
159,00	4588,8000	-13407,0000	4589,0000	-13407,0000	342,00	-3968,7000	13897,0000	-3968,9000	13897,0000
162,00	3968,7000	-13897,0000	3968,9000	-13897,0000	345,00	-3343,7000	14373,0000	-3343,9000	14373,0000
165,00	3343,7000	-14373,0000	3343,9000	-14373,0000	348,00	-2709,7000	14839,0000	-2709,8000	14839,0000
168,00	2709,7000	-14839,0000	2709,8000	-14839,0000	351,00	-2062,4000	15298,0000	-2062,5000	15299,0000
171,00	2062,4000	-15298,0000	2062,5000	-15299,0000	354,00	-1397,4000	15753,0000	-1397,4000	15753,0000
174,00	1397,4000	-15753,0000	1397,4000	-15753,0000	357,00	-710,4600	16204,0000	-710,4777	16204,0000
177,00	710,4600	-16204,0000	710,4777	-16204,0000	360,00	0,0000	16646,0000	0,0000	16646,0000
180,00	0,0000	-16646,0000	0,0000	-16646,0000					

Tabela 3.4 – Resultados obtidos para o Pilar 3 quando aplicado o OblqCALCO e o PILAR_OBLIQUA para a tensão-deformação na forma parábola-retângulo

α (°)	PILAR 3				α (°)	PILAR 3			
	OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA			OblqCALCO		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)		MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)
0,00	0,0000	5058,7000	0,0000	5058,7000	183,00	-162,1600	-5018,3000	-162,1562	-5018,2000
3,00	162,1600	5018,3000	162,1562	5018,2000	186,00	-331,7200	-4954,9000	-331,6549	-4954,6000
6,00	331,7200	4954,9000	331,6549	4954,6000	189,00	-541,0000	-4820,6000	-540,9386	-4820,4000
9,00	541,0000	4820,6000	540,9386	4820,4000	192,00	-743,6700	-4688,5000	-743,5958	-4688,2000
12,00	743,6700	4688,5000	743,5958	4688,2000	195,00	-941,7000	-4556,6000	-941,6193	-4556,3000
15,00	941,7000	4556,6000	941,6193	4556,3000	198,00	-1136,9000	-4423,1000	-1136,8000	-4422,9000
18,00	1136,9000	4423,1000	1136,8000	4422,9000	201,00	-1330,9000	-4286,2000	-1330,8000	-4286,0000
21,00	1330,9000	4286,2000	1330,8000	4286,0000	204,00	-1525,3000	-4144,0000	-1525,2000	-4143,8000
24,00	1525,3000	4144,0000	1525,2000	4143,8000	207,00	-1721,1000	-3995,2000	-1721,0000	-3995,0000
27,00	1721,1000	3995,2000	1721,0000	3995,0000	210,00	-1919,5000	-3838,4000	-1919,4000	-3838,2000
30,00	1919,5000	3838,4000	1919,4000	3838,2000	213,00	-2121,3000	-3672,2000	-2121,2000	-3672,0000
33,00	2121,3000	3672,2000	2121,2000	3672,0000	216,00	-2325,6000	-3496,7000	-2325,4000	-3496,5000
36,00	2325,6000	3496,7000	2325,4000	3496,5000	219,00	-2529,6000	-3313,7000	-2529,6000	-3313,7000
39,00	2529,6000	3313,7000	2529,6000	3313,7000	222,00	-2731,6000	-3124,5000	-2731,6000	-3124,5000
42,00	2731,6000	3124,5000	2731,6000	3124,5000	225,00	-2930,2000	-2930,2000	-2930,2000	-2930,2000
45,00	2930,2000	2930,2000	2930,2000	2930,2000	228,00	-3124,5000	-2731,6000	-3124,5000	-2731,6000
48,00	3124,5000	2731,6000	3124,5000	2731,6000	231,00	-3313,7000	-2529,6000	-3313,7000	-2529,6000
51,00	3313,7000	2529,6000	3313,7000	2529,6000	234,00	-3496,7000	-2325,6000	-3496,5000	-2325,4000
54,00	3496,7000	2325,6000	3496,5000	2325,4000	237,00	-3672,2000	-2121,3000	-3672,0000	-2121,2000
57,00	3672,2000	2121,3000	3672,0000	2121,2000	240,00	-3838,4000	-1919,5000	-3838,2000	-1919,4000
60,00	3838,4000	1919,5000	3838,2000	1919,4000	243,00	-3995,2000	-1721,1000	-3995,0000	-1721,0000
63,00	3995,2000	1721,1000	3995,0000	1721,0000	246,00	-4144,0000	-1525,3000	-4143,8000	-1525,2000
66,00	4144,0000	1525,3000	4143,8000	1525,2000	249,00	-4286,2000	-1330,9000	-4286,0000	-1330,8000
69,00	4286,2000	1330,9000	4286,0000	1330,8000	252,00	-4423,1000	-1136,9000	-4422,9000	-1136,8000
72,00	4423,1000	1136,9000	4422,9000	1136,8000	255,00	-4556,6000	-941,7000	-4556,3000	-941,6193
75,00	4556,6000	941,7000	4556,3000	941,6193	258,00	-4688,5000	-743,6700	-4688,2000	-743,5958
78,00	4688,5000	743,6700	4688,2000	743,5958	261,00	-4820,6000	-541,0000	-4820,4000	-540,9386
81,00	4820,6000	541,0000	4820,4000	540,9386	264,00	-4954,9000	-331,7200	-4954,6000	-331,6549
84,00	4954,9000	331,7200	4954,6000	331,6549	267,00	-5018,3000	-162,1600	-5018,2000	-162,1562
87,00	5018,3000	162,1600	5018,2000	162,1562	270,00	-5058,7000	0,0000	-5058,7000	0,0000
90,00	5058,7000	0,0000	5058,7000	0,0000	273,00	-5018,3000	162,1600	-5018,2000	162,1562
93,00	5018,3000	-162,1600	5018,2000	-162,1562	276,00	-4954,9000	331,7200	-4954,6000	331,6549
96,00	4954,9000	-331,7200	4954,6000	-331,6549	279,00	-4820,6000	541,0000	-4820,4000	540,9386
99,00	4820,6000	-541,0000	4820,4000	-540,9386	282,00	-4688,5000	743,6700	-4688,2000	743,5958
102,00	4688,5000	-743,6700	4688,2000	-743,5958	285,00	-4556,6000	941,7000	-4556,3000	941,6193
105,00	4556,6000	-941,7000	4556,3000	-941,6193	288,00	-4423,1000	1136,9000	-4422,9000	1136,8000
108,00	4423,1000	-1136,9000	4422,9000	-1136,8000	291,00	-4286,2000	1330,9000	-4286,0000	1330,8000
111,00	4286,2000	-1330,9000	4286,0000	-1330,8000	294,00	-4144,0000	1525,3000	-4143,8000	1525,2000
114,00	4144,0000	-1525,3000	4143,8000	-1525,2000	297,00	-3995,2000	1721,1000	-3995,0000	1721,0000
117,00	3995,2000	-1721,1000	3995,0000	-1721,0000	300,00	-3838,4000	1919,5000	-3838,2000	1919,4000
120,00	3838,4000	-1919,5000	3838,2000	-1919,4000	303,00	-3672,2000	2121,3000	-3672,0000	2121,2000
123,00	3672,2000	-2121,3000	3672,0000	-2121,2000	306,00	-3496,7000	2325,6000	-3496,5000	2325,4000
126,00	3496,7000	-2325,6000	3496,5000	-2325,4000	309,00	-3313,7000	2529,6000	-3313,7000	2529,6000
129,00	3313,7000	-2529,6000	3313,7000	-2529,6000	312,00	-3124,5000	2731,6000	-3124,5000	2731,6000
132,00	3124,5000	-2731,6000	3124,5000	-2731,6000	315,00	-2930,2000	2930,2000	-2930,2000	2930,2000
135,00	2930,2000	-2930,2000	2930,2000	-2930,2000	318,00	-2731,6000	3124,5000	-2731,6000	3124,5000
138,00	2731,6000	-3124,5000	2731,6000	-3124,5000	321,00	-2529,6000	3313,7000	-2529,6000	3313,7000
141,00	2529,6000	-3313,7000	2529,6000	-3313,7000	324,00	-2325,6000	3496,7000	-2325,4000	3496,5000
144,00	2325,6000	-3496,7000	2325,4000	-3496,5000	327,00	-2121,3000	3672,2000	-2121,2000	3672,0000
147,00	2121,3000	-3672,2000	2121,2000	-3672,0000	330,00	-1919,5000	3838,4000	-1919,4000	3838,2000
150,00	1919,5000	-3838,4000	1919,4000	-3838,2000	333,00	-1721,1000	3995,2000	-1721,0000	3995,0000
153,00	1721,1000	-3995,2000	1721,0000	-3995,0000	336,00	-1525,3000	4144,0000	-1525,2000	4143,8000
156,00	1525,3000	-4144,0000	1525,2000	-4143,8000	339,00	-1330,9000	4286,2000	-1330,8000	4286,0000
159,00	1330,9000	-4286,2000	1330,8000	-4286,0000	342,00	-1136,9000	4423,1000	-1136,8000	4422,9000
162,00	1136,9000	-4423,1000	1136,8000	-4422,9000	345,00	-941,7000	4556,6000	-941,6193	4556,3000
165,00	941,7000	-4556,6000	941,6193	-4556,3000	348,00	-743,6700	4688,5000	-743,5958	4688,2000
168,00	743,6700	-4688,5000	743,5958	-4688,2000	351,00	-541,0000	4820,6000	-540,9386	4820,4000
171,00	541,0000	-4820,6000	540,9386	-4820,4000	354,00	-331,7200	4954,9000	-331,6549	4954,6000
174,00	331,7200	-4954,9000	331,6549	-4954,6000	357,00	-162,1600	5018,3000	-162,1562	5018,2000
177,00	162,1600	-5018,3000	162,1562	-5018,2000	360,00	0,0000	5058,7000	0,0000	5058,7000
180,00	0,0000	-5058,7000	0,0000	-5058,7000					

Diagrama tensão-deformação retangular

Já com relação à aplicação da ABNT NBR 6118:2014 por meio do diagrama tensão-deformação retangular, a análise dos resultados apresentados pelo programa foi feita por comparação destes com os resultados obtidos mediante da implementação parcial do método em planilhas do programa Microsoft Excel 2007.

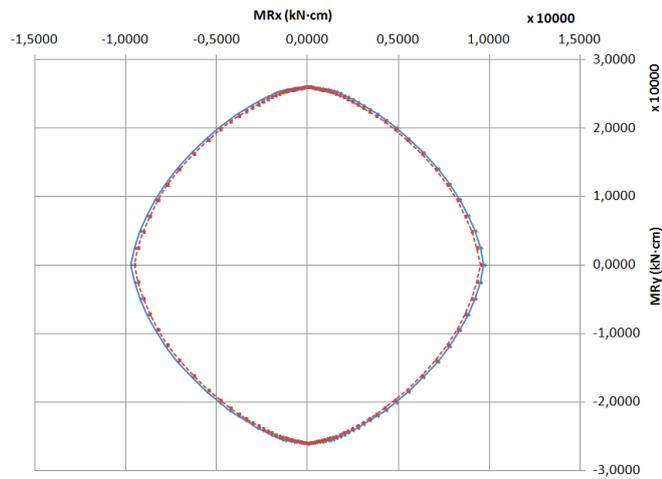
Esse procedimento foi realizado transferindo-se para as planilhas os valores das coordenadas (sistema Ouv) dos vértices do polígono comprimido e as posições e as deformações das barras de aço, para pares de valores β_x e α que equilibram a ação da força normal atuante com a força normal resistente. Então, por do meio das funções de operação do Microsoft Excel 2007, foram calculados os valores dos esforços resistentes (força normal e momentos fletores) para cada uma das situações.

Novamente, foram simuladas diversas seções de pilares para diferentes configurações de armaduras, resistências características do concreto à compressão e esforços solicitantes. As seções analisadas são as mesmas constantes na Tabela 3.1, ou seja, dos pilares 1, 2 e 3 empregados para a análise da tensão-deformação na forma parábola-retângulo.

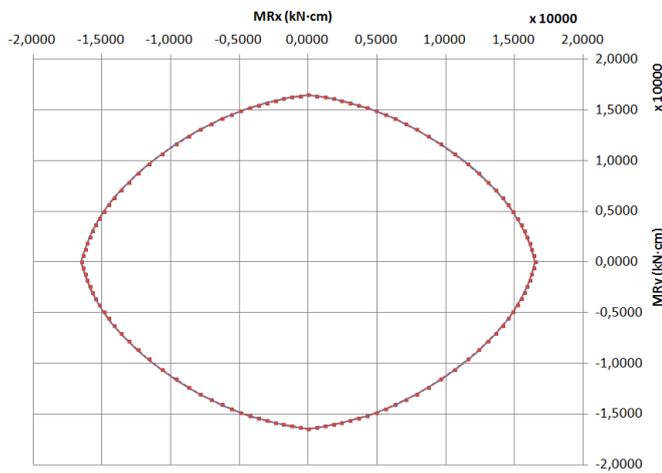
Os resultados obtidos, em termos gráficos, são mostrados na Figura 3.8. Nota-se que, em face da proximidade dos resultados, fica difícil diferenciar uma curva da outra. Por isto, são tabelados (Tabela 3.5, Tabela 3.6 e Tabela 3.7) os resultados para os momentos resistentes.

As diferenças entre os momentos resistentes, na maioria dos casos, foram menores que 1,5% e 1,3% para a análise dos pilares P1 e P3, respectivamente. Já para o caso do pilar P2, esses valores mantiveram-se, na maior parte dos casos, menores que 0,13%.

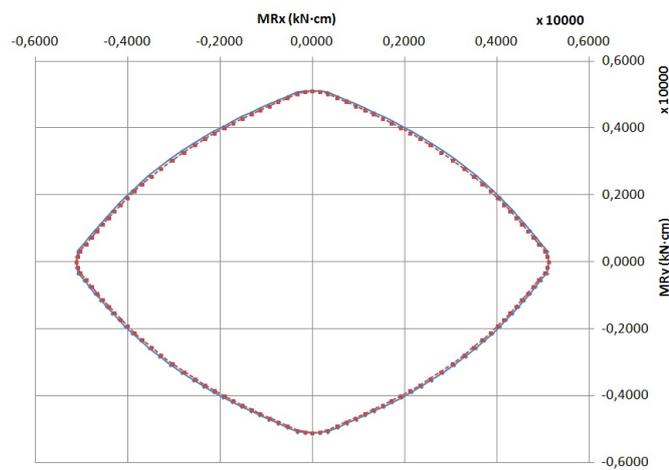
Pode-se dizer que essas variações são pequenas, sobretudo quando considerado o fato de que os processos de cálculo dos momentos resistentes foram diferentes. Ou seja, no PILAR_OBLIQUA as parcelas de momentos resistentes por contribuição do polígono comprimido são calculadas por meio da solução das integrais dadas pelas equações (2.81) e (2.82), enquanto que na tabela de cálculo do Microsoft Excel 2007 os valores resistentes são obtidos multiplicando as coordenadas do centroide da região comprimida pela força normal resistente correspondente, procedimento que carrega um maior acúmulo de aproximações (erros).



(a) PILAR 1 - Envoltória de resistência: MRx x MRy



(b) PILAR 2 - Envoltória de resistência: MRx x MRy



(c) PILAR 3 - Envoltória de resistência: MRx x MRy

Legenda

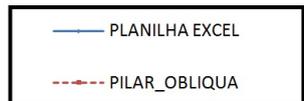


Figura 3.8 – Envoltórias de resistência obtidas pelo programa PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para relação tensão-deformação retangular

Tabela 3.5 – Resultado obtidos para o Pilar 1 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular

α (°)	PILAR 1				α (°)	PILAR 1			
	Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA			Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)		MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)
0,00	0,0000	25997,8800	0,0000	25998,0000	183,00	-128,4481	-25975,3953	-128,3075	-25947,0000
3,00	128,4481	25975,3953	128,3075	25947,0000	186,00	-257,4349	-25949,0525	-256,8004	-25890,0000
6,00	257,4349	25949,0525	256,8004	25890,0000	189,00	-387,7642	-25914,6714	-386,2117	-25829,0000
9,00	387,7642	25914,6714	386,2117	25829,0000	192,00	-519,8586	-25874,6575	-517,2944	-25761,0000
12,00	519,8586	25874,6575	517,2944	25761,0000	195,00	-654,9509	-25827,0654	-650,8401	-25686,0000
15,00	654,9509	25827,0654	650,8401	25686,0000	198,00	-793,5281	-25772,1285	-787,6984	-25604,0000
18,00	793,5281	25772,1285	787,6984	25604,0000	201,00	-936,7834	-25708,6646	-928,8006	-25513,0000
21,00	936,7834	25708,6646	928,8006	25513,0000	204,00	-1085,8962	-25634,4668	-1075,2000	-25411,0000
24,00	1085,8962	25634,4668	1075,2000	25411,0000	207,00	-1241,9336	-25547,9025	-1228,0000	-25297,0000
27,00	1241,9336	25547,9025	1228,0000	25297,0000	210,00	-1406,2611	-25447,5820	-1388,7000	-25169,0000
30,00	1406,2611	25447,5820	1388,7000	25169,0000	213,00	-1587,9746	-25281,7134	-1567,1000	-24989,0000
33,00	1587,9746	25281,7134	1567,1000	24989,0000	216,00	-1788,3501	-25046,5190	-1765,1000	-24755,0000
36,00	1788,3501	25046,5190	1765,1000	24755,0000	219,00	-2003,3594	-24783,5453	-1977,2000	-24493,0000
39,00	2003,3594	24783,5453	1977,2000	24493,0000	222,00	-2235,8200	-24487,1456	-2206,5000	-24197,0000
42,00	2235,8200	24487,1456	2206,5000	24197,0000	225,00	-2489,1823	-24148,1063	-2456,6000	-23859,0000
45,00	2489,1823	24148,1063	2456,6000	23859,0000	228,00	-2768,7684	-23753,0380	-2732,2000	-23466,0000
48,00	2768,7684	23753,0380	2732,2000	23466,0000	231,00	-3080,4487	-23287,0721	-3039,4000	-23003,0000
51,00	3080,4487	23287,0721	3039,4000	23003,0000	234,00	-3432,1147	-22726,7833	-3386,3000	-22446,0000
54,00	3432,1147	22726,7833	3386,3000	22446,0000	237,00	-3835,5860	-22036,9743	-3783,8000	-21761,0000
57,00	3835,5860	22036,9743	3783,8000	21761,0000	240,00	-4305,8670	-21165,0422	-4247,0000	-20899,0000
60,00	4305,8670	21165,0422	4247,0000	20899,0000	243,00	-4864,4633	-20032,0713	-4797,5000	-19778,0000
63,00	4864,4633	20032,0713	4797,5000	19778,0000	246,00	-5545,3450	-18503,8335	-5467,8000	-18267,0000
66,00	5545,3450	18503,8335	5467,8000	18267,0000	249,00	-6376,8575	-16415,1320	-6280,1000	-16204,0000
69,00	6376,8575	16415,1320	6280,1000	16204,0000	252,00	-7163,4573	-14111,9803	-7054,8000	-13923,0000
72,00	7163,4573	14111,9803	7054,8000	13923,0000	255,00	-7827,9042	-11837,5406	-7702,7000	-11673,0000
75,00	7827,9042	11837,5406	7702,7000	11673,0000	258,00	-8381,7629	-9568,0533	-8240,2000	-9430,1000
78,00	8381,7629	9568,0533	8240,2000	9430,1000	261,00	-8839,4966	-7277,7746	-8681,7000	-7168,1000
81,00	8839,4966	7277,7746	8681,7000	7168,1000	264,00	-9213,9382	-4934,4382	-9039,7000	-4856,4000
84,00	9213,9382	4934,4382	9039,7000	4856,4000	267,00	-9518,0662	-2497,7604	-9326,5000	-2455,6000
87,00	9518,0662	2497,7604	9326,5000	2455,6000	270,00	-9717,5582	0,0000	-9525,7000	0,0000
90,00	9717,5582	0,0000	9525,7000	0,0000	273,00	-9518,0662	2497,7604	-9326,5000	2455,6000
93,00	9518,0662	-2497,7604	9326,5000	-2455,6000	276,00	-9213,9382	4934,4382	-9039,7000	4856,4000
96,00	9213,9382	-4934,4382	9039,7000	-4856,4000	279,00	-8839,4966	7277,7746	-8681,7000	7168,1000
99,00	8839,4966	-7277,7746	8681,7000	-7168,1000	282,00	-8381,7629	9568,0533	-8240,2000	9430,1000
102,00	8381,7629	-9568,0533	8240,2000	-9430,1000	285,00	-7827,9042	11837,5406	-7702,7000	11673,0000
105,00	7827,9042	-11837,5406	7702,7000	-11673,0000	288,00	-7163,4573	14111,9803	-7054,8000	13923,0000
108,00	7163,4573	-14111,9803	7054,8000	-13923,0000	291,00	-6376,8575	16415,1320	-6280,1000	16204,0000
111,00	6376,8575	-16415,1320	6280,1000	-16204,0000	294,00	-5545,3450	18503,8335	-5467,8000	18267,0000
114,00	5545,3450	-18503,8335	5467,8000	-18267,0000	297,00	-4864,4633	20032,0713	-4797,5000	19778,0000
117,00	4864,4633	-20032,0713	4797,5000	-19778,0000	300,00	-4305,8670	21165,0422	-4247,0000	20899,0000
120,00	4305,8670	-21165,0422	4247,0000	-20899,0000	303,00	-3835,5860	22036,9743	-3783,8000	21761,0000
123,00	3835,5860	-22036,9743	3783,8000	-21761,0000	306,00	-3432,1147	22726,7833	-3386,3000	22446,0000
126,00	3432,1147	-22726,7833	3386,3000	-22446,0000	309,00	-3080,4487	23287,0721	-3039,4000	23003,0000
129,00	3080,4487	-23287,0721	3039,4000	-23003,0000	312,00	-2768,7684	23753,0380	-2732,2000	23466,0000
132,00	2768,7684	-23753,0380	2732,2000	-23466,0000	315,00	-2489,1823	24148,1063	-2456,6000	23859,0000
135,00	2489,1823	-24148,1063	2456,6000	-23859,0000	318,00	-2235,8200	24487,1456	-2206,5000	24197,0000
138,00	2235,8200	-24487,1456	2206,5000	-24197,0000	321,00	-2003,3594	24783,5453	-1977,2000	24493,0000
141,00	2003,3594	-24783,5453	1977,2000	-24493,0000	324,00	-1788,3501	25046,5190	-1765,1000	24755,0000
144,00	1788,3501	-25046,5190	1765,1000	-24755,0000	327,00	-1587,9746	25281,7134	-1567,1000	24989,0000
147,00	1587,9746	-25281,7134	1567,1000	-24989,0000	330,00	-1406,2611	25447,5820	-1388,7000	25169,0000
150,00	1406,2611	-25447,5820	1388,7000	-25169,0000	333,00	-1241,9336	25547,9025	-1228,0000	25297,0000
153,00	1241,9336	-25547,9025	1228,0000	-25297,0000	336,00	-1085,8962	25634,4668	-1075,2000	25411,0000
156,00	1085,8962	-25634,4668	1075,2000	-25411,0000	339,00	-936,7834	25708,6646	-928,8006	25513,0000
159,00	936,7834	-25708,6646	928,8006	-25513,0000	342,00	-793,5281	25772,1285	-787,6984	25604,0000
162,00	793,5281	-25772,1285	787,6984	-25604,0000	345,00	-654,9509	25827,0654	-650,8401	25686,0000
165,00	654,9509	-25827,0654	650,8401	-25686,0000	348,00	-519,8586	25874,6575	-517,2944	25761,0000
168,00	519,8586	-25874,6575	517,2944	-25761,0000	351,00	-387,7642	25914,6714	-386,2117	25829,0000
171,00	387,7642	-25914,6714	386,2117	-25829,0000	354,00	-257,4349	25949,0525	-256,8004	25890,0000
174,00	257,4349	-25949,0525	256,8004	-25890,0000	357,00	-128,4481	25975,3953	-128,3075	25947,0000
177,00	128,4481	-25975,3953	128,3075	-25947,0000	360,00	0,0000	25997,8800	0,0000	25998,0000
180,00	0,0000	-25997,8800	0,0000	-25998,0000					

Tabela 3.6 – Resultado obtidos para o Pilar 2 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular

α (°)	PILAR 2				α (°)	PILAR 2			
	Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA			Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN·cm)	MRy (kN·cm)	MRx (kN·cm)	MRy (kN·cm)		MRx (kN·cm)	MRy (kN·cm)	MRx (kN·cm)	MRy (kN·cm)
0,00	0,0000	16490,1824	0,0000	16490,0000	183,00	-607,9189	-16371,2602	-607,8332	-16370,0000
3,00	607,9189	16371,2602	607,8332	16370,0000	186,00	-1208,9824	-16235,6606	-1208,7000	-16232,0000
6,00	1208,9824	16235,6606	1208,7000	16232,0000	189,00	-1807,6834	-16080,4720	-1807,3000	-16075,0000
9,00	1807,6834	16080,4720	1807,3000	16075,0000	192,00	-2408,6208	-15902,9904	-2407,8000	-15896,0000
12,00	2408,6208	15902,9904	2407,8000	15896,0000	195,00	-3015,8105	-15699,3048	-3014,5000	-15691,0000
15,00	3015,8105	15699,3048	3014,5000	15691,0000	198,00	-3634,0193	-15465,7372	-3631,8000	-15456,0000
18,00	3634,0193	15465,7372	3631,8000	15456,0000	201,00	-4267,0981	-15197,8781	-4264,2000	-15187,0000
21,00	4267,0981	15197,8781	4264,2000	15187,0000	204,00	-4920,1740	-14889,5298	-4916,6000	-14878,0000
24,00	4920,1740	14889,5298	4916,6000	14878,0000	207,00	-5599,2334	-14533,3394	-5594,5000	-14520,0000
27,00	5599,2334	14533,3394	5594,5000	14520,0000	210,00	-6309,9325	-14119,9524	-6304,1000	-14106,0000
30,00	6309,9325	14119,9524	6304,1000	14106,0000	213,00	-7059,4383	-13638,2128	-7052,4000	-13624,0000
33,00	7059,4383	13638,2128	7052,4000	13624,0000	216,00	-7856,6268	-13072,1782	-7848,1000	-13058,0000
36,00	7856,6268	13072,1782	7848,1000	13058,0000	219,00	-8711,5706	-12402,9030	-8701,3000	-12388,0000
39,00	8711,5706	12402,9030	8701,3000	12388,0000	222,00	-9636,4169	-11604,4460	-9624,5000	-11590,0000
42,00	9636,4169	11604,4460	9624,5000	11590,0000	225,00	-10644,4326	-10644,4326	-10630,0000	-10630,0000
45,00	10644,4326	10644,4326	10630,0000	10630,0000	228,00	-11604,4460	-9636,4169	-11590,0000	-9624,5000
48,00	11604,4460	9636,4169	11590,0000	9624,5000	231,00	-12402,9030	-8711,5706	-12388,0000	-8701,3000
51,00	12402,9030	8711,5706	12388,0000	8701,3000	234,00	-13072,1782	-7856,6268	-13058,0000	-7848,1000
54,00	13072,1782	7856,6268	13058,0000	7848,1000	237,00	-13638,2128	-7059,4383	-13624,0000	-7052,4000
57,00	13638,2128	7059,4383	13624,0000	7052,4000	240,00	-14119,9524	-6309,9325	-14106,0000	-6304,1000
60,00	14119,9524	6309,9325	14106,0000	6304,1000	243,00	-14533,3394	-5599,2334	-14520,0000	-5594,5000
63,00	14533,3394	5599,2334	14520,0000	5594,5000	246,00	-14889,5298	-4920,1740	-14878,0000	-4916,6000
66,00	14889,5298	4920,1740	14878,0000	4916,6000	249,00	-15197,8781	-4267,0981	-15187,0000	-4264,2000
69,00	15197,8781	4267,0981	15187,0000	4264,2000	252,00	-15465,7372	-3634,0193	-15456,0000	-3631,8000
72,00	15465,7372	3634,0193	15456,0000	3631,8000	255,00	-15699,3048	-3015,8105	-15691,0000	-3014,5000
75,00	15699,3048	3015,8105	15691,0000	3014,5000	258,00	-15902,9904	-2408,6208	-15896,0000	-2407,8000
78,00	15902,9904	2408,6208	15896,0000	2407,8000	261,00	-16080,4720	-1807,6834	-16075,0000	-1807,3000
81,00	16080,4720	1807,6834	16075,0000	1807,3000	264,00	-16235,6606	-1208,9824	-16232,0000	-1208,7000
84,00	16235,6606	1208,9824	16232,0000	1208,7000	267,00	-16371,2602	-607,9189	-16370,0000	-607,8332
87,00	16371,2602	607,9189	16370,0000	607,8332	270,00	-16490,1824	0,0000	-16490,0000	0,0000
90,00	16490,1824	0,0000	16490,0000	0,0000	273,00	-16371,2602	607,9189	-16370,0000	607,8332
93,00	16371,2602	-607,9189	16370,0000	-607,8332	276,00	-16235,6606	1208,9824	-16232,0000	1208,7000
96,00	16235,6606	-1208,9824	16232,0000	-1208,7000	279,00	-16080,4720	1807,6834	-16075,0000	1807,3000
99,00	16080,4720	-1807,6834	16075,0000	-1807,3000	282,00	-15902,9904	2408,6208	-15896,0000	2407,8000
102,00	15902,9904	-2408,6208	15896,0000	-2407,8000	285,00	-15699,3048	3015,8105	-15691,0000	3014,5000
105,00	15699,3048	-3015,8105	15691,0000	-3014,5000	288,00	-15465,7372	3634,0193	-15456,0000	3631,8000
108,00	15465,7372	-3634,0193	15456,0000	-3631,8000	291,00	-15197,8781	4267,0981	-15187,0000	4264,2000
111,00	15197,8781	-4267,0981	15187,0000	-4264,2000	294,00	-14889,5298	4920,1740	-14878,0000	4916,6000
114,00	14889,5298	-4920,1740	14878,0000	-4916,6000	297,00	-14533,3394	5599,2334	-14520,0000	5594,5000
117,00	14533,3394	-5599,2334	14520,0000	-5594,5000	300,00	-14119,9524	6309,9325	-14106,0000	6304,1000
120,00	14119,9524	-6309,9325	14106,0000	-6304,1000	303,00	-13638,2128	7059,4383	-13624,0000	7052,4000
123,00	13638,2128	-7059,4383	13624,0000	-7052,4000	306,00	-13072,1782	7856,6268	-13058,0000	7848,1000
126,00	13072,1782	-7856,6268	13058,0000	-7848,1000	309,00	-12402,9030	8711,5706	-12388,0000	8701,3000
129,00	12402,9030	-8711,5706	12388,0000	-8701,3000	312,00	-11604,4460	9636,4169	-11590,0000	9624,5000
132,00	11604,4460	-9636,4169	11590,0000	-9624,5000	315,00	-10644,4326	10644,4326	-10630,0000	10630,0000
135,00	10644,4326	-10644,4326	10630,0000	-10630,0000	318,00	-9636,4169	11604,4460	-9624,5000	11590,0000
138,00	9636,4169	-11604,4460	9624,5000	-11590,0000	321,00	-8711,5706	12402,9030	-8701,3000	12388,0000
141,00	8711,5706	-12402,9030	8701,3000	-12388,0000	324,00	-7856,6268	13072,1782	-7848,1000	13058,0000
144,00	7856,6268	-13072,1782	7848,1000	-13058,0000	327,00	-7059,4383	13638,2128	-7052,4000	13624,0000
147,00	7059,4383	-13638,2128	7052,4000	-13624,0000	330,00	-6309,9325	14119,9524	-6304,1000	14106,0000
150,00	6309,9325	-14119,9524	6304,1000	-14106,0000	333,00	-5599,2334	14533,3394	-5594,5000	14520,0000
153,00	5599,2334	-14533,3394	5594,5000	-14520,0000	336,00	-4920,1740	14889,5298	-4916,6000	14878,0000
156,00	4920,1740	-14889,5298	4916,6000	-14878,0000	339,00	-4267,0981	15197,8781	-4264,2000	15187,0000
159,00	4267,0981	-15197,8781	4264,2000	-15187,0000	342,00	-3634,0193	15465,7372	-3631,8000	15456,0000
162,00	3634,0193	-15465,7372	3631,8000	-15456,0000	345,00	-3015,8105	15699,3048	-3014,5000	15691,0000
165,00	3015,8105	-15699,3048	3014,5000	-15691,0000	348,00	-2408,6208	15902,9904	-2407,8000	15896,0000
168,00	2408,6208	-15902,9904	2407,8000	-15896,0000	351,00	-1807,6834	16080,4720	-1807,3000	16075,0000
171,00	1807,6834	-16080,4720	1807,3000	-16075,0000	354,00	-1208,9824	16235,6606	-1208,7000	16232,0000
174,00	1208,9824	-16235,6606	1208,7000	-16232,0000	357,00	-607,9189	16371,2602	-607,8332	16370,0000
177,00	607,9189	-16371,2602	607,8332	-16370,0000	360,00	0,0000	16490,1824	0,0000	16490,0000
180,00	0,0000	-16490,1824	0,0000	-16490,0000					

Tabela 3.7 – Resultado obtidos para o Pilar 3 quando aplicado o PILAR_OBLIQUA e por meio da planilha de cálculo do Microsoft Excel 2007 para a tensão-deformação retangular

α (°)	PILAR 3				α (°)	PILAR 3			
	Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA			Planilha de Cálculo		PILAR_OBLIQUA	
	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)		MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)	MRx (kN-cm)	MRy (kN-cm)
0,00	0,0000	5116,5009	0,0000	5116,8000	183,00	-162,7394	-5108,9341	-161,7665	-5082,4000
3,00	162,7394	5108,9341	161,7665	5082,4000	186,00	-331,4460	-5079,6335	-327,7880	-5030,5000
6,00	331,4460	5079,6335	327,7880	5030,5000	189,00	-541,3715	-4955,0337	-536,3336	-4905,6000
9,00	541,3715	4955,0337	536,3336	4905,6000	192,00	-745,4989	-4832,8973	-738,2787	-4783,3000
12,00	745,4989	4832,8973	738,2787	4783,3000	195,00	-944,7350	-4711,8330	-935,6062	-4662,0000
15,00	944,7350	4711,8330	935,6062	4662,0000	198,00	-1141,1177	-4589,9686	-1130,1000	-4539,9000
18,00	1141,1177	4589,9686	1130,1000	4539,9000	201,00	-1336,6884	-4465,1546	-1323,4000	-4415,2000
21,00	1336,6884	4465,1546	1323,4000	4415,2000	204,00	-1532,7745	-4335,8889	-1517,2000	-4286,2000
24,00	1532,7745	4335,8889	1517,2000	4286,2000	207,00	-1731,1922	-4200,0356	-1713,1000	-4151,0000
27,00	1731,1922	4200,0356	1713,1000	4151,0000	210,00	-1933,5360	-4055,4132	-1912,7000	-4007,1000
30,00	1933,5360	4055,4132	1912,7000	4007,1000	213,00	-2141,5187	-3899,3641	-2117,9000	-3852,0000
33,00	2141,5187	3899,3641	2117,9000	3852,0000	216,00	-2357,6339	-3728,1633	-2330,6000	-3682,5000
36,00	2357,6339	3728,1633	2330,6000	3682,5000	219,00	-2583,5547	-3537,8016	-2553,3000	-3494,3000
39,00	2583,5547	3537,8016	2553,3000	3494,3000	222,00	-2822,5956	-3323,4282	-2788,6000	-3282,2000
42,00	2822,5956	3323,4282	2788,6000	3282,2000	225,00	-3077,7534	-3077,7534	-3039,6000	-3039,6000
45,00	3077,7534	3077,7534	3039,6000	3039,6000	228,00	-3323,4282	-2822,5956	-3282,2000	-2788,6000
48,00	3323,4282	2822,5956	3282,2000	2788,6000	231,00	-3537,8016	-2583,5547	-3494,3000	-2553,3000
51,00	3537,8016	2583,5547	3494,3000	2553,3000	234,00	-3728,1633	-2357,6339	-3682,5000	-2330,6000
54,00	3728,1633	2357,6339	3682,5000	2330,6000	237,00	-3899,3641	-2141,5187	-3852,0000	-2117,9000
57,00	3899,3641	2141,5187	3852,0000	2117,9000	240,00	-4055,4132	-1933,5360	-4007,1000	-1912,7000
60,00	4055,4132	1933,5360	4007,1000	1912,7000	243,00	-4200,0356	-1731,1922	-4151,0000	-1713,1000
63,00	4200,0356	1731,1922	4151,0000	1713,1000	246,00	-4335,8889	-1532,7745	-4286,2000	-1517,2000
66,00	4335,8889	1532,7745	4286,2000	1517,2000	249,00	-4465,1546	-1336,6884	-4415,2000	-1323,4000
69,00	4465,1546	1336,6884	4415,2000	1323,4000	252,00	-4589,9686	-1141,1177	-4539,9000	-1130,1000
72,00	4589,9686	1141,1177	4539,9000	1130,1000	255,00	-4711,8330	-944,7350	-4662,0000	-935,6062
75,00	4711,8330	944,7350	4662,0000	935,6062	258,00	-4832,8973	-745,4989	-4783,3000	-738,2787
78,00	4832,8973	745,4989	4783,3000	738,2787	261,00	-4955,0337	-541,3715	-4905,6000	-536,3336
81,00	4955,0337	541,3715	4905,6000	536,3336	264,00	-5079,6335	-331,4460	-5030,5000	-327,7880
84,00	5079,6335	331,4460	5030,5000	327,7880	267,00	-5108,9341	-162,7394	-5082,4000	-161,7665
87,00	5108,9341	162,7394	5082,4000	161,7665	270,00	-5116,5009	0,0000	-5116,8000	0,0000
90,00	5116,5009	0,0000	5116,8000	0,0000	273,00	-5108,9341	162,7394	-5082,4000	161,7665
93,00	5108,9341	-162,7394	5082,4000	-161,7665	276,00	-5079,6335	331,4460	-5030,5000	327,7880
96,00	5079,6335	-331,4460	5030,5000	-327,7880	279,00	-4955,0337	541,3715	-4905,6000	536,3336
99,00	4955,0337	-541,3715	4905,6000	-536,3336	282,00	-4832,8973	745,4989	-4783,3000	738,2787
102,00	4832,8973	-745,4989	4783,3000	-738,2787	285,00	-4711,8330	944,7350	-4662,0000	935,6062
105,00	4711,8330	-944,7350	4662,0000	-935,6062	288,00	-4589,9686	1141,1177	-4539,9000	1130,1000
108,00	4589,9686	-1141,1177	4539,9000	-1130,1000	291,00	-4465,1546	1336,6884	-4415,2000	1323,4000
111,00	4465,1546	-1336,6884	4415,2000	-1323,4000	294,00	-4335,8889	1532,7745	-4286,2000	1517,2000
114,00	4335,8889	-1532,7745	4286,2000	-1517,2000	297,00	-4200,0356	1731,1922	-4151,0000	1713,1000
117,00	4200,0356	-1731,1922	4151,0000	-1713,1000	300,00	-4055,4132	1933,5360	-4007,1000	1912,7000
120,00	4055,4132	-1933,5360	4007,1000	-1912,7000	303,00	-3899,3641	2141,5187	-3852,0000	2117,9000
123,00	3899,3641	-2141,5187	3852,0000	-2117,9000	306,00	-3728,1633	2357,6339	-3682,5000	2330,6000
126,00	3728,1633	-2357,6339	3682,5000	-2330,6000	309,00	-3537,8016	2583,5547	-3494,3000	2553,3000
129,00	3537,8016	-2583,5547	3494,3000	-2553,3000	312,00	-3323,4282	2822,5956	-3282,2000	2788,6000
132,00	3323,4282	-2822,5956	3282,2000	-2788,6000	315,00	-3077,7534	3077,7534	-3039,6000	3039,6000
135,00	3077,7534	-3077,7534	3039,6000	-3039,6000	318,00	-2822,5956	3323,4282	-2788,6000	3282,2000
138,00	2822,5956	-3323,4282	2788,6000	-3282,2000	321,00	-2583,5547	3537,8016	-2553,3000	3494,3000
141,00	2583,5547	-3537,8016	2553,3000	-3494,3000	324,00	-2357,6339	3728,1633	-2330,6000	3682,5000
144,00	2357,6339	-3728,1633	2330,6000	-3682,5000	327,00	-2141,5187	3899,3641	-2117,9000	3852,0000
147,00	2141,5187	-3899,3641	2117,9000	-3852,0000	330,00	-1933,5360	4055,4132	-1912,7000	4007,1000
150,00	1933,5360	-4055,4132	1912,7000	-4007,1000	333,00	-1731,1922	4200,0356	-1713,1000	4151,0000
153,00	1731,1922	-4200,0356	1713,1000	-4151,0000	336,00	-1532,7745	4335,8889	-1517,2000	4286,2000
156,00	1532,7745	-4335,8889	1517,2000	-4286,2000	339,00	-1336,6884	4465,1546	-1323,4000	4415,2000
159,00	1336,6884	-4465,1546	1323,4000	-4415,2000	342,00	-1141,1177	4589,9686	-1130,1000	4539,9000
162,00	1141,1177	-4589,9686	1130,1000	-4539,9000	345,00	-944,7350	4711,8330	-935,6062	4662,0000
165,00	944,7350	-4711,8330	935,6062	-4662,0000	348,00	-745,4989	4832,8973	-738,2787	4783,3000
168,00	745,4989	-4832,8973	738,2787	-4783,3000	351,00	-541,3715	4955,0337	-536,3336	4905,6000
171,00	541,3715	-4955,0337	536,3336	-4905,6000	354,00	-331,4460	5079,6335	-327,7880	5030,5000
174,00	331,4460	-5079,6335	327,7880	-5030,5000	357,00	-162,7394	5108,9341	-161,7665	5082,4000
177,00	162,7394	-5108,9341	161,7665	-5082,4000	360,00	0,0000	5116,5009	0,0000	5116,8000
180,00	0,0000	-5116,5009	0,0000	-5116,8000					

Na Tabela 3.8 são apresentados os valores de forças normais resistentes (N_R), calculados pelas planilhas de cálculos, considerando o polígono comprimido obtido com o programa PILAR_OBLIQUA. Este polígono foi obtido de tal forma a equilibrar a força normal atuante (N_d) com o esforço normal resistente (N_{Rd}).

Os resultados obtidos foram comparados com os valores das forças normais atuantes. Conforme a Tabela 3.8, ocorreram pequenas diferenças percentuais entre os valores de N_d e N_R , fato que contribui para sustentar a consistência do programa desenvolvido. Vale recordar que, os valores de N_d foram: Pilar 1: 1800 kN; Pilar 2: 2000 kN e Pilar 3: 700 kN.

Tabela 3.8 – Forças normais resistentes calculados pelas planilhas de cálculo para o polígono comprimido com o do programa PILAR_OBLIQUA

α (°)	Planilha de Cálculo						α (°)	Planilha de Cálculo					
	NRd (kN)			$\Delta\%N_d^*$				NRd (kN)			$\Delta\%N_d^*$		
	PILAR 1	PILAR 2	PILAR 3	PILAR 1	PILAR 2	PILAR 3		PILAR 1	PILAR 2	PILAR 3	PILAR 1	PILAR 2	PILAR 3
0,00	1800,019	1999,989	700,044	-0,0011%	0,0005%	-0,0062%	183,00	1800,034	2000,015	700,032	-0,0019%	-0,0008%	-0,0046%
3,00	1800,034	2000,015	700,032	-0,0019%	-0,0008%	-0,0046%	186,00	1799,960	2000,006	699,958	0,0022%	-0,0003%	0,0061%
6,00	1799,960	2000,006	699,958	0,0022%	-0,0003%	0,0061%	189,00	1799,992	2000,002	700,043	0,0005%	-0,0001%	-0,0061%
9,00	1799,992	2000,002	700,043	0,0005%	-0,0001%	-0,0061%	192,00	1799,986	1999,972	700,032	0,0008%	0,0014%	-0,0046%
12,00	1799,986	1999,972	700,032	0,0008%	0,0014%	-0,0046%	195,00	1800,000	2000,016	700,018	0,0000%	-0,0008%	-0,0026%
15,00	1800,000	2000,016	700,018	0,0000%	-0,0008%	-0,0026%	198,00	1799,997	2000,001	700,006	0,0001%	-0,0001%	-0,0009%
18,00	1799,997	2000,001	700,006	0,0001%	-0,0001%	-0,0009%	201,00	1799,971	2000,002	700,000	0,0016%	-0,0001%	0,0000%
21,00	1799,971	2000,002	700,000	0,0016%	-0,0001%	0,0000%	204,00	1799,970	2000,015	699,996	0,0017%	-0,0007%	0,0006%
24,00	1799,970	2000,015	699,996	0,0017%	-0,0007%	0,0006%	207,00	1799,988	1999,991	699,991	0,0007%	0,0005%	0,0013%
27,00	1799,988	1999,991	699,991	0,0007%	0,0005%	0,0013%	210,00	1799,988	2000,008	699,979	0,0006%	-0,0004%	0,0029%
30,00	1799,988	2000,008	699,979	0,0006%	-0,0004%	0,0029%	213,00	1799,981	1999,974	699,965	0,0010%	0,0013%	0,0050%
33,00	1799,981	1999,974	699,965	0,0010%	0,0013%	0,0050%	216,00	1800,023	2000,000	699,953	-0,0013%	0,0000%	0,0067%
36,00	1800,023	2000,000	699,953	-0,0013%	0,0000%	0,0067%	219,00	1800,020	1999,992	700,049	-0,0011%	0,0004%	-0,0071%
39,00	1800,020	1999,992	700,049	-0,0011%	0,0004%	-0,0071%	222,00	1799,999	2000,000	700,031	0,0001%	0,0000%	-0,0045%
42,00	1799,999	2000,000	700,031	0,0001%	0,0000%	-0,0045%	225,00	1800,002	2000,006	700,013	-0,0001%	-0,0003%	-0,0018%
45,00	1800,002	2000,006	700,013	-0,0001%	-0,0003%	-0,0018%	228,00	1800,020	2000,000	700,031	-0,0011%	0,0000%	-0,0045%
48,00	1800,020	2000,000	700,031	-0,0011%	0,0000%	-0,0045%	231,00	1800,010	1999,992	700,049	-0,0006%	0,0004%	-0,0071%
51,00	1800,010	1999,992	700,049	-0,0006%	0,0004%	-0,0071%	234,00	1800,008	2000,000	699,953	-0,0005%	0,0000%	0,0067%
54,00	1800,008	2000,000	699,953	-0,0005%	0,0000%	0,0067%	237,00	1799,967	1999,974	699,965	0,0019%	0,0013%	0,0050%
57,00	1799,967	1999,974	699,965	0,0019%	0,0013%	0,0050%	240,00	1799,973	2000,008	699,979	0,0015%	-0,0004%	0,0029%
60,00	1799,973	2000,008	699,979	0,0015%	-0,0004%	0,0029%	243,00	1800,013	1999,991	699,991	-0,0007%	0,0005%	0,0013%
63,00	1800,013	1999,991	699,991	-0,0007%	0,0005%	0,0013%	246,00	1799,982	2000,015	699,996	0,0010%	-0,0007%	0,0006%
66,00	1799,982	2000,015	699,996	0,0010%	-0,0007%	0,0006%	249,00	1799,254	2000,002	700,000	0,0414%	-0,0001%	0,0000%
69,00	1799,254	2000,002	700,000	0,0414%	-0,0001%	0,0000%	252,00	1800,021	2000,001	700,006	-0,0012%	-0,0001%	-0,0009%
72,00	1800,021	2000,001	700,006	-0,0012%	-0,0001%	-0,0009%	255,00	1800,007	2000,016	700,018	-0,0004%	-0,0008%	-0,0026%
75,00	1800,007	2000,016	700,018	-0,0004%	-0,0008%	-0,0026%	258,00	1800,033	1999,972	700,032	-0,0018%	0,0014%	-0,0046%
78,00	1800,033	1999,972	700,032	-0,0018%	0,0014%	-0,0046%	261,00	1799,994	2000,002	700,043	0,0003%	-0,0001%	-0,0061%
81,00	1799,994	2000,002	700,043	0,0003%	-0,0001%	-0,0061%	264,00	1800,014	2000,006	699,958	-0,0008%	-0,0003%	0,0061%
84,00	1800,014	2000,006	699,958	-0,0008%	-0,0003%	0,0061%	267,00	1799,979	2000,015	700,032	0,0012%	-0,0008%	-0,0046%
87,00	1799,979	2000,015	700,032	0,0012%	-0,0008%	-0,0046%	270,00	1800,009	1999,989	700,044	-0,0005%	0,0005%	-0,0062%
90,00	1800,009	1999,989	700,044	-0,0005%	0,0005%	-0,0062%	273,00	1799,979	2000,015	700,032	0,0012%	-0,0008%	-0,0046%
93,00	1799,979	2000,015	700,032	0,0012%	-0,0008%	-0,0046%	276,00	1800,014	2000,006	699,958	-0,0008%	-0,0003%	0,0061%
96,00	1800,014	2000,006	699,958	-0,0008%	-0,0003%	0,0061%	279,00	1799,994	2000,002	700,043	0,0003%	-0,0001%	-0,0061%
99,00	1799,994	2000,002	700,043	0,0003%	-0,0001%	-0,0061%	282,00	1800,033	1999,972	700,032	-0,0018%	0,0014%	-0,0046%
102,00	1800,033	1999,972	700,032	-0,0018%	0,0014%	-0,0046%	285,00	1800,007	2000,016	700,018	-0,0004%	-0,0008%	-0,0026%
105,00	1800,007	2000,016	700,018	-0,0004%	-0,0008%	-0,0026%	288,00	1800,021	2000,001	700,006	-0,0012%	-0,0001%	-0,0009%
108,00	1800,021	2000,001	700,006	-0,0012%	-0,0001%	-0,0009%	291,00	1799,254	2000,002	700,000	0,0414%	-0,0001%	0,0000%
111,00	1799,254	2000,002	700,000	0,0414%	-0,0001%	0,0000%	294,00	1799,982	2000,015	699,996	0,0010%	-0,0007%	0,0006%
114,00	1799,982	2000,015	699,996	0,0010%	-0,0007%	0,0006%	297,00	1800,013	1999,991	699,991	-0,0007%	0,0005%	0,0013%
117,00	1800,013	1999,991	699,991	-0,0007%	0,0005%	0,0013%	300,00	1799,973	2000,008	699,979	0,0015%	-0,0004%	0,0029%
120,00	1799,973	2000,008	699,979	0,0015%	-0,0004%	0,0029%	303,00	1799,967	1999,974	699,965	0,0019%	0,0013%	0,0050%
123,00	1799,967	1999,974	699,965	0,0019%	0,0013%	0,0050%	306,00	1800,008	2000,000	699,953	-0,0005%	0,0000%	0,0067%
126,00	1800,008	2000,000	699,953	-0,0005%	0,0000%	0,0067%	309,00	1800,010	1999,992	700,049	-0,0006%	0,0004%	-0,0071%
129,00	1800,010	1999,992	700,049	-0,0006%	0,0004%	-0,0071%	312,00	1800,020	2000,000	700,031	-0,0011%	0,0000%	-0,0045%
132,00	1800,020	2000,000	700,031	-0,0011%	0,0000%	-0,0045%	315,00	1800,002	2000,006	700,013	-0,0001%	-0,0003%	-0,0018%
135,00	1800,002	2000,006	700,013	-0,0001%	-0,0003%	-0,0018%	318,00	1799,999	2000,000	700,031	0,0001%	0,0000%	-0,0045%
138,00	1799,999	2000,000	700,031	0,0001%	0,0000%	-0,0045%	321,00	1800,020	1999,992	700,049	-0,0011%	0,0004%	-0,0071%
141,00	1800,020	1999,992	700,049	-0,0011%	0,0004%	-0,0071%	324,00	1800,023	2000,000	699,953	-0,0013%	0,0000%	0,0067%
144,00	1800,023	2000,000	699,953	-0,0013%	0,0000%	0,0067%	327,00	1799,981	1999,974	699,965	0,0010%	0,0013%	0,0050%
147,00	1799,981	1999,974	699,965	0,0010%	0,0013%	0,0050%	330,00	1799,988	2000,008	699,979	0,0006%	-0,0004%	0,0029%
150,00	1799,988	2000,008	699,979	0,0006%	-0,0004%	0,0029%	333,00	1799,988	1999,991	699,991	0,0007%	0,0005%	0,0013%
153,00	1799,988	1999,991	699,991	0,0007%	0,0005%	0,0013%	336,00	1799,970	2000,015	699,996	0,0017%	-0,0007%	0,0006%
156,00	1799,970	2000,015	699,996	0,0017%	-0,0007%	0,0006%	339,00	1799,971	2000,002	700,000	0,0016%	-0,0001%	0,0000%
159,00	1799,971	2000,002	700,000	0,0016%	-0,0001%	0,0000%	342,00	1799,997	2000,001	700,006	0,0001%	-0,0001%	-0,0009%
162,00	1799,997	2000,001	700,006	0,0001%	-0,0001%	-0,0009%	345,00	1800,000	2000,016	700,018	0,0000%	-0,0008%	-0,0026%
165,00	1800,000	2000,016	700,018	0,0000%	-0,0008%	-0,0026%	348,00	1799,986	1999,972	700,032	0,0008%	0,0014%	-0,0046%
168,00	1799,986	1999,972	700,032	0,0008%	0,0014%	-0,0046%	351,00	1799,992	2000,002	700,043	0,0005%	-0,0001%	-0,0061%
171,00	1799,992	2000,002	700,043	0,0005%	-0,0001%	-0,0061%	354,00	1799,960	2000,006	699,958	0,0022%	-0,0003%	0,0061%
174,00	1799,960	2000,006	699,958	0,0022%	-0,0003%	0,0061%	357,00	1800,034	2000,015	700,032	-0,0019%	-0,0008%	-0,0046%
177,00	1800,034	2000,015	700,032	-0,0019%	-0,0008%	-0,0046%	360,00	1800,019	1999,989	700,044	-0,0011%	0,0005%	-0,0062%
180,00	1800,019	1999,989	700,044	-0,0011%	0,0005%	-0,0062%							

* Diferença percentual com relação ao esforço normal solicitante de cálculo.

3.1.2.2. Eurocode 2 (2002)

Para os resultados produzidos quando feito uso dos critérios do Eurocode 2 (2002) não foram realizadas comparações diretas com os obtidos por outras fontes. Mas, a consistência da aplicação do programa para os modelos da referência europeia fica vinculada às verificações feitas com os critérios da ABNT NBR 6118:2014, já que os procedimentos considerados pelas duas normas são muito parecidos.

Vale lembrar que os ajustes para adaptar o algoritmo de cálculo, da ABNT NBR 6118:2014 para o Eurocode 2 (2002), se deram apenas nos limites de deformações (para o caso do diagrama tensão-deformação retangular) e numa pequena variação (do valor α_c , para a NBR, ou α_{cc} , para o Eurocode) nas equações das curvas da tensão no concreto. Então, frente à boa resposta do programa quando utilizada a NBR, admite-se, portanto, que ocorra a mesma consistência para quando feito o uso do Eurocode.

3.1.2.3. ACI 318 (2014)

A verificação do programa computacional quanto ao emprego dos critérios do ACI 318 (2014) foi feita comparando-se os resultados produzidos pelo programa com resultados apresentados por MacGregor e Wight (2012). Esses autores trazem dois exemplos de análise da capacidade resistente de pilares. O primeiro caso trata-se de uma situação de flexão normal composta e o segundo de flexão oblíqua composta.

Quando a análise é feita para a situação de flexão normal composta, o ponto da envoltória de resistência a ser comparado com os resultados de MacGregor e Wight (2012) corresponde à condição em que a linha neutra está paralela ao eixo OX ou perpendicular a este, a depender da convenção adotada. Já para o caso da flexão oblíqua composta, o ponto da envoltória a ser comparado foi determinado de modo a ter a posição da linha neutra equivalente à adotada por MacGregor e Wight (2012).

A seguir, os resultados obtidos por MacGregor e Wight (2012), nos dois casos mencionados acima, são discutidos de forma mais detalhada e também comparados com os produzidos pelo PILAR_OBLIQUA.

Caso 1: Flexão normal composta (MACGREGOR; WIGHT, 2012)

A seção analisada para a condição de flexão normal composta por MacGregor e Wight (2012) e uma distribuição de deformações inicialmente fixada são apresentadas na Figura 3.9.

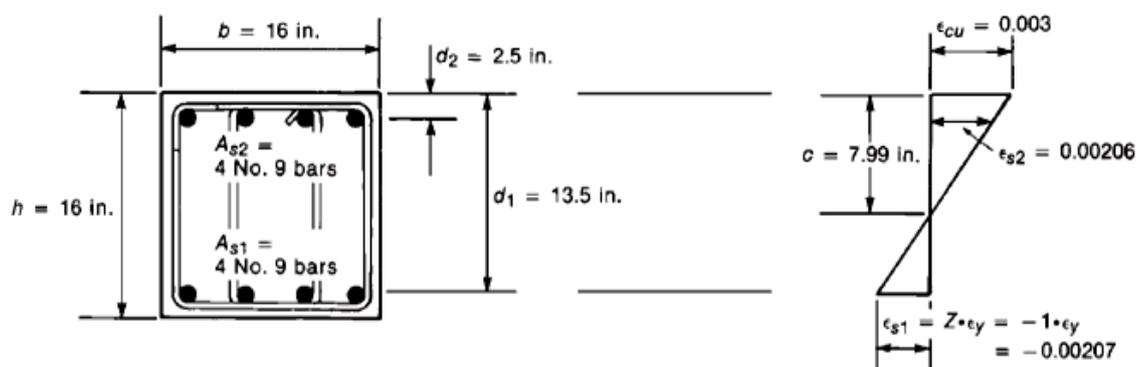


Figura 3.9 – Seção analisada para a condição de flexão normal composta e distribuição de deformações inicialmente fixada

Fonte: MacGregor e Wight (2012)

As dimensões da seção, as posições e diâmetros das barras de aço e as propriedades dos materiais são apresentados respectivamente na Tabela 3.9, Tabela 3.10 e Tabela 6.11. As transformações de unidades, do Sistema Inglês de medidas para o Sistema Métrico, foram realizadas assumindo-se as correspondências apresentadas logo abaixo.

$$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ psi} = 6,894757 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ ksi} = 6894,757 \text{ kPa}$$

$$1 \text{ kip} = 4,448222 \text{ kN}$$

$$1 \text{ kip}\cdot\text{in} = 4,448222\cdot 2,54 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Tabela 3.9 – Dimensões da seção genérica analisada

b		h	
in	cm	in	cm
16,000	40,640	16,000	40,640

Tabela 3.10 – Configuração de armaduras da seção genérica analisada em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA

Linha	Número de barras	Diâmetro		X_i		X_f		H_y	
		in	mm	in	cm	in	cm	in	cm
1	4	1,128	28,6512	2,500	6,350	13,500	34,290	2,500	6,350
2	4	1,128	28,6512	2,500	6,350	13,500	34,290	13,500	34,290

Tabela 3.11 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada

f_{yk}		f'_c		E_s	
ksi	MPa	psi	MPa	ksi	MPa
60,00	413,6854	5000,00	34,4738	29000,00	199947,95

Foram quatro as análises realizadas por MacGregor e Wight (2012) para a seção da Figura 3.9. Isto é, com a linha neutra paralela ao eixo horizontal, então, para 4 valores diferentes da deformação ε_{s1} foram determinados os pares de força normal e momento fletor resistentes, com o método correspondente ao do ACI 318 (2014). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.12.

Obs.: Por causa da simetria da seção em estudo, para a linha neutra paralela ao eixo horizontal, o momento resultante é nulo nesta direção e diferente de zero na direção vertical. Por ser a direção vertical correspondente ao eixo OY , definiu-se então os momentos resistentes calculados por MacGregor e Wight (2012) como sendo M_{Ry} (momentos resistentes na direção OY).

Tabela 3.12 – Resultados obtidos por MacGregor e Wight (2012) para o caso de flexão normal composta

Situação	Z	ε_{s1}	ϕ	N_R^*		M_{Ry}^*	
	-	%	-	kips	kN	kip-in	kN-cm
1	-1	$-\varepsilon_{sy}$	0,650	271,05	1205,69	3009,50	34002,7872
2	-2	$-2\varepsilon_{sy}$	0,828	204,52	909,73	3378,24	38168,9902
3	---	-5	0,900	174,60	776,66	3456,00	39047,5603
4	-4	$-4\varepsilon_{sy}$	0,900	39,51	175,75	2775,60	31360,0719

* Valores considerando o coeficiente de redução ϕ .

Fonte: MacGregor e Wight (2012)

Os procedimentos para a análise dessas 4 situações, por meio do PILAR_OBLIQUA, foram feitos a partir dos esforços normais resistentes obtidos por MacGregor e Wight (2012). Ou seja, admitiu-se que os valores de N_R fossem as próprias forças normais solicitantes, e então, ao atender o equilíbrio de forças normais da seção ($N_R = N_d$), no procedimento de cálculo do algoritmo implementado, foram então obtidos a distribuição de tensões que identificam cada ε_{s1} e também os M_{Ry} (momentos resistentes na direção OY).

Na Figura 3.10 tem-se um exemplo de interface gráfica do PILAR_OBLIQUA com os dados de entrada para a seção em estudo. Já na Figura 3.11 são apresentadas as envoltórias de resistência obtidas para as 4 situações de deformações ε_{s1} e extratos das correspondentes tabelas de resultados obtidas, onde pode-se observar os valores de M_{Ry} para linha neutra paralela ao eixo OX , ou seja, para α igual a 0° .

PILAR_OBLIQUA

SEÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL

GEOMETRIA DA SEÇÃO

b (cm) 40.64 h (cm) 40.64

ARMADURA (BARRAS)

Dímetro barra (n) Outro D (mm) 28.6512

Número de barras na linha horizontal 4

X_i (cm) 6.35 H_y (cm) 34.29

X_f (cm) 34.29

INserir BARRA(S) LIMPAR SEÇÃO

DADOS DA SEÇÃO

Área de concreto (cm²) 1651.61

Área total de aço (cm²) 51.5781

Taxa de armadura (%) 3.1229

SEÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL

Base (cm)

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

CONCRETO

Resistência do concreto em:

Resistência característica (f_{ck})

Resistência Específica (f_c) Resistência do Concreto (MPa) 34.4738

Resistência média (f_{cm} ou f_{cr})

AÇO

Classe aço Outra f_{yk} (MPa) 413.6854 E_s (MPa) 199947.95 Coeficiente de minoração do aço 1.00

ESFORÇOS SOLICITANTES DE PROJETO

N_d (kN) 776.66

M_{dx} (kN·m) 0

M_{dy} (kN·m) 39047.56

MÉTODO DE CÁLCULO

NBR 6118:2014 (Diagrama Parábola-Retângulo)

NBR 6118:2014 (Diagrama Retangular)

Eurocode 2 (2001) (Diagrama Parábola-Retângulo)

UK ANNEX

Eurocode 2 (2001) (Diagrama Retangular)

UK ANNEX

ACI 318 (2014) (Diagrama Retangular)

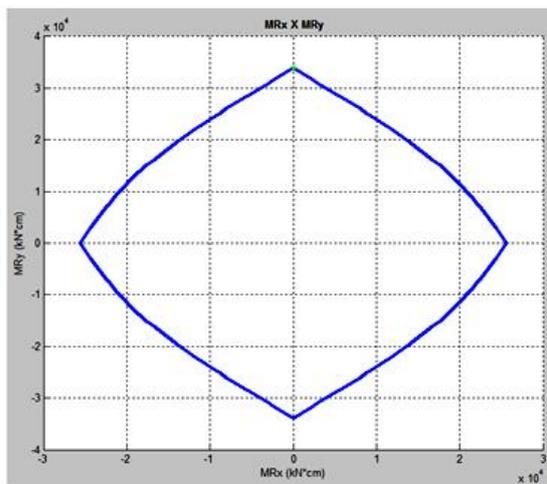
ANÁLISE DOS ESFORÇOS

VERIFICAÇÃO

A seção suporta os esforços solicitantes. **GERAR ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA**

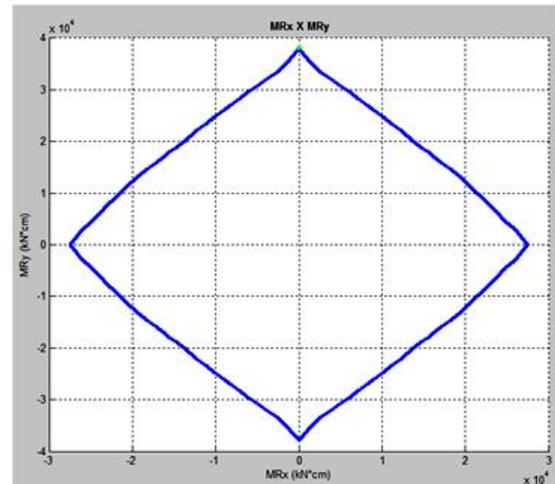
	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e+000	0.315980287... 776.6608e+0...	0.0000e-003	0.0000e-003	39.0131e+003
2	3.0000e+000	0.348401446... 776.6599e+0...	1.2132e+003	36.7885e+003	
3	6.0000e+000	0.375821843... 776.6600e+0...	2.1919e+003	35.1043e+003	
4	9.0000e+000	0.399186588... 776.6598e+0...	3.0413e+003	33.7753e+003	
5	12.0000e+000	0.419368079... 776.6594e+0...	3.8154e+003	32.6714e+003	
6	15.0000e+000	0.431564577... 776.6600e+0...	4.8900e+003	31.4619e+003	

Figura 3.10 – Dados de entrada para a seção em análise para as 4 situações de deformações



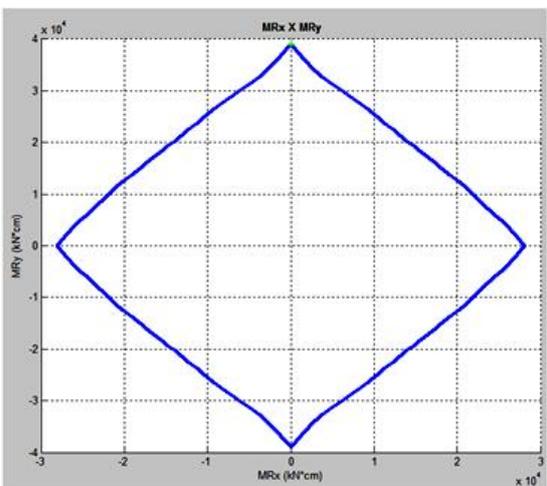
	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e-003	0.4994645	1.2057e+003	0.0000e-003	33.9650e+003
2	3.0000e+000	0.5019508	1.2057e+003	1.0906e+003	32.8752e+003
3	6.0000e+000	0.5043884	1.2057e+003	2.1294e+003	31.8323e+003
4	9.0000e+000	0.5069039	1.2057e+003	3.1277e+003	30.8366e+003
5	12.0000e+000	0.5091750	1.2057e+003	4.0994e+003	29.8764e+003
6	15.0000e+000	0.5115148	1.2057e+003	5.0541e+003	28.9378e+003

(a) Situação 1



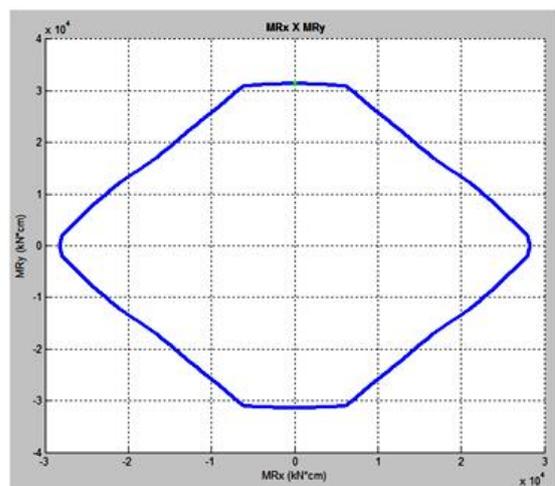
	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e-003	0.35600049	909.7300e+0	-374.7617e-015	37.9133e+003
2	3.0000e+000	0.390116817	909.7300e+0	1.0685e+003	35.9107e+003
3	6.0000e+000	0.417930138	909.7298e+0	1.9545e+003	34.4273e+003
4	9.0000e+000	0.441047822	909.7300e+0	2.7405e+003	33.2524e+003
5	12.0000e+000	0.452320548	909.7300e+0	3.8757e+003	32.0173e+003
6	15.0000e+000	0.458332712	909.7298e+0	5.0263e+003	30.7309e+003

(b) Situação 2



	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e-003	0.315980287	776.8808e+0	0.0000e-003	39.0131e+003
2	3.0000e+000	0.348401446	776.8599e+0	1.2132e+003	36.7885e+003
3	6.0000e+000	0.375821843	776.6600e+0	2.1919e+003	35.1043e+003
4	9.0000e+000	0.399186588	776.6598e+0	3.0413e+003	33.7753e+003
5	12.0000e+000	0.419388079	776.8594e+0	3.8154e+003	32.6714e+003
6	15.0000e+000	0.431584577	776.8800e+0	4.8800e+003	31.4618e+003

(c) Situação 3



	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e-003	0.224294106	175.7500e+0	204.8363e-015	31.3958e+003
2	3.0000e+000	0.246638214	175.7501e+0	1.5230e+003	31.3668e+003
3	6.0000e+000	0.264445670	175.7501e+0	2.6488e+003	31.3065e+003
4	9.0000e+000	0.282632038	175.7500e+0	3.8957e+003	31.1962e+003
5	12.0000e+000	0.299315025	175.7500e+0	5.0733e+003	31.0415e+003
6	15.0000e+000	0.312538078	175.7501e+0	6.1474e+003	30.8501e+003

(d) Situação 4

Figura 3.11 – Envoltórias de resistência obtidas através do PILAR_OBLIQUA para as 4 situações de deformações

Em cada um dos gráficos da Figura 3.11 foi escrito um asterisco (*) em verde que corresponde ao par de momentos resistentes ($M_{Rx} = 0$ e M_{Ry}), sendo M_{Ry} o valor que foi determinado por MacGregor e Wight (2012). Percebe-se uma clara proximidade entre cada

um destes pontos e a respectiva envoltória de resistência produzida pelo PILAR_OBLIQUA. Na Tabela 3.13 são realizadas comparações entre os M_{Ry} obtidos pelos dois processos, sendo que as pequenas diferenças percentuais resultantes sugerem que o programa PILAR_OBLIQUA consistência.

Tabela 3.13 – Comparação entre os momentos resistentes (M_{Ry}) obtidos por MacGregor e Wight (2012) e os determinados pelo PILAR_OBLIQUA

Caso	N_R (kN)	M_{Ry} (kN·cm)		$\Delta\%$
		MacGregor	PILAR_OBLIQUA	
1	1205,69	34002,79	33985,00	-0,05
2	909,73	38168,99	37913,30	-0,67
3	776,66	39047,56	39013,10	-0,09
4	175,75	31360,07	31395,60	0,11

Caso 2: Flexão oblíqua composta (MACGREGOR; WIGHT, 2014)

A seção analisada para a condição de flexão oblíqua composta, por MacGregor e Wight (2014), é apresentada na Figura 3.12. Nesta figura é feita também a locação da linha neutra, que está rotacionada a 30° no sentido anti-horário e posicionada a uma profundidade (distância) de 12,66 polegadas com relação ao vértice superior esquerdo.

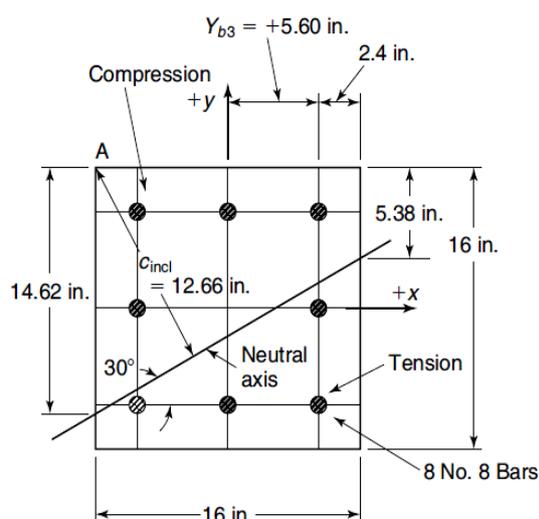


Figura 3.12 – Seção analisada para a condição de flexão oblíqua composta e posição da linha neutra

Fonte: MacGregor e Wight (2012)

Vale recordar que no programa PILAR_OBLIQUA as rotações da linha neutra se dão no sentido horário, como na Figura 2.27. Então, a rotação de 30° no sentido anti-horário, como na Figura 3.12, corresponde à rotação de 330° (360 - 30) realizada pelo programa. As dimensões da seção, as posições e diâmetros das barras de aço e as propriedades dos materiais são apresentados respectivamente na Tabela 3.14, Tabela 3.15 e Tabela 3.16.

Tabela 3.14 – Dimensões das seção genérica analisada

b		h	
in	cm	in	cm
16,000	40,640	16,000	40,640

Tabela 3.15 – Configuração de armaduras da seção genérica analisada em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA

Linha	Número de barras	X_i		X_f		H_y	
		in	cm	in	cm	in	cm
1	3	2,400	6,096	13,600	34,544	2,400	6,096
2	2	2,400	6,096	13,600	34,544	8,000	20,320
3	3	2,400	6,096	13,600	34,544	13,600	34,544

Tabela 3.16 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada

f_{yd}		f'_c		E_s	
ksi	MPa	psi	MPa	ksi	MPa
60,00	413,6854	4000,00	27,5790	29000,00	199947,95

Para a seção e posicionamento da linha neutra como na Figura 3.12, os momentos resistentes obtidos por MacGregor e Wight (2012) são apresentados na Tabela 3.17. As correspondências de unidades (entre o Sistema Inglês e o Sistema Métrico), para as conversões de valores, são como as definidas anteriormente no Caso 1.

Tabela 3.17 – Propriedades mecânicas básicas dos materiais que compõem a seção analisada

N_R		M_{Rx}		M_{Ry}	
kips	kN	kip-in	kN-cm	kip-in	kN-cm
315,00	1401,19	1540,00	17399,67	-748,00	-8451,27

O procedimento para a análise através do PILAR_OBLIQUA foi feito a partir da força normal resistente obtida por MacGregor e Wight (2012). Ou seja, admitiu-se que o valor de N_R fosse igual à própria força normal solicitante, e então, ao atender o equilíbrio de forças normais da seção ($N_R = N_d$), no procedimento de cálculo do algoritmo implementado, é então obtido uma envoltória de momentos resistentes de onde se pode obter os valores de M_{Rx} e M_{Ry} para a posição da linha neutra mostrada na Figura 3.12.

PILAR_OBLIQUA
SEÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL

GEOMETRIA DA SEÇÃO
b (cm) 40.64 h (cm) 40.64

ARMADURA (BARRAS)
Diâmetro barra (n) Outro D (mm) 25.4
Número de barras na linha horizontal 3
Xi (cm) 6.096 Hy (cm) 34.544
Xf (cm) 34.544
INserir Barra(s) LIMPAR SEÇÃO

DADOS DA SEÇÃO
Área de concreto (cm²) 1651.61
Área total de aço (cm²) 40.5366
Taxa de armadura (%) 2.45437

SEÇÃO DO ELEMENTO ESTRUTURAL
Base (cm) 0 10 20 30 40

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
CONCRETO
Resistência do concreto em:
 Resistência característica (f_{ck})
 Resistência Específica (f_c)
 Resistência média (f_{cm} ou f_{cr})
Resistência do Concreto (MPa) 27.5790

ÁÇO
Classe aço Outra fyk (MPa) 413.6854 Es (MPa) 199947.95 Coeficiente de minoração do aço 1.00

ESFORÇOS SOLICITANTES DE PROJETO
Nd (kN) 1401.19
Mdx (kN/m) 17399.67
Mdy (kN/m) -8451.27

MÉTODO DE CÁLCULO
 NBR 6118:2014 (Diagrama Parábola-Retângulo)
 NBR 6118:2014 (Diagrama Retangular)
 Eurocode 2 (2001) (Diagrama Parábola-Retângulo)
 UK ANNEX
 Eurocode 2 (2001) (Diagrama Retangular)
 UK ANNEX
 ACI 318 (2014) (Diagrama Retangular)

ANÁLISE DOS ESFORÇOS
VERIFICAÇÃO
A seção suporta os esforços solicitantes. GERAR ENVOLTÓRIA DE RESISTÊNCIA

	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
1	0.0000e+00	0.579127503...	1.4012e+003	0.0000e+00	22.2092e+003 20
2	3.0000e+000	0.577468129...	1.4012e+003	703.5823e+0...	21.9494e+003 20
3	6.0000e+000	0.576861672...	1.4012e+003	1.6175e+003	21.5178e+003 20
4	9.0000e+000	0.577133860...	1.4012e+003	2.4964e+003	21.0274e+003 20
5	12.0000e+000	0.577397674...	1.4012e+003	3.3513e+003	20.5429e+003 20
6	15.0000e+000	0.577654880...	1.4012e+003	4.1904e+003	20.0571e+003 20

Figura 3.13 – Dados de entrada para a seção da Figura 3.12

Na Figura 3.14 é apresentada a envoltória de resistência obtida para a seção em estudo e também é desenhado neste gráfico o ponto que corresponde ao par de momentos resistentes (M_{Rx} e M_{Ry}) obtido por MacGregor e Wight (2012). Nota-se que este ponto se encontra posicionado praticamente sobre a envoltória definida pelo PILAR_OBLIQUA.

Foi feita a comparação direta dos valores determinados pelo programa PILAR_OBLIQUA (ver Figura 3.15) com os obtidos por MacGregor e Wight (2012). Pela Tabela 3.18 nota-se que as diferenças de momentos resistentes são da ordem de 0,3 % e 0,6 %. Vale observar que, esses pequenos valores percentuais foram obtidos mesmo tendo em vista as aproximações empregadas nas conversões de unidades e também as aproximações próprias de cada processo de cálculo.

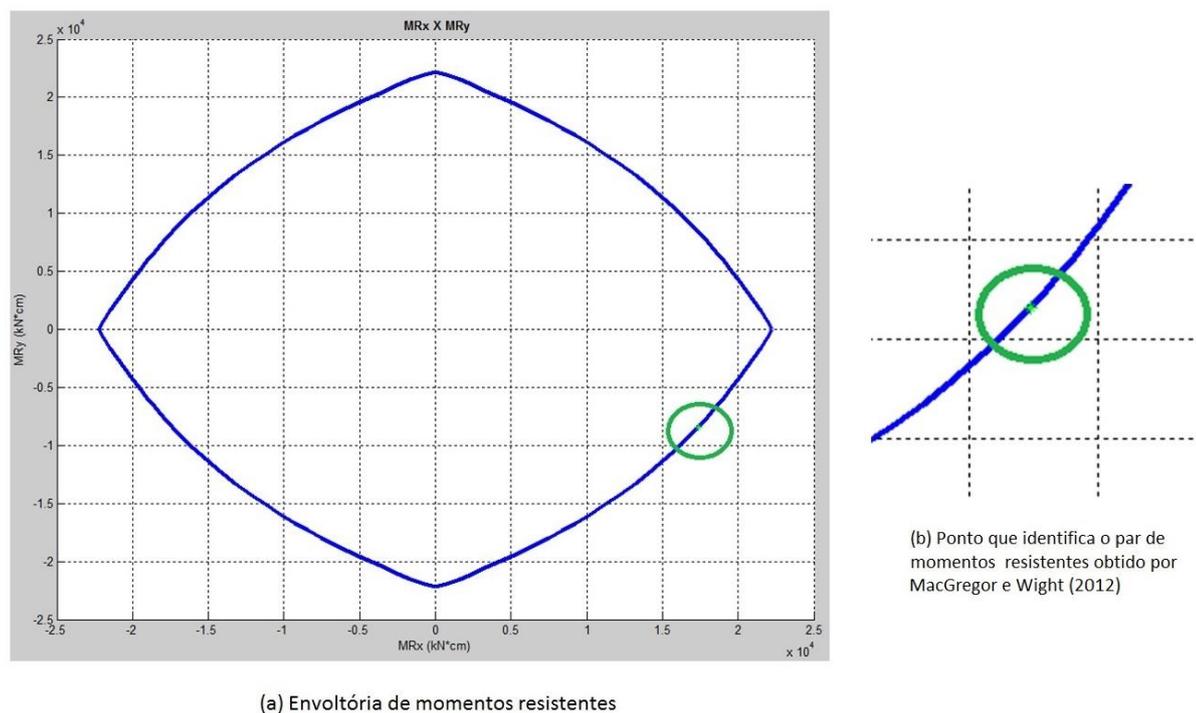


Figura 3.14 – Envolvória de resistência para a seção indicada na Figura 3.13

	ÂNGULO	BX	NR	MRX	MRY
109	324.0000...	0.579394638...	1.4012e+003	-10.2239e+003	15.9516e+003
110	327.0000...	0.579142922...	1.4012e+003	-9.2927e+003	16.6830e+003
111	330.0000...	0.578894558...	1.4012e+003	-8.3983e+003	17.3453e+003
112	333.0000...	0.578648146...	1.4012e+003	-7.5316e+003	17.9533e+003
113	336.0000...	0.578402328...	1.4012e+003	-6.6847e+003	18.5191e+003
114	339.0000...	0.578155759...	1.4012e+003	-5.8501e+003	19.0527e+003

Figura 3.15 – Extrato da tabela de resultados para a seção da Figura 3.12 com destaque para os valores com linha neutra inclinada a 330°

Tabela 3.18 – Comparação de resultados obtidos por MacGregor e Wight (2012) e pelo PILAR_OBLIQUA

	MacGregor e Wight (2012)	PILAR_OBLIQUA	Δ% entre momentos resistentes
M_{Rx} (KN·cm)	17399,67	17345,30	-0,31
M_{Ry} (KN·cm)	-8451,27	-8398,30	-0,62

3.2. ENVOLTÓRIAS DE RESISTÊNCIAS E CLASSES DO CONCRETO

Nesta seção foi feita, para cada uma das normas, a análise do comportamento das envoltórias de momentos resistentes com o crescimento da classe do concreto. Para isso, adotou-se uma seção de pilar com dimensões e armadura fixas (Figura 3.16). Então, para N_d arbitrado como 2600 kN, foram determinadas as respectivas envoltórias de resistência, variando-se as classes do concreto de C20 a C90, de 5 em 5.

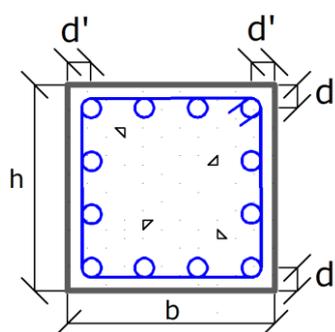


Figura 3.16 – Forma da seção do pilar analisado

As dimensões da seção e a descrição da armadura, em termos das variáveis identificadas na Figura 3.16, são apresentadas na Tabela 3.19. As barras de aço são simetricamente distribuídas.

Tabela 3.19 – Dados do pilar empregado nas análises das envoltórias de resistência

Seção		f_{ck} (MPa)	Armadura longitudinal	d' (cm)	f_{yk} (MPa)	E_s (GPa)
b (cm)	h (cm)		Qtde e ϕ (mm)			
50,00	50,00	"Variável"	12 ϕ 16,0 mm	4,43	500,00	210,00

É importante observar que, na determinação da posição das barras de aço, levou-se em consideração as recomendações da ABNT NBR 6118:2014. Assumiu-se classe de agressividade II (meio urbano), para a qual o cobrimento mínimo a ser atendido, para pilares, é de 3,00 cm, sendo este o valor empregado. Para estribos, a norma técnica brasileira recomenda diâmetro maior ou igual a 5,0 mm e valor máximo dado por $b/10$, sendo então escolhido o de 6,3 mm.

Vale observar que, a ABNT NBR 6118:2014 diz que para a classe de agressividade II a menor classe de concreto a ser empregada é a C25. Mas para fins de comparação, ainda assim foram simuladas situações em que se tem o concreto com resistência característica à

compressão de 20 MPa (C20). Os dados de entrada para a determinação da configuração de barras da armadura, no programa PILAR_OBLIQUA, são como na Tabela 3.20. Nas próximas seções são apresentados os resultados obtidos.

Tabela 3.20 – Configuração de barras da armadura da seção do pilar analisado em termos dos dados de entrada para o programa PILAR_OBLIQUA

Linha	Nº de barras	D (mm)	Xi (cm)	X _f (cm)	Hy (cm)
1	4	16,00	4,43	45,57	4,43
2	2	16,00	4,43	45,57	18,14
3	2	16,00	4,43	45,57	31,86
4	4	16,00	4,43	45,57	45,57

3.2.1. ABNT NBR 6118:2014

Na Figura 3.17 são apresentadas as envoltórias de resistência desenhadas considerando os critérios da ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação na forma parábola-retângulo e também na forma retangular. Para melhor visualização dos resultados, as envoltórias das classes do concreto de alta resistência são diferenciadas usando-se linhas tracejadas. Visualmente percebe-se que para o CAR as curvas se dispõem bem mais próximas do que àquelas obtidas para o concreto convencional.

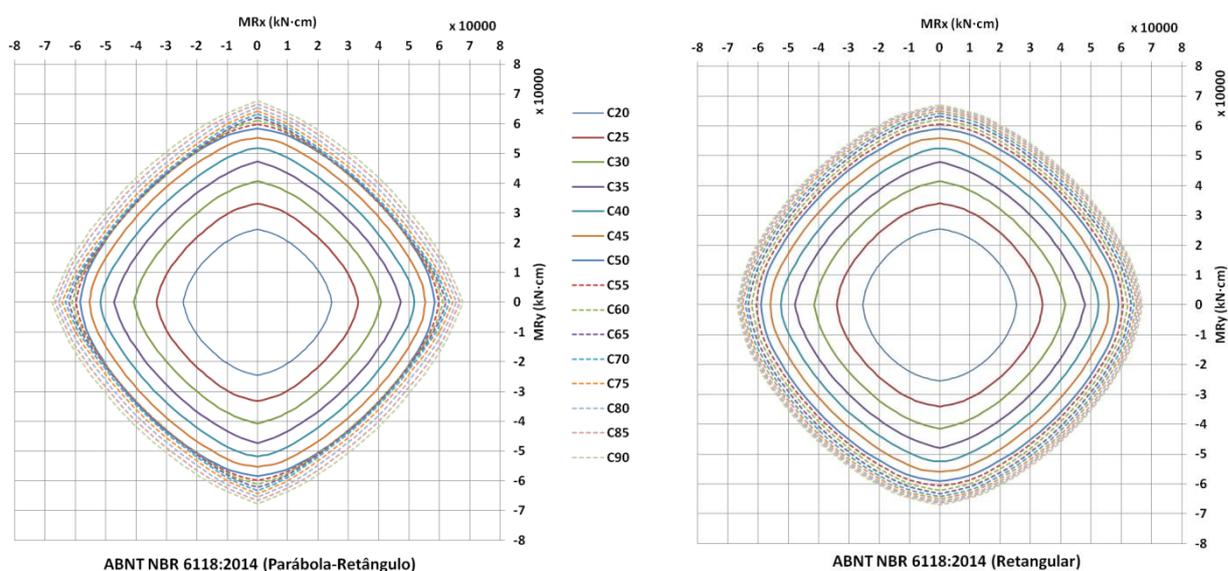


Figura 3.17 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se os critérios da ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita)

Nas tabelas a seguir (Tabela 3.21 e Tabela 3.22) são apresentados os valores médios das relações entre momentos resistentes de uma envoltória superior para a imediatamente superior, e também as distâncias médias entre as envoltórias. A envoltória superior é definida como sendo a de resistência igual a da envoltória inferior acrescida de 5,00 MPa, ou seja, uma envoltória é subsequente à outra.

Os valores médios das relações entre momentos resistentes são obtidos por meio da Expressão (3.1). Isto é, resulta da média dos valores obtidos pela razão, ponto a ponto (de um de 121 pontos por envoltória), de momentos resistentes correspondentes (com a mesma inclinação α da linha neutra) de duas envoltórias subsequentes.

$$\text{"Relação média entre momentos"} = \sum_{i=1}^{i=121} \frac{M_{R,envoltória superior}(\alpha_i)}{M_{R,envoltória inferior}(\alpha_i)} \quad (3.1)$$

Já a distância média entre envoltórias subsequentes é obtida considerando a Expressão (3.2). Ou seja, é resultante da média das distâncias entre pontos de pares de momentos resistentes, de envoltórias subsequentes, obtidos para correspondentes inclinações α_i da linha neutra. A Figura 3.18 ajuda a compreender a Expressão (3.2).

$$\text{"Distância média entre envoltórias"} = \frac{\sum_{i=1}^{i=121} dist_i(\alpha_i)}{121} \quad (3.2)$$

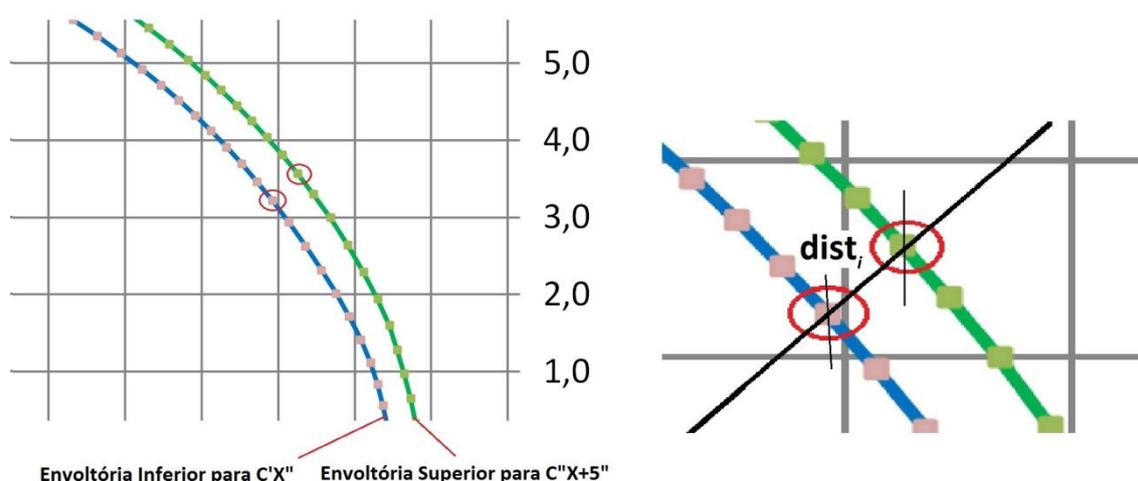


Figura 3.18 – Extrato de duas envoltórias de resistência com destaque para a distância $dist_i$ entre dois pontos de pares de momentos resistentes obtidos para o mesmo ângulo α_i

Tabela 3.21 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo

Classes de resistência	$MR_x(C''X+5'')/MR_x(C''X'')$	$MR_y(C''X+5'')/MR_y(C''X'')$	Distância entre pontos (C''X+5'' e C''X'')
C20-C25	1,31	1,31	8085,03
C25-C30	1,20	1,20	6660,43
C30-C35	1,15	1,15	5724,70
C35-C40	1,09	1,09	4569,03
C40-C45	1,08	1,08	3745,74
C45-C50	1,07	1,07	3194,07
C50-C55	1,02	1,02	896,90
C55-C60	1,02	1,02	651,46
C60-C65	1,02	1,02	521,31
C65-C70	1,02	1,02	705,32
C70-C75	1,02	1,02	1021,82
C75-C80	1,03	1,03	1209,79
C80-C85	1,03	1,03	1269,65
C85-C90	1,03	1,03	1226,56

Tabela 3.22 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular

Classes de resistência	$MR_x(C''X+5'')/MR_x(C''X'')$	$MR_y(C''X+5'')/MR_y(C''X'')$	Distância entre pontos (C''X+5'' e C''X'')
C20-C25	1,29	1,29	8075,29
C25-C30	1,19	1,19	6606,75
C30-C35	1,14	1,14	5651,33
C35-C40	1,10	1,10	4605,57
C40-C45	1,08	1,08	3718,51
C45-C50	1,07	1,07	3171,83
C50-C55	1,03	1,03	1386,61
C55-C60	1,03	1,03	1202,13
C60-C65	1,03	1,03	1084,30
C65-C70	1,02	1,02	989,52
C70-C75	1,02	1,02	883,91
C75-C80	1,02	1,02	772,91
C80-C85	1,01	1,01	654,56
C85-C90	1,01	1,01	532,95

As distâncias médias entre as envoltórias são mostradas graficamente na Figura 3.19. Analisando estes gráficos, percebe-se que, com o aumento da resistência do concreto, a

distância entre as envoltórias, de uma classe de concreto para outra, tende a diminuir, o que pode ser notado também analisando as relações entre momentos resistentes (Tabela 3.21 e Tabela 3.22). Quando comparado o grupo de concretos convencionais com o grupo de CAR, esse comportamento fica mais evidente ainda.

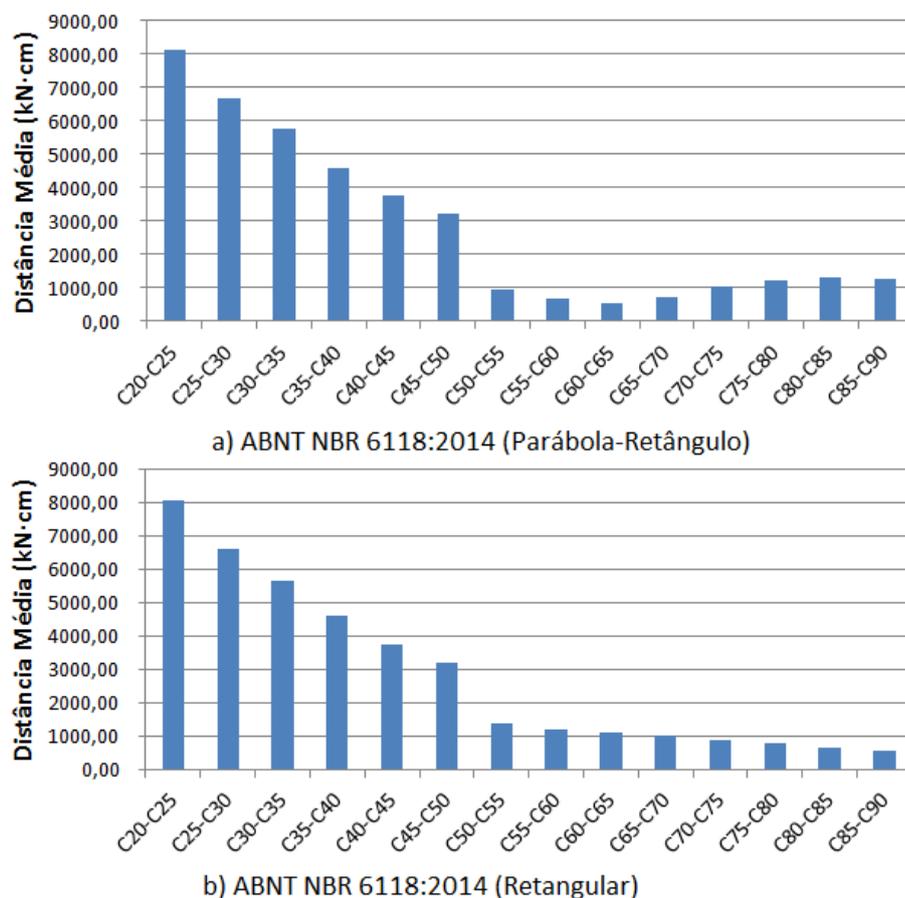


Figura 3.19 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência obtidas aplicando-se a ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular

Uma última verificação foi feita analisando o aumento dos momentos resistentes em vista de uma classe de referência, adotando-se o C30 como tal. Ou seja, determinaram-se as relações de momentos resistentes das diferentes classes com os obtidos para a classe C30. Os valores médios desses resultados são mostrados nas tabelas a seguir (Tabela 3.23 e Tabela 3.24).

Tabela 3.23 – Relações entre momentos resistentes obtidos para diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo

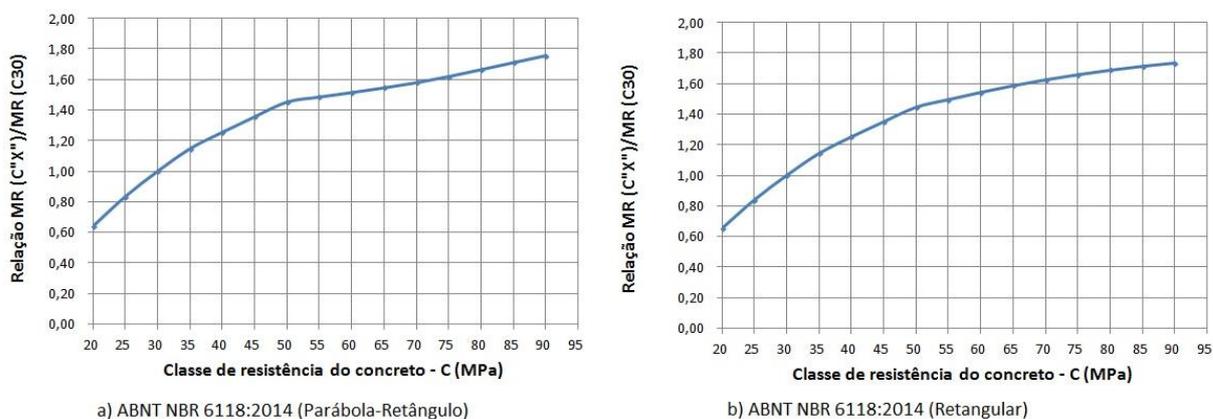
CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C30)$	$MR_y(C"X")/MR_y(C30)$
C20	0,64	0,64
C25	0,83	0,83
C30	1,00	1,00
C35	1,15	1,15
C40	1,26	1,26
C45	1,36	1,36
C50	1,45	1,45
C55	1,49	1,49
C60	1,52	1,52
C65	1,55	1,55
C70	1,58	1,58
C75	1,62	1,62
C80	1,67	1,67
C85	1,71	1,71
C90	1,76	1,76

Tabela 3.24 – Relações entre momentos resistentes obtidos para diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C30)$	$MR_y(C"X")/MR_y(C30)$
C20	0,65	0,65
C25	0,84	0,84
C30	1,00	1,00
C35	1,14	1,14
C40	1,25	1,25
C45	1,35	1,35
C50	1,45	1,45
C55	1,50	1,50
C60	1,54	1,54
C65	1,59	1,59
C70	1,63	1,63
C75	1,66	1,66
C80	1,69	1,69
C85	1,72	1,72
C90	1,74	1,74

Essas relações (Tabela 3.23 e Tabela 3.24) são apresentadas graficamente na Figura 3.20. Por ser a seção simétrica, então os resultados para as direções OX e OY são os mesmos. Assim, apresenta-se um único gráfico para as duas direções, onde o MR (momento resistente),

na nomenclatura de cada eixo vertical, pode ser interpretado como sendo de qualquer direção. Novamente, pelos gráficos em questão, fica evidente a mudança da taxa de crescimento dos momentos resistentes para o CAR (após o C50).



a) ABNT NBR 6118:2014 (Parábola-Retângulo)

b) ABNT NBR 6118:2014 (Retangular)

Figura 3.20 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular

3.2.2. Eurocode 2 (2002)

Na Figura 3.21 são apresentadas as envoltórias de resistência obtidas considerando os critérios do Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação na forma parábola-retângulo e também na forma retangular. Já na Figura 3.22, constam as envoltórias para esta mesma norma, mas agora considerando o “*UK National Annex to Eurocode 2*”.

Para melhor visualização dos resultados, as envoltórias das classes que caracterizam o concreto de alta resistência são diferenciadas usando-se linhas tracejadas. Assim como para a norma brasileira, para o Eurocode, e também quando considerado o “*UK National Annex to Eurocode 2*”, percebe-se visualmente que para o CAR as curvas se dispõem bem mais próximas do que àquelas obtidas para o concreto convencional.

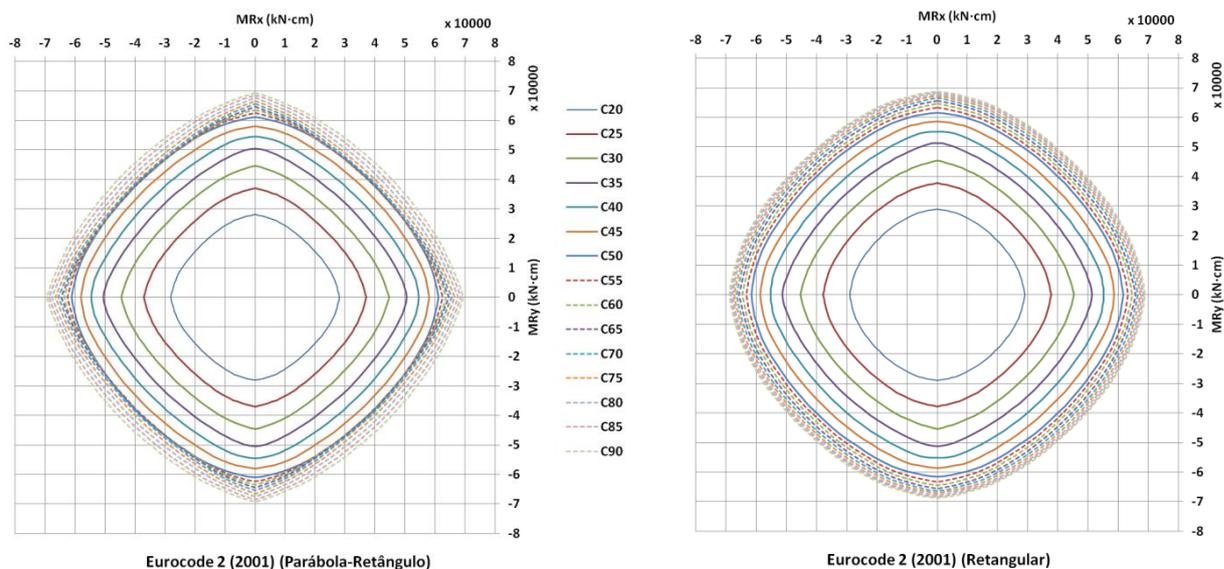


Figura 3.21 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita)

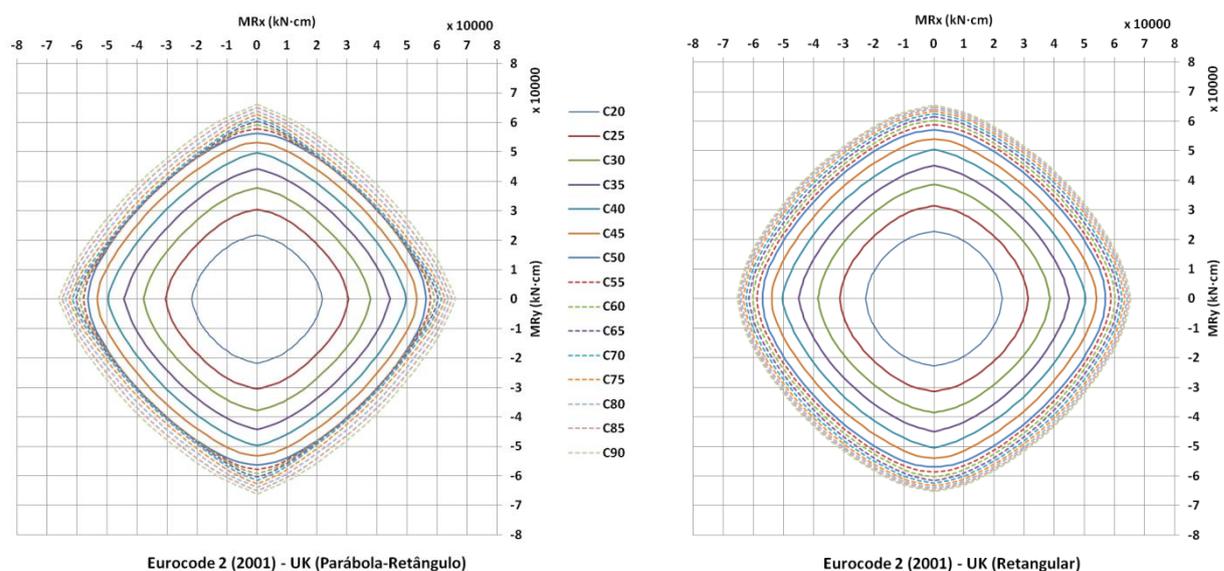


Figura 3.22 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo (à esquerda) e retangular (à direita) (*UK National Annex to Eurocode 2*)

Nas tabelas a seguir (Tabela 3.25 e Tabela 3.26) são apresentados os valores médios das relações entre momentos resistentes e as distâncias de uma envoltória superior para a imediatamente inferior. As considerações para a produção destas tabelas, em vista dos resultados obtidos aplicando-se o Eurocode 2 (2002), são as mesmas que foram expostas para

o caso da ABNT NBR 6118:2014. Na sequência (Tabela 3.27 e Tabela 3.28) são apresentados os resultados para o Eurocode 2 (2002) considerando o “*UK National Annex to Eurocode 2*”.

Tabela 3.25 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo

Classes de resistência	$MR_x(C''X+5'')/MR_x(C''X'')$	$MR_y(C''X+5'')/MR_y(C''X'')$	Distância entre pontos (C''X+5'' e C''X'')
C20-C25	1,28	1,28	8105,66
C25-C30	1,19	1,19	6708,58
C30-C35	1,12	1,12	5518,57
C35-C40	1,09	1,09	4310,89
C40-C45	1,08	1,08	3595,21
C45-C50	1,07	1,07	3095,67
C50-C55	1,02	1,02	841,12
C55-C60	1,02	1,02	630,53
C60-C65	1,02	1,02	505,03
C65-C70	1,02	1,02	694,39
C70-C75	1,02	1,02	988,23
C75-C80	1,03	1,03	1181,56
C80-C85	1,03	1,03	1231,32
C85-C90	1,02	1,02	1185,29

Tabela 3.26 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular

Classes de resistência	$MR_x(C''X+5'')/MR_x(C''X'')$	$MR_y(C''X+5'')/MR_y(C''X'')$	Distância entre pontos (C''X+5'' e C''X'')
C20-C25	1,26	1,26	8066,84
C25-C30	1,18	1,18	6641,42
C30-C35	1,12	1,12	5528,13
C35-C40	1,09	1,09	4280,61
C40-C45	1,08	1,08	3570,05
C45-C50	1,07	1,07	3081,79
C50-C55	1,03	1,03	1349,40
C55-C60	1,03	1,03	1172,46
C60-C65	1,03	1,03	1062,11
C65-C70	1,02	1,02	960,19
C70-C75	1,02	1,02	861,04
C75-C80	1,02	1,02	751,55
C80-C85	1,01	1,01	636,31
C85-C90	1,01	1,01	519,12

Tabela 3.27 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama parábola-retângulo (*UK National Annex to Eurocode 2*)

Classes de resistência	$MR_x(C'X+5'')/MR_x(C'X'')$	$MR_y(C'X+5'')/MR_y(C'X'')$	Distância entre pontos (C'X+5'' e C'X'')
C20-C25	1,35	1,35	8082,41
C25-C30	1,21	1,21	6631,99
C30-C35	1,15	1,15	5674,44
C35-C40	1,11	1,11	4854,44
C40-C45	1,08	1,08	3870,22
C45-C50	1,07	1,07	3287,51
C50-C55	1,02	1,02	906,62
C55-C60	1,02	1,02	652,53
C60-C65	1,02	1,02	492,12
C65-C70	1,02	1,02	709,20
C70-C75	1,03	1,03	1053,55
C75-C80	1,03	1,03	1267,77
C80-C85	1,03	1,03	1314,04
C85-C90	1,03	1,03	1243,01

Tabela 3.28 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular (*UK National Annex to Eurocode 2*)

Classes de resistência	$MR_x(C'X+5'')/MR_x(C'X'')$	$MR_y(C'X+5'')/MR_y(C'X'')$	Distância entre pontos (C'X+5'' e C'X'')
C20-C25	1,32	1,32	8099,57
C25-C30	1,20	1,20	6591,37
C30-C35	1,15	1,15	5617,04
C35-C40	1,11	1,11	4859,71
C40-C45	1,08	1,08	3852,28
C45-C50	1,07	1,07	3261,48
C50-C55	1,04	1,04	1415,66
C55-C60	1,03	1,03	1223,90
C60-C65	1,03	1,03	1103,77
C65-C70	1,02	1,02	1007,14
C70-C75	1,02	1,02	902,29
C75-C80	1,02	1,02	788,14
C80-C85	1,01	1,01	665,81
C85-C90	1,01	1,01	541,64

As distâncias médias entre as envoltórias são mostradas graficamente na Figura 3.23, e para o caso em que se considera o (*UK National Annex to Eurocode 2*), na Figura 3.24.

Analisando estes gráficos, para o Eurocode, percebe-se novamente que o crescimento das envoltórias de uma classe de concreto para outra tende a diminuir, o que pode ser notado também analisando as relações entre os momentos resistentes. Quando comparado o grupo de concretos convencionais com o grupo de CAR, esse comportamento fica mais evidente ainda.

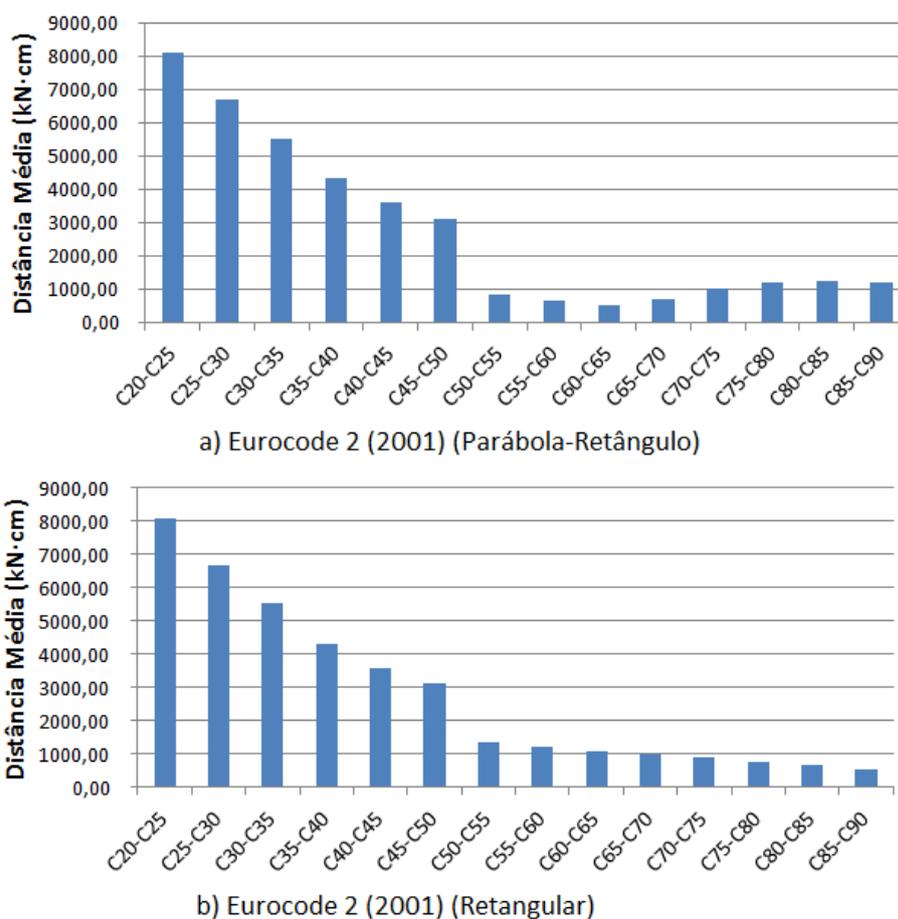


Figura 3.23 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência aplicando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular

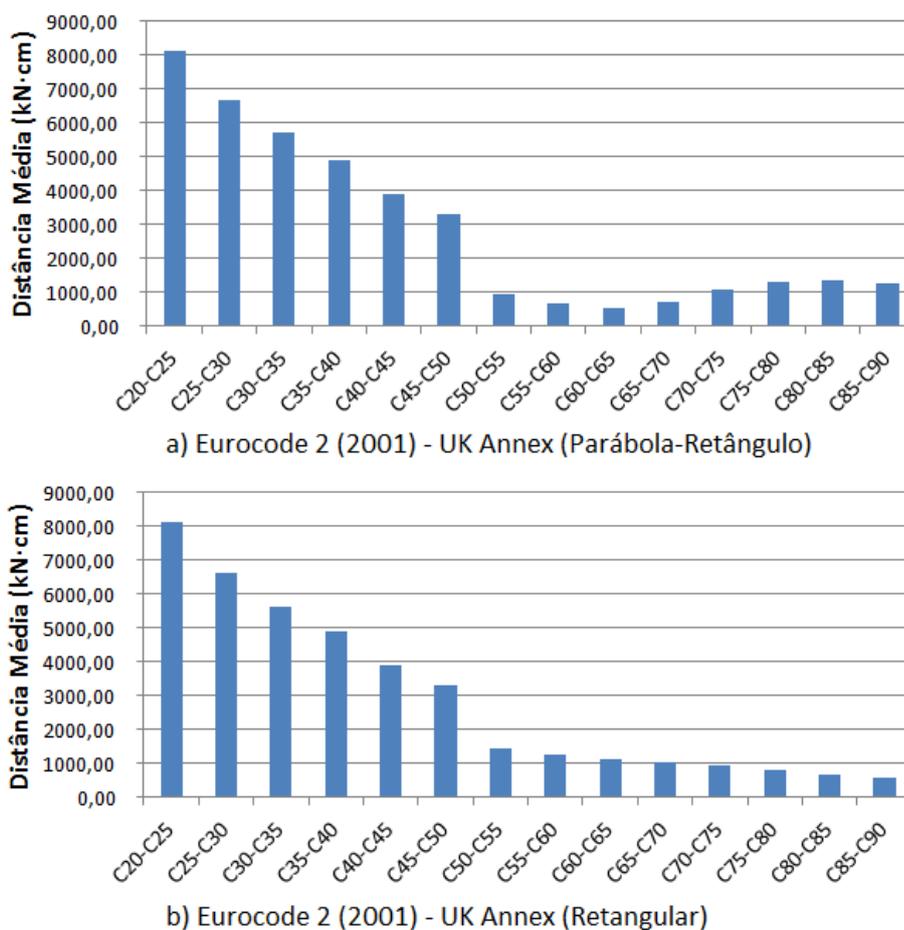


Figura 3.24 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência obtidas aplicando-se o Eurocode 2 (2002) para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular (*UK National Annex to Eurocode 2*)

Para o Eurocode 2 (2002), determinaram-se também as relações de momentos resistentes das diferentes classes com os obtidos para a classe C30. Os valores médios desses resultados são mostrados nas tabelas a seguir (Tabela 3.29 e Tabela 3.30). Na sequência (Tabela 3.31 e Tabela 3.32) são apresentados também os resultados para o Eurocode considerando o *UK National Annex to Eurocode 2*.

Tabela 3.29 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$	$MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$
C20	0,66	0,66
C25	0,84	0,84
C30	1,00	1,00
C35	1,12	1,12
C40	1,23	1,23
C45	1,33	1,33
C50	1,42	1,42
C55	1,45	1,45
C60	1,48	1,48
C65	1,50	1,50
C70	1,54	1,54
C75	1,57	1,57
C80	1,62	1,61
C85	1,66	1,66
C90	1,70	1,70

Tabela 3.30 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$	$MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$
C20	0,67	0,67
C25	0,85	0,85
C30	1,00	1,00
C35	1,12	1,12
C40	1,22	1,22
C45	1,32	1,32
C50	1,41	1,41
C55	1,46	1,46
C60	1,51	1,51
C65	1,55	1,55
C70	1,58	1,58
C75	1,62	1,61
C80	1,64	1,64
C85	1,67	1,66
C90	1,69	1,68

Tabela 3.31 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama parábola-retângulo (*UK National Annex to Eurocode 2*)

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$	$MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$
C20	0,62	0,62
C25	0,83	0,83
C30	1,00	1,00
C35	1,15	1,15
C40	1,28	1,28
C45	1,39	1,39
C50	1,48	1,48
C55	1,52	1,52
C60	1,55	1,55
C65	1,58	1,58
C70	1,62	1,62
C75	1,66	1,66
C80	1,71	1,71
C85	1,76	1,76
C90	1,80	1,80

Tabela 3.32 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular (*UK National Annex to Eurocode 2*)

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$	$MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$
C20	0,63	0,63
C25	0,83	0,83
C30	1,00	1,00
C35	1,15	1,15
C40	1,28	1,28
C45	1,38	1,38
C50	1,47	1,47
C55	1,53	1,53
C60	1,58	1,58
C65	1,62	1,62
C70	1,66	1,66
C75	1,70	1,70
C80	1,73	1,73
C85	1,76	1,76
C90	1,78	1,78

As relações entre momentos resistentes são apresentadas graficamente na Figura 3.25 e na Figura 3.26, nesta última para o caso em que se considera o *UK National Annex to Eurocode 2*. Em virtude da simetria da seção, em cada caso apresenta-se um único gráfico para as duas direções, onde o *MR* (momento resistente), na nomenclatura de cada eixo vertical, pode ser interpretado como sendo de qualquer direção. Pelos gráficos em questão, fica evidente novamente a mudança da taxa de crescimento dos momentos resistentes para o CAR (após o C50).

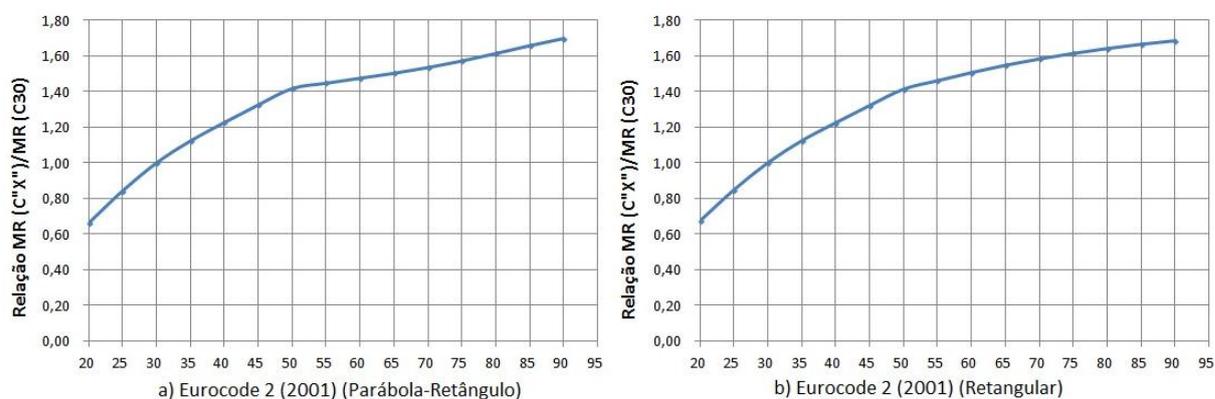


Figura 3.25 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o Eurocode 2 (2002), para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular

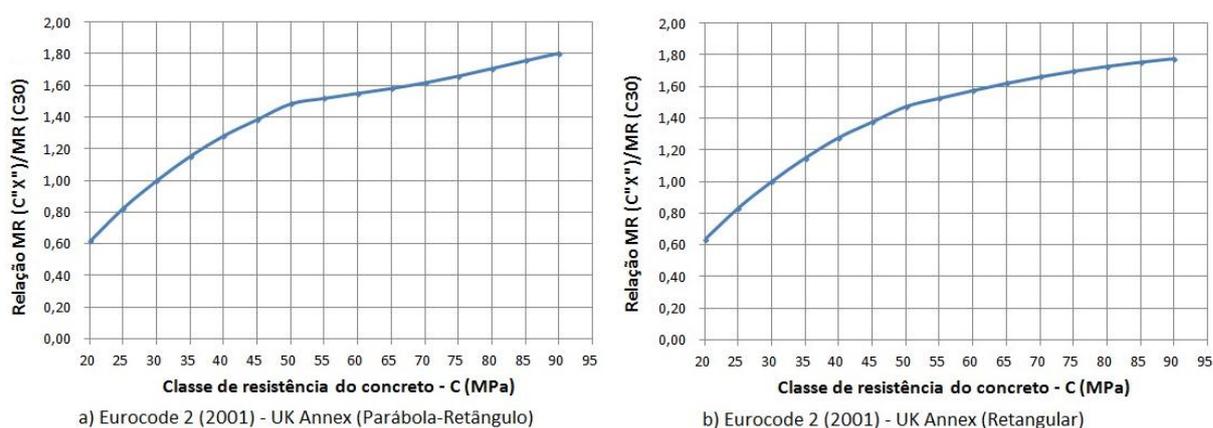


Figura 3.26 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o Eurocode 2 (2002) considerando o *UK National Annex to Eurocode 2* para o diagrama tensão-deformação nas formas a) parábola-retângulo e b) retangular

3.2.3. ACI 318 (2014)

Vale observar que existem importantes diferenças entre os critérios e definições quanto à resistência dos materiais, e também de esforços solicitantes, entre a norma americana e a norma brasileira. Uma especial diferença está no conceito da resistência do concreto. Foram feitos alguns ajustes de modo a determinar valores de resistência específica (f'_c) do ACI equivalentes aos valores de resistências características (f_{ck}) da ABNT NBR 6118:2014.

Esse processo consistiu-se basicamente em, a partir da Equação (2.10), determinar a resistência média (f_{cm}) para cada uma das classes de resistência do concreto, com $S_d = 4,0$ MPa (desvio padrão). Então, admitindo-se o mesmo desvio padrão e assumindo-se que f_{cm} fosse a própria resistência média requerida (f_{cr}), determinaram-se os f'_c por meio das equações expostas na Tabela 2.11. Os resultados obtidos seguem na Tabela 3.33. Para esses valores foram feitas as mesmas análises aplicadas à ABNT NBR 6118:2014 e ao ACI 318 (2014).

Tabela 3.33 – Classes de resistência do concreto e correspondente resistência específica (f'_c) definida pelo ACI 318 (2014)

Classe de resistência	f_{ck} (MPa)	f'_c (MPa)
C20	20,00	21,24
C25	25,00	26,24
C30	30,00	31,24
C35	35,00	36,24
C40	40,00	41,42
C45	45,00	46,98
C50	50,00	52,53
C55	55,00	58,09
C60	60,00	63,64
C65	65,00	69,20
C70	70,00	74,76
C75	75,00	80,31
C80	80,00	85,87
C85	85,00	91,42
C90	90,00	96,98

Na Figura 3.27 são apresentadas as envoltórias de resistência obtidas com os critérios do ACI 318 (2014) para o diagrama tensão-deformação na forma retangular. Para melhor visualização dos resultados, as envoltórias correspondentes às classes do concreto de alta resistência (conforme a ABNT NBR 6118:2014) são diferenciadas usando-se linhas

tracejadas. Ainda que não tanto expressivo quanto a norma brasileira, para o ACI também se percebe visualmente que no caso dos CAR as curvas se dispõem mais próximas do que àquelas obtidas para o concreto convencional.

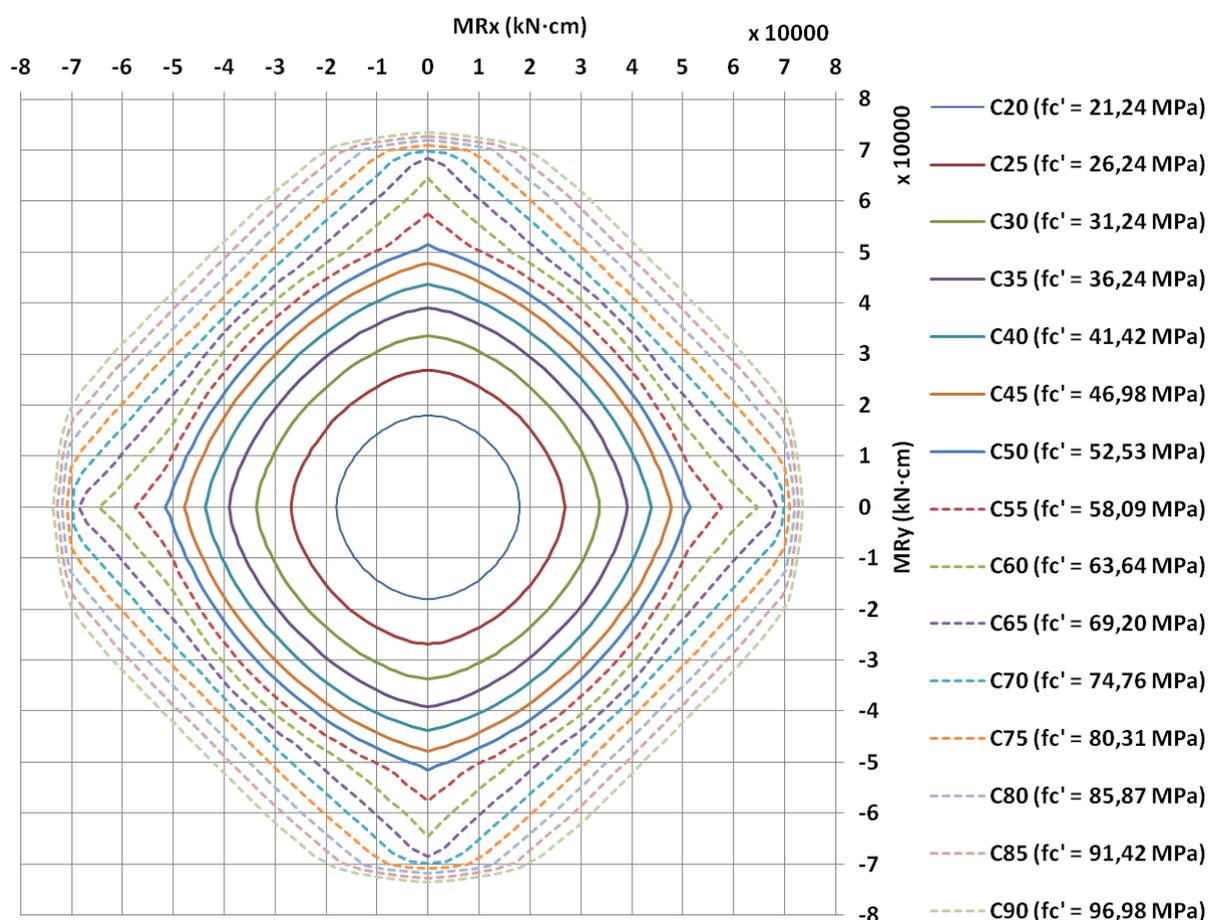


Figura 3.27 – Envoltórias de resistência obtidas empregando-se o ACI 318 (2014) com o diagrama tensão-deformação na forma retangular

Nas Tabela 3.34 são apresentados os valores médios das relações entre momentos resistentes e das distâncias de uma envoltória superior para a imediatamente inferior. As considerações para a produção destas tabelas, em vista dos resultados obtidos aplicando-se o ACI 318 (2001), são as mesmas que foram expostas para o caso da ABNT NBR 6118:2014.

Tabela 3.34 – Relações e distâncias médias entre os pontos de uma envoltória superior e a imediatamente inferior para o diagrama retangular

Classes de resistência	$MR_x(C''X+5'')/MR_x(C''X'')$	$MR_y(C''X+5'')/MR_y(C''X'')$	Distância entre pontos (C''X+5'' e C''X'')
C20-C25	1,38	1,38	8346,28
C25-C30	1,22	1,22	6331,03
C30-C35	1,15	1,15	4919,71
C35-C40	1,11	1,11	4072,49
C40-C45	1,09	1,09	3522,19
C45-C50	1,07	1,07	2856,56
C50-C55	1,08	1,08	3094,92
C55-C60	1,09	1,09	3628,13
C60-C65	1,08	1,08	3395,03
C65-C70	1,07	1,07	2962,35
C70-C75	1,06	1,06	2742,96
C75-C80	1,05	1,05	2460,38
C80-C85	1,05	1,05	2194,54
C85-C90	1,04	1,04	2013,73

As distâncias médias entre as envoltórias são mostradas graficamente na Figura 3.28. Analisando estes gráficos, para o ACI, ainda que de forma mais discreta do que nas análises para as outras normas, percebe-se que com o aumento da resistência do concreto, a distância entre as envoltórias, de uma classe de concreto para outra, tende a diminuir, o que pode ser notado também analisando as relações entre momentos resistentes. Quando comparado o grupo de concretos convencionais com o grupo de CAR, esse comportamento fica mais evidente ainda.

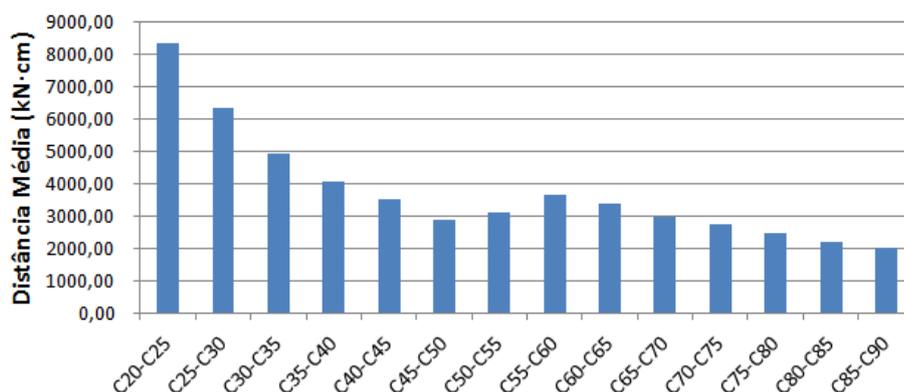


Figura 3.28 – Distâncias médias entre envoltórias de resistência aplicando-se o ACI 314 (2014) para o diagrama tensão-deformação na forma retangular

Para o ACI 318 (2014), determinaram-se também as relações de momentos resistentes das diferentes classes com os obtidos para a classe C30. Os valores médios desses resultados são mostrados na Tabela 3.35.

Tabela 3.35 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes classes e os obtidos para o C30 com o emprego do diagrama retangular

CLASSE DE RESISTÊNCIA	$MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$	$MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$
C20	0,60	0,60
C25	0,82	0,82
C30	1,00	1,00
C35	1,15	1,15
C40	1,28	1,28
C45	1,40	1,40
C50	1,50	1,50
C55	1,62	1,62
C60	1,76	1,76
C65	1,91	1,91
C70	2,06	2,06
C75	2,20	2,20
C80	2,33	2,33
C85	2,45	2,44
C90	2,56	2,55

As relações entre momentos resistentes são apresentadas graficamente na Figura 3.29. Em virtude da simetria da seção, apresenta-se um único gráfico para as duas direções, onde o

MR (momento resistente), na nomenclatura do eixo vertical, pode ser interpretado como sendo em qualquer direção.

Para o ACI 318 (2014), diferentemente do que ocorreu para a ABNT NBR 6118:2014 e para o Eurocode 2 (2002), não há clara alteração da taxa de crescimento dos momentos resistentes com a evolução das classes de resistências do concreto. Na realidade, a partir da C40, como no gráfico da Figura 3.28, percebe-se que existe certa constância das distâncias médias de uma envoltória para a outra.

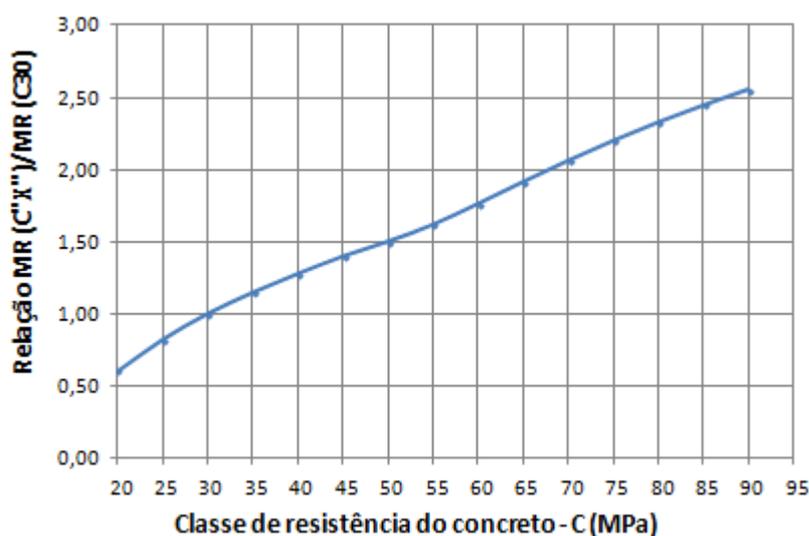


Figura 3.29 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 de acordo com o ACI 318 (2014) para o diagrama tensão-deformação na forma retangular

3.3. ANÁLISES COMPARATIVAS ENTRE AS NORMAS

3.3.1. Análises comparativas com a evolução da classe de resistência

Nesta seção foram feitas análises comparativas entre a ABNT NBR 6118:2014 e as demais normas, aproveitando os resultados produzidos na Seção 3.2. Numa primeira análise, para cada classe de resistência do concreto, foram traçados em um mesmo gráfico as envoltórias geradas com os critérios das diferentes normas, considerando-se o diagrama tensão-deformação na forma parábola-retângulo. Por seguinte, repetiu-se o procedimento, mas aplicando-se o diagrama retangular como definido por cada uma das referências em estudo.

A segunda verificação foi realizada por meio dos gráficos que relacionam $MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$ ou $MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$ com a classe de resistência de concreto. Foram traçadas, em um mesmo gráfico, estas relações, para as diferentes normas, como mostram os gráficos da Figura 3.60, Figura 3.61 e Figura 3.62.

Além das comparações entre a norma brasileira e as demais referências, buscou-se também analisar as diferenças produzidas em função da substituição do diagrama tensão-deformação na forma parábola-retângulo, da ABNT NBR 6118:2014, pelo diagrama retangular aproximado proposto pela mesma norma. Então, para cada um dos tipos de gráficos produzidos na primeira e segunda análise explanadas anteriormente, foram feitas as mesmas verificações entre as duas formas de diagrama tensão-deformação da norma brasileira.

3.3.1.1. Envoltórias para o caso do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo

Na Tabela 3.36 são apresentados os valores médios das relações entre os momentos obtidos pelo Eurocode 2 (2002) e os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação na forma parábola-retângulo.

Tabela 3.36 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes normas com os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo

Classe do Concreto	MR(Eurocode)/ MR (NBR)		MR(Eurocode-Uk)/ MR (NBR)	
	Direção <i>O</i> X	Direção <i>O</i> Y	Direção <i>O</i> X	Direção <i>O</i> Y
C20	1,13	1,13	0,90	0,90
C25	1,10	1,10	0,93	0,93
C30	1,09	1,09	0,94	0,94
C35	1,07	1,07	0,94	0,94
C40	1,06	1,06	0,96	0,96
C45	1,06	1,06	0,96	0,96
C50	1,06	1,06	0,96	0,96
C55	1,06	1,06	0,96	0,96
C60	1,06	1,06	0,96	0,96
C65	1,06	1,06	0,96	0,96
C70	1,06	1,06	0,96	0,96
C75	1,05	1,05	0,96	0,96
C80	1,05	1,05	0,96	0,96
C85	1,05	1,05	0,96	0,96
C90	1,05	1,05	0,96	0,96

Da Tabela 3.36, observa-se que para qualquer classe de resistência, quando empregado o diagrama parábola-retângulo, os momentos resistentes obtidos por meio do Eurocode 2 (2002) são maiores do que àqueles resultantes da aplicação da ABNT NBR 6118:2014. Agora, quando é considerado o *UK National Annex to Eurocode 2*, os valores da ABNT passam a ser maiores. Os gráficos apresentados da Figura 3.30 a Figura 3.44 facilitam a visualização deste comportamento.

Dos resultados mencionados no parágrafo anterior, nota-se ainda que ocorre uma aproximação dos valores dos momentos resistentes considerando classes sequentes de resistência do concreto. Para a classe C20, os valores do Eurocode são em torno de 13 % maiores do que os da NBR, enquanto que para C90 essa diferença resulta em 5%. Já quando a comparação é feita com o Eurocode e o anexo “*UK Annex*”, os resultados obtidos são em média 10% menores do que os da norma brasileira para a classe C20, e 4% no caso de C90.

Nas equações da curva tensão-deformação, observa-se que a tensão no concreto é proporcional a α_c/γ_c . Consequentemente, espera-se que os momentos resistentes também sejam proporcionais a estes valores. Na Tabela 3.37 constam tais relações, e, de fato, nota-se que a classificação de valores, para as referências de cálculo, do menor para o maior é mesma

que ocorreu para as envoltórias de resistência.

Vale recordar que, para a norma brasileira, α_c vale 0,85 e, γ_c , 1,4. Já para o Eurocode, se tratando de cargas persistentes, estes valores são 1,0 e 1,5, respectivamente, permitindo-se reduções neste último. O *UK Annex* propõe α_c igual a 0,85 e mantém o valor de γ_c em 1,5. A Tabela 3.37 apresenta estas relações.

Tabela 3.37 – Relações α_c/γ_c para a ABNT NBR 6118:2014 e o Eurocode 2 (2002)

Norma	ABNT NBR 6118:2014	Eurocode 2 (2002)	Eurocode 2 (2002) considerando <i>UK National Annex</i>
α_c/γ_c	0,6071	0,6667	0,5667

A seguir, da Figura 3.30 a Figura 3.44, são apresentados os gráficos comparativos com as envoltórias de momentos resistentes para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo.

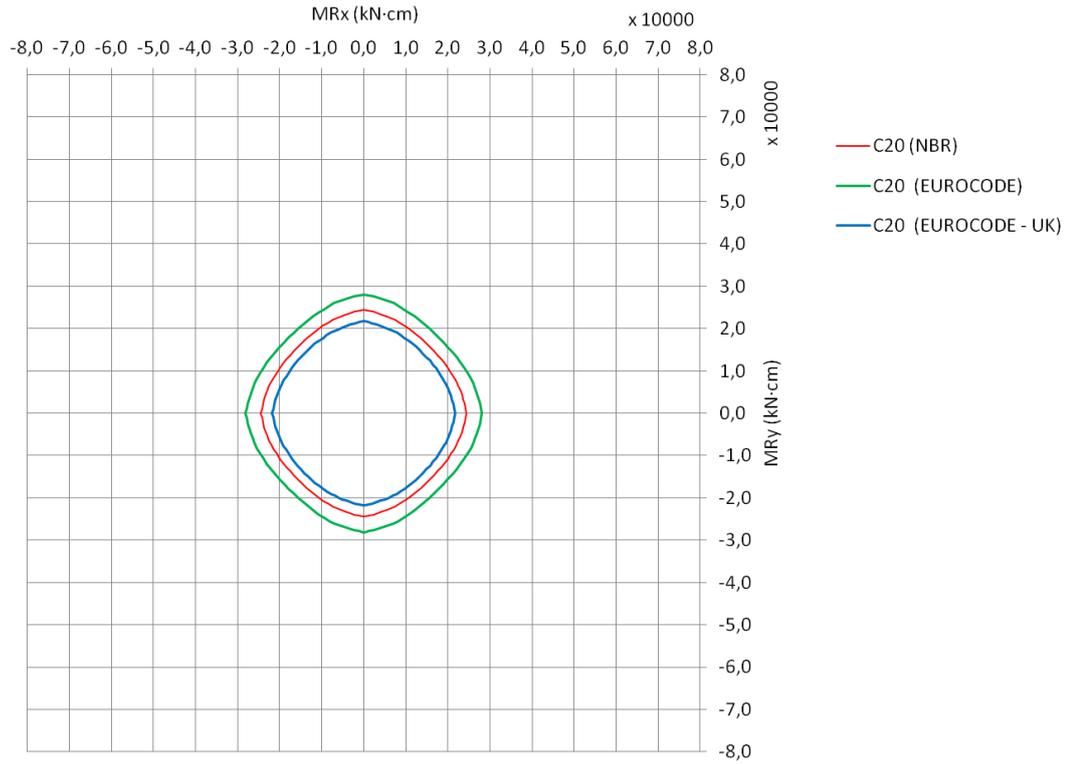


Figura 3.30 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C20

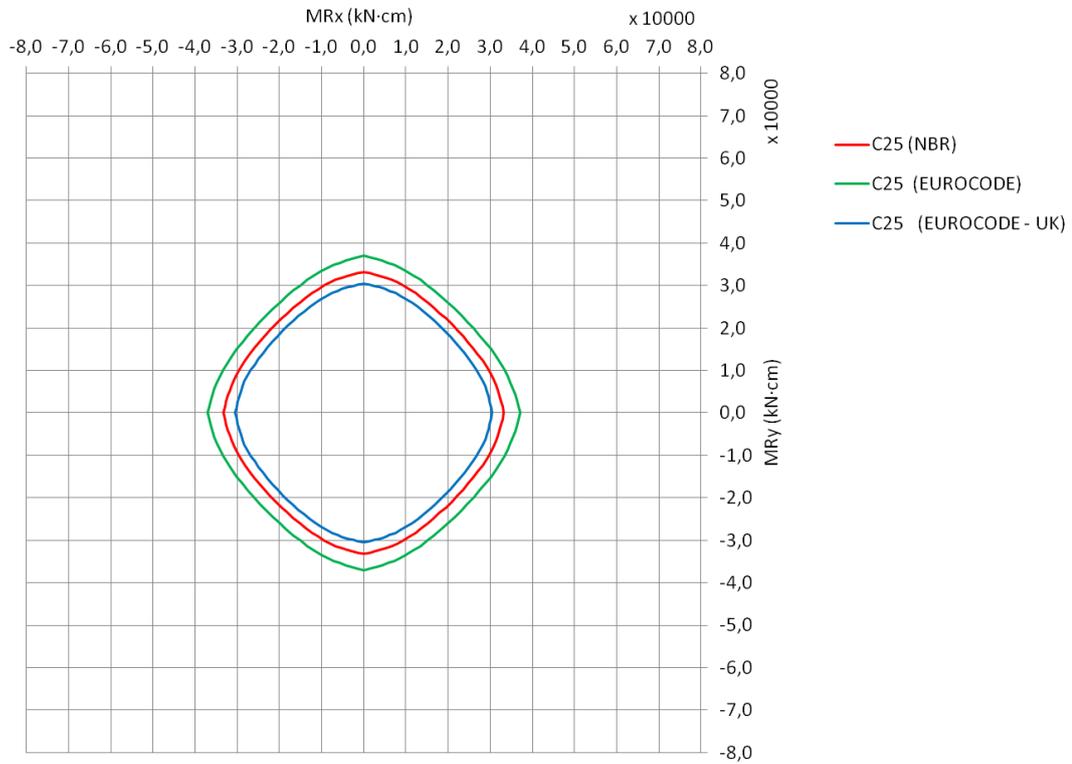


Figura 3.31 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C25

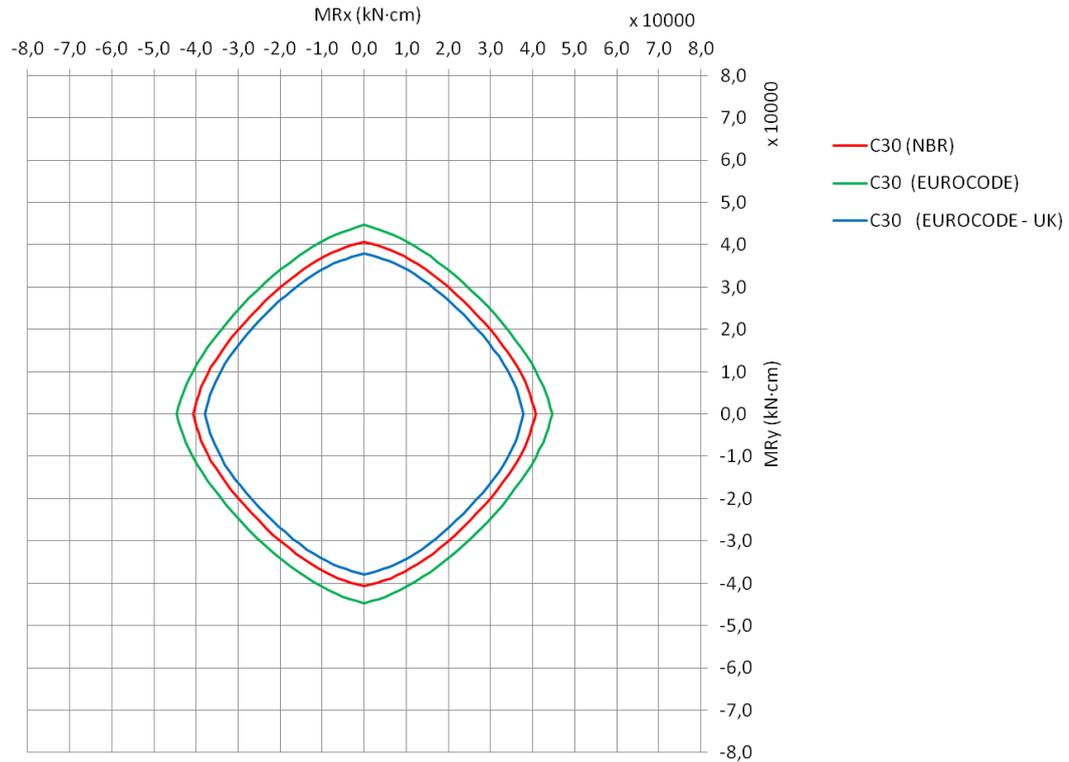


Figura 3.32 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C30

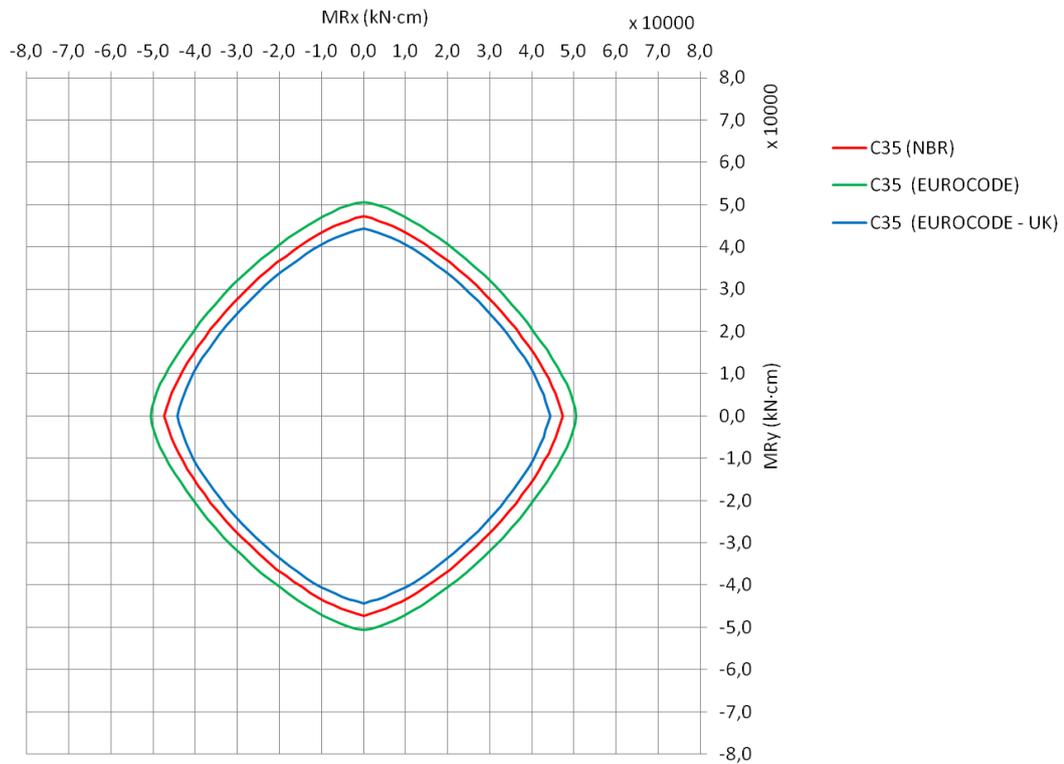


Figura 3.33 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C35

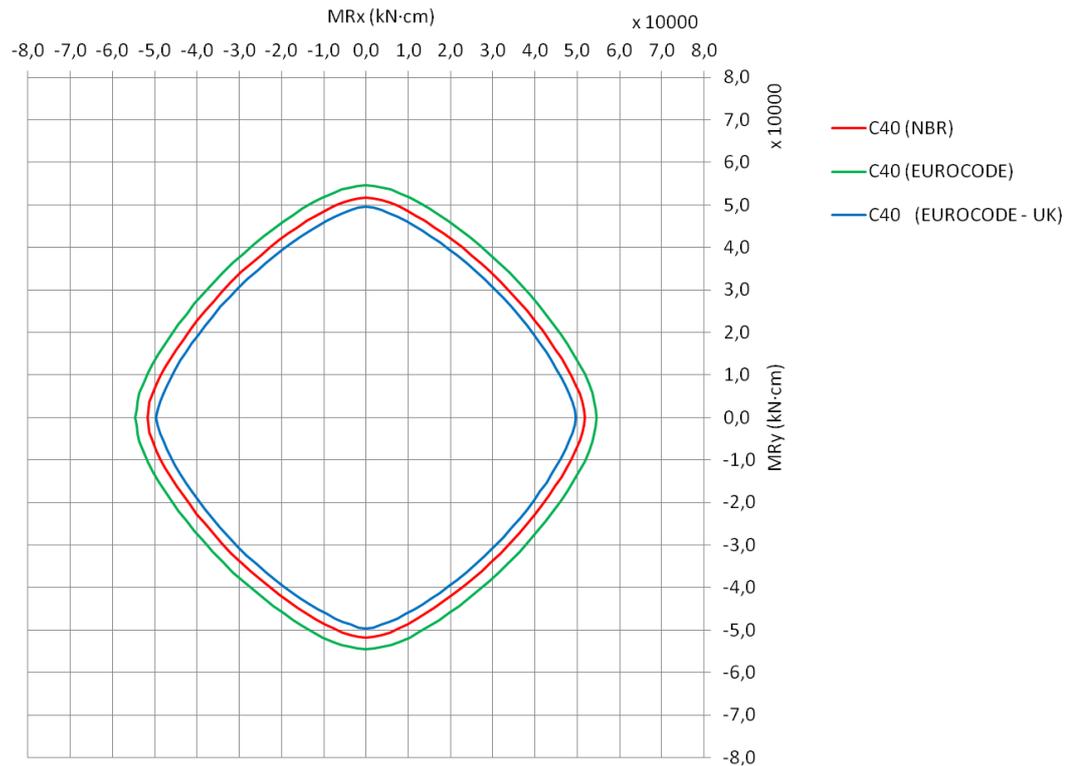


Figura 3.34 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C40

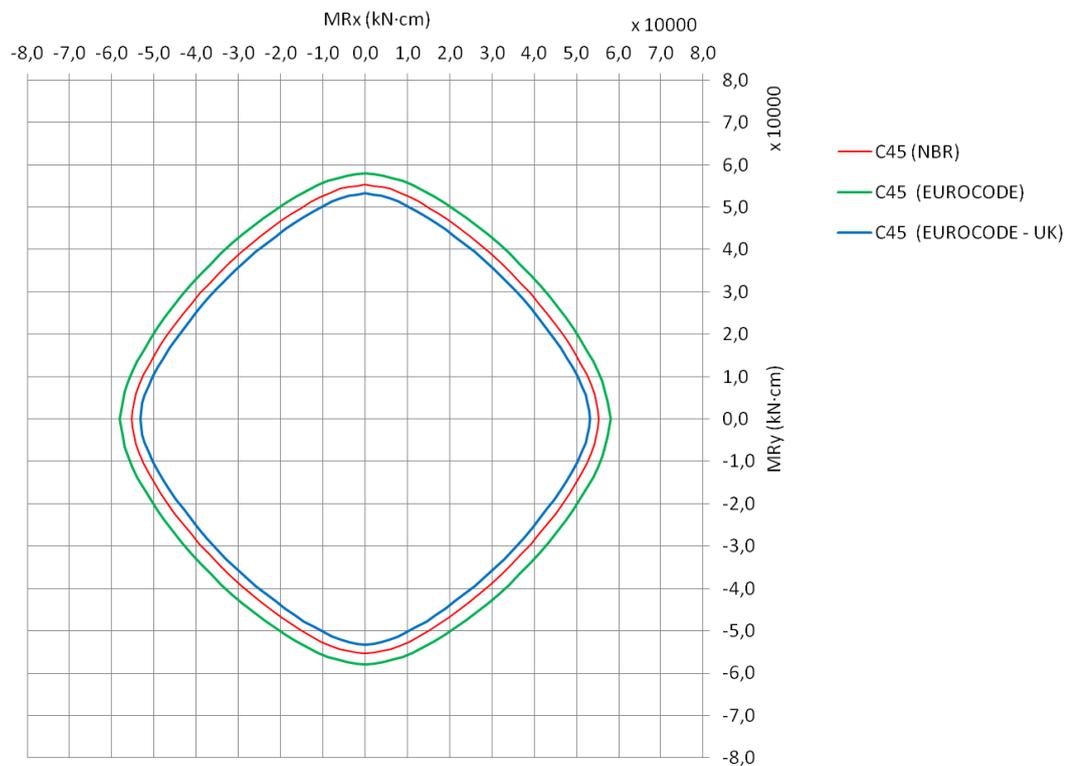


Figura 3.35 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C45

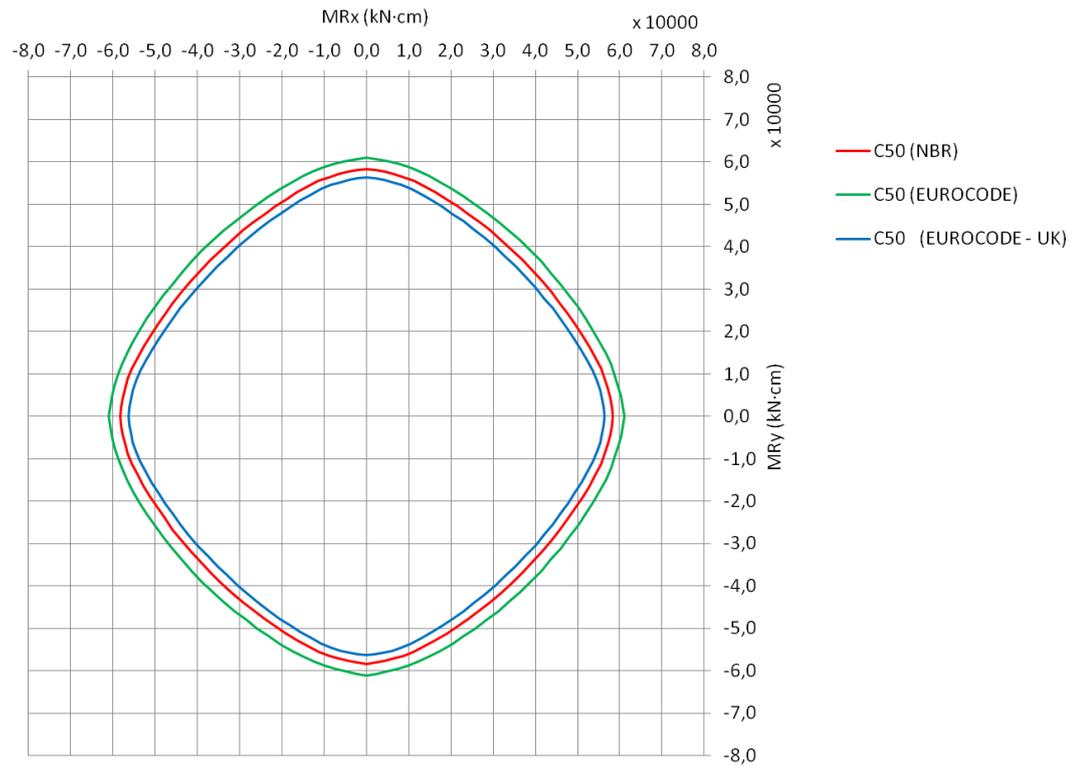


Figura 3.36 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C50

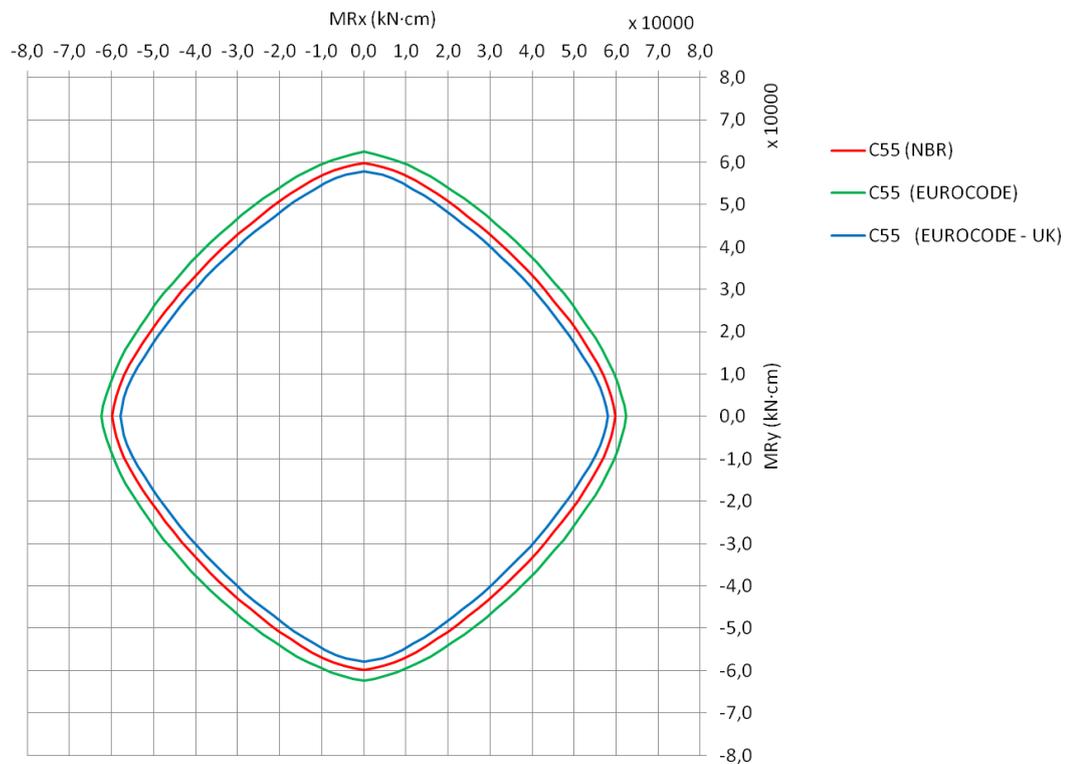


Figura 3.37 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C55

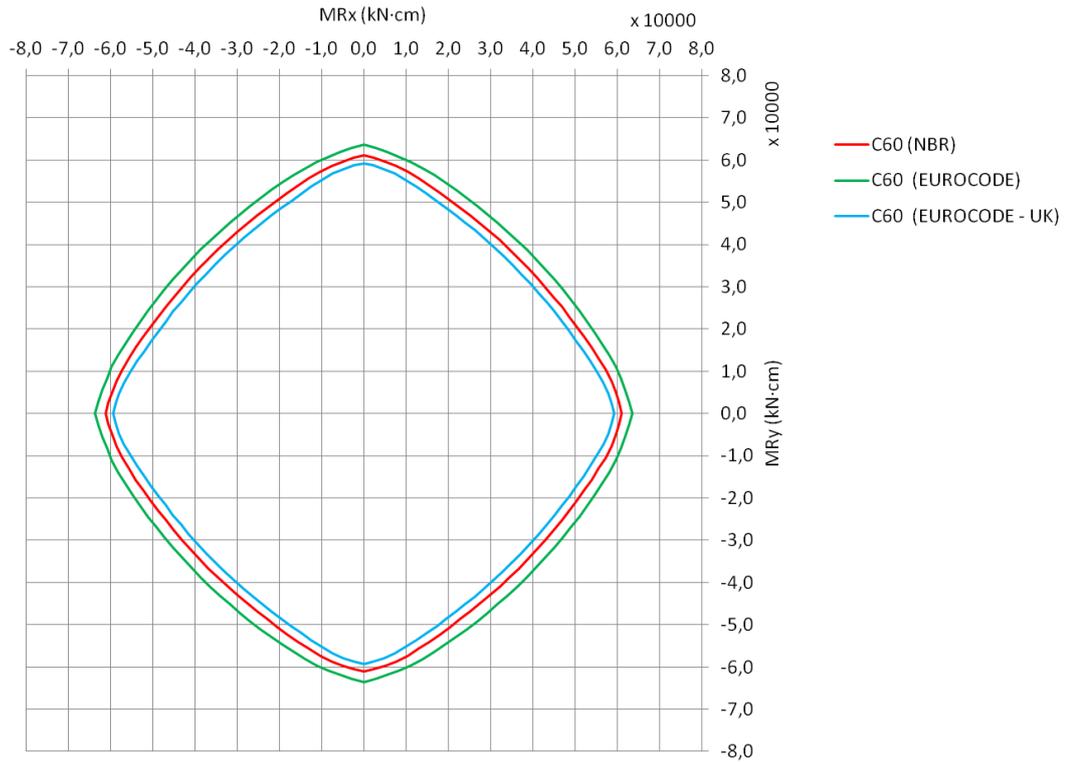


Figura 3.38 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C60

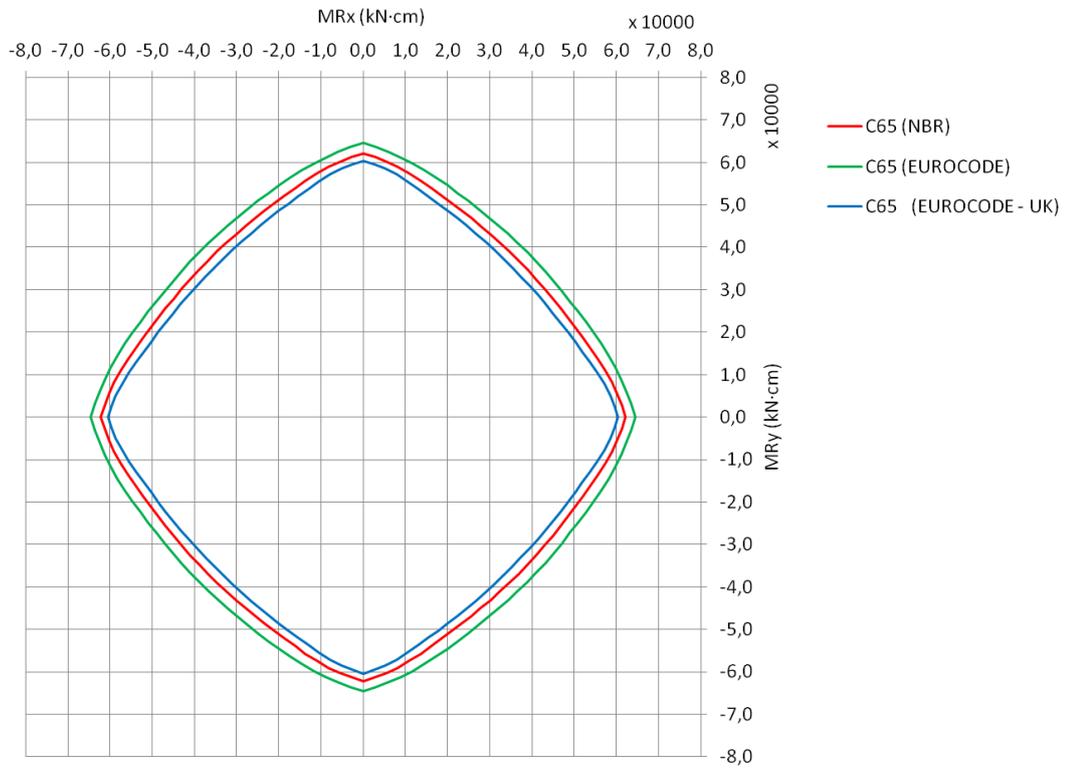


Figura 3.39 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C65

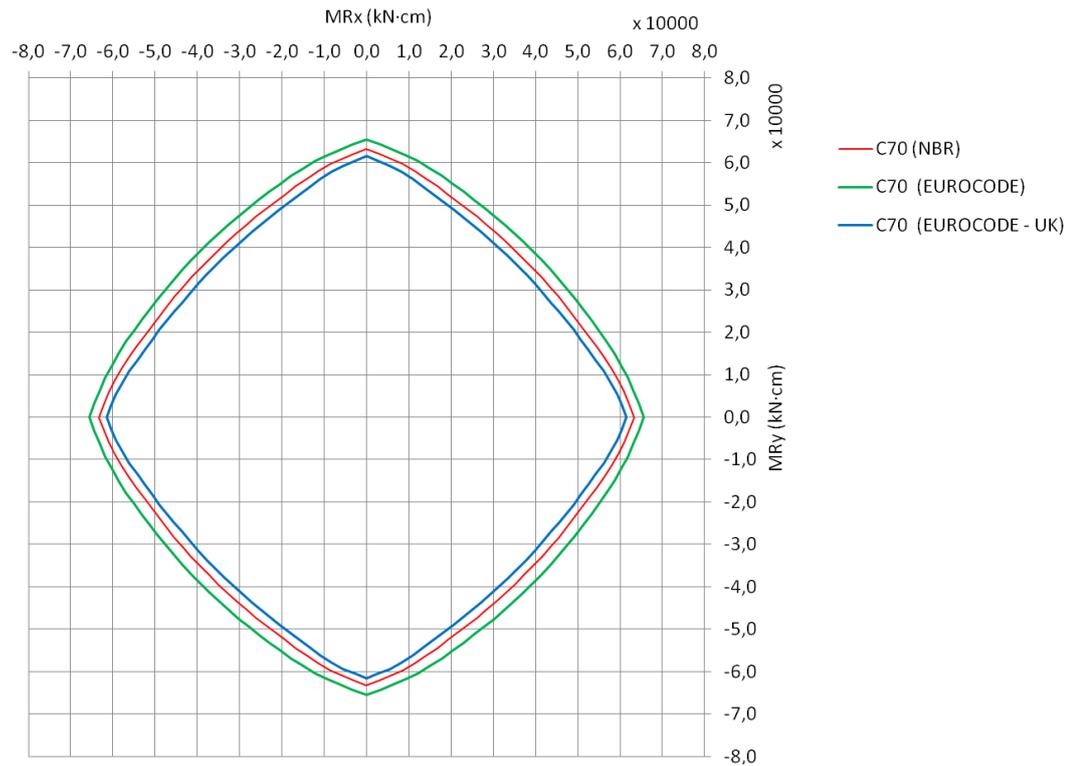


Figura 3.40 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C70

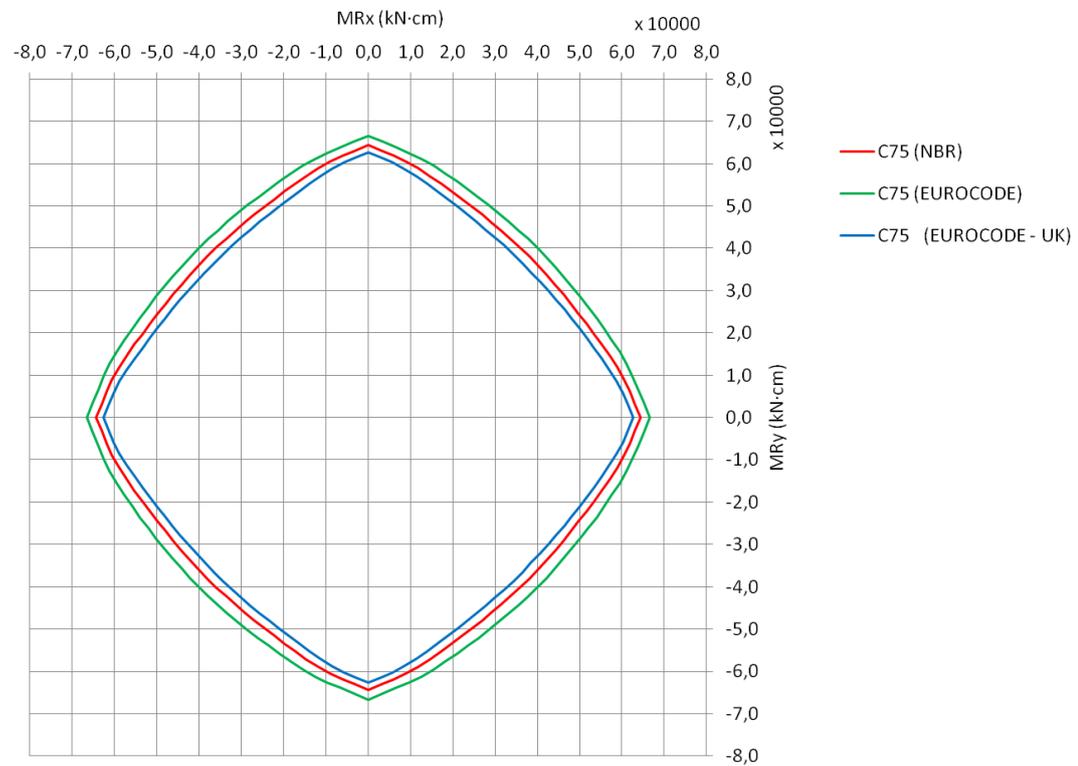


Figura 3.41 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C75

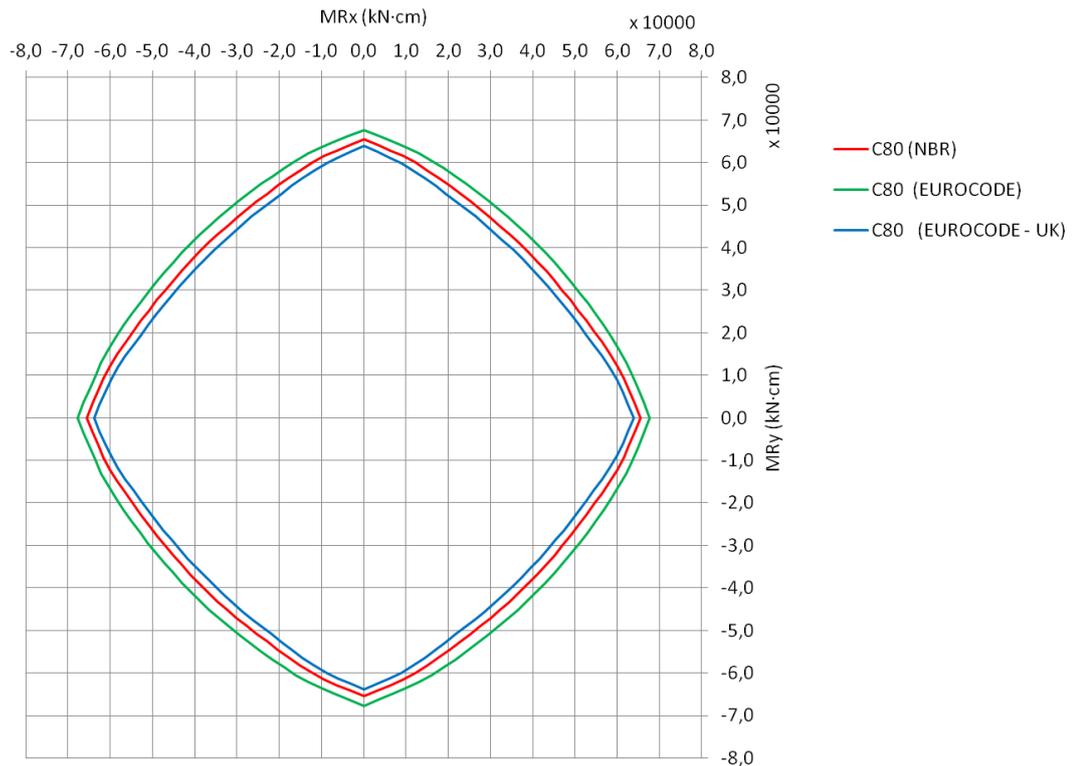


Figura 3.42 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C80

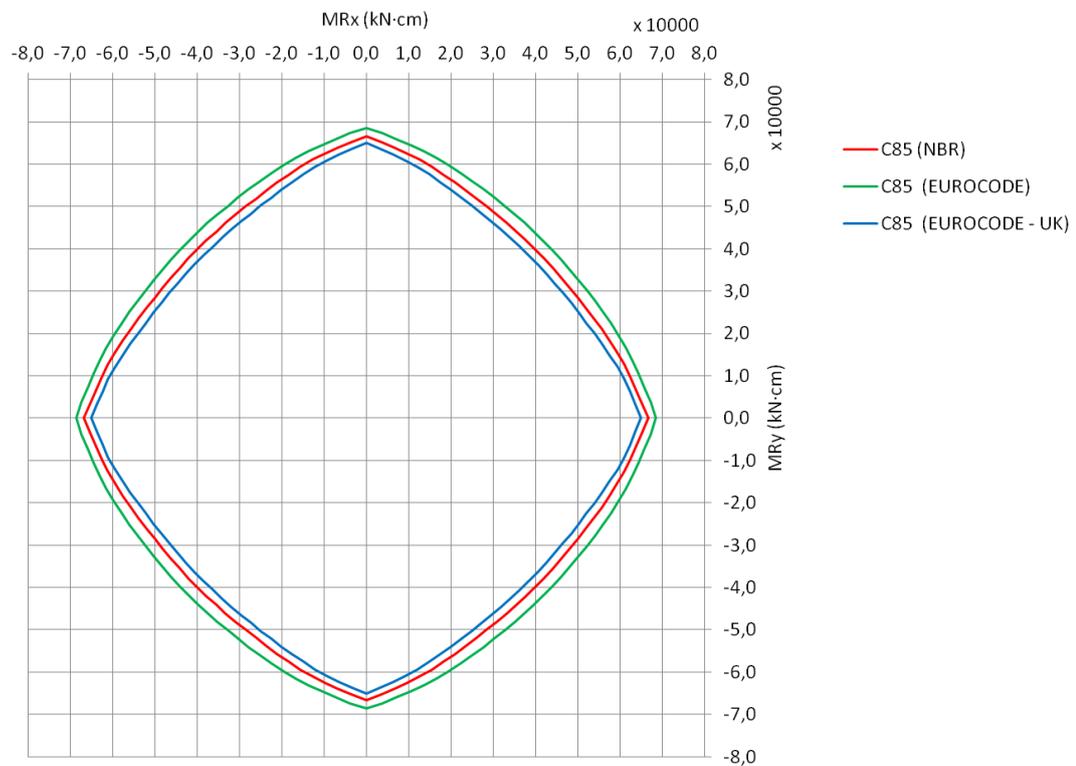


Figura 3.43 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C85

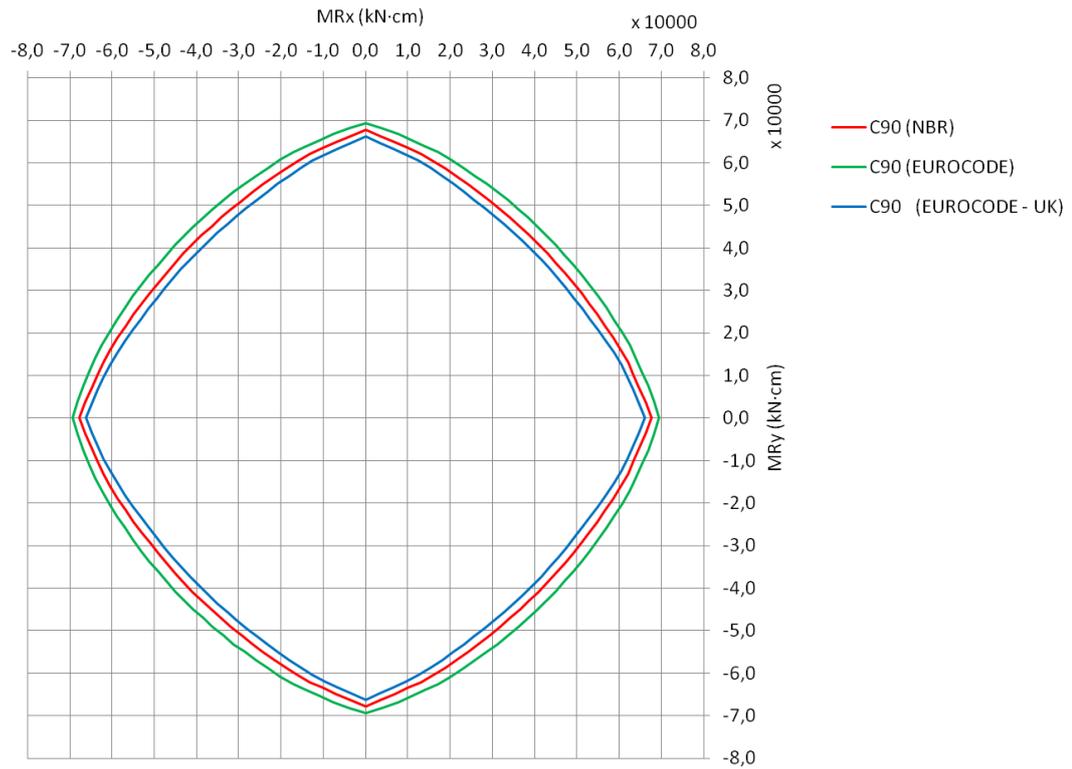


Figura 3.44 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e classe C90

3.3.1.2. Envoltórias para o caso do diagrama tensão-deformação retangular

Na Tabela 3.38 são apresentados os valores médios das relações entre os momentos obtidos pelas diferentes normas e os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação na forma retangular.

Tabela 3.38 – Relações entre momentos resistentes obtidos para as diferentes normas com os obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama tensão-deformação retangular

Classe do Concreto	MR(Eurocode)/ MR (NBR)		MR(Eurocode-Uk)/ MR (NBR)		MR(ACI)/ MR (NBR)	
	Direção <i>OX</i>	Direção <i>OY</i>	Direção <i>OX</i>	Direção <i>OY</i>	Direção <i>OX</i>	Direção <i>OY</i>
C20	1,12	1,12	0,91	0,91	0,75	0,75
C25	1,10	1,10	0,93	0,93	0,80	0,80
C30	1,09	1,09	0,94	0,94	0,82	0,82
C35	1,07	1,07	0,94	0,94	0,82	0,82
C40	1,06	1,06	0,96	0,96	0,83	0,83
C45	1,06	1,06	0,96	0,96	0,85	0,85
C50	1,06	1,06	0,96	0,96	0,85	0,85
C55	1,06	1,06	0,96	0,96	0,88	0,88
C60	1,06	1,06	0,96	0,96	0,93	0,93
C65	1,06	1,06	0,96	0,96	0,98	0,98
C70	1,06	1,06	0,96	0,96	1,03	1,03
C75	1,05	1,05	0,96	0,96	1,02	1,02
C80	1,05	1,05	0,96	0,96	1,12	1,11
C85	1,05	1,05	0,96	0,96	1,15	1,15
C90	1,05	1,05	0,96	0,96	1,19	1,19

Comparando-se os resultados obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 e pelo Eurocode 2 (2002), para o diagrama tensão retangular, não se chegou em conclusões muito diferentes das que foram feitas para o diagrama parábola-retângulo. Ou seja, conforme a Tabela 3.38, observa-se, para qualquer classe de resistência, que os momentos resistentes resultantes do Eurocode 2 (2002) são maiores do que àqueles gerados pela aplicação da ABNT NBR 6118:2014. Agora, quando é considerado o *UK National Annex to Eurocode 2*, os valores da ABNT passam a ser maiores. Os gráficos apresentados da Figura 3.45 a Figura 3.59 facilitam a visualização deste comportamento.

Dos resultados mencionados no parágrafo anterior, nota-se ainda que existe uma aproximação dos valores momentos resistentes considerando classes sequentes de resistência

do concreto. Para a classe C20, os valores do Eurocode são em torno de 12 % maiores do que os da NBR, enquanto que com concreto C90 essa diferença fica em 5%. Já quando a comparação é feita com o Eurocode considerando o *UK Annex*, os resultados desta norma são em média 9% menores para a classe C20, sendo reduzida para 4% no caso de C90.

Agora, quando comparado com o ACI 318 (2014), as conclusões são bem particulares. Embora existam importantes diferenças entre as normas, fica claro que, para os casos simulados, o ACI apresenta-se de forma mais conservadora para as classes de menor resistência do concreto. Esse comportamento preserva-se até a classe C50, a partir da qual observa-se uma tendência de inversão da mesma no grupo do CAR. Ou seja, para o CAR a NBR tende a ser mais conservadora. Esse comportamento ficam bem caracterizado nos gráficos da Figura 3.45 a Figura 3.59 e também na Tabela 3.38, onde a relação entre momentos resistentes vai de 0,75 (para a classe C20) a 1,19 (para classe C90).

A seguir, da Figura 3.45 a Figura 3.59, são apresentados os gráficos comparativos com as envoltórias de momentos resistentes para o diagrama tensão-deformação retangular.

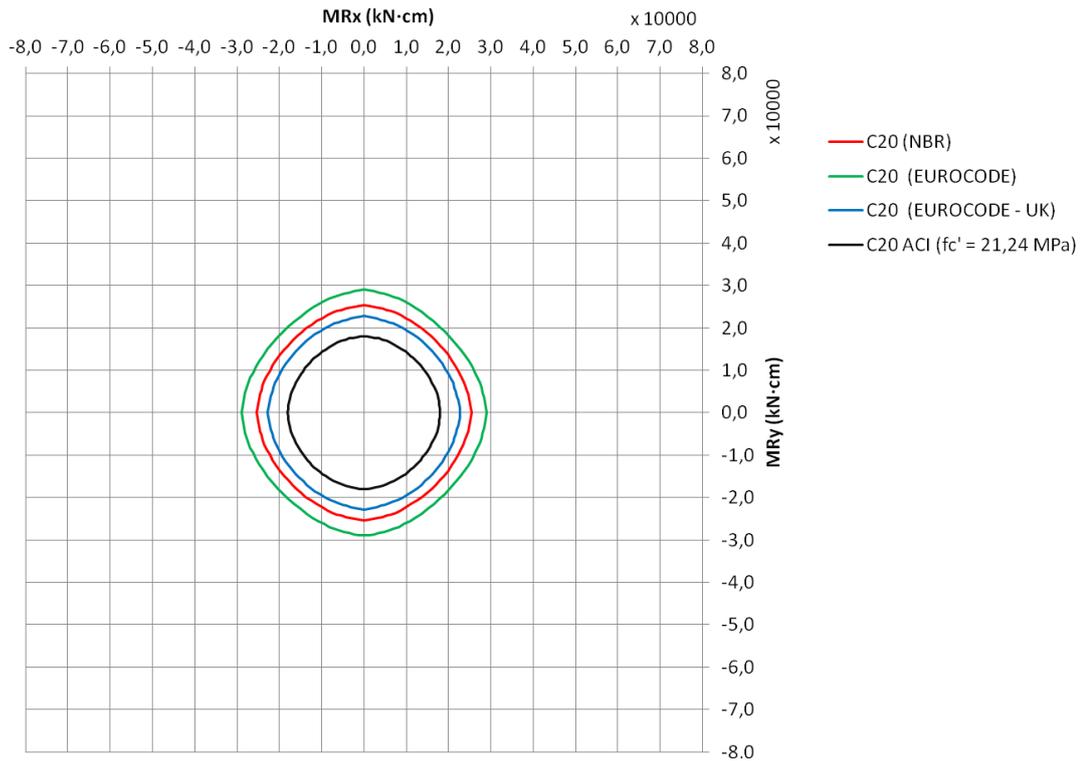


Figura 3.45 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C20

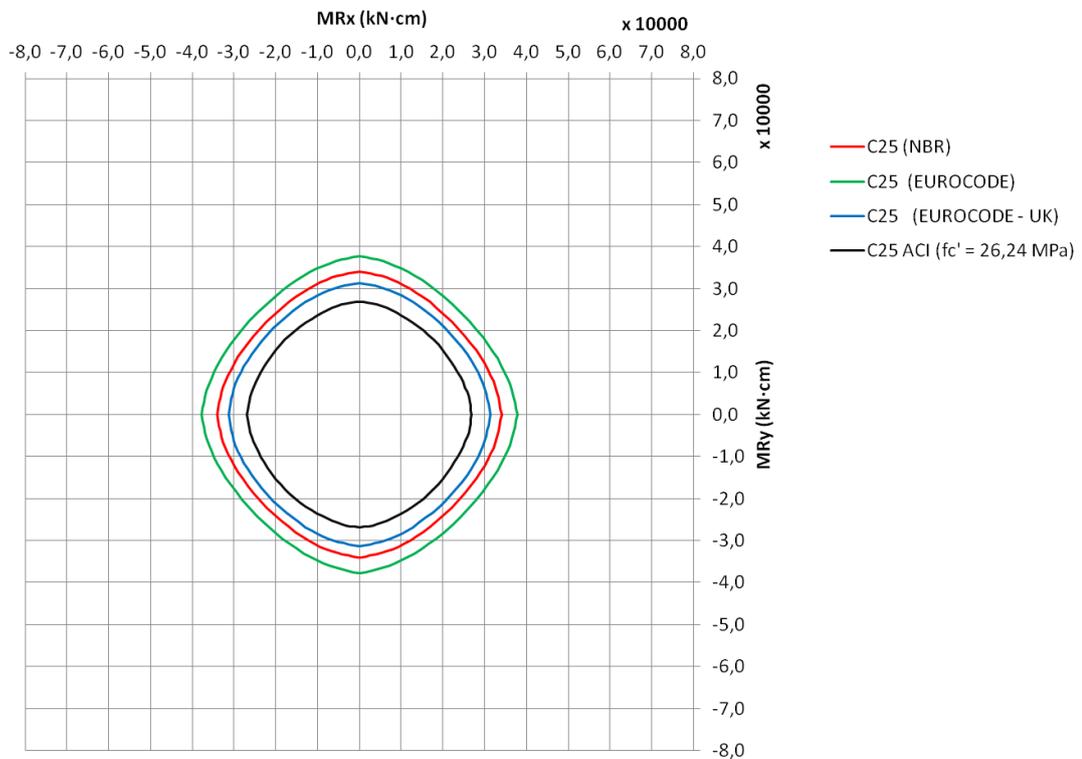


Figura 3.46 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C25

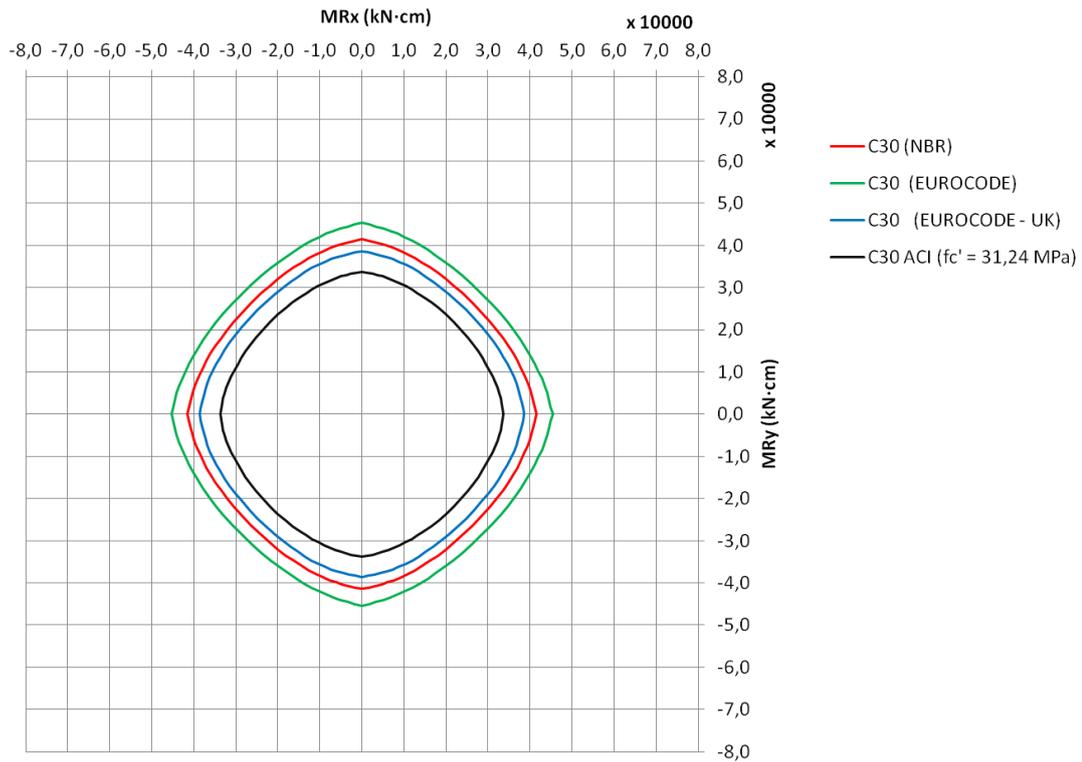


Figura 3.47 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C30

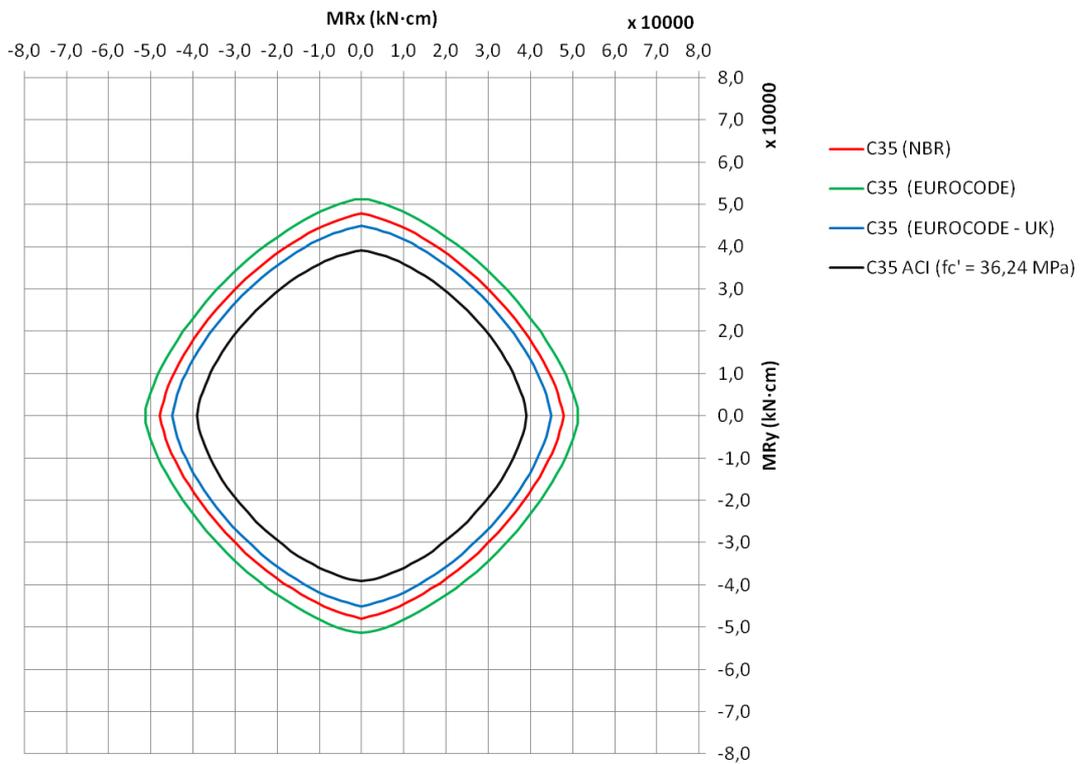


Figura 3.48 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C35

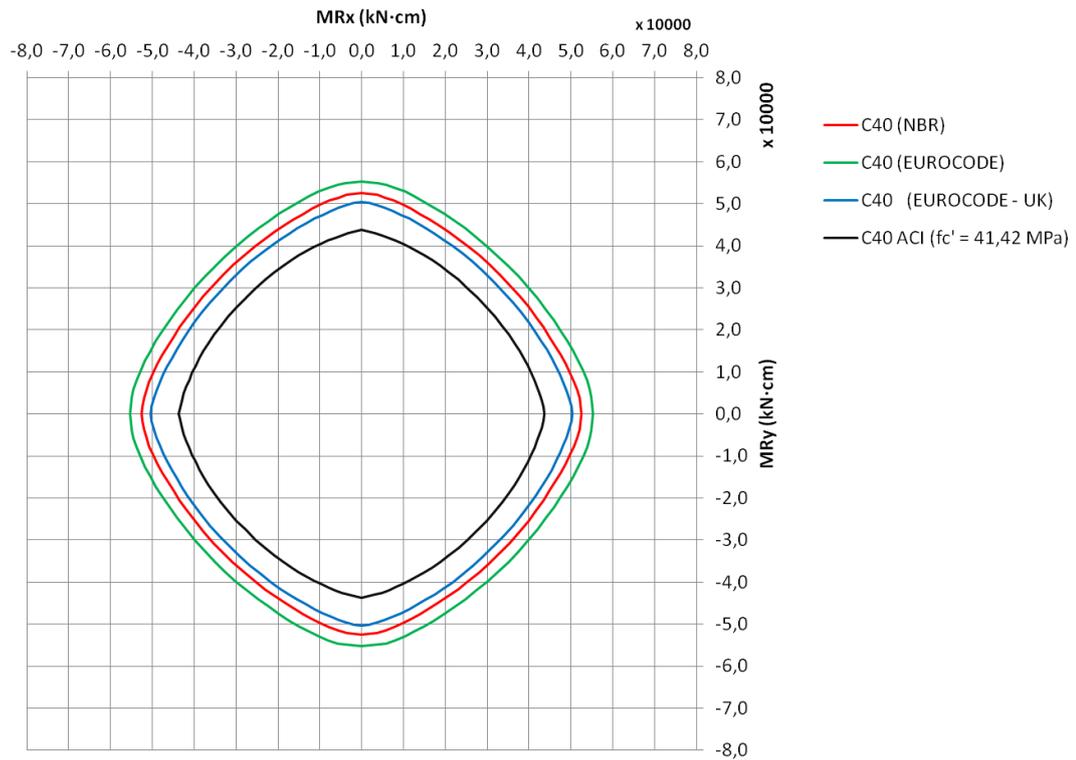


Figura 3.49 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C40

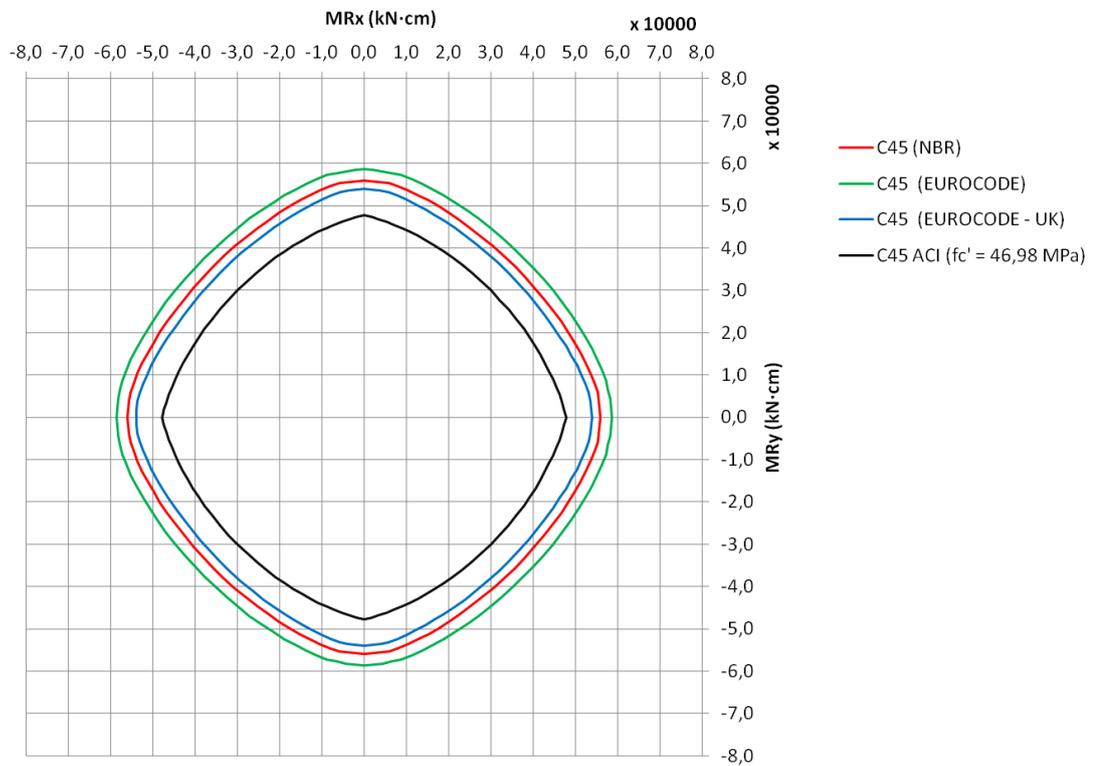


Figura 3.50 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C45

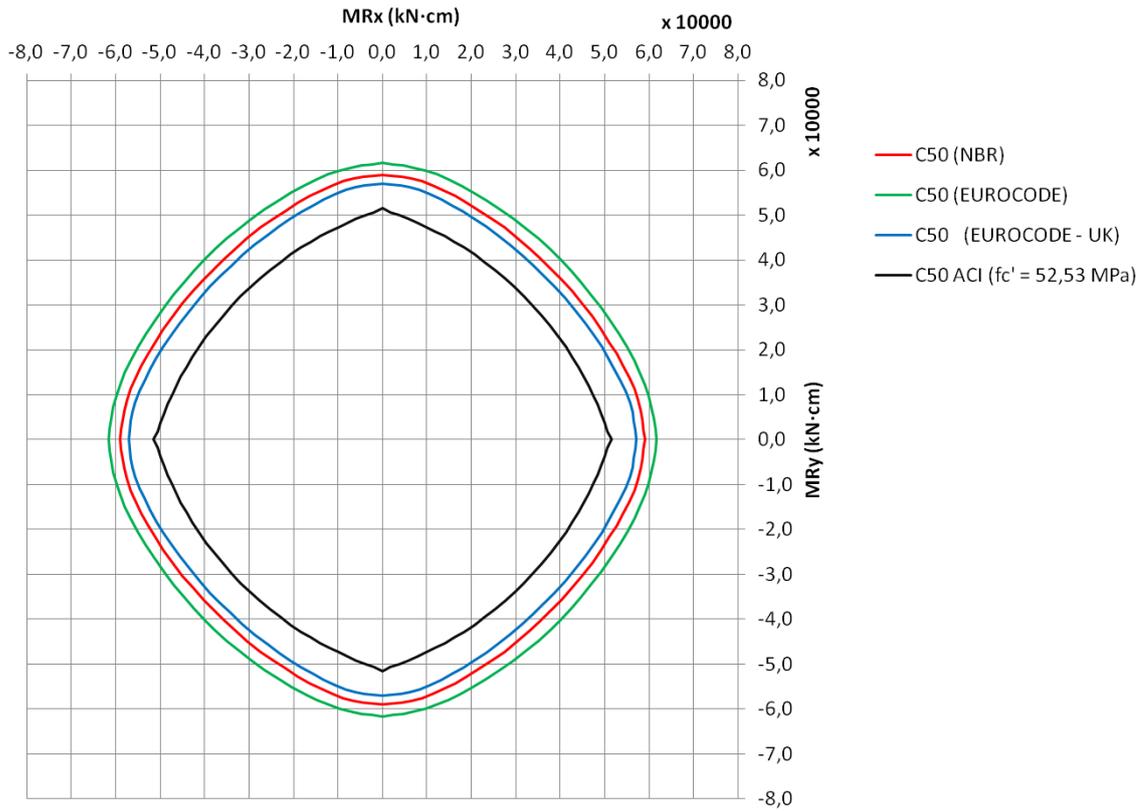


Figura 3.51 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C50

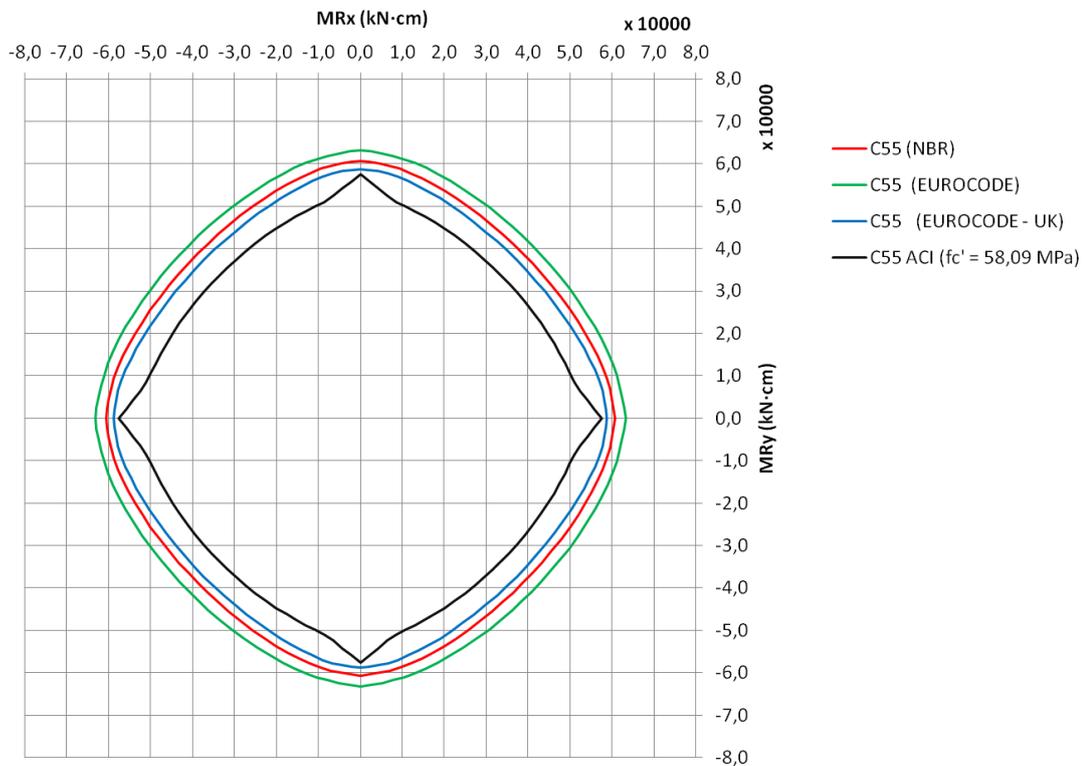


Figura 3.52 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C55

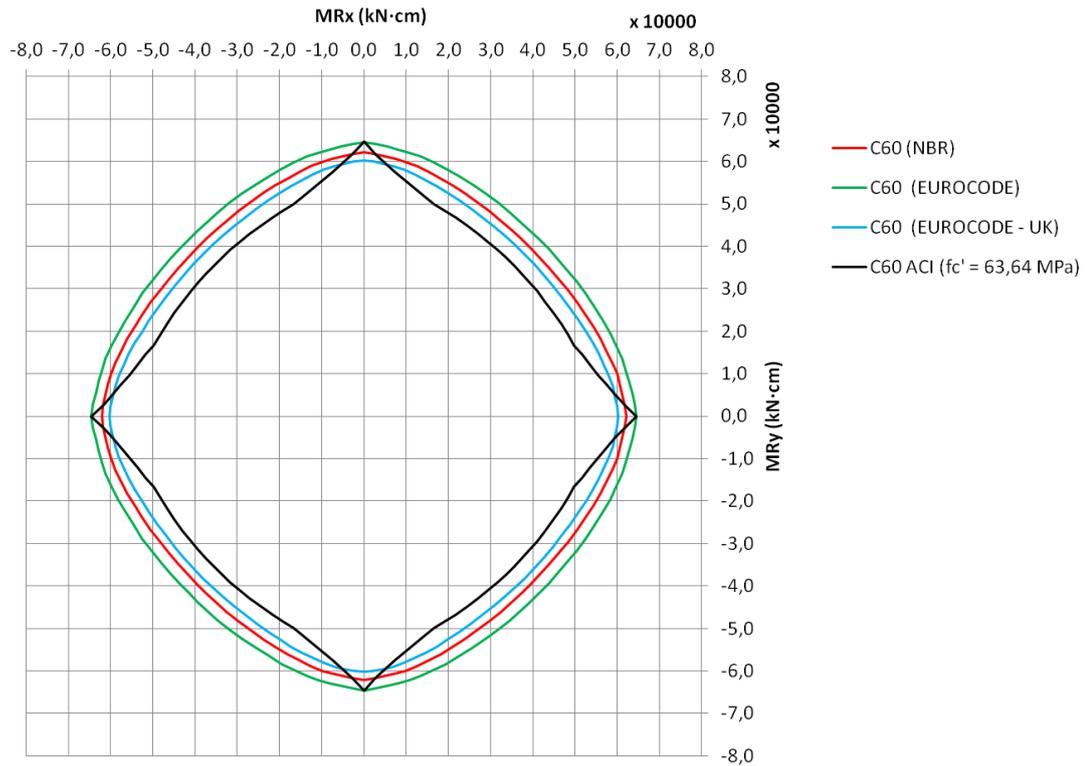


Figura 3.53 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C60

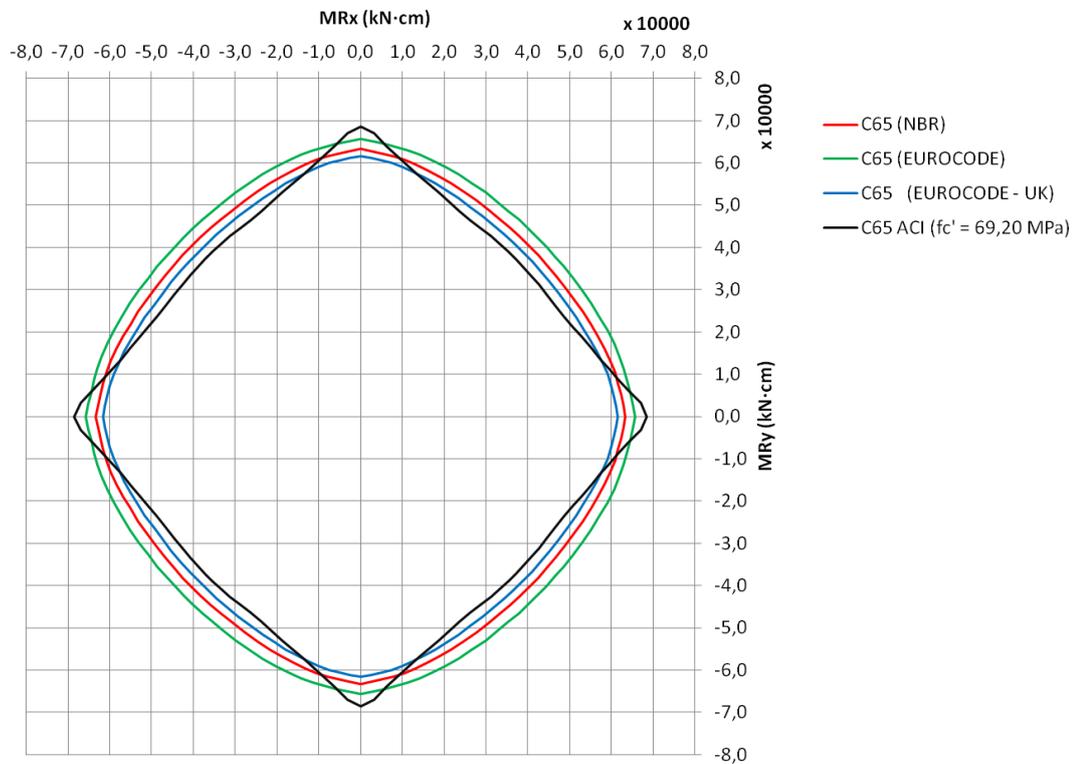


Figura 3.54 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C65

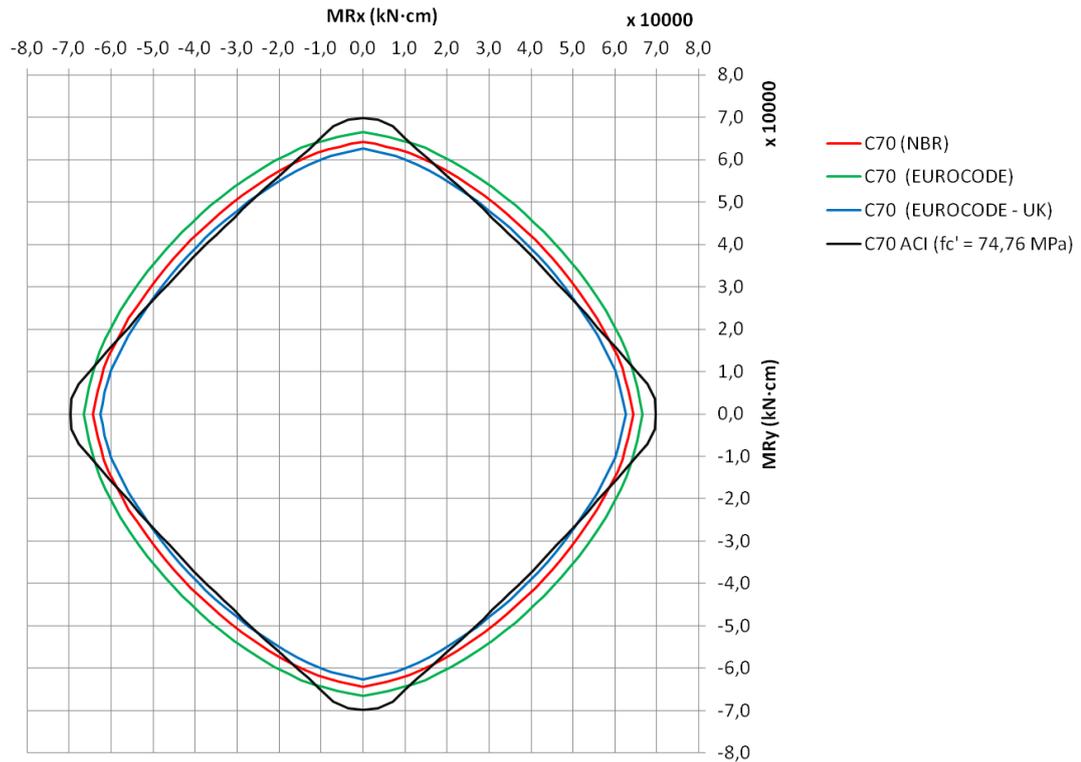


Figura 3.55 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C70

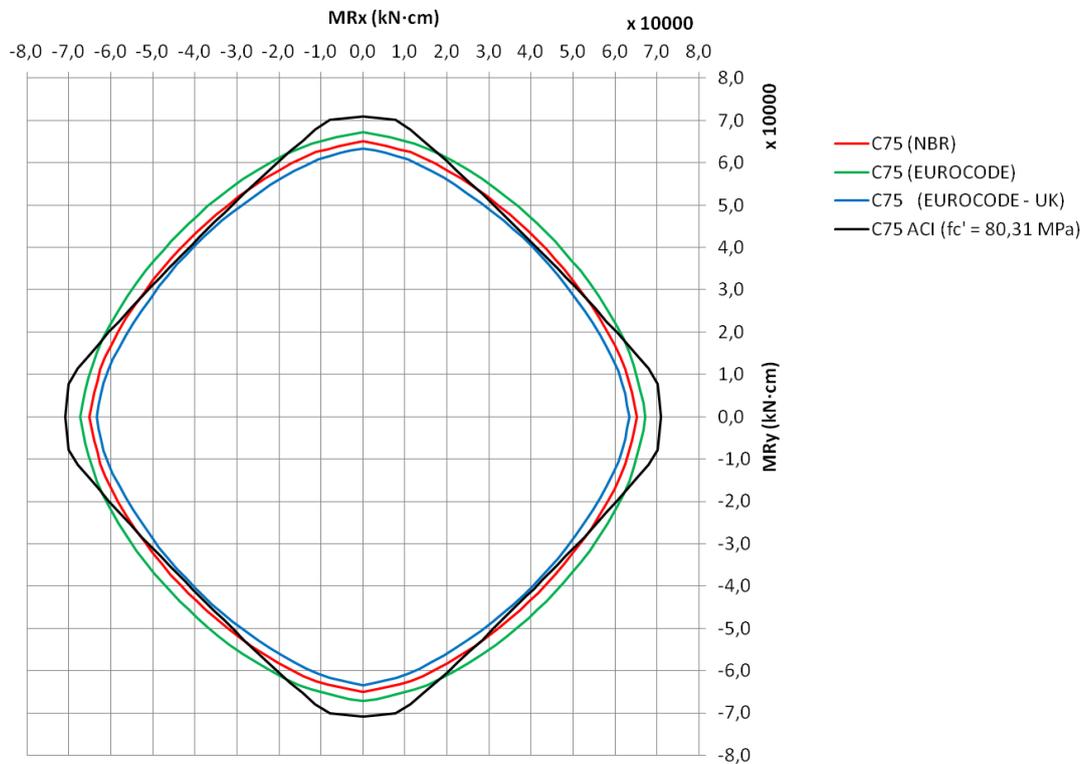


Figura 3.56 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C75

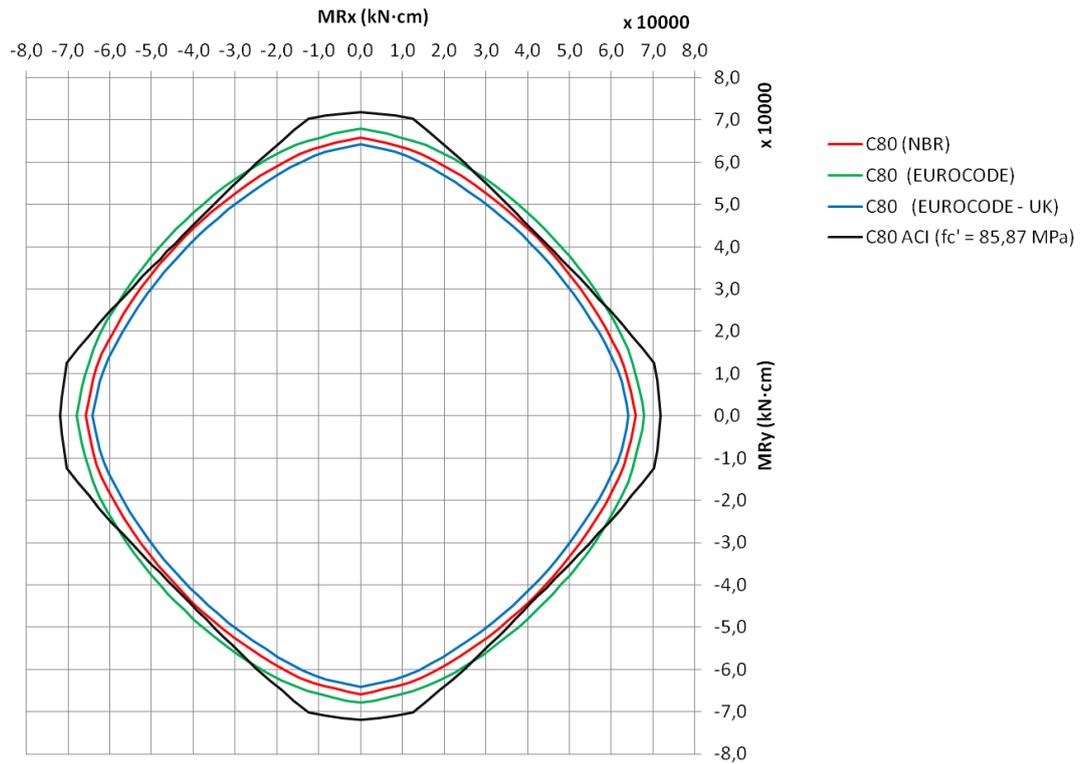


Figura 3.57 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C80

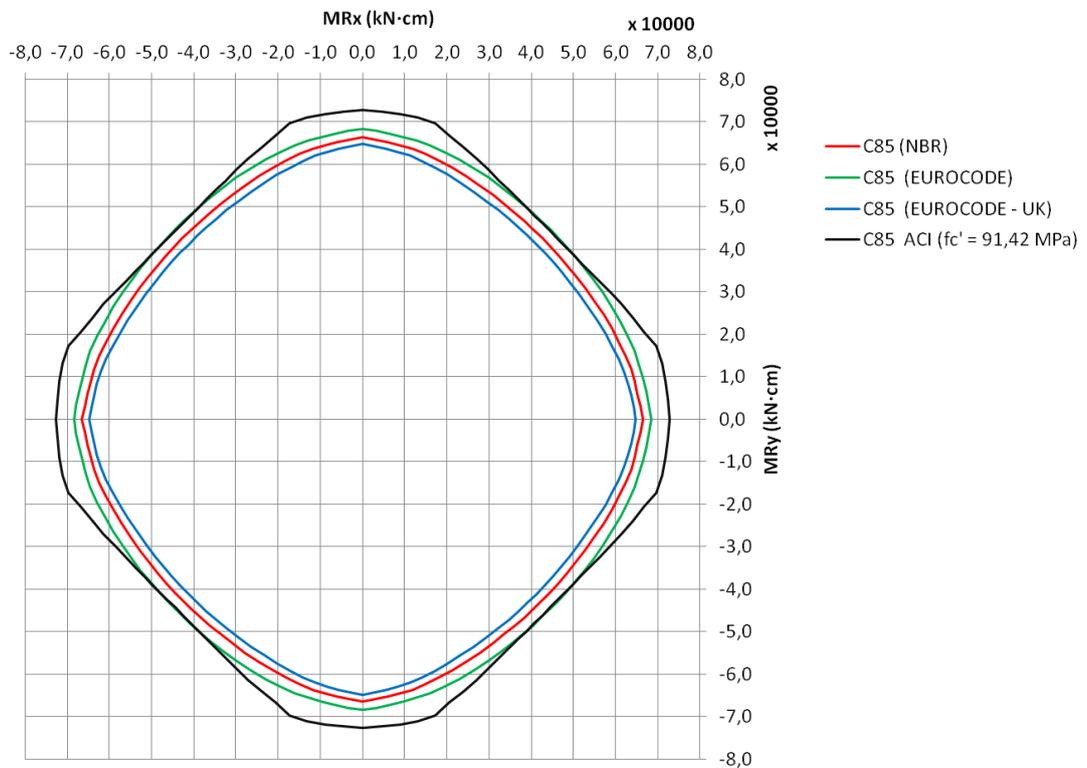


Figura 3.58 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C85

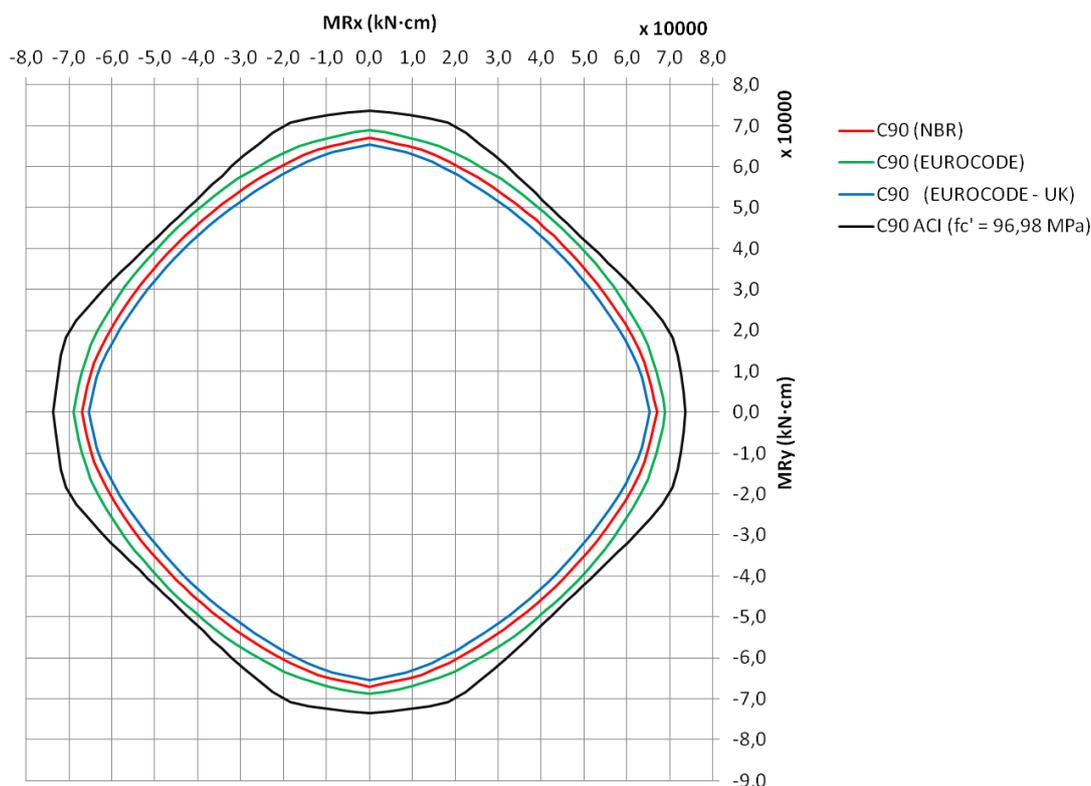


Figura 3.59 – Envoltórias de resistência para o diagrama tensão-deformação retangular e classe C90

3.3.1.3. Relações entre momentos resistentes

Logo abaixo seguem os gráficos que relacionam $MR_x(C"X")/MR_x(C"30")$ ou $MR_y(C"X")/MR_y(C"30")$ com a classe de resistência do concreto, em vista dos resultados obtidos na Seção 3.2. Vale recordar que, em virtude da simetria da seção, apresenta-se um único gráfico para as duas direções, onde o MR (momento resistente), na nomenclatura do eixo vertical, pode ser interpretado como sendo de qualquer direção.

Os resultados mostram que, as taxas de crescimento do valor dos momentos resistentes são aproximadamente iguais para a ABNT NBR 6118:2018 e para o Eurocode 2 (2002), inclusive para o caso em que se considera o *UK National Annex to Eurocode 2*, independentemente do diagrama tensão-deformação. Para essas normas, fica evidente a diminuição da taxa de aumento dos momentos resistentes no caso do CAR (após o C50).

Já os momentos resistentes resultantes do ACI 318 (2014) crescem de forma aproximadamente igual aos da norma brasileira e do Eurocode para os concretos convencionais. Mas não se verifica redução desta no caso do CAR, mantendo-se praticamente constante para todas as classes de concreto.

Agora, comparando-se os resultados obtidos considerando o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo ABNT NBR 6118:2014 com os do diagrama retangular da mesma norma, observa-se que as taxas de aumento não apresentam diferenças importantes. No caso do CAR, da classe C55 a C80, percebe-se uma taxa um pouco maior para o diagrama retangular, como pode ser observado na Figura 3.62.

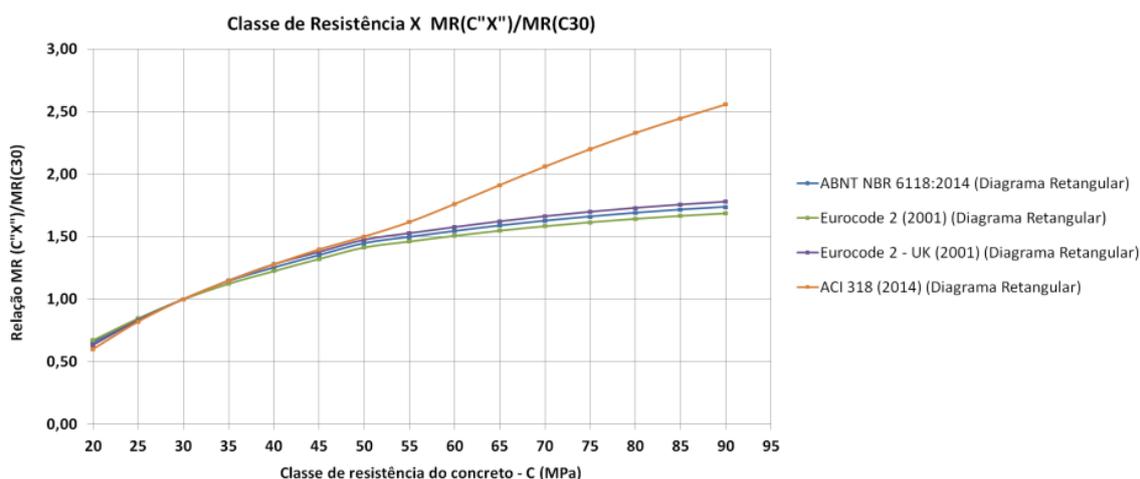


Figura 3.60 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação na forma retangular

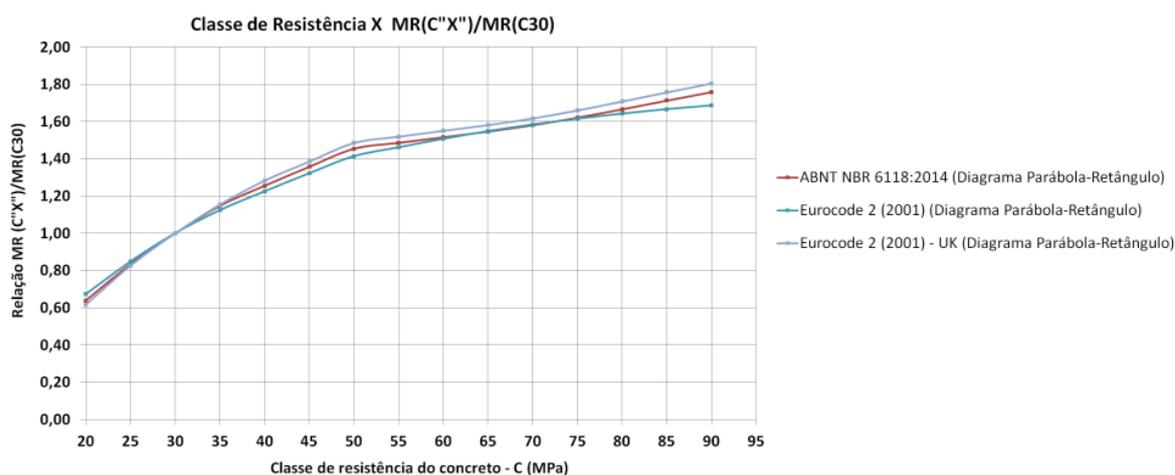


Figura 3.61 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação na forma retangular

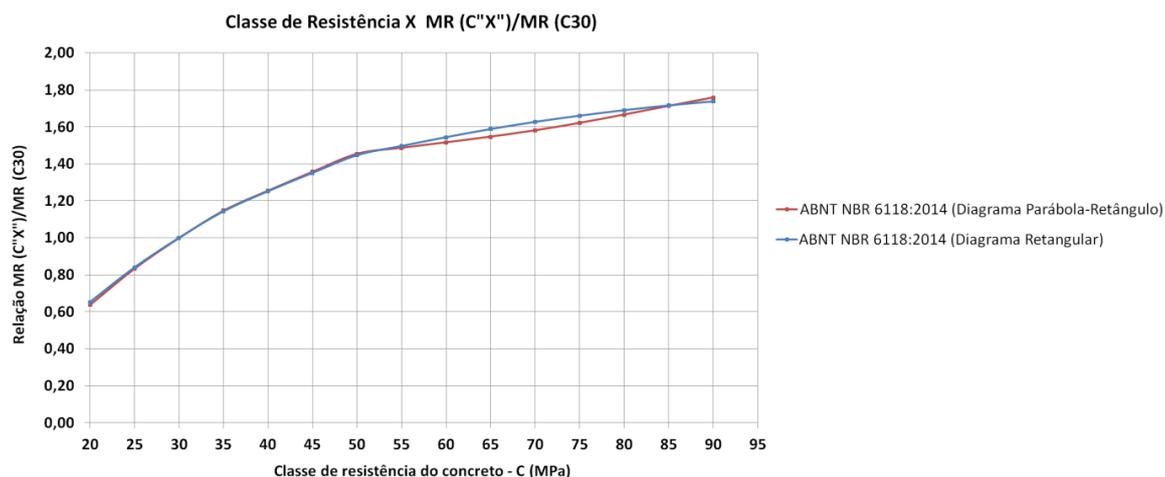


Figura 3.62 – Valores médios das relações entre os momentos resistentes para as diferentes classes de concreto e os obtidos para o C30 com a aplicação do diagrama tensão-deformação nas formas parábola-retângulo e retangular da ABNT NBR 6118:2014

3.3.1.4. Análise comparativa entre as duas formas de diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014

Na Tabela 3.39 são apresentados os valores médios das relações entre os momentos obtidos pelas duas formas de diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014.

Tabela 3.39 – Relações entre momentos resistentes obtidos pelas duas formas de diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014

Classe do Concreto	MRx(Parábola-Retângulo)/MRx(Retangular)*	MRy(Parábola-Retângulo)/MRy(Retangular)*
C20	0,96	0,96
C25	0,97	0,97
C30	0,98	0,98
C35	0,98	0,98
C40	0,98	0,98
C45	0,98	0,98
C50	0,98	0,98
C55	0,97	0,97
C60	0,96	0,96
C65	0,95	0,95
C70	0,95	0,95
C75	0,95	0,95
C80	0,96	0,96
C85	0,98	0,98
C90	0,99	0,99

Da Tabela 3.39 nota-se que, para qualquer classe de resistência, os momentos resistentes produzidos pelo diagrama tensão-deformação retangular, da ABNT NBR 6118:2014, são maiores que os obtidos pelo diagrama parábola-retângulo da mesma norma. Pode-se dizer ainda que, as proporções entre os momentos resistentes se mantém aproximada constante, sendo que o menor momento representa, em valores médios, de 95% a 99% do maior.

Fechando esta seção, da Figura 3.63 a Figura 3.77, têm-se os gráficos onde constam simultaneamente as envoltórias para as duas formas de diagramas tensão-deformação consideradas pela ABNT NBR 6118:2014. Esses gráficos ajudam a visualizar o comportamento das envoltórias de resistência.

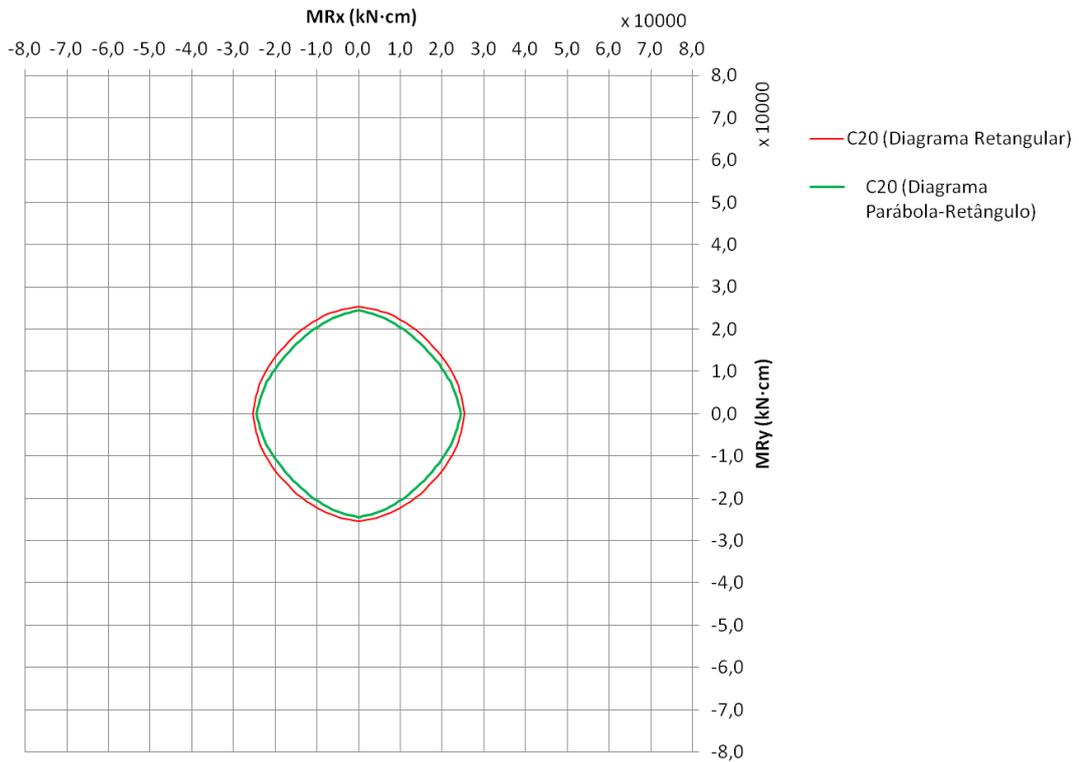


Figura 3.63 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C20

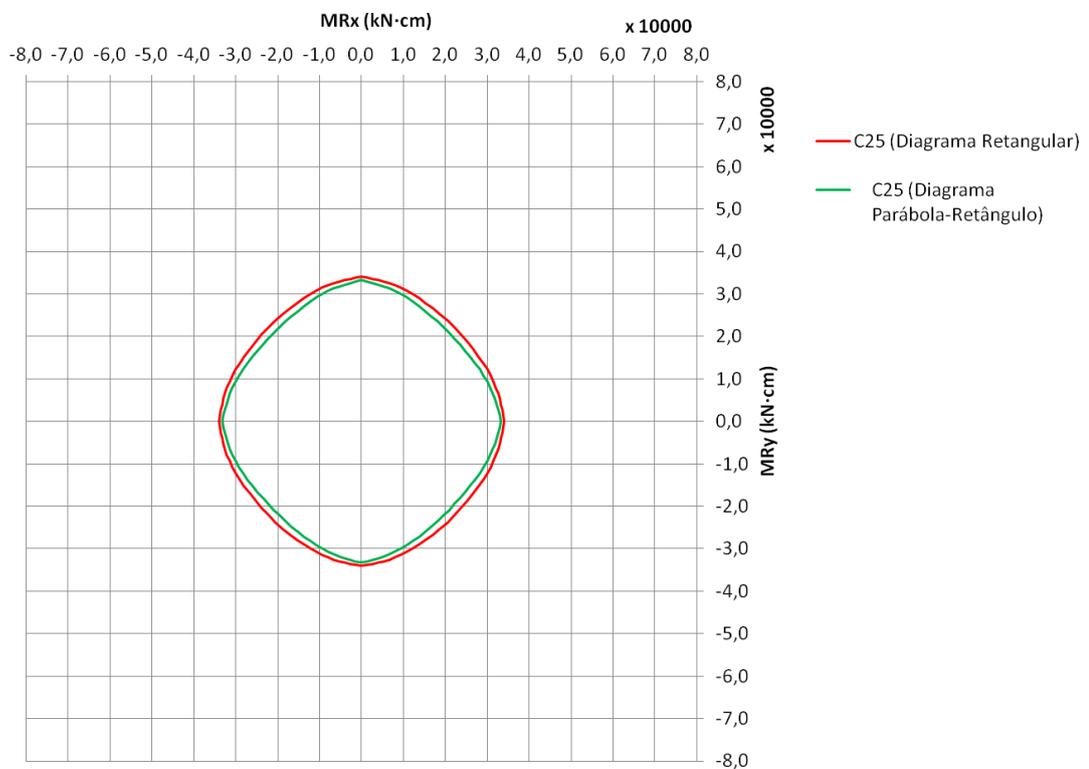


Figura 3.64 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C25

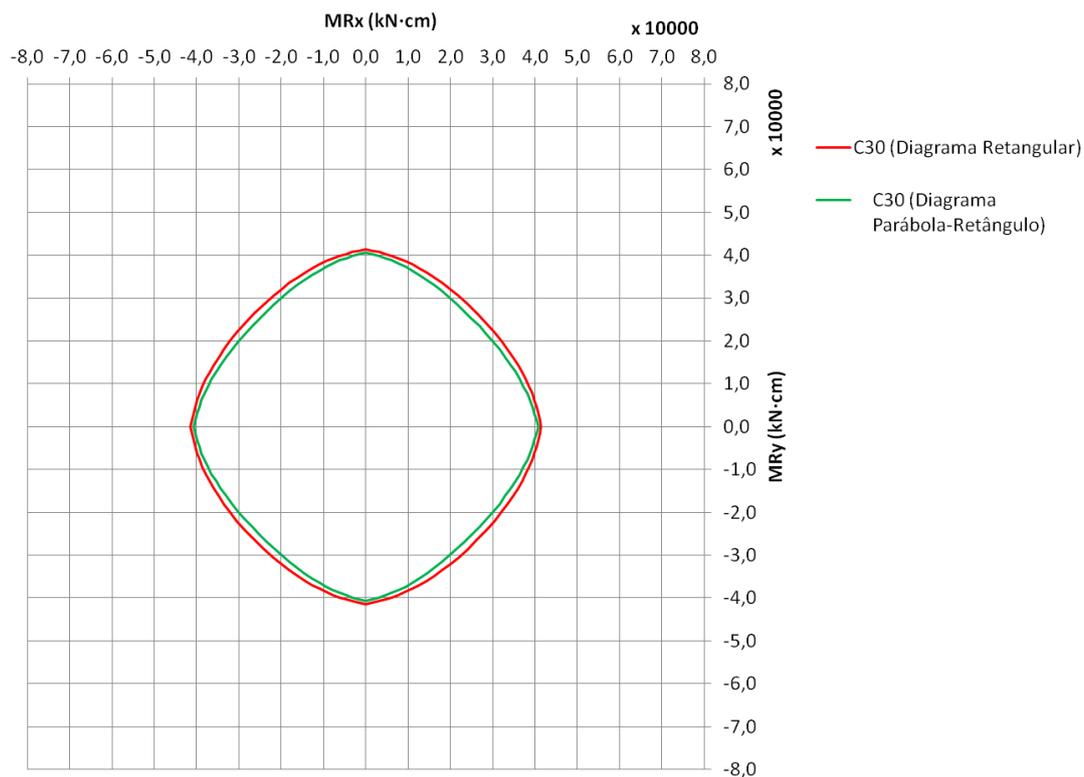


Figura 3.65 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C30

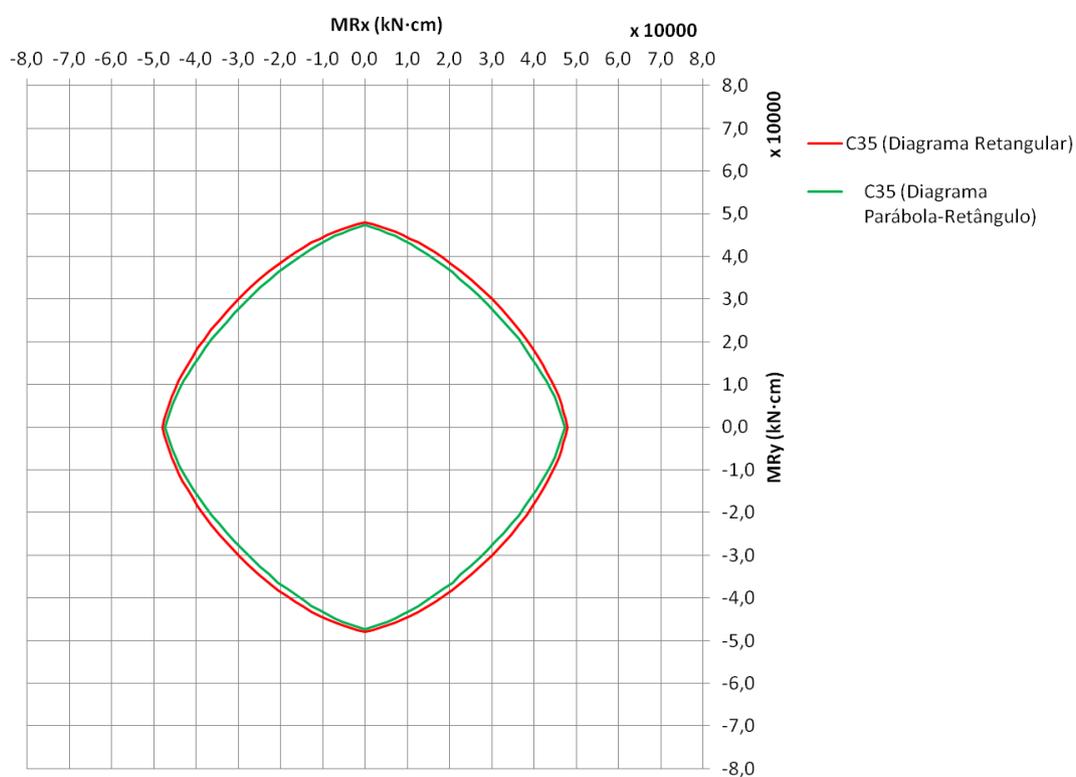


Figura 3.66 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C35

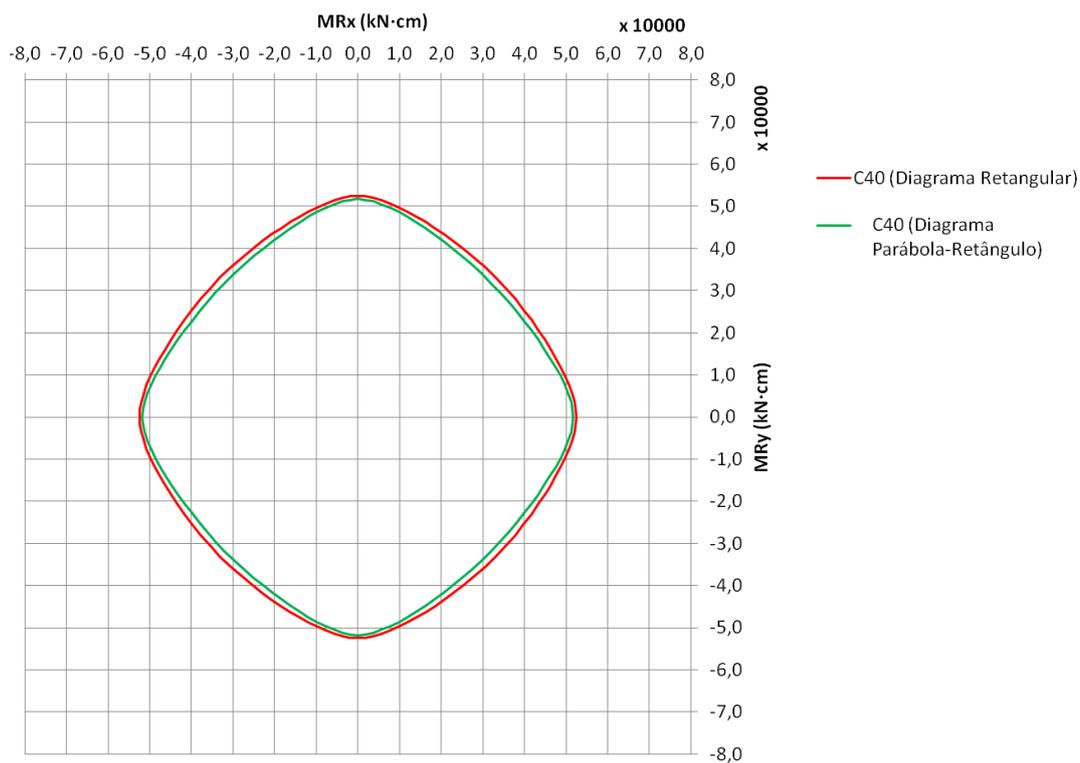


Figura 3.67 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C40

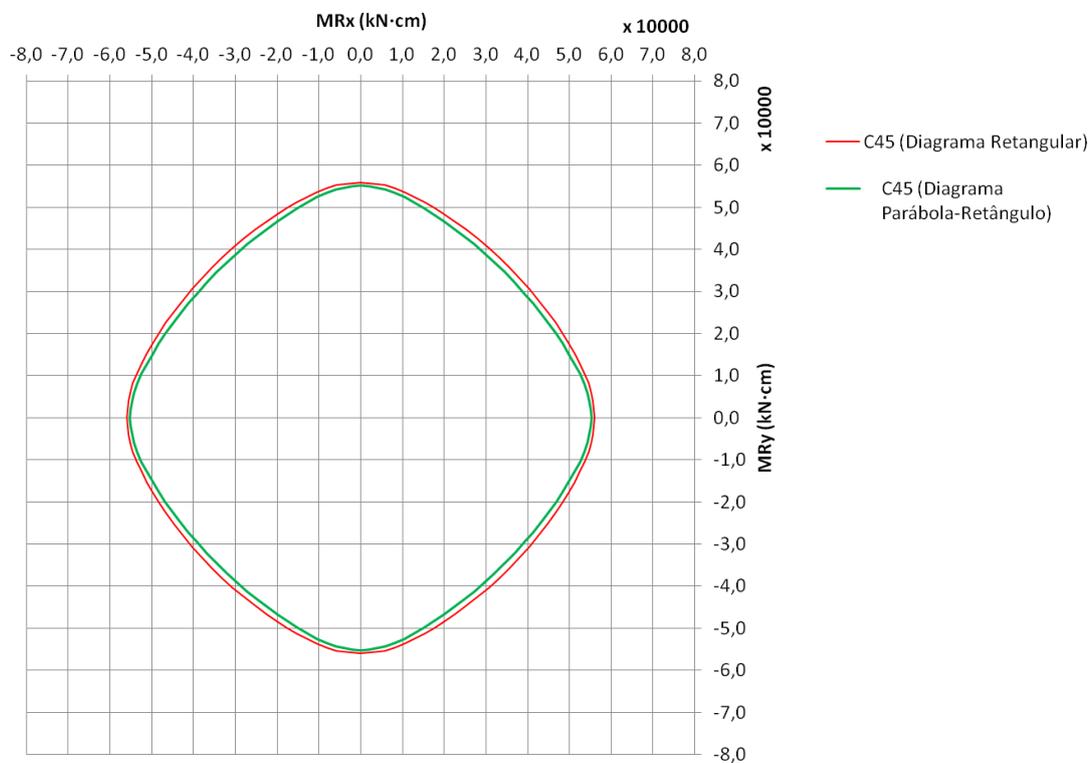


Figura 3.68 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C45

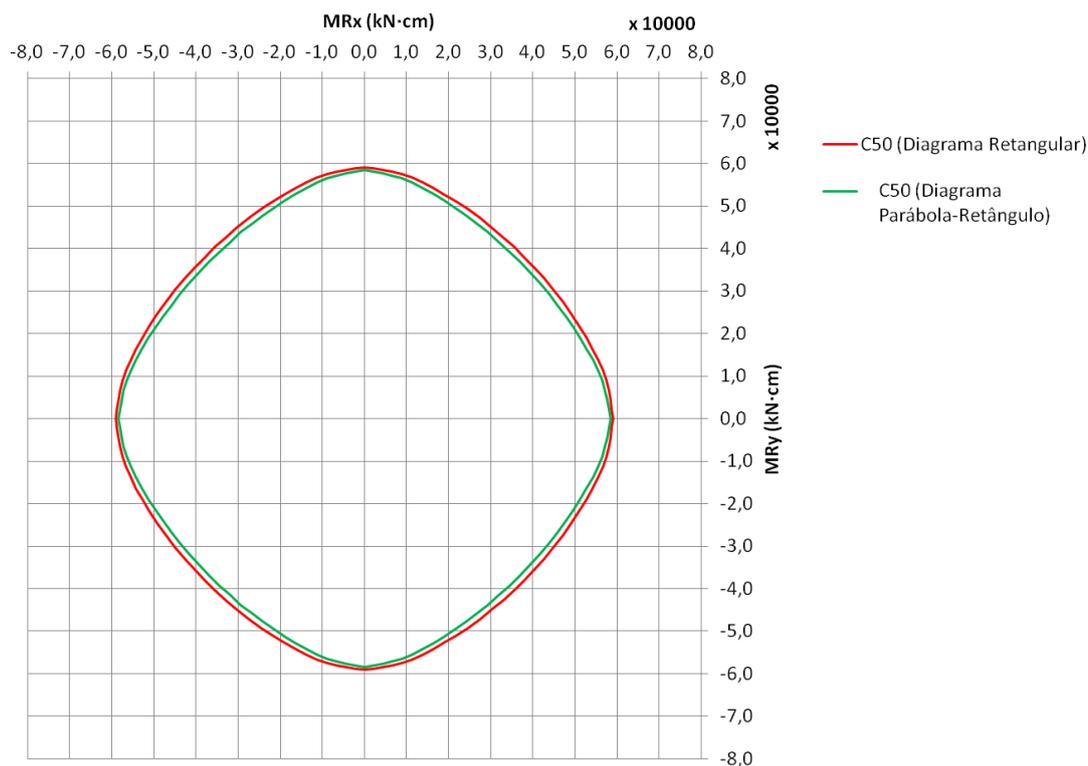


Figura 3.69 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C50

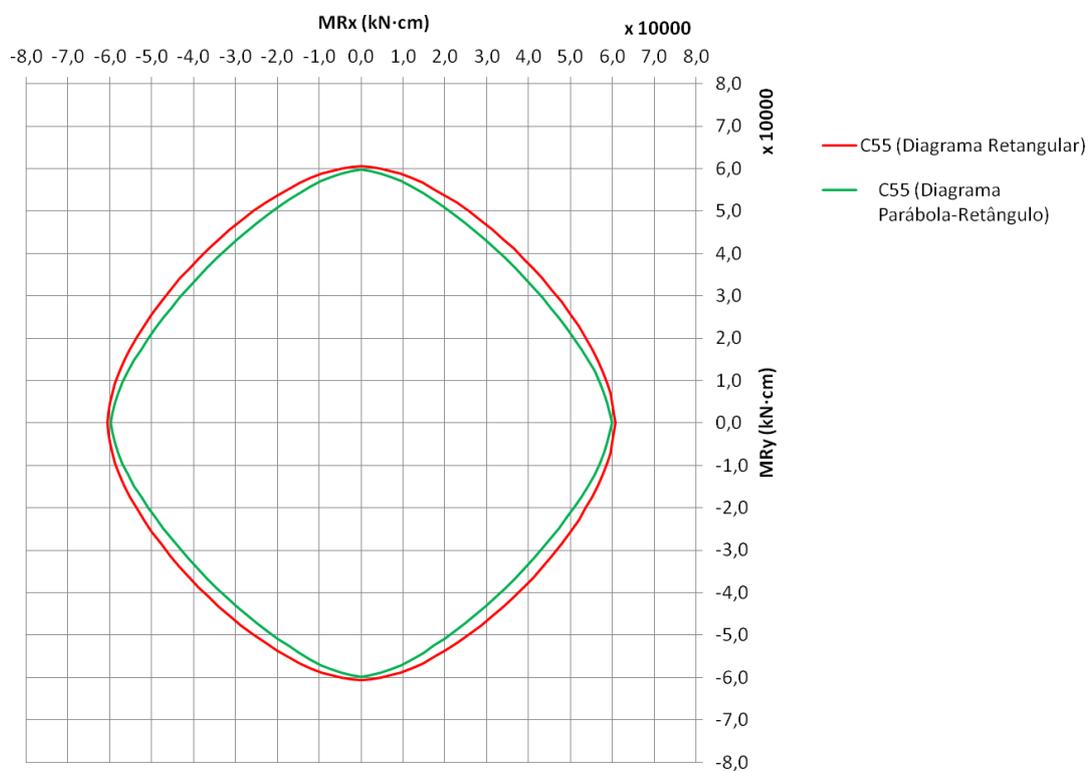


Figura 3.70 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C55

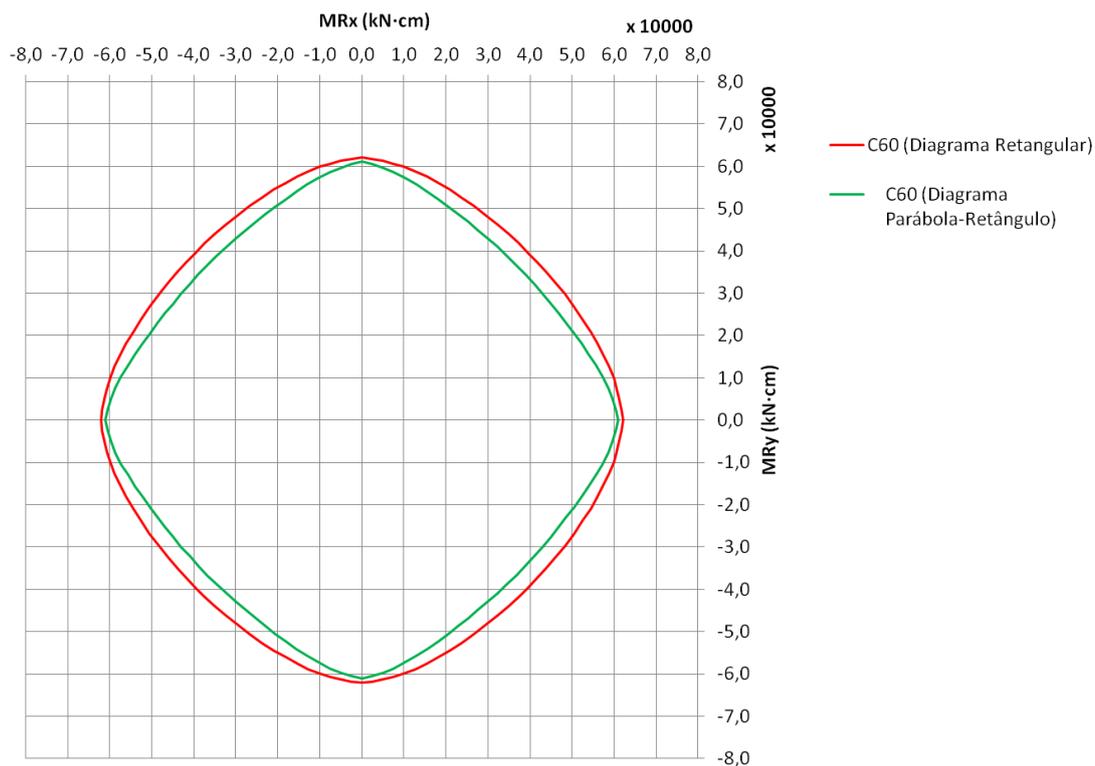


Figura 3.71 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C60

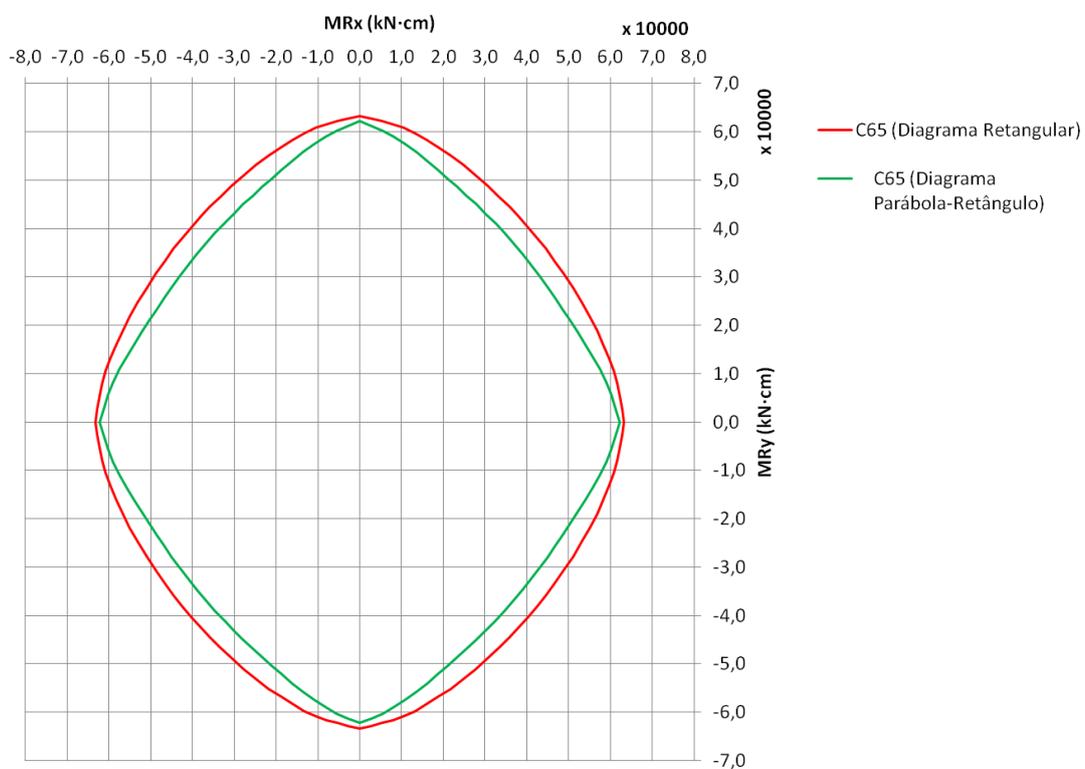


Figura 3.72 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C65

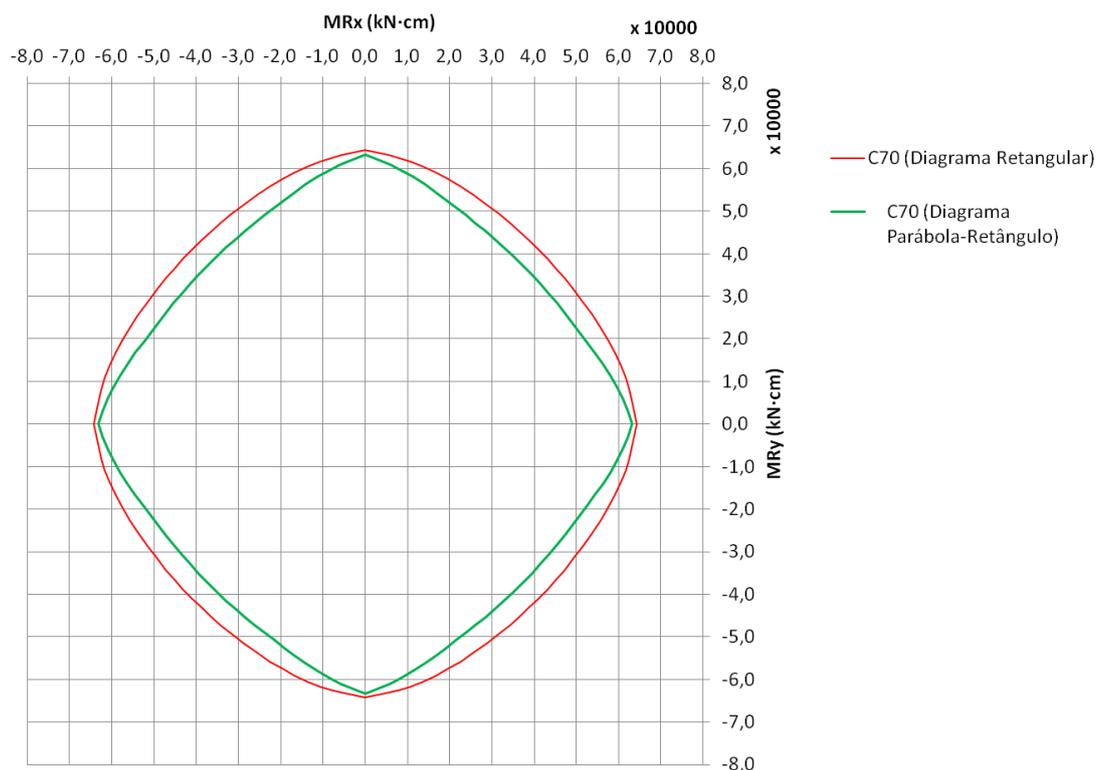


Figura 3.73 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C70

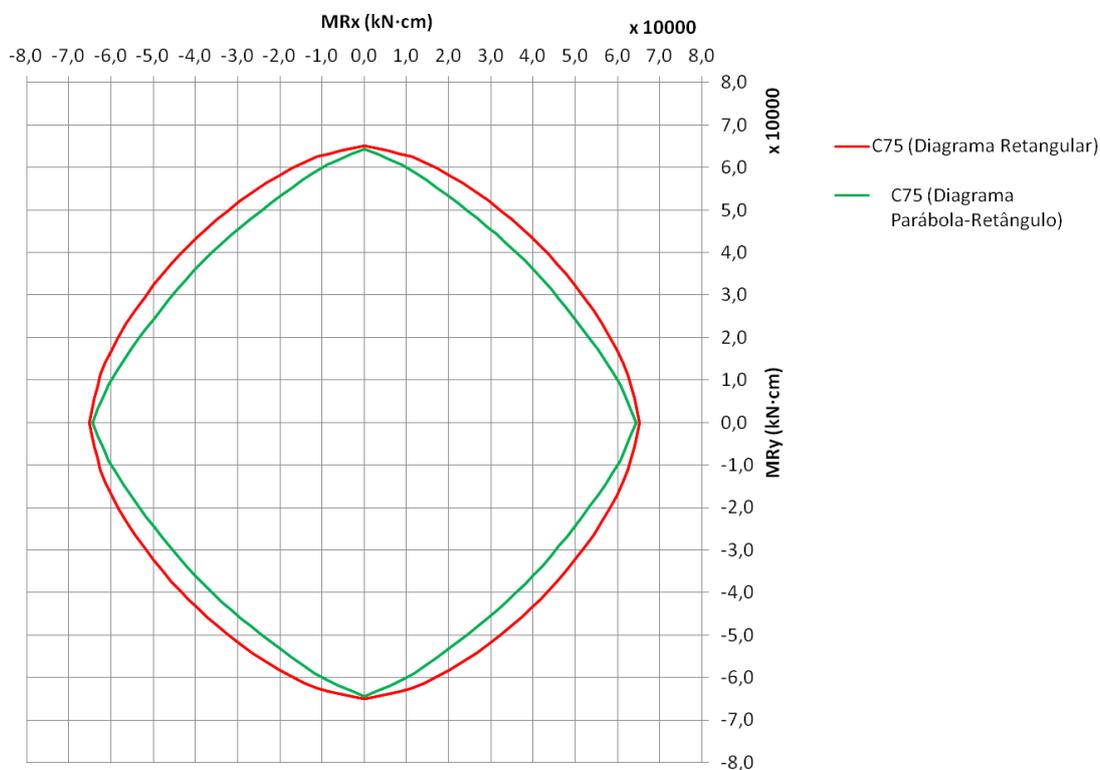


Figura 3.74 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C75

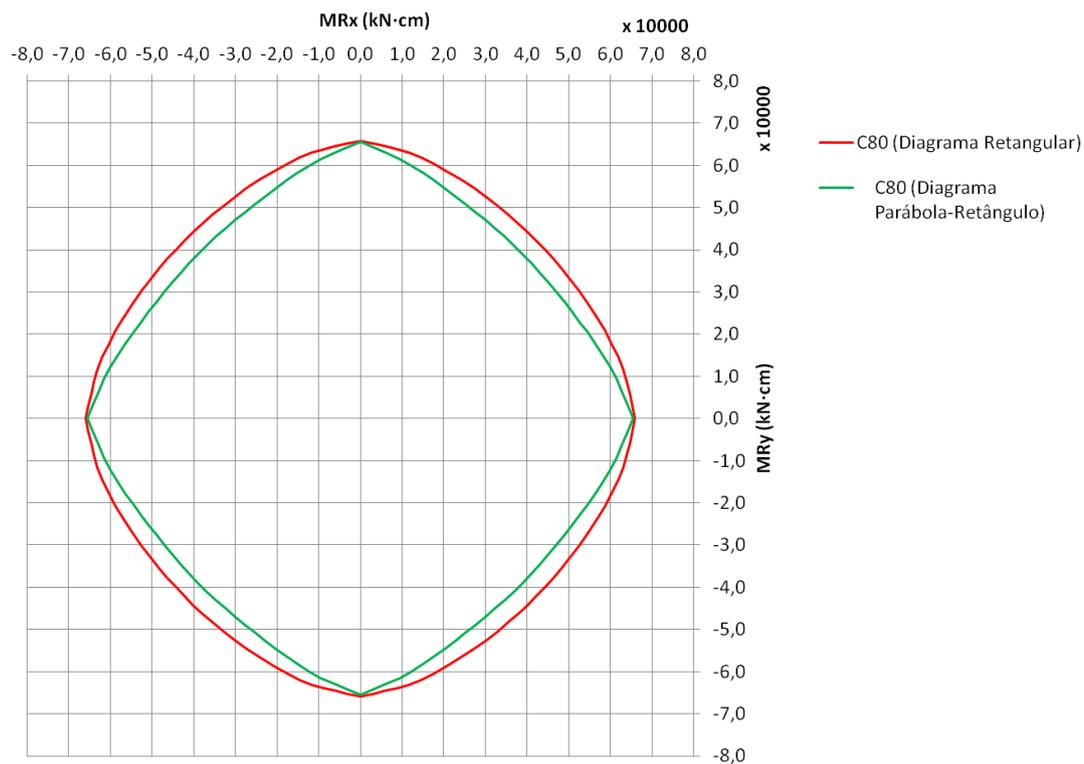


Figura 3.75 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C80

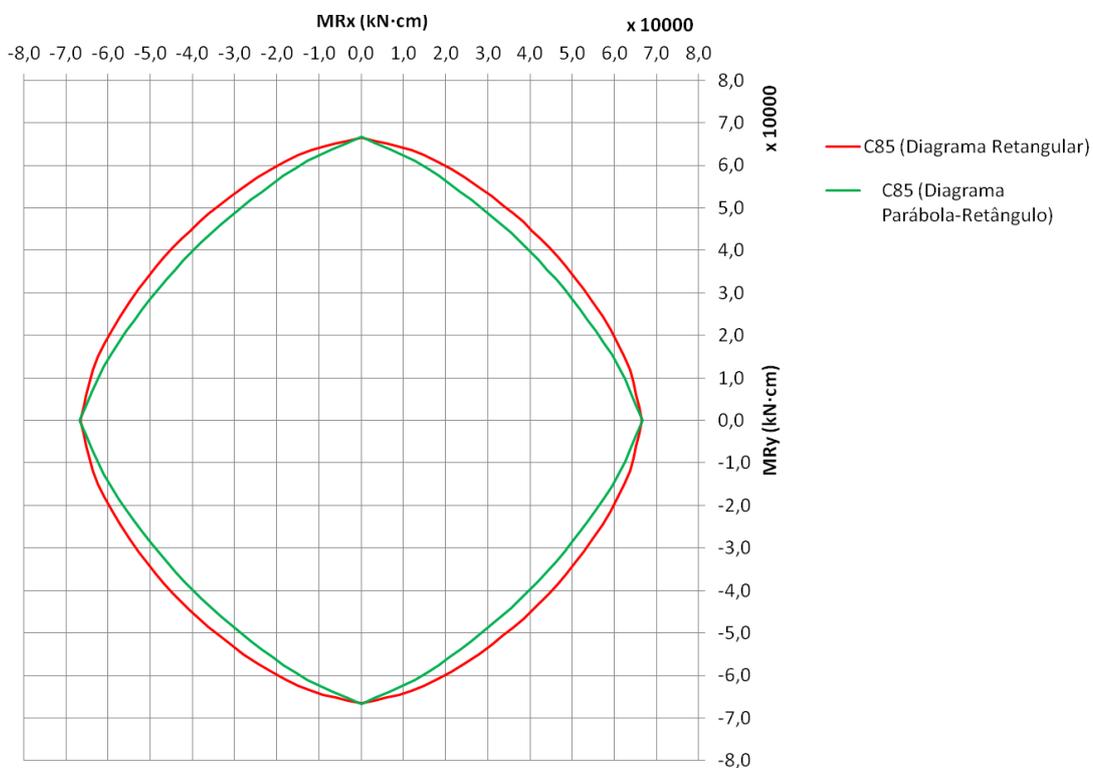


Figura 3.76 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C85

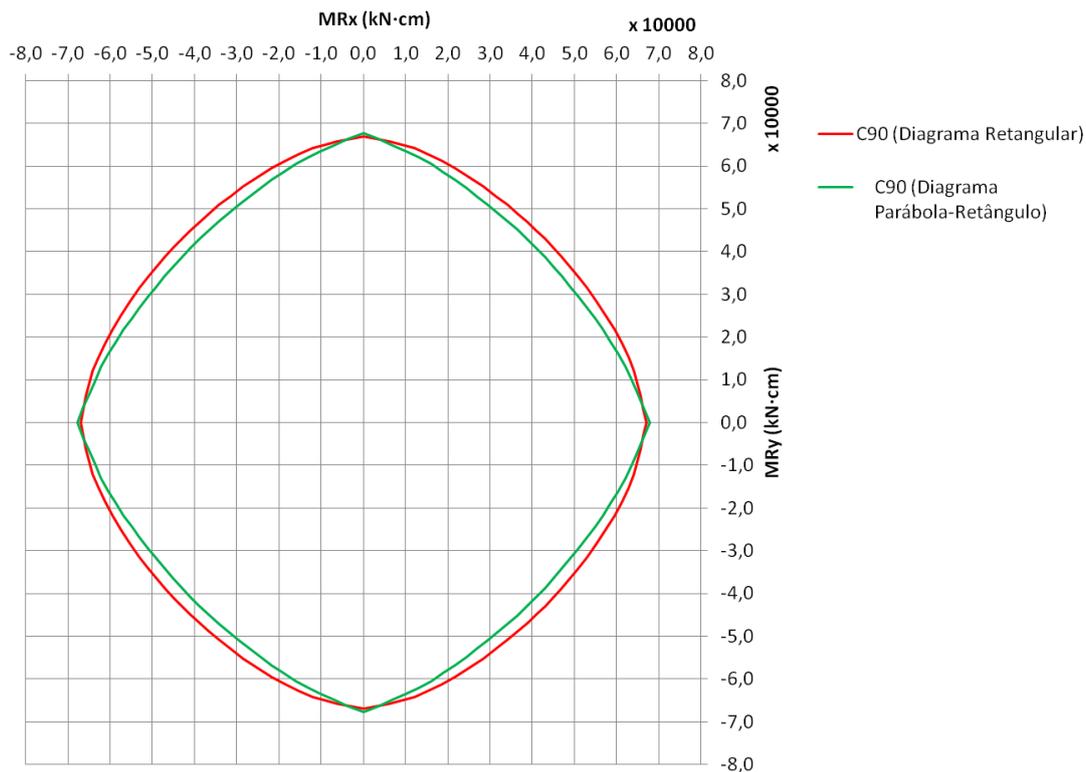


Figura 3.77 – Envoltórias de resistência para os diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014 e classe C90

De forma complementar, ainda com relação à comparação entre os dois formatos de diagramas tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014, foram também analisadas as distâncias média e máximas entre uma envoltória e outra para a mesma classe de resistência do concreto. A Tabela 3.40 apresenta os resultados obtidos, sendo estes mostrados graficamente na Figura 3.78.

Tabela 3.40 – Distâncias médias e máximas entre envoltórias obtidas aplicando-se os dois tipos de diagramas tensão-deformação (parábola-retângulo e retangular) da ABNT NBR 6118:2014

Classe de resistência	Distâncias entre envoltórias (KN·cm)	
	Média	Máxima
C20	1456,76	1767,77
C25	1487,04	1974,28
C30	1451,96	2036,95
C35	1361,67	1893,13
C40	1355,98	1777,95
C45	1303,34	1629,06
C50	1264,67	1578,67
C55	2306,64	2926,72
C60	3236,94	4064,45
C65	3930,92	4898,84
C70	4206,43	5276,43
C75	4040,53	5079,86
C80	3585,69	4557,29
C85	2988,21	3839,37
C90	2382,36	3028,39

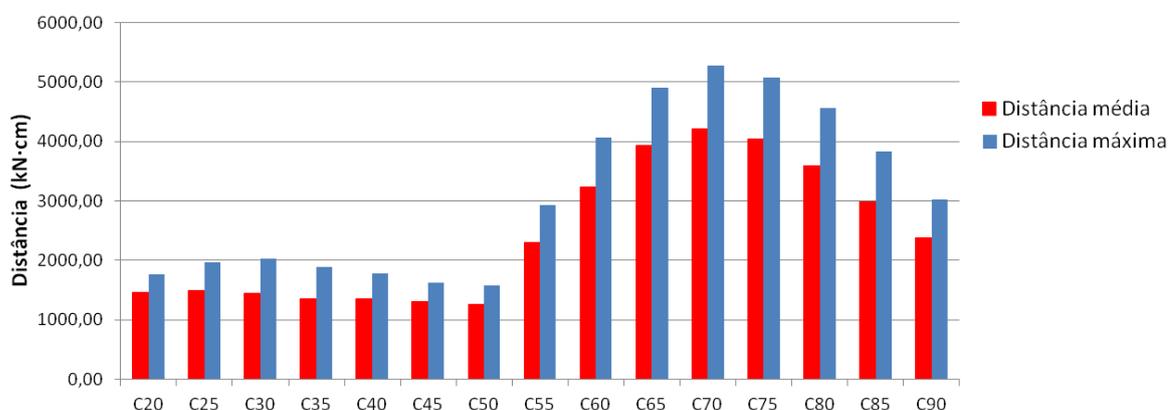


Figura 3.78 – Gráfico com distâncias médias e máximas entre envoltórias obtidas aplicando-se os dois tipos de diagramas tensão-deformação (parábola-retângulo e retangular) da ABNT NBR 6118:2014

Do Gráfico da Figura 3.78, nota-se que a distância entre as envoltórias para os concretos convencionais apresenta-se praticamente constante, com uma leve diminuição desta com o aumento da classe de resistência. Agora, quando a análise passa para o grupo do CAR, percebe-se um brusco aumento destas distâncias, que permanecem crescendo, até a classe C70, a partir de onde decrescem até a classe C90. As distâncias máximas entre as envoltórias

aconteceram para as situações em que se tem a linha neutra a uma inclinação α próxima de 45° , 135° , 225° e 315° .

3.3.2. Análises comparativas para diferentes intensidades de forças

Aqui foram feitas novas análises, mantendo-se a seção do pilar estudada anteriormente, mas variando-se a intensidade da força normal solicitante de cálculo. Para as resistências de 30 MPa, 50 MPa, 70 MPa e 90 MPa, determinaram-se os esforços normais correspondentes a 30%, 50% e 70% da força normal última (F_{max}) suportada pela seção, conforme critérios da ABNT NBR 6118:2014 para o diagrama retangular simplificado. Os valores gerados são mostrados na Tabela 3.41.

Tabela 3.41 – Resistências características e forças normais a 30%, 50% e 70% de

	F_{max}			
f_{ck} (MPa)	30	50	70	90
F_{max}^* (kN)	5567	8603	10576	11942
$0,70 \cdot F_{max}^*$ (kN)	3897	6022	7403	8359
$0,50 \cdot F_{max}^*$ (kN)	2783	4301	5288	5971
$0,30 \cdot F_{max}^*$ (kN)	1670	2581	3173	3583
*Considerando o diagrama retangular da ABNT NBR 6118:2014.				

Então, para cada par dado por “resistência característica à compressão do concreto e força normal” foram produzidas as envoltórias de momentos resistentes considerando as normas em estudo. Da Figura 3.79 a Figura 3.90 são apresentados os gráficos obtidos.

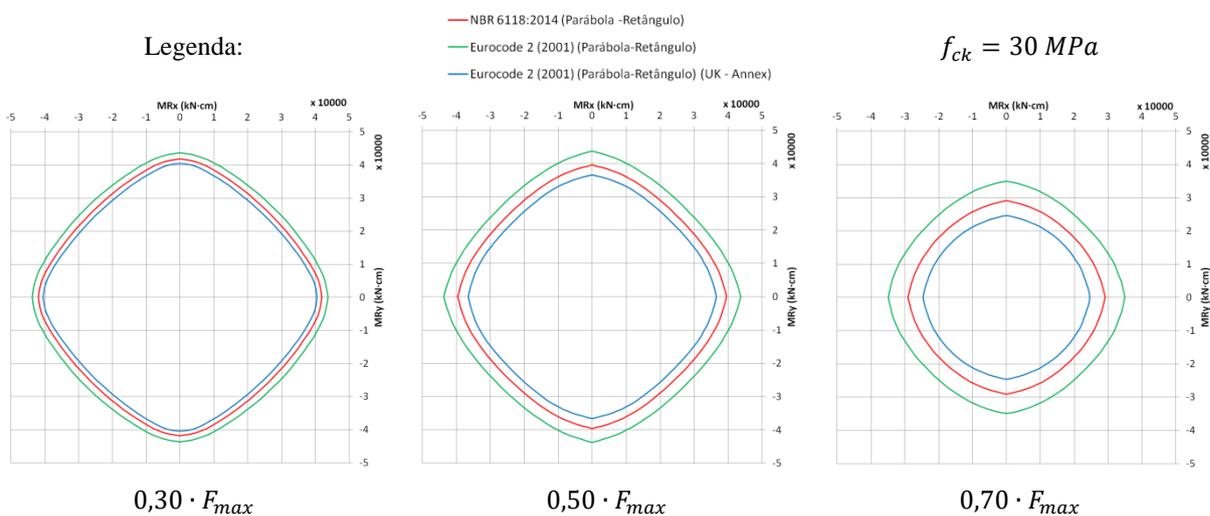


Figura 3.79 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C30

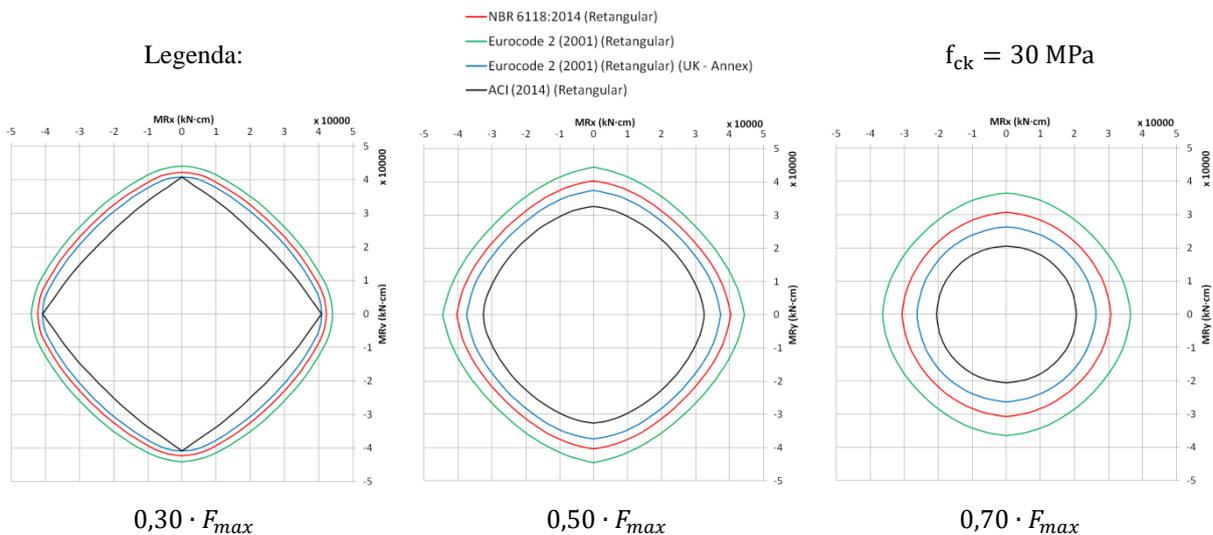


Figura 3.80 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C30

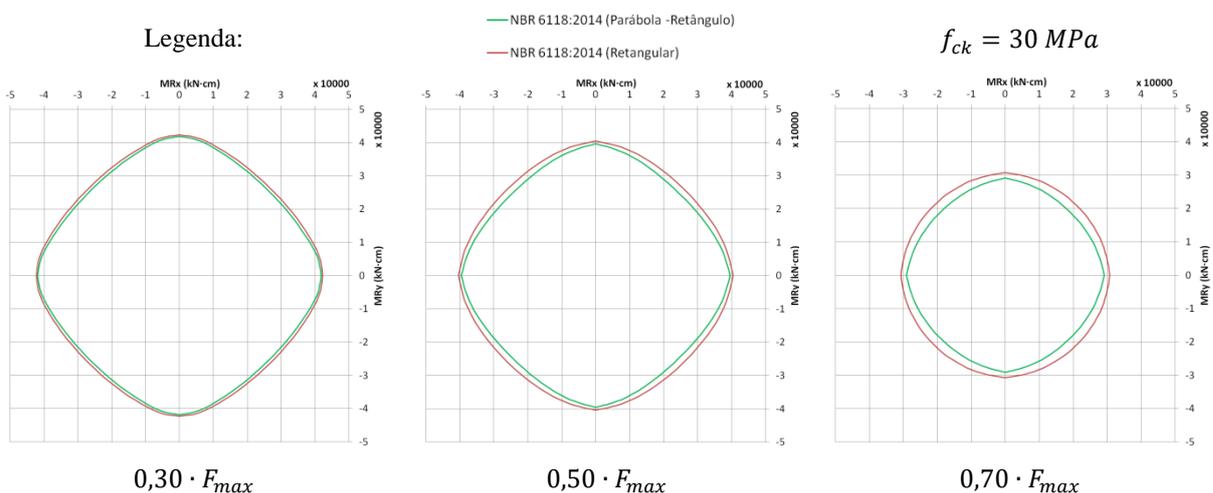


Figura 3.81 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C30

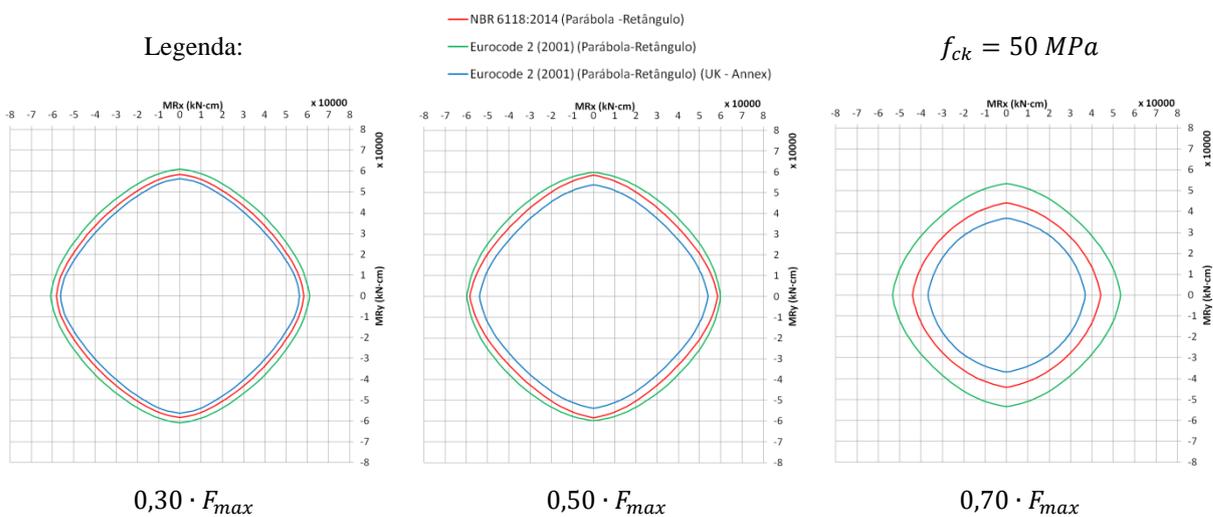


Figura 3.82 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C50

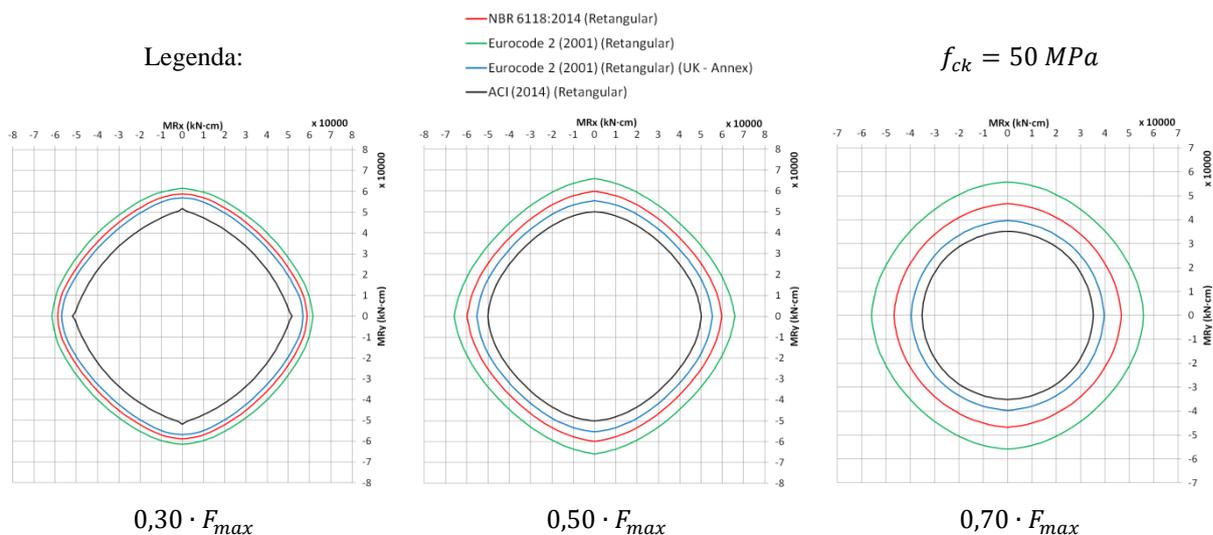


Figura 3.83 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C50

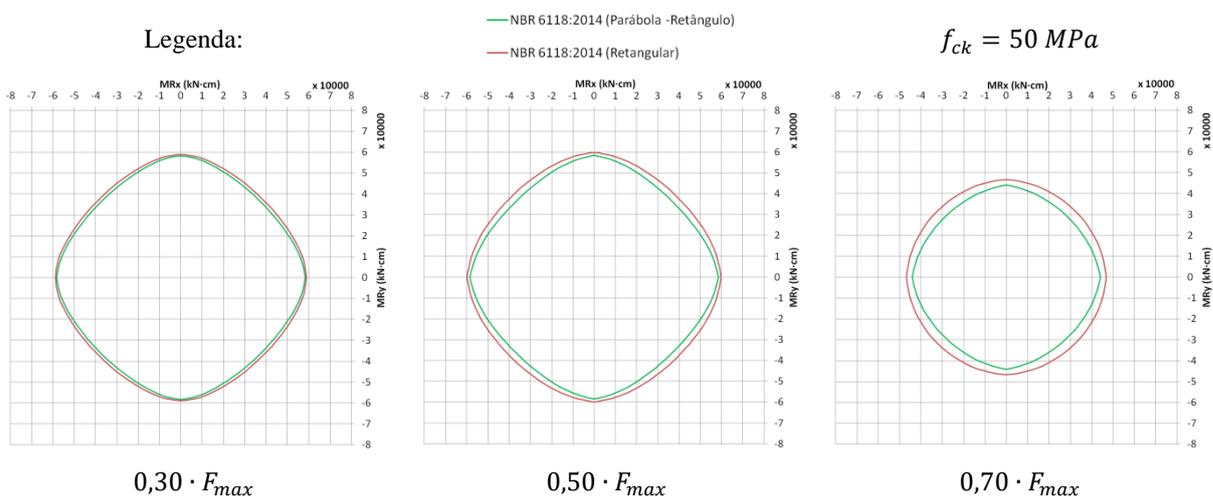


Figura 3.84 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C50

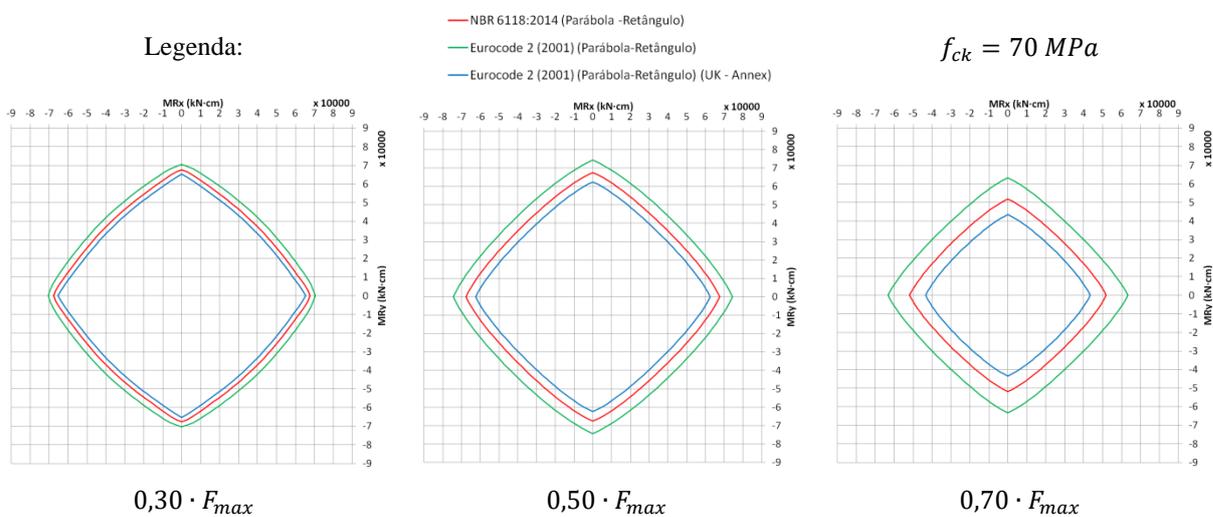


Figura 3.85 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C70

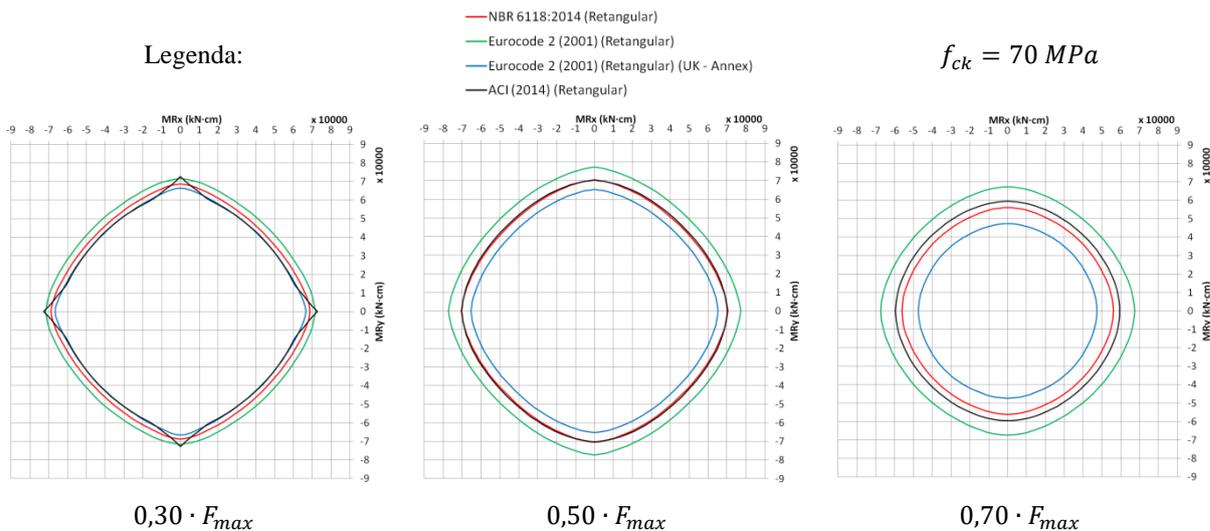


Figura 3.86 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C70

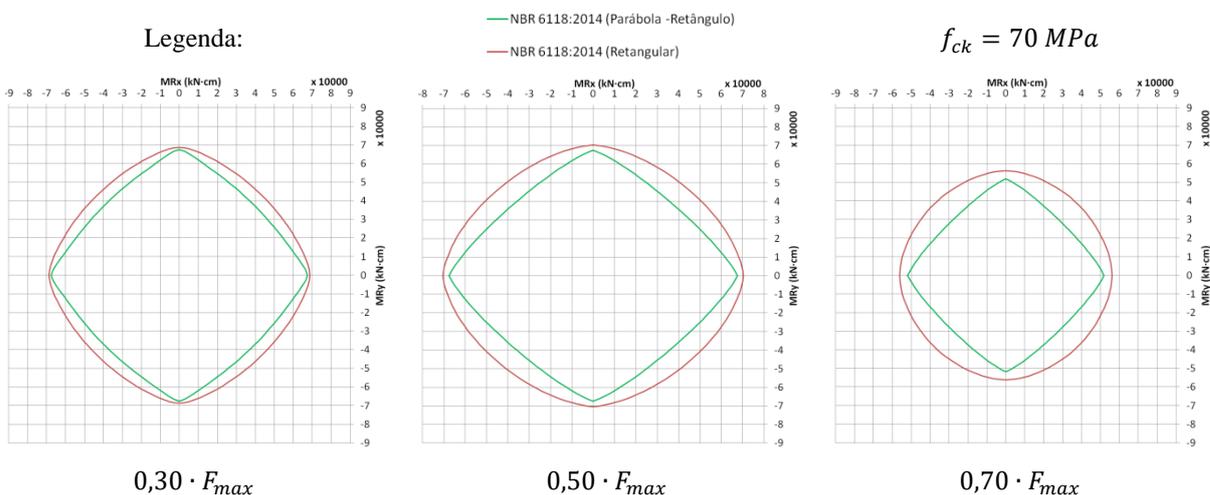


Figura 3.87 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C70

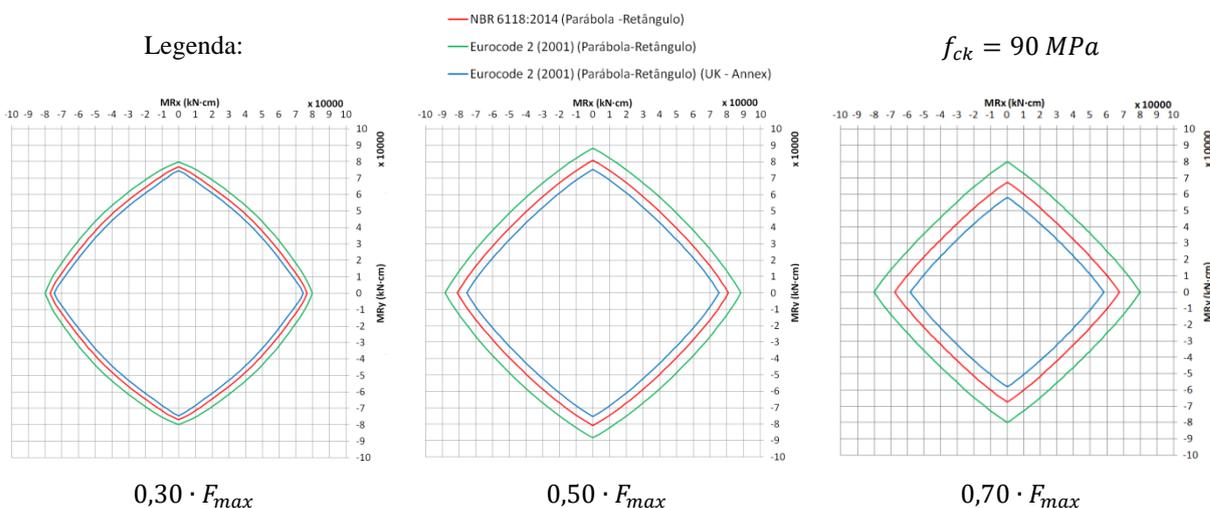


Figura 3.88 – Envoltórias de resistência – Diagrama parábola-retângulo e classe C90

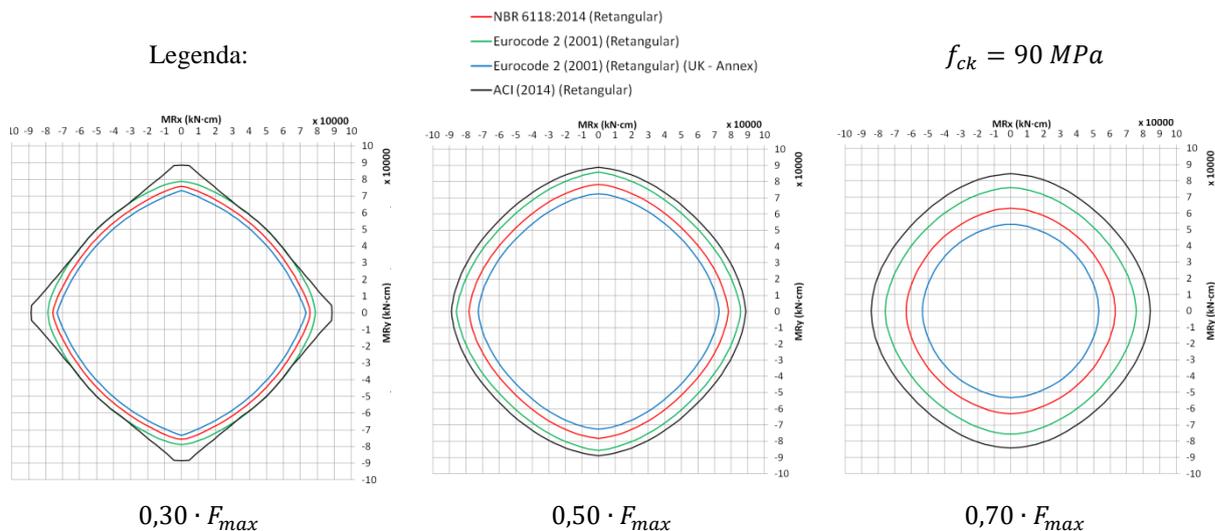


Figura 3.89 – Envoltórias de resistência - Diagrama retangular e classe C90

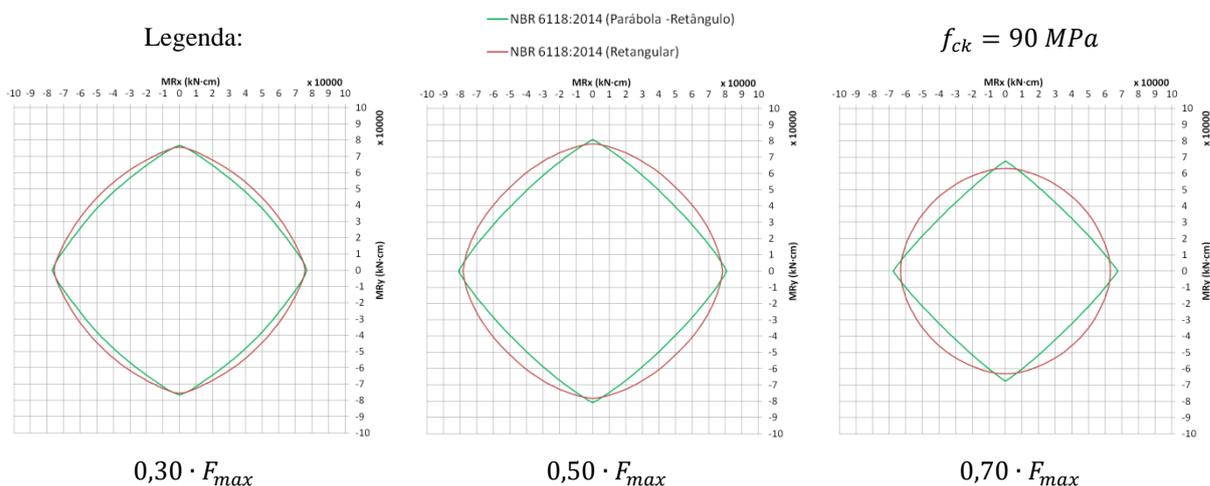


Figura 3.90 – Envoltórias de resistência - ABNT NBR 6118:2014 e classe C90

De forma complementar aos gráficos apresentados anteriormente, nas próximas tabelas (Tabela 3.42, Tabela 3.43, Tabela 3.44 e Tabela 3.45) são mostrados valores médios das relações entre momentos obtidos pelo o Eurocode ou pelo o ACI com os valores obtidos pela norma brasileira. Apresentam-se também as médias das relações entre os esforços resistentes obtidos aplicando-se o diagrama tensão-deformação retangular, da ABNT NBR 6118:2014, com os resultantes da aplicação do diagrama parábola-retângulo da mesma norma.

Tabela 3.42 – Relação entre momentos resistentes – classe C30

RELAÇÃO ENTRE MOMENTOS RESISTENTES	C30		C30		C30	
	$0,30 \cdot F_{max}$		$0,50 \cdot F_{max}$		$0,70 \cdot F_{max}$	
	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}
MR (NBR - Retangular)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,01	1,01	1,03	1,03	1,07	1,07
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,17	1,17
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo) (UK - Annex)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	0,96	0,96	0,93	0,93	0,87	0,87
MR (EUROCODE - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,15	1,15
MR (EUROCODE - Retangular) (UK - Annex)/ MR (NBR - Retangular)	0,96	0,96	0,93	0,93	0,88	0,88
MR (ACI - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	0,89	0,89	0,81	0,81	0,73	0,73

Tabela 3.43 – Relação entre momentos resistentes – classe C50

RELAÇÃO ENTRE MOMENTOS RESISTENTES	C50		C50		C50	
	$0,30 \cdot F_{max}$		$0,50 \cdot F_{max}$		$0,70 \cdot F_{max}$	
	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}
MR (NBR - Retangular)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,02	1,02	1,03	1,03	1,07	1,07
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,06	1,06	1,03	1,03	1,18	1,18
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo) (UK - Annex)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	0,96	0,96	0,93	0,93	0,86	0,86
MR (EUROCODE - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,16	1,16
MR (EUROCODE - Retangular) (UK - Annex)/ MR (NBR - Retangular)	0,96	0,96	0,93	0,93	0,88	0,88
MR (ACI - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	0,85	0,85	0,84	0,84	0,80	0,79

Tabela 3.44 – Relação entre momentos resistentes – classe C70

RELAÇÃO ENTRE MOMENTOS RESISTENTES	C70		C70		C70	
	$0,30 \cdot F_{max}$		$0,50 \cdot F_{max}$		$0,70 \cdot F_{max}$	
	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}
MR (NBR - Retangular)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,20	1,20
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,06	1,06	1,10	1,10	1,21	1,21
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo) (UK - Annex)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	0,95	0,95	0,92	0,92	0,84	0,84
MR (EUROCODE - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,16	1,16
MR (EUROCODE - Retangular) (UK - Annex)/ MR (NBR - Retangular)	0,96	0,96	0,93	0,93	0,88	0,88
MR (ACI - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	0,98	0,98	1,00	1,00	1,05	1,05

Tabela 3.45 – Relação entre momentos resistentes – classe C90

RELAÇÃO ENTRE MOMENTOS RESISTENTES	C90		C90		C90	
	$0,30 \cdot F_{max}$		$0,50 \cdot F_{max}$		$0,70 \cdot F_{max}$	
	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}	M_{Rx}	M_{Ry}
MR (NBR - Retangular)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,02	1,01	1,02	1,02	1,07	1,07
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	1,06	1,06	1,10	1,10	1,18	1,18
MR (EUROCODE - Parábola-Retângulo) (UK - Annex)/ MR (NBR - Parábola-Retângulo)	0,95	0,95	0,93	0,93	0,86	0,86
MR (EUROCODE - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	1,06	1,06	1,09	1,09	1,16	1,16
MR (EUROCODE - Retangular) (UK - Annex)/ MR (NBR - Retangular)	0,95	0,95	0,93	0,93	0,88	0,88
MR (ACI - Retangular)/ MR (NBR - Retangular)	1,13	1,14	1,14	1,14	1,27	1,27

Os resultados obtidos sugerem que a intensidade da força normal influencia na relação entre momentos resistentes. Dos resultados obtidos, observa-se que com o aumento da força, as diferenças para mais ou para menos, de uma norma com relação aos valores momentos resistentes calculados pela norma brasileira, tendem a aumentar.

Ou seja, quando os valores da norma brasileira são maiores para a carga de $0,30 \cdot F_{max}$ do que os valores da norma comparada, ocorre dessa diferença aumentar, em termos percentuais, para mais no caso de $0,50 \cdot F_{max}$ e de $0,70 \cdot F_{max}$. Na situação contrária, ou seja,

quando os resultados pela norma brasileira são menores para a carga de $0,30 \cdot F_{max}$, então com o aumento da força observa-se que as forças resistentes obtidas pela ABNT NBR 6118:2014 passam a representar um percentual menor ainda dos valores gerados pela norma comparada.

Uma exceção foi verificada quando se compara a ABNT NBR 6118:2014 com o ACI 318 (2014) para $f_{ck} = 70 \text{ MPa}$. Isto é, inicialmente, com $0,30 \cdot F_{max}$, tem-se que os momentos resistentes produzidos pela norma brasileira são maiores do que os produzidos para a norma americana. Mas, para $0,50 \cdot F_{max}$, os valores se tornam aproximadamente iguais, e então, com $0,70 \cdot F_{max}$, o ACI 318 (2014) apresenta momentos resistentes maiores que os da ABNT NBR 6118:2014. Esta transição pode ser visualizada nos gráficos da Figura 3.86.

Na comparação do diagrama tensão-deformação retangular, da ABNT NBR 6118:2014, com os resultantes da aplicação do diagrama parábola-retângulo da mesma norma, em todos os casos pode-se observar que os momentos resistentes produzidos pelo diagrama retangular são maiores do que os resultantes do diagrama parábola-retângulo. Vale também a relação de que, com o aumento da força normal, os valores obtidos através do diagrama parábola-retângulo passam a representar um percentual menor dos valores gerados aplicando-se o diagrama retangular.

4. CONCLUSÃO

Programa computacional desenvolvido

A parte inicial deste trabalho consistiu na elaboração de um programa computacional que permitisse a produção de envoltórias de momentos resistentes para seções retangulares de pilares, tendo em vista as diferentes considerações das normas em estudo. Os testes realizados na análise do programa sugerem que os resultados gerados por ele são consistentes. Não há ainda uma versão que possa ser oferecida para o uso público. Mas pretende-se, futuramente, oferecê-lo como tal, sendo necessária previamente a realização de alguns ajustes na interface gráfica e a conversão em um programa executável externo.

Considerando os resultados obtidos para as situações simuladas neste trabalho, chegaram-se nas conclusões expostas a seguir.

Envoltórias de resistência e classes de resistência do concreto:

Na análise da evolução das envoltórias de momentos resistentes em relação às classes de resistência do concreto, para a ABNT NBR 6118:2014, constatou-se que para o CAR as distâncias entre as envoltórias, de uma classe para a outra imediatamente superior, são bem menores do que as distâncias observadas para o concreto convencional. Esta conclusão é válida para os dois formatos de diagramas tensão-deformação da norma brasileira. A ocorrência deste comportamento está intimamente relacionada ao maior rigor empregado na determinação do diagrama de tensão do CAR. Como foi visto anteriormente, os coeficientes (α_c , λ e n) que definem o “volume” do diagrama de tensão sobre o concreto comprimido tendem a diminuir com o aumento do f_{ck} , para $f_{ck} > 50$ MPa.

As envoltórias obtidas quando foram aplicadas as considerações do Eurocode 2 (2002), e também para os casos em que se considera o *UK National Annex to Eurocode 2 (2002)*, apresentam comportamento similar ao da ABNT NBR 6118:2014. E de fato, isso já era esperado, uma vez que as equações utilizadas por essas normas possuem o mesmo formato das que constam na NBR.

Analisando a intensidade dos momentos resistentes produzidos, verificou-se que a norma brasileira apresenta-se de forma mais conservadora do que o Eurocode 2 (2002) para todas as classes de resistência do concreto. Agora, quando se considera o *UK National Annex to Eurocode 2 (2002)*, os resultados obtidos pela ABNT NBR 6118:2014 passam a ser um

pouco maiores. Essas relações constatadas são consequência, sobretudo, dos valores das variáveis α_c e γ_c .

Já o comportamento das envoltórias de momentos resistentes do ACI 318 (2014), com o aumento da resistência do concreto, apresentou-se de forma bem particular, não ocorrendo uma íntima identificação com o formato e distribuição das envoltórias obtidas pela ABNT NBR 6118:2014.

Embora para o ACI também se visualize que na ocasião do CAR ($f_{ck} > 50$ MPa, pela definição da ABNT NBR 6118:2014) as envoltórias se dispõem um pouco mais próximas umas das outras, observa-se que as distâncias entre estas são bem maiores do que as obtidas para a norma brasileira. Essas distâncias ainda se mantiveram aproximadamente constantes para concretos acima de 55 MPa, não ocorrendo expressivas variações das taxas de crescimento dos momentos resistentes de uma classe de concreto para a próxima superior.

Embora não exista uma direta correspondência entre resultados pontuais obtidos pelo o ACI 318 (2014) com os da ABNT NBR 6118:2014, notou-se que, de modo geral, a norma brasileira apresentou-se de forma menos conservadora para as classes de concreto com menor resistência. Este comportamento preserva-se até a classe C50, a partir de onde se observa uma tendência de inversão do mesmo. Ou seja, para o CAR a NBR tende a ser mais conservadora. O comportamento descrito fica bem caracterizado nos gráficos da Figura 3.45 a Figura 3.59 e também na Tabela 3.38, onde os momentos resistentes obtidos pelo ACI representam em torno de 75% (para resistência do concreto correspondente à classe C20) a 119% (para resistência do concreto correspondente à classe C90) dos valores determinados pela norma brasileira.

Vale observar que, o comportamento mais conservador da ABNT NBR 6118:2014, quando se aplica o CAR, com relação ao Eurocode 2 (2002) e ao ACI 318 (2014), demonstra o seu caráter prudente. Esta característica da norma brasileira é válida, sabido que a introdução do CAR em seu conteúdo é recente e a aplicação efetiva deste requer a otimização do controle de qualidade nos processos de produção do CAR no Brasil, procedimentos que já são consolidados na Europa e nos Estados Unidos.

Análise entre as formas do diagrama tensão-deformação da ABNT NBR 6118:2014:

Constataram-se, para todas as classes de resistência, que o diagrama retangular da ABNT NBR 6118:2014 levou a momentos resistentes maiores do que os obtidos aplicando-se

o diagrama parábola-retângulo da mesma norma. Essa diferença é mais acentuada para as situações em que se tem a linha neutra a uma inclinação α próxima de 45° , 135° , 225° e 315° , ou seja, para situações características de flexão oblíqua composta.

Para as situações em que a linha neutra fica paralela a algum dos eixos, ou seja, nos casos de flexão normal composta, as diferenças entre os resultados são menores. Em todos os casos, as médias das relações entre momentos obtidos pelos dois tipos de diagramas se mantiveram aproximadamente constantes para todas as classes de resistência do concreto.

Os resultados citados nos parágrafos anteriores merecem uma observação especial. Isto, porque, conforme o Eurocode 2 (2002), o diagrama parábola-retângulo pode ser substituído por outra forma simplificada, desde que os resultados sejam mais conservadores. Mas, como visto, para as simulações realizadas no presente estudo, não foi atendida essa recomendação, sobretudo quando a análise é voltada para a situação de flexão oblíqua composta. Estes resultados sugerem que podem existir algumas inadequações no diagrama retangular proposto pela ABNT NBR 6118:2014.

Análises comparativas para diferentes intensidades de carregamento:

Neste trabalho foi mostrado que a intensidade da força normal influencia na relação entre momentos resistentes obtidos considerando modelos diferentes de cálculo. Dos resultados obtidos para esta análise, percebeu-se que com o aumento da força, as diferenças para mais ou para menos, com relação aos momentos resistentes calculados pela norma brasileira, tendem a aumentar, sem ocorrência de inversão da relação.

Novamente, verificou-se uma particularidade na comparação da ABNT NBR 6118:2014 com o ACI 318 (2014). Isto é, com $f_{ck} = 70$ MPa e inicialmente para a menor força normal, tinha-se que os momentos resistentes produzidos pela norma brasileira eram maiores do que os produzidos pela norma americana. Mas, para os valores maiores de força normal, o ACI 318 (2014) igualou e superou os momentos resistentes obtidos pela ABNT NBR 6118:2014. É provável que este comportamento também ocorra para outras situações similares.

Na comparação do diagrama tensão-deformação retangular, da ABNT NBR 6118:2014, com os resultantes da aplicação do diagrama parábola-retângulo da mesma norma, em todos os casos pôde-se observar que os momentos resistentes produzidos pelo diagrama retangular são maiores do que os resultantes do diagrama parábola-retângulo. Vale também a relação de que, com a aumento da força normal, os valores resultantes do diagrama parábola-

retângulo passam a representar um percentual menor dos valores gerados aplicando-se o diagrama retangular.

SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO

Como possibilidade para continuidade deste trabalho, sugere-se que sejam feitas simulações, para situações diversas de seção, distribuição de armaduras e carregamentos, para analisar, de modo geral, a relação entre momentos resistentes produzidos pelos diagramas retangular e parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014, verificando se realmente o diagrama retangular tende a levar a esforços resistentes maiores.

Outra proposta para continuidade deste trabalho é a verificação da relação de custos ao substituir um pilar de concreto convencional, submetido à flexão oblíqua composta, por outro pilar de CAR com seção e eventualmente armadura reduzidas. Seria interessante também realizar uma análise dos limites máximos para a redução de seções de pilares sem comprometimento da estabilidade global estrutural.

Ainda, de forma complementar a este trabalho, poderiam ser realizados estudos de casos com resultados experimentais da capacidade resistente de pilares, ensaiados pelo próprio pesquisador ou mesmo produzidos em análises anteriores, de modo a verificar a proximidade de resultados práticos com os obtidos por meio da ABNT NBR 6118:2014.

REFERÊNCIAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318:** Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, 2014.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318:** Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills, 2011.
- _____. **ACI 363:** Report on High Strength Concrete. Farmington Hills, 2010.
- _____. **ACI 301:** Specifications for Structural Concrete. Farmington Hills, 2010.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (ASTM). Disponível em: <<http://www.astm.org/Standards/C39.htm>>. Acesso em: dezembro de 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5732:** Cimento Portland comum. Rio de Janeiro, 1991.
- _____. **ABNT NBR 5739:** Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.
- _____. **ABNT NBR 5739:** Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.
- _____. **ABNT NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- _____. **ABNT NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- _____. **ABNT NBR 8522:** Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.
- _____. **ABNT NBR 8953:** Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro, 2015.
- _____. **ABNT NBR 12655:** Concreto de cimento Portland - Preparo, controle, recebimento e aceitação - Procedimento. Rio de Janeiro, 2015.
- _____. **ABNT NBR 11768:** Aditivos para concreto de cimento Portland. Rio de Janeiro, 2011
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND (ABCP). Guia básico de utilização do cimento Portland, (ABCP BT-106) – 7ª revisão. São Paulo, 2002.
- BASF (The Chemical Company). Disponível em: <<http://www.basf-cc.com.br/>>. Acesso em: maio de 2015.

BEEBY, A. W.; NARAYANAN, R. S.. Designers' Guide to Eurocode 2: Design of Concrete Structures. London: Thomas Telford, 2005.

British Standards (BSI). UK National Annex to Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. London, 2004.

CALDARONE, M. A. **High-Strength Concrete** - A practical guide. New York: Taylor & Francis, 2009.

CHAPNAM, S. J. **Programação em MATLAB para Engenheiros**, tradução técnica por Flávio Soares Correa da Silva. 1ª ed. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990 - Design Code**. London: Thomas Telford, 1993.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION (CEN). Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2002.

DE SOUZA, D. C. **Características de Durabilidade de Concretos com Cinza Volante e Cinza de Casca de Arroz com e sem Beneficiamento**. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA, Santa Maria, 2011.

FUSCO, P. B. **Construções de Concreto: Solicitações Normais e Estados Limites Últimos** 2ªed. São Paulo: Editora Édile, 1978.

GILAT, A. **MATLAB com Aplicações em Engenharia**, tradução técnica por Glayson Eduardo de Figueiredo. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

Gomes, P. C. C. **Estudo de Parâmetros que Influenciam a Produção e as Propriedades dos Concretos de Alta Resistência**. 1995. 196f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.

HOPPE FILHO, J. **Sistemas Cimento, Cinza Volante e Cal Hidratada: Mecanismo De Hidratação, Microestrutura E Carbonatação De Concreto**. 2010. 318f. Tese (Doutorado em Engenharia de Construção Civil e Urbana) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*) CEB-FIP. **Model Code 2010 - First complete draft**. Federal Institute of Technology Lausanne - EPFL, Section Génie Civil. Lausanne, 2010, v.1.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*) CEB-FIP. **Model Code 2010 - First complete draft**. Federal Institute of Technology Lausanne - EPFL, Section Génie Civil. Lausanne, 2010, v.2.

- JACOMASSI, L. M. C. **Avaliação do Comportamento de Pilares de Concreto Armado de Alta Resistência: Simulação Numérica Utilizando o Código de Cálculo CASTEM.** 2007. 85f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, 2007.
- KIM, S. **Behavior of High-Strength Concrete Columns.** 2007. 222f. Dissertation (Degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering) - North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, USA, 2007.
- LEITE, F. C. M. **Influência do Tipo de Adição Mineral e da Dimensão Máxima do Agregado Graúdo no Comportamento do Concreto Auto-Adensável.** 2007. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Edificações e Saneamento) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.
- LIMA, F. B. **Pilares de concreto de alto desempenho: fundamentos e experimentação.** 1997. 226f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- LIMA Jr., H. C. **Avaliação da ductilidade de pilares de concreto armado, submetidos à flexo-compressão reta com e sem adição de fibras metálicas.** Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 323p. São Carlos.
- LOGAN, A.; CHOI, W.; MIRMIRAN, A.; RIZKALLA, S.; ZIA, P. **Short-Term Mechanical Properties of High-Strength Concrete.** ACI Materials Journal, v. 106, No. 5, September-October 2009.
- MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **Reinforced Concrete Mechanics and Design.** 6ª ed. Upper Saddle River: Pearson, 2012.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais** 3ªed. São Paulo: Editora Ibracon, 2008.
- MENDES, S. E. S. **Estudo Experimental de Concreto de Alto Desempenho Utilizando Agregados Graúdos Disponíveis na Região Metropolitana de Curitiba.** 2002. 163f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002.
- NASCIMENTO, R. M. **Estudo da Aditivção do Metacaulim de Alta Reatividade, Produzido por Meio do Método de Calcinação Flash Em Cimento Portland.** 2009. 88f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciência dos Materiais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

- NORIEGA, B. E. V. **Comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência sob flexão composta reta e oblíqua.** 2011. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- PRADO, R. C. M. F. **Comportamento estrutural de pilares curtos em concreto de alta resistência.** 2001. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.
- RASHIDA, M.; A. MANSURB M. A. Considerations in producing high strength concrete. **Journal of Civil Engineering (IEB)**, p. 53-64, 2009 .
- SANTOS, L. M. **Cálculo de Concreto Armado segundo a NB-1 e o CEB (Vol. 1)** 1ªed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1981.
- SANTOS, L. M. **Sub-Rotinas Basicas do Dimensionamento de Concreto Armado. Volume 1.** São Paulo, Editora THOT, 1994.
- SILVA, L. M. **Programa Computacional para Análise e Verificação de Seções de Concreto Armado e Protendido com Flexão Oblíqua Composta.** 2015. 192f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.
- SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e Detalhamento Automático de Pilares Retangulares Submetidos à Flexão Composta Oblíqua.** 2005. 242f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- Tecnosil – Sílica Ativa. Disponível em: <<http://www.tecnosilbr.com.br/produtos/>>. Acesso em: maio de 2015.
- TORRICO, F. A. **Análise teórica e experimental do comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência, considerando a ductilidade.** 2010. 345f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- VANDERLEI, R. D. **Análise experimental de pilares de concreto armado de alta resistência sob flexo-compressão reta.** 1999. 183f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- VASCONCELOS, A. C. **O papa do concreto.** Revista Construção, Ed. Pini, n. 2402, 1994.