

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – Mestrado

MARCOS VINICIUS GIL SILVEIRA

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS-PAREDE DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CAMPOS
DE TENSÃO

MARINGÁ

2015

MARCOS VINICIUS GIL SILVEIRA

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS-PAREDE DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CAMPOS
DE TENSÃO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

MARINGÁ
2015

MARCOS VINICIUS GIL SILVEIRA

ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS-PAREDE DE
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS CAMPOS
DE TENSÃO

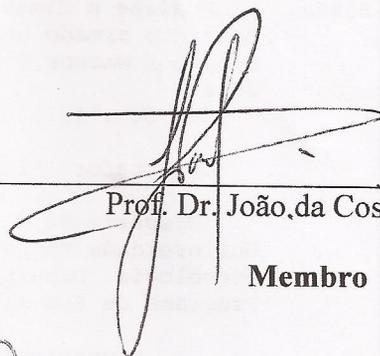
Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na área de concentração Engenharia de Estruturas, para obtenção do título de Mestre.

APROVADA em 31 de julho de 2015.



Prof. Dr. Leandro Vanalli

Membro



Prof. Dr. João da Costa Pantoja

Membro



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

Orientador

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

S586a Silveira, Marcos Vinicius Gil.
Análise e dimensionamento de vigas-parede de concreto armado utilizando o método dos campos de tensão / Marcos Vinicius Gil Silveira. -- Maringá, 2015.
164 f. : il., color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza.

Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) - Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil.

1. Engenharia civil. 2. Engenharia de Estruturas. 3. Estruturas de concreto armado. 4. Concreto armado - Elementos especiais . 5. Método dos Campos de Tensão. 6. Métodos das Bielas I. Souza, Rafael Alves de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. III. Título.

620.11 CDD 21.ed.

O que diz respeito ao pinheiro,
aprenda do pinheiro. O que diz
respeito ao bambu, aprenda do
bambu.

(Matsuo Bashô)

AGRADECIMENTOS

Ao estimado professor Dr. Rafael Alves de Souza, não só pela orientação no trabalho como também pelo constante incentivo e entusiasmo à prática da engenharia em geral.

Aos membros do GDACE em especial ao Breno pela amizade e pelas trocas de informações valiosas no diz respeito ao presente trabalho.

Aos membros da banca, professores, Dr. Leandro Vanalli e Dr. João da Costa Pantoja por se comprometerem em passar seus conhecimentos contribuindo no presente trabalho.

Aos professores do departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, em especial aos Professores Dr. Carlos Humberto Martins, Dr. Jesner Sereni Ildefonso, Dr. Vladimir José Ferrari, Dr. Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis e aos secretários Juarez Antônio dos Santos e Marli Silveira pela amizade, entusiasmo, orientação e acima de tudo por contribuírem um curso de Engenharia Civil de qualidade.

Aos colegas do mestrado em especial aos Nicolas Henrique Pedrosa, Alessandro Marques e Paulo Benencase que assim como eu, continuaram na batalha por esse título.

À toda família BRAVO engenharia e arquitetura, Evandro Rodrigues, Felipe Mazzaro, Gabriela Borim, Igor Arrais, Raisia Nascimento, Rodrigo Akira, Sandro Alegria, Victor Lucena, Victor Podanoschi, em especial ao Eng. Renan Junqueira que contribuiu brilhantemente em inúmeras “viagens” e discussões sobre as estruturas.

À minha família, meus pais Nivaldo Silveira e Luzia Gil Silveira, aos meus irmãos Nivaldo Silveira Junior e Rafael Gil Silveira e às minhas tias Alice de Oliveira e Maria Lucia de Oliveira pela amizade, parceria e companheirismo não só nessa caminhada, mas como em todas as outras que a precederam.

E por último à minha grande companheira Daiany Kataoka e seu filho Davi Kataoka pela contribuição diária, paciência e sabedoria ao me ensinarem as coisas mais simples da vida com amor.

RESUMO

A hipótese simplificadora de Bernoulli para o cálculo de elementos de concreto propicia facilidade no entendimento do comportamento estrutural de alguns elementos, porém tal hipótese não pode ser aplicada em algumas regiões, denominadas regiões D. Nessa categoria aparecem as chamadas vigas-parede, em seu item 22.4.3 a NBR 6118 (2014) propõe o dimensionamento de tais elementos pelo Método das Bielas, método esse que consiste em dimensionar estruturas complexas como treliças, baseado na teoria da elasticidade. Diferente desse método, o Método dos Campos de Tensão se baseia na teoria da plasticidade, porém com o mesmo objetivo, conhecer o caminhamento dos carregamentos. De maneira a avaliar a potencialidade do método, utiliza-se o programa JCONC fundamentado no Método dos Campos de Tensão Elasto-plástico não-linear para análise e dimensionamento de vigas-parede. Através de validações e comparações foi então possível propor soluções para análise, dimensionamento e detalhamento de viga-parede baseadas no MCT. Ao final apresenta-se tanto críticas aos parâmetros estabelecidos pela NBR 6118 (2014) para tais elementos, quanto soluções de dimensionamento de viga-parede levando em consideração a influência das armaduras mínimas estabelecidas no item 22.4.4.3 da referida norma.

Palavras-chave: Método dos Campos de Tensão, Método das Bielas, Análise plástica, JCONC e Vigas-parede.

ABSTRACT

The Bernoulli simplifying hypothesis for concrete elements calculation allows an easiness on the understanding on the structural behavior of some elements. However, such hypothesis cannot be applied into certain regions, called D regions. The deep beams are shown in this category and in its item 22.4.3 the NBR 6118/2014 propose these elements's design using the Strut-and-Tie Method, that consists on the design of complex structures as truss, based on the Elasticity Theory. Different from the Strut-and-Tie Method, the Stress Field Method (STM) is based on the Plasticity Theory. Both methods have the same purpose: to know the loading ways. In order to measure the methods potential the software JCONC is used, which is based in the Non-linear Elastic-plastic Stress Fields Method to the deep beams design and analysis. So, through validations and comparisons, it was possible to propose a solution based on the STM for the analysis, design and detailing of the deep beams. Lastly, are presented both, critic to the parameters established by NBR 6118 (2014) for these elements, and solutions for the deep beam design considering the minimum web influence established in the item 22.4.4.3 of the referred code.

Keywords: Stress Field Method, Strut-and-Tie Method, plastic analysis, JCONC, and Deep Beams

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	2
RESUMO.....	3
ABSTRACT.....	4
SUMÁRIO.....	v
LISTA DE FIGURAS.....	vii
LISTA DE TABELAS.....	xiii
1 INTRODUÇÃO.....	14
2 OBJETIVOS.....	17
3 ANÁLISE PLÁSTICA DAS ESTRUTURAS.....	18
3.1 <i>Teorema Limite.....</i>	18
3.2 <i>Comportamento dúctil.....</i>	19
3.3 <i>Comportamento da seção.....</i>	20
3.4 <i>Aplicação da teoria da plasticidade.....</i>	22
4 ELEMENTOS ESPECIAIS (REGIÕES D).....	30
4.1 <i>Análise e dimensionamento.....</i>	33
4.1.1 Escoras.....	34
4.1.2 Tirantes.....	37
4.1.3 Nós.....	39
4.2 <i>Método dos Campos de Tensão.....</i>	40
4.2.1 Campos de Tensão Rígido-Plásticos.....	41
4.2.2 Campos de Tensão Elasto-Plásticos.....	43
5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	45
6 PLATAFORMA I-CONCRETE.....	49
6.1 <i>iMesh.....</i>	49
6.2 <i>JCONC.....</i>	50

7	VIGA-PAREDE COM ABERTURA.....	55
7.1	<i>Modelo</i>	55
7.2	<i>Resultados</i>	58
8	VIGA-PAREDE SEGUNDO NBR6118/2014	68
8.1	<i>Método das Bielas</i>	69
8.1.1	Cálculo Manual	70
8.1.2	CAST	86
8.1.3	Comparação entre os procedimentos	101
8.2	<i>Modelo de Viga</i>	102
8.3	<i>Método dos Campos de Tensão (JCONC).....</i>	107
8.3.1	Modelo com tirante principal MB.....	108
8.3.2	Modelo com tirantes e malha mínima MB	124
8.3.3	Dimensionamento segundo Método dos Campos de Tensão	139
8.4	<i>Comparação entre os Métodos</i>	155
8.4.1	Quanto à ductilidade	155
8.4.2	Quanto as recomendações da NBR 6118/2014	157
8.4.3	Quanto ao emprego de material	158
9	CONCLUSÕES.....	160
10	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	161

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 - Campos de tensão para viga-parede com abertura utilizando o programa JCONC</i>	15
<i>Figura 3.1 – Diagrama tensão x deformação de um material Dúctil</i>	20
<i>Figura 3.2 – Modelo elasto-plastico ideal</i>	20
<i>Figura 3.3 – Processo de plastificação da seção</i>	21
<i>Figura 3.4 – Diagrama Momento x Rotação</i>	21
<i>Figura 3.5 – Viga de material dúctil (demonstração dos teoremas da plasticidade)</i>	22
<i>Figura 3.6 – Princípio da superposição dos efeitos</i>	23
<i>Figura 3.7 – Reações de apoio</i>	23
<i>Figura 3.8 – Seção genérica para método analítico (antes da formação da rótula plástica)</i>	24
<i>Figura 3.9 – Diagrama de momento fletor antes da plastificação</i>	25
<i>Figura 3.10 – Viga após formação da primeira rótula plástica</i>	26
<i>Figura 3.11 – Reações de apoio para a viga com apoio plastificado</i>	26
<i>Figura 3.12 – Seção genérica para método analítico (após formação da rótula plástica)</i>	27
<i>Figura 3.13 – Diagrama de momento fletor na formação da segunda rótula plástica</i>	27
<i>Figura 4.1 – Exemplos de descontinuidades geométricas</i>	30
<i>Figura 4.2 – Barra tracionada (princípio de Saint Venant)</i>	31
<i>Figura 4.3 – Situações típicas de regiões D</i>	32
<i>Figura 4.4 – Tipos de escoras</i>	34
<i>Figura 4.5 – Distribuição de armaduras em malha em escoras do tipo garrafa</i>	35
<i>Figura 4.6 - Ancoragem dos tirantes: (a) ancoragem por placas e (b) ancoragem pinos; (c) relação constitutiva de aderência rígido-plástica e (d) ancoragem por aderência</i>	39
<i>Figura 4.7 – Tipos de nós</i>	39
<i>Figura 4.8 - Campos de tensões com linhas de descontinuidade: (a) relação constitutiva uniaxial rígido-plástica e (b) detalhe das linhas de descontinuidade e estados de tensão atuantes em detalhe</i>	42
<i>Figura 4.9 - Leis constitutivas rígido-plásticas para o concreto e para o aço: (a) comportamento do concreto para diferentes resistências à compressão; (b) idealização rígido-plástica da resposta do concreto e valor da resistência plástica adotada (f_{cp}); (c) comportamento elasto-plástico do aço e (d) idealização rígido-plástica da resposta do aço e resistência plástica adotada (f_s)</i>	42
<i>Figura 4.10 - Leis constitutivas idealizadas dos materiais: (a) elemento de concreto; (b) campo de deformações para concreto e aço; (c) comportamento real e admitido para o aço e para o concreto e (d) campos de tensões admitidos</i>	43
<i>Figura 4.11 – Comportamento elasto-plástico do aço com trecho de enrijecimento</i>	44
<i>Figura 5.1 – Origem do método dos elementos finitos</i>	45
<i>Figura 5.2 – Malha de elementos finitos gerada pelo iMesh</i>	46
<i>Figura 5.3 – Elementos finitos unidimensionais</i>	46
<i>Figura 5.4 – Uma região submetida a tensões no plano dividido em elementos finitos</i>	46
<i>Figura 5.5 – Elementos finitos tridimensionais</i>	46

<i>Figura 5.6 – Modelo constitutivo e superfície de ruptura para o concreto</i>	47
<i>Figura 5.7 –Abertura por cisalhamento em uma viga-parede</i>	47
<i>Figura 6.1 – Elemento especial modelado no iMesh (a direita a malha gerada pelo próprio programa)</i>	49
<i>Figura 6.2 – Editor do arquivo de texto iMesh</i>	50
<i>Figura 6.3 – Botões (análise linear e não-linear)</i>	50
<i>Figura 6.4 - Influência das deformações transversais na resistência à compressão do concreto</i>	52
<i>Figura 6.5 – Viga analisada na plataforma i-concrete (a) Modelagem iMesh, (b) Malha de elementos finitos gerada no iMesh (c) Results-Deformed no JCONC (não-linear) (d) Relative stresses no JCONC (não-linear)</i>	53
<i>Figura 6.8 – Relatório de erro do programa por Newton-Raphson</i>	54
<i>Figura 7.1 – Amostra 4</i>	55
<i>Figura 7.2 – Modelo de escoras e tirantes</i>	55
<i>Figura 7.3 – Esquema de armação para amostra 4</i>	55
<i>Figura 7.4 – Modelo de escoras e tirantes sobreposto com o esquema de armação</i>	55
<i>Figura 7.5 – Editor de texto do arquivo do iMesh</i>	56
<i>Figura 7.6 – Modelagem em CAD da Amostra 4 ensaiada por LEY et al (2007)</i>	57
<i>Figura 7.7 – Pontos no MS Excel</i>	57
<i>Figura 7.8 – Pontos exportados do MS Excel para o bloco de notas do Windows</i>	57
<i>Figura 7.9 – Gerando as regiões através dos pontos</i>	57
<i>Figura 7.10 – Malha gerada pelo iMesh</i>	57
<i>Figura 7.11 – Resultados organizados em planilhas</i>	58
<i>Figura 7.12 - Eta₂ para 8,45 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.13 - Eta₂ para 13,34 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.14 - Eta₂ para 20,91 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.15 – Eta₂ para 31,14 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.16 - Eta₂ para 35,58 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.17 - Eta₂ para 37,00 kN de carregamento</i>	59
<i>Figura 7.18 - Concrete relative stress 8,45 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.19 - Concrete relative stress 13,34 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.20 - Concrete relative stress 20,91 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.21 - Concrete relative stress 31,14 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.22 - Concrete relative stress 35,58 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.23 - Concrete relative stress 37,00 kN de carregamento</i>	60
<i>Figura 7.24 - Steel relative stress 37,00 kN de carregamento</i>	61
<i>Figura 7.25 - Eta₂ para 37,46 kN de carregamento</i>	61
<i>Figura 7.26 - Concrete relative stress 37,46 kN de carregamento</i>	61
<i>Figura 7.27 - Steel relative stress 37,46 kN de carregamento</i>	61
<i>Figura 7.28 – Deformada 37,46 kN de carregamento</i>	61

<i>Figura 7.29 – Elemento 1954 (Um dos primeiros a atingir a resistência).</i>	62
<i>Figura 7.30 – Zoom no elemento 1954 (Um dos primeiros a atingir a resistência).</i>	62
<i>Figura 7.31 - Elemento 617 (Um dos primeiros a atingir a resistência).</i>	62
<i>Figura 7.32 - Zoom no elemento 617 (Um dos primeiros a atingir a resistência).</i>	62
<i>Figura 7.33 – Formação das fissuras.</i>	65
<i>Figura 7.34 – Sobreposição do concrete relative stress e o croqui de formação de fissuras de LEY et al (2007)</i>	65
<i>Figura 7.35 – Curva Carga x Deflexão (Experimental e JCONC).</i>	66
<i>Figura 7.36 - Curva Carga x Deflexão (JCONC).</i>	67
<i>Figura 8.1 – Viga-parede proposta</i>	68
<i>Figura 8.2 – Campos de Tensão elástico de tração.</i>	68
<i>Figura 8.3 – Campos de Tensão elástico de compressão.</i>	68
<i>Figura 8.4 – Modelos de Bielas sobreposto ao relative stress (elástico).</i>	69
<i>Figura 8.5 – Viga-parede (região de distribuição dos tirantes)</i>	69
<i>Figura 8.6 – Reações de apoio na treliça equivalente.</i>	70
<i>Figura 8.7 – Viga-parede com as dimensões das placas.</i>	72
<i>Figura 8.8 – Posição analítica dos nós B e C.</i>	72
<i>Figura 8.9 – Posição das forças nó A.</i>	73
<i>Figura 8.10 – Localização dos nós A_1 e A_2.</i>	73
<i>Figura 8.11 – Modelo de escoras e tirantes proposto para viga-parede em estudo.</i>	74
<i>Figura 8.12 – Método dos nós em nó B.</i>	74
<i>Figura 8.13 – Método dos nós em nó A_2.</i>	75
<i>Figura 8.14 – Diagrama de força normal da treliça em questão (FTOOL)</i>	76
<i>Figura 8.15 – Disposição das barras na região do tirante (cotas em centímetros).</i>	78
<i>Figura 8.16 - Nó de acordo com Schlaich.</i>	79
<i>Figura 8.17 – Traçado das escoras.</i>	79
<i>Figura 8.18 – Comprimento de ancoragem da linha inferior de tirante.</i>	79
<i>Figura 8.19 – Viga-parede com modelo de escoras e tirantes</i>	80
<i>Figura 8.20 - Nó CCC de acordo com Schlaich.</i>	80
<i>Figura 8.21 – Forças atuantes no nó A_1.</i>	81
<i>Figura 8.22 – Determinação das áreas no nó A_1.</i>	81
<i>Figura 8.23 - Nó CCT de acordo com Schlaich.</i>	82
<i>Figura 8.24 – Nó CCT.</i>	82
<i>Figura 8.25 – Forças atuantes no nó B.</i>	82
<i>Figura 8.26 – Determinação das áreas do nó B.</i>	82
<i>Figura 8.27 – Esquema de armação da viga-parede segundo Método das Bielas.</i>	85
<i>Figura 8.28 – Armaduras verticais segundo Método das Bielas.</i>	85
<i>Figura 8.29 – Armaduras horizontais segundo Método das Bielas.</i>	86

<i>Figura 8.30 – Informações iniciais CAST</i>	87
<i>Figura 8.31 – Construção dos Eixos CAST</i>	87
<i>Figura 8.32 – Eixos CAST</i>	88
<i>Figura 8.33 – Ferramenta de contorno</i>	88
<i>Figura 8.34 – Região de concreto CAST</i>	88
<i>Figura 8.35 – Ferramenta de Nós CAST</i>	89
<i>Figura 8.36 – Nós do modelo CAST</i>	89
<i>Figura 8.37 – Construção dos elementos de escoras e tirantes CAST</i>	89
<i>Figura 8.38 – Modelo de escoras e tirante CAST</i>	89
<i>Figura 8.39 – Nó Carga 1</i>	90
<i>Figura 8.40 – Janela de opção dos nós de apoio</i>	91
<i>Figura 8.41 – Botão de análise linear CAST</i>	91
<i>Figura 8.42 – Resultado da análise linear CAST</i>	92
<i>Figura 8.43 – Configuração de resistência das escoras CAST</i>	93
<i>Figura 8.44 – Escora com apenas um tirante cruzando-a segundo NBR 6118/2014, CAST</i>	93
<i>Figura 8.45 – Configuração do nó CCC segundo NBR 6118/2014 CAST</i>	94
<i>Figura 8.46 - Configuração do nó CCT segundo NBR 6118/2014 CAST</i>	94
<i>Figura 8.47 – Configuração do tirante CAST</i>	95
<i>Figura 8.48 – Atribuindo propriedades ao tirante</i>	95
<i>Figura 8.49 – Atribuição das propriedades das escoras, antes da atribuição do valor mínimo de largura CAST</i>	96
<i>Figura 8.50 - Atribuição das propriedades das escoras, depois da atribuição do valor mínimo de largura CAST</i>	96
<i>Figura 8.51 – Propriedades das escoras CAST</i>	97
<i>Figura 8.52 – Definição de escoras prismáticas segundo NBR 6118/2014 CAST</i>	97
<i>Figura 8.53 – Modelo de escoras e tirantes analisado no CAST</i>	98
<i>Figura 8.54 – Barras estabilizadoras CAST</i>	99
<i>Figura 8.55 – Nó A₁, lado da escora 1 CAST</i>	100
<i>Figura 8.56 – Nó A₁, lado da escora 2 CAST</i>	100
<i>Figura 8.57 – Nó A₁, lado da placa de aplicação de carga CAST</i>	100
<i>Figura 8.58 – Nó B, lado do tirante CAST</i>	101
<i>Figura 8.59 – Nó B, lado da escora 2 CAST</i>	101
<i>Figura 8.60 – Nó B, lado da placa de apoio CAST</i>	101
<i>Figura 8.61 – Layout geral de armação da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga</i>	106
<i>Figura 8.62 – Detalhe das armaduras verticais da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga</i>	107
<i>Figura 8.63 - Detalhe das armaduras horizontais da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga</i>	107
<i>Figura 8.64 – Nós iniciais iMesh</i>	108
<i>Figura 8.65 – Malha da viga-parede iMesh</i>	108
<i>Figura 8.66 – Viga-parede modelada no iMesh</i>	109

<i>Figura 8.67 – Relative stress da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.</i>	110
<i>Figura 8.68 – Relative stress da carga de ruptura segundo JCONC.</i>	111
<i>Figura 8.69 – Relative stress para carga de 1557,41 kN JCONC.</i>	112
<i>Figura 8.70 – Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (somente com tirante) via JCONC.</i>	112
<i>Figura 8.71 – Eta 2 da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.</i>	114
<i>Figura 8.72 – Posição do elemento 84.</i>	115
<i>Figura 8.73 – Posição do elemento 78.</i>	115
<i>Figura 8.74 – Diagrama Tensão x Deformação elementos abaixo da placa.</i>	115
<i>Figura 8.75 – Posição do elemento 325.</i>	116
<i>Figura 8.76 – Posição do elemento 363.</i>	116
<i>Figura 8.77 – Tensão x Deformação elementos 325 e 363.</i>	117
<i>Figura 8.78 – Sentido da direção principal JCONC.</i>	118
<i>Figura 8.79 – Diagrama de direções principais (somente com tirante).</i>	118
<i>Figura 8.80 – Posição do elemento 818.</i>	119
<i>Figura 8.81 – Posição do elemento 728.</i>	119
<i>Figura 8.82 – Diagrama Tensão x Deformação dos elementos 818 e 728.</i>	119
<i>Figura 8.83 – Curva carga x deslocamento viga-parede somente com tirantes JCONC.</i>	121
<i>Figura 8.84 – Deformed da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.</i>	122
<i>Figura 8.85 – Perfil de deformação da viga-parede modelada somente com os tirantes principais.</i>	123
<i>Figura 8.86 – Domínios de deformação.</i>	124
<i>Figura 8.87 – Viga-parede com tirantes e malha mínima modelada no iMesh.</i>	125
<i>Figura 8.88 – Diagrama Relative Stress da viga-parede modelado com tirantes e malha mínima JCONC.</i>	126
<i>Figura 8.89 – Relative Stress 2245,18 kN.</i>	127
<i>Figura 8.90 - Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (com tirante mais malha mínima) via JCONC.</i>	127
<i>Figura 8.91 – Diagrama Eta2 viga-parede modelado com tirante e malha mínima JCONC.</i>	129
<i>Figura 8.92 – Posição do elemento 444.</i>	130
<i>Figura 8.93 – Posição do elemento 765.</i>	130
<i>Figura 8.94 – Diagrama Tensão x Deformação elemento 444.</i>	130
<i>Figura 8.95 – Diagrama de direções principais (com tirante e malha mínima).</i>	131
<i>Figura 8.96 – Posição do elemento 120.</i>	132
<i>Figura 8.97 – Posição do elemento 290.</i>	132
<i>Figura 8.98 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 120.</i>	132
<i>Figura 8.99 – Posição do elemento 1891.</i>	134
<i>Figura 8.100 – Posição do elemento 304.</i>	134
<i>Figura 8.101 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 1891.</i>	134
<i>Figura 8.102 – Diagrama Deformed viga-parede modelada com tirantes e malha mínima JCONC.</i>	136

<i>Figura 8.103 – Diagrama Carga x Deslocamento viga-parede modela com tirante e malha mínima no JCONC.</i>	137
<i>Figura 8.104 – Perfil de deformação da seção central da viga-parede com tirante e malha mínima.</i>	139
<i>Figura 8.105 – Viga-parede somente com malha mínima modelada no iMesh.</i>	140
<i>Figura 8.106 – Diagrama Relative Stress da viga-parede modelado com tirantes e malha mínima JCONC.</i>	140
<i>Figura 8.107 – Relative Stress somente com malha mínima para carga de 504,34 kN.</i>	141
<i>Figura 8.108 – Região dos tirantes na malha mínima.</i>	142
<i>Figura 8.109 – Força absorvida pelo tirante x área da seção do tirante, para carga de 504,35 kN.</i>	142
<i>Figura 8.110 – Força no tirante x Área segundo JCONC e fórmula da NBR 6118/2014, para carga de 504,35 kN.</i>	144
<i>Figura 8.111 – Detalhe dos tirantes.</i>	144
<i>Figura 8.112 - Esquema de armação.</i>	145
<i>Figura 8.113 – Detalhe armaduras verticais segundo MCT.</i>	146
<i>Figura 8.114 – Detalhe das armaduras horizontais segundo MCT.</i>	146
<i>Figura 8.115 – Viga-parede modelada calculada segundo Método dos Campos de Tensão.</i>	147
<i>Figura 8.116 – Diagrama Relative Stress da viga-parede segundo MCT JCONC.</i>	148
<i>Figura 8.117 - Relative Stress 1902,15 kN.</i>	149
<i>Figura 8.118 – Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (modelo segundo MCT).</i>	149
<i>Figura 8.119 - Diagrama Eta2 viga-parede modelada segundo MCT JCONC.</i>	150
<i>Figura 8.120 – Posição do elemento 2616.</i>	151
<i>Figura 8.121 – Posição do elemento 904.</i>	151
<i>Figura 8.122 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 2616.</i>	151
<i>Figura 8.123 – Posição do elemento 107.</i>	152
<i>Figura 8.124 – Posição do elemento 282.</i>	152
<i>Figura 8.125 – Diagrama tensão x deformação do elemento 107.</i>	152
<i>Figura 8.126 - Diagrama Deformed viga-parede modelada segundo MCT.</i>	153
<i>Figura 8.127 - Diagrama Carga x Deslocamento viga-parede segundo MCT.</i>	154
<i>Figura 8.128 - Perfil de deformação da seção central da viga-parede modelada segundo MCT.</i>	155
<i>Figura 8.129 – Diagrama Carga x Deslocamento para os três modelos.</i>	157
<i>Figura 8.130 – Diagrama Eta2 x Carga aplicada.</i>	158

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 3.1 – Condições para os limites</i>	19
<i>Tabela 4.1 - Resistência das escoras para o Método dos Campos de Tensão (rígido-plástico)</i>	36
<i>Tabela 7.1 – Propriedade e quantitativo de aço na amostra 4</i>	56
<i>Tabela 7.2 – Resultados de dois elementos de concreto para a carga de ruína 37,46 kN</i>	62
<i>Tabela 7.3 – Resultados da análise pelo JCONC amostra 4</i>	64
<i>Tabela 8.1 - Comparação dos resultados da análise dos nós da viga-parede.</i>	102
<i>Tabela 8.2 - Tensão x Deformação barra mais solicitada, associada a força resultante na barra e carga aplicada na viga-parede (somente tirante)</i>	113
<i>Tabela 8.3 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 325.</i>	118
<i>Tabela 8.4 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 363.</i>	118
<i>Tabela 8.5 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 728</i>	120
<i>Tabela 8.6 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 818</i>	120
<i>Tabela 8.7 - Carga x Deslocamento viga-parede modela somente com tirante no JCONC.</i>	121
<i>Tabela 8.8 - Cargas notórias na viga-parede modelada somente com tirante.</i>	123
<i>Tabela 8.9 – Tensão x Deformação barra mais solicitada, associada a força resultante na barra e carga aplicada na viga-parede (tirante e malha mínima)</i>	128
<i>Tabela 8.10 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 444</i>	131
<i>Tabela 8.11 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 765</i>	131
<i>Tabela 8.12 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 120.</i>	133
<i>Tabela 8.13 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 290.</i>	133
<i>Tabela 8.14 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 1891.</i>	135
<i>Tabela 8.15 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 304.</i>	135
<i>Tabela 8.16 – Carga x Deslocamento viga-parede modela com tirante e malha mínima no JCONC.</i>	137
<i>Tabela 8.17 – Cargas notórias na viga-parede modelada com tirante e malha mínima</i>	138
<i>Tabela 8.18 - Cargas notórias na viga-parede modelada segundo MCT.</i>	154
<i>Tabela 8.19 – Comparação entre MB e MCT, cargas notórias.</i>	156
<i>Tabela 8.20 – Quantitativo de Aço para a viga-parede</i>	159

1 INTRODUÇÃO

Desde os primeiros cálculos de dimensionamento do concreto estrutural tem-se reconhecido a deficiência do concreto em absorver tensões de tração. Dessa maneira, desde o princípio tem-se admitido que o concreto resista exclusivamente à compressão e que armaduras de aço devam resistir tanto à tração quanto à compressão.

O modelo referido anteriormente ficou conhecido na literatura como Modelo Clássico de Treliça e foi introduzido por RITTER (1899), sendo posteriormente refinado por MORSCHE (1908). Dessa maneira, também pode-se encontrar referências ao Modelo Clássico de Treliça como sendo o Modelo de Treliça de RITTER & MORSCHE, de maneira a homenagear os dois pesquisadores alemães.

O Modelo Clássico de Treliça foi amplamente estudado durante as décadas de 60 e 70 na Universidade de Stuttgart e ganhou grande destaque no Brasil a partir dos livros publicados por LEONHARDT & MÖNNIG (1977 e 1978). Nas décadas de 80 e 90, a generalização do Modelo Clássico de Treliça para a análise de peças sujeitas à descontinuidades ficou conhecida como Modelo de Escoras e Tirantes ou Método das Bielas, também ocorrendo na Universidade de Stuttgart através dos trabalhos clássicos de SCHLAICH et al. (1987) e SCHÄFER & SCHLAICH (1991).

Deve-se observar que o Método das Bielas desenvolveu-se a partir de equações de equilíbrio, baseando-se em esforços internos estimados nas escoras e nos tirantes antes da ocorrência da fissuração do concreto, isto é, a partir de análises elásticas fundamentadas na Teoria da Elasticidade. Tal alternativa de dimensionamento de estruturas de concreto sujeitas a descontinuidades (Regiões D) tem grande destaque em códigos internacionais como o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), CSA (1994), EHE (1999) e ACI-318 (2005).

Em paralelo ao desenvolvimento do Método das Bielas e fundamentando-se em pesquisas independentes baseadas na Teoria da Plasticidade, pesquisadores das universidades de Zürich e Copenhague desenvolveram um método alternativo para a análise de estruturas de concreto estrutural sujeito à descontinuidades, denominado Método dos Campos de Tensão. Entre os trabalhos pioneiros nessa área, destacam-se aqueles publicados por DRUCKER (1961), THÜRLIMANN et al (1975 e 1983), NIELSEN et al (1978) e MARTI (1980).

Atualmente, merecem destaque as publicações de MUTTONI et al et al (1997), RUIZ & MUTTONI et al (2007), KOSTIC (2009), MUTTONI et al et al (2011) e HARS (2006). Adicionalmente, deve-se observar que o método foi adotado pela norma suíça SIA 262 (2003), tendo-se em vista a grande

potencialidade do mesmo para o dimensionamento de regiões especiais em concreto estrutural (Regiões D).

É possível afirmar que os modelos de escoras e tirantes resultantes do Método das Bielas nada mais são do que representações discretas (resultantes) dos fluxos de tensão obtidos com o auxílio do Método dos Campos de Tensão. Enquanto o Método das Bielas considera condições de equilíbrio baseadas em análises elásticas, o Método do Campo de Tensões pode assumir equilíbrio a partir de análises considerando os materiais com comportamento elasto-plástico.

Em termos conceituais a maior diferença entre tais métodos é a grandeza estudada em cada um deles, sendo que o Métodos das Bielas se concentra em conhecer as forças aplicadas em cada elemento da treliça, e o Método dos Campos de Tensão se baseia conhecer as tensões nos elementos discretos de área. No entanto, conforme demonstrado por MUTTONI et al et al (2007) e SOUZA (2008), a imposição de armaduras mínimas em malha, comumente contemplado nos códigos em estruturas do tipo parede pode ocasionar grande distorção dos modelos de escoras e tirantes concebidos a partir de análises puramente elástica, fato esse que pode ser superado através da análise elasto-plásticas pelo Método dos Campos de Tensão.

Dessa maneira, o Método dos Campos de Tensão fornece uma abordagem mais genérica e ajustada aos requisitos práticos necessários na armação das estruturas em concreto armado e protendido, uma vez que pode levar em conta o fluxo das tensões considerando-se a presença das malhas de armaduras mínimas normalmente exigidas pelos códigos normativos, bem como o comportamento não-linear dos materiais. A Figura 1.1 apresenta um exemplo do Método dos Campos de Tensão aplicada a uma viga-parede complexa através da utilização do programa JCONC.

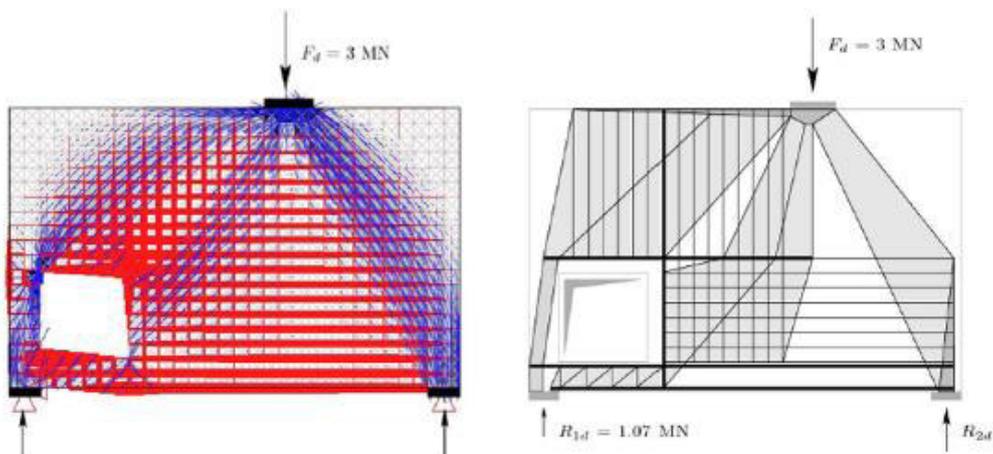


Figura 1.1 - Campos de tensão para viga-parede com abertura utilizando o programa JCONC

Fonte: RUIZ & MUTTONI et al (2007)

A principal justificativa para condução do presente trabalho está no fato de que algumas estruturas passíveis de serem dimensionadas com certa imprecisão poderão ter sua segurança racionalmente verificada, através da aplicação dos métodos ora aqui estudados.

A divulgação de novos procedimentos de análise e dimensionamento possibilitarão maior flexibilidade para o dimensionamento de estruturas complexas, bem como a diminuição das possibilidades de erro, tendo-se em vista o aumento de ferramentas à disposição para a análise de problemas complexos em concreto estrutural.

De maneira geral os programas de análise não-linear de estruturas requerem grande número de variáveis, muitas vezes inviabilizando o engenheiro de estruturas fazer aplicação do mesmo no dia-a-dia do escritório de projeto estrutural. O programa JCONC é uma aplicação não-linear do Métodos dos Campos de Tensão elasto-plástico através de elementos finitos e utiliza somente três parâmetros para caracterizar o material (tensão resistente, módulo de elasticidade, e coeficiente de Poisson). Sendo assim tal abordagem pode ser oferecida como solução para análise de elementos complexos de concreto de maneira prática.

2 OBJETIVOS

O objetivo principal do presente trabalho concentra-se na análise e dimensionamento de vigas-parede de concreto utilizando o Método dos Campos de Tensão. Para isso foram selecionados alguns resultados experimentais presentes na literatura, com o objetivo de comparar as respostas dadas pelo Método dos Campos de Tensão através da utilização da ferramenta JCONC com os modelos reais.

Posterior à validação do método procurou-se encontrar a influência da malha mínima exigida nos códigos de estruturas, através do dimensionamento utilizando o Método das Bielas e a verificação através do Método dos Campos de Tensão. Com isso foi possível propor um roteiro de cálculo de viga-parede através do método dos campos de tensão levando em consideração a contribuição das malhas mínimas.

De maneira geral, a presente pesquisa tem como objetivos os seguintes tópicos abaixo relacionados:

- Aplicação do programa JCONC (Método dos Elementos Finitos associado ao Método dos Campos de Tensão) para a análise e dimensionamento de viga-parede com resultados experimentais disponíveis na literatura;
- Avaliar os parâmetros estabelecidos pela NBR 6118 (2014), no que se refere às vigas-parede;
- Avaliar a influência das malhas mínimas normalmente estabelecidas pelo códigos de projeto de estruturas para vigas-parede, bem como entender de que maneira tais elementos mudam o comportamento idealizado pelo Método das Bielas;
- Comparar comportamento e emprego de materiais de vigas-parede dimensionadas segundo Método das Bielas e Método dos Campos de Tensão;
- Contribuição na difusão de novas metodologias de análise e dimensionamento de elementos especiais de concreto (Método dos Campos de Tensão), mais próximo da realidade do engenheiro projetista de estruturas em relação aos programas de análise não-linear.

3 ANÁLISE PLÁSTICA DAS ESTRUTURAS

Os primeiros métodos baseados na teoria da plasticidade foram desenvolvidos na Suécia por INGELSEV (1923) e JOHANSEN (1931) para cálculo de lajes (Métodos das Linhas de Ruptura). Método esse que apesar de ter sua fundamentação totalmente experimental representa a aplicação do teorema cinemático e fornece, portanto, um limite superior para a carga de ruptura.

A primeira aplicação da teoria da plasticidade ao problema de resistência de vigas em concreto armado foi proposta por DRUCKER (1961). Nesse caso o concreto além de ter a resistência à tração desprezada, também foi adotado o modelo elasto-plástico para representá-lo, assim como o aço. Sendo que o patamar de escoamento corresponde ao valor de resistência à compressão do concreto.

Segundo CAPRANI (2010) uma análise elástica nunca poderá fornecer a carga real de ruptura de uma estrutura. Uma estrutura estaticamente indeterminada pode resistir a esforços bem maiores que aquele que causa o escoamento em um primeiro ponto. De fato, a estrutura irá criar novos mecanismos de resistência à medida que vai perdendo capacidade de carga em pontos localizados. Sendo assim somente quando esgotar as formas estaticamente equilibrantes da estrutura, que ocorrerá efetivamente a ruína.

Através da análise plástica é possível determinar um intervalo para a carga de ruptura do sistema estrutural, e esse valor pode ser significativamente maior que os valores calculados através da teoria da elasticidade. Segundo a análise elástica, nenhum elemento que compõem a estrutura pode ultrapassar o limite de elasticidade do material, sendo que nesse ponto a ruptura é configurada. Pela teoria da plasticidade o início do escoamento de algum elemento que compõem o sistema estrutural caracteriza um dos limites (inferior) estabelecido pelo Teorema Limite.

3.1 Teorema Limite

Segundo MUTTONI et al (2010) a formulação geral da teoria da plasticidade foi desenvolvida por GVOZDEV (1938) na União Soviética, bem como por PRAGER (1952), que por sua vez estabeleceram os dois teoremas fundamentais da teoria:

Teorema Estático (também chamado de Teorema do Limite Inferior): "Um sistema de cargas Q_s , em equilíbrio com um campo de tensões que satisfaça a condição estática de plasticidade, é um limite inferior para a carga de ruptura Q_r "

Teorema Cinemático (também chamado de Teorema do Limite Superior): "Um sistema de cargas Q_c , correspondente a um mecanismo lícito satisfazendo a condição cinemática de plasticidade, é um limite superior para a carga de ruptura Q_r ".

Ainda segundo MUTTONI et al (2010) se as condições do teorema estático bem como aquelas do teorema cinemático são todas satisfeitas, a carga assim calculada corresponde à carga de ruptura segundo a teoria da plasticidade: "a carga de ruptura Q_r está em equilíbrio com um campo de tensões que satisfaz a condição de plasticidade e forma um mecanismo lícito".

De maneira geral o Teorema Limite pode explicado pela Tabela 3.1, que apresenta as condições que cada limite respeita.

Tabela 3.1 – Condições para os limites
Fonte: Adaptada de MUTTONI et al (2006)

	Limite Estático	Limite Cinemático	Ruptura exata
	$Q_s \leq Q_R$	$Q_k \geq Q_R$	$Q = Q_R$
Equilíbrio	Atende	?	Atende
Condição de plasticidade	Atende	?	Atende
Mecanismo	?	Atende	Atende

O quesito equilíbrio deve ser atendido nos dois limites, porém a condição de elasticidade pode ser ultrapassada quando se tratando de limite cinemático. O mecanismo ocorre para o limite cinemático, mas não ocorre obrigatoriamente no limite estático.

3.2 Comportamento dúctil

Para aplicar a teoria da plasticidade na análise de estruturas se faz necessário à presença de pelo menos um material que tenha deformações plásticas consideráveis. No caso das estruturas de concreto armado esse material é o aço. Uma tensão uniaxial em um material dúctil como o aço gera relações entre tensão e deformação semelhante às apresentadas na Figura 3.1.

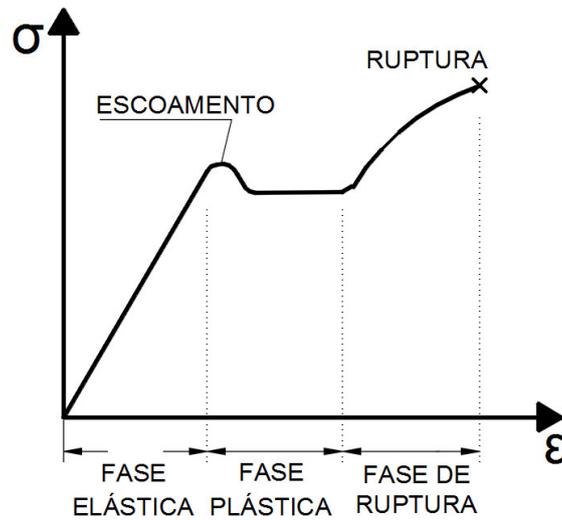


Figura 3.1 – Diagrama tensão x deformação de um material Dúctil.

Como pode-se notar, o material continua resistindo aos esforços mesmo depois que ultrapassa o limite de escoamento do material. Sendo assim se faz necessário modelos numéricos bastante complexos para representar tal comportamento em uma análise de estrutura. Com isso muitas vezes são utilizados os modelos simplificados. No caso do presente estudo, o modelo utilizado foi o elasto-plástico, a Figura 3.2 mostra a relação tensão x deformação deste. O programa JCONC que posteriormente será apresentado para aplicação do Método dos Campos de Tensão, utiliza desse modelo.

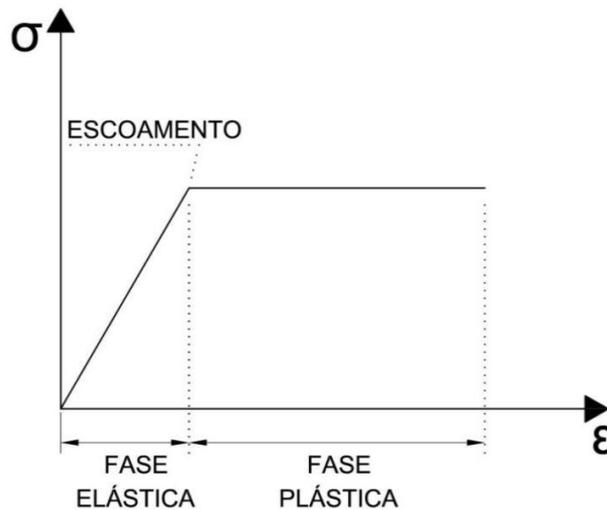


Figura 3.2 – Modelo elasto-plástico ideal.

3.3 Comportamento da seção

Considerando uma seção transversal constituída de um material dúctil sujeita a momentos fletores com incrementos, teremos a configuração apresentada na Figura 3.3:

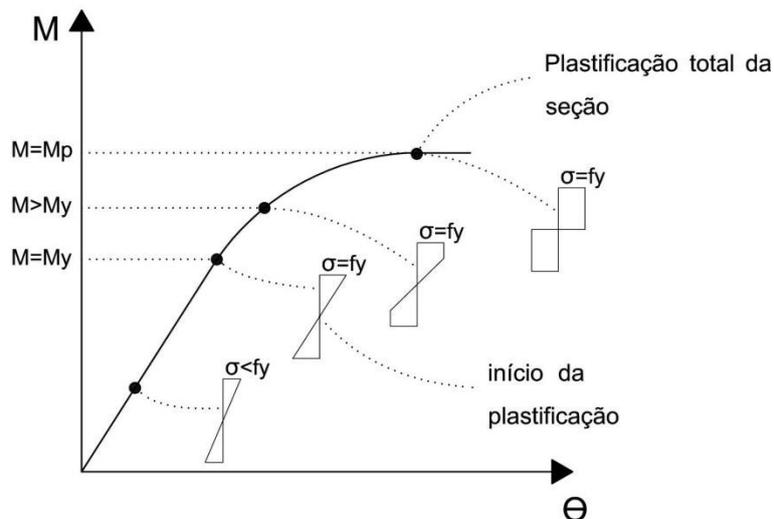


Figura 3.3 – Processo de plastificação da seção

No primeiro estágio a seção fica sujeita a um momento inferior ao momento de escoamento, com o aumento dos esforços aplicados, as extremidades da seção atingem uma tensão igual a tensão de escoamento do material. Pelo ponto de vista da teoria da elasticidade o momento M_y seria considerado o momento último da seção. Abordando pela teoria da plasticidade tem-se que a partir desse esforço os pontos mais solicitados não aceitaram maiores carregamentos, fazendo com que os próximos incrementos de momento sejam distribuídos para outros pontos, como mostra o trecho onde $M > M_y$ na Figura 3.4.

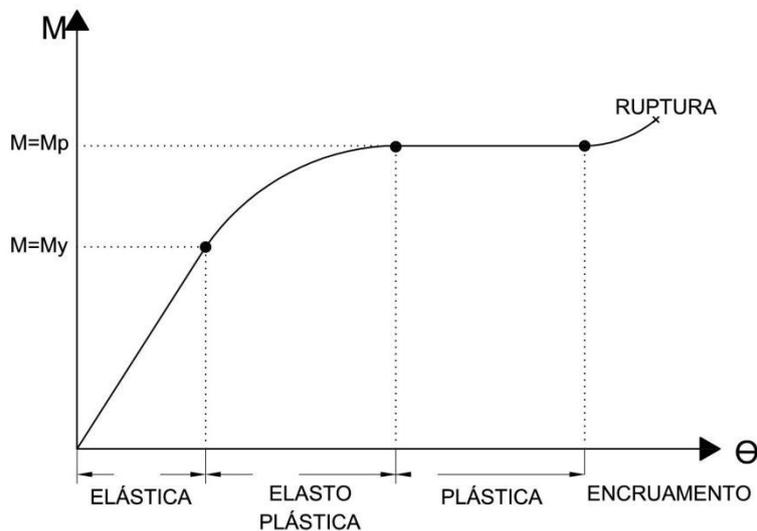


Figura 3.4 – Diagrama Momento x Rotação

Os próximos incrementos resultarão na plastificação total da seção, sendo a partir do M_p qualquer incremento de esforço só implicará no aumento da rotação (deformação angular) e a seção não mais absorverá esforços adicionais. Essa situação configura a criação de uma rótula plástica no ponto analisado.

Segundo CAPRANI (2010), após o alcance da tensão de plastificação total da seção o ponto em análise não suportará maiores incrementos de tensão, fazendo com que a tensão atuante seja constante e as deformações continuem aumentando. As rótulas plásticas são elementos básicos para a análise plástica das estruturas. O surgimento de uma rótula plástica tem o efeito similar ao de uma rótula elástica, porém diferente da elástica a rótula plástica oferece uma resistência ao giro constante (M_p).

Em estruturas isostáticas a presença de tal elemento cria um mecanismo lícito satisfazendo a condição cinemática de plasticidade, situação essa que atende o teorema cinemático (limite superior) da teoria da plasticidade. Já no caso de estruturas hiperestáticas o teorema do limite inferior é atendido na formação da primeira rótula plástica, e terá o teorema do limite superior atendido quando formar rótula plástica de número igual ao grau de hiperstaticidade mais um. Sendo assim, em uma estrutura com apenas um grau de hiperstaticidade será necessário a formação de duas rótulas plásticas para configurar o teorema do limite superior da plasticidade.

3.4 Aplicação da teoria da plasticidade

O exemplo a seguir mostra analiticamente uma aplicação do teorema do limite inferior e do superior da plasticidade. Com o objetivo de encontrar a carga distribuída Q_s que levará a formação da primeira rótula plástica e a carga distribuída Q_c que levará formação do mecanismo lícito, foi selecionada uma viga engastada em uma das extremidades, e simplesmente apoiada na outra extremidade com distância L entre os apoios assim como apresentado na Figura 3.5. Essa viga possui grau de hiperstaticidade igual a 1, sendo então necessária a formação de pelo menos duas rótulas plásticas para atender o teorema do limite superior.

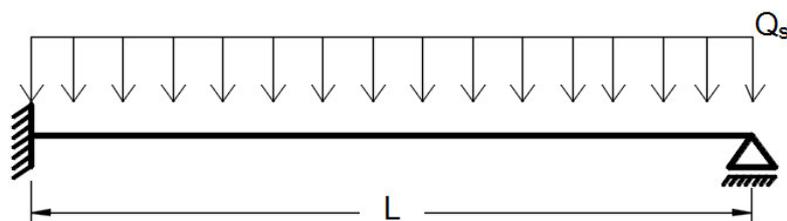


Figura 3.5 – Viga de material dúctil (demonstração dos teoremas da plasticidade)

Segundo o princípio da superposição dos efeitos “*O efeito de um conjunto de forças atuando simultaneamente em um corpo é igual a soma dos efeitos de cada força atuando isoladamente*”, pode-se então dividir a viga hiperestática da Figura 3.5 em duas vigas isostáticas de efeito equivalente assim como apresentado na Figura 3.6, com R_{vb} representando a reação vertical do apoio direito.

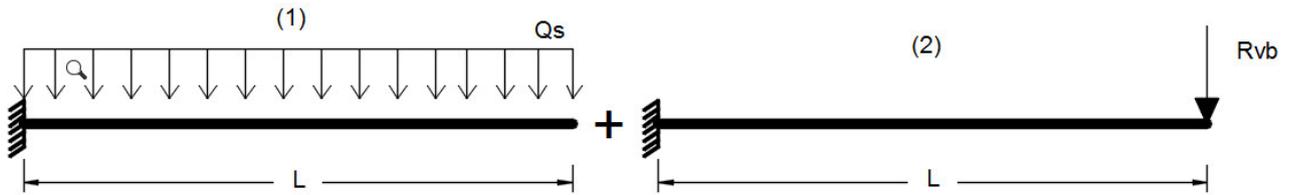


Figura 3.6 – Princípio da superposição dos efeitos

A partir desse ponto, a viga da esquerda será chamada de viga (1), e a da direita de viga (2), assim como apresentado na Figura 3.6. Segundo PINHEIRO (2010) a viga (1) tem deformação máxima na extremidade mais afastada do engaste com valor de:

$$W_{m\acute{a}x} = \frac{1}{8} \cdot \frac{Q_s \cdot L^4}{E \cdot I} \quad \text{Equação 3.1}$$

E para a viga (2) a deformação máxima acontece no mesmo ponto, porém com equação definida por:

$$W_{m\acute{a}x} = \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{vb} \cdot L^3}{E \cdot I} \quad \text{Equação 3.2}$$

Uma das condições de contorno do problema inicial (Figura 3.5), restringe que a deflexão deve ser igual a zero na extremidade da direita (apoio de primeiro gênero). Portanto:

$$(W_{m\acute{a}x})_{viga (1)} + (W_{m\acute{a}x})_{viga (2)} = 0 \quad \text{Equação 3.3}$$

Substituindo a Equação 3.1 e Equação 3.2, possibilita o cálculo da reação do apoio de primeiro gênero (direita).

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{Q_s \cdot L^4}{E \cdot I} + \frac{1}{3} \cdot \frac{R_{vb} \cdot L^3}{E \cdot I} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{vb} = -\frac{3}{8} \cdot Q_s \cdot L$$

Conhecido o valor de R_{vb} , pode-se calcular as outras reações através da aplicação das três equações de equilíbrio de um corpo rígido no plano. A Figura 3.7 mostra o problema original com a reação da direita indicada na sua posição correta.

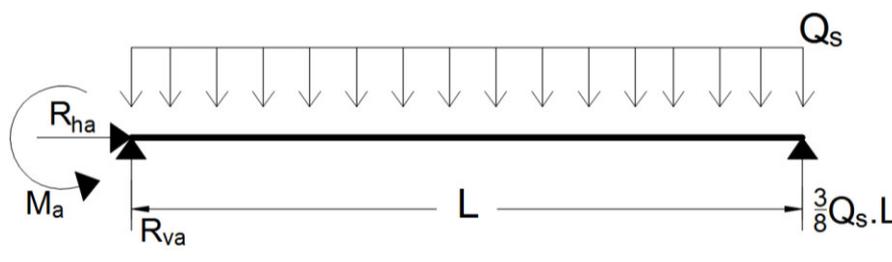


Figura 3.7 – Reações de apoio

Aplicando as três equações de equilíbrio, chega-se aos seguintes valores:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{ha} = 0 \quad \text{Equação 3.4}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{va} + R_{vb} - Q_s \cdot L = 0 \Rightarrow R_{va} = \frac{5}{8} \cdot Q_s \cdot L \quad \text{Equação 3.5}$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow M_a - \frac{Q_s \cdot L^2}{2} + \frac{3}{8} \cdot Q_s \cdot L^2 = 0 \Rightarrow M_a = \frac{1}{8} \cdot Q_s \cdot L^2 \quad \text{Equação 3.6}$$

Para o traçado do diagrama de momento fletor foi utilizado o método analítico. Esse método consiste em encontrar a equação analítica que descreve o esforço interno ao longo do comprimento da viga. Sendo assim faz-se necessário criar um corte entre os apoios com uma distância variável x do apoio da esquerda.

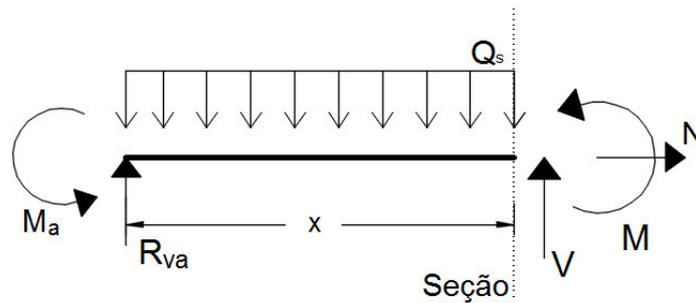


Figura 3.8 – Seção genérica para método analítico (antes da formação da rótula plástica)

Conhecendo as reações de apoio (Equação 3.5 e Equação 3.6) é possível escrever as equações dos esforços internos com x variando de 0 a L . Dessa maneira foram obtidas as seguintes equações:

$$\sum_{seção} M = 0 \Rightarrow M = -\frac{Q_s \cdot x^2}{2} + \frac{5}{8} \cdot Q_s \cdot L \cdot x - \frac{1}{8} \cdot Q_s \cdot L^2 \quad \text{Equação 3.7}$$

$$\frac{dM}{dx} = -Q_s \cdot x + \frac{5}{8} \cdot Q_s \cdot L \Rightarrow V = Q_s \cdot x - \frac{5}{8} \cdot Q_s \cdot L \quad \text{Equação 3.8}$$

$$\sum_{seção} N = 0 \Rightarrow N = 0 \quad \text{Equação 3.9}$$

Através da Equação 3.7 se faz possível calcular o momento fletor em pontos notáveis da viga, como por exemplo as duas extremidades e o ponto de máximo. O ponto de máximo pode ser obtido através da raiz da Equação 3.8, ou seja, onde $\frac{dM}{dx} = 0$.

$$V = 0 \text{ em } x = \frac{5}{8}L \quad \text{Equação 3.10}$$

Momento em pontos notáveis:

$$M(x = 0) = -\frac{Q_s \cdot L^2}{8} \quad \text{Equação 3.11}$$

$$M\left(x = \frac{5}{8}L\right) = \frac{9}{128} \cdot Q_s \cdot L^2 \quad \text{Equação 3.12}$$

$$M(x = L) = 0 \quad \text{Equação 3.13}$$

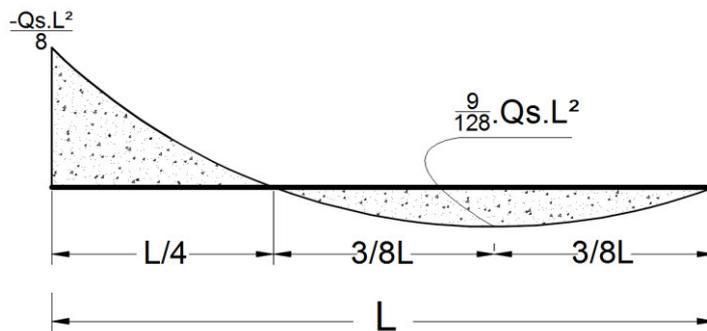


Figura 3.9 – Diagrama de momento fletor antes da plastificação

O diagrama de momento fletor apresentado na Figura 3.9 representa os momentos atuantes antes da formação da rótula plástica, sendo que o momento de máxima amplitude (maior módulo) acontece na extremidade engastada, onde $x=0$. O momento de plastificação da seção terá sua primeira apresentação exatamente nesse ponto.

Sendo M_p o momento de plastificação total da seção no ponto de máximo momento, ou seja, em $x=0$, tem-se que:

$$M_p = \frac{Q_s \cdot l^2}{8} \quad \text{Equação 3.14}$$

$$Q_s = \frac{M_p \cdot 8}{l^2} \quad \text{Equação 3.15}$$

Sendo assim pelo limite inferior da teoria da plasticidade no instante em que a carga Q_s atingir o valor de $\frac{M_p \cdot 8}{l^2}$, será criada uma rótula plástica em $x=0$, fazendo com que tal ponto fique com momento resistente constante $\frac{-Q_s \cdot L^2}{8}$, e para qualquer incremento de carga λ formar-se-á um novo diagrama de momento fletor com essa nova condição.

Segundo o Teorema Cinemático da Plasticidade a quantidade de rótulas plásticas necessárias para criar um mecanismo licito é igual ao grau de hiperstaticidade da estrutura mais + 1. Neste caso se faz necessário a formação de mais uma rótula plástica para configurar o Teorema Cinemático. Sendo assim será procurado o valor de Q_c (formação da segunda rótula plástica), baseado no multiplicado plástico (λ), assim como mostra a Figura 3.10.

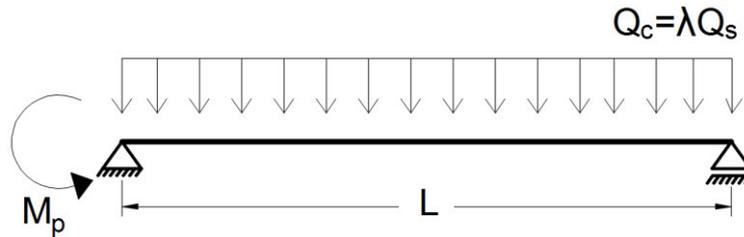


Figura 3.10 – Viga após formação da primeira rótula plástica

Por definição a rótula plástica mantém o momento resistente constante M_p , dessa maneira, é possível encontrar as reações de apoio através das 3 equações da estática de um corpo rígido no plano. A Figura 3.11 mostra como ficaria as reações de apoio da viga depois da formação da primeira rótula plástica (Figura 3.10).

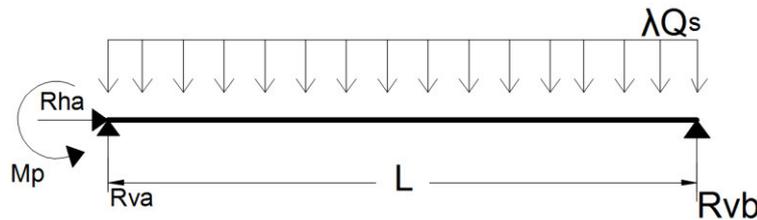


Figura 3.11 – Reações de apoio para a viga com apoio plastificado

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{ha} = 0 \quad \text{Equação 3.16}$$

$$\sum M_a = 0 \Rightarrow M_p - \frac{\lambda \cdot Q_s \cdot l^2}{2} + R_{vb} \cdot l = 0 \quad R_{vb} = \frac{\lambda \cdot Q_s \cdot l}{2} - \frac{M_p}{l} \quad \text{Equação 3.17}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{va} + R_{vb} = \lambda \cdot Q_s \cdot l \quad R_{va} = \frac{\lambda \cdot Q_s \cdot l}{2} + \frac{M_p}{l} \quad \text{Equação 3.18}$$

A Figura 3.12 apresenta a seção genérica utilizada para encontrar a equação de momento fletor da viga após a formação da primeira rótula plástica. O processo utilizado foi o analítico assim como anteriormente.

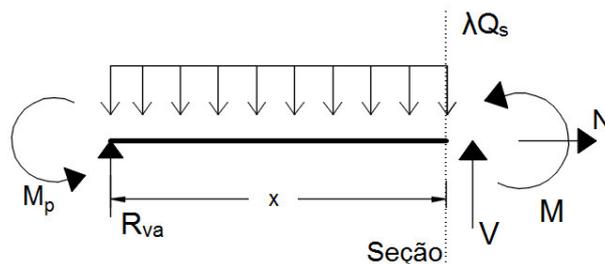


Figura 3.12 – Seção genérica para método analítico (após formação da rótula plástica)

Aplicando a equação de equilíbrio de momentos, chega-se a seguinte equação:

$$\sum_{seção} M = 0; \quad \Rightarrow \quad M = \frac{-\lambda \cdot Q_s \cdot x^2}{2} + R_{va} \cdot x - M_p \quad \text{Equação 3.19}$$

Afim de se conhecer o ponto de máximo da função $M(x)$ faz-se $\frac{dM}{dx} = 0$. Nesse ponto a reta tangente é horizontal, fazendo com que ele seja um possível ponto de máximo ou de mínimo. Sendo assim:

$$\frac{dM}{dx} = -\lambda \cdot Q_s \cdot x + R_{va} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{l}{2} + \frac{l}{8 \cdot \lambda} \quad \text{Equação 3.20}$$

Aplicando $x = \frac{l}{2} + \frac{l}{8 \cdot \lambda}$ na Equação 3.19, tem-se que:

$$M \left(x = \frac{l}{2} + \frac{l}{8 \cdot \lambda} \right) = \frac{-\lambda \cdot Q_s \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8 \cdot \lambda} \right)^2}{2} + R_{va} \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8 \cdot \lambda} \right) - M_p \quad \text{Equação 3.21}$$

Com o incremento de carga aumentando o segundo ponto da viga a apresentar uma rótula plástica será justamente o ponto de máximo momento positivo, assim como ilustra a Figura 3.13.

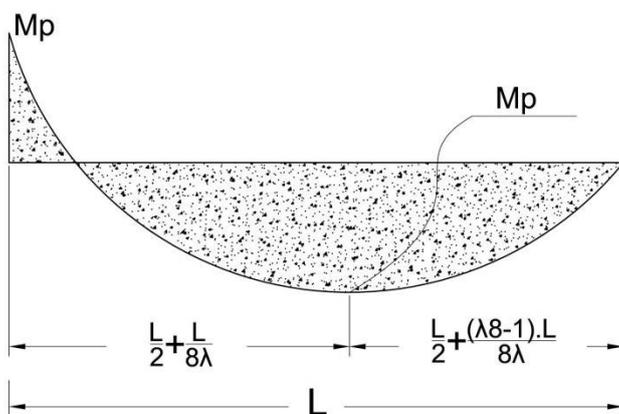


Figura 3.13 – Diagrama de momento fletor na formação da segunda rótula plástica

Sendo o momento em $\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8\lambda}\right)$ o máximo momento fletor, quando o mesmo atingir o valor de M_p , formar-se-á uma nova rótula plástica nesse ponto, criando "um mecanismo lícito satisfazendo a condição cinemática de plasticidade" atendendo o limite superior da teoria da plasticidade. Sendo assim o λ para $M\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8\lambda}\right) = M_p$ representa o incremento de carga, que multiplicado pela carga Q_s será igual a Q_c .

$$M_p = \frac{-\lambda \cdot Q_s \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8\lambda}\right)^2}{2} + R_{va} \cdot \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{8\lambda}\right) - M_p \quad \text{Equação 3.22}$$

$$\frac{-\lambda \cdot Q_s \cdot l^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{64\lambda^2} + \frac{1}{8\lambda} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{\lambda \cdot Q_s \cdot l^2}{2} + M_p\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8\lambda}\right) - 2 \cdot M_p = 0 \quad \text{Equação 3.23}$$

$$\frac{-\lambda \cdot Q_s \cdot l^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{64\lambda^2} + \frac{1}{8\lambda} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{\lambda \cdot Q_s \cdot l^2}{2} + \frac{Q_s \cdot l^2}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8\lambda}\right) - 2 \cdot \frac{Q_s \cdot l^2}{8} = 0 \quad \text{Equação 3.24}$$

Chegando a:

$$Q_s \cdot l^2 \cdot \left(\frac{\lambda^2}{8} - \frac{3\lambda}{16} + \frac{1}{128}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \lambda_1 = 0,0043 \\ \lambda_2 = 1,457 \end{cases} \quad \text{Equação 3.25}$$

Adotando como resposta o valor maior que 1, ou seja, a única raiz que propiciará um aumento de carga de Q_s para Q_c .

$$Q_c = 1,457 \cdot Q_s \quad \text{Equação 3.26}$$

Portanto segundo a teoria da plasticidade a carga de ruptura da viga Q_r ficará entre Q_s e Q_c .

$$Q_s \leq Q_r \leq Q_c \quad \text{Equação 3.27}$$

A aplicação anterior não leva em consideração a capacidade de rotação plástica da seção, sendo essa decisiva para o encontro da carga Q_r com precisão. O intervalo anteriormente demonstrado, pode ser diminuído de maneira a se aproximar da carga de ruína com a obtenção da capacidade de rotação plástica das seções. Segundo BUCHAIM (2001) a determinação da capacidade de rotação plástica em peças de concreto armado ganhou grande impulso com os trabalhos de DILGER (1966) e BACHAMANN (1967), o segundo já levantou as principais questões envolvendo enrijecimento da armadura tracionada, pela aderência do concreto.

BUCHAIM (2001) apresenta diversas maneiras de obtenção do diagrama momento-curvatura em elementos unidimensionais com solicitações planas, com o objetivo de expressar a capacidade de rotação plástica das seções. Em resumo o exemplo anterior aborda a teoria da plasticidade somente com os limites de tensões dos materiais, sendo necessário fazer análise de deformações para se obter o valor de Q_r mais próximo da realidade.

4 ELEMENTOS ESPECIAIS (REGIÕES D)

A maioria dos elementos estruturais podem ser dimensionados de maneira simplificada, admitindo-se a hipótese de que as seções planas permanecem planas e que a curva das deformações ao longo da altura da seção transversal sejam linear. Esses elementos são compostos por regiões B (Bernoulli, ou Beam) segundo SOUZA (2004), o mesmo autor define regiões D (Disturbed ou Discontinuity) como elementos que não obedecem essas hipóteses simplificadoras, pela falta de comprimentos suficientemente longos para dissipar as perturbações localizadas, essas perturbações podem ser chamadas de descontinuidades.

As mudanças de seções, aberturas (furos), nós de pórticos, dente gerber, consolo em pilares, estruturas bidimensionais com cargas atuando no mesmo plano da estrutura e estruturas tridimensionais são classificadas como descontinuidades geométricas. A Figura 4.1 exemplifica algumas regiões especiais, com seus respectivos campos de tensão elásto-plástico tiradas do programa JCONC.

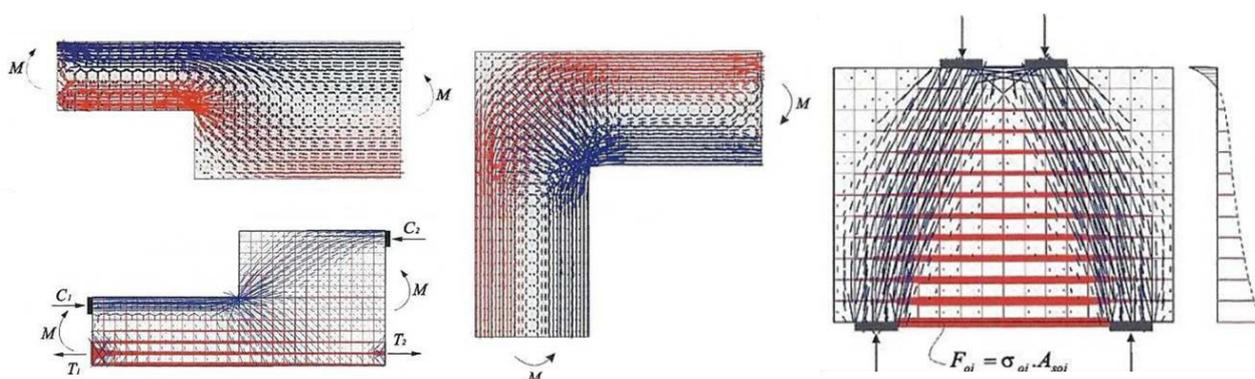


Figura 4.1 – Exemplos de descontinuidades geométricas

Fonte: MUTTONI et al (2011)

Os pontos de aplicação de cargas concentradas são consideradas como descontinuidade estática, fenômeno esse que pode ser explicado pelo princípio de Saint Venant: “*se existirem dois sistemas estaticamente equivalentes de forças sendo aplicados na mesma região de um contorno, em corpos diferentes, mas geometricamente idênticos, as diferenças ocorridas nas tensões serão desprezíveis em regiões suficientemente afastadas da área de aplicação das cargas. No entanto, imediatamente abaixo do ponto de aplicação das cargas, surgirão diferenças significativas de tensão*”.

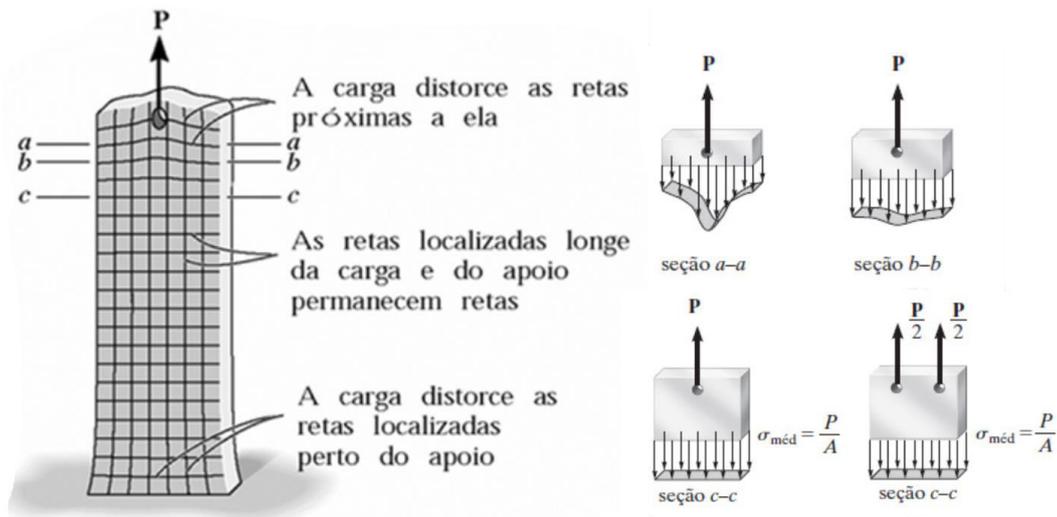


Figura 4.2 – Barra tracionada (princípio de Saint Venant)

Fonte: HIBBELER (2010)

Pela Figura 4.2 é possível perceber que as perturbações próximas às regiões de aplicação das cargas tanto acontece na região da ação P, quanto na região da reação (parte inferior da figura). Porém a medida que se afasta dessas regiões, os valores de tensões se apresentam próximos ao de uma carga distribuída equivalente.

As discontinuidades são classificadas no item 22.2 da NBR 6118/2014 em:

- descontinuidade geométrica,
- descontinuidade estática e
- descontinuidade geométrica e estática.

A Figura 4.3 além de mostrar alguns exemplos mais comuns de regiões D, também as classifica:

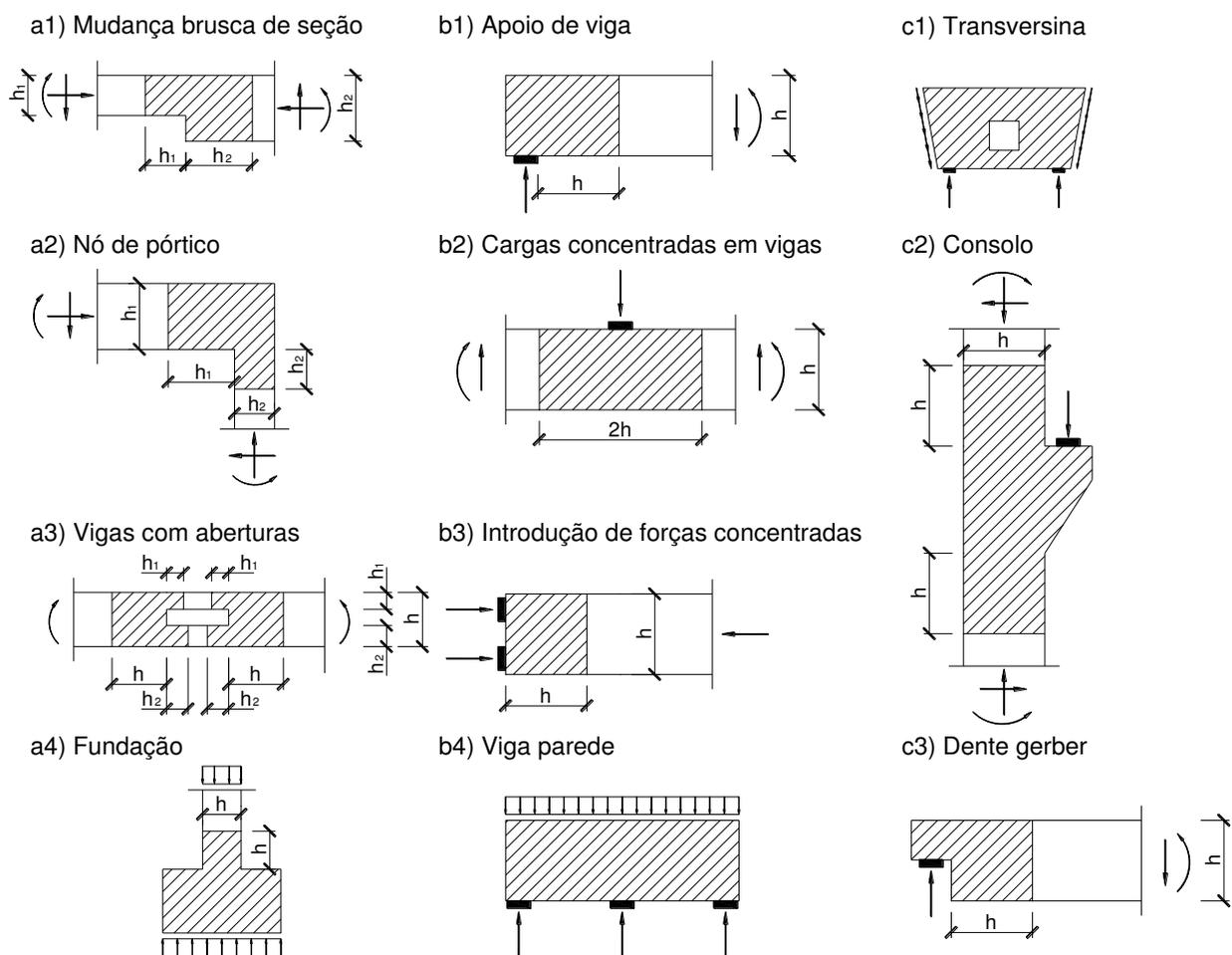


Figura 4.3 – Situações típicas de regiões D

Fonte: NBR 6118/2014

Apesar das normas internacionais como CEB (1993), o ACI (2002), o EUROCODE (1992), a CSA (1984, 1994), a EHE (1999), a NS (1992), a AASTHO (1994, 1998), e a SIA 262 (2003) preconizarem várias soluções no que diz respeito aos elementos especiais, a NBR 6118 apenas em sua versão 2014 apresenta um capítulo mais incisivo sobre esse assunto.

Nessa atualização, o item 22 apresenta recomendações para as regiões D mais comuns, baseados no Método das Bielas, método esse que consiste em encontrar uma treliça pertencente à região D, na qual geralmente as bielas (escoras) são regiões comprimidos de concreto, os tirantes são as armaduras tracionadas e os nós são as intersecções desses elementos.

O Capítulo 4 desse trabalho apresenta o Método das Bielas, bem como os elementos que o constituem, sendo esses os mesmos para o Método dos Campos de Tensão (Capítulo 4.1.1). Com isso tais elementos terão maiores detalhes nos próximos capítulos.

A NBR 6118/2014 apresenta no seu item 22.3.2 os limites de resistência para bielas e os nós.

$$f_{cd1} = 0,85. \alpha_{v2}. f_{cd}$$

Equação 4.1

$$f_{cd2} = 0,60. \alpha_{v2}. f_{cd}$$

Equação 4.2

$$f_{cd3} = 0,72. \alpha_{v2}. f_{cd}$$

Equação 4.3

A Equação 4.1 apresenta o valor da tensão resistente de cálculo das bielas prismáticas ou dos nós CCC. Já a Equação 4.2 apresenta os mesmos valores mas referentes às bielas atravessadas por mais de um tirante ou para os nós CTT ou TTT. Na Equação 4.3 é apresentado os valores de resistência tanto das bielas atravessadas por um único tirante quanto para os nós CCT.

Segundo RIBEIRO (2005) o fator α_{v2} é utilizado para retratar o comportamento frágil do concreto em função da sua resistência característica a compressão f_{ck} . No item 17.4.2.2 (NBR 6118/2014) é apresentado a Equação 4.4 utilizada para calcular tal fator.

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

Equação 4.4

Já o item 22.3.3 da NBR 6118/2014 apresenta os parâmetros de resistência relacionados aos tirantes. Embora sejam apresentados esses parâmetros para esse método em particular, através de analogias podem ser atendidos os critério estabelecidos pela norma, porém com métodos diferentes. Quando não contemplados com modelos de cálculo pelas normas, tais elementos devem ser calculados por modelos teóricos apropriados, como Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Bielas e Tirantes (MBT), também conhecido como Método das Escoras e Tirantes (MET), Método Corda-Painel (MCP) e o Método dos Campos de Tensão (MCT). O último terá atenção especial, visto que o capítulo 7.2 desse trabalho apresenta resultados obtidos através de tal método.

4.1 Análise e dimensionamento

Em seu item 22.4.3 a NBR 6118/2014 propõe o dimensionamento de regiões D, pelo Método das Bielas, método esse que consiste em entender o elemento complexo através de analogia com o comportamento estrutural de uma treliça equivalente. Conhecendo os valores das forças atuantes nos elementos dessas treliças (escoras, tirantes e nós) se faz possível dimensioná-las.

Diferentemente do Método das Bielas, o Método dos Campos de Tensão se baseia na teoria da plasticidade. Sendo que o cerne do dois Métodos tem o mesmo objetivo, conhecer o caminhamento

dos carregamentos. Em termos conceituais a maior diferença entre tais métodos é a grandeza estudada em cada um deles, sendo que o Método das Bielas se concentra em conhecer as forças aplicadas em cada elemento da treliça, e o Método dos Campos de Tensão se baseia em conhecer a tensão em elementos discretos.

Os elementos que compõem as chamadas regiões “D” serão apresentados a seguir, com o objetivo de entender os parâmetros e critérios estabelecidos para esses tanto no Método da Bielas quanto no Método dos Campos de Tensão.

4.1.1 Escoras

Tanto para o Método das Bielas quanto para o Método dos Campos de Tensão os esforços de compressão são geralmente resistidos pelas escoras de concreto. Em alguns casos essa solicitação pode ser resistida por uma combinação de armadura e concreto comprimido. Segundo CHALMERS (2010) a resistência desses elementos depende diretamente do formato dos mesmos. Conforme ilustra a Figura 4.4, as escoras podem ser classificadas quanto ao formato em três categorias: Prismáticas, Leque ou Garrafa.

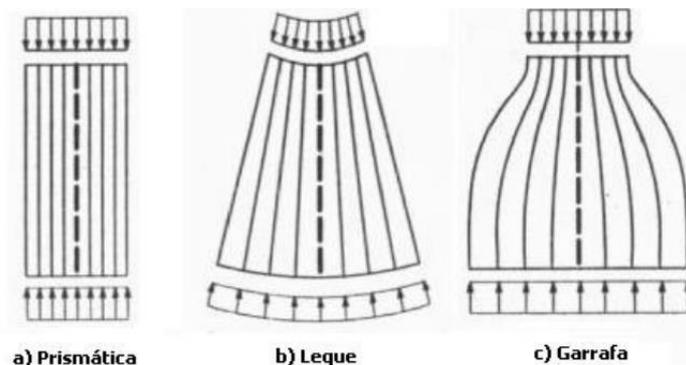


Figura 4.4 – Tipos de escoras

Fonte: Adaptado por SOUZA (2007) de SCHÄFER (1999)

As escoras prismáticas possuem espessura e largura constante, fazendo com que a tensão também seja constante. Segundo SILVA (1991) essas escoras são típicas de regiões B e não ocorrem trações transversais.

Nas escoras em leque a distribuição de tensão é de forma radial. Essas possuem largura não constante, gerando tensões também variáveis ao longo do seu comprimento. Ocorrem em regiões D, geralmente onde forças concentradas são propagadas de maneira suave. Assim como nas prismáticas não ocorre trações transversais.

Já nas escoras garrafa, a distribuição de tensão ocorre sob formato curvilíneo sendo afunilada na região de aplicação da carga concentrada e ao longo do comprimento de propagação de carga o aumento da largura é verificado. Essas escoras são caracterizadas por possuírem tensões de tração transversais. Segundo SOUZA (2007) a compressão longitudinal associada às trações transversais pode causar fissuras longitudinais que levam a ruptura prematura do concreto. O mesmo autor ressalta a importância das armaduras de controle de fissuração, já que o concreto possui resistência a tração bastante limitada, a Figura 4.5 ilustra essa situação.

O código americano ACI-318 (2011), recomenda inclusive a utilização de fatores de minoração da resistência diferentes, para as escoras que possuem malha de controle de fissuração.

$$f_{cu} = 0,85 * \beta_s * f'_c$$

Equação 4.5

Sendo f_{cu} a tensão resistente para as escoras comprimidas de concreto, f'_c equivalente ao f_{ck} da norma brasileira, e β_s , definido conforme a seguir:

$\beta_s = 0,75$ para escoras garrafa com a presença da malha mínima preconizada no item A.3.3 do ACI-318 (2011) (Figura 4.5);

$\beta_s = 0,60\lambda$ para escoras garrafa que não possuem a referida malha mínima, sendo λ recomendado no item 8.6.1 do código americano.

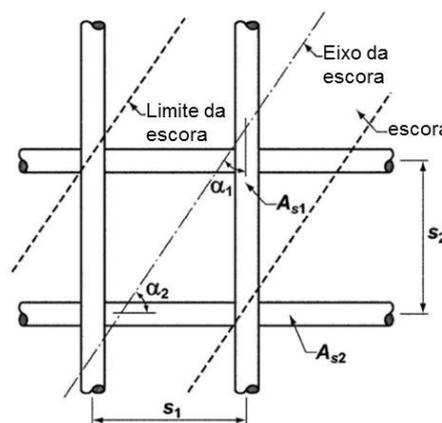


Figura 4.5 – Distribuição de armaduras em malha em escoras do tipo garrafa

Fonte: Adaptado de ACI-318 (2011)

O processo de dimensionamento das escoras, consiste em comparar a tensão atuante principal com a resistência efetiva do concreto. A tensão resistente é bastante influenciada pelas deformações laterais impostas, muitas vezes geradas pelas armaduras tracionadas que as cruzam. A Equação 4.6 é utilizada para fazer a verificação desses elementos:

$$0 \leq -\sigma_{c,max,d} \leq f_{ce,d} = \frac{k_c \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 4.6}$$

Onde: $\sigma_{c,max,d}$ é o valor de cálculo da tensão máxima na escora;

$f_{ce,d}$ é o valor de cálculo da resistência plástica efetiva do concreto deformado na transversal;

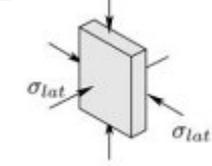
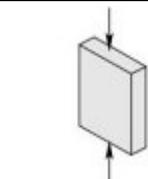
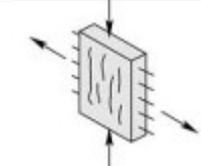
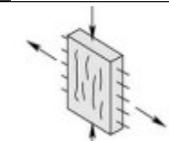
f_{ck} é o valor característico da resistência uniaxial do concreto;

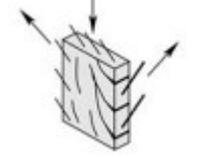
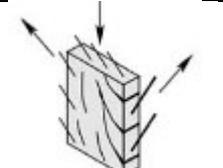
k_c é o fator de redução da resistência associado as deformações impostas (Equação 6.2);

γ_c é o fator de segurança

Nos campos de tensões rígido-plásticos, as deformações transversais não podem ser calculadas diretamente. Para tal feito é necessário utilizar valores tabelados baseados nas direções e tipos de esforços que a escora está submetida, assim como no Método das Bielas. Alguns dos valores mais usuais estão relacionados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Resistência das escoras para o Método dos Campos de Tensão (rígido-plástico)
Adaptado MUTTONI et al & RUIZ (2006)

Tipo de Solicitação		Tensão efetiva (f_{ce})	Aplicações
Concreto confinado ativamente ou passivamente e sem fissuração		$f_{cp} + 4 \cdot \sigma_{lateral} $	Compressão triaxial Confinamento lateral Introdução de cargas concentradas
Concreto sem fissuração sujeito à compressão uniaxial		f_{cp}	Compressão simples com armadura de controle de fissuração Pilares, muros e vigas em flexão
Concreto fissurado com deformação lateral imposta		$0,8 \cdot f_{cp}$	Muros Lajes Vigas com deformação lateral
Concreto fissurado com deformação diagonal imposta		$0,6 \cdot f_{cp}$	Muros Lajes com torção Vigas com cortante ou torção

Concreto fissurado com armadura plastificada nas duas direções		$0,4 \cdot f_{cp}$	Vigas ou muros com armadura longitudinal e transversal plastificadas
Concreto sem controle de abertura de fissuras		Teoria da Plasticidade não é aplicável	Elementos com armadura mínima Punção

4.1.2 Tirantes

Os tirantes são as barras de aço com ou sem protensão que resistem aos esforços de tração. Segundo MUTTONI et al (2011) a transmissão dos esforços desses elementos para a região nodal (ancoragens dos tirantes) podem ser feitas por aderência ou por placas de ancoragem. O dimensionamento de tais elementos é conduzido através das seguintes verificações:

$$\sigma_{sd} \leq f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$

Equação 4.7

Sendo assim, a área de aço deve respeitar a seguinte equação:

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}},$$

Equação 4.8

Sendo: F_{sd} Força de sollicitação de cálculo no tirante;

f_{sd} Tensão resistente de cálculo;

f_{sk} Tensão resistente característica;

γ_s Fator de segurança do aço;

A_s Armadura necessária;

σ_{sd} Tensão sollicitante de cálculo.

O comprimento de ancoragem deve ser maior que o necessário. A aderência entre o concreto da região nodal com a barra pode ser descrita pelo modelo constitutivo rígido-plástico, conseqüentemente não se avalia a deformações elásticas nessas regiões.

Equação 4.9

$$l_{bd} = \frac{f_{sd}}{4 \cdot \tau_{bd}} \phi = \frac{f_{sd} \cdot \gamma_c}{4 \cdot 2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}} \phi$$

A Equação 4.9 é proposta pela SIA 262 (2003), o fator $f_{ck}^{2/3}$ faz referência a resistência média a tração do concreto, associado a 0,7 usado para transformar médio em característico. O valor 2 relaciona a tensão de aderência aço-concreto com a resistência a tração do concreto.

Já a NBR 6118/2014 recomenda o atendimento do Item 9.4.2.5 para verificação da ancoragem dos tirantes, como apresentado na Equação 4.10.

Equação 4.10

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}}$$

O fator α corresponde a configuração da ponta do tirante (gancho, solda ou reta). O item 22.4.4.2 da NBR 6118/2014 impede a utilização de ganchos para viga-parede. O termo l_b pode ser calculado pelo item 9.4.2.4 da referida norma, assim como mostra a Equação 4.11.

Equação 4.11

$$l_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \geq 25 \cdot \phi$$

Sendo f_{bd} obtido através da Equação 4.12.

Equação 4.12

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

η_1 refere-se à configuração da barra (lisa ou nervuradas), e η_2 refere-se a situação da aderência, $\eta_3 = 1,0$ para diâmetros menores que 32 mm. f_{ctd} pode ser obtido através da Equação 4.13.

Equação 4.13

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

E $f_{ctk,inf}$ obtido através da Equação 4.14.

Equação 4.14

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$$

Por fim f_{ctm} pode ser obtido através da Equação 4.15.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

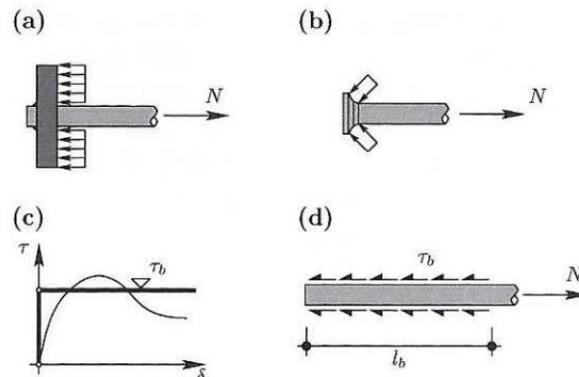


Figura 4.6 - Ancoragem dos tirantes: (a) ancoragem por placas e (b) ancoragem pinos; (c) relação constitutiva de aderência rígido-plástica e (d) ancoragem por aderência

Fonte: MUTTONI et al (2011)

A Figura 4.6 ilustra alguns tipos de ancoragem, quando a ancoragem é feita em nós confinados (CCC), a pressão de confinamento aumenta a tensão de aderência, podendo causar a redução do comprimento de ancoragem, em algumas situações essa redução pode atingir 30%.

4.1.3 Nós

Os nós são as regiões de encontro entre as bielas, sendo que podem ser escoras com tirantes, escoras com escoras e tirantes com tirantes. Segundo MUTTONI et al (2011) os nós são os últimos elementos a serem estudados em um campo de tensão. Os nós podem ser classificados pelo tipo de esforço solicitante, a Figura 4.7 associa o nome do nó com seus respectivos esforços atuantes.

	CONCENTRADO	DISTRIBUIDO		CONCENTRADO	DISTRIBUIDO
CCC			CCT		
CTT			TTT		

Figura 4.7 – Tipos de nós.

Fonte: Adaptado MUTTONI et al (2011)

Os nós classificados como CCC, normalmente ficam no encontro de três escoras. Quando a intensidade das forças são as mesmas, esse nó pode ser chamado de nó hidrostático, apesar de ter a terceira tensão igual à zero. De acordo com MUTTONI et al (2011) as linhas de descontinuidades que definem as fronteiras de um nós podem ser construídas ao se ligar os três pontos de intersecção das seis linhas de descontinuidade que delimitam as três escoras. Como todas as linhas das escoras apresentam perpendicularidade em relação aos limites do nó hidrostático, essa região não está solicitada ao cisalhamento nas bordas. Além disso não se faz necessária a verificação das tensões nos nós, uma vez que as tensões principais são iguais as nas escoras. No caso de um nó CCC, não hidrostático a delimitação do nó é semelhante aos hidrostáticos, porém as tensões principais serão diferentes das tensões das escoras.

Os nós CCT são as regiões de encontro entre duas escoras e um tirante. O apoio do tirante nesses nós pode ocorrer de maneira distribuída (apoio ao longo do próprio nó) ou de maneira concentrada (apoio antes do nó, por placas de ancoragem ou ganchos). Aquele tirante que solicitar de maneira concentrada o nó pode ser tratado como uma escora, ou seja, o nó pode ser calculado como CCC. Para esse tipo de nó além das verificações de tensões atuantes se faz necessário manter um limite de inclinação entre as escoras e os tirantes, uma vez que as deformações transversais impostas nos nós tem mesma importância do mesmo fenômeno nas escoras (Figura 6.4).

A região de encontro de dois tirantes e uma escora recebe o nome de CTT, esse nó possui problemas de fissuração agravados pela presença de duas tensões de tração. As condições de cálculo e de ângulo entre escoras e tirantes são as mesma do CCT. Segundo MUTTONI et al (2011) uma solução bastante eficiente para aumentar a resistência a fissuração dos CTT é o confinamento da região de nó, com armaduras em formatos de estribos.

Já os nós TTT se configuram quando a região nodal recebe exclusivamente tirantes. Essa categoria deve ser evitada pois é bastante vulnerável a fissuras. Segundo MUTTONI et al (2011) a utilização de protensão nesse caso pode ser uma solução viável, eliminando as trações predominantes.

4.2 Método dos Campos de Tensão

Baseado na Teoria da Plasticidade, o Método dos Campos de Tensão pode fornecer bons resultados para análise e dimensionamento de estruturas de concreto armado. Segundo MUTTONI et al (2006) os elementos de concreto armado são internamente hiperestáticos, sendo assim, aplicando tal método a esses elementos pode-se então ter respostas tanto do limite inferior quanto do superior do Teorema

Limite, dependendo do modelo constitutivo adotado para cada material e também das condições de ductilidade do elemento em questão.

Em termos de elementos finitos se torna mais interessante a implementação do Método dos Campos de Tensão em relação ao Método das Bielas. Na associação do Método dos Campos de Tensão com Elementos Finitos se torna possível fazer uma análise não-linear tanto geométrica quanto física.

A não-linearidade física do concreto no programa JCONC é baseada em uma pequena parte da proposta de COLLINS (1986), que leva em consideração a penalização da resistência do concreto na presença de tensões transversais, muitas vezes causadas por tirantes passando por escoras comprimidas. Sendo assim, se torna possível fazer uma análise não-linear através do conhecimento de apenas três propriedades do material (tensão resistente, coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade), fazendo com que tal método seja coerente com o dia-a-dia do projetista de estruturas.

No caso de uma estrutura de concreto armado, dimensionada para que o aço atinja o escoamento antes do concreto apresentar esmagamento, a aplicação do Método dos Campos de Tensão fornecerá um valor de ruptura baseado no limite superior do Teorema Limite, pois os elementos metálicos mesmo depois de atingirem o escoamento continuarão absorvendo uma tensão constante igual à tensão de escoamento do material, e ficará livre para se deformar, assim como mostrado no item 3.4. Com isso o elemento de concreto armado criará um novo mecanismo de resistência para absorver os incrementos de carregamento. Nesse caso deve-se tomar o cuidado de analisar a deformação específica de ruptura do material, já que o referido modelo constitutivo não estabelece limites para deformação, diferente de uma situação real.

4.2.1 Campos de Tensão Rígido-Plásticos

Segundo MUTTONI et al (2011), para análise e dimensionamento de elementos especiais de concreto usando o Método dos Campos de Tensão de maneira manual, se faz necessário a idealização do comportamento dos dois materiais como rígido-plástico. Porém uma consequência de tal simplificação está na possibilidade de ter linhas de descontinuidade nos campos de tensão, como mostrada na Figura 4.8. Essas linhas delimitam as regiões dos campos de tensão, e é possível demonstrar que são encontrados valores de tensões diferentes, de um lado e de outro nessas linhas.

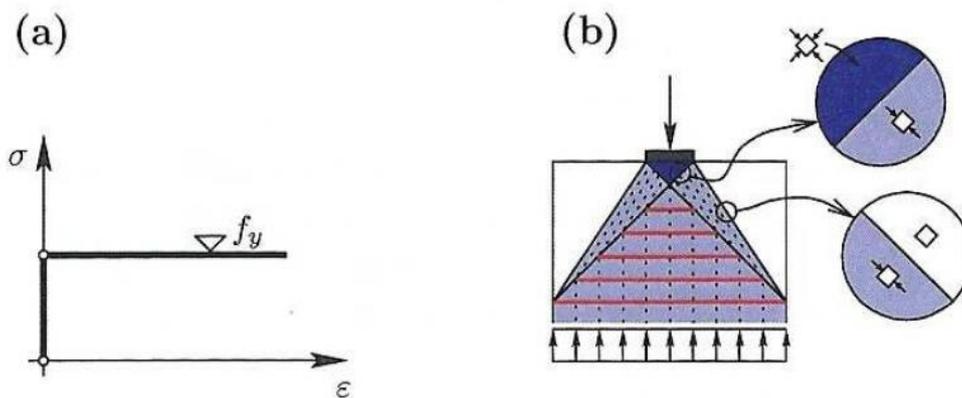


Figura 4.8 - Campos de tensões com linhas de descontinuidade: (a) relação constitutiva uniaxial rígido-plástica e (b) detalhe das linhas de descontinuidade e estados de tensão atuantes em detalhe

Fonte: RUIZ & MUTTONI et al (2011)

No caso do concreto, o modelo constitutivo adotado só contempla o trecho comprimido do diagrama tensão x deformação, assim como mostra a Figura 4.9.b. O trecho tracionado normalmente é desprezado devido a variabilidade e sensibilidade aos efeitos de retração e variações de temperatura.

Já no caso do aço são considerados tanto o trecho tracionado quanto o comprimido (Figura 4.9.d), porém ambos os trechos negligenciando as deformações.

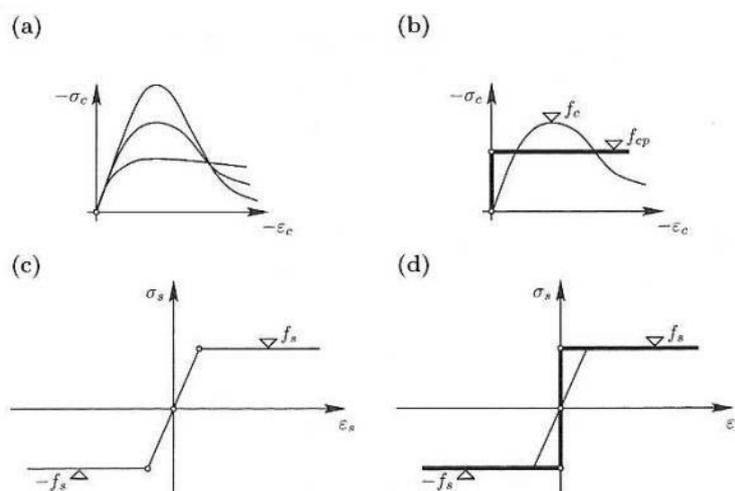


Figura 4.9 - Leis constitutivas rígido-plásticas para o concreto e para o aço: (a) comportamento do concreto para diferentes resistências à compressão; (b) idealização rígido-plástica da resposta do concreto e valor da resistência plástica adotada (f_{cp}); (c) comportamento elasto-plástico do aço e (d) idealização rígido-plástica da resposta do aço e resistência plástica adotada (f_s)

Fonte: RUIZ & MUTTONI et al (2011)

4.2.2 Campos de Tensão Elasto-Plásticos

Como o aço e o concreto não são materiais com comportamento perfeitamente plásticos se faz necessário impor algumas hipóteses para que a Teoria da Plasticidade seja aplicada no dimensionamento e análise de elementos de concreto armado.

A Figura 4.10 apresenta os modelos constitutivos adotados tanto para o aço, quanto para o concreto no Método dos Campos de Tensão Elasto-plástico.

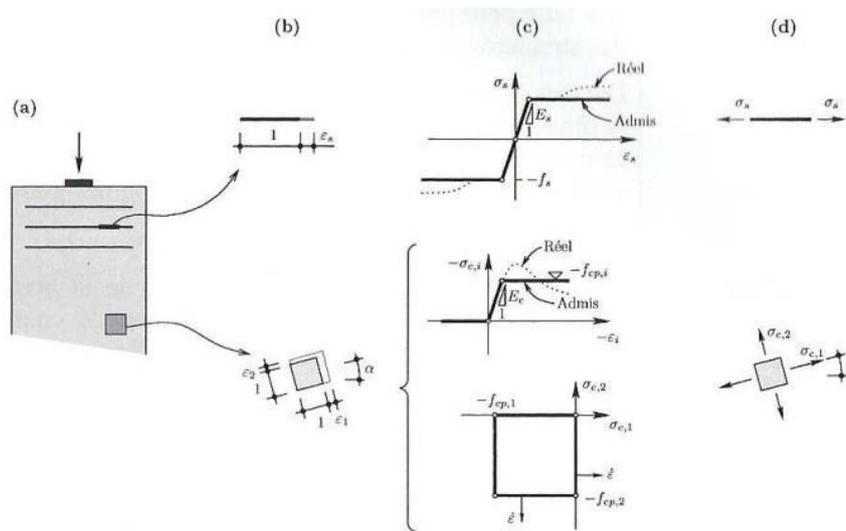


Figura 4.10 - Leis constitutivas idealizadas dos materiais: (a) elemento de concreto; (b) campo de deformações para concreto e aço; (c) comportamento real e admitido para o aço e para o concreto e (d) campos de tensões admitidos.

Fonte: RUIZ & MUTTONI et al (2011)

Para o concreto é admitido o estado plano de tensão e deformação, uma vez que mesmo se tratando de elementos de duas dimensões (viga-parede, alma de viga, pilar-parede), as deformações e tensões no terceiro plano não são nulas, porém em geral podem ser desprezadas.

Na abordagem dos campos de tensão proposta por Fernandez Ruiz & Submut (2007) o concreto em compressão tem comportamento que pode ser caracterizado apenas pelo módulo de elasticidade e a tensão de ruptura. A diminuição da resistência do concreto devida às deformações impostas por tirantes tracionados cruzando escoras comprimidas, causando aberturas de fissuras transversais aos esforços de compressão

Conhecido como *Modified Compression Field Theory*, o MCFT é caracterizado justamente por superar essas simplificações feitas na aproximação do comportamento do concreto a um material elástico. Segundo COLLINS (1986) a tensão principal de compressão no concreto f_{c2} depende da deformação principal imposta ϵ_2 , assim como a tensão principal de tração depende das deformações

principais no concreto, ε_1 . A relação entre esses valores tem o objetivo de penalizar a resistência do concreto levando em conta as tensões de tração impostas por tirantes tracionados cruzando as escoras comprimidas.

$$f_{c2} = \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right) \right] \cdot f_{c2m\acute{a}x}$$

Equação 4.16

$$\frac{f_{c2m\acute{a}x}}{f_{c2}} = \frac{1}{0,8 - 170 * \varepsilon_1} \leq 1,0$$

Equação 4.17

Os Campos de Tensão Elasto-Plástico usa a Equação 4.17 (parte do MCFT) para explicar o comportamento do concreto, já levando em consideração as deformações laterais impostas.

Já o comportamento do aço segundo MUTTONI et al (2007), pode ser modelado por tensões e deformações uniaxiais, sendo que o efeito pino, e a flexão da barra são desprezados. A resposta do aço é baseada na tensão característica f_y e no módulo de elasticidade E_s , sendo ainda que tal modelo constitutivo pode ser incrementado com E_h (inclinação da reta após ultrapassar f_y), assim como mostra a Figura 4.11. O valor de E_h pode ser negativo.

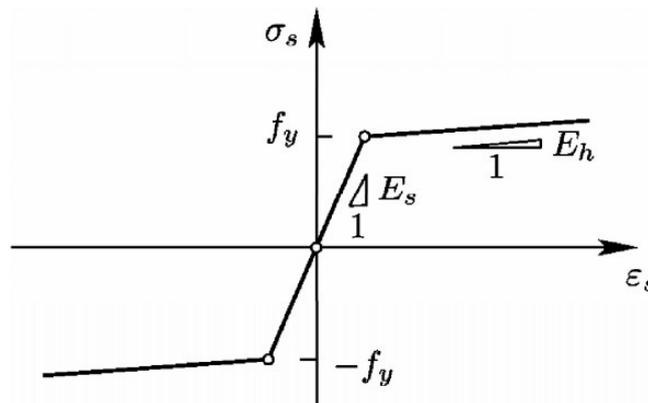


Figura 4.11 – Comportamento elasto-plástico do aço com trecho de enrijecimento

Fonte: MUTTONI et al & RUIZ (2007)

5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Grande parte dos fenômenos físicos, como alguns da engenharia de estruturas podem ser descritos por equações diferenciais, porém segundo FISH (2007) resolver essas equações de maneira analítica em alguns casos é impossível. Sendo assim o Método dos Elementos Finitos pode ser usado como ferramenta para solucionar de maneira numérica e aproximada fenômenos físicos da engenharia de estruturas. O mesmo autor relaciona análise de tensões, transferência de calor, escoamento de fluido, eletromagnetismo como problemas que podem ser solucionados através de tal método.

Os primeiros registros em relação ao método nos Estados Unidos são da década de 50 feitos pela industrial aeroespacial (Boeing e Bell Aeroespacial). TURNER et al (1956) estabeleceu os primeiros procedimentos de montagem da matriz de rigidez dos elementos. ZIENKIEWICZ (2000) usa a Figura 5.1 para explicar os diferentes caminhos da ciência até chegar aos elementos finitos.

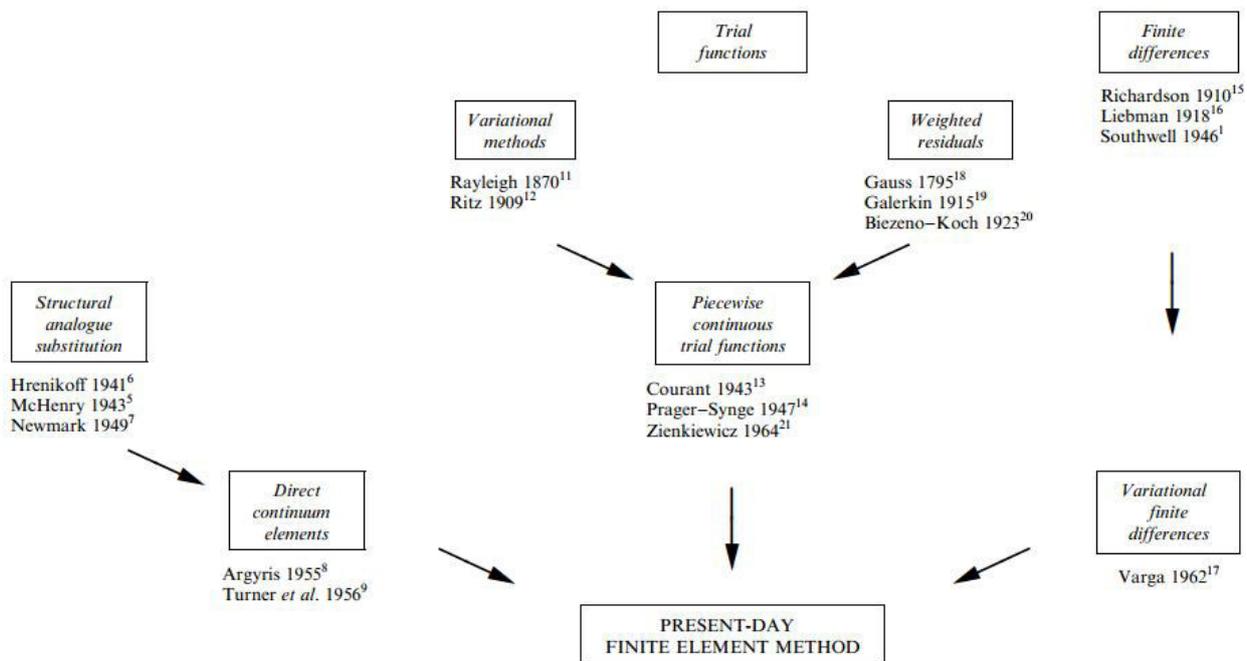


Figura 5.1 – Origem do método dos elementos finitos

Fonte: ZIENKIEWICZ (2000)

A partir da década de 60 surgiram inúmeras ferramentas baseadas no Método dos Elementos Finitos, entre eles os que mais se destacam, desde os mais antigos NASTRAN, ANSYS, LS-DYNA, ABAQUS até os mais recentes ADINA, DIANA, SAP2000, ATENA e finalmente a plataforma I-CONCRETE estudada no presente projeto, apresentada em MUTTONI et al (2007).

O princípio básico do Método dos Elementos Finitos, é dividir um corpo contínuo em elementos finitos, que se comunicam através dos nós. Os elementos finitos podem ser unidimensionais (barras)

definidos por pelo menos dois pontos, podem ser elementos de área, definidos por pelo menos três pontos, e elementos de volume definidos pelo menos por quatro pontos.

O processo de dividir um corpo contínuo em elementos discretos resulta na chamada malha de elementos finitos. A Figura 5.2 mostra uma malha gerada pelo programa iMesh que em associação com o JCONC faz análise dos elementos especiais de concreto através do Método dos Elementos Finitos, porém com as hipóteses de cálculo do Método dos Campos de Tensão.

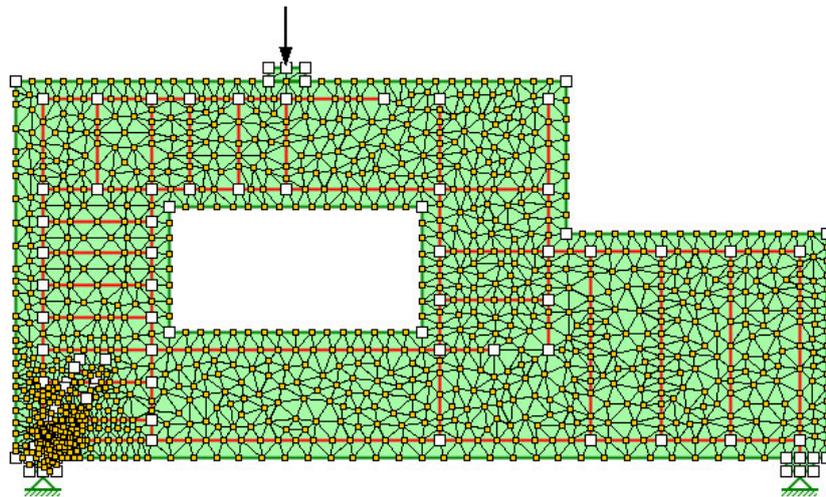


Figura 5.2 – Malha de elementos finitos gerada pelo iMesh

FISH (2007) apresenta um problema de esforços em duas barras conectadas por um nó como mostra a Figura 5.3, sendo que os elementos finitos envolvidos são de uma dimensão (barras).

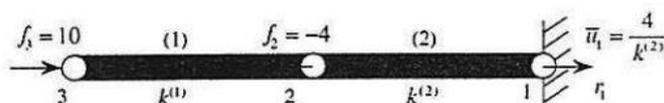


Figura 5.3 – Elementos finitos unidimensionais.

Fonte: FISH (2007)

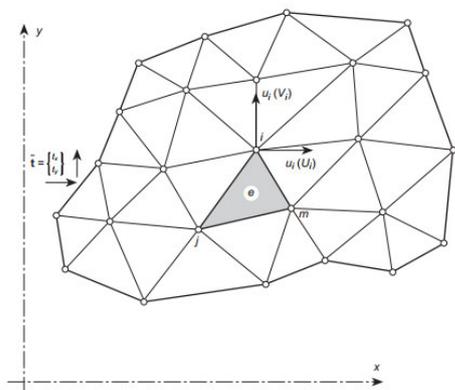


Figura 5.4 – Uma região submetida a tensões no plano dividida em elementos finitos.

Fonte: ZIENKIEWICZ (2000)

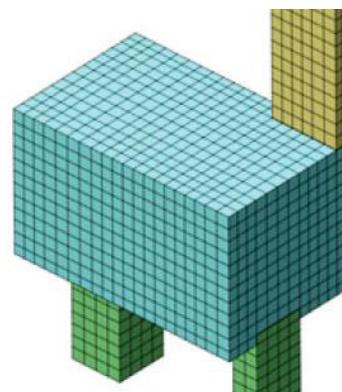


Figura 5.5 – Elementos finitos tridimensionais

Fonte: OLIVEIRA (2014)

Já a Figura 5.4 apresenta uma região plana submetida a esforços no mesmo plano das regiões, situação essa que será bastante explorada no presente trabalho. A Figura 5.5 apresentada em OLIVEIRA (2014) ilustra parte de um bloco sobre seis estacas modelado no ADINA (2012) por elementos tridimensionais.

Dentre os programas supracitados, ABAQUS, ADINA e DIANA são fortemente utilizados para análise de elementos de concreto armado, porém nas soluções mais recentes se destaca o ATENA, software esse que foi totalmente desenvolvido para análise não-linear de elementos de concreto. A Figura 5.6 mostra os critérios de ruptura e um modelo constitutivo do concreto, parâmetros esses que o programa ANTENA usa para representar o comportamento do concreto.

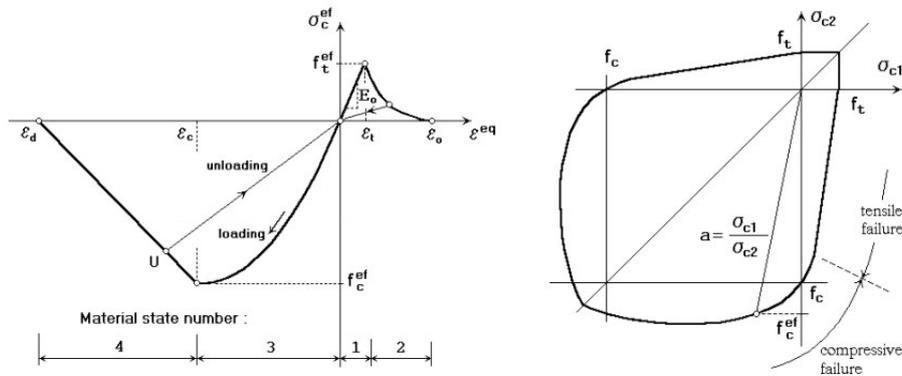


Figura 5.6 – Modelo constitutivo e superfície de ruptura para o concreto
 Fonte: CERVENKA (2002)

Baseado no Método dos Elementos Finitos, os resultados do ATENA são muito próximos da realidade como aponta CERVENKA (2002). O mesmo autor apresenta resultados numéricos, que apresentam fissuras no concreto, a Figura 5.7 mostra uma viga-parede com carga pontual próxima ao apoio, apresentando fissuras que ligam a carga aplicada à região de apoio.

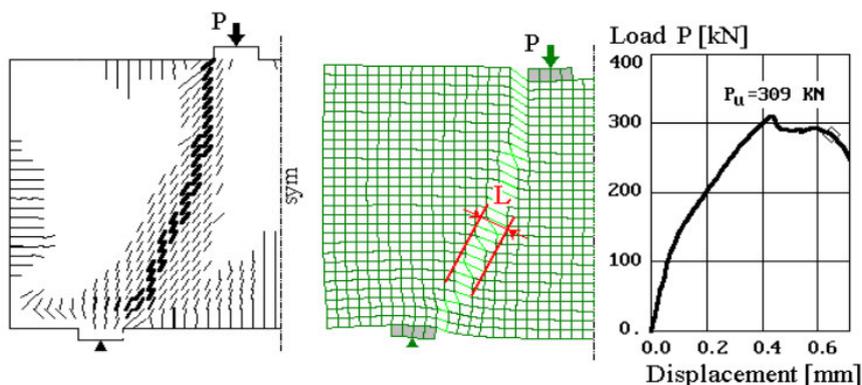


Figura 5.7 – Abertura por cisalhamento em uma viga-parede
 Fonte: CERVENKA (2002)

Embora os programas de elementos finitos produzam grande fidelidade aos modelos experimentais em algumas situações, principalmente com flexão predominante, tais programas geralmente dependem de um grande número de variáveis, não só criando grande sensibilidade nos resultados, como também muitas vezes inviabilizando o uso de tal ferramenta em escritórios de projetos estruturais. Nesse panorama os métodos utilizados na presente pesquisa (MEF com MCT), vem para superar a maior parte das dificuldades criadas no uso de ferramentas de análise não-linear no dia-a-dia de escritório.

6 PLATAFORMA I-CONCRETE

A plataforma i-concrete é constituída por um pré-processador iMesh, um processador e pós-processador não-linear JCONC ou ICONC. Segundo MUTTONI et al (2011) essas ferramentas trabalhando associadas podem simular o comportamento estrutural de elementos bidimensionais com geometrias complexas (descontinuidades geométricas e estáticas) de maneira bastante prática. A plataforma utiliza o Método dos Elementos Finitos para encontrar a distribuição de tensões dentro dos elementos, mas aplica as hipóteses básicas do método dos campos de tensão.

6.1 iMesh

A modelagem pode ser feita direto no programa JCONC, porém exige que o usuário alimente-o através de uma entrada de texto estruturada. Muitas vezes esse processo pode ser feito através de alguma ferramenta programada em qualquer linguagem. LEAL (2008) em sua dissertação de mestrado desenvolveu uma rotina em Matlab para gerar os textos nos moldes do JCONC.

Na própria página do JCONC existe outro aplicativo desenvolvido também em java pelo Dr. Olivier Burdet na *École Polytechnique Fédérale de Lausanne* (suíça). Tal ferramenta é usada para modelar os elementos bidimensionais com armaduras (passivas e ativas) e posteriormente criar a malha de elementos finitos. O iMesh oferece opções para inserir imagens como camadas guias para auxiliar no desenho dos elementos, processo esse que propicia agilidade na modelagem dos elementos porém gera grande imprecisão, já que imagens não são elementos do tipo vetor.

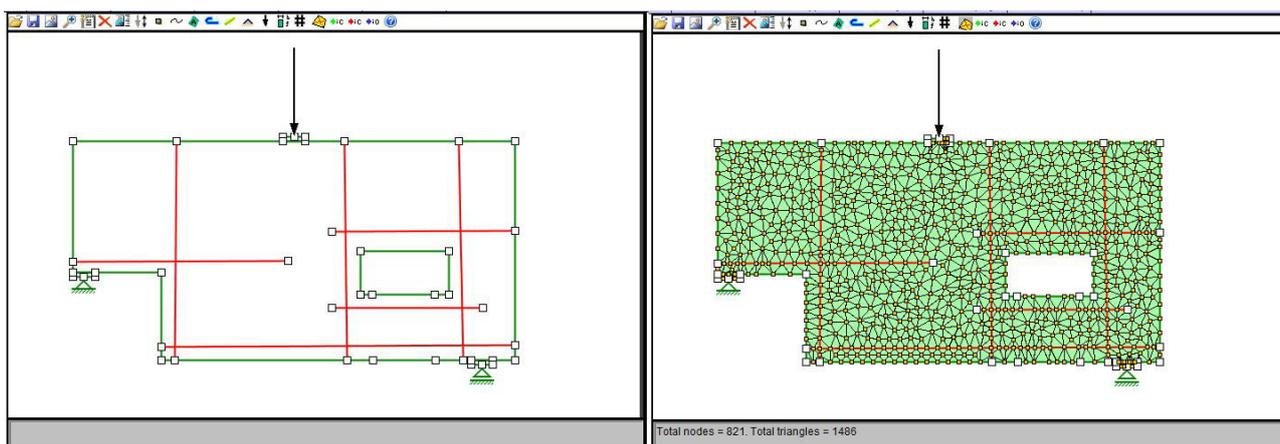


Figura 6.1 – Elemento especial modelado no iMesh (a direita a malha gerada pelo próprio programa)

A Figura 6.1 mostra um elemento especial de concreto armado modelado no iMesh e também a malha de elementos finitos gerada pelo próprio aplicativo.

pelo Método dos Elementos Finitos para avaliar o comportamento de estruturas bidimensionais de concreto armado e protendido.

A partir dos botões apresentados na Figura 6.3 o usuário pode acessar o aplicativo ICONC/JCONC através do aplicativo iMesh. Na primeira opção a análise é linear, essa opção pode ter grande utilidade para o entendimento dos campos de tensão (posição e formato de escoras, tirantes e nós). A solução linear também pode ser rodada sem a inserção de barras como tirantes.

Na solução não-linear o programa não leva em consideração a resistência a tração do concreto, com isso se os tirantes não estiverem bem posicionados a ponto de absorver todas as tensões de tração o programa não encontrará equilíbrio e apresentará erro muito maior que um. MUTTONI et al (2007) recomenda que o erro deve ser inferior a 0,010. Outra situação contemplada nessa opção é o comportamento não-linear da estrutura, ou seja, as tensões e deformações são atualizadas a medida que cada incremento de força é aplicado e concatenada na matriz de rigidez secante baseado na relação constitutiva de cada material usando o algoritmo completo Newton-Raphson.

Segundo MUTTONI et al (2007), o programa pode ser definido por uma ferramenta computacional que gera os campos de tensão através do método dos elementos finitos, com as verificações baseadas nas principais hipóteses do método dos campos de tensão embutidas. Sendo assim esse aplicativo sobrepõem várias limitações dos campos de tensão como apresentado no item 4.2, por outro lado mantém a simplicidade do método, necessitando somente de poucos parâmetros com significado físico claro (tensão de resistência e módulo de elasticidade), o que pode ser tido como vantagem em relação aos demais métodos baseados em elementos finitos. Normalmente esses programas dependem de um grande número de variável, deixando o modelo muito sensível e também muitas vezes impossibilitando o uso por engenheiros de estruturas no dia-a-dia de escritório.

O comportamento do concreto e do aço adotado no programa pode ser entendido através da Figura 4.10. O valor resistente de cálculo do concreto pode ser representado da seguinte maneira:

$$f_{cp} = f_c' \cdot \eta(\varepsilon_j)$$

Equação 6.1

$$\eta(\varepsilon_j) = \frac{1}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_j} \leq 1,0$$

Equação 6.2

A Equação 6.2 leva em consideração o comportamento plástico do concreto segundo MUTTONI et al (1997), bem como a interferência dos tirantes que cruzam as escoras comprimidas baseado no trabalho de COLLINS (1986). O valor de $\eta(\varepsilon_j)$ da Equação 6.2 é proposto por COLLINS (2006) e é apresentado com o nome de Eta_2 no programa. Ver página do aplicativo <http://i-concrete.epfl.ch/>.

MUTTONI et al (2011) aponta a importância das deformações impostas na resistência das escoras ilustrada na Figura 6.4, visto que nela são apresentados dois resultados de ensaios à compressão no concreto, um deles com e o outro sem deformações impostas lateralmente. No caso de não possuir influencias laterais, o concreto atinge f_c e a partir desse ponto passa a apresentar fissuras paralelas ao carregamento, sendo que tal situação pode ser explicada pelo efeito Poisson. No caso da curva tracejada esse efeito é visto desde o início dos carregamentos, as deformações laterais impostas pelas armaduras tracionadas causam fissuras também paralelas ao carregamento de compressão. De maneira sucinta o efeito de abrandamento da curva tensão x deformação do concreto após o alcance da tensão f_c (sem interferências laterais) pode aparecer analogamente, porém desde o início em situações que as escoras estiverem sendo cruzadas por armaduras tracionadas.

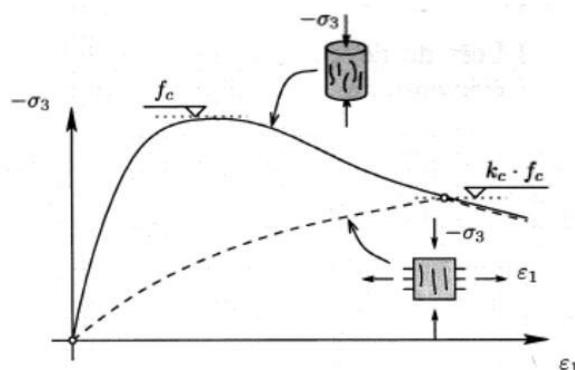


Figura 6.4 - Influência das deformações transversais na resistência à compressão do concreto

Fonte: RUIZ & MUTTONI et al (2011)

No caso do Método das Bielas esse efeito é contemplado em normas, através da classificação quanto ao formato das escoras associado à presença ou não de tirantes cruzando esses elementos (Tabela 4.1). Os códigos sugerem a utilização de fatores adimensionais obtidos através de ensaios experimentais que diminuem a resistência de cálculo das escoras. Porém no método dos campos de

tensão (Teoria dos Campos de Tensão Modificados) essa situação pode ser contemplada pela Equação 4.16 e Equação 4.17 baseadas nas experiências por VECCHIO & COLLINS (1986).

O comportamento do aço no programa JCONC pode ser entendido pela Figura 4.11. O programa possui uma interface gráfica bastante simples no que diz respeito à manipulação das variáveis e também na visualização de maneira qualitativa dos resultados.

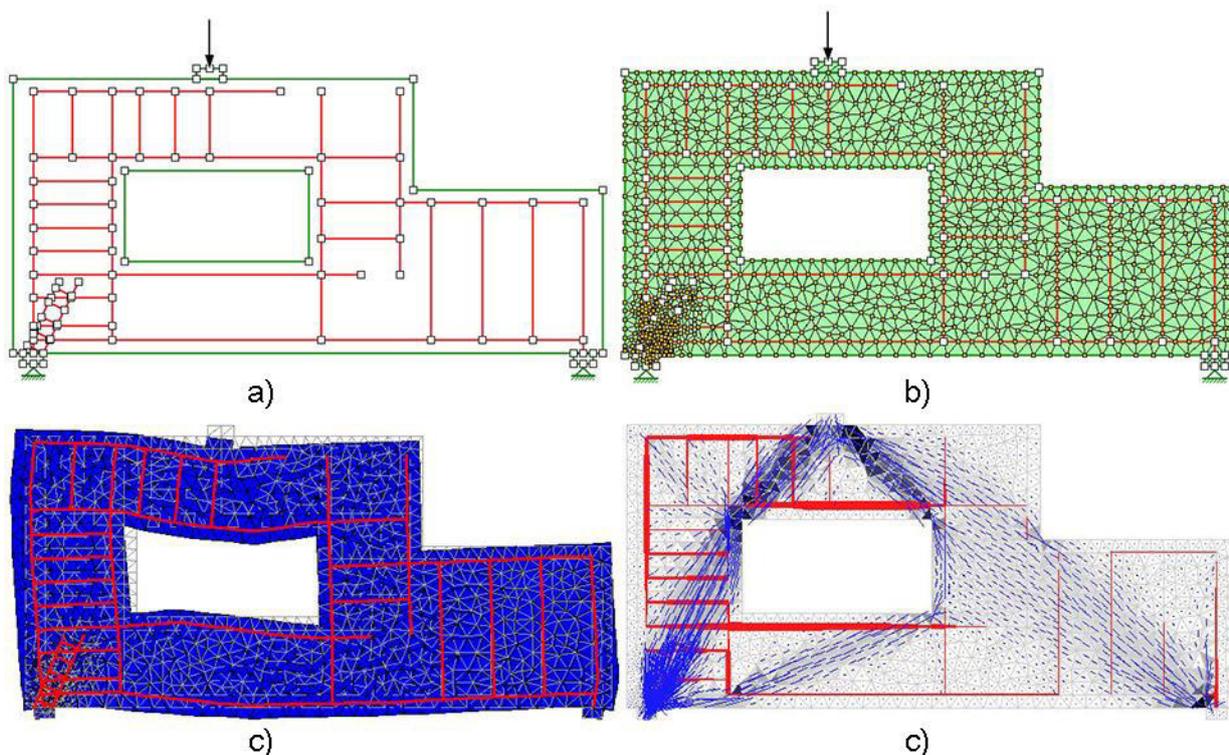


Figura 6.5 – Viga analisada na plataforma i-concrete (a) Modelagem iMesh, (b) Malha de elementos finitos gerada no iMesh (c) Results-Deformed no JCONC (não-linear) (d) Relative stresses no JCONC (não-linear).

A Figura 6.5 mostra alguns resultados qualitativos. As deformações, tensões e regiões mais solicitadas podem ser visualmente localizadas, porém para uma análise mais refinada se faz necessário conhecer os relatórios numéricos que o programa gera.

Apesar de uma ferramenta de análise não-linear os resultados apresentados pelo programa são da carga final (escolhida pelo usuário). Os únicos resultados apresentados para cada iteração são os erros, como mostra a Figura 6.6. Portanto para obter uma curva carga x deflexão, se faz necessário simular cada carga de interesse uma por uma, para posteriormente compor uma curva.

STEP	89	Error = 0,007
STEP	90	Error = 0,004
STEP	91	Error = 0,010
STEP	92	Error = 0,038
STEP	93	Error = 0,004
STEP	94	Error = 0,005
STEP	95	Error = 0,005

STEP 95 Sum F-R = 0,005

Figura 6.6 – Relatório de erro do programa por Newton-Raphson.

Sendo assim, com os presentes relatórios compatíveis com planilhas, se faz necessário produzir uma análise refinada dos elementos estudados, como por exemplo, conhecer o elemento de concreto mais solicitado, o trecho da barra mais solicitada, as regiões de concreto que mais sofrem pelo efeito de deformações impostas (E_{t2}) e as deflexões dos nós de interesse.

7 VIGA-PAREDE COM ABERTURA

7.1 Modelo

Com o objetivo de confrontar resultados do Método dos Campos de Tensão com resultados experimentais, inicialmente foram selecionados resultados experimentais. Em seu trabalho LEY et al (2007) ensaiou oito amostras, sendo uma delas o modelo conceitual apresentado por REINECK (2002) dimensionado pelo modelo de bielas. No trabalho de LEY et al, a viga foi ensaiada em escala 1:10,5 em relação ao modelo conceitual proposto por REINECK (2002).

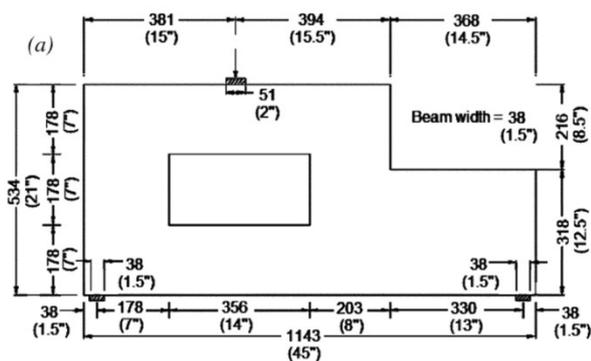


Figura 7.1 – Amostra 4
Fonte: LEY et al (2007)

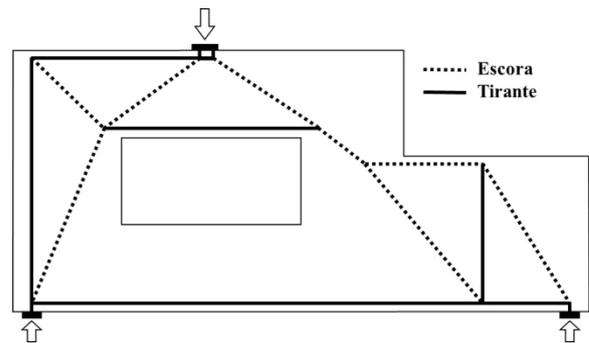


Figura 7.2 – Modelo de escoras e tirantes.
Adaptado: LEY et al (2007)

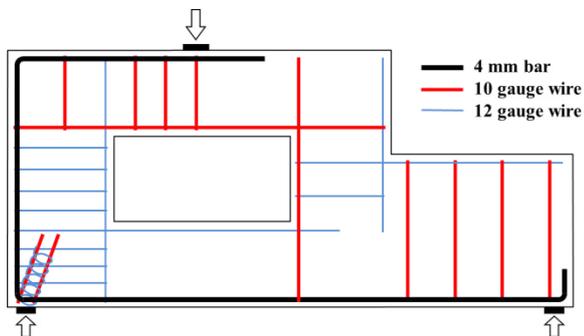


Figura 7.3 – Esquema de armação para amostra 4.

Adaptado: LEY et al (2007)

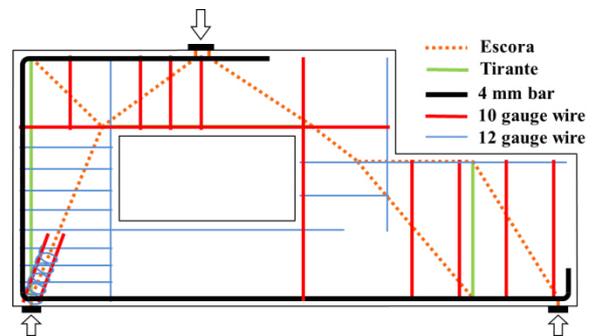


Figura 7.4 – Modelo de escoras e tirantes sobreposto com o esquema de armação

A Figura 7.1 apresenta as dimensões da amostra estudada, já a Figura 7.2 apresenta o modelo de escoras e tirantes proposto para tal viga. A Figura 7.3 apresenta o esquema de armação feito no ensaio e posteriormente simulado no JCONC no presente trabalho.

A Figura 7.4 foi concebida através da sobreposição do modelo de escoras e tirantes e a armação efetiva, sendo possível perceber que foram inseridas armaduras na região das escoras. Segundo LEY et al (2007) as armaduras adicionais em relação aos tirantes conceituais, foram utilizadas para produzir o confinamento das regiões de concreto comprimida com o objetivo de otimizar o modelo,

aumentando a resistência transversal de tração das bielas comprimidas (efeito Poisson). No apoio da esquerda foi utilizada uma armadura em espiral, sendo que as Figura 7.3 e Figura 7.4 ilustram essa situação. As propriedades e as quantidades das barras inseridas na amostra estão relacionadas na Tabela 7.1, na ocasião foram utilizados 1 kg de aço. Os *gauge wires* (arames) foram arranjados de dois tramos por linha apresentadas na Figura 7.4.

Tabela 7.1 – Propriedade e quantitativo de aço na amostra 4.
Adaptado: LEY et al (2007)

Barras	Quantidade de barras por tirante	Área/barra (mm ²)	f _y (MPa)	Comprimento (m)	Peso Total (kg)
4mm	1	12,2	565,0	2,06	0,20
10 gauge	2	10,6	517,0	6,23	0,52
12 gauge	2	5,8	110,0	6,45	0,29
TOTAL					1,01

A modelagem na plataforma i-concrete foi feita com auxílio de uma ferramenta de CAD, tendo em vista as limitações de desenho que o iMesh possui. O arquivo de texto do mesmo possibilita que o usuário crie pontos ou regiões diretamente como textos, assim como ilustra a Figura 7.5.

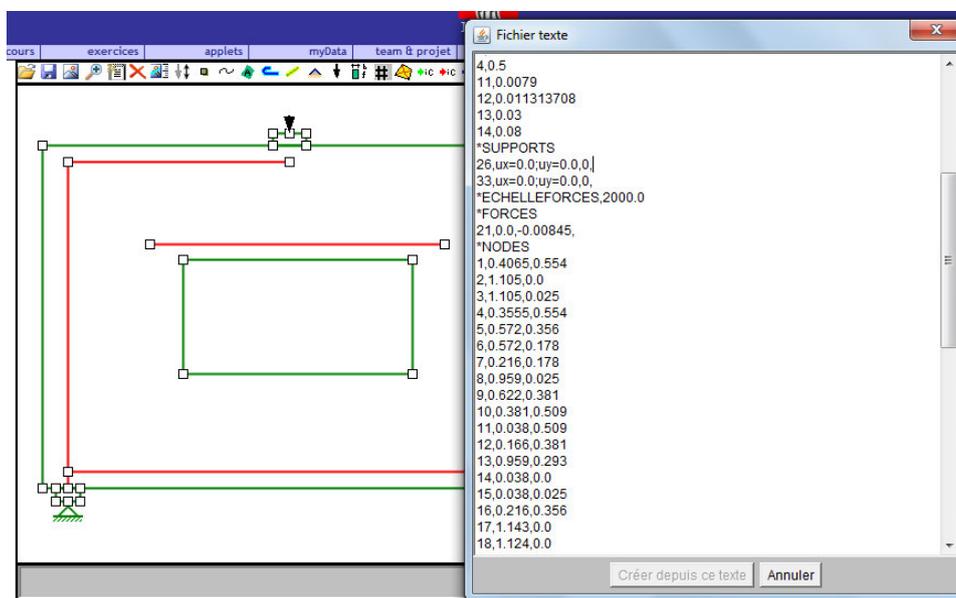


Figura 7.5 – Editor de texto do arquivo do iMesh.

Uma vez entendida a sintaxe desse arquivo é possível criar rotinas para gerá-las, ou utilizar uma ferramenta CAD que propicie a exportação dos pontos em formato de texto. Na ocasião os modelos a serem analisados foram desenhados com ferramentas de linha em um programa de CAD, e posteriormente foram criados pontos nos vértices necessários (Figura 7.6). Com isso foi possível

exportar para o MS Excel (Figura 7.7) e transformar os pontos em um arquivo de texto (Figura 7.8), possibilitando a inserção no modelo do iMesh através do comando de cópia e colagem.

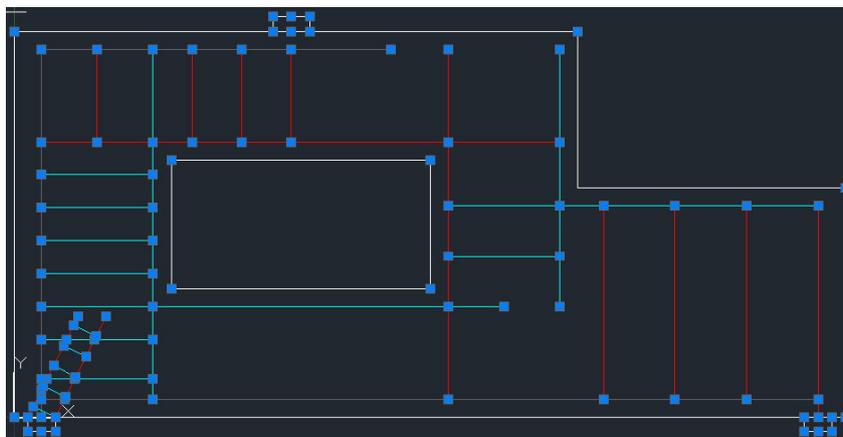


Figura 7.6 – Modelagem em CAD da Amostra 4 ensaiada por LEY at al (2007).

1	0.4065	0.5540
2	1.1050	0.0000
3	1.1050	0.0250
4	0.3555	0.5540
5	0.5720	0.3560
6	0.5720	0.1780
7	0.2160	0.1780
8	0.9590	0.0250
9	0.6220	0.3810

Figura 7.7 – Pontos no MS Excel.

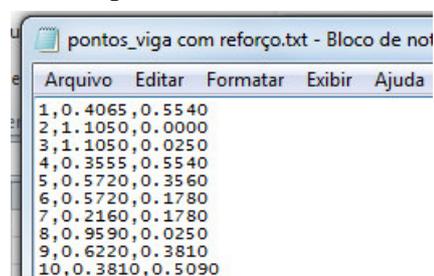


Figura 7.8 – Pontos exportados do MS Excel para o bloco de notas do Windows.

A partir da inserção dos pontos no iMesh se torna possível modelar as regiões de concreto e as barras de armadura. A Figura 7.9 mostra esse processo, enquanto a Figura 7.10 apresenta a malha gerada.

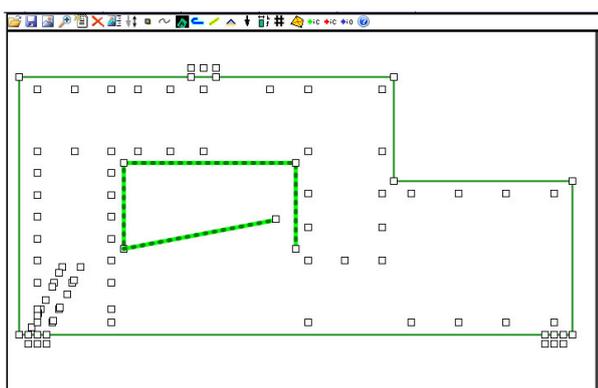


Figura 7.9 – Gerando as regiões através dos pontos.

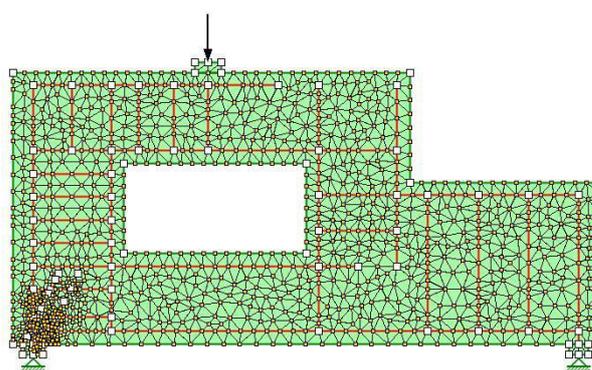


Figura 7.10 – Malha gerada pelo iMesh.

Os resultados foram analisados com o auxílio do MS Excel, sendo que os relatórios do JCONC são gerados em formatos compatíveis com as planilhas, como mostra a Figura 7.11.

**** Concrete *****						
Elements	Strain 1	Strain 2	Alpha	Sigma 1	Sigma 2	Eta 2
1	0,00216	-5,9E-06	1,192	0,003	-0,172	0,857
2	0,00221	-1,5E-05	1,258	0,003	-0,451	0,851
3	0,00168	-2E-07	1,185	0,003	-0,006	0,921
4	0,00145	-6,3E-11	0,769	0,003	0	0,955
5	1,11E-05	-3,6E-08	1,328	0,002	-0,001	1
6	4,37E-06	-1,1E-06	0,967	0,002	-0,031	1
7	0,000745	8,55E-09	0,003	0,003	0	1
8	0,000819	-1,7E-07	0,032	0,003	-0,005	1

Figura 7.11 – Resultados organizados em planilhas.

Com a utilização de uma planilha para análise dos resultados se faz possível pesquisar os elementos de concreto com maior sollicitação, ou com maior propensão a atingir a tensão resistente. As hipóteses dos Campos de Tensão implementadas no JCONC no que diz respeito à resistência do concreto, leva em consideração a diminuição da resistência do mesmo, causada pelas deformações de tração transversais às escoras. Sendo assim, os elementos de concreto com maior propensão a ruptura são aqueles que possuem a relação f_{sd}/f_{rd} mais próxima de 1, sendo que f_{rd} é representada pela Equação 6.1 e f_{sd} é a sollicitação (podendo ser de cálculo ou característica, dependendo do objetivo da análise).

7.2 Resultados

Conforme apresentado no capítulo anterior, para se obter a curva força x deflexão, se faz necessário uma simulação para cada caso de carregamento. Sendo assim foram escolhidos os mesmos pontos apresentados em LEY et al (2007), porém nos últimos valores próximos da ruptura foram escolhidos incrementos de carga menores, para produzir uma curva força x deflexão mais continua próxima da ruptura. A medida que os incrementos de carga foram sendo implementados foi percebido que o concreto se aproximou da sua resistência limite muito mais rápido que o aço.

As figuras a seguir apresentam os resultados de Eta2 para cada caso de carregamento analisado. A Figura 7.12 apresenta os resultados de Eta2 para 8,45kN de carregamento, a Figura 7.13 para 13,34kN, a Figura 7.14 para 20,91kN, a Figura 7.15 para 31,14kN, a Figura 7.16 para 35,58kN e a Figura 7.17 para 37,00kN.

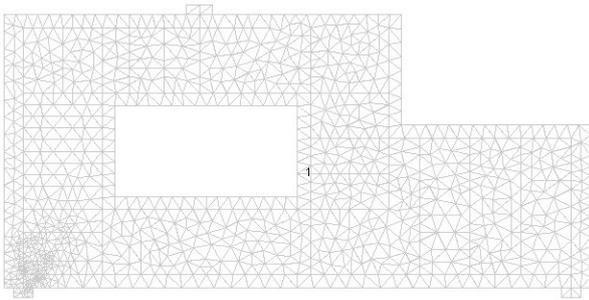


Figura 7.12 - Eta₂ para 8,45 kN de carregamento.

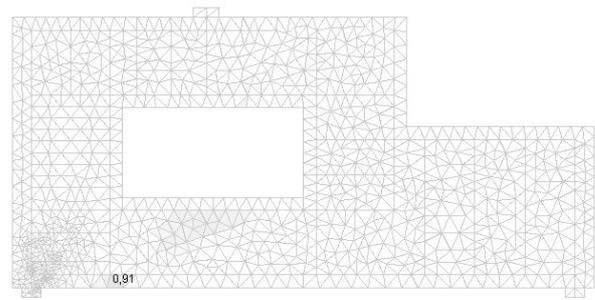


Figura 7.13 - Eta₂ para 13,34 kN de carregamento.

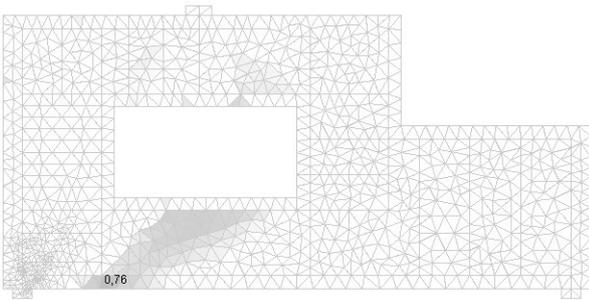


Figura 7.14 - Eta₂ para 20,91 kN de carregamento.

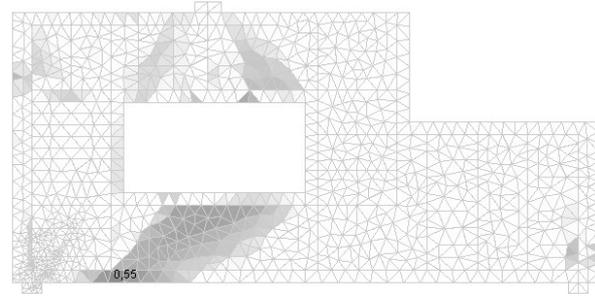


Figura 7.15 - Eta₂ para 31,14 kN de carregamento.

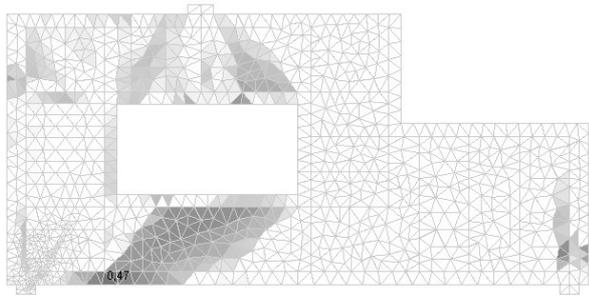


Figura 7.16 - Eta₂ para 35,58 kN de carregamento.

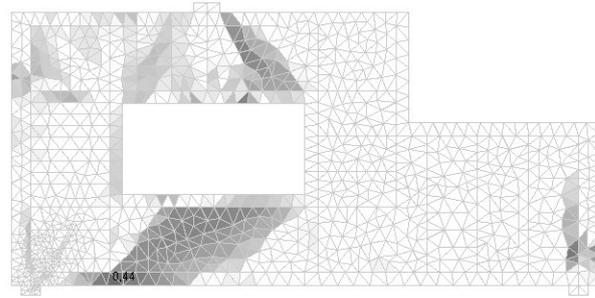


Figura 7.17 - Eta₂ para 37,00 kN de carregamento.

As interferências das armaduras na resistência dos elementos de concreto com o aumento de carga é ilustrada nas figuras anteriores. Porém o mapa do Eta₂ não representa o mapa da ruptura, sendo que não necessariamente os elementos de concreto mais afetados pelas deformações laterais impostas serão os primeiros elementos a sofrerem ruptura. Para conhecer os primeiros elementos a romper, faz necessária a visualização da opção “*concrete relative stress*”. Nessa visualização é possível perceber em azul a direção das tensões de compressão, e a escala de cinza mostra quanto mais escuro tiver o elemento, mais a tensão solicitante se aproxima da resistente. A Figura 7.18, a Figura 7.19, a Figura 7.20, a Figura 7.21, a Figura 7.22, e a Figura 7.23, apresentam essas visualizações para as principais cargas analisadas.

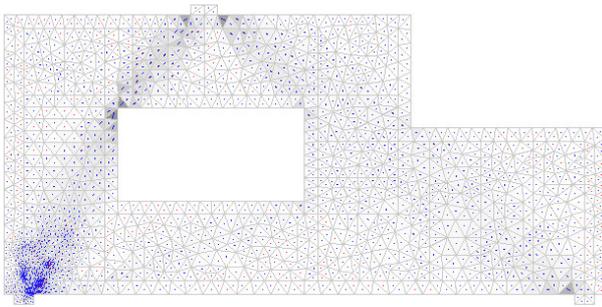


Figura 7.18 - *Concrete relative stress* 8,45 kN de carregamento.

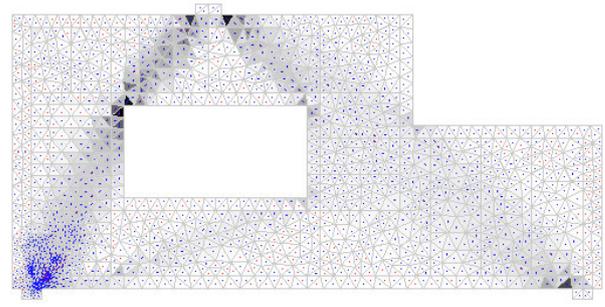


Figura 7.20 - *Concrete relative stress* 20,91 kN de carregamento.

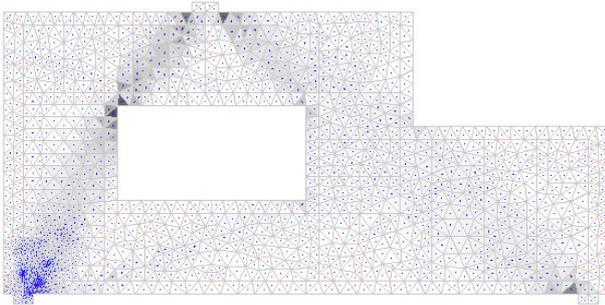


Figura 7.19 - *Concrete relative stress* 13,34 kN de carregamento.

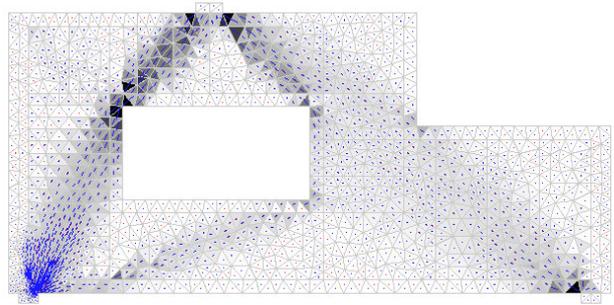


Figura 7.21 - *Concrete relative stress* 31,14 kN de carregamento.

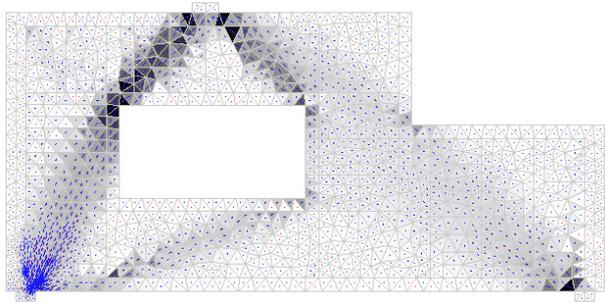


Figura 7.22 - *Concrete relative stress* 35,58 kN de carregamento.

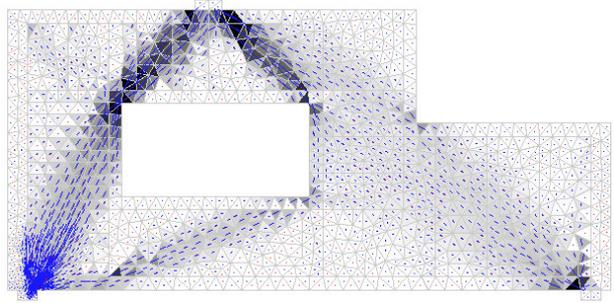


Figura 7.23 - *Concrete relative stress* 37,00 kN de carregamento.

Tais figuras ilustram muito bem a formação das escoras, bem como a aproximação das mesmas à ruptura com o aumento da carga aplicada. As regiões mais críticas são mais escuras. No caso da Figura 7.23, é possível identificar que provavelmente a ruptura acontecerá próximo da aplicação da carga.

Para o aço a situação é semelhante a do concreto, cada aço tem uma propriedade diferente, conforme apresenta a Tabela 7.1, conseqüentemente cada tirante tem uma tensão resistente. O diagrama *Steel Relative Stress* apresentado na Figura 7.24, mostra relação entre as tensões atuantes no aço com as tensões resistentes. Se caso a tensão atuante alcançar a tensão de escoamento, as barras de aço serão apresentadas em cor bordô. Na Figura 7.24 é possível identificar que nenhum elemento de aço atingiu a tensão de escoamento.

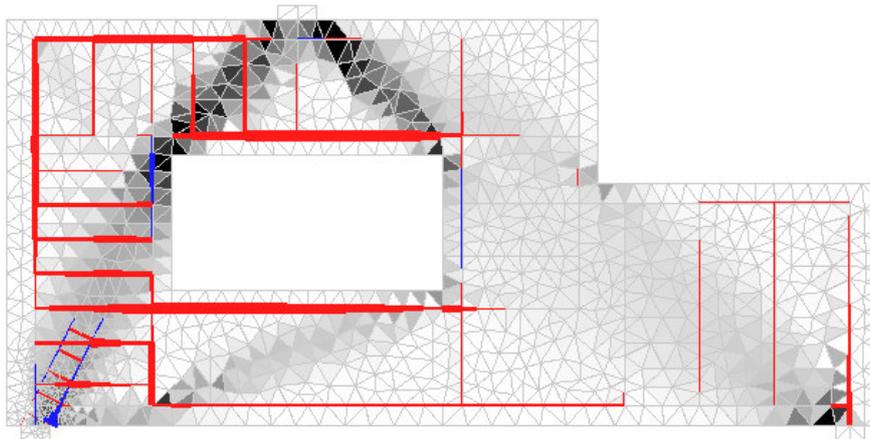


Figura 7.24 - *Steel relative stress* 37,00 kN de carregamento.

As próximas figuras apresentam os resultados obtidos através da simulação com a carga de 37,46 kN, carga caracterizada como carga de ruptura pelo programa JCONC. A Figura 7.25 apresenta o mapa de η_2 , sendo que as regiões mais escuras são as áreas com valor de η_2 mais próximo de zero, ou seja, as regiões mais influenciadas pelas interferências laterais.

Figura 7.26 apresenta o *concrete relative stress*, a Figura 7.27 o *steel relative stress*, e a Figura 7.28 a deformada da amostra estudada, todos para a última carga analisada pelo JCONC.

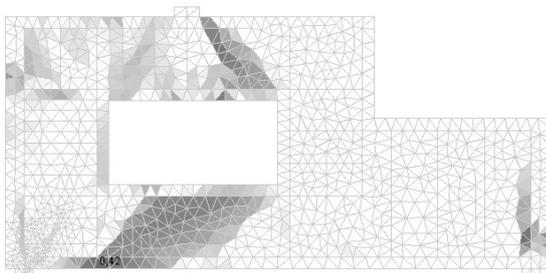


Figura 7.25 - η_2 para 37,46 kN de carregamento.

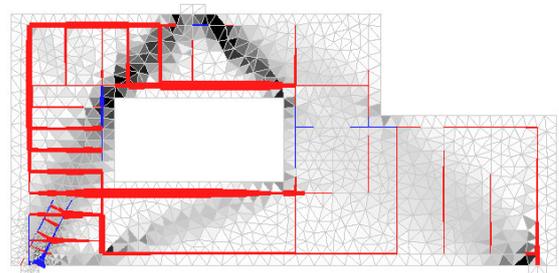


Figura 7.27 - *Steel relative stress* 37,46 kN de carregamento.

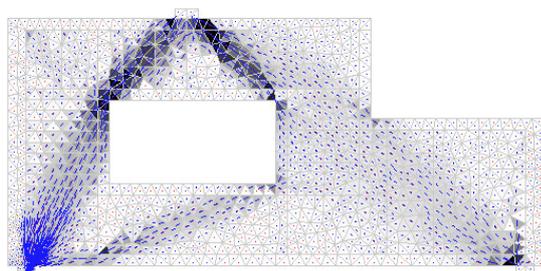


Figura 7.26 - *Concrete relative stress* 37,46 kN de carregamento.

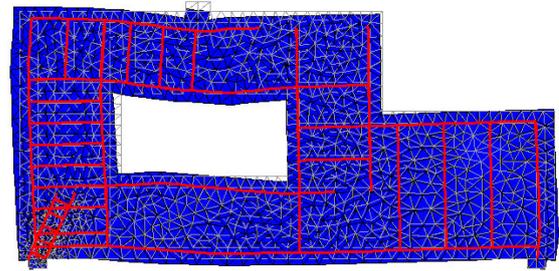


Figura 7.28 - Deformada 37,46 kN de carregamento.

A Tabela 7.2 apresenta os resultados dos elementos de concreto ordenados pelo maior índice de resistência f_{sd}/f_{rd} para o menor, sendo assim fica possível buscar o posicionamento dos primeiros elementos que teoricamente atingiram a tensão resistente.

Tabela 7.2 – Resultados de dois elementos de concreto para a carga de ruína 37,46 kN.

Elements	Strain 1	Strain 2	Alpha	Sigma 1	Sigma 2	Eta 2	frd	Ratio (fsd/frd)
1954	0,00291	-0,00065	-0,664	0,003	-18,533	0,772	18,528	1,000270
617	0,00305	-0,0008	-0,682	0,003	-18,194	0,758	18,192	1,000110

A Figura 7.29 e a Figura 7.30, apresenta o posicionamento do elemento 1954, sendo a segunda com zoom. Já a Figura 7.31 e a Figura 7.32 apresentam o posicionamento do elemento de concreto 617.

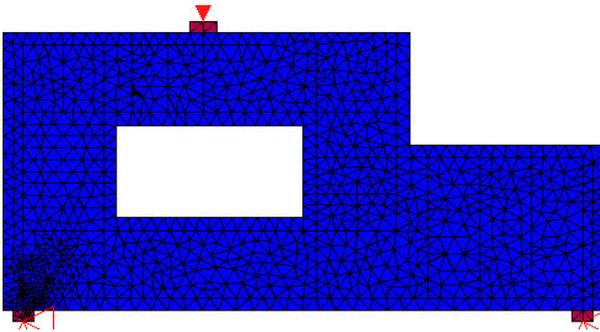


Figura 7.29 – Elemento 1954 (Um dos primeiros a atingir a resistência).

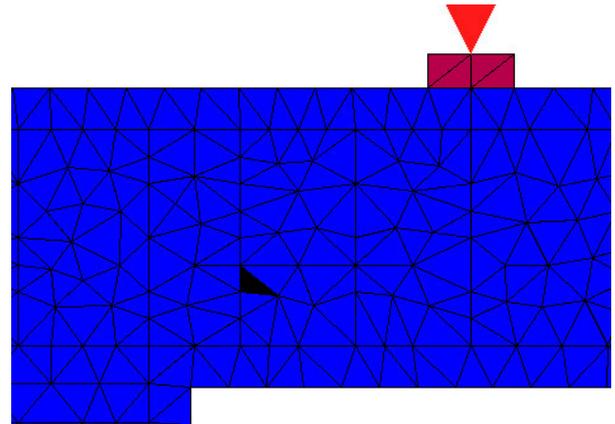


Figura 7.30 – Zoom no elemento 1954 (Um dos primeiros a atingir a resistência).

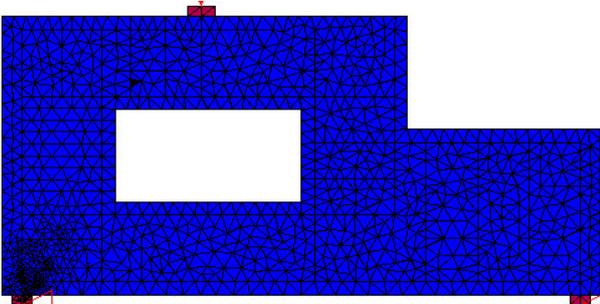


Figura 7.31 - Elemento 617 (Um dos primeiros a atingir a resistência).

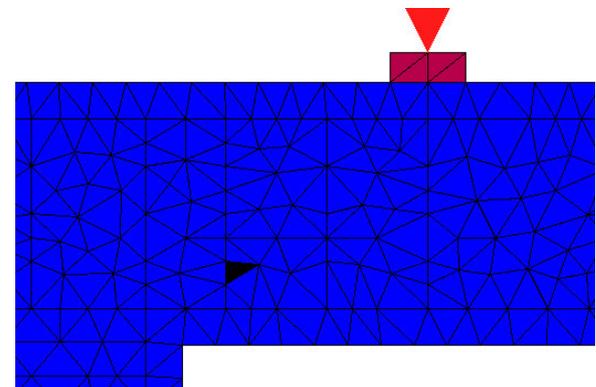


Figura 7.32 - Zoom no elemento 617 (Um dos primeiros a atingir a resistência).

É válido salientar que os dois elementos apresentados nas figuras anteriores estão afetados por deformações laterais impostas. Na Tabela 7.2 os valores de Eta_2 para os elementos 1954 e 617 são 0,772 e 0,758 respectivamente, a NBR 6118/2014 estipula valor menor para as escoras de concreto comprimidas cruzadas por tirantes tracionados (ver item 4 desse trabalho “bielas atravessadas por mais de um tirantes, ou nós CTT ou TTT $f_{cd2} = 0,60 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$ ”) o método além de representar bem a realidade, pode ser tido com econômico nesse ponto de vista.

A Tabela 7.3 apresenta os resultados da análise da amostra em questão, pela associação do Método dos Elementos Finitos com os critérios do Método dos Campos de Tensão (JCONC). A primeira coluna apresenta as cargas aplicadas, a segunda e terceira coluna apresentam os deslocamentos dos nós, no centro da viga e logo abaixo da carga, respectivamente. Da coluna quatro até a sete estão apresentadas as tensões no concreto, da oito até a dez, as tensões no aço.

Tabela 7.3 – Resultados da análise pelo JCONC amostra 4

Carga	Deflexões		Tensão no concreto				Tensão no aço		
	Centro da viga (mm)	Abaixo da carga (mm)	Resistente Crítico(MPa)	Solicitante Crítico(MPa)	S/R Ponto crítico	S/R x (1-Erro)	Resistente Crítico(MPa)	Solicitante Crítico(MPa)	S/R Ponto crítico
0,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8,45	- 0,067	- 0,100	24,000	- 14,929	0,6220	0,620	313,000	36,071	0,1152
13,34	- 0,111	- 0,158	24,000	- 23,646	0,9853	0,976	313,000	56,942	0,1819
20,91	- 0,182	- 0,251	24,000	- 23,998	0,9999	0,996	517,000	- 173,726	0,3360
26,69	- 0,252	- 0,348	24,000	- 24,000	1,0000	0,995	517,000	- 276,465	0,5347
30,00	- 0,309	- 0,420	24,000	- 23,999	1,0000	0,997	517,000	- 340,305	0,6582
31,00	- 0,332	- 0,447	24,000	- 24,000	1,0000	0,995	517,000	- 354,744	0,6862
31,14	- 0,336	- 0,451	24,000	- 24,000	1,0000	0,996	517,000	- 356,794	0,6901
32,00	- 0,356	- 0,474	24,000	- 23,999	1,0000	0,997	517,000	- 370,344	0,7163
33,00	- 0,381	- 0,502	23,808	- 23,819	1,0005	0,995	517,000	- 386,714	0,7480
35,00	- 0,431	- 0,561	19,248	- 19,255	1,0004	0,995	517,000	- 420,114	0,8126
35,58	- 0,446	- 0,579	21,408	- 21,414	1,0003	0,997	517,000	- 430,513	0,8327
36,00	- 0,457	- 0,592	18,744	- 18,753	1,0005	0,996	517,000	- 438,055	0,8473
37,00	- 0,498	- 0,670	20,184	- 20,189	1,0002	0,996	517,000	- 461,192	0,8921
37,10	- 0,504	- 0,680	18,312	- 18,312	1,0000	0,995	517,000	- 463,947	0,8974
37,20	- 0,592	- 0,687	19,992	- 19,993	1,0001	0,990	565,000	203,408	0,3600
37,30	- 0,598	- 0,694	19,896	- 19,904	1,0004	0,997	517,000	- 468,884	0,9069
37,40	- 0,600	- 0,698	18,552	- 18,559	1,0004	0,995	565,000	- 423,747	0,7500
37,42	- 0,601	- 0,700	19,800	- 19,804	1,0002	0,993	565,000	207,435	0,3671
37,44	- 0,602	- 0,701	18,192	- 18,193	1,0001	0,994	565,000	207,797	0,3678
37,46	- 0,521	- 0,705	18,528	- 18,533	1,0003	0,996	517,000	- 472,016	0,9130

É possível perceber logo no início dos carregamentos (13,14 kN) o aparecimento de um elemento de concreto com índice de resistência próximo de 1, embora o elemento de aço mais solicitado esteja sofrendo carregamento de aproximadamente 18% do valor característico. Mesmo assim a estrutura resistiu a carregamentos bem maiores, só rompendo alguns elementos de concreto quando a armadura mais solicitada se encontrava com índice de resistência igual a 91%.

A ruptura a partir da simulação foi configurada como ruptura frágil, ou seja, ruptura de elementos de concreto antes do escoamento das armaduras, assim como apresentado em LEY et al (2007). A ruína da estrutura segundo o programa JCONC é configurada quando algum elemento de concreto atinge o limite da resistência e o método numérico não converge. Porém os códigos geralmente estipulam uma deformação limite tanto para concreto ($\epsilon_{cu}=3,5\%$) quanto para o aço ($\epsilon_{aço}=10\%$), nesse caso o programa não produz nenhum tipo de aviso. Tais discussões serão mais aprofundadas no Capítulo 8.

Segundo LEY et al (2007) a amostra 4 teve ruptura frágil logo abaixo do ponto de aplicação de carga, o mesmo autor apresenta um croqui da formação das fissuras (Figura 7.33). O posicionamento dos elementos 1954 e 617 no programa JCONC aponta que o programa conduziu a um ótimo resultado não somente no que diz respeito o valor da ruptura ELU, como também no posicionamento dos primeiros elementos a se romperem.

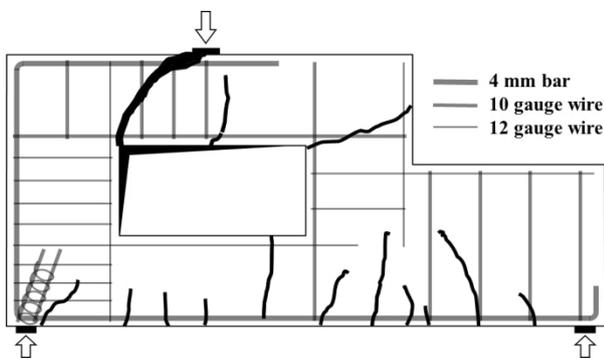


Figura 7.33 – Formação das fissuras.

Fonte: LEY et al (2007)

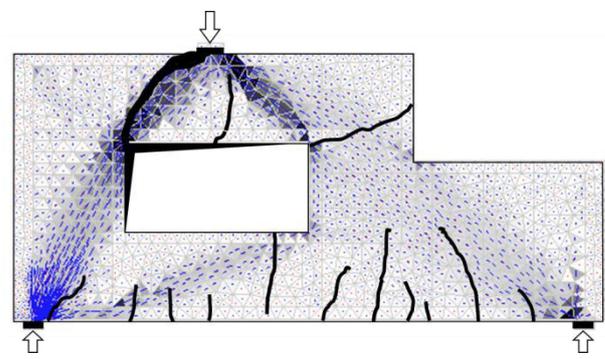


Figura 7.34 – Sobreposição do *concrete relative stress* e o croqui de formação de fissuras de LEY et al (2007)

A Figura 7.34 é resultado da sobreposição da Figura 7.33 com a Figura 7.26 com o objetivo de mostrar a semelhança entre a aparição das fissuras no modelo real, com o posicionamento dos elementos sujeito a esforços próximos à tensão resistente (elementos mais escuros).

Sendo o valor de 37,46 kN tomada como a carga de ruína para o JCONC, adotando como valor real, o 38,25kN encontrado nos ensaios de LEY et al (2007), o erro relativo é 2,06%. Tal erro pode ser explicado pelas negligências praticadas pelo programa JCONC, entre elas, a não consideração da resistência à tração do concreto, intertravamento dos grãos, e o efeito pino.

Baseado nisso é possível afirmar que o programa pode oferecer grandes vantagens no que diz respeito à análise de elementos especiais de concreto. Visto que o programa necessita de poucos parâmetros referente aos materiais, o que muitas vezes torna possível a prática dessas metodologias em escritórios de projeto de estruturas.

Embora o valor de ruptura e também o posicionamento da formação das primeiras fissuras foram bastante precisos, a curva carga x deflexão produzida pelo programa JCONC ficou bastante distinta da obtida nos ensaios experimentais de LEY et al (2007). A Figura 7.35 apresenta os resultados das duas situações sobrepostas.

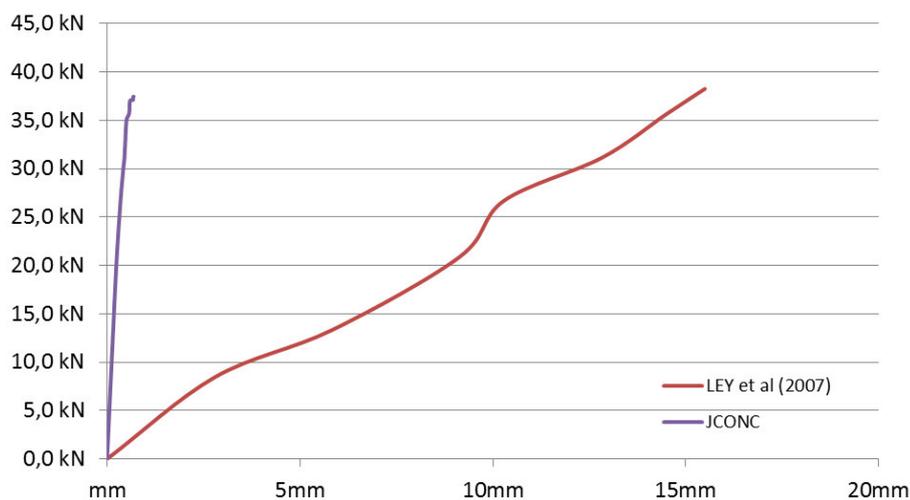


Figura 7.35 – Curva Carga x Deflexão (Experimental e JCONC).

Na Figura 7.35 é possível perceber a grande diferença entre os resultados, diferença essa que pode ser explicada pela ausência de informação no trabalho de LEY et al (2007) no que diz respeito ao ponto de medição dos deslocamentos. Segundo LEY et al (2007), os deslocamentos em seus ensaios foram medidos no ponto de aplicação da carga. Uma das maneiras de interpretar tal informação, é que o ponto de monitoramento ficou logo abaixo da carga (na interface entre placa e concreto), assim como feito no JCONC. Uma outra maneira de interpretar seria, que a medida foi feita a partir do deslocamento do pistão de aplicação de carga. Nesse último caso, além dos resultados não serem relevantes (não descrevem o comportamento da estrutura), os resultados obtidos através do programa JCONC seriam totalmente inválidos.

A Figura 7.36 apresenta a curva carga x deslocamento do ponto de monitoramento, somente para os resultados obtidos através do programa JCONC, nessa é possível observar que realmente a viga teve ruptura frágil, tendo em vista que o patamar de escoamento não foi configurado.

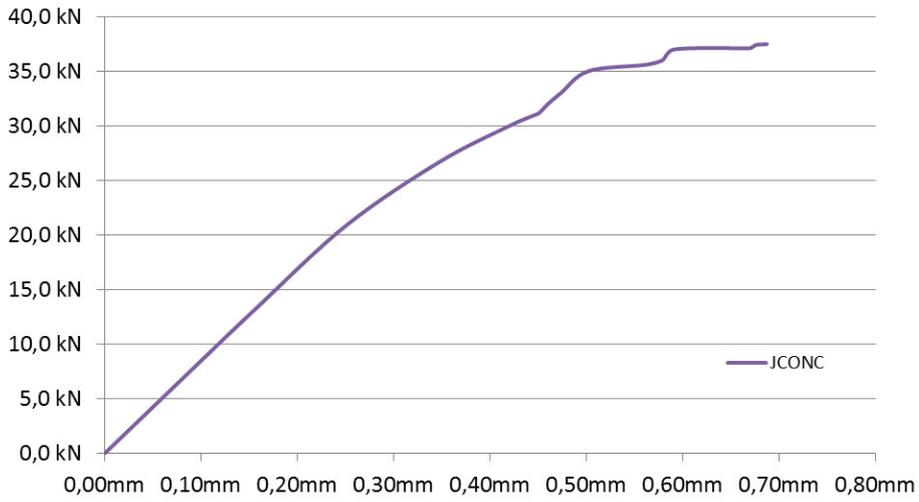


Figura 7.36 - Curva Carga x Deflexão (JCONC).

8 VIGA-PAREDE SEGUNDO NBR6118/2014

Com o objetivo de comparar o Método das Bielas e o Método dos Campos de Tensão foi proposta a modelagem de uma viga-parede sem abertura, conforme apresentado na Figura 8.1. As dimensões da tal elemento foram propostas para atender o item 22.4.1 da NBR 6118/2014, ou seja, a relação l/h deve ser inferior a 2. A carga característica aplicada à viga P_k é de caráter variável (acidental).

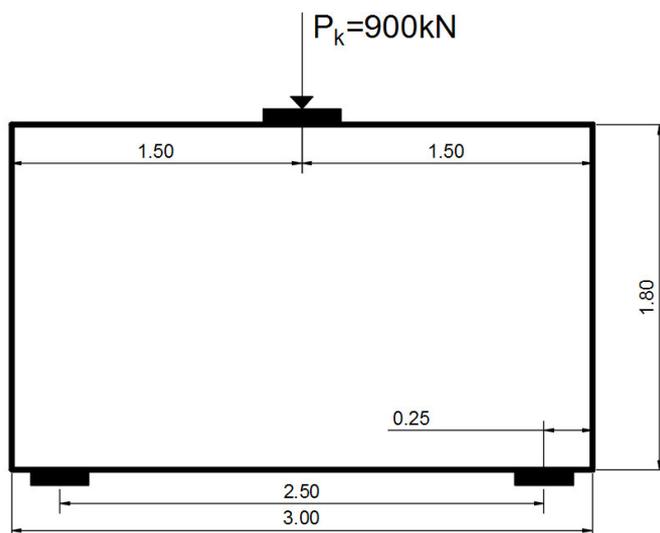


Figura 8.1 – Viga-parede proposta

O dimensionamento foi feito para classe de agressividade urbana (II), levando a um cobrimento de 30 mm de acordo com a Tabela 7.2 da mesma norma. A largura (b) da viga é igual a 25cm, o f_{ck} do concreto escolhido foi de 30 MPa, e por fim foram utilizados aços CA50 com $f_{yk}=500$ MPa para as armaduras principais e CA60 $f_{yk}=600$ Mpa para as armaduras de malha.

A Figura 8.2 apresenta os Campos elásticos de tração extraídos do programa JCONC, já a Figura 8.3 apresenta os Campos elásticos de compressão, também extraídos do programa JCONC.

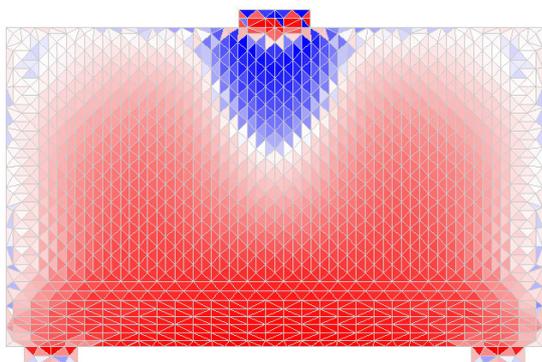


Figura 8.2 – Campos elásticos de tração.

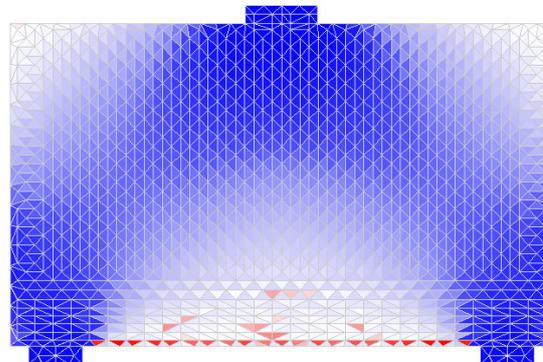


Figura 8.3 – Campos elásticos de compressão.

8.1 Método das Bielas

Através da visualização dos campos elásticos de tração e de compressão, se torna possível propor um Modelo de Bielas (escoras e tirantes) com o objetivo de dimensionar os tirantes, verificar as escoras e as regiões nodais. A Figura 8.4 é uma sobreposição do Modelo de Bielas proposto para tal problema com o gráfico “*relative stress*” do JCONC na opção elástico linear.

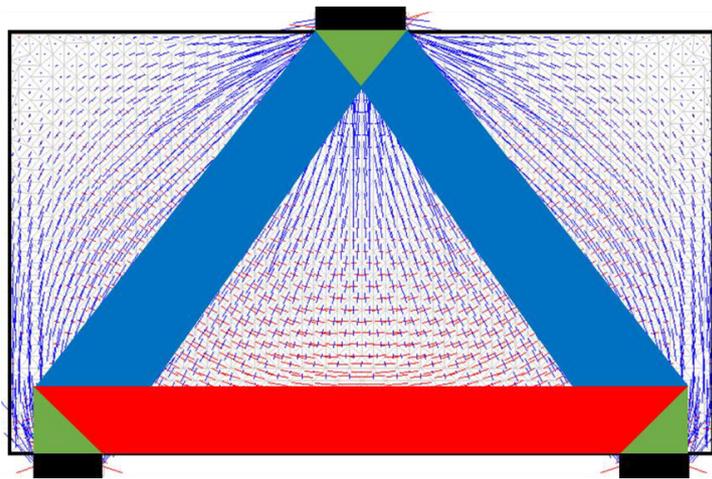


Figura 8.4 – Modelos de Bielas sobreposto ao relative stress (elástico)

As linhas em azul ao fundo da Figura 8.4 sugerem regiões de compressão, já as vermelhas as regiões de tração. Na mesma figura as hachuras azuis representam os trechos adotados com escoras, os vermelhos como os trechos que receberão os tirantes, já os verde são as interseções dessas duas categorias de regiões, configurando os nós.

Através do contido no item 22.4.4.1 da NBR 6118/2014, foi encontrada a região em que os tirantes deverão ser distribuídos, ou seja, em 15% da altura total. Essa região é mostrada na Figura 8.5.

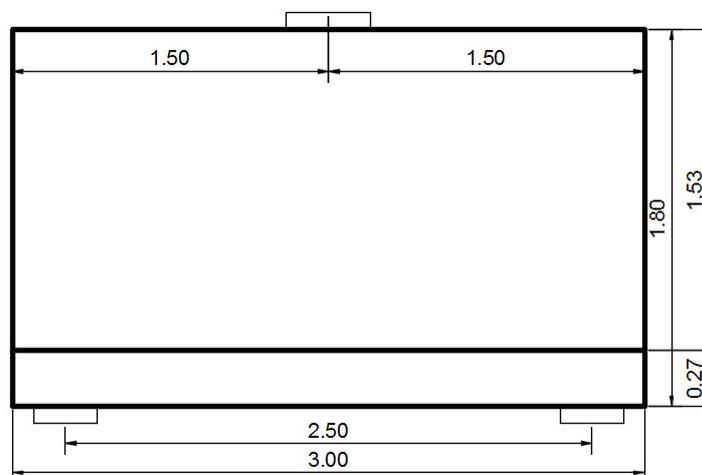


Figura 8.5 – Viga-parede (região de distribuição dos tirantes)

8.1.1 Cálculo Manual

Afim de se conhecer a treliça equivalente com precisão (Método das Bielas) é preciso dimensionar as placas de aplicação de cargas. Embora ainda não se tenha a treliça, por simetria pode-se determinar as reações de apoio da mesma, sendo que metade da carga aplicada vai para cada apoio. Como a carga característica é de origem acidental (variável), pela Tabela 11.1 da NBR 6118/2014 para combinação normal ultima o coeficiente γ_f é igual a 1,4. Sendo assim:

$$P_d = 900 \text{ kN} \times 1,4 = 1260 \text{ kN} \quad \text{Equação 8.1}$$

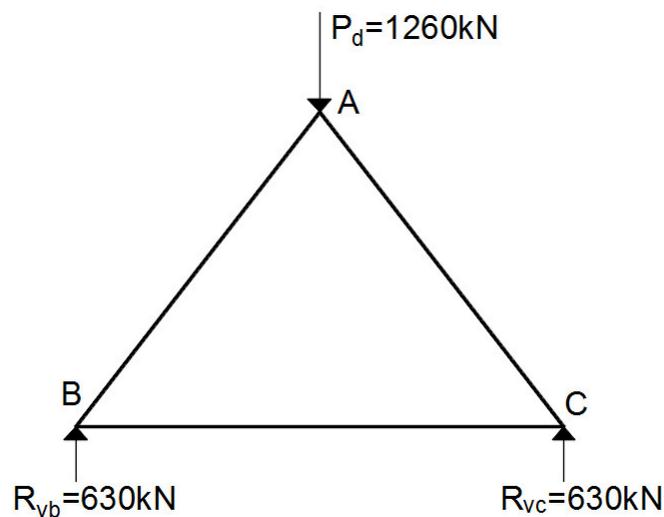


Figura 8.6 – Reações de apoio na treliça equivalente

A Figura 8.6 mostra as reações de apoio calculadas por simetria, e com esses dados é possível dimensionar as placas de apoio. No nó A (ponto de aplicação da carga) a placa sofrerá uma carga igual a $P_d=1260\text{kN}$, sendo o nó A um nó do tipo CCC. Pelo item 22.3.2 da NBR 6118/2014 tem-se que a tensão atuante no nó não pode superar o valor obtido através da Equação 4.1 ($f_{cd1} = 0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$), Com α_{v2} definido no item 17.5.1.5 da norma em questão, tem-se:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88 \quad \text{Equação 8.2}$$

Com isso:

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 16,03 \text{ MPa} \quad \text{Equação 8.3}$$

A tensão que a placa causa no concreto por contato pode ser calculada através da simples relação $\frac{P_d}{A_{placa}}$, onde P_d é a carga de cálculo e A_{placa} é a área da placa. Sendo assim:

$$\frac{P_d}{A_{placa}} \leq f_{cd1} \quad \text{Equação 8.4}$$

Inicialmente será adotada que a placa terá a mesma largura da viga $b=25\text{cm}$, deixando somente o valor de L_p (comprimento da placa) para ser determinado.

$$\frac{1260}{25 \cdot L_p} \leq 1,603 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{Equação 8.5}$$

$$L_p \geq 31,44 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{L_p = 40cm} \quad \text{Equação 8.6}$$

Sendo assim a placa utilizada no ponto de aplicação da carga nó A, será de 25cm x 40cm.

O dimensionamento das placas dos apoios (nós B e C) foram feitos da mesma maneira que a placa anterior, porém a força de cálculo utilizada foram as reações de apoio P_d (630kN). Outra alteração em relação ao dimensionamento da placa anterior acontece na tensão admissível na mesma, de acordo com o estabelecido no item 4.1.3 deste trabalho os nós B e C podem ser CCT ou CCC. Para poder considerar os nós B e C como CCC, seria preciso garantir que o tirante que passa por esse mesmo nó descarregasse por trás do mesmo, como mostra a Figura 4.7 na linha do nó CCT (Nó do tipo CCT concentrado). Para o presente objetivo (dimensionamento da placa) foi considerado a pior situação, ou seja, foi adotado que os nós B e C são CCT (no caso do tirante apoiar dentro do nó). Sendo assim, de acordo com NBR 6118/2014 as tensões atuante nesses nós devem f_{cd3} , substituindo os respectivos valores com $\alpha_{v2} = 0,88$.

$$f_{cd3} = 0,72 \cdot 0,88 \cdot \frac{30}{1,4} = 13,57 \text{ MPa} \quad \text{Equação 8.7}$$

Com isso:

$$\frac{630}{25 \cdot L_p} \leq 1,357 \text{ kN/cm}^2$$

Equação 8.8

$$L_p \geq 18,57 \text{ cm} \rightarrow L_p = 20 \text{ cm}$$

Equação 8.9

A Figura 8.7 apresenta a viga-parede já com suas placas devidamente dimensionadas. Para traçar as barras da treliça que será utilizada para representar o comportamento da viga-parede em estudo, faz-se necessário conhecer a posição analítica de cada nó, ou seja, os vértices da treliça em questão.

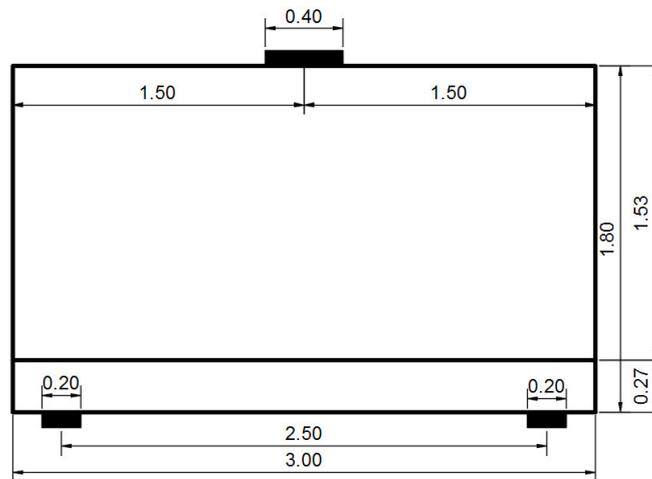


Figura 8.7 – Viga-parede com as dimensões das placas

A posição dos nós B e C da referida treliça pode ser facilmente identificada pela interseção da linha horizontal que passa pelo centro da região do tirante, ou seja, a $27/2=13,5\text{cm}$ do limite inferior da viga, com a linha vertical que passa pelo centro de cada apoio. A Figura 8.8 representa a posição dos referidos nós através de um “X”.

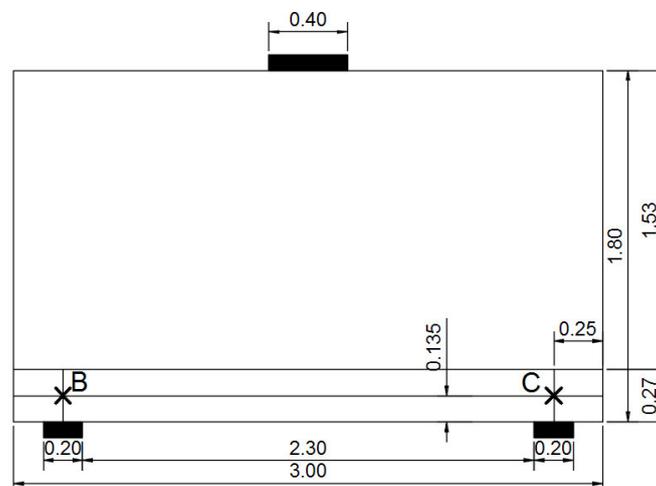


Figura 8.8 – Posição analítica dos nós B e C.

Com objetivo de conhecer a força de compressão horizontal que acontece no nó A, é preciso dividir a carga aplicada em duas, sendo que as mesmas serão aplicadas nas metades correspondentes da placa, como mostra a Figura 8.9.

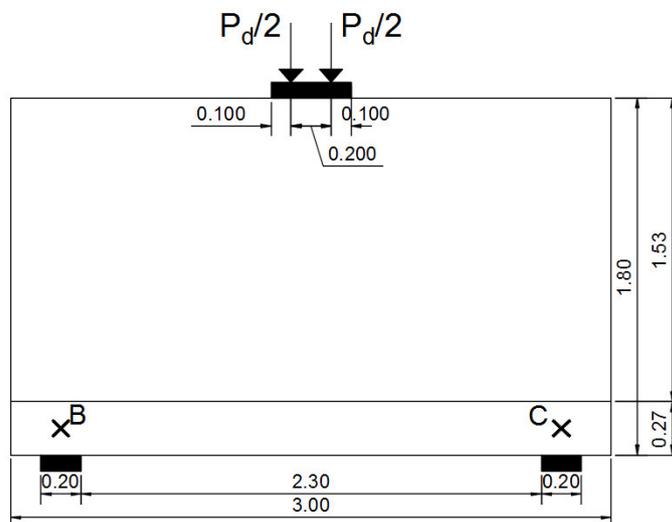


Figura 8.9 – Posição das forças nó A.

Portanto, os nós analíticos que compõem o nó A se localizam na interseção das linhas verticais que passam pelas cargas, com as linhas diagonais que ligam os nós B e C, com o centro da interface concreto x placa. A Figura 8.10 mostra como foi feito esse traçado, sendo que os nós analíticos em questão também foram representados através de um “x”.

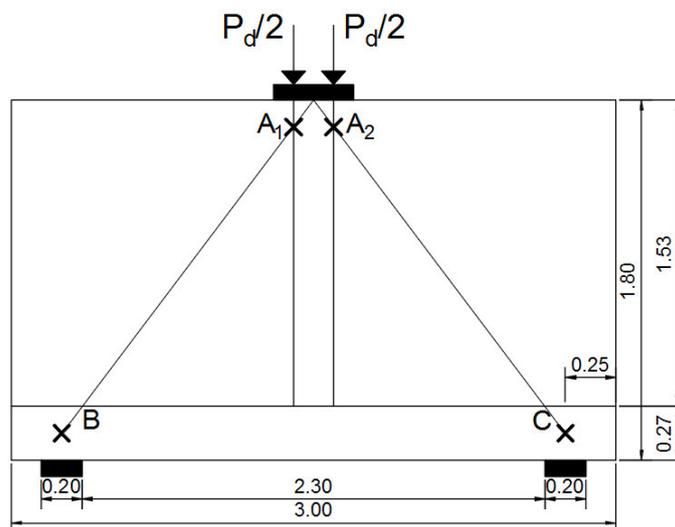


Figura 8.10 – Localização dos nós A1 e A2.

Conhecidos os nós analíticos que formam a presente treliça, basta conectar os nós através de barras (bielas). É importante salientar a importância de barras estabilizadoras em alguns Modelos de Bielas, nesse caso por exemplo será preciso para garantir a estabilidade estática da treliça uma barra diagonal

conectando o nó A₁ com C. A Figura 8.11 mostra a treliça a ser calculada para o dimensionamento da viga-parede em estudo.

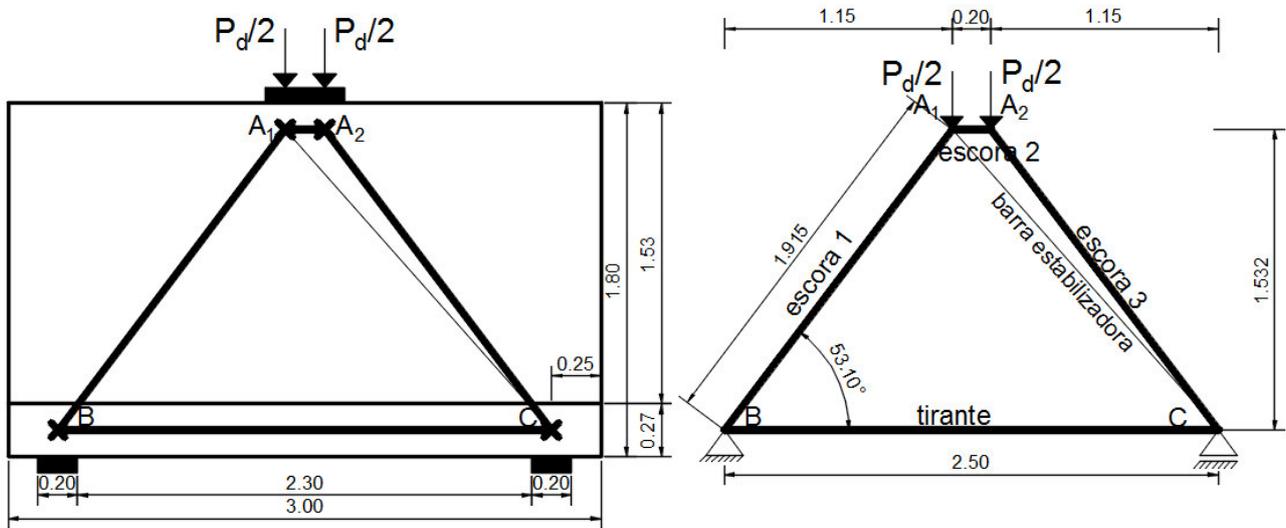


Figura 8.11 – Modelo de escoras e tirantes proposto para viga-parede em estudo.

Os valores das reações de apoio continuam sendo válidos, apesar de terem sido feitos a partir de uma concepção inicial do modelo, a principal justificativa para isso é o fato da estrutura ser simétrica. Conhecido os valores de reação de apoio e inclinação das barras da treliça, é possível então aplicar o equilíbrio dos nós no nó B, assim como mostra a Figura 8.12.

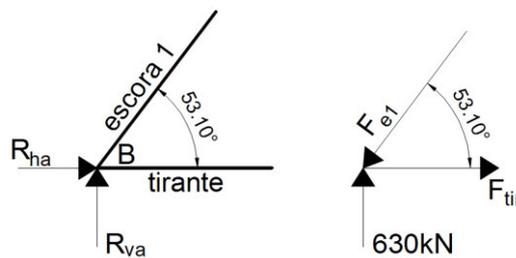


Figura 8.12 – Método dos nós em nó B.

A força no tirante foi adotada de tração e a da escora compressão, com isso o sinal da resposta apontará a orientação correta das mesmas. Aplicando as duas equações de equilíbrio de um nó limitada ao plano é possível obter os valores de F_{e1} e F_{tir} .

$$\sum F_y = 0;$$

Equação 8.10

$$\sum F_x = 0;$$

Equação 8.11

Aplicando a Equação 8.10 e a Equação 8.11, são obtidos as seguintes equações:

$$630 - F_{e1} \cdot \text{sen}(53,10^\circ) = 0 \quad \text{Equação 8.12}$$

$$F_{tir} - F_{e1} \cdot \text{cos}(53,10^\circ) = 0 \quad \text{Equação 8.13}$$

Através da Equação 8.12 e a Equação 8.13 chega-se que a força na escora 1 é igual a **787,81 kN**, e a força no tirante é igual a **473,02 kN**. Os sinais das respostas deram positivos significando que o sentido inicialmente adotado está correto (tração no tirante e compressão na escora).

Sendo assim, resta conhecer a força nas escoras 2 e 3. Para tal feito, aplica-se o Método de Equilíbrio de nós no nó A_2 , como mostra a Figura 8.13. Inicialmente foram adotadas forças de compressão atuando nas escoras, sendo que o sinal da resposta apontará se a hipótese inicial é verdadeira.

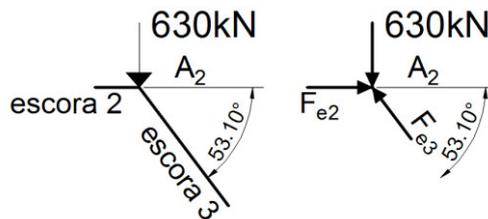


Figura 8.13 – Método dos nós em nó A_2 .

Aplicando as duas equações de equilíbrio para o nó, chega-se às seguintes equações:

$$-630 + F_{e3} \cdot \text{sen}(53,10^\circ) = 0 \quad \text{Equação 8.14}$$

$$F_{e2} - F_{e3} \cdot \text{cos}(53,10^\circ) = 0 \quad \text{Equação 8.15}$$

Obtendo-se a $F_{e3} = 787,81 \text{ kN}$, chega-se a $F_{e2} = 473,02 \text{ kN}$, mostrando que os valores de compressão adotados inicialmente conferem com a resposta. A Figura 8.14 extraída do programa FTOOL, mostra o diagrama de força normal da treliça em questão. As forças positivas são de tração e as negativas de compressão.

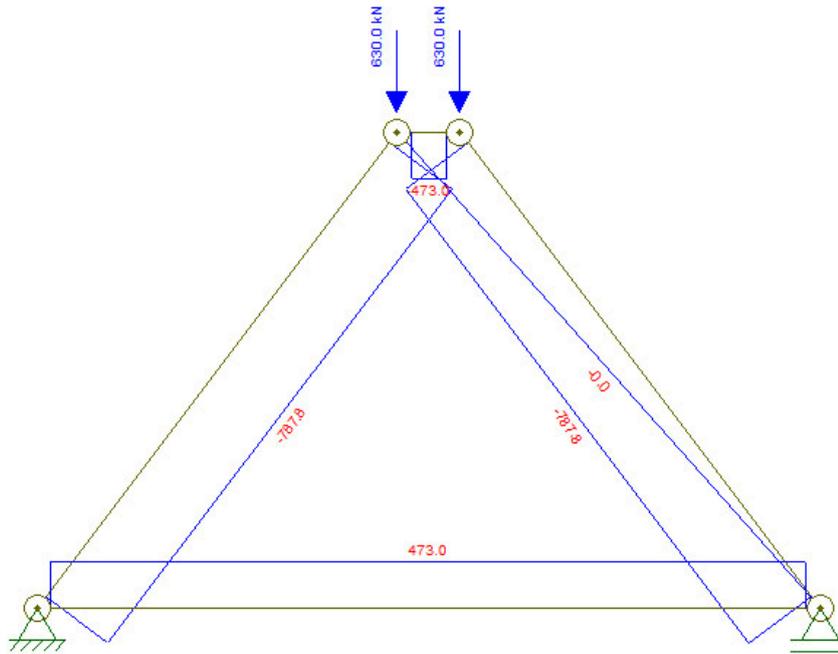


Figura 8.14 – Diagrama de força normal da treliça em questão (FTOOL)

- Dimensionamento dos tirantes

Conhecida as forças atuantes na treliça se faz possível tanto verificar as escoras quanto dimensionar os tirantes. O dimensionamento dos tirantes podem ser feitos atendendo o item 22.3.3 da NBR 6118/2014, conforme a Equação 8.16:

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad \text{Equação 8.16}$$

Sendo F_{sd} a força de cálculo atuante nos tirantes (**473,03kN**).

$$A_s = \frac{473,02}{50/1,15} = 10,88 \text{ cm}^2 \quad \text{Equação 8.17}$$

Para a verificação da ancoragem, serão utilizadas as equações apresentadas no item 4.1.2.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot 30^{2/3} = 2,90 \text{ MPa} \quad \text{Equação 8.18}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 2,90 = 2,03 \text{ MPa} \quad \text{Equação 8.19}$$

$$f_{ctd} = 2,03 / 1,4 = 1,45 \text{ MPa}$$

Equação 8.20

Com $\eta_1 = 2,25$, $\eta_2 = 1,0$ e $\eta_3 = 1,0$.

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,45 = 3,26 \text{ MPa}$$

Equação 8.21

Adotando o diâmetro de 10 mm para os tirantes, pode-se calcular o l_b .

$$l_b = \frac{1}{4} \cdot \frac{50/1,15}{0,326} = 33,34 \text{ cm},$$

Equação 8.22

Verificando o mínimo para $l_b \geq 25 \cdot \phi \rightarrow l_b = 33,34 \text{ cm}$. Sendo o $A_{s,calc} = 10,88 \text{ cm}^2$ conforme Equação 8.17 e utilizando barras de 10 mm, a quantidade necessária de barras será de 14, gerando um $A_{sef} = 11,00 \text{ cm}^2$. Aplicando os valores encontrados anteriormente na Equação 4.10, tem-se:

$$l_{b,nec} = 33,34 \cdot \frac{10,88}{11,00} = 32,98 \text{ cm}$$

Equação 8.23

Afim de que a ancoragem ocorra dentro do nó (para que o nó seja CCT), se torna necessário diminuir o $l_{b,nec}$ aumentando o $A_{s,ef}$. Escolhendo então 15 barras de 10 mm, e o $A_{s,ef}$ passa a valer $11,78 \text{ cm}^2$, de maneira que:

$$l_{b,nec} = 33,34 \cdot \frac{10,88}{11,78} = 30,79 \text{ cm}$$

Equação 8.24

Ainda para que a ancoragem aconteça dentro do nó, a largura da placa passa a ser igual a 30cm. Apesar da largura da placa de apoio ainda ser menor que a exigida em termos de comprimento de ancoragem, a barra mais próxima da extremidade inferior de concreto tem afastamento suficiente para atender o quesito do cobrimento, e o trecho da mesma interceptado pela escora é maior que 30cm, assim como mostra a Figura 8.18. Com isso o tirante passa a ter ancoragem suficiente e a disposição do mesmo pode ser verificada nos próximos passos. Utilizando o item 18.3.2.2 da NBR 6118/2014:

$$a_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \emptyset \\ 1,2 \times \theta_{\text{agregado}} \end{cases}$$

$$a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \emptyset \\ 0,5 \times \theta_{\text{agregado}} \end{cases}$$

Com a_h sendo o espaçamento mínimo horizontal entre as barras, e a_v o espaçamento mínimo vertical das mesmas, para garantir boas condições de concretagem. Adotando o diâmetro do agregado igual a 19mm tem-se os seguintes valores:

$$a_h \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \\ 22,8 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow a_h = 23 \text{ mm}$$

$$a_v \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \\ 9,5 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow a_v = 20 \text{ mm}$$

A Figura 8.15 mostra a distribuição das barras na região do tirante, tanto em corte quanto em vista. Como apontado anteriormente as barras que compõem o tirante devem ser distribuídas em 15% da altura total da viga-parede, fazendo a distribuição em função dessa demanda os espaçamentos tanto vertical quanto horizontal disponíveis ficam maiores que os necessários.

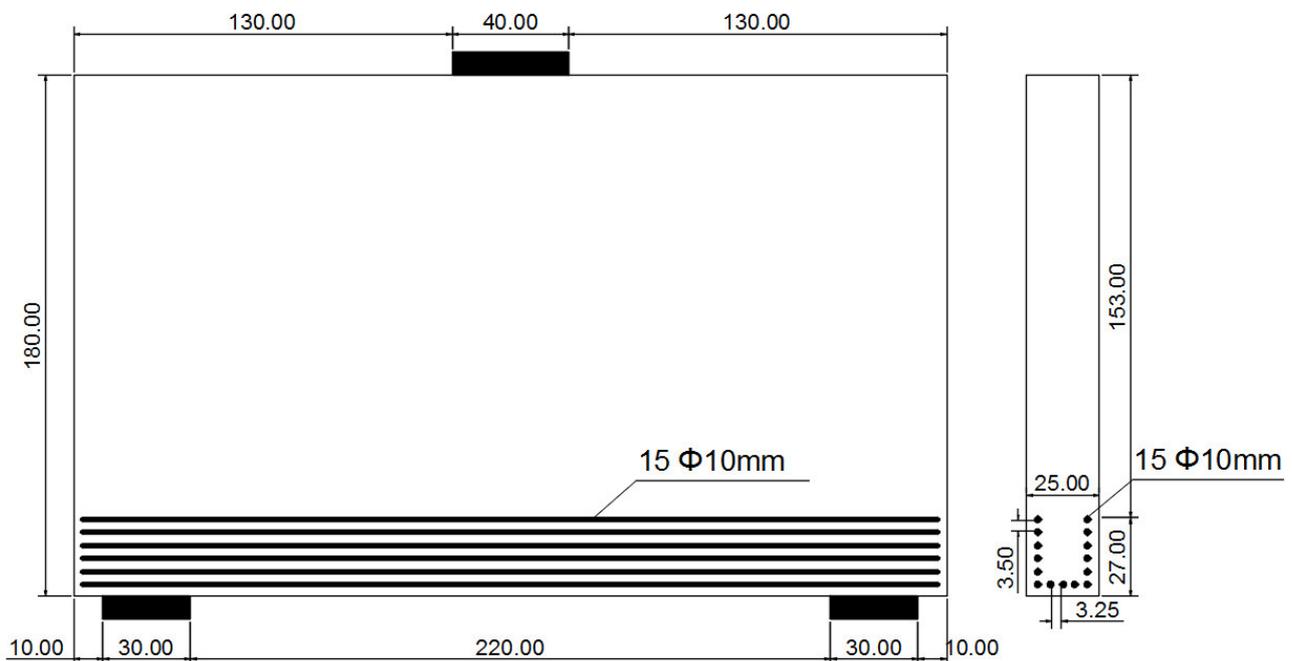


Figura 8.15 – Disposição das barras na região do tirante (cotas em centímetros).

Segundo SCHLAICH (1988) apud SOUZA (2004), o nó apresentado na Figura 8.16 é um nó típico de regiões de apoio em viga-parede.

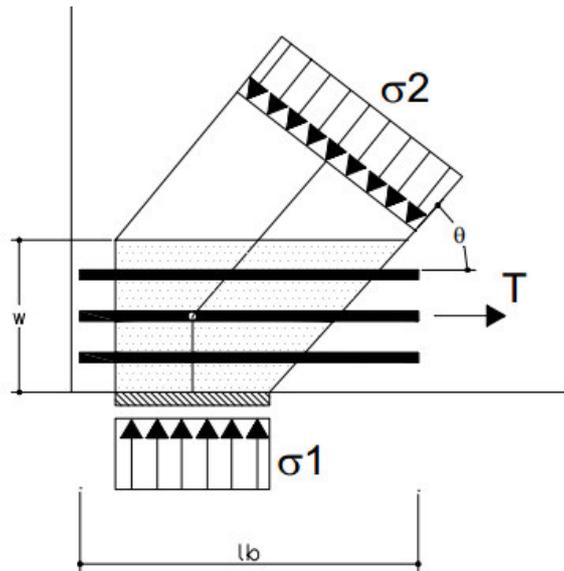


Figura 8.16 - Nó CCT de acordo com Schlaich
 Fonte: SCHLAICH (1988) apud SOUZA (2004)

Sendo assim o traçado do mesmo na presente viga-parede é apresentado na Figura 8.17. Já a Figura 7.18 apresenta o comprimento do trecho do tirante mais próximo da extremidade de concreto interceptado com a escora, ou seja, o trecho ancorado do tirante em questão. Percebe-se que esse trecho é superior ao apresentado na Equação 8.24 (30,79 cm).

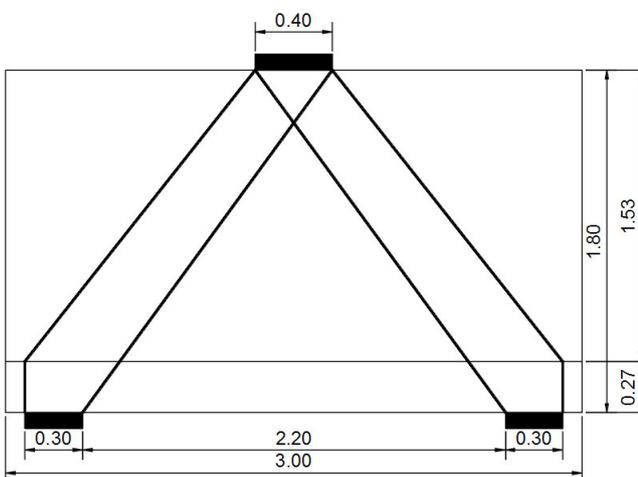


Figura 8.17 – Traçado das escoras.

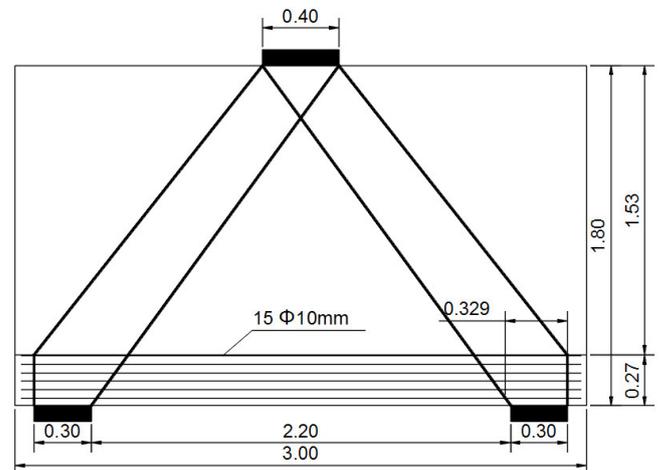


Figura 8.18 – Comprimento de ancoragem da linha inferior de tirante.

- Verificação dos nós

Devidamente dimensionado e detalhado os tirantes, se faz necessário verificar os elementos de concreto, ou seja, ou nós e as escoras. A Figura 8.19 apresenta a viga-parede com o modelo de escoras e tirantes com as dimensões estimadas dos nós e das escoras.

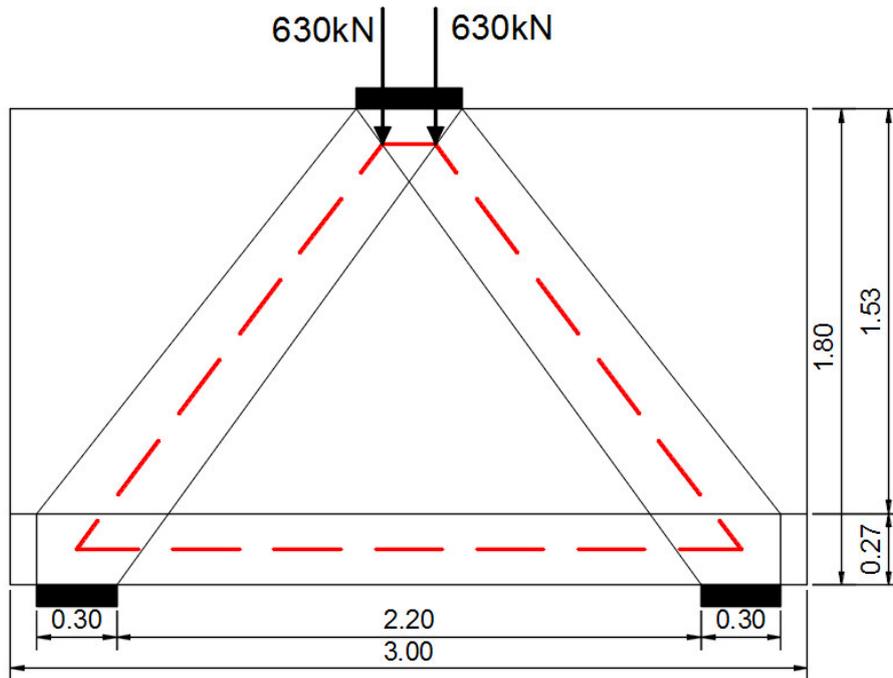


Figura 8.19 – Viga-parede com modelo de escoras e tirantes

A verificação dos nós consiste na comparação da tensão atuante de cálculo com as tensões admissíveis dos referidos nós. A Equação 4.1, a Equação 4.2 e a Equação 4.3 apresentadas no Capítulo 4 definidas pela NBR 6118/2014 serão utilizadas para verificação dos nós da presente viga. A verificação do nó A pode ser feita através da verificação do nó A_1 simétrico ao nó A_2 . A Figura 8.20 apresenta um nó CCC semelhante aos nós A_1 e A_2 .

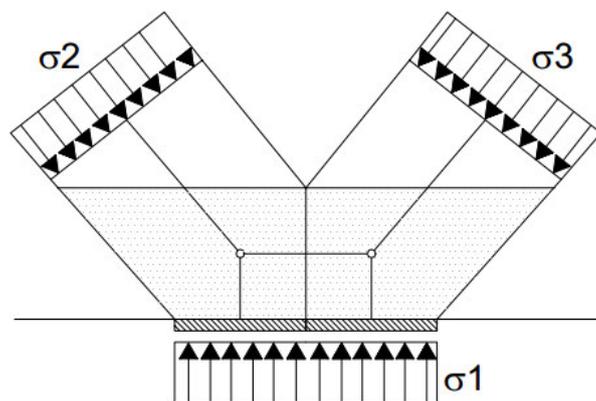


Figura 8.20 - Nó CCC de acordo com Schlaich
Fonte: SCHLAICH (1988) apud SOUZA (2004)

Conhecidas as forças atuantes de cálculo no nó, é possível determinar a tensão atuante através da relação fundamental (Força/Área). A Figura 8.21 apresenta de maneira gráfica as forças atuantes no nó A_1 .

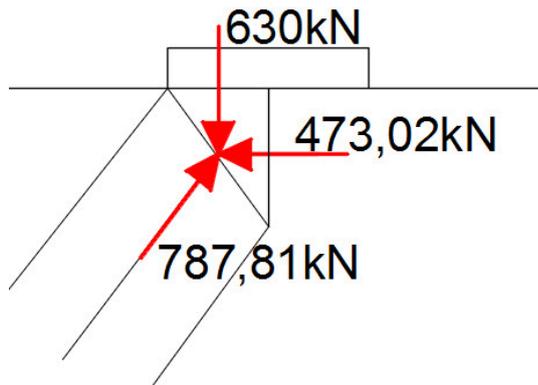


Figura 8.21 – Forças atuantes no nó A1.

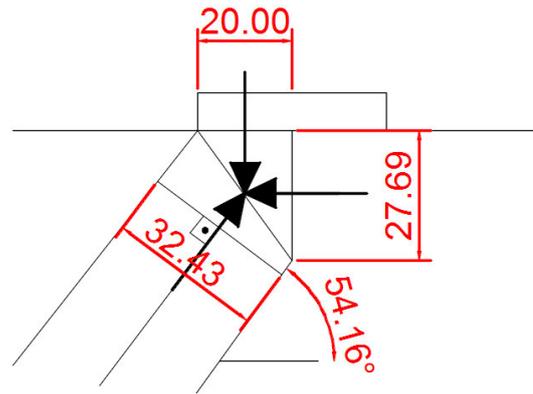


Figura 8.22 – Determinação das áreas no nó A1.

As áreas que recebem as forças mostradas na Figura 8.21 são determinadas pela largura da viga ($b=25\text{cm}$) multiplicado pelo comprimento apresentado na Figura 8.22, obtidos através da Equação 8.25 recomendada pelo ACI-318 (2015).

$$w_s = w_t \cdot \cos(\theta) + l_b \cdot \text{sen}(\theta) \quad \text{Equação 8.25}$$

Onde: $w_t = 27,69\text{cm}$

$$l_b = 20\text{cm}$$

$$\theta = 54,16^\circ$$

$$w_s = 27,69 \cdot \cos(54,16^\circ) + 20 \cdot \text{sen}(54,16^\circ) \quad \text{Equação 8.26}$$

$$w_s = 32,43 \text{ cm} \quad \text{Equação 8.27}$$

Sendo assim a tensão atuante de cálculo no nó A1, pode ser representada pela Equação 8.28.

$$\sigma_{A_1d} \geq \begin{cases} \frac{630}{20 * 25} = 1,26 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{473,02}{27,69 * 25} = 0,68 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{787,81}{32,43 * 25} = 0,97 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} \quad \text{Equação 8.28}$$

$$\sigma_{A_1d} = 1,26 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{Equação 8.29}$$

Como o nó em questão é do tipo CCC o valor limite a ser utilizado pode ser calculado através da Equação 4.1, que já teve seu valor apresentado na Equação 8.3, ($f_{cd1} = 16,03 \text{ MPa} = 1,603 \text{ kN/cm}^2$). Então, $\sigma_{A_1d} < f_{cd1}$, e a segurança do nó A (A_1 e A_2), pôde ser verificada com sucesso.

Segundo a recomendação de MUTTONI et al (2010) os nós B e C devem ser considerados do tipo CCT distribuído (Figura 4.7), isso pelo fato do comprimento de ancoragem estar contido no comprimento do nó e não por trás do mesmo. Os nós B e C são simétricos portanto podem ser verificados através da verificação do nó B. A Figura 8.23 apresenta um típico nó CCT com tirante organizado de maneira distribuída.

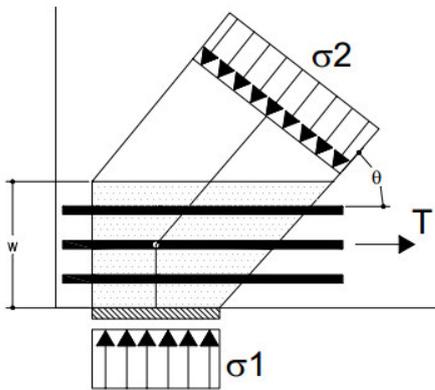


Figura 8.23 - Nó CCT de acordo com Schlaich

Fonte: SCHLAICH (1988) apud SOUZA (2004)

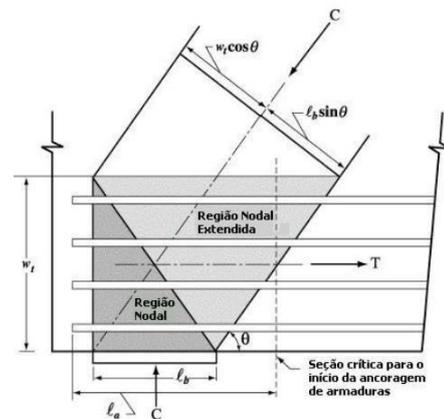


Figura 8.24 – Nó CCT.

Fonte: ACI-318 (2002), adaptado por SOUZA (2004).

As força atuantes no nó B são apresentadas na Figura 8.25, os comprimentos que determinam as áreas solicitadas pelas forças da presente figura são apresentadas na Figura 8.26, obtidas de maneira similar à apresentada anteriormente no cálculo do nó A_1 .

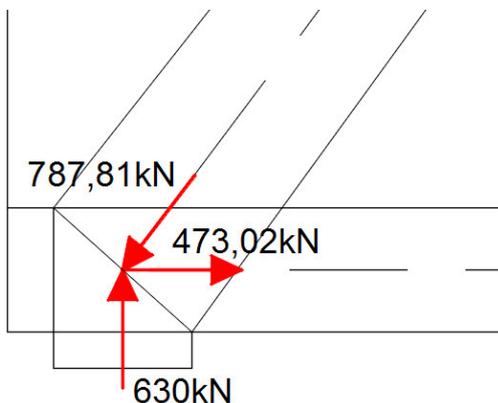


Figura 8.25 – Forças atuantes no nó B.

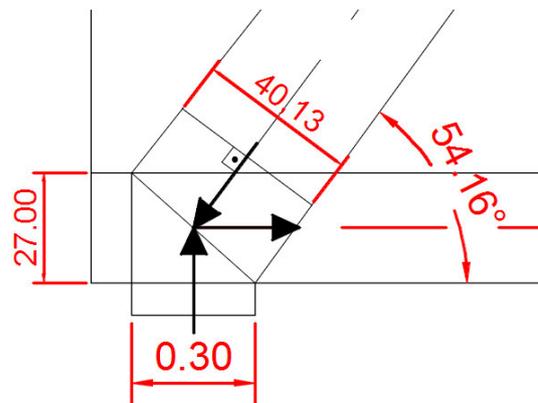


Figura 8.26 – Determinação das áreas do nó B.

No caso no nó CCT, também pode-se aplicar a Equação 8.25, com as dimensões semelhantes às da Figura 8.24.

$$\text{Com: } w_t = 27\text{cm}$$

$$l_b = 30\text{cm}$$

$$\theta = 54,16^\circ$$

$$w_s = 27 \cdot \cos(54,16) + 30 \cdot \text{sen}(54,16) \quad \text{Equação 8.30}$$

$$w_s = 40,13\text{cm} \quad \text{Equação 8.31}$$

$$\sigma_{A_1d} \geq \begin{cases} \frac{630}{30 * 25} = 0,84\text{kN/cm}^2 \\ \frac{473,02}{27 * 25} = 0,70\text{ kN/cm}^2 \\ \frac{787,81}{40,13 * 25} = 0,78\text{ kN/cm}^2 \end{cases} \quad \text{Equação 8.32}$$

$$\sigma_{A_1d} = 0,84\text{ kN/cm}^2 \quad \text{Equação 8.33}$$

Como o nó em questão é do tipo CCT o valor limite a ser utilizado pode ser calculado através da Equação 4.3:

$$f_{cd3} = 0,72 * 0,88 * \frac{30}{1,4} \quad \text{Equação 8.34}$$

$$f_{cd3} = 13,58\text{ MPa} = 1,358\text{ kN/cm}^2 \quad \text{Equação 8.35}$$

Como, $\sigma_{Bd} < f_{cd3}$, e a segurança do nó B e C, pôde ser verificada com sucesso.

- Verificação das escoras

Uma vez conhecido os valores de tensões nos nós, se torna possível verificar as escoras. No presente estudo as escoras são simétricas tanto geometricamente quanto em termos de esforços. Sendo assim, basta fazer a verificação em uma delas. A escora 1, como mostra a Figura 8.14, recebe uma força de

787,81 kN de compressão, a menor largura que essa escora apresenta é na região da aplicação do carregamento conforme mostrado na Figura 8.22 (32,43 cm). Sendo assim a tensão atuante na escora pode utilizada como na Equação 8.28, ou seja:

$$\sigma_{escora1} = \frac{787,81}{32,43 * 25} \quad \text{Equação 8.36}$$

$$\sigma_{escora1} = 0,97 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{Equação 8.37}$$

Como pela escora 1 e 2 passam apenas um tirante, deve-se utilizar a Equação 4.3 recomendada pela NBR 6118/2014, nesse trabalho já utilizada na Equação 8.7 com o valor de 13,57 MPa.

Com isso tem-se então, $\sigma_{escora1} < f_{cd3}$, e a segurança nas escoras A_1 e A_2 , pôde ser verificada com sucesso.

- Armadura mínima

Segundo o item 22.4.4.3 da NBR 6118/2014 as viga-parede devem ter armaduras mínimas em regiões distintas das regiões dos tirantes visando absorver as tensões de tração perpendiculares às de compressão, mantendo as aberturas de fissuras controladas. Essa armadura deve respeitar um valor mínimo de 0,075 % b por face, por metro.

$$A_{sh,min} = \frac{0,075}{100} \cdot 25 \cdot 153 = 2,87 \text{ cm}^2 \text{ p/ face} \rightarrow 15\emptyset 5 \text{ mm c/10cm p/ face} \quad \text{Equação 8.38}$$

$$A_{sv,min} = \frac{0,075}{100} \cdot 25 \cdot 294 = 5,51 \text{ cm}^2 \text{ p/ face} \rightarrow 30\emptyset 5 \text{ mm c/10cm p/face} \quad \text{Equação 8.39}$$

A Figura 8.27 apresenta o esquema de armação da presente viga segundo o Método das Bielas. Já a Figura 8.28 Apresenta somente as armaduras verticais. A Figura 8.29 apresenta somente as armaduras horizontais, tanto os tirantes principais quanto as armaduras mínimas horizontais.

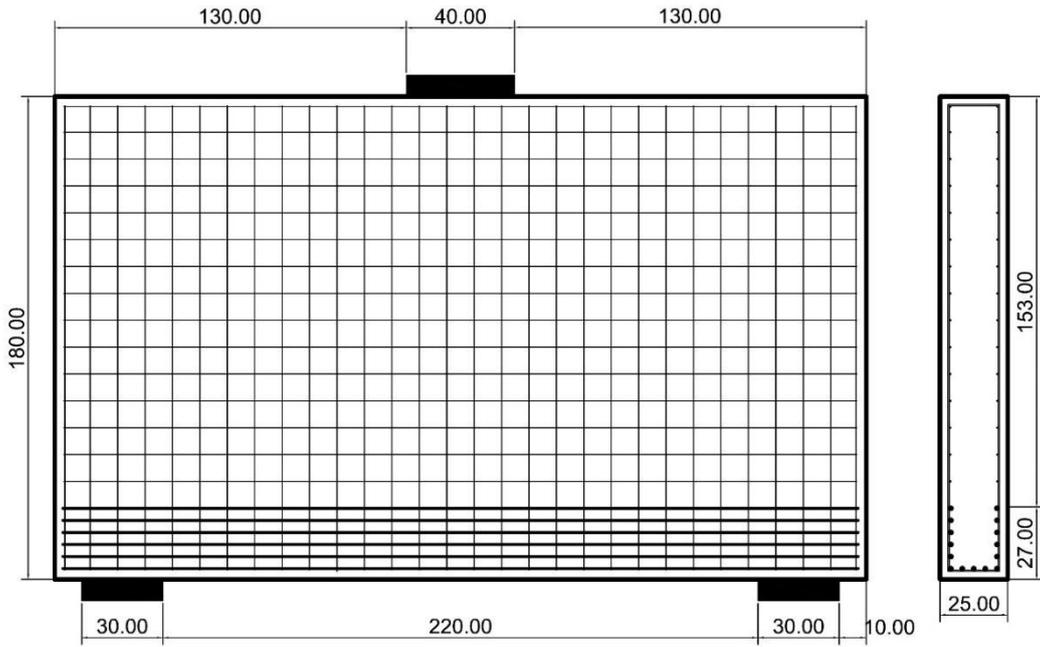


Figura 8.27 – Esquema de armação da viga-parede segundo Método das Bielas.

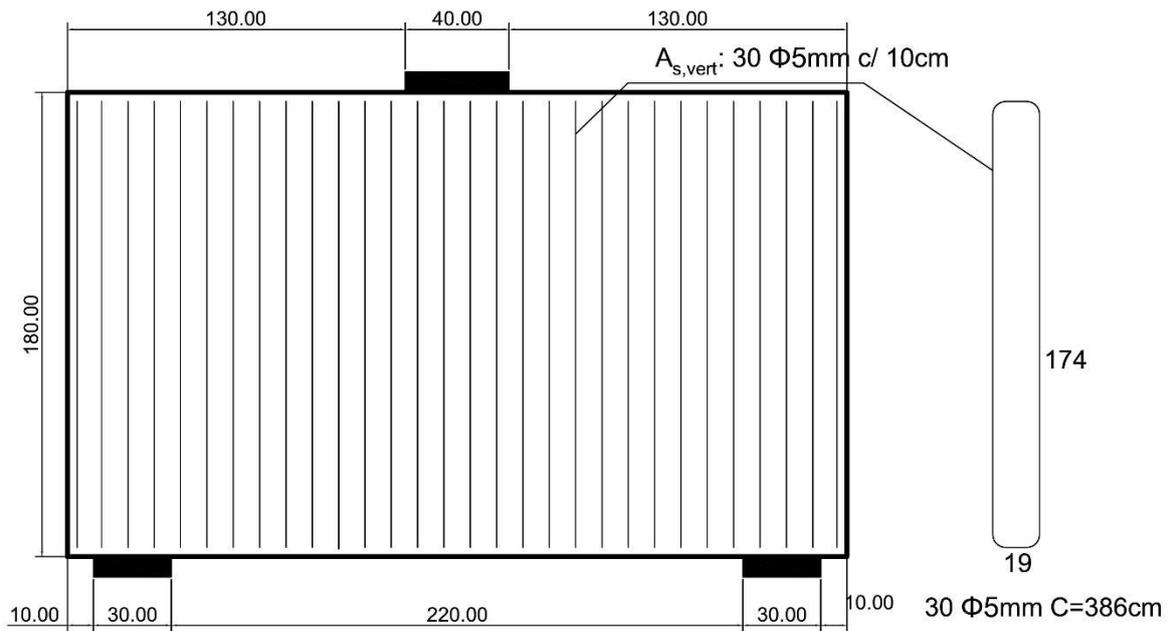


Figura 8.28 – Armaduras verticais segundo Método das Bielas.

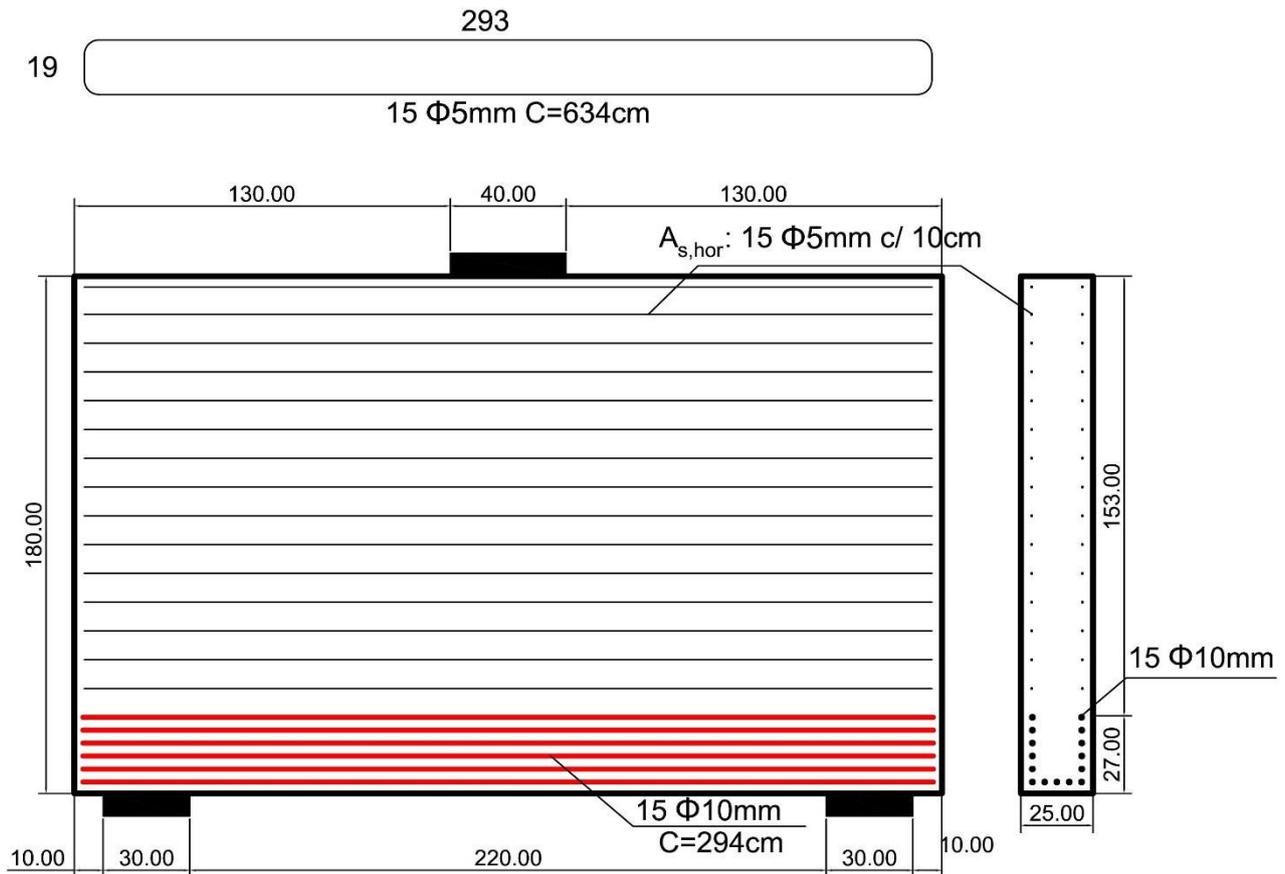


Figura 8.29 – Armaduras horizontais segundo Método das Bielas.

8.1.2 CAST

O programa CAST é uma ferramenta gráfica utilizada para dimensionar e analisar os elementos especiais de concreto armado auxiliado pelo Método das Bielas, sendo que maiores informações podem ser obtidas através do artigo de KUCHMA et al (2002).

Sendo assim a viga-parede estudada no presente capítulo foi modelada no programa CAST. As primeiras requisições que o programa faz sobre o modelo a ser estudado no mesmo são ilustradas na Figura 8.30. O primeiro campo denominado “*D-region Thickness*” é referente a espessura do elemento, no presente estudo tal propriedade foi inserida com $b = 25\text{cm}$. Nas propriedades dos materiais logo abaixo tem-se o f'_c (ACI-318 2005) que refere-se ao valor estatístico de tensão de ruptura do concreto à compressão, para efeitos do presente trabalho, equivalente ao f_{ck} da NBR 6118/2014 (estatisticamente os valores não são iguais).

A tensão de tração característica é utilizada para atribuição de elementos de concreto tracionados, no caso do presente estudo pôde ser adotado com valor igual a 0, objetivando fazer uma análise

semelhante a do item 8.3 (JCONC não aceita tração no concreto). O último campo refere-se a tensão de escoamento da armadura utilizada nos tirantes, para o presente estudo CA-50 $f_y=500\text{MPa}$.

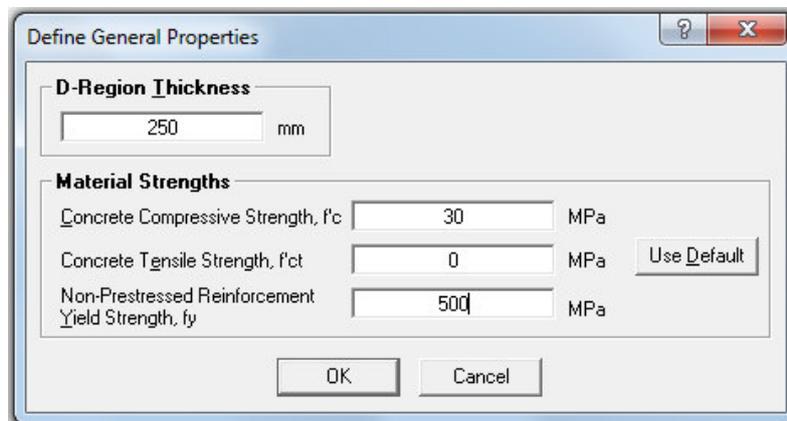


Figura 8.30 – Informações iniciais CAST

Para modelar o contorno da região estudada se torna interessante utilizar a ferramenta de eixos que o programa apresenta em seu menu principal, ferramenta essa que pode ser manipulada pela janela apresentada na Figura 8.31.

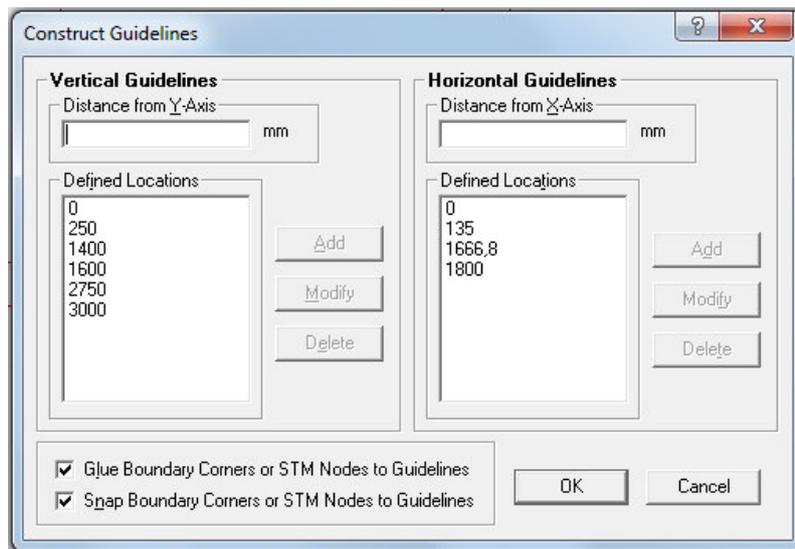


Figura 8.31 – Construção dos Eixos CAST

A interseção dos eixos relacionados na Figura 8.31, são os pontos notáveis de elemento em estudo, ou fazem parte do modelo de escoras e tirantes utilizado para representar a viga em questão, ou fazem parte do contorno da região D. A Figura 8.32 apresenta o “*model*” do programa com os eixos inseridos.

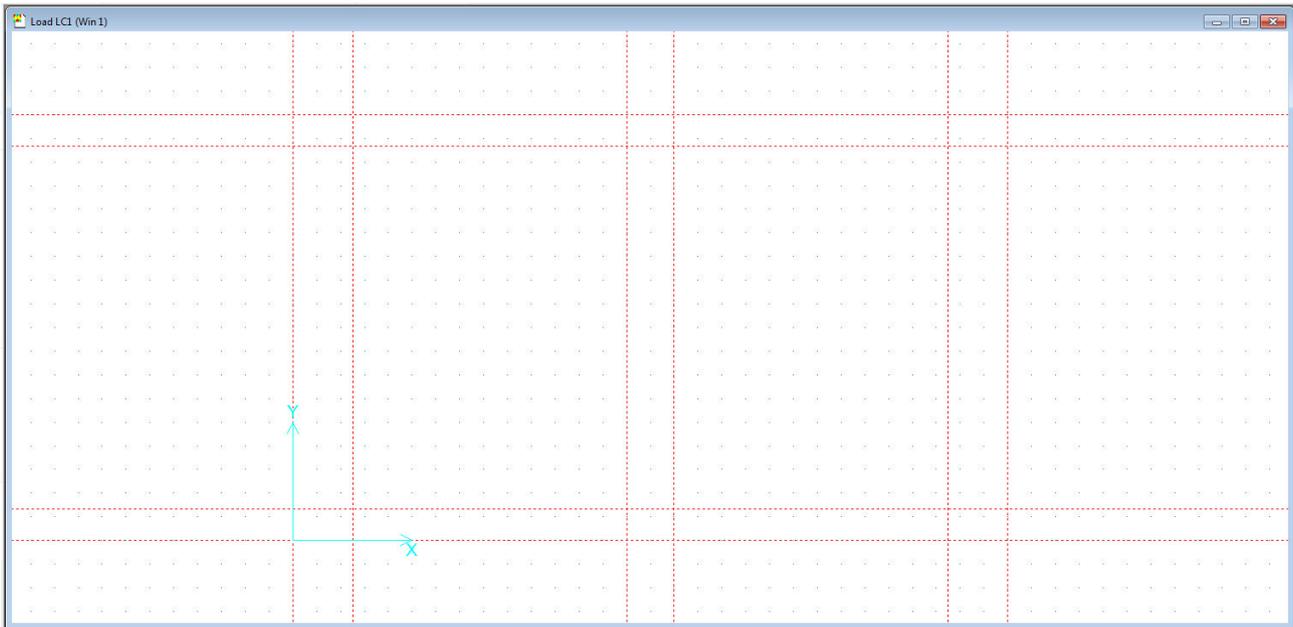


Figura 8.32 – Eixos CAST

A ferramenta de contorno (Figura 8.33) foi utilizada para modelar a região de concreto a ser estudada, apresentada na Figura 8.34.

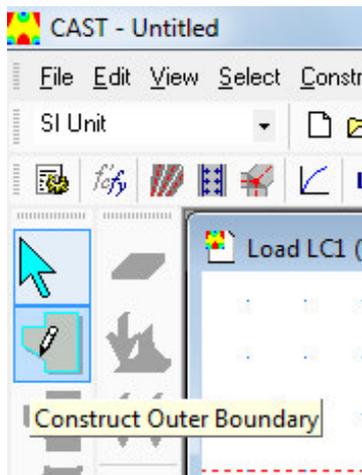


Figura 8.33 – Ferramenta de contorno.

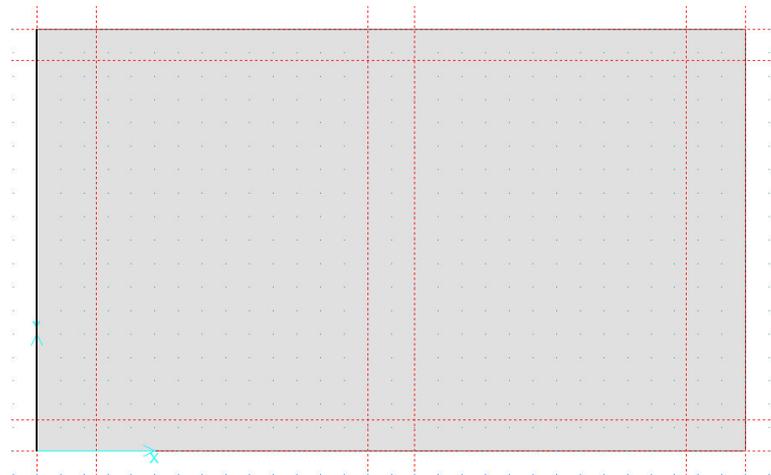


Figura 8.34 – Região de concreto CAST.

Com a ferramenta de nós (Figura 8.35) foram posicionados os nós do presente problema, como mostra a Figura 8.36. Os nós adicionados nas fronteiras do elemento de concreto serão utilizados tanto para aplicação das cargas quanto para o posicionamentos dos apoios.

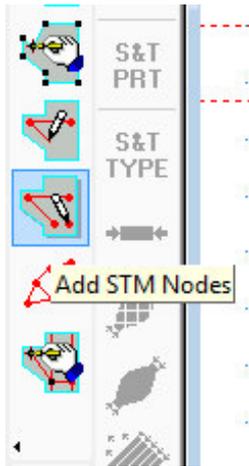


Figura 8.35 – Ferramenta de Nós CAST.

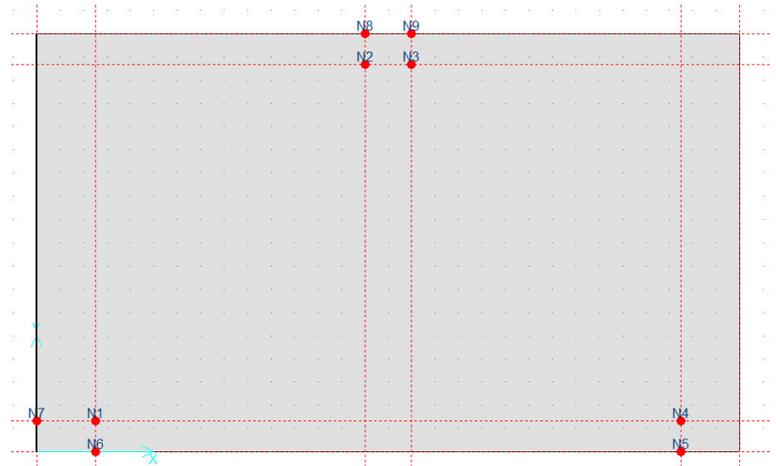


Figura 8.36 – Nós do modelo CAST.

Os elementos (escoras e tirantes) são inseridos através da ferramenta *Construct STM Elements* (Figura 8.37). A Figura 8.38 mostra o modelo de escoras e tirantes feito no programa CAST.

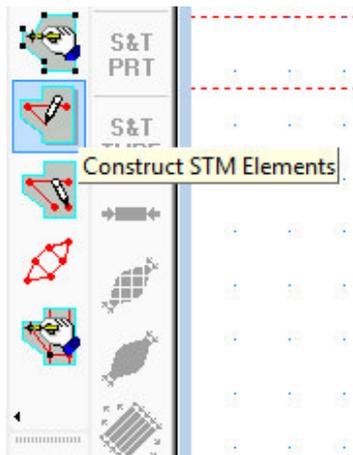


Figura 8.37 – Construção dos elementos de escoras e tirantes CAST.

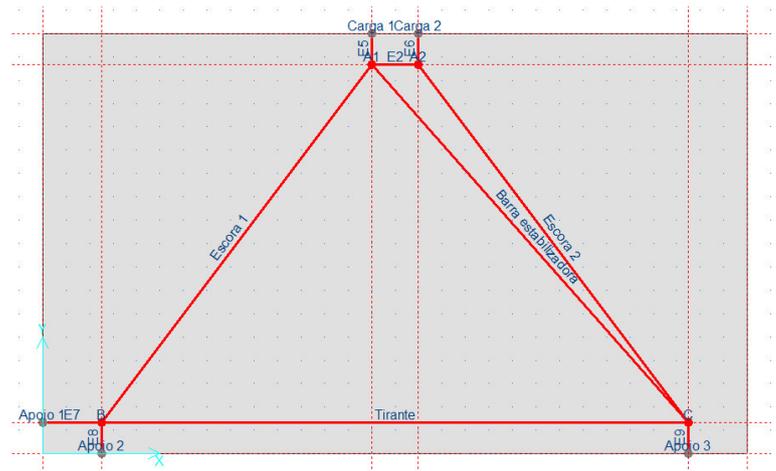


Figura 8.38 – Modelo de escoras e tirante CAST

Construída a treliça, é possível inserir os apoios e as cargas. Para garantir a distribuição dos esforços nos nós sujeitos à forças concentradas, se faz necessário introduzir as placas de aplicação de cargas adequadamente dimensionadas no item 8.1. A Figura 8.39 apresenta a janela de opção dos nós de fronteira (diferente da janela dos nós interiores ao concreto).

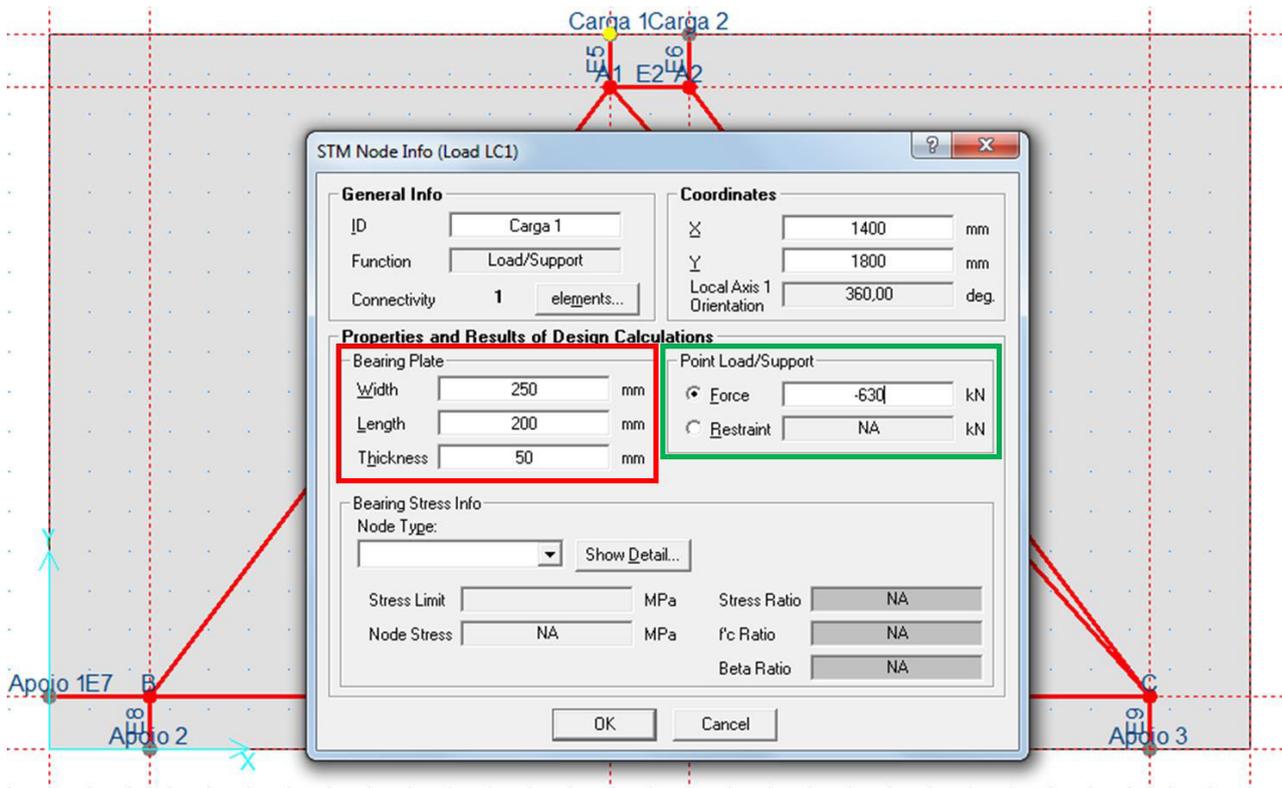


Figura 8.39 – Nó Carga 1.

Na Figura 8.39 a região evidenciada em vermelho é relacionada às dimensões da placa de aplicação das forças, *Width* é a largura da placa ($b=25\text{cm}$), *Length* o comprimento da placa, no caso dividida em dois, e por último a altura da placa *Thickness* de 5cm, assim como no item 8.3. Já a região em verde trata do tipo de carga no nó (ação ou reação), nesse caso a escolha foi de uma força de solicitação de cálculo de 630kN. O sinal negativo refere-se à orientação dos eixos do programa. O processo anterior foi repetido para o nó chamado de Carga 2, e para os nós de apoio as opções escolhidas foram as presentes na Figura 8.40.

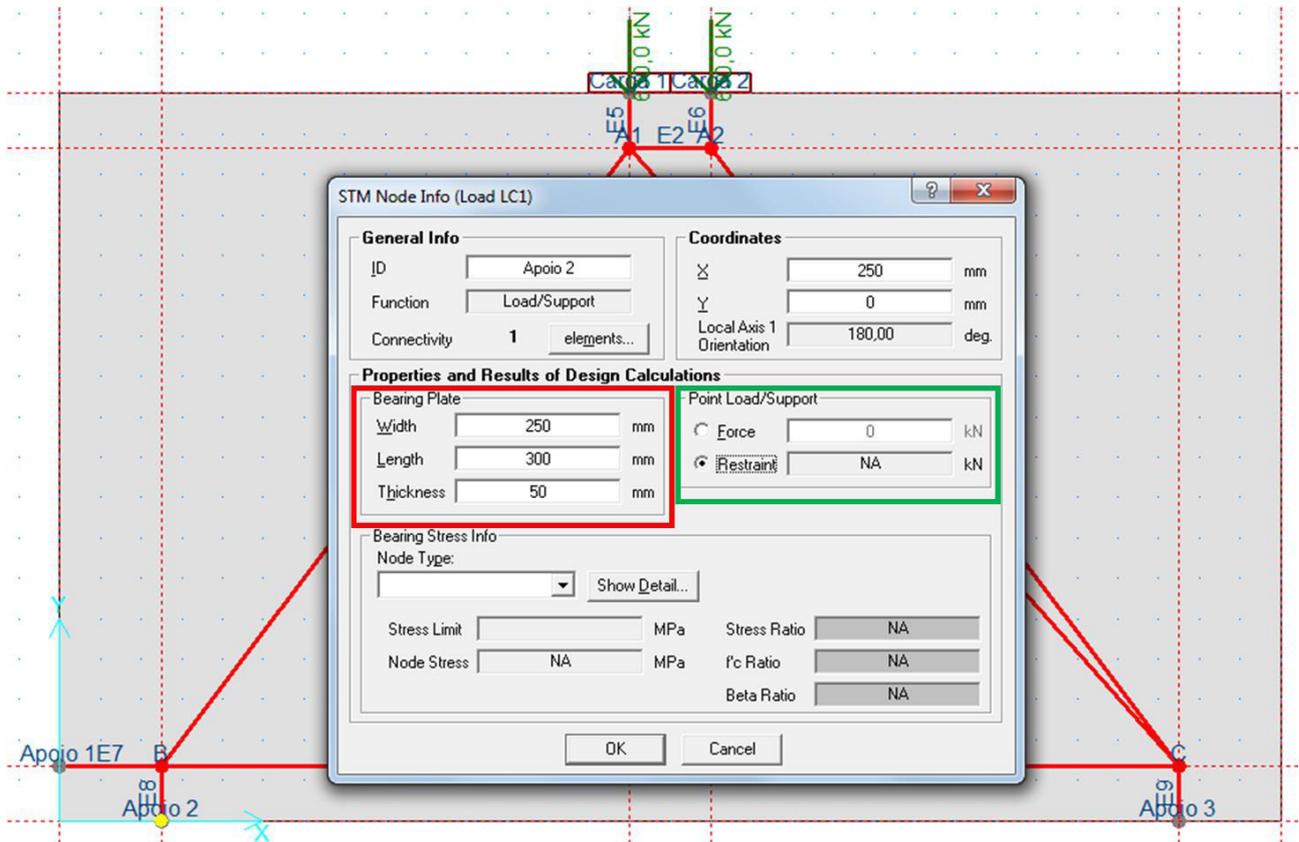


Figura 8.40 – Janela de opção dos nós de apoio.

Com isso, se faz possível solicitar uma análise linear da presente treliça através do botão mostrado na Figura 8.41, o resultado da análise é apresentado na Figura 8.42.

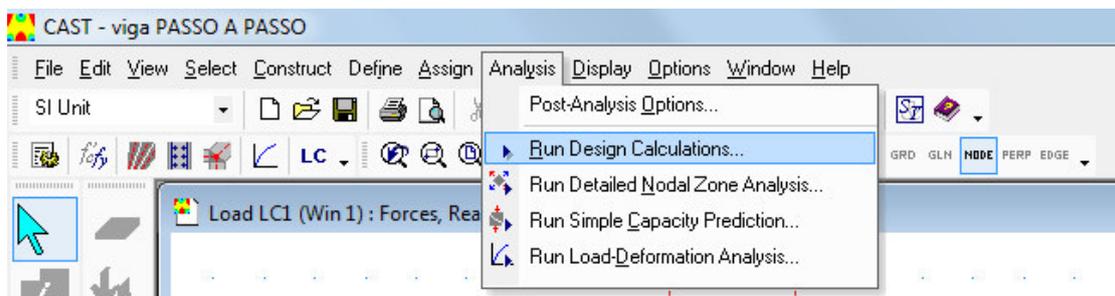


Figura 8.41 – Botão de análise linear CAST.

Os resultados apresentados na Figura 8.42 são muito semelhantes aos apresentados na Figura 8.14 (FTOOL). O CAST se mostrará mais eficiente no ponto de vista de análise e dimensionamento de elementos especiais de concreto a partir desse ponto. O espaço mostrado com o valor (NA) apresentado na Figura 8.42 refere-se a relação tensão de solicitação por tensão resistente, ou seja, um valor no máximo menor que 1, para a segurança na presente estrutura seja verificada. Porém para que o programa calcule essa relação é necessário que o usuário defina parâmetros de resistência dos nós e das escoras.

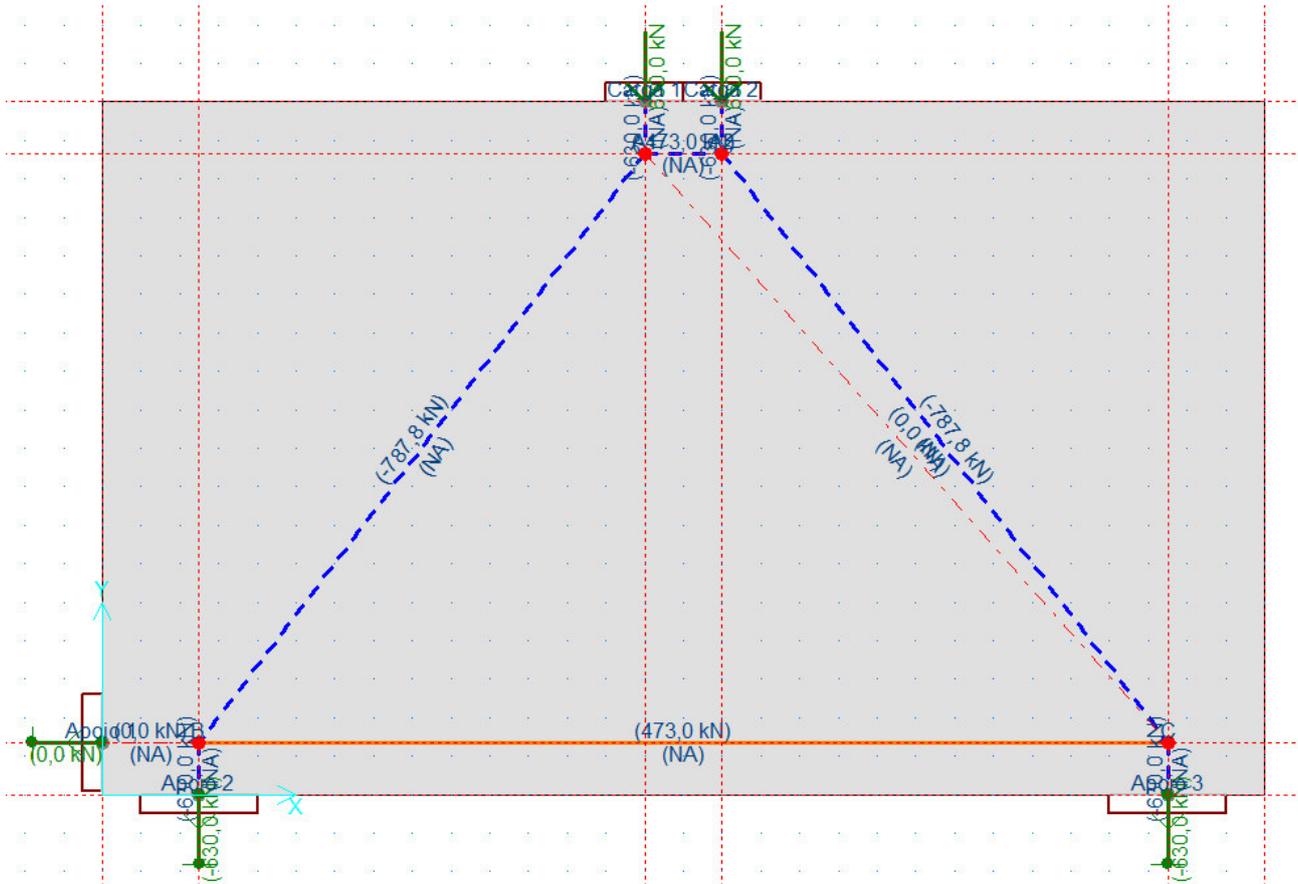


Figura 8.42 – Resultado da análise linear CAST.

Como o programa é de origem norte americana os parâmetros configurados na versão utilizada no presente trabalho são os preconizados no ACI-318 (2005). Além desses parâmetros já pré-configurados, o programa permite que o usuário utilize parâmetros propostos por alguns pesquisadores renomados, tais como: SCHLAICH (1987), MACGREGOR (1997), e RAMIREZ & BREEN (1983). O programa também permite que o usuário configure critérios próprios (User-Defined), como apresentado na Figura 8.43.

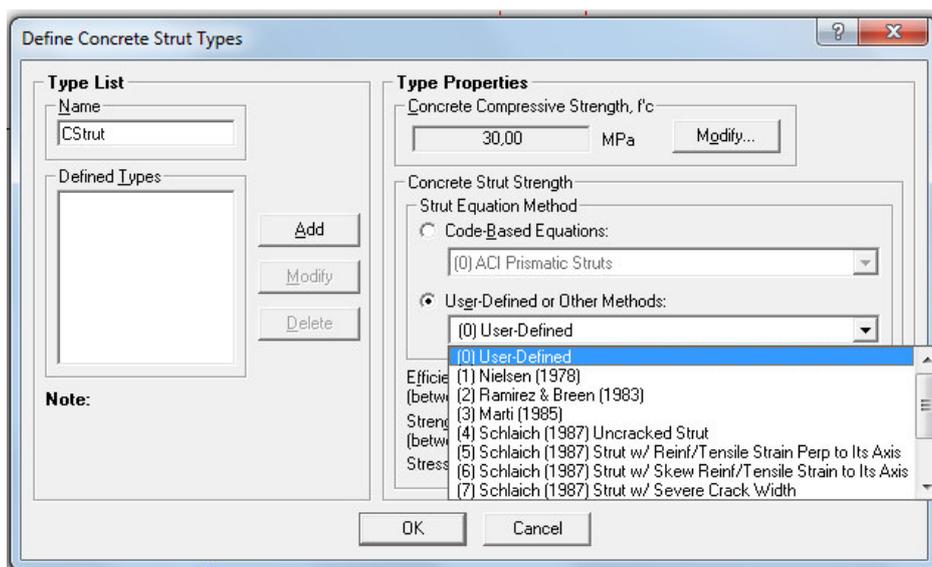


Figura 8.43 – Configuração de resistência das escoras CAST.

Para o presente trabalho foi utilizado a opção (0), com o objetivo de atender os parâmetros estabelecidos pela NBR 6118/2014. A escora a ser utilizada foi a equivalente a um nó CCT, ou seja, uma escora com apenas um tirante passando por ela. O parâmetro *Efficiency Factor* apresentado na Figura 8.44 é equivalente ao $0,72 * \alpha_{V2}$ apresentado na Equação 4.3. Já o parâmetro *Strength Reduction Factor* refere-se ao coeficiente de ponderação utilizado para obter o f_{cd} , porém com valor menor que um, ou seja, o inverso do fator utilizado pela NBR 6118/2014 (γ_c). O parâmetro apresentado em *Stress Limit* é equivalente ao f_{cd3} apresentado na Equação 8.35.

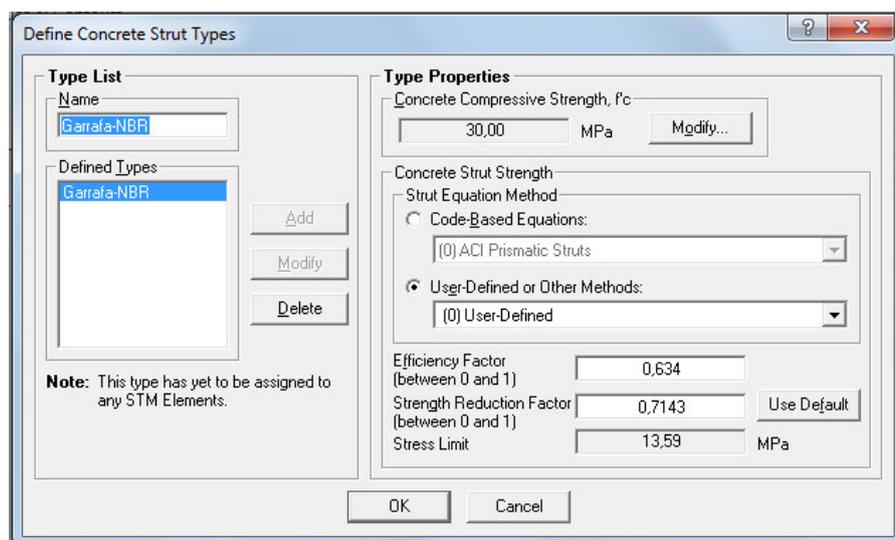


Figura 8.44 – Escora com apenas um tirante cruzando-a segundo NBR 6118/2014, CAST.

A configuração dos parâmetros relacionados aos nós é bastante semelhante aos das escoras anteriormente apresentados. A Figura 8.45 apresenta as configurações de nó CCC e a Figura 8.46 as

de nós CCT, ambos segundo a NBR 6118/2014. No caso do nó CCC o valor do parâmetro *Efficiency Factor* é igual a $0,85 * \alpha_{V2}$ assim como apresentado na Equação 8.3.

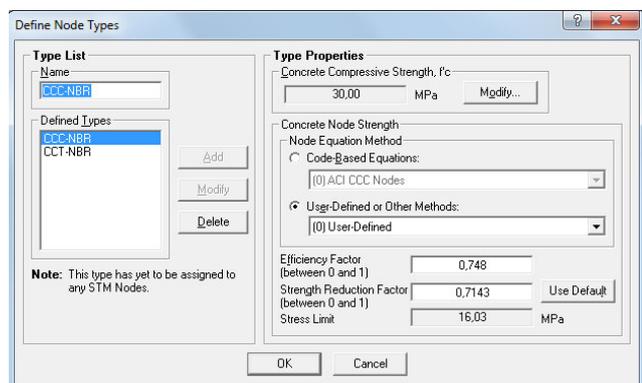


Figura 8.45 – Configuração do nó CCC segundo NBR 6118/2014 CAST.

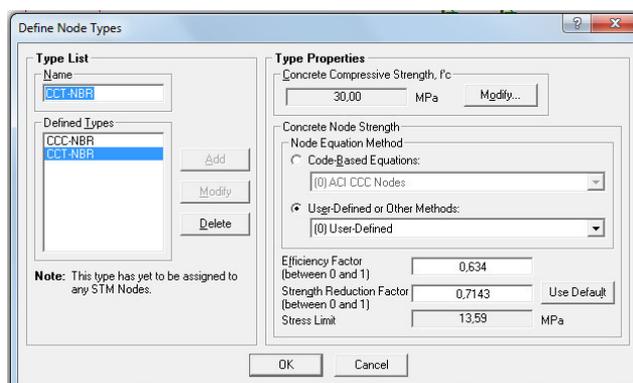


Figura 8.46 - Configuração do nó CCT segundo NBR 6118/2014 CAST.

Assim como no item 8.1 o tirante foi definido com 15 barras de 10mm de diâmetro, lembrando que pelo Método das Bielas o valor de armadura encontrado para o tirante foi de 14 barras de 10 mm de diâmetro, porém para melhorar as condições de ancoragem foi então aumentado o $A_{s,ef}$. A Figura 8.47 apresenta a tela de configuração dos tirante do programa CAST, assim como nas escoras e nos nós é possível utilizar diâmetros de barras preconizados pelo ACI, ou utilizar barras personalizadas. No caso para atender os padrões brasileiros de barras foi utilizada a opção *User Defined*, e assim informado o valor da área da barra de 10mm no campo *Bar Area*, e o quantidade de barras em *Number of Bars*.

No campo *Summary*, o programa apresenta a área de aço total do tirante (primeiro item desabilitado para edição). O item *Strength Reduction Factor* está relacionado ao coeficiente de ponderação de resistência do aço (inverso de γ_s). Como $\gamma_s = 1,15$, o valor inserido no programa foi de 0,87. O parâmetro *Yield Overstrength Factor* é a relação entre a deformação específica de escoamento com a deformação específica plástica do aço.

Como os cálculos são lineares, o programa já apresenta uma força de escoamento em *Yield Force*, que leva em consideração o fator de ponderação, ou seja, calcula a força em questão para o escoamento acontecer em $f_{yd} = 500 \times 0,87 = 435 \text{MPa}$.

O programa permite que o usuário configure a posição das barras que compõem o tirante, em forma de camadas, a Figura 8.47 apresenta a configuração do tirante principal em seis camadas. No campo

layer bar aparece o número um, significando que a camada corrente é a mais baixa, o desenho apresentado no campo *Cross Section* mostra em vermelho a camada em questão, com distância de 90,25 mm para baixo da linha de referência (centro geométrico do tirante).

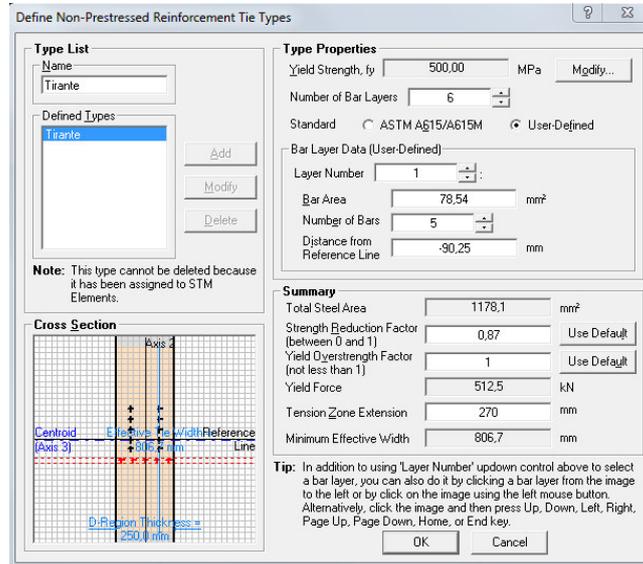


Figura 8.47 – Configuração do tirante CAST.

Definida as propriedades dos elementos que compõem o Modelo de Biela (escoras, tirantes e nós) é possível aplicar essas propriedades aos elementos modelados. Clicando com o botão direito do mouse nos elementos do modelo abre-se uma janela de configuração dos mesmos. Nessa janela o usuário tem condições de atribuir o tipo do elemento. Na Figura 8.48 é possível visualizar a atribuição das propriedades anteriormente configuradas para o tirante em estudo.

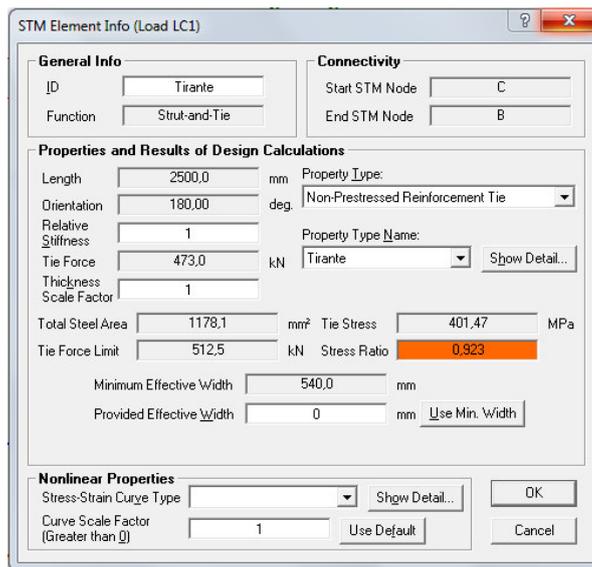


Figura 8.48 – Atribuindo propriedades ao tirante.

É possível perceber que surge um valor realçado com a cor laranja, esse valor é a relação entre a tensão solicitante e a resistente (*Stress Ratio*). O valor *Provided Effective Width* apresentado na Figura 8.48 é utilizado para calcular a tensão atuante no nó devido ao esforço exercido pelo tirante em questão. No caso o valor é igual à altura de distribuição do mesmo, preconizado pela NBR 6118/2014 em seu item 22.4.4.1 e atendido na Figura 8.5 do presente trabalho.

No caso das escoras, o cálculo do *Stress Ratio* não se faz automaticamente, é precisar informar ao programa a largura da escora. O botão *Use Min. Width* apresentado na Figura 8.49 permite que o programa além de calcular a largura mínima, para que a tensão solicitante não supere a resistente, ele atribui esse valor calculado ao campo *Provided Effective Width*. A Figura 8.50 apresenta o valor mínimo calculado para escora em questão, com isso o *Stress Ratio* fica exatamente igual a um (vermelho).

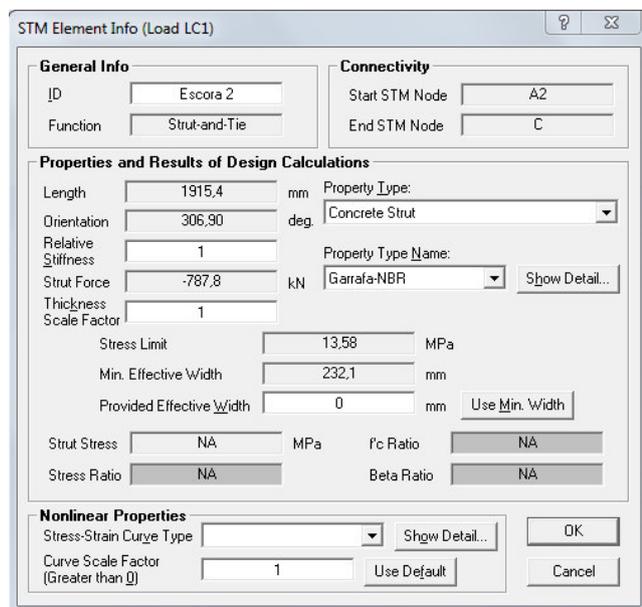


Figura 8.49 – Atribuição das propriedades das escoras, antes da atribuição do valor mínimo de largura CAST.

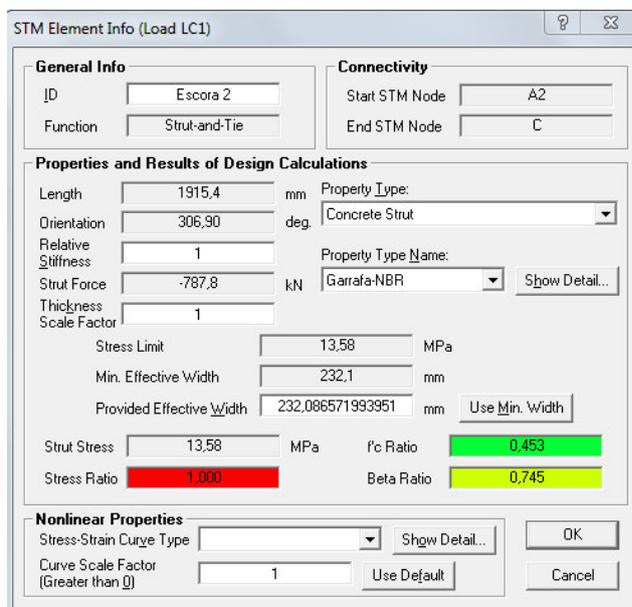


Figura 8.50 - Atribuição das propriedades das escoras, depois da atribuição do valor mínimo de largura CAST.

Com o objetivo de comparar com os resultados obtidos no item 8.1 é necessário atribuir a largura encontrada no referido item, sendo assim a largura da escora inserida no programa foi de 32,43cm, assim como mostra a Figura 8.51.

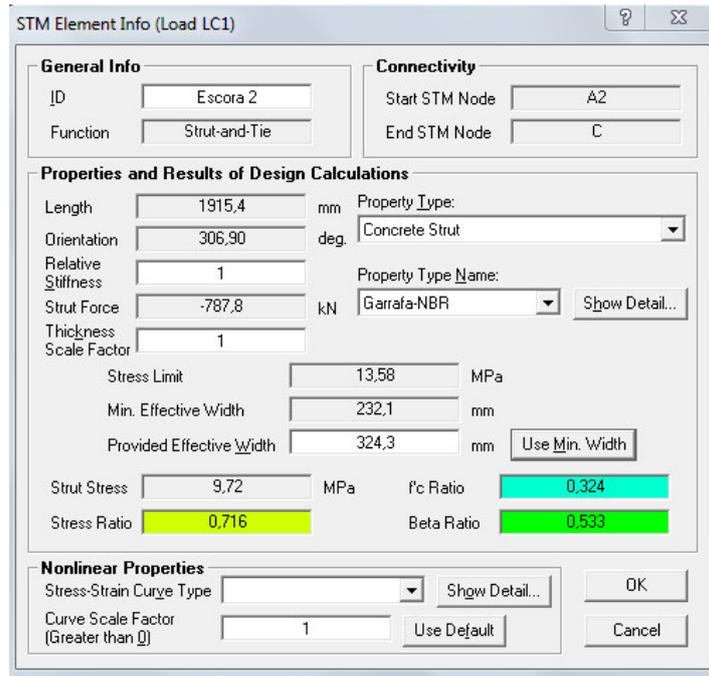


Figura 8.51 – Propriedades das escoras CAST.

O valor da tensão atuante nesse escora *Strut Stress*, é exatamente igual ao obtido na Equação 8.37, levando a um *Stress Ratio* de 0,716. Como as duas principais escoras são simétricas, a presente verificação pode ser utilizada para as duas escoras.

A escora horizontal que liga A_1 à A_2 , tem largura igual a 27,69 cm, assim como indica a Equação 8.28. Essa escora pode ser tida como prismática (ver item 4.1.1), sendo assim se faz necessário a definição das propriedades da mesma na janela apresentada na Figura 8.44. Os parâmetros utilizados para escoras prismáticas são iguais aos dos nós CCC segundo a NBR 6118/2014, assim como mostra a Figura 8.52.

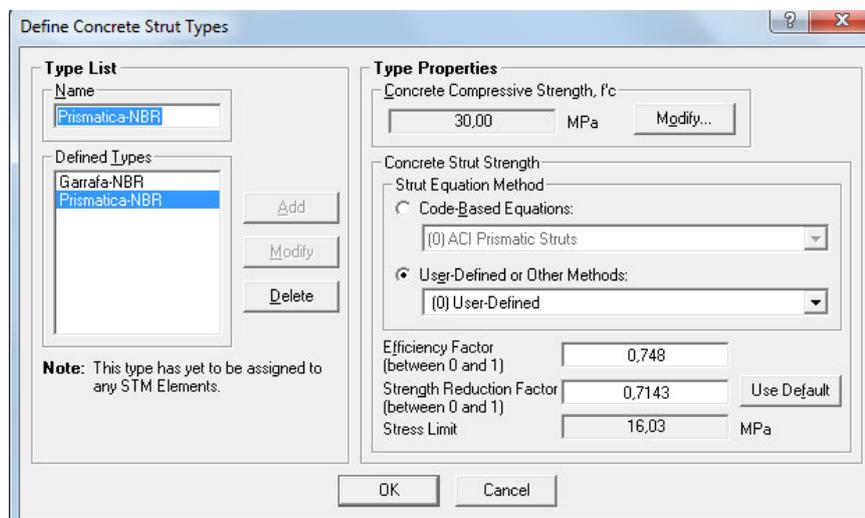


Figura 8.52 – Definição de escoras prismáticas segundo NBR 6118/2014 CAST.

As pequenas escoras que ligam as cargas (faces externas) aos nós internos da treliça em estudo, também podem ser definidas como escoras prismáticas. A largura de cada uma dessas escoras pode ser definida pelo comprimento da placa de aplicação de carga. Essas definições devem ser feitas para que as tensões nos nós sejam compatíveis com as verificadas no item 8.1. Com todas as propriedades aplicadas nos respectivos elementos é necessário fazer uma nova análise estática linear, a Figura 8.53 apresenta o modelo após tal processamento.

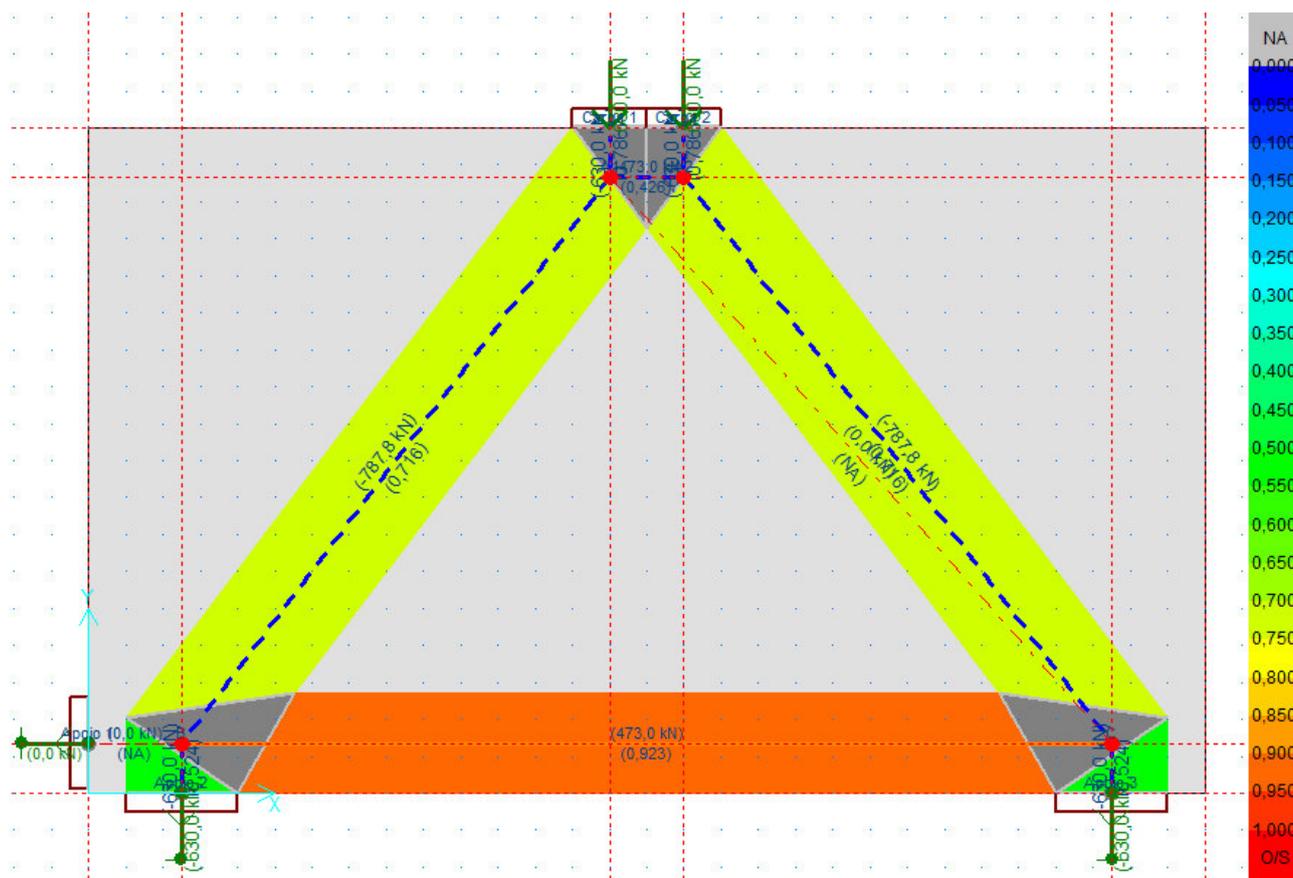


Figura 8.53 – Modelo de escoras e tirantes analisado no CAST.

A barra que conecta o nó A₁ ao nó C, e a barra que liga o apoio horizontal ao nó B são elementos necessários para atender as condições de equilíbrio estático, no CAST tais elementos são automaticamente reconhecidos como *Stabilizer* (barras estabilizadoras) por terem forças iguais a 0 como mostra o campo *Force Value* na Figura 8.54.

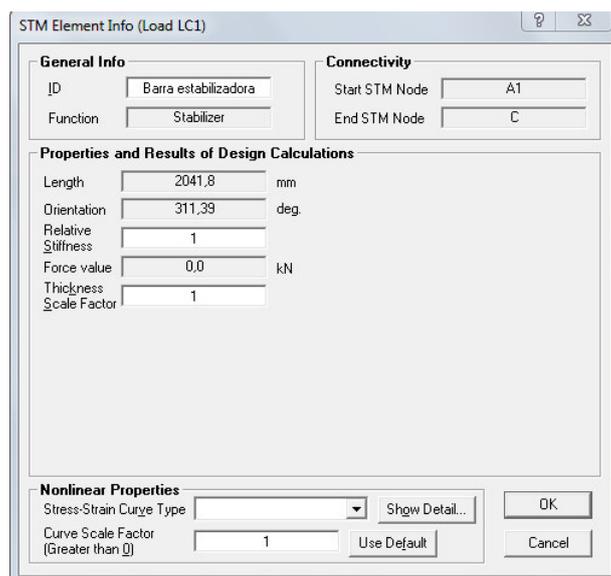


Figura 8.54 – Barras estabilizadoras CAST.

A escala de cores utilizada na Figura 8.53 é bastante útil para uma breve análise da ductilidade do elemento em estudo. Levando em consideração que a análise feita pelo CAST é elástica-linear, teoricamente o elemento que tiver o *Stress Ratio* mais próximo de um, conseqüentemente mais próximo do vermelho, será o primeiro elemento a atingir a tensão admissível. Sendo assim, através dessa breve análise é possível verificar que o tirante irá atingir o escoramento antes dos elementos de concreto atingirem as suas respectivas tensões admissíveis. Portanto, de maneira praticamente automática, foi possível verificar tanto as escoras quanto os tirantes.

É válido salientar que no processo manual a largura da escora pode ser adotada como variável, dependendo das larguras das placas em questão. Já no programa CAST essa análise deve ser feita de maneira não automática. No presente estudo foram trocados os valores da largura da escora a medida que se estudava o nó A₁ (largura = 32,43cm) e o nó B (largura = 40,13cm). A Figura 8.53 apresenta os resultados com a largura da escora utilizada para estudar a influencia no nó A₁ (31,43cm), justificando a diferença na aparência do nó B apresentado nessa figura e o apresentado na Figura 8.26.

Com o botão direito do mouse sobre os elementos é possível abrir a tela de resultados dos nós, assim como mostra as três próximas figuras referentes ao nó A₁. As linha em amarelo apresentadas nessas figuras são utilizadas para mostrar o lado da tensão analisada na tela corrente, deixando a possibilidade do usuário alternar os resultados a serem apresentados através do clique sobre as fronteiras do nó.

A Figura 8.55 apresenta os resultados para o nó A₁ relacionados as tensões que acontecem do lado da escora 1, o valor da força é apresentado no campo *Strut Force* (-787,80 kN), e a tensão em *Node*

Stress com valor de 9,72 MPa, valores esse que coincidem com os apresentados na Equação 8.28. O mesmo se repete com a Figura 8.56 que apresenta os resultados referentes ao mesmo nó, porém para o lado da escora 2 (horizontal). Os valores apresentados também coincidem com os calculados na Equação 8.28. A Figura 8.57 apresentam também valores coincidentes como os obtidos no item 8.1, porém esses referentes aos valores do lado da placa de aplicação da carga.

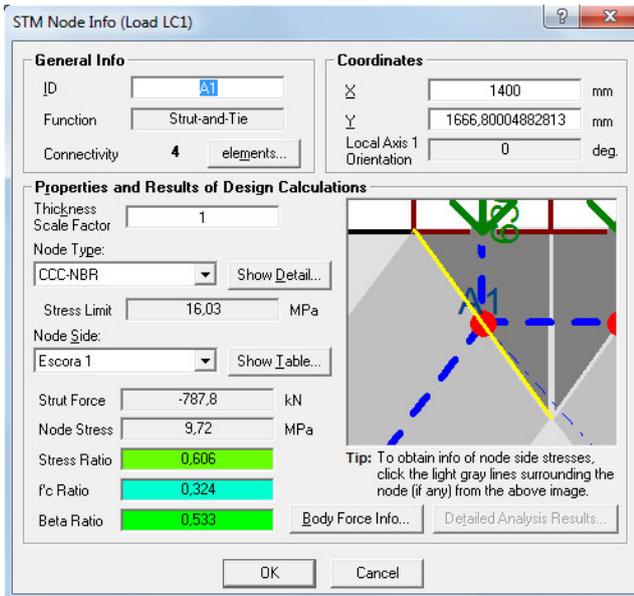


Figura 8.55 – Nó A1, lado da escora 1 CAST.

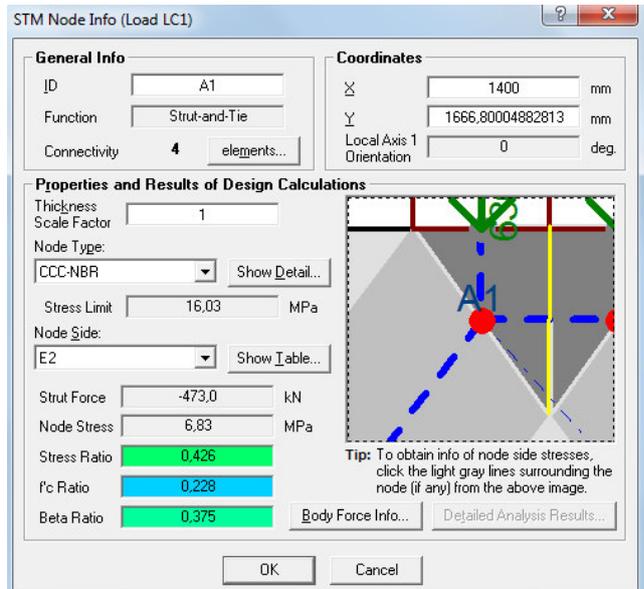


Figura 8.56 – Nó A1, lado da escora 2 CAST.

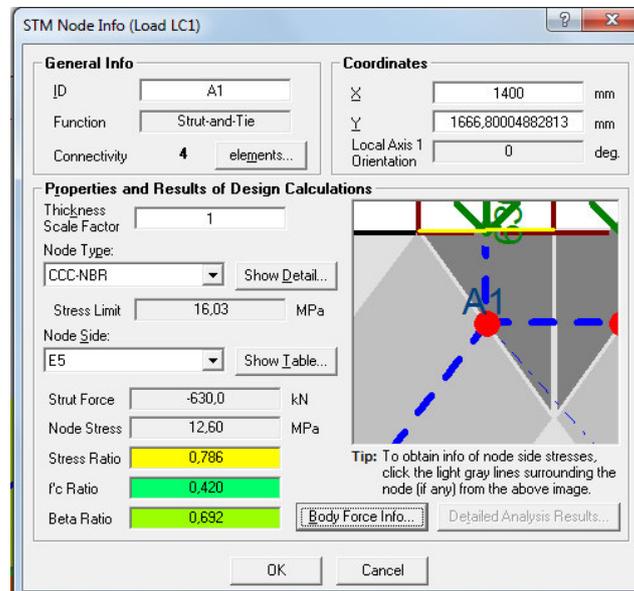


Figura 8.57 – Nó A1, lado da placa de aplicação de carga CAST.

O processo anterior foi repetido para o nó B, as próximas figuras apresentam os resultados para cada lado do referido nó. A Figura 8.58 apresenta os resultados referentes ao nó B com a tensão exercida pelo tirante, valores esses que coincidem com os apresentados na Equação 8.32. A Figura 8.59

apresenta os resultados do mesmo nó, mas para a tensão que a escora 1 exerce sobre o nó. E por fim a Figura 8.60 exibe os resultados do nó em questão para a tensão exercida pela reação de apoio.

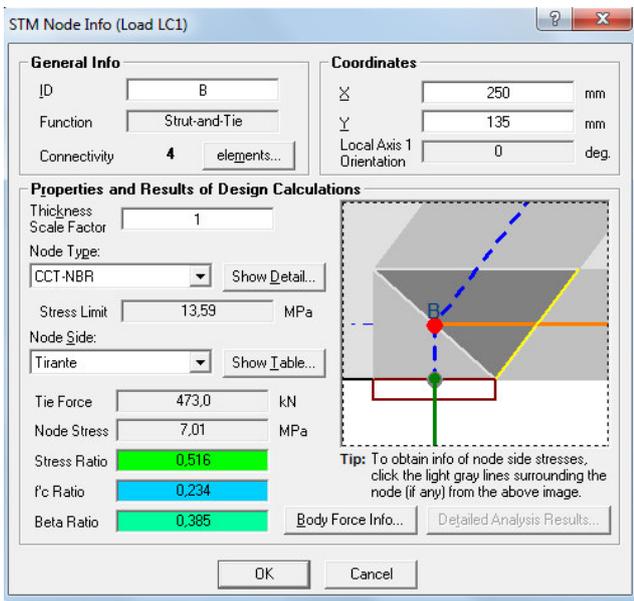


Figura 8.58 – Nó B, lado do tirante CAST.

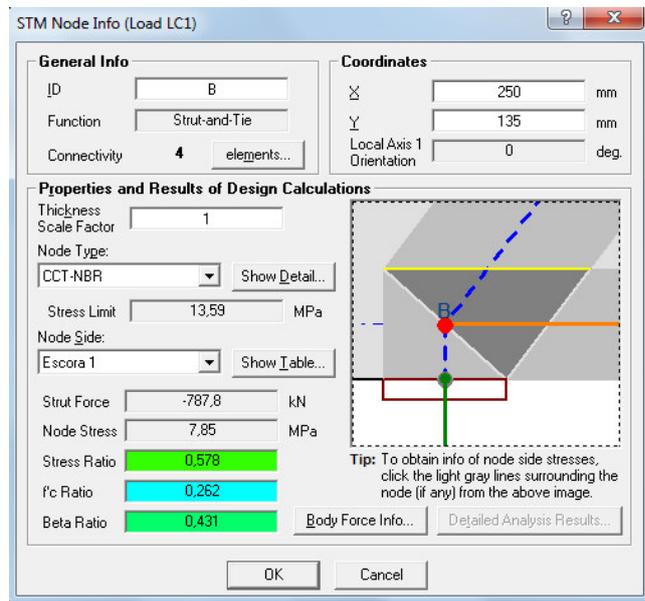


Figura 8.59 – Nó B, lado da escora 2 CAST.

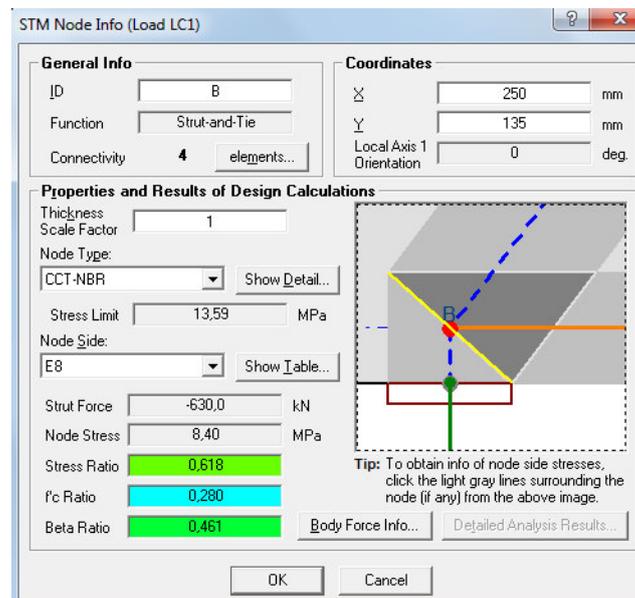


Figura 8.60 – Nó B, lado da placa de apoio CAST.

8.1.3 Comparação entre os procedimentos

Com os resultados torna-se possível fazer uma comparação efetiva entre os resultados obtidos através do cálculo manual e através do CAST.

Através do botão *Show Table* na tela de opção dos nós (Figura 8.60) é possível exportar os resultados de cada nó para o Excel. A Tabela 8.1 apresenta os resultados dos elementos estudados na presente viga tanto através do CAST quanto através dos cálculos feitos de maneira manual.

Tabela 8.1 - Comparação dos resultados da análise dos nós da viga-parede.

ELEMENTO	LADO	CAST		MANUAL		ERRO RELATIVO	
		Força (kN)	Tensão (MPa)	Força (kN)	Tensão (MPa)	Força (kN)	Tensão (MPa)
ESCORA 1		-787,800	-9,720	-787,810	-9,717	0,001%	0,030%
TIRANTE		473,000	401,470	473,020	401,512	0,004%	0,010%
NÓ A1	Escora 1	-787,800	-9,720	-787,810	-9,717	0,001%	0,030%
	Escora 2	-473,000	-6,830	-473,020	-6,833	0,004%	0,045%
	CARGA	-630,000	-12,600	-630,000	-12,600	0,000%	0,000%
NÓ B	Escora 1	-787,800	-7,850	-787,810	-7,853	0,001%	0,033%
	Tirante	473,000	7,010	473,020	7,008	0,004%	0,033%
	APOIO	-630,000	-8,400	-630,000	-8,400	0,000%	0,000%

Nas duas últimas colunas da referida tabela são apresentados os valores dos erros relativos tomando como valor absoluto os obtidos através dos cálculos manuais. A origem desse erros pode estar relacionada à precisão numérica adotada no programa CAST, esses valores podem ser configuradas no mesmo, aproximando ainda mais os dois resultados.

8.2 Modelo de Viga

Neste item será abordado o dimensionamento da viga-parede proposta, seguindo as prescrições da NBR 6118/2014 no que se refere a dimensionamento de vigas que obedecem a relação $l/h > 2$. É válido lembrar que tal elemento não atende essa limitação, e se caracteriza justamente por não atender as hipóteses básicas de BERNOULLI entre outras relacionadas no item 4 do presente trabalho.

Para o cálculo da armadura longitudinal foram então utilizados as equações que de viga comum, região “B”. Já para o cálculo da armadura transversal será adotado o Modelo I preconizado pela mesma norma, considerando inclinação das escoras fixo em 45° . O momento solicitante de cálculo é de 787,5 kN.m, enquanto o maior esforço cortante de cálculo é igual a 630 kN. A altura útil (d) foi usada como 0,9h.

- Armaduras Longitudinais

Cálculo da altura útil:

$$d \cong 0,9. h \quad \text{Equação 8.40}$$

$$d \cong 0,9.180 = 162 \text{ cm} \quad \text{Equação 8.41}$$

Domínio de deformações:

$$x_{23} = 0,259. d \quad \text{Equação 8.42}$$

$$x_{23} = 0,259.162 = 41,96 \text{ cm} \quad \text{Equação 8.43}$$

$$x_{34} = 0,628. d \quad \text{Equação 8.44}$$

$$x_{34} = 0,628.162 = 101,74 \text{ cm}$$

Verificação dos limites estabelecidos pela norma, com o objetivo de garantir a ductilidade da viga.

$$x_{limite} = 0,45. d \quad \text{Equação 8.45}$$

$$x_{limite} = 0,45.162 = 72,9 \text{ cm} \quad \text{Equação 8.46}$$

Cálculo da posição da linha neutra:

$$x = 1,25. d. \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425. b_w. d^2. f_{cd}}} \right] \quad \text{Equação 8.47}$$

$$x = 1,25.162. \left[1 - \sqrt{1 - \frac{787,5.100}{0,425.25. 162^2. \frac{3}{1,4}}} \right] = 13,81 \text{ cm} \quad \text{Equação 8.48}$$

A altura da linha neutra indica em qual domínio a viga se encontra. Nesse caso, verifica-se o domínio 2, visto que x é menor que x_{23} , garantido que a armadura atinja o escoamento antes que os elementos

de concreto se aproximem da ruptura. Logo, no cálculo da área de aço, a tensão de escoamento solicitante é igual ao f_{yd} . Prossegue-se ao cálculo da armadura por meio da Equação 8.49.

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 \cdot x)} \quad \text{Equação 8.49}$$

$$A_s = \frac{787,5 \cdot 100}{43,48(162 - 0,4 \cdot 14)} = 11,58 \text{ cm}^2 \rightarrow 15\phi 10\text{mm} \quad \text{Equação 8.50}$$

O comprimento de ancoragem e a disposição das armaduras longitudinais, foram adotadas as mesmas do tirante apresentado no item 8.1.

- Armaduras Transversais

Utilizando o Modelo I de cálculo de estribos de acordo com a NBR 6118/2014, deve-se então verificar a escora de concreto comprimida por meio da Equação 8.51.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 8.51}$$

Utilizando o valor de α_{v2} calculado anteriormente (Equação 8.2):

$$\alpha_{v2} = 0,88$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,88 \cdot 25 \cdot 162 = 962 \text{ kN} \quad \text{Equação 8.52}$$

Como o valor de V_{Rd2} (962 kN) é maior que V_{sd} (630 kN), a segurança da escora pôde ser verificada. A partir disso, calcula-se qual a parcela do esforço será absorvida pelo concreto conforme Equação 8.53.

$$V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 8.53}$$

Utilizando $f_{ctd} = 1,45 \text{ MPa}$ extraído da Equação 8.20.

$$V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot 0,145 \cdot 25 \cdot 162 = 352 \text{ kN}$$

Para o cálculo das armaduras transversais, considera-se a igualdade entre V_{Rd3} e V_{sd} . Segundo a NBR 6118/2014, a resistência V_{Rd3} é dada pela Equação 8.54.

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Equação 8.54}$$

Onde:

V_c : Parcela absorvida pelo concreto, calculada pela Equação 8.53.

V_{sw} : Parcela absorvida pelas armaduras transversais, utilizada para o cálculo da área de aço transversal.

Isolando V_{sw} , e igualando V_{Rd3} a V_{sd} , tem-se que:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 630 - 352 = 278 \text{ kN}$$

A área de armadura transversal é dada conforme equação da NBR 6118/2014.

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}} \quad \text{Equação 8.55}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{278}{0,9 \cdot \frac{162}{100} \cdot 43,48} = 4,39 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{Equação 8.56}$$

Utilizando estribos de dois ramos de 6,3mm de diâmetro, chega-se a um espaçamento de 14cm.

$$A_{sw} = \phi 6,3\text{mm } c/14\text{cm} \quad \text{Equação 8.57}$$

- Armadura de pele

Segundo o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118/2014, a armadura de pele mínima por face deve ser 0,10% da área da seção transversal ($A_{c,alma}$), não necessitando mais do que 5cm²/m. Assim, a armadura de pele por face é:

$$A_{s,pele} = \frac{0,1}{100} \cdot 25.153 = 3,83 \text{ cm}^2 \text{ por face}$$

Equação 8.58

Distribuindo a armadura de pele ao longo a altura total da viga menos a altura de distribuição dos tirantes (153 cm):

15φ6,3mm c/10cm por face

As próximas figuras, apresentam a viga-parede detalhada segundo modelo de viga. A Figura 8.61 apresenta o layout geral da armação da presente viga. Já a Figura 8.62 apresenta o detalhamento das armaduras verticais da presente viga. Nessa é possível identificar que apesar de diminuir a quantidade geral de barras, o A_{sef} aumentou, visto que o diâmetro da barra utilizada é 6,3mm. A Figura 8.63 apresenta o detalhamento das barras horizontais da viga-parede estudada.

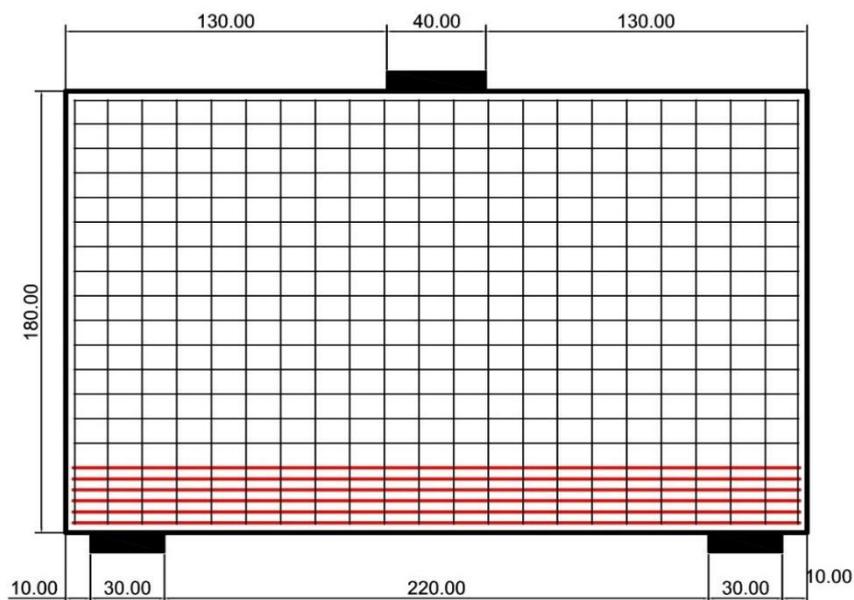


Figura 8.61 – Layout geral de armação da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga.

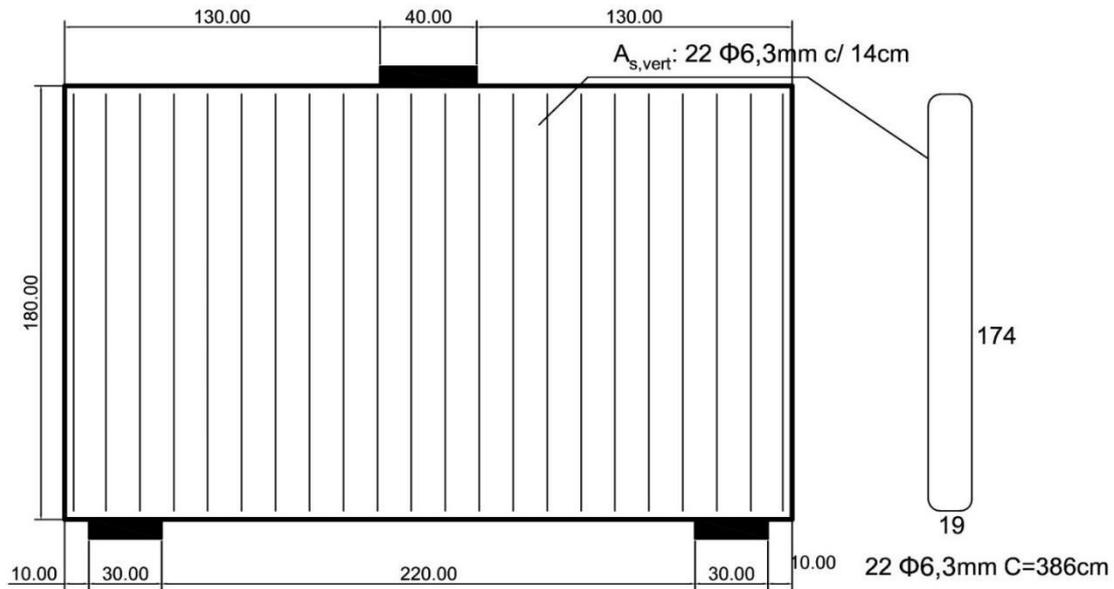


Figura 8.62 – Detalhe das armaduras verticais da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga.

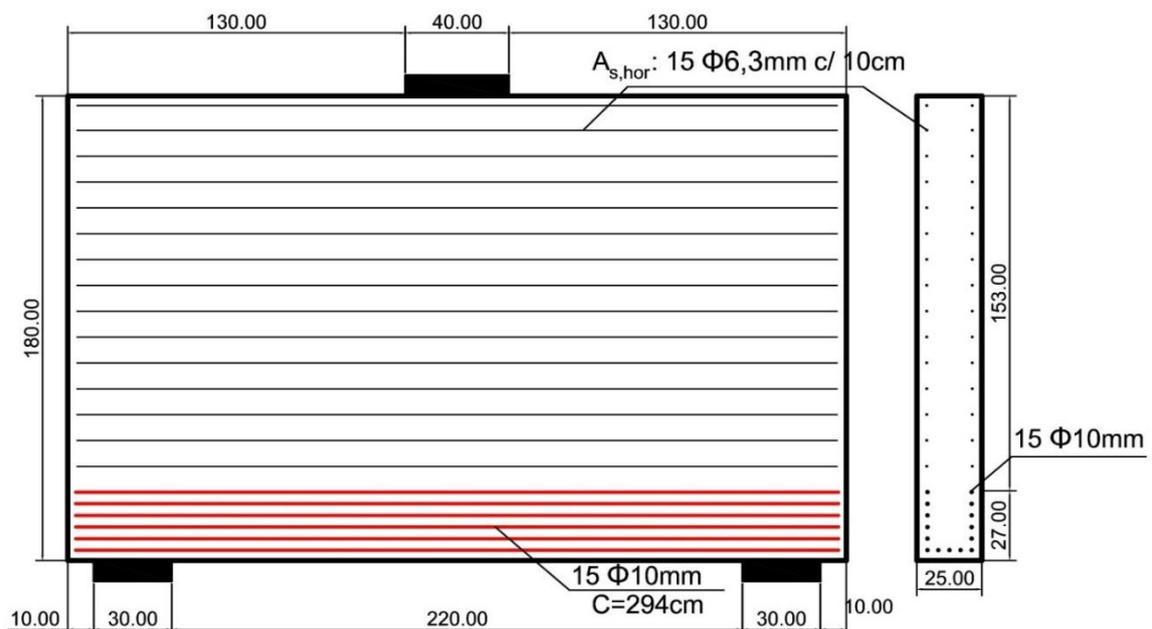


Figura 8.63 - Detalhe das armaduras horizontais da viga-parede dimensionada segundo modelo de viga.

8.3 Método dos Campos de Tensão (JCONC)

Com o objetivo de comparar o Método das Bielas com o Método dos Campos de tensão foi inicialmente modelado no JCONC a viga-parede em estudo somente com os tirantes, sem a presença da malha mínima proposta pela NBR 6118/2014. Como apresentado no item 6.1, a modelagem no iMesh pode ser feita com auxílio de uma fermenta CAD, que possa exportar a posição dos pontos de

interesse e posteriormente colar tais pontos no arquivo de texto do próprio iMesh. Os presentes modelos foram obtidos através de tal processo.

É válido salientar que as análises feitas pelo programa JCONC são fundamentadas no Método dos Campos de Tensão Elasto-Plástico, e a última carga apresentada pelo programa, não é obrigatoriamente a última carga resistida pela viga. Em se tratando principalmente de ruptura no concreto, é possível que o encurtamento de ruptura seja atingido antes que o programa não aceite mais incremento de carga. De maneira geral nos próximos tópicos serão apresentadas as últimas cargas analisadas pelo programa e também as cargas de ruptura baseado no critérios estabelecidos pela NBR 6118/2014.

8.3.1 Modelo somente com tirante principal, Método das Bielas

O presente tópico tem por objetivo apresentar os resultados segundo Método dos Campos de Tensão via JCONC, inserindo somente os tirantes principais, sem a presença da malha mínima recomendada pela NBR 6118/2014.

Os limites da viga em estudo são apresentados na Figura 8.64. Já a Figura 8.65 apresenta a malha de elementos finitos gerada pelo programa a partir da região principal de concreto e das placas modeladas.

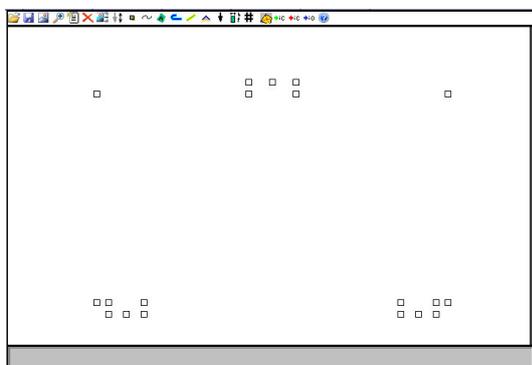


Figura 8.64 – Nós iniciais iMesh.

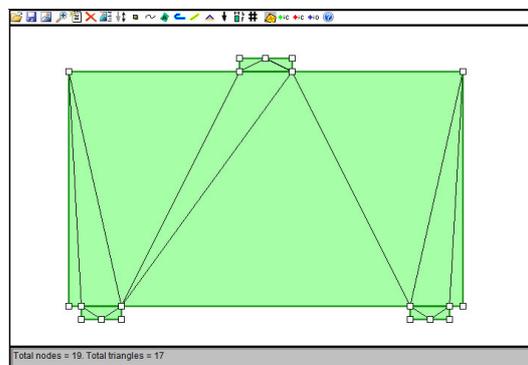


Figura 8.65 – Malha da viga-parede iMesh.

Como a malha apresentada na Figura 8.65 é nitidamente insuficiente para representar o comportamento do elemento estudado, foram então adicionados nós, tanto para facilitar a modelagem dos tirantes quanto para melhorar a malha em questão. A Figura 8.66 mostra a viga estudada modelada no iMesh, já com os tirantes e com a malha de elementos finitos melhorada.

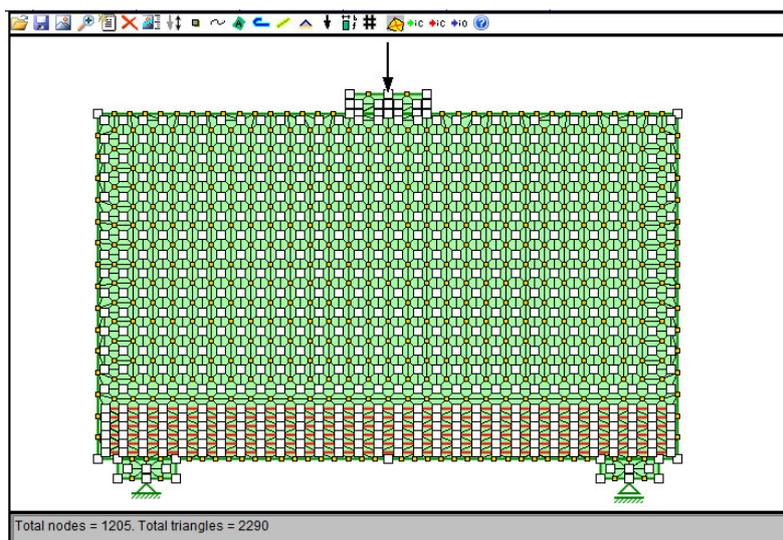


Figura 8.66 – Viga-parede modelada no iMesh.

No modelo apresentado na Figura 8.66 constam 1205 nós e 2290 elementos triangulares. A partir de tal modelo foi feita a análise não-linear no JCONC. Foram escolhidas os diagramas de *relative stress*, *deformed* e *eta2*, para apresentação dos resultados do presente elemento.

O diagrama chamado de *relative stress* não só mostra as tensões nos elementos (vermelho tração e azul compressão), como também apresenta a tensão relativa em escala de cinza (0 branco, 1 preto). Esse fator adimensional, é a relação entre tensão solicitante e resistente, ou seja, quando o valor se aproxima de um, uma tensão se aproxima da outra. No caso do aço, modelado como elasto-plástico (Figura 3.2), os trechos das barras que atingem o escoamento passam a ter um vermelho mais forte (bordô).

Figura 8.67 apresenta o referido diagrama para viga-parede estudada, modelada somente com os tirantes. Por essa figura é possível perceber a efetiva formação das escoras propostas no modelo apresentado na Figura 8.4. A medida que a carga aplicada é aumentada, as escoras não só vão ficando mais azuis como também mais pretas, ou seja, a medida que a tensão atuante aumenta a mesma se aproxima da resistente, levando a relação tensão resistente por tensão solicitante a ficar mais próxima de um.

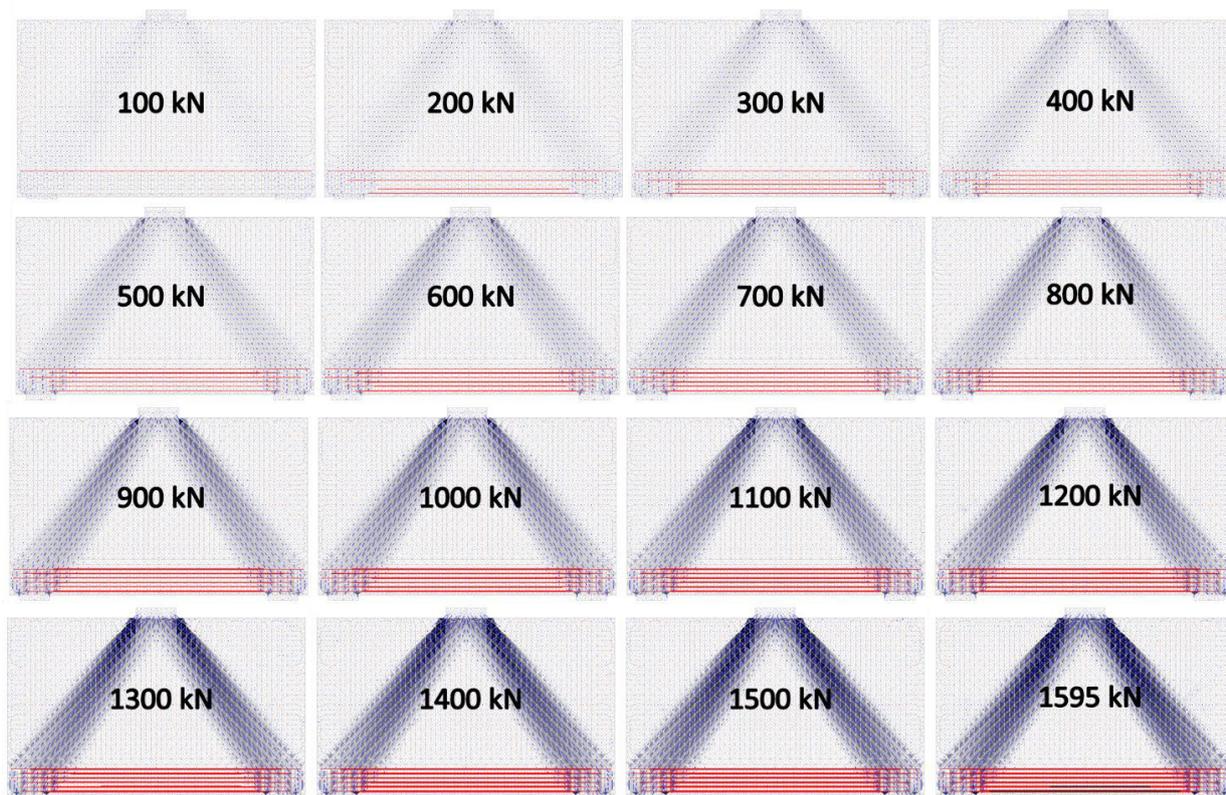


Figura 8.67 – *Relative stress* da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.

A Figura 8.68 apresenta somente o presente diagrama para a última carga que o JCONC analisou. Através dessa figura é possível perceber as características acima citadas com mais nitidez. Pelo Método das Bielas, uma escora tem largura, tensão atuante, e tensão resistente constante ao longo do comprimento da mesma. Através da Figura 8.68 é possível observar que o Método dos Campos de Tensão Elasto-Plástico Não-linear, apresenta resultados distintos ao Método das Bielas nesse sentido, pois todos esses fatores são variáveis.

- Elementos de aço

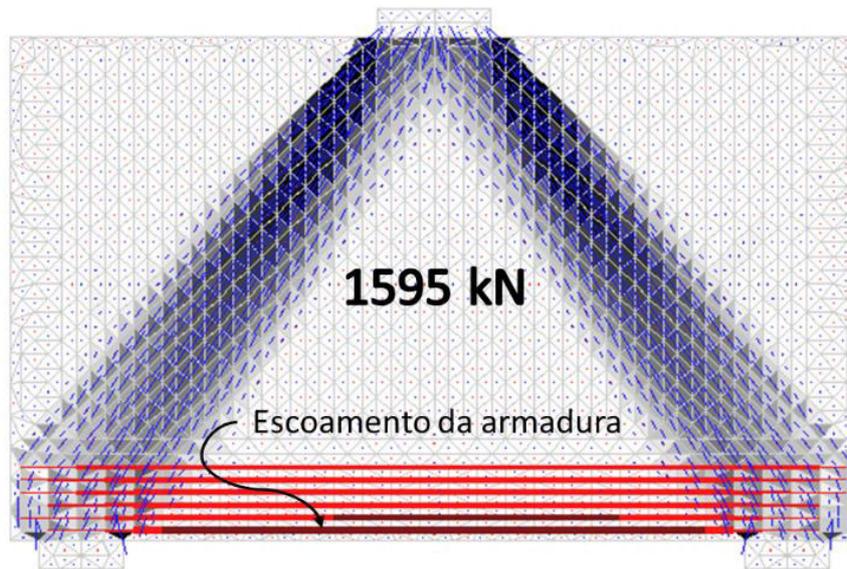


Figura 8.68 – Relative stress da carga de 1595 kN pelo JCONC.

Pela análise linear do item 8.1 é possível obter a carga que causará efetivamente o escoamento nos tirantes. Considerando o fator de ponderação γ_s , 1,15 e levando em consideração a área de aço efetiva em relação a área de aço calculada, tem-se que:

$$F_{escoamento} = F_{tir} * \gamma_s * \frac{A_{s,ef}}{A_{s,calc}} \quad \text{Equação 8.59}$$

$$F_{escoamento} = 1260 * 1,15 * \frac{11,78}{10,88} = 1568,87 \text{ kN} \quad \text{Equação 8.60}$$

Como no JCONC o modelo constitutivo do aço é Elasto-Plástico, até atingir o escoamento, o comportamento do aço é linear (tensão x deformação). Portanto assim como esperado, no JCONC a carga que causou a tensão de escoamento no tirante principal ficou muito próxima da calculada pela Equação 8.60, com valor de 1557,41 kN. A Figura 8.69 apresenta o diagrama de *relative stress* da referida carga. Apesar do programa ter feito a análise com a carga de 1557,41 kN, na Tabela 8.8 é possível identificar que o concreto atingiu o esmagamento convencional de ruptura, na carga de 1347,10 kN. Com isso, o resultado apresentado na Figura 8.69 tem somente o objetivo de mostrar que o escoamento do aço segundo a análise do JCONC foi próximo ao previsto pelo Método das Bielas.

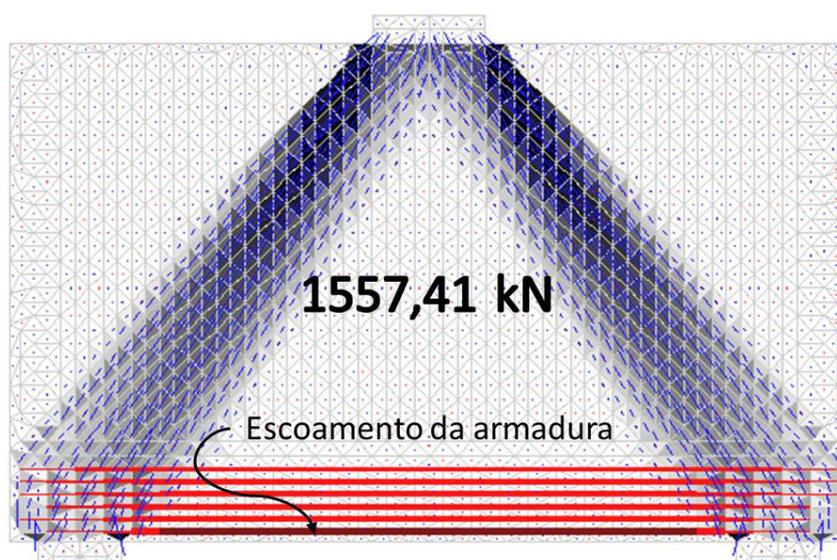


Figura 8.69 – Relative stress para carga de 1557,41 kN JCONC.

A Figura 8.70 mostra o diagrama tensão x deformação da barra de aço mais solicitada. Nesse diagrama é possível verificar que apesar do escoamento do aço ser configurado antes da ruptura do concreto, o trecho (horizontal) com deformações plásticas são razoavelmente reduzidos.

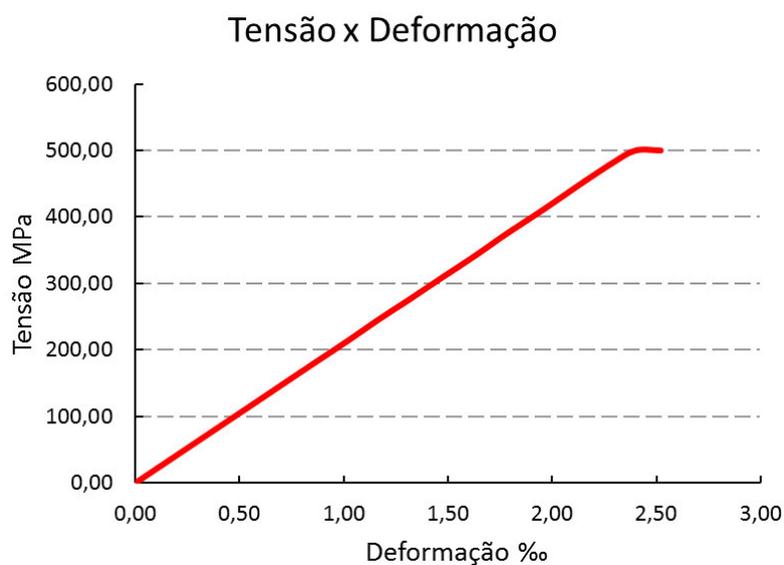


Figura 8.70 – Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (somente com tirante) via JCONC.

A Tabela 8.2 apresenta os resultados utilizados para geração do diagrama apresentado na Figura 8.70. Por essa tabela é possível perceber que a carga que causa o escoamento na barra (1557,41 kN) é muito próxima da carga última que o programa fornece (1595 kN) e também possível identificar que a deformação de ruptura do aço (10‰) não foi obtida em tal elemento.

Tabela 8.2 - Tensão x Deformação barra mais solicitada, associada a força resultante na barra e carga aplicada na viga-parede (somente tirante).

Carga (kN)	Força (kN)	Tensão (MPa)	f_{yk} (Mpa)	Deformação ϵ (‰)
100,00	12,00	29,83	500,00	0,142
200,00	24,00	60,48	500,00	0,288
300,00	36,00	91,12	500,00	0,434
400,00	48,00	121,78	500,00	0,580
500,00	60,00	152,53	500,00	0,726
600,00	72,00	183,22	500,00	0,872
700,00	84,00	213,91	500,00	1,020
800,00	96,00	244,36	500,00	1,160
900,00	108,00	275,04	500,00	1,310
1000,00	120,00	306,53	500,00	1,460
1100,00	134,00	341,75	500,00	1,630
1200,00	147,00	374,55	500,00	1,780
1300,00	161,00	409,47	500,00	1,950
1347,10	168,00	427,68	500,00	2,040
1400,00	175,00	446,19	500,00	2,120
1500,00	189,00	481,42	500,00	2,290
1557,41	197,00	500,00	500,00	2,400
1595,00	197,00	500,00	500,00	2,520

- Elementos de concreto

Aparentemente pela Figura 8.68, a tensão atuante (linhas azuis) é constante ao longo do comprimento da escora, mas o *relative stress* se difere de maneira notável. A região próxima da aplicação de carga (nó A) tem cores bem próximas do preto absoluto, ou seja, tensão atuante aproximadamente igual a resistente. Porém os valores mais próximos de um, não se encontraram exatamente no nó A, isso pode ser explicado pela presença das tensões de compressão por todas as direções, típicas de um nó CCC, compensando as tensões transversais que surgem pelo efeito Poisson.

Como pelo programa JCONC a tensão resistente é afetada pelo fator Eta_2 (Equação 6.2) que penaliza a tensão resistente do concreto baseada nas tensões transversais que o elementos sofre de maneira Não-linear, de maneira geral, o programa JCONC levar em consideração o efeito favorável à segurança, de confinamento nas regiões de nós CCC.

A Figura 8.71 apresenta os diagramas de Eta_2 para a viga-parede em estudo com escala de cinza, com 0 para preto e 1 para branco. Através dessa figura é possível perceber que as regiões mais afetadas pelo efeito das tensões transversais são as regiões das escoras, e a região do nó A basicamente não sofre desse efeito.

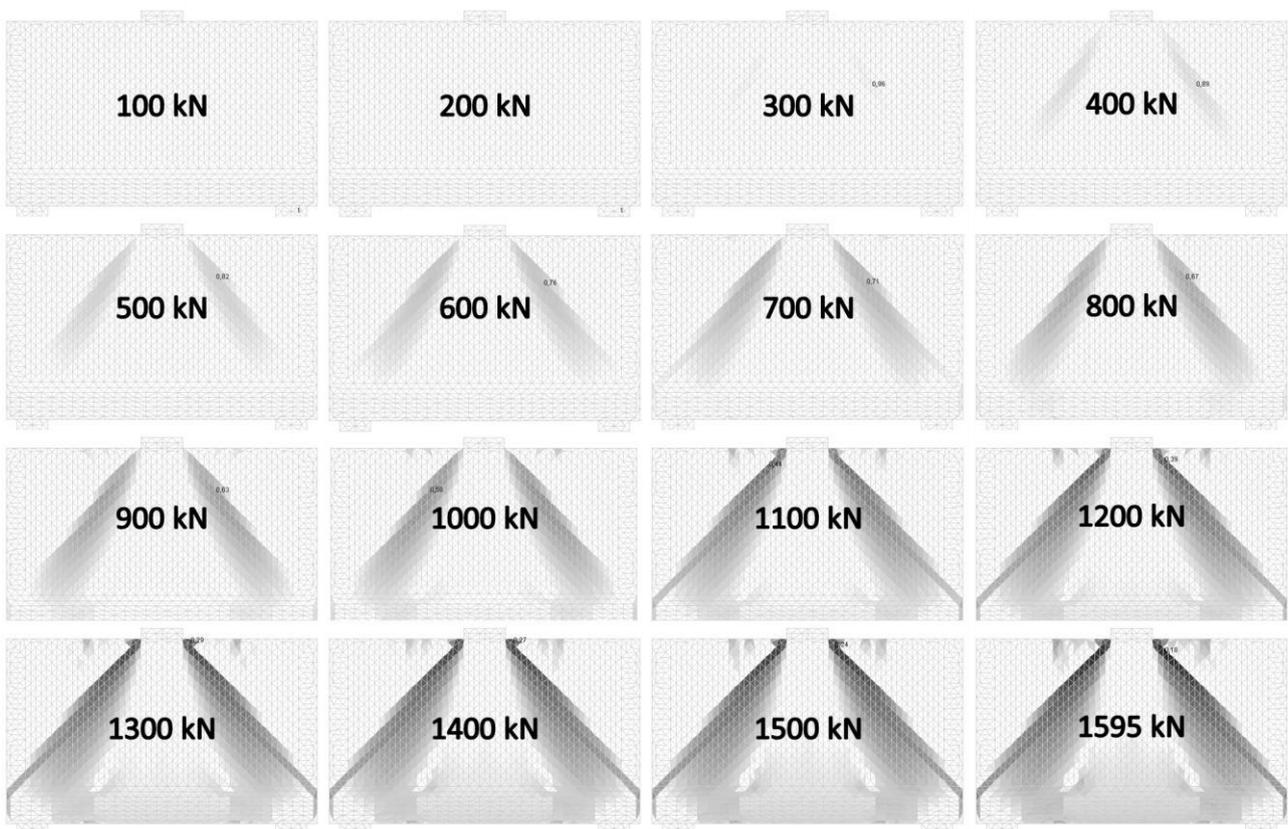


Figura 8.71 – Eta_2 da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.

A Figura 8.74 apresenta o diagrama tensão x deformação dos elementos de concreto simétricos que estão exatamente embaixo da carga. A Figura 8.72 e a Figura 8.73 apresentam as posições desses elementos.

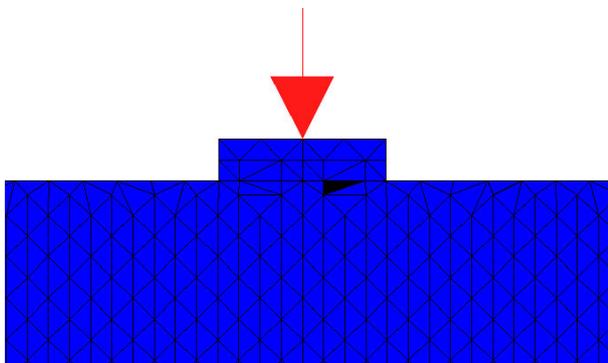


Figura 8.72 – Posição do elemento 84.

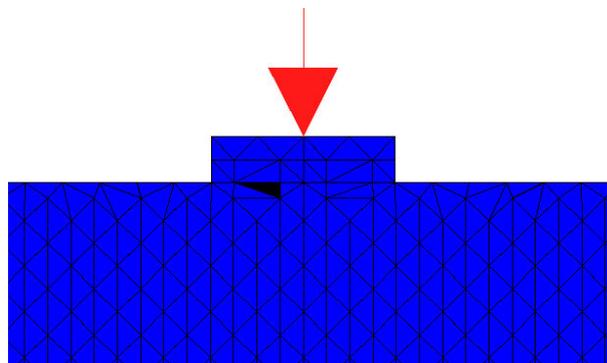


Figura 8.73 – Posição do elemento 78.

A linha azul na Figura 8.74 é definida pela tensão resistente do elemento analisado, nesse caso é visível que essa grandeza não é afetada pelo fator η_2 . A linha vermelha da mesma figura representa a tensão atuante no elemento em questão, que até o carregamento registrado (1595 kN), se comportou de maneira linear. Com isso tem-se que, até a carga de 1595 kN, não foi registrado pelo JCONC proximidades entre a tensão solicitante e a resistente, sendo assim tais elementos não serão indicados pelo programa como os primeiros a alcançarem a tensão resistente.

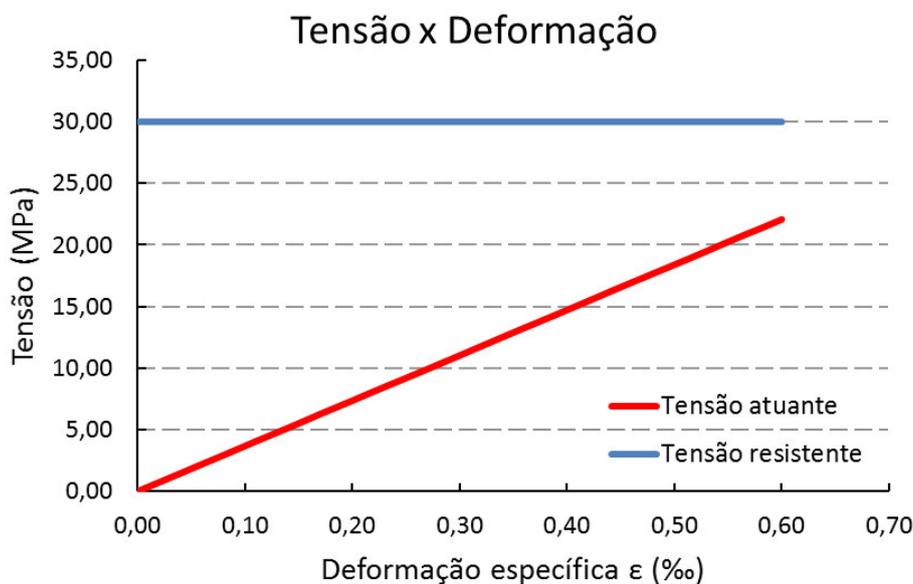


Figura 8.74 – Diagrama Tensão x Deformação elementos abaixo da placa.

Pelo Método da Bielas (item 8.1), foi encontrado que a tensão atuante que mais se aproxima da tensão resistente acontece no nó A_1 pelo lado da aplicação da carga, assim como mostra a Equação 8.28. Sendo 12,6 MPa a tensão atuante e 16,03 MPa a resistente segundo o Método das Bielas, é possível

fazer uma projeção do valor de carga que atingirá a tensão resistente nos elementos embaixo da placa. Desconsiderando o fator de ponderação γ_c , chega-se que a tensão de ruptura é 22,44 MPa. Através de uma relação linear a carga que causará tensão solicitante igual à de ruptura (22,44 MPa) pode ser expressa da seguinte maneira:

$$F_d = 1260 * \frac{22,44}{12,6} = 2244 \text{ kN} \quad \text{Equação 8.61}$$

Em resumo, pelo Método das Bielas a carga que causaria ruptura no concreto na região do nó A é de 2244 kN, ficando bastante afastada da carga que causou o escoamento do tirante principal, 1568,87 kN (Equação 8.60), configurando ruptura dúctil.

Não sendo os elementos 84 e 78, (Figura 8.72 e Figura 8.73), os primeiros elementos a atingirem a tensão de ruptura, foi necessário buscar os elementos que o fizeram. Através da planilha desenvolvida para analisar os resultados do JCONC foi possível identificar que os elementos que apresentaram ruptura, foram os simétricos 325 e 363, com suas posições respectivamente apresentadas na Figura 8.75 e Figura 8.76. Através destas é possível perceber que a ruína não iniciou no nó A e sim nas escoras principais.

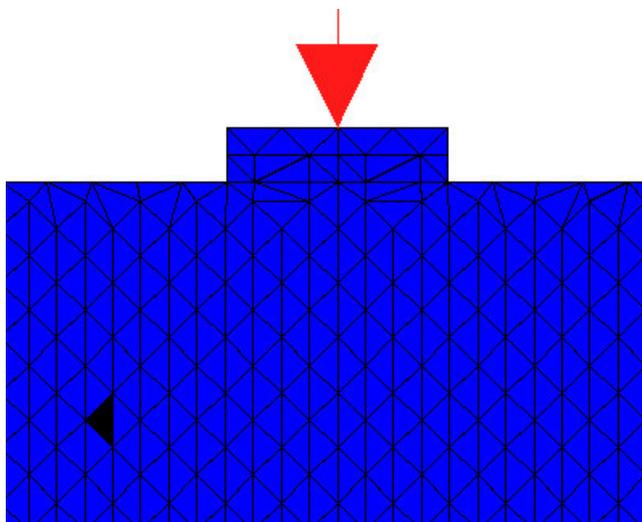


Figura 8.75 – Posição do elemento 325.

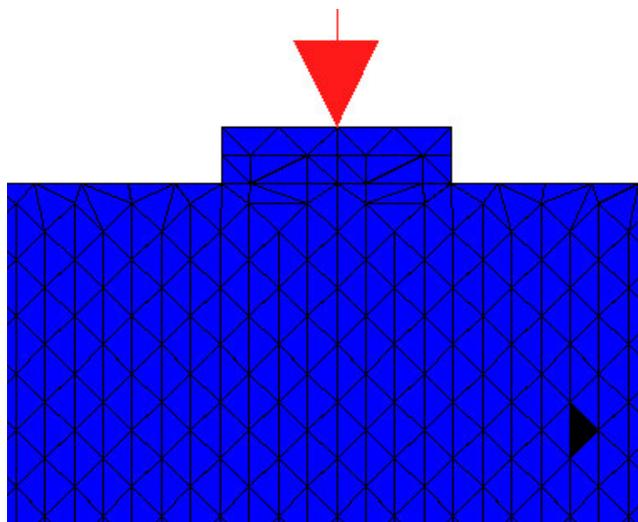


Figura 8.76 – Posição do elemento 363.

A Figura 8.77 mostra o diagrama tensão x deformação de tais elementos, sendo possível verificar que as curvas azul e vermelha se aproximam ao final da análise. Conforme já discutido anteriormente no presente trabalho, a tensão resistente do concreto é diminuída basicamente pela degradação (aberturas

de fissuras) que as tensões transversais causa no concreto. Essas tensões podem ter sua origem relacionados tanto ao efeito de Poisson (nesse caso), quanto ao cruzamento de tirantes principais tracionados (Figura 6.4). Esse efeito pode ser diminuído com a presença de armaduras de distribuição (item 8.3.1), com isso as tensões de tração são absorvidas pelos próprios elementos metálicos.

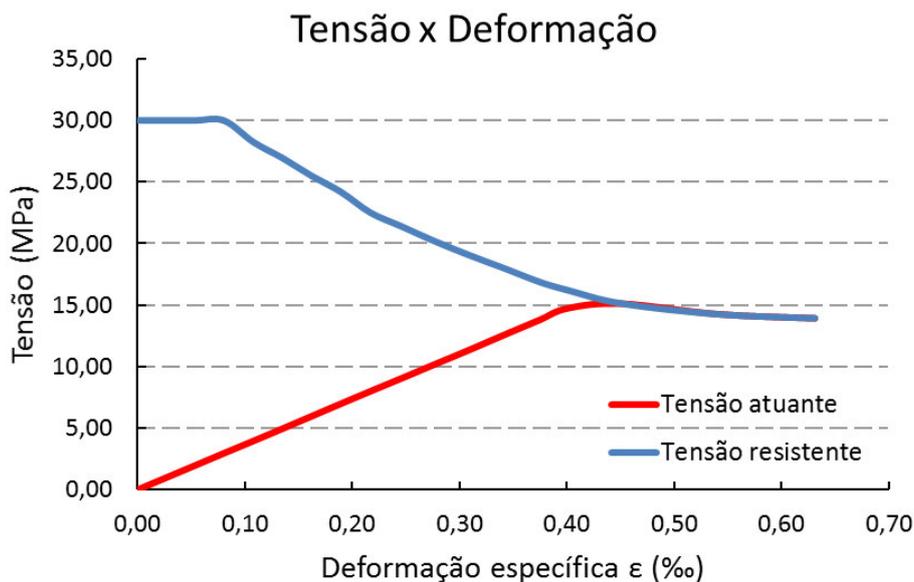


Figura 8.77 – Tensão x Deformação elementos 325 e 363.

As tensões de solicitação e de ruptura começam a se aproximar na carga de 1500 kN, com tensão atuante de 15,11 MPa e deformação específica de 0,451‰. A última carga apresentada pelo programa JCONC é 1595 kN, com tensão atuante igual a 13,95 MPa e deformação específica no elemento de 0,631‰.

A direção principal de cada elemento também é fornecida pelo programa. A Figura 8.79 apresenta através das linhas azuis a direção das tensões principais de maneira visual. A orientação de tais ângulos dentro do programa é em relação à vertical, tendo como sinal positivo os ângulos formados a partir do sentido anti-horário e negativo para no sentido horário, assim como mostra a Figura 8.78.

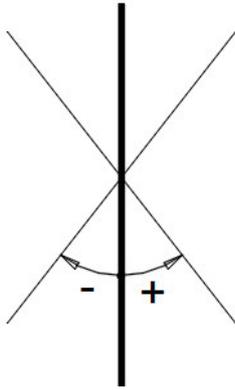


Figura 8.78 – Sentido da direção principal JCONC.

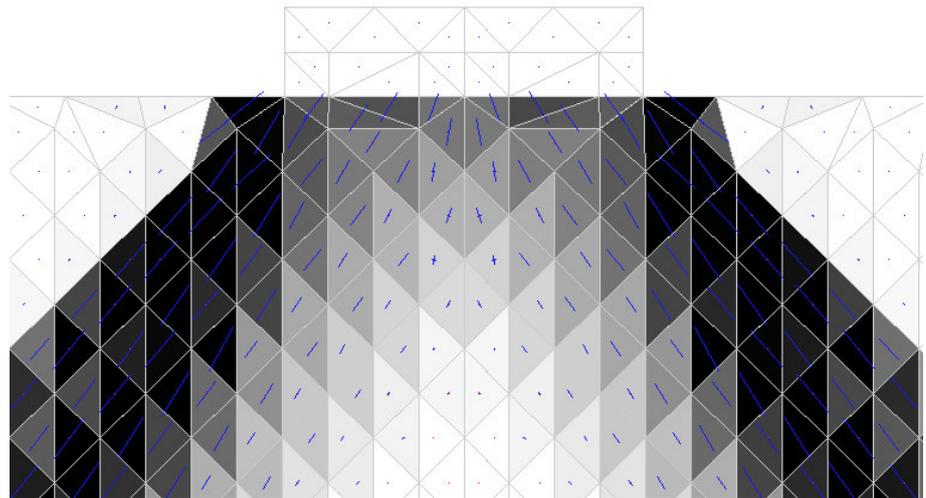


Figura 8.79 – Diagrama de direções principais (somente com tirante).

A Tabela 8.3 e a Tabela 8.4 apresentam as tensões principais atuantes, a resistente, a deformação principal e a direção principal os elementos 325 e 363 respectivamente. Elementos esses que compõem as escoras principais e possuem direção principal de tensão entre 30° e 35°. No item 8.2 (cálculo por modelo de viga) os estribos foram dimensionados pelo modelo de cálculo I (item 17.4.2.2 NBR 6118/2014), modelo que esse preconiza direção das escoras fixas em 45°, levando muitas vezes a supervalores de armaduras transversais. Já o modelo de cálculo II (item 17.4.2.3 NBR 6118/2014) admite posicionamento das escoras entre 30 e 45°, sendo esse mais próximo do presente exemplo.

Tabela 8.3 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 325.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,93	0,0254	-31,91
200,00	30,00	1,94	0,0526	-31,86
300,00	30,00	2,94	0,0799	-31,80
400,00	28,26	3,95	0,107	-31,80
500,00	27,00	4,94	0,134	-31,86
600,00	25,59	5,94	0,161	-31,86
700,00	24,30	6,94	0,189	-31,86
800,00	22,59	7,97	0,217	-31,74
900,00	21,51	8,98	0,244	-31,74
1.000,00	20,31	10,09	0,274	-31,86
1.100,00	19,08	11,39	0,309	-32,37
1.200,00	18,12	12,56	0,341	-32,54
1.300,00	17,01	13,72	0,373	-32,89
1.400,00	16,35	14,64	0,398	-33,58
1.500,00	15,36	15,36	0,44	-33,98
1.557,41	14,55	14,54	0,507	-34,21
1.595,00	14,13	14,13	0,601	-34,61

Tabela 8.4 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 363.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,94	0,0255	31,97
200,00	30,00	1,94	0,0528	31,91
300,00	30,00	2,95	0,0802	31,86
400,00	28,23	3,96	0,108	31,86
500,00	26,94	4,96	0,135	31,91
600,00	25,50	5,96	0,162	31,91
700,00	24,21	6,97	0,189	31,91
800,00	22,50	8,00	0,217	31,80
900,00	21,42	9,02	0,245	31,80
1.000,00	20,25	10,12	0,275	31,86
1.100,00	19,05	11,36	0,309	32,43
1.200,00	17,94	12,63	0,343	32,60
1.300,00	16,89	13,77	0,374	32,89
1.400,00	16,20	14,75	0,401	33,58
1.500,00	15,12	15,11	0,451	33,98
1.557,41	14,25	14,26	0,541	34,32
1.595,00	13,92	13,93	0,631	34,66

Os elementos apresentados na Figura 8.80 (818) e na Figura 8.81 (728) tiveram destaque pelas deformações específicas configuradas.

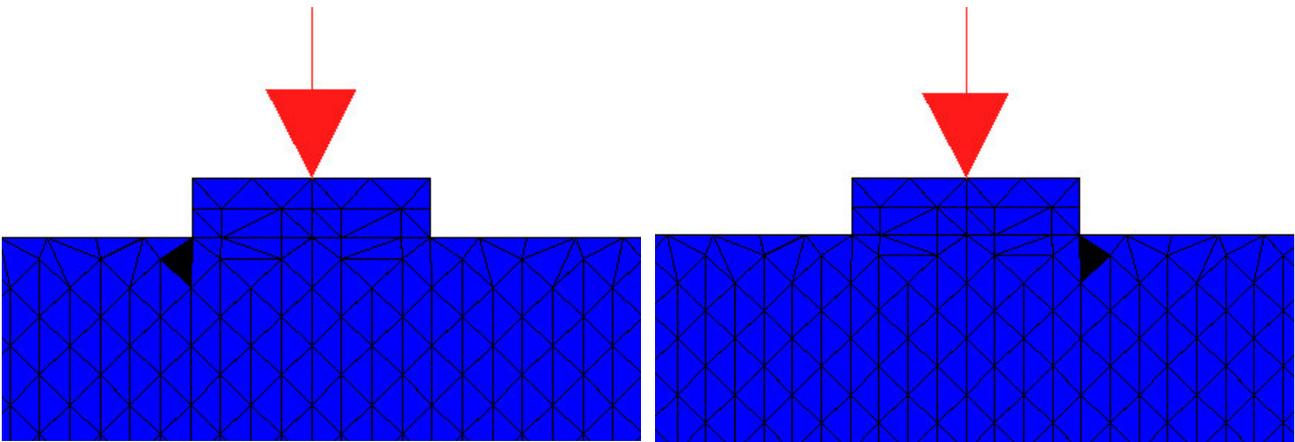


Figura 8.80 – Posição do elemento 818.

Figura 8.81 – Posição do elemento 728.

A Figura 8.82 apresenta o diagrama tensão x deformação obtido no JCONC para os elementos em questão. Através dessa figura é possível perceber que tais elementos ultrapassaram os limites de deformação específica estabelecidos pela NBR 6118/2014 em seu item 8.2.10.1. O referido item faz recomendação do valor de $\epsilon_{c2}=2,0\%$ (Início do patamar plástico do concreto) e $\epsilon_{cu}=3,5\%$ (encurtamento na ruptura). Pela Tabela 8.5 e pela Tabela 8.6 é possível perceber que o primeiro valor (ϵ_{c2}) foi ultrapassado entra a carga de 1100kN (1,9%) e a de 1200kN (2,3%). Como a carga de cálculo é $P_d=1260$ kN (Equação 8.1), tem-se que o concreto atingiu deformações plásticas antes mesmo da armadura atingir o escoamento, não atendendo os quesitos ductilidade.

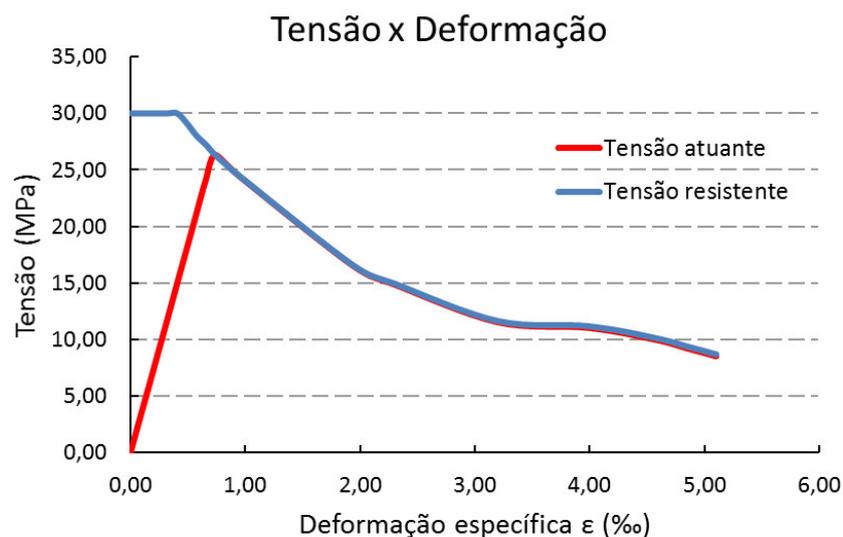


Figura 8.82 – Diagrama Tensão x Deformação dos elementos 818 e 728.

A carga que causou o encurtamento de início da ruptura (ϵ_{cu}) foi entre 1300 kN (3,2‰) e 1400 kN (4‰). O programa não tem como critério de resistência nenhum parâmetro relacionado a deformações excessivas, sendo assim o mesmo registrou valores de até 5,19‰ para carga de 1595 kN, tida como carga de ruptura.

A Tabela 8.5 e a Tabela 8.6 apresentam as tensões principais atuantes, a resistente, a deformação principal e a direção principal os elementos 728 e 818 respectivamente. Nesse caso é possível perceber que tais elementos tiveram direção principal em torno de 30°, seguindo então a mesma discussão para os elementos 325 e 363 relatado anteriormente.

Tabela 8.5 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 728.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	2,82	0,0766	31,91
200,00	30,00	5,83	0,158	31,34
300,00	30,00	8,85	0,241	31,17
400,00	30,00	11,89	0,323	31,05
500,00	30,00	14,98	0,407	30,94
600,00	29,22	18,02	0,49	30,88
700,00	28,11	21,06	0,572	30,83
800,00	27,36	24,00	0,652	30,94
900,00	26,40	26,39	0,739	30,94
1.000,00	24,60	24,59	0,938	30,83
1.100,00	17,16	17,11	1,84	29,22
1.200,00	14,61	14,53	2,37	28,88
1.300,00	11,64	11,55	3,21	28,76
1.347,10	10,89	10,77	3,51	28,93
1.400,00	10,98	10,84	4,05	31,00
1.500,00	9,96	9,81	4,65	31,28
1.557,41	9,15	8,99	4,97	30,83

Tabela 8.6 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 818.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	2,83	0,0768	-31,97
200,00	30,00	5,84	0,159	-31,46
300,00	30,00	8,87	0,241	-31,28
400,00	30,00	11,91	0,324	-31,17
500,00	30,00	15,00	0,407	-31,00
600,00	29,13	18,05	0,49	-30,94
700,00	28,05	21,10	0,573	-30,94
800,00	27,27	24,03	0,653	-31,05
900,00	26,31	26,32	0,74	-31,05
1.000,00	24,48	24,46	0,947	-30,94
1.100,00	16,56	16,52	1,94	-29,11
1.200,00	14,91	14,83	2,31	-28,93
1.300,00	11,64	11,54	3,2	-28,76
1.347,10	11,34	11,20	3,91	-31,05
1.400,00	11,19	11,05	3,99	-31,17
1.500,00	10,14	9,99	4,57	-31,40
1.557,41	9,33	9,17	4,87	-30,88

Através da Tabela 8.5 é possível verificar que a carga de 1347,10kN levou o elemento 728 à atingir o encurtamento de ruptura estabelecido na NBR 6118/2014, ($\epsilon_{cu}=3,5‰$). As análises fornecidas pelo programa a partir de tal carregamento podem ser desconsideradas, uma vez que o mesmo aceita a resistência tanto a tensão quanto a deformação do elemento em estudo, que teoricamente já foi rompido. Em uma situação real o elemento rompido não aceitaria mais nenhum carregamento, fazendo com que a viga-parede procurasse um novo mecanismo de resistência.

- Deflexão

Após avaliada a condição de ruptura da presente viga é possível verificar as condições de serviço, mais especificamente o estado limite de serviço, utilizado para verificação dos deslocamentos excessivos. A Figura 8.83 mostra a curva Carga x Deslocamento do ponto central inferior da viga estudada.

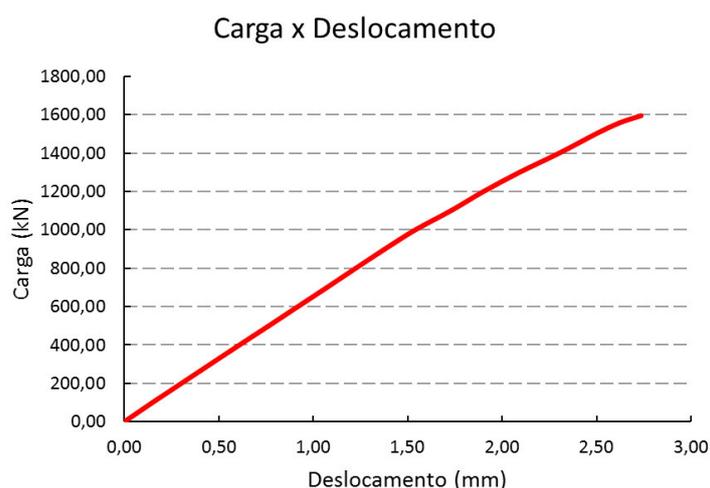


Figura 8.83 – Curva carga x deslocamento viga-parede somente com tirantes JCONC.

Pela Figura 8.83 ainda, é possível perceber que a ruptura foi frágil. O esquema de armação estudado no presente tópico não se apresentou como uma boa solução no que diz respeito a ductilidade. No item 8.3.1 o modelo analisado no JCONC contou com a presença das armaduras de distribuição, utilizadas para melhorar o comportamento do concreto e conseqüentemente melhorar a condição de ductilidade da viga em questão.

A Tabela 8.7 apresenta os valores utilizados na construção do diagrama da Figura 8.83, a máxima deformação vertical registrada em tal ponto foi de 2,74 mm para a carga de 1595 kN.

Tabela 8.7 - Carga x Deslocamento viga-parede modelo somente com tirante no JCONC.

Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)	Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)
100,00	0,1489	1000,00	1,5405
200,00	0,3027	1100,00	1,7292
300,00	0,4555	1200,00	1,9015
400,00	0,6097	1300,00	2,0918
500,00	0,7651	1347,10	2,2014
600,00	0,9190	1400,00	2,3024
700,00	1,0732	1500,00	2,4963
800,00	1,2249	1557,41	2,6209
900,00	1,3792	1595,00	2,7355

A Figura 8.84 apresenta o diagrama *deformed* extraído do programa JCONC da viga-parede em questão, diagrama esse que pode ser utilizado para verificação do modelo computacional em si, através de deslocamentos coerentes com o modelo físico real. Esses diagramas também podem ser utilizados para conhecimento do ponto que possivelmente estará sujeito ao maior deslocamento. No caso da presente viga, tal ponto pode ser determinado sem conhecimento de tal diagrama de maneira intuitiva, mas para o estudo de elementos mais complexos se faz necessário a utilização de tal ferramenta.

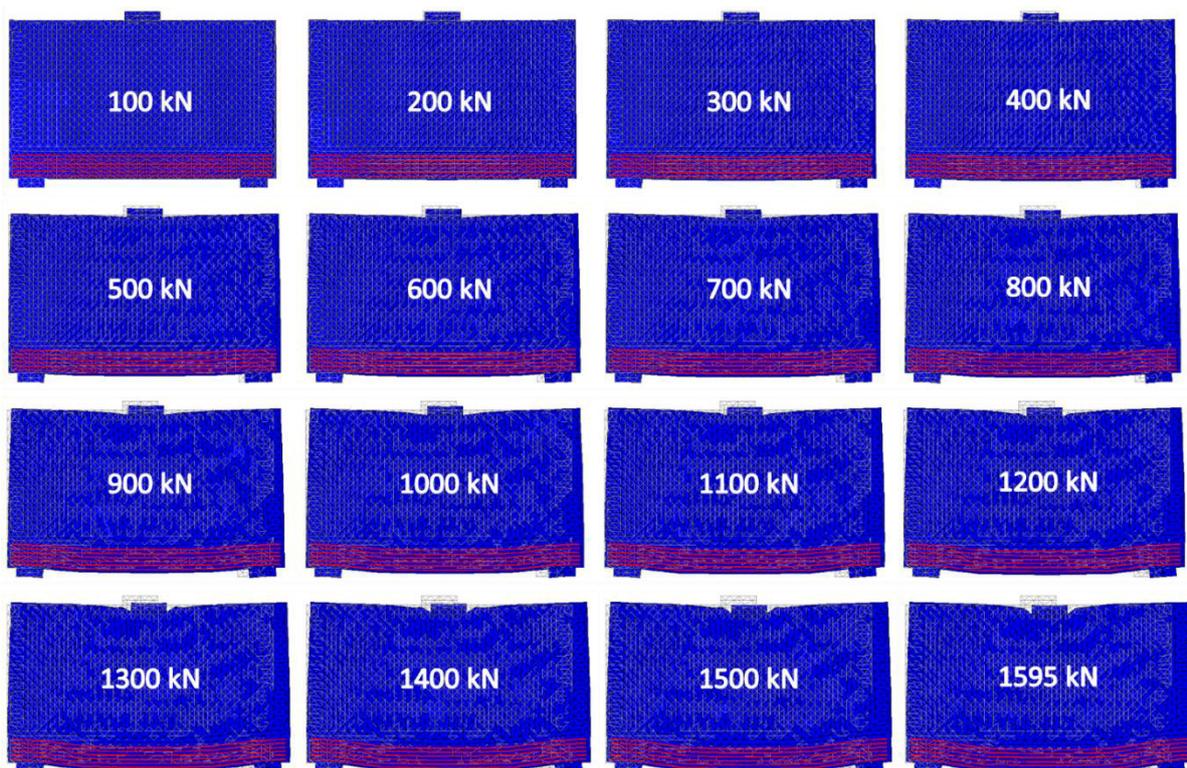


Figura 8.84 – *Deformed* da viga-parede somente com tirante a cada carregamento JCONC.

- Considerações finais sobre o presente modelo

Assim como apresentado anteriormente o presente esquema de armação não configurou um bom desempenho no que diz respeito a ductilidade, segundo análise via JCONC. A Tabela 8.8 apresenta os registros que os materiais produziram ao longo da aplicação das cargas. De maneira resumida tal tabela mostra claramente que a ruptura ocorreu de maneira frágil, sendo que o encurtamento de ruptura do concreto foi atingido antes mesmo de qualquer armadura alcançar o escoamento. A partir da linha colorida os valores são ilustrativos, já que essa linha representa a carga de ruptura de um dos elementos de concreto do modelo, e o programa não reconhece esse elemento com rompido, as análises posteriores à esse valor podem ser desconsideradas.

Tabela 8.8 - Cargas notórias na viga-parede modelada somente com tirante.

CARGAS NOTÓRIAS		
REGISTROS		kN
$\epsilon_{c2}=2,0\text{‰}$	Início do patamar plástico do concreto	1.150,00
$\epsilon_{cu}=3,5\text{‰}$	Encurtamento de ruptura do concreto	1.347,10
$\epsilon_{aço}=2,38\text{‰}$	Escoamento da armadura	1.557,41
$\sigma_s > \sigma_r$	Tensão solicitante maior que resistente	1.595,00
$\epsilon_{aço}=10,0\text{‰}$	Alongamento de ruptura aço	-

A Figura 8.85 apresenta o perfil de deformação da seção central da viga-parede em questão associado ao layout de armação da mesma. Diferente de uma viga comum de $L/h > 2$ as máximas tensões de tração e compressão não acontecem na mesma seção, sendo assim foi necessário fazer a seção em formato de faixa mostrada em cinza transparente na referida figura. Assim o perfil de deformação apresentado na Figura 8.85 apresenta tanto as máximas deformações de tração e de compressão.

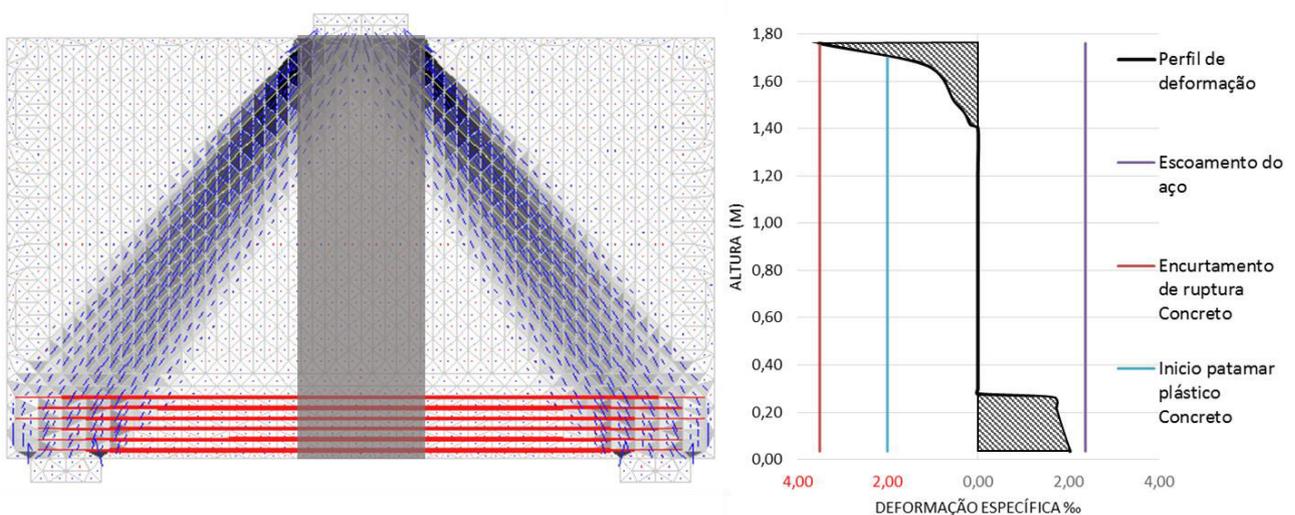


Figura 8.85 – Perfil de deformação da viga-parede modelada somente com os tirantes principais.

Utilizando a modelagem anterior foi possível inserir as barras que compõem a malha mínima calculadas na Equação 8.38 e Equação 8.39. A Figura 8.87 mostra a presente situação modelada no iMesh.

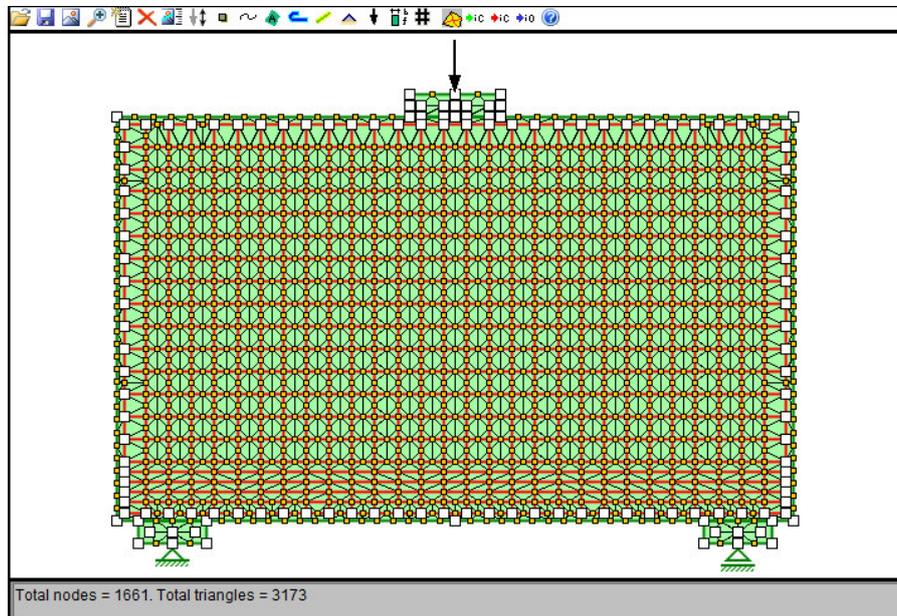


Figura 8.87 – Viga-parede com tirantes e malha mínima modelada no iMesh.

No modelo apresentado na Figura 8.87 constam 1661 nós e 3173 elementos triangulares. A partir de tal modelo foi feita a análise não-linear no JCONC. Foram escolhidas os diagramas de *relative stress*, *deformed* e *eta2*, para apresentação dos resultados do presente elemento, assim como no item 8.3.1.

- Elementos de aço

O diagrama *Relative Stress* da viga-parede estudada modelada com o tirante e as malhas mínimas é apresentado na Figura 8.88. É possível perceber que a última carga fornecida pelo programa (2245,18 kN) é superior a do item 8.3.1 (1595 kN).

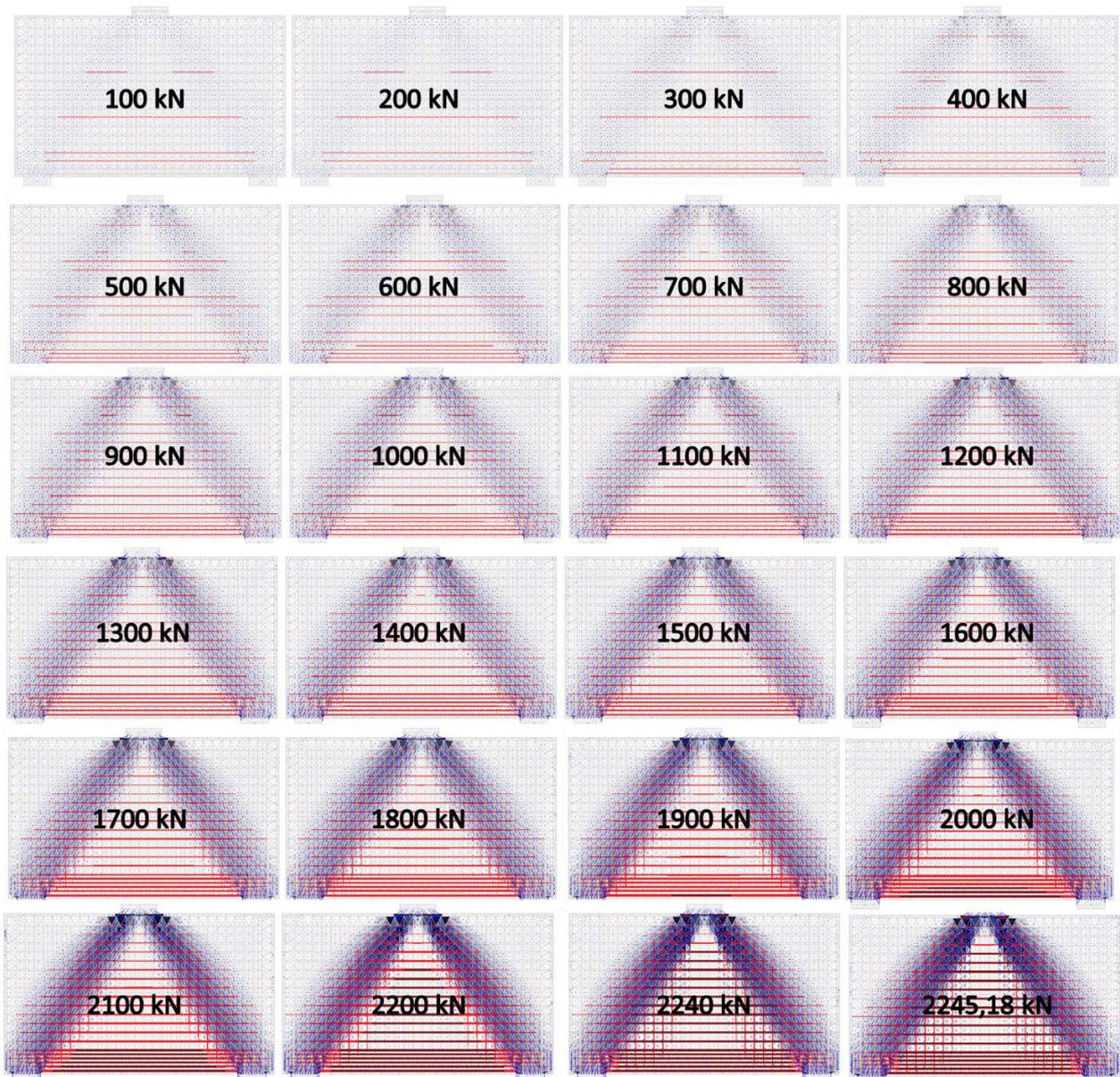


Figura 8.88 – Diagrama *Relative Stress* da viga-parede modelado com tirantes e malha mínima JCONC.

A Figura 8.89 mostra o diagrama *Relative Stress* somente para a última carga apresentada pelo programa. Por essa é possível perceber que a ruptura aconteceu de maneira dúctil, pois praticamente todas as armaduras horizontais atingiram o escoamento antes que os elementos de concreto pudessem atingir a tensão resistente. A carga que causou o primeiro escoamento de armadura foi 1900 kN, valor

razoavelmente superior à aquele calculado pelo modelo manual, 1568,68 kN (Equação 8.60) e inferior ao valor da última carga apresentada pelo programa, 2245,18 kN. Dessa maneira chega-se à conclusão que a presença da malha mínima melhora o comportamento do elemento estudado no que diz respeito à ductilidade.

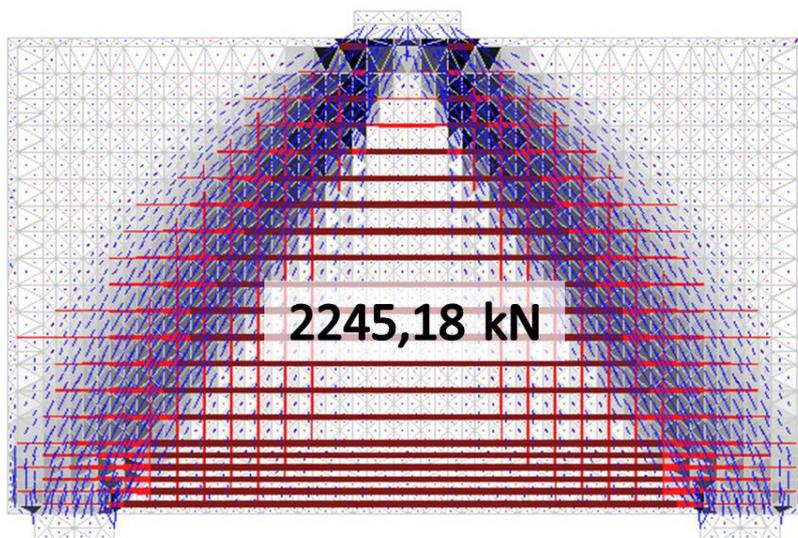


Figura 8.89 – *Relative Stress* 2245,18 kN.

Através da Figura 8.89 também é possível perceber que na região das escoras principais as armaduras verticais foram bastante solicitadas, porém as mesma não alcançaram a tensão de escoamento. A primeira armadura de aço que atingiu o escoamento tem o diagrama de tensão x deformação apresentado na Figura 8.90, e por ela é possível verificar que a deformação específica ultrapassou o limite comumente estabelecido como de ruptura convencional do aço CA50, 10%.

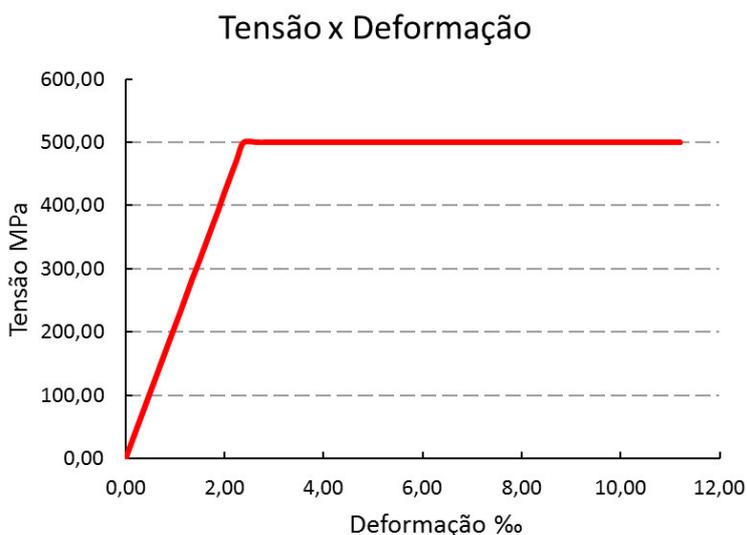


Figura 8.90 - Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (com tirante mais malha mínima) via JCONC.

A Tabela 8.9 apresenta os dados utilizados para gerar o diagrama da Figura 8.90, associados à força resultante na barra e a carga aplicada na viga-parede. Através dessa tabela é possível verificar que a carga que causou a deformação de ruptura característica desse tirante foi uma carga ligeiramente menor que 2240,00 kN (10,30%).

Tabela 8.9 – Tensão x Deformação barra mais solicitada, associada a força resultante na barra e carga aplicada na viga-parede (tirante e malha mínima).

Carga (kN)	Tensão (Mpa)	Força (kN)	f_{yk} (MPa)	Deformação ϵ (‰)
100,00	25,42	0,010	500,00	0,121
200,00	51,33	0,020	500,00	0,244
300,00	77,24	0,030	500,00	0,368
400,00	103,15	0,041	500,00	0,491
500,00	129,06	0,051	500,00	0,615
600,00	154,96	0,061	500,00	0,738
700,00	180,87	0,071	500,00	0,861
800,00	206,78	0,081	500,00	0,985
900,00	232,68	0,091	500,00	1,110
1000,00	258,59	0,102	500,00	1,230
1100,00	284,49	0,112	500,00	1,350
1200,00	310,41	0,122	500,00	1,480
1300,00	337,43	0,133	500,00	1,610
1400,00	364,60	0,143	500,00	1,740
1500,00	391,75	0,154	500,00	1,870
1600,00	418,90	0,165	500,00	1,990
1700,00	446,03	0,175	500,00	2,120
1800,00	473,16	0,186	500,00	2,250
1900,00	500,00	0,197	500,00	2,390
2000,00	500,00	0,197	500,00	2,720
2100,00	500,00	0,197	500,00	3,650
2200,00	500,00	0,197	500,00	6,470
2240,00	500,00	0,197	500,00	10,300
2245,18	500,00	0,197	500,00	11,200

- Elementos do concreto

A Figura 8.91 mostra os diagramas de Eta_2 para a viga-parede em estudo. Mais uma vez, é possível perceber que os elementos que compõem o nó CCC não sofrem com os efeitos das deformações transversais, conseqüentemente não configuram valores de Eta_2 menores que um.

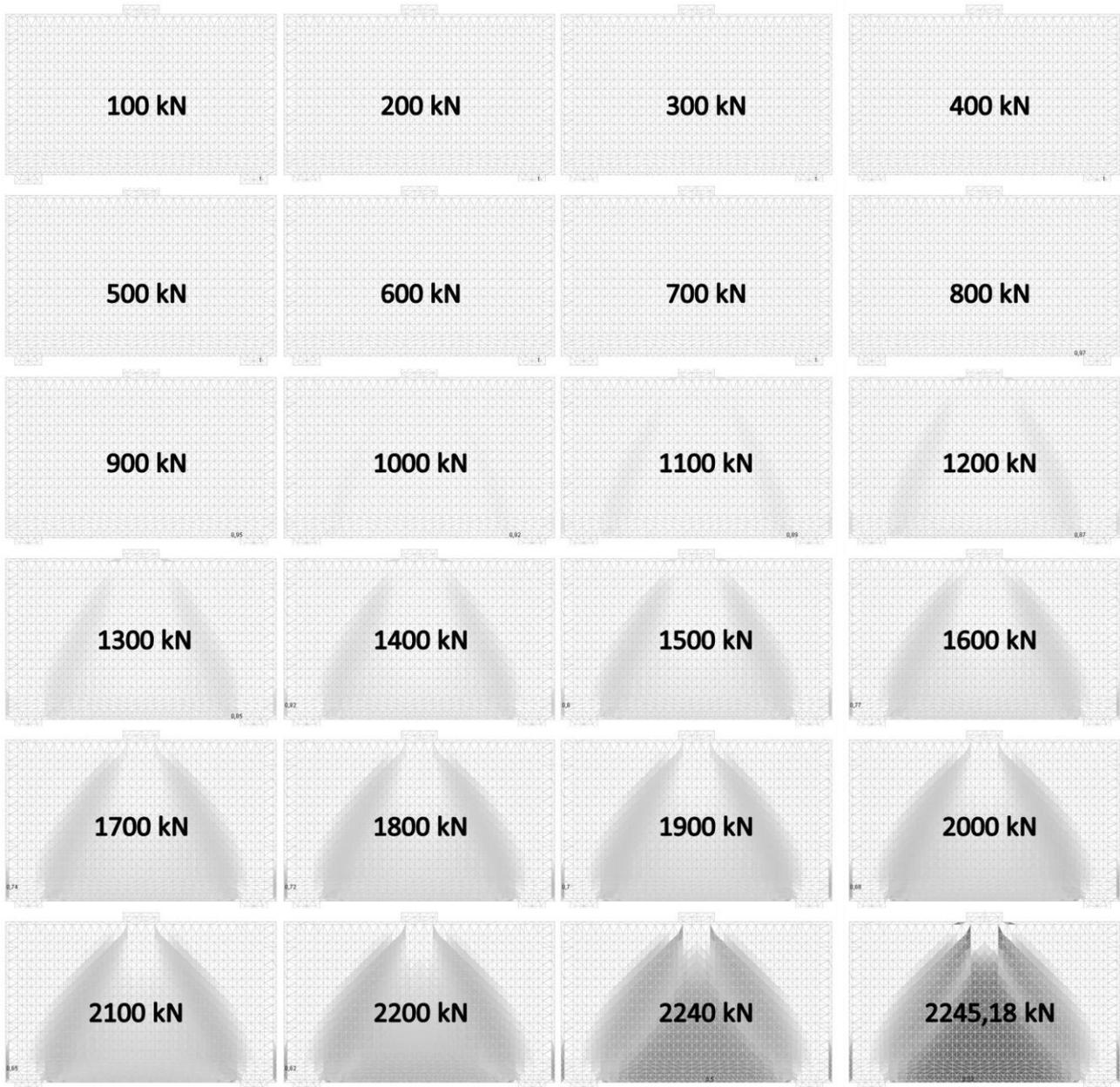


Figura 8.91 – Diagrama Eta_2 viga-parede modelado com tirante e malha mínima JCONC.

Os elementos simétricos de concreto com tensão solicitante mais próxima da tensão de ruptura, tem suas posições apresentadas na Figura 8.92 (444) e na Figura 8.93 (765).

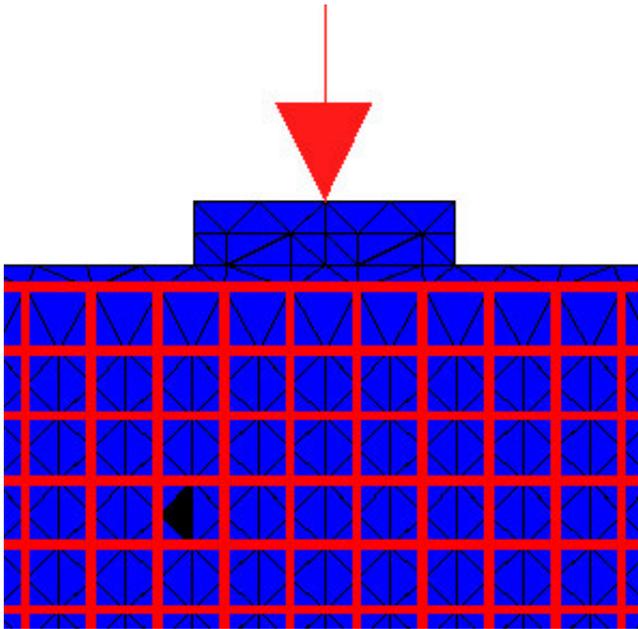


Figura 8.92 – Posição do elemento 444.

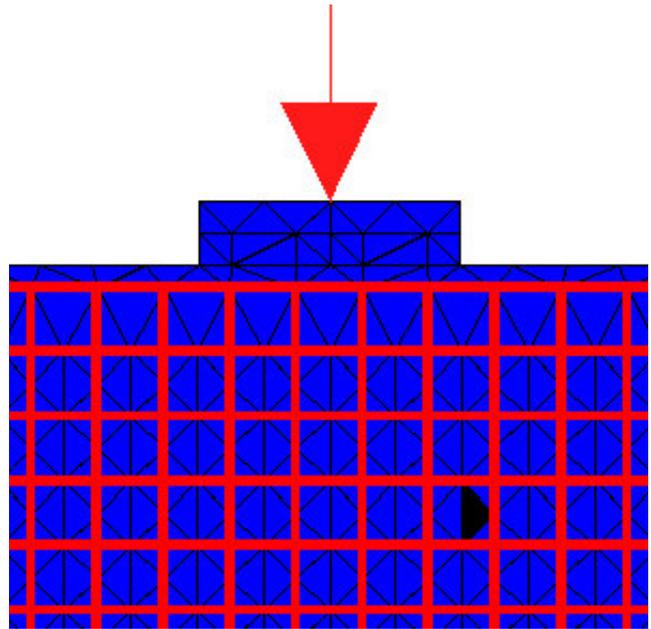


Figura 8.93 – Posição do elemento 765.

Como relatado no item 8.3.1 a presença da malha mínima estabelecida pela NBR 6118/2014 melhora o comportamento dos elementos de concreto, sendo que esta fica responsável pela absorção das tensões de tração transversais às de compressão nas escoras de concreto, oriundas do efeito Poisson. A Figura 8.94 apresenta o diagrama Tensão x Deformação dos elementos 444 e 765, é possível observar que a tensão atuante se aproxima da resistente bem próximo do último valor (2245,18 kN) apresentado pelo programa JCONC.

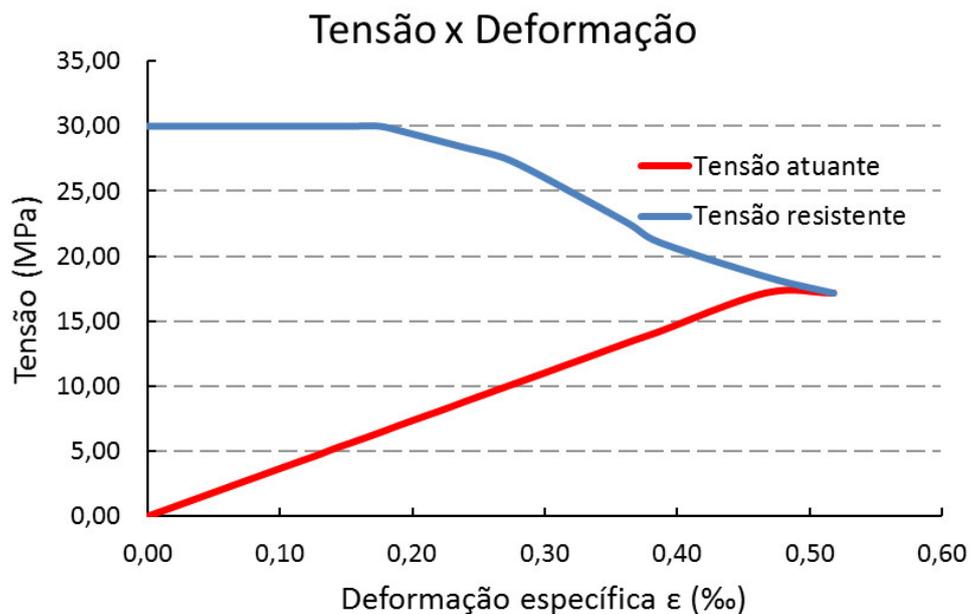


Figura 8.94 – Diagrama Tensão x Deformação elemento 444.

A Figura 8.95 apresenta as direções principais em linhas azuis de cada elemento finito de concreto.

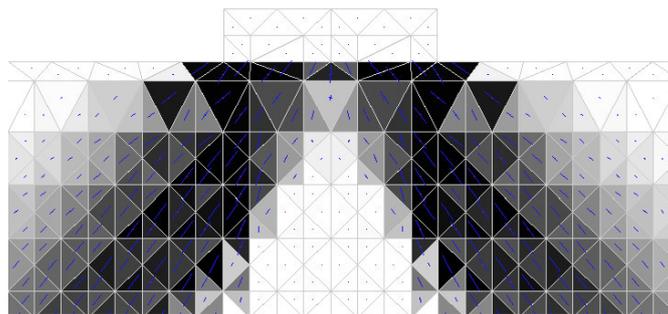


Figura 8.95 – Diagrama de direções principais (com tirante e malha mínima).

A Tabela 8.10 e a Tabela 8.11 apresentam os resultados numéricos para os elementos 444 e 765 respectivamente, nessas é possível conhecer a direção principal dos elementos que compõem as escoras principais da viga-parede estudada.

Tabela 8.10 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 444.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,43	0,0117	-27,33
200,00	30,00	0,86	0,0235	-27,39
300,00	30,00	1,30	0,0353	-27,39
400,00	30,00	1,73	0,0471	-27,44
500,00	30,00	2,17	0,0588	-27,44
600,00	30,00	2,60	0,0706	-27,44
700,00	30,00	3,03	0,0824	-27,44
800,00	30,00	3,47	0,0942	-27,44
900,00	30,00	3,90	0,106	-27,44
1.000,00	30,00	4,33	0,118	-27,44
1.100,00	30,00	4,77	0,13	-27,44
1.200,00	30,00	5,21	0,141	-27,44
1.300,00	30,00	5,81	0,158	-27,44
1.400,00	30,00	6,42	0,175	-27,44
1.500,00	29,64	7,04	0,191	-27,44
1.600,00	29,19	7,65	0,208	-27,44
1.700,00	28,74	8,27	0,225	-27,44
1.800,00	28,32	8,88	0,241	-27,44
1.900,00	27,90	9,50	0,258	-27,50
2.000,00	27,36	10,09	0,274	-27,44
2.100,00	25,98	11,07	0,301	-27,73
2.200,00	22,53	13,38	0,363	-27,79
2.240,00	18,42	17,18	0,467	-27,67
2.245,18	17,16	17,17	0,518	-28,19

Tabela 8.11 – Tensão x Deformação associado com a carga aplicada do elemento 765.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,43	0,0117	27,27
200,00	30,00	0,87	0,0236	27,33
300,00	30,00	1,30	0,0354	27,39
400,00	30,00	1,74	0,0471	27,39
500,00	30,00	2,17	0,0589	27,39
600,00	30,00	2,60	0,0707	27,39
700,00	30,00	3,04	0,0825	27,39
800,00	30,00	3,47	0,0943	27,39
900,00	30,00	3,91	0,106	27,39
1.000,00	30,00	4,34	0,118	27,39
1.100,00	30,00	4,77	0,13	27,39
1.200,00	30,00	5,21	0,142	27,44
1.300,00	30,00	5,81	0,158	27,44
1.400,00	30,00	6,43	0,175	27,44
1.500,00	29,58	7,05	0,191	27,44
1.600,00	29,13	7,66	0,208	27,44
1.700,00	28,68	8,27	0,225	27,44
1.800,00	28,26	8,88	0,241	27,44
1.900,00	27,84	9,51	0,258	27,50
2.000,00	27,30	10,09	0,274	27,44
2.100,00	25,95	11,03	0,3	27,73
2.200,00	22,53	13,34	0,362	27,79
2.240,00	18,66	16,99	0,462	27,67
2.245,18	17,46	17,46	0,508	28,19

Os elementos com as maiores deformações registradas pelo programa, têm suas posições apresentadas na Figura 8.96 (120) e na Figura 8.97 (290), elementos esses que tem o diagrama Tensão x

deformação praticamente idêntico, sendo assim a Figura 8.98 apresenta o referido diagrama somente do elemento 120.

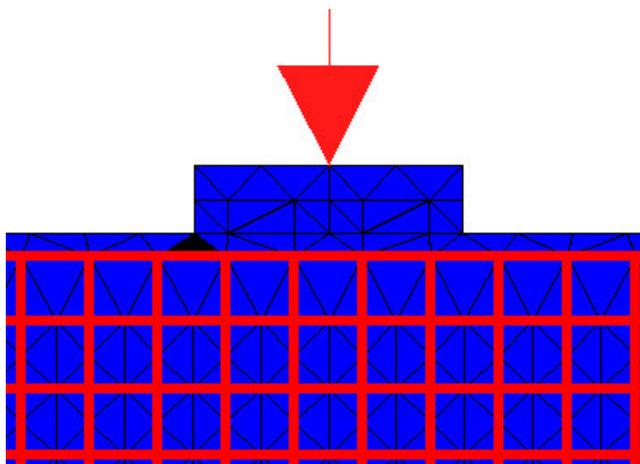


Figura 8.96 – Posição do elemento 120.

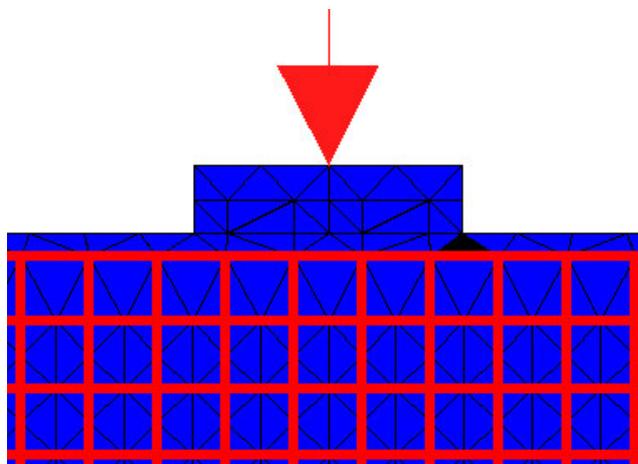


Figura 8.97 – Posição do elemento 290.

Pelo diagrama da Figura 8.98, Tabela 8.12, e pela Tabela 8.13, é possível perceber que tensão solicitante se aproximou da resistente na carga 1200 kN, e a partir de tal carga as duas tensões passaram a se afastar novamente.

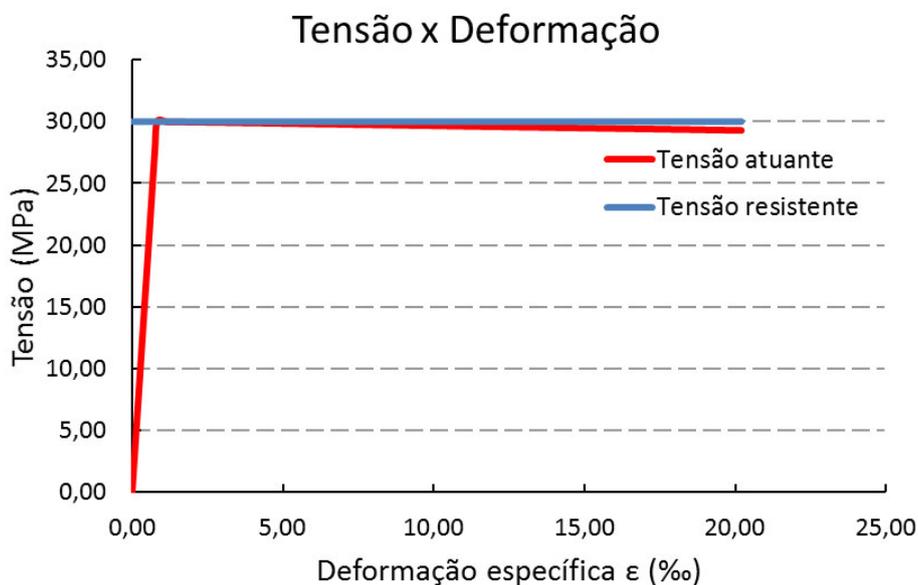


Figura 8.98 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 120.

Também foi possível perceber que a tensão resistente se manteve inalterada com a aplicação das cargas, ou seja, o fator η_2 se manteve igual a um. A direção principal de tais elementos estiveram em torno de $\pm 25^\circ$ a $\pm 30^\circ$. Assim como no modelo estudado no item 8.3.1 os elementos com maiores

deformações do presente modelo ultrapassaram as deformações limites estabelecidas pela NBR 6118/2014 em seu item 8.2.10.1. O início do patamar plástico do concreto ($\epsilon_{c2}=2,0\%$) foi atingido próximo da carga de 1600 kN, e os encurtamentos de ruptura foram registrados ($\epsilon_{cu}=3,5\%$) nas proximidades do carregamento de 2000 kN. Tanto um valor quanto o outro foram atingidos depois da carga de cálculo, $P_d=1260$ kN da Equação 8.1.

Tabela 8.12 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 120.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	2,50	0,068	-29,39
200,00	30,00	5,02	0,136	-29,16
300,00	30,00	7,54	0,205	-29,05
400,00	30,00	10,05	0,273	-29,05
500,00	30,00	12,57	0,341	-29,05
600,00	30,00	15,08	0,41	-28,99
700,00	30,00	17,60	0,478	-28,99
800,00	30,00	20,12	0,546	-28,99
900,00	30,00	22,63	0,615	-28,99
1.000,00	30,00	25,15	0,683	-28,99
1.100,00	30,00	27,66	0,752	-28,99
1.200,00	30,00	30,00	0,83	-28,82
1.300,00	30,00	29,99	1,13	-28,53
1.400,00	30,00	29,98	1,46	-28,42
1.500,00	30,00	29,96	1,78	-28,30
1.600,00	30,00	29,95	2,1	-28,13
1.700,00	30,00	29,94	2,43	-27,96
1.800,00	30,00	29,93	2,75	-27,79
1.900,00	30,00	29,92	3,09	-27,79
2.000,00	30,00	29,90	3,54	-27,73
2.100,00	30,00	29,84	5,08	-28,42
2.200,00	30,00	29,67	9,7	-29,62
2.240,00	30,00	29,37	18	-30,14
2.245,18	30,00	29,29	20,2	-30,31

Tabela 8.13 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 290.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	2,49	0,0676	29,11
200,00	30,00	4,99	0,136	28,88
300,00	30,00	7,50	0,204	28,76
400,00	30,00	10,00	0,272	28,76
500,00	30,00	12,50	0,34	28,71
600,00	30,00	15,01	0,408	28,71
700,00	30,00	17,51	0,476	28,71
800,00	30,00	20,01	0,544	28,71
900,00	30,00	22,52	0,612	28,71
1.000,00	30,00	25,02	0,68	28,65
1.100,00	30,00	27,52	0,748	28,65
1.200,00	30,00	30,00	0,816	28,65
1.300,00	30,00	29,99	1,11	28,36
1.400,00	30,00	29,98	1,44	28,25
1.500,00	30,00	29,97	1,76	28,07
1.600,00	30,00	29,95	2,08	27,96
1.700,00	30,00	29,94	2,4	27,79
1.800,00	30,00	29,93	2,73	27,67
1.900,00	30,00	29,92	3,07	27,62
2.000,00	30,00	29,90	3,51	27,62
2.100,00	30,00	29,85	5,01	28,30
2.200,00	30,00	29,68	9,64	29,56
2.240,00	30,00	29,39	17,4	30,08
2.245,18	30,00	29,31	19,6	30,31

Os elementos simétricos de concreto que possuem os menores valores de η_{t2} , ou seja, os elementos mais afetados pelas tensões transversais, estão apresentados na Figura 8.99 (1891) e na Figura 8.100 (304),

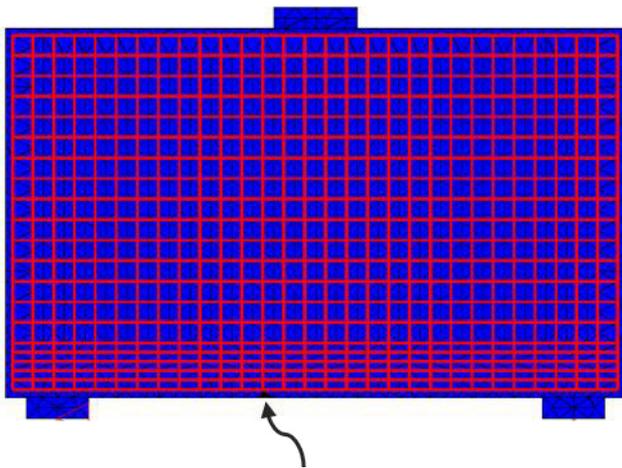


Figura 8.99 – Posição do elemento 1891.

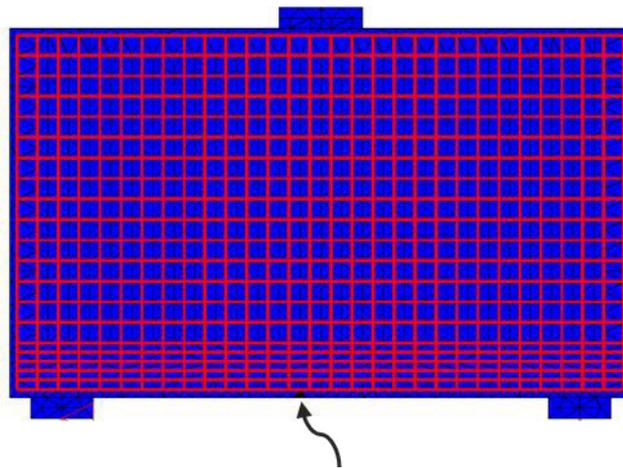


Figura 8.100 – Posição do elemento 304.

Tais elementos possuem diagrama Tensão x Deformação praticamente idênticos, por isso será apresentado através da Figura 8.101 somente um deles, o do elemento 1891. Nesse é possível perceber que as tensões de solicitação são praticamente nulas, e a resistente tem seu valor bastante afetado pelas deformações laterais impostas pelo tirante principal.

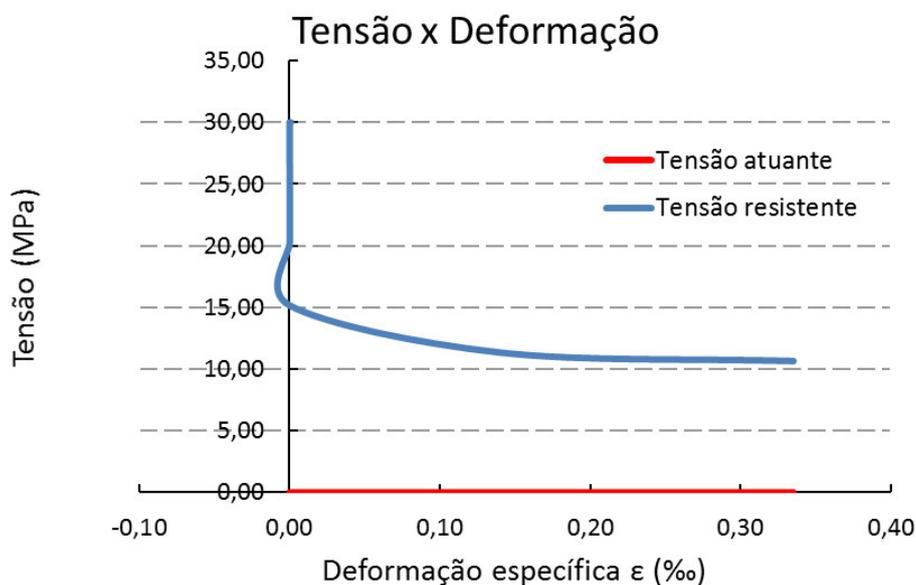


Figura 8.101 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 1891.

A Tabela 8.14 e a Tabela 8.15 apresenta os valores utilizados para a construção do referido diagrama. É possível perceber que a tensão resistente só passa a ser afetada a partir da carga de 800 kN, e até essa carga as deformações principais de compressão são praticamente nulas. As deformações passam a ter valores expressivos somente depois que o tirante que cruza esses elementos atinge o alongamento convencional de ruptura $\epsilon=10\%$.

Tabela 8.14 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 1891.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,01	0,000137	-0,11
200,00	30,00	0,01	0,000144	-0,11
300,00	30,00	0,01	0,000152	-0,06
400,00	30,00	0,01	0,000128	0,06
500,00	30,00	0,01	0,000126	0,11
600,00	30,00	0,01	0,000124	0,17
700,00	30,00	0,01	0,000122	0,23
800,00	30,00	0,00	0,00012	0,29
900,00	30,00	0,00	0,000117	0,34
1.000,00	29,52	0,00	0,000116	0,40
1.100,00	28,89	0,00	0,000114	0,40
1.200,00	28,29	0,00	0,000111	0,46
1.300,00	27,69	0,00	0,000111	0,52
1.400,00	27,12	0,00	0,000109	0,52
1.500,00	26,58	0,00	0,000106	0,57
1.600,00	26,04	0,00	0,000106	0,63
1.700,00	25,53	0,00	0,000104	0,69
1.800,00	25,02	0,00	0,0000992	0,74
1.900,00	24,54	0,00	0,000103	0,69
2.000,00	23,52	0,01	0,000141	0,46
2.100,00	20,79	0,00	0,0000832	0,92
2.200,00	15,30	0,00	0,00031	2,58
2.240,00	11,28	0,00	0,243	3,44
2.245,18	10,62	0,00	0,309	3,50

Tabela 8.15 - Tensão x Deformação associado com a carga aplicada dos elementos 304.

Carga (kN)	Tensão resistente (MPa)	Tensão principal atuante (MPa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
100,00	30,00	0,00	0,000164	1,20
200,00	30,00	0,00	0,00081	1,89
300,00	30,00	0,00	0,000487	2,06
400,00	30,00	0,00	0,000125	2,12
500,00	30,00	0,00	0,000149	2,18
600,00	30,00	0,00	0,000143	2,18
700,00	30,00	0,00	0,000134	2,18
800,00	30,00	0,00	0,000157	2,18
900,00	29,67	0,00	0,00015	2,18
1.000,00	29,01	0,00	0,000147	2,18
1.100,00	28,38	0,00	0,000139	2,12
1.200,00	27,75	0,00	0,000145	2,12
1.300,00	27,15	0,00	0,000123	2,06
1.400,00	26,58	0,00	0,000146	2,06
1.500,00	26,01	0,00	0,000217	2,01
1.600,00	25,50	0,00	0,000213	2,01
1.700,00	24,99	0,00	0,000197	1,95
1.800,00	24,48	0,00	0,000177	1,95
1.900,00	23,97	0,00	0,000181	1,89
2.000,00	22,89	0,00	0,000215	1,72
2.100,00	20,31	0,00	0,000209	1,43
2.200,00	15,15	0,00	0,000292	1,49
2.240,00	11,34	0,00	0,14	1,95
2.245,18	10,65	0,00	0,335	2,75

- Deflexão

Com o objetivo de conhecer o desempenho de tal elemento quanto a deformabilidade recorre-se então aos diagramas chamados de *deformed* extraídos do programa JCONC. A Figura 8.102 apresenta o referido diagrama para cada carga aplicada na viga.

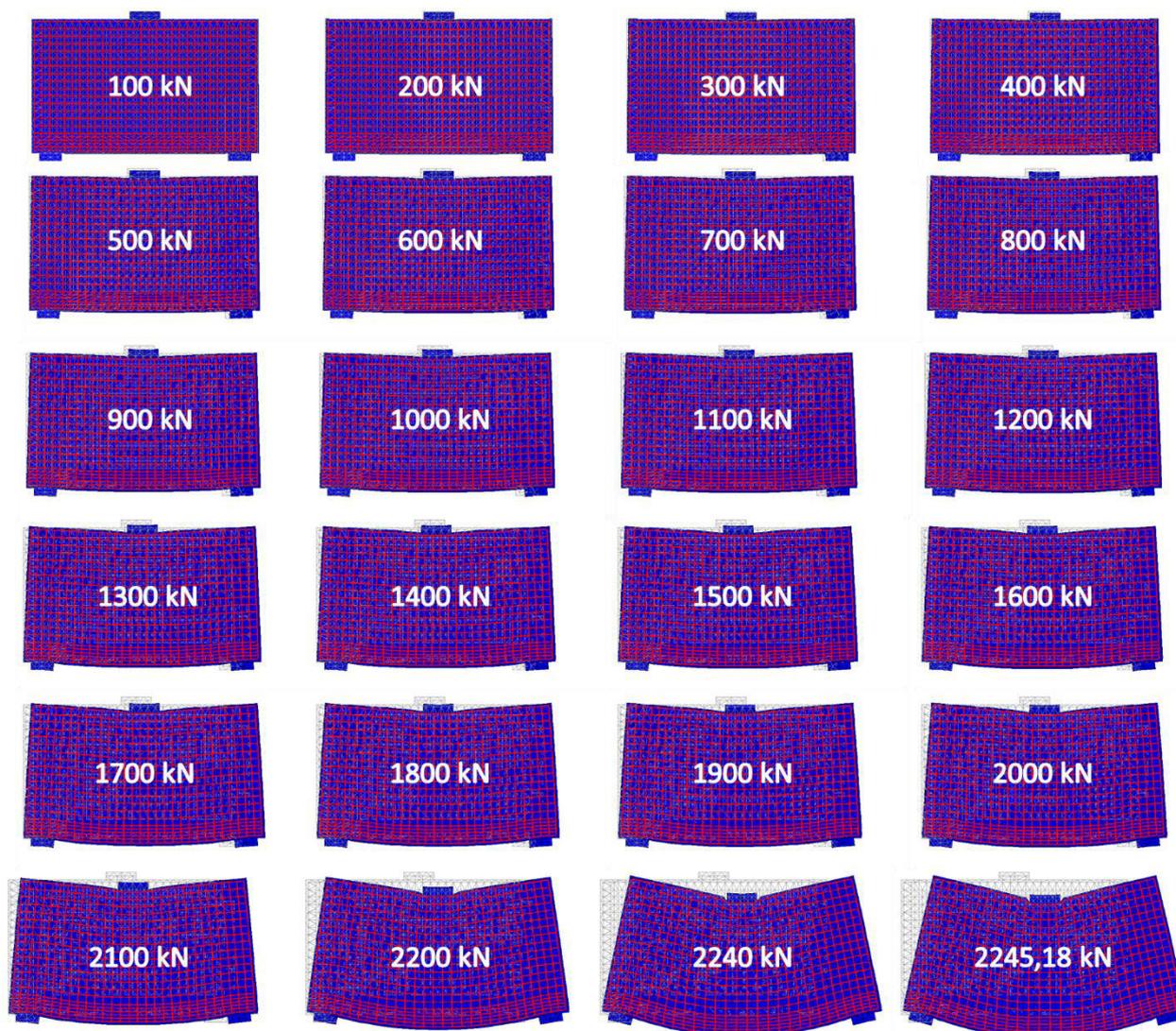


Figura 8.102 – Diagrama *Deformed* viga-parede modelada com tirantes e malha mínima JCONC.

Pela Figura 8.102 é possível perceber a ductilidade da viga em estudo, a partir da carga de 1900 kN (escoamento do primeiro aço) as deformações passam a ser desproporcionais ao aumento de carga. Tal visualização pode ser mais efetiva através da Figura 8.103 que mostra o diagrama de carga por deslocamento vertical do ponto central inferior da viga, nessa figura o trecho de deformações plásticas fica bastante nítido.

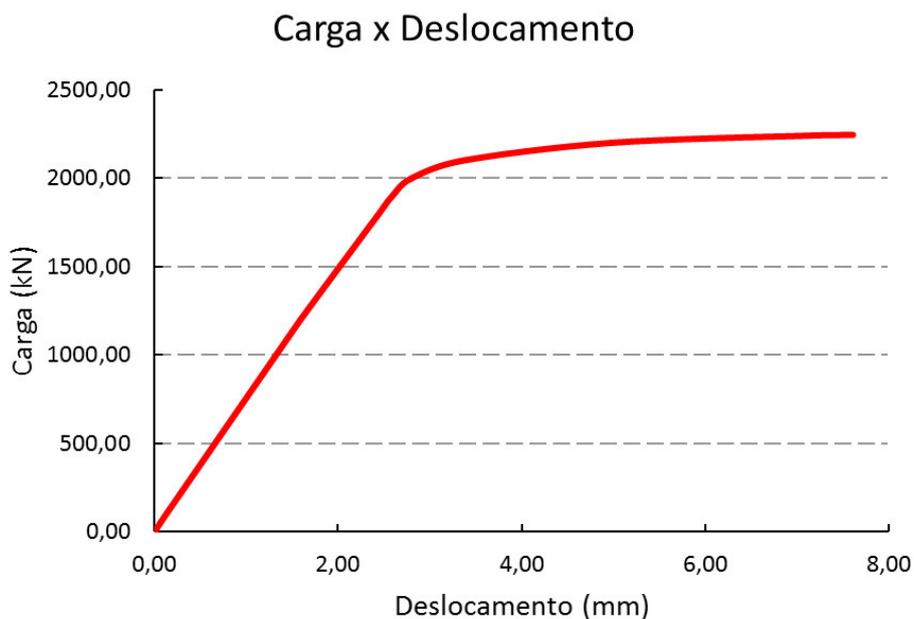


Figura 8.103 – Diagrama Carga x Deslocamento viga-parede modela com tirante e malha mínima no JCONC.

A Tabela 8.16 utilizada para a construção do diagrama acima, apresenta que o máximo deslocamento vertical do ponto em questão é 7,61 mm.

Tabela 8.16 – Carga x Deslocamento viga-parede modela com tirante e malha mínima no JCONC.

Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)	Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)
100,00	0,13	1300,00	1,73
200,00	0,26	1400,00	1,87
300,00	0,39	1500,00	2,02
400,00	0,53	1600,00	2,16
500,00	0,66	1700,00	2,30
600,00	0,79	1800,00	2,45
700,00	0,93	1900,00	2,59
800,00	1,06	2000,00	2,80
900,00	1,19	2100,00	3,36
1000,00	1,32	2200,00	4,97
1100,00	1,46	2240,00	7,09
1200,00	1,59	2245,18	7,61

- Considerações finais sobre o presente modelo

De maneira geral o comportamento da viga pode ser descrito através da Tabela 8.17, nessa são apresentadas os registros mais importantes associados com a carga aplicada no momento do registro. A carga da terceira linha da tabela, em cor diferente pode ser interpretada como a carga de ruína da presente estrutura, já que nessa os elementos de concreto mais solicitados por deformações, sofrem $\varepsilon=3,5\%$.

A partir dessa linha os valores são meramente ilustrativos, já que não podem ser considerados válidos pela análise do JCONC, pois mesmo depois do encurtamento de ruptura do concreto, esses elementos registraram cargas e deformações resistentes. O mesmo acontece para os elementos de aço, pela (Figura 8.90), após a carga de 2240,00 causar $\varepsilon_{aço}=10\%$ na barra mais solicitada, o modelo ainda considera a capacidade da mesma em absorver uma tensão fixa ($f_y=500\text{MPa}$). Em uma situação real esses elementos de concreto e de aço romperiam e não teriam mais capacidade de absorver tensão, tampouco deformação, sendo assim o mecanismo de resistência da viga-parede estudada teria grande mudança.

Tabela 8.17 – Cargas notórias na viga-parede modelada com tirante e malha mínima.

CARGAS NOTÓRIAS		
REGISTROS		kN
$\varepsilon_{c2}=2,0\%$	Início do patamar plástico do concreto	1.600,00
$\varepsilon_{aço}=2,38\%$	Escoamento da armadura	1.900,00
$\varepsilon_{cu}=3,5\%$	Encurtamento de ruptura do concreto	2.000,00
$\varepsilon_{aço}=10,0\%$	Alongamento de ruptura aço	2.240,00
$\sigma_s > \sigma_r$	Tensão solicitante maior que resistente	2.245,18

A Figura 8.104 apresenta o perfil de deformações da seção central da viga-parede em questão na carga considerada de ruptura (2000 kN). É importante salientar que diferente de vigas comuns com ($L/h>2$) as tensões de compressão e tração máximas não acontecem na mesma seção. Pela própria Figura 8.88 é possível identificar tal fato, os tirantes mais solicitados estão no centro da viga-parede e os elementos de concreto mais solicitados à compressão (pretos) estão no início das escoras de concreto, tanto mais à direita quanto mais à esquerda da carga aplicada. Com isso foi necessário usar uma faixa de elementos para estudar o perfil de deformação da seção central da viga-parede, a faixa utilizada está representada por um retângulo cinza transparente na Figura 8.104. O diagrama apresentado na Figura 8.104 pode ser comparado ao proposto por MUTTONI et al (2010) na Figura 4.1.

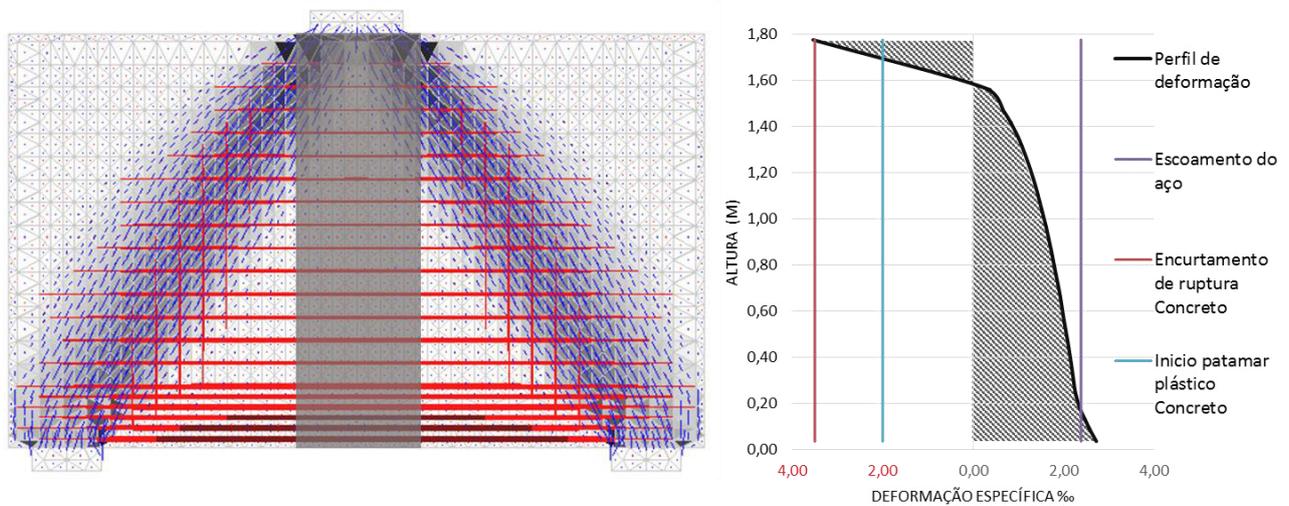


Figura 8.104 – Perfil de deformação da seção central da viga-parede com tirante e malha mínima.

Em relação ductilidade da presente viga-parede, é possível afirmar que a mesma teve desempenho adequado, já que o encurtamento de ruptura do concreto (2000 kN) foi atingindo entre o escoamento (1900 kN) e a ruptura da armadura. Portanto esse layout de armadura atende os quesitos de domínio 3 de deformação, apresentados na Figura 8.86 extraída NBR 6118/2014.

8.3.3 Dimensionamento segundo Método dos Campos de Tensão

O presente tópico tem por objetivo apresentar os procedimentos utilizados para dimensionar a viga-parede em questão segundo o Método dos Campos de Tensão. De maneira resumida, esse dimensionamento foi feito baseado no aproveitamento da malha mínima como agente resistente. Sendo assim, foi inicialmente simulado o comportamento da viga-parede em estudo, modelada somente com a malha mínima, na sequencia foi aumentado a quantidade de aço na região do tirante com objetivo de alcançar a carga de cálculo ($P_d = 1260$ kN).

No programa JCONC os valores que caracterizam os materiais, foram utilizados de cálculo, ou seja, levando em consideração o $\gamma_s = 1,15$ e o $\gamma_c = 1,4$, também preconizado pela NBR 6118/2014.

A Figura 8.105 mostra a presente situação modelada no iMesh, nesse constam 1632 nós e 3115 elementos triangulares. A Figura 8.106 apresenta o diagrama de *relative stress* até a carga de 695,65 kN, por essa figura é possível conhecer a carga que causou o escoamento das armaduras, 504,34 kN.

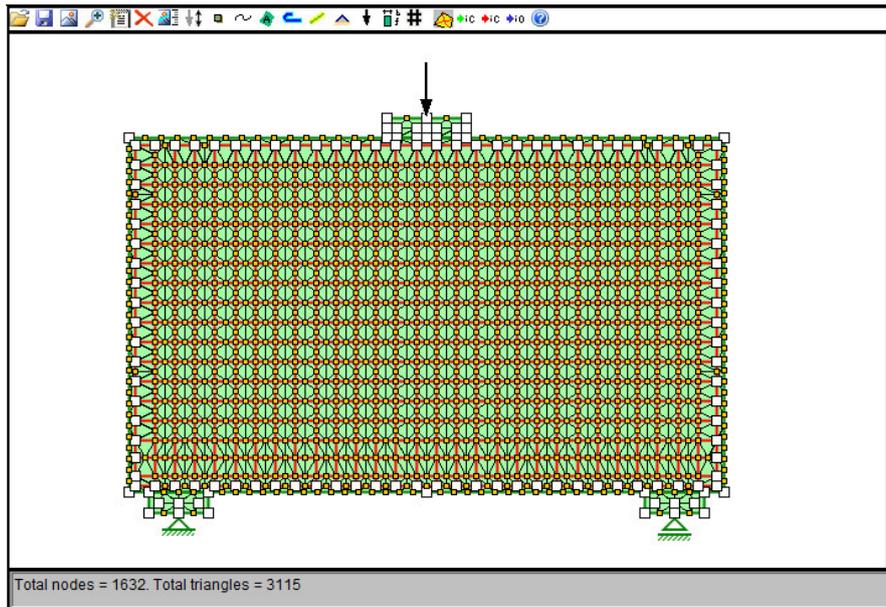


Figura 8.105 – Viga-parede somente com malha mínima modelada no iMesh.

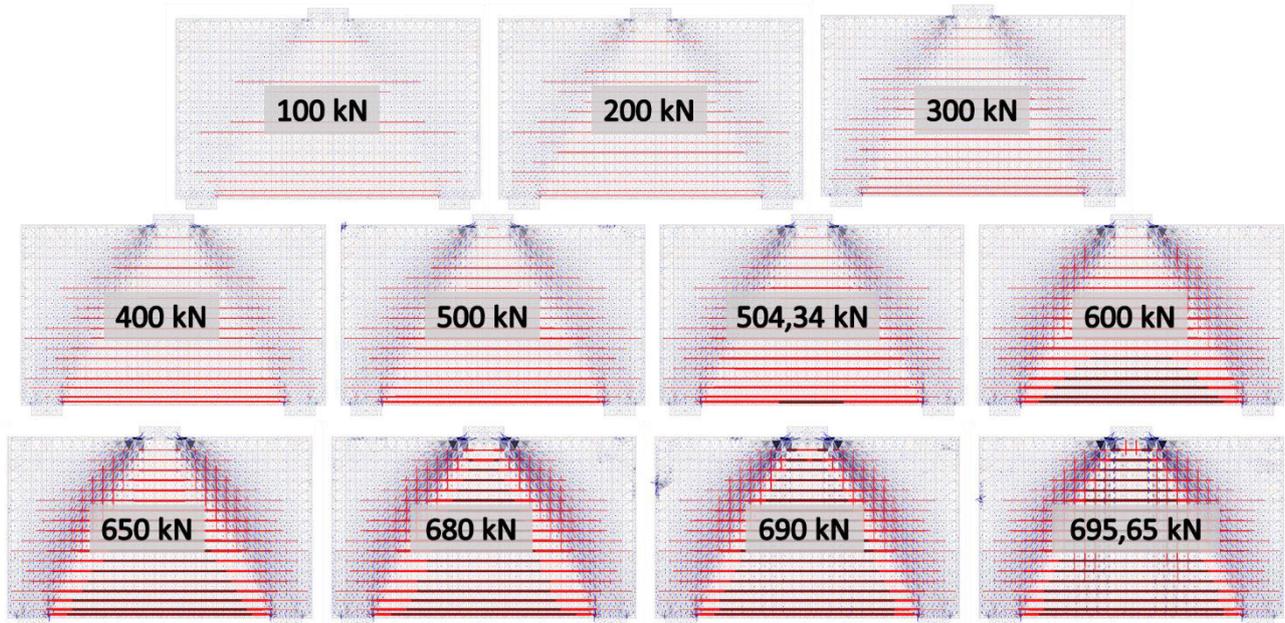


Figura 8.106 – Diagrama *Relative Stress* da viga-parede modelado com tirantes e malha mínima JCONC.

A Figura 8.107 apresenta o mesmo diagrama associado ao perfil de deformação da presente viga modelada somente com a malha mínima para a carga 504,34 kN causadora do escoamento. Como o tirante de aço mais solicitado da viga em questão, atingiu $f_{yd}=500/1,15=434,78$ MPa na carga de 504,34 kN, foram então estudados, aumentos de armadura para essa mesma carga.

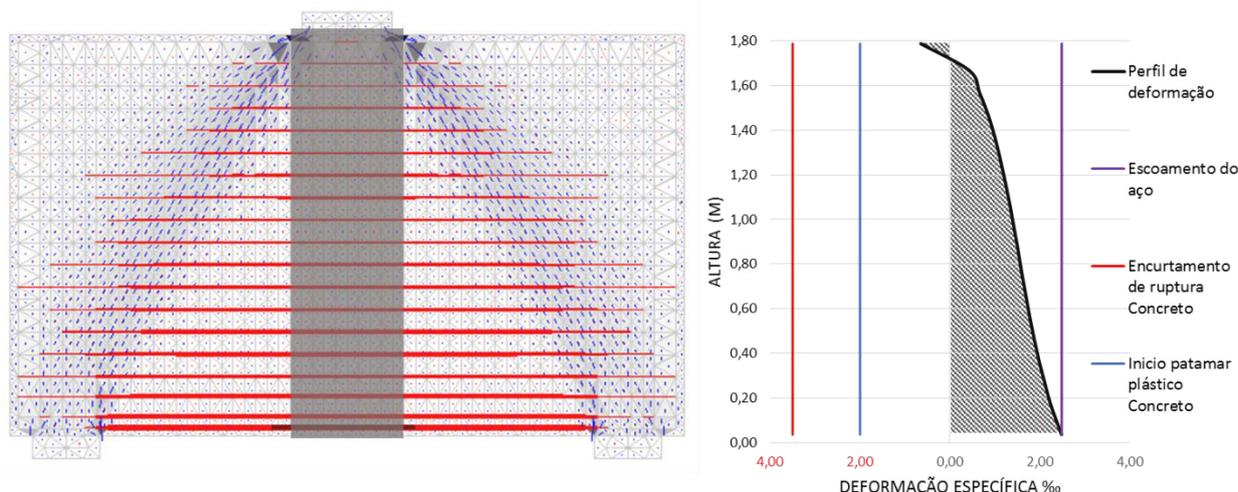


Figura 8.107 – Relative Stress somente com malha mínima para carga de 504,34 kN.

Segundo MUTTONI et al (2006) as estruturas de concreto armado estáveis são sistemas internamente hiperestáticos, associando isso ao fato de que a análise do programa JCONC é não-linear, e o mesmo atualiza a matriz de rigidez da estrutura para cada passo de carregamento, a força aplicada em cada elemento depende diretamente da rigidez que o mesmo oferece ao sistema. Em duas estruturas idênticas, analisadas com carregamentos iguais, mas com pelo menos uma barra de rigidez diferente, o valor dos esforços em todos os elementos serão consideravelmente diferentes. Portanto não é recomendável fazer estimativa linear para a área de aço que conduzirá o tirante a atingir a tensão de escoamento de cálculo do aço ($f_{yd}=500/1,15=434,78$ MPa), somente em 1260 kN.

Para mostrar a importância de tal situação, foi calculada a área de aço através dessa relação linear. Pode-se considerar como tirante aqueles elementos metálicos da malha mínima que compõem a região do tirante recomendada pela NBR 6118/2014 (15% de h), na Figura 8.108 tal região aparece em cinza transparente.

Através do programa JCONC foi possível obter que a somatória das forças concentradas aplicadas nas barras que compõem a região do tirante foi igual 75 kN para a carga aplicada de 504,35 kN, portanto através de uma relação linear, temos que a força que o mesmo tirante sofreria na carga de 1260 kN seria:

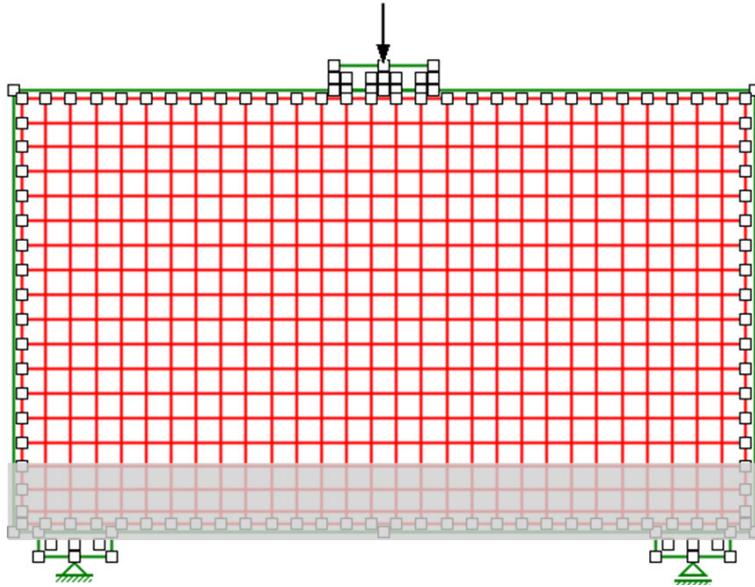


Figura 8.108 – Região dos tirantes na malha mínima.

$$F_{tir_{1260kN}} = \frac{1260 * F_{tir_{504,35 kN}}}{504,35} = \frac{1260 * 75}{504,35} = 187,37 kN \quad \text{Equação 8.62}$$

Comparando com o valor obtido pelo Método das Bielas na Equação 8.13 (473,02 kN), é possível reconhecer grande diferença entre tais resultados. Portanto para conhecer a força resultante no tirante se faz necessário incrementar a área do mesmo, e manter a carga aplicada. Com isso se torna possível conhecer qual a relação não-linear que se tem entre força resultante e rigidez dos tirantes de aço. A Figura 8.109 apresenta a curva que relaciona área da seção com a força resultante do tirante, curva essa que foi gerada através da análise não-linear do JCONC com a variação da área de aço do tirante. Os valores de tal análise estão apresentados em formato de tabela na mesma figura.

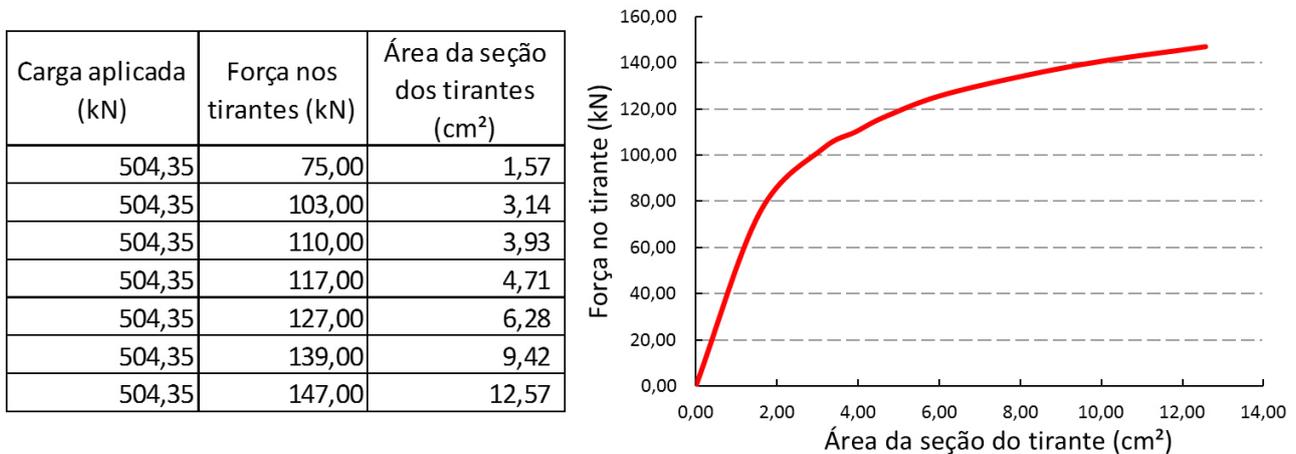


Figura 8.109 – Força absorvida pelo tirante x área da seção do tirante, para carga de 504,35 kN.

Tal análise poderia ser feita para qualquer carga, desde que a mesma não gerasse tensão de escoamento nos elementos de aço, nesse caso foi escolhida a carga da eminência do escoamento (504,34 kN).

Através da Figura 8.109 é possível perceber que a relação entre as duas variáveis em questão é não-linear. Para tornar mais confiável a estimativa do valor da força absorvida pelo tirante em função da área do mesmo através dessa curva, se faz interessante que a mesma tenha pontos além do esperado para o área do referido tirante. A estimativa de área necessária pode ser baseada nos valores obtidos no item 8.1.1, pois com a presença da malha mínima espera-se que o A_s do tirante seja menor pelo Método dos Campos de Tensão em relação ao Método das Bielas.

Portanto de maneira resumida, variando a área do tirante obtém-se um valor de força absorvida pelo mesmo correspondente, porém a força no tirante que espera-se conhecer não é a causada pela carga 504,35 kN (Figura 8.109), e sim a causada pela carga de cálculo $P_d=1260$ kN. Portanto a partir do conhecimento da força sofrida pelo tirante na carga de 504,35 kN, pode-se então estimar a força que o mesmo receberá na carga de 1260 kN através da seguinte relação linear:

$$F_{tir1260kN} = \frac{1260 * F_{tir504,35 kN}}{504,35} \quad \text{Equação 8.63}$$

É importante mencionar que a relação anterior só se faz verdadeira se respeitada a condição de elasticidade do tirante. Com a força atuante no tirante conhecida, se torna possível dimensioná-lo de para que o mesmo atinja o escoamento de cálculo f_{yd} na carga de 1260 kN.

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad \text{Equação 8.64}$$

Substituindo a força atuante no tirante obtida pela Equação 8.63 na Equação 8.64, chega-se a seguinte equação:

$$A_s = \frac{1260 * F_{tir504,35 kN}}{504,35 * f_{yd}} = 2,489 * \frac{F_{tir504,35 kN}}{f_{yd}} \quad \text{Equação 8.65}$$

Sendo assim o valor ideal de área do tirante será aquele que atender a curva da Figura 8.109 e a Equação 8.65, pois o valor calculado pela equação da NBR 6118/2014 (Equação 8.64) deve pertencer

a curva da Figura 8.109, uma vez que se tal fato não se afirmar, a força absorvida pelo tirante não será realista e conseqüentemente a área calculada também não. A Figura 8.110 apresenta as duas curvas associadas, a coluna do A_s calculado é determinada pela Equação 8.65.

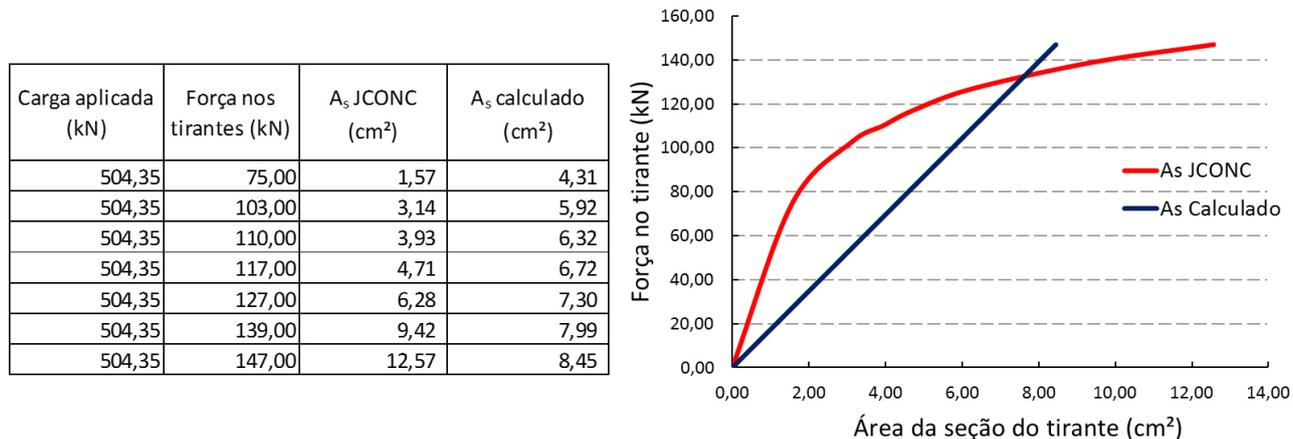


Figura 8.110 – Força no tirante x Área segundo JCONC e fórmula da NBR 6118/2014, para carga de 504,35 kN.

Sendo assim o valor da área de aço considerado como de cálculo através do Método dos Campos de Tensão é 7,73 cm², gerando uma força resultante de 134,51 kN, para a carga de 504,35 kN. Pela relação linear da Equação 8.63, chega-se que na carga de cálculo de $P_d=1260$ kN o tirante sofrerá força resultante de 336,04 kN. Inserindo tal valor na Equação 8.64, tem-se:

$$A_s = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{336,04}{50/1,15} = 7,73 \text{ cm}^2 = 10 \text{ } \Phi 10\text{mm} \quad \text{Equação 8.66}$$

O detalhe de armação seguiu praticamente o mesmo apresentado nas Figura 8.27, Figura 8.28, e Figura 8.29, alterando apenas as configurações do tirante. A Figura 8.111 apresenta apenas a região do tirante.

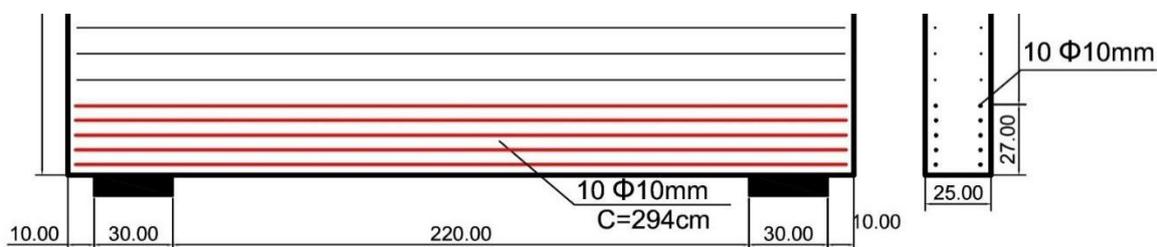


Figura 8.111 – Detalhe dos tirantes.

Com o objetivo de verificar o ELU, foram analisados os esforços na carga de cálculo $P_d=1260$ kN. Teoricamente nessa carga as máximas tensões nos tirantes deveriam ser menores que $f_{yd} = 434,78$

MPa, porém foi verificado que o tirante principal configurou 471,20 MPa, inviabilizando tal modelo no que diz respeito ao estado limite último.

Tal situação pode ter sido gerada pela imprecisão da posição dos tirantes, visto que os valores apresentados na Figura 8.109 foram obtidos através da variação das áreas dos tirantes, porém com as posições da malha mínima mantidas. Logo após o cálculo da armadura do tirante segundo MCT (Figura 8.110) foi proposta uma nova disposição para as barras, aumentando o número de camadas. Portanto as novas posições podem ter sido responsáveis pela ineficiência de tal cálculo.

Com isso, se fez necessário aumentar a armadura na região do tirante de 10 barras de 10mm de diâmetro, para 11 barras de 10mm de diâmetro, assim como apresentam as próximas figuras. A Figura 8.112 apresenta o esquema geral de armação, a Figura 8.113 apresenta o detalhe das armaduras verticais e a Figura 8.114 das armaduras horizontais, da viga-parede calculada segundo MCT.

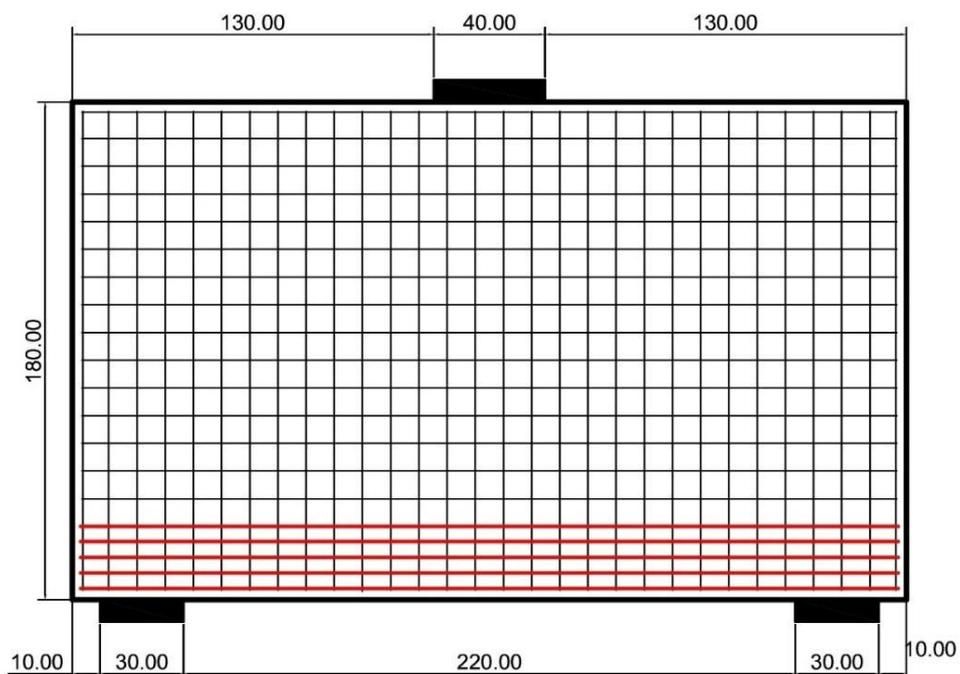


Figura 8.112 - Esquema de armação.

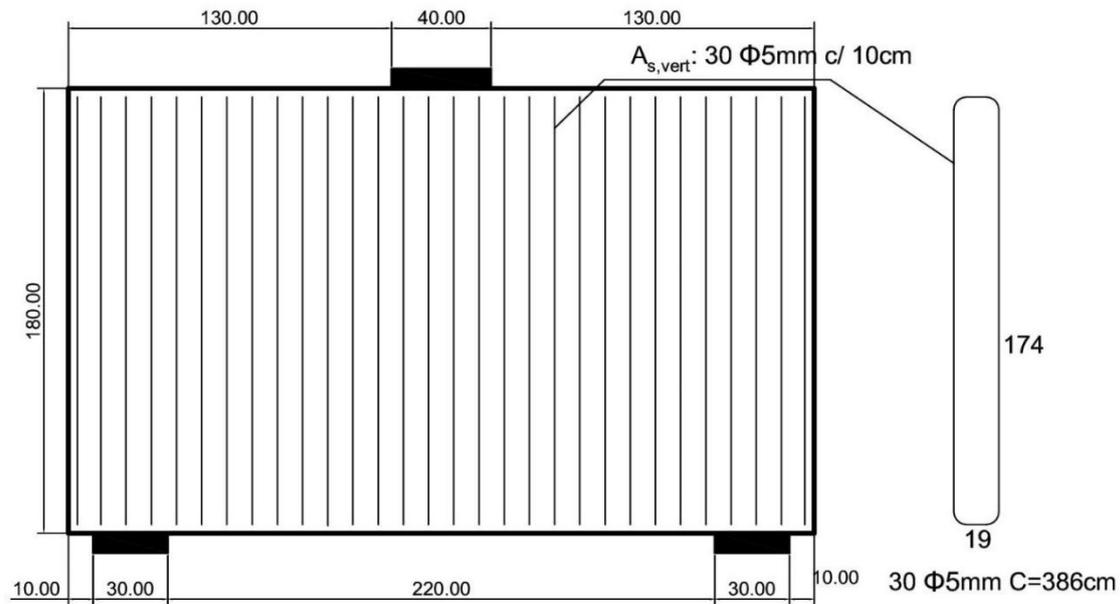


Figura 8.113 – Detalhe armaduras verticais segundo MCT.

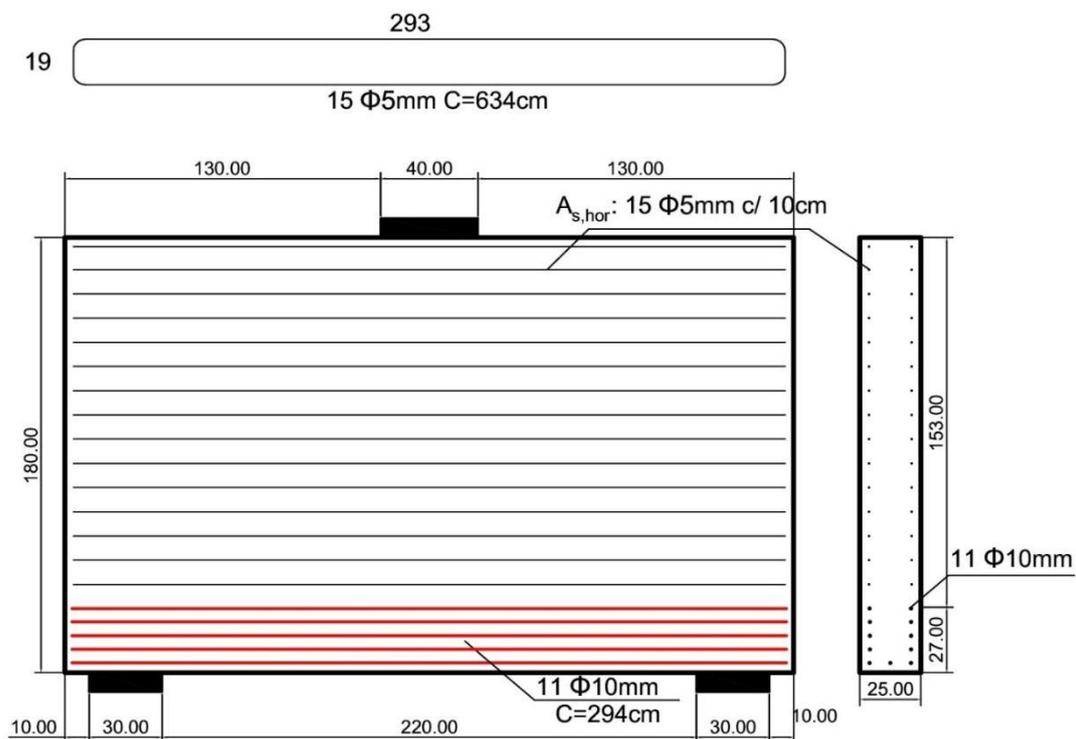


Figura 8.114 – Detalhe das armaduras horizontais segundo MCT.

O presente esquema de armação foi modelado no programa JCONC com as propriedades dos materiais característicos, com o objetivo de avaliar o comportamento de tal elemento no que diz respeito ao estado limite último. Para isso o modelo apresentado na Figura 8.115 utilizou 3175 triângulos e 1662 nós. Os diagramas de *relative stress*, *deformed* e *eta2* serão apresentados posteriormente.

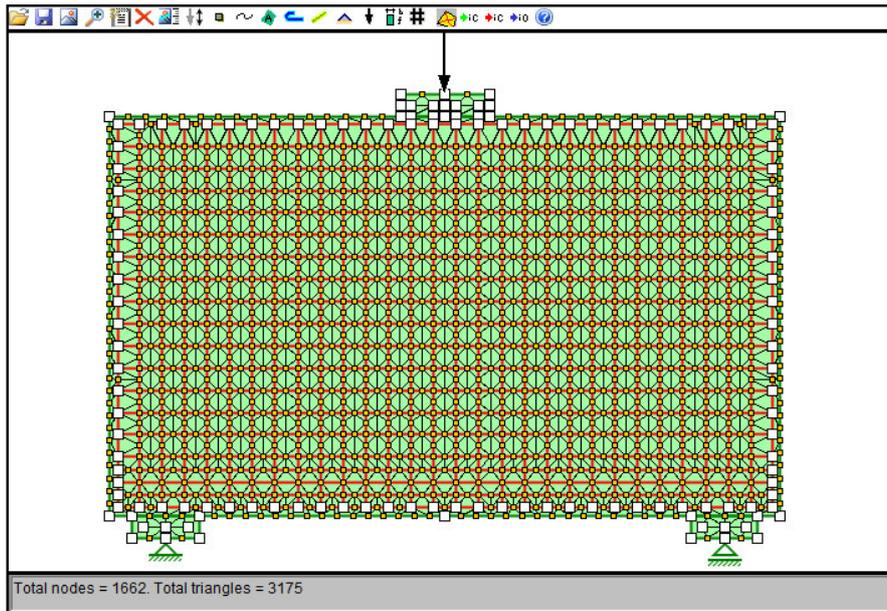


Figura 8.115 – Viga-parede modelada calculada segundo Método dos Campos de Tensão.

- Elementos de aço

A Figura 8.116 apresenta o diagrama de *relative stress* do referido modelo, a última carga apresentada pelo programa foi 1902,15 kN, sendo que a partir dessa não se encontra sistema estaticamente equilibrante, gerando valores de erro maiores que 2%.

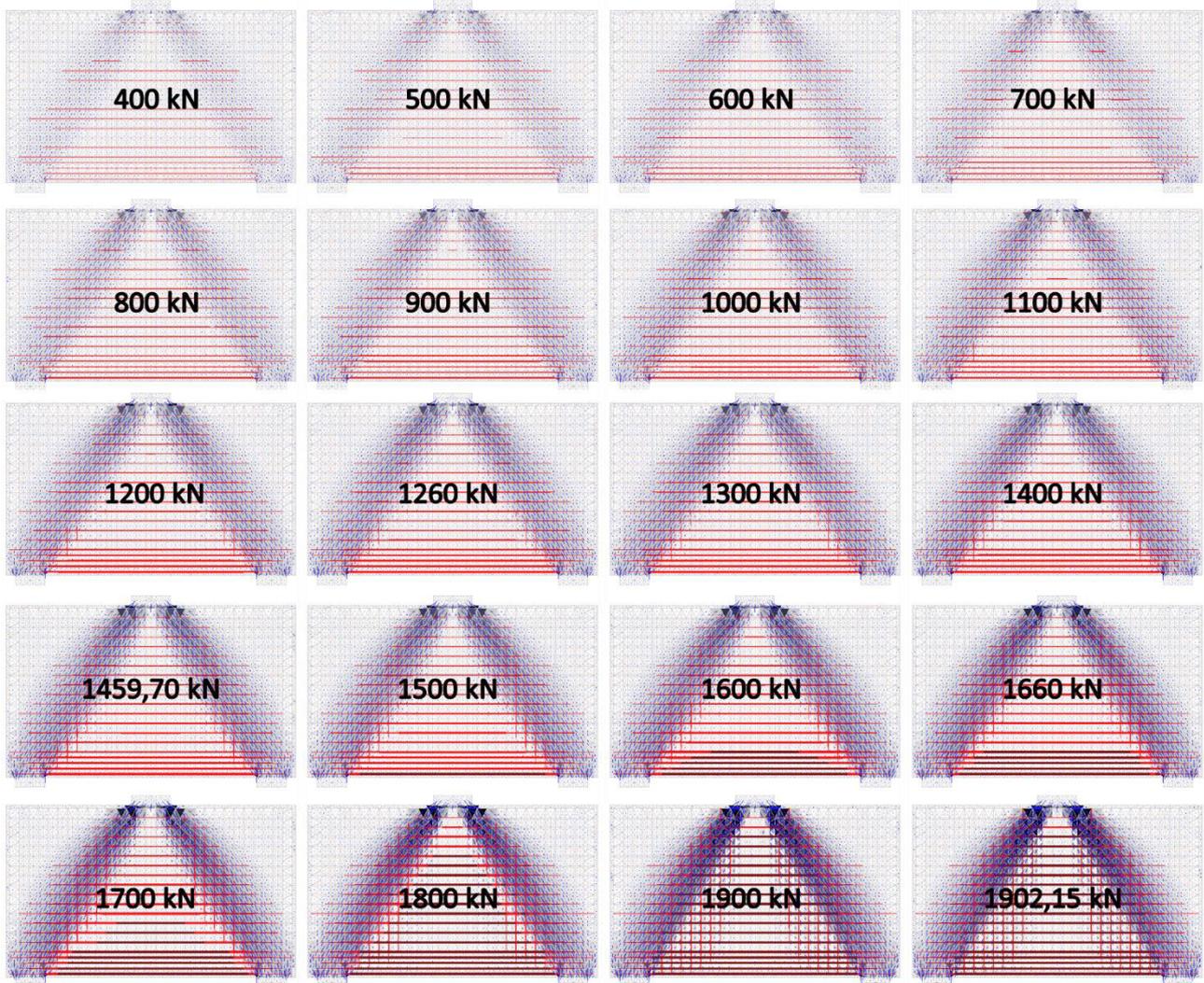


Figura 8.116 – Diagrama *Relative Stress* da viga-parede segundo MCT JCONC.

A Figura 8.117 apresenta o mesmo diagrama somente para a última carga analisada pelo programa, nessa é possível perceber que praticamente todas as armaduras horizontais atingem o escoamento do material.

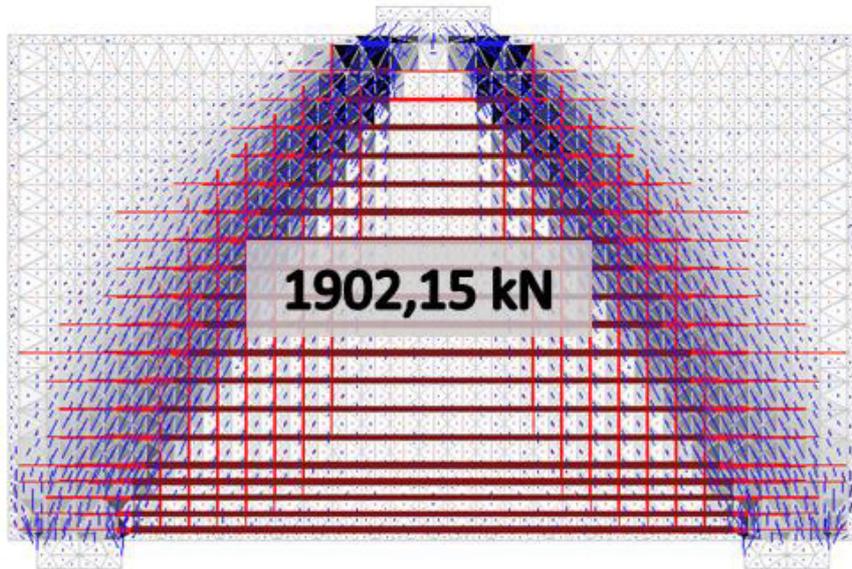


Figura 8.117 - *Relative Stress* 1902,15 kN.

A primeira armadura à atingir o escoamento, tem o diagrama tensão x deformação apresentado na Figura 8.118 e também a tabela usada para geração do referido diagrama. Nessa figura é possível perceber que o elemento de aço estudado ultrapassou o limite de ruptura estabelecido pela NBR 6118/2014 para o CA50 em 10%.

Carga (kN)	Tensão (MPa)	Força (kN)	f_{yk} (MPa)	Deformação ϵ (%)
400,00	134,65	32,00	500,00	0,641
500,00	168,47	40,00	500,00	0,802
600,00	202,29	48,00	500,00	0,963
700,00	236,12	56,00	500,00	1,120
800,00	269,95	64,00	500,00	1,290
900,00	303,78	72,00	500,00	1,450
1000,00	337,61	80,00	500,00	1,610
1100,00	371,71	88,00	500,00	1,770
1200,00	407,39	96,00	500,00	1,940
1260,00	428,76	101,00	500,00	2,040
1300,00	442,99	105,00	500,00	2,110
1400,00	478,54	113,00	500,00	2,280
1459,70	499,76	118,00	500,00	2,380
1500,00	500,00	118,00	500,00	2,500
1600,00	500,00	118,00	500,00	2,950
1660,00	500,00	118,00	500,00	3,520
1700,00	500,00	118,00	500,00	4,180
1800,00	500,00	118,00	500,00	6,220
1900,00	500,00	118,00	500,00	12,400
1902,15	500,00	118,00	500,00	12,600

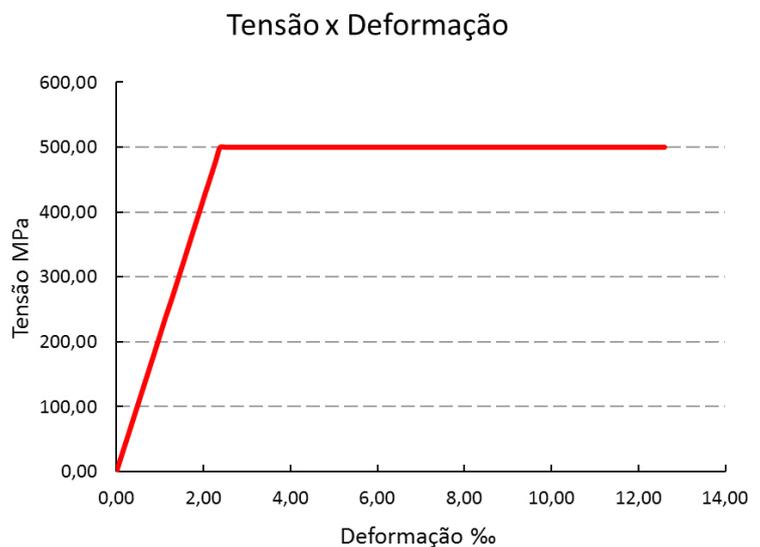


Figura 8.118 – Diagrama tensão x deformação do tirante mais solicitado (modelo segundo MCT).

- Elementos do concreto

A Figura 8.119 apresenta o diagrama de eta2 para a presente modelagem. É possível conhecer as regiões mais afetadas pelas deformações laterais impostas, assim como nos itens anteriores a região do nó CCC não sofre desse efeito. De maneira geral o presente diagrama tem suas formas muito próximas às dos diagramas apresentados na Figura 8.91.

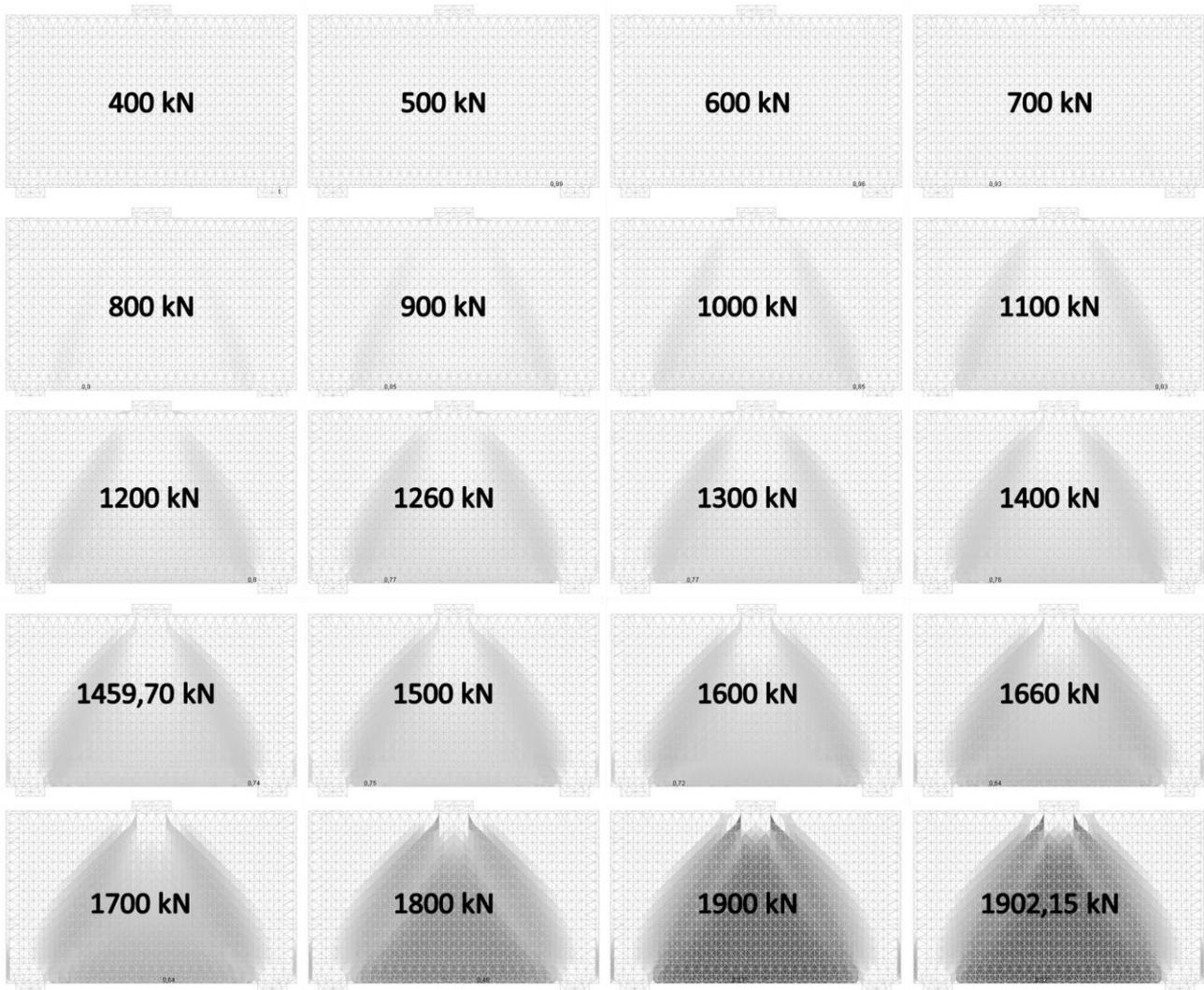


Figura 8.119 - Diagrama Eta2 viga-parede modelada segundo MCT JCONC.

Os elementos de concreto com a relação tensão solicitante por tensão resistente mais próximas de um, têm suas posições apresentadas na Figura 8.120 (2616) e Figura 8.121 (904).

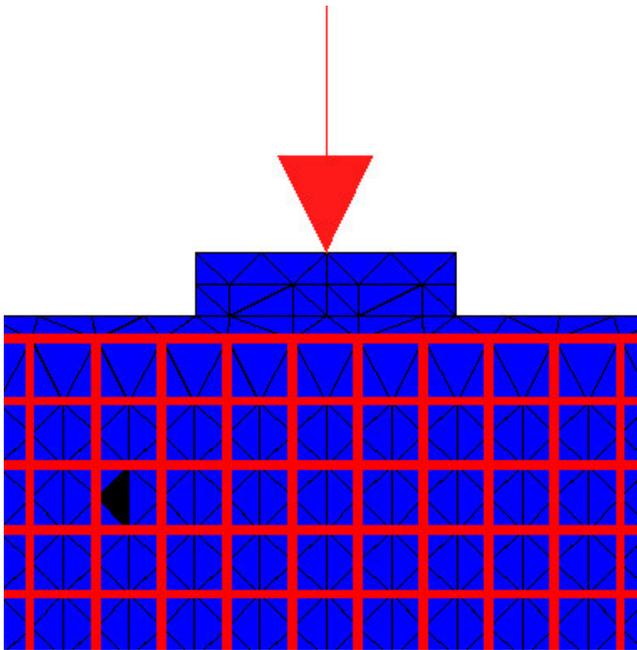


Figura 8.120 – Posição do elemento 2616.

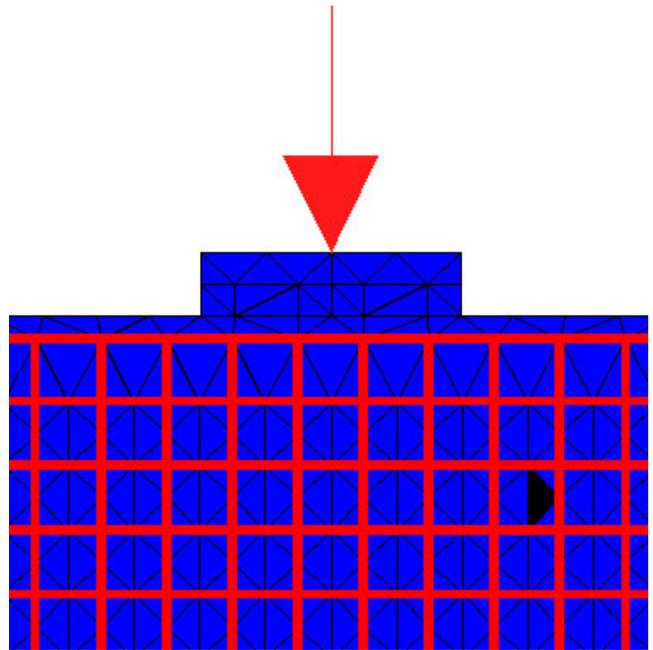


Figura 8.121 – Posição do elemento 904.

A Figura 8.122 apresenta o diagrama de tensão x deformação do elemento 2616 tanto da solicitante quanto da resistente, bem como a tabela utilizada para a construção do referido diagrama.

Carga (kN)	Tensão resistente (Mpa)	Tensão principal atuante (Mpa)	Deformação principal ϵ (‰)	Direção principal (graus)
400,00	30,00	3,62	0,0982	-31,91
500,00	30,00	4,52	0,123	-31,91
600,00	30,00	5,43	0,148	-31,91
700,00	30,00	6,34	0,172	-31,91
800,00	30,00	7,25	0,197	-31,91
900,00	30,00	8,16	0,222	-31,86
1.000,00	29,52	9,06	0,246	-31,86
1.100,00	28,86	9,98	0,271	-31,97
1.200,00	28,14	11,01	0,299	-32,60
1.260,00	27,72	11,62	0,316	-32,95
1.300,00	27,45	12,02	0,327	-33,12
1.400,00	26,76	13,03	0,354	-33,52
1.459,70	26,34	13,63	0,37	-33,69
1.500,00	26,04	14,07	0,382	-33,86
1.600,00	25,11	15,32	0,416	-34,21
1.660,00	24,18	16,41	0,446	-34,49
1.700,00	23,37	17,29	0,47	-34,72
1.800,00	21,27	19,01	0,517	-35,41
1.900,00	17,79	17,78	0,58	-36,44
1.902,15	17,67	17,68	0,583	-36,44

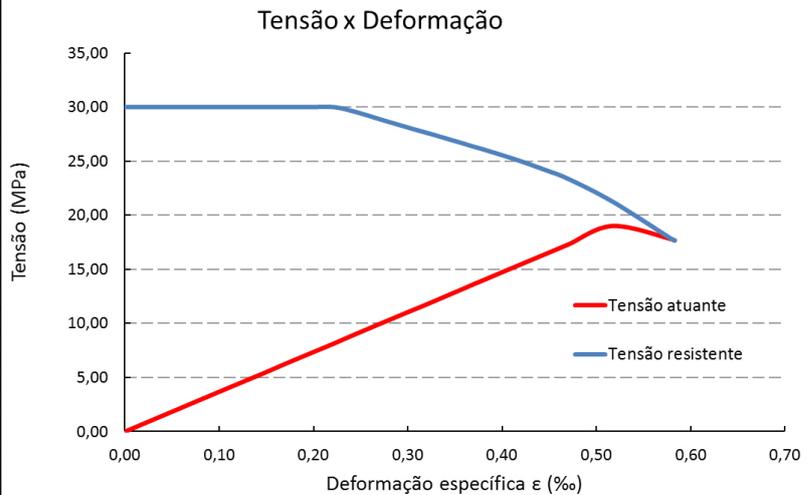


Figura 8.122 – Diagrama Tensão x Deformação do elemento 2616.

Pela Figura 8.122 é possível constatar que a direção principal do referido elemento de concreto variou de 31,91° a 36,44°. Os elementos com maiores deformações registradas pelo programa têm suas posições apresentadas na Figura 8.123 (107) e Figura 8.124 (282). A Figura 8.125 apresenta o diagrama tensão x deformação apenas do elementos 107, que pode ser usado para representar o comportamento dos dois elementos.

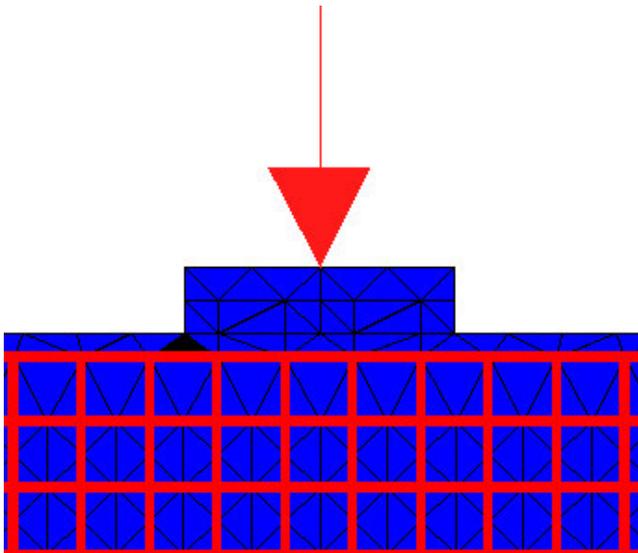


Figura 8.123 – Posição do elemento 107.

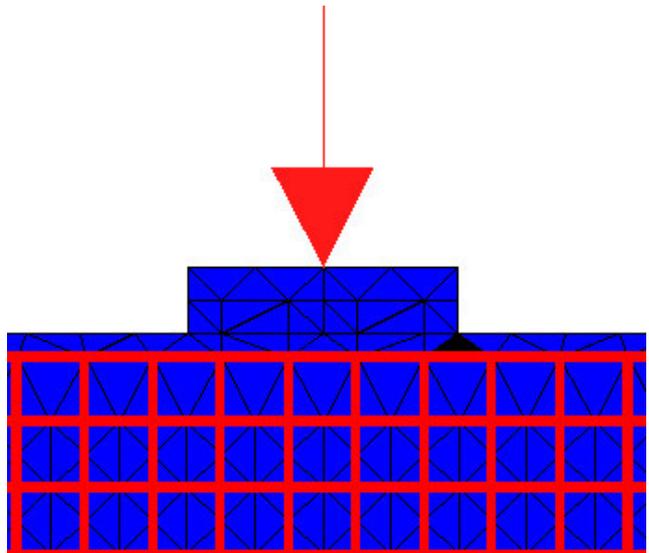


Figura 8.124 – Posição do elemento 282.

Pelo diagrama é possível identificar que nesses elementos a tensão atuante se aproxima da resistente, mas não a supera. Por outro lado o início do patamar plástico do concreto ($\epsilon_{c2}=2,0\%$) foi atingido próximo da carga de 1400 kN, e os encurtamentos de ruptura foram registrados ($\epsilon_{cu}=3,5\%$) nas proximidades do carregamento de 1660 kN. Tanto um valor quanto o outro foram atingidos depois da carga de cálculo, $P_d=1260$ kN da Equação 8.1.

Carga (kN)	Tensão resistente (Mpa)	Tensão principal atuante (Mpa)	Deformação principal ϵ (%)	Direção principal (graus)
400,00	30,00	11,16	0,30	-28,76
500,00	30,00	13,96	0,38	-28,71
600,00	30,00	16,75	0,46	-28,71
700,00	30,00	19,55	0,53	-28,71
800,00	30,00	22,34	0,61	-28,71
900,00	30,00	25,13	0,68	-28,71
1.000,00	30,00	27,93	0,76	-28,71
1.100,00	30,00	30,00	0,89	-28,42
1.200,00	30,00	29,98	1,27	-28,53
1.260,00	30,00	29,98	1,49	-28,48
1.300,00	30,00	29,97	1,64	-28,36
1.400,00	30,00	29,96	2,00	-28,13
1.459,70	30,00	29,95	2,22	-28,02
1.500,00	30,00	29,94	2,39	-27,90
1.600,00	30,00	29,92	2,93	-27,62
1.660,00	30,00	29,90	3,51	-27,39
1.700,00	30,00	29,88	4,05	-27,22
1.800,00	30,00	29,78	6,76	-27,79
1.900,00	30,00	29,48	14,90	-28,07
1.902,15	30,00	29,47	15,20	-28,07

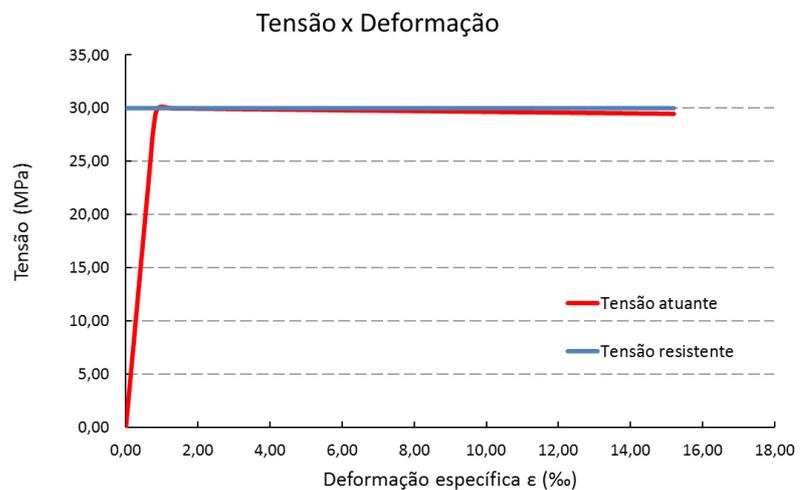


Figura 8.125 – Diagrama tensão x deformação do elemento 107.

- Deflexão

A Figura 8.126 apresenta o diagrama *deformed* extraído do programa JCONC, por essa figura é possível perceber que a viga configurou ruptura dúctil, já que as deformações a partir 1459,70 kN apresentam aumentos não-lineares nos seus deslocamentos.



Figura 8.126 - Diagrama *Deformed* viga-parede modelada segundo MCT.

O diagrama de carga por deslocamento vertical do ponto central inferior da viga, é apresentado na Figura 8.127, associado à tabela utilizada para construção do mesmo. Nessa figura é possível identificar mais nitidamente o patamar de escoamento da estrutura estuda.

Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)	Carga (kN)	Deslocamento Centro da Viga (mm)
400,00	0,64	1300,00	2,11
500,00	0,80	1400,00	2,28
600,00	0,96	1459,70	2,39
700,00	1,12	1500,00	2,47
800,00	1,28	1600,00	2,78
900,00	1,44	1660,00	3,15
1000,00	1,60	1700,00	3,49
1100,00	1,76	1800,00	4,83
1200,00	1,94	1900,00	8,50
1260,00	2,04	1902,15	8,62

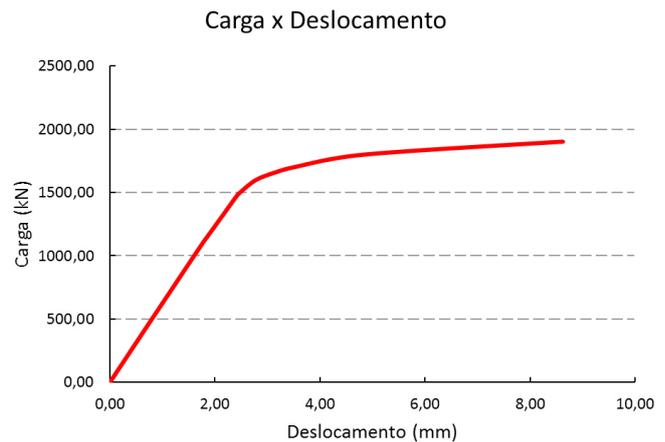


Figura 8.127 - Diagrama Carga x Deslocamento viga-parede segundo MCT.

Segundo a tabela apresentada na Figura 8.127 o máximo deslocamento do ponto central inferior da viga, aconteceu na carga 1902,15 kN com valor de 8,62mm.

- Considerações finais sobre o presente modelo

O comportamento da viga-parede estudada modelada a partir do dimensionamento segundo o Método dos Campos de Tensão, pode ser descrito resumidamente através da Tabela 8.18.

Tabela 8.18 - Cargas notórias na viga-parede modelada segundo MCT.

CARGAS NOTÓRIAS		
REGISTROS		kN
$\epsilon_{c2}=2,0\%$	Início do patamar plástico do concreto	1.400,00
$\epsilon_{aço}=2,38\%$	Escoamento da armadura	1.459,70
$\epsilon_{cu}=3,5\%$	Encurtamento de ruptura do concreto	1.660,00
$\epsilon_{aço}=10,0\%$	Alongamento de ruptura aço	1.869,15
$\sigma_s > \sigma_r$	Tensão solicitante maior que resistente	1.902,15

A carga de 1660 kN, apresentada na referida tabela em cor diferente, gerou o encurtamento de ruptura do concreto, sendo assim os valores da análise após tal linha podem ser desconsiderados. O programa JCONC não tem nenhum critério de ruptura relacionado a deformação, tampouco critérios de dano dos materiais, ou seja, o mesmo leva em consideração que os elementos que atingiram sua deformações limites, ainda suportam tensões e deformações.

A Figura 8.128 apresenta o perfil de deformação do modelo estudado na carga 1660 kN, considerada como carga de ruptura do primeiro elemento de concreto.

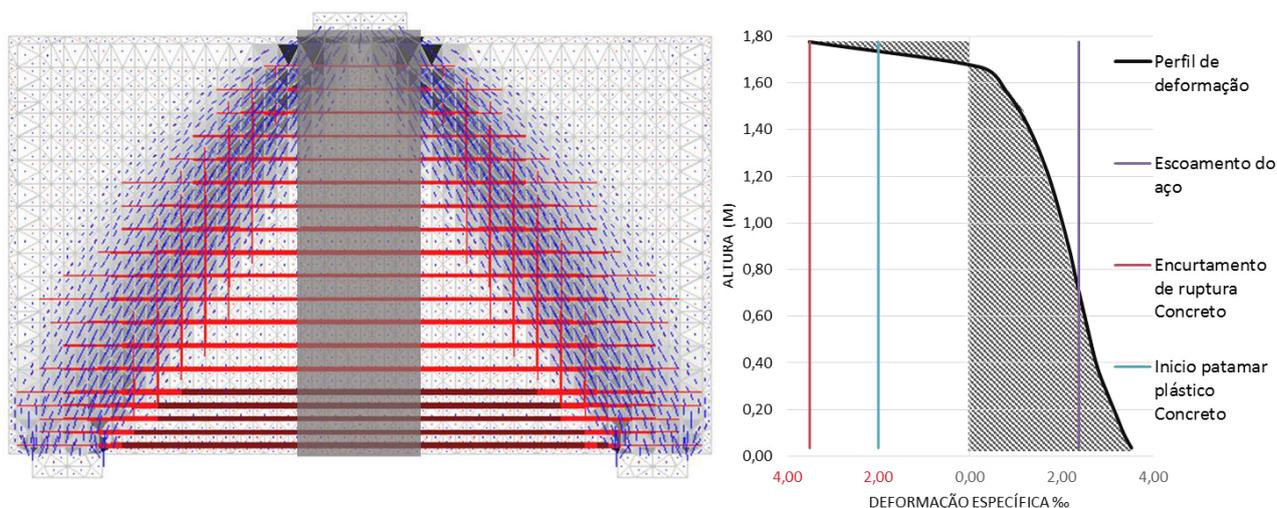


Figura 8.128 - Perfil de deformação da seção central da viga-parede modelada segundo MCT.

Assim como o modelo dimensionado segundo o Método das Bielas com as malhas mínimas atendendo as recomendações da NBR 6118/2014 (item 8.3.2), a viga-parede estudada no presente item, dimensionada segundo Método dos Campos de Tensão, teve comportamento adequado no que diz respeito a ductilidade. Pela Figura 8.128 é possível perceber que todas as barras de aço que compõem o tirante, atingiram o escoamento antes da carga que causou o esmagamento convencional de ruptura do concreto.

Assim como o layout de armação do item 8.3.2, o presente também configurou ruptura em domínio 3 (Figura 8.86), com o rompimento do concreto entre o escoamento das barras e as deformações de ruptura das mesmas.

8.4 Comparação entre os Métodos

Esse item tem como objetivo avaliar as diferenças entre a análise da viga-parede em estudo pelo Método das Bielas e Método dos Campos de Tensão. Os modelos segundo MB foram dimensionados de maneira manual e com auxílio do programa CAST no item 8.1. Foram analisados no programa JCONC o referido dimensionamento somente com os tirantes no item 8.3.1 e com tirante e a malha mínima no item 8.3.2. Já o modelo proposto baseado no MCT, foi dimensionado e analisado com auxílio do programa JCONC no item 8.3.3.

8.4.1 Quanto à ductilidade

MUTTONI et al (2006) aponta a relação entre a carga que causa o escoamento na primeira barra de aço e a carga que causa a ruptura do elemento estrutural (Q_y/Q_R), como subsidio para avaliação do

comportamento das estruturas de concreto armado. A Tabela 8.19 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para cada um dos métodos, nessa apresentação os valores após as rupturas foram desprezados assim como explicado na Tabela 8.18.

Tabela 8.19 – Comparação entre MB e MCT, cargas notórias.

MB (tirante)		MB (tirante + malha)		MCT		kN
$\epsilon_{c2}=2,0\%$	Início do patamar plástico do concreto	-	-	-	-	1.150,00
$\epsilon_{cu}=3,5\%$	Encurtamento de ruptura do concreto	-	-	-	-	1.347,10
-	-	-	-	$\epsilon_{c2}=2,0\%$	Início do patamar plástico do concreto	1.400,00
-	-	-	-	$\epsilon_{aço}=2,38\%$	Escoamento da armadura	1.459,70
-	-	$\epsilon_{c2}=2,0\%$	Início do patamar plástico do concreto	-	-	1.600,00
-	-	-	-	$\epsilon_{cu}=3,5\%$	Encurtamento de ruptura do concreto	1.660,00
-	-	$\epsilon_{aço}=2,38\%$	Escoamento da armadura	-	-	1.900,00
-	-	$\epsilon_{cu}=3,5\%$	Encurtamento de ruptura do concreto	-	-	2.000,00
$Q_y/Q_R = -$		$Q_y/Q_R = 0,95$		$Q_y/Q_R = 0,879$		

Os valores de Q_y/Q_R dos modelos estudados, também são apresentados na referida tabela. MUTTONI et al (2006) recomenda que essa relação seja menor que $1/\gamma$. Sendo γ , o fator de segurança quanto a ductilidade, porém não se tem nenhuma recomendação expressa para esse fator em normas de estruturas. A Equação 8.67 apresenta a recomendação de MUTTONI et al (2006).

$$Q_y/Q_R \leq \frac{1}{\gamma} \quad \text{Equação 8.67}$$

Sendo assim para a presente viga segundo Método das Bielas modelado somente com os tirantes, tal fator nem pôde ser calculado, uma vez que o concreto atingiu a deformação específica de ruptura antes mesmo dos elementos de aço atingirem a ruptura, teoricamente tal valor seria maior que um. Já para o mesmo dimensionamento porém considerando a presença das malhas mínimas, o fator γ é igual a 1,053, e para o modelo segundo Método dos Campos de Tensão, o valor é igual à 1,138. Sendo assim é possível afirmar que o modelo segundo MCT se mostrou mais seguro no que diz respeito a ductilidade da ruptura do elemento.

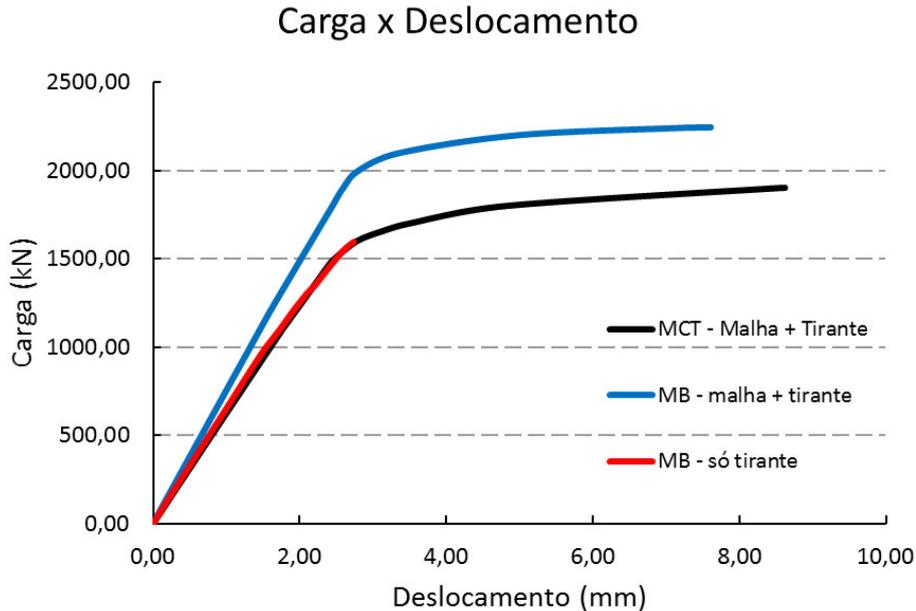


Figura 8.129 – Diagrama Carga x Deslocamento para os três modelos.

Tal afirmação também pode ser verificada através do diagrama de Carga x Deslocamento do ponto central inferior, apresentado na Figura 8.129. Essa figura apresenta o referido resultado para os três modelos.

A curva em vermelho pode ser facilmente identificada como a utilizada para representar o comportamento da viga-parede, dimensionada pelo MB e modelado somente com os tirantes, já que a mesma não apresenta patamar de escoamento. Já a curva azul se destaca por representar a viga com maior rigidez no que diz respeito ao deslocamento vertical do ponto central inferior da mesma, essa é utilizada para representar o comportamento da viga dimensionada segundo MB modelada não somente com os tirantes principais, mas também com a malha mínima.

A curva em preto representa o comportamento da viga dimensionada segundo MCT. A rigidez dessa viga é semelhante a viga modelada somente com tirante, dimensionada pelo MB. A importante diferença entre essas duas curvas, é o patamar de escoamento, uma vez que a curva preta é justamente a que apresenta esse patamar de maneira mais pronunciada.

8.4.2 Quanto as recomendações da NBR 6118/2014

Em seu item 22.3.2 a NBR 6118/2014 recomenda a resistência das escoras e dos nós dos elementos especiais de concreto armado, através de uma constante que multiplica por α_{v2} , assim como apresentado na Equação 4.1, Equação 4.2 e na Equação 4.3. O diagrama apresentado na Figura 8.130 mostra os valores recomendados pelo referida norma comparados com os valores de E_{ta2} (não-linear)

de um elemento que compõe a escora principal de concreto, obtidos através da análise via JCONC, tanto do modelo dimensionado pelo Método das Bielas, quanto pelo modelo dimensionado segundo MCT.

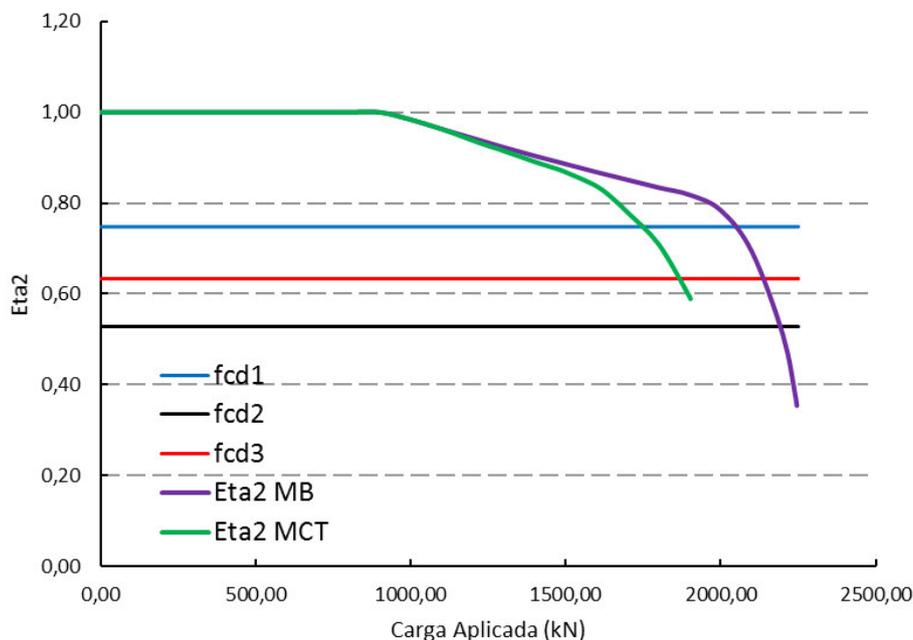


Figura 8.130 – Diagrama Eta2 x Carga aplicada.

Em se tratando de escora atravessada somente por um tirante, o valor a ser utilizado segundo a NBR 6118/2014, é o da Equação 4.3 (f_{cd3}). Pela Figura 8.130 é possível identificar que na carga de ruptura, tanto no modelo segundo MB (2000 kN), quanto no modelo segundo MCT (1660 kN), os valores de Eta2 ficaram muito próximos ao recomendado pela norma. Portanto com base nas análise pelo Método dos Campos de Tensão elasto-plástico os valores recomendados pela norma, apesar de lineares no que diz respeito a ELU tem sua eficiência verificada.

8.4.3 Quanto ao emprego de material

O objetivo desse item é comparar a quantidade de material empregado em cada um dos modelos, sendo que nesse não faz sentido comparar o modelo dimensionado segundo o MB somente com os tirantes. Portanto serão comparados somente o modelo dimensionado de acordo com MB, o segundo modelo de viga e o de acordo com o MCT. Os modelos segundo MB e MCT foram modelados com as malhas mínimas estabelecidas pela NBR 6118/2014. As comparações se concentraram no emprego de aço, pois o concreto em todos os modelos se mantiveram iguais. A Tabela 8.20 representa a relação de aço para os três modelos.

Tabela 8.20 – Quantitativo de Aço para a viga-parede.

AÇO	POSIÇÃO	DIAMETRO (mm)	QUANTIDADE (barras)	COMPRIMENTO (cm)	COMPRIMENTO TOTAL (cm)	TOTAL (kg)	DIFERENÇA RELATIVA
MÉTODO DAS BIELAS							
CA60	DIST. HOR.	5	15	634	9510,0	1450,70	0,00%
	DIST. VERT.	5	30	386	11580,0	1766,47	0,00%
CA50	TIRANTE	10	15	294	4410,0	2691,62	0,00%
TOTAL						5908,80	0,00%
MODELO DE VIGA							
CA60	DIST. HOR.	6,3	15	634	9510,0	2329,95	60,61%
	DIST. VERT.	6,3	22	386	8492,0	2080,54	17,78%
CA50	TIRANTE	10	15	294	4410,0	2691,62	0,00%
TOTAL						7102,11	20,20%
MÉTODO DOS CAMPOS DE TENSÃO							
CA60	DIST. HOR.	5	15	634	9510,0	1450,70	0,00%
	DIST. VERT.	5	30	386	11580,0	1766,47	0,00%
CA50	TIRANTE	10	11	294	3234,0	1973,86	-26,67%
TOTAL						5191,03	-12,15%

Na última coluna da referida tabela é apresentada a diferença relativa entre as quantidade de aço obtidas para cada método. Os valores positivos referem-se ao emprego superior de aço tomando como valor absoluto o calculado segundo MB (recomendado pela NBR6118/2014), e os valores negativos obviamente referem-se a economia de aço.

No caso do modelo de viga é possível identificar que o tirante foi idêntico ao calculado pelo MB, levando a uma diferença relativa nula. Já no caso das armaduras de distribuição, o modelo de viga propiciou um emprego 60,61% superior ao modelo do MB no que diz respeito as armaduras de distribuição horizontal. Nas armaduras de distribuição vertical o emprego elevado de material foi um pouco menor, porém com valor de 17,78%. De maneira geral o modelo de viga utilizou 20,20% a mais de aço.

O valor de -26,67% refere-se a diferença entre o MCT e o MB, comparando somente a quantidade de aço empregado nos tirantes, sendo que os tirante calculados pelo MCT foram bastante eficientes no ponto de vista econômico. Já o valor de -12,15% refere-se a diferença relativa, contando com todo o aço utilizado para construção da referida viga-parede, também tomando como valor absoluto, o calculado através do MB.

9 CONCLUSÕES

Como apresentado no capítulo 7.2 os resultados obtidos através da ferramenta em estudo na presente pesquisa se aproximaram bastante dos apresentados em ensaios experimentais de LEY et al (2007), gerando um erro relativo de apenas 2,06%. Esse erro pode ter sua explicação fundamentada na, não consideração da resistência a tração do concreto, não consideração do efeito pino na região de ancoragem das armaduras, e na não consideração de mecanismos de fratura.

Através dos resultados obtidos no capítulo 8 do presente trabalho, é possível afirmar que a utilização do Método dos Campos de Tensão através da aplicação não-linear do programa JCONC, propicia ao usuário condições de considerar a resistência das barras que compõem a malha mínima, na obtenção dos esforços solicitante do tirante principal. Com isso além de se mostrar mais econômico em relação ao Método das Bielas, também se mostrou mais eficiente no que diz respeito à ductilidade, sendo que a ruptura ficou mais afastada do início do escoamento do tirante.

Embora as análises do programa JCONC sejam do tipo não-linear, tanto fisicamente quanto geometricamente, os parâmetros físicos dos materiais utilizados foram apenas módulo de elasticidade, tensão resistente (f_{ck} ou f_{yk}), e coeficiente de Poisson, condizentes com a realidade de projeto de estruturas. Portanto de maneira geral, a utilização do programa JCONC fundamentado nas hipóteses de cálculo do Método dos Campos de Tensão se apresentou adequada para utilização no dia-a-dia de escritórios de estruturas.

Os valores recomendados pela NBR 6118 (2014) para tensão de resistência de cálculo de regiões D, apesar de serem constantes, se aproximam muito dos valores equivalentes obtidos através da análise pelo JCONC nas proximidades da ruptura. Portanto no que se refere ao Estado Limite Último, os parâmetros estabelecidos pela norma, se mostraram convergentes aos obtidos pelo programa JCONC.

10 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI Committee 318;. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-2005) and Commentary (ACI 318R-2002)*. Detroit, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS;. *NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.
- BUCHAIM, R. A. *A influência da não-linearidade física do concreto armado na rigidez à flexão e na capacidade de rotação plástica - Tese doutorado*. São Paulo: EPUSP, 2001.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. *CSA Standard-A23.3-94 – Design of Concrete Structures*. Rexdale, 1994.
- CERVENKA, V. “Computer Simulation of Failure of Concrete Structures for Practice.” *O primeiro congresso fib*, 2002: 289-304.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. London, 1993.
- DIANA. *DIANA Finite Element Analysis. User's Manual Release Notes*. Delft: TNO DIANA BV, 2012.
- DRUCKER, D. C. “On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis.” *International Association for Bridge and Structural Engineering* 21, nº 1 (1961): 49-59.
- EHE;. *Instrucción de Hormigón Estructural. Norma Espanhola*. Madrid, 1999.
- FISH, J., e T. BELYTSCHKO. *A First Course in Finite Element*. West Sussex: John Wiley & Sons LTDA, 2007.
- HARS, E. *Shear Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Girders with Thin Webs - Tese (Doutorado)*. Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.
- HIBBELER, R. C. *Resistência dos Materiais*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- KOSTIC, N. *Topologie des Champs de Contraintes pour le Dimensionnement des Structures en Béton Armé*. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2009.
- KUCHMA, D. A., e N. T. TJEN. “Computer-Based Tools for Design by Strut-and-Tie Method: Advances and Challenges.” *ACI Structural Journal*, nº 99 (2002).

- LEAL, F. M. C. M. *Plane Stress Fields in Structural Concrete: Analysis and Dimensioning - Dissertação (Mestrado)*. Lisboa: Instituto Superior Técnico Universidade Técnica de Lisboa, 2008.
- LEONHARDT, F., e E. MÖNNING. *Construções de Concreto - Volume 1: Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado*. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.
- . *Construções de Concreto - Volume 2: Casos Especiais de Dimensionamento de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- . *Construções de Concreto - Volume 3: Princípios Básicos sobre a Armação de Estruturas de Concreto Armado*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- LEY, M. T., K. A. RIDING, WINDIANTO, S BAE, e J. E. BREEN. “Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method.” *ACI STRUCTURAL JOURNAL*, 2007: 749-755.
- MARTI, P. “On the Plastic Analysis of Reinforced Concrete.” *Institut für Baustatik und Konstruktion* 104 (1980).
- MORSCH, E. *Concrete-Steel Construction*. New York: McGraw-Hill Book Co., 1909.
- MUTTONI, A., e M. F. RUIZ. “On the Development of Suitable Stress Fields for Structural Concrete.” *ACI Structural Journal* 104, nº 04 (2007).
- MUTTONI, A., J. SCHAWARTZ, e B. THURLIMANN. *Dimensionamiento y concepcion de estructuras en hormigon armado mediante campos de tensiones*. Lausana, Suiza, 2006.
- MUTTONI, A., N. KOSTIC, e M. F. RUIZ. *Champs de Contraintes et Méthode des Bielles-et-Tirants - Application dans la Conception et le Dimensionnement des Structures en Béton Armé*. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2011.
- NIELSEN, M., M. V. BRAESTRUP, B. B. JENSEN, e F. BACH. “Concrete Plasticity, Beam Shear - Shear in Joints - Punching Shear.” *Danish Society for Structural Science and Engineering*, nº Special Publication (1978).
- OLIVEIRA, D. S., R. BARROS, e J. S. GIONGO. “Blocos de Concreto Armado Sobre Seis Estacas: Simulação Numérica e Dimensionamento Pelo Método De Bielas e Tirantes.” *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais Vol. 7*, 2014: 1983-4195.

- PINHEIRO, L. M., B. CATOIA, T. CATOIA, e M. V. MOREIRA. *TABELA DE VIGAS: Deslocamento e Momentos de Engastamento Perfeito*. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, 2010.
- PUBLICAÇÕES TÉCNICAS IBRACON. *Comentário Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1 NBR (6118:2003)*. São Paulo, 2006.
- REINECK, K. H. *Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models*. Michigan: American Concrete Institute, 2002.
- RIBEIRO, A. B. *Análise crítica sobre o dimensionamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado segundo a NBR 6118 (2003) - Dissertação (Mestrado)*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia Universidade Federal de Minas Gerais, 2005.
- RITTER, W. "The Hennebique Construction Method." *Schweizerische Bauzeitung* (Schweizerische Bauzeitung, v XXXIII, n.07, 41-61,) XXXIII, nº n.07 (1899): 41-61.
- SCHÄFER, K, e J SCHLAICH. "Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models." *The Structural Engineer* 69, nº n.06 (1991).
- SCHLAICH, J, K SCHAFFER, e M JENNEWEIN. "Toward a Consistent Design of Reinforced Concrete Structures." *Journal of Prestressed Concrete Structures* 32, nº 03 (1987): 74-150.
- SILVA, R. C., e J. S. GIONGO. *Concreto Armado: Aplicações de Modelos de Bielas e Tirantes - Dissertação (Mestrado)*. São Carlos: Departamento de engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, 1991.
- SILVEIRA, M. V. G., e R. A. SOUZA. *Análise e Dimensionamento de Vigas-Parede de Concreto Armado Utilizando o Método dos Campos de Tensão*” *Dissertação (Mestrado)*. Maringá: UEM, 2015.
- SOUZA, R. A. *Análise e Dimensionamento de Estruturas de Concreto Utilizando o Método das Bielas e o Software CAST (Computer Aided Strut-and-Tie)*. Maringá: Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, 2007.
- . *Concreto Estrutural: Análise e Dimensionamento de Elementos com Descontinuidades - Tese (Doutorado)*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2004.

- SOUZA, R. A. "Factors Affecting Strength of Elements Designed Using Strut-and-Tie Models." *ACI Structural Journal*, n° 105 (2008): 232-233.
- SWISS SOCIETY OF ENGINEERS AND ARCHITECTS;. *Schweizer Norm. SIA 262:2003 Concrete Structures*. Zurich, 2003.
- THÜRLIMANN, B., J. GROB, e P LÜCHINGER. *Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern*. Zürich: Institut für Baustatik und Konstruktion, 1975.
- TURNER, M. J., R. W. CLOUGH, H. C. MARTIN, e L. J. TOPP. *Stiffness And Deflection Analysis Of Complex Structures*. J. Aeronaut. Sci., 1956.
- VECCHIO, F. J., e M. P. COLLINS. "Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory." *ACI Structural Journal*, 1988: 258-268.
- VECCHIO, F. J., e M. P. COLLINS. "Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements." *ACI Structural Journal*, 2006: 614-624.
- VECCHIO, F. J., e M. P. COLLINS. "The Modified Compression-Field Theory For Reinforced Concrete Elements Subjected To Shear." *ACI Structural Journal*, 1986: 219-231.
- ZIENKIEWICZ, O. C. *The Finite Element Method Volume 1 - The Basis*. Londres: Butterworth-Heinemann, 2000.