UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

LUCIANE REGINA PAVAN

A MOBILIZAÇÃO DAS IDEIAS BÁSICAS DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR CRIANÇAS DA 4ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES-PROBLEMA DE ESTRUTURAS ADITIVAS E/OU MULTIPLICATIVAS

Maringá
2010

LUCIANE REGINA PAVAN

A MOBILIZAÇÃO DAS IDEIAS BÁSICAS DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR CRIANÇAS DA 4ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES-PROBLEMA DE ESTRUTURAS ADITIVAS E/OU MULTIPLICATIVAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Co-Orientadora: Profª. Dra. Lilian Akemi Kato

Maringá
2010

LUCIANE REGINA PAVAN

A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do ensino fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Drª. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. Saddo Ag. Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC

Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Profª. Drª. Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 06 de Maio de 2010.

Aos meus pais Tonico (*in memorian*) e Dionisia a quem dedico esta e todas as realizações da minha vida, ao meu querido esposo Reinaldo que me acompanha em todos os momentos, a todos os meus familiares e amigos sem os quais não chegaria a esta etapa.

AGRADECIMENTOS

A Deus por todas as oportunidades que me tem concedido ao longo da vida, por ter me dado força e permitido transpor os obstáculos surgidos durante o percurso.

À minha orientadora Professora Doutora Clélia Maria Ignatius Nogueira e co-orientadora Professora Doutora Lilian Akemi Kato que, mais do que orientar um trabalho proporcionaram muitos momentos de reflexão, de críticas construtivas ou de simples conversas, as quais se revelaram essenciais e gratificantes nos caminhos percorridos por esta investigação.

Aos Professores Doutores Regina Maria Pavanello, Valdeni Soliani Franco e Saddo Ag. Almouloud, pelas correções e sugestões competentes dadas por ocasião do Exame de Qualificação, contribuindo para o crescimento deste trabalho.

Aos colegas Silas Venâncio e Cauê Roratto que proporcionaram momentos de troca de saberes, diálogos, aprendizagem e a conquista de grandes amizades.

À equipe diretiva da escola onde foi realizada a pesquisa, assim como a professora da 4ª série e aos alunos que participaram das entrevistas, que muito colaboraram para a realização deste estudo.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM como um todo, por ter me oportunizado esses dois anos de crescimento acadêmico, profissional e pessoal.

Aos profissionais do Centro de Educação Infantil em que trabalho pelo apoio e compreensão nas minhas ausências.

Aos meus pais, Tonico Pavan (*in memorian*) e Dionisia Leibanti Pavan, que sempre me educaram com amor, carinho e dedicação, que nunca mediram esforços para a realização de meus estudos e que sempre incentivaram.

As minhas irmãs, Maria, Cleonice e Marli, aos meus cunhados Joaquim, Sérgio e Marcos e aos meus sobrinhos, Aline, Elvis, Renata, Ricardo, Jake e a pequenina Garielly, pelo apoio e por fazer parte da minha vida.

Em especial a minha sobrinha e afilhada Ana Clara que com a graça encantadora de uma criança, conseguiu proporcionar-me pausas neste trabalho para podermos brincar deliciosamente juntas.

Ao meu querido Reinaldo, pelo carinho, paciência e incentivo sempre nas horas certas.

Pelo muito que lhes devo, obrigada.

“E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.”

(I Coríntios 13:2)

RESUMO

A pesquisa realizada teve como objetivo investigar se crianças da 4ª série do Ensino Fundamental reconhecem e mobilizam elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema de estruturas aditiva e/ou multiplicativa. O principal referencial teórico é a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. A metodologia de pesquisa adotada é o Método Clínico Piagetiano tendo como instrumento diferentes situações-problema do campo conceitual aditivo e do campo conceitual multiplicativo envolvendo ideias básicas do conceito de função. Na análise dos resultados pudemos constatar os diversos esquemas utilizados pelas crianças na resolução das situações-problema e ainda identificar possíveis teoremas-em-ação investigados a partir das manifestações orais ou gestuais das crianças e pelo registro nas situações-problema. Os resultados comprovaram que os sujeitos da pesquisa reconhecem e mobilizam, ainda que de modo intuitivo, esses elementos indicando que as ideias básicas envolvidas no conceito de função podem e devem ser trabalhadas já na primeira fase do Ensino Fundamental, para, posteriormente, serem promovidas ampliações do campo conceitual.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Teoria dos Campos Conceituais. Função. Ensino Fundamental. Séries Iniciais.

ABSTRACT

The research has as the goal to investigate whether children in the 4th grade of elementary school recognize and mobilize elements of the Field Conceptual Function (such as variable, dependence, correspondence, regularity and generalization) in resolving problem-situations of additive and / or multiplicative structures. The main approach is based on the Theory of Conceptual Fields, by Gerard Vergnaud. The research methodology adopted was the Piagetian Clinical Method having as tool different situation-problems of the additive and multiplicative conceptual field involving basic ideas of the concept of function. Analyzing the results we have seen various schemes used by children in the resolution of situation-problems and identify possible theorems-in-action investigated from oral or gestural manifestation of children and by the record in situation-problems. Results showed that the subjects of this research recognize and mobilize, even intuitively; these elements indicate that the basic ideas involved in the concept of function can and should be worked on the first stage of basic education, to be promoted, later, extensions of the conceptual field.

Keywords: Mathematics Education. Conceptual Fields Theory. Function. Elementary School. Initial Series.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Se existe um tema bastante privilegiado no ensino de Matemática, sob o ponto de vista do tempo dedicado ao seu estudo, este tema é Função. O conceito de função é certamente um dos mais importantes da matemática, porém o seu estudo é complexo e causa dificuldades aos alunos.

Atualmente, as propostas curriculares situam o ensino de função na 1ª série do Ensino Médio. Entretanto, analisando os componentes do campo conceitual das funções, observa-se que algumas das ideias básicas envolvidas neste conceito são passíveis de serem construídas bem antes deste nível de ensino, uma vez que, já na Educação Infantil, a criança é capaz de estabelecer correspondências entre conjuntos de objetos e de identificar regularidades em sequências.

Pesquisadores (OLIVEIRA 1997; RÊGO 2000) relatam sobre as dificuldades que alunos têm com a aprendizagem das funções, porque muitas vezes não lhes são proporcionadas variadas experiências que seriam relevantes para a construção de uma base sólida para esta aprendizagem.

A introdução informal de conceitos matemáticos mediante a realização de atividades significativas deve ser iniciada bem antes de estes conceitos constarem explicitamente nos currículos escolares:

> Iniciamos com o começo da compreensão das crianças de conceitos matemáticos. O primeiro ponto que firmamos sobre estes começos é que eles são precoces: considere qualquer conceito matemático ensinado na escola primária e você verificará que as crianças têm alguma compreensão deste conceito antes que sejam ensinadas formalmente sobre ele. (NUNES; BRYANT, 1997, p.221)

As pesquisas de Nunes e Bryant (1997) convergem para as ideias de Gerard Vergnaud, para quem o conhecimento está organizado em Campos Conceituais, "cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem" (MOREIRA, 2004, p.8).

Considerando a importância do conceito de função para a Matemática e para outras áreas e por este campo conceitual abranger ideias básicas que, acreditamos, podem (e devem) ser construídas bem antes da 1ª série do Ensino Médio, nos propusemos a investigar se situações-problema envolvendo estrutura aditiva ou estrutura multiplicativa permite às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização. Afinal, de acordo com Moreira (2004, p.38) "o domínio de um campo conceitual ocorre durante longos períodos de tempo, de forma que novos problemas e novas propriedades relacionados com ele devem ser estudados ao longo de vários anos se quisermos que os alunos o dominem progressivamente".

Um fato importante que caracteriza um campo conceitual é que os conceitos a ele pertinentes são construídos de maneira solidária e sincrônica, isto é, ao mesmo tempo em que um se apóia no outro para se construir é também apoio deste outro em sua construção. A investigação realizada permitiu visualizar essa interdependência.

Como nossa intenção era compreender e visualizar os conceitos sendo construídos, nossa investigação teve características psicológicas e, para estabelecer os recortes necessários e delimitar o objeto de nossa pesquisa estabelecemos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar os procedimentos, esquemas, utilizados pelas crianças na resolução das diferentes situações-problema envolvendo ideias básicas do conceito de função;
- Identificar os teoremas-em-ação mobilizados pelas crianças na resolução das diferentes situações-problema envolvendo ideias básicas do conceito de função;
- Identificar a construção sincrônica e solidária de conceitos pertinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

Os sujeitos colaboradores de nossa pesquisa foram 10 (dez) crianças da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal, que participaram de entrevista clínica individual tendo como instrumento diferentes situações-problema envolvendo ideias básicas do conceito de função. Nas entrevistas buscamos, a partir das soluções apresentadas para as situações-problema, das respostas dadas pelas crianças a nossas indagações, de suas falas espontâneas e da observação, indícios de como situações-problema envolvendo estruturas aditivas ou multiplicativas permitem às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização.

Essa dissertação é composta, além desta introdução, por quatro seções. Na seção I fazemos um resumo dos estudos teóricos realizados sobre a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida pelo psicólogo francês Gerard Vergnaud, e sobre as ideias básicas envolvidas no conceito de função, que são componentes do campo conceitual das funções. Esses estudos teóricos são fundamentais para a contextualização da investigação realizada.

Na seção II apresentamos os procedimentos metodológicos, a problemática da pesquisa, o local e os sujeitos da pesquisa, a fundamentação metodológica, a análise do livro didático utilizado pela turma das crianças participantes, bem como o roteiro das entrevistas semi-estruturadas realizadas com elas.

Na seção III, apresentamos e discutimos as informações coletadas e, finalmente, a seção IV é dedicada às considerações finais do trabalho, para, em seguida apresentarmos as referências utilizadas.

SEÇÃO I

CONTEXTUALIZANDO TEORICAMENTE A INVESTIGAÇÃO

1.1 A Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

O principal apoio teórico deste trabalho está na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud, que é assim definida:

> [...] uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que relevam das ciências e das técnicas (VERGNAUD[1], 1990, p.133, *apud* FRANCHI, 2008, p.191).

A Teoria dos Campos Conceituais considera "que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problemas" (MAGINA *et al*, 2001, p. 6), pois ao tentar resolver uma situação-problema o aluno passa por vários processos que envolvem conceitos, conteúdos, estruturas e representações simbólicas, os quais favorecem o desenvolvimento de competências[2]. Além disso, oportunizar diferentes tipos de situações-problema aos alunos estará, em última instância, oportunizando a ampliação do conhecimento matemático destes alunos.

Para Vergnaud (1990), o conhecimento se encontra organizado em Campos Conceituais, dos quais o sujeito se apropria ao longo do tempo. Campo Conceitual pode ser definido, "como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados." (VERGNAUD[3],1983, *apud* MOREIRA,2004, p.9)

---

[1] VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, v. 10, nº 23, 1990.

[2] A competência, segundo a Autora, "é traçada pela ação do aluno diante das situações." A competência do aluno pode ser analisada, segundo Vergnaud, pela análise das tarefas matemáticas e o estudo de sua conduta, quando confrontado com alguma dessas tarefas. Esta análise pode ser aliada segundo três aspectos: "(a) análise do acerto e erro, sendo competente aquele que acerta; (b) análise do tipo de estratégia utilizada, podendo alguém ser mais competente que o outro porque sua resolução foi mais econômica ou mais rápida, ou ainda, mais elegante; e (c) análise da capacidade de escolher o melhor método para resolver um problema dentro de uma situação particular". (MAGINA *et al*, 2001, p. 11-12)

[3] VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LES, R. e LANDAU, M. (Orgs.), **Acquisition of Mathematics: concepts and processes**. London: Academic Press, 1983.

Os principais conceitos desenvolvidos na Teoria dos Campos Conceituais são, além do próprio Campo Conceitual, os conceitos de esquema[4], invariante operatório (teorema-em-ação ou conceito-em-ação), além de uma concepção particular de conceito.

Vergnaud define conceito como uma terna constituída por três conjuntos (**S, I, R**), na qual:

> **S** é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
> **I** é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
> **R** é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles (MAGINA *et al*, 2001, p.7).

Logo S é o conjunto se situações que dão sentido ao conceito (a referência), I o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (o significado) e R o conjunto de representações linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito (o significante) (SOUZA; FÁVERO, 2004).

Numa representação gráfica, podemos representar conceito, segundo a figura a seguir:

Figura 1 - Representação gráfica de conceito, segundo a TCC

Um conceito, por mais simples que seja não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma situação, normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito (SOUZA; FAVERO, 2004).

A construção do conceito pelo sujeito pode ser observada por meio dos esquemas que este utiliza para resolver um determinado problema, isto é, pelos invariantes que o sujeito organiza e reconhece na situação[5]. Os esquemas explicitam os conhecimentos em ação dos sujeitos e são os elementos cognitivos responsáveis para que a ação do sujeito seja operatória, (VERGNAUD, 1993, p. 2). Assim, de acordo com esta teoria, ao resolver uma situação-

[4] Vergnaud “retoma o conceito de esquema na perspectiva piagetiana para analisar a atividade do aluno na solução de problemas” (TAXA, 2001, p.38)
[5] O conceito de situação para Vergnaud não tem o sentido de situação didática, mas sim a ideia de que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas.

problema sem o conhecimento de fórmulas, o sujeito utiliza os seus esquemas de ação para encontrar uma solução. Para Vergnaud (1993), a interação social também contribui para a formação dos esquemas e dessa forma, os aportes da Teoria dos Campos Conceituais estão tanto na Psicologia Genética de Jean Piaget, quanto na teoria sócio-crítica de Vigostky.

Os conhecimentos contidos nos esquemas podem ser designados, segundo Vergnaud (1993, p.4), pelas expressões teorema-em-ação e conceitos-em-ação e podem ser definidos como Invariantes Operatórios.

> Os invariantes são componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Eles podem ser implícitos ou explícitos. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno. Neste caso, embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, esses podem ser reconhecidos em termos de objetos e propriedades (do problema) e relacionamentos e procedimentos (feitos pelo aluno). Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso, eles são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas (MAGINA et al, 2001, p.12).

Segundo Vergnaud (1993) conceito-em-ação são conceitos que raramente são explicitados pelos alunos, mesmo quando são construídos por eles na ação. Um conceito-em-ação é um conceito (objeto ou predicado) implicitamente tido por pertinente." (VERGNAUD[6], 1995, p.178 *apud* FRANCHHI, 2008, p.208). Segundo Gonçalves (2008) os conceitos-em-ação não são passíveis de serem verdadeiros ou falsos mas são indispensáveis à construção das proposições, como exemplo, o autor cita os conceitos de cardinal e de coleção, os de estado inicial, de transformação e de relação quantificada que são indispensáveis para a conceitualização das estruturas aditivas.

Os teoremas-em-ação "são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação ou uma sequência de operações, para resolver um problema" (MAGINA, 2001, p.16). Muitas vezes não são expressos verbalmente e podem, inclusive, ser incorretos. Geralmente surgem em contextos simples, desprovidos de validade universal, mas que nos permitem compreender o conhecimento matemático no nível de esquema e de ação. Logo, os teoremas-em-ação constituem um caminho muito importante que o professor pode utilizar para analisar as estratégias intuitivas dos estudantes, favorecendo a transformação do conhecimento intuitivo do aluno em conhecimento explícito, diagnosticando o que o aluno já sabe e contribuir para que esse conhecimento se estenda (MAGINA *et al*, 2001).

---

[6] VERGNAUD, G. Au fond del' apprentissage, La conceptualisation. *Actes de l'Ecole d'Eté*. IREM de Clermond Ferrand, 1995.

1.1.1 O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas

Vergnaud concentra suas pesquisas em dois Campos Conceituais, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas, mas a Teoria dos Campos Conceituais não é específica desses Campos, nem somente da Matemática, como salienta Moreira (2004), pois essa teoria se adapta muito bem a outras ciências, como por exemplo, a Física, que admite vários Campos Conceituais como a Mecânica.

O Campo Conceitual das estruturas aditivas é, para Vergnaud (1993), "o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas" (p.9).

São componentes das estruturas aditivas:

> Os conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons, ou três anos mais que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de numero natural e numero relativo, de abscissa, de deslocamento orientado e quantificado [...] (VERGNAUD, 1993, p.9 -10).

Segundo Vergnaud (1993) existem seis relações de base, das quais são gerados os problemas de adição e subtração:

1. Composição de duas medidas em uma terceira.
2. Transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final.
3. Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas.
4. Composição de duas transformações.
5. Transformação de uma relação.
6. Composição de duas relações.

1.1.2 Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas ou apenas Campo Conceitual Multiplicativo é definido como:

> [...] o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1993, p. 10).

Ainda segundo Vergnaud[7] (1993, *apud* TAXA, 2001), as duas grandes categorias de relações multiplicativas são designadas pelo autor como, isomorfismo de medidas e produto de medidas cujos problemas envolvem diferentes tipos de multiplicação e divisão, que diferem também em grau de complexidade.

A classe de situação de isomorfismo de medidas[8], é a mais elementar e caracteriza-se por uma estrutura que consiste de uma proporção direta simples entre dois espaços de medidas. Por exemplo: Se o preço de uma boneca é R$ 3,00, qual será o preço de 6 bonecas?

1________3
6________x

Taxa (2001) aponta:

> No ensino da multiplicação como somas sucessivas, o exemplo de um problema de soma repetida talvez seja para o professor a maneira mais clara de "explicar" a operação da multiplicação. Em uma situação de aprendizagem na qual o professor utilize a lousa e exposição verbal para explicar o conteúdo, a escolha por problemas do tipo *isomorfismo de medidas* com números inteiros é facilitadora, pois possibilita que a criança "resolva" o problema por meio de adições sucessivas, utilizando os códigos convencionais, como: "3 potes com 5 balas são: 5 balas mais 5 balas mais 5 balas". (p. 36)

Mas a autora esclarece que

> Mesmo considerando essa estratégia metodológica de somas sucessivas, a criança pode apresentar dificuldades significativas na busca da incógnita do problema, ou seja, ela precisa construir uma representação interna dos dados para depois aplicar fórmulas matemáticas. Na maioria das vezes, registros como os de somas sucessivas (5 + 5 + 5 = 15) não têm significado nenhum para as crianças, e tampouco são equivalentes ao algoritmo da multiplicação (3 x 5 =15), como ensinam os professores. (TAXA, 2001, p.37)

Já o conjunto de problemas chamado por Vergnaud (1993, *apud* TAXA, 2001; VERGNAUD, 2009) de Produto de Medidas trata de raciocínio combinatório e envolve tipicamente três variáveis, sendo a terceira variável um produto das duas primeiras, como por exemplo: Quatro meninas e três meninos estão dançando. Cada menino quer dançar com cada menina, e cada menina com cada menino. Quantos pares diferentes de menino e menina são possíveis? (VERGNAUD, 1983, p. 134).

---

[7] VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26, 1993.

[8] Em geral, nesta classe de situação, os problemas são comumente conhecidos como de multiplicação tipo "adições sucessivas".

É preciso que já nas primeiras séries do ensino fundamental os alunos tenham contato com problemas do tipo produtos de medidas, pois de acordo com Vergnaud (1993) este conceito se constitui em condição para a compreensão de outros conceitos envolvendo as estruturas multiplicativas. Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (2001) destacam a importância do trabalho pedagógico com quatro tipos de situações[9] relacionadas às estruturas multiplicativas nas séries iniciais do ensino fundamental, entre elas aparecem "as situações associadas à ideia de combinatória".

Vergnaud (1993) destaca ainda que:

> [...] os conceitos de fração, quociente, número racional, produto e quociente de dimensões, escalar, função linear e não linear, combinação e aplicação linear assumem sentido, primitivamente, nos problemas de proporção e se desenvolvem como instrumentos de raciocínio através do progressivo domínio dessas situações, muito antes de poderem ser introduzidos e tratados como objetos matemáticos (p.16-17).

Nessa perspectiva, podemos inferir que muitos conceitos podem ser informalmente apresentados aos alunos muito antes de sua programação curricular e isto é, inclusive, recomendado, pois segundo a Teoria dos Campos Conceituais, o conhecimento se constrói e se desenvolve ao longo do tempo, na interação do sujeito com as diferentes situações que vivencia.

> O funcionamento cognitivo do sujeito repousa sobre os conhecimentos anteriormente formados; ao mesmo tempo, o sujeito incorpora novos aspectos a esses conhecimentos, desenvolvendo competências cada vez mais complexas (FRANCHI, 2008, p. 191-192).

Outro aspecto importante é que o pensamento multiplicativo envolve implicitamente ou explicitamente a relação de proporcionalidade (OLIVEIRA, 2004), outra das ideias fundamentais na construção do conceito de função. Segundo Tinoco et.al.(2008):

> O pensamento proporcional pode contribuir para o desenvolvimento da Álgebra, se for levado em conta que o raciocínio com proporções envolve: senso de co-variação, comparações múltiplas, predição e inferência, que utilizam métodos de pensamento qualitativo e quantitativo, sendo, portanto, uma ponte adequada e necessária entre experiências e modelos numéricos e relações abstratas e genéricas, que se expressarão de forma algébrica, além de ser um exemplo simples, mas importante, de função matemática (p. 3).

[9]Os quatro tipos de situações são: situações associadas ao que se poderiam denominar multiplicação comparativa; as situações associadas à comparação entre razões, que, portanto, envolvem a ideia de proporcionalidade; as situações associadas à configuração retangular e as situações associadas à ideia de combinatória (PCN, 2001)

1.2. Ideias Básicas Envolvidas no Conceito de Função

O conceito de função surgiu da necessidade de analisar fenômenos, descrever regularidades, interpretar interdependências de variáveis e generalizá-las em leis quantitativas que se expressam analiticamente.

Segundo Oliveira (1997), o Campo Conceitual das Funções envolve muitos conceitos, "como o de uma relação entre conjuntos, variação, dependência e correspondência entre variáveis, variável dependente e independente, entre outros" (p.8). Para a autora, podemos utilizar para representar uma função, uma tabela, um gráfico, um diagrama de flechas ou uma expressão algébrica, representações essas que constituem o conjunto R (conjunto de representações simbólicas segundo a teoria de Vergnaud). E enfatiza que o Campo Conceitual das Funções abarca muitas situações da realidade como, por exemplo, a população do mundo é função do tempo; a pressão de um gás é função da temperatura. Essas situações, por sua vez, tornam o conceito significativo, e constituindo assim, o conjunto S (conjunto de situações que tornam o conceito significativo segundo a teoria de Vergnaud).

Quando se pretende estudar o processo de elaboração de um conceito, a primeira coisa a ser feita é determinar quais são as ideias básicas envolvidas. Para a construção do conceito de função, são de fundamental importância as noções de variável, correspondência, dependência, regularidade, e generalização (CARAÇA, 1984, TRINDADE e MORETTI, 2000 e TINOCO, 2002), que são componentes do Campo Conceitual das Funções.

1.2.1 Variável

O conceito de variável desenvolveu-se ao longo da história, à medida que o uso da letra difundiu-se e generalizou-se. Seu papel é primordial para a construção do conceito de função, e é considerado de difícil assimilação por estudantes das mais diferentes idades.

A variável pode desempenhar papéis distintos dependendo da situação. Queiroz (2008) em seu trabalho faz um estudo sobre os diversos usos das variáveis. De acordo com o autor, as variáveis presentes em determinadas situações ora atuam como um *termo desconhecido*, ou como *números genéricos* (incluindo os parâmetros) ou, ainda, como variáveis em *relacionamento funcional*, onde para cada um destes níveis temos a simbolização, manipulação e interpretação da variável.

Variável como Termo Desconhecido: Para variáveis que atuam como termo desconhecido é, segundo Queiroz (2008, p.37), indispensável que se possa representar quantidades desconhecidas simbolicamente e desenvolver expressões algébricas que descrevam relacionamentos entre os dados fornecidos, como exemplo o autor cita, "Escreva uma equação que expresse a multiplicação de um número desconhecido por três e que adicionado a dois, resulte em onze" (QUEIROZ, 2008, p.43).

Variável como Número Genérico: Segundo Queiroz (2008, p.37) um pré-requisito para desenvolver uma compreensão da variável com esta característica, é a habilidade de reconhecer padrões e encontrar ou deduzir regras gerais que os descrevam, ainda segundo o autor,

> Números genéricos aparecem em expressões do tipo $3x - 17$ que representam sentenças com a ausência do sinal de igualdade que a seu turno fazem com que x possa assumir qualquer valor[...] ou ainda em equações expressas em forma generalizada do tipo $ax + b = cx + d$ na qual a variável é x e os termos a, b, c, d podem interagir ora como parâmetros, ora como constantes. (QUEIROZ, 2008, p.37-38).

Variáveis em Relacionamento Funcional: Para a compreensão das variáveis em relacionamento funcional é necessário, segundo Queiroz (2008, p.38) "reconhecer situações em que ocorram a variação simultânea das mesmas, bem como o aspecto relacional entre ambas. Estas circunstâncias podem envolver informações representadas em tabelas, gráficos, expressões analíticas ou problemas verbais". Como exemplo o autor cita, "Determinada escola de ensino fundamental II e médio efetua o pagamento de seus professores através do seguinte sistema: um valor fixo de $ 3,00 por mês mais a quantidade de aulas dadas multiplicada por 2. Determine uma fórmula que forneça o valor deste salário." (QUEIROZ, 2008, p.44)

Não exploramos os diversos usos da variável neste trabalho, mas é importante que o professor saiba e desenvolva atividades destacando os diferentes aspectos da variável para que o aluno não encare a variável sempre como uma incógnita ou termo desconhecido. Sierpinska[10] (1992, *apud* Tinoco, 2002, p.44), salienta a necessidade de uma consciência

[10] SIERPINSKA, A. **- On Understanding the Notion of Function**. Em: The Concept of Function Aspects of Epistemology and Pedagogy, DUBINSKY E. S. e HAREL G. (ed), MAA Notes, Londres, p. 25 – 58, 1992.

sobre a diferença entre considerar letras em equações, nas quais se trata de incógnitas ou como termo desconhecido e em funções, nas quais as letras representam quantidades variáveis.

Tinoco (2008) destaca ainda como se pode iniciar a construção da noção de variável:

> A familiarização dos alunos com a noção de variável e com a notação simbólica, em todos esses aspectos, pode-se iniciar, por exemplo, com experiências de generalizar padrões e sequências, a partir da observação de regularidades, e de manipular expressões para justificar ou concluir resultados. (TINOCO *et.al*., 2008, p.3)

Atividades com regularidades, padrões e sequências, como as sugeridas por Tinoco *et al* (2008), podem ser desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É fato que algumas vezes até o são, porém, como o professor geralmente desconhece a importância futura dessas atividades, pode não atuar de maneira adequada na condução das mesmas, não conduzindo os estudantes a elaborarem generalizações, por exemplo. Em algumas situações em que as regularidades a serem observadas não são constituídas de números ou formas geométricas, os professores sequer se dão conta que a atividade se relaciona à Matemática.

1.2.2 Correspondência

Caraça (1984) enfatiza a importância da ideia de correspondência para a Matemática enquanto ciência, afinal, em uma contagem, primeira construção matemática da humanidade, é possível fazer corresponder a cada objeto de uma coleção um número da sucessão natural. Particularmente em relação ao conceito de função, Caraça (1984) deixa claro a importância da correspondência que, a cada elemento do conjunto dos tempos *t* corresponde um elemento do conjunto espaços *e*. Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se y= f (x), se entre as duas variáveis existe um correspondência unívoca no sentido x→ y. A x chama-se variável independente, a y variável dependente Caraça (1984, p. 129).

E continua o autor: diz que

> [...] o conceito de função permite estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre as expressões analíticas (lei de formação da função) os lugares geométricos (conjuntos de todos os pontos que gozam de uma mesma propriedade). Para estabelecer essa correspondência não há mais que, a cada expressão analítica, fazer corresponder aquele lugar que define a mesma função que ela (CARAÇA, 1984, p. 139).

1.2.3 Dependência

A relação de dependência entre grandezas variáveis é o que dá à função o caráter dinâmico e, segundo Caraça (1984), essa dinamicidade torna o conceito de função o mais importante de toda a Matemática.

A dependência de uma grandeza em relação à outra é frequentemente encontrada no dia-a-dia. As grandezas não são, na maioria dos casos, invariáveis ou constantes, mas mudam de valor segundo determinadas circunstâncias, isto é, são variáveis. Essa variação se dá em correspondência com a variação de uma ou de várias outras grandezas das quais a grandeza dada depende (ROXO, 1930).

A noção de dependência não é simples, e assim, utilizar situações significativas para o aluno, bem como usar linguagens informais para descrever a dependência entre duas variáveis é uma estratégia facilitadora no trato do conceito de função.

Para fortalecer a ideia de função como relação de dependência entre duas variáveis, é importante propor aos alunos problemas com duas variáveis, nos quais se peça a determinação do valor de uma em função da outra. Ex: O preço que se tem de pagar por certa mercadoria é feito de acordo com a quantidade de mercadoria que se compra. Assim, o preço depende da quantidade (peso), logo o preço é função da quantidade.

1.2.4 Regularidade

Muitos fenômenos naturais apresentam regularidades que, se detectadas, permitem fazer previsões sobre etapas que não podem ser observadas. Segundo Pais (2006), "tanto a matemática quanto as outras ciências trabalham com modelos criados para explicar problemas, simular experiências ou prever eventos e em cada uma dessas situações está implícita a noção de regularidade" (p.108).

O reconhecimento de regularidades em situações reais, em sequências numéricas ou padrões geométricos, é para Tinoco (2002) e Trindade e Moretti (2000), uma habilidade essencial à construção do conceito de função.

As regularidades aparecem nas sequências que apresentam padrões, logo a "descoberta" de regularidades pode ser iniciada muito cedo. Desde a Educação Infantil, trabalhando com desenhos, as crianças podem ser estimuladas a descobrir o "padrão de repetição" de uma sequência.

> Os padrões podem ser topológicos, geométricos, numéricos, sonoros, de linguagem, de cores e tantos outros. Há sequências em que as regularidades

> combinam dois ou mais padrões, formando um novo padrão a partir dos combinados. (SANTOS, *et al*, 2004, p.5)

A regularidade está relacionada ao *princípio da economia do pensamento*[11] porque abrange um grande número de situações possíveis de ser resolvidas pela aplicação de um modelo. "No caso da Matemática, a regularidade aparece na construção de modelos, fórmulas e algoritmos, entre outras estruturas, a partir da ideia de poder repetir um conjunto de ações" (PAIS, 2006, p. 110).

1.2.5 Generalização

Uma vez que a regularidade tenha sido percebida, é possível estabelecer uma generalização, como na sequência * // * // * // * // ____, na qual, depois de um asterisco sempre vem duas barras. Assim, as regularidades observadas podem ser generalizadas e esta capacidade envolve abstração. Muitas vezes, os alunos generalizam situações que apresentam regularidades, verificando apenas se certa lei se aplica a casos particulares. É preciso que desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos, na linguagem corrente, que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, registrando-os. O registro de leis gerais em linguagem algébrica ou geométrica é passo decisivo para que construam o conceito de função, embora não seja fácil.

Para facilitar essa tarefa, é fundamental utilizar atividades que sejam significativas para o aluno e estejam ligadas ao seu dia-a-dia. Mediante tais situações, o aluno se familiariza com os possíveis significantes do conceito de função (elementos do conjunto **R**, segundo a teoria de Vergnaud), isto é, com as diversas formas de representar funções: verbal (em palavras, oralmente ou por escrito); gráfica (gráficos formais e informais, tabelas) e analítica (por expressões matemáticas) (TINOCO, 2002).

1.2.6 Um exemplo de atividade

Para exemplificar como as ideias básicas envolvidas no conceito de função, podem ser exploradas, apresentamos uma atividade que pode ser realizada nas séries iniciais.

---

[11] No que se refere à economia de pensamento, Pais (2006) lembra o trabalho de Caraça (Conceitos Fundamentais da Matemática, 1984). Pais (2006) relata que segundo Caraça, "na condução do raciocínio matemático, há uma valorização de um princípio geral de economia do pensamento, o qual é conhecido também como princípio da permanência das leis formais, ou ainda como princípio de Hankel. A aplicação desse princípio, na construção do conhecimento matemático, funciona também na posição de novas definições, as quais devem ser estabelecidas em função de uma lógica encadeada com as definições anteriormente apresentadas." (p.109)

Observemos a tabela abaixo:

Bicicletas	**1**	**2**	**3**	**4**
Rodas	**4**	**8**	**12**	

Tabela 1: Exemplo de Atividade

Nela encontramos duas simples sequências que apresentam regularidades, na primeira linha os números estão aumentando de 1 em 1, já na segunda linha os números estão aumentando de 4 em 4, ou seja, para cada número de bicicletas a mais será adicionado mais 4 rodas, outra regularidade que pode ser percebida é que os números da segunda linha são múltiplos de 4. Logo para encontrar quantas rodas tem quatro bicicletas, o aluno pode adicionar ao último resultado mais quatro rodas, ou realizar o produto 4 x 4 (4 bicicletas por 4 rodas).

Essas sequências são sucessões de números que representam a quantidade de bicicletas ou a quantidade de rodas das bicicletas. As duas sequências estão representadas por conjuntos (conjunto de bicicletas e conjunto de rodas), que estão colocados em correspondência um com o outro e podemos afirmar que esta correspondência é unívoca (1 bicicleta – 4 rodas). Nesta relação, o número de rodas depende do número de bicicletas, pois quanto maior o número de bicicletas maior será o número de rodas.

Podemos expressar essa situação dizendo que a variável, número de rodas (**r**), é função da variável (**b**), número de bicicletas, e afirmar que a correspondência é unívoca no sentido de **b** para **r (**no sentido do conjunto de bicicletas para o conjunto das rodas).

Para conseguirmos calcular quantas rodas terá um número qualquer de bicicletas, podemos generalizar o problema, ou seja, o número de bicicletas multiplicado por 4 (quatro rodas). Matematicamente escrevemos: $f(x) = x \cdot 4$ (onde x é o número de bicicletas)

SEÇÃO II

A PESQUISA

Nesta seção, apresentamos os caminhos percorridos até a pesquisa, o problema investigado, as escolhas metodológicas, o local e os sujeitos da pesquisa, assim como detalhamos os procedimentos adotados. A pesquisa de cunho qualitativo, teve como sujeitos 10 crianças estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental[12] de uma Escola Municipal de Floresta-PR, com idade variando entre 9 e 10 anos. O instrumento de pesquisa foram entrevistas individuais seguindo as orientações do Método Clínico Piagetiano. Nessas entrevistas com as crianças, foram utilizadas diferentes situações-problema[13] de estruturas aditivas e/ou multiplicativas, envolvendo ideias básicas do conceito de função e, portanto, conceitos componentes do campo conceitual das funções como, variável, dependência, regularidade, correspondência e generalização.

Além disso, como o livro didático é uma das fontes mais utilizadas pelo professor na condução do ensino entendemos ser importante fazer uma análise do Livro Didático de Matemática da 4ª série adotado pela escola participante da pesquisa, para verificar se este traz algumas das ideias básicas envolvidas no conceito de função, que pudesse influenciar o desempenho das crianças. Essa análise encerra esta seção.

2.1 O Caminho até a pesquisa

Quando, ingressamos no curso de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, em 2008, começamos também a participar do Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática[14] (GIEPEM). No GIEPEM, os estudos estavam direcionados, naquele momento, para a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Além dos estudos teóricos, em um subgrupo do GIEPEM, discutíamos pesquisas realizadas

---

[12] Nesta escola ainda não estava implantada a nova seriação estabelecida pelo Ministério da Educação (Ensino Fundamental de 9 anos), sendo que esta teve início apenas em 2010.

[13] O termo situação-problema utilizado em nossa pesquisa, é tratado como problema que pode auxiliar na construção e aquisição de conceitos.

[14] O Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (GIEPEM) é formado por, professores, alunos mestrando e doutorandos do curso de Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino da Matemática, da Universidade Estadual de Maringá.

por colegas mestrandos, sobre o ensino de funções, na oitava série do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Por trabalharmos com alunos da primeira fase do Ensino Fundamental nosso desejo era realizar nossa pesquisa com crianças desse nível de ensino e, dessa conjunção de fatores, surgiu nosso projeto de pesquisa.

O ensino de funções tem sido objeto de estudos e pesquisas (OLIVEIRA 1997; RÊGO 2000) e, quase todos indicam que o conceito de função não é algo fácil de ser apreendido, pois envolve outros conceitos na sua construção os quais devem ser introduzidos, inicialmente de forma intuitiva, passando por diferentes representações que levam a sua matematização e a posterior generalização, concluindo com a sua formalização.

Concordamos com Vergnaud quando estabelece que um conceito demora muito tempo para ser construído e assim, nossa intenção foi mostrar que as ideias básicas de função já são compreendidas pelas crianças desde muito cedo e, portanto, podem e devem ser exploradas, ainda que de maneira implícita ou informal, desde os anos iniciais do ensino fundamental. Dessa forma, o conceito de função poderia ser explicitado, sem grandes dificuldades na 8ª série (9ºano), momento previsto no currículo.

Como nosso principal objetivo foi mostrar que as crianças reconhecem e mobilizam as ideias básicas do conceito de função, presentes em problemas que se situam na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, nossa investigação privilegia mais a análise psicológica do que didática.

No que se refere ao plano teórico, a investigação realizada permitiu compreender e identificar a construção sincrônica e solidária[15] de alguns dos conceitos pertinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, ao perceber como as crianças mobilizam elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema envolvendo a operação de multiplicação**,** isto é, que a multiplicação enquanto conceito, se constrói ao mesmo tempo que as ideias básicas do conceito de função**.**

Após a elaboração do projeto e sua aprovação pelo Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UEM – COPEP entramos em contato com escolas municipais do município de Maringá-PR, pedindo permissão para a realização de um estudo

[15] Construção sincrônica e solidária, é uma noção piagetiana que estabelece a interdependência na construção de dois conceitos, isto é, ao mesmo tempo em que um conceito se apóia no outro para se construir é também apoio deste outro em sua construção.

piloto da pesquisa. Mas foram colocados alguns empecilhos como: só poderiam permitir a pesquisa mediante autorização da Secretaria de Educação do Município e mais, como as entrevistas com os alunos seriam no contra turno, não seria possível fornecer mais dois vales transporte a esses alunos (além dos dois que eles tinham direito) e nem restringir a participação para alunos que morassem perto da escola.

Procuramos então uma das escolas municipais do município de Floresta, vizinho de Maringá, que é a cidade em que trabalhamos. Tivemos uma ótima recepção da direção e de toda a equipe pedagógica da escola, assim como da Secretaria de Educação do município. Como a escola está localizada em uma cidade pequena (5.215 habitantes, IBGE, 2007) os alunos participantes da entrevista poderiam ir ao horário de contra turno sem necessitar de transporte coletivo.

Após autorização da escola, iniciamos nossa pesquisa com uma aplicação-piloto das situações-problema elaboradas ou selecionadas, para comprovarmos se estas eram adequadas para a idade e nível de escolaridade dos alunos e, principalmente, se elas nos possibilitavam obter as informações que desejávamos. O estudo piloto foi realizado em contra turno com seis crianças, alunos de uma das 4ª séries do período vespertino, após obtermos a autorização dos pais, mediante a assinatura do termo de consentimento.

Com o resultado do estudo piloto, fizemos algumas modificações nas situações-problema, e posteriormente, realizamos outros dois estudos-piloto, agora com o objetivo de nos prepararmos para a aplicação do Método Clínico Piagetiano nas entrevistas com os alunos. As entrevistas realizadas nesses dois últimos estudos-piloto foram filmadas e apresentadas para discussão no GIEPEM, para identificar se os procedimentos, questões formuladas e até mesmo gestos ou expressões que utilizamos durante a entrevista estavam adequadas. Feitas as modificações nas situações-problema e a correção de alguns equívocos na aplicação do Método Clínico, iniciamos a investigação com os alunos selecionados para serem sujeitos da pesquisa.

2.2 Objetivos

Investigar se crianças da 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental reconhecem e mobilizam elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema de estruturas aditiva e multiplicativa.

Para tanto, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar os esquemas, utilizados pelos alunos na resolução de diferentes situações-problema envolvendo ideias básicas do conceito de função;
- Identificar os teoremas-em-ação mobilizados pelos alunos na resolução de diferentes situações-problema envolvendo ideias básicas do conceito de função e
- Identificar a construção sincrônica e solidária de conceitos pertinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

Como opção metodológica, adotamos o Método Clínico Crítico piagetiano, por acreditarmos que esse método permite ir além das informações contidas em um instrumento de coleta de dados, possibilitando a livre conversação entre a pesquisadora e a criança. Como nosso objeto de estudo era identificar relações estabelecidas pela criança, era fundamental que a mesma descrevesse, da maneira mais fiel possível, os raciocínios utilizados na solução das situações propostas, o que não seria possível mediante apenas a observação e a análise da produção escrita. Dito de outra forma fizemos essa opção, pela necessidade de englobar a ideia do subjetivo, considerando não apenas o que é verbalizado pelo entrevistado, mas também, aquilo que é omitido por ele.

2.3 O Método Clínico

O Método Clínico consiste em entrevistas individuais com os estudantes durante a resolução de problemas elaborados segundo os critérios que se deseja. Piaget acredita que somente com este método se pode chegar ao centro da estrutura cognitiva do sujeito e descrevê-la de modo realista, por permitir que a criança atue intelectualmente por si mesma manifestando assim, a orientação cognitiva que lhe é natural no período de desenvolvimento em que se encontra. Assim, um experimento piagetiano tem origem numa observação cuidadosa e ampla do comportamento espontâneo da criança (FLAVELL, 1975).

Ao apresentar uma tarefa à criança, o examinador deve empenhar-se na tentativa se seguir o pensamento dela para onde quer que ele se dirija o que impede a realização de uma entrevista padrão, no entanto, apesar de toda a flexibilidade do Método Clínico, o exame não é feito de modo totalmente livre, pois a escolha prévia das situações a serem apresentadas à criança possibilita ao examinador a formulação de objetivos para seu trabalho, o que deve orientá-lo para que ele não se perca durante o exame (CARRAHER, 1989).

Todavia, segundo Flavell (1975):

> O uso deste método está cercado de perigos e dificuldades [...]. Mesmo no caso do entrevistador ser bastante treinado estão sempre presentes a tentação de dirigir e sugerir os perigos de não perceber o significado de comportamentos importantes e outros tipos de engano de toda sorte (p. 29).

Nossa opção pelo Método Clínico justifica-se, ainda, pela importância atribuída por este ao processo utilizado pelo sujeito para dar determinada resposta, admitindo, inclusive, que uma resposta errada possa resultar de processos mais sofisticados do que uma resposta correta (CARRAHER, 1989).

Carraher (1989) apresenta algumas diretrizes que devem ser seguidas pelo examinador, ao utilizar o Método Clínico, das quais destacamos:

- o examinador deve procurar, durante o exame, acompanhar o raciocínio do sujeito, estando atento ao que ele diz ou faz, sem completar e sem o corrigir automaticamente;
- é parte essencial do exame clínico piagetiano a obtenção de justificativas para as respostas dadas pelos alunos;
- é importante verificarmos sempre a certeza com que o sujeito responde;
- é importante não se satisfazer com repostas ambíguas;
- o pesquisador deve permanecer atento a diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo durante a entrevista. (CARRAHER, 1989, p. 32-36)

2.4 Escolha do local e seleção das crianças colaboradoras da pesquisa

A escola municipal, local da pesquisa, foi escolhida considerando-se a facilidade de contato com sua direção, por estar localizada em Floresta-PR, cidade onde trabalhamos. O município possui de 5.215 habitantes (IBGE, 2007) sendo, portanto, pequeno, o que nos favoreceu, pois os sujeitos da pesquisa, alunos dessa escola, puderam participar em horário de contraturno do qual estudam, sem necessidade de transporte coletivo.

Para a seleção dos sujeitos, contamos com a colaboração de uma das professoras das turmas da 4ª série do período vespertino. Mediante a autorização da professora fomos à sua sala de aula e fizemos um convite aos alunos para participar da pesquisa, explicando a sua finalidade, de que modo seria feita e que precisaríamos da colaboração de 10 crianças para a sua realização. O único critério que estabelecemos para a seleção foi "querer participar" e "prometer" comparecer na data e horário marcado para a realização das entrevistas. Posteriormente a professora nos forneceu a relação das 10 crianças que aceitaram participar da pesquisa. Na sequência, fizemos uma reunião com os responsáveis na qual entregamos o termo de consentimento livre e esclarecido, previamente elaborado e aprovado pelo Comitê de Ética da UEM, explicando a finalidade da pesquisa e os procedimentos que seriam realizados nas entrevistas com as crianças, cabendo aos pais ou responsáveis autorizar por escrito a participação de seus filhos na pesquisa.

A tabela a seguir apresenta a descrição geral das crianças da 4ª série colaboradoras da pesquisa.

Nome	Idade ANOS: MESES
MIL	9:5
LUA	9:5
MAR	9:5
KEM	9:6
ROB	9:7
BRU	9:10
DIO	9:10
RAF	10:1
DJH	10:2
IGO	10:6

Tabela 2: Descrição geral das crianças da 4ª série colaboradoras da pesquisa

2.5 Os procedimentos

De posse das devidas autorizações (de diretores, coordenadores, professora e pais ou responsáveis), e mediante apresentação da aprovação do projeto de pesquisa, pelo COPEP, foram definidos, com a equipe diretiva e com a professora dos sujeitos colaboradores, os dias e os horários em que as entrevistas seriam realizadas. Para não atrapalhar o trabalho da professora e os alunos não perderem nenhum horário de aula ficou determinado que as entrevistas fossem realizadas no contra turno de aula das crianças. As entrevistas tiveram início na segunda semana de abril de 2009, no período matutino.

Foi realizada uma entrevista individual com cada criança colaboradora da pesquisa seguindo as orientações do Método Clínico Piagetiano. As entrevistas foram gravadas em áudio (gravador mp3) e vídeo com áudio (câmera digital).

As situações-problema foram apresentadas às crianças por escrito. Cada situação-problema foi escrita individualmente numa folha de papel A4 de cor amarela (para distanciar das atividades escolares tradicionais) com letras maiúsculas e espaço para a solução. Foram deixadas outras folhas de papel, caso a criança necessitasse utilizá-las para dar continuidade à solução. As crianças dispunham, ainda, de lápis, borracha e calculadora.

Cada situação-problema foi lida pela própria criança e, se ficasse constatado que a criança não tinha entendido o problema ou teve dificuldade na leitura, era feita novamente a leitura, agora com a pesquisadora junto com a criança. Após a leitura, a criança iniciava o processo de resolução da situação-problema, sendo esclarecido que ela poderia utilizar lápis, papel, borracha ou calculadora. Também foi explicado que ela poderia resolver as situações-problema livremente, utilizando números, desenhos ou palavras.

Enquanto a criança estava fazendo suas anotações referentes à resolução da situação-problema apresentada, ela era questionada acerca dos procedimentos utilizados e levada a interpretar as notações utilizadas. Nossa conversa foi orientada por um roteiro semi-estruturado contendo algumas questões pré-determinadas com a finalidade de direcionar as explicações para os objetivos da pesquisa. As questões norteadoras das entrevistas foram:

- Você entendeu o que o problema está perguntando?
- Como você pensou para resolver o problema? Explica-me para que eu possa entender como você pensou.
- Teve um amigo seu que resolveu o problema dessa outra forma. O que você acha? Por quê?
- Se você tivesse um amigo que não entendesse esse problema como você faria para explicar para ele?
- Como você chegou a este resultado?
- Será que tem alguma outra maneira de resolver o problema?
- Posso representar este problema por meio de desenhos ou de alguma outra maneira?
- Tem alguma conta que você aprendeu na escola e que possa representar o que você acabou de me explicar?
- Por que você fez uma conta de vezes?
- Que resposta você encontrou?
- Como você mostraria para um coleguinha que este resultado está certo?
- O que você achou mais difícil de fazer neste problema?

Estipulamos o prazo de 1 hora para a entrevista individual com cada criança e, quando este tempo era extrapolado marcávamos posteriormente outra sessão. Dos dez entrevistados, para três (MIL 9:5, MAR 9:5 e DIO 9:10) foram realizadas duas sessões de entrevistas e para um (IGO 10:6) a sessão durou 1 hora e 25 minutos, extrapolando o tempo estipulado por nós, porém, a opção foi da criança, que preferiu terminar as tarefas no mesmo dia do que marcar outra sessão posteriormente. Com os demais alunos a entrevista ocorreu no prazo estipulado.

As situações-problema, instrumentos das entrevistas, foram dividas em baterias segundo os objetivos específicos de cada uma, totalizando 5 baterias de atividades. Na primeira bateria selecionamos três situações-problema e para as demais, duas situações-problema cada. Também deixamos de reserva outras situações-problemas específicas para cada bateria e com o mesmo grau de complexidade, caso fosse necessário utilizar.

As baterias foram ordenadas de acordo com uma hierarquia lógica[16] das ideias envolvidas, em detrimento da sequência histórica[17], iniciando com a noção de correspondência, que segundo Caraça (1984) constitui a base do conceito de função.

Em função dos objetivos de nossa investigação, a sequência das situações-problema não foi elaborada como uma sequência didática, todavia, o próprio desenvolvimento das atividades permitiu que as crianças fossem melhorando seu desempenho e adquirindo mais conhecimento.

2.6 Análise do livro didático

Os livros didáticos influenciam demasiadamente os professores em sua prática docente. Segundo Pais (2006) uma situação indesejável do livro didático é que:

> [...] o livro, em si mesmo, com sua forma linear de apresentação dos conteúdos, determine a parte essencial das ações docentes. Essa é uma inversão totalmente inadequada e desqualificada a importância da função profissional do professor, porque de instrumento didático o livro passa a ser o determinante de todo o processo de ensino (p.49).

O livro didático pode favorecer o desenvolvimento da capacidade intelectual do aluno, se propor atividades que levem o aluno a fazer conjecturas e estimativas, como acontece em situações do cotidiano. Além disso, "relacionar dados, construir funções, resolver problemas, observar regularidades, redigir e interpretar textos, são ações capazes de contribuir na

---

[16] Segundo Tinoco (2002), a sequência lógica é variável, dependência, regularidade e generalização.

[17] De acordo com Roratto (2009), a sequência histórica é: relações de dependência, reconhecimento de regularidades, variáveis, representações gráficas, linguagem algébrica e representações analíticas e a formalização do conceito de função.

formação intelectual dos alunos" (PAIS, 2006, p.57). Todavia, compete ao professor conduzir o uso desse recurso, e não se deixar conduzir por ele (Pais, 2006, p.49).

Considerando o papel desempenhado pelo livro didático no fazer pedagógico do professor, entendemos ser importante analisar o que era adotado pela escola participante da pesquisa, para verificar se este continha algumas das ideias básicas envolvidas no conceito de função, que pudesse ter influência no desempenho das crianças quando da resolução das situações-problema propostas.

O Livro Didático de Matemática da 4ª série faz parte de uma coleção composta por quatro volumes, de 1ª a 4ª série do ensino fundamental. Nossa análise se concentra no quarto volume.

O texto é dividido em unidades, cada uma dedicada a um tema central, estruturada uniformemente, apresentando três subdivisões: inicialmente, um texto explanatório, que gira em torno de um problema proposto, apresentação resumida dos conteúdos, contendo conceitos e, em seguida, traz as representações simbólicas e os procedimentos. Em continuidade, apresenta um conjunto de atividades, compostas por exercícios de reconhecimento, fixação e aplicação, acerca do tema apresentado e, por fim, há a seção denominada *Quero mais*, com exercícios destinados à consolidação dos conhecimentos do aluno. É evidente a preocupação com os aspectos informativos e técnicos, em detrimento da atenção dispensada à construção dos conceitos matemáticos.

O livro possui forte apelo visual, pois vem carregado de ilustrações. A distribuição dos conteúdos acontece de forma linear e compartimentada, com as seguintes unidades:

• História dos números.

• Sistema decimal: milhões; ordinais.

• Adição e subtração: propriedades; expressões numéricas; arredondamento; estimativas.

• Tabelas e gráficos.

• Multiplicação e divisão: significados; multiplicação por 10, 100 e 1000; propriedades; algoritmo; estimativa; expressões numéricas.

• Divisão: significados; divisores maiores que 10; expressões numéricas.

• Múltiplos e divisores; mmc; regras de divisibilidade; mdc; decomposição em fatores primos; decomposição simultânea.

• Frações: representações; equivalência; comparação; simplificação; adição e subtração de frações heterogêneas; multiplicação; inverso de fração; divisão.

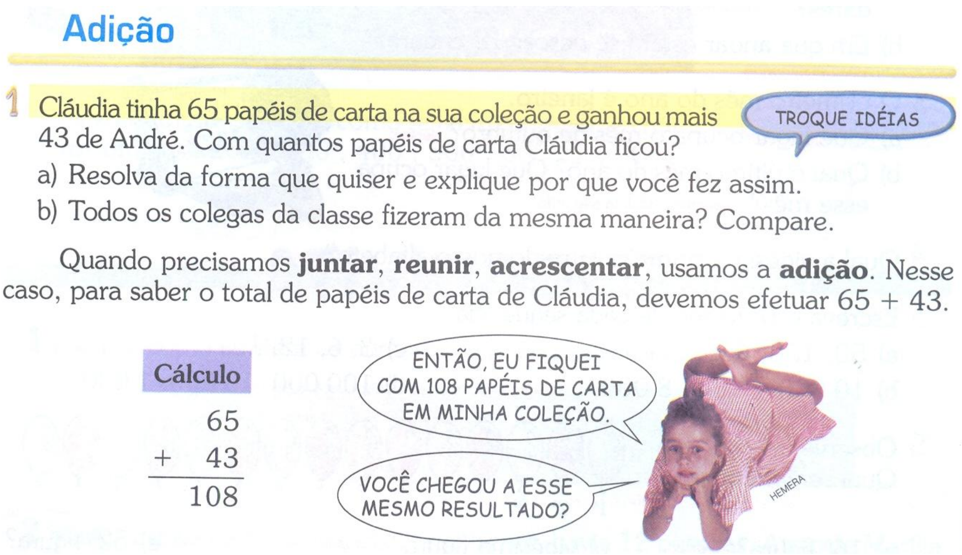
• Números decimais: representação; adição e subtração, multiplicação; divisão.

• Porcentagem e probabilidade; calculadora.

• Geometria: segmento de reta e reta; posições relativas de duas retas; ângulos; polígonos; triângulos; quadriláteros.
• Comprimento: conversão de unidades; perímetro.
• Área: unidades; fórmulas.
• Volume e capacidade: unidades; fórmulas.
• Massa.

Analisamos particularmente as unidades referentes a elementos dos Campos Conceituais das Estruturas Aditivas e Multiplicativas, objetos de nossa investigação.

A unidade destinada à adição e à subtração com números naturais, começa com uma situação-problema do dia-a-dia da criança. Segue enfatizando que quando precisamos juntar, reunir e acrescentar, usamos a adição. Na sequência, apresenta o algoritmo formal da adição e após essa exposição, segue uma lista de atividades. Em uma unidade à parte, são mostradas as propriedades comutativa e associativa da adição, bem como a do elemento neutro, também acompanhadas de lista de atividades. Reproduzimos, a seguir, a situação-problema[18] que apresenta o conceito de adição.


Adição

1 Cláudia tinha 65 papéis de carta na sua coleção e ganhou mais 43 de André. Com quantos papéis de carta Cláudia ficou?

a) Resolva da forma que quiser e explique por que você fez assim.

b) Todos os colegas da classe fizeram da mesma maneira? Compare.

Quando precisamos **juntar**, **reunir**, **acrescentar**, usamos a **adição**. Nesse caso, para saber o total de papéis de carta de Cláudia, devemos efetuar 65 + 43.

Cálculo

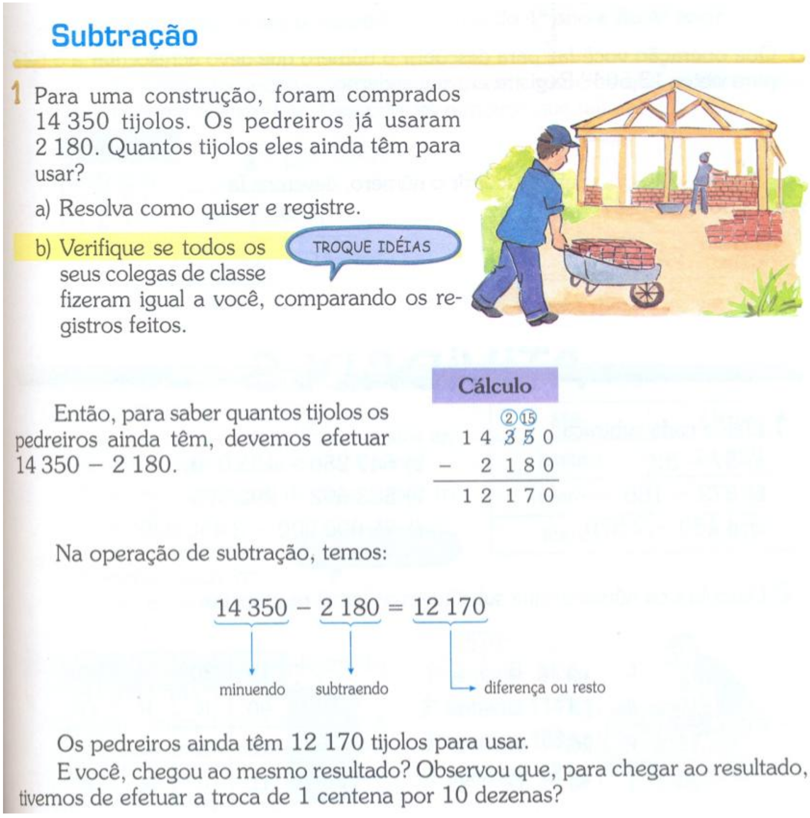
$$\begin{array}{r} 65 \\ +\ 43 \\ \hline 108 \end{array}$$

Figura 2 – Situação Problema que apresenta o conceito de adição.

Com a operação de subtração, o autor segue a mesma linha de apresentação do conteúdo: uma situação-problema, que é resolvida com a utilização do algoritmo

[18] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.26.

convencional e na sequência uma lista de atividades. Segue apresentação da situação-problema[19]:


Subtração

1 Para uma construção, foram comprados 14 350 tijolos. Os pedreiros já usaram 2 180. Quantos tijolos eles ainda têm para usar?

a) Resolva como quiser e registre.

b) Verifique se todos os seus colegas de classe fizeram igual a você, comparando os registros feitos.

TROQUE IDÉIAS

Então, para saber quantos tijolos os pedreiros ainda têm, devemos efetuar 14 350 − 2 180.

Cálculo

$$\begin{array}{r} 14\,350 \\ -\ \ 2\,180 \\ \hline 12\,170 \end{array}$$

Na operação de subtração, temos:

$$\underbrace{14\,350}_{\text{minuendo}} - \underbrace{2\,180}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{12\,170}_{\text{diferença ou resto}}$$

Os pedreiros ainda têm 12 170 tijolos para usar.

E você, chegou ao mesmo resultado? Observou que, para chegar ao resultado, tivemos de efetuar a troca de 1 centena por 10 dezenas?

Figura 3 – Situação-problema que apresenta o conceito de subtração.

A operação de adição é apresentada separadamente da operação de subtração. Após a criança ter resolvido uma lista de exercícios (primeiramente de adição, depois de subtração) o autor mostra para a criança por meio de um problema[20] que estas são operações inversas, uma serve para verificar o resultado da outra e, em seguida, apresenta uma lista de atividades.

[19]Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.33.

[20] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.42.

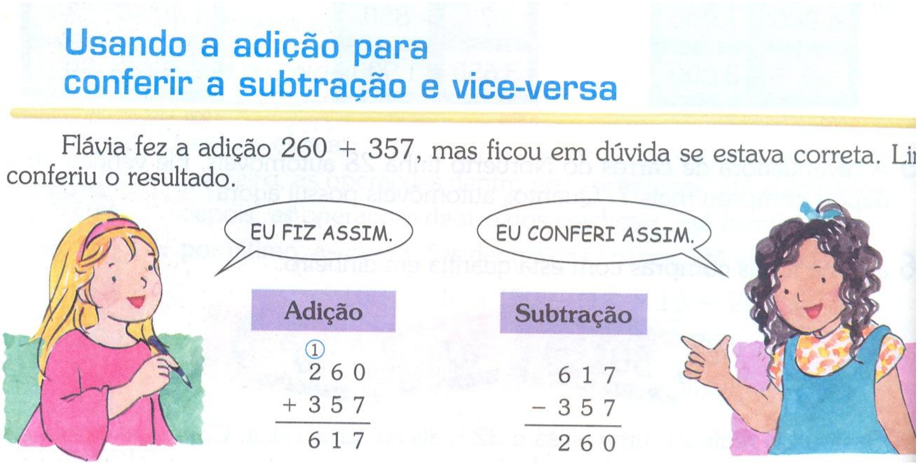


Figura 4 – Representação de operações inversas.

Como na adição e subtração, a multiplicação e a divisão são apresentadas separadamente. Na unidade destinada à multiplicação e à divisão com números naturais, o autor inicia pela proposição de uma situação-problema[21] e apresenta a operação de multiplicação como soma de parcelas iguais, conforme segue:

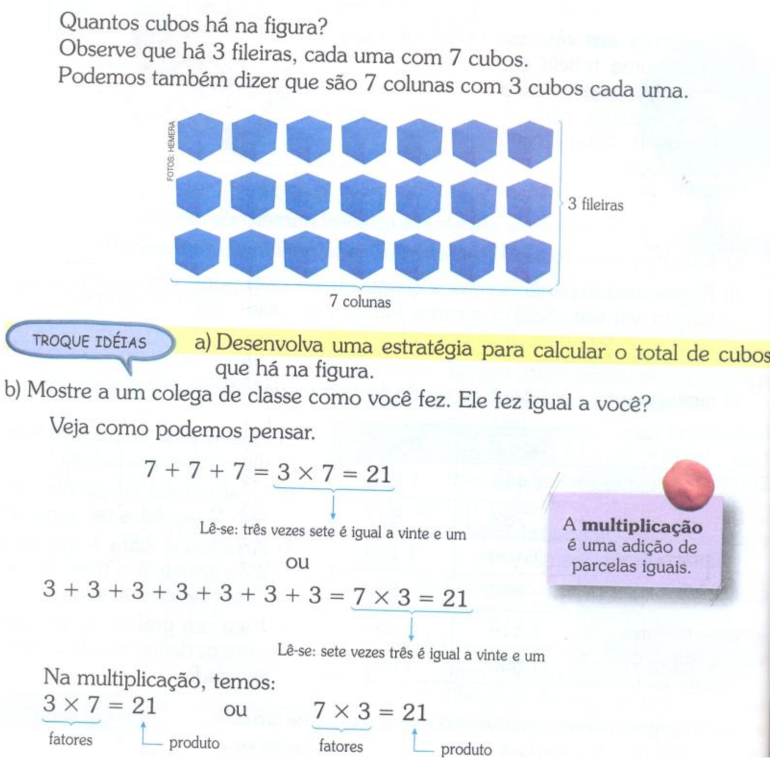


Figura 5 – Apresentação da operação de multiplicação como soma de parcelas iguais.

[21] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.56.

Com relação ao fato do livro didático conceituar a multiplicação como adição de parcelas iguais, certamente as estruturas multiplicativas se apóiam em parte, nas estruturas aditivas, mas elas também têm sua própria organização intrínseca, a qual não se resume aos aspectos aditivos. Segundo Pirola *et al* (2007) “no caso das estruturas aditivas, as variáveis que propiciam o pensar aditivo são: correspondência termo a termo, adicionar, retirar, equivalência, simultaneidade. Para as multiplicativas, além das aditivas temos: correspondência um para muitos, quotição, distribuição, proporção, produto cartesiano” (p.4).

Canôas (1997) em seu trabalho investiga se o professor está preso a ideia de que “multiplicar” significa adicionar parcelas iguais que, embora verdadeira, limita a formação do conceito do aluno com relação à operação de multiplicação. Como exemplo cita a seguinte situação, “Quanto custam 4 sacos de bala, se um saco de bala custa 3 reais” (CANÔAS, 1997, p.83), a qual “é uma situação que não deve ser entendida como adição de parcelas iguais, pois envolve quatro termos e não apenas três (axb=c), isto é, temos uma unidade, um preço, quatro unidades e o preço dessas quatro unidades” (CANÔAS, 1997, p.84).

Canôas (1997) conclui que, do ponto de vista psicológico, as professoras da amostra de sua pesquisa estão presas às ideias aditivas, ou seja, não compreendem a passagem do campo aditivo para o multiplicativo, e que do ponto de vista profissional, existe uma tendência das professoras a repetição, sem reflexão, de regras que aparecem nos livros didáticos.

A formação do conceito do aluno com relação à operação de multiplicação pode ficar limitada com atitudes como essas por parte de professores, que muitas vezes só se preocupam em memorizar e aplicar a regras que aparecem nos livros didáticos, sem saber se essas regras que são verdadeiras em um domínio de validade são verdadeiras ou falsas em outros domínios. Isso evidencia a necessidade de cautela por parte dos livros didáticos para tratar diferentes conteúdos, como a multiplicação.

Pudemos observar que a identificação da multiplicação com a adição de parcelas iguais é presente nos sujeitos da pesquisa, conforme veremos de maneira mais detalhada na próxima seção.

Na sequência do livro didático, o autor apresenta uma situação-problema[22] envolvendo proporcionalidade e uma envolvendo pensamento combinatório, que seriam importantes ideias para a construção do conceito de função. Porém, na sessão de atividades essas situações

[22] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.57.

são pouco exploradas, com apenas uma envolvendo proporcionalidade e duas atividades envolvendo pensamento combinatório, das treze propostas.

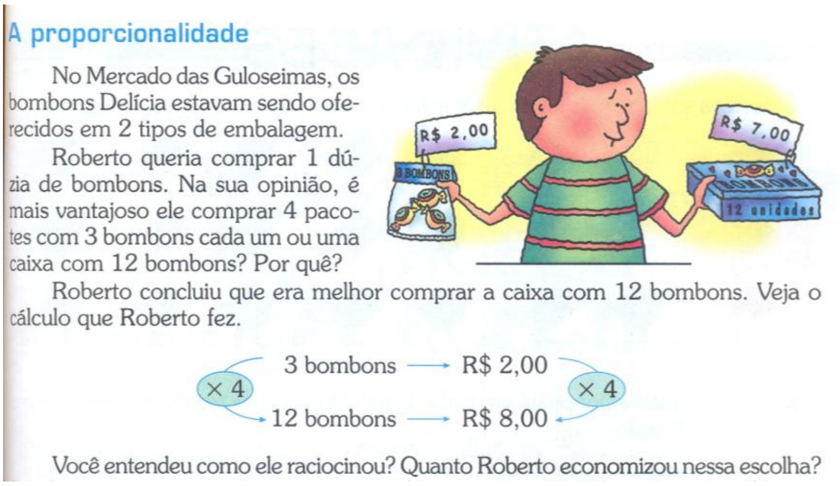


Figura 6 – Situação-problema que envolve proporcionalidade

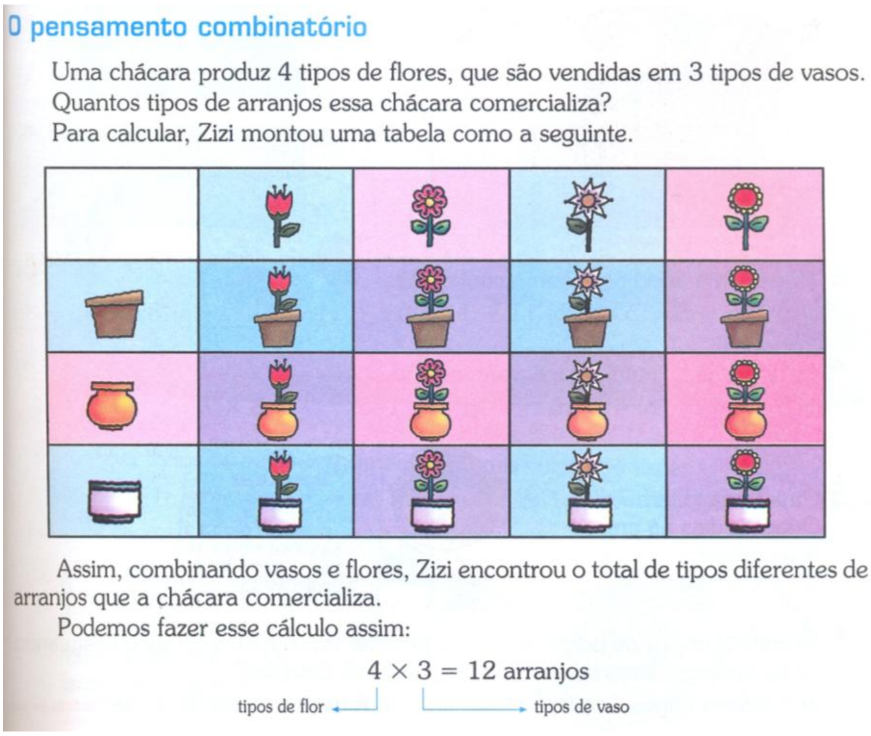
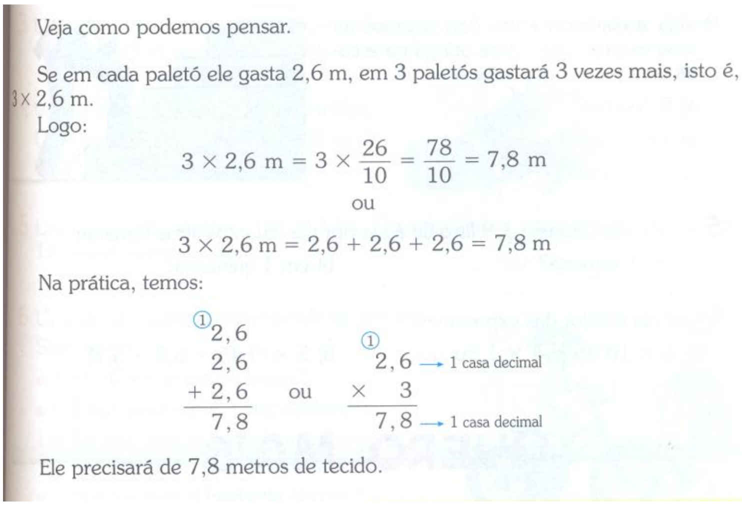


Figura 7 – Situação-problema que envolve pensamento combinatório.

A exemplo do que foi feito com a adição, em uma unidade à parte, são mostradas as propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação, bem como a do elemento neutro, seguida também de lista de atividades.

Na unidade de multiplicação de número natural por um número decimal, o autor inicia com uma situação-problema[23] e resolve a situação por meio de soma de parcelas iguais, e pelo algoritmo convencional da multiplicação.


Um alfaiate gasta 2,6 m de tecido para fazer um paletó. De quantos metros de tecido precisará para fazer 3 paletós?
Desenvolva uma estratégia para resolver esse problema. Registre-a.


Veja como podemos pensar.

Se em cada paletó ele gasta 2,6 m, em 3 paletós gastará 3 vezes mais, isto é, 3 × 2,6 m.

Logo:

$$3 \times 2{,}6 \text{ m} = 3 \times \frac{26}{10} = \frac{78}{10} = 7{,}8 \text{ m}$$

ou

$$3 \times 2{,}6 \text{ m} = 2{,}6 + 2{,}6 + 2{,}6 = 7{,}8 \text{ m}$$

Na prática, temos:

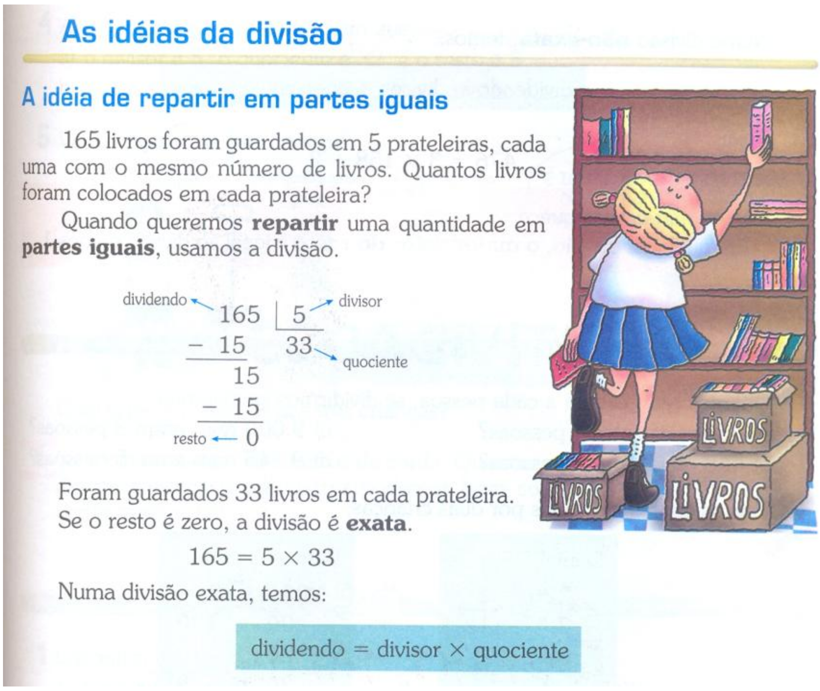
$$\begin{array}{r} {}^{1}2{,}6 \\ 2{,}6 \\ +\ 2{,}6 \\ \hline 7{,}8 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \\ 2{,}6 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 7{,}8 \end{array} \begin{array}{l} \\ \to \text{1 casa decimal} \\ \\ \to \text{1 casa decimal} \end{array}$$

Ele precisará de 7,8 metros de tecido.

Figura 8 – Situação-problema envolvendo a multiplicação de um número natural por um número decimal.

Na unidade de divisão o autor inicia associando a divisão de números naturais como ideia equitativa[24], ou seja, que dividir significa repartir uma dada quantidade em partes iguais e em seguida apresenta a ideia de medida[25].

[23] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.170 e 171.
[24] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.75.
[25] Figura retirada da coleção adotada pela escola, p.75



As idéias da divisão

A idéia de repartir em partes iguais

165 livros foram guardados em 5 prateleiras, cada uma com o mesmo número de livros. Quantos livros foram colocados em cada prateleira?

Quando queremos **repartir** uma quantidade em **partes iguais**, usamos a divisão.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\text{dividendo}}{165} & \overset{\text{divisor}}{5} \\ \cline{2-2} -\ 15 & \underset{\text{quociente}}{33} \\ \cline{1-1} 15 & \\ -\ 15 & \\ \cline{1-1} \text{resto} \leftarrow 0 & \end{array}$$

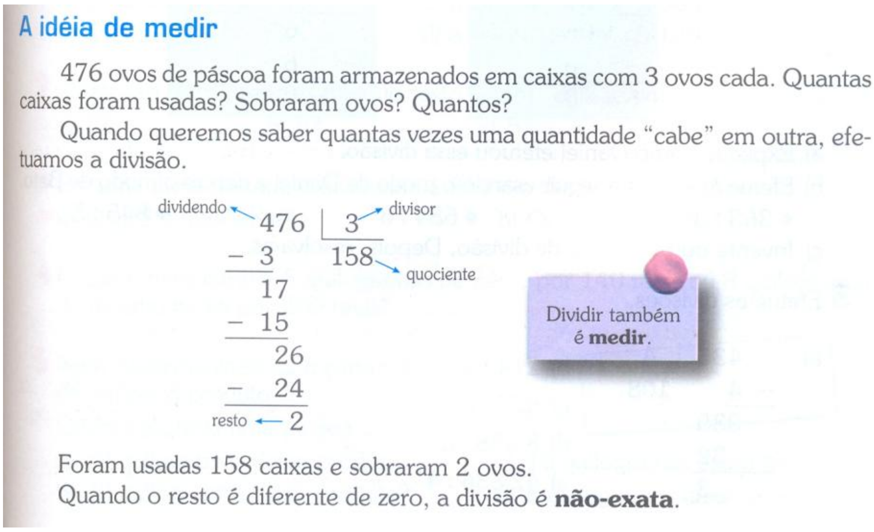
Foram guardados 33 livros em cada prateleira.
Se o resto é zero, a divisão é **exata**.

$165 = 5 \times 33$

Numa divisão exata, temos:

dividendo = divisor × quociente

Figura 9 – Situação-problema de divisão com ideia equitativa.



A idéia de medir

476 ovos de páscoa foram armazenados em caixas com 3 ovos cada. Quantas caixas foram usadas? Sobraram ovos? Quantos?

Quando queremos saber quantas vezes uma quantidade "cabe" em outra, efetuamos a divisão.

$$\begin{array}{r|l} \overset{\text{dividendo}}{476} & \overset{\text{divisor}}{3} \\ \cline{2-2} -\ 3 & \underset{\text{quociente}}{158} \\ \cline{1-1} 17 & \\ -\ 15 & \\ \cline{1-1} 26 & \\ -\ 24 & \\ \cline{1-1} \text{resto} \leftarrow 2 & \end{array}$$

Dividir também é **medir**.

Foram usadas 158 caixas e sobraram 2 ovos.
Quando o resto é diferente de zero, a divisão é **não-exata**.

Figura 10 - Situação-problema de divisão com ideia de medida.

De maneira geral, a retomada dos conteúdos ao longo da coleção nem sempre é bem aprofundada, algumas vezes a ampliação dos temas é pequena, e há pouca menção aos conhecimentos já abordados na coleção, sendo desta forma a articulação entre os campos da Matemática pouco valorizada.

Em relação às ideias básicas que constituem o conceito de função, essas pouco podem ser exploradas pelo professor diante das atividades apresentadas pelo livro didático. Não existem atividades de exploração de regularidades ou padrões numéricos e sua subsequente generalização, por exemplo, apesar da recomendação constante nos Parâmetros Curriculares Nacionais de que é "interessante propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas" (BRASIL, 1998, p.117).

Alguns livros didáticos (IMENES 2002, FERRARI *et al* 2007) já apresentam atividades explorando essas ideias básicas, particularmente trabalhos com regularidades e padrões, todavia, apesar da primeira coleção estar bem colocada nas avaliações do Programa Nacional do Livro Didático de 2004 - PNLD 2004, na qual é uma das três recomendadas com distinção[26] (RD) na avaliação do Ministério da educação - MEC entre 31 coleções para a área de Matemática que fazem parte do Guia de Livros Didáticos/PNLD/2004-2006, ela não foi a escolhida pelos professores que participaram do processo de escolha dos livros para as escolas ligadas ao Núcleo Regional de Educação de Maringá e nem era o livro adotado pela escola.

Não temos dados de pesquisa que nos permitam afirmar quais as razões para os professores não trabalharem explicitamente com regularidades, variáveis, e outras das ideias básicas envolvidas no conceito de função e assim, entendemos que nossa investigação pode embasar a adoção de atividades que permitam explorar de maneira mais eficiente essas ideias, a partir do 5º ano do ensino fundamental de nove anos, retomando-as e aprofundando-as a cada ano, de maneira que o conceito de função possa ser lentamente construído.

[26] Conforme o Guia de Livros Didáticos para as Séries Iniciais do Ensino Fundamental, "a adequação de todos os critérios apresentados numa ficha de avaliação permite estimar o grau de excelência de cada obra e, assim, classificá-las entre as Recomendadas com Distinção (RD), apenas Recomendadas (REC) e as Recomendadas com Ressalvas (RR)". (BRASIL, 2003b, *apud* ARRUDA, 2004, p.49).

"Conforme o Guia de Livros Didáticos, as RD são obras com qualidades inequívocas e constituem propostas pedagógicas elogiáveis, criativas e instigantes, as REC, são aquelas que cumprem plenamente todos os requisitos de qualidade exigidos no processo de avaliação e, as RR, são obras que obedecem aos critérios mínimos de qualidade, mas que contêm algumas limitações". (BRASIL, 2003a, *apud* ARRUDA, 2004, p.49).

SEÇÃO III

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

3.1 Primeira Bateria de Atividades

Propusemos a primeira bateria constituída por três situações-problema, com o objetivo de investigar se as crianças estabeleciam a correspondência em situações-problema de produto cartesiano envolvendo raciocínio combinatório, isto é, se eram capazes de identificar o total de combinações possíveis que poderiam ser formadas estabelecendo uma correspondência entre cada elemento de um conjunto com todos os elementos do segundo conjunto.

Conforme Vergnaud[27] (1983, 1994, *apud* SILVA, 2006), problemas de produto cartesiano como os da primeira bateria, apesar de poderem ser realizados utilizando a adição, pertencem à classe de Produtos de Medidas. Segundo Silva (2006), nessa classe de problemas não está explicitada a correspondência a ser feita entre os elementos dos conjuntos, e assim, a criança precisa pensar que para cada "x", há tantos "y" (Exemplo: Para cada camiseta há três shorts); chegando, assim ao número total de combinações.

A importância dada aqui em propor situações-problema envolvendo raciocínio combinatório, é que segundo Canoas:

> o não entendimento do raciocínio combinatório, (...) muito provavelmente bloqueará o aluno no estudo de funções, no qual ele encontrará dificuldade para o entendimento do conceito de relação (uma relação R é um subconjunto do A x B) entre dois conjuntos. (CANOAS, 1997, p.7-8)

As situações-problema propostas apresentavam uma hierarquia de dificuldades, em função de apresentar ou não apoio visual. O primeiro problema (envolvia camisetas e shorts) apresenta apoio visual, de maneira que as crianças poderiam resolver apenas "ligando" os

---

[27] VERGNAUD, G. **Multiplicative structures**. In: Acquisition of mathematics concepts and processes. Edited by Richard Lesh and Marsha Landau. Academic Press, NY, 1983.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Edited by Guershon Harel and Jere Confrey. III series. State University of New York Press, Albany, 1994, p. 41-59.

elementos; o segundo problema não trazia apoio visual, mas envolvia elementos (meninos e meninas) que poderiam ser facilmente representados, de maneira que, caso sentissem necessidade, a criança poderia lançar mão de desenhos. O terceiro problema envolvia elementos (tamanho e sabores de bolos) que exigia um grau maior de abstração para ser "representado" visualmente e, assim, a resolução mais natural da situação-problema seria a realização da operação ("continha").

Descrição dos principais acontecimentos ocorridos na aplicação da primeira bateria

Problema 1 - Julia tem três camisetas e dois shorts que ela usa para fazer caminhadas. Se ela combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o short verde, faz um conjunto. Se ela combinar a camiseta amarela com o short verde, faz outro conjunto diferente. Se ela combinar em cada dia uma das três camisetas com um dos dois shorts, quantos conjuntos diferentes ela pode fazer? (NUNES, 2001)

Figura 11-Apoio Visual da primeira situação-problema da Primeira Bateria.

Houve bastante interesse e motivação por parte dos alunos em responder a situação-problema, mesmo sendo esse tipo de atividade pouco explorada no livro didático utilizado pelos sujeitos da pesquisa conforme constatamos na análise realizada.

Dos 10 alunos, apenas LUA, IGO, MAR e MIL tiveram alguma dificuldade em entender a situação-problema, logo fizemos a leitura do problema com estes, mas sem utilizar de gestos.

A seguir apresentaremos os esquemas de resolução de cada aluno para a primeira situação-problema da bateria:

MAR (9:5)

- Antecipou uma resposta (3 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta a cada short).
- Contou o total de conjuntos formados na correspondência um para muitos, fazendo uma bijeção com os dedos da mão para cada conjunto.
- Adição 3+2=5.
- Utilizou a multiplicação 3x2=6 (3 representavam as três camisetas e o 2 os dois shorts).

MAR estabeleceu a correspondência utilizando o apoio visual, fez a contagem para encontrar o total de conjuntos, acreditou ser possível resolver o problema utilizando a adição, verificando a insuficiência desta (pois não encontrou o mesmo resultado da contagem) recorreu à multiplicação, indicando que a multiplicação ainda não se constitui um procedimento seguro para a criança.

ROB (9:7)

- Utilizou a multiplicação 3x2= 6 (3 camisetas vezes 2 shorts que é igual a 6 conjuntos)
- Estabeleceu a correspondência oralmente ligando cada camiseta a cada short: *Camiseta amarela com o short verde, a camiseta verde com o short verde, a camiseta vermelha com o short verde, a camiseta amarela com o short azul, a camiseta vermelha com o short azul, a camiseta verde com o short azul.*

Para ROB, a multiplicação já está constituída enquanto operação e só utilizou o apoio visual, como uma forma de confirmar empiricamente o resultado que havia encontrado matematicamente.

RAF (10:1)

- Estabeleceu a correspondência oralmente ligando cada camiseta a cada short: *O verde com a camiseta amarela dá um, o verde com o verde dá outro e verde com o vermelho dá 3, o azul com o vermelho dá um, o azul com verde da 2 e o azul com amarelo dá 3.*
- Utilizou a multiplicação 3x2=6 (indicando o 3 as três camisetas e o 2 os dois shorts)

RAF se prende a representação visual e resolve o problema, mas compreende qual é a operação envolvida e faz a "continha", mesmo sem que lhe seja solicitado, indicando que, para ele, o registro numérico é fundamental para tornar sua resolução matematicamente aceita.

LUA (9:5)

- Antecipou uma resposta (2 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta com cada short).
- Utilizou soma de parcelas iguais 2+2+2=6 (2 conjuntos formados pela camiseta amarela com o short verde e a camiseta amarela e o short azul, 2 conjuntos formados pela camiseta verde com o short verde e a camiseta verde e o short azul, e por fim 2 conjuntos formados pela camiseta vermelha com o short verde e o conjunto formado com a camiseta vermelha e o short azul).

Perguntamos ainda se teria outra maneira de resolver, depois de pensar por algum momento a criança respondeu: "*2 vezes 3 também dá".* (E registrou 2x3=6). Questionamos: "*Por que você pensou em 2x3?"*

A criança respondeu porque "dava" o mesmo resultado da soma e porque o 3 era das três camisetas e 2 dos dois shorts.

LUA inicia a solução com uma resposta aleatória, depois, estabeleceu graficamente a correspondência presente na situação. A seguir, fez uma contagem das ligações estabelecidas, (cada camiseta pode ser usada com 2 shorts) que registrou como soma de parcelas iguais: 2+2+2=6. Apenas quando instigada pela pesquisadora percebe que também pode usar a multiplicação, mas ainda assim, a partir do resultado (6) que havia estabelecido na correspondência e na soma, indicando que a multiplicação como raciocínio combinatório ainda não está constituída, uma vez que o registro 2X3=6 só foi efetivado porque "dava" o mesmo resultado da soma.

DJH (10:2)

- Antecipou uma resposta (3 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
-Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta com cada short).

- Utilizou a soma de parcelas iguais: *3+3 é 6* (explicando que formou 3 pares (ou 3 conjuntos) com o short verde e mais 3 pares (ou 3 conjuntos)com o short azul.
- Questionada se tinha outra maneira de resolver fez 2+2+2=6 (onde cada camiseta formava dois conjuntos), e depois ainda questionada se tinha outra "conta" além soma para resolver, 2x3=6.

DJH também inicia a solução com uma resposta aleatória, depois, estabeleceu graficamente a correspondência presente na situação. A seguir, embora não de forma explícita, fez uma contagem das ligações estabelecidas, que registrou como 3+3 (considerando que cada short pode ser usado com 3 camisetas). Interessante é que fez graficamente as ligações, partindo das camisetas e depois raciocinou comutativamente. Ao ser questionada sobre outra forma, a adição ainda é a operação presente e representa a contagem dos pares agora partindo das camisetas e registra 2+2+2. Ao ser novamente questionada pela pesquisadora percebe que também pode usar a multiplicação e registra 2X3 = 6, retornando agora ao raciocínio inicial (3+3). A multiplicação, no caso de DJH é ainda mais frágil do que para LUA.

IGO (10:6)

- Estabeleceu a correspondência oralmente: *Camiseta amarela e o short azul, a camiseta amarela e o short verde, a camiseta verde e o short azul, a camiseta vermelha e o short verde e a camiseta vermelha e o short azul.*
- Representação gráfica, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta a cada short).

Questionamos se haveria outra maneira, ou alguma "conta" que teria aprendido na escola que poderia usar para resolver o problema e o aluno respondeu:

IGO: *De mais!?*

P: *Como você faria?*

IGO: *3+2!?*

P: *3+2 daí da quanto?*

IGO: *5, aí não dá.*

P: *Então o que você acha?*

IGO: *É conta de vezes.*

P: *Então como você faria?*

3x2=6, (explicando que o 3 era as três camisetas e o 2 os dois shorts).

Neste caso IGO estabeleceu primeiro a correspondência oralmente para encontrar o total dos conjuntos; depois graficamente e só após verificar que a adição não resolvia o problema, utilizou a multiplicação, não tendo certeza de que "conta" utilizar, agindo por meio de tentativa e erro.

KEM (9:6)

- Antecipou uma resposta (3 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Estabeleceu a correspondência oralmente: *Pode usar a camiseta amarela com o short verde em um dia, e camiseta amarela com o short azul no outro, no outro dia a camiseta verde com o short verde e depois a camiseta verde com o short azul, a vermelha com o short verde e a vermelha com o short azul.*
- Utilizou a multiplicação 3x2, dizendo que o 3 era das três camisetas e o 2 era dos dois shorts.

Apesar de antecipar uma resposta sem critérios, KEM atua a seguir com segurança e resolve o problema utilizando a multiplicação.

DIO (9:10)

- Antecipou uma resposta (2 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta a cada short).
- Contou o total de conjuntos formados na correspondência um para muitos, fazendo uma bijeção com os dedos da mão para cada conjunto.
- Adição de parcelas iguais: 2+2+2=6, (explicando: "2 conjuntos da camiseta amarela, 2 conjuntos com a camiseta verde e 2 conjuntos com a camiseta vermelha").

Questionada se teria ainda outra maneira ou outra "conta" que poderia usar para resolver, tentou utilizar a multiplicação (22x2) e a divisão (22/2), percebemos neste momento que DIO tentou utilizar os mesmos algarismos que utilizou na soma de parcelas iguais, não encontrando o mesmo resultado disse que não tinha outra maneira.

BRU (9:10)

- Antecipou uma resposta (2 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta a cada short).
- Estabeleceu a correspondência oralmente: *Amarela com verde, amarela com azul, verde com verde, verde com azul, vermelho com azul e vermelho com verde.*
- Utilizou a divisão: 2 dividido por 3.
- Utilizou a adição: 3 +2=5.
- Utilizou a multiplicação: 3x2=6.

BRU registrou 2 dividido por 3 na folha atividade e utilizou a calculadora para saber o resultado, vendo que o resultado da operação era diferente do que tinha encontrado formando os conjuntos, disse que poderia ser "de mais ou vezes", e fez primeiro 3+2=5; quando solicitado que explicasse o que tinha feito, contou novamente os conjuntos para conferir o total de conjuntos e registrou na folha atividade "3 Camisetas x 2 Shortes = 6" e conferiu na calculadora se o resultado estava correto.

BRU estabeleceu a correspondência entre os conjuntos, não teve certeza de qual operação utilizar e por meio de tentativa e erro encontrou o mesmo valor que ele tinha estabelecido na correspondência.

MIL (9:5)

-Antecipou uma resposta (2 conjuntos) como ponto de partida na busca da solução do problema.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada camiseta a cada short).
- Contou o total de conjuntos formados na correspondência um para muitos, fazendo uma bijeção com os dedos da mão para cada conjunto.
- Utilizou a multiplicação: 6x2=12
- Utilizou a adição: 6+2.
- Utilizou a multiplicação: 2x3=6.

MIL estabeleceu a correspondência na situação-problema, mas encontrou bastante dificuldade em entender que poderia formar os conjuntos combinando qualquer camiseta com qualquer short, e ao tentar representar o problema por alguma "conta", agiu por tentativa e erro para encontrar o mesmo resultado que tinha encontrado na correspondência. Só chegou ao resultado correto quando questionada do número de camisetas e shorts que tinha no problema e assim por tentativa e não por certeza chegou ao mesmo resultado da contagem efetuada na correspondência.

Problema 2 - Quatro meninas e três meninos estão dançando. Cada menino quer dançar com cada menina, e cada menina com cada menino. Quantos pares diferentes de menino e menina são possíveis? (VERGNAUD, 1983, p. 134).

Nesta situação-problema caracterizada por Vergnaud como produto de medidas os alunos não tinham mais o apoio visual como no problema anterior, logo era exigido um grau de abstração maior para conseguir estabelecer a correspondência.

Destacamos que MIL (9:5), não resolveu o problema alegando que como tinha 4 meninas e 3 meninos não poderia formar pares pois estava faltando um menino. Neste caso a criança utilizou o esquema de correspondência termo a termo. E identificamos o seguinte teorema-em-ação: Não admitir trocas entre os elementos dos conjuntos. O elemento “a mais” de um dos conjuntos é, imediatamente “descartado”.

A seguir apresentamos os protocolos[28] de cada aluno com os respectivos esquemas:

MAR (9:5)

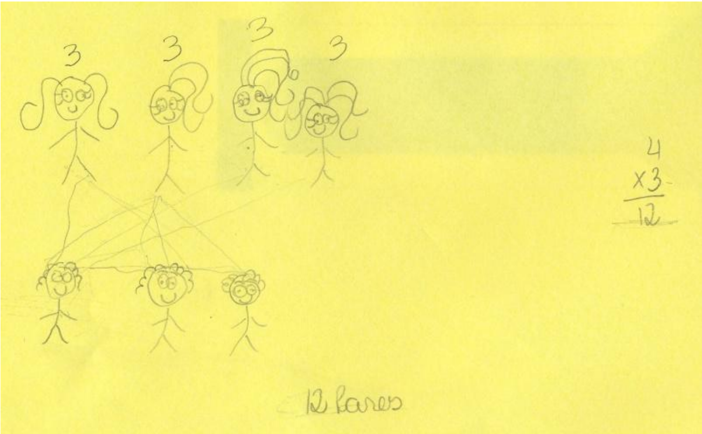


Figura 12- Protocolo de MAR da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Representou a situação-problema desenhando quatro meninas e três meninos (Destacamos que a criança ao desenhar as meninas e os meninos o fez com riquezas de

---

[28] Segundo Muniz (2008, p.90), “considera-se protocolo toda e qualquer produção matemática escrita pela criança e/ou adolescente, tais como: desenho, esquema, algoritmos, procedimentos, entre outros, que utilizem figuras, palavras, números que para análise podem servir como reveladores da produção cognitiva do sujeito em uma dada situação”.

detalhes (mudando o cabelo dos desenhos) para destacar que as meninas e os meninos eram diferentes)

- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada menina a cada menino).

- Para saber o total de pares de meninos e meninas eram possíveis, MAR iniciou a contagem registrando em cima de cada menina o número 3 explicando que “cada menina daria para formar três pares”, totalizando então 12 pares.

- Registrou 4x3=12, explicando que o 4 representava as quatro meninas e o 3, os três meninos.

Observa-se aqui um avanço em relação aos procedimentos da situação 1. MAR repete apenas os procedimentos que tiveram êxito na primeira situação. Não houve antecipação de resultados; sente necessidade de apoio visual e o realiza com sucesso, em seguida estabelece a contagem e faz a “continha” de multiplicação, sem utilizar a adição. Isso indica que, mesmo quando não existe objetivo explícito de intervenção, a própria realização das atividades promove a aprendizagem.

ROB (9:7)

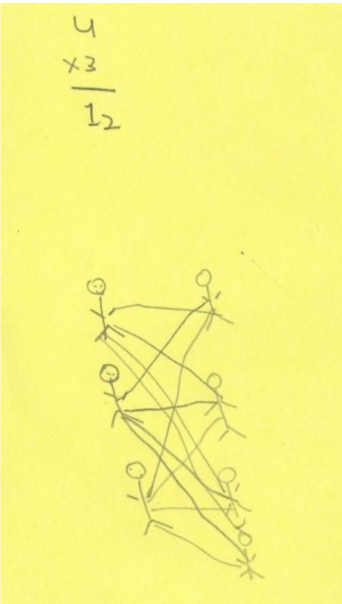


Figura 13- Protocolo de ROB da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Antecipou a resposta (12 pares) e explicou “quatro vezes três, as quatro meninas vezes os três meninos”, pedimos então para que registrasse o que estava dizendo e ROB registrou 4x3=12.

- Ao ser questionado se além "da conta de vezes" teria outra maneira de resolver, representou graficamente a situação desenhando os três meninos e as quatro meninas sem riqueza em detalhes.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos.

Para ROB, a multiplicação já está constituída enquanto operação e só realizou a representação gráfica quando questionado se poderia resolver de outra forma, confirmando sua atuação na resolução da situação 1. Interessante observar que ROB não lança mão da adição, que era a resposta esperada pela pesquisadora, em função de ROB demonstrar não necessitar de apoio visual para compreender e resolver os problemas.

RAF (10:1)

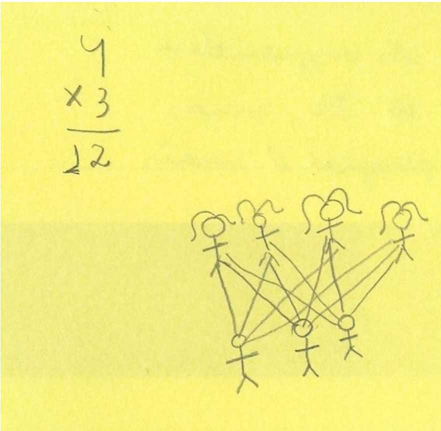


Figura 14- Protocolo de RAF da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Utilizou a multiplicação 4x3=12 (explicando que eram 4 meninas vezes 3 meninos).
- Representou a situação-problema desenhando quatro meninas e três meninos.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada menina a cada menino).

Observamos que RAF começa a resolução do problema pela "continha", invertendo o processo de resolução do primeiro problema. A multiplicação já está consolidada indicando que a solução pictórica apresentada se prendeu mais a uma necessidade de "fazer mais alguma coisa", de justificar o procedimento e não de verificar se a conta estava correta.

LUA (9:5)

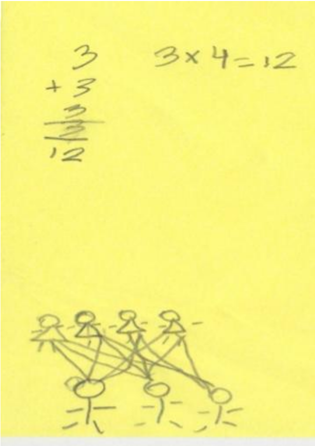


Figura 15- Protocolo de LUA da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Utilizou soma de parcelas iguais fazendo 3+3+3+3=12, explicando: *"cada menina vai dançar com cada menino, e como são três meninos, então cada menina pode formar três pares diferentes"*.
- Indagada se teria outra maneira de resolver, registrou 3x4=12 e argumentou dizendo que porque dava o mesmo resultado da soma, e explicou que o 3 representava os três meninos e o 4 as quatro meninas.
- Ao ser questionado se além "das contas" teria outra maneira de resolver, representou graficamente a situação desenhando quatro meninas e três meninos.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada menina a cada menino).

LUA avançou significativamente. Não antecipou resposta e apesar de utilizar a adição, inicia a resolução sem necessidade de apoio visual. Mesmo quando foi indagada sobre "outra maneira de resolver o problema", adota a multiplicação como resposta, com consciência sobre o significado dos fatores e só depois, com a insistência da pesquisadora, parte para a representação gráfica.

DJH (10:2)

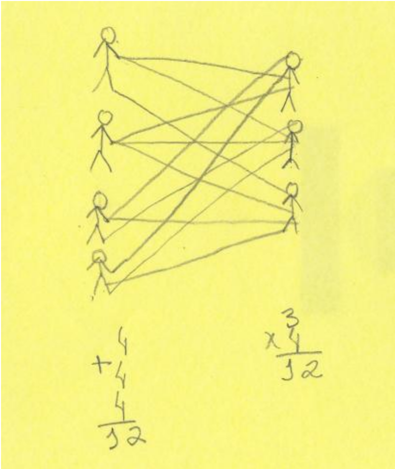


Figura 16- Protocolo de DJH da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Representou a situação-problema desenhando quatro meninas e três meninos sem riqueza em detalhes.

- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligou cada menina com cada menino).

- Fez a contagem do total de pares diferentes, totalizando 12 pares.

- Utilizou soma de parcelas iguais 4+4+4=12, e explicou que seriam os quatros pares diferentes que os meninos poderiam fazer.

- Além da soma questionamos se teria alguma outra maneira de resolver, DJH pensou por algum momento e respondeu que *"24-12 dá 12"* (conjecturamos aqui que a criança pensou no resultado 12), mas como não conseguiu explicar a origem desses números no problema, pensou por mais um momento e registrou 3x4. Utilizou à calculadora e respondeu que daria 12 pares, pedimos então que explicasse o que o 3 e o 4 representavam, e disse que o 3 representava os três meninos e o 4 as quatro meninas.

DJH mostra que o apoio visual é importante para seu raciocínio. Confia na correspondência gráfica estabelecida e no resultado da contagem, e, da mesma forma como procedeu na resolução da situação 1, tentando encontrar uma "conta" para o resultado 12, sem se preocupar com o significado dos dados. Só tem êxito, com o encaminhamento dado pela pesquisadora.

IGO (10:6)

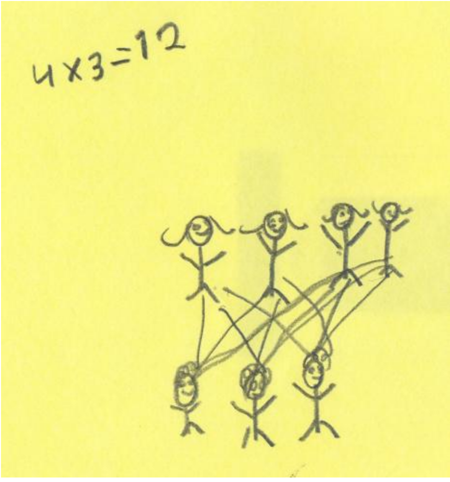


Figura 17- Protocolo de IGO da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Antecipou uma resposta para a solução da situação-problema, 3 pares. Conjecturamos aqui que o aluno tenha utilizando a correspondência termo a termo.
- Em seguida refletiu por algum momento e utilizou a multiplicação 4x3=12, explicando que eram 4 meninas e 3 meninos.
- Após questionamos se além da "conta" teria outra maneira de resolver o problema como, por exemplo, por meio de desenho, e o aluno representou graficamente a situação desenhando quatro meninas e três meninos.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligou cada menina com cada menino).

IGO continua antecipando respostas sem refletir. Porém, indica um avanço ao partir imediatamente para a multiplicação, quando, na situação 1, começa pela adição e ainda por tentativa, sem considerar o que significavam as parcelas e, em virtude do fracasso da operação de adição (o resultado não bateu com a contagem efetivada), partiu para a multiplicação. Aqui percebe-se uma falha da pesquisadora, pois poderia ter sido indagado se existiria "outra conta" para resolver a questão e assim, não podemos ter certeza de que a multiplicação está se consolidando ou se a adição não foi utilizada porque não teve sucesso na situação 1.

KEM (9:6)

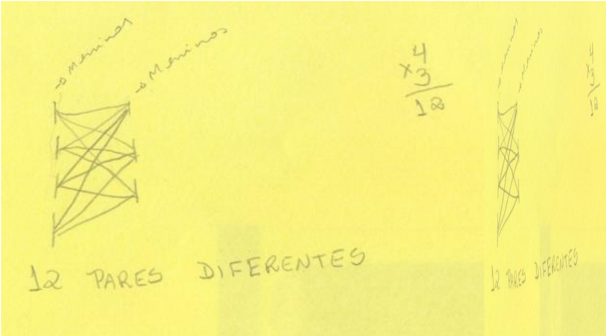


Figura 18- Protocolo de KEM da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Representou a situação-problema desenhando quatro “risquinhos” para representar as meninas e três “risquinhos” para representar os meninos (destacamos aqui que a criança não precisou de riquezas em detalhes para diferenciar as meninas e os meninos, escrevemos depois da entrevista com a criança onde esta desenhou as meninas e onde desenhou os meninos).
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos.
- Fez a contagem do total de pares diferentes e registrou “12 pares diferentes”.

Após ser questionada se tinha alguma “conta para resolver o problema”, KEM disse primeiramente “6x2” (conjecturamos que a criança neste momento pensou no resultado 12 e que 6x2=12) e questionamos o que representava o número 6 e o número 2, no mesmo instante mudou de opinião e disse que era 4x3, pedimos então que explicasse por que seria 4x3, ela respondeu que são 4 meninas cada uma dançando com 3 meninos.

Nessa situação, KEM não antecipou resposta. KEM indica um grau maior de abstração ao representar os meninos e as meninas por “risquinhos”. Entende que a correspondência é de um para muitos e a exemplo de como resolveu a situação 1, realiza a multiplicação, inicialmente manipulando os fatores para alcançar o resultado obtido pela contagem e depois, entendendo que os fatores devem representar dados do problema.

DIO (9:10)

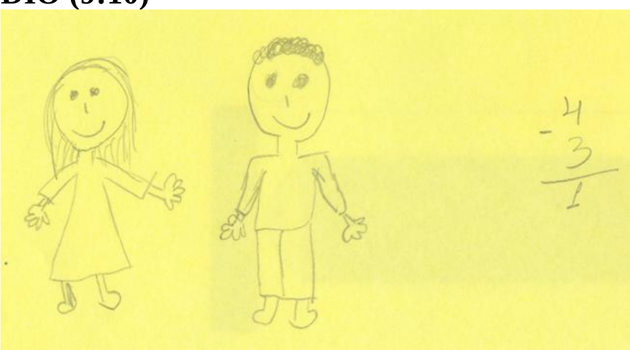


Figura 19- Protocolo de DIO da segunda situação-problema da Primeira bateria.

DIO ao ser questionada quantos pares diferentes de dança daria para formar, disse três pares, porque tinha 3 meninos e 4 meninas e uma menina ia ficar sobrando (Conjecturamos aqui que a criança tenha utilizando a correspondência termo a termo). Tentamos explicar que os meninos e as meninas não precisavam estar dançando ao mesmo, tempo, que uma menina poderia dançar com um menino e depois poderia dançar com os outros, mesmo assim a criança continuava insistindo em dizer que sempre ia ficar sobrando uma menina. Questionamos se teria como resolver o problema por meio de desenho ou por outra maneira, então DIO desenhou um (1) par de dança (uma menina e um menino) e fez a conta para representar o que ela estava dizendo, "tem 4 meninas pode fazer 3 pares 4-3=1, o 1 é a menina que está sobrando".

Embora não estejamos capacitadas para realizar uma análise psicológica, como DIO destoa fisicamente das demais meninas na sala, imaginamos que ela se colocou no lugar da menina que "ficaria sempre sobrando" e isso tenha bloqueado seu raciocínio. Por outro lado, solução da situação 1 indica que DIO encontra dificuldades para raciocinar matematicamente.

BRU (9:10)

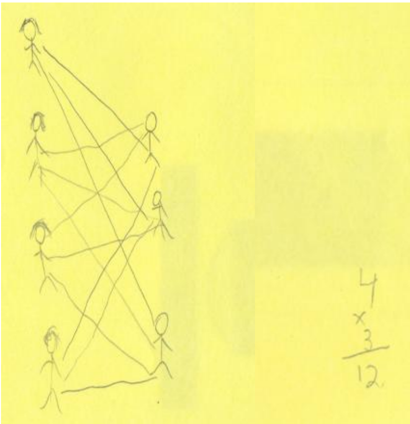


Figura 20- Protocolo de BRU da segunda situação-problema da Primeira bateria.

- Representou a situação-problema desenhando quatro meninas e três meninos.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligou cada menina com cada menino).
- Fez a contagem do total de pares diferentes, totalizando 12 pares.

Questionado se tinha alguma "conta" que tinha aprendido na escola que poderia usar para resolver o problema, BRU respondeu que sim, e registrou na folha 4x3= 12 e explicou, "o quatro é as 4 meninas e o três os 3 meninos" e ainda argumentou que 4x3 era só somar 3+3+3+3 , sendo que cada três, eram os 3 pares que cada menina formava.

Interessante observar o avanço do desempenho de BRU da primeira para a segunda resolução. Na primeira BRU estabeleceu a correspondência entre os conjuntos, não teve certeza de qual operação utilizar e por meio de tentativa e erro encontrou o mesmo valor que ele tinha estabelecido na correspondência, tendo, inclusive realizado operação de dividir, com auxílio da calculadora. No presente caso, não apenas inicia pela multiplicação, com consciência do significado dos fatores, como também explicita a equivalência entre a multiplicação com a adição de parcelas iguais.

Problema 3 - Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de dois tamanhos (pequeno, e grande) e os sabores podem ser de três tipos (morango, chocolate, brigadeiro). Quantos bolos diferentes você pode escolher para comprar, combinando um tamanho com um só sabor?

Nesta situação-problema os alunos não tinham o apoio visual, e como se tratava de sabores e tamanhos era exigido um maior grau de abstração até mesmo para estabelecer graficamente a correspondência.

Não utilizamos esta situação-problema com a criança MIL (9:5) pela dificuldade que teve em resolver a primeira situação e por não ter conseguido ou mesmo nem tentado resolver a segunda. Já para criança DIO (9:10), mesmo tendo errado a resposta da segunda situação-problema, foi utilizada esta situação com ela por ter tentado resolver a anterior, e por nossa surpresa ela conseguiu resolver sem dificuldades, indicando que sua dificuldade não estava nos procedimentos matemáticos, o que nos fez dar mais crédito à nossa hipótese de DIO ter dificuldades em imaginar uma “menina sobrando”.

MAR (9:5)

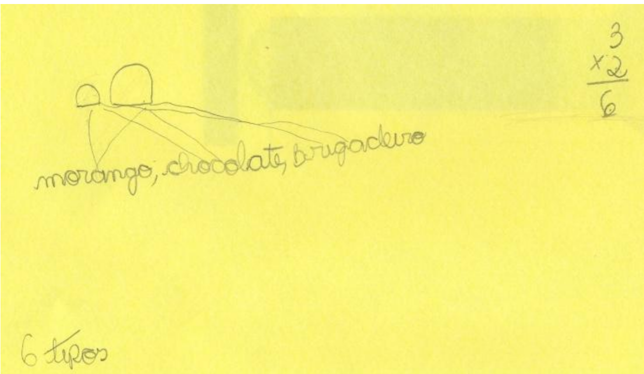


Figura 21- Protocolo de MAR da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo que com o tamanho pequeno poderia escolher os sabores de morango, chocolate e brigadeiro, e com o tamanho grande também, totalizando 6 tipos diferentes.
- Representou graficamente desenhando dois bolos de tamanhos diferentes e escrevendo o nome dos sabores morango, chocolate e brigadeiro.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada sabor a cada tamanho).
- Utilizou a multiplicação 3x2=6, argumentando que eram três sabores e dois tamanhos de bolos.

O desempenho de MAR na situação 3 corrobora nossas observações em relação à situação 2, ou seja, as dificuldades sentidas na realização da atividade 1, diminuíram na situação 2 e deixaram de existir na situação 3, situação com grau de dificuldade um pouco maior em função da ausência de apoio visual e de atributos concretos para a representação gráfica.

ROB (9:7)

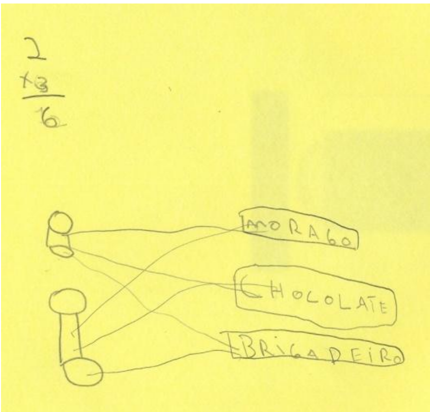


Figura 22- Protocolo de ROB da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo que poderia fazer o bolo pequeno com morango, pequeno com chocolate, pequeno com brigadeiro, grande com morango, grande com chocolate e grande com brigadeiro.
- Utilizou a multiplicação 6x3 e logo se corrigiu dizendo *"não, não é 2x3, porque é dois tamanhos de bolos e três recheios"*.
- Representou graficamente desenhando dois bolos de tamanhos diferentes e escrevendo o nome dos sabores morango, chocolate e brigadeiro.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada tamanho de bolo a cada sabor).

As situações anteriores indicaram que para ROB, a multiplicação já está constituída enquanto operação e acreditamos que inicia sua resolução pela representação gráfica por ter sido induzido a isso na situação 2, pelo questionamento da pesquisadora. Comete um equívoco no estabelecimento dos fatores, talvez por estar com o número 6 “na cabeça”, mas logo se corrigiu, explicitando o significado dos fatores envolvidos.

RAF (10:1)

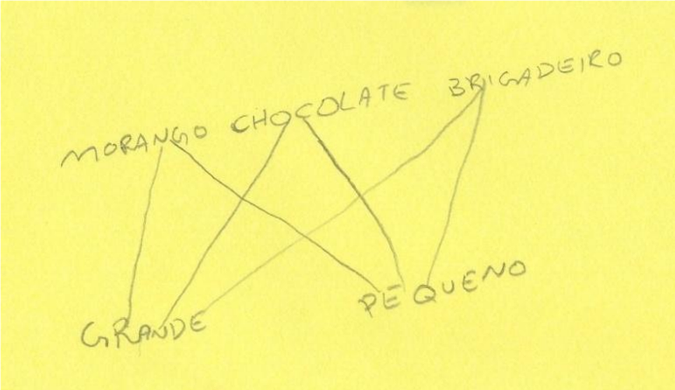


Figura 23- Protocolo de RAF da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Utilizou a multiplicação 2x3, explicando que eram dois os tamanhos e três os sabores, totalizando seis tipos diferentes de bolos.
- Representou graficamente escrevendo o nome dos tamanhos e dos sabores.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada sabor a cada tamanho).

A multiplicação já está consolidada. Utiliza palavras no lugar de desenhos para a representação visual, e o faz como se fosse uma “obrigação” já que esse procedimento foi feito nas duas situações anteriores. Tanto o estabelecimento da correspondência uma para muitos, como a bijeção para estabelecer cada par, quanto a multiplicação, estão consolidadas para RAF.

LUA (9:5)

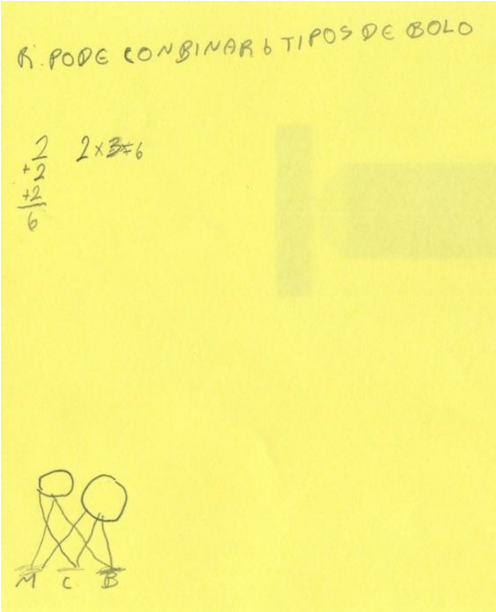


Figura 24- Protocolo de LUA da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo *"eu catava um bolo grande e pequeno de morango, um bolo grande e pequeno de chocolate e um bolo grande e pequeno de brigadeiro"*.
- Utilizou a contagem e verificou que daria seis diferentes tipos de bolos.
- Utilizou a soma de parcelas iguais 2+2+2=6, explicando que eram dois bolos de morango, um bolo grande e um pequeno, dois bolos de chocolate um bolo grande e um pequeno e dois bolos de brigadeiro, um bolo e grande e um pequeno.
- Utilizou a multiplicação 2x3=6, explicando que o 2 era dos dois tamanhos de bolos e o 3 era dos três sabores.
- Questionamos se havia outra maneira de resolver a situação-problema representou graficamente e desenhando os dois bolos de tamanhos diferentes e escreveu M, C e B para representar os sabores de morango, chocolate e brigadeiro respectivamente.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada tamanho de bolo a cada sabor).

O desempenho de LUA na situação 3, não deixa dúvidas sobre seu avanço, pela maneira como estabelece a correspondência, realiza a contagem, adota a multiplicação e mesmo sem ser solicitada pela pesquisadora, já estabelece a equivalência com a adição, que era sua primeira "continha" nas situações anteriores. A solução apoiada no visual só se apresenta quando induzida pela pesquisadora.

DJH (10:2)

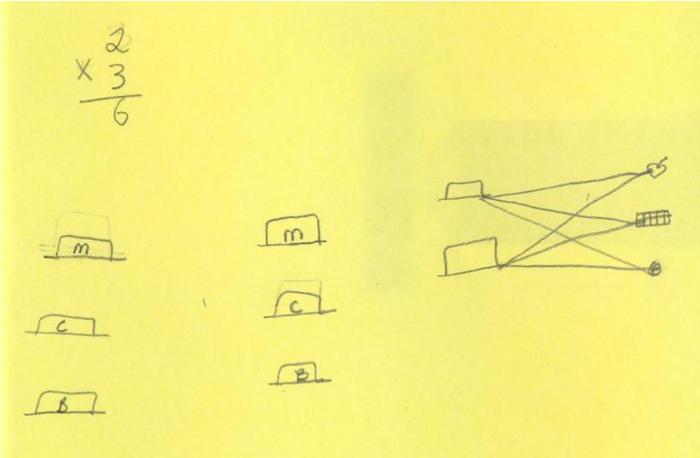


Figura 25- Protocolo de DJH da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo que "daria" para escolher três do grande e três do pequeno, explicando *"o pequeno de morango, chocolate e brigadeiro, e o grande de morango, chocolate e brigadeiro"*, totalizando 6 tipos de bolos.
- Utilizou a multiplicação 2x3=6 ao ser indagada se teria alguma "conta" que poderia resolver o problema, explicando que o 2 era os dois tamanhos de bolos e o 3 os três os sabores.
- Questionada se tinha como representar a situação problema por meio de desenho, DJH respondeu que sim e representou graficamente desenhando os três bolos pequenos com os respectivos sabores e os três bolos grandes com seus respectivos e ainda desenhou os bolos de tamanhos diferentes (pequeno e grande) e os sabores, um morango para representar o sabor de morango, uma barra de chocolate para representar o sabor chocolate e um brigadeiro para representar o sabor brigadeiro.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada tamanho de bolo a cada sabor).

DJH de todas as crianças foi a que demonstrou mais progresso em seu desempenho. De tentativas para "encaixar" a multiplicação no resultado obtido pela contagem das correspondências estabelecidas visualmente, parte da correspondência oral (uma espécie de "pensar alto") para a multiplicação, não faz a equivalência espontânea com a adição continuada e nem foi motivada pela pesquisadora, que, por esquecimento, não indagou se existiria outra continha. Estabelece uma solução pictórica induzida pelo questionamento da pesquisadora.

IGO (10:6)

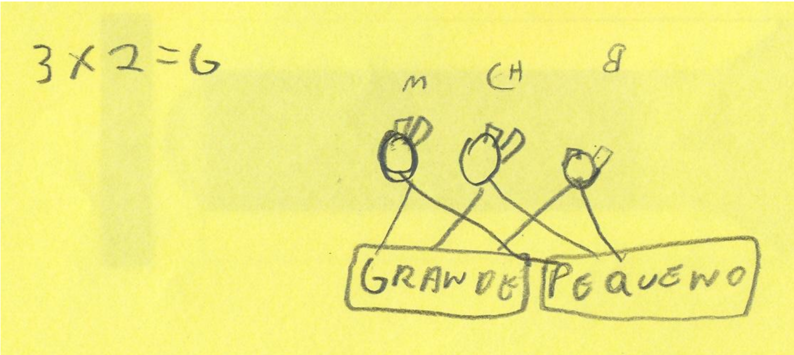


Figura 26- Protocolo de IGO da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo que poderia escolher pra comprar com o tamanho pequeno, os sabores de morango, chocolate e brigadeiro, e com o tamanho grande também os sabores de morango, chocolate e brigadeiro.
- Utilizou a multiplicação 3x2=6, comentando que eram dois tamanhos de bolos e três tipos de sabores e assim registrou na folha atividade.
- Perguntamos se havia outra maneira de resolver e IGO respondeu que poderia desenhar. Representou graficamente a situação desenhando os bolos com os sabores identificando M para morango, CH para chocolate e B para brigadeiro e escreveu grande e pequeno para os tamanhos de bolos.
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada sabor aos tamanhos de bolos).

IGO não antecipou resposta sem refletir na situação 3. Estabelece oralmente a correspondência e a seguir, opta pela multiplicação. Não estabelece a equivalência com a adição e resolve o problema graficamente, quando questionado pela pesquisadora.

KEM (9:6)

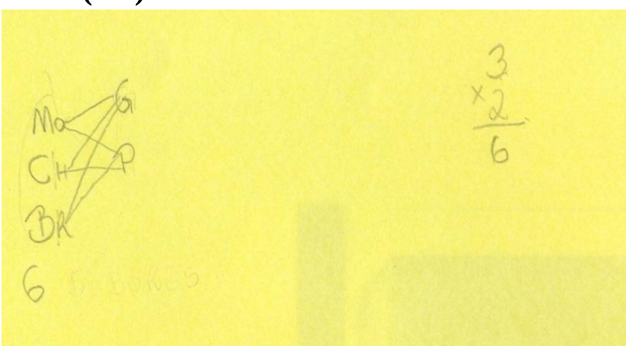


Figura 27- Protocolo de KEM da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Representou graficamente escrevendo Mo para o sabor morango, Ch para o sabor chocolate, Br para o sabor brigadeiro, G para o tamanho grande e P para o tamanho pequeno.

- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada sabor a cada tamanho) totalizando seis diferentes tipos de bolos.

- Utilizou a multiplicação 2x3=6, explicando porque eram 2 tamanhos de bolos e 3 tipos de sabores e registrou a multiplicação na folha atividade.

KEM indica um grau maior de abstração ao representar os sabores e tamanhos dos bolos por abreviaturas das palavras. Repete os procedimentos mas a opção pela multiplicação é segura neste caso, com compreensão do significado dos fatores.

DIO (9:10)

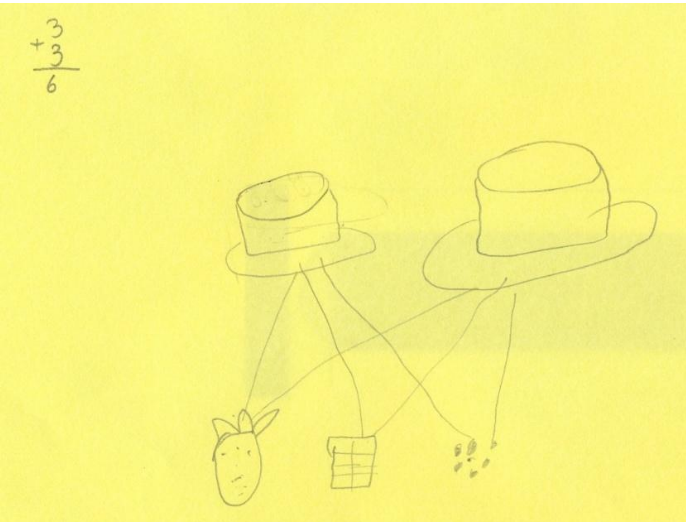


Figura 28- Protocolo de DIO da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Estabeleceu a correspondência oralmente dizendo que com o tamanho pequeno poderia escolher os sabores de morango, chocolate e brigadeiro, daria então aí três tipos de bolos; e com o tamanho grande daria para escolher com sabor de morango, chocolate e brigadeiro, mais três tipos de bolos, totalizando seis tipos de bolos.

Ao ser questionada se tinha outra maneira de resolver o problema a criança fez 3+3 (onde o 3 representava a quantidade de combinação de cada bolo).

- Representou graficamente desenhando dois bolos com tamanhos diferentes e os três sabores em riquezas de detalhes.

- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada sabor a cada tamanho).

Apesar de não ter resolvido a situação-problema 2, alegando que não podia ficar uma menina sobrando, DIO resolveu com facilidade a situação 3, indicando que, apesar da dificuldade para resolver a situação 1, avançou e possui o raciocínio combinatório, conseguindo imaginar tanto os diferentes conjuntos de shorts e blusas, quanto os tamanhos e sabores de bolo, mas não concebe três pares dançando enquanto uma menina "fica sobrando".

BRU (9:10)

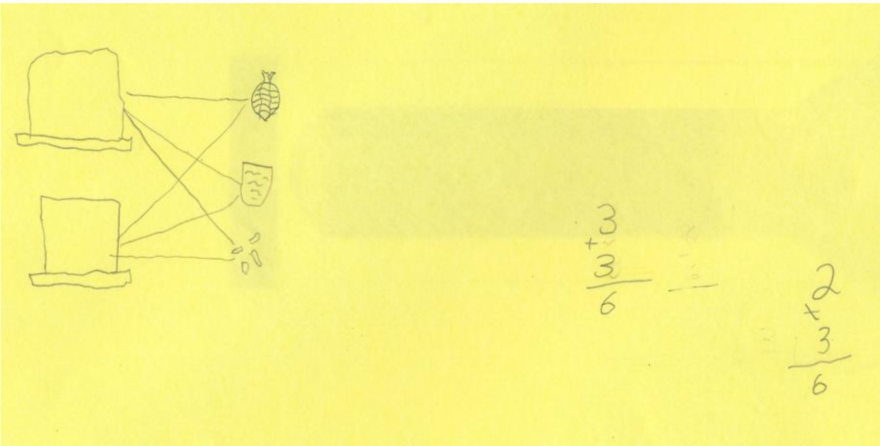


Figura 29- Protocolo de BRU da terceira situação-problema da Primeira bateria.

- Representou graficamente desenhando dois bolos de tamanhos diferentes e um morango, uma barra de chocolate e alguns brigadeiros representando os sabores morango, chocolate e brigadeiro respectivamente
- Representou graficamente, com esquema de correspondência um para muitos (ligando cada tamanho de bolo a cada sabor), totalizando 6 tipos diferente de bolos.
- Ao ser questionado se tinha alguma "conta" que poderia usar para resolver o problema, utilizou a adição 3+3=6 explicando que eram 3 tipos de bolos com o tamanho grande e 3 tipos de bolos com o tamanho pequeno.
- Utilizou a multiplicação 2x3=6 ao ser indagado se haveria outra maneira de resolver a situação-problema.

Da mesma forma que LUA, BRU não repete os procedimentos que não tiveram êxito na solução das situações-problema anteriores. A adição continuada ainda é mais forte em seu raciocínio, mas estabelece a equivalência com a multiplicação quando inquirido pela pesquisadora.

Segue abaixo uma tabela resumindo os resultados da primeira bateria de forma que possamos acompanhar o desenvolvimento do desempenho das crianças.

1- **Antecipa resultados**
2- **Necessita de apoio visual**
3- **Identifica a operação por tentativa e erro**
4- **Utiliza primeiro a adição**
5- **Utiliza a multiplicação**
6- **Compreende o significado dos fatores**

	Primeira situação-problema							**Segunda situação-problema**							**Terceira situação-problema**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	
MAR	X	X	X						X			X	X			X			X	X	
ROB					X	X						X	X						X	X	
RAF		X			X							X	X						X	X	
LUA	X	X		X							X		X					X		X	
DJH	X	X		X					X	X									X		
IGO		X	X					X				X							X	X	
KEM	X	X			X				X			X				X			X	X	
DIO	X	X		X				X										X			
BRU	X	X	X						X			X	X			X		X		X	
MIL	X	X	X					**não resolveu**							**não aplicamos**						

Tabela 3: Resumo do desempenho das crianças na Primeira Bateria

No que se refere à identificação dos teoremas-em-ação mobilizados pelas crianças durante a resolução das situações-problemas apresentadas, observamos que:

1) Os esquemas utilizados na resolução das situações-problema da primeira bateria foram variados, o que vem ao encontro do observado por Franchi (2008) de que para um mesmo problema ou uma mesma classe de situações, os alunos mobilizam diferentes esquemas.

2) Pudemos constatar na mobilização de seus esquemas as crianças ora utilizavam a linguagem verbal para responder, ora utilizavam representações simbólicas. Diante desta constatação recorremos novamente a Franchi (2008) que, a partir de estudos da Teoria de Vergnad, afirma:

> O papel da linguagem verbal e de outros modos de representação simbólica, no processo de conceitualização do real, é igualmente muito importante. De fato, a simbolização não representa apenas um papel de comunicação, mas de instrumento de organização de experiências, um instrumento de conceitualização. (p.210)

3) Pudemos constatar ainda, que quando as crianças utilizavam um esquema e este não satisfazia ou não justificava o resultado encontrado nas situações-problema, estes mudavam ou tentavam utilizar outro esquema. Para Vergnaud,

> quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência pode conduzi-la para mudar de esquema ou para alterar o esquema que está usando. Os esquemas se encontram no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas de assimilação e acomodação. (1996, p.159, apud Gonçalves, 2008, p.86)

Na análise dos resultados, não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Assim, os invariantes que encontramos nas entrevistas podem não ser os únicos existentes para os diversos esquemas utilizados pelas crianças. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problema.

Na tabela abaixo apresentamos um resumo dos esquemas apresentados ou mobilizados pelas crianças bem como os teoremas-em-ação[29] identificados na primeira bateria de situações-problema.

[29] Não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problemas.

Esquema	Teorema-em-ação
- Representação gráfica, com esquema de correspondência termo a termo. - Representação gráfica, com esquema de correspondência um para muitos. - Correlação entre um dedo e um conjunto ou um par formado (conjuntos formados por camisetas e shorts, pares de meninos e meninas e os conjuntos de tamanhos diferentes de bolos com sabores diferentes) e depois contar o total de dedos.	- Bijeção.
- Adições sucessivas (soma de parcelas iguais)	- Iteração aditiva.
- Utilizar o algoritmo da multiplicação.	- Aplicar a tabuada.

Tabela 4: Resumo dos esquema e teoremas-em-ação na Primeira Bateria

Os dados obtidos com a aplicação da primeira bateria indicam que as crianças identificam com segurança e mobilizam a ideia básica do conceito de função de correspondência quando em situação de resolução de problemas que se situam na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, envolvendo produto cartesiano e, particularmente, segundo Vergnaud (1983, apud TAXA, 2001) os que se caracterizam como produto de medidas.

Outra observação interessante e que não constava de nossas questões iniciais se refere à antecipação de resultados.

A antecipação de respostas sem maiores reflexões indica que as crianças não estão habituadas a ler com atenção os problemas e utilizam a “adivinhação” como estratégia de solução. As crianças que assim procederam também se utilizaram do apoio visual para estabelecer a correspondência e retomaram a questão da adivinhação quando foram convidadas a realizar uma “continha” para resolver o problema. Apesar deste não ser objetivo de nossa investigação, esses resultados indicam que problemas são propostos e resolvidos em sala de aula como “exercícios de fixação”, do tipo “problemas de adição”, ou seja, as crianças já sabem qual operação vão utilizar, não havendo necessidade de se identificar qual a operação envolvida.

3.2 Segunda Bateria de Atividades

Após a realização da primeira bateria em que investigamos se as crianças identificam a ideia de correspondência, a segunda bateria de situações-problema teve por objetivo investigar se as crianças identificam a ideia de variável generalizando as situações-problema propostas, obedecendo à sequência estabelecida por Tinoco(2002) e descrita anteriormente.

A segunda bateria de atividades foi constituída por duas situações-problema que, apesar de poderem ser realizadas utilizando a adição, são classificadas por Vergnaud (1983, *apud* TAXA, 2001) como Isomorfismo de Medidas.

Nossa expectativa era de que os alunos identificassem a variação de uma grandeza em relação à outra, presente nas situações e que fossem capazes de generalizar a situação. Não esperávamos que os alunos fizessem essa generalização utilizando uma expressão matemática, mas que a compreendessem e fossem capazes de explicitá-la em linguagem coloquial.

Como, segundo Tinoco (2008), a construção de noção de variável pode ser iniciada por experiências de generalizar padrões e sequências, e de manipular expressões para justificar ou concluir resultados, escolhemos para a segunda bateria situações-problema envolvendo generalização, pois, nossa intenção era investigar se as crianças identificam a ideia de variável, ainda que em suas origens.

As situações-problema propostas apresentavam uma hierarquia de dificuldades, na primeira situação não havia apoio visual, mas o grau de concretização era mais fácil por se tratar de quilos de batatas, além disso, esta situação se aproxima mais das atividades resolvidas pelas crianças em sala de aula. Já na segunda situação-problema havia apoio visual, mas o grau de dificuldade de concretização era maior por envolver o conceito de distância.

Descrição dos principais acontecimentos ocorridos na aplicação da segunda bateria

Problema 1- João foi à feira e comprou 3 quilos de batatas para sua mãe. Se cada quilo de batata custa R$ 1,30 quanto João pagou pela compra? Se ele tivesse comprado 5 quilos quanto pagaria? Podemos calcular o custo para qualquer quantidade de batatas? Como?

MAR (9:5)

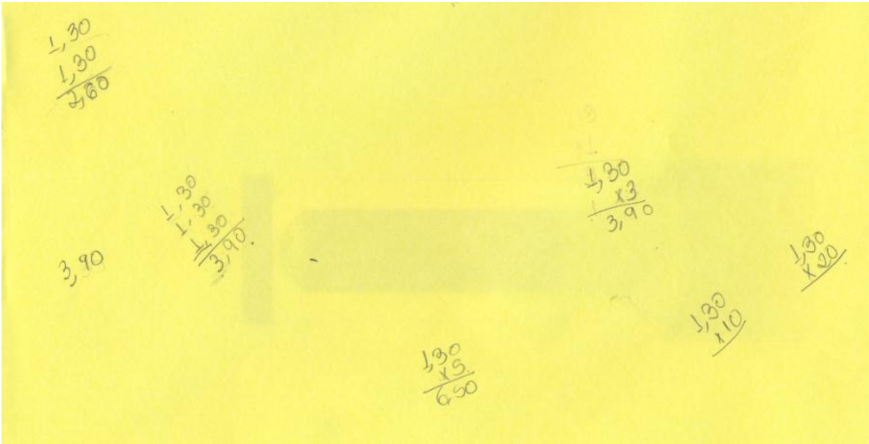


Figura 30- Protocolo de MAR da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Antecipou uma resposta (3,30) como ponto de partida na busca do valor a ser pago para 3 quilos de batatas. Ao ser solicitado que explicasse o resultado encontrado utilizou primeiramente a soma de parcelas iguais 1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por 2 quilos de batatas.

- Para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30.

- Questionada se tinha outra maneira de resolver utilizou a multiplicação 3x1,30.

- Utilizou a multiplicação 5x1,30 para encontrar o preço a ser pago por 5 quilos de batatas.

Da mesma forma que na primeira-situação da primeira bateria MAR iniciou a resolução antecipando um resultado sem refletir muito sobre os dados do problema. Só quando instada pela pesquisadora a explicar o resultado obtido é que MAR procede de maneira mais cautelosa e reflexiva, encontrando primeiro o valor a ser pago para 2 quilos de batatas e em seguida para 3 quilos de batatas. Questionada se haveria outra maneira de resolver, utilizou a multiplicação (3x1,30) e utilizou também a multiplicação para encontrar o valor a ser pago a 5 quilos de batatas, não recorrendo primeiramente a adição. Na primeira bateria, a partir da segunda situação problema, MAR não utilizou mais a adição, o que poderia indicar a construção do conceito de multiplicação, todavia, ao repetir o procedimento na segunda bateria, vemos que embora presente, a multiplicação não está consolidada e, portanto, a adição, esta sim consolidada se sobressai em seus raciocínios. Apesar de ter iniciado com antecipação de resultado, passado pela resolução por adição de parcelas iguais, pudemos observar que no decorrer da resolução da situação-problema, MAR utiliza corretamente a multiplicação, o que é corroborado pela forma como explicitou de forma oral a generalização, registrada graficamente por "continhas". A ideia de variável ainda não é clara para a criança, pois necessita de exemplos para tentar generalizar, todavia, mais atividades envolvendo variável e generalização pode levar a criança a construir estes conceitos.

Generalização: "*Se for 10 quilos, 10 vezes 1,30, se for 20 quilos, 20 vezes 1,30*".

ROB (9:7)

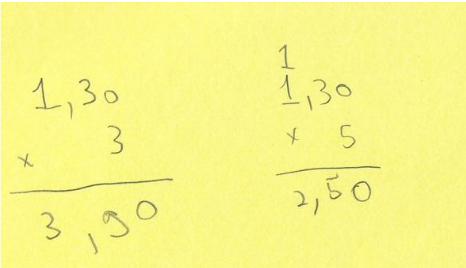


Figura 31 - Protocolo de ROB da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou a multiplicação 3x1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

- Utilizou a multiplicação 5x1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

Os procedimentos utilizados por ROB nesta situação confirmam o que já havíamos estabelecido na primeira bateria, isto é, que o aluno já tem construído o conceito de multiplicação, compreende os significados dos fatores, e sabe quando essa operação deve ser utilizada. Isso fica evidente ao explicitar e registrar por escrito sua generalização, na qual a ideia de variável é bem clara, pois compreende que o que é variável aqui, é a quantidade de batatas.

Generalização: "*Fazendo 1,30 x* (vezes) *o tanto de quilo que você queria comprar*".

RAF (10:1)

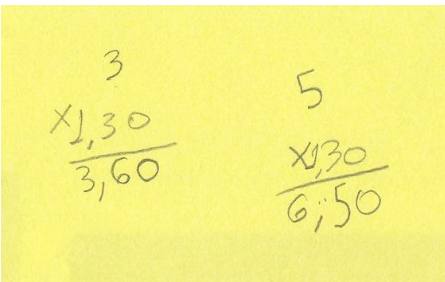


Figura 32- Protocolo de RAF da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou a multiplicação 1,30x3 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas, mas cometeu um equívoco registrando o produto como 3,60.

- Utilizou a multiplicação 1,30x5 para encontrar o valor a ser pago por 5 quilos de batatas, utilizando a calculadora.

RAF mesmo cometendo um equívoco no resultado para encontrar o valor a ser pago para 3 quilos de batatas tinha clareza dos significados dos fatores, tanto que resolve o valor a ser pago para 5 quilos de batatas com sucesso e ainda argumenta que a multiplicação pode ser a operação mais rápida e fácil para resolver o problema como fica explícito no registro escrito de sua generalização. Interessante foi verificar como o aluno representou a "continha" de multiplicação na folha, pois além de fugir aos padrões convencionais desta situação apresentados pelas outras crianças, é de certa maneira mais difícil de resolver da forma como representou, mas, salientamos que para encontrar o valor a ser pago por 5 quilos de batatas a criança utilizou a calculadora. Ainda, de forma oral, afirma que a multiplicação é "mais fácil" para calcular o preço das batatas. RAF compreende que o que é variável aqui, é a quantidade de batatas.

Generalização: *"Multiplicando ou somando* (mais fácil a multiplicação), *o quilo de batatas com o dinheiro* (preço)"

LUA (9:5)

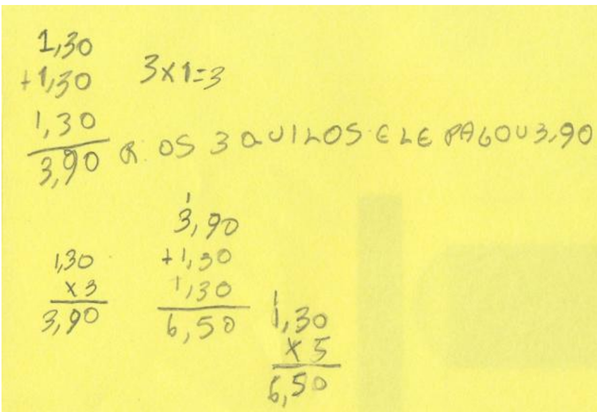


Figura 33- Protocolo de LUA da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas e registrou a resposta do problema por escrito.

- Utilizou a multiplicação 3x1=3 (conjecturamos aqui que LUA procedeu desta forma para saber se o resultado de 3x1 aproximaria do resultado encontrado na adição e assim ter certeza de que poderia utilizar a multiplicação) e em seguida fez 3x1,30.

-Utilizou adição para encontrar o valor de 5 quilos de batatas. Na adição somou com o resultado encontrado para 3 quilos de batatas (3,90) duas vezes 1,30, ficando então desta forma 3,90+1,30+1,30.

- Verificou o resultado utilizando a multiplicação 5x1,30.

Embora tenha optado pela adição para resolver a situação como na primeira bateria, LUA não fica em dúvida de como proceder pra resolver a situação, pois utilizou a composição aditiva entre o total anterior 3,90 e a quarta e quinta parcela de 1,30 para encontrar o valor a ser pago por 5 quilos de batatas. Faz uso da multiplicação com mais clareza do que na primeira bateria tanto que a utiliza para tentar generalizar a situação como atesta o seu registro. Assim, tanto para MAR, quanto LUA a multiplicação não está consolidada e, portanto, a adição é a operação mais segura na hora de resolver seus problemas. Isso fica bem evidente quando LUA "testa" se a multiplicação é "confiável", fazendo primeiro 3x1.

A ideia de variável ainda está sendo construída pela criança, pois necessita de exemplos para generalizar, não explicitando que o que é variável é a quantidade de batatas.

Generalização: *"Por eseplo 50 da 50x1,30"* .

DJH (10:2)

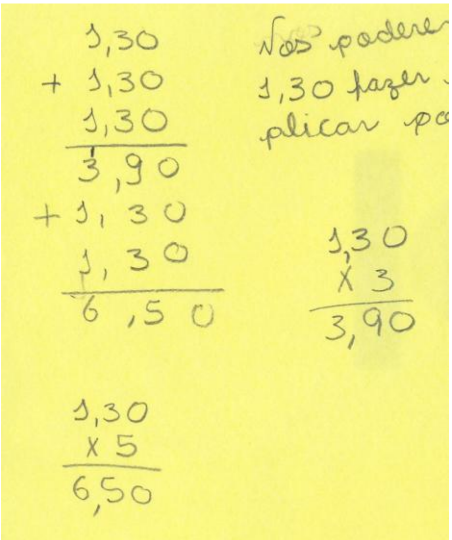


Figura 34 - Protocolo de DJH da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

- Para encontrar o valor a ser pago por 5 quilos de batatas adicionou mais duas vezes 1,30 na operação realizada para 3 quilos de batatas.

- Questionada se haveria outra maneira de resolver utilizou a multiplicação 3x1,30 para resolver o valor a ser pago por 3 quilos de batatas e 5x1,30 para saber o valor a ser pago para 5 quilos de batatas.

DJH na terceira situação-problema da primeira bateria não lança mão da adição de parcelas iguais e utiliza multiplicação para encontrar o resultado. Já nesta situação DJH retoma a adição de parcelas iguais e utiliza composição aditiva para resolver a situação e quando indagada se haveria outra maneira de resolver, utilizou a multiplicação, fazendo a equivalência espontânea da multiplicação com a adição, na qual não tinha feito na terceira situação da bateria anterior por esquecimento da pesquisadora que não a indagou. Na generalização também utiliza um exemplo particular para generalizar como atesta o registro da criança e o uso da multiplicação fica explícito. Como LUA, a ideia de variável ainda está sendo construída pela criança, pois necessita de exemplos para generalizar, não explicitando que o que é variável é a quantidade de batatas.

Generalização: *"Nós poderemos ex= 9 quilos por 1,30 fazer uma conta e multiplicar por 9".*

IGO (10:6)

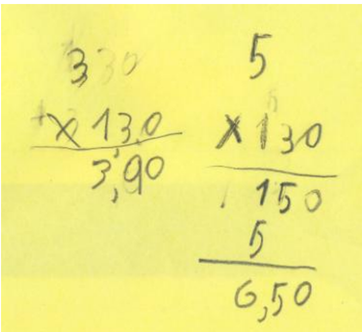


Figura 35 - Protocolo de IGO da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou cálculo mental para responder qual o valor a ser pago por 3 quilos de batatas (resposta 3,90).

- Começou escrevendo a adição na folha quando pedimos que registrasse como tinha encontrado o resultado, mas antes de terminar, apagou e mudou para a multiplicação, alegando que seria mais rápido. Conjecturamos aqui que o aluno utilizou da soma de parcelas iguais para realizar o cálculo mental, mas para representar o resultado utilizou a multiplicação porque sabia de alguma maneira, que o resultado era o mesmo e o cálculo mais rápido.

- Utilizou a multiplicação 1,30x3 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

- Utilizou cálculo mental para responder qual o valor a ser pago por 5 quilos de batatas (resposta 6,50).

- Utilizou a multiplicação 1,30x5 quando pedimos que registrasse como tinha encontrado o resultado para o valor de 5 quilos de batatas.

A partir da segunda situação-problema da primeira bateria IGO não lança mão da adição nas resoluções, indicando que seu conceito de multiplicação caminha para a consolidação, não comportando mais retrocessos. E mais, apesar de ter utilizado cálculo mental para resolver o problema, o que é, sem dúvida, mais interessante, soube representar a situação por meio da multiplicação e estabeleceu a equivalência desta com a adição, ao iniciar a representação por meio da adição, apagando e mudando espontaneamente para a multiplicação, indicando que a multiplicação caminha para a consolidação. Interessante foi verificar como o aluno da mesma forma que RAF representou a "continha" de multiplicação na folha, pois além de fugir aos padrões convencionais desta situação apresentados pelas outras crianças, é de certa maneira mais difícil de resolver da forma como representou. Isso confirma que o cálculo foi feito mentalmente e não utilizando o algoritmo. A "continha" foi apenas considerada como registro escrito do procedimento realizado. Isso é confirmado pela resposta que IGO deu ao ser questionado sobre como havia encontrado o valor dos 3 quilos de batatas, se ele havia utilizado alguma continha: "*Eu não fiz conta, eu pensei*". E generalizou utilizando a multiplicação como atesta a sua fala, mostrando que a ideia de variável é bem clara, pois compreende que o que é variável aqui, é a quantidade de batatas.

Generalização: *"Pode calcula para qualquer quantidade de batata fazendo conta de vezes 1,30".*

KEM (9:5)

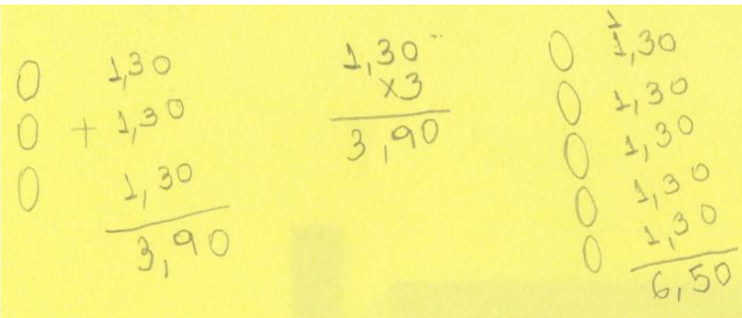


Figura 36 - Protocolo de KEM da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Representou por bolinhas o preço de cada quilo de batata.
- Utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por três quilos de batatas.
- Utilizou a multiplicação 3x1,30 quando questionada se havia outra maneira de resolver.
- Representou cada quilo de batatas (5 quilos de batatas) por uma bolinha.
- Utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30+1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por cinco quilos de batatas.

Observamos que KEM necessita de apoio visual para "pensar" o problema e assim, as bolinhas representam os quilos de batatas. Mesmo tendo conseguido abandonar a adição quando da resolução do terceiro problema da primeira bateria, adotado inicialmente a multiplicação, a criança retoma a adição na segunda bateria, e ainda mais, estabelece que é possível utilizar a multiplicação para determinar o preço dos 3 quilos de batata, retoma a adição para determinar o preço dos 5 quilos. Esse fato indica a fragilidade do conceito, que só é mobilizado quando provocado pela pesquisadora. Apesar dessa fragilidade exposta, KEM utilizou a multiplicação para generalizar. Interessante é que a ideia de variável é bem clara, pois não necessitou de valores específicos, compreendendo que o que é variável aqui, é a quantidade de batatas, conforme fica explícito no registro escrito de sua generalização.

Generalização: *"Sim, sempre vai ser a quantidade de batatas vezes 1,30"*

DIO (9:10)

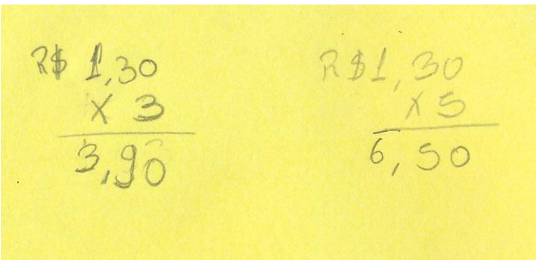


Figura 37- Protocolo de DIO da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Registrou 3x1,30 na folha e utilizou a calculadora para encontrar o valor a ser pago para 3 quilos de batatas.

- Registrou 5x1,30 na folha e utilizou a calculadora para encontrar o valor a ser pago para 5 quilos de batatas.

Na primeira bateria DIO mesmo tendo acertado duas das três situações-problema, não utilizou a multiplicação nenhuma delas, questionamos então porque tinha registrado e feito a "conta de vezes" e respondeu porque tinha aprendido desta maneira na escola, mais uma vez indagamos o porquê de 3 vezes 1,30, então explicou "1,30 mais 1,30 e mais 1,30", que seria 3 vezes 1,30, e ainda completou dizendo que também poderia fazer pela "conta de mais". Isso indica que a multiplicação para DIO ainda não é um conceito construído, mas apenas uma outra forma de registrar raciocínios aditivos. A ideia de variável está clara, apesar de registrado de maneira confusa, conforme atesta posteriormente a fala da criança na generalização.

Generalização: "*Também da para fazer de mais e é só pegar o quilo que você quer comprar e somar de vezes ou de mais*".

BRU (9:10)

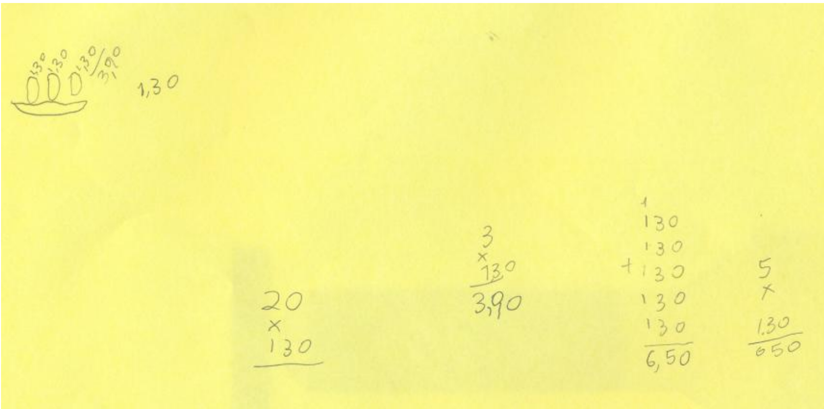


Figura 38- Protocolo de BRU da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Para 3 quilos de batatas representou cada quilo por uma "bolinha", registrando 1,30 em cada bolinha.

- Utilizou a adição para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

- Ao ser questionado se haveria outra maneira de resolver utilizou a multiplicação 3x1,30.

- Utilizou a soma de parcelas iguais 1,30+1,30+1,30+1,30+1,30 para encontrar o valor a ser pago por 5 quilos de batatas.

- Quando questionado novamente se haveria outra maneira de resolver a situação utilizou a multiplicação 5x1,30.

BRU inicia a resolução representando os 3 quilos de batatas, mas não representa os 5 quilos de batatas, conjecturamos aqui que o aluno inicia com a representação, pois como em todas as situações anteriores da primeira bateria havia uma representação, achou que deveria representar nesta também. Como na primeira bateria a soma de parcelas iguais ainda é mais forte em seu raciocínio, mas estabelece a equivalência com a multiplicação quando inquirido pela pesquisadora. Para generalizar afirmou, *"Eu faria pela conta de* vezes*",* e utilizou exemplos que registrou na folha. O conceito de variável ainda está sendo construído pela criança, quando utiliza exemplos para generalizar, sendo que atividades como esta e outras envolvendo a noção de variável poderá ser significantes para a construção deste conceito para a criança.

Generalização: "*30x1,30 e 20x1,30*".

MIL (9:5)

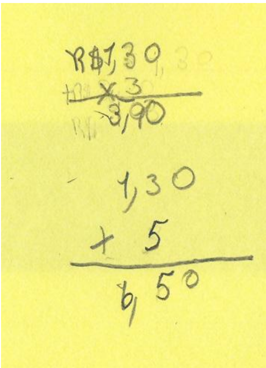


Figura 39- Protocolo de MIL da primera situação-problema da Segunda bateria.

- Utilizou a multiplicação 3x1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

- Utilizou a multiplicação 5x1,30 para encontrar o valor a ser pago por 3 quilos de batatas.

MIL não teve a mesma dificuldade encontrada na primeira bateria para resolver a situação-problema, utilizou a multiplicação sem tentar identificar a operação por meio de tentativa e erro o que já se constituiu em um grande avanço, mas ainda não conseguiu generalizar a situação, ou mesmo tentou por meio de exemplos. Desta forma, MIL foi a única criança que não deixou evidente a ideia de variável ou da construção desse conceito nesta situação-problema.

Como podemos constatar alguns alunos não conseguiram expressar a situação de forma genérica, mas, embora tenham utilizado um exemplo particular indica que estão a caminho de uma generalização. Isso também não evidencia que não conseguiram reconhecer a relação de variação presente na situação, pois a partir dos exemplos deixaram claro que poderiam variar a quantidade de batatas, mostrando que a ideia de variável está sendo construída. Logo, atividades como a primeira situação da segunda bateria, podem ser significativas para a construção do conceito de variável.

Observamos que 5 alunos primeiramente utilizaram a soma de parcelas iguais para resolver as situações e só quando questionados se haveria outra maneira de resolver é que optavam pela multiplicação porque de certa forma já sabiam qual deveria ser o resultado e se sentiam mais seguros em relação aos resultados obtidos na soma. Mas destacamos que todas as generalizações ou tentativas de generalizar por exemplos foram feitas utilizando a multiplicação.

Problema 2 - Em uma cidade, um trem foi planejado para que a distância de qualquer estação e a seguinte seja sempre 10 km.

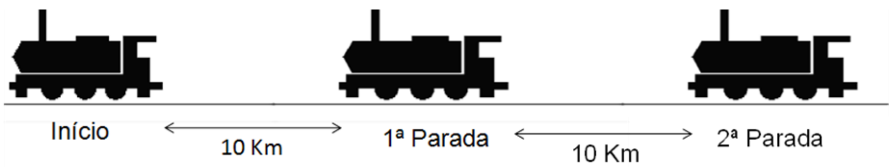


Figura 40 – Representação da Segunda Situação-Problema da Segunda Bateria.

a) O que você pode dizer sobre a distância percorrida pelo trem:

- após 7 paradas?
- após 12 paradas?

b) É possível calcular para qualquer número de paradas? Como fazemos isso?

As crianças MAR, ROB, RAF, KEM e BRU utilizaram o seguinte esquema em comum na resolução da situação-problema:

- Utilizaram a multiplicação 7x10 para encontrar a distância percorrida pelo trem após 7 paradas.
- Utilizaram a multiplicação 12x10 para encontrar a distância percorrida pelo trem após 12 paradas

Em relação às atividades anteriores temos que:

MAR (9:5):

MAR não antecipou um resultado como na situação anterior e como na primeira bateria, refletiu mais sobre a situação antes de iniciar a resolução, o que anteriormente não acontecia. Na primeira situação desta bateria utilizou adição e só quando indagada se haveria outra maneira de resolver é que utilizou a multiplicação, ao contrário da resolução desta situação-problema que utilizou apenas a multiplicação. MAR na situação anterior somente utilizou exemplo para tentar generalizar, mas nesta situação mesmo dando um exemplo conseguiu também fazer de forma genérica, onde percebemos que a ideia de variável está construída pela criança, como atesta sua fala.

Generalização: *"Sim, por vezes cada parada que ele dava, 10 km". "Exemplo 20x10".*

ROB (9:7):

Como constatado nas situações anteriores, a criança já tem construído o conceito de multiplicação, compreende os significados dos fatores, e sabe quando essa operação deve ser utilizada, a ideia de variável está clara para ROB, pois compreende que o que é variável aqui, é a quantidade de paradas, como fica evidente no registro de sua generalização.

Generalização: *"Fazendo os 10 km vezes o tanto de parada".*

RAF (10:1):

RAF não cometeu o mesmo erro que na primeira situação desta bateria, como ROB, tem clareza e compreende os significados dos fatores e a ideia de variável também fica clara, pois compreende que o que é variável é a quantidade de paradas como atesta o registro de sua generalização.

Generalização: *"Sim, multiplicando os km com as paradas".*

KEM (9:6):

KEM não necessitou na resolução desta situação representar seu raciocínio, como aconteceu na primeira situação desta bateria. Mesmo tendo demonstrado certa fragilidade do conceito de multiplicação na situação anterior, nesta situação-problema isso não ocorre, ou seja, utiliza a multiplicação com clareza dos fatores. A ideia de variável como na situação anterior é bem clara, onde compreende que o que é variável aqui é a quantidade de paradas, como atesta o registro da criança.

Generalização: *"Pode, sempre quantas paradas quiser mas também apenas 10 km".*

BRU (9:10):

BRU não necessitou representar esta situação como a primeira situação desta bateria, o que se confirmar com a suspeita que a criança tenha representado a situação anterior, porque nas situações da primeira bateria havia representação. BRU utiliza apenas a multiplicação para resolver a situação-problema, ao contrário da situação anterior onde a adição de parcelas iguais era mais forte em seu raciocínio. Como na situação anterior tentou generalizar por meio de exemplo, como podemos constatar em seu registro, indicando que a ideia de variável ainda está sendo construída.

Generalização: *"Se for 99 paradas, 99x10"*.

Já as crianças LUA, DJH, IGO, DIO e MIL utilizou os seguintes esquemas:

LUA (9:5):

-Utilizou soma de parcelas 10+10+10+10+10+10+10=70, para calcular a distância percorrida após 7 paradas e em seguida utiliza a multiplicação 10x7=70, quando questionada pela pesquisadora se havia outra maneira de resolver.

-Para calcular a distância após 12 paradas utilizou a seguinte adição 70+10+10+10+10+10= 120 e em seguida utiliza a multiplicação 12x10=120 quando questionada se havia outra maneira de resolver.

Como na primeira situação desta bateria utiliza a soma de parcelas iguais e composição aditiva para resolver a situação. A multiplicação não está consolidada e, portanto, a adição é a operação mais segura na hora de resolver seus problemas. Para a generalização utiliza um exemplo mostrando que a ideia de variável ainda está sendo construída pela criança como atesta o seu registro.

Generalização: *"Ele poderia fazer 10x30".* Onde a criança explica se o trem for parar 30 vezes.

DJH (10:2):

- DJH utilizou o apoio visual da situação-problema, dizendo que se o trem parar duas vezes iria percorrer 20 km.
- Para encontrar a distância percorrida após 7 paradas, utilizou a contagem de 10 em 10 e registrou na folha 70 km.
- Questionada se tinha alguma "conta" que poderia usar para resolver o problema registrou 20+50=70 (20 que foi a distância verificada no apoio visual mais 50 que é era o tanto de quilômetros a mais que o trem tinha dado).

- Para calcular a distância após 12 paradas utilizou a contagem de 10 em 10, e registrou a adição 70+50=120 (70 do resultado anterior e 50 que é era o tanto de quilômetros a mais que o trem tinha dado).

Como na primeira situação desta bateria DJH utilizou a adição de parcelas iguais e composição aditiva para resolver a situação, mas não faz a equivalência com a multiplicação como na primeira situação desta bateria, logo a adição de parcelas iguais ainda é mais forte em seu raciocínio, como podemos perceber na tentativa de generalização, onde utiliza composição aditiva ao contrário da situação anterior que utilizou a multiplicação para generalizar.

Generalização: *"Se for 14 paradas, 140 km, 120+20=140"*. (120 é o resultado encontrado para a distância de 12 paradas)

IGO (10:6):

- Utilizou calculo mental e respondeu 70, resultado da distância percorrida pelo trem após 7 paradas.
- Questionado como tinha encontrado este resultado utilizou a contagem de 10 em 10.
- Questionado se além da maneira como tinha resolvido se havia outra maneira, respondeu que daria para fazer "conta de vezes", 7x10=70 e assim registrou na folha atividade.
- Para calcular quantos quilômetros o trem iria percorrer após 12 paradas, também foi contanto de 10 em 10 e depois fez a multiplicação12x10.

Como na primeira situação desta bateria o aluno utilizou calculo mental para encontrar a resposta da situação, quando indagado se tinha outra maneira de resolver utilizou a multiplicação estabelecendo a equivalência desta com a adição como na situação anterior. Generaliza utilizando a multiplicação e deixa clara a ideia de variável como na situação anterior, onde compreende que o que é variável aqui é a quantidade de paradas, como atesta a fala da criança.

Generalização: *"É possível calcular qualquer número paradas usano 10 km multiplicano"*.

DIO (9:10):

- Contagem de 10 em 10 para encontrar a distância percorrida após 7 e 12 paradas.

- Questionada se poderia usar alguma “conta” para resolver o problema, respondeu que era só ir contando de 10 em 10.

Na situação anterior desta bateria DIO havia utilizado a multiplicação e disse que também daria para resolver utilizando a adição estabelecendo a equivalência da adição com a multiplicação, mas nesta situação isso não acontece a criança apenas utiliza a adição. Acreditamos que isto não seja um obstáculo, pois quando questionada se poderia usar alguma “conta” para resolver o problema argumenta que contando de 10 em 10 seria mais fácil, claro que para um número maior de paradas esta forma de resolver seria mais difícil, mas a criança tem um certo conhecimento sobre a construção da tabuada, pois percebe que o total de vezes pode ser conseguido acrescentando partes. Seu argumento é enfatizado na sua generalização como atesta sua fala:

Generalização: *“Contando de 10 em 10 até o tanto de paradas que o trem deu”.*

Mesmo não deixando clara a ideia de variável, tem em mente que o número de paradas pode variar, ou seja, pode encontrar a distância percorrida pelo trem de quantas paradas quiser contando de 10 em 10.

MIL (9:5):

-Antecipou uma resposta (7 km) para a situação-problema.

-Utilizando a contagem de 10 em 10 respondeu que o trem teria andado 70 km.

- Questionada se poderia usar alguma “conta” para resolver o problema utilizou a adição 10+7= 17, ao ser solicitado que explicasse por que o resultado havia sido diferente da primeira resposta, logo mudou de opinião e disse que era 10x7=70 e assim registrou.

- Para calcular a distância após 12 paradas, também foi contando de 10 em 10, depois de ser questionada se tinha alguma “conta” que poderia usar na resolução fez 10x12=120.

MIL antecipou uma resposta sem refletir na situação-problema ao ser questionada de como tinha encontrado o resultado da antecipação é que com mais cautela pensou e foi contando de 10 em 10 e obteve o resultado correto, podemos perceber um avanço quando utiliza a contagem de 10 em 10 e posteriormente utiliza a multiplicação, onde conseguiu estabelecer a equivalência da adição com a multiplicação, mesmo tendo se equivocado na primeira representação (10+7) e logo se corrigindo. Mas como na primeira situação desta bateria MIL não consegue fazer a generalização, nem mesmo tenta generalizar por meio de exemplo, fato que evidencia que o objetivo desta bateria não foi alcançado com esta criança.

Na tabela a seguir, apresentamos um resumo do desempenho das crianças na resolução das situações-problema da segunda bateria, de maneira a permitir uma observação, mesmo que superficial dessas atividades enquanto intervenção pedagógica.

1- Antecipa resultados

2- Necessita de apoio visual

3- Identifica a operação por tentativa e erro

4- Utiliza primeiro a adição

5- Utiliza a multiplicação

6- Compreende o significado dos fatores

	Primeira situação-problema							**Segunda situação-problema**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	
MAR	**X**			**X**	**X**							**X**		
ROB					**X**	**X**						**X**	**X**	
RAF					**X**	**X**						**X**	**X**	
LUA				**X**	**X**						**X**	**X**		
DJH				**X**	**X**						**X**			
IGO	**X**				**X**			**X**				**X**		
KEM		**X**		**X**	**X**							**X**	**X**	
DIO					**X**						**X**			
BRU		**X**		**X**	**X**							**X**		
MIL					**X**						**X**	**X**		

Tabela 5: Resumo do desempenho das crianças na Segunda Bateria

O desempenho das crianças, particularmente de MAR, LUA, DJH, IGO, BRU e MIL indica que a investigação realizada também se constituiu em intervenção pedagógica e a aprendizagem pode ser constatada. No que se refere ao plano teórico, à investigação realizada permitiu identificar a construção sincrônica e solidária de alguns dos conceitos pertinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, ao perceber como as crianças mobilizam elementos do Campo Conceitual de Função na resolução de situações-problema envolvendo a operação de multiplicação**,** isto é, a multiplicação enquanto conceito se constrói ao mesmo tempo e apóia e serve de apoio às ideias básicas do conceito de função**.**

Na tabela abaixo apresentamos um resumo dos esquemas apresentados ou mobilizados pelas crianças bem como os teoremas-em-ação[30] identificados na segunda bateria de situações-problema.

Esquema	Teorema-em-ação
- Adições sucessivas (soma de parcelas iguais)	- Iteração aditiva.
- Correlação entre um dedo e 10 (dezena).	- Bijeção.
- Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de quilos de batatas pelo preço de um quilo de batatas ou multiplicar o número de paradas pela distância de uma parada).	- O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax.

Tabela 6: Resumo dos esquema e teoremas-em-ação na Segunda Bateria

A partir da mobilização de cada criança expressada na generalização podemos constatar, com exceção de MIL (mesmo tendo evoluído nesta bateria não atendeu ao objetivo da mesma), que estas reconheceram a variação de uma grandeza em relação a outra presente nas situações, ou seja, perceberam, por exemplo, que quanto maior for a quantidade de batatas a ser comprada, maior será o preço a se pagar pela compra, ou quanto mais paradas o trem fizer, maior será a distância percorrida. Sobre está afirmação Silva (2008) relata:

> A variação é um fator muito presente que contribui consideravelmente para a formação do conceito de função no aluno. Quando são propostas situações em que se percebe claramente a variação de uma grandeza em relação a outra e que esta variação está relacionada a um valor, o sentido de taxa de variação surge mesmo que tal termo não seja mencionado em nenhum momento. (p.57)

[30] Não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problemas.

Mesmo o ente matemático função não aparecer explicitamente e não tendo o interesse na formalização de tal conceito, segundo o autor tal atividades podem contribuir muito na preparação do aluno para ser apresentado de forma direta ao conceito de função, e salienta como é importante o trabalho com generalização de padrões, “a riqueza deste tipo de abordagem contribui de forma muito significativa para a iniciação do estudo algébrico e para a formação do conceito de função” (p.74).

Podemos constatar que atividades envolvendo generalização de padrões como sugeridas por Tinoco et al (2008), podem ser desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É fato que algumas vezes até o são, porém, pelo fato de o professor desconhecer a importância futura dessas atividades, pode não atuar de maneira adequada na condução das mesmas, não conduzindo os estudantes a elaborarem generalizações, por exemplo.

3.3 Terceira Bateria de Atividades

A terceira bateria de atividades foi constituída por duas situações-problema, com o objetivo de investigar se as crianças reconhecem a relação de dependência. Nossa expectativa era de que as crianças identificassem que o preço de uma compra em um supermercado e o de uma corrida de taxi dependia de uma parte variável e outra fixa.

A relação de dependência entre grandezas variáveis é o que dá à função o caráter dinâmico e, segundo Caraça (1984), essa dinamicidade torna o conceito de função o mais importante de toda a Matemática. A noção de dependência, todavia, não é simples de ser construída e, portanto, usar linguagens informais para descrever a dependência em uma situação-problema significativa para o aluno é uma estratégia facilitadora no trato pedagógico do conceito de função.

De acordo com Roratto (2009), as relações de dependência se constituem em importante subsunçor[31] para a formalização do conceito de função pois "a idéia de relação de dependência constituiu-se nos primeiros passos rumo à formalização do conceito de Funções, visto que o universo apresenta dependências e estas interferem diretamente nas questões de sobrevivência do homem" (p.68). (RORATTO, 2009).

As situações-problema propostas apesar de poderem ser realizadas utilizando a adição, estão classificadas por Vergnaud (1993, *apud* Taxa, 2001) como Isomorfismo de Medidas.

Esperávamos que as crianças fossem capazes de reconhecer na primeira situação, que a compra mais econômica não dependia apenas do total a ser pago nos supermercados, mas que também havia o gasto do ônibus a ser calculado. Já para a segunda situação esperávamos que fossem capazes de reconhecer que o preço a se pagar pela corrida de taxi não dependia apenas dos quilômetros rodados, mas que havia uma taxa fixa que deveria ser adicionada para encontrar o valor total.

As situações-problema propostas apresentavam uma hierarquia de dificuldades. A primeira situação, além de ser uma atividade adaptada de um livro de 4ª série (mesmo nível do livro didático das crianças participantes da pesquisa), apresenta uma linguagem simples. Já a segunda situação-problema foi elaborada a partir de um problema proposto por Moura e

[31]"Subsunçor é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de 'ancoradouro' a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo" (MOREIRA, 2006 p. 15).

Moretti[32] (2003) para alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, além de apresentar termos pouco habituais para as crianças como "taxa fixa".

Descrição dos principais acontecimentos ocorridos na aplicação da terceira bateria

Problema 1 - Veja os preços nos supermercados: (Adaptado de Imenes, Jakubo e Lellis, 2002)

O BARATO	PREÇO JUSTO
Feijão preto R$ 1,20 o quilo	Feijão preto R$ 0,90 o quilo

Ao supermercado O BARATO se pode ir a pé. Ao PREÇO JUSTO é preciso ir e voltar de ônibus, gastando R$ 1, 60.

a) Quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no O BARATO?
b) E para comprar o mesmo no PREÇO JUSTO?
c) Qual é a compra mais econômica? Por quê?

Nesta situação-problema as crianças MAR (9:5), ROB (9:7), RAF (10:1), DJH (10:2), KEM (9:6), DIO (9:10), e MIL (9:5) procederam de maneira semelhante para resolver a situação:

- Utilizaram a multiplicação 5x1,20 para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado O BARATO.

- Utilizaram a multiplicação 5x0,90 para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado PREÇO JUSTO.

- Utilizaram a adição do resultado encontrado da multiplicação 5x0.90 com 1,60, preço da passagem do ônibus, para encontrar o total gasto no supermercado PREÇO JUSTO.

Em relação às atividades anteriores temos que:

MAR (9:5):

MAR não tenta mais antecipar resultados, como na primeira bateria e na primeira situação da segunda bateria. Também da forma como procedeu na segunda situação da

[32] Moura e Moretti (2003) tiveram como objetivo investigar sobre o papel dos conhecimentos prévios e das interações sociais na aprendizagem do conceito de função.

segunda bateria abandona a adição de parcelas iguais e resolve utilizando somente a multiplicação, mostrando maior segurança com esta operação e compreendendo o significado dos fatores.

Sua justificativa e o registro escrito quando questionamos qual era a compra mais econômica e por que foi: "*O Barato pode ir de apé e no preço justo gastando 1,60 mais econômico O Barato*", percebendo desta forma qual seria a compra mais econômica e reconhecendo, portanto, a relação de dependência.

ROB (9:7):

ROB, como nas situações anteriores, compreende e tem clareza dos significados dos fatores, reconhece qual era a compra mais econômica e por quê, como atesta sua mobilização e registro escrito: "*O barato porque ele pode ir de a pé*". Deixando evidente que reconheceu a relação de dependência na situação.

RAF (10:1):

RAF conserva sua compreensão no significado dos fatores e reconhece a relação de dependência como atesta seu registro escrito quando questionado qual era a compra mais econômica: *"No o Barato por que custa 6,00 reais e no Preço Justo gasta 6,10 por que é somando 4,50 com 1,60 do ônibus".*

DJH (10:2):

A criança abandonou a adição de parcelas iguais e a composição aditiva, o que ocorria nas situações da segunda bateria e utilizou a multiplicação. Pudemos, particularmente com DJH, observar que a operação de multiplicação, enquanto conceito se constrói ao mesmo tempo em que apóia e serve de apoio à construção das ideias básicas do conceito de função. DJH estabeleceu a relação de dependência ao verificar qual era a compra mais econômica como atesta seu registro escrito: *"O barato por que deu 6,00 e podemos ir de a pé".*

KEM (9:6):

Como na situação anterior KEM não retoma mais a adição de parcelas iguais, deixando evidente a construção dos significados dos fatores nesta situação. Estabeleceu a relação de dependência ao verificar qual era a compra mais econômica registrando por escrito: *"O Barato, porque O Barato não precisa ir de ônibus e vai mais barato".*

DIO (9:10):

Na segunda situação da bateria anterior DIO utilizou a adição para resolver, mas acreditamos que isso não lhe era um obstáculo, pois já na primeira situação da bateria anterior a criança já tinha estabelecido a equivalência da adição com a multiplicação, o que se confirma quando nesta situação utilizou a multiplicação para encontrar o resultado. Reconheceu a relação de dependência ao verificar qual era a compra mais econômica como atesta seu registro escrito: *"O supermercado O Barato, porquê você nao tem que pagar pasagem de onibus"*.

MIL (9:5):

MIL não antecipou um resultado como na situação anterior e procedeu de maneira mais cautelosa e reflexiva para resolver a situação. Mesmo tendo evoluído na segunda bateria, não alcançou o objetivo da mesma, ao contrário desta, em que utilizando a multiplicação conseguiu estabelecer a relação de dependência ao verificar onde seria a compra mais econômica, justificando oralmente: *"Vai ser mais econômico o O Barato porque a gente não precisa de usar o onibus"*.

Já as crianças IGO e BRU utilizaram o seguinte esquema:

- Utilizaram a multiplicação 1,20x5 para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado O BARATO.

- Utilizaram a multiplicação 90x5 (fazendo a correspondência entre a parte decimal do valor de referência 0,90 e a dezena inteira 90) para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado PREÇO JUSTO.

- Utilizaram a adição do resultado encontrado da multiplicação 90x5 com 1,60=4,50, preço da passagem do ônibus, para encontrar o total gasto no supermercado PREÇO JUSTO.

IGO (10:6):

IGO fez a correspondência entre a parte decimal do valor de referência 0,90 e a dezena inteira 90, mas exprimiu o resultado em partes decimais, mostrando desta maneira, não apenas a compreensão dos significados dos fatores, como uma construção consolidada do Sistema de Numeração Decimal. Conseguiu verificar qual era a compra mais econômica reconhecendo desta forma a relação de dependência como verificamos em seu registro escrito: "*O Barato porque não usa pasage*".

BRU (9:10)

Como IGO, BRU fez a correspondência entre a parte decimal do valor de referência 0,90 e a dezena inteira 90, mas exprimiu o resultado utilizando decimais, 4,50. Abandonou completamente o apoio visual e, como na situação anterior, não mais representa pictoricamente o problema e não utiliza a adição de parcelas iguais. Demonstra compreensão do significado dos fatores e a consolidação do Sistema de Numeração Decimal. Estabeleceu a relação de dependência ao verificar qual era a compra mais econômica e registrou por escrito: *"O Barato porque gasta 6,00 e o Justo gasta 6,10".*

LUA resolveu a situação de maneira diferente das demais crianças:

LUA (9:5):

- Utilizou primeiro a adição de parcelas iguais 1,20+1,20+1,20+1,20+1,20=6,00 para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado O BARATO, e depois questionada se não tinha outra maneira de resolver utilizou a multiplicação 5x1,20.

- Utilizou primeiro a adição de parcelas iguais 0,90+0,90+0,90+0,90+0,90=4,50 para encontrar quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no supermercado PREÇO JUSTO e depois questionada se não tinha outra maneira de resolver utilizou a multiplicação após fez 5x0,90.

- Utilizou a adição do resultado encontrado na adição de parcelas iguais 0,90+0,90+0,90+0,90+0,90 com 1,60, preço da passagem do ônibus, para encontrar o total gasto no supermercado PREÇO JUSTO.

Embora tenha utilizado a multiplicação na situação, LUA não consegue abandonar a adição de parcelas iguais como na situação anterior, mostrando que a adição é ainda a operação mais forte em seu pensamento, todavia, consegue verificar qual era a compra mais econômica reconhecendo desta forma a relação de dependência como verificamos em seu registro escrito: *"O Barato porque eles ia e votavan de ape e o Preso Justo seria mais caro"*.

Problema 2 - Pedro chegou à cidade de São Paulo, para ir até a casa de seu primo ele chamou um taxi. O taxi cobra uma taxa fixa de R$ 4,00 mais R$ 1,20 por quilometro rodado.

a) Se a casa do primo de Pedro fica a 15 quilômetros de onde ele está, quanto ele pagará para o motorista?

b) E se Pedro desejar ir ao shopping que fica a 12 quilômetros quanto pagará para o motorista?

Nesta situação-problema todas as crianças utilizaram o seguinte esquema para a resolução:

Na letra (a) fizeram:

15x1,20 e somaram com este resultado 4 reais.

Na letra (b) fizeram:

12x1,20 e somaram com este resultado 4 reais.

Mesmo não sendo solicitado na situação-problema a generalização, durante a entrevista questionamos se “Pedro poderia calcular o valor a ser pago pela corrida para qualquer quantidade de quilômetros”. Todos os sujeitos reconheceram que o preço a se pagar pela corrida de taxi dependia dos quilômetros rodados e mais quatro reais de taxa fixa. A relação de dependência ficou clara para todas as crianças, embora algumas tenham utilizado um exemplo particular para expressá-la.

RAF (10:1): *“Pegaria o quilômetro e multiplicaria por 1,20 e somaria os 4 reais”*.

ROB (9:7): “*Os 1,20 mais* (oralmente ele falou vezes) *o quilômetro que ele quiser mais a taxa fixa”*.

DJH (10:2): *"Ele pode, se for 19 km, faz 19x1,20 mais 4 reais que é da taxa fixa”*.

IGO (10:6): *“Pode, faria conta de vezes depois mais 4 reais”*.

MAR (9:5): *“Se for 14 km, 14x1,20= 16,80 16,80+4,00=20,80”*.

KEM (9:6): *“Ele pode pegar quantos quilômetros quiser vezes 1,20 e mais 4,00 reais”*.

DIO (9:10): *“Ele por exemplo se fosse andar 5 quilômetros, ia fazer 1,20 a taxa de quilômetro rodado vezes 5 mais o resultado que deu mais os 4 reais”*.

BRU (9:10): A criança primeiro deu um exemplo, *“se for 89 km, faz 89x1,20=106,80+4,00=110,80*. E depois, ao ser questionada mais uma vez como fazer para qualquer distância tentou generalizar, *“pegaria qualquer distância que ia e daí ia vezes* (explicou depois que era o valor que ia cobrar) *mais* (explicou que era mais a taxa fixa) *o valor que ia dá”*.

MIL (9:5): *“Acho que sim, se ele fosse numa sorveteria que ficava a 19 km ele ia pega 19x1,20 e ia paga os quilômetros e com o outro ele ia paga mais o fixo”*. Nas outras situações das baterias anteriores MIL não generalizou ou tentou generalizá-las, já nesta, mesmo que por meio de um exemplo tentou generalizar, mostrando desta forma que situações como esta podem ser significativas para a construção do conceito de função para a criança.

Chamamos a atenção para a justificativa da criança LUA (9:5): *"Se for 13 km, 18,40+1,20=19,60 19,60+4,00=23,60"*. A criança aproveitou o resultado 18,40 de 12 km rodados e somou 1,20 que seria de mais 1 km rodado. Com o resultado de 19,60 somou 4,00 reais da taxa fixa, não percebendo que a taxa fixa já estava incluída na primeira operação. O pensamento da criança vem ao encontro do que Magina (2001) salienta, que teoremas-em-ação podem mesmo ser utilizados de modo errado.

Na tabela a seguir, apresentamos um resumo do desempenho das crianças na resolução das situações-problema da terceira bateria, de maneira a permitir uma observação, mesmo que superficial dessas atividades enquanto intervenção pedagógica.

1- **Antecipa resultados**
2- **Necessita de apoio visual**
3- **Identifica a operação por tentativa e erro**
4- **Utiliza primeiro a adição**
5- **Utiliza a multiplicação**
6- **Compreende o significado dos fatores**

	Primeira situação-problema							**Segunda situação-problema**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	
MAR					x	x						x	x	
ROB					x	x						x	x	
RAF					x	x						x	x	
LUA				x	x						x	x		
DJH					x							x		
IGO					x	x						x	x	
KEM					x	x						x	x	
DIO					x						x	x		
BRU					x							x	x	
MIL					x							x		

Tabela 7: Resumo do desempenho das crianças na Terceira Bateria

Na tabela abaixo apresentamos um resumo dos esquemas apresentados ou mobilizados pelas crianças bem como os teoremas-em-ação[33] identificados na terceira bateria de situações-problema.

Esquema	Teorema-em-ação
- Adições sucessivas (soma de parcelas iguais)	- Iteração aditiva.
- Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de quilos de feijão pelo preço de um quilo de feijão). - Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de quilos de feijão pelo preço de um quilo de feijão e adicionar R\$1,60 e multiplicar o número de quilômetros pelo preço de um quilômetro rodado e adicionar R\$4,00 de taxa fixa).	- O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax. - O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax+b.

Tabela 8: Resumo dos esquema e teoremas-em-ação da Terceira Bateria

Diante dos resultados encontrados nesta bateria, podemos perceber que as crianças conseguiram reconhecer a relação de dependência nas situações-problema propostas mobilizando-as de modo informal ou intuitivo. Nesse sentido, situações envolvendo relação de dependência podem ser exploradas neste nível de ensino, o que vem ao encontro do que afirma Braga (2006), para quem "o pensamento funcional [...] deveria ser cultivado desde as séries iniciais, com a atuação do aluno sobre a ideia de variação e dependência" (p.53).

O mesmo autor critica o ensino de funções tal como vem sendo efetivado, pois "frequentemente a atenção do aluno é focada na montagem da equação, não havendo, em geral nenhuma menção nem questionamento quanto à variação e à relação de dependência das grandezas envolvidas" (BRAGA, 2006, p. 86).

Braga ainda nos privilegia com um comentário a respeito do artigo de Breslich[34] (1928):

---

[33] Não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problemas.

[34] BRESLICH. E. R. Developing Functional Thinking in Secondary School Mathematics. In: **The Third Yearbook** – The National Council of Teachers of Mathematics. New York: Bureau of Publication – Columbia University, 1928.

> Breslich encerra o artigo afirmando que muitos educadores, até mesmo alguns que reconhecem a importância do pensamento funcional, <u>subestimam</u> o potencial e a capacidade de o aluno desenvolvê-lo no ensino secundário desde as primeiras séries. Para ele, as ideias de correspondência, dependência e relações funcionais são muito simples e fazem parte do dia-a-dia do estudante. (BRAGA, 2006, p.89, grifo nosso)

Logo, uma das razões pelas quais o trabalho pedagógico com as ideias envolvidas no conceito de função não acontece tanto e nem tão cedo quanto seria desejável no cotidiano escolar, é que a forma como estas são tradicionalmente apresentadas, desvinculadas do cotidiano do estudante, não é adequada a alunos dos níveis mais elementares de ensino. É fato que algumas atividades envolvendo ideias do conceito de função, como de relação de dependência, são trabalhadas nos anos iniciais, porém como o professor não tem clareza do conceito em questão ou geralmente desconhece a importância futura dessas atividades, pode não atuar de maneira adequada na condução das mesmas, ou mesmo não acreditar que os alunos conseguem resolver tais atividades, subestimando a capacidade dos alunos como apontado por Breslich (1928, *apud* BRAGA, 2006).

3.4 Quarta Bateria de Atividades

Após a realização da terceira bateria em que investigamos se as crianças reconheciam a relação de dependência, a quarta bateria foi constituída por duas situações-problemas, com o objetivo de investigar se as crianças eram capazes de identificar a regularidade nas situações, isso porque segundo Roratto (2009) com a percepção de relações de dependência, o homem teve condições de atingir seu trunfo maior, o de perceber regularidades em certos fenômenos.

Destacamos que esse tipo de situações-problema foi escolhido pois, o reconhecimento de regularidades em situações reais, em sequências numéricas ou padrões geométricos, é para Tinoco (2002) e Trindade e Moretti (2000), uma habilidade essencial à construção do conceito de função. Segundo Trindade e Moretti (2000):

> [...] a identificação de regularidades em situações reais, em sequências numéricas [...] é uma habilidade essencial à construção do conceito de função. Por meio da produção e interpretação de tabelas, os alunos podem construir o conceito de função como uma série de operações aritméticas realizáveis sobre quantidades dispostas horizontal e verticalmente na tabela. (p.46-47)

Esperávamos que as crianças fossem capazes de reconhecer na primeira situação, que o comprimento de cada *loop* estava aumentando de seis em seis. Já para a segunda situação esperávamos que fossem capazes de reconhecer a disposição gráfica dos valores na tabela, isto é, identificar qual é a relação existente entre os valores das duas grandezas ali representadas: um pulo da mãe canguru equivale a três pulos do filho e que isto produz uma regularidade.

As situações-problema propostas apresentavam uma hierarquia de dificuldades, uma vez que, na primeira situação a regularidade da sequência numérica era fácil de ser percebida, estava quase que explícita, enquanto que na segunda situação-problema, as crianças precisavam interpretar a disposição gráfica dos valores na tabela para poder identificar a regularidade na mesma.

Descrição dos principais acontecimentos ocorridos na aplicação da quarta bateria

Problema 1 - Patrícia construiu uma pista de corrida para os carrinhos de brinquedos do irmãozinho dela. A pista tem 7 *loops*. (Adaptado de Ferrari et al, 2007)

O primeiro *loop* mede 6 cm

O segundo *loop* mede 12 cm
O terceiro *loop* mede 18 cm
Se a sequência continuar qual vai ser o comprimento do sétimo *loop*?

Nessa situação-problema, as crianças DJH, BRU, LUA, MIL, DIO e MAR apresentaram dificuldades para entender o termo "*loop*". Não esperávamos que os alunos tivessem dificuldade em entender esse termo, logo explicamos e representamos por desenho uma pista de corrida com 1(um) *loop* sem muitos detalhes, em seguida lemos novamente o problema com as crianças e perguntamos primeiramente qual seria o comprimento do quarto *loop*. A partir daí, as crianças conseguiram resolver sem dificuldade a situação e foram variados os esquemas utilizados por elas na resolução.

As crianças MAR, DIO, BRU e MIL utilizaram o seguinte esquema:

- Utilizaram a contagem de seis em seis para encontrar o comprimento do quarto *loop*.
- Calcularam também para o quinto e sexto *loop* contando de seis em seis.
- Para o sétimo *loop* continuaram a contagem de seis em seis e responderam 42 cm.
- Questionamos se tinha outra maneira de resolver o problema além de contar de seis em seis, e se aquela sequência lembrava "alguma coisa". Responderam que lembrava a "tabuada do seis", e registraram na atividade 6x7=42.

Em relação às atividades anteriores temos que:

MAR (9:5):

Mesmo MAR tendo abandonado a adição de parcelas iguais na segunda e terceira bateria retoma esta operação nesta situação fazendo a contagem de seis em seis, mas mostra que compreende a construção da tabuada e o significado dos fatores quando argumenta que aquela sequência lembra a "tabuada do 6". Percebeu que a sequência aumentava de seis em seis pela contagem identificando, portanto, a relação de regularidade na situação.

DIO (9:10):

Mesmo DIO tendo utilizado a contagem e adição de seis em seis, a criança estabeleceu a equivalência da adição com a multiplicação como na segunda situação da terceira bateria, ao compreender que a sequência se tratava da construção da tabuada do 6. Ainda DIO demonstrou identificar a regularidade presente na situação quando explicita que a sequência na situação estava de "6 em 6".

BRU (9:10):

Como DIO, BRU utiliza a contagem de seis em seis para resolver a situação, e estabelece a equivalência da adição de seis em seis com a multiplicação, ao reconhecer que a sequência reproduzia a construção da tabuada do 6. BRU identificou a regularidade presente na situação como atesta sua fala *"está de 6 em 6", "é só ir contanto de 6 em 6"*.

MIL (9:5):

MIL abandona de vez a antecipação dos resultados o que já tinha acontecido na segunda situação da terceira bateria. Mesmo utilizando a contagem e adição de seis em seis conseguiu estabelecer a equivalência desta com a multiplicação quando percebe que a sequência é reprodução da construção da tabuada do 6. A criança identificou a regularidade presente na situação quando explicita, oralmente, como encontrou os resultados: *"descobri somando 6 mais 6"*.

Já ROB, RAF, DJH, IGO e KEM, resolveram utilizando o seguinte esquema:

- Utilizaram a multiplicação 6x4=24 para encontrar primeiramente o comprimento do quarto *loop*, explicando que "6x2 dá 12, 6x3 dá 18 e 6x4 dá 24".
- Para encontrar o comprimento do sétimo *loop* utilizaram a multiplicação 6x7=42.

Em relação às atividades anteriores temos que:

ROB (9:7):

ROB, como nas situações anteriores, compreende e tem clareza dos significados dos fatores, identificou a relação de regularidade na situação utilizando a tabuada conforme explicitado em sua fala "6x1 é 6, 6x2 12, 6x3 18."

RAF (10:1):

RAF consolida a multiplicação conforme mostra sua compreensão do significado dos fatores e identifica a relação de regularidade utilizando a tabuada do seis como atesta sua fala "6x1 é 6, 6x2 é 12, 6x3 é 18".

DJH (10:2):

Como aconteceu na segunda situação da terceira bateria DJH abandona a adição de parcelas iguais e utiliza a multiplicação para resolver a situação, comprovando que a operação de multiplicação, enquanto conceito está se consolidando. Isto é confirmado pela criança ao explicitar a resolução da situação utilizando a tabuada do 6 e, ao mesmo tempo, identifica a regularidade presente na situação como atesta sua fala “porque aqui é 6x1=6, 6x2=12, 6x3=18”.

IGO (10:6):

IGO retoma a utilização de cálculo mental como na segunda bateria para encontrar a resposta da situação, mas consegue explicitar o cálculo a partir da tabuada do 6 e utiliza, para resolver o problema, a multiplicação. A criança identificou a regularidade presente na situação conforme atesta sua afirmação de que “encontrou o resultado do quarto *loop* usando a tabuada do 6”.

KEM (9:6):

KEM abandonou por completo a adição de parcelas iguais desde a terceira bateria e a construção dos significados dos fatores fica mais evidente nesta situação pela construção da tabuada pela criança. KEM identificou a regularidade presente ao explicar que a sequência de *loops* está obedece a tabuada do 6: “6x1 dá 6, 6x2 dá 12, 6x3 dá 18”.

De maneira diferente das demais crianças LUA procedeu utilizando o seguinte esquema:

LUA (9:5):

- Encontrou primeiramente o comprimento do quarto *loop*, fazendo a contagem nos dedos e respondeu “24”. Questionamos como tinha obtido esse resultado e explicou que foi somando 6+6+6+6.

- Após questionarmos qual seria o comprimento do quinto, LUA novamente contou nos dedos respondeu “30”.

- Para encontrar o comprimento do sétimo *loop*, LUA novamente contou nos dedos, agora partindo do resultado do quinto *loop* e respondeu 42 cm, registrando esse resultado na folha da atividade. Solicitamos que explicasse como tinha obtido o resultado e LUA respondeu: “Contando nos dedos, seis mais seis mais seis”.

- Perguntamos se tinha alguma outra maneira de resolver o problema, pensou por alguns instantes sem dar resposta, após ser questionada quantas vezes somou o 6 para encontrar o resultado do comprimento do sétimo *loop*, é que registrou 6x7 na atividade.

Do mesmo modo que nas baterias anteriores, LUA não consegue abandonar a adição de parcelas iguais o que comprova, como afirmamos na segunda situação problema da terceira bateria, que esta é ainda a operação mais forte em seu pensamento, todavia, consegue verificar que a sequência está aumentando de seis em seis, identificando a regularidade presente na situação.

Todos conseguiram identificar a regularidade presente na situação, explicitando-a oralmente e em linguagem natural.

Problema - 2 A cada pulo da mamãe canguru, seu filhinho dá 3 pulos para acompanhá-la: (Adaptado de Imenes, Jakubo e Lellis, 2002)

Vamos completar a tabela relacionando os pulos da mãe com o do filho:

	Mãe	Filho
Número de pulos	1	3
	2	
		9
	4	
	5	
		18

Tabela 9: Segunda situação-problema da Quarta Bateria

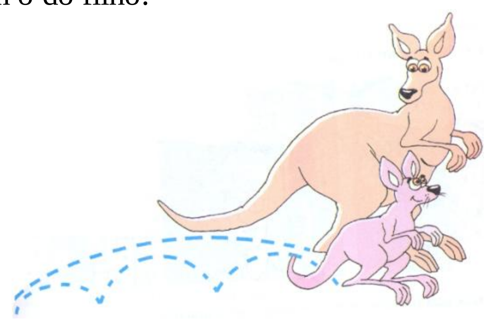


Figura 41 – Ilustração da segunda situação-problema da Quarta Bateria

a) Se a mamãe canguru der 26 pulos, quantos pulos seu filhinho dará para acompanhá-la?

b) O filhinho, para acompanhar sua mãe, deu 222 pulos. Quantos pulos a mãe deu?

c) Podemos calcular qualquer número de pulos do filho? Por quê?

Nesta situação-problema as crianças identificaram a regularidade na tabela, dizendo que a sequência "estava de 3 em 3" ou que era "tipo a tabuada do 3". Identificaram também que a quantidade de pulos do filho dependia de quantos pulos a mãe dava reconhecendo, desta forma, a relação de dependência. As crianças tiveram dificuldade para resolver o item (b), por isso, apresentávamos, como exemplo a última linha da tabela, ou seja, se o filho deu 18 pulos, qual era o número de pulos que a mãe tinha dado, encontrando o resultado por meio da divisão.

As crianças LUA, BRU e KEM resolveram o problema da seguinte forma:

- Identificaram a regularidade na tabela, fazendo a contagem de 3 em 3.
- Questionamos se além de contar de 3 em 3 havia outra maneira de resolver e disseram que poderia utilizar a tabuada do três.
- No item (a) para calcular quantos pulos o filho daria se a mãe desse 26 pulos utilizaram a multiplicação, 26x3=78 pulos.
- No item (b) utilizaram a divisão 222 dividido por 3 igual a 74.

Fazemos um destaque para KEM que para comprovar a regularidade utilizou inicialmente a figura da mãe canguru e seu filho que ilustrava a situação.

Para saber quantos foram os pulos do filho quando a mãe deu 2 pulos, a criança fez:

Figura 42 – Representação de KEM para os pulos da mãe canguru.

Para saber quantos foram os pulos da mãe quando o filho deu 9 pulos, a criança fez:

Figura 43 – Representação de KEM para os pulos do filho canguru.

Em relação às atividades anteriores temos que:

LUA (9:5):

LUA necessita fazer a contagem como na situação anterior desta bateria para verificar que a sequência está aumentando de três em três, mas também como na situação anterior identificou a regularidade. A criança utilizou a multiplicação para resolver o item (a) e a divisão no item (b) ampliando desta forma o seu repertório de esquemas. No item (c) questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por quê. LUA respondeu que sim e escreveu: *"Porque quaquer pulo que a mae da pode calcula, exemplo 200x3"*.

BRU (9:10):

BRU também utiliza a contagem para resolver a situação como na primeira situação desta bateria, mas logo percebe que a sequência que está construindo reproduz a tabuada 3 identificando, desta forma, a regularidade e estabelecendo a equivalência entre a adição e a multiplicação, como na situação anterior. No item (c) questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por quê. O registro escrito da criança foi: *"Sim, somando por exemplo 97x3=291"*.

KEM (9:6):

KEM havia abandonado a adição de parcelas iguais, mas nesta situação além de utilizar inicialmente a contagem e a adição de três em três, também necessitou representar pictoricamente seu raciocínio, utilizando seu "desenho" como apoio visual. Apesar disso, a criança não apresentou nenhuma dificuldade em utilizar a multiplicação nos itens posteriores, compreendendo os significados dos fatores.

A respeito dos diferentes esquemas apresentados pela criança, KEM manifesta um primeiro esquema, este no campo da percepção, da interpretação do que trata e questiona o problema, ou seja a criança utiliza-se vários esquemas para interpretar os dados do problema mesmo sendo possível resolve-lo a partir de um só esquema. Para Vergnaud (1993, apud MOREIRA, 2004, p. 91) "estes esquemas são recuperados do vasto repertório daqueles disponíveis entre os ligados às classes de situações que pareçam ter afinidade com a situação tratada no presente".

No item (c) quando questionado se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, a resposta por escrito da criança foi: *"Sim, podemos colocar quantos passo quiser mas sempre colocando os pulos da mãe vezes 3"*.

As crianças MAR, ROB, RAF, DJH, IGO, DIO e MIL apresentaram os seguintes esquemas em comum:

- Identificaram a regularidade na tabela, completando-a pela tabuada do 3.

- No item (a) para calcular quantos pulos o filho daria se a mãe desse 26 pulos utilizaram a multiplicação, 26x3=78 pulos.

- No item (b) utilizaram a divisão 222 dividido por 3 igual a 74.

Em relação às ações anteriores observamos que:

MAR (9:5):

MAR identificou a regularidade presente na situação percebendo que a sequência que estava aumentava de três em três era a reprodução da tabuada do três, o que comprova como mencionado na situação anterior desta bateria que a operação de multiplicação, enquanto conceito está se consolidando. No item (c) questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, e a resposta escrita da criança foi: *"Calculando pela tabuada do 3"* .

ROB e RAF, como nas situações anteriores, compreendem e têm clareza dos significados dos fatores, e identificaram a regularidade presente na situação através da tabuada do 3. No item (c) quando questionado se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, as respostas escritas foram:

ROB (9:7): *"Sim. Porque se a mãe dar 3 pulos o filho terá que fazer 3 vezes mais"*.

RAF (10:1): *"Eu faria o tanto de pulos que a mãe deu com os 3 pulos do filho, multiplicava"*.

DJH (10:2):

Como vem acontecendo desde a segunda situação da terceira bateria DJH não utiliza mais a adição de parcelas iguais, revelando desta maneira que a operação de multiplicação enquanto conceito está consolidado. A criança identificou a regularidade na situação dizendo que sequência na tabela era "*tipo a tabuada do 3*", e no item (c) quando questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, o registro escrito da criança foi: *"Em 3 x* (a criança explicou que o x representava vezes)*, por que na tabela estava em 3 x"*.

IGO (10:6):

IGO, como nas situações anteriores, utiliza a operação de multiplicação para resolver a situação compreendendo e tendo maior clareza do significado dos fatores. Identificou a regularidade na situação dizendo que os valores da tabela eram "*resultados da tabuada do 3*". No item (c) quando questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, o registro da criança foi: *"Usano a tabuada do três"*.

DIO (9:10):

DIO não utilizou a adição de parcelas iguais nesta situação como a anterior, o que comprova que a multiplicação, enquanto conceito está sendo construído pela criança ao mesmo tempo em que reconhece ideias básicas do conceito de função, neste caso, por exemplo, identificou a regularidade presente na situação dizendo que estava "*usando a tabuada do* 3" para completar a tabela, explicitando, assim, a regularidade. No item (c) quando questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que, o registro da criança foi: *"Sim, fazendo a conta da mãe fazendo de vezes 3"*.

MIL (9:5):

MIL como DIO não utilizou a contagem como na situação anterior e sim a multiplicação, identificando a regularidade. A criança é bem cautelosa antes de iniciar a resolução e pensa muito antes de dar uma resposta. A sua generalização no item (c) pode ser considerada um grande avanço, pois nas situações anteriores em que investigamos se as crianças eram capazes de generalizar, MIL não conseguiu fazer nenhuma delas. Somente na segunda situação da terceira bateria MIL tentou generalizar por meio de um exemplo. Segue a resposta da criança para o item (c) quando questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho e por que: *"Sim, fazendo o mesmo número de pulos da mãe vezes três"*.

Diante dos resultados obtidos na segunda situação desta bateria, podemos verificar que as crianças, conseguiram interpretar a disposição gráfica dos valores na tabela e identificar a regularidade na mesma. Conseguiram interpretar que característica relacional a tabela confere aos valores nela dispostos, ou seja, a relação entre os pulos da mamãe canguru e seu filho, na qual, para cada pulo da mamãe canguru, seu filho pula três vezes mais.

Na tabela a seguir, apresentamos um resumo do desempenho das crianças na resolução das situações-problema da quarta bateria, de maneira a permitir uma observação, mesmo que superficial dessas atividades enquanto intervenção pedagógica.

1- **Antecipa resultados**
2- **Necessita de apoio visual**
3- **Identifica a operação por tentativa e erro**
4- **Utiliza primeiro a adição**
5- **Utiliza a multiplicação**
6- **Compreende o significado dos fatores**

	Primeira situação-problema							**Segunda situação-problema**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	
MAR					x	x						x	x	
ROB					x	x						x	x	
RAF					x	x						x	x	
LUA				x	x						x	x		
DJH					x	x						x	x	
IGO					x	x						x	x	
KEM					x	x			x		x	x	x	
DIO					x							x	x	
BRU				x	x						x	x	x	
MIL					x							x	x	

Tabela 10: Resumo do desempenho das crianças na Quarta Bateria

Na tabela abaixo apresentamos um resumo dos esquemas apresentados ou mobilizados pelas crianças bem como os teoremas-em-ação[35] identificados na quarta bateria de situações-problema.

Esquema	Teorema-em-ação
- Adições sucessivas (soma de parcelas iguais)	- Iteração aditiva.

[35] Não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problemas.

- Correlação entre um dedo e uma unidade.	- Bijeção.
- Utilizar o algoritmo da multiplicação. - Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de loops pelo comprimento de um loop). - Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de pulos da mãe por 3, pois o filho sempre dará 3 vezes mais pulos que a mãe).	- Aplicar a tabuada. - O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax. - O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=3x.

Tabela 11: Resumo dos esquema e teoremas-em-ação na Quarta Bateria

Diante dos esquemas apresentados pelas crianças e em função dos invariantes observados, constatamos que as crianças conseguiram identificar a regularidade presente nas situações-problema, explicitando-a oralmente e em linguagem natural, com auxílio da contagem ou da tabuada.

Na segunda situação-problema, quando questionamos se era possível calcular qualquer número de pulos do filho, o trabalho com a regularidade foi relevante, pois possibilitou que as crianças, em sua maioria, generalizassem a situação por meio de palavras ou utilizando a multiplicação. Assim, os resultados reforçam a recomendação por Ponte (2005), para quem a procura de padrões e regularidades e a formulação de generalizações em diversas situações devem ser promovidas desde os primeiros anos do ensino básico.

De acordo com Sierpinska[36] (1992, p.31 *apud* ROSSINI, 2006),

> [...] a primeira condição para entender função é conscientizar-se de um mundo em permanente mutação. Esse conceito provém dos esforços em identificar as mudanças observadas como um problema prático a ser resolvido e identificar as regularidades das relações estabelecidas para poder trabalhar com elas (p.95).

Portanto situações envolvendo regularidade, como as exploradas, podem contribuir para estudo de funções, pois permitem aos alunos pensar genericamente, compreender regularidades e explicitar essa regularidade por meio de expressões matemáticas.

[36] SIERPINSKA, A. On understanting the notion of function. In: DUBINSKY, E; HAREL, G. (Edit) **The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy.** Mathematical Association of America, MAA Notes and Reports Series, v. 25, p.25-58, 1992.

3.5 Quinta Bateria de Atividades

A quinta bateria de atividades continha duas situações-problema envolvendo proporcionalidade e objetivava investigar se as crianças reconheciam a variável generalizando as situações-problema propostas.

Era esperado que as crianças encontrassem dificuldades na resolução desses problemas, pois situações deste tipo (envolvendo proporcionalidade) não são exploradas pelo livro didático adotado pela escola, apesar de o pensamento proporcional ser de fundamental importância para elaboração, não apenas do conceito de função, mas de vários outros conceitos, conforme corrobora citação de Tinoco *et al* (2008)

> O pensamento proporcional pode contribuir para o desenvolvimento da Álgebra, se for levado em conta que o raciocínio com proporções envolve: senso de co-variação, comparações múltiplas, predição e inferência, que utilizam métodos de pensamento qualitativo e quantitativo, sendo, portanto, uma ponte adequada e necessária entre experiências e modelos numéricos e relações abstratas e genéricas, que se expressarão de forma algébrica, além de ser um exemplo simples, mas importante, de função matemática (p. 3).

Para Comin[37] (2000, *apud* ROSSSINI 2004) a proporcionalidade pode ser o instrumento para a gênese das noções de variável e de função. Neste sentido a relação de proporcionalidade que está presente implícita ou explicitamente no pensamento multiplicativo é outro dos conceitos fundamentais na construção do conceito de função. Mas, como ressalta o PCN Matemática para Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental:

> [...] nem sempre são observadas recomendações insistentemente feitas para que conteúdos sejam veículos para a aprendizagem de ideias fundamentais (como as de proporcionalidade) e que devem ser selecionados levando em conta sua potencialidade, quer para instrumentação para a vida, quer para o desenvolvimento de formas de pensar. (1998, p. 22)

As situações-problema propostas apresentavam uma hierarquia de dificuldades. Na primeira situação as crianças deveriam perceber qual seria o preço unitário de cada carrinho ou que se comprar o dobro de carrinhos (4 carrinhos) então iriam pagar o dobro do valor, ou se comprar o triplo (6 carrinhos) deveriam pagar o triplo. Já a segunda situação-problema as

---

[37] COMIN, E. **Proportionnalité et fonction linéaire. Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire**. Tese de Doutorado, Universite Bordeaux, 2000.

crianças precisavam, a partir da leitura e análise da tabela envolvendo relação de proporcionalidade perceber qual seria o preço de 1(um) quilo de verduras e legumes para completar a tabela e a partir daí identificar a variação.

Descrição dos principais acontecimentos ocorridos na aplicação da quinta bateria

Problema 1 - Temos que o preço de 2 carrinhos da marca FORTE é 18 reais.

a) Se comprarmos 4 carrinhos quanto pagaremos?

b) Se comprarmos 6 quanto pagaremos?

c) Qual é o valor então de cada carrinho?

d) Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quisermos? Como?

Apenas as crianças MIL (9:5) e MAR (9:5) não conseguiram resolver com sucesso a situação que envolvia ideia de proporcionalidade. As demais crianças resolveram com sucesso a situação. Dessa forma, como as crianças não tiveram acesso de maneira explícita a esse tipo de problemas, seu sucesso na resolução aponta para conhecimentos implícitos obtidos por inferência em outras situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas, ou mesmo até, devido às atividades resolvidas anteriormente durante nossa própria investigação.

A seguir descrevemos parte dos esquemas e mobilizações que os alunos utilizaram na resolução da situação-problema:

RAF (10:1), DJH (10:2), KEM (9:6), e ROB (9:7) quando questionados sobre como deveriam proceder para calcular o valor de 4 carrinhos responderam de imediato 18x4. Ao pedir que explicassem sobre como tinham pensado para encontrar o resultado, as crianças pensaram por algum momento e encontraram o valor unitário dos carrinhos utilizando os esquemas:

- "*18 dividido por 2 é igual a 9*".

Em seguida, continuaram a resolução utilizando o valor unitário encontrado:

(a) 4x9= 36 ("*quatro carrinhos vezes nove reais é igual a 36 reais*")

(b) 6x9=54 *("seis carrinhos vezes nove reais é igual a 54 carrinhos"*).

Em relação às atividades anteriores temos que:

RAF e ROB, como nas situações anteriores, compreendem os significados dos fatores e têm clareza da ideia, pois explicitam que o que é variável é a quantidade de carrinhos como atestam os registros escritos de cada um quando questionamos se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira:

RAF (10:1): *Sim, multiplicando o tanto de carrinho com 9 reais".*

ROB (9:7): *"Sim, os nove reais vezes o tanto de carrinho".*

DJH (10:2):

Como comprovamos na segunda situação da quarta bateria a operação de multiplicação enquanto conceito está consolidado. Na segunda bateria a criança utilizou exemplos para tentar generalizar e não deixou clara a ideia de variável, já nesta situação, conseguiu fazer a generalização utilizando a multiplicação e compreende o que está variando é quantidade de carrinhos, como atesta a sua resposta por escrito à questão se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira: *"Uma conta de 9 vezes o tanto de carrinhos".*

KEM (9:6):

KEM não necessitou de apoio visual como na segunda situação da quarta bateria para resolver a situação, utilizou a multiplicação compreendendo os significados dos fatores. Da mesma forma que na segunda bateria, KEM tem clareza do que está variando na situação conforme explicitado em seu registro escrito quando questionamos se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira: *"Sim podemos comprar quantos carrinhos quisermos, mas sempre com 9 reais".*

LUA (9:5) e IGO (10:6) resolveram o problema de outra forma:

- Utilizaram a adição18+18=36, para calcular o valor de 4 carrinhos, explicando que "*18 é dois carrinhos e o outro 18 é de mais 2 carrinhos".*

- Utilizaram a adição 36+18=54, para calcular o valor de 6 carrinhos, explicando que "*36 era o valor de 4 carrinhos e 18 o valor de 2 carrinhos*".

Os raciocínios de LUA e de IGO revelam a noção de proporcionalidade, talvez não tão elaborada quanto àquela em que se utilizam múltiplos (dobro, triplo, etc.), mas não lança mão do valor unitário que permite calcular o preço de qualquer quantidade (SILVA, 2008).

Questionamos qual seria o valor de cada carrinho, LUA (9:5) respondeu “9” e justificou que “*18 dividido por 2 é igual a 9*”, já IGO (10:6) disse que era nove reais, porque “*9+9 é 18*”.

Em relação às situações anteriores:

LUA (9:5):

LUA mesmo tendo ampliado o seu repertório de esquema, como verificado na segunda situação da quarta bateria utilizando a multiplicação, nesta situação, em que o aspecto da multiplicação envolvido é mais elaborado (proporção) retorna à adição de parcelas iguais. Porém, isto apenas evidencia que a equivalência entre a multiplicação e a adição de parcelas iguais está consolidada. Além disso, o raciocínio aqui desenvolvido é mais refinado do que se fosse determinado inicialmente o preço de um carrinho. A identificação de que o problema era “de multiplicação” fica evidente quando utilizou a divisão para encontrar o valor unitário de cada carrinho. Compreende que o que está variando na situação é a quantidade de carrinhos mostrando que a ideia de variável ainda está sendo construída pela criança como atesta o seu registro escrito para a resposta à questão se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira: *“Se for 7 carrinhos então 54+9=63* (54 é o resultado de 6 carrinhos e o 9 é o valor de cada carrinho), *ou ainda se for 18 carrinhos pode fazer 18+18+18+18+18+18+18+18+18”*.

IGO (10:6):

Mesmo IGO tendo utilizado a operação de multiplicação para resolver as situações anteriores, compreendendo o significado dos fatores, nesta situação recorre à composição aditiva para resolver os itens (a) e (b) e também o item (c) onde se pedia o valor de cada carrinho como atesta sua fala “*9+9 é 18”*. Na segunda bateria generaliza utilizando a multiplicação, já nesta situação recorre à adição, mas compreende que o que está variando é a quantidade de carrinhos como atesta seu registro escrito quando questionamos se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira: “*Nos podemos calcular qualquer números de carrinho usano a conta de mais.”*

As crianças BRU (9:10) e DIO (9:10) procederam de maneira diferente dos demais:

BRU (9:10):

- Utilizou a multiplicação 18,00x2=36,00 para calcular o valor de 4 carrinhos, e explicou que *"como dois carrinhos custava 18 reais então 4 carrinhos é 2 duas vezes dois carrinhos".*

- Utilizou a multiplicação 9,00x6=54,00, para calcular o valor de 6 carrinhos, encontrando portanto o valor de cada carrinho.

Nas situações anteriores BRU vinha estabelecendo a equivalência entre a adição e a multiplicação construindo desta forma este conceito. Nesta situação a multiplicação enquanto conceito está consolidado, bem como indica a noção de proporcionalidade ao utilizar o de dobro para determinar o valor de 4 carrinhos. Na segunda bateria utilizou um exemplo para tentar generalizar, já nesta situação mesmo dando um exemplo particular, também o faz de forma genérica. BRU deixa clara a ideia de variável ao explicitar que o que é variável aqui é a quantidade de carrinhos, como atesta sua resposta por escrito à questão: se era possível determinar o custo para qualquer quantidade de carrinhos e de que maneira: *"Sim, se for 5 carrinhos 5x9,00=45,00, nós fasemo 9 vezes a quantidade que quisermos".*

DIO (9:10):

- Utilizou a adição 18+18=36, explicando que "*18 reais eram de dois carrinhos e o outro 18 reais de mais 2 carrinhos*".

- Para encontrar o valor de 6 carrinhos ficou em dúvida se poderia novamente utilizar a soma. Ao perceber sua hesitação, questionamos qual era o valor de cada carrinho, DIO então dividiu 18 por 2 na calculadora e disse que era "*9 reais*", em seguida, para encontrar o valor de 6 carrinhos utilizou a multiplicação, 6x9=54.

A resposta por escrito da criança quando questionada se podia calcular para qualquer número de carrinhos e como faria para calcular, foi: *"Sim, fazendo a conta de vezes com o total de carrinhos que queremos comprar vezes o preço do carrinho que é 9 reais"*. Compreendendo que o que está variando na situação é a quantidade de carrinhos, DIO demonstrou ter claro a ideia de variável, o que não tinha ocorrido anteriormente na segunda bateria. Apesar de ter utilizado a adição de parcelas iguais no item (a), da questão, utiliza o pensamento multiplicativo nos outros itens e na generalização.

MIL (9:5) e MAR (9:5), não conseguiram encontrar o resultado correto da situação-problema, não conseguindo, portanto, identificar a variável e nem generalizar a situação, conforme o resumo dos procedimentos por elas adotados.

MIL (9:5):

MIL para encontrar o valor de 4 carrinhos fez 18x4=72 reais, pedimos então que lesse novamente o problema e ainda ressaltamos que o valor de dois carrinhos eram 18 reais, mas mesmo assim MIL não percebeu o erro. Para calcular o valor de 6 carrinhos, a criança fez 18x6=108, questionada quanto custaria o preço de cada carrinho, afirmou que custava 18 reais.

MAR (9:5):

Quando questionamos qual seria o valor de 4 carrinhos MAR respondeu 22 reais, então indagamos se não achava estranho que dois carrinhos custassem 18 reais e que quatro carrinhos custasse somente 22 reais. Nesse momento a criança pensou por alguns instantes e fez primeiro 18 dividido por 4 que deu 4,5, então questionamos novamente se dois carrinhos custavam 18 reais se não achava estranho que um carrinho custasse apenas R$4,50. MAR ao deu atenção à questão formulada e efetuou 18+18+18+18 para encontrar o valor de 4 carrinhos. Questionamos então qual seria o valor de cada carrinho, e MAR respondeu 18 reais. Explicamos novamente que 18 reais era o valor de dois carrinhos, e a criança então efetuou 18-2=16 para encontrar o valor de cada carrinho.

Problema 2- Luzia compra frutas e verduras na feira. Hoje ela comprou 2 quilos. Veja na tabela quanto ela pagou. Ana comprou 3 quilos, escreva na tabela quanto ela pagou. Eduardo comprou quatro quilos. Escreva na tabela quanto ele pagou. (Adaptado de Nunes, 2001).

		
Luzia	2 quilos	8 reais
Ana	3 quilos	
Eduardo	4 quilos	

Tabela 12: Segunda situação-problema da Quinta Bateria

a) Se eu quiser comprar 6 quilos de frutas e verduras quanto pagarei?

b) E por 10 quilos, quanto pagarei?

c) Se gastei 32 reais na feira, qual é a quantidade de frutas e verduras que comprei?

d) Poderei calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras? Como?

Com exceção de MAR, todas as crianças conseguiram resolver com sucesso a situação, da seguinte maneira: após terem encontrado o valor de 1 quilo de frutas e verduras, preencheram a tabela acrescentando quatro reais a cada linha, demonstrando ter percebido, intuitivamente, o padrão de variação existente, identificando, com facilidade a regularidade presente, o que indica avanço decorrente da própria aplicação das situações-problema da investigação/"intervenção" realizada.

Por não ter identificado a regularidade na tabela **MAR (9:5)**, não conseguiu encontrar o resultado correto da situação-problema, não conseguindo, portanto reconhecer a ideia de variável e muito menos generalizar a situação.

Para encontrar o valor a se pagar em 3 quilos de frutas e verduras MAR(9:5) utilizou o seguinte esquema:

- A adição 8+3=11, para encontrar o valor a ser pago para 3 quilos de frutas e verduras.
- A adição 11+4=15, para encontrar o valor 4 quilos de frutas e verduras.
- A adição 15+5=20, para encontrar o valor a ser pago para 5 quilos de frutas e verduras.

Para o item (a) que se pedia para calcular o valor de 6 quilos de frutas e verduras resolveu da seguinte maneira: 20+6=26.

Esse conhecimento da criança pode ser expresso pelo seguinte teorema-em-ação: "Somar o valor anterior com a nova quantidade de frutas e verduras que se queira comprar".

Mesmo sendo questionado qual era o valor de 1 quilo de frutas e verduras MAR não conseguiu encontrar o valor unitário para cada quilo.

As demais crianças no primeiro momento que eram questionadas sobre qual seria o preço de 3 quilos de verduras, ficavam em dúvida ou antecipavam uma resposta, mesmo incorreta, para, então, partir para uma solução. Somente quando eram instigadas a refletir sobre qual era o valor de 1 quilo de frutas e verduras que percebiam a necessidade de determinar o valor de 1 quilo de frutas e verduras e procederam utilizando os seguintes esquemas:

- Se 2 quilos é 8 reais então 8 dividido por 2 é 4.
- 4+4=8, concluindo que cada quilo custava 4 reais.

As crianças após terem encontrado o valor de 1 quilo de frutas e verduras, completaram a tabela utilizando a "*tabuada do 4*" demonstrando identificar a regularidade presente na situação, seguindo os procedimentos:

- No item (a) utilizaram a multiplicação 6x4=24 para calcular o valor de 6 quilos de frutas e verduras.
- No item (b) utilizaram a multiplicação10x4=40 para calcular o valor de 10 quilos de frutas e verduras.

No item (c) as crianças IGO (10:6), KEM (9:6), MIL (9:5), DIO (9:10) e DJH (10:2), resolveram utilizando a "tabuada do 4", ou seja, utilizaram o seguinte esquema:

4 x ? = 32 (quatro vezes quanto é 32, e responderam 8 quilos).

Já BRU (9:10) procedeu da seguinte maneira:

40-32=8 quilos, BRU aproveitou o resultado de quanto custavam 10 quilos de frutas e verduras e subtraiu com os 32 reais gastos na feira.

LUA (9:5), RAF (10:1) e ROB (9:7) resolveram utilizando o esquema:

32 dividido por 4 igual a 8 quilos.

As crianças, com exceção de MAR (9:5), reconheceram, além da regularidade na tabela, que o quanto ia se pagar dependeria da quantidade de frutas e de verduras que se iria comprar. Fizeram a generalização utilizando a multiplicação e deixando clara a ideia de variável, ao evidenciarem que o que é variável aqui é a quantidade de frutas e verduras, como atestam os registros escritos das crianças.

MIL (9:5): *"Sim eu faria contas de vezes e mais como 4x30 e 4x60"*.
DIO (9:10): *"Sim, fazendo a conta de vez o quilo e o preço da verdura que é 4 reais"*.
IGO (10:6): *"Podemos calcular para qualquer qualtidade somano quatro em quatro"*.

KEM (9:6): *"Sim, podemos pegar quantos quilos quiser mas o preço sempre será 4,00 reais cada quilo"*.
BRU (9:10): *"Sim 4 x (vezes) algun tanto que a gente quiser"*.
DJH (10:2): *"Sim na conta de 4 x"*. A criança explicou que o *x* era vezes 4.
ROB (9:7): *"Sim. Fazendo os 4 reais vezes o quilo que ela quiser"*.
RAF (10:1): *"Multiplicando os 4 reais com os quilos"*.
LUA (9:5): *"Eu faria a quantidade x 4"*. A criança explicou que o *x* era vezes 4.

Destacamos aqui que MIL, que na primeira situação desta bateria envolvendo noção de proporcionalidade, não tinha obtido sucesso, nesta situação, além de resolver de maneira correta utilizando a multiplicação, demonstrou maior compreensão dos significados dos fatores, indicando um grande avanço, que pode ser atribuído à investigação/"intervenção" realizada.

Destacamos também LUA, que conseguiu resolver sem utilizar a adição de parcelas iguais, conforme seu procedimento na situação anterior. Resolveu a situação utilizando a "tabuada do 4" e contanto de quatro em quatro para encontrar o resultado na tabuada, estabelecendo desta forma a equivalência entre a adição e a multiplicação. Além disso, consegue generalizar a situação sem dar exemplos, o que não ocorria nas situações anteriores.

As ações das demais crianças indicam a consolidação dos conceitos que apareciam em construção nas baterias anteriores, comprovando, mesmo não sendo objetivo desta investigação, formular uma sequência das situações-problema, como uma sequência didática, o próprio desenvolvimento das atividades permitiu que as crianças fossem melhorando seu desempenho e adquirindo mais conhecimento, indicando que uma sequência didática construída nesta ordem, com mais atividades e culminando com problemas envolvendo pares de ideias, trios, quatro ideias e todas ao mesmo tempo pode ser proposta buscando favorecer a construção do conceito de função neste nível de ensino.

Na tabela a seguir, apresentamos um resumo do desempenho das crianças na resolução das situações-problema da quinta bateria, de maneira a permitir uma observação, mesmo que superficial dessas atividades enquanto intervenção pedagógica.

1- Antecipa resultados

2- Necessita de apoio visual

3- Identifica a operação por tentativa e erro

4- Utiliza primeiro a adição

5- Utiliza a multiplicação

6- Compreende o significado dos fatores

	Primeira situação-problema							**Segunda situação-problema**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	
MAR					**x**	**x**						**x**	**x**	
ROB					**x**	**x**						**x**	**x**	
RAF					**x**	**x**						**x**	**x**	
LUA				**x**	**x**							**x**	**x**	
DJH					**x**	**x**						**x**	**x**	
IGO					**x**	**x**						**x**	**x**	
KEM					**x**	**x**						**x**	**x**	
DIO					**x**							**x**	**x**	
BRU					**x**	**x**						**x**	**x**	
MIL					**x**							**x**	**x**	

Tabela 13: Resumo do desempenho das crianças na Quinta Bateria

Na tabela abaixo apresentamos um resumo dos esquemas apresentados ou mobilizados pelas crianças bem como os teoremas-em-ação[38] identificados na quinta bateria de situações-problema.

Esquema	Teorema-em-ação
- Adições sucessivas (soma de parcelas iguais) - Decomposição aditiva (18=9+9, e 8=4+4).	- Iteração aditiva. - Relação parte/todo.
- Correlação entre um dedo e uma unidade.	- Bijeção.

[38] Não tivemos a pretensão de esgotar os teoremas-em-ação possíveis de serem encontrados. Devemos ressaltar que os teoremas-em-ação foram registrados segundo a possibilidade de identificação dada pelas mobilizações das crianças, orais ou gestuais e pelo registro nas situações-problemas.

- Utilizar o algoritmo da multiplicação. - Utilizar o algoritmo da multiplicação (Multiplicar o número de carrinhos pelo preço de um carrinho e multiplicar o número de quilos de frutas e verduras pelo preço de um quilo de frutas e verduras). - Utilizar o algoritmo da multiplicação (Se 2 carrinhos custam 18 reais, então 4 (2 vezes 2) carrinhos custam 2x18 ou 2 vezes mais).	- Aplicar a tabuada. - O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax. - O teorema que o formaliza pode ser expresso no simbolismo matemático como: Se a.b=c então an.b=nc.
- Dividir 18 por 2 (Dividir o preço de dois carrinhos por 2, para encontrar o valor unitário). - Dividir 8 por 2 (Dividir o preço de dois quilos de frutas e verduras por 2, para encontrar o valor unitário). - Dividir 32 reais por 4 reais para encontrar quantos quilos de frutas e verduras poderia se comprar	- Divisão por números inteiros.
- Subtrair 40-32 (para encontrar quantos quilos de frutas e verduras pode se comprar com 32 reais, sabendo que 40 reais daria para comprar 10 quilos).	-Subtração de números inteiros.

Tabela 14: Resumo dos esquemas e teoremas-em-ação na Quinta Bateria

A partir da análise feita dos esquemas utilizados pelas crianças, percebemos que a maioria resolveu as situações dessa bateria através do estabelecimento de uma relação entre as grandezas, ou seja, encontraram o valor unitário e aplicaram, posteriormente, esse valor unitário à pergunta do problema. Vergnaud (1991) descreve essa estratégia como sendo a utilização de uma lei binária, da qual as crianças estabelecem uma relação entre grandezas diferentes, quilo e preço, por exemplo. Fazemos um destaque para LUA, que resolveu a primeira situação-problema desta bateria adicionando várias vezes a relação estabelecida no problema, até encontrar o valor solicitado.

Mesmo as atividades envolvendo pensamento proporcional serem pouco exploradas na primeira fase do ensino fundamental, as crianças tiveram um desempenho muito satisfatório em relação a elas, sendo essas atividades de fundamental importância para elaboração, não apenas do conceito de função, mas de vários outros conceitos.

CONSIDERAÇÕES

Concordamos com Vergnaud quando estabelece que um conceito necessita de um tempo para ser construído e assim, nossa intenção nessa investigação foi mostrar que as ideias básicas de função já são compreendidas pelas crianças desde muito cedo e, portanto, podem e devem ser exploradas, ainda que de maneira implícita ou informal, desde os anos iniciais do ensino fundamental.

Ainda em relação à análise realizada é pertinente comentar acerca de esquemas e invariantes operatórios mobilizados pelas crianças na resolução das situações-problema que se situam na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas. Dos invariantes operatórios possíveis de serem identificados na resolução das situações propostas temos os seguintes teoremas-em-ação:

a) *Bijeção:* teorema-em-ação que possibilita a correspondência dos dedos da mão com valores e parcelas a serem utilizados nos cálculos. Ao abordar o conhecimento conceitual de uma criança numa contagem, Vergnaud[39] (2003, *apud* GONÇALVES, 2008) ressalta que, em primeiro lugar, podemos observar uma correspondência biunívoca, uma correspondência um a um. O pesquisador afirma que "há uma correspondência entre os objetos que conto, o gesto do dedo e da mão, o gesto do olhar e o gesto da voz. Então o número não é uma propriedade somente do cérebro, é um problema do conjunto da atividade corporal" (VERGNAUD[40], 2003, *apud* GONÇALVES, 2008, p.211). A bijeção associando os dedos da mão e os objetos a serem contados foi utilizada na maioria das contagens realizadas. Destacamos também, a bijeção feita entre os elementos dos conjuntos a serem formados nas situações-problemas da primeira bateria de atividades, representados graficamente com esquema de correspondência um para muitos e com esquema de correspondência termo a termo.

---

[39] VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. **Por que ainda há quem não aprende?: A teoria.** Petrópolis: Vozes, 2003.

[40] VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. **Por que ainda há quem não aprende?: A teoria.** Petrópolis: Vozes, 2003.

b) *Iteração Aditiva*: teorema-em-ação que surge como um invariante que permite adicionar parcelas iguais. Encontra-se na base dos esquemas da recorrência e da composição aditiva com parcelas iguais. Destacamos que LUA utilizou intensamente a adição de parcelas iguais, como forma de resolver as situações-problema inclusive para aquelas em que poderiam ter optado por uma divisão ou multiplicação. Destaque também para IGO que utilizou adições sucessivas em cálculo mental.

c) *Relação parte/todo:* esse teorema-em-ação permitiu às crianças que o utilizaram o reconhecimento da relação parte/todo a partir de suas partes decompostas. Exemplo: 18=9+9, ou seja, 2 carrinhos custam 18 reais, então o preço de cada carrinho é 9 reais, pois 9+9=18.

d) *Multiplicação (Formalização f(x)= ax):* teorema-em-ação utilizado pelas crianças quando faziam a correspondência entre o valor de uma variável com um valor dado em outra variável. Exemplo: A correspondência entre quilos de batatas e o seu preço, de forma que se 1 quilo de batata corresponde a R$ 1,30, a 3 quilos de batatas teremos que fazer corresponder 3 vezes o valor. O teorema que o formaliza este conhecimento pode ser expresso no simbolismo matemático como f(x)=ax.

A divisão, também foi uns dos teoremas-em-ação encontrados na análise das situações, porém percebemos que as crianças colaboradoras da pesquisa tinham bastante dificuldade em trabalhar com esta operação. Nossa constatação vem ao encontro do estabelecido por Vergnaud (2009, p.190): “no plano das regras operatórias propriamente ditas, a divisão evidentemente é a mais complexa das quatro operações porque implica, ao mesmo tempo, a subtração, a multiplicação e a busca por tateio ou enquadramento dos algarismos do quociente”.

Nossa preocupação não foi delimitar os tipos de operações que estariam envolvidas nas situações, ou seja, multiplicação, divisão, adição ou subtração, isto porque nosso principal objetivo era investigar se situações-problema que se situam na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas permitem às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização.

A sequência das situações-problema, mesmo não tendo sido elaborada como sequência didática, permitiu que as crianças fossem melhorando seu desempenho e adquirindo mais conhecimento, indicando que uma sequência didática construída nesta ordem, com mais atividades e culminando com problemas envolvendo pares de ideias, trios, quatro ideias e todas ao mesmo tempo poderia ser proposta buscando favorecer a construção do conceito de função neste nível de ensino.

No que se refere ao plano teórico, a investigação realizada permitiu compreender e identificar a construção sincrônica e solidária de alguns dos conceitos pertinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, ao perceber como as crianças mobilizam elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema envolvendo a operação de multiplicação**,** isto é, a multiplicação enquanto conceito, se constrói ao mesmo tempo em que se apóia mas e serve de apoio às ideias básicas do conceito de função**.**

A realização das atividades propostas, embora tivessem por objetivo principal investigar se as crianças reconheciam e mobilizavam ideias básicas envolvidas no conceito de função, possibilitou, também, a constatação de como a Teoria dos Campos Conceituais pode ser aplicada no dia a dia da sala de aula ao explicitar os três conjuntos constituintes do conceito em questão.

De fato, se Vergnaud define conceito como uma terna constituída por três conjuntos (**S, I, R**), na qual S indica a variedade de situações referentes aos conceitos em questão, I é o conjunto de invariantes que estão presentes nas diferentes situações e R são as representações simbólicas, as atividades aqui propostas podem ser consideradas como **S;** as argumentações dadas pelas crianças para justificar seus procedimentos, deixaram evidentes os invariantes utilizados e, finalmente, foram diversas as formas de representação utilizadas pelas crianças durante a resolução das situações-problemas como, oral, escrita, pictórica, gráfica, ou, ainda, utilizando uma ou mais expressões matemáticas envolvendo adição e multiplicação, caracterizando, assim, o terceiro conjunto R.

Outro resultado importante da investigação realizada e que corrobora a opção teórica pela Teoria dos Campos Conceituais, foi observada no momento em que as crianças eram motivadas a refletir sobre como tinham resolvido determinado problema. De acordo com essa teoria, é fundamental que o professor indague a seus alunos qual foi o procedimento utilizado, independente de acertos ou erros. No que se refere **aos acertos**, o professor precisa entender quais foram os meios utilizados pelo seu aluno para realizar a tarefa solicitada, pois o aluno pode utilizar diferentes caminhos para produzir uma resposta correta, mesmo que esta inclua exercícios que não aceitem mais do que uma resposta certa.

Já no que se refere **aos erros** a necessidade de analisá-los constitui um fato mais evidente, pois somente esta análise permitirá que o professor conheça quais são as dificuldades enfrentadas pelos seus alunos e os meios para remediar a situação.

A reflexão feita pelos alunos acerca de como "tinha pensado para resolver os problemas", "o que tinham utilizado" e "por que" proporcionava a identificação, por eles próprios, de eventuais erros cometidos. As crianças ao identificarem seus erros, de imediato os corrigiam, inclusive explicando por que estava errado e qual seria a maneira correta. Identificamos assim, uma forma para transformar o conhecimento intuitivo dos alunos em conhecimento explícito ou, numa linguagem mais apropriada para o referencial teórico adotado, transformar conceito-em-ação em conceito construído.

Constatamos também, diante da resolução das situações-problemas, que ora as crianças se deparavam com situações que já possuíam em seu repertório de competências os procedimentos adequados ao tratamento das situações e ora não dispõem de todas as competências requeridas para o tratamento das situações, onde ocorreu a utilização de vários esquemas cuja aplicação parecia pertinente a situação encontrada, que segundo Vergnaud[41] (1996, *apud* GONÇALVES, 2008, p.82) são as duas classes de situações com as quais o sujeito pode se deparar.

Finalizando, os resultados encontrados nessa investigação indicam que as crianças conseguiram reconhecer e mobilizar elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema situados na interface dos campos conceituais aditivo e multiplicativo, podendo, desta maneira, o trabalho pedagógico com este conceito ser iniciado já na primeira fase do Ensino Fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas que sejam significativas para os alunos. Esse pode ser o ponto de partida para, gradativamente, ir se ampliando o campo conceitual das estruturas multiplicativas de modo que as dificuldades encontradas pelos adolescentes, quando do aprendizado de funções e descritas em diversos estudos e pesquisas, possam ser minimizadas ou mesmo eliminadas.

---

[41] VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In BRUN, J. *Didáctica da matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, J. P. de. **Cidadania e Matemática no Livro Didático para as séries iniciais do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado. UFSC, Florianópolis, 2004.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996

BRAGA, C. **O processo inicial de disciplinarização de função na matemática do ensino secundário brasileiro.** Dissertação de Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2003.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Ministério da Educação: Secretaria da Educação Fundamental, 3. ed. Brasília: 2001.

CANÔAS, S. S. **O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais (1ª a 4ª série).** Dissertação Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 1997.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARRAHER, T. N. **O método clínico:** usando os exames de Piaget. São Paulo: Cortez, 1989.

CURTY, M. G. *et al.* **Apresentação de trabalhos acadêmicos, dissertações e teses:** (NBR 14724/2005). 2. ed. Maringá: Dental Press, 2006.

FERRARI, A; IGNATIUS,C. *et al.* **Matemática faz sentido**: livro do aluno D. São Paulo: Editora Fundamento Educacional, 2007.

FLAVELL, J. H. **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget.** São Paulo: Pioneira, 1975.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, S. D. A. (org.) **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.

GONÇALVES, H. A. **Educação matemática e cálculo mental:** uma análise de invariantes operatórios a partir da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Tese de Doutorado. Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2008.

GUIMARÃES, K. P. **Processos cognitivos envolvidos na construção de estruturas Multiplicativas.** Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas, 2004.

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. **Novo Tempo**: 4ª série. São Paulo: Scipione, 2002.

NUNES, T; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. (org). **Introdução à Educação Matemática:** os números e as operações numéricas. 1. ed. São Paulo: Proem, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T. e GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração:** Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2004.

MOREIRA, M. A. **A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2006.

MORO, M. L. F. Notações na iniciação matemática: a repetição de grandezas na raiz da multiplicação. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. **Desenhos, palavras e números:** as marcas da matemática na escola. Curitiba: Editora UFPR, 2005.

MUNIZ, C. A. Entre o olhar, o esquema e a intervenção psicopedagógica na produção matemática da criança. **Perspectiva da educação matemática**, Campo Grande, v. 1, n. 1, p. 79-110, 2008.

OLIVEIRA, N. de. **Conceito de função:** uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. Dissertação Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 1997.

OLIVEIRA, C. A. V. **Relações lógicas estabelecidas por alunos de uma quarta série do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2004.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAVANELLO, M. R. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:** a pesquisa e a sala de aula. v.2.São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, 2004.1-12;217

PELHO, E. B. B. **Introdução ao conceito de função:** a importância da compreensão das variáveis. Dissertação Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2003.

PIROLA, N. A.; CAETANO, R. S. Investigando o processo de construção de estruturas multiplicativas em alunos de 3ª e 4ª séries do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 6, 2007, Florianópolis, **Anais...**Disponível em: < http://www.fae.ufmg.br/abrapec/viempec/CR2/p485.pdf>

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, Lisboa, n.85, p. 36-42 , 2005.

QUEIROZ, P. C. G. **Conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores da Educação Básica.** Dissertação Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2008.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** Tese de Doutorado. UFRN, Natal, 2000.

RORATTO, C. **A história da matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função.** Dissertação de Mestrado. UEM, Maringá, 2009.

ROSSINI, R. Uma proposta para o ensino de função linear. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2004, São Paulo, **Anais...** Disponível em: <www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0047.doc>

ROSSINI, R. **Saberes docente sobre o tema função:** uma investigação das praxeologias. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2006.

ROXO, E. **Curso de Mathematica Elementar**. Vol. II. Rio de Janeiro: [s.n.], 1930.

SANTOS, M. B. dos, *et al*. A construção do conceito de função no ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife, **Anais...** Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/1MC21923175068.pdf>

SILVA, V. L. da. **Ensino e aprendizagem de problemas de produtos cartesiano: inter-relações entre diferentes representações**. Dissertação de Mestrado. PUC/SP. São Paulo, 2006.

SILVA, A. de P.**Conceito de função: atividades introdutórias propostas no material de matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de São Paulo.** Dissertação de Mestrado. PUC/SP. São Paulo, 2008.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra**: das variáveis às equações e funções. São Paulo: IME-USP, 1994.

SOUSA, C. M. S. G; FÁVERO, M. H. Análise de uma situação de resolução de problemas de Física, em situação de interlocução entre um especialista e um novato, à luz da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. In: MOREIRA, M. A. (Org.). **A Teoria dos campos conceituais de Vergnaud:** o ensino de ciências nesta área. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2004.

TAXA, F.O.S. P**roblemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do ensino fundamental.** Tese de Doutorado. UNICAMP, Campinas, 2001.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função**. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, 2002.

TINOCO, L. A. A et al. **Caminhos da álgebra na escola básica.** In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 6, 2008, Rio de Janeiro, **Anais...** Disponível em: <http://www.sbemrj.com.br/spemrj6/artigos/b2.pdf>

TRINDADE, J.A. de; MORETTI, M.T. Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação. **Revista Zetétiké**, CEPEM-FE/UNICAMP, n.13/14, p.29- 49, jan/dez. 2000.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: RESH, R. e LANDAU, M**.** Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press,** 1983.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, v. 10, nº 23, 1990.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de lãs matemáticas em la escuela primaria. México – Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. CRS e Université René Descartes
Palestra proferida no I Seminário Internacional de Educação Matemática,UFRJ, Porto Alegre, 1993.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. UFPR, 2009.

ANEXOS

Anexo A – Transcrição da Entrevista com MAR (9:5)

Primeira Bateria

Situação 1:
(MAR leu o problema)
P: Você entendeu o que o problema está dizendo?
MAR: Não.
P: Então se Júlia combinar uma das camisetas com um dos shorts formava um conjunto (explicamos sem fazer nenhum gesto e sem recorrer ao apoio visual). Então com as três camisetas e os dois shorts quantos conjuntos diferentes Júlia poderia fazer?
MAR: Três.
P: Três, por que você acha que é três?
MAR: Porque aqui tem é camisetas, essa pode fazer com esse (indicando a camiseta amarela com o short verde), essa com esse (indicando a camiseta verde com o short azul) e essa com esse (indicando a camiseta vermelha com o short azul).
P: E a camiseta vermelha não pode fazer com o short verde?
MAR: Pode.
P: Então como você pode formar esse conjunto?
MAR: Esse com esse (indicando a camiseta verde com o short verde), pode riscar?
P: Do jeito que você quiser. (Ligou então a camiseta verde ao short verde, e após a camiseta verde com o short azul, a camiseta amarela com o short azul, a camiseta vermelha com o short azul, a camiseta vermelha com o short verde, e a camiseta amarela com o short verde).
P: Então deu três conjuntos?(A criança fez a contagem de quantos conjuntos tinha no total, contando quantos conjuntos tinha dado cada camiseta e respondeu:
MAR: 6.
P: Será que além do desenho, teria alguma conta que a gente aprendeu na escola que daria para resolver esse problema?
MAR: Dá.
P: Que conta você usaria?
MAR: De mais.
P: Como você faria?
MAR: 3+2.
P: 3+2 dá quanto?
MAR: 5.
P: Então, mas não tinha dado 6 conjuntos, por que será que deu diferente?
(Após esse questionamento a criança percebeu que tinha algo errado, pensou por algum momento sem dar nenhuma resposta).
P: Você acha que é outra conta?
MAR: É conta de vezes. (E fez 3x2=6)
P: Por 3x2?
MAR: Por que é 3 camisetas e 2 shorts.

Situação 2:
(MAR leu o problema)
P: Você entendeu o que o problema está dizendo?
MAR: Não.
(lemos novamente o problema com a criança e em seguida explicamos que ela poderia usar desenho ou aquilo que ela desejasse.
MAR: Posso desenhar?
P: Como você quiser?
(Mar desenhou as quatro meninas e os três meninos)
P: Então quantos pares diferentes você acha que dá pra faze? Lembrando que as meninas e os meninos não precisam estar dançando ao mesmo tempo.
MAR: Essa pode dançar com esse, ligando uma menina com um menino.(E ligou cada menina com cada menino).
P: Quantos pares diferentes então deu?
MAR: cada menina dá para formar 3 pares. (E registrou em cima de cada menina o número 3, em seguida fez a contagem e registrou na folha 12 pares).
P: Será que tem uma conta que a gente pode usar para resolver esse problema?

MAR: Tem.
P: Qual?
(MAR registrou na folha 4x3=12)
P: Por que você fez 4x3?
MAR: Porque dá o mesmo resultado.
P: Hum você fez 4x3 porque dá o mesmo resultado.
MAR: o 4 é das quatro meninas, e o 3 é dos três moleques.
P: Então deu quantos pares?
MAR: 12.

Situação 3
(MAR leu o problema)
P: Então combinando um tamanho com um sabor, quantos bolos diferentes dá para fazer?
MAR: Dá pra fazer o pequeno com morango, chocolate e brigadeiro, e o grande com morango chocolate e brigadeiro.
P: Então quantos bolos dá para combinar?
MAR: é 3 tipos com pequeno e 3 tipos com o grande que dá (a criança fez uma pausa para contar) 6 tipos.
P: Tem algum desenho que daria para representar o problema?
MAR: Tem, desenhar dois bolos, grande e pequeno, e o morango, o chocolate e o brigadeiro.
P: Então desenha para eu ver, do jeito que você quiser.
(A criança desenhou indicando o bolo grande e o pequeno e os sabores, depois ligou cada bolo com cada sabor)
MAR: Pequeno com morango, chocolate e brigadeiro. Grande com morango, chocolate e brigadeiro.
P: Dá pra resolver esse problema utilizando alguma conta?
MAR: Dá.
P: Qual?
MAR: De vezes também.
P: Como você faria?
MAR: 2x3 dá 6, não dá?
P: Dá, por que você pensou na conta de vezes?
MAR: Eu pensei nos 2 bolos grande e pequenos vezes os 3 tipos (sabores) que dá 6.

Segunda Bateria

Situação 1
(MAR leu o problema e depois lemos novamente para a criança)
P: Vamos responder a primeira pergunta, se João comprou 3 quilos de batatas e cada quilo é 1,30, quanto João pagou pela compra?
MAR: Cada quilo é 1,30 né?
P: É.
MAR: Então é 3,30.
P: Como você encontrou esse resultado?
MAR: é 2 quilos vai ser...(e fez 1,30 mais 1,30 na folha para saber o preço a pagar por dois quilos de batatas) e respondeu 2,60.
P: Então quanto que vai dar 3 quilos de batatas?
MAR: É 1,30 mais 1,30 mais 1,30.
P: Então quanto vai dar?
MAR: 3,90.
P:Além da conta de mais tem outra conta que dá pra fazer? (A criança pensou por algum momento)
MAR: Dá, 3 vezes 1,30 (e fez na calculadora dando o resultado)
MAR: 3,90
P: E se ele comprar 5 quilos?
(MAR utilizou a calculadora e respondeu, “6 vírgula 5).
P: Como você encontrou esse resultado?
MAR: Fiz conta de vezes.
P: Então faça aqui para eu ver. (e registrou na folha atividade 5x1,30)
P: Por que você fez 5 vezes 1,30?
MAR: Por que esse cinco é o quilo e esse aqui (indicando o 1,30) é o valor de cada quilo.
P: Daria para calcular para qualquer quilo que a gente quiser?
MAR: Dá.
P: Como?

MAR: Se for 10 quilos, 10 vezes 1,30, se for 20 quilos, 20 vezes 1,30.

Situação 2
(MAR leu o problema e depois lemos novamente para a criança)
P: Então qual vai ser a distância percorrida após 7 paradas?
MAR: Assim, cada parada é ele anda 10 quilômetro.
P: Isso.
MAR: Então, ele vai andar 70.
P: Como você chegou nesse resultado.
MAR: Se ele dá 3 paradas então é 30 quilômetro, aí se ele der 4 vai ser 40quilômetro, então como é 7 paradas né, aí eu fiz 10 vezes 7 que é 70.
P: Por que você fez 10 vezes 7?
MAR: Cada parada ele anda 10 quilômetro e é 7 paradas que ele dá.
P: E se ele fizer 12 paradas, quanto ele vai andar? Qual será a distância?
MAR: Posso usar a calculadora?
P: Pode.
MAR: 120.
P: Qual foi a conta que você?
MAR: Vezes.
P: Faça aqui para eu ver?
(MAR registrou na atividade 10 vezes 12).
P: Por que você fez 10 vezes 12?
MAR: Porque é 12 paradas, e 10 quilômetro cada parada, aí eu fiz por 12 cada parada.
P: E é possível calcular para qualquer parada?
MAR: Eu acho que sim.
P: Como você faria?
MAR: Sim, por vezes cada parada que ele dava, 10 quilômetro. Exemplo 20x10.

Terceira Bateria
Situação 1:
(MAR leu o problema e depois lemos novamente para a criança)
P: Então quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no O Barato?
MAR: Como assim?
P: Cada quilo de feijão no O Barato custa quanto?
MAR: 1,20.
P: Então se você comprar 5 quilos?
MAR: Posso usar a calculadora?
P: Pode.
P: Quanto deu?
MAR: 6.
P: Então é seis reais.
MAR: É.
P: Faça a conta aqui para eu ver.
(MAR registrou na folha atividade 5 vezes 1,20)
P: Por que você fez 1,20 vezes 5 quilos?
MAR: Por que é 5 quilos e cada quilo é 1,20.
P: Tá, e pra comprar o mesmo tanto de feijão lá no Preço Justo, quanto você vai pagar? Se comprar 5 quilos, quanto vai pagar?
MAR: Pode usar a calculadora?
P: Pode.
MAR: Vai dar 4 e 50.
P: Como você fez essa conta?
(MAR registrou na folha 5 vezes 0,90)
P: Esse já é o resultado que a gente vai gastar pra ir no Preço Justo?
MAR: Como assim?
P: Lá no O Barato a gente podia ir a pé, mas no Preço Justo é preciso ir e voltar de ônibus gastando 1,60.
MAR: Então tem que pegar o que pagou na compra mais 1,60 de ônibus.
P: Então quanto a gente ir gastar?
MAR: Então ia dar 6 reais, e 10.
MAR: No Preço justo a compra é mais barata, mas vai ser mais econômico ir no O Barato.

P: Por que o O Barato vai ser mais econômico?
MAR: O Barato pode ir de apé e no preço justo gastando 1,60, mais econômico O Barato.
(E registrou sua resposta na folha atividade)

Situação 2:
(MAR leu o problema e depois lemos novamente para a criança)
P: Então se a casa do primo dele fica a 15 quilômetro de onde ele está, quanto que ele vai pagar para o motorista?
MAR: Como assim.
P: Cada quilômetro rodado ele tem que pagar para o motorista 1,20, mais os 4 reais de taxa fixa, então se ele andar 15 quilômetro, quanto ele vai pagar?
(MAR utilizou a calculadora e explicou:)
MAR: Eu fiz1,20 por 15.
P: Então faça a conta para eu ver?
(e registrou na folha atividade 15 vezes 1,20)
MAR: Que dá 18 reais.
P: Esse é o total que ele vai pagar para o motorista?
MAR: Não, tem mais 4 reais pra ele entrar no taxi.
P: Como você faria?
(E MAR somou com 18 reais mais 4 reais)
MAR: Então ele vai pagar 22 reais.
P: E se ele quiser ir ao shopping que fica a 12 quilômetros quanto pagará para o motorista?
MAR: Tem que fazer 12 vezes 1,20 que é cada quilômetro.
MAR: Dá 14,40.
P: Esse já é o total:
MAR: Não, tem 4 reais da fixa?
MAR: Ai vai andar, deixa eu ver.
MAR: 14,40 mais 4, 18, 40.
P: E será que a gente conseguiria calcular para qualquer distância a gente quisesse ir?
MAR: Eu acho que sim?
P: Como você faria?
MAR: É, se for 14 quilômetro.
P: Hum, se for 14 como você faria?
MAR: Se for 14 quilômetro, 14x1,20= 16,80 16,80+4,00=20,80

Quarta Bateria

Situação 1
(MAR leu o problema)
P: Você sabe o que é loop?
MAR: Não.
P: Você já viu aquela montanhas russas, que o carrinho fica de cabeça pra baixo?
MAR: Já.
P. Então aquilo lá é um loop.
(lemos novamente o problema com a criança)
P: Então qual vai ser o comprimento do quarto loop?
MAR: 20?
P: Por que 20?
MAR: Espera aí.
P: Tá.
MAR: Vai ser por 6 né, aí 6,7,8,9,10,11,12.
P: HUM.
MAR: Mais, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18. Então ta indo de seis.
P: Qual vai ser o quarto loop.
MAR: 24
P: Como você descobriu que dava 24?
MAR: Contando por 6.
P: E o quinto loop?

MAR: 30 (e registrou na folha).
P: E o sexto?
MAR: 36.
P: E o sétimo loop?
MAR: 42 (e registrou na folha).
P: Então para você descobrir os comprimentos o que você fez?
MAR: Fui contanto de seis em seis.
P: Tem outra conta que você pode usar para resolver? Essa sequência te lembra alguma coisa?
MAR: A tabuada.
P: Tabuada do que?
MAR: 6.
P: Aí pra você achar o sétimo loop, como você faria?
MAR: 6 vezes 7 (e registrou na folha).
MAR: Que dá 42.
P: Qual foi a maneira que você achou mais fácil?
MAR: Contando de seis em seis.

Situação 2:
(MAR leu o problema)
P: Então você viu cada pulo que a mamãe canguru dá seu filho dá três. Então se a mamãe der 1 pulo o filha vai dar 3 pulos. E se a mamãe der 2 pulos quantos pulos o filho dá?
MAR: seis?
P: Como você pensou?
MAR: Olhando aqui (Apontou a tabela).
P: E se o filho deu 9 pulos quantos pulos a mãe deu?
MAR: 3.
P: Se a mãe deu 4 pulos o filho vai dar?
MAR: 12.
P: Como você contou?
MAR: Contei pela tabuada.
P: É, qual tabuada?
MAR: A tabuada do 3.
P: E se a mãe deu 5 pulos?
MAR: 15 pulos.
P: E se o filho deu 18 pulos, quantos pulos a mãe deu?
MAR: 6 pulos.
P: Agora se a mamãe canguru deu 26 pulos, quantos pulos o filhinho dela deu?
MAR: Pode usar? (indicando a calculadora)
P: Pode.
MAR: 78.
P: Registra aqui o que você fez na calculadora.
MAR: Eu fiz 26 vezes 3.
P: E se o filhinho deu 222 pulos para acompanhar a mãe dele, quantos pulos a mãe dele deu agora?
P: Aqui a gente achou se o filhinho dava 18 então a mãe dava 6, a gente pode dividir 18 por 3 e achar esse valor.
MAR: vai ser de dividir?!
P: O que você acha?
MAR: Acho que dá.
P: Então como você faria?
MAR: 222 dividido por 3.
MAR: Pode usar? (indicando a calculadora)
P: Pode.
MAR: Dá 74.
P: Hum.
P: É possível calcular qualquer número de pulos do filho?
MAR: Sim.
P: Como?
MAR: Calculando pela tabuada do 3 (e registrou na folha a resposta).

Quinta Bateria

Situação 1:
(MAR leu o problema)
P: Então quanto irá pagar por quatro carrinhos?
MAR: 22.
P: Mas você não acha estranho que dois carrinhos custam 18 reais e se comprar 4 carrinhos irá custar só 22.
P: Se dois carrinhos custam 18 reais, então quatro carrinhos vai custar 22?
(Utilizando a calculadora fez 18 dividido por 4)
MAR: 4,5.
P: Então se o valor de dois carrinhos é 18 reais, quatro carrinhos vai ser 4 reais e cinqüenta centavos.
MAR: Não.
P: Quanto custa cada carrinho?
MAR: 18.
P: Dois carrinhos custa 18.
MAR: Então qual é o valor desses carrinhos?
P: Então qual é o valor desses carrinhos?
MAR: Pera aí.
(MAR registrou na folha 18+18+18+18)
P: Como você achou o valor de 4 carrinhos?
MAR: Peguei o 18 mais 4 vezes que dá 72.
P: Mas dois carrinhos custa 18 e não um carrinho. Então quanto custa cada carrinho?
MAR: 18 reais.
P: 18 reais é o valor de 4 carrinhos. Então qual é o valor de um carrinho?
(MAR então fez 18-2=16)
MAR: 16 reais cada carrinho.
(Paramos a resolução da situação-problema com a criança, devido o fato desta não ter conseguido resolver com sucesso a mesma).

Situação 2:
(MAR leu o problema, lemos novamente o problema)
P: Luzia comprou 2 quilos e pagou 8, Ana comprou 3 quilos quanto será que ela pagou?
(A criança pensa por alguns instantes)
MAR: Não entendi?
P: Quanto será que é 1 quilo? Se a gente quiser comprar 1 quilo quanto iremos pagar? Luzia comprou 2 e pagou 8?
(Pensa por mais alguns instantes)
MAR: 7 eu acho.
P: Como você pensou?
MAR: 8-1, é 7.
P: Mas você não acha estranho, 2 quilos é 8 reais, e 1 quilo só custa 7 reais.
P: 2 quilos custa 8, se eu quiser comprar a metade, 1 quilo quanto irá custar?
MAR: eu acho que para 3 quilos é 11.
P: Como você chegou nesse resultado?
MAR: 8+11 (e completou na tabela)
P: E para 4 quilos?
MAR: 15.
P: Como você chegou nesse resultado?
MAR: Peguei o resultado de 3 quilos e fiz mais 4 (e completou a tabela)
P: E se eu comprar seis quilos de frutas e verduras quanto irei pagar?
MAR: 26.
P: Como você chegou nesse resultado?
MAR: 5 quilos é 20, mais 6 que dá 26.
(paramos a situação neste instante pois a criança não percebeu o valor de um quilo de frutas e verduras).

Anexo B - Transcrição da Entrevista com ROB (9:7)

Primeira Bateria

Situação 1:
P: Você entendeu o que o problema está dizendo?
ROB: Sim.
P: Então quantos conjuntos a Júlia pode fazer combinando as três camisetas e os dois shorts?
ROB: Seis.
P: Como você chegou neste resultado?
ROB: Fazendo as 3 camisetas vezes os dois shorts.
P: Então faça pra eu ver como você pensou.
(A criança registrou 3x2igual a 6)
P: Além de fazer as 3 camisetas vezes os dois shorts, tem alguma outra maneira de resolver, você acha?
ROB: Ligando.
P: Ligando?! Como você ligaria?
ROB: Camiseta amarela com o short verde, a camiseta verde com o short verde, a camiseta vermelha com o short verde, a camiseta amarela com o short azul, a camiseta vermelha com o short azul e a camiseta verde com o short azul.
P: Se você fosse explicar este problema para um amigo, qual a forma que você explicaria?
ROB: Ligando.
P: Ligando, Por quê?
ROB: Porque é um jeito mais fácil.
P: Qual seria a vantagem dele entender desse jeito?
ROB: A vantagem é, seria que em vez dele fazer a conta ele podia ligar pra ver se tinha 6 mesmo.
P: Hum.
P: Então dessa maneira é possível ver os conjuntos formados?
ROB: Sim.
P: Como pode ver estes conjuntos?
ROB: Tipo, a camiseta amarela com o short verde é um conjunto.
P: Hum.

Situação 2
(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o que o problema está dizendo? (A criança ficou em dúvida então lemos novamente o problema, em seguida respondeu:)
Rob: Doze.
P: Como você chegou a este resultado?
ROB: Fazendo as 4 meninas vezes os 3 meninos.
P: Então faça para eu ver como você pensou. (A criança registrou 4x3=12)
P: Hum, então você fez 4x3=12 pares, o 4 representa o que?
ROB: As meninas.
P: E o 3?
ROB: Os meninos.
P: Além da conta de vezes que você fez, teria um outro jeito da gente resolver este problema?
ROB: Teria.
P: Como?
ROB: Pode fazer 3x4, ou desenhando as 4 meninas e os 3 meninos e ligando.
P: Faça então para eu ver.
(A criança fez as 4 meninas e os 3 meninos e ligou cada menina com cada menino totalizando 12 pares)
P: Como você explicaria este problema a um colega?
ROB: Explicaria que tem 3 meninos mais 4 meninas, teríamos que multiplicar para dar esse resultado.
P: Qual foi a forma que você achou mais fácil?
(A criança apontou a multiplicação)
P: A multiplicação, por quê?
ROB: Porque em vez de ficar ligando, porque demora mais (aponta os desenhos), e essa conta é mais fácil de fazer (aponta a multiplicação).
P: Mas você acha difícil?
ROB: Não, é fácil também, só dá mais trabalho desenhar.

Situação 3
(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o que problema ta dizendo?
(Fez movimento que sim com a cabeça)
p: Então quantos tipos diferentes de bolos você pode fazer?
ROB: Seis.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo bolo pequeno como morango, bolo pequeno com chocolate, bolo pequeno com brigadeiro, bolo grande como recheio de morango, bolo grande como recheio de chocolate e bolo grande com recheio de brigadeiro.
P: Tem alguma conta que a gente aprendeu na escola que dá pra resolver esse problema?
ROB: 3x6.
P: Quanto dá 3x6?
ROB: Dezoito.
P: Mas você me disse que tinha 6 tipos de bolos.
ROB: Não, não é 2x3.
P: Hum 2x3, faça pra eu ver.
(A criança então registrou 2x3igual a 6)
P: O 2 representa o que?
ROB: Os dois tamanhos.
P: E o 3?
ROB: Os três sabores.
P: Além da conta, além das combinações que você fez oralmente tem um outro jeito de resolver este problema?
ROB: Ligando.
P: É, como? Faça pra eu ver.
(A criança desenhou os dois tamanhos de bolos e escreveu o nome dos sabores e ligou cada tamanho de bolo aos três sabores)
P: Quantos tipos você tem aí?
ROB: Seis.
P: Qual foi a forma que você achou mais fácil?
ROB: Desse daqui (apontou o desenho e a correspondência).
P: Por que?
ROB: Porque se eu tenho 2 bolos vezes 3, vai ser...vai dar pra ele entender melhor, por causa que da conta não vai dar pra mostrar como que você pode fazer.
P: Então na conta não dá pra ver os bolos e os recheios?
ROB: Não.

Segunda Bateria

Situação 1
(ROB leu o problema)
P: Como você pensa em resolver o problema?
ROB: Eu vou fazer uma conta.
P: Como?
ROB: 1,30 vezes os 3 quilos.
ROB: Que vai dar 3,90.
P: Por que você pensou em fazer essa conta?
ROB: Por causa ó, se cada quilo custa 1,30, eu tinha que fazer 3 quilos vezes 1,30.
P: Se ele tivesse comprado 5 quilos?
ROB: Daí tinha que fazer 1,30 vezes 5 quilos que vai dar 6,50.
P: E o que está acontecendo, quanto mais quilos a gente comprar o que acontece?
ROB: Vai ficando mais caro.
P: O preço que a gente vai pagar depende do que?
ROB: Depende de tantos os quilos.
P: Será que a gente consegue calcular para qualquer quantidade de batatas?
ROB: Pode.
P: Como?
ROB: Fazendo 1,30 vezes o tanto de quilo que você quiser comprar.

Situação 2:

(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o que problema ta dizendo?
(Fez movimento que sim com a cabeça)
P: Então se ele teve 7 paradas, qual foi a distância que ele percorreu?
ROB: Setenta.
P: Como você chegou a esse resultado?
ROB: Tenho os 10quilômetro cada parada, se eu fazer 7 vezes 10quilômetro, porque as 7 paradas vezes os 10 quilômetro.
P: Então faça aqui pra eu ver.
(A criança registrou então 7x10=70)
P: Deu quanto?
ROB: Setenta.
P: E se ele fazer 12 paradas?
ROB: Vai dar 120.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo as 12 paradas vezes 10quilômetro.
P: É possível calcular a distância para qualquer número de paradas?
ROB: Sim.
P: Como pode fazer isso?
ROB: Fazendo os 10 quilômetro vezes o tanto de paradas.

Terceira Bateria

Situação 1
(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o que problema está dizendo?
(Fez movimento que sim com a cabeça)
P: Então quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no o barato?
ROB: 6 reais.
P: Como você descobriu isso?
ROB: Fazendo 1,20 vezes os 5 quilos.
P: E se ele comprar os mesmos no Preço Justo?
ROB: Os 5 quilos?
P: Isso.
ROB: 4,50.
P: Esse é o total que ele vai gastar?
ROB: Não, porque ele tem que ir e voltar de ônibus.
P: Então ele tem mais um gasto?
ROB: Tem.
P: Então se ele gastou 4,50 na compra e mais esse gasto, quanto ele iria gastar?
ROB:6,10.
P: Qual é a compra mais econômica?
ROB: O Barato?
P: Por que?
ROB: Por causa que no O Barato ele pode ir a pé e no Preço Justo tem que ir e voltar de ônibus.

Situação 2:
(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o que problema está dizendo?
ROB: Sim
P: Então como você resolveria o tanto que ele iria pagar para o motorista?
ROB: 1,20 vezes os 15quilômetro.
P: Então faça pra eu ver.
(A criança registrou na atividade 1,20x15=18 reais)
ROB: 18 reais.
P: Por que você pensou em fazer 1,20x15?
ROB: Porque é os 15 quilômetro vezes 1,20 pelo quilômetro rodado.
P: Hum.
ROB: Mas ainda tem um problema, por causa que tem a taxa fixa que é de 4 reais.
P: Então como você pensa em resolver isso.

ROB: Os 18 reais mais 4 reais, que vai dar 22 reais.
(A criança registra na atividade 18+4=22)
P: Hum, então pra ele ir na casa do primo dele ele vai gastar 22 reais?
ROB: Sim.
P: E se Pedro desejar ir ao shopping que fica a 12 quilômetros quanto pagará para o motorista?
(A criança registrou na atividade 1,20x12=14,40, 14,40+4,00=18,40)
ROB: Pronto.
P: Então quanto deu?
ROB: 18,40.
P: Como você fez essa conta?
ROB: 1,20 vezes os 12quilômetro mais a taxa fixa 4 reais.
P: É possível calcular para qualquer distância que ele deseja ir?
ROB: Sim.
P: Como faria?
ROB: Fazendo 1,20 vezes o tanto que ele querer ir mais a taxa fixa.

Quarta Bateria

Situação 1:
(ROB leu o problema)
P: Você entendeu o problema?
ROB: Sim.
P: Então qual seria o comprimento do quarto loop?
ROB: 24.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Porque aqui, ela ta fazendo a tabuada do 6, 6x1 é 6, 6x2 é 12, 6x3 é 18 6x4 é 24.
P: Então se a sequência continuar qual vai ser o comprimento do sétimo loop?
ROB: 42 centímetros.
P: Como você chegou neste resultado?
ROB: Porque eu contei a tabuada do 6, 6x1, 6x2, 6x3, até chegar no 6x7.
P: Então faça como você pensou.
(A criança registrou na atividade 6x7=42)
P: Deu quanto?
ROB: 42.
P: Se a sequência continuar a gente descobre o comprimento de qualquer loop?
ROB: Sim.
P: E daí como a gente faz?
ROB: Fazendo o tanto da medida vezes o 6 centímetros.
P: Hum, fazendo o tanto números de loops vezes o 6 centímetros.
ROB: Sim.

Situação 2:
(ROB leu o problema)
P: Isso, a cada pulo da mãe o seu filho dá três. Então se a mãe der 1 pulo o seu filho vai dar?
ROB: 3.
P: Se a mãe der 2 o seu filho vai dar?
ROB: 6.
P: Se o filho deu 9, quantos pulos será que a mãe deu?
ROB: 3.
P: 3! Como você pensou para resolver?
ROB: Fazendo, porque aqui ta fazendo a tabuada do 3.
P: Hum, ta fazendo a tabuada do 3?
ROB: Sim. Porque aqui ó 3x1 vai dar 3 .
P: E se a mãe der 4?
ROB: 12.
P: Continua a tabuada você acha? (Fez movimento que sim com a cabeça)
P: 3x4 é quanto?
ROB: 3x4 é 12.
P: Se a mãe deu 5?

(Registrou na atividade 15)
P: Se o filho deu 18? Quantos pulos a mãe deu?
ROB: 6.
P: Se a mamãe canguru der 26 pulos, quantos pulos o filho dela vai dar?
(A criança registrou na atividade 26x3=78)
ROB: 78.
P: 78? Se você quiser utilizar a calculadora para tirar a prova fique a vontade.
(A criança utilizou a calculadora para confirmar o resultado)
P: É isso?
(A criança fez movimento que sim com a cabeça)
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo os 26 pulos da mamãe canguru vezes os 3 pulos que o filho dá.
P: Então tá. E se o filho para acompanhar sua mãe, deu 222 pulos. Quantos pulos deu a mãe?
(A criança pensa por alguns instantes, utiliza a calculadora mas fica em silêncio).
P: Você está em dúvida em alguma coisa? Pode perguntar.
ROB: Porque ó o filhinho deu 222 pulos, não sei se é dividido por 3 daí?
P: Aqui, por exemplo, o filhinho deu 18, pra você encontrar o resultado além da tabuada, será que tinha outro jeito?
ROB: Dividindo?
P: Qual seria a divisão que você faria?
ROB: 18 dividido por 3.
P: Verifique se dá o mesmo resultado que você encontrou aqui.
(A criança então utilizou a calculadora para verificar o resultado)
P: Então deu quanto?
ROB: 6.
P: Então você fez 18 dividido por 3 e encontrou o resultado de pulos que a mãe deu. Você pode aplicar esta mesma forma aqui?
ROB: Sim.
P: Como você faria aqui?
ROB: 222 dividido por 3.
P: Qual será o resultado? Pode usar a calculadora.
ROB: Vai dar 74.
P: Então se o filho der 222 pulos a mãe vai dar?
ROB: 74 pulos.
P: Tem alguma forma de descobrir se o resultado está certo?
ROB: Fazendo a conta inversa.
P: Então se a mãe deu 74 pulos, quantos pulos vai dar?
(A criança registrou então 74x3=222)
P: Deu 222?
ROB: Deu.
P: Podemos calcular qualquer número de pulos do filho?
ROB: Sim.
P: Como a gente calcularia quantos pulos o filho dá?
ROB: É fazendo tipo, se a mãe der 2 pulos o filho vai ter que dar 3 vezes mais que ele dá.
P: Então, por exemplo, se a mãe deu 15 pulos, como você descobriria?
ROB:Fazia os 15 pulos da mãe vezes 3 pulos do filho.
P: Então para qualquer número de pulos da mãe como faria?
ROB: Se a mãe der 3 o filho tem que dar 3 vezes mais.
P: Hum.
P: Então responde aqui pra mim. Podemos calcular qualquer número de pulos do filho?
ROB: Sim.
P: Por que?
ROB: Porque se a mãe dar 3 pulos o filho terá que fazer 3 vezes mais.

Quinta Bateria

Situação 1:

(ROB leu o problema)
P: Então se dois carrinhos da marca forte custa 18 reais, se a gente comprar 4 quanto a gente vai pagar?
ROB: 72 reais.
P: Como você chegou nesse resultado?

ROB: Fazendo os 18 reais vezes os 4 carrinhos.
P: Hum. Então quanto custa cada carrinho?
ROB: 18 reais.
P: Vamos ler aqui de novo.
ROB: Temos que o preço de 2 carrinhos da marca Forte, custa 18 reais.
P: Então o que está dizendo?
ROB: Dois carrinhos custa 18 reais.
P: Então quanto custa cada carrinho?
ROB: 9 reais.
P: Hum, então será que para 4 carrinhos a gente vai pagar 72 reais?
ROB: Sim.
P: Mas você não acha estranho que em dois carrinhos se paga 18 reais e em 4 carrinhos 72 reais é bastante né?
ROB: Aqui é 9.
(Apontando na multiplicação 9 no lugar do 18x4)
P: Por que é 9?
ROB: Cada carrinho custa 9 reais aqui, se eu vou comprar 4 carrinhos, daí 9x4.
P: Daí quanto que dá?
ROB: 36 reais.
P: Então para 4 carrinhos vai pagar 36 reais. E para 6 carrinhos?
(A criança registrou 6x9=54)
ROB: 54.
P: Como você fez a conta?
ROB: 9 reais vezes o 6 carrinhos.
P: Então quanto custaria cada carrinho mesmo?
ROB: 9 reais.
P: Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quisermos?
ROB: Sim.
P: Como?
ROB: É calculando os 9 reais vezes o tanto de carrinhos.

Situação 2:
(ROB leu o problema)
P: Luzia comprou 2 quilos e pagou?
ROB: 8 reais.
P: Ana comprou 3 quanto será que ela pagou?
ROB: 9 reais?!
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Porque ó Luzia comprou 2 quilos e pagou 8 reais, mais Ana comprou 1 quilo a mais, daí aqui vai dar mais 1 real.
P: Quanto é 1 quilo de frutas e verduras?
ROB: 4.
P: Cada quilo custa 4? Então se ela comprou 1 quilo a mais quanto vai pagar?
ROB: 12 reais.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo, ó se aqui ela pagou 8 reais nos 2 quilos, metade de 8 é 4, então é 4 reais vezes os 3 quilos.
P: Hum, e se Eduardo comprar 4 quilos, quanto ele vai paga?
ROB: 16 reais.
P: Como você calculou os 16 reais?
ROB: Fazendo os 4 reais vezes os 4 quilos.
P: E se eu quiser comprar 6 quilos de frutas e verduras, quanto pagarei?
ROB: 24 reais.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo os 4 reais vezes os 6 quilos.
P: E se eu comprar 10 quilos?
ROB: 40 reais.
P: Faça a conta que você pensou.
(A criança registrou 4x10=40)
P: Por que você pensou em fazer 4x10?
ROB: Porque é 10 quilos vezes os 4 reais o quilo.
P: Então o preço que a gente paga vai depender do que?

ROB: Vai depender do quilo.
P: Se gastei 32 reais, quanto de frutas e verduras que comprei? (A criança pensa por alguns instante e responde)
ROB: 8.
P: Como você chegou nesse resultado?
ROB: Fazendo, porque eu estou aproveitando esse 40, porque 32 reais tá perto desse, aí dá pra fazer a conta de menos.
P: Como você fez a conta de menos?
ROB: 40 reais -32 reais.
P: E se você não soubesse esse 40 aqui, como faria para descobri?
ROB: Fazendo os 32 reais dividido pelos 4 reais.
P: E daí vai dar quanto?
ROB: 8 quilos.
P: Por que você pensou em fazer 32 dividido por 4.
ROB: Por causa, os 4 reais cada quilo é ela pagou 32 reais, daí dividi
P: Poderei calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
ROB: Sim.
P: Como fazemos isso?
ROB: Depende do quilo que ela vai querer. Se quiser 5 vai dar 20 reais, porque se cada quilo custa 4 reais, se ela quiser uns 5 quilos, aí faz 4 reais vezes o quilo desejado.

Anexo C - Transcrição da Entrevista com RAF (10:1)

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema ta dizendo?
RAF:Ver quantos conjuntos ela consegue fazer.
P:Isso, e como que você resolveria esse problema? Faça pra mim como você faria.
RAF: (desenho)
P:Porque você fez desse jeito?
RAF:Porque é mais fácil
P:É mais fácil, porque você acha que é mais fácil?
RAF:Quantos conjuntos deu.
P:É, quantos conjuntos deu?
RAF:9
P:Deu 9? Será que deu 9 mesmo? Da uma olhadinha quantos conjuntos você formou?
RAF:6
P:6, como você chegou nesse resultado?
RAF:Verde com amarelo deu 1, verde com verde, verde com vermelho da 3.
P:Da 3, então você consegue fazer 3 conjuntos com short verde e 3 conjunto com short azul? Foi isso? Tem alguma conta que você aprendeu na escola que pode te ajudar a resolver esse problema?
RAF: Sim.
P:Porque você fez 3x2?
RAF:Porque é a tabuada do 3
P:Porque você usou 3x2?
RAF:Porque são 3 camisetas e 2 shorts.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema ta dizendo?
RAF:fazer quantos pares possíveis
P:Isso, então quantos meninos tem?
RAF:3
P:E 4 meninas. Então como você resolveria este problema para saber quantos pares de meninos e meninas que a gente pode fazer
RAF:Fazer 4x3
P:Fazer 4x3, porque?
RAF:Porque tem 4 meninos e 3 meninas
P:Então faz pra mim ver. Então quantos pares você consegue fazer?
RAF:12
P:12, tem algum outro jeito da gente ta fazendo esse problema, sem ser o método da conta?
RAF:Sem ser da conta?
P:É, sem ser da conta, tem algum outro jeito da gente fazer?
RAF:Não sei
P:Teve um outro amiguinho que utilizou desenho, para estar tentando formar os pares, teria como fazer esses desenhos? Como que a gente faria esses desenhos?
RAF:Fazer 3 meninas e 4 meninos
P:Então faz pra gente ver se dá certo.
RAF:(desenho)
P - Esses debaixo são quem?
RAF:Os meninos
P:E daí, como que a gente consegue formar os pares?
(RAF ligou cada menina com cada menino)
P:E deu 12 pares ai também? E o que você acha dessa forma de ele ter feito?
RAF:Bom
P:Porque é bom?
RAF:Porque fica mais fácil para ver quantos pares dá.

Situação 3:

(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Entendeu o que o problema quer dizer?
RAF:Para combinar os tamanhos com os sabores
P:Isso, e como que você pode escolher os bolos para comprar para combinar os tamanhos com os sabores. De quantas maneiras você pode escolher esses bolos para comprar?
RAF:Grande com morango, chocolate e brigadeiro, pequeno com morango, brigadeiro e chocolate.
P:Como que você pensou pra ta resolvendo?
RAF:Nos 2 pequenos e grande, e no 3, morango, chocolate e brigadeiro.
P:Ta! O que você usaria para estar resolvendo esse problema?
RAF:Uma conta
P:Uqe conta você usaria?
RAF:de 2x3
P:Porque 2x3?
RAF:Porque aqui tem 2 e ali tem 3
P:Então você faz pra gente ver. Quantos sabores você pode ter?
RAF:6
P:E se a gente fosse usar outro meio para ta resolvendo esse problema? Sem ser por conta? Você acha que teria jeito?
Como que a gente faria?
RAF:Desenhando o bolo grande e pequeno e ia combinar com os sabores.
P:Então faça pra mim esse combinação
RAF:De morango grande, grande com chocolate, grande com brigadeiro, pequeno com brigadeiro, de chocolate e pequeno com morango.
P:Quantos tipos de bolo você pode ter para comprar?
RAF:6

Segunda Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Responde primeiro esta pergunta
RAF:3x1,30
P:Porque você fez 3x1,30?
RAF:Porque chega no resultado
P:E como você pensou para fazer 3x1,30?
RAF- Tem a conta de mais que é 3x1,30 e de vezes 3x1,30
P:Então você podia fazer a conta 3x1,30 somando ou multiplicando 3x1,30? Então quanto que daria se ele comprar 3 quilo
RAF:3,60
P:E se ele comprasse 5 quilo? Quanto ele pagaria? Pode usar calculadora se quiser.
RAF:6,50
P:Então para 3 quilo ele paga 3,60, para 5quilo 6,50, porque deu diferente?
RAF:Porque 3 quilo é menos do que 5 quilo
P:E porque você usou a conta de vezes de novo?
RAF:Porque eu acho mais fácil
P:Como que você pensou para fazer a conta de vezes?
RAF:Eu pensei que se eu pegasse 5 quilo colocasse em cima e o preço em baixo
P:Porque ao invés da multiplicação você não fez a soma? Você acha mais fácil desse jeito? Porque?
RAF:Porque a multiplicação da pra saber melhor.
P:E a gente pode calcular para qualquer quantidade de batatas? Como que a gente faz isso?
RAF:Somando, multiplicando
P:Multiplicando o que?
RAF:Multiplicando ou somando o quilo de batata por dinheiro
P:Escreve isso pra professora.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Se ele parar 7 vezes qual a distancia que ele teria andado?
RAF:70 quilômetro
P:Como você chegou nesse resultado?

RAF:cada parada 10 quilômetro, multiplica 10x7
P:porque você acha que é 10x7?
RAF:Porque cada parada é 10 quilômetro que anda
P:E ele parou quantas vezes?
RAF:7
P:Então se ele fizer 7 paradas quantos quilômetro ele vai andar?
RAF:70
P:E se ele tivesse feito 12 paradas? Como você calcularia a distancia?
RAF:10x12
P:porque 10x12?
RAF:porque tem 10 quilômetro e 12 paradas, multiplicar o 10 por 12
P:Então quantos quilômetro ele teria andado?
RAF:120
P:É possível calcular qualquer número de paradas? Como que a gente pode fazer isso?
RAF:Multiplicando
P:Como?
RAF:Os quilômetro com as paradas.
P:Então por ex: se ele tivesse parado 15 vezes, como você faria?
RAF:10x15
P:E se ele tivesse parado 30?
RAF:10x30
P:Então escreva como faz para calcular qualquer número de paradas
RAF:Multiplicando os quilômetro com as paradas.

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Se a gente comprar 5 quilo de feijão no Barato, quanto que a gente vai pagar?
RAF:5x1,20
P:porque você ta fazendo 5x1,20?
RAF:Porque eu quero chegar no resultado
P:Então 1,20 é o preço, como você pensou para fazer 5 x 1,20?
RAF:É 1,20 x 5
P:O que é 1,20?
RAF:1,20 é o preço de 1 quilo
P:Então 1,20 é o preço de 1 quilo, e esse 5 o que é?
RAF:5 quilo
P:Daí você vai saber quanto custa 5 quilo de feijão?
RAF:6 reais
P:Aqui da 6 reais também? Então para ele comprar 5 quilo de feijão no barato ele vai paga quanto?
RAF:6 reais
P:Se ele for comprar 5 quilo de feijão no Preço Justo, quanto ele vai pagar?
RAF:5 x 0,90
P:Quanto vai dar?
RAF:4,50 + 1,60
P:Porque mais 1,60?
RAF:1,60 gasta de ônibus
P:E precisa ir de ônibus?
RAF:Porque fica longe. Porque no Barato a gente vai a pé, e no Preço Justo a gente vai de ônibus.
P:Então quanto ele vai gastar?
RAF:4,50 + 1,60
P:No Barato ele ia pagar quanto?
RAF:6 reais
P:E no Preço Justo?
RAF:6,10
P:Aqui o preço do feijão fica mais barato NÉ? Mas qual você acha que é a compra mais econômica?
RAF:No Barato
P:Porque?

RAF:Porque no barato ele pode ir a pé e no outro tem que ir de ônibus.
P:Qual é a compra mais econômica, qual você pagaria mais barato?
RAF:No barato
P:Porque é no Barato?
RAF:Custa 6 reais
P:Mas La no outro não custa 4,50?
RAF:Mas ele gasta 6,10
P:Porque gasta 6,10?
RAF:Porque 4,50 + 1,60 de ônibus
P:Então deu 6,10 porque você gasta 4,50, com 1,60 de ônibus.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
RAF:Quanto ele pagara para o motorista?
RAF:15 x 1,20
P:Porque você acha que é 15 x 1,20?
RAF:porque você vai chegar nessa conclusão
P:Voce vai chegar nessa conclusão? Como?
RAF:Multiplicando aqui eu vou chegar a soma.
P:E porque você pensou em fazer 15 x 1,20?
RAF:Porque 15 quilômetro por 1,20 cada quilômetro. 18 reais reais
P:Então se ele roda 15 quilômetro, ele vai pagar?
RAF:18 reais reais
P:É só isso que ele tem que pagar para o motorista?
RAF:4reais
P:4reais porque?
RAF:4reais
P:Então como você colocaria mais esses 4 reais?
RAF:18 mais 4 reais
P:Então ele pagaria pro motorista?
RAF:22reais
P:E se Pedro desejaria ir a um shopping que fica a 12 quilômetro de onde ele esta, quanto ele pagaria para o motorista?
RAF:ele pagava 12x1,20 = 14,40
P:Esse é o total que ele ia pagar?
RAF:mais 4reais
P:Porque mais 4reais?
RAF:Porque é mais 4reais de entrada
P:Taxa fixa né? Quanto ele paga para o taxi?
RAF:18,40
P:Onde ele pagaria mais barato para ir na casa do primo ou no shopping?
RAF:No shopping
P:Você consegue calcular para qualquer lugar que ele vá? Quanto ele ia pagar? Como que você faria isso?
RAF:Eu pegaria os quilômetro e multiplicaria por 1,20, depois somaria o resultado com 4reais.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu? Você sabe o que é um loop? O primeiro mede 6, o segundo mede 12 e o terceiro mede 18. Eu quero saber o comprimento do sétimo loop. Como você faria para achar?
RAF:6x7
P:Porque você usaria 6x7?
RAF:Porque aqui é tabuada do 6
P:Porque você acha que ai é tabuada do 6?
RAF:Porque 6x1igual a 6, 6x2=12, 6x3=18
P:E para achar o quarto loop, como você faria?
RAF:24
P:Como você achou?

RAF:6x4
P:e o 5° loop?
RAF:Daria 30
P:Como você faria para encontrar o comprimento do sétimo loop?
RAF:6x7=42
P:Porque você fez 6x7?
RAF:Porque 6x1igual a 6, 6x2=12, 6x3=18

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Se a mãe der 1 pulo, o filho dá?
RAF:3
P:Se a mãe da 3 pulos o filho dá?
RAF:6
P:Se o filho der 9 pulos quantos pulos a mãe deu?
RAF:3
P:Porque deu 3?
RAF:Porque tipo tabuada do 3, 3x1=3, 3x2igual a 6, 3x3=9
P:E se a mãe der 4 pulos? Quantos pulos o filho vai dar?
RAF:12
P:E se a mãe der 5?
RAF:15
P:E se o filho der 18, quantos pulos a mãe deu?
RAF:6
P:Porque 6?
RAF:Porque tipo tabuada do 3
P:E se a mãe der 26 pulos, quantos pulos o filho vai dar?
RAF:porque vai dar 26x3
P:Porque você fez 26x3?
RAF:Para saber o resultado, 78
P:Ao contrario, se o filho der 222 pulos, quantos pulos a mãe vai dar?
RAF:Agora ficou difícil
P:Por quê?
RAF:A cada 3 pulos do filho, 1 pulo da mãe
P:Como você chegou nesse resultado? Se o filho deu 18 a mãe deu 6? Aqui você usou a multiplicação para achar quantos pulos que ele tinha dado. Será que aqui a gente pode usar outra forma? Sem ser conta de vezes não tem outra conta que você pode usar?
RAF:Não sei
P:O filho da 3 pulos, se a gente fizer 18 dividido por 3, da quanto?
RAF:6
P:Então, se o filho deu 18 pulos a mãe da 6. Você fez 18 dividido por 3, que deu o tanto de pulos que a mãe deu, e aqui? Como você faria?
RAF:Faria 222/1
P:Por 1 ou por 3? Porque cada 1 pulo da mãe são 3 do filho e 222 é o número de pulos do filho.
RAF:74
P:Então se o filho der 222 pulos a mãe vai dar?
RAF:74
P:Tem algum jeito de saber se esse resultado esta certo?
RAF:Na calculadora
P:Só na calculadora? Se a mãe der 74 pulos quantos pulos o filho vai dar?
RAF:74x3=222
P:Então se a mãe der 74 pulos o filho vai dar 222. Podemos calcular qualquer número de pulos possíveis? Como a gente faz isso?
RAF:Multiplicando ou dividindo.
P:A gente quer saber o número de pulos do filho, como que a gente faria?
RAF:O tanto que a mãe deu vezes 3 pulos do filho.

Quinta Bateria

Situação 1:

(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
RAF:Pego 18x4=72
P:Porque você fez 18x4?
RAF:Para chegar no resultado
P:Mas porque você usou, como você pensou para você usar 18x4?
RAF:Que se 2 carrinhos da marca Ford custa 18 reais, 4 carrinhos custa.
P:Então são 2 carrinhos que custa 18 reais, não 1 carrinho?
RAF:É
P:Então não ta certo assim? Como você faria?
RAF:Pegaria 18 e divide, da 9
P:Como você chegou no 9?
RAF:Porque 18 é dividido por 2, cada carrinho custa 9 reais.
P:Como você chegou que cada carrinho custa 9 reais?
RAF:porque metade de 18 é 9
P:Então se você comprar 4 carrinhos?
RAF:36.
P:E se você comprar 6 carrinhos?
RAF:9x6=54
P:Porque você fez 6x9?
RAF:Pra saber o resultado
P:Como você pensou em 6x9?
RAF:Que cada conta tem um jeito diferente de fazer
P:O que é esse 9?
RAF:Quanto custa cada carrinho
P:Voce quer saber o preço de quantos carrinhos?
RAF:6
P:Então você fez 6x9, teria outro jeito de fazer?
RAF:Teria
P:Como?
RAF:Somando
P:Somando o que?
RAF:6x9
P:Então quanto custa cada carrinho?
RAF:9 reais
P:Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quiser?
RAF:multiplicando
P:O que?
RAF:9 reais pelo número de carrinhos

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P: Se Luzia comprou 2 quilo ela pagou 18, Ana comprou 3 e pagou 8, ele comprou 3 quilo e quanto ele pagou?
RAF:16
P: Como você chegou nesse resultado?
RAF:Tipo tabuada do 8, 8x1=8
P: Ela comprou quantos quilo?
RAF:3, ta tudo errado
P: Porque?
RAF:1 quilo é 4 reais, 12 reais é 3 quilo
P: 12 reais é 3 quilo agora me explica como você chegou nesse 12 reais?
RAF:4x2 não é 8? 4x3=12, 4x4=16
P: Mas você fez 4x2?
RAF:Porque cada quilo é 4 reais
P: Porque você fez 4x2=8, 4x3=12, 4x4=16? Então foi daí que você tirou esse 4? E se a gente comprar 6 quilo de frutas e verduras, quanto que a gente pagaria?
RAF:24reais
P: Como você chegou nesse 24?
RAF:6x4, 4x6=24
P: Porque você pensou em fazer 4x6?
RAF:Porque tipo a tabuada do 4

P: E se você usou a tabuada do 4 aqui, você pode usar também, porque você fez 4x6?
RAF:Porque 4x6 eu vou chegar no resultado
P: E esse 4 aqui é o que mesmo?
RAF:É o preço
P: É o preço de cada quilo de frutas e verdurar, e esse 6 aqui é do que?
RAF:Esse é o quilo, e esse é a quantidade de quilo
P: E 10 quilo, quantos pagarei?
RAF:4x10=40
P: Então quanto você vai pagar se comprar 10 quilo?
RAF:40 reais
P: Porque você fez conta de vezes aqui?
RAF:Porque é mais fácil
P: Porque?
RAF:Porque conta de vezes eu posso calcular quantos reais que é e vezes o tanto de quilo.
P: E se você pode calcular para qualquer quantidade de frutas e verdurar? Como você faria?
RAF - Multiplicando os reais com o quilo. (e registrou: Multiplicando os 4 reais com os quilos).

Anexo D - Transcrição da Entrevista com LUA (9:5)

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quis dizer?
LUA:Não
P:se ela combinar 3 camisetas com 2 short, quantos conjuntos ela pode fazer?
LUA:2
P:Porque?
LUA:Porque ela usa amarelo com verde, amarelo com cinza
P:E a camiseta vermelha ela não pode usar? E ela não precisa usar ao mesmo tempo. Por ex: a camiseta amarela ela pode usar com qual short?
LUA:Verde
P:E o azul ela não pode usar?
LUA:Pode
P:Então se ela usar a camiseta amarela com short verde faz um conjunto?
LUA:Sim
P:E se ela usar a camiseta amarela com short azul faz outro conjunto?
LUA:Sim
P:Daí quantos conjuntos ela já pode fazer?
LUA:6
P:Como você chegou nesse resultado? Faça o conjunto para mim ver.
LUA:(desenho)
P:Então quantos conjuntos deu no total?
LUA:7
P:Soma direitinho pra gente ver se tem 7
LUA:6
P:Então com essas 3 camisetas e esses dois shorts ela pode fazer quantos conjuntos?
LUA:6
P:E será que tem alguma conta que a gente aprendeu na escola que a gente pode usar para resolver reste problema?
LUA:Somando = 6
P:Além da soma será que tem outra conta que a gente pode fazer?
LUA:2x3 também dá.
P- Dá também?
LUA:2x3 = 6
P:Deu o mesmo resultado? Porque você pensou em 2x3?
LUA:Porque daí soma 2x3
P:Então você pensou só porque da o mesmo resultado? E aqui porque é 2x3? Quem é o 2?
LUA:As camisetas.
P:e o 3?
LUA:Esse 3 é as camisetas e o 2 é o shorts
P:Qual você achou mais fácil a conta ou formar os conjuntos?
LUA:Formar os conjuntos
P:por quê?
LUA:Porque da pra ver
P:E se fosse explicar para um amiguinho, como você explicaria?
LUA:Pela conta
P:porque? Você não achou mais fácil formar conjuntos?
LUA:Mas para explicar por conta é mais fácil
P:porque?
LUA:porque é mais certinho
P:Qual você faria, conta de vezes ou conta de mais?
LUA:De vez
P:Porque?
LUA:Porque é mais fácil
P:Daí você ia explicar para fazer a conta de vezes como?
LUA:Fazer as camisetas vezes o shorts

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quer dizer?
LUA:Entendi, tem 4 meninas e 3 meninos, falta mais 1 menino para dar o par certinho.
P:Mas eles não precisam estar dançando ao mesmo tempo.
LUA:Pega os 3 meninos e dança com 3 meninas, daí um espera e eles trocam de par.
P:Isso. Então quantos pares daria? Então cada menina vai querer dançar com cada menino e cada menino vai querer dançar com cada menina.
LUA:12
P:Somei, as 4 meninas vai dançar com cada menino. Além da soma tem alguma outra conta que você poderia fazer?
LUA:3x4 = 12
P:Porque você pensou em 3x4?
LUA:Porque é o mesmo resultado daqui
P- E "quem" é esse 3?
LUA:Os meninos e 4 meninas.
P:Além das contas tem outro jeito de fazer? Desenho ou outro jeito?
LUA:Desenho
P:Da pra fazer desse jeito também? E se você fosse explicar para uma amiga sua, como você faria?
LUA:Conta de mais, ou de vezes, qual for melhor pra ela.
P:Qual você acha mais fácil?
LUA:De mais.
P:Porque?
LUA:Porque é só somar, é mais rápido.

Situação 3:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quer dizer?
LUA:Entendi, tem um bolo grande e pequeno de morango, chocolate e brigadeiro.
P:Muito bem, quantos tipos de bolo você pode ter?
LUA:6
P- será que tem alguma conta que você pode usar?
LUA- Soma
P:Porque você somou? Porque esse 2?
LUA:Dois de morango, um Grande e um Pequeno
P:E aqui?
LUA:Dois de chocolate, um Grande e um Pequeno.
P:É a mesma coisa com o brigadeiro?
LUA:É
P:Além da soma tem outra conta que você pode fazer? Quantos tamanhos?
LUA:2
P:Quantos sabores?
LUA:3
LUA:2x3 = 6
P:O 2 é de "quem"?
LUA:tamanho grande e pequeno
P:E o 3?
LUA:Morango, chocolate e brigadeiro
P:Se você fosse explicar qual a maneira mais fácil?
LUA:Conta de mais
P:Porque
LUA:Porque é mais rápido.
P:Além da conta, tem outro jeito de fazer?
LUA:Desenho
P:Como você faria?
LUA:2 bolos de morango, chocolate e brigadeiro.
(A criança desenhou e ligou cada bolo aos sabores)
P: Quantos bolos deu?
LUA: 6.

Segunda Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quer dizer?
LUA:Tem que fazer quanto ele pagou em 3 quilo?
P:Isso
LUA:3,90
P:Além dessa conta, tem alguma outra conta que você pode usar?
LUA:Não
P:Quantas vezes você escreveu 1,30?
LUA:3
P:Porque você escreveu 3 vezes 1,30?
LUA:Porque é 3 quilo
P:Porque cada quilo custa 1,30?
LUA:É
P:Então, além da soma será que tem algum outro jeito de fazer?
LUA:3,90
P- E se você armar esta conta diferente, fazer 1,30 x 3?
LUA:3,90
P:Deu o mesmo resultado?
LUA:Deu
P:Qual você achou mais fácil?
LUA:De mais
P:Porque?
LUA:porque eu faço mais rápido
P:E se ele tivesse comprado 5 quilo?
LUA:Seria 6
P:Muito bem, então esse 3,90 aqui é do que?
LUA:Desses 3, daí soma mais 2 que daria 5 quilo.
P:Além desse tem algum outro jeito de fazer?
LUA:Seria quase igual esse.
P:Como que seria?
LUA:1,30 x 3
P:E para 5 quilo, como você faria?
LUA:6,50
P:Mas 6,50 não é resultado
LUA:Fiz errado, é 3,90
P:Mas 3,90 já não é o preço de 3 quilo? Aqui você fez 3 x 1,30? E o que com 5 quilo? Cada quilo custa quanto?
LUA:1,30
P:Você tem 5 quilo, quantos você vai pagar?
LUA:6,50
P:Deu o mesmo tanto que você fez aqui? Muito bem, podemos calcular qualquer quantidade e batatas?
LUA:Pode. Se eu pegar 6 quilo, pego 6,50 + 1,30.
P:E se a gente quisesse calcular por um valor grande. Ex: 20 quilo sem saber quanto deu 5quilo.
LUA:Colocar 20 vezes o 1,30 e somar.
P:E se fosse para 30 quilo?
LUA:Colocar 30 vezes o 1,30.
P:Então para qualquer quantidade ele ia fazer vezes 1,30?
LUA:É

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O trem partiu e até a primeiro parada ele andou 10 quilômetro e andou e na segundo parada andou mais 10 quilômetro, e após as 7 paradas quanto ele andou?
LUA:70 quilômetro
P:Além dessa conta demais tem outro jeito de resolver?
LUA- Teria
P:Como?
LUA:10x7

P:Porque
LUA:10 é a distancia e 7 são as paradas.
P:E se ele parou 12 x, como você faria?
LUA:120 quilômetro
P:Além dessa soma, você pegou 7 paradas = 70 daí você somou mais 5, para dar 12 = 120 quilômetro, tem outro jeito? Se você fizer 10 x 12, não da? Será que da pra calcular desse jeito?
LUA:120 quilômetro
P:Qual você achou mais fácil?
LUA:Conta de vezes
P:É possível calcular para qualquer número de paradas?
LUA:Daria, ex: 13 paradas 10 x 13 = 130 quilômetro
P:Se ele parar 13 vezes vai dar 130.

Terceira Bateria:

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O preço do feijão no barato é 1,20, pode ir a pé. O preço do feijão no preço justo é 0,90 mas tem 1,60 de ônibus. Quanto se gasta para comprar 5 quilo de feijão no O Barato?
LUA: 6 reais.
P:Além da soma tem outro jeito de fazer?
LUA:5x1,20 = 6,00
P:Qual você acha mais fácil.
LUA:de mais
P:Porque?
LUA:Porque eu pensei mais rápido.
P:E para calcular 5 quilo no preço justo?
LUA:4,50, mais barato do que aqui.
P:Além dessa conta de mais, tem outro jeito de fazer?
LUA:5x0,90=4,50
P:Qual você achou mais fácil?
LUA:Primeiro eu pensei conta de mais.
P:Então o preço Justo ficou mais barato do que no Barato? Só que o problema fala outra coisa. No supermercado O Barato podemos ir a pé e no Preço Justo temos que ir de ônibus gastando 1,60. Daí a gente vai gastar mais para ir no Preço Justo?
LUA:Sim
P:Quanto?
LUA:6,10
P:E agora onde fica mais barato para gente comprar?
LUA:O Barato
P:Porque?
LUA:Porque aqui gastaria 10 centavos a mais.
P:Esse 4,50 que você somou é do que?
LUA:Do 5 quilo e esse é do Preço do ônibus.
P: Qual vai ser mais econômico?
LUA:O Barato
P- Porque?
LUA:Porque no Barato vai a pé e gasta menos, e no Preço Justo vai de ônibus e gostaria a mais.
(e registrou: O Barato porque eles ia e votavan de ape e o Preso Justo seria mais caro)

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O taxi cobra 4de taxa fixa e 1,20 para quilômetro rodado. Se acaso fica a 15quilômetro, quanto ele pagaria ao motorista?
LUA:15 vezes 1,20
P:Não teria outro jeito mais fácil de você fazer?
LUA:Tem
P:Porque desse jeito vai demorar mais, não vai? Qual seria outro jeito? E então para ele ir La ele gastaria?
LUA:18 reais

P:Só 18 reais
LUA:Tem que contar com mais 4 reais de taxa
P:Então para ele ir La na casa do primo dele ia pagar quanto?
LUA:22,00
P:Aqui você queria fazer 15 vezes 1,30. esse 15 é “do que”?
LUA:15 quilômetro
P:E o 1,20?
LUA:Preço para quilômetro, e o 4é da taxa fixa.
P:E se Pedro desejar ir a um shopping, que fica a 12 quilômetro. Quanto ele pagará para o motorista?
LUA:1,20x12=14,40
P:Esse seis é o total?
LUA:Já
P:Pra ele ir no shopping ele ia gostar só 14,40?
LUA:Tem que pagar a taxa também
P:Tem
LUA:14,40 + 4=18,40
P:Então qual seria o lugar mais barato para ele ir? No shopping ou no primo?
LUA:No shopping
P:Porque?
LUA:Porque no shopping gasta 18,40 e na casa 22
P:Daria para calcular qualquer quilômetro que ele queria ir?
LUA: Se for 13 km, 18,40+1,20=19,60 19,60+4,00=23,60.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O primeiro loop mede 6 cm, o segundo loop mede 12 cm, o terceiro loop mede 18 cm. Se a gente fosse achar o quarto loop, qual seria o comprimento dele?
LUA:24
P:24? Como você chegou nesse resultado?
LUA:Porque eu fiz 6+6 = 12, daí eu some 6+6+6=18, ai eu somei 6+6+6+6=24
P:Então o quarto loop da 24. e se a gente fosse achar o 5° loop?
LUA:30
P:Se a seqüencia continuar qual vai ser o comprimento do sétimo loop?
LUA:42 cm
P:Como você chegou nesse resultado?
LUA:Contei nos dedos de 6 em 6
P:Além de você ta somando nos dedos tem algum outro jeito de fazer? Porque você ta indo de 6 em 6. então você vai fazer 6 vezes quantos loops são?
LUA:6x7=42
P:É o mesmo resultado?
LUA:Sim
P:Então você pode somando ou pode fazer o 6x7 que da o mesmo resultado. Daria para calcular qualquer quantidade de loop?
LUA:E se tivesse 8, seria 7x8
P:7x8? Ou seria 6x8?
LUA- É seria 6x8
P:E se fosse 10 loop?
LUA:6x10
P:É só pegar a quantidade de loop e fazer vezes 10.
Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Se a mamãe der um pulo, o filho vai dar 3. Se a mãe der 2 quantos pulos o filho vai dar?
LUA: 4 pulos
P:1 pulo da mãe o filho da 3, se a mãe der 2 pulos, quantos pulos o filho vai dar?
LUA:6
P:Como você chegou nessa conclusão?
LUA:Se 2 da 6, 3 da 9, deu 3 pulos.
P:Se a mãe der 4, quantos pulos o filho vai dar?

LUA: 12 pulos
P:Se a mãe der 5?
LUA:15
P:E se o filho der 18?
LUA: A mãe vai dar 6
P: Se a mamãe consegue dar 26 pulos, quantos pulos o filho vai dar? Aqui você ta somando de 3 em 3.
LUA:Vai demorar
P:Então teria outro jeito de fazer
LUA:Se a mamãe der 26 vezes....
P: cada pulo da mãe o filho da quanto?
LUA:3
P:Então da quanto?
LUA:78
P - Porque você pensou em fazer 26x3?
LUA:Porque cada pulo que a mãe da o filho da 3 pulinhos
P: Então são 23x6
LUA:Sim
P:Se o filhinho deu 222 pulos, quantos pulos a mãe deu? Se ele deu 3 ela da 1, se ele deu 6 ela da 2, se o filhinho deu 18, 18 dividido por 3 da quanto?
LUA:6
LUA: 222 dividido por 3 é igual a 74.
P: teria algum jeito para ver se essa conta ta certa? Se a mãe deu 74 pulos da mãe, quanto o filho deu?
LUA:74x3=222
P:Então se o filho der 222 a mãe da?
LUA:74
P:E se a mãe da 74 o filho da?
LUA- 222
P:Podemos calcular para qualquer número de pulos?
LUA: SIM
P: Por que?
LUA:Porque qualquer pulo que a mãe da pode calcula, exemplo 200x3
(e registrou: Porque quaquer pulo que a mae da pode calcula, exemplo 200x3)

Quinta Bateria:

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Então temos 2 carrinhos, custa 18 reais, quanto custa 4 carrinhos?
LUA:36
P:Como você chegou nesse resultado?
LUA:18+18, se 2 carrinhos custa 18, 4 carrinhos faz 18+18
P:Além desta, tem alguma outra conta que você podia fazer? Se você comprar 6 carrinhos, quanto que vai dar?
LUA:36+18=54
P:Esse 36 é da onde?
LUA:Dos 4 carrinhos e esse 18 é dos 2 carrinhos.
P:Então aqui tem 4 mais 2 carrinhos que você ta somando aqui. Quanto custa então cada carrinho? Se 2 custa 18, quanto custa cada carrinho? Se você pagar esse preço 18 reais e dividir ele por 2 carrinhos, quanto da?
LUA:9
P:Sabendo que cada carrinho custa 9,00, se você fazer a conta de 4 carrinhos, como você ia fazer?
LUA:9+9+9+9
P:Além da soma, tem algum outro jeito? Quanto custa cada carrinho?
LUA: 4x9,00.
P: Podemos calcular o preço de quantos carrinhos quisermos?
LUA: Sim.
P: Como?
LUA: Se for 7 carrinhos então 54+9=63 ou ainda se for 18 carrinhos pode fazer 18+18+18+18+18+18+18+18+18.

Situação 2:

(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Luzia comprou 2 quilo e pagou 8 reais, Ana comprou 3 quilo, pagou quanto?
LUA:8+8
P:Porque 8+8?
LUA- 10
P:Porque 10? 2 quilo custa quanto?
L: 8
P:Então quanto custa cada quilo?
LUA:16,00
P:Se Luzia comprou 2 quilo e pagou 8 reais, se você tivesse comprado 1 quilo, quanto você teria pago?
LUA:8dividido por 2é igual a 4.
P:Então cada quilo custa 4. Se Luzia comprou 2 e pagou 8, quanto custa 3?
LUA:12
P:Se Eduardo comprou 4?
LUA:16
P:Se eu quiser comprar 6 quilo, quanto pagarei?
LUA:4+4+4+4+4+4
P:Além de somar, tem outro jeito para ir mais rápido? Cada quilo custa 4? Se a gente for comprar 6 quilo? Como você fez na calculadora?
LUA:Vezes 6
P:4x6 você fez ai?
LUA:Sim
P:Deu quanto?
LUA:24
P:Faça a conta, esse 4 aqui é o que?
LUA:É o preço
P:E esse 6?
LUA: 6 é o quilo
P:Então se você pagar 6x4, da 24?
LUA:Sim
P:E se a gente comprar 10 quilo? Quanto a gente vai pagar?
LUA:40.
P: E se eu gastei 32 reais qual a quantidade de verdura que eu comprei?
LUA:8 quilo
P:Então se eu gastei 32eu comprei 8 quilo, poderei calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
LUA:Sim
P: Como?
LUA: Eu faria a quantidade vezes 4.
(registrou: Eu faria a quantidade x 4)
P: Obrigada.

Anexo E - Transcrição da Entrevista com DJH

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema esta dizendo?
DJH:Vai poder fazer 3 conjuntos não é?
P:Porque só vai fazer 3 conjuntos?
DJH:Porque aqui ela tem 3 conjuntos, com a amarela ela vai usar o short verde3, com a verde ela vai usar o short azul, e com a vermelha o short verde, não é?
P:Você acha que pode ser assim?
DJH:Sim
P:Ela não poderia usar a verde com short verde também?
DJH:Poderia
P:E com short azul?
DJH:Também
P:Então quantos conjuntos você acha que pode ser formado com 3 camisetas e 2 shorts?
DJH:Então pode fazer assim: amarela da pra usar com os 2, vermelha com os 2 e verde com os 2
P:Então quantos conjuntos você formou?
DJH:6 conjuntos
P:Será que a gente tem alguma conta que pode resolver este problema?
DJH:Tem, da pra fazer conta de mais, 3+3igual a 6
P:Esse 3 representa o que?
DJH:3 camisetas
P:E o outro 3?
DJH:O short e mais um parzinho
P:Além de somar, qual outra maneira?
DJH:9 – 3
P:Porque você fez assim?
DJH:Porque tem que dar esse resultado, então 9 – 3= 6
P:O que representa o 9?
DJH:Não sei
P:A gente tem que pensar o que os números representam também, não só chegar no resultado 6. Por ex ; quantos pares formou esta camiseta?
DJH:Essa formou 2. Cada uma formou 2 pares
P:Somando os pares de cada camiseta, quantos conjuntos dão?
DJH:Então cada camiseta pode formar 2 pares, com as 3 camisetas e você conseguiu formar 3 conjuntos não é?
P:Além da soma, tem alguma outra conta que você pode fazer?
DJH - Se fazer 2x3
P:Porque? O que representa 2?
DJH:O 3 representa a camiseta e o 2 o short
P:Então tem mais uma forma de você responder o problema? Quantos conjuntos deu aqui?
DJH:6
P:Quantos conjuntos você formou?
DJH:6
P:Então você pode fazer dessa maneira?
DJH:Posso
P:Porque?
DJH:Porque são 3 camisetas x 2 shorts = 6 conjuntos
P:Qual a maneira que você achou mais fácil?
DJH:Formando os conjuntos
P:Porque?
DJH:porque é mais fácil de ligar

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você tem 4 meninas e 3 meninos, cada menina quer dançar com cada menino, e cada menino quer dançar com cada menina, não precisa ser na mesma hora, então quantos pares vão formar?
P:Quantos pares você formou com este menino?

DJH:4
P:Como você formaria os pares?
DJH:Esses 2 vai ser da mesma maneira, cada um vai dançar com uma menina
P:Quantos pares diferentes você já formou?
DJH:8
P:E esse menino, quantos pares você conseguiu formar?
DJH:4 + 4+ 4 = 12 pares
P:Então aqui você utilizou a soma, somou 4 +4 + 4 que é 4 pares para cada menino. Além dessa soma tem alguma outra conta que você pode fazer?
DJH:24-12
P:Mas você tem que representa os números mas o que representa esse 24? E o 12?
DJH:Só a soma
P:No outro problema você multiplicou, aqui você pode fazer também
DJH:Tem que ser 3 x 4 = 12
P:O que representa o 3?
DJH:Meninos
P:E o 4?
DJH:Meninas
P:Então 3 meninos x 4 meninas
DJH:É
P:Qual a maneira mais fácil?
DJH:Desenho
P:E das contas, qual você achou mais fácil?
DJH:Soma
P:Porque?
DJH:Porque já somei 4+4+4

Situação 3:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quer dizer? Preparam bolos de 2 tamanhos, pequeno e grande, e os sabores podem ser 3 tipos, morango, chocolate e brigadeiro. Então quanto a pessoa for La ela pode escolher o tamanho e o sabor. Então combinado o tamanho e o sabor, quantos tipos diferentes você teria para comprar?
DJH:Os 3 sabores do grande e os 3 sabores do pequeno
P:Então quantos tipos pode ter?
DJH:6 tipos
P:Será que a gente pode representar isso?
DJH:Pode
P:O 2 representa o que?
DJH:Grande e pequeno
P:E o 3?
DJH:Os sabores morango, chocolate e brigadeiro.
P:Além da conta será que a gente pode ta representando isso, por meio de desenho, ou alguma coisa assim?
DJH:Desenho
P:Assim como você fez no problema anterior, tem outro jeito de fazer?
DJH:Tem, os sabores vezes tamanhos
P:Então são 6 tipos de bolos que você escolher para comprar?
DJH:Sim
P:Qual maneira mais fácil?
DJH:Soma

Segunda Bateria:

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)

P:Se ele comprar 3 quilo de batata, quanto ele vai pagar?
DJH:3,90
P:Além da soma, tem alguma outra conta que você pode fazer?
P:Quantas vezes você escreveu 1,30?
DJH:3

P:Tem alguma outra conta que você pode resolver?
DJH:Não
P:Então se ele tivesse comprado 5 quilo, quanto ele pagaria?
DJH:6,50
P:Será que a gente consegue calcular para qualquer quantidade de batata?
DJH:Com a soma, vai fazer 1,30 x 9
P:Então você vai multiplicar 1,30 x 9. então aqui não daria para multiplicar 1,30 x 3 e aqui 1,30 x 5
DJH:Dá
P:Será que da o mesmo resultado? Será que além da soma tem outra maneira?
DJH:Multiplicação
P:Então você poderia calcular para qualquer quantidade? Você faria como?
DJH:Nós poderemos exemplo 9 quilos por 1,30 fazer uma conta e multiplicar por 9.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O que você pode dizer sobre a distancia que o trem andou após 7 paradas?
DJH:70 quilômetro
P:Como você chegou nesse resultado?
DJH:Se cada parada é de 10 em 10 quilômetro, eu acho que da 70 quilômetro
P:Sempre vai ser 10 quilômetro cada parada
DJH:Sim
P:Tem alguma conta que você pode fazer?
DJH:Soma
P:Então você fez somando
DJH:Sim
P:E após 12 paradas? Quanto vai ter andado
DJH:Vai ter andado 120 quilômetro
P:Como você chegou nesse resultado? Então aqui você somou 70 quilômetro de 7 paradas mais 50 das outras 5 paradas?
DJH:É
P:É possível calcular para qualquer número de paradas?
DJH:Sim
P:Como? A gente calculou para 7 e para 12, e para qualquer um, como a gente faz?
DJH:Por exemplo: 14 paradas, 140 quilômetro
P:Além de somar teria outro jeito de resolver? Tanto para 7, quanto para 12?
DJH:Não sei, eu acho q não.
P:Você foi somando de quanto em quanto?
DJH:10
P:Então cada parada você somava mais 10.
DJH:Sim

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Quanto custa para comprar 5 quilo de feijão no Barato?
DJH:Acho que fiz errado,
P:Então quanto se gasta?
DJH:6reais
P:Porque você fez 5 x 1,20?
DJH:Maneira mais fácil
P:O que representa esse 5?
DJH:Representa o tanto de feijão no Barato
P:E para comprar 5 quilo no preço justo, quanto se gasta?
DJH:4,50
P:Porque você fez conta de vezes?
DJH:Porque foi a maneira mais fácil, 5 representa o quilo e os 0,90 centavos o preço do feijão no Preço Justo
P:Então qual seria o total que a gente vai gastar no Preço Justo?
DJH:Não, no preço Justo gasta 1,60 de ônibus
P:La no Barato a gente não gasta nada?

DJH:La da para ir a pé
P:Qual é a compra mais econômico?
DJH:O barato
P:Porque?
DJH:Porque aqui da 6reais
P:Então qual seria o mais barato?
DJH:O Barato

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:O taxi cobra uma taxa fixa de 4reais, e cada quilômetro rodado ele cobra 1,20, se a casa do primo de Pedro fica 15 quilômetro de onde ele esta, quanto ele vai pagar?
DJH:1,20 x 15? Não é?
P:Faça do jeito que você achar que da
DJH:18 reais
P:Isso já é o que ele vai pagar para o motorista? Se ele andar 15 quilômetro ele vai pagar 18 reais?
DJH:Tem os 4reais da taxa fixa
P:Então não importa o tanto de quilômetro que ele andar, ele vai pagar mais 4reais de taxa fixa, então quanto vai dar?
DJH:22reais
P- Então ele decidiu ir a um shopping que fica a 12 quilômetro de onde ele esta, quanto será que ele vai pagar?
DJH:18,40
P- E será que ele consegue calcular para qualquer distancia?
DJH:Pode, por ex: 19 quilômetro x 1,20 mais 4reais de taxa fixa.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Ela construiu uma pista e fez os 7 loops, o primeiro mede 6 cm, o segundo mede 12 cm, o terceiro mede 18, então qual seria o comprimento do quarto loop?
DJH:Aqui é a tabuada do 6
P:Porque é a tabuada do 6?
DJH - Porque aqui, 6x1 = 6, 6x2=12, 6x3=18, então vai dar 24 cm
P:Então e o sétimo loop?
DJH:Vai ser 6x7, da 42 cm.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
Então a cada pilo que a mãe da, o filho da 3. Se a mãe der 2, quantos pulos o filho vai dar?
DJH:6
P:Porque é 6?
DJH:Porque é 2 x 3 que da 6
P:Então se o filho deu 9, quantos pulos deu a mãe?
DJH:3
P:Se a mãe der 4?
DJH:12
P:Se a mãe der 5?
DJH:15
P:Se o filho der 18?
DJH:6
P:O que ta acontecendo aqui?
DJH:3 em 3
P:Então é tipo tabuada do 3?
DJH:É
P:E se a mãe der 26 pulos? Quantos pulos o filho vai dar?
DJH:26x3=78
P:E se o filho der 222 pulos? Quantos pulos a mãe vai dar?
DJH:Nossa! Vai ser 110
P:Mas daí vai ser metade, cada pulo que a mãe da o filho não dá 3? Como pode ser a metade os pulos da mãe?

DJH:666
P:Acho que você fez vezes.
DJH: 222 dividido por 3 é igual 74.
P:Então será que tem outro jeito de achar? Se a mãe der 74, o filho vai dar?
DJH:222
P:Então se você pegar 222 dividido por 3você encontrou os pulos da mãe, que foi 74. Então podemos calcular para qualquer número de pulos do filho?
DJH:Sim
P:Como? Só fala pra mim como você faria para calcular o número de pulos do filho?
DJH: Em 3 vezes por que na tabela estava de 3 em 3.

Quinta Bateria

Situação 1:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Porque você colocou 18x4?
DJH:Porque aqui 18 reais cada e aqui são 4 carrinhos
P:leia de novo aqui.
DJH:2 carrinhos é 18 reais
P:E ai?
DJH:Cada carrinho vai custar 9 reais
P:Então cada carrinho custa 9 reais, então quanto vai custar 4 carrinhos?
DJH:36
P:Então por 4 carrinhos você paga?
DJH:36
P:E para 6 carrinhos?
DJH:54
P:Então quanto que custa cada carrinho?
DJH:9reais
P:Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quisermos?
DJH:Sim
P:Como?
DJH:Se ele quisesse 8 carrinhos dava para calcular 9x8
P:E se for 15 carrinhos?
DJH:9x15
P:Então para qualquer número de carrinhos, como você faria?
DJH:9 vezes o tanto de carrinhos.

Situação 2:
(A criança lê o a situação-problema, e em seguida fazemos novamente a leitura com ela)
P:Luzia comprou 2 quilo e pagou 8 reais reais, Ana comprou 3 quilo quanto será q ela pagou?
DJH:10reais?
P:Porque você acha que é 10,00? Em 2 quilo Luzia pagou 8, e se ela tivesse comprado 1 quilo só, quanto ela teria pago?
DJH:1 quilo
P:Éh! Se Luzia tivesse comprado 1 quilo só?
DJH:3 reais
P:Porque é 3reais? Se 1 quilo for 3reais, se ela comprou 1 quilo quanto ela pagaria?
DJH:1 quilo seria 8
P:2 quilo ela pagou 8 reais, se ela tivesse comprado 1 quilo só?
DJH:4reais
P:Porque?
DJH:Porque 4+4=8
P:Então cada quilo ia custar 4reais?
DJH:Sim
P:Então se Ana comprou 3 quilo?
DJH:12,00
P:Porque?
DJH:Porque é só aumentar 4 aqui
P:E se Eduardo comprou 4 quilo quanto ele pagou?

DJH:16
P:Porque?
DJH:Porque eu aumentei 4 igual fiz aqui
P:Se eu comprar 6 quilo? Quanto eu vou pagar?
DJH:24
P:Como você chegou nesse resultado?
DJH:4x6
P:E se eu comprar 10 quilo?
DJH:10 vai dar 40reais
P:Como você chegou nesse resultado?
DJH:4x10
P:Se eu gastei 32 reais na feira, quantos quilo de frutas e verdurar eu levei para casa?
DJH:Levou 10 de verduras e 10 de frutas
P:Aqui ta misturado, frutas e verduras, tudo junto então se eu gastei 32reais quanto será que de frutas e verdurar eu levei?
DJH:40
P:40 quilo? Porque? Quanto custa cada quilo?
DJH:Custa 4 reais
P:Então se você pegar 40 quilo, quanto você vai gastar para comprar 40 quilo?
DJH:160reais
P:160reais, e eu gastei só 32reais, quantos quilo será que eu levei para casa?
DJH:40x4
P:Mas você não fez 40x4 e deu 160reais? Eu só gastei 32reais
DJH:24 quilo
P:Quanto você vai gastar com 24quilo?
P:Se eu gastar 40reais quanto eu levei aqui?
DJH:24
P:Não, aqui se eu gastei 40 reais, quantos quilo eu levei?
DJH:10
P:Você fez 10x4, deu 40reais que eu vou ter que pagar. Então se eu gastei 40reais eu levei 10 quilo e se eu gastei 32reais? Quanto eu levei?
DJH:8
P:Se eu levar 8 quilo quanto eu vou gastar?
DJH:32
P:Como você chegou nesse resultado? Você gastou 32reais e você me disse que você vai levar 8 quilo, quanto custa cada quilo?
DJH:4 reais
P:Então para cada quilo você gasta 4 reais, você comprou 8 quilo, quanto você pagou?
DJH:18 reais
P- Não to dizendo que ta errado. Pra você achar quanto você vai pagar para 6 quilo você acho como?
DJH:4x6
P:Pra você achar quanto você ia pagar por 10 quilo, quanto que você fez?
DJH:4x10
P:Agora, pra você achar quanto você vai gastar para 8 quilo como você vai fazer?
DJH:4x8
P:Então faça
DJH:32
P:Então se gastei 32reais, eu levei para casa quantos quilo?
DJH:8 quilo
P:Muito bem, poderei calcular para qualquer número de frutas e verdura?
DJH: Sim, na conta de 4 vezes. (e registrou na folha atividade)

Anexo F - Transcrição da Entrevista com IGO (10:6)

Primeira Bateria:

Situação 1:
(IGO leu a situação-problema)
P: Você entendeu o que o problema está dizendo?
IGO: Não.
P: Então, se Júlia combinar uma das camisetas com um dos shorts forma um conjunto. (Explicamos sem fazer gestos e sem recorrer ao apoio visual).
P: Então, quantos conjuntos que você acha que pode ser formados?
(IGO utilizando de gestos respondeu)
IGO: Camiseta amarela e o short azul, a camiseta amarela e o short verde, a camiseta verde e o short azul, a camiseta vermelha e o short verde e a camiseta vermelha e o short azul.
P: Então quantos conjuntos você pode fazer?
IGO: 6 conjuntos.
P: Tem algum jeito de representar esses conjuntos que você fez? Um amigo usou risquinhos, o que você acha que dá pra fazer? Tá certo o que ele fez?
IGO: Tá, da pra fazer assim.
(IGO fez flechas relacionando cada camiseta aos shorts)
P: Será que além dessa forma, tem alguma conta que a gente aprendeu na escola que pode usar para resolver esse problema? O que você acha?
IGO: De mais!?
P: Como você faria?
IGO: 3+2!?
P: 3+2 daí da quanto?
IGO: 5, aí não dá.
P: Então o que você acha?
IGO: É conta de vezes.
P: Então como você faria?
(IGO registrou 3x2=6)
P: O que é esse 3?
IGO: As 3 camisetas.
P: E esse 2?
IGO: Os 2 shorts

Situação 2:
(IGO leu o problema)
P: Entendeu o que o problema está dizendo?
IGO: Como é que se faz os pares.
P: Você tem 4 meninas e 3 meninos e cada menina quer dançar com um menino, e cada menino quer dançar com uma menina, quantos pares diferentes nós podemos fazer, lembrando que você pode usar desenho, você pode usar qualquer coisa que queira fazer tá!
IGO: Mas um vai ficar sem!
P: Como vai ficar sem?
IGO: Se é 3 meninos e 4 meninas, vai ficar sem um.
P: Só que eles não precisam estar dançando ao mesmo tempo, por exemplo, uma menina dança com um menino, depois ela deixa este menino e dança com outro menino, e depois deixa este menino e dança com outro menino, entendeu? Eles podem trocar, então quantos pares diferentes podem sem formados?
IGO: 8.
P: 8? Como que você chegou neste resultado?
IGO: De vezes.
P: Como você fez esta conta de vezes?
IGO: 2 vezes 4, 4 vezes 2.
P: 4 Representa o quê?
IGO: 4 Meninos.
P: E o 2?
IGO: Esqueci!
P: Então, são 2 aqui? Quanto que é aqui?
IGO: É 3.

P: Não tem problema, então se você tem 4 meninas e 3 meninos, quantos pares vão dar?
IGO: “Vixi”, vai dar bastante!
P: Você pode usar a calculadora a hora que quiser tá! Então você tem 4 meninas e 3 meninos.
IGO: 12.
P: Dá 12? Então faz aqui no papel o que você fez aqui na calculadora. Você fez uma conta na calculadora né? Então, deu quantos pares?
IGO: 12.
P: Porque você fez 4 vezes 3?
IGO: 4 meninas e 3 meninos.
P: Então 4 vezes 3 dá 12 pares, muito bem! Além da conta, será que tinha algum outro jeito para resolvermos este problema? Que nem, aqui tinha este desenho, que ajudava a resolver este problema, será que tem alguma forma de fazer os desenhos aqui também? Como que seria?
IGO: 4 meninas e 3 meninos.
P: Então faça para eu ver, pode fazer bem simples tá! Não precisa caprichar. Só para podermos ver se tinha outro jeito para resolver o problema.
P: Deixa eu ver como você está fazendo, hum. Aqui você desenhou as 4 meninas, e os meninos? Muito bem! Esta menina você pode formar os pares como? Esta menina vai dançar com os 3 meninos?! E esta menina? Isto! Então quantos pares você fez com esta menina?
IGO: 3.
P: E com esta?
IGO: 3.
P: E com esta?
IGO: 3.
P: E com esta?
IGO: 3.
P: Então no total são quantos pares?
IGO: 12.

Situação 3:
(IGO leu o problema)
P: Você entendeu o que o problema está dizendo? Então quantos bolos diferentes você pode comprar combinando um tamanho e um sabor, quantos tamanhos têm? Os bolos podem ser de 2 tamanhos, pequenos....
IGO: ...e grande.
P: E grande. E os sabores podem ser de 3 tipos...
IGO: ...morango, chocolate, brigadeiro.
P: Isso, então se você escolher um tamanho com um sabor é um bolo, se você escolher um tamanho com outro sabor, já é outro bolo, então quantos bolos diferentes você pode escolher para comprar, combinando um tamanho com um sabor?
IGO: Quantos bolos, posso comprar?
P: Hum, por exemplo, com o pequeno, quantos bolos você pode comprar, quantos bolos diferentes você pode comprar com o tamanho pequeno? Você pode comprar o pequeno com quais sabores?
IGO: Morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então você pode comprar o pequeno com o sabor de morango.
IGO: De chocolate ou brigadeiro.
P: Então já são quantos tipos?
IGO: 3.
P: 3, e o grande?
IGO: Pode comprar 3.
P: Você pode comprar 3 também com o grande?! Por quê?
IGO: Pelos 3 tipos, morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então já são quantos tamanhos então?
IGO: 2 tamanhos...
P: São 2 tamanhos, e quantos tipos de bolos diferentes você pode comprar?
IGO: Morango, chocolate e brigadeiro.
P: Isso! Com o pequeno você pode comprar quantos tipos?
IGO: 3.
P: E com o grande?
IGO: 3.
P: Então, o total são quantos?
IGO: 6.

P: 6 tipos de bolos diz aqui para mim.
IGO: São 6 tipos de bolos.
P: Tem alguma conta que a gente pode fazer para resolver este problema?
P: Você tem dúvida?
IGO: É que tem que fazer 3 vezes 3, mais não iria dar isto aqui...
P: Porque 3 vezes 3?
IGO: Assim iria dar nove.
P: Quantos tamanhos são?
IGO: 2.
P: 2, e quantos tipos são?
IGO: Um, 2, 3.
P: São 3? 3 sabores e 2 tamanhos.
IGO: Então 3 vezes 2?!
P: Porque 3 vezes 2?
IGO: Porque são os tamanhos pequenos e grandes e 3 tipos de bolos, morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então seria 3 vezes 2 porque 2 é o tamanho?
IGO: É.
P: E o 3 porque são os 3 sabores?
IGO: É, morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então tá, faz aqui para mim ver como você pensou. Deu quanto?
IGO: 6.
P: Deu o mesmo tanto que você tinha contado aqui? Bom, além da gente contar aqui, oralmente, de fazer a conta, teria um outro jeito de fazer também?
IGO: Desenhando.
P: Desenhando?! Como que você desenharia?
IGO: O Bolo.
P: O Bolo?! Então desenha o bolo, pode fazer do seu jeito.
IGO: Fazer pequeno.
P: Pode ser o pequeno. Você está desenhando os bolos ou os sabores?
IGO: Os bolos.
P: Está desenhando os bolos?! Por exemplo, este aqui é o que?
IGO: Bolo de morango.
P: Hum.
IGO: Bolo de chocolate, bolo de brigadeiro.
P: Este aqui é o que?
IGO: Bolo de morango.
P: Este é o bolo de morango? Deixa eu colocar um “M” aqui só para saber que é o de morango tá. E este aqui é o que?
IGO: Chocolate
P: Vou colocar um “CH” para saber que é o de chocolate tá. E este aqui é o que?
IGO: De brigadeiro.
P: Brigadeiro, tá, então aqui são os sabores que você colocou, são os bolos, e o tamanho agora? Como que você vai fazer?
P: Hum, tá, você escreveu! Este é o grande e este é o pequeno. Tá e como você combinaria os tamanhos com os sabores?
IGO: Daí eu combinaria.
P: Hum, então você fez, o grande com o morango, o grande com o chocolate e o grande com o brigadeiro. O pequeno com o morango, o pequeno com o chocolate e o pequeno com o brigadeiro. Então quantos foram os tipos de bolos que você teve?
IGO: 6.
P: Muito bem

Segunda Bateria
Situação 1:
(IGO leu a situação-problema)
P: Vamos responder primeiro esta pergunta. Então João foi a feira e comprou 3 quilos de batatas para a mãe dele. Cada quilo custa quanto?
IGO: 1,30.
P: Então, daí quanto ele pagou pela compra?
IGO: Quanto que ele pagou?

P: É, ele comprou 3 quilos lá, cada quilo custa 1,30, então quanto ele pagou lá na feira? Pode fazer aqui o que você quiser, tudo aquilo que você estiver pensando.
IGO: 3 mais, comprado 5 quilos...o que é isso!
P: Tá, depois a gente responde esta daí, primeiro eu quero que você responda quanto que ele pagou, ele comprou 3 quilos, cada quilo é 1,30 então, quanto que ele pagou?
IGO: Quanto que ele pagou?!
P: Isso.
IGO: 2,30.
P: Deixa eu ver o que você fez!
IGO: 3 quilos?
P: Se ele tivesse comprado 2 quilos, quanto ele teria pago?
IGO: 2 quilos?
P: Hum. Um quilo é 1,30.
IGO: 2 e 60.
P: Isso, então se ele comprasse 2 quilos ele ia pagar 2,60, muito bem, então, mais um quilo quanto ele teria pago quanto?
IGO: 3...
P: Faz a conta de como você pensou, pode riscar a folha, esta folha é para riscar mesmo tá.
IGO: 3 e 90
P: Hum, como você chegou neste resultado?
IGO: Porque, 2 quilo é 2,60 e mais um quilo é 3,90.
P: Tá, agora eu quero que você escreva aqui, a conta que você fez na sua cabeça, eu quero que você faça a conta que você fez para chegar neste resultado tá. Faça a conta que você fez aqui.
IGO: Não fiz nenhuma conta, só pensei.
P: Então, faz aquilo que você pensou, como que você achou que 2 quilos era 2 e 60?
IGO: Porque eu fiz conta de mais.
P: Então, você pensou em conta de mais, então você faz a conta de mais que você pensou. É isto que eu quero que você faça, o que você pensou.
IGO: Aqui tá errado.
P: Será que é mais aqui?
IGO: Por de vezes para ver o que é que dá.
P: Porque não são 3 quilos de batatas, e cada quilo não custa 1,30, então são 3 vezes o que você somou não foi? Para achar 3,90? Então 3 vezes 1,30 é?
IGO: 3,90.
P: Assim, porque que você chegou que tinha que fazer conta de vezes?
IGO: Porque tinha que multiplicar.
P: E como que você pensou que poderia fazer a conta de vezes?
IGO: Porque 3 vezes o valor de 1,30.
P: Porque você somou 3 vezes o valor 1,30? Que deu 3,90 e você viu que poderia fazer 3 vezes 1,30, muito bem, então aqui você achou para 3 quilos e se ele tivesse comprado cinco quilos? Quanto ele tinha pago?
IGO: Cinco quilos?
P: Você pode fazer da mesma forma que fez para 3 quilos?
IGO: Cinco vezes um quilo.
P: Então para cinco quilos, quanto ele pagaria?
IGO: 6 e 50.
P: 6 e 50, então calculamos para 3 e cinco quilos, assim poderias calcular para qualquer quantidade de batatas? Daria?! Como que a gente faria então?
IGO: Faria conta de vezes.
P: Como que seria esta conta?
IGO: Multiplicar.
P: Sim, por exemplo aqui, para 3 quilos, o que você fez?
IGO: Deu 3,90.
P: Não, como, o que você fez para dar 3,90? 3 vezes...
IGO: 1,30.
P: Para cinco quilos, como que você fez?
IGO: Cinco vezes 1,30.
P: E para qualquer quantidade de batata, como que você faria?
IGO: 6 vezes 1,30, sete vezes 1,30....
P: Então seria para qualquer quantidade de batata?
IGO: Vezes 1,30.

P: Então prova isto para mim.
P: Então pode para qualquer quantidade de batata?
IGO escreveu: Pode calcular para qualquer quantidade de batata fazendo conta de vezes 1,30.

Segunda Situação:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Isso, entendeu então? Aqui é o início do trem, até a primeira parada ele andou 10 Quilômetros, até a segunda parada ele andou 10 Quilômetros, o que você pode dizer sobre a distância percorrida pelo trem após sete paradas?
IGO: Sete paradas?
P: Então se ele para sete vezes quantos quilômetros ele vai ter andado? Por exemplo.
IGO: 70.
P: 70?! Como que você chegou neste resultado?
IGO: Conta de mais.
P: Como você fez a conta de mais?
IGO: 10 mais 10 vinte mais 10 trinta.
P: Então dá 70 Quilômetros? Além da conta de mais, teria alguma outra conta que daria para fazer?
IGO: Eu acho que dá para fazer de vezes.
P: Como que você faria conta de vezes?
IGO: Sete vezes 10 Quilômetros?!
P: Sete vezes 10 Quilômetros? E daria quanto?
IGO: 70.
P: É? Então faça aqui para eu ver.
IGO: Sete vezes 10 igual 70.
P: E se ele tivesse parado 12 vezes?
IGO: 130 Quilômetros.
P: Como que você chegou neste resultado?
IGO: Fazendo conta de mais.
P: Tá, se ele percorreu sete é 70, então para 12, sete, 8, nove, dez, onze, 12, são mais cinco paradas, se ele parar cinco vezes são quantos quilômetros?
IGO: Eu acho que ele ia percorrer 130 Quilômetros.
P: Você está somando certo? Conta para eu ver.
IGO: 110, 120, eu estava contando errado eu pulei o 110.
P: Então são quantos quilômetros?
IGO: 120 Quilômetros.
P: Você achou este resultado como?
IGO: De mais.
P: Somando, além da conta de mais, teria algum outro jeito para resolver este problema?
IGO: De vezes.
P: De vezes?! Como que você faria de vezes?
IGO: 12 vezes...
P: Então faz para eu ver. Você pode usar a calculadora a qualquer hora tá.
IGO: Zero vezes 2, zero vezes um, um vezes 2, um vezes um...
P: São quantos quilômetros?
IGO: 120.
P: 120, Foi o mesmo tanto que você acho somando né! Qual que é a forma mais fácil que você acha? Somando os quilômetros ou fazendo conta de vezes?
IGO: Somando os quilômetros.
P: Agora você acho que foi mais fácil somando os quilômetros. Será que é possível calcular para qualquer quantidade de paradas, nos calculamos para sete paradas e para 12, a gente poderia fazer para qualquer número de paradas?
IGO:Poderia.
P: Como que a gente poderia?
IGO: Usando o 10 quilômetros.
P: Usando o 10 Quilômetros?! Fazendo o que com os dez?
IGO: multiplicando.
P: Então responde aqui para mim, é possível de calcular?
IGO escreveu: É possível calcular qualquer número de paradas usando 10 Quilômetros multiplicando.
P: Multiplicando, muito bem.

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Quanto se gasta para compra 5 quilos de feijão no O Barato?
IGO: 5 quilos?
P: Isso. Cada quilo custa quanto?
IGO: 1,20.
P: Como você faria para encontrar esse valor?
(IGO foi calculando mentalmente)
IGO: Ia dá 6 reais!
P: Como você chegou nesse resultado?
IGO: Fazendo de mais.
P: Além da conta de mais que você fez, teria outra conta?
IGO: Multiplicano.
P: Multiplicando como?
IGO: 5 vezes 1,20.
(registrou 5x1,20 e fez os cálculos)
P: E se a gente comprar 5 quilos lá no Preço Justo, quanto a gente vai pagar?
P: Lá no Preço Justo o preço do feijão é?
IGO: 90 centavos.
P: Então quanto a gente vai pagar?
IGO: Vai pagar mais!
P: Por que vai pagar mais?
IGO: Tem que ir de ônibus!
P: Hum, então quanto a gente vai pagar?
(IGO foi calculando mentalmente e depois pediu a calculadora)
IGO: 5 vezes 90 centavos.
IGO: 4 e 50.
P: Então escreva aqui o que você pensou em fazer na calculadora.
(registrou 90x5=4,50)
P: Você falou que ia ficar mais caro por que?
IGO: Por causa da passagem.
P: Aí o que você tem que fazer agora então?
IGO: somar com o resultado mais 1,60.
P: Daí o total vai dar quanto?
IGO: 6 e 10.
P: Então qual é o lugar que a compra vai ser mais econômica?
(IGO registrou: O Barato porque não usa pasage)
Situação 2:
(lemos a situação para a criança)
P: Então se ele andar 2 quilômetros, quanto ele vai pagar?
IGO: 2,40 mais 4 dá 6,40.
P: Se ele andar 15 quilômetros, quanto ele vai pagar?
IGO: Ficou difícil agora.
P: Como você acha?
IGO: É de vezes, 1,20 vezes 15.
(IGO registrou a conta na folha atividade e usou a calculadora para saber o resultado)
IGO: 18 reais.
P: Isso é o total?
IGO: Não.
P: Porque?
IGO: Tem os 4 reais.
P: Então quanto vai dar?
IGO: 22 reais.
P: E se ele quiser ir ao shopping que fica a 12 quilômetros? Como você faria?
IGO: 1,20 vezes 12 (usando a calculadora) é 14,40.
P: Esse aí já é o total?
IGO: Não tem os 4 reais.
IGO: Vai dar 18,40.

P: Se pode calcular para ir a qualquer lugar?
IGO: Pode, faria conta de vezes depois mais 4 reais.

Quarta Bateria

Situação 1:
(lemos o problema para a criança)
P: Você sabe o que é loop?
IGO: Sei.
P: Então quanto será que ia medir o quarto?
(IGO pensa por alguns instantes e fica em dúvida)
P: Quantos centímetros o segundo loop é maior do que o primeiro?
P: E o terceiro, quanto centímetros é maior do que o segundo?
P: Hum. Então quanto vai medir o quarto loop?
IGO: 24.
P: Por que 24?
IGO: Por que 6 vezes 4 é 24.
P: Por que é 6 vezes 4?
IGO: Porque aqui tá usando a tabuada do seis.
P: Hum. Então quanto vai medir o sétimo loop?
IGO: O sétimo?
P: É.
IGO: 6 vezes 7 é 42.
P: Então vai ser 42 centímetros.
IGO: É.
(IGO registrou 6x7=42 na folha atividade).

Situação 2:
(lemos a situação-problema à criança)
P: Então se a mamãe canguru der 1 pulo o seu filho vai dar...
IGO: 3.
P: Se a mãe der 2?
IGO: O filho vai dar 6.
P: E seu o filho deu 9, quantos pulos a mãe deu?
IGO: Se o filho deu 9?
P: É.
IGO: A mãe dá 3.
P: E se a mãe der 4, o filho vai dar quanto?
IGO: Aqui deu 9 mais 3...12.
P: Se a mãe der 5?
IGO: 5 pulos?
P: É se a mãe der 5 pulos.
IGO: O filho vai dar...15.
P: E se o filho deu 18?
IGO: A mãe vai dar 6.
P: Aqui você percebeu que está indo de quanto em quanto?
IGO: De 3 em 3.
P: Então isso aqui é tipo o que?
IGO: Resultados da tabuada do 3.
P: Se a mamãe canguru der 26 pulos, quantos pulos o filhinho dela vai dar para acompanhar?
IGO: 3 vezes 26!?
P: Você acha que é?
IGO: Eu acho que dá.
P: Então faça para eu ver.
(IGO usou a calculadora)
IGO: Dá 78.
(E registrou na folha atividade).
P: Agora é ao contrário se o filhinho deu 222 pulos para acompanhar a mãe, quantos pulos a mãe deu?
(IGO pensa por alguns instantes, e fica em dúvida)

P: Se a gente dividir 18 pulos do filho aqui por 3 vamos encontrar os pulos da mãe. Será que dá pra fazer isso aqui também?
IGO: Acho que dá.
P: Então como você faria?
IGO: 222 dividido por 3.
P: Quanto dá?
(IGO usa a calculadora)
IGO: 74.
(E registrou na folha atividade).
P: Podemos calcular qualquer número de pulos do filho?
IGO: Podemos.
P: Como faríamos isso?
IGO: Fazendo continha de vezes.
P: Que continha de vezes você faria?
IGO: do 3.
P: Então escreva isso pra mim.
(IGO registrou: Usano a tabuada do três)

Quinta Bateria

Situação 1:
(lemos a situação problema para a criança e depois pedimos que ela lesse)
P: Então se o valor de 2 carrinhos é 18 carrinhos, quanto irá custar 4 carrinhos?
(IGO pensa por alguns instantes)
IGO: 18... 18 mais 18...igual a 36.
P: Hum então faça aqui para eu ver como você pensou.
(E registrou 18+18=36)
P: Esse 18 é o que?
IGO: De 2 carrinhos.
P: E esse 18?
IGO: De mais 2 carrinhos.
P: E pra 6 carrinhos?
IGO: 6 carrinhos?
P: É.
(IGO conta nos dedos partindo do 36 mais 18)
IGO: 54.
P: Faça aqui a conta que você pensou.
(IGO fez 36+18=54)
P: Quanto custa então cada carrinho?
IGO: I agora é difícil?
P: Se você pegar esses 18 reais, e dividir entre os dois carrinhos, quanto vai dar?
IGO: 9, cada carrinho custa 9 reais.
(E registrou na folha atividade).
P: Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quisermos?
IGO: Acho que pode.
P: Como a gente faz?
IGO: De mais.
P: Então escreva aqui para mim.
(IGO registrou: Nos podemos calcular qualquer números de carrinho usano a conta de mais)

Situação 2:
(lemos a situação-problema à criança)
P: A Ana comprou 3 quilos, quanto será que ela pagou?
(IGO pensa por alguns instantes e fica em dúvida)
P: Se ela tivesse comprado 1quilo só, quanto ela teria pago?
(IGO usa a calculadora e dividi 8 por 2)
P: Então 1quilo é quanto?
IGO: 4 reais.
P: Então se Ana comprou 3 quilos, quanto ela pagou?

IGO: 12.
P: 4 quilos?
IGO: 13... 14, 15, 16.
P: E se eu comprar 6 quilos?
(contou nos dedos e respondeu)
IGO: 24.
P: Aqui você fez o que pra achar o resultado?
IGO: Mais 4.
P: E 10 quilos?
(IGO foi falando os resultados da tabuada do 4)
IGO: 28 é 7, 32 é o 8, 36 é o 9...40.
P: Então você vai pagar 40 reais para 10 quilos?
IGO: É.
P: Se você gastou 32 reais lá na feira, quantos quilos você comprou?
IGO: 32?
P: É.
IGO: 32 é o 8.
P: Então você pode comprar 8 quilos?
IGO: É.
P: Você pode calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
IGO: Pode.
P: Fazendo o que?
IGO: Usano a conta de mais.
(e registrou: Podemos calcular para qualquer qualtidade somano quatro em quatro)

Anexo G - Transcrição da Entrevista com KEM (9:6)

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema ta falando? Ela sempre combina uma camiseta e um short. Então se ela combinar cada dia uma das três camisetas com os dois shorts, quantos conjuntos ela vai ter?
KEM: 3
P:Porque? Ela pode colocar camiseta amarela com short verde?
KEM: Sim
P:Ela pode colocar camiseta amarela com short azul?
KEM: Sim
P:E se ela colocar o short verde com camiseta verde?
KEM: Pode
P:E se ela fazer camiseta verde com short azul?
KEM: Pode
P: Então será que a gente vai ter 3 conjuntos apenas?
KEM: Pode ter mais
P: Como você sabe? Pode fazer?
KEM: (fez ligações dos desenhos)
P: Aqui ela usou a camiseta amarela com 2 shorts
Aqui ela usou a camiseta verde com 2 shorts, aqui ela usou a camiseta vermelha com 2 shorts, quantos conjuntos diferentes você fez?
KEM: 6
P: Será que tem alguma conta que a gente aprendeu na escola que a gente pode usar para resolver este problema?
KEM: Mais, vezes
P: Como seria conta de vezes?
KEM: 3x2
P: Faz pra eu ver como você faz
KEM: Dá 6.
P: Porque você fez 3x2?
KEM: Tabuada, 3 camisetas e 2 shorts

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:A gente tem 4 meninas e 3 meninos, cada menina quer dançar com cada menino. Então quantos pares diferentes de dança a gente pode fazer?
KEM:(desenhou)
P: Então com essa menina quantos pares diferentes podem ser feitos?
KEM:3
P:Então quantos pares diferentes você fez?
KEM:12
P:Será que a gente tem alguma conta que pode resolver este problema?
KEM:6x2
P:Da onde é o 6?
KEM:cada menina tem 3 pares
P:Então quantas meninas tem?
KEM:4
P:E quantos meninos?
KEM:3
P:Então quando você falou 6x2, esta relacionado a que?
KEM:as meninas
P:Mas são 6 meninas aqui?
KEM:4x3
P:porque será que vai ser 4x3?
KEM:Porque tem 4 meninas e cada menina ta dançando com 3 meninos
P:Então 4x3 é quanto?
KEM:12

Situação 3:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema ta dizendo?
KEM:Que os bolos podem ser de 2 tamanhos pequeno e grande. E os sabores podem ser de 3 tipos, morango, chocolate e brigadeiro.
P:Então combinando o tamanho com o sabor, quantos tipos diferentes de bolo você pode fazer?
KEM:(desenhou)
P:Então você tem 2 tamanhos e 3 sabores, quantos tipos diferentes de bolo você pode ter?
KEM:(fazendo ligação dos desenhos)
P:Você tem alguma conta que você pode utilizar para responder este problema?
KEM:3x2
P: Porque 3x2?
KEM:Para pegar os 3 sabores e os 2 tamanhos
P:Então faça
KEM:3x2igual a 6

Segunda Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Se cada quilo de batata custa 1,30, qual é o preço que João pagou pela compra se ele comprou 3 quilo? Quanto custa cada quilo?
KEM:1,30
P:Ele comprou 3 quilo, então quanto ele vai pagar?
KEM:3,90
P:Além da soma tem outra conta que da pra fazer para achar o resultado?
KEM:Não
P:Aqui, quantas vezes você fez 1,30?
KEM:3x
P:Se você fizer 3x1,30, será que vai dar o mesmo resultado?
KEM:3x1,30 = 3,90
P:Então qual foi a maneira mais fácil que você achou? Da soma ou da conta de vezes?
KEM:Soma
P:Porque?
KEM:Porque já vai da o resultado mais rápido, de vezes também, mas aqui a gente pega 3 vezes o preço do quilo da batata.
P:E se ele tivesse comprado 5 quilo, quanto ele pegaria? Esse desenhos que você fez aqui representa o que?
KEM:As batatas
P:Aqui ele tem 5 quilo de batata quanto ele pagou?
KEM:6,50
P:Podemos calcular para qualquer quantidade de batatas? Se eu quiser comprar 10 quilo, tem como calcular?
KEM:Sim
P:Como?
KEM:10x1,30
P:E se eu quiser comprar 20 quilo de batata?
KEM:20x1,30
P:então eu posso fazer para qualquer quantidade?
KEM:Sim
P:Como que faria?
KEM: sempre vai ser a quantidade de batatas vezes 1,30.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:O trem partiu até a primeiro parada andou 10 quilômetro, andou novamente e até a segundo parada andou mais 10 quilômetro, o que você pode dizer da distancia percorrida pelo trem após 7 paradas?
KEM:10 x 7
P:10 x 7 você acha? Então faça para eu ver.
KEM:10 x 7
P:porque você fez 10 x 7?

KEM:Cada parada ele anda 10 quilômetro, então são 7 paradas que eles vai dar.
P:Então quantos quilômetro ele vai andar?
KEM:70 quilômetro
P:E se ele parar 12 vezes
KEM:10 x 12
P:Então faça pra mim
KEM:10 x 12= 120
KEM:120 quilômetro
P:É possível calcular para qualquer número de paradas?
KEM:Pode
P:Como a gente pode fazer isso?
KEM:Pode ter quantas paradas quiser, mas sempre vezes 10.
(e registrou: Pode, sempre quantas paradas quiser mas também apenas 10 km)

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Então, se a gente comprar 5 quilo de feijão no barato, quanto a gente vai pagar?
KEM:5 x 1,20= 6reais
P:e se comprar 5 quilo de feijão no preço justo? Quanto vai dar?
KEM:5 x 0,90 = 4,50
P:só que tem um mercado que a gente pode ir a pé e tem outro que tem que ir de ônibus gastando 1,60, qual é esse mercado?
KEM:Preço justo
P:Então além da compra a gente vai ter que gastar mais com o ônibus, daí quanto a gente vai ter que gastar no total? Entre a compra e o ônibus? Como você resolveria isso?
KEM:Pegaria 6+ 1,60
P:mas qual é o mercado?
KEM:O barato
P:E qual a gente tem que ir de ônibus?
KEM:Preço justo
P:Porque você fez 4,50 + 1,60?
KEM:porque 4,50 é o preço total da compra e 1,60 é o valor da passagem.
P:Ai você somou para achar quanto você vai gastar?
KEM:sim
P:e entre O Barato e o Preço Justo, qual ficou mais barato?
KEM:Preço Justo
P:Só que para ir e voltar de ônibus ficou mais barato que o mercado o Barato?
KEM:Não
P:Então qual será a compra mais econômica?
KEM:O Barato
P:porque você acha que é no Barato?
KEM:6,10
P:E aqui deu quanto?
KEM:6,00
P:Então onde é a compra mais econômica? Onde você vai gastar menos?
KEM:No O Barato
P:Então porque se acha que no barato é a compra mais econômica
KEM:Aqui a gente vai gasta 4,50, só que tem que ir de ônibus, e com a passagem fica mais caro.
(e registrou: O Barato, porque O Barato não precisa ir de ônibus e vai mais barato)

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Pedro chegou a cidade de São Paulo, e quer ir a casa do primo dele e chamou um Taxi. O Taxi cobra quanto?
KEM:4+ 1,20 por quilômetro
P:Então se a casa fica a 15 quilômetro, quanto ele vai pagar para o motorista? Cada quilômetro rodado o taxi cobra quanto?
KEM:1,20

P:Então se a casa do primo fica a 15 quilômetro, quanto ele pagara?
KEM:vai gastar 18 reais
P:Esse já é o valor final, ou tem mais alguma coisa?
KEM:Tem que pagar 4,00
P:Então quanto vai dar?
KEM:22,00
P:Então se ele for na casa do primo dele ele vai gastar 22 reais mas e se Pedro desejar ir a um shopping que fica a 12 quilômetro, quanto ele vai gastar?
KEM:12 x 1,20 – Ele vai pagar 14,40
P:Esse é o preço total?
KEM:Sim
P:Aqui você disse que tinha que pagar 4 reais. Ele precisa pagar esses 4 reais?
KEM:Precisa
P:Então quanto ele vai pagar para o motorista para ir ao shopping?
KEM:18,40
P:Qual seria a viagem mais barata? Na casa do primo ou no shopping?
KEM:No Shopping
P:Por que?
KEM:Porque aqui é 15 quilômetro vai gasta mais e só 12 quilômetro.
P:Então vai ficar mais barato. Ele pode calcular para qualquer lugar que ele quiser ir?
KEM:Pode
P:Como ele faria isso?
KEM: Ele pode pegar quantos quilômetros quiser vezes 1,20 e mais 4reais.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Se a sequência continuar, qual vai ser o comprimento do sétimo loop?
O primeiro mede 6, o segundo mede 12, o terceiro mede 18, se a gente for achar o quarto, qual seria o comprimento?
KEM:24
P:Como você achou esse resultado?
KEM:6x4
P:De onde é o 6? Porque você fez 6x4?
KEM:Porque 6x2=12, 6x3=18, 6x4=24
P:Então aqui ta indo de 6 em 6? Tipo tabuada do 6?
KEM:Sim
P:E o 5° loop quanto mediria?
KEM:30
P:E o sexto?
KEM:36
P:Então o sétimo loop que ta perguntando, quanto seria?
KEM:42
P:Faz a conta aqui de como você achou o sétimo loop.
KEM: 6x7=42.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Se a mãe da 1 pulo, o filho da 3, se a mãe der 2 pulos o filho da quanto?
(KEM desenhou na folha, e depois fez a conta)
KEM:6
P:porque?
KEM:2x3
P:E se o filho der 9, quantos pulos a mãe deu?
KEM:3
P:E se a mãe der 4, o filho vai dar?
KEM:12
P:E se a mãe der 5, o filho vai dar?
KEM:18

P:Se a mãe der 5, o filho vai dar?
KEM:15
P:E se o filho deu 18, quantos pulos a mãe deu?
KEM:6
P:E se a mamãe der 26 pulos, quantos pulos o filho dela dará? Além desse jeito que você fez, tem outro jeito que pode fazer? Cada pulo da mãe, o filho da 3. Então se a mãe der 26 pulos, quantos pulos o filho dela vai dar?
KEM:3x26=78
P:Porque você fez 3x26?
KEM:Ela deu 26 e o filho sempre da 3 a mais.
P:Cada uma dela o filho da?
KEM:3
P:Se o filho deu 222 pulos. Quantos pulos a mãe dele deu? Aqui você fez vezes, mas aqui é o contrário, a mãe sempre da menos que o filho não da? Se a mãe der 6 o filho da 18. Então se a gente pega o 18 e divide por 3 pulos que o filho deu, vai da quanto? Se a gente pegar o tanto de pulo que o filho deu e dividir por 3, quantos pulos a mãe vai dar?
KEM:18 dividido por 3igual a 6
P:Então se o filho der 18 a mãe da 6. então se o filho der 222 pulos, a mãe vai dar quanto? Pode usar a mesma conta que usou aqui?
KEM:Vai
P:Então vamos tentar. Então se o filho der 222 pulos, a mãe vai dar?
KEM:74
P:Teria alguma forma da gente ver se isso aqui ta certo?
KEM:sim
P:Como?
KEM:74x3=222
P:Podemos calcular para qualquer número de pulos do filho?
KEM:Pode
P:Como a gente pode fazer isso? Se a gente tem o número de pulos da mãe, a gente consegue calcular o número de pulos do filho?
KEM:Pode
P:Como você faria isso?
KEM: Colocar o número de pulos da mãe vezes.
(e registrou: Sim, podemos colocar quantos passo quiser mas sempre colocando os pulos da mãe vezes 3)

Quinta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:A gente tem o preço de 2 carrinhos custa 18 reais, quanto vai pagar em 4?
KEM:18x4
P:Porque você fez 18 reais x 4?
KEM - 2 carrinhos vai dar 18 reais, se pegar 4 carrinhos, tem que pegar o valor que deu aqui?
P:Aqui ta dizendo que 2 carrinhos custa 18 reais, se a gente comprar 4, quanto vai dar?
KEM:Aqui não tem o preço de cada carrinho
P:Se o preço de 2 carrinhos é 18, quanto custa cada um?
KEM:9
P:Então quanto vou pagar em 4 carrinhos?
KEM:36,00
P:E se a gente for comprar 6 carrinhos? Quanto a gente vai pagar?
KEM:74,00
P:Porque para 4 carrinhos e para 6 carrinhos você usou a conta de vezes?
KEM:Aqui ta o resultado reais de cada carrinhos, e aqui é 4 carrinhos.
P:E aqui porque você fez 9x6?
KEM:Porque cada carrinhos vale 9e são 6 carrinhos
P:Então são 6x9. então quanto custa cada carrinho mesmo?
KEM:9,00
P:Podemos calcular o valor de quantos carrinhos quisermos?
KEM:Pode
P:Como a gente pode fazer?
KEM:Pode pegar quantos carrinhos quiser e pegar sempre o valor de 9 reais.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Luzia comprou 2 quilo e pagou 8 reais. Ana comprou 3 quilo e pagou quanto?
KEM:35
P:Como você chegou nesse resultado?
KEM:8+8
P:Mas 8+8 da quanto?
KEM:16
P:Então não dá. Luzia comprou 2 quilo, se ela tivesse comprado 1 quilo só, quanto ela tinha pago.
KEM:8
P:Em 2 quilo pagou 8. se ela tivesse comprado 1 quilo? Quanto que ela tinha pago?
KEM:2 reais
P:2? Se ela tivesse comprado 1 quilo e pago 2 reais, mas 1 quilo e pago 2 reais, 2+2 são 4, não é 8 né?
KEM:4 reais
P:porque 4 reais?
KEM:Cada quilo custa 4 reais, e ela comprou 2 quilo, 4+4 são 8.
P:Então se ela compra 3, quantos quilo ela vai pagar?
KEM:12
P:E se Eduardo comprar 4 quilo?
KEM:16
P:E se quiser comprar 6 quilo?
KEM:24
P:E se eu quiser comprar 10 quilo, quanto eu pagarei?
KEM:40
P:Como você chegou nesse número?
KEM:Eu peguei 6x4
P:E pra você achar 10 quilo o que você fez?
KEM:10 x 4,00
P:E se a gente gastar 32 reais na feira, quantos quilo a gente vai levar?
KEM:Vou comprar 8 quilo
P:Como você chegou nesse resultado?
KEM:32 dividido por 4
P:Podemos calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras que a gente quiser?
KEM:Pode
P:Como?
KEM:A gente pode comprar quantos quilo quiser sempre pagar 4reais cada quilo.

Anexo H - Transcrição da Entrevista com DIO (9:10)

Primeira Bateria

Situação 1:
DIO lê a situação-problema.
P: Você entendeu o que o problema está dizendo?
(Fez movimento que sim com a cabeça).
P: Então se ela combinar, por exemplo, a camiseta vermelha com o short verde faz um conjunto, então se ela combinar em cada dia uma das três camisetas com um dos dois shorts quantos conjuntos diferentes ela pode fazer?
P: Você pode riscar, usar a folha fazer o que você quiser tá!
(A criança inicia a resolução ligando as camisetas aos shorts, mas diz que a camiseta amarela não combina com nenhum dos dois shorts)
P: Se ela pudesse combinar a camiseta amarela com o short azul, ou a camiseta amarela com o short verde, quantos conjuntos ela poderia formar?
DIO: 3.
P: 3, por que três?
DIO: Por causa se eu combinar esse com esse já dá um par, esse e esse também, e se eu quiser combinar esse com esse vai dá 3, e esse com esse vai dá 4.
(Neste momento A criança percebe que pode formar mais de 3 pares)
P: Então pode fazer uma outra combinação aí?
DIO: Pode.
P: Então faça pra gente ver.
P: Então você combinou a camiseta amarela com o short verde e com o short azul, você combinou camiseta verde, com o short azul e com o short verde e combinou a camiseta vermelha com o short verde e com o short azul. Quantos conjuntos diferentes você formou?
DIO: 7.
P: 7, conta de novo pra eu ver.
DIO: 6.
(E A criança registrou a resposta na folha atividade)
P: Será que tem alguma conta que a gente aprendeu na escola, que a gente pode usar para resolver esse problema?
DIO: Acho que sim.
P: Qual você pensa que pode estar usando?
DIO: Acho que de “mais”.
P: Como seria essa conta de mais?
DIO: Dá pra somar todos esses tanto de conjuntos.
P: Como seria essa soma?
(A criança fez primeiro na calculadora 2+2+2igual a 6)
P: Faça aqui o que você fez na calculadora.
(A criança registrou na folha atividade 2+2+2igual a 6)
P: Será que existe uma outra conta, sem ser essa que podemos usar?
DIO: Acho que sim.
DIO: De dividir.
P: Como seria essa conta?
(A criança então tentou fazer 22 dividido por 2, por que queria usar os mesmos algarismos utilizados na soma, como o resultado não foi o mesmo da soma mudou de ideia e disse que era de “vezes”, e fez 22 vezes 2 também utilizando os mesmo algarismos, como o resultado não foi o mesmo da soma concluiu que não tinha outra conta que daria para resolver).
P: Qual foi a maneira que você achou mais fácil?
DIO: Somando.
P: Por que?
DIO: Porque eu acho melhor, porque daí não precisa ficar riscando pra saber.
P: Mas se você não tivesse riscado será que você iria conseguir chegar nessa soma aqui?
DIO: Pode ser que não também.
P: Mas você acha que era importante fazer desse jeito primeiro?
DIO: Eu acho que sim pra saber o tanto que ia dá.

Situação 2:

(DIO) lê o problema
P: Então quantos pares de meninos e meninas são possíveis fazer?
DIO: 3.
P: Por que 3?
DIO: Por que tem três meninos e quatro meninas, daí ia formar um par de menino e menina, depois outro par de menino e menina, e mais um par de menino e menina, e ia sobrar uma menina, daí não dar para formar par porque são três meninos.
P: Mas se esses meninas e essas meninas não estiverem dançando ao mesmo tempo?
DIO: Pode ser que dê par.
P: Cada menino quer dançar com cada menina, e cada menina quer dançar com cada menino.
DIO: Eles podia trocar de par.
P: Então se eles trocarem de par, quantos pares diferentes dá pra fazer?
(A criança tentou explicar mas ficou bem confuso)
P: Teria algum jeito de resolver para ver quantos conjuntos de meninos e meninas dá pra fazer? Você pode riscar usar desenhos.
(A criança pensa por alguns instantes)
P: Teve uma coleguinha que desenhou os três meninos e as quatros meninas e achou o total de pares, será que é possível fazer isso?
DIO: Acho que sim.
P: Como você faria?
(A criança desenhou um menino e uma menina, dizendo que era um par)
P: Você iria fazer mais quantos pares?
DIO: Mais 2, por que são três pares.
DIO: Só que daí não daria pra fazer uma menina, que ia ficar sobrando.
P: E além de estar desenhando os pares, será que existe alguma conta que a gente aprendeu na escola que daria pra resolver?
DIO: Eu acho que 4 menos 3 eu acho que poderia dar.
(A criança então registrou 4-3=1 na folha atividade explicando que o 4 eram as quatros meninas, o 3 os três pares formados e o 1 a menina que ficaria sobrando)

Situação 3:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Quantos tipos então pode ter combinando um tamanho e um sabor?
DIO: Com o pequeno pode escolher de morango, chocolate e brigadeiro.
P: Hum, então já são quantos tipos?
DIO: 3.
P: E com o grande?
DIO: Com o grande pode escolher também de morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então quantos tipos de bolos no total você tem para comprar.
DIO: 6 tipos.
(E registrou na folha 3+3igual a 6)
DIO: 3 do bolo pequeno mais 3 do bolo grande que dá 6.
P:Teria como resolver essa situação por meio de desenho?
DIO: Sim.
P: Como?
DIO: Desenhando os tamanhos de bolos e os sabores.
P: Faça então para eu ver.
(DIO desenhou um bolo grande e pequeno e os três sabores)
DIO: Bolo pequeno com morango, chocolate e brigadeiro. Bolo grande com morango, chocolate e brigadeiro.
P: Então quanto deu?
DIO: 6.
P: Qual foi a maneira que você achou mais fácil?
DIO: O desenho.
P: Por que?
DIO: Porque você pode ligar os sabores e ver quantos tipos vai dar.

Segunda Bateria

Situação1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)

DIO: Eu acho que é de vezes.
P: Pode rascunhar, fazer o que você quiser.
DIO: Posso usar? (indicando a calculadora)
P: Pode, pode fazer o que você quiser.
P: Por que você pensou em fazer 3 vezes 1,30.
DIO: Porque aqui na escola a gente faz conta de vezes, aí eu acho que aqui vai dar o resultado.
P: Mas porque você acha que 3 vezes 1,30.
DIO: Porque 1,30 é um quilo, aí mais 1,30 e mais 1,30, daria pra fazer de mais também.
P: E se ele tivesse comprado 5 quilos?
DIO: É 1,30 vezes 5 que é o tanto de quilos.
P: Hum. Então faça.
DIO: Dá 6 e cinqüenta.
P: Será que a gente pode calcular para qualquer quantidade que quiser comprar?
DIO:Eu acho que dá.
P: Como você faria?
DIO: Também da para fazer de mais e é só pegar o quilo que você quer comprar e somar de vezes ou de mais.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então se o trem fizer 7 paradas, qual a distância que ele vai percorrer?
DIO: 70.
P: Como você chegou nesse resultado?
DIO: Por que se aqui na primeira parada é 10, mais 10 é 20, mais 10 é 30, mais 10 é 40, 50, 60, 70.
P: E Se ele parar 12 vezes?
DIO: 120.
P: Como você chegou nesse resultado?
DIO: contando.
P: É possível calcular para qualquer número de paradas?
DIO: É.
P: Como?
DIO: Contando de 10 em 10 até o tanto de paradas que o trem deu.

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no O Barato?
(DIO usa a calculadora)
DIO: 6 reais. (e registra na folha atividade)
P: Porque você fez 5 vezes 1,20?
DIO: Porque aqui é igual a soma das batatas. Aqui é o 1,20 o quilo e quer comprar 5 quilos.
P: E se for comprar o mesmo tanto no Preço Justo, quanto vai pagar?
(DIO usa a calculadora)
DIO: 4 e 50. (e registrou na folha atividade.
P: Será que o preço total para ele ir nesse mercado?
DIO: No O Barato pode ir a pé, no Preço Justo tem que ir de ônibus gastando 1,60.
P : Quanto ia gastar para ir no Preço Justo?
DIO: Contando com a compra?
P: Sim.
(DIO usa a calculadora)
DIO: 6 reais e 10 centavos.
P: Como você chegou nesse resultado.
DIO: Fazendo de mais.
P: Faça aqui para eu ver? (DIO registrou na folha 4,50+1,60igual a 6,10).
P: Então qual é a compra mais econômica?
DIO: Esse aqui (apontado O Barato) porque você não precisa gastar 1,60 pra chegar lá.
P: Então qual é o supermercado mais econômico?
(DIO registrou: O Barato porque gasta 6e o Justo gasta 6,10)

Situação 2:

(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então para ele ir a casa do seu primo que fica a 15 quilômetros quanto ele vai pagar?
DIO: Acho que dá pra fazer 1,20 vezes 15 quilômetros.
P: Então faça para eu ver.
(Dio registra então na folha atividade e faz os cálculos).
DIO: Vai dar 18 reais.
P: Esse já é o resultado total?
DIO: Acho que é, ah não tem os 4 reais, aí eu somo com o resultado os 4 reais.
P: Hum, então faça para eu ver?
(DIO faz18,00 +4,00=22,00)
DIO: Ele vai pagar 22 reais.
P:E se Pedro desejar ir ao shopping que fica a 12 quilômetros de onde ele está quanto que ele vai pagar para o motorista?
(DIO então registra 12 vezes 1,20)
DIO: Então é 14 reais e 40 mais a taxa fixa que vai dar (efetua os cálculos) 18,40.
P: A gente pode calcular para qualquer lugar que ele quisesse ir?
DIO: Sim.
P: Como?
DIO: Ele por exemplo se fosse andar 5 quilômetros, ia fazer 1,20 a taxa de quilômetro rodado vezes 5 mais o resultado que deu mais os 4 reais.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Você sabe o que é loop?
DIO: Não.
P: Você já viu aquela montanhas russas, que o carrinho fica de cabeça pra baixo?
MAR: Já.
P. Então aquilo lá é um loop.
(lemos novamente o problema com a criança)
P: Então qual vai ser o comprimento do quarto loop?
(DIO pensa e vai contando de seis em seis)
DIO: é 24.
P: Como você chegou nesse resultado?
DIO: Contando de seis em seis.
P: Então aqui tá de seis em seis?
DIO: Tá.
P: Então se a sequência continuar qual vai ser a sequência do sétimo loop?
(DIO vai contando de seis em seis)
DIO: 42.
P: Além de contar de seis em seis, teria outro jeito de descobrir esse resultado?
DIO: Acho que sim, mas não sei qual?
P: Esses resultados não te lembra alguma tabuada?
DIO: Ah! A tabuada do 6.
DIO: 6, 12, 18, 24, 36, 42.
(E registrou na folha 6x7=42)

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema)
P: Então se a mãe der 1 pulo o filho vai dar 3.
P: Se a mãe der 2 pulos, quantos pulos o filho dela vai dar?
DIO: 6.
P: 6, então escreva aqui na tabela.
P: Por que deu 6.
DIO: Porque a cada pulo que a mãe dá, o filho dá 3, então se ela deu 2 pulos o filho vai dar 6.
P: E se o filho deu 9?
(DIO pensa por alguns instantes e fica em dúvida)
P: Se a mãe der 1 pulo, quantos pulos o filho vai dar?
DIO: 3.

P: Se a mãe der 2 pulos, o filho vai dar?
DIO: 6 pulos.
P: E se a mãe der 3 pulos, quantos pulos vai dar?
DIO: 9.
P: Se o filho deu 9 pulos, quantos pulos a mãe deu?
DIO: Ah é 3, 3 pulos.
P: E se a mãe der 4 pulos?
DIO: 12.
P: Como você chegou nesse resultado?
DIO: aqui é mais 3.
P: E se a mãe der 5 pulos?
DIO: 15.
P: E se o filho deu 18 quantos pulos a mãe deu?
DIO: 6?
P: 6, Porque?
DIO: Porque aqui tá numa sequência (apontando a tabela).
P: Só por isso, só porque está numa sequência?
P: Se a mãe der 6 pulos o filho vai dar quanto?
DIO: 18.
P: Dentro dessa tabela, esses valores te lembra alguma coisa?
DIO: É tipo seguindo a tabuada?
P:Qual tabuada?
DIO: Do 3.
P: hum.
P: Então se a mãe deu 26 pulos quantos pulos o filho deu?
P: Se você tá fazendo a tabuada do 3, aqui fazer 26 vezes quanto?
DIO: 26 vezes 3.
P: Que dá quanto? (DIO faz os cálculos)
DIO: O filho canguru iria dar 78 pulos.
P: Agora é diferente, se o filhinho para acompanhar a sua mãe deu 222 pulos, quantos pulos será que a mãe dele deu?
(DIO fica em dúvida)
P: Aqui a gente achou se o filhinho dava 18 então a mãe dava 6, a gente pode dividir 18 por 3 e achar esse valor.
DIO: Pode fazer de dividir
P: O que você acha?
DIO: Acho que dá.
P: Então como você faria?
DIO: 222 dividido por 3.
P: Quanto que vai dar essa conta.
(DIO usa a calculadora)
DIO: 74.
P: Registra na folha o que você fez na calculadora.
P:Podemos calcular para qualquer número de pulos do filho?
DIO: Eu acho que qualquer pulo que o filho dá a conta tem que ser de vezes e da mãe de dividir, porque o filho dá mais pulos do que a mãe.
P: Hum, então podemos calcular para qualquer número de pulos que o filho dá?
DIO: Sim.
P: Como? Escreva aqui pra mim.
(DIO registrou: Sim, fazendo a conta da mãe fazendo de vezes 3)

Quinta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema)
P: Como encontraremos o preço de 4 carrinhos?
DIO: A gente tem que fazer 18+18, porque 18 reais é a preço de 2 carrinhos então 2 mais 2 dá 4 carrinhos.
P: Então faça pra eu ver.
DIO: 36 reais. (e registrou na folha atividade).
P: Então 4 carrinhos 36 reais, e se a gente comprar 6 carrinhos?
DIO: O preço do carrinho vezes 6.

P: Hum, o preço do carrinho vezes 6.
DIO: Mas primeiro tem descobrir o preço do carrinho?
P: Hum, então quanto será que custa cada carrinho?
DIO: Tem que ser 18 dividido por 2.
(DIO usa a calculadora e responde)
DIO: Cada carrinho custa 9 reais.
P: Então quanto custa 6 carrinhos.
DIO: 6 vezes 9 vai dar 54 reais.
P: Então quanto custa cada carrinho?
DIO: 9 reais.
P: Será a gente pode calcular o valor de quantos carrinhos quisermos?
DIO: Sim.
P: Como?
DIO: O tanto de carrinhos que você quiser vezes o preço dele que é nove reais.
(e registrou: Sim, fazendo a conta de vezes com o total de carrinhos que queremos comprar vezes o preço do carrinho que é 9 reais)

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema)
P: Ana comprou 3 quilos quanto ela pagou?
DIO: Eu acho que tem saber o preço das verduras, aí fazer vezes.
P: Então se ela tivesse comprado só 1 quilo, quanto que ela teria pago?
(DIO usa a calculadora)
DIO: 4 reais.
P: Por que você fez 8 dividido por 2?
DIO: Por que 4+4 é 8. Por que 1 quilo é 4 reais, mais 1 quilo que é 4 reais, aí 2 quilos vai ser 8 reais.
P: Então se Ana comprou 3 quilos, quanto ela pagou?
(DIO pensou por alguns instantes)
DIO: 12.
P: Se ela comprar 4 quilos?
DIO: vai pagar 16 reais.
P: Como você chegou nesse resultado?
DIO: 4 vezes 4.
P: E se quiser comprar 6 quilos?
DIO: (usando a calculadora respondeu) 24 reais.
P:E se comprar 10 quilos?
(novamente DIO usa a calculadora)
DIO: 40 reais.
P: E se eu gastei 32 reais, quantos quilos de frutas e verduras eu levei pra casa?
DIO: Acho que é 9 quilos.
P: Por que?
DIO: Porque se eu comprei 10 quilos e deu 40 então 9 quilos é um pouco menos.
P: Tá então se eu comprar 9 quilos quanto pagarei?
DIO: (usando a calculadora respondeu) acho que é menos quilos porque aqui deu 36.
(DIO usa novamente a calculadora e responde)
DIO: 8 quilos.
P: Porque é 8 quilos? O que você fez aí na calculadora?
DIO: Coloquei no lugar do 9 o 8, daí fiz 8 vezes 4 que deu 32.
P: A gente pode calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
DIO: Acho que sim.
P: Como? Registra pra mim.
(DIO registrou: Sim, fazendo a conta de vez o quilo e o preço da verdura que é 4 reais)

Anexo I - Transcrição da Entrevista com BRU (9:10)

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Você entendeu o que o problema quer dizer? Se ele combinar a camiseta vermelha com o short verde, faz um conjunto. Se ele combinar a camiseta vermelha com o short azul faz outro conjunto diferente. Então se ela usar 3 camisetas e 2 shorts, quantos conjuntos ela pode fazer?
BRU:2
P:Porque 2?
BRU:Porque só tem 2 shorts e 3 camisetas.
P - E como seriam os conjuntos? Você iria combinar qual camiseta?
BRU:Short verde e camiseta verde
P:Short verde e camiseta amarela também poderia?
BRU:Poderia
P:Então daí seria só 2 conjuntos?
BRU:Só
P:Porque?
BRU:Porque tem 3 camisetas e 2 shorts
P:Ele não precisa fazer estes conjuntos de uma vez só.
BRU:Pode ser 3 também, ela usa num dia, daí ela lava e usa outro dia.
P:Se ela combina então as 3 camisetas, 1 dia ela põe uma camiseta com um short, no outro dia ela põe outra camiseta com outro short. Quantos será q ela vai conseguir fazer?
BRU:2
P:Então forme os conjuntos
BRU:camiseta vermelha com short verde, camiseta amarela com short azul.
P:Dá pra fazer mais conjuntos?
BRU:Não
P:Porque?
BRU:Porque só sobrou 1 camiseta e nenhum short.
P:Mas ele pode usar o short em outro dia com outra camiseta. Então como ele usaria?
BRU:Short verde com camiseta verde, short verde com camiseta vermelha, short azul com camiseta amarela.
P:E o short azul pode com a camiseta vermelha?
BRU:Pode
P:E a camiseta verde com o short azul?
BRU:Pode
P:Então quantos conjuntos você teve?
BRU:Camiseta amarela com short verde, camiseta amarela com short azul, camiseta verde com short verde, camiseta verde com short azul, camiseta vermelha com azul, camiseta vermelha com short verde.
P:Então quantos conjuntos que você formou?
BRU - 6
P:Além de formar conjuntos dessa maneira, será que tem alguma conta que a gente aprende na escola que a gente pode usar para resolver este problema?
BRU:Tem
P:Qual seria?
BRU:2 dividido por 3
P:Será que da 6?
BRU:0,6
P:Sera que sem ser dividido não teria outra conta?
BRU - Seria soma ou de vezes
P:Então 3 x 2 shorts da quanto?
BRU:6
P:Qual foi a maneira mais fácil?
BRU:Pelo desenho
P:Porque?
BRU - Porque pela soma tem q fazer um monte de coisa, daí aqui fica melhor pra contar.
P:Se fosse pra você explicar para um colega, qual forma você explicaria?
BRU:Mandava ele fazer os conjuntos daí da 6, 2 do amarelo, 2 do verde, 2 do vermelho.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P **-** A gente tem 4 meninas e 3 meninos, cada menino quer dançar com cada menina e vice e versa, eles não precisam estar dançando ao mesmo tempo. Quantos pares diferentes será que ele pode fazer? Quantos pares essa menina vai dançar?
BRU:3
P:E essa?
BRU:3
P:E essa?
BRU:3
P:E essa?
BRU:3
P:O total da quanto?
BRU:12
P:Além de resolver por desenho, da pra fazer alguma conta?
BRU:4x3
P:Porque você fez 4x3
BRU:Porque 4x3 é 12, 4 meninas e 3 meninos.
P:Qual você achou mais fácil?
BRU:A conta
P:Porque?
BRU:3+3igual a 6 + 3+3igual a 6 daí 6+6=12
P:Então aqui você fez somando. Se você fosse explicar para um amiguinho, qual maneira você explicaria?
BRU:Desenho
P:mas você não achou a conta mais fácil?
BRU:A conta é mais fácil, mas para explicar é o desenho.
P:Porque?
BRU:Falar pra ele ir somando os pares.

Situação 3:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Na padaria prepara bolo que pode ser de 2 tamanhos: Pequeno e Grande e de 3 sabores: Morango, Chocolate e Brigadeiro. Quantos tipos diferentes de bolo a gente pode comprar?
BRU: To desenhando
P:do bolo grande, quantos sabores você pode fazer?
BRU:3
P:Como?
BRU:Morango, Brigadeiro e Chocolate
P:E o pequeno?
BRU:Morango, Brigadeiro e Chocolate
P:Então são quantos tipos?
BRU:6 tipos, 3 x 3 = 9
P:Porque você fez 3 x 3?
BRU:3 + 3 = 6
P:Este 3 representa o que?
BRU:3 bolos grandes
P:E este 3?
BRU:3 bolos pequenos
P:Além da conta de mais, será que tinha outra conta que da pra fazer? Quantos bolos são?
BRU:Eu acho que é só desta maneira. Ah! Sei, agora já sei, 2 x 3 = 6
P:porque você fez 2 x 3?
BRU:2 bolos vezes 3 recheios = 6
P:Qual a maneira que você achou mais fácil?
BRU:Pelo desenho
P:Por quê?
BRU:Porque da pra fazer olhando.
P:Porque você achou mais fácil pelo desenho?
BRU:Porque é só ir contando.

Segunda Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Quanto custa cada Quilo?
BRU:1,30
P:Quantos Quilo ele comprou?
BRU:3 Quilo
P:Então quanto ele pagou pela compra?
BRU:3,90
P:Como você chegou nesse resultado?
BRU:Soma aqui, 1,30 + 1,30 + 1,30 = 3,90
P:Então da 3,90 os 3 quilo?
BRU:Isso
P:Além da conta de mais, tem alguma outra maneira de fazer?
BRU:tem, 3 x 1,30= 3,90
P:Certinho, se ele tivesse comprado 5 quilo, quanto ele pagaria?
BRU:1,30 + 1,30 + 1,30 + 1,30 + 1,30 = 6,50
P:Então se ele tivesse comprado 5 quilo ele pagaria 6,50?
BRU:Sim
P:Além da conta de mais, teria outro jeito de fazer?
BRU:de vezes
P:Como seria? Aqui você fez 3 x 1,30, para achar 3 quilo e pra 5quilo, como você faria?
BRU:5 x 1,30 = 6,50
P:Podemos calcular para qualquer quantidade?
BRU:20 x 1,30, 20 quilo de batata
P:Então para calcular qualquer quantidade da pra fazer?
BRU:se fosse somar ia demorar mais, então o jeito mais fácil é vezes.
P:Então para calcular para qualquer quantidade você faria como?
BRU:de vezes

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:O trem andou na estação e partiu até a primeira parada ele andou 10 quilômetro, andou e até a próxima parada ele andou mais 10 quilômetro, o que você pode dizer da distancia que o trem percorre após 7 paradas?
BRU:70 quilômetro
P:Como você chegou nesse resultado?
BRU:Porque fui contando 10 x 7 = 70
P:E se ele percorrer 12 paradas? Quantos quilômetro ele anda cada parada?
BRU:10 quilômetro, 10 x 12
P:Então quantos quilômetro ele anda 12 paradas?
BRU:120 quilômetro
P:Então é possível calcular para qualquer número de paradas? Como?
BRU:Sim, vezes
P:Então se ele parar 99 vezes, você faz 99 x 10?
BRU:É

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Então quanto se gasta em 5 quilo de feijão no barato? Porque você fez a conta de vezes?
BRU:Porque faz 5 x 1,20 - daí vai dar 6reais
P:Quanto vai pagar se comprar 5 quilo no preço justo?
BRU:4,50
P:mas tem um mercado que tem que ir de ônibus, qual é?
BRU:Preço justo
P:Então este é o preço que a gente vai pagar?
BRU:Não
P:O que tem que fazer? Pego o valor da compra mais o ônibus?
BRU:Pega o resultado dessa conta 5 x 1,30.

P:mas você já fez isto.
BRU:Então, vai dar 4,50 + 1,60 = 6,10
P:Qual a compra mais econômica?
BRU:O barato
P:Por quê?
BRU:Porque no barato gastou 6e economiza 0,10 centavos no preço justo vai gastar 6,10.
P:porque no preço justo deu mais?
BRU:Porque tem que ir de ônibus, gasta mais.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:O taxista cobra uma taxa fixa de 4para levar, e a cada quilômetro é 1,20. Então se a casa fica a 15 quilômetro, quanto ele vai pagar?
BRU:15 x 1,20 = 18 reais
P:Porque você fez 15 x 1,20?
BRU:Fica mais rápido do que somar.
P:porque você pensou em fazer de vezes?
BRU:Porque da pra saber, 15 quilômetro x 1,20
P:Esse já é o total que ele vai pagar?
BRU:Não, tem os 4,00
P:Então como você faria?
BRU:18 reais + 4= 22,00
P:Então para ele ir na casa do primo dele, ele vai ter que pagar 18 reais reais a cada quilômetro + 4reais da taxa. E se Pedro desejar ir ao shopping que fica a 12 quilômetro, quanto será q ele vai gastar?
BRU:14,40
P:Só isso?
BRU:Só
P:Ali você disse que tinha taxa fixa e aqui não tem?
BRU:Tem, 22+ 4,00
P:22reais é o resultado de 15 quilômetro, aqui a gente ta achando de 12 quilômetro. Pra 12 quilômetro quanto ele vai pagar?
BRU:18,40
P:Então para 12 quilômetro ele vai pagar 18,40, qual ficou mais barato pra ele ir?
BRU: Shopping
P:Por quê?
BRU:Porque se é mais barato, ele economiza mais
P:será que tem como ele calcular para qualquer lugar que ele quiser ir?
BRU:É só fazer assim: 89x 1,20 = 106,80 + 4da taxa fixa = 110,80
P:Então se fosse para ele ir em qualquer lugar, como ele faria?
BRU:Pegaria a distancia vezes o valor que o taxista ia cobrar, daí cobrar mais a taxa fixa.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P - primeiro loop = 6, segundo loop = 12, terceiro loop = 18, Qual será a distancia do quarto loop?
P:porque você fez essa conta?
BRU:Porque da pra saber 7 x
P:Ela construiu os 7, mas cada um vai ter um comprimento. Qual seria o quarto? Aqui ta indo de quanto em quanto?
BRU:de 6 em 6
P:qual seria o quarto?
BRU:12
P:O segundo mede 12, terceiro mede 18 e o quarto?
BRU:18
P:Não, o terceiro mede 18, e o quarto?
BRU:38
P:Você falou que ta indo de 6 em 6, então se o primeiro mede 6, o segundo mede 12, quantos cm é a mais que o primeiro?
BRU:6

P:O terceiro mede 18, quantos cm tem a mais que o segundo?
BRU:12
P:O terceiro mede 18, quantos cm tem a mais que o segundo?
BRU:6
P:Então ta aumentando de 6 em 6? Se você continuar aqui, o quarto seria quanto?
BRU:24
P:E o quinto loop?
BRU:Ia dar 30
P:E o sexto?
BRU:36
P:Então o sétimo?
BRU:42
P:Então o sétimo plano, mediu quanto?
BRU:42
P:Será que tem como a gente achar para qualquer número de loop?
BRU:É só ir contando de 6 em 6.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Se a mãe dá 1 pulo o filho tem que dá 3 pulos, se a mãe dá 2 pulos o filho dá?
BRU:6
P:Se o filho deu 9 a mãe deu quantos?
BRU:3
P:Se a mãe deu 4 o filho deu?
BRU:12
P:Se a mãe deu 5 o filho deu?
BRU:15
P:Se o filho deu 18, a mãe deu?
BRU:6, sabe porque eu sei, o filho vai contando de 3 em 3, e a mãe de 1 em 1.
P: Se a mãe der 26 pulos, quantos o filho vai dar?
BRU:78
P:Se o filhinho deu 222, quantos pulos a mãe deu? Agora é o contrário.
BRU:222
P:A mãe sempre vai dar pulo a menos, porque aqui deu igual?
BRU:É 3
P: Será que a gente pode usar esta mesma estratégia para achar aqui?
BRU:74, a mãe vai dar 74
P:Como eu posso saber se ta certo?
BRU:Tira a prova
P:Como você faz? Se a mãe dá 74 pulos, você vai achar quantos pulos o filho deu?
BRU:74 x 3 = 222
P:A gente pode calcular qualquer número de pulos do filho?
BRU:Sim
P:Como?
BRU:97 pulos que o filho
P:Ma eu quero calcular ainda, quantos pulos o filho dá? Como faz?
BRU:291
P:Então esse 97 são os pulos de quem?
BRU:da mãe
P:Então se a mãe dá 97 pulos, você vai fazer 97 x 3 e achar o resultado. Podemos calcular para qualquer número de pulos?
BRU:Pode
P:Como?
BRU:Somando por exemplo 97 x 3=291.
Quinta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Porque você fez 18 x 4? Leia novamente
BRU:Então é 2 aqui?

P:Faça do seu jeito
BRU:18 x 4 = 72
P:Você fez 18 x 4?
BRU:É
P:Deu?
BRU:72
P:18 é o preço de quantos carrinhos?
BRU:4
P:18 reais?
BRU:de 1, errei
P:Por quê?
BRU:Porque é 72 e eu fiz 71 aqui
P:2 carrinhos custam 18 reais reais, se a gente comprar 2 carrinhos a gente vai pagar 18 reais, se a gente 4 carrinhos?
BRU:Então é assim 18 x 2
P:Então não é 18 x 4?
BRU:32
P:Então pra você comprar 4 carrinhos, você vai gastar quanto?
BRU:32
P:Então aqui você colocou 2 porque são 2 x os dois carrinhos que custa 18 reais. E se comprarmos 6 carrinhos, quanto que vamos pagar?
BRU:18 x 6
P:e se a gente calcular para 6, quanto vai dar?
BRU:Vou fazer só de 4 carrinhos
P:Mas 2 carrinhos não custam 18 reais?
BRU:Ah é
P:Daí pra gente achar, se 2 carrinhos custam 18 reais, quanto custa cada carrinho?
BRU:36, não 18
P:18 é o preço de 2 carrinhos.
BRU:Vai ser 8
P:8 + 8 dá 18?
BRU:Dá, não 9
P:Então o preço de 1 carrinho é 9,00?
BRU:É
P:Então se a gente calcular o preço de 6 carrinhos, como a gente vai calcular?
BRU:9 x 6= 54
P:Então pra 6 carrinhos a gente vai pagar?
BRU:54
P:Então quanto custa cada carrinho?
BRU:18 reais, cada 9,00
P:Podemos calcular o valos de quantos carrinhos quisermos?
BRU:Sim
P:Como?
BRU:Se for 5 carrinhos 5x9,00=45,00, nós fasemo 9 vezes a quantidade que quisermos.
Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P:Luzia foi na feira e comprou 2 quilo, ela pagou quanto?
BRU:8 reais reais
P:Ana comprou 3 quilo, quanto ela pagou?
BRU:16,00
P:Voce fez 8 + 8? Deu 16reais?
BRU:Sim
P:Por quê?
BRU:Porque 8 reais reais ela pagou em 2quilo, para 3 tem que somar. Ah não, é outro preço. Porque ela pagou 8 reais em 2 quilo e aqui é 3.
P **-** Então não ta certa?
BRU:Não ta.
P:Ela pagou em 2 quilo 8 reais reais – Então pra 3 quilo quanto ela vai pagar?
BRU:16reais
P:Pra você achar esse valor o que você fez?

BRU:8 + 8
P:Mas 8 reais reais é o preço de quanto?
BRU:2 quilo
P:Então você fez 8 reais reais mais 2 quilo?
BRU:Ah! Já sei, 3 quilo
P:Quanto será que custa 1 quilo só?
BRU:4reais o quilo, 2 quilo é 8 reais reais.
P:Então pra 3 quilo, quanto ela vai pagar?
BRU:12,00
P:Como você fez a conta?
BRU:4+ 4+ 4= 12,00
P:Então e pra 4 quilo?
BRU:16,00, porque eu fiz a conta aquela hora.
P:Então se eu comprar 6 quilo, quanto eu vou pagar?
BRU:6 X 4= 16,00
P:Não, 6 x 4 não é 16 não
BRU:24
P:Porque você fez 6 x 4?
BRU:Porque você olha o quilo que ela quer comprar, vai da 24,00.
P:E 10 quilo, quanto pagaria?
BRU:40,00
P:Então para 10 quilo – 40,00. Se eu gastei na feira 32reais quantos quilo será que eu levei pra casa?
BRU:32 – 4 = 28 quilo
P:28quilo? Interessante aqui você comprou 10 quilo e pagou 40e aqui você compra 28 quilo e pagou 32,00?
BRU:Não
P:Então se a gente gasta 40a gente vai levar quanto?
BRU:10 quilo
P:Se a gente gasta 32a gente vai levar menos ou mais de 10 quilo?
BRU:Mais
P:Mais 32 não é menos que 40?
BRU:Não, leva menos, 32 – 4
P:Não é isso, pra 10 quilo deu 40,00, quanto quilo vai dar 32?
BRU:Vai da 12 quilo
P:Faz de novo a conta de menos, porque acho que ta errado, 40 – 32, foi isso?
BRU:8 quilo
P:Então aqui vai dar quanto?
BRU:8 quilo
P:Podemos calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
BRU:Podemos
P:Como?
BRU:Sim 4 vezes algum tanto que a gente quiser (e registrou na folha atividade)

Anexo J - Transcrição da Entrevista com MIL (9:5)

Primeira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Quantos conjuntos pode dar então combinando as camisetas com os shorts?
MIL: 2.
P: Júlia vai combinar cada dia uma das três camisetas com um dos dois shorts. Podendo combinar qualquer uma das camisetas com qualquer short.
MIL: Posso desenhar?
P: Pode fazer o que você quiser.
(MIL então ligou cada camiseta com cada short)
P: Quantos conjuntos então você formou com as três camisetas e o short verde e as três camisetas com o short azul?
MIL: Seis conjuntos.
P: Tem alguma conta que daria para resolver esse problema?
MIL: Sim.
P: Qual seria?
MIL: De vezes.
P: Como você faria essa conta de vezes?
MIL: 6x2.
P: Quanto que é 6x2?
(MIL contou nos dedos, verificou fazendo a operação na calculadora e respondeu)
MIL: 12.
P: Por que deu diferente?
MIL: Acho que não é de vezes.
P: Por que você acha que não é?
MIL: Vou fazer de mais.
(MIL fez 6+2)
P: Mas de novo o resultado não é o mesmo. Quantas camisetas e quantos shorts tem aqui?
MIL: Ah, então é 2x3.
P: Quanto é 2x3?
MIL: Seis.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então quantos pares diferentes você acha que dá pra fazer?
MIL: Tem 3 meninos e 4 meninas?
P: É. Você pode usar desenhos se você quiser, para entender melhor.
(a criança começa a desenhar na atividade, mas interrompe e diz)
MIL: Ah! Se tem 4 meninas e 3 meninos, na vai dar pra juntar todos, porque tem mais meninas do que meninos, aí uma menina vai ter que focar de fora.
P: É, não da pra juntar todo mundo?
MIL: Não.
P: Mas eles não precisam estar dançando ao mesmo tempo. O Que você acha?
MIL: Eu acho que não dá.
(Como a criança não percebeu que poderia trocar os meninos e as meninas, e que eles não precisavam estar dançando ao mesmo tempo, não procedemos com a atividade).

Situação 3:
(Como a criança não conseguiu resolver a situação anterior onde não havia apoio visual, mas que envolvia elementos (meninos e meninas) que poderiam ser facilmente representados, não aplicamos a situação 3, pois envolvia elementos (tamanho e sabores de bolos) que exigia um grau maior de abstração para ser "representado" visualmente e, assim, a resolução mais natural da situação-problema é a realização da operação ("continha").

Segunda Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)

P: Então o que o problema está dizendo?
MIL: Cada quilo custa 1,30?
P: É.
MIL: Tem colocar 1,30 aqui?
P: Você é que vai me dizer. Faça do jeito que você quiser.
(MIL registra na folha atividade R$ 1,30x3, e efetua os cálculos)
P: Então quanto ele vai pagar pela compra?
MIL: 3 e 90.
P: Por que você fez conta de vezes?
MIL: Por que eu pensei bastante, e achei que era de vezes.
P: E se for comprar 5 quilos de batatas, quanto irá pagar?
(MIL registra na folha atividade 1,30x5, e efetua os cálculos)
MIL: 6 e 50.
P: Então para 5 quilos, ele vai pagar 6 reais e 50 centavos?
MIL: É.
P: E podemos calcular para qualquer quantidade de quilos de batatas que quisermos?
MIL: Acho que não.
P: Por que.
MIL: Acho que não dá.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então o que você pode dizer sobre a distância percorrida pelo trem após 7 paradas? Quanto ele andou será?
MIL: Eu acho que é 7 quilômetros.
P: Mas se a cada parada ele 10 quilômetros, não é muito pouco em 7 paradas ele andar só 7 quilômetros?
MIL: Eu acho que é 70 quilômetros.
P: Como você chegou nesse resultado?
MIL: Porque aqui é 10, 20, 30, 40, 50, 60 e 70.
P: Hum. Tem alguma conta que você poderia usar para responder o que o problema está dizendo?
MIL: Tem.
P: Qual seria?
MIL: 10 mais 7.
P: Quanto dá 10 mais 7.
MIL: Não é 10 vezes 7.
P: Quanto dá 10 vezes 7?
(MIL registra então na folha atividade 10x7=70).
MIL: 70.
P: E qual a distância percorrida após 12 paradas?
(Contando de 10 em 10 MIL responde)
MIL: 120.
P: E tem alguma conta que você poderia usar nesse caso também?
MIL: 10 vezes 12.
(MIL registra então na folha atividade 10x12=120).
P: Será que é possível calcular para qualquer número de paradas?
MIL: Não sei, acho que não.

Terceira Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema)
P: Você entendeu o que problema está dizendo?
MIL: Entendi.
P: Então quanto se gasta para comprar 5 quilos de feijão no O Barato? Cada quilo custa 1, 20 se eu comprar 5 quilos quanto vou pagar?
(MIL registrou na folha atividade, 5x1,20, e usou a calculadora)
MIL: 6 reais.
P: E se a gente comprar o mesmo no Preço Justo?
(MIL registrou na folha atividade, 5x0,90, e usou a calculadora)
MIL: 4 e 50.
P: Quanto iria gastar para ir lá Preço Justo?

MIL: 4 e 50.
P: Qual mercado que precisa ir de ônibus?
MIL: Ah, aqui vai gastar mais.
P: Por quê?
MIL: Porque tem o preço da passagem?
P: Então como você faria?
MIL: 4,50 mais 1,60.
P: Então quanto daria?
(MIL efetua os cálculos)
MIL: 6 e 10.
P: Então, em qual mercado a compra é mais econômica?
MIL: No O Barato.
P: Por quê?
MIL: Porque aqui a gente comprou 5 quilos de feijão e pagou 6 reais. E aqui no Preço Justo a gente vai ter que pagar o preço do feijão e o preço do ônibus e vai dar 6 reais e 10 centavos.
P: Então registra aqui pra mim qual vai ser o mercado mais econômico.
(MIL registrou: Vai ser mais econômico o O Barato porque a gente não precisa de usar o onibus)

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então se ele fosse a casa de seu primo, que ficava a 15 quilômetros de onde ele estava, quanto ele ia pagar para o motorista?
MIL: Eu acho que é conta de vezes.
P: Como é essa conta de vezes?
MIL: Faz 1 real e 20 centavos, vezes os 15 quilômetros.
P: Então faça para eu ver. Você pode usar a calculadora a hora que você quiser?
(MIL registrou na atividade 15x1,20 e usou a calculadora para encontrar o resultado)
MIL: 18 reais.
P: Então, esse já é o total?
MIL: Tem a taxa fixa.
P: Então como fazemos para encontrar o resultado final?
MIL: Pega esse aqui mais esse aqui, 18 reais mais 4 reais.
P: Hum.
(MIL efetua os cálculos)
MIL: Deu 22 reais.
P: E se Pedro quisesse ir a um shopping que fica a 12 quilômetros, como você faria?
MIL: Aí tem que fazer a mesma coisa, mas esse número aqui diferente.
P: Então como você faria?
(MIL registrou na atividade 12x1,20 e usou a calculadora para encontrar o resultado)
MIL: 14 e 40.
P: E daí acabou?
MIL: Aí faz mais uma conta.
P: Qual?
MIL: a do fixo (falando da taxa fixa).
P: E daí da quanto?
MIL: Deu 18 reais e 40 centavos.
P: Daria pra ele calcular para qualquer lugar que ele fosse?
MIL: Acho que sim.
P: Como?
MIL: Se ele fosse numa sorveteria que ficava a 19 km ele ia pega 19x1,20 e ia paga os quilômetros e com o outro ele ia paga mais o fixo.

Quarta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Você sabe o que é loop?
MIL: Não.
P: Você já viu aquelas montanhas russas em que os carrinhos fica de cabeça para baixo?
MIL: Ah já.

P: Então aquilo lá é um loop.
P: Então se a sequência continuar qual ser o comprimento do quarto loop?
(Contando nos dedos Mil responde)
MIL: 24.
P: Como você chegou nesse resultado?
MIL: Contando.
P: Como você contou pra chegar no 24?
MIL: 6 mais 6.
P: Hum, então aqui tá indo de 6 em 6?
MIL: É.
P: E o quinto?
(contando mais 6 respondeu)
MIL: 30
P: E o sexto?
MIL: 36.
P: E então o sétimo que precisamos saber mede quanto?
(novamente conta nos dedos)
MIL: 42.
P: Aqui você foi contando de 6 em 6. Será que a gente tem alguma conta, que a gente pode fazer para encontrar o resultado mais rápido, sem precisar contar de 6 em 6?
MIL: De vezes.
P: Como você faria essa conta de vezes?
(MIL registrou na folha 6x7=42)
MIL: Que é 42.

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)
P: Então se a mãe der 1 pulo o seu vai dar?
MIL: 3 pulos.
P: Se a mãe deu 2 pulos, quantos pulos o filho vai dar?
(MIL pensa por alguns instantes)
MIL: vai dar 6. (e completou a tabela)
P: Se o filhinho deu 9.
MIL: Ah! É igual a tabuada do 3.
P: É, por que você acha isso?
MIL: 3 mais 3...6, 6 mais 3...9.
P: Hum então se a mãe der 4 pulos o filho vai dar?
MIL: 12.
P: Então se o filho deu 18 pulos, a mãe deu?
MIL: 6.
P: Se a mãe der 26 pulos, quantos pulos o filho vai dar?
MIL: 26 vezes 3...(efetua os cálculos) 78.
P: Se agora se o filho deu 222 pulos para acompanhar a mãe quantos pulos a mãe deu?
MIL: Dá pra fazer de dividir?
P: Por quê?
MIL: Por que aqui a mãe dá menos pulo e o filho dá mais pulos, porque cada pulo da mãe ele dá 3 a mais.
P: Então o que você vai fazer aí?
MIL: 222 dividido por 3.
P: Da quanto então?
(MIL usa a calculadora)
MIL: 74 (e registra na atividade)
P: Podemos calcular para qualquer número de pulos do filho?
MIL: Acho que sim.
P: Como? Escreva aqui pra mim.
(MIL registrou: Sim, fazendo o mesmo número de pulos da mãe vezes três)

Quinta Bateria

Situação 1:
(A criança lê a situação-problema, e em seguida fizemos novamente a leitura com ela)

P: Então dois carrinhos da marca FORTE custam 18 reais. Quanto custam então, 4 carrinhos?
MIL: 18 vezes 4 vai dar....(usa a calculadora) 72 reais.
P: O problema ta dizendo que o valor de 2 carrinhos é 18 reais então quanto pagará para 6 carrinhos?
(MIL registra 18x6=108)
P: Por que você fez 18 vezes 6?
MIL: Se aqui deu 18 vezes 4, para comprar 4 carrinhos, aqui que é mais vai ser 18 vezes 6, aí vai dar 108.
P: Quanto custa então cada carrinho?
MIL: 18 reais. (e registrou na atividade)
(Como a criança não encontrou o valor unitário de cada carrinho não fizemos a questão para generalizar)

Situação 2:
(A criança lê a situação-problema)
P: Isso, então se Luzia comprou 2 quilos e pagou 8 reais, quanto que Ana comprou 3 quilos quanto será que ela pagou?
(MIL pensa por alguns instantes)
MIL: 10 reais.
P: Por que 10 reais?
MIL: Porque 8 reais mais 2 reais vai dar 10 reais.
P: Então quanto custa 1 quilo só?
MIL: 1 quilo?
P: É, 2 quilos custam 8 e 1 quilo só custa quanto?
(MIL pensa por mais alguns instantes)
MIL: 4 reais.
P: 4, por quê?
MIL: Porque, se 8 reais é de 2 quilos, 4 reais pode ser de 1 quilo.
P: Então se Ana comprou 3 quilos, quanto ela vai pagar?
(MIL pensa por mais alguns instantes)
MIL:16 reais.
P: Como você chegou nesse resultado?
MIL: Porque 4 mais 4 é 8...e daí mais 4 é 16.
P: Tem certeza, reveja suas contas.
(registrou a conta na folha)
MIL: Ah não é 12.
P: E se comprar 4 quilos quanto pagaremos?
(registrou a conta na folha)
MIL: 16 reais.
P: E se comprarmos 6 quilos?
(Efetuou os cálculos e respondeu)
MIL: 24.
P: Se gastei 32 reais na feira, quanto de frutas e verduras eu comprei?
(MIL foi fazendo a tabuada do 4 para ver 4 vezes quanto dava 32 e respondeu)
MIL: 8 quilos.
P: Poderei calcular para qualquer quantidade de frutas e verduras?
MIL: Acho que sim.
P:Como? Escreva aqui pra mim.
(MIL registrou: Sim eu faria contas de vezes e mais como 4x30 e 4x60)