



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA**

SILAS VENÂNCIO DA LUZ

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÃO DO 1º GRAU: UMA
INVESTIGAÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E
DOS MAPAS CONCEITUAIS.**

**Maringá – PR
Junho de 2010**

SILAS VENÂNCIO DA LUZ

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE FUNÇÃO DO 1º GRAU: UMA
INVESTIGAÇÃO POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E
DOS MAPAS CONCEITUAIS.**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática e ao Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora:

Prof.ª Dr.ª Lilian Akemi Kato

Coorientadora:

Prof.ª Dr.ª Clélia Maria Ignatius Nogueira

Maringá – PR
Junho de 2010

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

L979a Luz, Silas Venâncio da
Aprendizagem significativa de Função de 1º Grau : uma
investigação por meio da modelagem matemática e dos mapas
conceituais / Silas Venâncio da Luz. -- Maringá, 2010.
172 f. : il., figs.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Lilian Akemi Kato.
Co-Orientadora: Prof.^a Dr.^a Clélia Maria Ignatius
Nogueira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Maringá, Programa de Pós-Graduação em Educação para a
Ciência e o Ensino da Matemática, 2010.

1. Matemática - Aprendizagem significativa. 2. Modelagem
matemática. 3. Mapas conceituais - Aprendizagem
significativa. 4. Função do 1º Grau - Aprendizagem. I.
Kato, Lilian Akemi, orient. II. Nogueira, Clélia Maria
Ignatius, co-orient. III. Universidade Estadual de Maringá,
Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o
Ensino da Matemática. IV. Título.

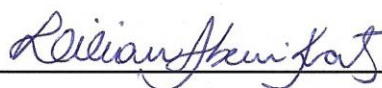
CDD 21.ed. 510.07

SILAS VENÂNCIO DA LUZ

Aprendizagem Significativa de Função de 1º Grau: uma investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais

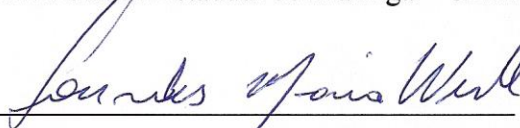
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

BANCA EXAMINADORA



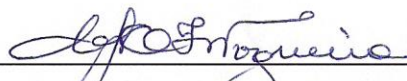
Prof.^a. Dr.^a. Lillian Akemi Kato

Universidade Estadual de Maringá – UEM



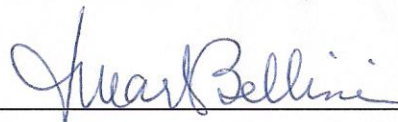
Prof.^a Dr.^a. Lourdes Maria Werle de Almeida

Universidade Estadual de Londrina - UEL



Prof.^a. Dr.^a. Clélia Maria Ignatius Nogueira

Universidade Estadual de Maringá – UEM



Prof.^a. Dr.^a. Luzia Marta Bellini

Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 18 de Junho de 2010.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

Ao Deus todo poderoso do qual procedem todas as coisas e que tem me concedido forças para superar as dificuldades e persistir;

À minha estimada família pelo apoio e consolo em todas as horas, concedendo o refrigério para continuar;

Aos meus únicos tesouros Jana e Júnior que não me abandonaram, mas, compreenderam-me e souberam me dividir com minhas horas de dedicação, trabalho e estudo;

Ao casal Joseane e Paulo Vertuan por me acolherem em sua casa como parte de sua família atendendo-me inúmeras vezes em tudo que necessitei;

À Professora Lilian Kato que com benevolência orientou-me por caminhos que jamais trilharia sozinho, pela dedicação, apreço, compromisso e enorme cooperação na conclusão desta pesquisa;

À Professora Clélia Nogueira pelos apontamentos e contribuições que me enriqueceu intelectualmente durante o processo de elaboração desta pesquisa;

À banca examinadora pelas considerações que aprimoraram esta investigação;

Aos colegas companheiros de grupo de estudo pelo incentivo, com os quais trocamos experiências e conhecimentos;

Aos alunos do 1º A do ano de 2009 que se dedicaram às atividades propostas e as construções dos mapas conceituais

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, que por intermédio de sua Coordenação e Secretária, não mediu esforços em cooperar para que alcançássemos nossos objetivos durante estes quase dois anos e meio em que pude aprimorar-me como aluno deste programa;

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a concretização desta pesquisa meus sinceros agradecimentos.

“Tu, ó Senhor Deus, me deste o escudo da vitória. O teu cuidado me tem feito prosperar, e o teu poder me tem sustentado.”
(Salmos 18:35).

VENÂNCIO, Silas. **Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau: Uma investigação por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais**. 2010. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá; 2010.

RESUMO

Levar o aluno a aprender matemática significativamente é o anseio de todo professor que se preze. No entanto esta tarefa apresenta alguns percalços: Como desencadear a construção de significados pelos alunos e como recolher indícios desta ocorrência? Esta e outras questões pertinentes, por incomodar nossa consciência, levaram-nos a delinear as duas perguntas desta investigação: o ambiente da Modelagem Matemática favorece a aprendizagem significativa de Função do 1º Grau em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio? Como os Mapas Conceituais podem ser utilizados, paralelamente à Modelagem Matemática, para verificação de indícios da ocorrência da Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau? A partir destas duas perguntas e dos referenciais teóricos adotados: a Teoria da Aprendizagem Significativa, os Mapas Conceituais e a Modelagem Matemática; tecemos esta pesquisa que objetivou recolher indícios, por meio dos mapas conceituais, da ocorrência da aprendizagem significativa do conteúdo de Função do 1º Grau, em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio, mediante atividades investigativas norteadas pelo ambiente da Modelagem Matemática. Para tanto, selecionamos uma das turmas do primeiro ano do Ensino Médio do professor-pesquisador, a saber, aquela que melhor se adaptou ao processo de elaboração de mapas conceituais, com a qual desenvolvemos duas atividades de Modelagem Matemática envolvendo os conceitos referentes à Função do 1º Grau. Nesta investigação os alunos construíram quatro mapas conceituais: o primeiro sobre Função do 1º Grau, o segundo e o terceiro sobre cada uma das duas atividades desenvolvidas e novamente outro mapa sobre o tema inicial. As análises de todos os materiais produzidos pelas equipes durante as atividades, e dos mapas individuais construídos pelos alunos permitiu-nos afirmar que o processo de assimilação do conceito de Função do 1º Grau, foi desencadeado em alguns alunos e a aprendizagem destes tornou-se mais significativa após o desenvolvimento das atividades. Desta forma, ratificamos a influência e contribuição do ambiente da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais durante todo o processo de investigação.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa. Modelagem Matemática. Mapas Conceituais. Função do 1º Grau.

VENÂNCIO, Silas. Meaningful Learning of the 1st Degree Function: An investigation by mathematical modeling and the Conceptual Maps. 2010. 167 f. Thesis (Master Degree in Education for Science and Mathematics) - State University of Maringá. Maringá, 2010.

ABSTRACT

Leading students to learn mathematics meaningfully is the wish of any teacher. However, this task has some drawbacks: How to unleash the development of meaning by the students and how to collect evidence of this occurrence? This and other relevant issues, due to the fact they disturb our consciousness, prompted us to delineate the two questions in this research: Mathematical modeling environment is conducive to meaningful learning of 1° Degree Function in a class of first year of high school? How may the conceptual maps be used in a parallel way with the Mathematical Modeling for checking the evidence of the occurrence of Meaningful Learning of 1° Degree Function? From these two questions and theoretical frameworks adopted: the Theory of Meaningful Learning, the Conceptual Maps and the Mathematical Modeling; this research was done aiming to provide evidence by means of conceptual maps, of the occurrence of meaningful learning of the content of 1° Degree Function in a class of the first year of high school, through investigative activities guided by the environment of Mathematical Modeling. To this end, one of the classes of the first year of high school of the teacher-researcher was selected. It was chosen the one that best fitted to the process of developing conceptual maps, with which it was developed two mathematical modeling activities involving the concepts related to the 1° Degree function. In this investigation the students developed four conceptual maps: the first one about 1° Degree Function, the second and third ones about each of the two activities carried out and finally another map about the same opening theme. The analyses of all materials produced by the teams during the activities and of the individual maps developed by the students made it possible to state that the process of assimilation of the concept of 1° Degree function was unleashed in some students and, consequently, their learning became more significant after the development of the activities. Thus, we confirm the influence and cooperation of Mathematical Modeling and Conceptual Maps for the entire research process.

Keywords: Meaningful Learning. Mathematical Modeling. Conceptual Maps. 1° Degree Function.

SUMÁRIO

	<u>INTRODUÇÃO</u>	09
1	<u>REFERENCIAIS TEÓRICOS</u>	14
1.1	David Paul Ausubel e a Teoria da Aprendizagem Significativa	14
1.1.1	Condições para a ocorrência e facilitação da aprendizagem significativa	20
1.1.2	Tipos e formas de aprendizagem significativa	27
1.1.3	Teoria da Assimilação	30
1.2	Os Mapas Conceituais para a Aprendizagem Significativa	32
1.2.1	Das características à construção dos mapas	33
1.2.2	Mapas conceituais como um mecanismo didático	41
1.2.3	Os mapas para a avaliação e a avaliação dos mapas	43
1.2.4	Ensinado a construir mapas	49
1.3	A Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem	50
1.3.1	As etapas da atividade de Modelagem Matemática	54
1.3.2	A Modelagem Matemática e o favorecimento da Aprendizagem Significativa .	56
2	<u>A PESQUISA</u>	63
2.1	Características da pesquisa	63
2.2	A turma e o professor-pesquisador	67
2.3	Obtenção dos dados	69
2.3.1	As anotações e relatórios produzidos pelos alunos	69
2.3.2	O áudio do espaço em que se desenvolvem as atividades	70
2.3.3	Os mapas conceituais produzidos pelos alunos	70

2.4	Atividades preliminares: introdução aos mapas conceituais	72
2.5	Desenvolvimento das atividades	74
2.5.1	Atividade 1	75
2.5.2	Atividade 2	77
2.5.3	Construção do Mapa Final	78
3	<u>OS RESULTADOS</u>	80
3.1	Análise dos materiais produzidos e discussão dos resultados	80
3.1.1	Análise das Atividades Preliminares	80
3.1.2	Análise da construção dos “Mapas A”	81
3.1.3	Análise da Atividade 1	83
3.1.4	Análise da Atividade 2	90
3.1.5	Análise da construção dos “Mapas D”	95
3.1.6	Análise comparativa dos mapas produzidos	96
3.2	Considerações finais	112
	<u>REFERÊNCIAS</u>	118
	<u>APÊNDICES</u>	123
	<u>ANEXOS</u>	128

INTRODUÇÃO

A relação entre a aprendizagem de conceitos matemáticos e as dificuldades vivenciadas pelos professores no ensino dessa disciplina têm levado professores e pesquisadores ligados à Educação Matemática a pesquisar e discutir sobre novos caminhos para o ensino desta disciplina em todo o mundo. Alguns dos resultados desses estudos estão indicados nos textos de documentos que orientam o ensino dessa disciplina.

No âmbito nacional, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, quando tratam da relação saber, professor e aluno, “indicam novos caminhos para fazer matemática em sala de aula” (BRASIL, 1997, p. 15). No mesmo compasso, caminham os documentos estaduais de referência para o ensino de Matemática. No Paraná, as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática – DCEM, também sugerem caminhos metodológicos para o ensino dessa disciplina: “Os conteúdos propostos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente” (PARANÁ, 2008, p. 63).

Esses novos caminhos gerados em resposta às críticas ao ensino da Matemática, suas causas e consequências e pelas discussões desenvolvidas pela Educação Matemática, têm-se consolidado no que os educadores matemáticos nomeiam de Tendências em Educação Matemática.

Dentre as críticas ao ensino de Matemática, uma das que incomoda os educadores matemáticos – por estar ligada ao dia-a-dia de sala de aula – é a que diz respeito à desvinculação do ensino de Matemática com a realidade do aluno e a falta de significado, para estes, dos conteúdos ensinados. Em outras palavras, o que conhecemos por “encasulamento” dos conteúdos, por que estes estão fechados em casulos e não se relacionam com a realidade dos alunos ou com outras áreas do conhecimento.

É dessas e de outras discussões que surge o objetivo primordial das Tendências em Educação Matemática, o de atribuir significado aos conteúdos matemáticos ensinados, motivando os alunos e facilitando a aprendizagem dessa disciplina.

Nossas experiências como professor de Matemática na Educação Básica permite-nos aferir que os professores que vivem o dia-a-dia da sala de aula são incomodados por essas críticas, principalmente aqueles que acreditam que a aprendizagem vai além de uma posterior reprodução do que foi ensinado em um mecanismo avaliativo.

Quem entre nós professores de Matemática, nunca recebeu a pergunta: Para que serve isso? Ou ainda: No que eu vou usar isso? Quem nunca teve um aluno que questionasse a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos e que relação eles podem ter com outros conhecimentos? Sem dizer que essas indagações revelam um desinteresse por parte dos alunos em aprender algo em que não veem significados, senão os cobrados na avaliação.

Como explicar, por exemplo, o fato de alunos responderem adequadamente às questões propostas nas avaliações escolares, alcançando notas suficientes à aprovação e, depois, ao serem indagados no ano seguinte sobre o assunto “aprendido” no ano anterior, dizem não saberem, ou não se lembrarem, ou ainda, nunca terem ouvido falar.

Nesse sentido, como afirmar que um aluno que reproduziu fielmente, em uma determinada avaliação, o que o professor ensinou conseguiu elaborar em sua estrutura cognitiva, os significados para o conteúdo estudado?

E mais, será que esse aluno elaborou um significado para o novo conhecimento a ponto de reconstruir os conceitos desse conhecimento e ser capaz de empregá-los em outras situações? Como verificar com propriedade se ocorreu uma aprendizagem ou uma memorização momentânea do conhecimento ensinado?

Essas inquietações já vivenciadas em nossas experiências recentes desestabilizam o conforto de professores acomodados com a ideia de que seus alunos estão aprendendo tudo o que lhes são ensinados e, por outro lado, já fazem parte da consciência daqueles professores que se questionam a respeito da natureza da aprendizagem dos seus alunos.

A discussão de algumas das questões relacionadas a essas inquietações é o foco desta dissertação. Para tanto, formulamos algumas perguntas que orientaram o estabelecimento da nossa questão de estudo, a saber: quando e como se dá a construção de significado pelo aluno de conceitos matemáticos, ou seja, quando é possível afirmar que o aluno elaborou um significado para um conceito já trabalhado anteriormente na sala de aula? Como desencadear essa construção de significados e como recolher indícios desta ocorrência? Como a

Modelagem Matemática, como representante das Tendências em Educação Matemática que aproxima os conteúdos matemáticos das situações reais, pode desencadear a construção de significados pelos alunos e conseqüentemente promover a aprendizagem significativa de conceitos matemáticos?

Para procedermos à análise dessas questões, idealizamos duas questões para ser respondidas nesta investigação: a) o ambiente da Modelagem Matemática favorece a Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio? b) como os Mapas Conceituais podem ser utilizados paralelamente à Modelagem Matemática para verificação de indícios da ocorrência da Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau? Nesta segunda questão, particularmente, consideramos que a aprendizagem é significativa quando o aluno é capaz de estabelecer relações entre os novos conhecimentos e diferentes situações que o envolve.

Desta forma, focamos em investigar por meio dos Mapas Conceituais, a ocorrência da Aprendizagem Significativa do conteúdo Função do 1º Grau em atividades norteadas pelo ambiente da Modelagem Matemática, em uma turma de alunos do primeiro ano do Ensino Médio da Educação Básica.

Para isso fizemos uso de fundamentos teóricos já consolidados que estudam essas questões e foram nossos “óculos” durante esta investigação. Uma das lentes destes óculos é a Teoria da Aprendizagem Significativa¹ de David Ausubel que propõe uma diferença entre aprendizagem mecânica e significativa, e esclarece como e quando essa segunda aprendizagem pode ocorrer.

Os Mapas Conceituais de Joseph Novak, tomados por nós como um instrumento de verificação da ocorrência da Aprendizagem Significativa, constituem nossa segunda lente teórica.

Já a Modelagem Matemática, representando as Tendências em Educação Matemática que tem como característica aproximar o conteúdo matemático ensinado e as situações reais que podem ser envolvidas nesse conteúdo completa os “óculos” como subsídio metodológico para o encaminhamento das atividades.

¹ Aprendizagem significativa, em uma definição preliminar conforme Masini e Moreira é “a aprendizagem com atribuição de significados, com compreensão (ainda que de modo pessoal), com incorporação, não arbitrária e não literal, de novos conhecimentos a estrutura cognitiva por meio de um processo interativo e progressivo” (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 17).

Propomos, então, atividades mediadas pelo ambiente da Modelagem Matemática envolvendo situações que contemplem o conteúdo da Função do 1º Grau, para favorecer a aprendizagem significativa desse conceito. Isso é investigado por meio da construção, pelos alunos, de mapas conceituais, nos quais procuramos indícios da elaboração de significados pertencentes ao conceito de Função do 1º Grau.

Os mapas conceituais têm se consolidado como um instrumento para a investigação da ocorrência da Aprendizagem Significativa, graças ao esforço de grupos de pesquisa que têm se dedicado a esse fim (MOREIRA, 2006, p. 55). A mesma dimensão pode ser encontrada nos trabalhos que envolvem a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática (BORSSOI, 2004; BORSSOI; ALMEIDA, 2004; BARBIERI; BURAK, 2005; FONTANINI, 2007 e IARONKA, 2008).

Assim, também nos propomos a associar essas teorias e investigar indícios da construção do significado para a Função do 1º Grau pelos alunos, mediante uma análise qualitativa dos mapas conceituais produzidos por eles.

Um dos diferenciais desta proposta em relação às pesquisas citadas refere-se à escolaridade dos alunos envolvidos na investigação, pois trabalhamos com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Das pesquisas acima, apenas as pesquisas mencionadas no trabalho de Barbieri e Burak foram realizadas na Educação Básica, porém sem o uso dos Mapas Conceituais.

Nossa proposta busca a evidência da Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem capaz de favorecer a Aprendizagem Significativa. Almeja a apresentação dos Mapas Conceituais como um instrumento de investigação da Aprendizagem Significativa e remete-nos ao anseio de encontrar, nos mapas construídos pelos alunos, indícios da elaboração de significados ou da ressignificação dos conceitos de Função do 1º Grau, em diferentes situações desencadeadas pelo ambiente da Modelagem Matemática.

Com essa configuração, a proposta interessa aos professores que se sentem incomodados com a volatilidade do que é aprendido pelos alunos, com a forma mecânica como os alunos têm aprendido e posteriormente esquecido sem construir significado para o conteúdo “aprendido”. Evidenciando que é necessário mais que uma aprendizagem memorística para que o conhecimento ensinado possua significado para quem o aprende. Por fim, interessa também à Educação Matemática, aos educadores matemáticos e pesquisadores que anseiam por respostas plausíveis a essas indagações e por novos mecanismos de avaliação da aprendizagem em Matemática.

A necessidade da consolidação de mecanismos que favoreçam a ocorrência da Aprendizagem Significativa, somado a carência de mecanismos capazes de verificar sua ocorrência e a necessidade de se fornecer estofo metodológico que subsidiem o ensino de conteúdos de Matemática na Educação Básica; sustentam a relevância deste trabalho. Pois ele analisa resultados do desenvolvimento de atividades regidas pelo ambiente da Modelagem Matemática, sob a luz das teorias da Aprendizagem Significativa e dos Mapas Conceituais com alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

É necessário enfatizar que a análise proposta nesta pesquisa tem caráter qualitativo e não serve às generalizações, pelo fato de ser a aprendizagem um fenômeno subjetivo e idiossincrático² e se tratar de uma aplicação pontuada a um grupo específico de alunos. No entanto, amplia o rol de investigações por meio da Modelagem Matemática e dos Mapas Conceituais, fundamentados na Teoria da Aprendizagem Significativa.

No texto desta pesquisa, seccionado em três partes encontra-se, na primeira parte uma descrição das teorias e metodologias envolvidas nesta investigação. Na segunda parte, a caracterização e desenvolvimento de todas as etapas da pesquisa. Em uma terceira parte com os resultados, análises e considerações.

² Relativo ao modo de ser e reagir a situações externas inerente a cada pessoa.

1. REFERENCIAIS TEÓRICOS

Nesta primeira seção descrevemos os referenciais teóricos e metodológicos que norteiam a configuração da pesquisa, embasando o encaminhamento metodológico e fundamentando as análises e considerações interpretadas dos resultados.

1.1 David Paul Ausubel e a Teoria da Aprendizagem Significativa

A teoria da aprendizagem significativa foi idealizada por David Paul Ausubel (1918-2008), durante a década de 60 do século XX. Filho de uma pobre família judia, imigrantes da Europa Central, formou-se em medicina e psicologia pela Universidade de Nova York e doutorou-se em Psicologia do Desenvolvimento (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 63). Em 1963, com a publicação de *“The Psychology of Meaningful Verbal Learning”*, primeira tentativa de explicar uma teoria cognitiva de aprendizagem, galga o primeiro degrau do que se constituiu posteriormente na Teoria da Aprendizagem Significativa (PALMERO, 2008, p. 7).

Trata-se de uma teoria psicológica e cognitiva de aprendizagem, um marco teórico proposto para explicar os mecanismos pelos quais ocorrem a aquisição, a assimilação³ e a retenção dos grandes corpos de significados do conhecimento escolar. Além de ser uma teoria centrada no aluno seu conceito central “aprendizagem significativa” se constitui em uma peça chave para compreender o construtivismo moderno (PALMERO, 2008, p. 7).

É uma teoria psicológica de aprendizagem por se preocupar com os processos utilizados pelo aprendiz no momento da aprendizagem, as condições que a facilitam, os resultados e a natureza da aprendizagem produzida. Ainda se caracteriza como uma teoria de aprendizagem, pela finalidade de abordar os elementos, fatores, condições e tipos de

³ É necessário esclarecer que assimilação para Ausubel não tem o mesmo significado que a assimilação para Piaget. A assimilação ausubeliana refere-se à conceitualização, a uma crescente diferenciação e integração dos conceitos na estrutura cognitiva (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 22).

aprendizagem que estão envolvidas no processo de construção de significado, pelo aprendiz, dos conteúdos ministrados na escola, como ratifica Palmero (2008):

É uma teoria de aprendizagem porque essa é a sua finalidade. A teoria de aprendizagem significativa aborda todos e cada um dos elementos, fatores, condições e tipos que garantem a aquisição, a assimilação e a retenção dos conteúdos que a escola oferece a seus alunos, de modo que adquiram significado para o mesmo (PALMERO, 2008, p. 8, tradução nossa).

A Teoria da Aprendizagem Significativa está inserida em uma perspectiva construtivista, pois seus construtos não ferem as principais teorias construtivistas como as teorias de Piaget (1971, 1973, 1977), Kelly (1963), Vygotsky (1987, 1988) e Johnson-Laird (1983). Pelo contrário, de acordo com Moreira, a teoria da Aprendizagem Significativa é um conceito subjacente às teorias construtivistas, sejam elas cognitivistas ou humanistas (MOREIRA, 2008, p. 78).

O conceito central da teoria de Ausubel é a Aprendizagem Significativa, definida como o processo pelo qual um novo conhecimento interage e se incorpora de maneira substancial e não arbitrária a conhecimentos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Em outras palavras, a aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz se dispõe em fazer interações substanciais entre os novos materiais⁴ a serem aprendidos e os conhecimentos relacionados a eles já existentes em sua estrutura cognitiva. Nas palavras de Ausubel (1980):

[...] a aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23).

Essa definição para Aprendizagem Significativa dada por Ausubel implica conceber aprendizagem como incorporação e integração de um corpo do conhecimento à estrutura cognitiva do aprendiz de forma clara, estável e organizada, ou seja, para Ausubel existe aprendizagem quando há reorganização na estrutura cognitiva. Como outros cognitivistas, Ausubel compreende por estrutura cognitiva o conteúdo total de ideias de um aprendiz e sua organização e, é nessa estrutura da mente do aprendiz que a organização e a interação dos novos conhecimentos se processam (MOREIRA, 2006, 135).

A interação substancial e não arbitrária entre o material a ser aprendido e os conhecimentos relevantes a ele pré-existente na estrutura cognitiva do aprendiz é que

⁴ Em vários momentos usaremos a palavra material para representar a matéria a ser aprendida, como sinônimo de conhecimento, que pode ser um conceito, proposição, tópico de um conteúdo, um assunto, etc.

determina a aprendizagem como significativa. Mais precisamente, o fruto da ocorrência da aprendizagem significativa não é o novo conhecimento aprendido nem o conhecimento já existente na estrutura cognitiva do aprendiz modificado pelo novo, mas sim o produto da interação substancial e não arbitrária ocorrido entre eles.

O termo interação não se refere apenas a uma associação ou a uma relação arbitrária entre o novo conhecimento e o pré-existente relevante a ele. O termo carrega em seu significado uma conotação mais profunda de diálogo, de troca de significados entre os dois conhecimentos que, devido a esta interação, se modificam reorganizando a estrutura cognitiva do aprendiz. Esse significado para o termo interação na definição de Ausubel para aprendizagem significativa, ainda é enriquecido pelas ideias de substancialidade e não arbitrariedade nas interações.

Por interações substanciais são compreendidas aquelas que tecem elos significativos, não apenas por aparências superficiais entre os conhecimentos, isso significa que o que é aprendido significativamente apresenta significados pessoais idiossincráticos (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 16). A não arbitrariedade, por sua vez, remete-nos a ideia de interações não aleatórias sem estabelecimento de consonância entre os conhecimentos. Não arbitrárias são as relações estabelecidas com conhecimento prévio específico relevante ao novo conhecimento e não com qualquer conhecimento prévio (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 16).

Os conhecimentos relevantes pré-existent na estrutura cognitiva do aprendiz que interagem de forma substantiva e não arbitrária com os novos conhecimentos, Ausubel chama de subsunçor⁵. Os subsunçores são informações, ideias, conceitos ou proposições pré-existent na estrutura cognitiva que podem servir como “âncora” para os novos conhecimentos. Essa ancoragem e interação entre o novo conhecimento e o subsunçor adequado, é que permite ao aprendiz atribuir significado à nova informação aprendida (MOREIRA, 2006, p. 15).

Os subsunçores podem ser mais gerais ou específicos que os novos conhecimentos a serem aprendidos e ainda podem ser modificados e reorganizados durante o processo de aprendizagem significativa. Como um exemplo, podemos citar o caso particular da aprendizagem significativa das Funções Exponenciais que requer a interação substancial com os subsunçores referentes à potenciação e radiciação no conjunto dos números reais. No entanto, ao aprender significativamente as Funções Exponenciais, as informações referentes às regras de potenciação e radiciação reorganizam-se de forma a possuírem um significado

⁵ A palavra subsunçor é uma tentativa de traduzir a palavra inglesa *subsumer* (MOREIRA, 2006, p. 15)

mais abrangente, ou seja, os subsunçores foram modificados e reorganizados devido às interações com as novas informações que conduziram o aprendiz a ressignificação desses conceitos.

Dessa forma a aprendizagem significativa se caracteriza pelo processo no qual um novo material é incorporado à estrutura cognitiva mediante sucessivas interações com subsunçores adequados em que há diferenciação, elaboração e reorganização da estrutura cognitiva, culminando com a atribuição de significado ao novo material aprendido.

Em um texto mais recente, Masini e Moreira (2008), alertam sobre o que não é aprendizagem significativa. Para clarificar o conceito ele afirma que aprendizagem significativa não é a aprendizagem que o sujeito nunca esquece, não é a que ele mais gosta ou se emociona, não é aprendizagem do que é importante e não é a aprendizagem correta (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 17). Em contrapartida ele afirma:

Aprendizagem significativa é a aprendizagem com atribuição de significados, com compreensão (ainda que de modo pessoal), com incorporação, não arbitrária e não literal, de novos conhecimentos a estrutura cognitiva por meio de um processo interativo e progressivo (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 17).

Ao caracterizar aprendizagem significativa, Ausubel define também a aprendizagem mecânica (automática). Aprendizagem mecânica para Ausubel é aquela em que o novo material é associado à estrutura cognitiva do aprendiz sem nenhuma interação, apenas é somado aos elementos pré-existentes na estrutura de forma linear e arbitrária, trata-se mais de uma aproximação pelas semelhanças do que de uma incorporação substancial. Conforme Ausubel (1980):

Aprendizagem automática ocorre se a tarefa (de aprendizagem) consistir de associações puramente arbitrárias, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa e também [...] se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal, por exemplo, como uma série arbitrária de palavras (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23).

Não obstante a diferenciação para aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica, é necessário dizer que elas não são antagônicas entre si, não são excludentes, não podemos afirmar que a aprendizagem é “ou significativa ou mecânica” (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 23), mas sim que elas são extremos de um mesmo contínuo. Masini e Moreira esclarecem-nos introduzindo a ideia do que eles denominam por “zona cinza”:

No entanto aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica não constituem uma dicotomia. A aprendizagem não é “ou significativa ou mecânica”. Há um contínuo entre elas. Muitas aprendizagens acontecem na “zona cinza” desse

contínuo (...). Quer dizer, as aprendizagens podem ser parcialmente significativas, parcialmente mecânicas, mais significativas ou mais mecânicas (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 23).

Ausubel usa nas definições para aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica, o conceito de tarefa de aprendizagem, isso porque ele distingue dois processos; aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta. Esses processos se diferenciam de acordo com as categorias de tarefas de aprendizagem nas quais o aprendiz está engajado e que compõem os tipos mais comuns de aprendizagem escolar.

Aprendizagem por recepção é aquela em que a tarefa de aprendizagem não requer do aprendiz nenhum tipo de descoberta, a ele compete apenas internalizar o material ensinado que já está em sua forma final sem necessitar de elaboração por parte do aprendiz. Nesse modelo o professor é o instrutor que apresenta o conhecimento “pronto” e o aluno simplesmente “recebe” esses conhecimentos.

A aprendizagem por descoberta pressupõe a participação do aprendiz na descoberta do conhecimento a ser aprendido. A tarefa principal desse tipo de aprendizagem é a descoberta, pois ao aluno, não é dado o conhecimento a ser aprendido, mas ele é direcionado a tarefas que o levam à descoberta.

Ausubel esclarece que a ocorrência de aprendizagem significativa ou mecânica não está relacionada ao tipo de aprendizagem desenvolvida, seja ela por recepção ou por descoberta. Em sua concepção pode existir aprendizagem por recepção significativa ou mecânica e, da mesma forma, aprendizagem por descoberta significativa ou mecânica (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20).

É importante esclarecer que Ausubel reconhece que a aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica não são completamente dicotômicas. No entanto, elas são descontínuas em relação aos processos psicológicos que cada uma desenvolve. Isso ratifica que a ocorrência da aprendizagem significativa ou mecânica não é determinada pelo processo de aprendizagem – por recepção ou descoberta, mas sim pelo tipo de interação desenvolvido pelo aprendiz ao tornar uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa ou não.

Essas relações entre os contínuos; aprendizagem significativa, aprendizagem mecânica e os processos de aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta, foram diagramados por Ausubel, conforme mostra a Figura 1.1, como sendo ortogonais.

Em última análise, “tanto a aprendizagem por recepção como a aprendizagem por descoberta podem ser mecânica ou significativa dependendo das condições sob as quais a aprendizagem ocorre” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 23).

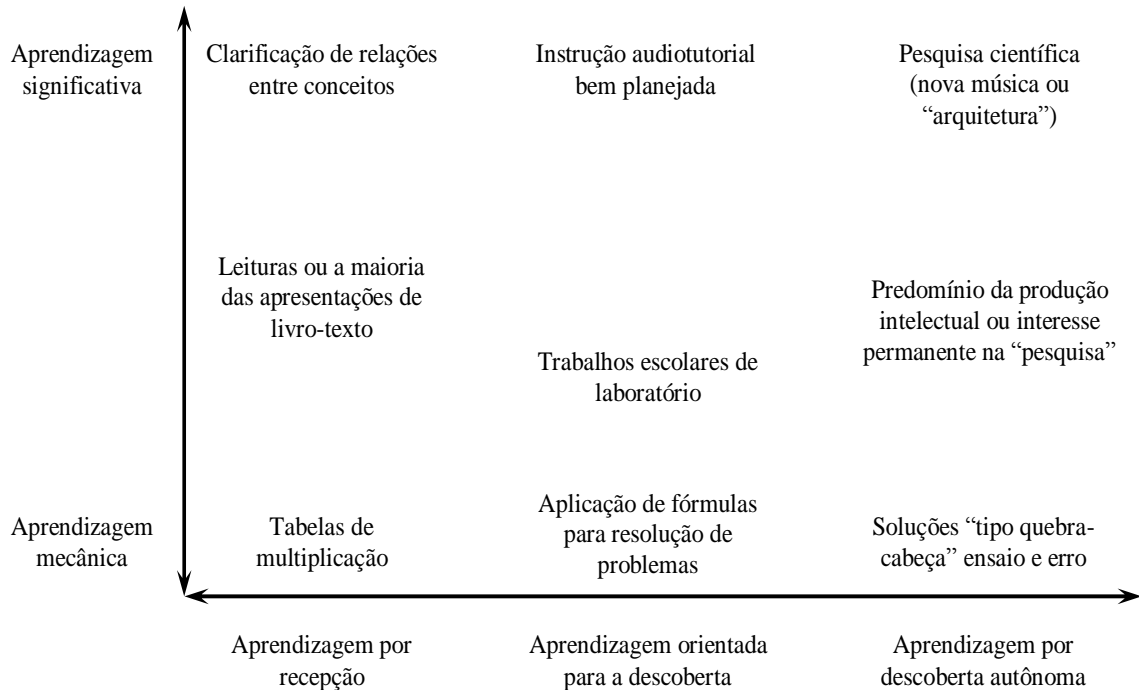


Figura 1.1 – Aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta, estão no mesmo contínuo que parte da aprendizagem significativa ou da aprendizagem mecânica (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 21).

Essa diferenciação leva a compreensão de que podem existir quatro situações básicas de aprendizagem combinando os tipos e os processos descritos anteriormente:

Aprendizagem	Por recepção	Significativa	As tarefas de aprendizagem não pressupõem nenhum tipo de descoberta ou elaboração por parte do aprendiz. Ele apenas recebe o material a ser aprendido de maneira pronta. No entanto ele faz interações substanciais e não arbitrarias com seus subsunçores
		Mecânica	No momento da transmissão do material a ser aprendido o aprendiz não faz interações substanciais entre o novo material e seus subsunçores. Desenvolvendo apenas relações associativas por semelhanças e literais.
	Por descoberta	Significativa	As tarefas de aprendizagem exigem do aprendiz elaboração e descoberta que podem ser autônomas ou orientadas pelas tarefas de aprendizagem. Além disso, o aprendiz faz interações substanciais entre os significados descobertos e seus subsunçores.
		Mecânica	Mesmo o aluno participando das tarefas que o levam a fazer elaborações e descobertas, ele não produz interações substanciais entre as novas descobertas e os seus subsunçores.

Quadro 1.1 – Diferenciação entre as quatro situações básicas para a ocorrência da aprendizagem.

Na figura seguinte (figura 1.2), transcrevemos um diagrama para a compreensão da continuidade entre aprendizagem significativa e mecânica e suas características nesse contínuo.

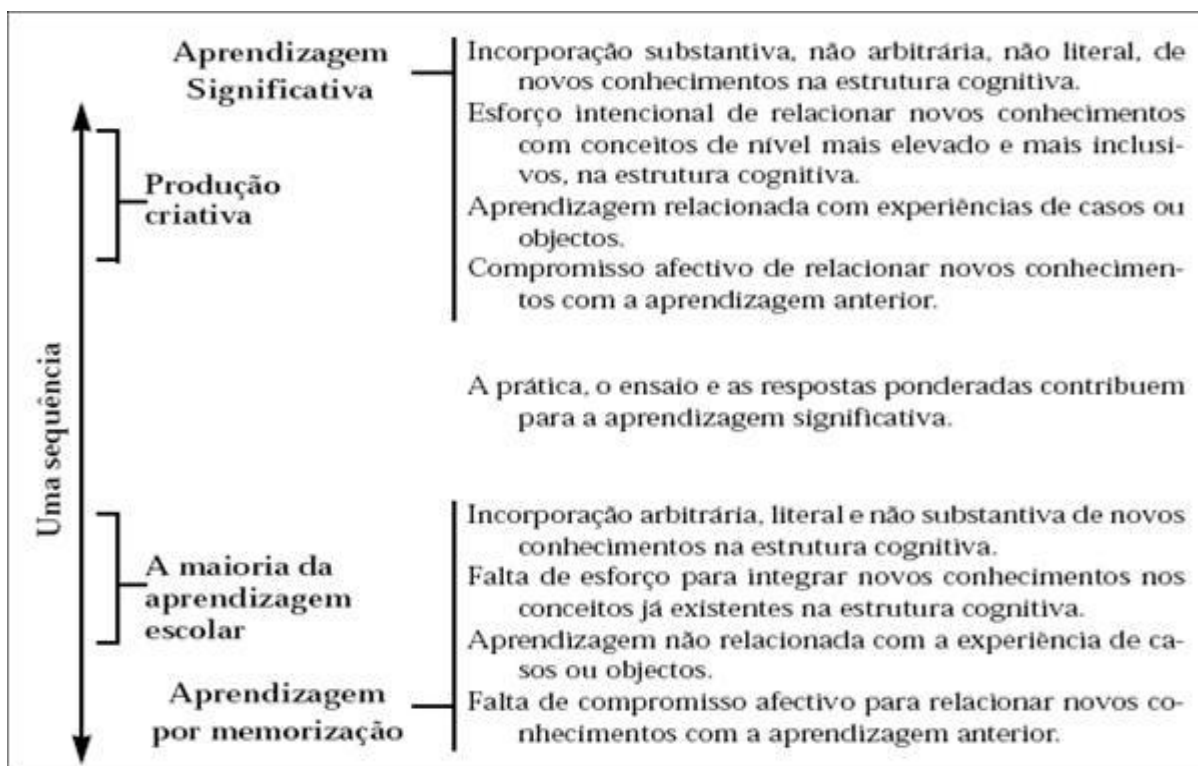


Figura 1.2 – Características da aprendizagem humana, demonstrando variações numa sequência, desde a simples aprendizagem por memorização até à altamente significativa. (NOVAK, 2000, p. 20).

1.1.1 Condições para ocorrência e facilitação da aprendizagem significativa

Diante do exposto pode-se afirmar que a ocorrência da aprendizagem significativa está centrada no aprendiz, por que é ele que pode decidir fazer interações substanciais e não arbitrárias entre os conceitos existentes em sua estrutura cognitiva e o novo material a ser aprendido. Isto também é demonstrado na afirmação com a qual Ausubel resume a psicologia educacional.

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso seus ensinamentos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, prefácio).

Essa síntese aponta para a importância de considerar aquilo que o aprendiz já sabe, e isso está intimamente ligado à característica do ensino que se pauta nessa teoria de aprendizagem, ou seja, uma proposta de ensino baseada na teoria de Ausubel deve, em primeiro lugar, organizar-se considerando aquilo que o aprendiz já sabe.

Dessa característica fundamental da teoria da aprendizagem significativa, deriva a primeira condição para que esta ocorra: o novo material a ser aprendido precisa ser

potencialmente significativo isso significa, de acordo com Ausubel, que o novo conhecimento pode ser relacionado de maneira substancial e não arbitrária à estrutura cognitiva do aprendiz (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34). Dessa forma, a aprendizagem significativa requer em primeiro lugar que o conhecimento a ser aprendido possa ser relacionado de maneira substancial e não arbitrária aos conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

De acordo com Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34), a necessidade de que o material seja potencialmente significativo para a ocorrência da aprendizagem significativa desdobra-se em duas condições subjacentes referentes à natureza do conhecimento a ser aprendido e a natureza da estrutura cognitiva de quem o vai aprender (ibid.).

Quanto à natureza do conhecimento, esse deve ser “logicamente significativo” ou ter “significado lógico”, ou seja, o material precisa ser suficientemente não arbitrário e não aleatório podendo assim ser relacionado de forma substancial e não aleatória aos conhecimentos ou “ideias correspondentemente relevantes localizadas no domínio da capacidade intelectual humana⁶” (ibid.). Ausubel esclarece que significado lógico é a propriedade do material de aprendizagem propriamente dito que determina se ele é ou não potencialmente significativo (ibid.).

A natureza da estrutura cognitiva do aprendiz, por sua vez, precisa estar provida de conhecimentos prévios específicos que possam servir de subsunçores com os quais se relacionará o novo conhecimento, ou seja, é necessário que haja subsunçores claros e estáveis na estrutura cognitiva do aprendiz. De acordo com Ausubel,

[...] para que a aprendizagem significativa ocorra de fato, não é suficiente que as novas informações sejam simplesmente relacionadas de forma não arbitrária e substantiva a ideias correspondentemente relevantes no sentido abstrato do termo, é também necessário que o conteúdo ideacional relevante esteja disponível na estrutura cognitiva de um *determinado* aluno (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 35, grifo do autor).

Esses esclarecimentos indicam que o mesmo material pode ser potencialmente significativo para um aprendiz e não o ser para outro. Isso é determinado por essa característica descrita por Ausubel na citação anterior e que Moreira (MOREIRA, 2006, p. 20), atribui o nome de “significado psicológico”. Ou seja, o potencial significativo do material, segundo Ausubel, pode variar para cada aprendiz “não só de acordo com as

⁶ “Ideia correspondentemente relevante que pelo menos *alguns* seres humanos são capazes de aprender se a eles é dada a oportunidade para que tal ocorra” (AUSUBEL, NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34, grifo do ator).

experiências educacionais prévias, mas também, com fatores como a idade, Q. I., ocupação ou condições socioculturais” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 35).

Significado lógico é inerente exclusivamente à natureza do material. Moreira acrescenta que a maioria dos conhecimentos ensinados na escola são, quase por definição, providos de significados lógicos (MOREIRA, 2006, p. 20). Porém o significado psicológico refere-se à disponibilidade de subsunçores capazes de interagir com o significado lógico do novo conhecimento, ou seja, o significado psicológico é idiossincrático e se refere ao relacionamento substancial e não arbitrário do novo conhecimento aos subsunçores específicos. Se esses subsunçores não existirem na estrutura cognitiva de um aprendiz, o novo material a ser aprendido pode ter significado lógico, mas não será potencialmente significativo para o aprendiz, pois ele não conseguirá devido à ausência de subsunçores relacioná-lo de forma substancial e não arbitrária (ibid.).

Sintetizando a primeira condição para a ocorrência da aprendizagem significativa, podemos afirmar que o novo conhecimento a ser aprendido significativamente precisa ser potencialmente significativo, o que implica, além de apresentar significado lógico referente à natureza do conhecimento, apresentar também significado psicológico referente à capacidade de um aprendiz relacioná-lo a subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva.

A segunda condição necessária à ocorrência da aprendizagem significativa e a predisposição intencional do aprendiz em construir interações substanciais e não arbitrárias entre o novo conhecimento e os subsunçores relevantes existentes em sua estrutura cognitiva (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34).

Isso demonstra que as duas condições necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa apontadas por Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34) e ratificadas por Moreira (2006), Masini e Moreira (2008) e Palmero (2008), dependem do aluno. A primeira depende da existência de subsunçores na sua estrutura cognitiva para que o material seja potencialmente significativo e a segunda, de sua disposição em aprender significativamente.

Outra observação decorrente dessa, é que ambas as condições necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa devem ser satisfeitas concomitantemente, pois elas são interdependentes na ocorrência da aprendizagem significativa. Em outras palavras por mais que o material seja potencialmente significativo se não houver disposição para relacioná-lo de forma substancial e não arbitrária, não ocorrerá a aprendizagem significativa. Da mesma forma, não basta a disposição para relacionar o novo material de forma substancial e não

arbitrária se esse não for potencialmente significativo. Como complementa Ausubel, em ambos os casos, “tanto o processo de aprendizagem como o produto são automáticos” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34).

Diante dessa compreensão e considerando essas duas condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, cabe-nos explicitar a proposição de Lemos (LEMOS, 2006) ao afirmar que as condições para a aprendizagem significativa “evidenciam que o processo de ensino e aprendizagem implica corresponsabilidade do professor e do aluno” (LEMOS, 2006, p. 60).

Lemos, ainda esclarece que não há receita capaz de garantir a ocorrência da aprendizagem significativa (LEMOS, 2006, p. 65), essa afirmação conjugada com a de Masini e Moreira (2008, p. 21), de que as condições para a ocorrência da aprendizagem significativa são difíceis de serem satisfeitas em situações formais de ensino, leva-nos a indagação: como facilitar a aprendizagem significativa? Qual organização ou estratégia para o ensino favorece esse tipo de aprendizagem?

Em resposta a essas perguntas, Ausubel aponta como principal estratégia facilitadora da aprendizagem significativa, por “facilitar o estabelecimento de uma disposição significativa para a aprendizagem” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 143), o que ele chama primeiramente de “organizadores antecipatórios” (ibid.), e em um texto mais recente “organizadores avançados” (AUSUBEL, 2003, p. 151; NOVAK, 2000, p. 71). No entanto, nos dois textos a ideia para os organizadores é a mesma e a maioria dos trabalhos tem lhe atribuído o nome de “organizadores prévios” (MOREIRA, 2006, 2008; Masini e MOREIRA, 2008; PONTES NETO, 2006; LEMOS, 2006).

Os organizadores prévios⁷ são materiais instrucionais em um nível maior de generalização e inclusividade, do que o material a ser aprendido. Destinam-se a fazer uma ponte entre os conhecimentos prévios, os quais o aluno apresenta, e os conhecimentos prévios que ele deveria apresentar para que o novo material a ser aprendido seja potencialmente significativo. Ou ainda, para explicitar a relação entre o novo conhecimento e o já existente na estrutura cognitiva do aluno, que pode não ser facilmente percebida por ele (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 39).

Não é nosso objetivo exemplificar quais materiais instrucionais poderiam ser considerado como organizadores prévios, porém todo o material instrucional introdutório que apresente e organize de uma forma abrangente os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos

⁷ Usaremos esta terminologia para os organizadores por ser a mais corrente em nossa língua

necessários à aprendizagem significativa do próximo tópico de estudo, e se facilitam a interação substancial e não arbitrária tornando os novos materiais potencialmente significativos para o aprendiz, podem ser considerados como organizadores prévios.

Nessa afirmação reside a importância dos organizadores prévios, na facilitação da aprendizagem significativa nos casos em que o aprendiz não apresenta os conhecimentos prévios adequados ou não percebe a relação entre o novo conhecimento e seus conhecimentos prévios.

Com objetivo de elencar outras possibilidades para facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa, Masini e Moreira (2008), apontam mecanismos e princípios capazes de facilitar este processo como: o princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, a linguagem, a negociação de significado, os mapas conceituais entre outros (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 36).

A linguagem tem papel crucial na facilitação da aprendizagem significativa, primeiro pela sua capacidade representacional das palavras no processo de aprendizagem, como também, pela sua capacidade mediadora durante a interação pessoal e o compartilhamento de significados entre alunos e professores (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 38).

“A aprendizagem significativa envolve aquisição de novos significados e os novos significados, por sua vez, são produtos da aprendizagem significativa” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34), no entanto para que haja aquisição de significado é necessário que esses significados sejam amplamente negociados e renegociados durante o processo de aprendizagem. Conforme Masini e Moreira (2008, p. 39), deve existir durante o processo de aprendizagem uma intensa troca, intercâmbio de significados entre professor e aluno, para que esse assimile os significados aceitos quanto à matéria de ensino e escolha interiorizá-los de forma não literal nem arbitrária facilitando assim a aprendizagem significativa (ibid.).

Os mapas conceituais, por sua vez, são mecanismos gráficos capazes de facilitar essa troca de significados entre professor e aluno, ao mesmo tempo em que contribuem pelas suas características de construção, para a organização dos conhecimentos na estrutura cognitiva de quem o elabora.

Apresentamos na seção 1.2 a potencialidade dos mapas conceituais, mas é válido adiantar que seu processo de construção (escolher os conceitos, organizá-los em níveis hierárquicos, encontrar as palavras de ligação adequadas e fazer sucessivas revisões) contribui para a organização dos conhecimentos prévios relevantes e suas possíveis ligações com o novo material a ser aprendido. O que é importante para que o novo material seja

potencialmente significativo, em outras palavras, eles se constituem em organizadores prévios se forem construídos e renegociados antes da instrução.

Ausubel (2003), ao descrever os fatores pedagógicos que contribuem para a aprendizagem significativa cita, além do princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, os princípios da organização sequencial e da consolidação (AUSUBEL, 2003, p. 171-174).

A diferenciação progressiva é um processo da aprendizagem significativa. Como dissemos na primeira parte desta seção, à medida que um conceito subsunçor interage e ancora um novo conhecimento, esta interação e ancoragem modificam o conceito subsunçor. Quando isso ocorre uma ou mais vezes leva a diferenciação progressiva do conceito subsunçor. Ou seja, sequências de interações substanciais e não arbitrárias aprimoram o conceito, o reelaboram, atribuindo-lhe novo significado e diferenciando progressivamente o conceito subsunçor (MOREIRA, 2006, p. 26). Esse processo de diferenciação progressiva está vinculado à aprendizagem significativa subordinada, tipo de aprendizagem significativa que conceituaremos na seção seguinte.

A reconciliação integradora, que também é um processo decorrente da aprendizagem significativa, ocorre quando o novo conhecimento ao se relacionar de forma substancial e não arbitrária com os conhecimentos prévios relevantes, os desestruturam provocando uma reorganização dos conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA, 2006, p. 27). Esse processo da reconciliação integradora está vinculado à ocorrência da aprendizagem significativa superordenada, que também conceituaremos na seção seguinte.

Esses dois processos da aprendizagem significativa são elencados como princípios facilitadores dessa aprendizagem pelos autores citados, por dois motivos: Em primeiro lugar, se a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora são um processo decorrente da aprendizagem significativa, eles podem ser tomados como princípios programáticos na apresentação do material de ensino. A diferenciação progressiva, por exemplo, é considerada quando a partir do início da instrução os conhecimentos são apresentados dos mais gerais e inclusivos e progressivamente são diferenciados incluindo, detalhes, especificações e exemplos. De forma análoga, a reconciliação integradora é considerada durante a instrução se o ensino explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 37).

Em segundo lugar, por Ausubel considerar dois pressupostos:

(1) é menos difícil para os seres humanos apreenderem os aspectos diferenciados de um todo, anteriormente apreendido e mais inclusivo, do que formular o todo inclusivo a partir das partes diferenciadas anteriormente aprendidas; e (2) a organização que o indivíduo faz do conteúdo de uma determinada disciplina no próprio intelecto consiste numa estrutura hierárquica, onde as ideias mais inclusivas ocupam uma posição no vértice da estrutura e subsumem, progressivamente, as proposições, conceitos e dados fatuais menos inclusivos e mais diferenciados (AUSUBEL, 2003, p. 166).

Outros dois princípios a serem considerados, na organização programática do material de aprendizagem quando se almeja a ocorrência da aprendizagem significativa apontados por Ausubel (2003), são: o princípio da “organização sequencial” e da “consolidação” (AUSUBEL, 2003, p. 171-174).

Por princípio da organização sequencial Ausubel entende que na organização do material de aprendizagem é necessário respeitar as relações naturais de dependência do conteúdo, desta forma, o primeiro material a ser aprendido deve exercer um papel de suporte ideacional, o organizador pelo qual se procedera as aprendizagens seguintes, justificando a organização sequencial como facilitador da aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003, p. 171-174).

Por último, Ausubel indica que o quarto princípio que afeta a aprendizagem é a consolidação. Por esse princípio Ausubel destaca a necessidade da reinteração e da realização de tarefas em contextos e momentos diferentes para que se produza a generalização e a interiorização efetiva e significativa do que foi aprendido (AUSUBEL, 2003, p. 171-174).

Diante dessas considerações, resta-nos ressaltar que a aprendizagem significativa é um processo idiossincrático e, muito embora conheçamos as condições necessárias à sua ocorrência e os mecanismos e princípios capazes de facilitá-la, não podemos aferir-lhe o valor de ocorrência ou não ocorrência da aprendizagem significativa. É por esse motivo que em todo este texto nos limitaremos apenas a investigar indícios da ocorrência da aprendizagem significativa.

No entanto, tomando por base o texto de Lemos (2006), em que a autora arrola atitudes, mecanismos e princípios para aqueles que almejam a ocorrência da aprendizagem significativa em situações formais de ensino, e desejam organizar o ensino de acordo com essa teoria, podemos elencar recortado da literatura algumas atitudes favoráveis à facilitação da aprendizagem significativa.

- a) Selecionar um material de aprendizagem potencialmente significativo, ou seja, possível de ser incorporado de maneira substancial e não arbitrária pelo aluno (LEMOS, 2006);

- b) Organizar o material potencialmente significativo levando em conta a hierarquia conceitual do conteúdo ao qual o material pertence (PALMERO, 2008);
- c) Averiguar a existência de conhecimentos prévios na estrutura cognitiva do aluno e se esses conhecimentos são relevantes à aprendizagem do novo material para, a partir dessa averiguação reorganizar o material a ser ensinado de forma a considerar os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva (LEMOS, 2006);
- d) Idealizar um material introdutório que contenha as ideias gerais e mais inclusivas referentes ao tópico a ser ensinado (AUSUBEL, 2003);
- e) Utilizar algum tipo de organizador prévio, como por exemplo, os mapas conceituais, caso não haja conhecimento prévio relevante e/ou caso o aluno não consiga estabelecer as relações entre o novo material e os conhecimentos prévios relevantes (LEMOS, 2006);
- f) Iniciar a instrução a partir dos conceitos e proposições mais gerais e inclusivos e à medida que decorre a instrução, fazer as diferenciações possíveis apontando os detalhes, especificações e exemplos (MASINI; MOREIRA, 2008);
- g) Sempre que possível durante a instrução, fazer as reintegrações, apontando as similaridades e diferenças e as discrepâncias reais ou aparentes (MASINI; MOREIRA, 2008);
- h) Estimular a troca, o intercâmbio de significados entre o professor e o aluno e entre os alunos (MASINI; MOREIRA, 2008);
- i) A função da linguagem como mediadora de respostas verbais implícitas na formação conceitual, deve ser amplamente considerada (AUSUBEL, 2003, p. 175);
- j) Garantir a ocorrência de atividades que oportunizem ao aluno apresentar e negociar suas ideias (LEMOS, 2006);
- k) O aluno deve ter oportunidade de se perceber como o próprio construtor do seu conhecimento (LEMOS, 2006);
- l) Possibilitar a interação do aluno com um mesmo conhecimento em momentos e situações diferentes do processo de aprendizagem (PALMERO, 2008).

1.1.2 Tipos e formas de aprendizagem significativa

Podem-se distinguir de acordo com a teoria de Ausubel, diferentes tipos e formas de aprendizagem significativa, diferenciados de acordo com o material e de como esse é

aprendido. Os tipos de aprendizagem significativa são diferenciados pela natureza do material aprendido, podendo ser uma representação, um conceito ou uma proposição. Já, as formas de aprendizagem significativa são diferenciadas pela maneira como se incorporam à estrutura cognitiva o novo conhecimento aprendido.

Quanto à natureza do conhecimento aprendido, a aprendizagem significativa pode ser: representacional, conceitual ou proposicional.

A aprendizagem significativa representacional é o tipo mais básico de aprendizagem significativa e ocorre quando o aprendiz estabelece uma relação significativa de correspondência entre um determinado significado e certa representação. Envolve a atribuição de significados a determinados símbolos (tipicamente palavras), isto é, a identificação, do significado de símbolos com seus referentes (objetos, eventos, conceitos). (MOREIRA, 2006, 2008).

A aprendizagem significativa conceitual deriva da aprendizagem representacional, pois os conceitos também são representados por símbolos, geralmente palavras. Porém essas palavras não representam objetos específicos mais genéricos, eventos, ou regularidades percebidas em eventos ou objetos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A diferença entre estes dois tipos de aprendizagem reside no fato de que na aprendizagem representacional a palavra, ou seja, o símbolo equivale, para quem a aprendeu, àquele objeto específico o qual ela nominou. Na aprendizagem conceitual a palavra representa, para quem a aprendeu, o conjunto de propriedades e regularidades comuns àquele objeto, ou seja, o conceito (MOREIRA, 2006, 2008).

É importante esclarecer que a aprendizagem significativa conceitual ocorre por formação de conceitos tipicamente em crianças, raramente em adultos, ou por assimilação de conceitos, comuns em crianças na idade escolar e em adultos (MOREIRA, 2006, 2008).

A aprendizagem proposicional é aquela em que o material a ser aprendido é composto por uma proposição que envolve mais de um conceito. Uma proposição é um núcleo significativo, ou seja, um conjunto de mais de um conceito interligados de forma a expressar um significado que transcende a soma dos significados dos conceitos (MOREIRA, 2006, 2008).

As formas de aprendizagem significativa, caracterizadas pela maneira com que o novo conhecimento interage com os conhecimentos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, admitem que esta esteja organizada de forma hierárquica, podendo ser distintas em aprendizagem significativa subordinada, superordenada ou combinatória.

Se o novo conhecimento, após a interação substancial e não arbitrária, se subordina ou se ancora a subsunções mais gerais e inclusivos relevantes a ele existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, processo que Ausubel denomina por subsunção (MOREIRA, 2006, 2008), diz-se que houve aprendizagem significativa subordinada. Esse tipo de ancoragem, quando ocorrido sucessivas vezes diferencia o conceito subsunção, o elaborando, deixando mais específico e modificando seu significado, a esse processo decorrente da aprendizagem significativa subordinada, Ausubel chama: diferenciação progressiva (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A aprendizagem significativa subordinada é a forma mais comum de ocorrência da aprendizagem significativa, pois se considera que a aprendizagem significativa ocorrerá mais facilmente se o novo conhecimento for apresentado respeitando esse princípio da diferenciação progressiva (AUSUBEL, 2003).

No entanto ela ainda pode ser distinguida em Aprendizagem significativa subordinada derivativa ou correlativa.

Aprendizagem significativa derivativa é aquela em que o novo conhecimento é entendido como um conceito específico do subsunção que o ancora, ou apenas corrobora, ilustra uma proposição previamente aprendida (MOREIRA, 2006, 2008).

Já, a aprendizagem significativa correlativa é aquela em que o novo conhecimento é uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação do conceito ou proposição que o ancorou (MOREIRA, 2006, 2008).

A aprendizagem significativa superordenada ocorre quando o novo conhecimento, mais geral e incluyente são aprendidos de forma significativa a partir dos conceitos ou proposições referentes a ele já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Isso acarreta uma reorganização estrutural na hierarquia conceitual do aprendiz. De certa forma, é admissível que conforme ocorram seqüências de sucessivas aprendizagens significativas, esses conceitos subsunções estabelecidos também interagem substancialmente entre si formando ideias ou proposições mais gerais, a aprendizagem assim caracterizada é dita aprendizagem significativa superordenada (MOREIRA, 2006, 2008).

Essa forma de aprendizagem está vinculada ao que Ausubel denomina por reconciliação integradora, ou seja, o processo de interação entre conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva do aprendiz, originando ideias mais gerais e incluyentes (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A aprendizagem significativa é dita combinatória quando o novo conhecimento aprendido de forma significativa não é subordinado a nenhum conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aprendiz e, também, não é suficientemente geral e inclusivo a ponto de subordinar algum conhecimento específico existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Ou seja, ele não é subordinado nem subordina nenhum conhecimento, mas é potencialmente significativo por poder se relacionar com um aspecto amplo, de uma maneira geral na estrutura cognitiva do aprendiz.

Esses tipos e formas para a aprendizagem significativa subjazem seu conceito central de que o novo conhecimento deve ser incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz por meio da interação substancial e não arbitrária com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

1.1.3 Teoria da Assimilação

Na tentativa de clarificar os processos internos que ocorrem durante a aprendizagem e retenção significativa do conhecimento na estrutura cognitiva do aprendiz, Ausubel elabora o que por ele foi denominado de Teoria da Assimilação.

Nesta teoria Ausubel explica como se relacionam as novas ideias potencialmente significativas existentes no material a ser aprendido, às ideias relevantes já ancoradas na estrutura cognitiva do aprendiz. Segundo ele, a interação destas ideias e seu posterior armazenamento fazem parte do processo de assimilação que ultrapassa a fase de aprendizagem até a fase de retenção e esquecimento (AUSUBEL, 2002, p. 8).

Nesta perspectiva a aprendizagem significativa é a primeira parte de um processo interno e psicológico que avança à retenção significativa e o esquecimento. Isto é justificado pelo fato de o novo conhecimento provocar infinitas interações com vários outros conhecimentos já ancoradas na estrutura cognitiva do aprendiz.

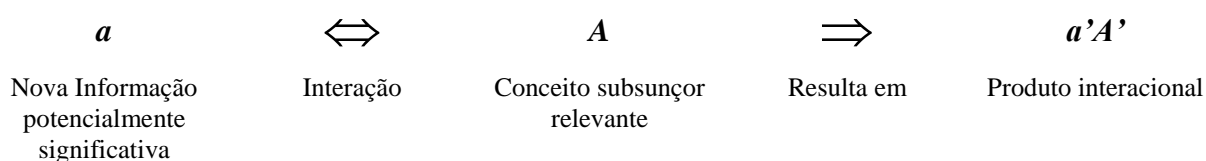
A essência do princípio da assimilação se encontra no entendimento de que novos significados são elaborados mediante o resultado da interação entre os novos conhecimentos e os já existentes na estrutura cognitiva. O produto desse processo interacional modifica os significados do novo conhecimento e dos subsunçores que com eles interagem.

De acordo com esse princípio, quando uma informação, ideia, conceito ou preposição *a* potencialmente significativa, a ser aprendida, interage de forma substancial e não arbitrária com uma ideia, conceito ou preposição já estabelecida *A*, ou seja, um

subsunçor, a nova informação a e o subsunçor A são modificados em a' e A' e compõem o produto interativo $a'A'$. Desta forma o produto interacional característico do processo de assimilação na aprendizagem significativa não é o novo significado a' , mas, inclui também, a modificação do subsunçor, ou seja, em um significado $a'A'$.

O produto interacional $a'A'$ comporta-se como uma nova unidade em que a' e A' permanecem relacionados e estabelecidos à estrutura cognitiva, podendo sofrer modificações ao longo do tempo. Ou seja, a assimilação não é um processo finito, mas contínuo, que envolve futuras aprendizagens.

Esquemáticamente podemos representar este princípio de acordo com o quadro 1.2,



Quadro 1.2 – Esquema representativo do princípio da assimilação

Ausubel admite ainda que subsequente à aprendizagem significativa, na fase da retenção, a nova informação aprendida, permanece dissociável do seu subsunçor por um período variável de tempo, podendo ser reproduzidas individualmente (MOREIRA, 2006, p 30).

A capacidade de dissociação do produto $a'A'$, diminui durante a fase de retenção a ponto de, conforme progride a assimilação, as informações a' e A' , não serem mais separadas restando apenas o subsunçor modificado A' .

O processo de assimilação explanado por Ausubel, compreende então, uma terceira etapa, a fase do esquecimento, por ele denominada de assimilação obliteradora. Conforme resumido por Moreira (2006):

O cerne da "teoria da assimilação" está na ideia de que novos significados são adquiridos através da interação do novo conhecimento com conceitos ou proposições previamente aprendidos. Essa interação resulta em um produto interacional $a'A'$, no qual não só a nova informação adquire significados (a') mas também o subsunçor A adquire significados adicionais (A'). Durante a fase de retenção esse produto é dissociável em a' e A' , porém, à medida que o processo de assimilação continua, e entra na fase obliteradora, $a'A'$ reduz-se simplesmente a A' , ocorrendo, então, o esquecimento (MOREIRA, 2006, p 31).

Segundo Ausubel (2002) a aprendizagem significativa constituiria então apenas a primeira fase de um processo de assimilação mais vasto e inclusivo. Este processo considera as diferentes relações que são estabelecidas, pelo aluno, entre as novas ideias potencialmente significativa com as ideias relevantes ancoradas (ou estabilizadas) na estrutura cognitiva.

Destas relações surgem os novos significados, *a'A'*, que constituem o objetivo do processo de aprendizagem. Seguindo este processo, esses novos significados devem passar por um processo de estabilização, em relação a estas mesmas ideias ancoradas na estrutura cognitiva, que podem reter a força de dissociabilidade ou disponibilidade desses significados.

Para Ausubel (2002), a estrutura cognitiva instável, ambígua, desorganizada ou organizada de modo caótico tem tendência a inibir a aprendizagem significativa e a retenção. Desta forma, é por meio do fortalecimento de aspectos relevantes da estrutura cognitiva que se pode facilitar a nova aprendizagem e a retenção.

1.2 Os Mapas Conceituais para a Aprendizagem Significativa

A elaboração de mapas conceituais foi idealizada pelo professor e pesquisador norte americano Joseph D. Novak da Universidade de Cornell e seus colaboradores como D. Bob Gowin, os dois professores eméritos da mesma Universidade, a partir da:

[...] necessidade de encontrar uma maneira para representar a compreensão conceitual das crianças, surgiu a ideia de representação do conhecimento da criança sob a forma de um mapa de conceitos. Assim nasceu uma nova ferramenta não apenas para uso em investigação, mas também para muitos outros usos (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 2, tradução nossa).

Novak usou pela primeira vez a técnica do mapeamento conceitual em 1972, em um curso que ministrou na Universidade de Cornell, em que procurava acompanhar e entender a evolução do conhecimento sobre ciências na estrutura cognitiva de crianças (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 2).

Para Novak, os mapas conceituais são ferramentas “que têm o objetivo de representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 31). Proposição para Novak consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica (ibid.).

Ao admitir que os mapas conceituais possam representar relações entre conceitos em forma de proposições, Novak aproxima-os da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel como uma ferramenta capaz de representar a organização conceitual de uma área do conhecimento ou de um grupo de conceitos na estrutura cognitiva do aprendiz.

Ausubel é um dos teóricos cognitivistas que, nos anos anteriores a 1972, vinha se destacando no estudo de como é incorporado o novo conhecimento à estrutura cognitiva dos alunos na aprendizagem escolar, de seus estudos, resultou a elaboração da teoria de

aprendizagem significativa descrita anteriormente. Que por se ater exclusivamente ao processo ensino-aprendizagem nas situações escolares e dedicar-se à compreensão de como o novo conhecimento é incorporado à estrutura cognitiva dos aprendizes é considerada uma das teorias de aprendizagem mais completas (BRITO, 2005 p. 74).

Novak foi cooperador de Ausubel em suas pesquisas sobre a incorporação de novos conhecimentos à estrutura cognitiva dos estudantes, levando-o a ser coautor da segunda edição do livro básico de aprendizagem significativa de David Ausubel *Psicologia Educacional* (1980), (MOREIRA, 2006, p. 182). Essa cooperação deu-se no sentido de “Novak dar continuidade as pesquisas de Ausubel na psicologia educacional criando os mapas conceituais e dando uma conotação mais humanística ao conceito de aprendizagem significativa”, essa interação foi tão produtiva a ponto de Moreira afirmar que o que hoje se chama “Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel” deveria se chamar “Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e Novak” (MOREIRA, 2006, p. 182).

A importância dos mapas conceituais nas situações de ensino e aprendizagem repousa nas valiosas contribuições que eles têm acrescentado à teoria da aprendizagem significativa. Isso pode ser verificado nos inúmeros trabalhos das três conferências internacionais sobre mapas conceituais (*Concept Mapping Conference*, 2004, 2006 e 2008) e nos anais do primeiro e segundo Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa (ENAS, 2006, 2008).

Esse contexto histórico do surgimento dos mapas conceituais os diferencia de outras representações gráficas (organograma, diagrama de fluxo, mapas mentais ou quadro semânticos), pois são idealizados a partir dos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa. Essa diferenciação se faz necessária pelo fato de os mapas conceituais estarem embasados em uma teoria de aprendizagem que orienta sua aplicação, sua construção e sua análise.

1.2.1 Das características à construção dos mapas

Mapeamento conceitual é a técnica de construir mapas conceituais. Não há diferença entre mapas conceituais e mapas de conceitos, ambos se referem à representação das relações entre um grupo de conceitos. Novak define mapas conceituais como uma ferramenta gráfica, um recurso esquemático para representar conhecimento por meio de relações estabelecidas

entre significados conceituais incluídos em uma estrutura proposicional (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 31).

Essa representação, em geral, é feita em duas dimensões, com os conceitos aparecendo dentro de caixas ou elipses enquanto as relações entre conceitos são especificadas por meio de frases de ligação nas linhas que os conectam. (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 2).

A planificação das representações dessas relações em duas dimensões supõe uma hierarquia estrutural que ora representa a hierarquia da área do conhecimento na qual estão inseridos os conceitos e ora representam a organização desses conceitos na estrutura cognitiva de quem o elabora.

Dessa forma, é possível distinguir entre mapas conceituais e mapas cognitivos, apesar de Novak se referir aos dois termos, existe uma diferença quanto à estrutura hierárquica que representam. O primeiro mapa conceitual refere-se às estruturas hierárquicas referentes à área do conhecimento na qual os conceitos e proposições estão inseridos, ou pertencem. O segundo mapa cognitivo está relacionado com o modo como esses conceitos mapeados se organizam na estrutura cognitiva do aprendiz que podem ser diferente da estrutura hierarquia da área do conhecimento (MOREIRA, 2006, p. 46).

Por exemplo, quando o mapa conceitual é elaborado para que se investiguem os conhecimentos prévios de um aluno sobre um determinado grupo de conceitos, esse mapa revelará como se organizam na sua estrutura cognitiva os conceitos relacionados ao conhecimento mapeado. Ou seja, esse mapa pode ser chamado de um mapa cognitivo e apresenta um caráter idiossincrático. Se o mapa é elaborado por um especialista no assunto mapeado, o mapa não deixará de revelar a estrutura cognitiva, mas as disposições das hierarquias entre os conceitos estarão mais próximas dos aceitos por uma comunidade científica, ou seja, aproximará da hierarquia conceitual da área do conhecimento (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 154).

Novak admite ainda que um mesmo mapa conceitual pode ter mais de uma configuração, ou seja, os mesmos conceitos e proposições podem ser mapeados em estruturas hierárquicas diferentes dependendo da situação particular em que o mapa foi construído (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 32).

Para a utilização de mapas conceituais na investigação da aprendizagem e compreensão conceitual da maneira proposta por Novak é necessária a compreensão do que Novak entende por conceito. A definição de conceito que permeia a compreensão de Novak é de conceito como “regularidade percebida em eventos ou objetos, ou registros de eventos ou

objetos designados” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 31). Em uma definição mais recente, Novak afirma que as palavras e os símbolos são os rótulos dos conceitos definidos como “regularidades apreendidas dos acontecimentos ou objetos, ou registros dos acontecimentos ou objetos, designados por um símbolo” (NOVAK, 2000, p. 21).

Há uma correlação entre a definição de conceito adotada por Novak e a encontrada no texto de Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Ausubel aponta conceito como “objetos, eventos, situações ou propriedades que possuam atributos essenciais comuns que são designados por algum signo ou símbolo” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980 p. 47). Essa consonância, no entendimento do que vem a ser conceito é mais profunda. Novak afirma que as palavras são os rótulos e que os conceitos são os significados, as imagens mentais que o aprendiz associa a um determinado rótulo (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48), e Ausubel expressa essa mesma compreensão ao explicar a aprendizagem de conceitos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 46-47).

As proposições são os elementos dos mapas conceituais que possuem importância central na construção de significados. Elas expressam como os conceitos se relacionam atribuindo significado a dois ou mais conceitos. Novak descreve as proposições como “dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 31). De uma maneira simples pode-se exemplificar a estrutura de uma proposição como: conceito um + palavra de ligação + conceito dois. As proposições são afirmações sobre um objeto ou acontecimento que ocorrem naturalmente ou são construídos.

A construção de mapas conceituais, conforme proposto por Novak, considera como principal característica a estrutura hierárquica dos conceitos a serem mapeados. Essa estrutura hierárquica pode obedecer à estrutura hierárquica da área do conhecimento a que pertencem os conceitos ou, representar a forma como esses conceitos estão hierarquizados na estrutura cognitiva de quem elaborou o mapa.

Isso concorda com o pressuposto da Teoria da Aprendizagem Significativa, que os conhecimentos organizam-se na estrutura cognitiva do aprendiz de forma hierárquica, ou seja, dos conceitos mais gerais aos mais específicos, contribuindo para o reconhecimento no mapa conceitual da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa entre os conceitos que estão sendo mapeados.

A estrutura hierárquica, característica dos mapas, é proposta por Novak para apontar a organização conceitual de um aprendiz e conseqüentemente revelar mudanças nessa

organização conceitual que podem indicar a ocorrência das formas de aprendizagem significativas proposta por Ausubel.

Moreira (2006) e Novak (1981) sinalizam que a hierarquia do mapa contribui para a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora, quando as hierarquias conceituais representadas no mapa podem ser lidas em mais de uma direção enquanto o novo conhecimento é incorporado (MOREIRA, 2006, p. 49).

[...] do ponto de vista ausubeliano, a instrução deve ser planejada não somente para promover a diferenciação progressiva, mas também para explorar, explicitamente, relações entre proposições e conceitos, evidenciar semelhanças e diferenças significativas e reconciliar inconsistências reais ou aparentes. Ou seja, para promover também o que Ausubel chama de reconciliação integrativa. Segundo Novak (1977, 1981), para conseguir a reconciliação integrativa de maneira mais eficiente, a instrução deve ser organizada de tal forma que se "baixe e suba" nas hierarquias conceituais à medida que a nova informação é apresentada. Isso significa que, embora no enfoque ausubeliano se deva começar com os conceitos mais gerais, é necessário mostrar logo como os conceitos subordinados estão relacionados com eles e, então, voltar, através de exemplos, a novos significados para os conceitos de ordem mais elevada na hierarquia. Em outras palavras, se deve "baixar e subir" no mapa, explorando, explicitamente, as relações de subordinação e superordenação entre os conceitos (MOREIRA, 2006, p. 49).

A estrutura hierárquica diferencia os conceitos em níveis diferentes nos mapas formando segmentos ou domínios que podem ser entendidos como setores. Quando o elaborador do mapa consegue integrar em novas proposições conceitos de níveis diferentes, ele estabelece o que Novak chama de ligações cruzadas. Sobre essas reintegrações, Novak e Cañas afirmam que “um mapa conceitual fica enriquecido quando se podem observar em sua estrutura as ligações cruzadas” (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3).

Essas ligações cruzadas indicam possíveis relações estabelecidas pelo aprendiz entre conceitos de diferentes segmentos ou setores do mapa demonstrados pelas hierarquias, e permitem verificar como um conceito em um domínio do conhecimento se relaciona a outro conceito em outro domínio de conhecimento. “Há duas características dos mapas conceituais que são importantes para a facilitação do pensamento criativo: a estrutura hierárquica que está representada em um bom mapa e da capacidade de pesquisa para caracterizar novas ligações cruzadas.” (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3).

O descrito nos parágrafos anteriores, diz respeito à fundamentação teórica que sustenta a construção dos mapas conceituais conforme ela foi idealizada, e indica que a elaboração de mapas conceituais está fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de D. Ausubel, e tem por objetivo representar o conhecimento na perspectiva dessa teoria cognitiva.

De forma ampla, a variedade de estudos que têm abordado a construção de mapas conceituais (NOVAK; GOWIN, 1996; NOVAK, 2000; NOVAK; CAÑAS, 2006; MOREIRA, 2006; TAVARES, 2007; RUIZ-MORENO, et. al. 2007; PEÑA, 2005; DUTRA, 2006; ARAMAN, 2006 e outros), têm concebido esses como diagramas de relações entre conceitos ou, mais especificamente, como diagramas hierárquicos que refletem a organização conceitual de um campo do conhecimento, uma disciplina ou parte dela na estrutura cognitiva do aprendiz (MOREIRA 2006). Desta forma, podem-se construir mapas conceituais a partir de uma pergunta, um problema que se queira resolver, um grupo de conceitos, um assunto ou tópico de um conteúdo, para toda uma disciplina, ou ainda, para um simples texto (ibid.).

Embora possa se falar de mapas conceituais com uma ou três dimensões, o modelo instrucional mais apropriado e que mais se aproxima da concepção de Novak, é o mapa bidimensional, por explorar a hierarquia vertical e também a comparação horizontal entre conceitos. Mapas unidimensionais seria uma simples lista de conceitos hierarquizados verticalmente, ou seja, uma representação grosseira da estrutura conceitual e mapas tridimensionais representariam abstrações matemáticas, de limitada utilidade para fins instrucionais (MOREIRA, 2006, p. 46).

Para o presente estudo, consideramos mapas conceituais como diagramas bidimensionais que demonstram a estrutura hierárquica entre conceitos e suas relações, por se adequarem melhor à representação da aprendizagem significativa. Nessa concepção, o mapa conceitual é construído a partir dos conceitos mais gerais e inclusivos, no topo do mapa, aos menos inclusivos e específicos na base do mapa conceitual. Assim um mapa conceitual representará as relações e a hierarquia conceitual existente na estrutura cognitiva de quem o elaborou.

Destaca-se que o mapa conceitual revela o desenvolvimento cognitivo individual por seu caráter idiossincrático, ou seja, como o conhecimento e as relações conceituais se organizam na estrutura cognitiva de um indivíduo. Isso significa que dois especialistas de uma mesma área podem traçar mapas conceituais diferentes sobre o mesmo grupo de conceitos, por esse ser inerente à compreensão individual dos conceitos relacionados.

Por esse motivo, um mapa conceitual deve ser encarado como uma das possíveis representações para o grupo de conceitos relacionados, ou seja, não existe “o mapa conceitual”, mas, “um mapa conceitual”. Por esse mesmo princípio, não é adequado falar em mapa conceitual “certo” ou “errado”, por ser esse a representação da estrutural conceitual de

um indivíduo, sobre um grupo de conceitos em um dado momento, existe uma particularidade para cada situação, cada indivíduo e para o momento da construção do mapa.

A partir dessas compreensões é que se justificam a revisão do mapa após a sua elaboração. Novak salienta que o primeiro mapa conceitual sempre apresenta uma estrutura a ser melhorada e, ainda, que um bom mapa conceitual é aquele que passou por três ou muitas revisões do seu elaborador (NOVAK; GOWIN, 1996).

No mapa conceitual, os conceitos são representados por rótulos, que são as palavras que os representam dentro de figuras, principalmente retângulos e elipses e as relações entre os conceitos são representadas por linhas que conectam esses conceitos e por palavras ou frases de ligação que explicitam e direcionam essas conexões para formar uma proposição (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3).

Não se deve focar a importância nas figuras gráficas utilizadas, na espessura da linha e no uso ou não uso de setas. Moreira esclarece que focar a análise do mapa nessas representações é confundir mapas conceituais com outros tipos de diagramas como quadros-sinóticos, diagramas de fluxo, redes semânticas ou organogramas. Isso não significa que não se possam escrever conceitos mais abrangentes em elipses e menos abrangentes em retângulos, ou ainda usar setas para indicar a direção de uma relação, o que não se deve é fazer com que essas notações gráficas indiquem outro tipo de representação que não seja um mapa conceitual (MOREIRA, 2006, p. 94).

Apesar da autocrítica feita por Moreira aos seus próprios trabalhos e a outros autores (MOREIRA, 2006, p. 91-95), diferenciando o mapa conceitual de outras representações que segundo ele são “distorções” do conceito de mapa conceitual, alguns autores, como Tavares (2007, p. 75), apresentam o que de acordo com ele são tipos de mapas, mesmo entendendo que o modelo de mapa hierárquico é o que melhor atende ao princípio ausubeliano de aprendizagem e ao proposto por Novak.

Considerando-se então essa perspectiva de entender o mapa conceitual como diagrama de hierarquização de conceitos e inter-relações entre eles, deve-se iniciar a elaboração de um mapa conceitual pelos conceitos mais gerais e inclusivos até os mais específicos e aos exemplos. Quanto aos exemplos, recomenda-se evitá-los na elaboração dos mapas e se esses vierem a ser incluídos, que se faça na base do mapa como explicitação de um conceito bem específico.

Em seus trabalhos, Novak (NOVAK; CAÑAS, 2006; NOVAK; GOWIN, 1996) propõe alguns passos para iniciar os aprendizes na elaboração do primeiro mapa conceitual.

Entre essas instruções destacam-se as estratégias para iniciação na construção de mapas detalhadas em (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 40-50), em que Novak propõe sequências de atividades para a introdução da elaboração dos mapas. Essas estratégias foram elaboradas por Novak para diferentes níveis de instrução, em anexo (anexo A), transcreve-se a sequência de atividades utilizadas nessa investigação.

Destacamos essas estratégias por, segundo o próprio Novak, ser elaboradas a fim de introduzirem os mapas conceituais para a facilitação da aprendizagem significativa, o que condiz com a abordagem de mapas neste trabalho.

De acordo com Novak, o primeiro passo na introdução dos mapas para um novo grupo de alunos é levá-los a compreender a importância dos conceitos. A primeira parte da sequência de atividade objetiva exatamente conduzir o aluno à reflexão do que é e da importância dos conceitos na elaboração e configuração dos mapas. Novak destaca:

Em primeiro lugar, queremos adiantar a ideia de que a melhor forma de facilitar a aprendizagem significativa dos estudantes é ajudá-los explicitamente a verem a natureza e o papel dos conceitos, bem como as relações entre os conceitos, tal como existem nas suas mentes e como existem “lá fora”, no mundo ou em instruções escritas ou orais (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 40).

A relevância dessa compreensão da definição de conceito pelo aluno extrapola a simples apreensão do significado do conceito, chegando até o entendimento de que a palavra que nomeia um conceito (um objeto, padrão ou regularidade) é apenas o rótulo, e que o conceito em si constitui-se no significado, na imagem mental que o rótulo produz no aluno (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48).

Ainda no intuito de ajudar a construir os primeiros mapas, Novak afirma que os mapas conceituais podem ser construídos a partir de uma pergunta central ou de um problema a resolver, ou responder, mediante a construção do mapa. Nesse sentido Novak diz que um mapa conceitual sempre responde a uma pergunta central e que “... uma boa pergunta pode levar a um bom mapa conceitual, muito mais rico” (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3).

A construção dos mapas na forma proposta por Novak deve seguir alguns passos norteadores que facilitaram a sua elaboração. O primeiro passo é escolher um domínio de conhecimento que pode ser um texto, um assunto, ou tópico de uma disciplina, ou uma pergunta inicial. O próximo passo é identificar os conceitos fundamentais que se aplicam a esse domínio do conhecimento, podem ser de 15 a 25, variando de acordo com o domínio conceitual de cada pessoa. Esses conceitos devem ser ordenados em uma lista do mais geral e

inclusivo ao menos geral e mais específico, de acordo com Novak essa atitude ajudará a iniciar a elaboração do mapa (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3).

Segue-se a construção do mapa mediante o conceito mais inclusivo e tecendo as primeiras ligações hierárquicas com outros conceitos subordinados a esse. Essas primeiras ligações podem ser revistas à medida que se incluem novos conceitos e até que o último conceito seja incluído no mapa. No entanto não podemos afirmar que o mapa está concluído, pelo contrário, lemos em um dos textos de Novak que:

É importante reconhecer que um mapa conceitual nunca é concluído. Depois que um mapa preliminar é construído, é sempre necessário rever esse mapa. Outros conceitos podem ser adicionados. Bons mapas conceituais geralmente são resultado de três ou muitas revisões (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3, tradução nossa).

Depois de esgotadas as revisões, ainda é interessante procurar ligações cruzadas entre os conceitos de domínios ou segmentos diferentes do mapa. Essas ligações cruzadas, como afirmamos anteriormente, ajudam a identificar como os conceitos são relacionados na compreensão do elaborador do mapa. Isso é necessário para que o aluno perceba que todos os conceitos se relacionam um com o outro de alguma forma.

A ausência de ligações cruzadas sugere uma aprendizagem linear ou mecânica que ainda não pode ser identificada como uma construção de significados por não demonstrar os princípios da aprendizagem significativa (NOVAK; GOWIN, 2006, p. 108).

Um exercício que deve ser feito e incentivado para a clareza na expressão dos significados e para provocar o desenvolvimento da capacidade criativa do aprendiz, é a busca por palavras que expressem precisamente as ligações feitas em detrimento das palavras triviais, ou seja, a procura por palavras de ligação que refinem e explicitem adequadamente a relação entre dois conceitos.

Nessa etapa da construção do mapa, Novak relata que os alunos apresentam dificuldades em encontrar palavras para fazer as conexões e que isso se deve ao fato da falta de significados para as relações entre os conceitos (NOVAK; CAÑAS, 2006). Esse exercício de procurar as palavras adequadas para expressar as relações entre conceitos remete ao que Bloom (BLOOM, 1956, *apud* NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 2), chamou de um “processo que leva ao desenvolvimento de elevados níveis de conhecimento cognitivo, ou seja, avaliação e síntese de conhecimento”, e Novak complementa essa ideia afirmando:

O mapeamento conceitual é uma maneira fácil para incentivar a níveis muito elevados de desempenho cognitivo, quando o processo é bem feito. Esta é uma razão pela qual o conceito de mapeamento também pode ser uma ferramenta muito poderosa na avaliação (EDMONDSON, 2000, *apud* NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 3, tradução nossa).

Como atividade final da construção do mapa, apresenta-se a revisão e o reposicionamento, se necessário, de conceitos mapeados de forma a expressarem uma clareza estrutural dos conceitos no mapa final.

É importante ressaltar que em seus trabalhos Novak admite que os mapas conceituais possam ser construídos coletivamente, ou seja, por mais de um aluno, e nesse sentido cumpre um papel social de compartilhamento e negociação de significados entre os construtores de um mapa, quando expõem e contribuem com algo de si mesmos na elaboração do mapa.

1.2.2 Mapas conceituais como um mecanismo didático

Desde o início da idealização dos mapas conceituais, eles foram pensados com o objetivo principal de ser um mecanismo para representar a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Disso deriva a intrínseca relação entre os mapas conceituais e o processo ensino-aprendizagem na teoria da aprendizagem significativa.

No entanto, além dessas aplicações iniciais para os mapas conceituais, convém deixar registrado o seu uso no planejamento e análise do currículo e na estruturação de conteúdos. Paralelamente a isso, temos a interpretação de mapas conceituais como negociadores de significado (MOREIRA, 2006, p. 48).

Este trabalho atém-se a utilização dos mapas conceituais no processo ensino-aprendizagem como indicadores de relações cognitivas realizadas pelos aprendizes. Ora indicando a organização na estrutura cognitivas dos aprendizes, ora como explicitadores do grau de compreensão das situações desenvolvidas nas tarefas de aprendizagem, com o objetivo de detectar e apontar indícios da ocorrência da aprendizagem significativa.

Porém, entre as outras possibilidades de uso dos mapas conceituais, está a utilização desses como mecanismo didático, podendo ser usados por professores ou alunos, ambos explorando a hierarquia estrutural dos conceitos a serem estudados.

Pelo professor pode-se citar o uso dos mapas conceituais como estratégia de ensino, podendo ser um organizador dos conteúdos e conceitos a serem ensinados. Nesse sentido, destaca-se o uso dos mapas conceituais para o planejamento de conteúdos ou também, como a base de exposição de um conteúdo, facilitando a interação entre professor, aluno e conhecimento, por integrar a nova informação dentro de uma estrutura visual organizada (PEÑA, 2005, p. 117-119).

Outra possibilidade do uso dos mapas conceituais, pelo professor, é como instrumento que proporciona o diagnóstico prévio da estruturação conceitual dos alunos antes de começar a apresentação de um novo conteúdo. Dessa forma, os mapas conceituais servem para identificar os conhecimentos trazidos pelos alunos, ou seja, aquilo que o aluno já sabe sobre o que lhe será ensinado, que se constitui no fator isolado de maior influência à aprendizagem subsequente (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Essa possibilidade se torna mais rica se os mapas forem aplicados durante o processo de ensino, assim os mapas também servem para diagnosticar mudanças na estrutura cognitiva do aluno durante a instrução e recolher informações que sirvam de realimentação ao processo de ensino (MOREIRA, 2006, p. 55). Exploraremos nesta investigação essa possibilidade, tendo em vista que os alunos envolvidos tiveram seus conhecimentos prévios verificados antes dos procedimentos que compõem a metodologia usada nesta investigação.

No que se refere ao aluno, pode-se pensar os mapas conceituais como um recurso que contribui para a aprendizagem seja para a tomada de consciência, para estruturar a nova informação ou ainda, como um diagrama resumo, entendendo que nessas três possibilidades os mapas ainda ajudam na persistência da recordação do que foi aprendido por explorar também o sentido visual (PEÑA, 2005, p. 119-120).

Quando o professor usa os mapas para identificação de conhecimentos prévios do aluno sobre um assunto, isso lhe serve como uma tomada de consciência, autoavaliação ou uma visão de como estão organizados seus próprios conhecimentos. Isso seria uma boa iniciativa do próprio aluno antes que o professor começasse a nova instrução.

A segunda possibilidade para o aluno é a de fazer do mapa um mecanismo para estruturar uma nova informação e acomodá-la na sua estrutura conceitual. Peña (2005) sugere que o aluno ao fazer uso dos mapas dessa forma, também, passe pelo processo de socialização do seu mapa, para que ele perceba as diferenças entre as relações propostas pelos colegas em seus mapas, e conclua que essas relações não classificam os mapas como certos ou errados, mas enriquecem a estrutura conceitual de um conhecimento (PEÑA, 2005, p.120).

Outra possibilidade do uso de mapa conceitual, pelo aluno, refere-se à organização dos principais conceitos aprendidos, servindo como um resumo. Isso contribuirá para a sistematização ou para a visão do todo pelo aluno, além de representar a sua compreensão, do que o professor está ministrando, e desenvolver sua capacidade de síntese. Esse uso dos mapas conceituais se caracteriza pela sua função de resumo das informações ensinadas (PEÑA, 2005, p. 121).

Todas essas possibilidades, para o uso dos mapas conceituais, leva em consideração um dos princípios mais importantes na construção de mapas: a estruturação hierárquica dos conceitos mapeados, que em alguns momentos obedece à hierarquia estrutural do próprio campo do conhecimento e em outros, à hierarquia da estrutura cognitiva de quem o constrói.

Outra característica dos mapas conceituais preservada nessas possibilidades é a de entendê-los como um mecanismo para a negociação de significados, o que é importante para a observação da ocorrência da aprendizagem significativa e para o compartilhamento de conhecimento entre professor e aprendiz (MOREIRA, 2006, p. 69).

1.2.3 Os mapas para a avaliação e a avaliação dos mapas

A necessidade de escrever separadamente sobre mapas conceituais como instrumentos de avaliação da aprendizagem deu-se por entendermos que este é o aspecto mais explorado neste trabalho durante o desenvolvimento da investigação e de análise dos resultados.

Há de se esclarecer em primeiro lugar, que a teoria que norteia toda esta investigação é a teoria cognitiva da Aprendizagem Significativa de D. Ausubel. Em segundo lugar é necessário dizer o que entendemos por avaliação, pois não estamos tomando avaliação como um processo de medição de conhecimento para aferição de valor e classificação do aprendiz, mas sim como uma forma de obter informações sobre como se organiza um conjunto de conceitos ou um campo do conhecimento na estrutura cognitiva do aluno (MOREIRA, 2006, p. 55).

A avaliação, aqui, tem caráter qualitativo à medida que o que nos interessa não é a reprodução do que foi ensinado pelo professor ao aluno, mas como, e se, o aluno foi capaz de estabelecer relações entre as novas informações, originadas das atividades de Modelagem Matemática, e os seus conhecimentos anteriores.

Assim como Novak, no início de suas investigações usando os mapas conceituais, nosso interesse maior está centralizado em investigar como está organizada e como se reorganiza a estrutura cognitiva do aprendiz após a atividade de aprendizagem (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 113).

Mais especificamente, pretendemos investigar, por meio dos mapas, quais e como foram feitas as interações entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios e como isto

se reorganizou na estrutura cognitiva do aprendiz após o desenvolvimento do encaminhamento das atividades desta investigação.

Outro intuito de usar os mapas como instrumento avaliativo, é que eles, se elaborados antes da atividade de aprendizagem, podem representar os conhecimentos prévios dos aprendizes, que como já dissemos, constitui-se o fator isolado mais importante na ocorrência da aprendizagem (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, prefácio).

A avaliação também é concebida como a tomada de consciência, tanto do aluno que avalia o quanto e o como ele sabe, como do professor que pode verificar, durante o processo, a evolução da compreensão do aprendiz. Isso ratifica a importância dos mapas conceituais como verificadores de aprendizagem ao demonstrarem a organização da estrutura cognitiva do aprendiz. Segundo Novak:

Um dos poderosos usos dos mapas conceituais não é apenas como uma ferramenta de aprendizagem, mas também como uma ferramenta de avaliação, incentivando assim os estudantes a utilização da aprendizagem significativa. Mapas conceituais também são eficazes na identificação de ambas as ideias válidas e inválidas realizadas por estudantes, (...). Eles podem ser tão eficazes quanto às morosidades de entrevistas clínicas para identificar se o aluno possui um conhecimento relevante antes ou depois da instrução (NOVAK; CAÑAS, 2006, p. 4, tradução nossa).

No entanto, na avaliação por mapas conceituais, o aspecto que prevalece é de verificar o que o aluno sabe em relação à maneira como seu conhecimento está disposto em sua estrutura cognitiva, ou seja, como ele estrutura, hierarquiza, diferencia, relaciona, discrimina e integra conceitos de níveis diferentes ou de diferentes áreas do conhecimento (MOREIRA, 2006, p. 55).

Apesar de no começo do uso dos mapas conceituais como instrumentos avaliadores nas investigações de Novak, o interesse não era pontuar ou atribuir valores numéricos aos mapas; alguns anos depois, provocado pelo anseio dos estudantes e professores envolvidos nas investigações, houve a necessidade de atribuir notas aos mapas com base na aprendizagem significativa (MOREIRA, 2006, p. 55).

O interesse desta pesquisa, também assim como o de Novak, não é quantificar os mapas atribuindo-lhes valores numéricos ou conceitos, mas sim analisá-los tomando por base os fundamentos da aprendizagem significativa.

Os critérios básicos recortados da Teoria da Aprendizagem Significativa que baseiam a análise dos mapas são três: o princípio da organização hierárquica das estruturas cognitivas do aprendiz, o princípio da diferenciação progressiva dos conceitos na estrutura cognitiva e o

princípio da reconciliação integradora entre conceitos de níveis ou grupos de conhecimentos diferentes (MOREIRA, 2006, p. 55).

O princípio da organização hierárquica baseia-se na concepção de que os conhecimentos estão organizados na estrutura cognitiva do aprendiz de forma hierárquica e essa organização estrutural pode ser revelada na estrutura com o qual o aluno elabora seu mapa conceitual.

Para que essa análise seja possível é preciso que o aprendiz desenvolva mapas hierárquicos, ou seja, se esforce para descrever no mapa a sua compreensão conceitual dos conceitos a ser mapeados. Isso é possível se o aluno elaborar seu mapa a partir dos conceitos mais gerais e inclusivos até os mais particulares e específicos.

Se assim construídos, os mapas explicitam as relações válidas entre os conceitos válidos e também as incompreensões que possam existir na estrutura cognitiva do aprendiz. De acordo com Novak (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 114), a estrutura do mapa pode ser diferente sem comprometer as relações entre os conceitos, ou seja, um mapa pode ser elaborado com diferentes configurações hierárquicas e essas denunciam, além da estrutura cognitiva dos alunos, sua capacidade criativa de reorganizar um mesmo mapa com as mesmas relações de uma forma diferente.

A hierarquia pode também servir para mostrar o conjunto de relações entre um conceito e outros subordinados a ele. Desse modo, a hierarquia sugere a diferenciação de conceitos, já que demonstra inter-relações conceituais específicas. O significado que atribuímos a um dado conceito é dependente não só do número de relações relevantes de que nos apercebemos, mas também da hierarquização (inclusividade) dessas relações na nossa organização conceitual. Estamos constantemente a tentar averiguar “quais os conceitos que conhecemos e que são relevantes?” e “quais as relações entre conceitos de ordem superior e de ordem inferior que são relevantes para esse tópico de estudo?”. Essas duas questões constituem o núcleo da compreensão da hierarquia dos mapas conceituais (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 114).

A diferenciação progressiva é o segundo princípio da Teoria da Aprendizagem Significativa proposto por Novak para avaliar os mapas conceituais. De acordo com esse princípio os conceitos são constantemente diferenciados à medida que se evolui na compreensão ou que se reconhecem novas propriedades e relações entre os conceitos:

O princípio de Ausubel da diferenciação progressiva estabelece que a aprendizagem significativa seja um processo contínuo, no qual novos conceitos adquirem maior significado à medida que são alcançadas novas relações (ligações proposicionais). Assim, os conceitos nunca são “finalmente aprendidos”, mas sim permanentemente enriquecidos, modificados e tornados mais explícitos e inclusivos à medida que se forem progressivamente diferenciando (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 115).

Ainda de acordo com Novak e Gowin (1996), a aprendizagem é o resultado de uma mudança de significado pela experiência, ou seja, os significados dos conceitos são aprimorados a cada experiência de aprendizagem e esse aprimoramento implica reorganização das relações estabelecidas entre esses conceitos. Pautando-se nisso, Novak defende a eficiência dos mapas conceituais em representar o grau de diferenciação entre conceitos após sucessivas experiências de aprendizagem.

Essa progressividade nas diferenciações dos conceitos durante os processos de aprendizagem podem ser averiguadas se forem comparados mapas conceituais elaborados pelo mesmo aprendiz em momentos diferentes da instrução.

A atividade de construção de mapas que revelem as diferenciações entre os conceitos podem ser encaminhadas de duas maneiras. Na primeira, o professor pode escolher um conceito chave e a partir dele pedir que os alunos construíssem um mapa revelando todos os conceitos e conexões possíveis de serem feitas a esse conceito chave. Uma segunda possibilidade é elencar um grupo de conceitos e a partir desses pedir que os alunos elaborassem um mapa conceitual que demonstre todas as relações possíveis entre esses conceitos (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 117).

É importante lembrar que a diferenciação progressiva é o princípio da teoria da aprendizagem significativa que está relacionada com a ocorrência da aprendizagem significativa subordinada, ou seja, se percebida no mapa conceitual do aluno, sugere indícios da ocorrência desse tipo de aprendizagem.

A reconciliação integradora é o terceiro princípio utilizado por Novak para avaliar os mapas conceituais, ele esclarece que “a aprendizagem significativa é melhorada quando o aluno reconhece novas relações conceituais (ligações conceituais) entre conjuntos de conceitos ou proposições” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 119), e ainda, que suas experiências têm mostrado o fato de “a aprendizagem significativa necessitar de uma atenção consciente a novas relações entre conjuntos de conceitos antigos e recentes” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 120).

Reintegrar conceitos de setores diferentes de um mapa conceitual, significa descobrir novas relações não percebidas outrora que enriquecem o significado dos conceitos e das proposições mapeados. Destaca-se das palavras de Novak, que esse exercício de encontrar novas relações entre conceitos de níveis diferentes é fundamental para a aprendizagem significativa.

A importância dos mapas no processo de avaliação de aprendizagem pode ser ampliada se os mapas forem aplicados em diferentes momentos da instrução (antes, durante e depois), assim eles se constituem como um mecanismo preciso na análise da reorganização da estrutura conceitual do estudante e conseqüentemente de como se ancora o novo conhecimento na estrutura cognitiva do estudante.

Outra característica dos mapas conceituais que sugerem a reconciliação integradora são as ligações cruzadas. Mais precisamente, o exercício que o aluno faz para encontrar e explicar mediante frases de ligação, essas novas ligações entre conceitos de diferentes grupos, contribuindo para o aumento na compreensão do grupo de conceitos mapeados, isso é o que “enriquece” o mapa conceitual como citado anteriormente (NOVAK; CAÑAS, 2006 p.3).

A reconciliação integradora resulta, no mínimo, em uma diferenciação progressiva mais profunda dos conceitos relacionados. Quando o aluno faz em seu mapa as ligações cruzadas e se essas ligações forem explicadas, por declarações significativas, pode-se afirmar “que essas interligações apenas sugerem a reconciliação integradora” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 120) e pode dar indícios de aprendizagem significativa do tipo superordenada.

Sobretudo, os mapas conceituais representam em sua estrutura, suas palavras de ligação e suas relações cruzadas, os princípios da teoria da aprendizagem significativa e esses princípios podem ser observados como sugere Moreira (2006), ao propor os mapas como instrumento didático esclarecendo que a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora estão presentes no mapa “à medida que se pode ‘baixar e subir’ nas hierarquias dos mapas explorando explicitamente as relações de subordinação e superordenação entre os conceitos” (MOREIRA, 2006, p. 49).

Como exemplo de avaliação dos mapas por esses critérios, registra-se dois mapas julgados por Novak extraídos de seus trabalhos de investigação (figura 1.3 e 1.4).

Há importantes observações a fazer sobre os dois exemplos de mapas tomando por base as declarações de Novak sobre eles. O primeiro mapa (figura 1.3), como o próprio Novak já afirmou, deixa clara uma linearidade entre os conceitos mapeados, essa linearidade não evidencia uma hierarquia de importância, não há diferenciação entre os conceitos e as frases de ligação usadas expressam significados superficiais. Esse mapa deixa transparecer um tipo mecânico e arbitrário de aprendizagem (NOVAK; GOWIN, 1996, 124). O segundo mapa (figura 1.4) apresenta uma estrutura hierárquica embora tímida, e uma sugestão de algumas diferenciações. No entanto, as frases de ligação ainda são superficiais, mas já mostram uma interação de significados (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 194).

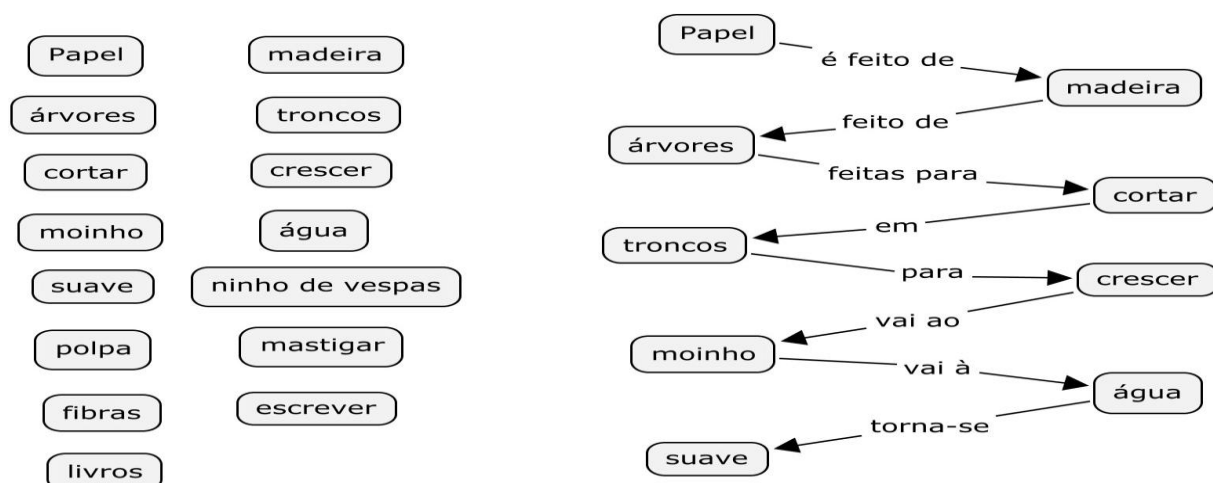


Figura 1.3 – Exemplo de um mapa conceitual encontrado nos trabalhos de Novak, segundo ele “feito por um aluno do quarto grau que mostra uma cadeia linear de palavras sem relações conceituais subordinadas evidentes. [...] sugere uma abordagem automática à leitura que não conduz à aquisição de significados” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 124).

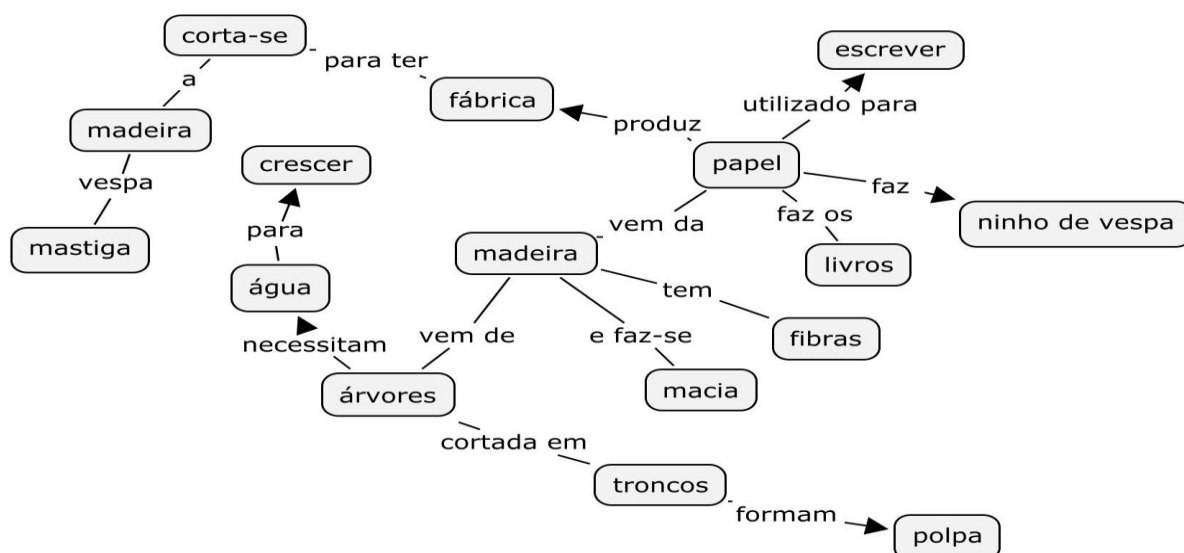


Figura 1.4 - Outro exemplo de mapa conceitual, sobre o qual Novak afirma: “mapa conceitual construído por um aluno do quarto grau, depois de uma visita de estudo a uma fábrica de papel, mostrando uma boa integração dos significados conceituais” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 194).

Essas análises são sugeridas por Novak ao comentar esses mapas (NOVAK; GOWIN, 1996), e isso reforça a eficiência dos mapas conceituais em representar as interações conceituais existentes na estrutura cognitiva de quem os elabora.

Para complementar a avaliação dos mapas, Moreira (2006, p. 55), sugere a análise do mapa conceitual acompanhada de um texto ou uma entrevista para ter clareza dos motivos que levaram o aluno a realizar e explicitar as ligações com as proposições que expressou, ou seja, a ideia é que o autor do mapa tenha a possibilidade de explicá-lo. Isso só tem a contribuir com a análise dos mapas, pois, à medida que o aluno externaliza os motivos que levaram a realizar

tais ligações, especialmente as ligações cruzadas, está validando e melhorando sua compreensão apontando para a ocorrência da aprendizagem significativa.

1.2.4 Ensinado a construir mapas

Considerando-se a importância dos mapas conceituais, produzidos pelos alunos envolvidos nas investigações, para as análises propostas por esse trabalho e a própria característica dos mapas de representar apenas conceitos e suas relações utilizou os princípios propostos por Novak (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48-50), para a iniciação dos alunos na atividade de elaborar mapas.

Se os mapas são construídos por meio de conceitos, a primeira necessidade é desenvolver atividades que permitam aos alunos compreenderem o que Novak concebe como conceito, e ainda mais, entenderem que existem dois tipos de palavras que representam conceitos. As palavras que nomeiam os objetos e as palavras que representam regularidades ou eventos observáveis.

De igual importância é a compreensão por parte dos alunos da função das palavras de ligação, como palavras que expressam os significados entre dois conceitos, ou ainda, como esses conceitos se relacionam.

Esses pré-requisitos anteriores à iniciação na construção dos mapas são de fundamental importância para que o mapa construído esteja de acordo com a teoria da aprendizagem significativa e possa expressar adequadamente uma estrutura conceitual do conhecimento.

Os iniciantes na elaboração dos mapas que não são devidamente instruídos sobre os encaminhamentos iniciais para necessários à construção dos mapas, acabam produzindo mapas que não se encontram de acordo com o disposto na teoria que o sustenta, dificultando a análise e a avaliação desses, por meio dos critérios da aprendizagem significativa.

Novak revelou essas preocupações com a iniciação da atividade de construção dos mapas, tanto que elaborou sugestões sequenciadas de atividades para oportunizar essas reflexões por parte dos iniciantes na elaboração dos mapas (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48-50).

Dessas estratégias transcrevemos a utilizada por este trabalho (anexo A), que conforme descrito na seção 2.4, norteou as atividades de iniciação dos alunos envolvidos nesta pesquisa na elaboração dos mapas.

1.3 A Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem

A Educação Matemática tem encabeçado debates que procuram delinear novas estratégias para o ensino de Matemática. Isso vem ao encontro dos objetivos dos documentos referenciais para o ensino dessa disciplina. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, e as Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado do Paraná, apontam para a busca de “novos caminhos para fazer Matemática em sala de aula” (BRASIL, 1997, p. 15). Nesse sentido, autores têm ressaltado a importância de estudos direcionados para “métodos que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independentemente” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 9).

Procurando esses novos caminhos para “o fazer” Matemática em sala de aula podemos adotar, como norteadores desses novos caminhos, as Tendências em Educação Matemática que emergem dessa discussão com o intuito de favorecer o ensino de Matemática. Dessas tendências elegemos a Modelagem Matemática como norteadora das atividades desta pesquisa devido as suas contribuições para a aprendizagem significativa de conceitos matemáticos.

A Modelagem Matemática pode ser concebida em dois contextos distintos, como método em pesquisa na Matemática Aplicada e em outras áreas do conhecimento (Física, Química, Engenharias, Ciências Sociais e outras), ou no contexto do processo de ensino-aprendizagem na Educação Matemática (BASSANEZI, 2002, p. 32-35). Como estratégia de ensino-aprendizagem no contexto da Educação Matemática, Araújo (ARAÚJO, 2007, p. 17), nos adverte para a multiplicidade de perspectivas de Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Dessa multiplicidade de perspectivas surge a necessidade de nos identificarmos com algumas delas, fato possível, pois elas não são excludentes. Para uma primeira conceitualização do que seja Modelagem Matemática, concordamos com Bassanezzi quando afirma: “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Desta forma, a modelagem tem como característica partir sempre de uma situação-problema da realidade ou de um recorte da realidade e, sobre esse recorte desenvolver questionamentos que levem o aluno a uma atitude de investigação e do uso de seus

conhecimentos matemáticos para resolver as questões propostas. Ou seja, o caminho de ensino deve ser o mesmo da construção histórica do conhecimento, partindo da motivação até o enunciado (BASSANEZI, 2002, p. 36).

Ao contra-argumentar os obstáculos apresentados ao uso de Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem em cursos regulares, Bassanezi sintetiza:

A modelagem é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural (BASSANEZI, 2002, p. 38).

Uma segunda proposta para a definição da Modelagem Matemática que exploraremos amplamente nesta investigação nos é concedida por Barbosa. Ao concebermos a definição de modelagem, segundo Bassanezi, como uma estratégia de ensino nos deparamos com outras indagações relacionadas com a maneira com a qual essa estratégia caracteriza a situação em que ocorre o ensino e a aprendizagem. Aliado a isso é que tomamos a compreensão de Barbosa (2001, 2003 e 2007) ao conceituar modelagem “como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p. 161).

Junto a essa terminologia introduzida por Barbosa, está presente uma nova visão para a atividade de Modelagem Matemática que ele chama de processo, no que não se pode estabelecer um único caminho a ser trilhado pelo aluno durante a investigação, tornando a atividade de investigar “aberta”. Isso também significa que o modelo pode ser adequado ou não, para retratar fielmente o fenômeno estudado (BARBOSA, 2003, p. 5).

Nas palavras de Barbosa:

Modelagem pode ser entendida em termos mais específicos. Do nosso ponto de vista, trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da Matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. A Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Então, especificamente, trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem Matemática no contexto de situações do dia-a-dia e/ou da realidade (BARBOSA, 2001 p. 6).

A ideia de ambiente de aprendizagem é inicialmente apresentada por Skovsmose (2000), ao caracterizar o que ele denomina de “cenários de investigação”. Para Skovsmose (2000), o ambiente é o lugar, espaço que cerca e envolve o aluno, ou seja, as condições nas

quais os alunos são estimulados a desenvolver determinados tipos de atividades (SKOVSMOSE, 2000; BARBOSA, 2001).

Um “cenário de investigação” é um ambiente que pode dar suporte ao trabalho de investigação pelos alunos (SKOVSMOSE, 2000, p. 67). Então, fundamentando-nos em Barbosa e Skovsmose, consideraremos, neste trabalho, a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem que proporciona cenários de investigação favoráveis à aprendizagem. Dessa forma, a modelagem se constituirá em uma estratégia para fomentar o processo de ensino e aprendizagem.

A modelagem apresentada como ambiente diz respeito ao “convite” a investigações e indagações que ela proporciona aos alunos. De acordo com Skovsmose (2000), os alunos podem ou não se envolver nas atividades sugeridas, pois o ambiente de aprendizagem organizado pelo professor apenas apresenta o convite, o envolvimento ou não do aluno depende da relação entre o interesse dos alunos e o “convite” apresentado pelo ambiente da modelagem.

É importante notar que esse entendimento para a Modelagem Matemática, não contradiz outras visões e perspectivas dessa tendência na Educação Matemática, mas, concebe a atividade de Modelagem Matemática como um processo gerador do ambiente favorecedor da aprendizagem cujas situações incentivam a investigação.

Com essa configuração a Modelagem Matemática é o ambiente de aprendizagem no qual ocorre a atividade investigativa sobre temas ou situações de outras áreas do conhecimento ou da realidade, conduz o aluno a aprendizagem do conteúdo matemático envolvido na situação.

O fruto da atividade de Modelagem Matemática é o modelo matemático construído durante a investigação. Ele é o descritor da situação em termos matemático e serve para resolver possíveis problemas elaborados durante a investigação ou para fazer previsões referentes à situação investigada. Em uma definição sucinta Bassanezi (2002), esclarece: “chamamos simplesmente de modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”, e complementa: “ele consiste em ter uma linguagem concisa que expresse nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidade” (BASSANEZI, 2002, p. 20).

O uso da modelagem para o favorecimento da aprendizagem significativa, não é novidade na literatura, e podemos citar alguns trabalhos que apresentam algumas das

possíveis relações entre a Modelagem Matemática e a aprendizagem significativa (BORSSOI, 2004; BORSSOI; ALMEIDA, 2004; BARBIERI; BURAK, 2005; FONTANINI, 2007).

Porém antes de discutirmos os aspectos da modelagem que contribuem para a ocorrência da aprendizagem significativa, convém delinear a relação entre professor e aluno na atividade de modelagem. Nesse sentido, Barbosa esclarece que são possíveis três casos de interação professor-aluno nas atividades propostas pelo ambiente da modelagem. Esses casos são delimitados pelas tarefas que cabem a cada um dos atores (professor e aluno), no desenvolvimento da atividade com modelagem. De um caso a outro, a atividade vai avançando de uma simples atividade isolada até uma atividade de investigação em longo prazo e a responsabilidade da atividade é transferida do professor para o aluno (BARBOSA, 2001, p. 9).

	Caso I	Caso II	Caso III
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	<i>Professor/aluno</i>
Simplificação	Professor	Professor/aluno	<i>Professor/aluno</i>
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	<i>Professor/aluno</i>
<i>Resolução</i>	<i>Professor/aluno</i>	<i>Professor/aluno</i>	<i>Professor/aluno</i>

Quadro 1.3 - O aluno e o professor nos casos de modelagem.

Fonte: (BARBOSA, 2001, p. 9).

A organização dada por Barbosa propõe que a responsabilidade do professor seja compartilhada com o aluno e isso nos remete a uma flexibilidade para o uso da Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino em situações escolares.

Salientamos que de acordo com Barbosa, essa classificação em casos não é rígida, mas se caracteriza em regiões de possibilidades para o compartilhamento entre o professor e aluno da responsabilidade pela atividade e, que independente do caso, o professor sempre será um coparticipante da investigação dos alunos, dialogando com eles acerca do seu processo (BARBOSA, 2001, p. 9).

Visualizando isso, propomos a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem que com suas características próprias, pode contribuir para a construção da aprendizagem significativa por meio da investigação de situações recortadas da realidade ou de outras áreas não matemáticas. Proporcionando ao estudante um ambiente cujas condições apontam para a aquisição de significados em domínios interdisciplinares de conhecimentos por meio de sua interação intencional na resolução e compreensão da situação proposta para estudo.

1.3.1 As etapas da atividade de Modelagem Matemática

A atividade de Modelagem Matemática encerra em si a ideia de processo, ou seja, o desenvolvimento da atividade obedece a uma sequência de etapas características desse tipo de atividade de investigação. Essas etapas da atividade de Modelagem Matemática não são rígidas e podem variar quanto à ordem que ocorrem de acordo com a complexidade do tema estudado e/ou de acordo com os conhecimentos matemáticos dos alunos.

As etapas do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática são as mesmas etapas e subetapas dos processos intelectuais de modelagem (BASSANEZI, 2002, p. 27), que são as seguintes: Experimentação, Abstração (seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação), Resolução, Validação e Modificação (BASSANEZI, 2002, p. 26-32).

Faremos uma descrição resumida de cada uma dessas etapas de acordo com Bassanezi (2002), para depois relacioná-las com o desenvolvimento da atividade no âmbito do ensino.

Experimentação: é a etapa essencialmente experimental em que se processa a obtenção dos dados.

Abstração: é a etapa em que se encaminha a investigação para a construção dos modelos matemáticos, ela envolve:

- a) Seleção das variáveis: subetapa em que se selecionam e caracterizam as variáveis que descrevem a situação e as que influenciam a situação em estudo;
- b) Problematização: nessa subetapa é formulado o problema na linguagem própria da área em que em que ele está inserido;
- c) Formulação das hipóteses: são formulações gerais que direcionam a investigação, podendo surgir de comparações, observações, analogias, experiências prévias do modelador, dos dados obtidos ou do próprio quadro teórico.
- d) Simplificação: nesse momento ocorre o recorte da realidade em que há idealizações que tornam o problema matematicamente tratável sem desconfigurá-lo.

Resolução: é a etapa em que o modelo matemático é construído por meio da substituição da linguagem natural das hipóteses para a linguagem matemática adequada.

Validação: nessa etapa o modelo matemático, como também as hipóteses, são testadas, confrontadas com os dados empíricos recolhidos na experimentação.

Modificação: um modelo pode ser aceito ou rejeitado, nesse segundo caso ele necessitará de adequações e reelaborações que o torne aceitável aos dados e as previsões corretas para a situação, isso ocorre nessa etapa de modificações.

Outros autores como Biembengut e Hein (2005), admitem outra nomenclatura para esse mesmo processo da atividade de modelagem. A diferença da nomenclatura proposta por Biembengut é a adequação dessas etapas para o trabalho em sala de aula como um manual de modelagem a ser seguido pelo professor quando for desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática em uma turma de sala de aula, o que a autora denomina de “modelação” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 18-28). Essa proposta de Biembengut difere da que objetivamos, pois não ensinaremos os conteúdos matemáticos necessários à resolução do problema como sugere essa autora.

No entanto, Biembengut descreve uma etapa anterior a etapa de experimentação, denominada “interação” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 20). Nessa etapa, de acordo com a autora os alunos são apresentados ao tema ou questão que será investigado e são incentivados a participarem da discussão, é o momento de aproximação entre os alunos e a questão de estudo (ibid.). Essa etapa de interação será amplamente utilizada em nossas atividades, pois reside nela o momento em que o ambiente da Modelagem Matemática apresenta o “convite” aos alunos e, também, o momento em que eles demonstram a aceitação ou não desse “convite”.

Burak também apresenta uma nomenclatura para as etapas da atividade de modelagem, que mesmo contendo as mesmas etapas dos autores citados, está configurada de forma mais simplificada. Na perspectiva de Burak as etapas são: a escolha do tema, a pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução do problema e análise crítica das soluções (BARBIERI; BURAK, 2005).

Essas etapas da atividade de Modelagem Matemática reorganizam o trabalho e a interação em sala de aula tornando-a um processo dinâmico que favorece o ensino e a aprendizagem, como defende Burak (BARBIERI; BURAK, 2005, p. 100).

A Modelagem Matemática reorganiza a dinâmica da sala de aula, alterando o foco do trabalho escolar do professor para a unidade aluno-professor. Ela trás benefícios aos alunos como o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, tornando mais rico o processo de ensino-aprendizagem e contribuindo de forma significativa, para a formação do hábito da investigação. Daí decorre aspectos importantes: maior interesse do grupo, interação maior no processo ensino-aprendizagem, demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e uma nova postura do professor (BARBIERI; BURAK, 2005, p. 100).

1.3.2 A Modelagem Matemática e o favorecimento da aprendizagem significativa

Entendemos que o favorecimento da ocorrência da aprendizagem significativa está ligado a dois aspectos fundamentais: a) a satisfação das condições necessárias à ocorrência desse tipo de aprendizagem, b) a seleção de materiais, princípios ou atitudes que facilitem o processo da aprendizagem significativa.

Algumas pesquisas, que já apontaram algumas contribuições da Modelagem Matemática para a aprendizagem significativa (BORSSOI; ALMEIDA, 2003; BORSSOI, 2004; BARBIERI; BURAK, 2005; IARONKA, 2005; FONTANINI, 2007), foram consideradas ao estabelecermos os elos que pretendemos entre o ambiente da Modelagem Matemática e os aspectos facilitadores da aprendizagem significativa. Então traçaremos nesta seção, elos entre as características e propriedades da Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem e as condições e estratégias indicadas na literatura e descritas na seção 1.1.1, como facilitadoras da aprendizagem significativa.

Como já esclarecemos anteriormente duas condições são conjuntamente necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa: a) o material a ser ensinado deve ser potencialmente significativo, o que implica existência de significado lógico no material e a possibilidade de ser relacionado de forma substancial e não arbitrária na estrutura cognitiva, significado psicológico para o aprendiz; b) o aprendiz deve manifestar predisposição para fazer interações substanciais e não arbitrárias (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Quanto à primeira condição, e seu primeiro desdobramento, a existência de significado lógico inerente ao novo material a ser aprendido, Ausubel afirma que a maioria dos materiais ensinados na escola, quase que por definição, possuem significado lógico (ibid.), o que nos faz concluir que esta primeira condição é satisfeita, pois a atividade de Modelagem Matemática envolve os conteúdos matemáticos ensinados na escola e, porque o corpo de conhecimentos matemáticos construído historicamente por natureza é provido de significado lógico.

Isso nos conduz para a observação do segundo desdobramento da primeira condição para a ocorrência da aprendizagem significativa, a do significado psicológico. O significado psicológico se refere à existência na estrutura cognitiva do aprendiz dos conhecimentos e condições necessárias para que esse possa atribuir significado pessoal, idiossincrático ao significado lógico do material, ou seja, se a estrutura cognitiva do aprendiz está adequada,

com seus conhecimentos prévios para a transferência do significado lógico do material em significado psicológico para o aprendiz.

Para essa condição é necessário compreendermos que o ambiente da Modelagem Matemática pressupõe que a primeira etapa da atividade seja a de interação. Nessa etapa o aprendiz se aproxima da situação da realidade que envolve o conteúdo matemático abordado durante a atividade. Ou seja, antes que o aluno se confronte com a resolução da atividade propriamente dita, ele tem a oportunidade de se familiarizar a ela, reconhecer a que área do conhecimento pertence, colher informações, esclarecer dúvidas e expressar-se quanto à situação, discutindo sua relevância e transparecendo seu interesse ou não em estudá-la.

Dessa forma, a etapa de interação dos alunos com a situação a ser estudada, permitirá ao aluno organizar sua estrutura cognitiva para futuras interações com os conhecimentos matemáticos envolvidos na situação durante a atividade. De certa forma poderíamos dizer que dependendo do envolvimento do aluno nessa primeira etapa de interação com a situação a ser estudada, ela poderá se constituir em um organizador prévio para o aluno, se durante essa etapa o aluno clarificar a relação entre a situação e conhecimentos prévios adequadamente relevantes a ela.

A segunda condição é subjetiva por referir-se a um processo interno, idiossincrático que é influenciado pela predisposição voluntária do aluno em estabelecer interações substanciais e não arbitrárias, de certa forma, é o aluno que escolhe que tipo de interação quer estabelecer. Ausubel informa que o aluno está condicionado a fazer interações arbitrária e literal devido às inúmeras experiências vivenciadas na escola, que em sua maioria privilegiam esse tipo de interação (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Porém esclarecemos que a atividade de Modelagem Matemática difere das atividades normais vivenciadas pelos alunos em situações escolares.

Difere principalmente por ser um convite à investigação. De acordo com Skovsmose (2000), o ambiente da Modelagem Matemática apresenta o “convite” à investigação, porém os alunos podem não aceitar esse convite. No entanto, o envolvimento dos alunos ocorre à medida que seus interesses se encontram com o convite apresentado pelo ambiente da modelagem (SKOVSMOSE, 2000). Podemos entender a partir dessa afirmação de Skovsmose, que quando os alunos se envolvem na discussão e investigação da situação proposta é porque de alguma forma a situação despertou o interesse dos alunos.

Logo se o aluno está envolvido e tem interesse na discussão e na investigação da situação proposta pela atividade, provavelmente ele também relacionará os novos

conhecimentos em discussão, com seus conhecimentos prévios de maneira substancial. Ou ainda, pode ser o estabelecimento de relações substanciais e não arbitrárias entre os novos conhecimentos e aqueles já existentes, que tem gerado o interesse e o envolvimento do aluno na atividade. Tendo em vista que Ausubel admite que sucessivas experiências de fracasso na aprendizagem, conduzem ao desinteresse dos alunos enquanto experiências de aprendizagens significativas bem sucedidas favorecem novas aprendizagens significativas aumentando a autoestima e a motivação do aprendiz (AUSUBEL, 2003).

Diante disso devemos considerar os princípios, estratégias e atitudes facilitadoras da aprendizagem significativa que descrevemos anteriormente na seção 1.1.1 e tentar reconhecê-los nas diversas atitudes e manifestações do aluno nas atividades de Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática parte, em geral, de situações da realidade ou de outras áreas do conhecimento, não matemáticas para, por meio do tema envolvido na situação, proceder às investigações. Nessas investigações, problemas são formulados e a resolução desses problemas por meio dos modelos matemáticos construídos requer os conteúdos matemáticos que se deseja que os alunos aprendam.

A atividade de Modelagem Matemática pressupõe em sua primeira etapa de interação, um momento para que o aluno se familiarize com a situação de estudo. Essa etapa é caracterizada por amplas discussões entre os alunos, e entre esses e o professor, sobre o tema. São trabalhadas nesse momento as primeiras informações mais gerais e que servem para situar os alunos, revelando-lhes sobre o que se irá estudar.

Essa primeira etapa abrange aspectos facilitadores da aprendizagem significativa como promover uma ampla discussão, em que os alunos entre si e com o professor, devem se comunicar por meio da linguagem oral, escrita, ou com uso de mídias. Essa comunicação subjaz a um intercâmbio de informações, ideias, significados que devem ser compartilhados para a continuidade da atividade. Além de permitir, ao aluno, a oportunidade de se expressar, de expor e testar suas primeiras impressões. No decorrer dessa primeira etapa com essas características, o aluno estará preparando sua estrutura cognitiva para a aprendizagem subsequente.

Essa ampla discussão da primeira etapa também permite ao professor perceber as reorganizações necessárias ao material a ser aprendido de forma a torná-lo potencialmente significativo para os alunos.

A etapa seguinte, da experimentação, ou usando a nomenclatura de Burak, pesquisa exploratória, é uma etapa essencialmente empírica, momento em que o aluno recolhe dados

qualitativos ou quantitativos sobre a situação proposta. Nessa etapa podem existir experiências de laboratório ou de campo, com a finalidade de selecionar informações que sejam relevantes para a situação de estudo.

Ausubel ao elencar tarefas de aprendizagem no sistema ortogonal entre os contínuos, aprendizagem mecânica – aprendizagem significativa e, aprendizagem por recepção – aprendizagem por descoberta (figura 1.1), apresenta atividades de laboratório no meio do contínuo: aprendizagem mecânica – aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 21), o que sugere que esse tipo de atividade contribui para que a aprendizagem seja significativa.

A etapa da Abstração, terceira etapa de acordo com a configuração que estamos propondo para a atividade de Modelagem Matemática, é permeada por três subetapas: seleção das variáveis, problematização, formulação das hipóteses e simplificação. Esses processos são administrados pelos alunos e são predominantemente influenciados pelos conhecimentos prévios, tanto os matemáticos como os não matemáticos, e as experiências anteriores que o aluno apresenta. O professor é um mediador, coordenador que conduz o processo desenvolvido pelo aluno.

Observam-se nessa etapa que estão considerados também os princípios descritos por Lemos, para a organização do ensino na teoria da aprendizagem significativa (LEMOS, 2006), os quais são: a aprendizagem significativa é um processo centrado no aprendiz, o professor é o mediador do evento educativo, o aprendiz deve ter oportunidade de se sentir construtor do próprio conhecimento e, ainda, que o favorecimento da aprendizagem significativa implica possibilitar a interação do aluno com um mesmo conhecimento em momentos diferentes da aprendizagem (LEMOS, 2006, p. 64),

Além disto, a atividade desenvolvida pelo aluno de selecionar as variáveis que interferem ou descrevem a situação requer que ele estude os dados coletados confrontando-os com seus conhecimentos prévios e com os conhecimentos encontrados no quadro teórico ao qual o conteúdo envolvido na situação pertence. Pois é dessas análises que o aluno formulará o problema e as hipóteses a serem investigadas. Cabe ainda dizer que essas hipóteses, formuladas pelos alunos, são conjecturas próprias resultante da interação dos dados coletados, com o conteúdo envolvido na situação e com seus conhecimentos prévios que sustentam essas hipóteses. Estão implícitas, nesse processo, interações substanciais que caso o aluno não as estabeleça, não conseguirá formular as hipóteses apropriadas e tampouco as simplificações que facilitam o tratamento do problema.

Em todas essas etapas os conhecimentos prévios dos alunos são altamente requisitados para o desenvolvimento da atividade. No entanto é na etapa da resolução que esses conhecimentos são requisitados de forma específica. Para resolver o problema elaborado durante a investigação o aluno deve dispor clara e estavelmente em sua estrutura cognitiva, o conteúdo matemático específico necessário à resolução do problema com a elaboração do modelo matemático.

Nesse momento cabe-nos fazer uma digressão para duas observações:

1ª - O aluno até esse ponto da atividade de Modelagem Matemática pode ter cumprido satisfatoriamente as tarefas referentes a cada etapa, no entanto pode não apresentar o subsunçor adequado para resolver o problema nessa etapa de resolução do problema. Isso se deve ao fato de que a Modelagem Matemática no decorrer de sua atividade aborda os conhecimentos mais gerais e inclusivos referentes à situação investigada e, conforme avança em suas etapas, requer os conhecimentos mais específicos e diferenciados. Ou seja, o processo decorre dos conhecimentos mais gerais até os específicos, culminando com uma compreensão que leva à generalização, em outras palavras, ela considera no decorrer do desenvolvimento de sua atividade, os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora;

2ª - Outra observação é que como os dados, as hipóteses, as simplificações e o problema elaborado podem não ser o mesmo para os diferentes grupos⁸ de alunos, a resolução e o modelo matemático provenientes dessa resolução também podem ser diferentes, apesar de requererem o mesmo conhecimento específico em sua resolução. Essa característica aponta para uma autonomia criativa para cada grupo de alunos, que segundo Lemos é fundamental para a aprendizagem significativa por permitir ao aluno sentir-se construtor do próprio conhecimento (LEMOS, 2006, p. 64). Isso sem nos referir aos aspectos psicológicos e emocionais que Ausubel também elenca como favorecedores da aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003) e amplamente considerados nas perspectivas de Gowin e Novak para a aprendizagem significativa descritos por Moreira (MASINI; MOREIRA, 2008; MOREIRA, 2006, 2008).

As últimas etapas da atividade de Modelagem Matemática, a validação e modificação, ainda contribuem para que o aluno avalie seu modelo confrontando-o com os dados e as hipóteses. Isso requer que o aluno faça um juízo de valor sobre o modelo

⁸ Geralmente as atividades de Modelagem Matemática configuradas desta forma são realizadas em grupos de alunos.

matemático construído, classificando-o como aceitável ou não aceitável. Esse processo levará o aluno a rever as hipóteses assumidas e a pôr a prova seu modelo elaborado contribuindo para que ele reintegre conhecimentos não percebidos enquanto desenvolvia a atividade. E ainda, se o seu modelo não servir para descrever a situação ou não fizer previsões adequadas, ele terá que reestruturá-lo, fato que o fará rever as tarefas desenvolvidas durante as etapas da atividade para descobrir e fazer as adequações para que seu modelo seja aceitável.

É necessário dizer que esse processo de validação do modelo e de fazer as modificações necessárias no modelo matemático, é dinâmico, assim como o processo de aprendizagem significativa, e pode levar a rupturas em relações arbitrária ou literais e reintegrações entre ideias antes não percebidas.

Finalizando esta série de elos entre as condições necessárias à aprendizagem significativa, os fatores e aspectos que a facilitam e as características e propriedades da atividade de Modelagem Matemática, cabe-nos lembrar de que a maioria dos autores que defendem as atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino aprendizagem (BASSANEZI, 2002; BARBOSA, 2007; ARAÚJO, 2007; BARBIERI; BURAK, 2005; CALDEIRA, 2007; BIEMBENGUT; HEIN, 2005), as tem realizado e defendem que a atividade de Modelagem Matemática seja realizada em pequenos grupos de alunos, e com isso, temos novamente uma característica facilitadora para a aprendizagem significativa.

A atividade realizada em pequenos grupos facilita a negociação de significados entre os alunos do grupo, os estimulando a exporem e negociarem seus conhecimentos em prol da compreensão de todos os integrantes da equipe.

Por outro lado, se a atividade ocorre em vários grupos que estão investigando a mesma situação, esses podem traçar caminhos diferentes para interpretar e resolver a situação, o que é perfeitamente possível na atividade de modelagem. Surgirá então a oportunidade para as equipes exporem verbalmente umas às outras seus caminhos e suas soluções, explorando novamente a linguagem e a verbalização, contribuindo para elaboração de significados que levem à compreensão e generalizações.

Em todas as etapas da atividade de Modelagem Matemática o aluno é convidado a agir, indagar, problematizar, investigar (BARBOSA, 2003), formular hipóteses, testar suas hipóteses, intercambiar conhecimentos com seus pares, ou seja, é quase uma exigência que ele relacione substancialmente os novos conhecimentos com os seus conhecimentos prévios. Dessa forma, as tarefas de aprendizagem que o aluno precisa desenvolver durante a atividade de Modelagem Matemática não são tarefas que envolvem uma mera recepção memorística,

mas sim, são tarefas potencialmente significativas que podem conduzir os alunos para a ocorrência da aprendizagem significativa do conteúdo matemático envolvido na atividade.

2. A PESQUISA

Nesta seção apresentamos os atributos que caracterizam esta investigação, como também, a descrição das intervenções metodológicas efetuadas em sala de aula.

2.1 Características da pesquisa

O ponto central da nossa pesquisa consistiu na verificação da ocorrência da aprendizagem significativa do conteúdo de Função do 1º Grau, mediante investigação de indícios desse tipo de aprendizagem. Esses indícios da ocorrência da aprendizagem significativa foram investigados por meio dos mapas conceituais produzidos pelos alunos nas diferentes situações com as quais se depararam durante as atividades norteadas pelo ambiente da Modelagem Matemática.

Mais especificamente queríamos investigar se os alunos reconheceram, utilizaram e atribuíram significados, durante o desenvolvimento das atividades, aos conceitos matemáticos envolvidos nas situações. Ou ainda, se nas situações que foram propostas pela Modelagem Matemática eles dispunham e fizeram uso dos conceitos matemáticos referentes à Função do 1º Grau que facilitam o desenvolvimento e a resolução das situações.

Esse reconhecimento e evocação dos conceitos matemáticos, necessários ao enfrentamento das situações, proporcionaram ao aluno reorganizações dos conhecimentos existentes na sua estrutura cognitiva e possíveis diferenciações e reintegrações que podem refinar a compreensão e os significados dos mesmos.

Essa é a justificativa pedagógica para levar os alunos a produzir mapas conceituais antes do início do processo de investigação, ao término de cada atividade e outro mapa finalizando a investigação. Isto possibilitou comparações e análises sobre a influência das atividades na compreensão e ainda, sobre uma possível evolução conceitual dos conceitos

matemáticos envolvidos nas atividades. Salientamos que essa é uma sugestão de Novak (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 58) para as investigações que desejam acompanhar o desenvolvimento conceitual dos aprendizes.

É importante diferenciar o que entendemos por atividade e situação e como esses termos são entendidos pela Teoria da Aprendizagem Significativa e pela Modelagem Matemática.

A atividade na perspectiva da Modelagem Matemática é um conjunto de procedimentos que tem por finalidade estudar e resolver a questão proposta, ou seja, a atividade de Modelagem Matemática parte de um problema da realidade ou de um recorte da realidade e segue uma sequência que implica levantamento de hipóteses, simplificações, elaboração do modelo matemático, validação do modelo matemático entre outras (BASSANEZI, 2002, p. 27-28).

Durante as etapas da atividade de Modelagem Matemática, os alunos se deparam com diferentes situações que precisam ser superadas para a continuidade da atividade de modelagem. Essas situações podem variar de acordo com a questão inicial, proposta pela modelagem, e de acordo com os conhecimentos prévios dos alunos. Pode ser a construção de uma tabela, organização de dados, levantamento e teste de hipóteses, resolução de uma ou mais equações, até a elaboração e o uso de fórmulas que consistem na construção e validação do modelo.

Essas situações geram o que Ausubel denomina por tarefa de aprendizagem (AUSUBEL. NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 20; AUSUBEL, 2003, p. 35). A tarefa de aprendizagem, ainda na compreensão de Ausubel, pode ser potencialmente significativa ou não, de acordo com o tipo de interação entre conhecimentos prévios e novos que ela desencadeia. Por exemplo, a organização de dados coletados em uma tabela é uma situação comum durante a atividade de Modelagem Matemática, na perspectiva de Ausubel, constitui-se em uma tarefa de aprendizagem que pode ou não ser potencialmente significativa.

Ausubel, quando escreve sobre as evidências da ocorrência da aprendizagem significativa, aponta que um dos métodos para se evidenciar se esse tipo de aprendizagem ocorreu é expor o aprendiz a “um novo tipo de questão, sequencialmente dependente, que possivelmente não será dominada na ausência da compreensão real” (AUSUBEL. NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 123). Ou ainda, “[...] formulando-se perguntas e apresentando-se problemas sob uma roupagem nova e desconhecida e que exija uma transformação máxima do conhecimento existente” (AUSUBEL. NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 123).

São esses dois apontamentos de Ausubel que sustentam as atividades de Modelagem Matemática como favorecedoras do ambiente em que o aluno possa ser confrontado com novas questões e com problemas sob uma roupagem nova e desconhecida. Por esse motivo, desenvolvemos nesta investigação duas atividades envolvendo contextos diferentes relacionados a problemas do cotidiano, em que os conceitos referentes à Função do 1º Grau, foram gradualmente exigidos de uma compreensão mais simples até uma compreensão mais aprofundada requeridos respectivamente nas atividades 1 e 2.

Norteados pela Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel é que elegemos os mapas conceituais e a Modelagem Matemática por considerarmos as estreitas relações entre eles quando combinados para favorecer a aprendizagem significativa.

No entanto, ainda faltava recortar dos conteúdos matemáticos constantes na estrutura curricular do primeiro ano do Ensino Médio o assunto do qual se procura investigar os indícios de aprendizagem significativa.

Analisando o currículo do primeiro ano do Ensino Médio, propusemos a investigação da aprendizagem significativa do conceito de Função do 1º Grau, em virtude de se adequar ao conteúdo programático para o primeiro ano do Ensino Médio na época do desenvolvimento da pesquisa. E ainda, devido à importância desse conceito e de sua compreensão para o estudo de outros fenômenos em outras áreas do conhecimento. Esta importância é defendida por vários autores, entre eles Braga (2006) que ressalta a relevância do:

[...] caráter integrador das diversas representações de função no estabelecimento de conexões entre os diferentes ramos da matemática, dessa com outras ciências e, também, de situações com cotidiano dotadas de significação real para os estudantes. Essa relação de função com a vida cotidiana moderna chegou a tal ponto que passou a fazer parte critérios de alfabetização matemática (BRAGA, 2006, p. 15).

Sintetizamos, também, os importantes trabalhos que têm investigado o ensino-aprendizagem do tema Funções em nosso país entre 1970 a 2005, mapeados por Ardengli e Iglioni (2007), entre eles alguns tratam do ensino-aprendizagem de Funções no Ensino Médio (OLIVEIRA, 1997; CHAVES; CARVALHO, 2004; ALONSO, 2004; MACHADO, 2005). No entanto, destacamos o trabalho de Zuffi (ZUFFI, 1999) que apresenta um estudo qualitativo sobre a linguagem matemática usada pelos professores do Ensino Médio ao ensinarem o conteúdo de Funções.

A pesquisa que estamos delineando adiciona-se a outras pesquisas que têm abordado os referenciais teóricos da Aprendizagem Significativa, Modelagem Matemática e Mapas Conceituais, no intuito de aproximá-los e refinar seus pontos comuns. No trabalho de

Everaldo Silveira (2005) encontramos uma extensa análise e catalogação de teses e dissertações envolvendo Modelagem Matemática desde 1976 a 2005. No entanto dos 65 trabalhos analisados apenas um trabalho relaciona a Modelagem Matemática à Teoria da Aprendizagem Significativa.

Esse trabalho é a dissertação de mestrado de Adriana Helena Borssoi (2004). Nesse trabalho Borssoi investigou a Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem e suas contribuições para a aprendizagem significativa dos estudantes. Ela trabalhou com acadêmicos de Química na disciplina de Cálculo e Geometria Analítica abordando o conteúdo de Equações Diferenciais Ordinárias (BORSSOI, 2004, p. 9).

Após 2005, ainda podemos arrolar duas contribuições significativas que se relacionam aos referenciais teóricos de nossa pesquisa: Fontanini (2007) e Iaronka (2008).

O trabalho de Maria Lúcia Fontanini (2007) caracterizou-se por definir o que a autora denomina de “elementos sinalizadores de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem perceptíveis por meio dos mapas conceituais” (FONTANINI, 2007, p. 47), os quais nos orientaram no delineamento dos indícios da ocorrência da aprendizagem significativa.

Os elementos sinalizadores definidos por Fontanini fundamentam-se na Teoria da Aprendizagem Significativa e constituem-se um importante referencial para futuras investigações como esta, que desejam verificar a ocorrência da aprendizagem significativa por meio de atividades mediadas pela Modelagem Matemática.

A aproximação da nossa proposta com a de Fontanini vai além do uso dos mesmos referenciais teóricos: Teoria da Aprendizagem Significativa, Mapas Conceituais e Modelagem Matemática. O conteúdo do qual se procura a ocorrência da aprendizagem significativa também é semelhante. Em Fontanini (2007) investigou-se situações que envolviam os conceitos de vários tipos de Funções (Linear, Afim, Quadrática e Exponencial), já em nossa proposta recortamos as Funções do 1º Grau (Afim e Linear) sem envolver em nossas atividades situações que requereriam tratamentos não condizentes com a escolaridade dos alunos envolvidos na pesquisa.

No entanto, há um diferencial fundamental se compararmos nossa pesquisa com as realizadas por Fontanini (2007), Borssoi (2004) e Iaronka (2008); o grau de escolaridade a que pertencem os alunos envolvidos na pesquisa. As pesquisas citadas foram desenvolvidas no ensino superior e nossa proposta foi aplicada no primeiro ano do Ensino Médio.

Dizemos que essa diferença é fundamental porque dela derivam outras diferenças, referente à metodologia de aplicação e coletas de dados, aos conhecimentos prévios encontrados nos alunos, à complexidade das situações e à particularidade de ser realizada com uma turma inteira para se aproximar o quanto for possível da situação escolar.

A pesquisa desenvolvida por Clessi Fátima Iaronka (2008), assim como a pesquisa realizada por Fontanini (2007), foram aplicadas no ensino superior e em ambos os casos em cursos tecnológicos, Tecnologia em Gerência de Obras (IARONKA, 2008) e Manutenção Industrial Mecânica (FONTANINI, 2007). Esse fato torna inédita nossa proposta de investigar a ocorrência da aprendizagem significativa do conteúdo de Função do 1º Grau, por meio de atividades de Modelagem Matemática, avaliadas pelos Mapas Conceituais e na Educação Básica.

Existem trabalhos aplicados na Educação Básica envolvendo um ou dois dos referenciais teóricos de nossa proposta (MACHADO JÚNIOR, 2005; MACHADO, 2006; CHAVES, 2005; NINA, 2005; SILVA, 2005; OLIVEIRA, 2004; DAMIM, 2004; BRITO, 2004; COGO, 2004; FERREIRA, 2003; SILVA, 2003; NORONHA, 2003), porém, que relacionem esses referenciais da maneira como propomos, apenas os que referenciamos a pouco (BORSSOI, 2004; FONTANINI, 2007 e IARONKA, 2008), ratificando que embora utilizem os mesmos referenciais não se detiveram em efetuar a investigação no primeiro ano do Ensino Médio da Educação Básica.

2.2 A turma e o professor-pesquisador

Outro aspecto particular de nossa proposta está no fato de que a turma que participou da investigação é uma turma do primeiro ano do Ensino Médio que tem o próprio pesquisador como professor⁹ de matemática desde o início do ano letivo de 2009. Isso facilitou o planejamento e desenvolvimento de todas as etapas da pesquisa, desde as atividades preliminares de iniciação a construção dos mapas até a elaboração do último mapa, período que se estendeu de Março a Novembro de 2009.

No entanto, o fato de o pesquisador ser o próprio professor da turma em que se realizou a pesquisa, implica que o pesquisador exerce influência no direcionamento das atividades de pesquisa. Essa influência é aceitável pela própria característica da atividade de

⁹ Doravante denominaremos como Professor-Pesquisador, por se referir à mesma pessoa, o professor da turma que é o pesquisador e autor desta pesquisa.

Modelagem Matemática no caso em que parte da atividade é organizada pelo professor, conforme já descrito no quadro 1.3.

É válido também lembrar que um dos aspectos essenciais da pesquisa qualitativa, que é o nosso caso, é a reflexão do pesquisador a respeito de sua pesquisa, como nos esclarece Flick (2004):

[...] os métodos qualitativos consideram a comunicação do pesquisador com o campo e seus membros como parte explícita da produção do conhecimento. As subjetividades do pesquisador e daqueles que estão sendo estudados são partes do processo de pesquisa. As reflexões dos pesquisadores sobre suas ações e observações, no campo, suas impressões, irritações, sentimentos, e assim por diante, tornam-se dados em si mesmos, constituindo parte das interpretações [...] (FLICK, 2004, p. 22).

Para escolher a turma entre os quatro primeiros anos com os quais seria possível realizar a investigação, o professor-pesquisador desenvolveu as atividades preliminares de iniciação à construção dos mapas, como descrito na seção 2.4, com as quatro turmas de primeiro ano do Ensino Médio disponíveis. A turma foi escolhida considerando o desempenho nas atividades preliminares de iniciação aos mapas conceituais além da conveniência dos horários das aulas de matemática.

A turma escolhida foi o primeiro ano “A” do turno matutino do Colégio Estadual Prof. Bento da Rocha Neto – Ensino Fundamental e Médio Profissionalizante no município de Paranaíba, instituição em que o professor-pesquisador leciona a disciplina de matemática há seis anos.

A turma que participou da investigação tinha 39 alunos matriculados e por se tratar de uma pesquisa desenvolvida em um longo período de tempo (Março a Novembro de 2009), com atividades organizadas em dias, semanas e meses diferentes, considerou-se como base para as análises o grupo de alunos que participou de todas as etapas e atividades da pesquisa em um total de 21 alunos.

A opção de trabalhar com toda uma turma deu-se pelo fato de aproximarmos o máximo possível da situação cotidiana de sala de aula. Por esse motivo, também, evitou-se convocar os alunos fora do horário de aulas, em apenas uma etapa da primeira atividade, isso ocorreu por necessitarmos do laboratório de ciências do colégio.

O desejo de aproximar-se da situação escolar deriva da compreensão de que a Teoria da Aprendizagem Significativa foi estruturada por Ausubel levando-se em conta exclusivamente as situações escolares.

2.3 Obtenção dos dados

Definimos como instrumento de coleta de dados os mecanismos usados para recolher informações quanto à aprendizagem dos alunos. Referente às estratégias usadas por eles no enfrentamento de cada situação no decorrer das atividades e as atitudes e comportamentos gerados nos alunos pelas atividades de Modelagem Matemática.

Devido às características descritas nesta investigação e a indagação de como os mapas conceituais podem ser usados paralelamente a Modelagem Matemática para verificar indícios da ocorrência da aprendizagem significativa, os mapas conceituais produzidos pelos alunos constituem-se o instrumento de coleta de dados a ser focado por nossas análises. No entanto, elencamos além dos mapas, outros instrumentos que auxiliaram nossas análises:

- As anotações e relatórios produzidos pelos alunos no desenvolvimento de cada atividade.
- O áudio do espaço em que se desenvolvem as atividades.
- Os mapas conceituais produzidos pelos alunos em diferentes momentos da investigação.

2.3.1 As anotações e relatórios produzidos pelos alunos

Durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, em alguns momentos, é necessário que o aluno manipule e organize informações, construa tabelas, elabore relatórios e faça outros tipos de anotações além da apresentação das soluções ou modelos matemáticos que tenham sido produzidos durante a atividade. Essas produções dos alunos durante as atividades foram recolhidas e fizeram parte das análises.

Elas serviram para a observação de como os alunos desenvolveram a atividade de modelagem matemática, que hipóteses consideraram e que simplificações fizeram, as próprias conclusões e possíveis modelos elaborados pelos alunos podem estar presentes nessas anotações.

Outra importância em recolher os materiais produzidos pelos alunos está no fato de as atividades serem desenvolvidas em equipes de três a seis alunos. As anotações dos alunos nas equipes podem ser diferentes e revelar conciliações que ocorreram no desenvolvimento da atividade.

2.3.2 O áudio do espaço em que se desenvolvem as atividades

O ambiente da Modelagem Matemática tem por característica gerar discussões pelos alunos. Nessas discussões, os alunos, por meio das hipóteses e das simplificações, recortam o problema da realidade a ser estudado. Para não perder essas intervenções orais dos alunos, nas partes das atividades feitas com toda a turma, é que gravamos o áudio do ambiente onde foi desenvolvida cada atividade (apêndice A).

Mediante a transcrição do áudio foi possível reconhecer, nas falas dos alunos, indícios da ocorrência de elaboração de significados, da compreensão do assunto ou ainda, da explicitação de uma conclusão ou observação relevante para a investigação de indícios da ocorrência da aprendizagem significativa.

2.3.3 Os mapas conceituais produzidos pelos alunos

Os mapas conceituais já estão consolidados na literatura pela sua capacidade de representar como se organizam os conhecimentos na estrutura cognitiva de quem o elabora (NOVAK; GOWIN, 1996). Dessa forma eles se tornaram o instrumento mais importante desta investigação, por entendermos, assim como Novak, que os mapas são capazes de revelar-nos indícios da ocorrência da aprendizagem significativa e da elaboração de significado pelo aprendiz.

Durante toda a investigação os alunos construíram quatro mapas. O primeiro, no início desta investigação, para verificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação ao tema Função do 1º Grau, o segundo e o terceiro, respectivamente, após a primeira e segunda atividade e o quarto mapa ainda sobre o mesmo tema do primeiro.

Sabemos também, e ensinamos isso aos alunos, que um mapa pode ser construído por meio de uma lista de conceitos, um texto, um conceito chave, um conteúdo ou um tema de um conteúdo. No entanto, os mapas elaborados durante esta investigação foram todos construídos a partir de um conceito chave.

É necessário esclarecer que apesar de os mapas servirem como um mecanismo didático, ou seja, como um mecanismo que o professor pode usar para explicar um assunto e um conteúdo ou para, mediante os mapas dos alunos, o professor organizar suas explicações. Em nosso caso, devido às características desta investigação, não ensinamos assuntos ou

conteúdos por meio dos mapas, não fizemos renegociações a partir dos mapas dos alunos com vistas a organizar seus conhecimentos.

No entanto, alguns alunos revisaram seus mapas para deixá-los mais apresentáveis, limpo, menos confuso e livre de erros ortográficos comuns a alunos nessa fase da instrução.

Quanto à forma de analisar os mapas, reconhecemos as potencialidades e as formas de avaliação dos mapas quanto aos princípios da aprendizagem significativa explicitados por Novak (NOVAK; GOWIN, 1996), que já descrevemos na seção 1.2.3. Esses princípios são amplamente considerados em nossas análises na mesma proporção em que nos atemos em buscar nos mapas as relações entre conceitos e as proposições mapeadas pelos alunos.

Novak, ao indicar a avaliação dos mapas pelos princípios da aprendizagem significativa (Hierarquia, diferenciação progressiva e reconciliação integradora), estabelece aspectos a serem considerados para cada um desses princípios. Quanto à hierarquia, entre outras coisas, Novak afirma, por exemplo, que “o significado que atribuímos a um dado conceito é dependente não só do número de relações relevantes, mas também da hierarquização dessas relações na nossa estrutura conceitual” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 114). Dessa forma quando buscamos nos mapas dos alunos a elaboração de significados para os conceitos consideramos também a hierarquia conceitual que essa proposição foi elaborada pelo aluno.

O princípio da diferenciação progressiva também foi levado em conta em nossa investigação, pois acatamos a sugestão de Novak de elaboração de mapas pelos alunos em diferentes momentos da investigação após “sucessivas experiências diferentes de aprendizagem” (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 115). Desta forma, podemos recolher informações que denunciem a evolução da compreensão dos conceitos pelos alunos, quando comparamos as relações proposicionais desses diferentes mapas.

Estamos cientes, assim como Novak, que a aprendizagem é um processo contínuo, em que os alunos vão gradualmente construindo significados para os conceitos à medida que eles elaboram novas proposições para esses conceitos, ou seja, a aprendizagem implica a mudança de significado pelo aluno (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 115).

Por último, consideramos o princípio da reconciliação integradora. Novak afirma que a aprendizagem significativa é melhorada quando o aluno consegue estabelecer novas relações proposicionais entre conjunto de conceitos ou proposições de setores diferentes do mapa, e ainda, que a aprendizagem significativa requer uma atenção consciente às novas relações entre conceitos antigos e recentes (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 120).

Assim, em nossas análises, comparamos as proposições mapeadas pelos alunos nos diferentes mapas investigando como as proposições evoluíram de um mapa para outro.

Outra análise refere-se a investigar se essas proposições extrapolam grupos de conceitos ou áreas do conhecimento diferentes nos mapas, sugerindo uma transferência de significados em diferentes situações.

Todas essas análises foram realizadas adotando-se como parâmetro norteador a concepção de aprendizagem significativa como aprendizagem com aquisição de significado (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; MASINI; MOREIRA, 2008), ou seja, queríamos averiguar nos mapas produzidos pelos alunos, indícios de atribuição de significados aos conceitos matemáticos que decorrem da situação proposta na atividade de Modelagem Matemática.

Esta análise implica em investigar os significados mapeados pelos alunos, nas proposições e relações que eles estabeleceram em seus mapas, julgando-as como adequadas ou não, de acordo com o assunto e a área do conhecimento em que estão inseridas.

Essas proposições, analisadas com bases nos princípios citados, puderam apontar a elaboração de significado, pelos alunos, sugerindo indícios da ocorrência de aprendizagem significativa do conceito de Função do 1º Grau.

2.4 Atividades preliminares: introdução aos mapas conceituais

Considerando que a construção dos mapas conceituais exerce papel determinante na discussão dos resultados, por fazerem parte das análises propostas por este trabalho, esta investigação começou com as atividades que propiciaram a aprendizagem da técnica de elaboração dos mapas conceituais.

Para que os alunos aprendessem a construir os mapas conceituais desenvolveu-se uma sequência de atividades preliminares baseadas nas instruções explicitadas por Novak e Gowin no livro *Aprender a aprender* (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48-50).

No segundo capítulo desse livro, Novak e Gowin apresentam detalhadamente uma sequência didática para ensinar os alunos a produzirem mapas conceituais, o que ele chama de “Estratégias para a introdução dos mapas conceituais”, reproduzidas no anexo A desta pesquisa.

Essas estratégias englobam atividades separadas em duas partes. Na primeira, apresentam-se atividades voltadas à compreensão da diferença entre as palavras que

representam conceitos e as palavras de ligação, diferenciação necessária para iniciar a elaboração dos mapas conceituais. Na segunda parte, as atividades são direcionadas para a elaboração do primeiro mapa conceitual do aluno.

Devido à proposta desta investigação, executamos a primeira parte dessas estratégias exatamente como os autores sugerem (cf. NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48-50). Na segunda parte usamos um pequeno texto que apresentava algumas concepções sobre o que é matemática (anexo B). Esse texto foi utilizado para a construção do primeiro mapa conceitual elaborado pelos alunos que participariam da investigação.

No início dessa segunda parte os alunos leram o texto com o professor, em seguida, listaram as palavras que representavam os conceitos relevantes para a compreensão do texto. Em seguida os alunos reescreveram essa lista de conceitos por ordem de importância para eles, ou seja, do conceito mais importante e geral aos conceitos menos importantes e específicos. Foi solicitado também, que os alunos elaborassem pequenas frases que obedecessem à estrutura: “conceito – palavra de ligação – conceito”. Essas frases seriam as primeiras ligações entre os conceitos escolhidos e posteriormente ajudariam os alunos a elaborar os mapas conceituais.

Mediante a segunda lista de conceitos, o professor – que também tinha elaborado sua lista com os alunos e a escreveu no quadro-negro – construiu um mapa conceitual exemplificando como esses conceitos e suas ligações poderiam aparecer no mapa. Como cada aluno fez sua lista individualmente e separando conceitos diferentes, este mapa do professor, foi apenas utilizado como um exemplo de mapa conceitual sobre o tema proposto.

Durante a elaboração dos mapas, pelos alunos, o professor os assessorava esclarecendo a importância de colocar os conceitos nos retângulos, a necessidade de utilizar palavras de ligação entre os conceitos, para expressar os significados, e a hierarquia conceitual que deveria ser percebida no mapa.

Quando os alunos se sentiram satisfeitos com as quantidades de conceitos mapeados e as qualidades das ligações entre eles, o professor analisava com cada aluno, individualmente, os significados e as ligações mapeadas levando-os a refletir sobre o seu mapa e a reelaborarem as ligações que não eram apropriadas.

Esse momento de análise individual do mapa, pelo professor e o aluno, foi de fundamental importância para a reorganização do mapa por permitir a correção de ligações inapropriadas ou mesmo melhorar aquelas que não possuíam um significado explícito. Essa atividade, de renegociar o primeiro mapa elaborado pelo aluno, é defendida por Novak que

afirma que quanto mais o aluno revê o seu mapa, melhor elaborado ele estará (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 56).

Este procedimento foi realizado, com cada aluno, pelo menos duas vezes para esse primeiro mapa sobre o tema “O que é matemática”, de forma que a versão final deste mapa, entregue pelos alunos ao professor, é o resultado final da discussão e reorganização das suas ideias iniciais.

Após esse encontro de duas aulas em que os alunos foram iniciados na elaboração de mapas conceituais, incentivamos os alunos a produzirem outros mapas conceituais em outros momentos, sobre outros assuntos, para que eles aprimorassem sua capacidade de construção de mapas.

Foram construídos nas semanas seguintes, mapas sobre Ecologia, a Origem da Vida, a Água, e a Organização do Espaço Geográfico, de tal forma que, até o início das atividades de investigação desta pesquisa, os alunos já haviam produzido no mínimo cinco mapas de assuntos diferentes, além das renegociações e revisões.

Durante essas atividades, propuseram-se também outras maneiras para iniciar a construção desses mapas. Logo, alguns partiram de uma lista de conceitos, outros a partir de um conceito chave e outros a partir de um texto.

Essas atividades de iniciação dos alunos na construção dos mapas ocorreram nos três meses que antecederam à aplicação das atividades da pesquisa (Março, Abril e Maio), durante os horários normais das aulas de matemática da turma.

2.5 Desenvolvimento das atividades

Antes de iniciar as atividades de modelagem, porém com os alunos já familiarizados com a construção dos mapas, pedimos que elaborassem um mapa conceitual sobre o conceito de Função do 1º Grau, assunto que eles já haviam estudado com o professor-pesquisador na forma como ele costuma trabalhar este conteúdo nas suas turmas de primeiro ano do Ensino Médio.

Nesse primeiro mapa, denominado “Mapa A”, o objetivo foi investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de Função do 1º Grau, mais precisamente, como eles organizavam, em sua estrutura cognitiva, os conhecimentos pré-existentes e aqueles recém-trabalhados pelo professor. Em outras palavras aquilo que o aluno já sabe ou conseguiu aprender, até esse grau de instrução, sobre Função do 1º Grau.

Com esse objetivo, para construir este mapa, não foram fornecidos aos alunos os conceitos que deveriam aparecer no mapa nem foi permitido que eles usassem seu caderno de sala ou seu livro didático, apenas lhes oferecemos o conceito chave, Função do 1º Grau, para que eles mapeassem o que soubessem sobre esse tema.

O Mapa A foi o mapa de referência para que, a partir das comparações desse mapa com os próximos mapas construídos no final de cada atividade e ainda com o último mapa, sobre o mesmo tema ao término das atividades de Modelagem Matemática, pudéssemos acompanhar a evolução conceitual do conteúdo de Função do 1º Grau. Investigando na comparação desses mapas indícios que sugerem à atribuição de significados para esse conteúdo do ponto de vista da aprendizagem significativa.

2.5.1 Atividade 1

Essa atividade foi realizada em três encontros em dias consecutivos, em um total de sete aulas de cinquenta minutos cada, sendo uma aula na segunda-feira, três aulas na terça-feira e outras três aulas na quarta-feira. As três aulas de terça-feira foram realizadas em turno contrário ao turno de aulas dos alunos, no laboratório de Ciências do colégio.

As aulas de segunda e quarta-feira estavam dentro do horário destinado à disciplina de Matemática. Já nas aulas de terça-feira à tarde os alunos foram convidados a vir participar espontaneamente. Devido a estes fatos, alguns alunos não participaram de toda a atividade.

Nesta atividade os alunos foram confrontados com um questionamento envolvendo a ideia de densidade dos materiais, de forma a exigir deles interpretação, coleta de dados, investigação e apresentação de resultados, enquadrando as etapas do desenvolvimento desta atividade às etapas características da atividade de Modelagem Matemática (*cf.* seção 1.3.1). Desta forma, desenvolvemos a atividade tendo em mente o ambiente da Modelagem Matemática no caso em que o professor escolhe o tema da atividade (*cf.* quadro 1.3).

Para dar início à atividade e desencadear as discussões necessárias à aproximação entre os alunos e o tema, ou seja, a primeira etapa na atividade de Modelagem Matemática forneceu, no início do primeiro encontro, a questão anunciada em um trocadilho de linguagem descrito em forma de quadrinhos (figura 2.1).



Figura 2.1 – Trocadilho de linguagem envolvendo um quilo de algodão e um quilo de chumbo
 Fonte: www.somatematica.com.br

Após a leitura dos quadrinhos por um aluno voluntário, introduzimos o questionamento: “Por que algumas pessoas caem nessa pegadinha?” Os quadrinhos e essa indagação ocasionaram uma ampla discussão em que os alunos puderam fazer conjecturas e levantar hipóteses sobre as possíveis explicações para este fato.

Como durante as discussões pareceu-nos que entre os alunos havia um consenso de que a explicação estava relacionada com a massa e o volume, sugerimos que eles fizessem uma investigação quanto à massa e o volume de diferentes líquidos, a fim de esclarecer os questionamentos que surgiram.

Um aluno (Aluno 10) sugeriu que fizéssemos a investigação com o tijolo. No entanto, convencemos a turma quanto à facilidade de se medir, com mais precisão, volumes de líquidos e a dificuldade de se medir diferentes volumes de tijolo, o que levou os alunos a aderirem à nossa investigação.

No segundo encontro (terça-feira), preparamos o ambiente, os materiais e as ferramentas que davam condições à coleta de dados sobre massa e volume de líquidos da seguinte forma: No laboratório do colégio, em mesas separadas, dispomos uma balança eletrônica de precisão, calculadoras, béqueres graduados e certa quantidade de um líquido diferente em cada mesa (ácido acético, água, álcool, gasolina, glicerina e óleo).

Depois de explicações técnicas quanto ao uso da balança, medição do volume, cuidados com os líquidos e procedimentos laboratoriais de segurança, deixamos os alunos a vontade para se organizar em equipes de acordo com o material de interesse e proceder a coleta de dados sobre a massa e o volume desse líquido.

Foi necessário propor questões direcionadoras como: “Vocês precisam verificar se existe uma relação entre a massa e o volume de cada líquido?”. Depois de várias pesagens, quando começaram a estabelecer essa relação, os incentivamos a descrever a relação que encontraram e posteriormente generalizar e testar essa relação. Durante todo esse processo orientamos as equipes a fazerem anotações para, por meio delas, organizarem posteriormente o seu relatório e exposição para as demais equipes.

Neste momento, concentraram-se três etapas da atividade de Modelagem Matemática; a coleta e análise dos dados e a elaboração do modelo matemático que ocasionou amplas discussões entre os membros das equipes.

No terceiro encontro (quarta-feira), iniciamos a apresentação dos resultados obtidos por cada equipe. Nesta socialização seus integrantes expunham o que fizeram, como fizeram e a que conclusões chegaram. Estas apresentações foram feitas na sala de aula com os integrantes expondo no quadro como procederam as investigações, também era permitida a contribuição de outros alunos.

Após a apresentação de todas as equipes, permitimos que os alunos fizessem outros comentários pertinentes e, em seguida, passamos a construção de um mapa conceitual dessa atividade, contemplando todos os conceitos que achassem relevantes à compreensão das situações vivenciadas em todas as etapas da atividade. Esses mapas foram denominados “Mapa B”.

2.5.2 Atividade 2

Esta atividade também foi realizada em três encontros totalizando cinco aulas de cinquenta minutos no período normal de aulas da disciplina de Matemática da turma. Entretanto, diferentemente da primeira, houve um intervalo de uma semana entre o primeiro e o segundo encontro.

O foco desta atividade consistia na investigação sobre a forma do cálculo dos salários dos vendedores comissionados de diferentes ramos do comércio. Esta investigação também conduziu os alunos à coleta de informações e ao tratamento, representação e interpretação dos

dados coletados, conforme descrito nas características da atividade de Modelagem Matemática na seção 1.3.

Para instigar os alunos a esta investigação introduzimos no primeiro encontro o questionamento: “Como o comércio de nossa cidade remunera seus funcionários, principalmente os que trabalham como vendedores?” A partir das discussões geradas na sala de aula e dos diversos indicativos, por eles apontados, para analisar esta questão, os alunos escolheram alguns setores do comércio como confecções, calçados, motos, automóveis, serviço de entrega, autopeças, móveis e eletrodomésticos, para fazer a investigação.

Assim, separados em nove equipes, cada uma se propôs a investigar o problema proposto em um setor. Como as equipes tinham livre escolha, para decidirem qual setor iriam investigar, mais de uma equipe escolheu o ramo de confecções para sua pesquisa de dados.

Após a organização das equipes e o fim do primeiro encontro, concedemos aos alunos um prazo de uma semana para efetuarem a coleta de informações nos respectivos setores selecionados.

No segundo encontro, com a duração de duas aulas de cinquenta minutos, os alunos trabalharam com os dados por eles coletados. Nesta atividade eles construíram uma tabela que apresentasse os possíveis valores do salário dos vendedores para cada setor escolhido. As discussões decorrentes desta atividade envolviam o valor da comissão, o teto salarial, bem como, o salário mínimo em cada setor e porcentagem. Solicitamos que estes dados fossem representados em um gráfico e por fim que apresentassem o modelo matemático que fornecesse o salário do vendedor de acordo com os dados.

Os alunos usaram as duas aulas do segundo encontro para concluir essa investigação. No terceiro encontro, também de duas aulas, passamos à elaboração de um mapa conceitual que envolvesse os conceitos matemáticos pertinentes a atividade realizada. Este mapa foi denominado “Mapa C”.

2.5.3 Construção do Mapa Final

O último ato de nossa intervenção em sala de aula foi realizado 10 semanas após o término da segunda atividade, e tratava-se da construção de outro mapa conceitual sobre Função do 1º Grau. Embora não tenha sido previsto, desta maneira, esse período, de aproximadamente sete meses, desde a elaboração do primeiro mapa conceitual sobre esse mesmo tema, até a realização desta atividade foi importante, para esses alunos, para que

pudessem organizar seus pensamentos, apreendendo o que, para eles, seria essencial sobre 1º Grau.

Da mesma forma como fizemos nos mapas anteriores, não fornecemos os conceitos que deveriam aparecer neste mapa, apenas salientamos que deveriam ser mapeadas as informações e conhecimentos pertencentes à Função do 1º Grau.

Esta atividade foi realizada durante duas aulas de cinquenta minutos. Este mapa foi denominado “Mapa D”.

Ao término destas intervenções em sala de aula, foram produzidos quatro mapas conceituais por aluno para ser analisados em conjunto buscando evidências de evolução conceitual de Função do 1º Grau, quanto à atribuição de significados às variáveis envolvidas nas situações norteadas pela Modelagem Matemática.

3. OS RESULTADOS

Nesta seção destacamos os resultados obtidos em cada atividade, discutimos e analisamos estes resultados e apresentamos as considerações finais derivadas destas análises.

3.1 Análise dos materiais produzidos e discussão dos resultados

Durante as etapas do processo de desenvolvimento desta pesquisa, foram realizados vários registros da atuação dos alunos em cada etapa das duas atividades realizadas, dentre esses destacamos duas produções dos alunos: os mapas conceituais e as anotações que os alunos usaram nas apresentações.

Nesta parte da pesquisa descrevemos qualitativamente, segundo os referenciais teóricos e metodológicos já citados, a análise das produções dos alunos em cada atividade, tomando como base o objetivo da investigação e os aportes teóricos que subsidiam esta pesquisa. Outras produções somam-se a essa análise, como as gravações de áudio das aulas e das apresentações das equipes enriquecendo com detalhes as análises realizadas.

É válido destacar que as análises que se seguem apresentam caráter interpretativo são fruto das observações e considerações que os referenciais teóricos permitem estabelecer mediante os mapas, as intervenções e os relatórios produzidos pelos alunos.

3.1.1 Análise das atividades preliminares

As atividades preliminares para ensinar a elaboração de mapas conceituais às quatro turmas do primeiro ano do Ensino Médio, objetivando selecionar uma delas que melhor se familiarizasse com os mapas, nos acrescentaram inúmeras e valiosas experiências. Algumas

das quais já eram previstas na literatura, como por exemplo, a dificuldade dos alunos em encontrar as palavras de ligação adequadas (NOVAK; CAÑAS, 2006).

A turma escolhida para aplicação das atividades de pesquisa participou da elaboração de cinco mapas sobre diferentes temas, conforme descrito na seção 2.4. Embora acreditássemos que esse número de atividades preliminares fosse suficiente para que todos aprendessem a construir mapas adequadamente, alguns alunos ainda demonstraram dificuldades em organizar e expor suas ideias por meio dos mapas, durante a construção de mapas da atividade da pesquisa.

Infelizmente, também, quando se opta por desenvolver a pesquisa em sala de aula e com toda a turma, durante o turno normal das aulas, como foi o caso, depara-se com diversas dificuldades comuns à rotina escolar. E ainda, como essa atividade difere daquelas que os alunos estão acostumados a fazer no ambiente escolar, alguns se esquivam dela, principalmente por esta requerer algo mais que simples memorização e cópia. Prova disso é que alguns alunos, mesmo reconhecendo os mapas como uma atividade interessante, não se dedicaram arduamente a revisar e melhorar seus mapas. Novak alerta para este fato orientando que os alunos sempre precisam ser estimulados a revisar seus mapas constantemente (NOVAK; GOWIN, 1996).

3.1.2 Análise da construção dos “Mapas A”

A construção do primeiro mapa mediante o conceito chave Função do 1º Grau (mapa A), em uma aula de cinquenta minutos, uma semana antes do início das atividades de pesquisa, tinha o objetivo de sondar quais conhecimentos prévios os alunos possuíam com relação a este assunto. Para isso, na construção deste mapa não foram fornecidos aos alunos os conceitos que deveriam ser mapeados e, também, não foi permitida a consulta a cadernos ou livro didático, apenas foi lhes fornecido o conceito chave, Função do 1º Grau. Foram recolhidos 35 mapas A, que foram utilizados em nossas análises.

Nos mapas A, de uma forma geral, pudemos encontrar um grupo comum de conceitos ligados ao conceito chave Função do 1º Grau. Esse grupo comum de conceitos diz respeito à definição formal e as representações e propriedades da Função do 1º Grau, aquelas comumente abordadas nos livros didáticos e nos programas curriculares (ZUFFI, 2002, p. 4 e 7). Os conceitos comuns a esse grupo são: Função do 1º Grau, função constante, função linear, função identidade, função afim, gráfico, lei de formação, variável dependente e

variável independente, domínio e contradomínio, raiz da função, sinal da função, coeficiente angular e coeficiente linear, crescente e decrescente, positivo e negativo, matemática e álgebra.

No entanto, apesar desses conceitos aparecerem em todos os mapas, na maioria deles, os conceitos estão inseridos em proposições erradas ou inadequadas, como por exemplo, “gráfico crescente é positivo, decrescente é negativo” (mapa A aluno 05, anexo C.4.1), “Função do 1º Grau que também é coeficiente linear que é uma variável” (mapa A aluno 29, anexo C.22.1), “conjunto de números que podem ser linear, natural ou reais” (mapa A aluno 24, anexo C.18). Apenas em onze mapas A (alunos: 01, 07, 08, 11, 12, 16, 22, 26, 27, 37 e 39) esses conceitos aparecem relacionados de forma correta de acordo com o conteúdo de Função do 1º Grau, mas ainda assim não há, na maioria dessas relações encontradas nesses onze mapas, proposições significativas ou que expressem alguma relação significativa entre esses conceitos.

Nos outros vinte e quatro mapas os conceitos deste grupo comum aparecem de forma desorganizada quanto à hierarquia. Dois deles apresentaram uma estrutura linear e os outros não tinham uma estrutura organizada em níveis, se parecem mais com um emaranhado de palavras interligadas. As relações, na maioria das vezes, foram confusas. Ora revelaram incompreensões quanto aos conceitos mapeados, ora revelaram displicência em procurar palavras de ligação apropriadas para organizar as ideias.

Embora existisse a possibilidade de mediante esses mapas propormos aos alunos reestruturações e negociações de significados, não o fizemos por não ser esse o objetivo da elaboração deste primeiro mapa. Nosso intuito, na construção deste primeiro mapa, foi identificar como estão organizados os conhecimentos prévios dos alunos quanto ao tema Função do 1º Grau.

Os onze mapas que julgamos como melhor organizados de acordo com a estrutura hierárquica, os conceitos mapeados e as proposições encontradas apresentam, além dos conceitos comuns a todos os mapas citados anteriormente, alguns conceitos e proposições substanciais e adequadas, como o mapa A do aluno 22 (anexo C.16.1), que mapeou: “lei de formação que ajuda a fazer gráficos”, “Função do 1º Grau está presente quando relacionamos grandezas que possuem variáveis”, “Função do 1º Grau constante cuja reta é paralela”, “Função do 1º Grau identidade que o gráfico é a bissetriz” e “Função linear em que há proporcionalidade”.

Outro exemplo é o mapa A do aluno 1 (anexo C.1.1), com relações do tipo: “Função do 1º Grau é constituída de fórmulas em que existem variáveis que uma é dependente e outra é independente”.

O conjunto dos mapas A revela que estes alunos passaram por situações de ensino sobre Função do 1º Grau. Nessas situações de ensino sobre Função do 1º Grau, eles se apropriaram de vários “rótulos”, porém a minoria dos alunos conseguiu expressar as relações adequadas entre esses “rótulos”. E nos onze mapas que elegemos e anexamos a esta pesquisa (anexos C), as relações e proposições mapeadas referem-se aos conhecimentos formais do conteúdo de Função do 1º Grau, aqueles que geralmente são frisadas pelo professor (ZUFFI, 2002) e que apareciam no livro didático usado por essa turma (DANTE, 2008).

O que pode ser constatado em uma análise imediata é que esses onze mapas selecionados, apresentam proposições que indicam conhecimento restrito e superficial dos conceitos mapeados, além de não se lembrarem de escrever qualquer exemplo.

Como nosso objetivo nesse primeiro mapa foi obter informações sobre os conhecimentos prévios dos alunos sobre Função do 1º Grau, os mapas nos revelaram que esses alunos passaram por situações de ensino desse conteúdo e apresentam, em alguns casos, um conjunto de conhecimentos que poderão subsidiar aprendizagens futuras aprimorando as relações proposicionais que eles já possuem.

3.1.3 Análise da Atividade 1

Com relação à realização da Atividade I, descreveremos as análises por etapas, tendo em vista que, a atividade ocorreu em três etapas em dias diferentes. A primeira etapa de uma aula de cinquenta minutos na segunda-feira, a segunda etapa no outro dia (terça-feira), com duração de três aulas de cinquenta minutos e a terceira no dia seguinte (quarta-feira), também com a duração de três aulas de cinquenta minutos, da forma como descrevemos na seção 2.5.1.

Na primeira etapa dessa atividade, quando os alunos tiveram contato com os quadrinhos que continham o trocadilho do chumbo e do algodão (figura 2.1), houve uma ampla discussão que transcrevemos no apêndice A.

Essas discussões desencadeadas pelos alunos revelam que eles se interessaram pelo tema em debate que era encontrar a explicação do por que as pessoas confundem a quantidade

com a massa. Essa disposição para a discussão é uma característica marcante do ambiente da Modelagem Matemática (BARBOSA, 2001).

Algumas falas dos alunos nos sugerem que além deles aceitarem o convite à discussão proposta pelo tema, eles também começaram a estabelecer conjecturas para tentar explicar, cada um a sua maneira, a relação entre a quantidade e a massa. Isso pode ser comprovado na fala do aluno 23, quando ela tenta explicar que se comprimindo o algodão, a quantidade muda, mas a massa vai ser a mesma: “Por que se eu ajuntar o algodão assim óh (aproximava as palmas das mãos) um quilo vai dar menor” (Fala aluno 23, apêndice A).

Além dessa fala, encontramos outras que revelam o interesse e as possíveis conjecturas que os alunos tentaram estabelecer durante a discussão, transcritas no apêndice A. Essas hipóteses sugeridas pelos alunos indicam que eles estavam predispostos a discutir a situação elaborando interações que a explicassem, assim consideramos satisfeita uma das condições para que ocorra aprendizagem significativa, a predisposição do aprendiz em aprender significativamente (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Outra observação é que embora o aluno 10 afirmasse que o chumbo é mais denso, nem um aluno, nem ele próprio manifestou a compreensão do conceito densidade e muito menos explicou o fenômeno com esse conceito. No entanto, as falas revelam que eles acreditam ser algo relacionado ao material, isso pode ser observado nas falas do aluno 23, do aluno 12, e de outros (apêndice A).

Após os alunos demonstrarem que era necessária uma investigação para descobrir uma possível relação entre a massa e o volume, encaminhamos a discussão para a questão a ser investigada, encontrar uma possível relação entre massa e volume. Devido à finalização da aula, combinamos que no dia seguinte realizaríamos a investigação da possível relação entre a massa e volume de diferentes materiais.

No laboratório, levamos os alunos a perceberem a viabilidade de se trabalhar com líquidos, devido à facilidade de se medir os líquidos em diferentes volumes. Permitimos que os alunos trabalhassem como quisessem com as quantidades e com os líquidos previamente disponibilizados nos balcões do laboratório (ácido acético, água, álcool, gasolina, glicerina e óleo). Nesses balcões também eram disponíveis para os alunos, béqueres de 150 e 250 ml e uma balança eletrônica de precisão que eles usavam em conjunto. Os alunos se organizaram em equipes em torno do líquido de interesse e assim foram formadas as seis equipes e como os alunos ficaram a vontade para escolher em que equipe trabalhar, as equipes possuíam números diferentes de integrantes entre três a seis alunos.

Para desenvolver a investigação as equipes, trabalhando uma com cada líquido, começaram a medir diferentes volumes do líquido escolhido e pesar a massa desse volume. Organizaram essas informações em anotações que posteriormente serviriam para cada equipe explicar para as outras, em forma de uma apresentação, os detalhes do que investigaram como, investigaram e a que conclusões chegaram. Essas anotações das equipes constam nos anexos deste texto (anexos C).

As anotações dos alunos e o áudio do laboratório demonstraram que os alunos usaram padrões de quantidades para os diferentes volumes, influenciados pela graduação dos béqueres que era de 50 em 50 ml.

Quando observamos que as equipes tinham uma quantidade considerável de anotações do valor da massa para um conjunto de cinco ou seis volumes diferentes, incentivamos cada equipe a procurar uma relação entre o volume e a massa do líquido. Essa tarefa pareceu improvável para os alunos, percebida nas falas. No entanto, depois de algumas discussões e incentivo, começaram surgir as primeiras observações pelos alunos, que nesse momento não passavam de informações do tipo: "... se um aumenta o outro aumenta também" (fala do aluno 30).

Também é verificável que antes que os alunos encontrassem o valor da massa para um mililitro do líquido investigado, encontraram o valor para 50 ml e tivemos que instigá-los a encontrar o valor para um ml, introduzindo a questão: "Se quiséssemos encontrar para um valor qualquer para o volume, como poderíamos proceder?" Essa mesma questão os levou a necessidade de generalização que as equipes também descrevem em suas anotações. Essas generalizações, em alguns casos, foram primeiramente verbais, depois com palavras em língua escrita, mas logo perceberam a necessidade de como eles mesmos disseram: "... fazer uma fórmula?" (fala do aluno 01).

Esclarecemos que as anotações das equipes foram recolhidas e anexadas sem nenhuma revisão, nem ortográfica, para que fossem a expressão do que os alunos iam observando e anotando durante a atividade.

Algumas afirmações nas anotações dos alunos remeteram-nos à compreensão da relação entre massa e volume, como pode ser encontrado no anexo D.1 (Anotação da equipe que trabalhou com ácido acético): "Se o volume for aumentando a massa também aumenta, ou se for diminuindo o volume diminuirá a sua massa também. A massa é dependente do volume, mesmo se o volume aumenta ou diminui".

Em outras anotações apareceram a expressão analítica escrita pelos alunos, anexo D.2 (Anotações da equipe que trabalhou com álcool), onde consta a afirmação: “equação: $m(x) = 0,792x$ ”, e o aluno complementa: “ x = é a variável em ml”.

As equipes que trabalharam com a gasolina e o óleo em suas anotações fizeram formalizações diferentes das demais equipes, pois em suas expressões analíticas não aparecem a massa para um ml, mas uma letra para representar o que eles chamaram de “variação”. Isto pode ser visto nas anotações destas equipes (anexo D.4 e D.6). A equipe que trabalhou com a gasolina formalizou: ”... para cada ml aumenta 0,766 g, $xy = m$ ” e explicou, “ x número qualquer (volume), y variação (massa a cada um ml) e m massa” (anexo D.4). Já na anotação da equipe que trabalhou com o óleo encontramos: “volume \times variação = massa”, e logo abaixo: “ $V \times V_0 = m$, V = volume, V_0 = variação e m = massa” (anexo D.6).

Além do uso dessas representações referentes ao conceito de Função do 1º Grau, em todas as anotações das equipes encontramos a tabulação dos valores para a massa e o volume do líquido investigado, que sugerem o uso da representação dos valores da função por meio de tabelas.

Consideramos que a atividade estava concluída pela equipe quando esta conseguiu escrever em linguagem matemática a relação encontrada entre o volume e a massa do líquido investigado, também sugerimos que a “fórmula” encontrada fosse testada para os valores que eles tinham colhido. Assim, como pode ser verificado nos anexos D que já comentamos, todas as equipes encontraram e expressaram suas conclusões em linguagem matemática e, depois de duas horas e meia do início da experiência, a última equipe entregou-nos suas anotações com conclusão e formalização.

No dia seguinte, durante as aulas de matemática da turma, demos início à terceira etapa da atividade com as apresentações das equipes. Na apresentação, cada equipe se dirigia à frente.

da sala e expunha sobre o que investigaram como ocorreu essa investigação, os valores utilizados, como encontraram a relação e a que conclusão chegaram. Essas apresentações foram gravadas em vídeo.

Durante as apresentações permitimos que os alunos fizessem perguntas uns aos outros e discutissem as relações entre os resultados para os diferentes líquidos. Observamos que a filmagem das apresentações inibiu a verbalização das conclusões pelos alunos, pois alunos que se expressaram muito bem durante a experiência se intimidaram a falar durante a apresentação.

Após todas as apresentações, quando as discussões estavam terminando, direcionamos os alunos para a elaboração do mapa B, alertamos os alunos que deveriam mapear os conceitos que foram importantes durante as etapas da atividade; a discussão da primeira etapa, o que foi discutido e observado no laboratório e as apresentações e discussões finais, esses conceitos a serem mapeados foram escolhidos pelos alunos.

Como a atividade foi dividida em etapas concluídas em dias diferentes, existem mapas B elaborados por alunos que não participaram de uma ou de duas das etapas da atividade. Esse fato levou-nos a separar para compor a análise e os resultados, apenas os mapas daqueles alunos que participaram de toda a atividade 1, por isso, ficamos restritos a analisar apenas 25 mapas B, apesar dos 33 elaborados.

O número dos alunos que participaram das três etapas da atividade (25 alunos) ficou reduzido, se comparado com o número total de alunos da turma, devido ao fato de a segunda etapa da atividade, a experiência de laboratório, ter sido realizada em horário contrário ao período de aula e alguns deles apresentarem dificuldade de locomoção para retornarem ao colégio no contraturno.

Esses oito mapas dos alunos que não participaram de alguma das etapas da atividade, embora não tenham sido focados em nossas análises, apresentam tentativas de explicações para a questão inicial proposta na atividade, a de entender a relação entre a quantidade e a massa do algodão e do chumbo. Nesses mapas aparecem proposições do tipo: “o chumbo é mais denso”, “o algodão é menos denso, ou seja, mais leve”, mas, não aparecem proposições que se remetam a conceitos relacionados com o conteúdo de Função do 1º Grau.

A construção do mapa B também ficou influenciada pelo cansaço demonstrado pelos alunos, pois depois de duas aulas de cinquenta minutos de apresentação e discussão, construíram o mapa B nos últimos cinquenta minutos que faltavam para acabar o período de aula.

Os 25 mapas B dos alunos que participaram de todas as etapas da atividade possuem em comum a preocupação de descrever as fórmulas encontradas para cada líquido, como ocorreu a investigação no laboratório e o que foi usado na atividade. Isso pode nos sugerir que a etapa da atividade que mais envolveu os alunos foi a investigação do laboratório, pois todos os mapas de alguma forma descrevem momentos ou materiais usados nessa etapa da atividade.

Desses mapas selecionamos seis (alunos: 01, 08, 12, 22, 26 e 27), que apresentam proposições em que se pode identificar a elaboração de significado, para os conceitos

referentes à Função do 1º Grau. Estamos entendendo por elaboração de significado, quando o aluno formula proposições a partir de suas conclusões individuais, às vezes com conceitos que nem foram mencionados durante as etapas da atividade. Ou seja, o aluno combina proposições pertinentes à Função do 1º Grau com outros conhecimentos prévios para expressar significados elaborados por eles a partir das discussões e observações desencadeadas durante toda a atividade.

Os outros 19 mapas que não escolhemos não apresentam essas elaborações de significados, na maioria deles, ora os alunos descrevem como ocorreu a atividade, ora os alunos listam os líquidos utilizados e as expressões apresentadas pelas equipes.

A primeira observação a ser feita sobre os seis mapas B separados, é que, nesses mapas aparecem conceitos pertinentes à situação trabalhada que não foram sequer mencionados pelo professor ou por outros alunos em nenhum momento da atividade. Isso sugere que os alunos fizeram interações entre os conceitos e proposições que eles usaram ou observaram durante a atividade e, conceitos e proposições que eles já possuíam.

A segunda observação importante para nossas análises, diz respeito ao fato de após termos separados esses seis mapas que possuíam significados relacionados à Função do 1º Grau, fomos surpreendidos pela coincidência de se tratar de alunos que também tinham estruturado bons mapas A. Ou seja, os alunos que produziram os seis mapas B em que existe elaboração de significados relacionados com Função do 1º Grau, estão entre os dez que elaboram mapas A com proposições adequadas e boa estrutura quanto ao conceito de Função do 1º Grau.

Usamos o termo coincidência, pois não esperávamos que esse fato fosse acontecer e também não usamos essa regularidade como critério de seleção para os seis mapas B. No entanto, já que essa coincidência ocorreu, reexaminamos os outros 19 mapas B não escolhidos, para testarmos a possibilidade de existência de um mapa B que fugisse a essa regra, o que para nossa surpresa não ocorreu.

Isso indica entre outras coisas, que os alunos que conseguiram reconhecer e elaborar significados para os conceitos referentes à Função do 1º Grau são aqueles que apresentaram, nos mapas A sobre Função do 1º Grau, proposições ou relações coerentes com relação aos conceitos referentes à Função do 1º Grau.

O mapa B do aluno 01, anexo C.1.2, além de listar as substâncias e dizer que foi feita uma atividade em que eles participaram com dedicação, que contribui para a aprendizagem e para esclarecer a pegadinha, ainda afirma: “Massa depende do volume”, “massa possui taxa

de variação para cada substância”. Observamos que em nem um momento falamos sobre “taxa de variação”, essa é uma compreensão do aluno para se referir à densidade de cada substância percebida como uma regularidade na comparação do volume e da massa, embora ele não tenha usado o termo densidade.

O aluno 08 apresenta no seu mapa, a ideia de que a atividade proporcionou que cada equipe encontrasse fórmulas, que ela chamou de função, para a massa em função do volume. Ela expressou, no seu mapa, essa função como “ $m(x)$ ”.

Já no mapa B do aluno 12 (anexo C.10.2), junto a descrição das substâncias e materiais usados encontramos proposições como: “massa tem relação com volume”, “massa apresenta relação em equações com fórmulas de funções”. Além disso, o aluno escreve: “equações com variáveis independente e dependente”, porém não consegue deixar claro qual delas é dependente e qual delas é independente. No entanto no momento da apresentação da equipe a que este aluno pertence (equipe que trabalhou com o álcool), quando o indagamos o porquê descrever $m(x)$ para representar a massa, o aluno respondeu: “... porque a massa pode ser encontrada a partir do x que é um valor qualquer” (fala do aluno 12 durante a apresentação).

Também é evidenciada no mapa B, desse mesmo aluno, a ideia de que “massa tem relação com o volume das substâncias com densidade diferentes”, ou seja, novamente outro aluno usa conceitos não mencionados na atividade para elaborar um significado.

A descrição de todas as substâncias usadas pelas equipes e as expressões analíticas para cada uma delas pode ser encontrada no mapa B do aluno 22 (anexo C.16.2), que além dessa descrição afirma: “massa tem como referência equações que de uma forma geral fazemos variação, vezes número qualquer, que é igual à massa”. Esse aluno, na apresentação da sua equipe que tinha trabalhado com a gasolina, esclareceu que a expressão analítica da sua equipe era composta apenas por letras porque poderia ser utilizada pelas outras equipes, bastava substituir o valor referente a um mililitro do líquido desejado (fala do aluno 22 durante a apresentação, apêndice A).

O aluno 26 quando afirma em seu mapa B (anexo C.19.2): “volume de massa com densidades que são diferentes”, está usando adequadamente o conceito “densidade”, que como já esclarecemos, não foi mencionado durante a atividade. Em outro setor do mapa ela afirma: “resultados que variam com equações que são fórmulas de funções”, também está associando as regularidades formalizadas nas expressões analíticas para cada líquido como sendo fórmulas de funções.

Finalmente, no mapa B do aluno 27 (anexo C.20.2), em poucos conceitos mapeados pelo aluno, encontramos: “relação entre ambas e a função para cada uma das substâncias que nos deram fórmulas diferentes para descobrirmos as massas”, e ainda, quando se refere às substâncias, afirma: ”... todas elas com volume e massa com variações que são diferentes”.

De forma geral e considerando todas as proposições encontradas nesses seis mapas selecionados, segundo os critérios já descritos, podemos afirmar que esses alunos estabeleceram algum tipo de relação entre os (seus) conhecimentos prévios sobre Função do 1º Grau e as observações e discussões envolvidas durante a atividade. Ou ainda, afirmar que a atividade desencadeou situações que evocaram nos alunos conceitos pertencentes à Função do 1º Grau, oportunizando que eles ressignificassem esses conceitos.

Da mesma forma essa ressignificação pode nos sugerir que houve por parte dos alunos a transferência dos significados lógicos existentes nos conceitos relacionados à Função do 1º Grau e nos conceitos envolvidos na atividade, em significados psicológicos idiossincráticos inerentes a cada aluno.

Um exemplo disto pode ser comprovado, se compararmos o mapa A com o mapa B do aluno 01 (anexos C.1.1 e C.1.2). Em seu mapa A não aparece o conceito “taxa de variação”, que deveria estar associado, de alguma forma, ao o conceito “coeficiente angular”, já em seu mapa B, aparece o conceito “taxa de variação”, que nem foi mencionado na atividade, mas que o aluno relacionou com o valor da massa para cada um ml de cada substância diferente, ou seja, o coeficiente angular da expressão analítica “criada” pela equipe (anexo D.6). Há ainda outros conceitos que apareceram nos dois mapas desse aluno, como o conceito “fórmula”.

As observações decorrentes das análises até aqui realizadas sugerem a necessidade de outra atividade em outro contexto que também se refira a Função do 1º Grau, mas com outra “roupagem”, como aconselha Ausubel (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 123), quando indica estratégias para evidenciar a aprendizagem significativa. Por esse motivo desenvolvemos a atividade 2, cujas análises seguem descritas na seção seguinte.

3.1.4 Análise da Atividade 2

Esta atividade teve início com o questionamento de “Como o comércio de nossa cidade remunera seus funcionários, principalmente os que trabalham como vendedores?” No início das discussões alguns alunos, devido à experiência vivida por familiares, sinalizavam

para uma relação entre salário e quantidade de vendas, mas, não conseguiram esclarecer esta relação.

Propomos então a investigação, e os alunos se organizaram em equipes e listaram setores do comércio onde gostariam de realizar a pesquisa. Após orientarmos sobre questões práticas de comportamento e apresentação, cada equipe organizou um rol de perguntas a serem feitas, no estabelecimento que escolheram, a fim de orientá-los na coleta dos dados.

Como observamos que alguns alunos tiveram dificuldades em definir as perguntas a serem feitas, sugerimos algumas questões norteadoras: “Como os vendedores são remunerados?”, “Todos os vendedores ganham o mesmo salário?” e “Qual o salário mínimo e salário máximo possível para um vendedor?” Para realização dessa pesquisa no comércio concedemos o prazo de uma semana.

Na aula seguinte, após a semana da pesquisa, orientamos os alunos a organizar as informações coletadas. Algumas observações, deste momento, são pertinentes. A primeira delas diz respeito à dificuldade que algumas equipes tiveram na comunicação com o entrevistado da empresa escolhida. Esta dificuldade levou algumas equipes a não conseguirem os dados mínimos necessários para entender como a empresa visitada calcula os salários dos seus vendedores. Estas equipes tiveram que retornar a empresa para fazer novas interrogações.

Outra observação anotada por nós refere-se à dificuldade demonstrada pelos alunos de lidar com informações numéricas e interpretar o que elas sinalizam. Para superar esta dificuldade conduzimos os alunos para a representação por meio de uma tabela, de exemplos de salários desde o mínimo até o máximo possível. Foi neste momento que surgiu um grande impasse para três das nove equipes.

Sete das nove equipes já estavam convencidas de que o salário era influenciado pela quantidade de vendas que o vendedor realizava. Destas sete equipes, três não conseguiam calcular a porcentagem dos valores vendidos para montarem a tabela. Mesmo com o nosso incentivo não conseguiam lembrar nenhuma forma de calcular a porcentagem mesmo com a ajuda da calculadora.

Como se tratavam de três equipes, ou seja, um terço do total de equipes na sala interrompemos os trabalhos para explicarmos no quadro formas de se calcular porcentagem. Ficou claro durante nossa exposição, que alguns alunos não possuíam nenhuma ideia de como encontrar a porcentagem. Este momento foi enriquecedor para os alunos, pois perceberam que estavam em defasagem de alguns conhecimentos que deveriam possuir.

Já, as outras duas equipes apresentavam dificuldades, para entender o cálculo para o salário dos vendedores do estabelecimento que escolheram, porque, nestes dois casos, o salário não dependia diretamente das vendas. A equipe 1 investigou o salário dos vendedores de uma empresa de entregas domiciliares. Neste caso o salário fixo R\$ 1.010 é acrescido de R\$ 0,80 por entrega realizada, conforme registrado no relatório desta equipe no anexo E.1. No caso da equipe 2, os alunos ficaram confusos, porque o salário variava de acordo com intervalos de vendas, que são as metas estipuladas pela empresa. Estas metas dependem de cada setor da empresa e podem variar a cada mês. Ao atingir cada meta o salário do vendedor é acrescido de mais 30% do salário base, conforme registrado no relatório desta equipe no anexo E.2. No entanto os alunos não conseguiram descrever corretamente este fato por meio de um gráfico.

Vencidas essas dificuldades a atividade prosseguiu com cada equipe representando sua tabela na forma gráfica. Nesta tarefa enfrentamos duas situações conflitantes para os membros das equipes, isto porque, existiam duas configurações para os salários. Ambas garantiam um salário mínimo mensal, porém, em uma delas a porcentagem de venda era acrescida ao salário após o cumprimento de uma cota mínima de venda, conforme mostra o gráfico da equipe 3 no anexo E.3. Já na outra configuração, independente da quantidade de vendas realizadas, a porcentagem era adicionada ao salário, conforme ilustra o gráfico apresentado pela equipe 4 no anexo E.4.

Estas situações foram conflitantes devido ao fato de que apareceriam dois tipos básicos de gráficos e em nenhum deles a função teria valor inicial igual a zero, como comumente eles estavam acostumados a trabalhar. Precisamos intervir e esclarecer às equipes como representar no gráfico estas situações. Várias das equipes refizeram seus gráficos até que eles se aproximassem da representação adequada para a situação.

Foi possível observar que embora a construção de gráficos, a partir de uma tabela de dados, fosse do conhecimento dos alunos, eles tinham em mente os gráficos “clássicos” de função linear, o que não servia neste caso.

Percebemos com estas dificuldades dos alunos que embora eles já tivessem vivenciado situações de aprendizagem de construção de gráficos, não conseguiam entender os seus significados descritos. Durante a construção dos gráficos esta compreensão foi exaustivamente trabalhada exigindo que os gráficos representassem exatamente as características do salário do vendedor.

A última tarefa foi elaborar um modelo matemático capaz de representar o salário dos vendedores. Algumas equipes elaboraram o modelo mediante a tabela sem serem solicitados. Já outras necessitaram de nossa orientação, pois se tratavam de modelos definidos por mais de uma sentença.

No modelo apresentado pela equipe 3, por exemplo, o salário é constante para vendas até o teto de R\$ 21.000, 00, que foi estabelecido pela equipe, tomando por base o montante equivalente a seis motos de R\$ 3.500,00. E diante desse teto o salário de R\$ 570, 00 é acrescido de 1%, conforme apresentado no anexo E.3.

Ao término desta atividade e já na quinta aula desde o início desta, solicitamos aos alunos que construíssem um mapa conceitual sobre os conceitos matemáticos envolvidos na atividade. Novamente não fornecemos lista de conceitos aos alunos para a construção deste mapa que denominamos Mapa C.

Diferentemente da forma como foi realizada a atividade 1, nesse caso não houve a apresentação dos trabalhos das equipes para todos os alunos da turma, devido à falta de tempo para esta atividade em sala de aula, em decorrência da situação atípica, causada pela epidemia da gripe A, no Estado do Paraná. No entanto a socialização das informações obtidas pelas equipes se deu durante as atividades que envolviam a construção do modelo.

Dos alunos que frequentavam a turma apenas trinta e um participaram da elaboração do Mapa C. A característica principal destes mapas é a de conter muitas informações sobre o salário dos vendedores, inclusive valores numéricos. Em parte isto é justificado devido ao extenso trabalho com esses números, embora tivéssemos solicitado o mapeamento de conceitos matemáticos.

Utilizando os mesmos critérios para análise dos mapas, quanto à atribuição de significados aos conceitos envolvidos na atividade selecionamos dez mapas nos quais é possível identificar proposições que relacionam a atividade com os conceitos referentes à Função do 1º Grau. Estes mapas referem-se aos alunos: 01, 03, 12, 20, 22, 26, 27, 30, 39 e 40.

De maneira geral estes mapas destacam-se por apresentarem uma expressão que representa o salário do vendedor que depende de uma comissão. Particularmente estes dez mapas selecionados denominam esta expressão de função. Isto aponta uma evolução de significado para o conceito de Função do 1º Grau, em relação aos mapas B, sugerindo-nos que os alunos, espontaneamente, relacionaram o problema com uma função afim.

Outra observação pertinente, neste momento, refere-se aos alunos que produziram esses dez mapas selecionados. Os alunos 01, 12, 22, 26 e 27 são os mesmos que tiveram seus

mapas A e B também selecionados, segundo os mesmos critérios. Isto indica que esta construção de significados para o conceito de Função do 1º Grau, não é aleatória para esses alunos, por que mantiveram nos três mapas relações coerentes entre os conceitos envolvidos nas atividades e o conceito matemático de função.

Por outro lado, entre os dez mapas aqui destacados, os dos alunos 03, 20, 30 e 40 não tiveram seus mapas A ou B selecionados, o que indica possível evolução conceitual quanto aos significados para os conceitos de Função do 1º Grau.

Dentre os dez mapas selecionados, destacamos alguns que apresentam características de elaboração de significados para as variáveis envolvidas no conceito de Função do 1º Grau.

O mapa C produzido pelo aluno 22, por exemplo, apresenta a seguinte proposição: “para chegar ao valor do salário do vendedor monta-se um cálculo que é $x = y \times 4 \div 100 + 650$ ”, em que temos x como variável dependente de y , cuja notação é incomum nos livros didáticos, inclusive relaciona corretamente o significado dessas variáveis (anexo C.16.3).

Já o mapa do aluno 01 apresenta a função que representa o salário final do vendedor, indicando corretamente quem é a variável dependente e independente no modelo, mas utiliza a notação clássica em que y é função de x (anexo C.1.3).

Destaca-se dentre estes mapas, o mapa do aluno 27, por apresentar características explícitas de hierarquização de conceitos, diferenciação progressiva e reconciliação integradora. Estas características ficam evidentes nas proposições: “salário é definido por uma função afim representada por $V_F = x \times 3,5\% + 615$ ” e “salário de cada loja do comércio possui um sistema diferente de administrar esse pagamento, sendo fixo ou misto acrescentando o valor da comissão que é de 3,5% do preço a vista” (anexo C.20.3).

É necessário observar ao final da análise desta atividade, que a assimilação de novos conceitos é um processo contínuo decorrente de várias aprendizagens em situações semelhantes que exijam novas interações substanciais entre o novo conhecimento e o conhecimento recém-aprendido. Por este motivo entendemos que seriam possíveis outras atividades que, como estas, continuem enfocando os conceitos referentes às Funções do 1º Grau em situações diferentes. Estas atividades contribuiriam no recolhimento de evidências da aprendizagem significativa.

No entanto, não realizamos outras atividades devido à limitação de tempo porque enfrentamos um período de suspensão das aulas na turma participante da pesquisa devido à epidemia da Gripe Influenza A H1N1 que ocorreu em nosso Estado.

3.1.5 Análise da construção dos “Mapas D”

O mapa final, denotado por mapa D, foi produzido sete meses após a elaboração do primeiro mapa, mapa A, cujo tema e formas de condução foram as mesmas e tendo sido intercalado por duas atividades norteadas pela Modelagem Matemática.

Pretendíamos analisar possíveis indícios de evolução, quanto à assimilação de significados para Função do 1º Grau, após nossa intervenção.

O conjunto dos mapas D apresenta quantidade maior de conceitos, relacionados à Função do 1º Grau, comparados com o conjunto dos mapas A. Além disso, a maioria dos mapas apresenta ao menos uma proposição correta entre os conceitos mapeados. Embora ainda apresentem conceitos formais do conteúdo de Função do 1º Grau, como nos mapas A, conforme citados em Zuffi (ZUFFI, 2002), há evidências de incorporação de conceitos, que surgiram no decorrer das duas atividades de Modelagem Matemática, no mapa, ainda que constituíssem em proposições incorretas.

Ficou evidente também, nestes mapas, a preocupação dos alunos em mapear a maior quantidade possível de conceitos que conseguissem lembrar. No entanto, poucos conseguiram estabelecer relações adequadas entre estes grupos de conceitos. Outro fato relevante a destacar é que os alunos utilizaram para a confecção deste mapa, três aulas de cinquenta minutos, e no mapa A foram duas aulas.

Considerando os mesmos critérios utilizados para selecionar os bons mapas construídos anteriormente, para eleger os bons mapas D, separamos doze mapas que foram elaborados pelos alunos: 01, 03, 10, 12, 14, 21, 23, 26, 27, 30, 32 e 39.

Um exemplo de relação conceitual, correta, que apareceram nestes mapas, e que não tinham sido evidenciados nos 10 mapas A selecionados, refere-se à associação entre variáveis independentes e dependentes com domínio e contradomínio.

Dentre esses doze mapas D, os alunos 10, 14, 21, 23 e 32 não tiveram seus mapas, A, B e C selecionados anteriormente. Ainda vale destacar os alunos 03 e 30 que já tiveram seus mapas C selecionados anteriormente, porém, não tinham se destacado na construção dos mapas A e B.

Já os alunos 01, 12 e 26 são aqueles que tiveram todos os seus mapas selecionados.

O mapa do aluno 26 apresenta uma proposição interessante e correta quanto à característica da função linear: “função linear sempre o valor inicial é 0”. Esta ideia apareceu em outros mapas, mas não associado exclusivamente a função linear, conforme anexo C.19.

Os mapas dos alunos 01 e 12 destacam por apresentar a ideia de que a Função do 1º Grau pode ser representada de várias maneiras (“tabela”, “gráfico”) e ainda pode ser expressa por uma “lei de formação com fórmula geral $f(x) = ax + b$ ” (anexos C.1 e C.10).

Considerando que o objetivo principal desta atividade estava relacionado à identificação de evolução conceitual no que se refere à assimilação de significados aos conceitos relacionados à Função do 1º Grau, ficamos satisfeitos com os resultados apresentados nos mapas.

3.1.6 Análise comparativa dos mapas produzidos

Para uma análise comparativa dos mapas A, B, C e D, é necessário separarmos os alunos que participaram da construção dos quatro mapas. Com essa condição nos atemos a um total de vinte e um alunos que elaboraram os quatro mapas (alunos 01, 04, 05, 06, 08, 10, 12, 14, 18, 21, 23, 26, 27, 28, 29, 30, 34, 35, 36, 38 e 39).

Nosso objetivo principal, nesta comparação, foi investigar indícios quanto à evolução dos conceitos sobre Função do 1º Grau, na estrutura cognitiva do aluno. Para tanto procuramos evidências de aprimoramento dos significados, que aparecem nos mapas conceituais, para as variáveis envolvidas nas atividades norteadas pela Modelagem Matemática.

Assim, estamos particularmente interessados em detectar indícios que possam apontar se o aluno foi capaz de estabelecer relações entre as novas informações, originadas das atividades de Modelagem Matemática, e os seus conhecimentos anteriores, e como estas novas relações se reorganizaram na sua estrutura cognitiva.

Esta análise tem caráter qualitativo, no sentido de que estamos interessados em avaliar a evolução dos conceitos que aparecem nos mapas e não a reprodução do que foi ensinado pelo professor ao aluno.

Embora esta análise tenha características totalmente subjetivas e passíveis de influências pessoais do avaliador, estabelecemos segundo a teoria dos mapas conceituais, alguns critérios que nos auxiliaram nesta tarefa.

Considerando alguns objetivos da avaliação por mapas conceituais, conforme apontado por Moreira (MOREIRA, 2006, p. 55), em que se procura detectar como o aluno estrutura, hierarquiza, diferencia, relaciona, discrimina e integra conceitos de níveis diferentes

ou de diferentes áreas do conhecimento, utilizamos estas características para avaliarmos os conjuntos de mapas produzidos pelos alunos.

Entendemos que o aluno evoluiu na construção do mapa se forem observados três princípios básicos que são utilizados na avaliação dos mapas (*cf.* seção 1.2.3): a) A organização hierárquica dos conceitos, b) a diferenciação progressiva e a c) reconciliação integradora.

Por exemplo, quanto à organização hierárquica devemos observar, primeiramente, se o mapa apresenta ou não uma hierarquia. Se apresentar, como está organizada, se os níveis hierárquicos estão claros ou se a construção do mapa segue o critério de elaboração do mais geral e inclusivo ao mais específico e exemplos.

Quanto à diferenciação progressiva, devemos avaliar se o mapa apresenta diferenciação entre os conceitos ou agrupamentos dos conceitos com mesmas características.

O princípio da reconciliação, embora mais difícil de ser observado, pode ser avaliado quando grupos de conceitos de setores diferentes do mapa são integrados a conceitos mais gerais.

Diante desses aspectos que elegemos como parâmetros norteadores para avaliação quanto à assimilação dos conceitos relacionados ao tema proposto, descrevemos no quadro, a seguir, algumas evidências que indicam a ocorrência desses parâmetros norteadores, nos quatro mapas produzidos por esses 21 alunos.

Aluno 1			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Apresenta organização hierárquica, com o conceito de “Função do 1º Grau” como mais importante. No segundo nível hierárquico, cita os tipos de Funções do 1º Grau e os elementos que a caracterizam.	Apresenta diferenciações entre: “gráfico crescente e decrescente” “coeficiente angular e linear”, “variável dependente e independente” e os tipos de Funções do 1º Grau.	Apresenta reconciliação entre “gráfico crescente” e “gráfico decrescente” e o conceito “fórmulas”.
B	Os níveis hierárquicos não estão evidentes.	Explicita algumas diferenciações importantes como a dependência entre as grandezas massa e volume; a afirmação de que a “massa possui uma taxa de variação para cada substância” e também que foi possível “criar fórmulas para cada substância”.	Não está evidente a presença de reconciliação integradora entre os conceitos mapeados.
C	O mapa apresenta organização hierárquica, embora os níveis não estejam evidentes.	Destaca-se: “modelo matemático” para a formação do salário. Neste modelo atribui x e y para “venda” e “salário”, respectivamente, e acertadamente os diferenciam	Não apresenta evidências de reconciliação integradora.

		como variável “independente” e “dependente”.	
D	O mapa está organizado hierarquicamente.	Apresenta os tipos de Funções do 1º Grau como no mapa A, no entanto, os significados estão mais apurados. Por exemplo: apresentam “tabela” e “gráfico” como formas de “representar” a “Função do 1º Grau”. A associação de variável independente e dependente a domínio e contradomínio, também é um progresso em relação ao mapa A.	Não apresenta evidências de reconciliação integradora.
Aluno 4			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Não está organizado hierarquicamente.	Não evidencia característica de diferenciação progressiva.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	Não está organizado hierarquicamente, embora esteja destacando a “experiência” como conceito geral.	Não evidencia característica de diferenciação progressiva.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	Apresenta melhora na organização dos conceitos, sendo possível identificar alguns níveis hierárquicos dos conceitos.	Embora não demonstre aprofundamento nos significados está presente a ideia de que a “atividade usou funções e formulas matemáticas”	Descreve timidamente uma reconciliação entre “venda”, “porcentagem” e “taxa salarial”.
D	Apresenta organização, ainda tímida, dos conceitos mapeados.	Embora apresente vários conceitos relacionados a Função do 1º Grau, não deixa evidente a diferenciação entre eles.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
Aluno 5			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa não apresenta hierarquização dos conceitos.	Os conceitos apresentam-se corretamente relacionados e diferenciados. Os tipos de Função do 1º Grau também estão arrolados. Esta descreve a ideia de que “função do 1º Grau está dentro da matemática”	A reconciliação integradora dos conceitos mapeados não é evidente, embora apresente a ideia de que as variáveis “dependente” e “independente” dependem das fórmulas da função.
B	Não apresenta hierarquia para os conceitos por se preocupar mais na descrição da atividade.	O mapa apresenta ligações pertinentes como: “peso não é a mesma coisa que massa”, e ainda, “toda massa tem seu volume”.	Não apresenta indícios de reconciliação integradora entre os conceitos mapeados.
C	Não apresenta hierarquia para os conceitos por se preocupar mais na descrição da atividade.	Apresenta indícios de diferenciação progressiva, por exemplo, o mapa apresenta o modelo matemático que expressa o salário dos vendedores.	Não apresenta indícios de reconciliação integradora entre os conceitos mapeados.
D	Há um significativo aumento no número de conceitos mapeados em relação ao mapa A, no entanto ainda deixa a desejar quanto à hierarquização desses conceitos.	Apresenta diferenciação entre os dois tipos de variáveis “dependente” e “independente” e a acertada associação aos conjuntos “contradomínio” e “domínio”.	Apresenta os tipos de Função do 1º Grau e faz a equivocada associação que o gráfico crescente é uma reta, embora não esclarecera que o decrescente também o é.
Aluno 6			

Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Não está organizado hierarquicamente, o mapa assemelha-se a uma rede com várias ligações.	As ligações e os significados que se tentou mapear demonstram uma superficialidade conceitual como: “função tem letras”, “matemática tem muito número”, o que não evidencia esta característica.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	Não está organizado hierarquicamente.	Não evidencia característica de diferenciação progressiva.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	Apresenta tentativa de organização dos conceitos, mas ainda não apresenta hierarquia definida.	Apresenta maior preocupação em descrever e explicar a relação do vendedor, seu salário e suas atribuições. Afirma que “o salário é constituído por vendas que é definida por uma função afim” e apresenta o modelo matemático para esta relação.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
D	Apresenta considerável melhora na organização dos conceitos no mapa, em relação ao mapa A. A hierarquia também se mostra bem definida.	Apresenta algumas diferenciações apropriadas. O mapa tem vários elementos relativos a função totalizando 22 conceitos mapeados.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
Aluno 8			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa está claro e organizado além de apresentar hierarquia dos conceitos mapeados. Apresenta alguns conceitos referentes a Função do 1º Grau e os elementos que a caracterizam.	Possui diferenciações corretas. Estão listados os tipos de Função do 1º Grau, inclusive caracterizando com a expressão analítica da função do tipo afim. Apresenta a ideia correta de que “zero da função” e “raiz da função” são a mesma coisa.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	Apresenta organização hierárquica, embora tenha apresentado como conceito principal “Atividade 1”.	Preocupou-se em descrever no mapa como ocorreu a atividade. Em um setor está descrito que “cada equipe encontrou fórmulas como função” e em seguida descreve a expressão analítica elaborada por sua equipe.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	O mapa está organizado hierarquicamente.	Apresenta a fórmula matemática encontrada e destaca “no gráfico a função é linear”.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
D	O mapa está organizado hierarquicamente.	Apresenta, em relação ao mapa A, mais conceitos, com significados coerentes e aprimorados, como: “Na tabela se encontra uma lei de formação”, “imagem é um subconjunto do contradomínio” e “conjunto de valores do y que é o contradomínio”. Todas as afirmações do mapa estão corretas exceto a que diz: “no gráfico a reta demonstra que o valor nunca irá variar”.	Está descrito no mapa diferenciações adequadas e ligações cruzadas entre setores diferentes do mapa.
Aluno 10			

Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Apesar de apresentar os tipos de Função do 1º Grau, o mapa não está organizado hierarquicamente. Apresenta frases de ligação longas e confusas.	Não há evidências de diferenciação progressiva.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	O mapa repete a mesma desorganização do mapa anterior. Não apresenta significados coerentes.	Apesar de apresentar vários conceitos não há uma sequência lógica na disposição destes no mapa.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	O mapa ainda não apresenta organização hierárquica, porém já é possível encontrar setores organizados no mapa.	Apresenta função como modelo matemático, porém, as frases de ligação não são claras e comprometem os significados.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
D	O mapa evoluiu, em relação ao primeiro, quanto à organização hierárquica dos conceitos.	Consegue diferenciar os tipos de função e tenta caracterizá-los. Algumas frases de ligação ainda são deficientes, mas, outras expressam significados coerentes como: “gráfico é formado através da lei de formação determina a tabela” e “função linear pode ser representada por uma tabela os valores de y formam o contradomínio”.	Não está evidente a ocorrência de reconciliação integradora, embora apresente ligações que induzem a ideia de que a “função linear” pode representar a função “massa e volume” e que esta se utiliza de uma “lei de formação”.

Aluno 12

Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa apresenta organização hierárquica.	Declara a existência de uma classificação para os tipos de função. Faz diferenciações apropriadas. As frases de ligação também estão claras apesar de algumas estarem equivocadas em relação à Função do 1º Grau. Entretanto o mapa apresenta um conjunto razoável de ideias referentes à Função do 1º Grau.	Não está evidente a ocorrência de reconciliação integradora, embora apresente ligações que induzem a ideia de que a “função identidade” é a “bissetriz” dos “quadrantes ímpares”.
B	O mapa conserva a organização hierárquica do mapa anterior.	As frases de ligação, neste mapa, são apropriadas. Em uma das frases sintetiza: “massa tem relação entre volume das substâncias com densidades diferentes”. Também relaciona equações com fórmulas e funções. O mapa sugere uma compreensão da discussão proposta pela atividade.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	O mapa apresenta organização hierárquica, com frases claras e explicativas.	Está descrita a formação dos salários dos vendedores inclusive atribuindo o salário acertadamente como variável dependente. Afirma também que o salário é definido por uma função afim, apresentando a	O mapa apresenta ligações entre conceitos de níveis diferentes do mapa, o que é uma das características da reconciliação integradora.

		expressão analítica. O mapa sugere que seu elaborador está consciente da relação existente entre Função do 1º Grau e a situação estudada.	
D	O mapa apresenta organização hierárquica.	O mapa apresenta afirmações como: “função de 1º grau expressa por uma lei de formação com variáveis independente e dependente”. Apresenta a fórmula geral da função do 1º grau. O mapa apresenta um corpo de ideias considerável e acertado quanto a Função do 1º Grau. Possui diferenciações apropriadas.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
Aluno 14			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Apesar e apresentar vários conceitos relativos à Função de 1º Grau não consegue ligá-los adequadamente e hierarquicamente.	Muitas ligações não possuem palavras de ligação e, portanto, dificulta a interpretação de significados. O mapa também apresenta problemas de organização e não consegue explicitar diferenciações entre os conceitos.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	O mapa não apresenta uma organização hierárquica, é confuso assemelhando-se com uma rede.	Muitos links com setas confundem a leitura e prejudicam a compreensão do mapa. Apresenta preocupação de mapear o desenvolvimento da atividade. Apesar da confusão entre vários conceitos está descrita a expressão algébrica decorrente da atividade. O mapa é confuso e denuncia dificuldades na organização das ideias.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	Apresenta tentativa de organização hierárquica dos conceitos mapeados indicando o “salário” como conceito principal.	Apresenta preocupação em descrever a composição salarial e ideias relacionadas a administração do estabelecimento comercial. Ainda há problemas na elaboração do mapa, várias ligações sequenciadas sem palavras que as expliquem e conceito sem nenhuma ligação.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
D	Embora este mapa não se apresente explicitamente organizado hierarquicamente, os conceitos estão mais bem distribuídos no mapa, o que evidencia a noção de hierarquia conceitual pelo aluno.	O mapa consiste em três frases principais: uma apresenta os tipos de função, outra apresenta os elementos pertencentes à função e a terceira indica que a Função do 1º Grau pode ser representada por tabelas, gráficos, lei de formação e expressão. Além destas frases há	Não evidencia característica de reconciliação integradora.

		a diferenciação para variável independente e dependente e a associação correta a domínio e contradomínio.	
Aluno 18			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Não apresenta estrutura hierárquica se divide apenas em duas frases.	O mapa consiste em um conjunto de palavras que não expressam significados. A leitura do mapa ainda é comprometida por uma má caligrafia e alguns borrões.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	Em relação à estrutura o mapa é mais confuso que o anterior e revela dificuldade na organização das ideias e escrita	Demonstra a ideia de que o algodão e o chumbo têm o mesmo peso e quantidades diferentes e, arrola as fórmulas encontradas para cada líquido.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa apresenta indícios de organização na sua estrutura hierárquica em relação aos anteriores. As ideias estão mais claras.	Evidencia que por meio da função se determina a porcentagem para o salário dos vendedores e apresenta a expressão analítica desta função.	O mapa não evidencia elementos de reconciliação integradora.
D	O mapa não apresenta organização hierárquica, porém, já é possível identificar os significados mapeados com mais clareza.	Possui vários conceitos referentes à Função do 1º Grau, embora em muitas ligações os significados não sejam precisos. Em uma ou duas frases nota-se significados aceitáveis: “função do 1º grau é a imagem que representa o valor de y que esta ligado no valor de x ”. Existe também, a identificação dos tipos de Função do 1º Grau.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
Aluno 21			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa é confuso e não apresenta uma estrutura hierárquica.	Possui vários conceitos, porém, sem significados claros. As palavras de ligação em sua totalidade são flexões do verbo ter: “tem que ter, temos e tem”, que assinalam para a ausência de significados e ideias a serem mapeadas.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	O mapa não apresenta uma estrutura hierárquica definida.	As palavras de ligação triviais ainda estão presentes e não revelam significados precisos entre os conceitos mapeados. O mapa parece uma narração em primeira pessoa do plural, de como foi realizada a experiência. Não existe nenhuma relação da atividade com algum aspecto da Função do 1º Grau.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa ainda é confuso sem hierarquia clara.	Mesmo apresentando conceitos interessantes como: “tabela”, “gráfico”, “modelo matemático”, “porcentagem” e a expressão	Não evidencia característica de reconciliação integradora

		analítica elaborada pela equipe, as palavras de ligação, em sua maioria derivadas do verbo ter, empobrecem os significados que se tentou mapear.	
D	O mapa evolui consideravelmente, em relação ao primeiro, em sua estrutura hierárquica.	Possui diferenciações acertadas alavancadas pela evolução das palavras de ligação que desta vez expressam significados apurados, por exemplo: “lei de formação é uma expressão” e “gráfico é feito através da tabela”. Porém em outras ligações ressuscita a superficialidade dos mapas anteriores. Um ou dois conceitos são repelidos, consequência da organização que ainda não está clara.	Não está evidente a reconciliação integradora, embora sugira a ideia de que todos os tipos de função possuem uma lei de formação.
Aluno 23			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa apresenta hierarquia dos conceitos, embora presente dificuldades na organização dos conceitos.	Lista vários conceitos relacionados à função, porém, com pouco significado. Apresenta a expressão analítica para a função e assinala as diferenciações: “coeficiente A e B”, “gráfico crescente e decrescente” e “variável dependente e independente”.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
B	Mapa deficiente em clareza e organização hierárquica	O mapa demonstra falta de organização das ideias e a preocupação apenas de descrever a “experiência”.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
C	O mapa apresenta alguns indícios de organização hierárquica.	Está presente a preocupação em explicar a composição do salário do vendedor. Entre outras afirmações, está a associação de salário a uma função afim também descrita no mapa. Lista elementos da função, porém, não expressa significados apropriados. O mapa e as ideias compostas nele evoluíram em relação aos mapas anteriores.	Não evidencia característica de reconciliação integradora.
D	Apresenta organização hierárquica e as frases de ligação estão mais claras.	Possui um número de considerável de conceitos referentes à função, embora, alguns significados não serem claros. Apresenta diferenciações como: “funções algumas são crescente e decrescente” e “precisa de domínio e contradomínio”. Apresenta afirmações pertinentes como: “função de 1º grau para achar precisa de uma lei de formação” e “Imagem é um subconjunto do	Apresenta alguns elementos de reconciliação integradora, como a reintegração de que a “imagem é um subconjunto do contradomínio”.

		contradomínio”.	
Aluno 26			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa está bem organizado e apresenta uma estrutura hierárquica definida.	As palavras de ligação são claras e apresenta diferenciações, para variação dependente e independente e para gráfico crescente e decrescente. Nesta última ainda há uma explicação de como classifica-lo como crescente e decrescente.	Como um exemplo deste princípio de reintegração atribui o “gráfico quando na horizontal à função constante”
B	O mapa conserva a boa organização hierárquica do mapa anterior.	Além de descrever significados pertinentes envolvidos na discussão da atividade, relaciona a variação da massa e volume a “equações que são fórmulas de funções”. O mapa demonstra um conjunto de ideias acertadas e bem estruturadas.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa apresenta-se estruturado hierarquicamente.	Apresenta diferenciações pertinentes e entre outros significados relativos a situação estudada, faz a afirmação: “movimento do salário é definido por uma função afim”, além de subscrever em sequência a expressão analítica dessa função.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
D	O mapa apresenta-se organizado hierarquicamente.	Possui várias diferenciações. Há um número maior de conceitos em relação aos mapas anteriores. As afirmações estão claras e expressam significados pertinentes como afirmação de que todos os tipos de Funções do 1º grau são representadas por gráfico e tabela, que todas possuem lei de formação e que o gráfico mostra a taxa de variação.	Apresenta alguns elementos de reconciliação ao explicitar a ideia de reagrupamento, pois diferencia gráfico crescente, decrescente e constante e os reagrupa afirmando que “todos formam uma reta”. Isto ocorre também para os tipos de Funções do 1º Grau.
Aluno 27			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa apresenta organização hierárquica, com frases de ligação claras.	Apresenta várias diferenciações e apresenta os tipos de Função do 1º Grau e ainda tenta explicar como reconhecer pelo gráfico a função crescente e decrescente. Apesar de não apresentar afirmações aprofundadas, também não apresenta afirmações erradas.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	O mapa apresenta organização hierárquica.	Possui diferenciações apropriadas Descreve em partes a atividade e se ocupa de mapear ideias abordadas durante as discussões: “conclusões onde descobrimos a relação entre	O mapa apresenta elementos de reconciliação integradora e explicita ligações entre setores diferentes dom mapa

		ambas às funções de cada uma das experiências nos deram várias formulas”.	
C	O mapa está bem organizado e apresenta uma estrutura hierárquica organizada	Apresenta algumas diferenciações. Este mapa apresenta frases com poucas ramificações. Em uma delas está afirmado: “Salário e definido por uma função afim definida...”, em seguida anota a expressão analítica da função para o salário.	Apresenta indícios de reconciliação integradora.
D	Apresenta organização hierárquica	O mapa progride quanto às afirmações sobre funções e um número maior de conceitos, faz diferenciações importantes, para os tipos de funções, para as variáveis, para gráficos. Os significados expressos nas frases de ligação estão claros e corretos.	Apresenta elementos de reintegração, como por exemplo: “usando como exemplo uma empresa podemos usar o salário para obtermos uma função”.
Aluno 28			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Não é possível reconhecer uma organização hierárquica nem os sentidos das ligações.	O mapa não evidencia este princípio.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	O mapa apresenta-se melhor organizado que o anterior, apresentando alguns indícios de hierarquia.	O mapa não apresenta significados explícitos nas ligações, pois as palavras de ligação são triviais: “do, de, é, tem, igual a, etc.”. Não existe no mapa conceito relacionado com função.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa não apresenta hierarquia definida	Tenta esclarecer algumas relações como a diferenciação entre salário fixo e misto. Aparecem conceitos relacionados à Função do 1º Grau em uma tentativa de esclarecer a relação da situação com este tipo de função.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
D	O mapa melhora no quesito organização mostrando uma tímida hierarquia.	As frases estão mais claras. Apresenta vários conceitos referentes à Função do 1º Grau e em alguns casos diferenciações coerentes como de variável dependente e independente. Estão mostrados os tipos de Função do 1º Grau. O mapa ainda é confuso nas palavras de ligação, mas apresenta algumas ideias coerentes quanto ao conceito de Função do 1º Grau.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
Aluno 29			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa apresenta organização	Apresenta vários conceitos	Não evidencia característica de

	hierárquica	referentes à Função do 1º Grau. Porém não há significado nas ligações e quando apresenta algum significado este está incorreto. No mapa existem significados ligados a aprendizagem e a questões como; “multiplicar, dividir e vezes”.	reconciliação integradora
B	Os conceitos mapeados constituem-se em duas sequências de conceitos que desconfiguram o mapa sem caracterizar uma hierarquia.	Sem caracterizar diferenciações as frases não fazem relação entre a discussão e a Função do 1º grau. Elas se prestam a explicar o desenvolvimento e materiais utilizados na atividade. Ainda há deficiência nos significados e preocupação com a questão de aprendizagem	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa apresenta organização hierárquica.	Conserva a divisão do mapa entre dois segmentos. Desta vez, no entanto, há diferenciações apropriadas e relação entre o cálculo do salário e a descrição deste em um gráfico que originou uma “formula de função afim”.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
D	O mapa está bem organizado, inclusive hierarquicamente.	Os conceitos mapeados fazem parte do domínio conceitual das Funções do 1º Grau. Apresenta alguns indícios de diferenciação progressiva.	E possível identificar uma tentativa de relacionar conceitos de setores diferentes do mapa.

Aluno 30

Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa é confuso, desconfigurado e não apresenta hierarquia.	O mapa apresenta um emaranhado de palavras e setas que dificultam a leitura e compreensão dos significados que se tentou mapear.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	Mapa muito confuso com setas e sem hierarquia definida, apesar de ser possível identificar o conceito mais importante para o aluno: “Massa”.	Apesar da confusão de setas e palavras pode-se observar a compreensão de uma relação de dependência entre massa e volume.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa melhora muito na questão de organização hierárquica e apresentação. Este mapa apresenta uma hierárquica e as frases de ligação estão claras.	Existe a preocupação em explicar a composição salarial do vendedor, em contrapartida, apresenta a acertada afirmação de que o salário pode ser calculado por uma Função afim e apresenta a expressão analítica desta Função. O mapa avançou na explicitação dos significados e revela uma organização mais apurada das ideias referentes á atividade e a Função do 1º Grau.	O mapa apresenta elementos deste princípio ao estabelecer ligações entre conceitos de níveis diferentes do mapa.
D	O mapa está organizado hierarquicamente.	Apresenta algumas diferenciações. Revela um conjunto considerável de ideias	Não evidencia característica de reconciliação integradora.

		relacionadas à Função do 1º Grau.	
Aluno 34			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa é confuso não apresenta hierarquia.	Ligações sem palavras de ligações e palavras nos retângulos que não são conceitos dificultam a leitura e interpretação do mapa. As ideias que se tentou mapear lembram o texto do livro didático, embora sem os significados adequados.	Tentou-se relacionar conceitos de setores diferentes do mapa, no entanto, sem as palavras de ligação que explicitam esta relação.
B	O mapa preserva a mesma confusão do mapa anterior de tal forma que não é possível saber qual o conceito mais geral.	Não apresenta indícios deste princípio, além disso, o mapa não faz referência da relação entre a situação e a Função do 1º Grau.	Apresenta ligações entre conceitos de setores diferentes, mas não é possível identificá-las como reintegrações.
C	Neste mapa, embora sem hierarquia, é possível identificar o conceito mais geral, pois em torno dele se desenvolve o mapa.	Vários conceitos que tentam explicar a relação entre o vendedor e o seu salário. Não há referência entre a situação e Função do 1º Grau. O mapa, embora apresentável, é pobre de significados.	Devido à desorganização hierárquica do mapa há ligações entre conceitos distantes do mapa, porém não se caracterizam como reconciliações.
D	Neste mapa, a organização hierárquica se mostra timidamente presente.	Possui diferenciações e ligações cruzadas. O mapa apresenta significados apropriados que sinalizam para uma compreensão de Função do 1º Grau. Em um conceito e uma ligação parece se confundir com a função quadrática. No entanto no geral o mapa apresenta ideias acertadas quanto a Função do 1º Grau.	Apresenta características de reintegrações e reagrupamento de conceitos em setores diferentes do mapa, por exemplo: “gráfico crescente e decrescente os dois formam reta”.
Aluno 35			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa é um conjunto de palavras sem organização hierárquica.	São apenas quatro segmentos sem ligações entre eles e que não expressam significados lógicos. As palavras de ligação não dão sentido aos significados. Esta situação é agravada por apresentar vários conceitos repetidos.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	O mapa ainda não apresenta uma estrutura hierárquica, não passando de três frases.	Neste mapa os significados podem ser analisados, pois expressam alguma informação coerente: “glicerina é mais denso que o óleo” e “glicerina quanto maior a quantidade maior o peso”. Entre outros significados apresenta valores numéricos e a expressão analítica elaborada durante a atividade.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	O mapa ainda não apresenta indícios de organização	Os significados estão mais claros e acertados. Há relação da	Não evidencia característica de reconciliação integradora

	hierárquica,	atividade com Função do 1º Grau, inclusive da relação de dependência entre o salário e a venda, por exemplo: “é usado uma Função do 1º Grau para chegar ao salário”. Além disso, apresenta a fórmula da função usada para calcular o salário.	
D	O mapa apresenta-se mais organizado, comparado com os anteriores, e é possível identificar uma hierarquia.	Ainda conserva a tendência de frases que não se conectam. Há uma quantidade razoável de conceitos. Os significados, porém, ainda não são claros para estes conceitos. Apresenta os tipos de Função do 1º Grau, no entanto, as ligações do mapa não expressam informações adequadas quanto às funções.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
Aluno 36			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	O mapa é confuso e não apresenta uma hierarquia definida.	O mapa caracteriza-se por um emaranhado de ligações poucos expressivas. Não apresenta diferenciações claras e as palavras de ligações indicam significados imprecisos.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	A hierarquia está evidenciada neste mapa, destacando inclusive o conceito mais importante: “glicerina”.	Preocupa-se em explicar a relação entre massa e volume, porém com palavras de ligação pouco significativas. Não evidencia diferenciações, mas, apresenta a lei de formação da função construída pela equipe.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
C	Não apresenta hierarquia. O mapa é uma sequência linear de afirmações.	Não há diferenciações. Pode se resumir o mapa em uma única frase.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
D	O mapa apresenta-se organizado hierarquicamente.	O mapa apresenta um grupo de conceitos referentes à Função do 1º Grau e faz algumas diferenciações, para os tipos de funções para tabela, taxa de variação e lei de formação, embora as palavras de ligação ainda sejam superficiais. Faz o reagrupamento de que todos os tipos de função possuem lei de formação.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
Aluno 38			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	É possível perceber o conceito mais importante, mas não apresenta elementos que caracterizem uma hierarquia conceitual.	Poucos conceitos com poucas palavras de ligação resumem o mapa que não consegue diferenciar os tipos de Função do 1º Grau e o gráfico crescente e decrescente.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
B	Apresenta organização hierárquica.	Ocupa-se em mapear os elementos envolvidos na	Não evidencia característica de reconciliação integradora

		atividade Anota as substâncias utilizadas na atividade e com frases imprecisas, às vezes sem palavras de ligação que a expressem, tenta mapear explicações para a massa e o volume. Não faz relação entre a atividade e os conceitos referentes à Função do 1º Grau.	
C	Apresenta organização hierárquica.	Há grande preocupação em mapear as informações referentes ao salário do vendedor. Apresenta várias diferenciações referentes ao salário e ao vendedor, apesar de aparecerem conceitos repetidos.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
D	É possível identificar o conceito mais importante, a partir deste a hierarquia apresentada muito confusa.	Poucos conceitos referentes à Função do 1º Grau, mas apresenta a diferenciação para os tipos de funções e para variável. O mapa é deficiente nas palavras de ligação que são superficiais.	Não evidencia característica de reconciliação integradora
Aluno 39			
Mapa	Organização hierárquica dos conceitos	Diferenciação progressiva	Reconciliação integradora
A	Apresenta hierarquia bem definida e está bem organizado.	Possui diferenciações para os tipos de função, para o gráfico e para a raiz da função. Apresenta afirmações pertinentes e acertadas quanto às Funções do 1º Grau como: “função está relacionado a matemática e da álgebra”.	Reintegra os quatro tipos de funções afirmando que: “todos possuem lei de formação e gráfico”.
B	O mapa apresenta-se organizado hierarquicamente.	Apresenta indícios deste princípio apesar de preocupar-se em listar as substâncias utilizadas na atividade com os respectivos “cálculos” (modelo matemático). Faz afirmações importantes usando inclusive conceitos de outras áreas do conhecimento como: “massa usou-se muitas fórmulas que são equações e obtivemos essencial aprendizagem”, “massa com ela usamos os Béqueres que usa na ciência e na química”.	Reintegra as diferentes substâncias e seus modelos matemáticos afirmando que: “todos são líquidos que com tudo isso vemos que entre (m) e (v) a uma diferença”.
C	O mapa apresenta-se organizado hierarquicamente.	Apresenta diferenciações pertinentes. Entre explicações de como funciona o salário dos vendedores faz relação com elementos da Função do 1º Grau, além de afirmações apropriadas como: “para achar o valor da venda criamos uma fórmula essa fórmula parece com função afim porque esta numa mesma reta”, “criamos uma fórmula que representamos por gráfico e	Não evidencia característica de reconciliação integradora

		tabela”. Além de apresentar o modelo matemático atribui corretamente as grandezas para as variáveis x e y .	
D	O mapa apresenta hierarquia conceitual bem definida	Há várias diferenciações importantes condizentes com o conteúdo de Função do 1º Grau. Diferenciações para os tipos de função, para as variáveis e para o gráfico. Faz afirmações importantes como: “Função do 1º Grau podemos representá-la por Tabelas e expressões”, “imagem que é o subconjunto do contradomínio”, “gráfico possui taxa de variação e valor inicial”. Além de associações adequadas de x e y a variável independente e dependente e a domínio e contradomínio respectivamente.	Faz reintegrações importantes como afirmar que os todos diferentes tipos de função possuem gráfico, e ainda, que na tabela e na expressão tem conjunto e relações.

Quadro 3.1 – Quadro comparativo dos Mapas produzidos pelos alunos.

O quadro anterior (quadro 3.1) aponta alguns indicativos de que alguns alunos evoluíram do mapa A para o mapa D, segundo os princípios que elegemos para a investigação quanto à ocorrência do processo de assimilação dos conceitos referentes à Função do 1º Grau. Apresentamos, a seguir, uma análise quantitativa em relação à ocorrência, ou não, desses princípios nos mapas A e D, que discorrem sobre o tema central desta pesquisa e que foram elaborados sob as mesmas condições. Esses dados numéricos não são suficientes para qualquer conclusão consistente quanto à assimilação do conceito de Função do 1º Grau, no entanto eles pretendem retratar como se deu este processo durante o período de pesquisa.

Princípio da Organização Hierárquica		
Mapa A	Mapa D	Número de alunos
Não apresentou	Não apresentou	3
Não apresentou	Apresentou	10
Apresentou	Não apresentou	0
Apresentou	Apresentou	8
Princípio da Diferenciação Progressiva		
Mapa A	Mapa D	Número de alunos
Não apresentou	Não apresentou	2
Não apresentou	Apresentou	11
Apresentou	Não apresentou	0
Apresentou	Apresentou	8
Princípio da Reconciliação Integradora		
Mapa A	Mapa D	Número de alunos

Não apresentou	Não apresentou	12
Não apresentou	Apresentou	6
Apresentou	Não apresentou	1
Apresentou	Apresentou	2

Quadro 3.2 – Demonstrativo da ocorrência nos mapas dos princípios norteadores.

O quadro anterior (quadro 3.2) revela algumas características apresentadas nos mapas A e D no que se refere aos três princípios adotados para sua avaliação.

Na avaliação segundo a organização hierárquica, a maioria dos mapas mapa D (dezoito mapas) apresentou este princípio, dentre estes, dez mapas evoluíram do nível em que não explicitaram uma organização hierárquica e passaram a demonstrar no mapa D. Isto nos sugere que, de alguma forma, esses dez alunos reorganizaram, na sua estrutura cognitiva, alguns dos elementos relacionados ao tema estudado.

Na avaliação segundo o princípio da diferenciação progressiva tivemos onze mapas em que os alunos não haviam expressado diferenciações coerentes no mapa A e as apresentaram no mapa D, o que nos fornece alguns indícios de elaboração de uma mudança conceitual quanto às especificidades do conceito de Função do 1º Grau. Por exemplo, podemos citar os mapas A e D do aluno 14 (anexo C.11.1 e C.11.4 respectivamente). No mapa A afirma que “Função do 1º Grau tem valor da função, existe também gráficos”, e no mapa D esta afirmação evolui para “Função do 1º Grau pode se representar por tabelas, gráfico, lei de formação, expressão”. Embora não apresentasse características do princípio da diferenciação progressiva no mapa A. Já, o aluno 27, cujos mapas A e D apresentaram o princípio da diferenciação progressiva, percebe-se ainda uma evolução no significado das ligações em relação a esses dois mapas, por exemplo, no mapa A encontramos a afirmação: “Função do 1º Grau possui quatro tipos onde serão feitos gráficos” que evolui para a seguinte afirmação no mapa D: “Função do 1º Grau pode ser de vários tipos podendo ser representados através de tabela ou gráfico”.

A maioria dos alunos, que fizeram os quatro mapas, não apresentou o princípio da reconciliação integradora nos mapas A e D, o que não é surpreendente, porque a elaboração de reintegrações no mapa requer, além da compreensão mais aprofundada sobre o assunto, uma habilidade quanto ao estabelecimento de ligações cruzadas entre diferentes setores do mapa. Foi possível identificar em alguns mapas ligações entre setores diferentes, porém sem palavras de ligação adequadas. Um exemplo deste tipo de mapa é o mapa D produzido pelo aluno 14 (anexo C.11.4).

3.2 Considerações finais

Após a revisão bibliográfica, o planejamento, execução das atividades e as reflexões proporcionadas pela análise dos materiais produzidos pelos alunos, descrevemos nesta seção o conjunto das observações pertinentes que permearam as fases desta pesquisa. Salientamos que estamos olhando para esta pesquisa como um todo, ou seja, estamos considerando as observações desde sua gênese até a construção das últimas análises.

Quando escolhemos os mapas conceituais de Novak como mecanismo para recolher os indícios da ocorrência de aprendizagem, estávamos conscientes da necessidade de nos dedicarmos a primeiramente ensinar os alunos, participantes desta pesquisa, a construir mapas adequadamente.

No entanto, nossa experiência maturou-se ao percebermos que a atividade de ensinar um grupo grande de alunos a construir mapas, não se constitui uma tarefa trivial como pode deduzir algum leigo. Na verdade, requereu-nos a adoção *ipsis litteris* das estratégias elaboradas por Novak e Gowin (anexo A), além de um mês e meio de construção com os alunos de vários mapas sobre vários assuntos para que a técnica fosse interiorizada por eles, como descrevemos na seção 2.4.

Apesar de nossa dedicação, mesmo na turma que melhor assimilou a construção de mapas e por isso participou da pesquisa, encontramos alunos que ao final da pesquisa após ter construído mais de dez mapas ainda davam indícios claros de dificuldades de organizar os conceitos e expressar nas ligações os significados desejados.

Isso nos induz a pensar que apesar de Ausubel (2002), afirmar que na criança em idade escolar e nos adultos a aprendizagem conceitual é a forma dominante, os alunos ainda apresentam dificuldades para tratar as palavras reconhecendo-as como conceitos (AUSUBEL, 2002, p. 2). Na maioria das vezes eles as utilizam como rótulos, ou seja, palavras que não conseguem definir adequadamente.

Destas dificuldades derivam o comprometimento dos mapas de alguns alunos como, por exemplo, os mapas construídos pelos alunos 10, 18, 28, 36 e 38 (anexos C.8, C.13, C.21, C.26 e C.29).

Outra observação a ser feita é que os mapas conceituais são constituídos de conceitos e nas atividades como na própria matemática, em muitos momentos é necessário fazer menção de valores numéricos, que devido a sua relatividade não se constituem em conceitos. Este fato justifica o natural aparecimento nos mapas dos alunos, de valores numéricos

pertinentes às atividades. Deve-se considerar também, que a matemática que os alunos estão comumente acostumados se atém mais às contas, valores e resultados que a explicação de padrões, regularidades e generalizações, estes últimos mais explorados pelas atividades de Modelagem Matemática.

Na construção dos mapas A, recolhemos informações de como os alunos organizavam seus conhecimentos referentes à Função do 1º Grau, visto que estes alunos já haviam experimentado uma situação formal de aprendizagem sobre este tema, com o seu professor, na forma habitual com que este aborda este tema com seus alunos.

Deste fato absorvemos que os mapas A demonstram que estes alunos passaram por situações de aprendizagem e que retiveram “rótulos” relacionados à Função do 1º Grau. Porém, apresentaram dificuldades para relacionar estes “rótulos” adequadamente em seus mapas, sinalizando para uma aprendizagem superficial e pouco significativa.

Esta situação é apropriada para o que desenvolvemos em seguida, atividades contextualizadas, cujo objetivo maior foi desencadear o processo de assimilação nestes alunos, conduzindo-os a interações substanciais e não arbitrárias em sua estrutura conceitual, culminando com a elaboração de significados apropriados para o tema Função do 1º Grau.

Como sabemos que a predisposição intencional do aluno em produzir interações substanciais e não arbitrárias é uma das condições necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 34), planejamos a primeira atividade explorando o potencial característico da Modelagem Matemática de explicitar o convite à investigação, caracterizado por Barbosa (BARBOSA, 2001 p. 6).

Esta face da atividade de modelagem foi amplamente explorada na primeira atividade o que por outro lado, ocasionou o prevalecimento da questão a ser investigada e da etapa de coleta de dados no laboratório, sobre os artifícios matemáticos envolvidos no tratamento dos dados.

Admitimos com isso que esta primeira atividade não se aprofundou em questões matemáticas referentes à Função do 1º Grau e à questão investigada, no entanto, caracterizou-se pelo diferencial de convidar os alunos à investigação submetendo-os a situação que favorecesse a satisfação das condições necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa.

Esta nossa expectativa confirmou-se pelas contribuições orais feitas pelos alunos durante a etapa de discussão da questão a ser investigada (apêndice A) e nos mapas construídos ao final desta atividade. A grande maioria dos mapas B revelou-nos mais a marcante influência do ambiente de aprendizagem criado pela modelagem do que os

conceitos matemáticos relacionados à função. Isto evidencia o aceite e o interesse dos alunos na investigação, como esclarece Skovsmose (2000).

Este fato leva-nos a concluir que as duas condições prévias necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa (*cf.* seção 1.1.1) e conseqüentemente ao processo de assimilação foram satisfeitas nesta primeira atividade. Ou seja, o material a ser aprendido que envolvia uma investigação relacionada com Função do 1º Grau, organizado pela Modelagem Matemática, mostrou-se potencialmente significativo. Por possuir significado lógico e por existir alguns subsunçores adequados, que conforme os mapas A, estavam presentes em na estrutura cognitiva de vários alunos.

Por outro lado a evidência nas falas dos alunos (apêndice A) e nos mapas B, do interesse em produzir interações substanciais e não arbitrárias indicam que as duas condições para a ocorrência do processo da aprendizagem significativa foram satisfeitas.

Diante destas observações e considerando concepções para a atividade da Modelagem Matemática e as condições necessárias à ocorrência da aprendizagem significativa, pode-se afirmar que o ambiente de aprendizagem gerado pela modelagem apresenta características que satisfazem as condições para a ocorrência da aprendizagem significativa, além de servir como organizador prévio, dependendo da interação e envolvimento do aluno nas discussões desencadeadas.

Estas afirmações apontam que o ambiente da Modelagem Matemática favoreceu a Aprendizagem Significativa de Função do 1º Grau no sentido de proporcionar as condições necessárias e adequadas à sua ocorrência.

A segunda atividade, por sua vez, supriu a ausência de tarefas matemáticas da primeira atividade, nesse sentido, os alunos foram mais exigidos quanto aos conhecimentos matemáticos. Conseqüentemente os mapas C, relacionados a esta atividade, produzidos pelos alunos, apresentaram mais conceitos referentes à Função do 1º Grau, em comparação com os mapas B.

Diferentemente dos mapas B, todos os mapas C apresentaram algum conceito referente à Função do 1º Grau. Considerando as proposições e os significados que os alunos expressaram nesses mapas, podemos afirmar que eles desencadearam ou manifestaram as ideias básicas sobre função descritas por Tinoco (2004), “variável, dependência, regularidade e generalização” (TINOCO, 2004, p. 5-6), que segundo esse autor são as ideias básicas para a construção desse conceito pelos alunos.

Ainda nestes mapas alguns alunos associaram corretamente as grandezas envolvidas na situação problema às variáveis dependente e independente. Alguns, inclusive, expressaram a função que representa o salário dos vendedores em função das vendas.

A atividade relacionada a construção dos mapas D, que seguiu os mesmos padrões da construção dos mapas A, foi intercalada por um período de sete meses em que foram desenvolvidas duas atividades norteadas pela Modelagem Matemática. Ainda, neste período, os alunos tiveram suas aulas suspensas por seis semanas em decorrência da epidemia de gripe A no Estado do Paraná.

Esses dois fatores influenciaram positivamente os resultados apresentados nos mapas D, além do fato dos alunos, nesta etapa, já estarem mais familiarizados com a construção de mapas conceituais.

De forma geral os mapas D apresentaram quantidade maior de conceitos relacionados à Função do 1º Grau, em comparação com os mapas A, bem como, ligações coerentes entre eles. Além disso, os alunos solicitaram mais tempo, em torno de 150 minutos, para esta construção, indicando que eles possuíam mais informações para serem mapeadas do que no mapa A. Isso está em consonância com a ideia de que a construção do significado é um processo contínuo no qual o tempo e a maturidade exercem forte influência.

Alguns mapas D apresentaram além dos conceitos relacionados à Função do 1º Grau, algumas relações corretas entre estes conceitos e as situações vivenciadas nas duas atividades, indicando, o modelo obtido, como exemplo de Função do 1º Grau (aluno 5 e 27, anexos C.4.4 e C.20.4 respectivamente). Embora estas evidências não sejam suficientes para alguma conclusão efetiva quanto à aprendizagem, é possível afirmar que isto revela que a aprendizagem para esses alunos é mais significativa após esse processo.

Retomando as questões motivadoras deste trabalho podemos afirmar que a investigação apontou que a construção de significados, pelos alunos, de conceitos já trabalhados em sala de aula, é um processo contínuo cuja tomada de consciência é provocada por situações nas quais estes conceitos são evocados. Nossa hipótese inicial de que a Modelagem Matemática, por suas características interdisciplinares e investigativas, é uma estratégia que fornece diversas situações nas quais o aluno pode construir significado para um conceito, foi confirmada.

Considerando que os mapas D revelaram entre outras coisas que a aprendizagem do conceito de Função do 1º Grau é mais significativa para alguns alunos após a nossa intervenção, podemos afirmar que o ambiente da Modelagem Matemática favoreceu esta

aprendizagem, tanto por satisfazer as condições necessárias quanto por propiciar os princípios facilitadores da aprendizagem significativa, isso responde a primeira questão norteadora deste trabalho.

Como exemplo disso podemos citar: as discussões geradas no ambiente de aprendizagem, de cada atividade, incitaram os alunos a pensar sobre diferentes maneiras de resolver o problema, levando-os a fazer interações entre as questões que emergiram nas atividades e seus conhecimentos prévios; ainda o modelo construído pelos alunos, evidencia o uso de Função do 1º Grau para representar uma situação mais genérica; finalmente a socialização das soluções apresentadas, permitiu reflexões individuais que favoreceram a construção do conceito de função, e isto é percebido nos mapas individuais produzido pelos alunos.

A verificação da aprendizagem significativa não é uma tarefa fácil e muito menos pode ser avaliada por meio de um único mecanismo. No entanto, a evolução conceitual que é parte do processo de assimilação da aprendizagem significativa, quanto ao conceito de Função do 1º Grau, pôde ser evidenciada nos mapas D, pois estes refletem todo o processo de atribuição de significado para este conceito.

Isso responde a segunda questão desta pesquisa, levando-se em consideração também que a atividade de Modelagem Matemática influenciou para a ocorrência da diferenciação progressiva do conceito de Função do 1º Grau, pois a clareza de significado das palavras de ligação, em alguns mapas D, apontou evidências de especificidades quanto ao conceito, em relação aos mapas A. Por exemplo, se no primeiro mapa o aluno afirmar: “Função tem gráfico”, e em um mapa posterior o mesmo aluno escrever: “Função pode ser representada por gráfico”, isso sugere que a compreensão deste aluno, para a relação entre os conceitos “função” e “gráfico” é mais precisa e portanto evoluiu. Esse tipo de evolução conceitual ocorreu para alguns alunos desta pesquisa.

Diante destas considerações podemos afirmar que o ambiente da Modelagem Matemática, com suas características, favoreceu a evolução conceitual do conteúdo matemático de Função do 1º Grau. Esta evolução sugere que estes alunos estabeleceram interações substanciais entre os conceitos envolvidos nas atividades e o conteúdo. Isto é justificado pelos significados apropriados encontrados no mapa D de vários alunos.

Ainda é possível destacar o papel dos mapas conceituais como ferramenta capaz de demonstrar a evolução do significado à medida que os mapas, aplicados em momentos diferentes da investigação, evoluíram nos princípios norteadores avaliados.

Por fim, admitimos que para alguns alunos a aprendizagem de Função do 1º Grau tornou-se mais significativa após as atividades de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

ALONSO, Élen Patrícia. **Uma abordagem político-social para o ensino de funções no ensino médio**. 2004. 239 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Bauru, 2004.

ARAMAN, Eliane M. de O. **Uma proposta para o uso da história da Ciência para a aprendizagem de conceitos físicos nas séries iniciais do ensino fundamental**. 2006. 242 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2006.

ARAÚJO, Jussara de L. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na educação matemática. In: BARBOSA, Jonei C.; CALDEIRA, Ademir D; ARAÚJO, Jussara de L. (Org.) **Modelagem Matemática na educação matemática: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM. 2007. p. 17-32.

ARDENGLI, Marcos José; IGLIORI, Sonia Barbosa. Mapeamento das pesquisas realizadas sobre o tema funções no Brasil no período de 1970 a 2005. In: IX ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007. Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: Universidade de Belo Horizonte, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Poster/Trabalhos/PO07323510813T.doc>. Acesso em: 11 de jun. 2009.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção do conhecimento: uma perspectiva cognitiva**. Tradução Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano. 2003. 243 p.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: 2 ed. Melhoramentos. 1980. 625 p.

BARBIERI, Daniela D.; BURAK, D. Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa. In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2005, Feira de Santana. **Anais...** Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005. Disponível em: <http://www.dionisioburak.com.br/CNMEM-Daniela.pdf>. Acesso em: 12 de Jun de 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei C. A prática dos alunos no ambiente da Modelagem Matemática o esboço de um framework. In: BARBOSA, Jonei C.; CALDEIRA, Ademir D; ARAÚJO, Jussara de L. (Org.) **Modelagem Matemática na educação matemática: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM. 2007. p. 161-173.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim: v. 27, n. 98, p. 65-74. 2003.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto. 2002. 389 p.

BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Contexto. 2005. 127 p.

BORSSOI, A. H. **A aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino**. 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91-121, 2004.

BRAGA, Ciro. **Função a alma do ensino de matemática**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006. 174 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1997. 142 p.

BRITO, Dirceu dos Santos. **Atribuição de sentido e construção de significados em situações de Modelagem Matemática**. 2004. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BRITO, Márcia R. F. de. (Org.) **Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa**; Florianópolis: Insular, 2005. 280 p.

CALDEIRA, Ademir D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na infância. . In: BARBOSA, Jonei C.; CALDEIRA, Ademir D; ARAÚJO, Jussara de L. (Org.) **Modelagem Matemática na educação matemática: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM. 2007. p. 81-97.

CHAVES, Maria I. de A; CARVALHO, Hamilton C. de. Formalização do conceito de função no ensino médio: uma sequência de ensino-aprendizagem. In: VIII ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004. Recife. **Anais...** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/03/CC15184188215.pdf>. Acesso em: 11 de jun. 2009.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. **Modelando matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na**

1ª série do ensino médio. 2005. 151 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

COGO, Ana Maria. **O ensino-aprendizagem de matemática no ensino fundamental: uma abordagem a partir da modelagem.** 2004. 245 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

DAMIM, Maria Aparecida da Silva. **Olhares nômades sobre o aprendizado na arte da Modelagem Matemática no “projeto ciência na escola”.** 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Campinas, 2004.

DANTE, Luiz R. **Matemática ensino médio.** Volume único. São Paulo: ática. 2008. 504 p.

DUTRA, Ítalo M. et al. **Uma base de dados para compartilhamento de experiências no uso de mapas conceituais no acompanhamento de processos de conceituação.** Disponível em <http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2006/artigosrenote/25063.pdf>, acessado em 10 Maio 2008.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo. **O tratamento de questões ambientais através da Modelagem Matemática: um trabalho com alunos do ensino fundamental e médio.** 2003. 278 f. Tese (Doutorado) – Doutorado em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa.** Tradução Sandra Netz. São Paulo: 2 ed. Bookman. 2004. 312 p.

FONTANINI, Maria Lucia de C. **Modelagem Matemática x aprendizagem significativa: uma investigação usando mapas conceituais.** 2007. 247 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

IARONKA, Clessi F. **Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da Modelagem Matemática para o estudo de funções.** 2008. 130 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Ciências Naturais e Tecnológicas, Centro Universitário franciscano. Santa Maria. 2008.

LEMOS, Evelyse dos S. A aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. *Série-Estudos – Periódico do Mestrado em Educação da UCDB.* Campo Grande: n. 21. p. 53-66. 2006.

MACHADO JUNIOR, Arthur Gonçalves. **Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados.** 2005. 142 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

MACHADO, Elisa Spode. **Modelagem matemática e resolução de problemas.** 2006. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Física. Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. PUC-RS, 2006.

MACHADO, Raquel Fernandes. **O conceito de funções na educação fundamental: o dito, o feito e o que pode ser feito.** 2005. 158 f. Dissertação (Mestrado) – mestrado em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa.** Condições para a ocorrência e lacunas que levam ao comprometimento. São Paulo: Vetor. 2008. 295 p.

MOREIRA, M. A. **A Teoria da Aprendizagem Significativa.** Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências. Porto Alegre: Instituto de Física – UFRGS. 2008. 88 p.

MOREIRA, Marco A. **A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: UnB, 2006. 186 p.

NINA, Clarissa Trojack Della. **Modelagem matemática e novas tecnologias: uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática.** 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

NORONHA, Claudianny Amorim. **A modelagem e a geometria urbana: uma proposta para a construção dos conceitos das cônicas.** 2003. 146 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2003.

NOVAK, J. D. e A. J. CAÑAS, **The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them**, Technical Report IHMC CmapTools 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for Human and Machine Cognition, 2008, Disponível em: <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>. Acesso em: 10 de Jun. de 2009.

NOVAK, J. D. e GOWIN, D. B. **Aprender a aprender.** Tradução Carla Valadares. Lisboa: Plátano. 1996. 212 p.

NOVAK, J. D. **Aprender criar e utilizar o conhecimento.** Mapas conceituais como ferramenta de facilitação em escolas e empresas. Tradução Ana Rabaça. Lisboa: Plátano. 2000. 252 p.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação.** Tradução Marco Antonio Moreira. São Paulo: Pioneira. 1981. 254 p.

OLIVEIRA, Nanci. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** 1997. 174 f. Dissertação (Mestrado) — Mestrado em Ensino de Matemática, PUC-SP, São Paulo, 1997.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. **A Modelagem Matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da geometria na educação de jovens e adultos.** 2004. 194 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2004.

PALMERO, Maria Luiz R. (Org.). **La teoria del aprendizaje significativo em la perspectiva de La psicologia cognitiva.** Barcelona: Octaedro. 2008. 223 p.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares Estaduais para Educação Básica – Matemática**. SEED. Curitiba. 2008. 84 p.

PEÑA, Antonio A. et al. **Mapas conceituais: uma técnica para aprender**. São Paulo: Loyola, 2005, 238 p.

PONTES NETO, José Augusto. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel: perguntas e respostas. *Série-Estudos – Periódico do Mestrado em Educação da UCDB*. Campo Grande: n. 21. p. 117-130. 2006.

RUIZ-MORENO, L. SONZAGNO, M. C. BATISTA, S. H. da S. e BATISTA, N. A. Mapas conceituais: Ensaio de critérios de análise. **Ciência e educação**. Bauru: v. 13. n. 1. p. 453-463. 2007.

SILVA, André Gustavo Oliveira da. **Modelagem matemática: uma perspectiva voltada para a educação matemática crítica**. 2005. Dissertação (Mestrado) - Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SILVA, Zilma de Souza. **Modelação matemática e suas implicações nas concepções matemáticas do aluno pré-adolescente**. 2003. 120 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2003.

SILVEIRA, Everaldo. **Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**. 2005. 197 f. Dissertação (Mestrado) - Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, 2005.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, São Paulo: Ano 13, nº 14, 2000. p.66-91

TAVARES, R. Construindo mapas conceituais. **Ciência e Cognição**, v. 12, p. 72-85, 2007.

TINOCO, Lucia A. A. (Coord.) **Construindo o conceito de função**. Rio de Janeiro: 5 ed. UFRJ. Projeto Fundação. 2004. 64 p.

ZUFFI, Edna M. O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências. **Ciência e Educação**, Bauru: v. 8, n. 1, p. 1–12, 2002.

ZUFFI, Edna M. **O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do ensino médio – por uma aprendizagem de significados**. 1999. 307 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

APÊNDICES

Apêndice A - Transcrição do áudio de um trecho da primeira etapa da atividade I. Duração 10 min. e 42 s. PP – significa Professor-Pesquisador e os números referem-se ao número de registro no Livro de registro de classe (número da chamada)

Identificação	Fala
PP	Bom pessoal. Vamos ler então. Alguém pode ler para a gente os quadrinhos ai?
Aluno 38	Posso ler professor?
PP	Vai
Aluno 38	(Lê os quadrinhos), figura 2.1
PP	Isso. Essa é uma pegadinha, é uma pegadinha que as pessoas geralmente fazem uma para as outras ...
Aluno 10	Bem besta, né!
PP	Bem besta por quê?
Aluno 10	Quem não vai saber que é um quilo de chumbo?
Aluno 23	Ah ... Eu errei tá
Alguns	Risos
PP	Sim, tem gente que ainda cai nessa pegadinha ... Tem gente que cai. Agora, ...
Aluno 10	Ta gravando?
PP	Por que tem gente que cai ainda?
Aluno 10	Ói cai de novo
Aluno 11	Por que tem gente que não entende
Aluno 08	Por que tem gente que é bobo ... Que não sabe matemática
Aluno 28	Por que não sabe que um quilo é massa
PP	Um quilo é o que?
Aluno 28	Massa
PP	Massa
Aluno 28	Não, não é que é massa
Aluno 16	É massa mesmo um quilo é um quilo
Alguns	Risos
Aluno 38	Calma que ta difícil
PP	Ta mas espera ai, deixa organizar ali a ideia dele calmo ai ... Um quilo é massa, tudo bem, mas, um quilo é massa mas ... Ainda não esta claro o porquê tem pessoas que não consegue perceber, como o rapazinho ai acabou de dizer que um quilo é um quilo mesmo. Por que tem pessoas que não entendem isso e caem nessa pegadinha?
Aluno 10	Por que a quantidade de chumbo é menor pra da um quilo que a de algodão
PP	A ta porque a quantidade ... É menor a quantidade de chumbo ...
Aluno 10	E maior a de algodão
PP	Pra da um quilo
Aluno 11	Pra da o mesmo peso
PP	Ta ... Fala Liziane
Aluno 26	Eu já falei ...
PP	É isso mesmo também
Aluno 26	É
PP	Ta
Aluno 23	É que a pessoa olha o produto e não a quantidade
PP	O produto e não a quantidade? Então gente ... Espera ai, vocês estão me falando que ... Se eu quiser pegar um quilo de chumbo vai dar o que uma quantidade pequena e se eu quiser pegar um quilo de algodão vai dar uma quantidade grande? É isso
Aluno 08	Isso
PP	Por isso que as pessoas confundem e caem na pegadinha?
Aluno 10	É isso
PP	Ta beleza mas, por que então essa diferença de quantidade?
Aluno 10	Por que a massa dele (chumbo) é maior
Aluno 22	A massa do chumbo é maior
PP	A massa do chumbo é maior?
Aluno 08	É ... É ... Mais pesado
Aluno 15	Não, não é a massa
Aluno 12	A matéria do chumbo é maior
PP	A matéria do chumbo é maior?
Aluno 38	É

- PP Bom ... Porque é o seguinte se a gente falar massa já estamos falando em quilos, pois a massa a gente não mede em quilos?
- Aluno 16 É
- PP Massa a gente mede em quilos, não é?
- A maioria (gestos de concordância)
- Aluno 16 Isso
- PP Massa a gente mede em quilos. Então, oh, espera aí, se a gente esta falando em massa esta falando em quilos e eu disse que era um quilo de cada um, não é? Então eles têm a mesma o que ...
- Aluno 12 Massa ué
- PP Pois é ... Agora olha só o que o Eduardo falou
- Aluno 12 A matéria do chumbo é maior
- PP O que é maior na matéria do chumbo
- Aluno 15 O peso
- Aluno 38 Peso
- Aluno 23 Peso
- Aluno 12 Quando a pessoa fala assim, chumbo ela já pensa num absurdo
- Aluno 23 Uma coisa muito pesada e quando fala algodão ... É leve
- PP Mas mesmo assim Eduardo se a gente pensar que nós estamos falando da mesma quantidade. Assim um quilo de chumbo, qual a quantidade de massa que eu tenho aqui?
- Aluno 12 Um quilo
- PP Se eu pensar um quilo de algodão, qual a quantidade de massa que eu tenho
- Aluno 08 Um quilo de algodão ... Um quilo é um quilo
- PP Ai vocês já me disseram que a quantidade de algodão que eu tenho que por para dar um quilo é maior que a quantidade de chumbo que eu tenho que por na balança para dar um quilo. Isso tudo bem, ta certo. Mas então por que eu tenho que por mais algodão para dar um quilo e menos chumbo?
- Alunos 08, 23, Por que é mais leve
- 10, juntos
- Aluno 08 É professor
- Aluno 16 Por que a matéria de um ...
- Aluno 10 Por que algodão é menos denso
- PP Menos denso?
- Aluno 28 Mas denso
- Aluno 10 Menos denso
- PP Que dizer que menos denso vai ser alguma coisa mais leve?
- Alunos 10, 28, É
- 21, juntos
- PP E mais denso vai ser alguma coisa mais pesada
- Aluno 16 É por ai
- Aluno 08 É ... Nunca estudou química não professor?
- Aluno 38 Não só matemática
- Aluno 08 Química química
- Aluno 16 Ele matava aula
- PP Pois é né, mas então espera ai. Será que existe uma relação, oh, veja o que vou te propor, olhando para a última figura do quadrinho, será que não existe uma relação entre a quantidade de algodão que eu tenho que por para dar um quilo e a quantidade de chumbo que eu tenho que por pra dar um quilo
- Aluno 30 Não entendi
- PP Uma relação assim oh quanto de algodão eu tenho que por para dar um quilo e quanto de chumbo eu teria que por para dar um quilo
- Aluno 08 Um quilo
- Aluno 23 Será que não é pela forma que ele é feito?
- PP A forma ...
- Aluno 08 Química
- Aluno 23 Por que se eu ajuntar o algodão assim oh (aproximava as palmas das mãos) um quilo vai dar menor
- PP Certo, você consegue imprensar ele NE, ai ele ficaria menos ... Interessante. Se eu imprensar ele eu to fazendo o que gente?

- Aluno 04 Ta diminuindo
 PP Mas ta diminuindo o que?
- Alunos 16, 23, O tamanho
 38, juntos
 PP O tamanho, hum... E a quantidade?
- Aluno 10 Não a quantidade não
- Aluno 30 Se você apertar a quantidade é a mesma
 PP A quantidade é a mesma se eu apertar?
- Aluno 10 É claro ...
- Aluno 16 A quantidade é a mesma
- Aluno 30 Só muda o tamanho
 PP Só muda o tamanho?
- Aluno 10 Só vai mudar o tamanho
- Aluno 12 O volume
 PP Muda o que?
- Aluno 12 Volume
 PP Por que muda o volume se eu apertar?
- Aluno 12 Por que a quantidade vai ficar menor
 PP A ta, então espera ai, o Eduardo colocou uma outra coisa aqui gente ... Oh Gabriel, o Eduardo colocou uma outra coisa aqui e talvez é isso que nós não estamos entendendo. Se eu pegar, como a Karina falou, se eu pegar a quantidade de algodão ...
- Aluno 12 Um quilo
 PP Que é um quilo, e apertar, apertar ele, deixa de ser um quilo?
- A maioria Não
 PP Mas então o que eu diminuo?
- Alunos 12, 23, Volume
 08, juntos
 PP Volume, ta certo. Então eu tenho o que, tem que existir o que, uma relação entre a massa, que é o que ...
- Aluno 16 Um quilo
- Aluno 08 Uma relação da relação
 PP E a quantidade de ...
- Aluno 16 Volume
 PP Volume ... Certo que é o que, que é o volume... É a quantidade de espaço que o negócio ocupa, não é
- Aluno 30 É
- Aluno 23 Que a matéria ocupa
 PP Então se eu apertar a quantidade de algodão eu diminuo apenas o que o ...
- Aluno 30 Volume
 PP Mas o peso dele
- Aluno 23 Continua o mesmo
- Aluno 16 Continua o mesmo
 PP Então a gente tinha que tentar encontrar para os materiais uma relação entre o volume e a massa
- Aluno 08 É professor
 PP Por que talvez isso explicaria porque eu tenho que por muito algodão pra dar um quilo , não é isso e pouco chumbo para o mesmo peso
- Aluno 15 Mesma massa
 PP Mesma massa por que peso é outra coisa. Concordam com isso
- Aluno 08 Concordo
- Aluno 23 Concordamos
 PP Então ta, então a gente pensou em duas coisas, volume ... Se relacionando com a ...
- Aluno 04 Massa
 PP Tem que haver uma relação. Por que quando a gente olha para outras coisas, para outros materiais, não tem realmente esta mesma coisa, você pega lá a mesma massa de materiais diferentes, não dá volumes diferentes?
- Aluno 10 Dá
 PP Então deve existir para cada material uma relação entre o volume e a ...
- Aluno 23 Massa

- PP Ta certo, então a gente precisa pensar em uma investigação, não é, pra descobrir essa relação. Tudo bem isso. Vocês entenderam qual é o foco da nossa discussão
- Aluno 08 Hum rum
- PP Então tem gente que cai nessa pegadinha por que realmente tem uma diferença grande entre a massa é o ...
- Aluno 30 Volume
- Aluno 38 Peso
- PP Volume, peso não, peso é outra coisa, é a força peso. Então tem uma diferença grande entre a massa é o volume que confundem as pessoas, vê lá um montam de algodão e um pouquinho de chumbo ai ele pensa, então o algodão é mais pesado
- Aluno 08 Mas ele tem que falar que o chumbo é mais pesado
- PP Pois é, ou o chumbo é mais pesado, porque ele vê aquele pouquinho de chumbo dar um peso grande. Então investigar essa relação é o que nós vamos fazer amanhã, ta certo. Vamos investigar-se existe uma relação entre o volume e a massa de alguns materiais. Tudo bem, beleza

ANEXOS

Anexo A – Estratégias para a introdução dos mapas conceituais desde o grau sete do ensino básico até ao nível universitário.

A. *Atividades prévias para preparar a elaboração dos mapas conceituais*

01. Prepare duas listas de palavras conhecidas: uma de nomes de objetos e outra de designações de acontecimentos. Por exemplo, os nomes de objetos poderão ser carro, cão, cadeira, árvore, nuvem, livro; e as designações de acontecimentos poderão ser chuva, brincadeira, lavagem, pensamento, trovão, festa de anos. Pergunte aos alunos se eles conseguem explicar quais são as diferenças que existem entre as duas listas.
02. Peça aos alunos que descrevam em que é que pensam quando ouvem a palavra carro, cão, etc. Faça com que eles se apercebam que embora usemos as mesmas palavras, cada um de nós pode pensar em algo um pouco diferente. Estas imagens mentais que associamos às palavras são os nossos *conceitos*; introduza a palavra conceito.
03. Repita as atividades do ponto 2, utilizando agora palavras que designam acontecimentos. Mais uma vez, realce as diferenças nas nossas imagens mentais ou conceitos, referentes aos acontecimentos. Neste ponto, pode sugerir que uma das razões porque temos muitas vezes dificuldades em nos entendermos é o fato de os nossos conceitos não serem idênticos, embora conheçamos as mesmas palavras. As palavras são simples rótulos para os conceitos, mas cada um de nós tem de adquirir o seu próprio significado para as palavras.
04. Agora liste palavras tais como são, onde, o, é, então, com. Pergunte aos alunos que imagens se formam nas suas mentes ao ouvirem cada uma destas palavras. Estas não traduzem conceitos; chamamos-lhes palavras de ligação e usamo-las no discurso oral e escrito. As palavras de *ligação* utilizam-se, juntamente com os conceitos, para construir expressões que têm significado.
05. Os nomes próprios não são conceitos mas sim nomes de pessoas, acontecimentos, lugares ou objetos específicos. Utilize alguns exemplos e ajude os alunos a perceber a distinção entre as palavras que traduzem as *regularidades* dos acontecimentos ou objetos e as que designam acontecimentos ou objetos específicos (são os nomes próprios).
06. Construa no quadro algumas frases curtas utilizando dois conceitos e palavras de ligação, de modo a ilustrar como é que os seres humanos utilizam os conceitos e as palavras de ligação para transmitir algum significado. Por exemplo: “O cão corre” ou, “Há nuvens e trovões”.
07. Peça aos alunos que construam algumas frases curtas da sua autoria, que identifiquem as palavras de ligação e os conceitos e digam se estes se referem a objetos ou acontecimentos.
08. Se tiver na turma estudantes bilíngues, peça-lhes que mencionem algumas palavras estrangeiras que correspondam aos mesmos acontecimentos ou objetos. Ajude os alunos a perceberem que não é a linguagem que faz os conceitos. As palavras servem apenas como rótulos que usamos para referenciar os conceitos. Se aprendermos as palavras, mas não as regularidades nos objetos ou acontecimentos que essas palavras representam, não aprenderemos conceitos novos.
09. Introduza algumas palavras pequenas, mas que não sejam familiares à turma, tais como crítico ou conciso. Estas são palavras que designam conceitos que eles já conhecem, mas têm um significado de algum modo especial. Ajude os alunos a perceberem que os conceitos não são rígidos e fixos, mas podem desenvolver-se e mudar à medida que vamos aprendendo.
10. Escolha uma secção de um livro de texto (uma página é suficiente) e tire fotocópias para distribuir pelos alunos. Escolha uma passagem que transmita uma mensagem concreta e peça aos alunos que a leiam e identifiquem os conceitos chave. (Normalmente encontram-se 10 a 20 conceitos relevantes numa página de um livro de texto.) Além disso, diga aos alunos para anotarem os conceitos e as palavras de ligação que são menos importantes para se entender o sentido do texto.

B. *Atividades de elaboração dos mapas conceituais*

1. Selecione um ou dois parágrafos especialmente significativos de um livro de texto ou de qualquer outro tipo de material impresso e peça aos estudantes que o leiam e selecionem os conceitos mais importantes, ou seja, os conceitos que são necessários para se entender o significado do texto. Depois de estes conceitos terem sido identificados, prepare com eles uma lista no quadro ou projete-a com o retroprojektor e discuta com os estudantes qual é o conceito mais importante, qual é a ideia mais inclusiva do texto.
2. Coloque o conceito mais inclusivo ao princípio de uma nova lista ordenada de conceitos e vá-lhe acrescentando os restantes conceitos da primeira lista até todos os conceitos terem sido ordenados, da maior à menor generalidade e inclusividade. Os estudantes não estarão sempre todos de acordo em relação à ordenação, mas geralmente produzir-se-ão poucas diferenças de opinião que sejam relevantes. Aliás, isto é positivo, porque sugere que há mais do que uma maneira de entender o

significado de um texto.

3. Agora, comece a elaborar um mapa, utilizando como referência a lista ordenada. Incentive os alunos a ajudar, pedindo-lhes que sugiram palavras de ligação adequadas para formar as proposições que se mostram nas linhas do mapa. Uma forma de fazer com que eles pratiquem a elaboração de mapas é dizer a alguns estudantes para escreverem conceitos e palavras de ligação em retângulos de papel e depois reordenarem estes retângulos à medida que vão descobrindo novas formas de organizar o mapa.
4. Procure, a seguir, ligações cruzadas entre conceitos de uma secção do mapa e conceitos noutra parte da “árvore” de conceitos. Peça aos alunos que ajudem na escolha de palavras de ligação para as ligações cruzadas.
5. A maior parte dos primeiros mapas tem uma má simetria ou apresentam grupos de conceitos com uma localização deficiente em relação a outros conceitos ou grupos de conceitos com os quais estão intimamente relacionados. Há que refazer os mapas, se tal se entender como útil. Explique aos estudantes que, para se conseguir uma boa representação dos significados preposicionais, tal como eles os entendem, há que refazer o mapa pelo menos uma vez, e por vezes duas ou três.
6. Discuta o critério de classificação dos mapas conceptuais apresentado na tabela 2.4. E classifique o mapa conceptual que foi construído. Realce possíveis mudanças estruturais que possam melhorar o significado, ou mesmo a pontuação, do mapa.
7. Peça aos estudantes para escolherem uma secção de texto ou outro material e repetirem sozinhos os passos 1-6 (ou em grupos de dois ou três).
8. Os mapas elaborados pelos estudantes podem ser apresentados à turma no quadro ou em acetatos. Peça aos estudantes que “leiam” os mapas que elaboraram para tornar claro aos seus colegas de turma qual é o tema do texto, segundo a sua interpretação.
9. Solicite aos estudantes que construam mapas conceptuais das ideias mais importantes dos seus passatempos favoritos, o desporto ou tudo aquilo que lhes interesse particularmente. Estes mapas podem ser colocados à turma, fomentando-se discussões informais sobre eles.
10. No próximo teste, inclua uma ou duas perguntas sobre mapas conceptuais, para deixar claro que tais mapas constituem um procedimento válido de avaliação que exige pensar atentamente e que pode revelar a compreensão da matéria.

Fonte – (NOVAK; GOWIN, 1996, p. 48-50).

Anexo B – Texto usado para ensinar os alunos a construir mapas conceituais.

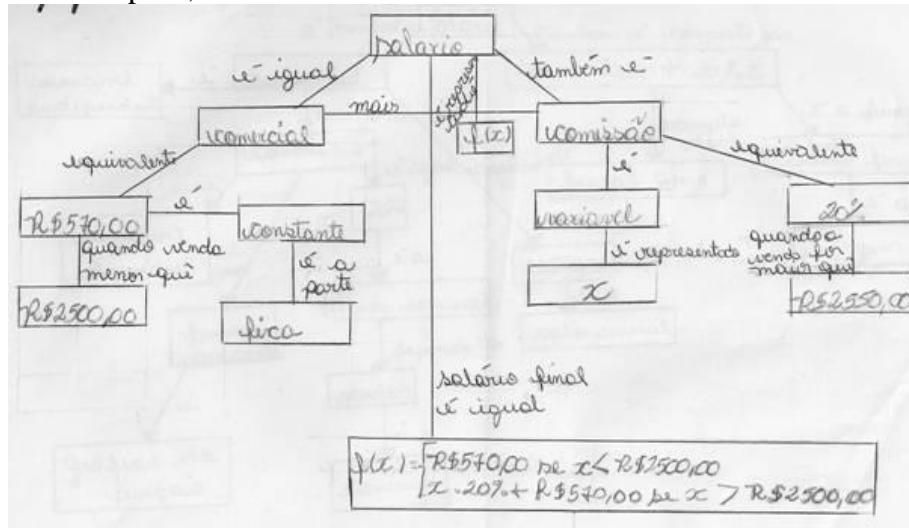
O que é Matemática?

Realmente é muito difícil definir em poucas palavras o que é matemática e toda definição não conseguirá expressar todo o significado da matemática; porém vou tentar dar uma noção : A priori a palavra matemática deriva da palavra grega "matemathike" que significa "ensinamentos". A matemática é uma ciência formal (seus axiomas são independentes dos axiomas das outras ciências) que se baseia em : axiomas, teoremas, corolários, lemas, postulados e proposições para chegar a conclusões teóricas e práticas. Ela também pode ser vista como um sistema formal de pensamento para reconhecer, classificar e explorar padrões. Mas o que é um padrão ? Vou dar-lhes exemplos para que este conceito fique mais fácil : 1) As listas dos tigres e as manchas das hienas mostram certa regularidade matemática, 2)O número de pétalas das flores mostra-nos um tipo de padrão curioso, pois na grande maioria delas o número de pétalas ocorre nesta estranha sequência : 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 34 , 55 , 89. Observe que $3 + 5 = 8$, $5 + 8 = 13$ e assim por diante. Realmente temos que admitir que há muita beleza na natureza, para concluir isso não é necessário saber muita matemática. Porém há muita beleza também no método matemático, o qual a partir de indícios, deduzem-se regras, mas é um tipo diferente de beleza que se aplica às ideias e não às coisas.Podemos além destas duas definições dar uma mais técnica : A matemática como uma expressão da mente humana, ativará os reflexos, o contemplamento da razão e o desejo pela perfeição estética. É também chamada por muitos de linguagem universal (é uma linguagem porque é formada por signos linguísticos que passam ideias e significados). Ela pode ser dividida em matemática pura e aplicada e seus elementos básicos são a lógica e a intuição, análise e construção, generalização e individualização.

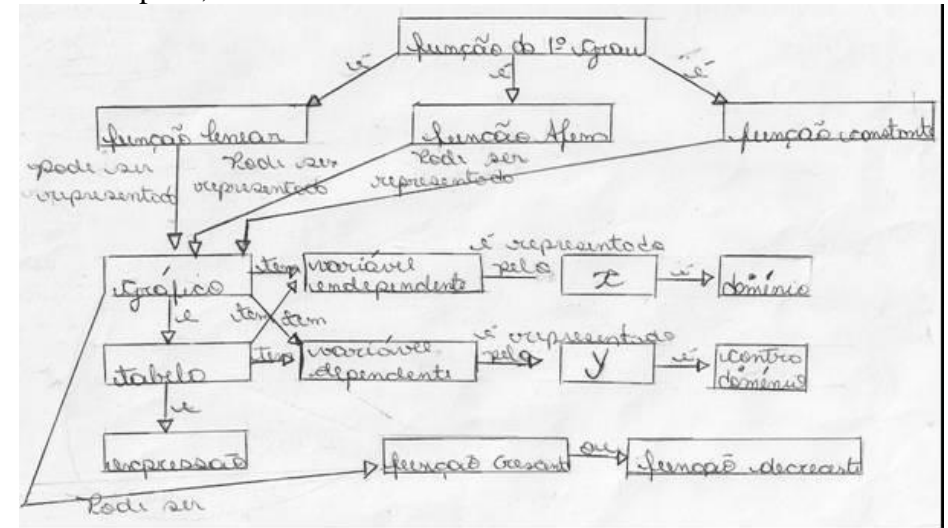
Fonte: <http://www.ime.usp.br/~masaki/mat.html>

C.2. Mapas conceituais do aluno 03

C.2.1 Mapa C, aluno 03

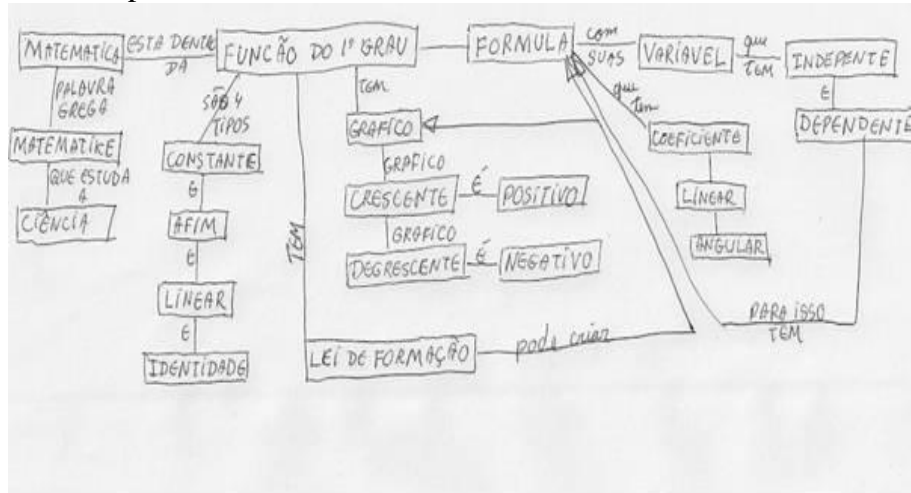


C.2.2 Mapa D, aluno 03

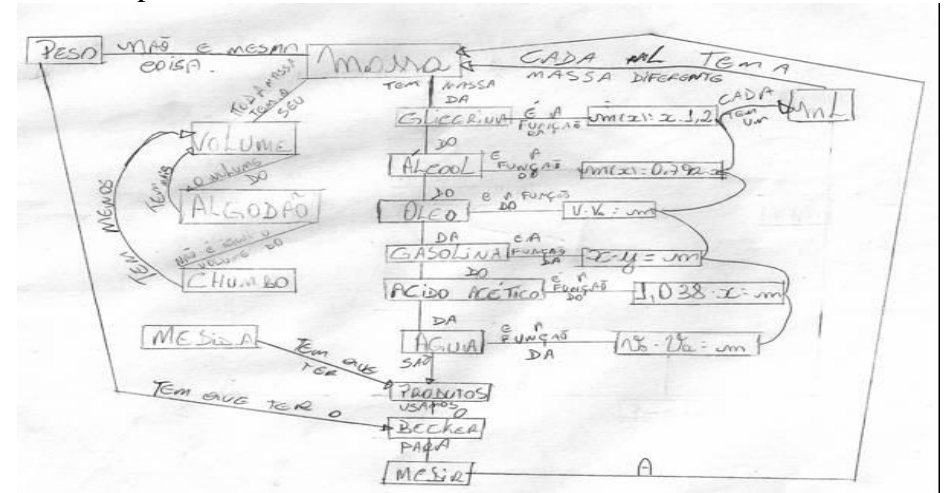


C.4 Mapas conceituais do aluno 05

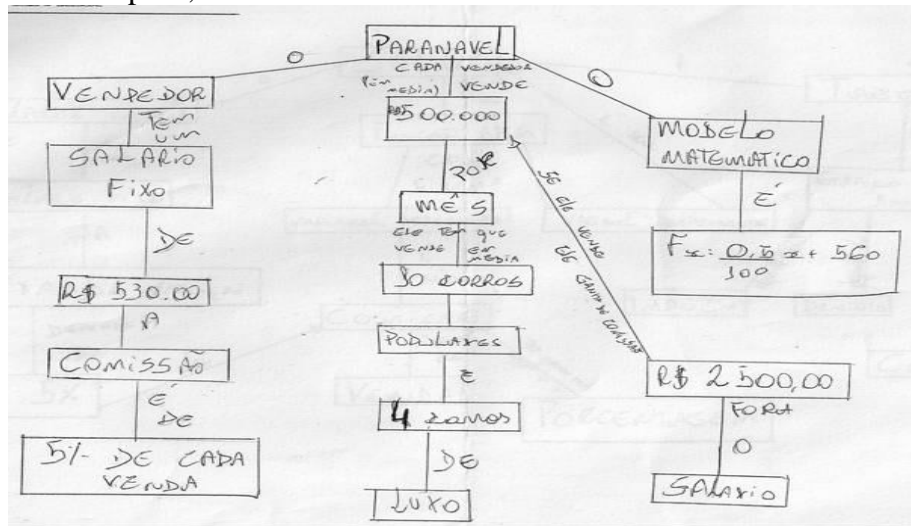
C.4.1 Mapa A, aluno 05



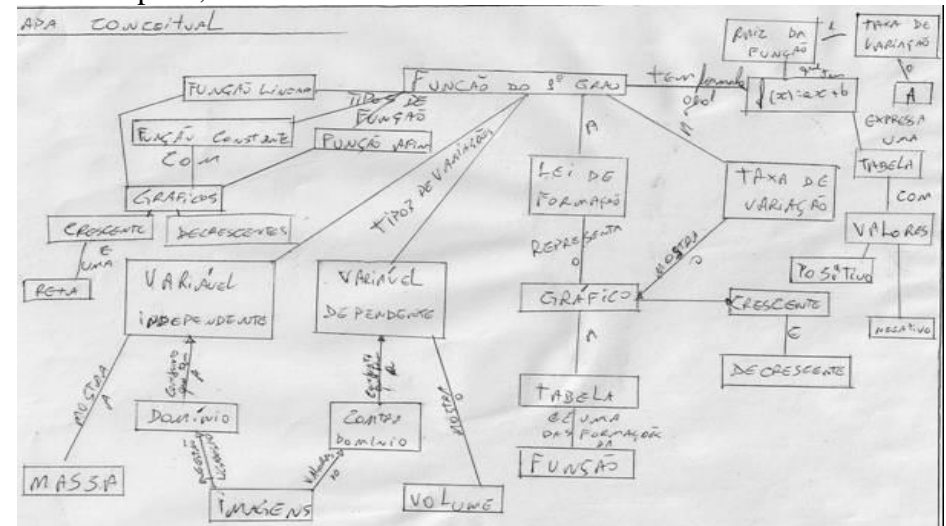
C.4.2 Mapa B, aluno 05



C.4.3 Mapa C, aluno 05

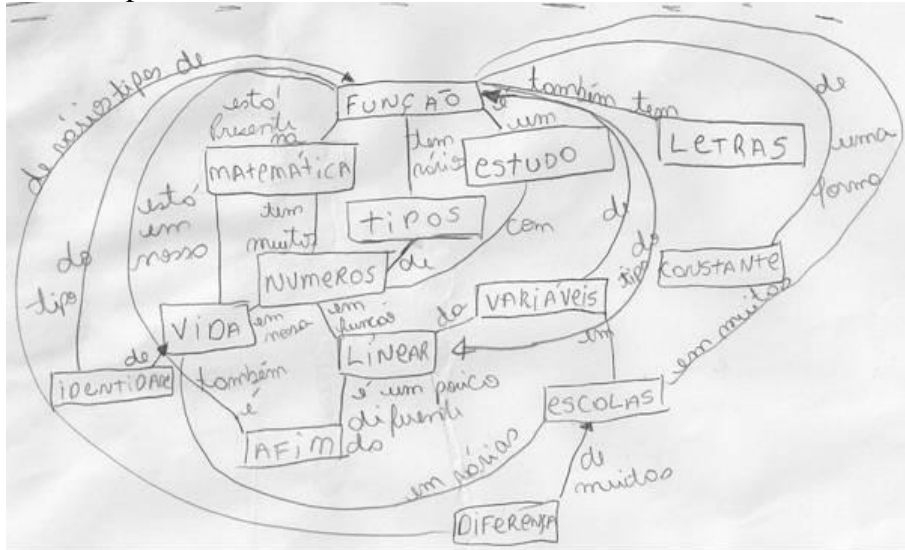


C.4.4 Mapa D, aluno 05

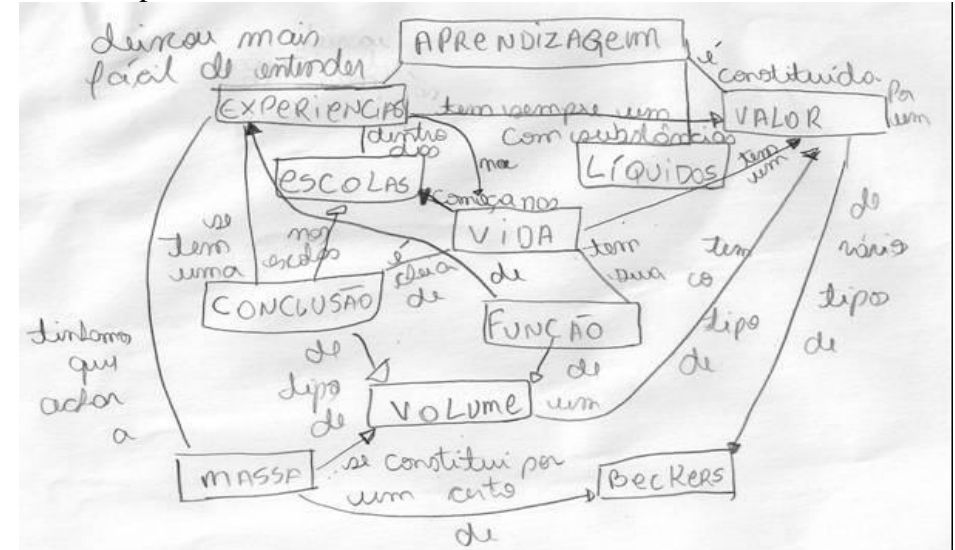


C.5 Mapas conceituais do aluno 06

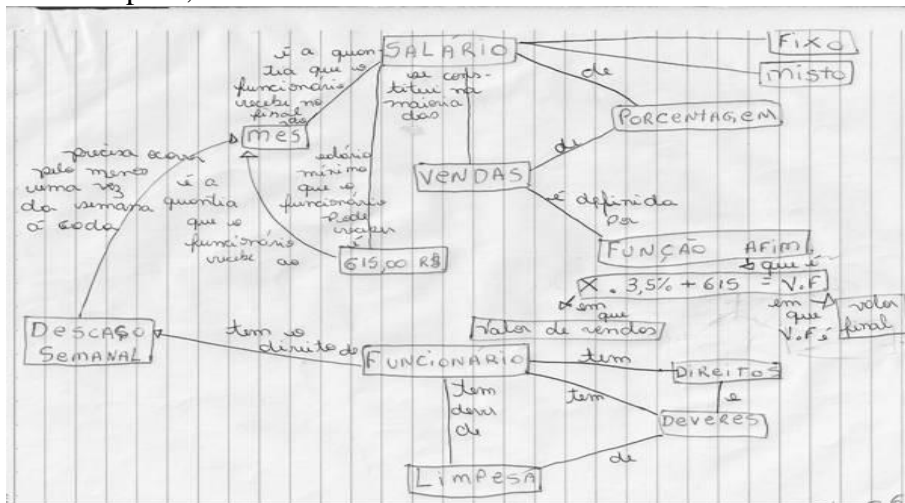
C.5.1 Mapa A, aluno 06



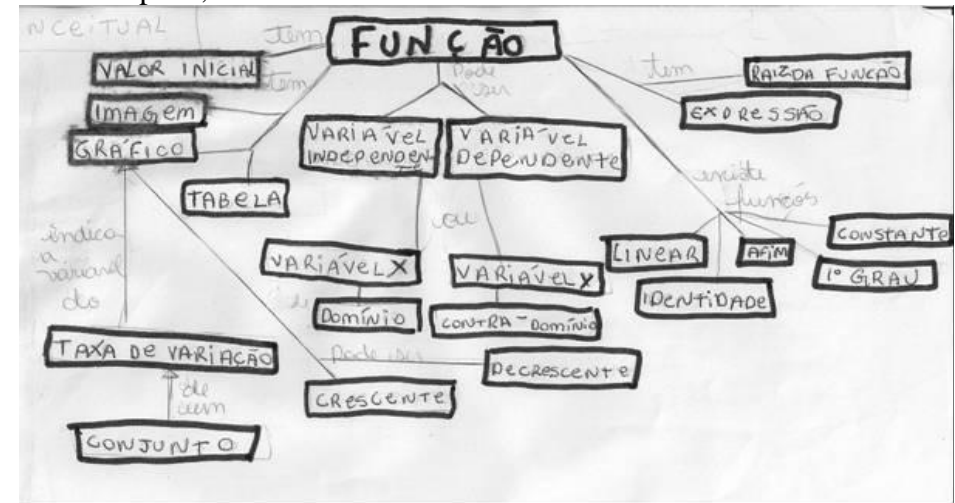
C.5.2 Mapa B, aluno 06



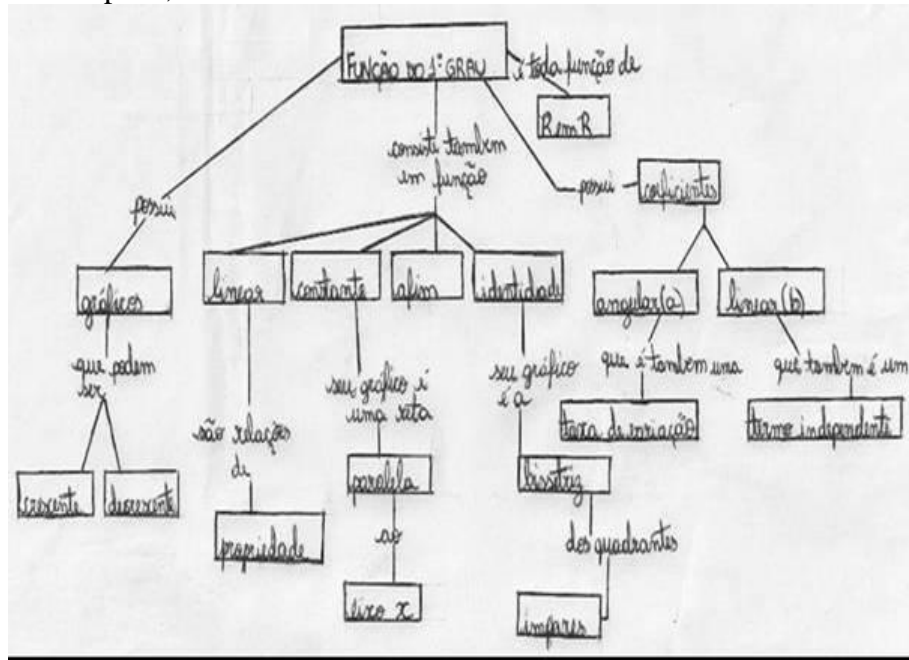
C.5.3 Mapa C, aluno 06



C.5.4 Mapa D, aluno 06

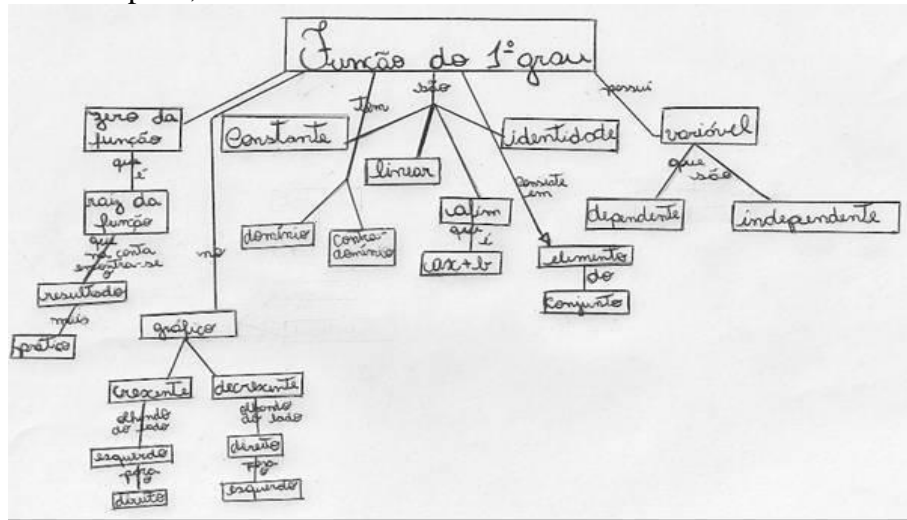


C.6 Mapa A, aluno 07

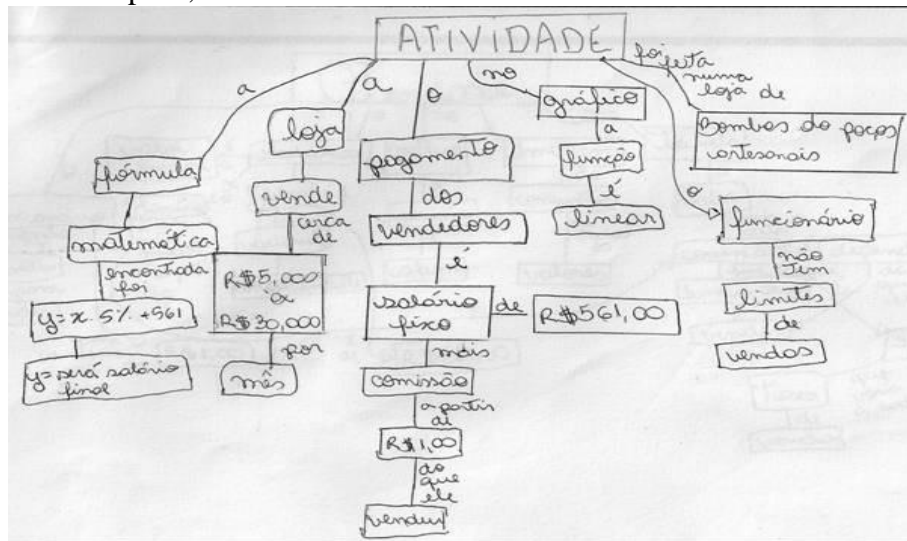


C.7. Mapas conceituais do aluno 08

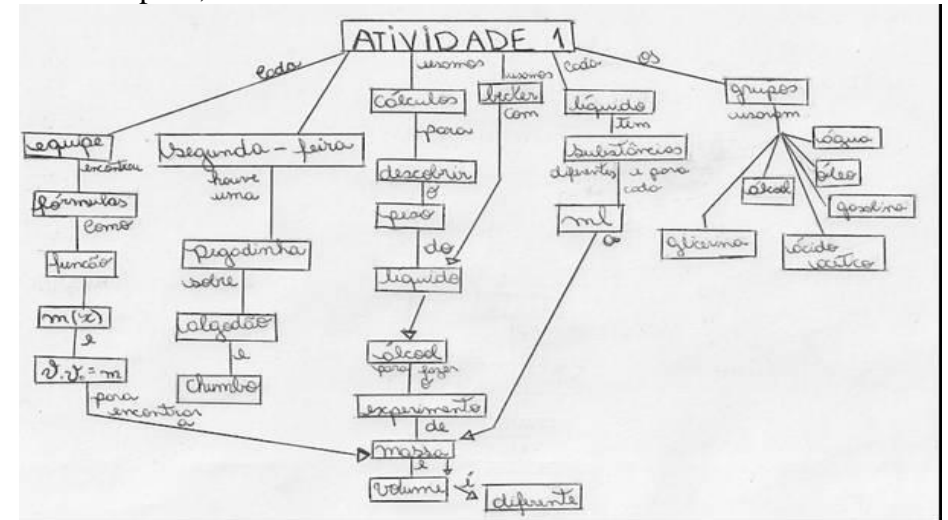
C.7.1 Mapa A, aluno 08



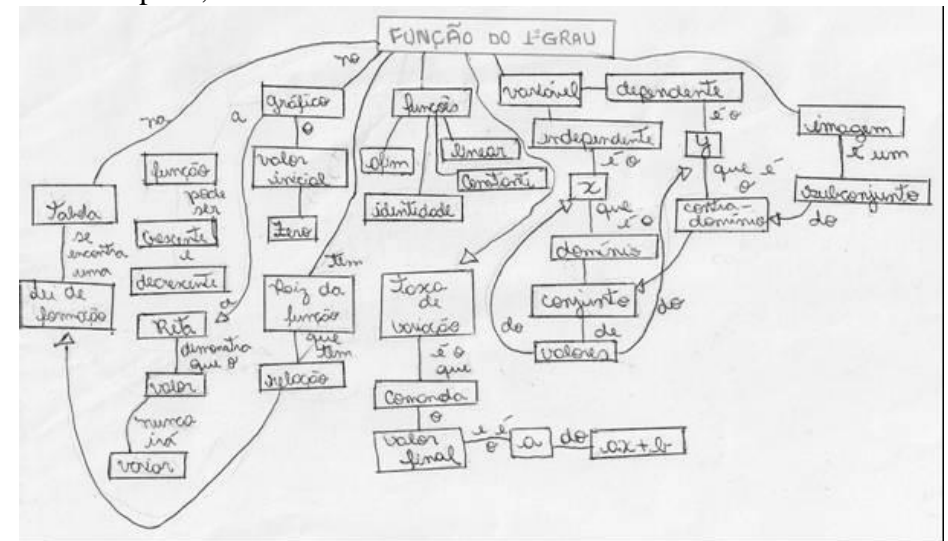
C.7.3 Mapa C, aluno 08



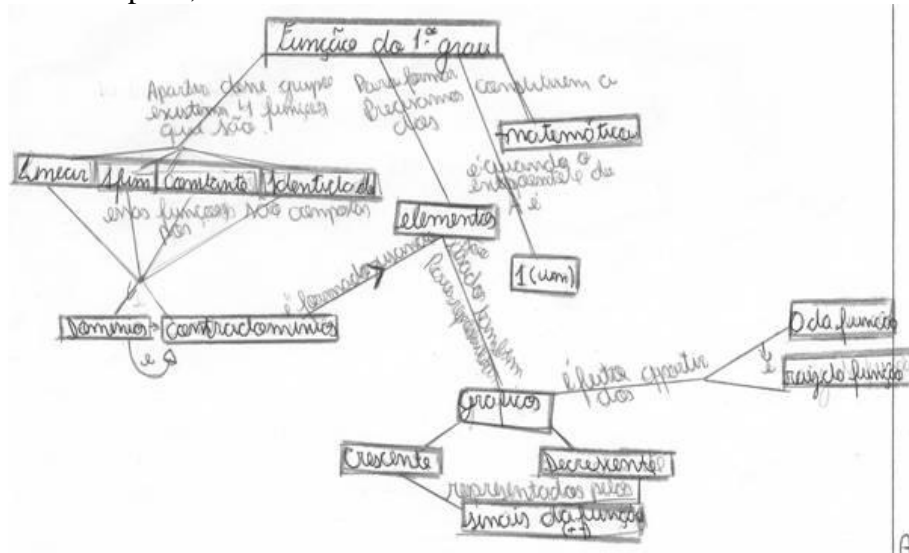
C.7.2 Mapa B, aluno 08



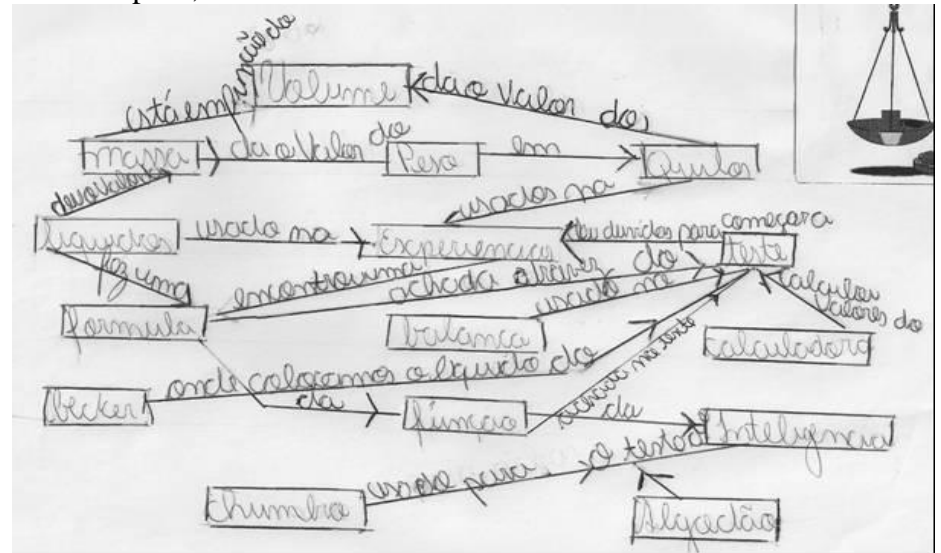
C.7.4 Mapa D, aluno 08



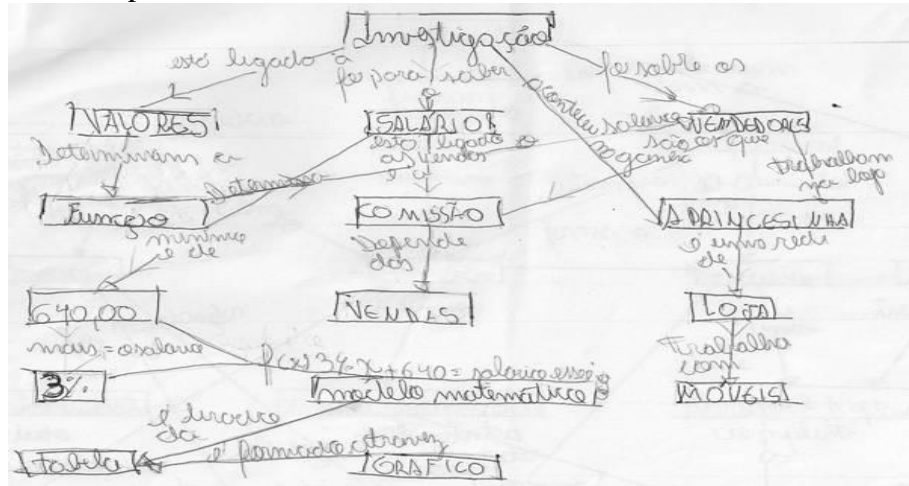
C.8 Mapa conceituais do aluno 10
C.8.1 Mapa A, aluno 10



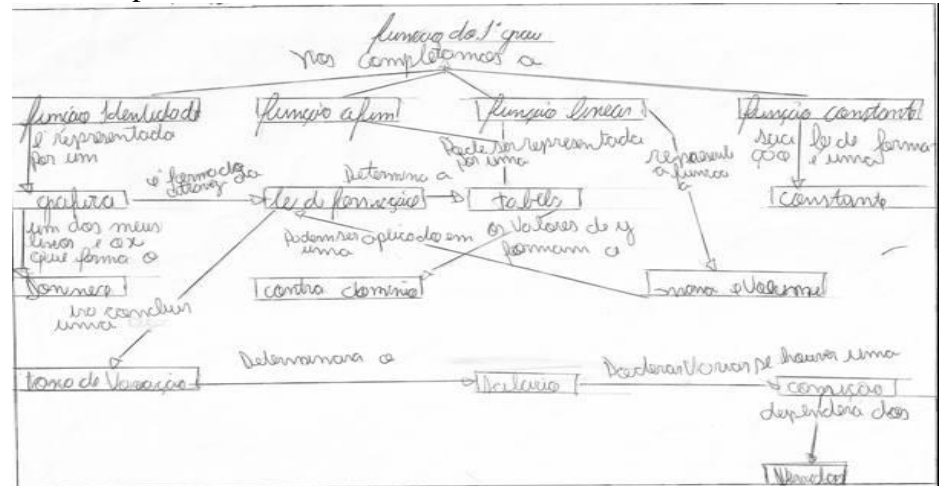
C.8.2 Mapa B, aluno 10



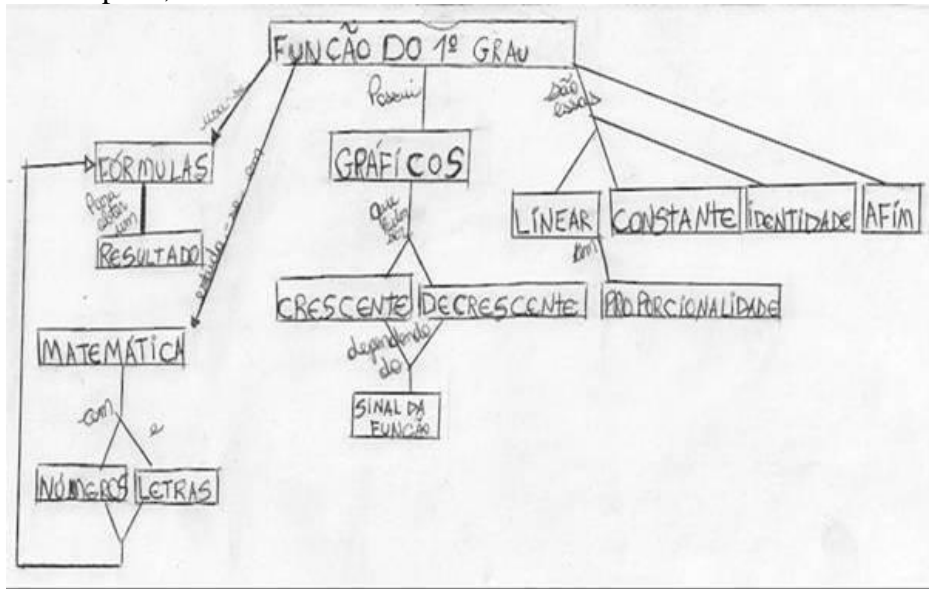
C.8.3 Mapa C, aluno 10



C.8.4 Mapa D, aluno 10

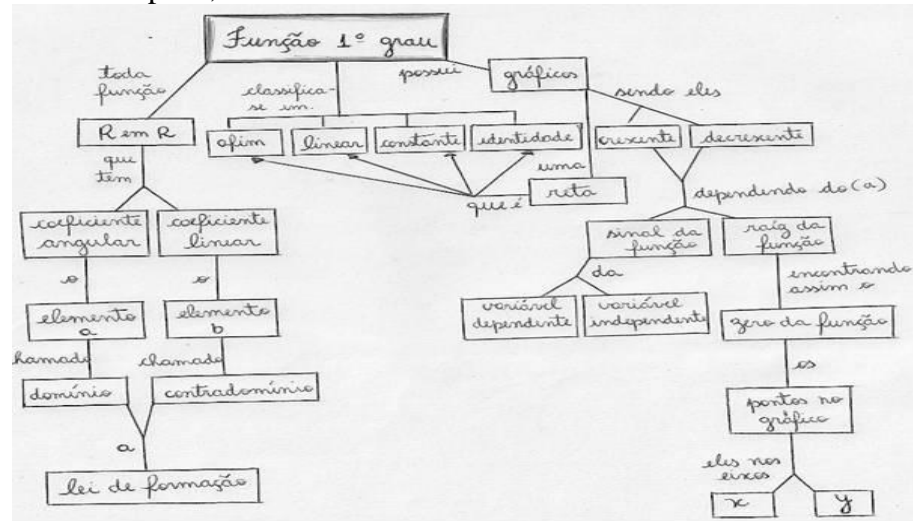


C.9 Mapa A, aluno 11

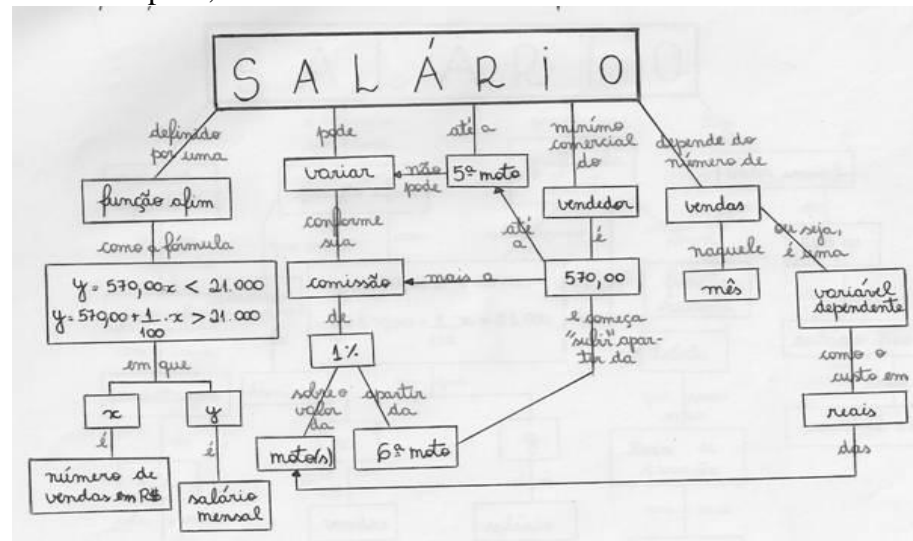


C.10 Mapas conceituais do aluno 12

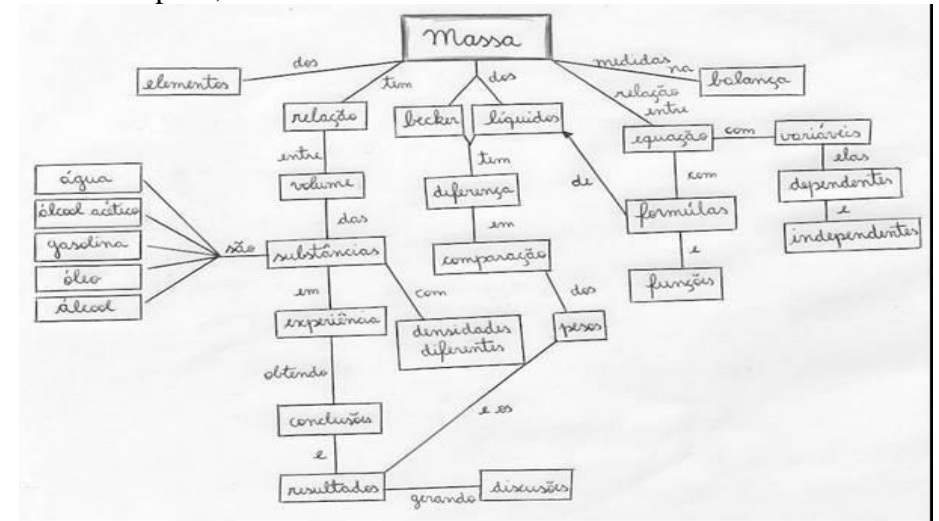
C.10.1 Mapa A, aluno 12



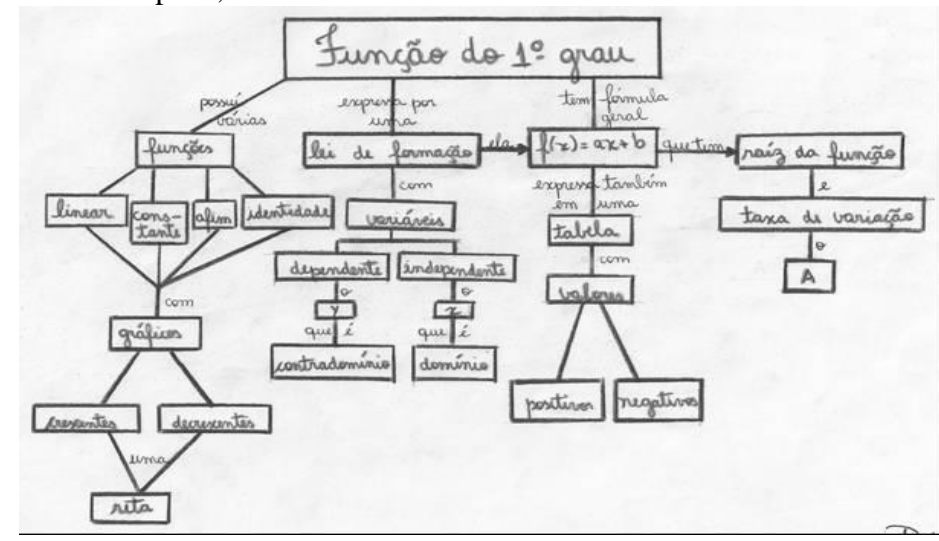
C.10.3 Mapa C, aluno 12



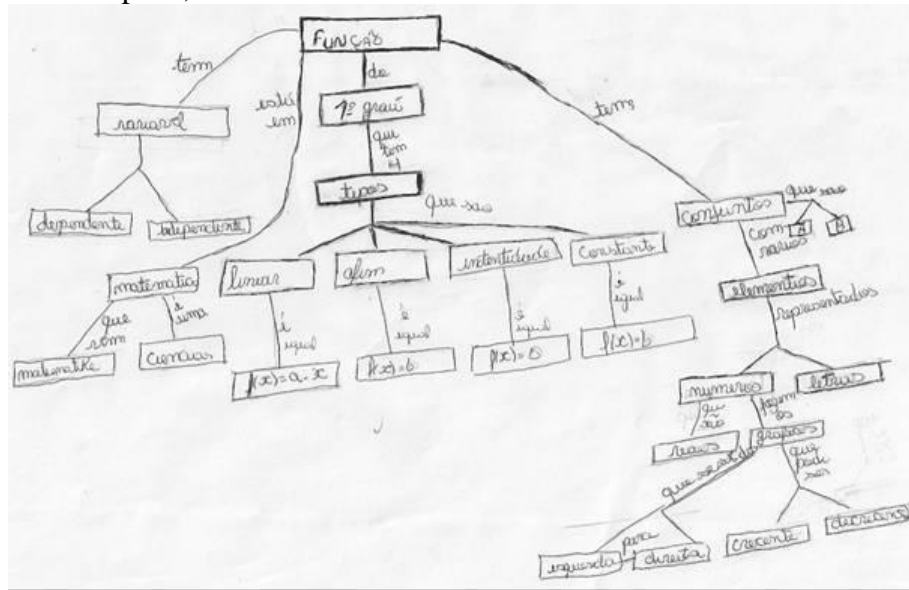
C.10.2 Mapa B, aluno 12



C.10.4 Mapa D, aluno 12

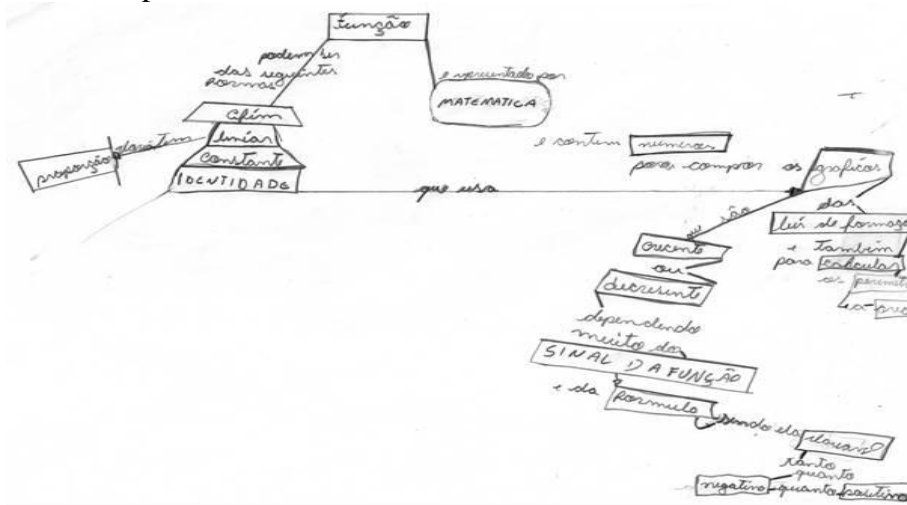


C.12 Mapa A, aluno 16

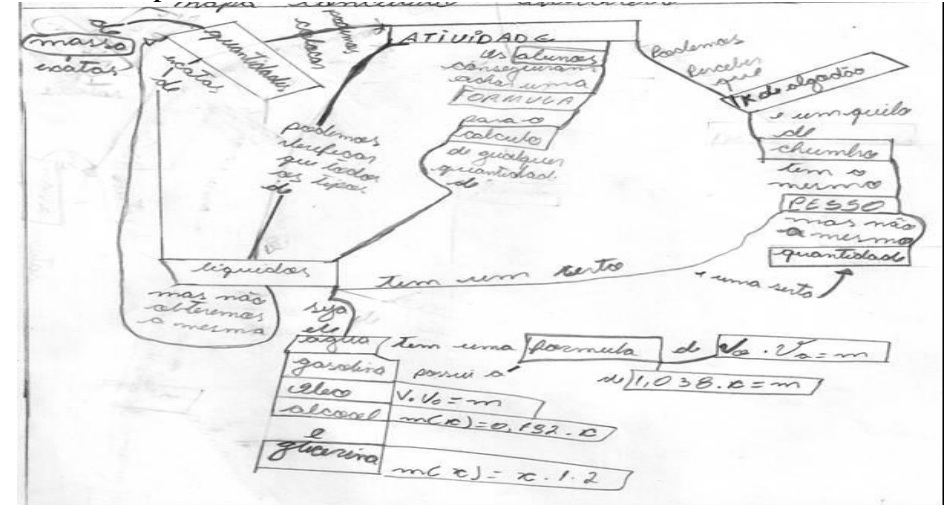


C.13 Mapas conceituais do aluno 18

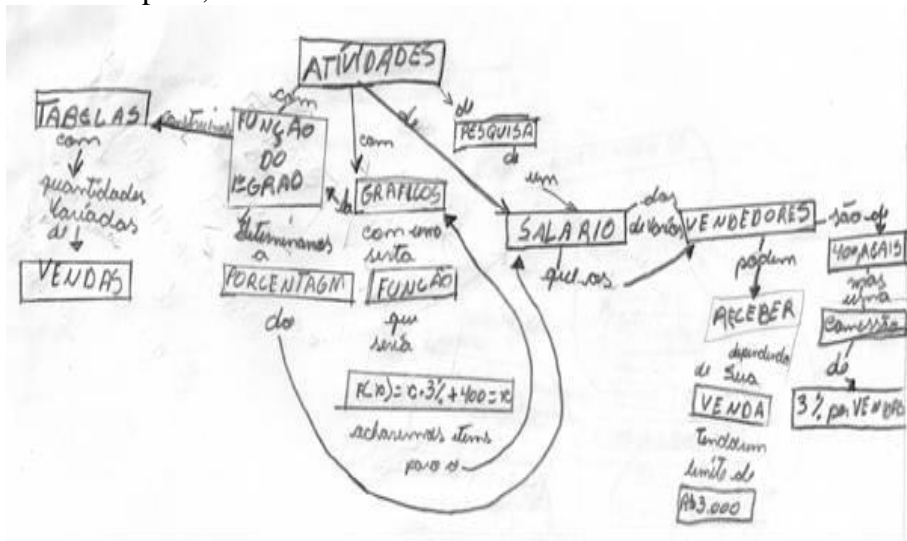
C.13.1 Mapa A, aluno 18



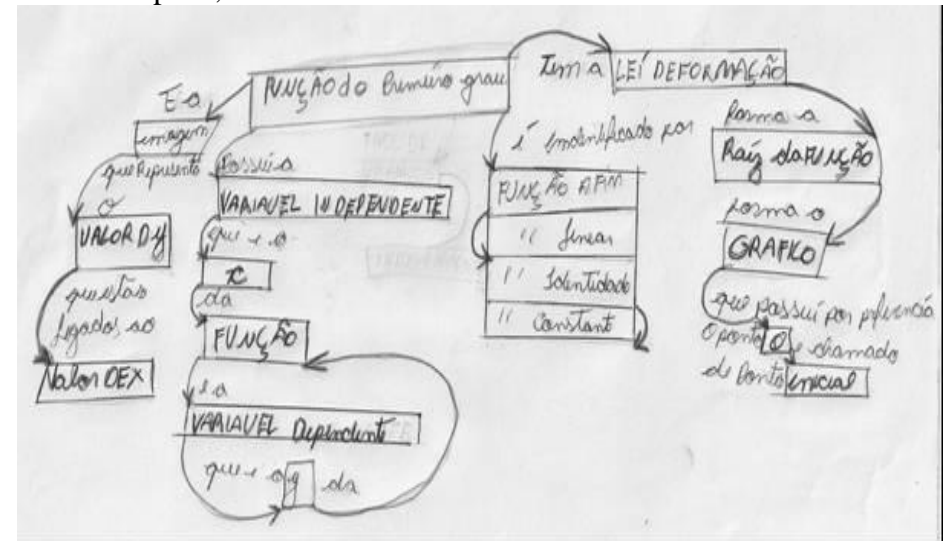
C.13.2 Mapa B, aluno 18



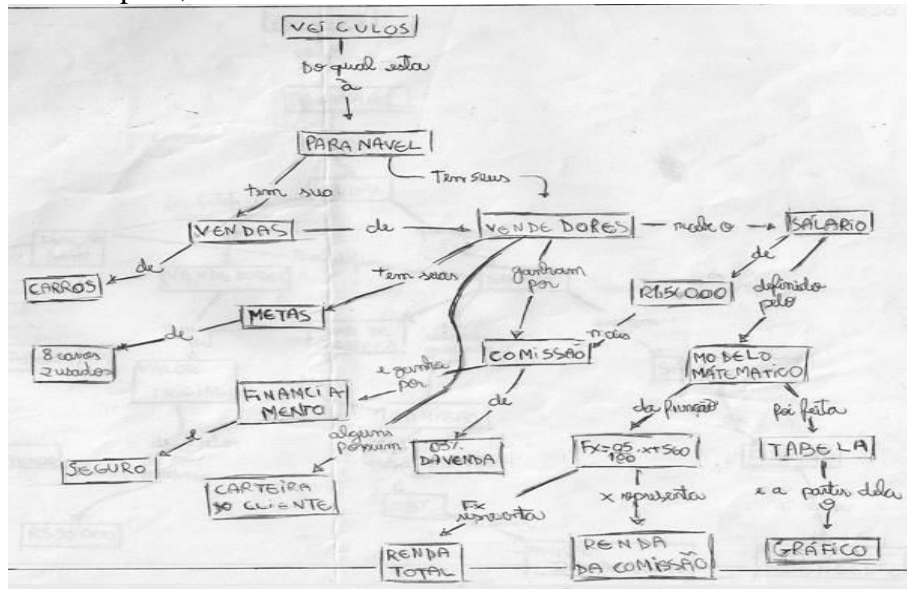
C.13.3 Mapa C, aluno 18



C.13.4 Mapa D, aluno 18

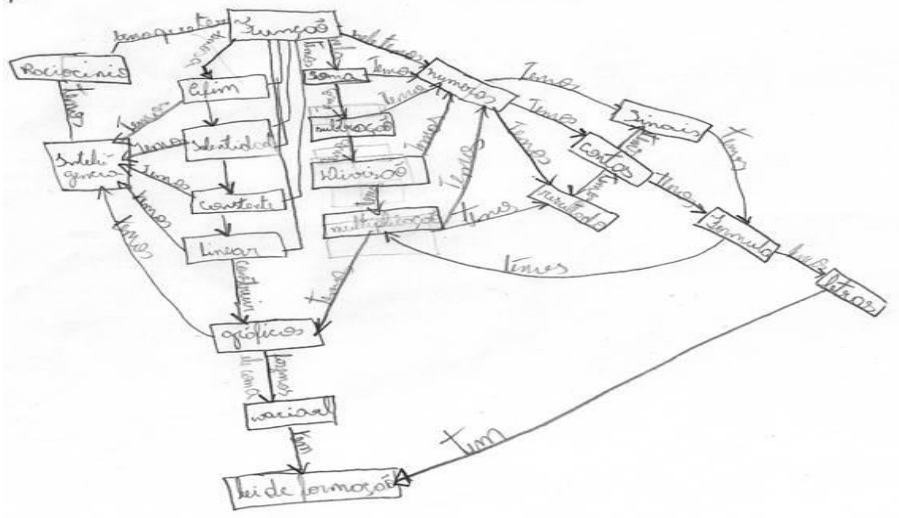


C.14 Mapa C, aluno 20

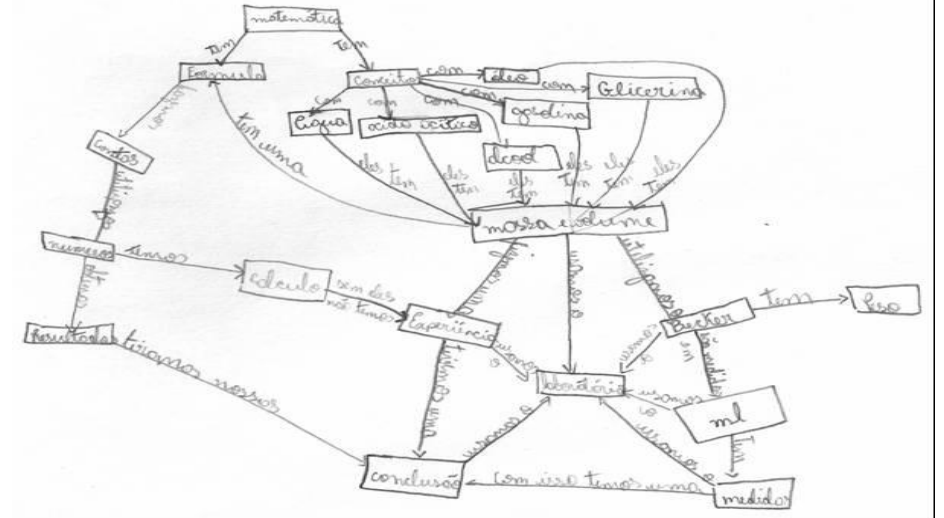


C.15 Mapas conceituais do aluno 21

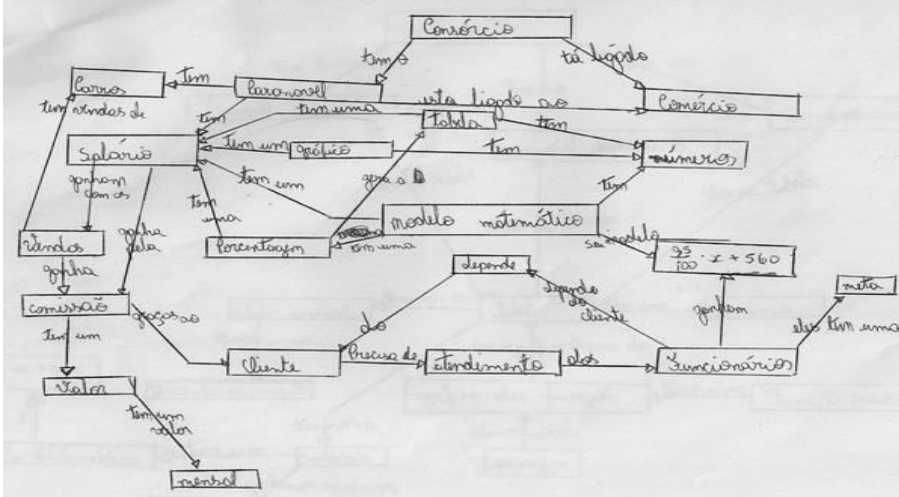
C.15.1 Mapa A, aluno 21



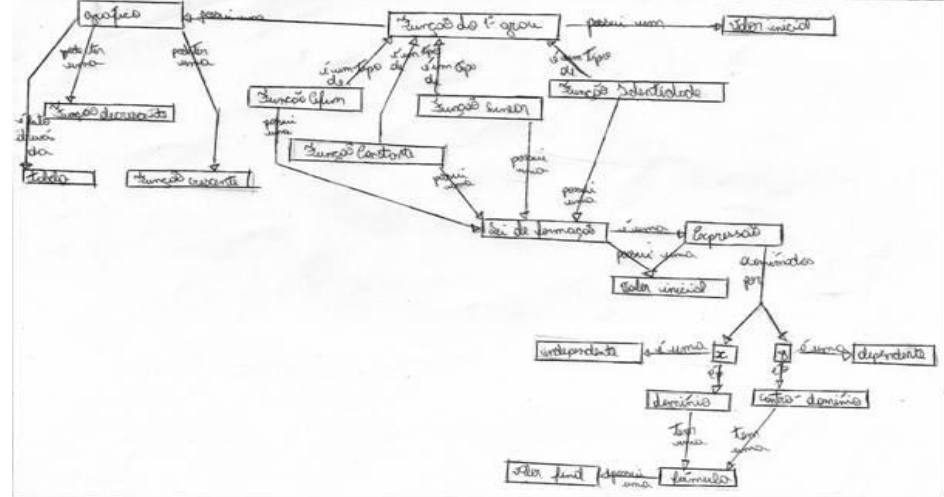
C.15.2 Mapa B, aluno 21



C.15.3 Mapa C, aluno 21

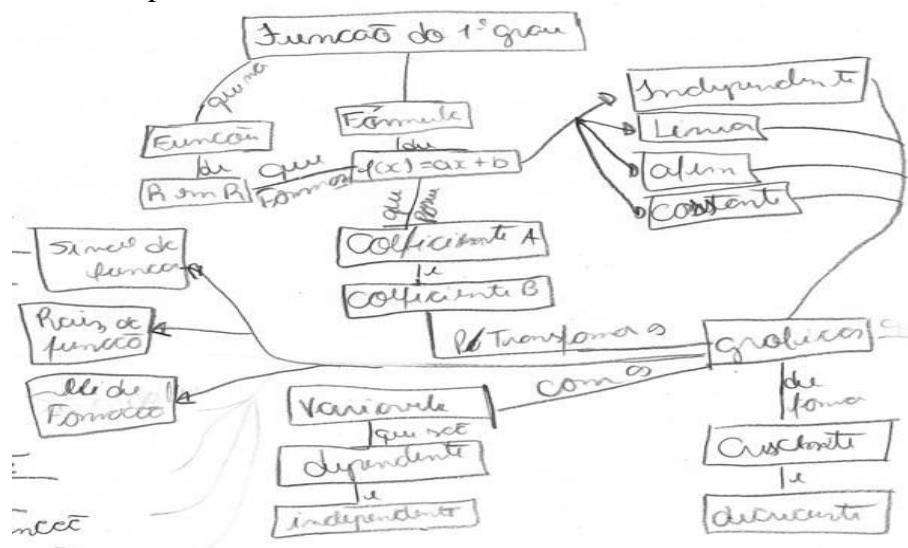


C.15.4 Mapa D, aluno 21

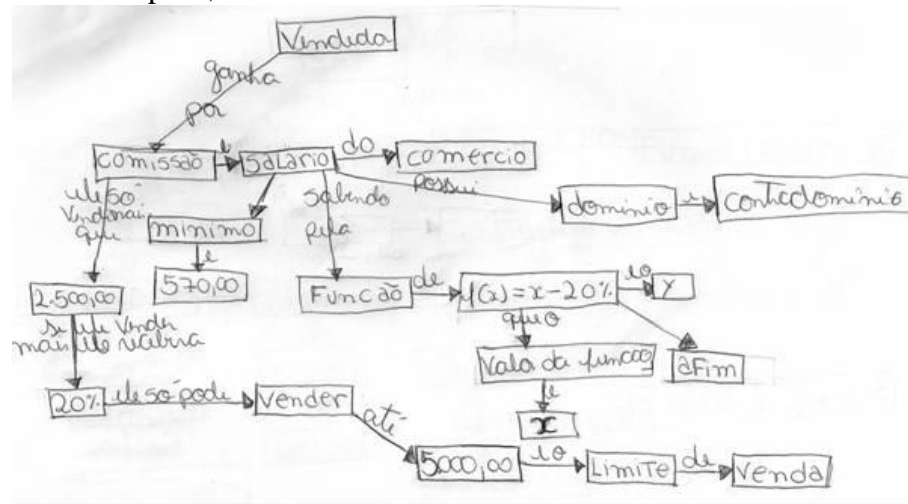


C.17 Mapas conceituais do aluno 23

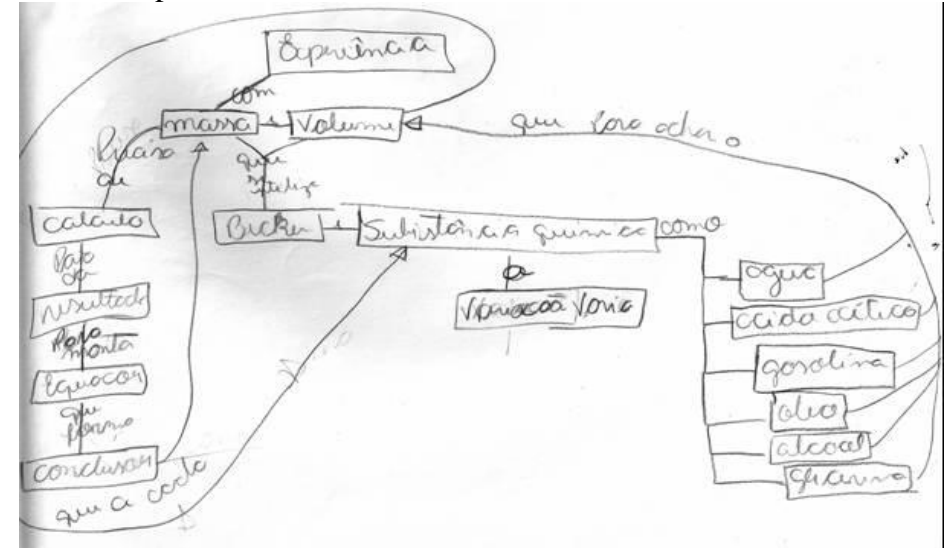
C.17.1 Mapa A, aluno 23



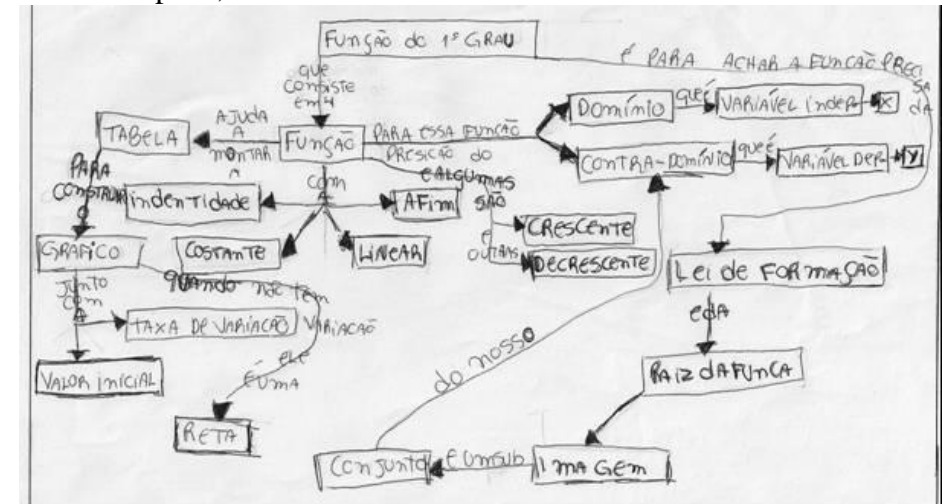
C.17.3 Mapa C, aluno 23



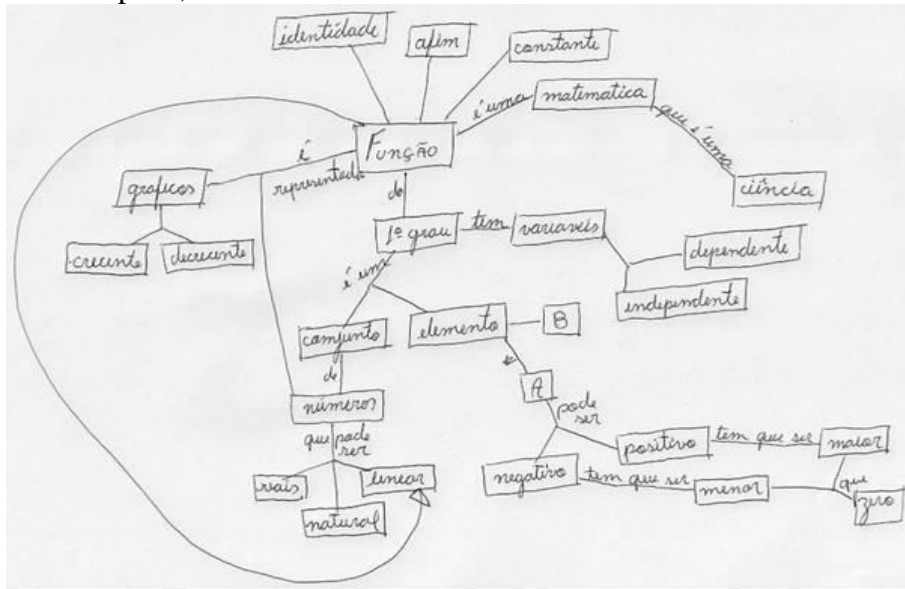
C.17.2 Mapa B, aluno 23



C.17.4 Mapa D, aluno 23

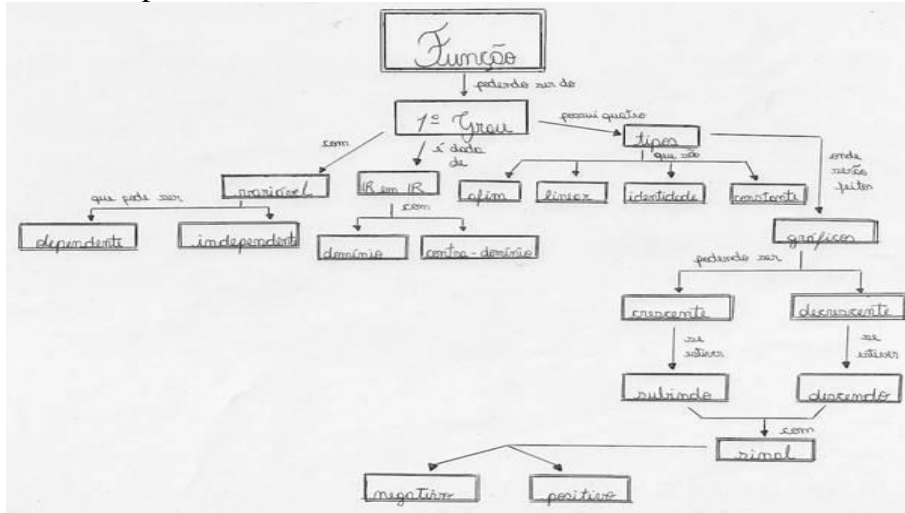


C.18 Mapa A, aluno 24

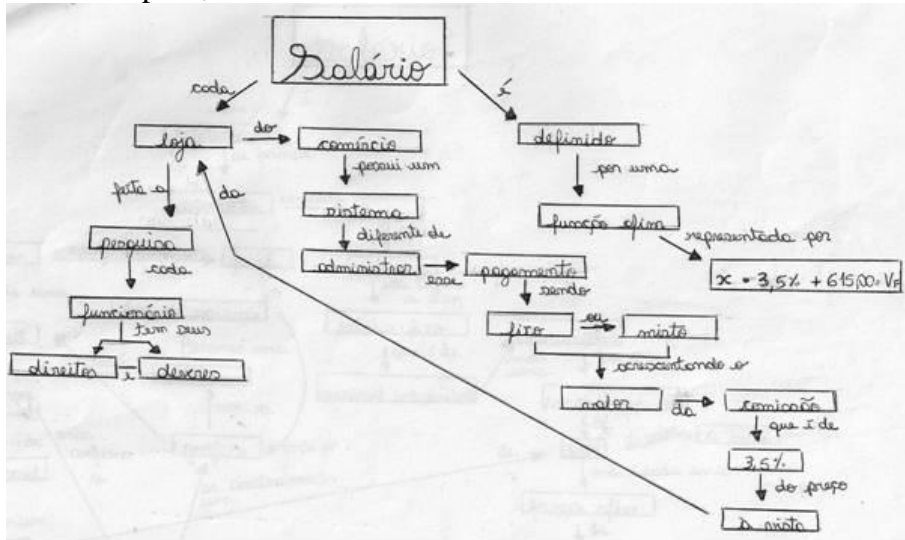


C.20 Mapas conceituais do aluno 27

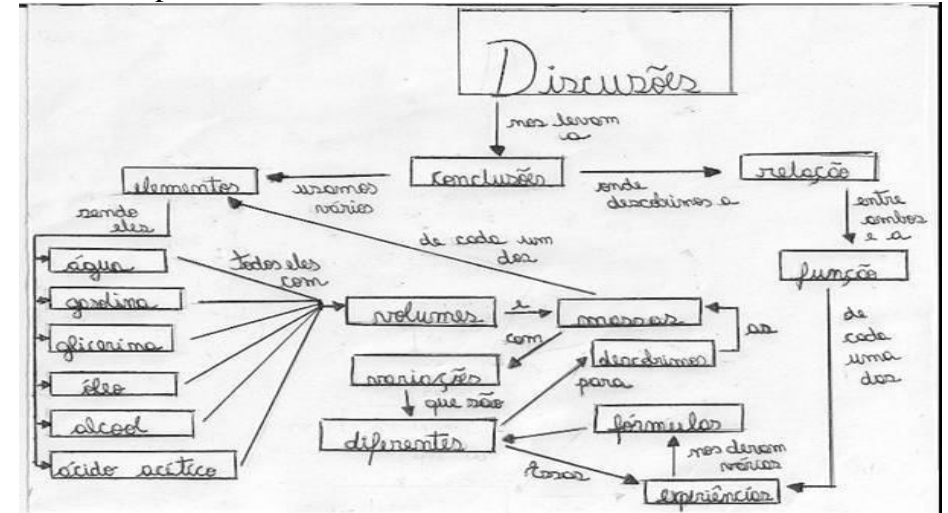
C.20.1 Mapa A, aluno 27



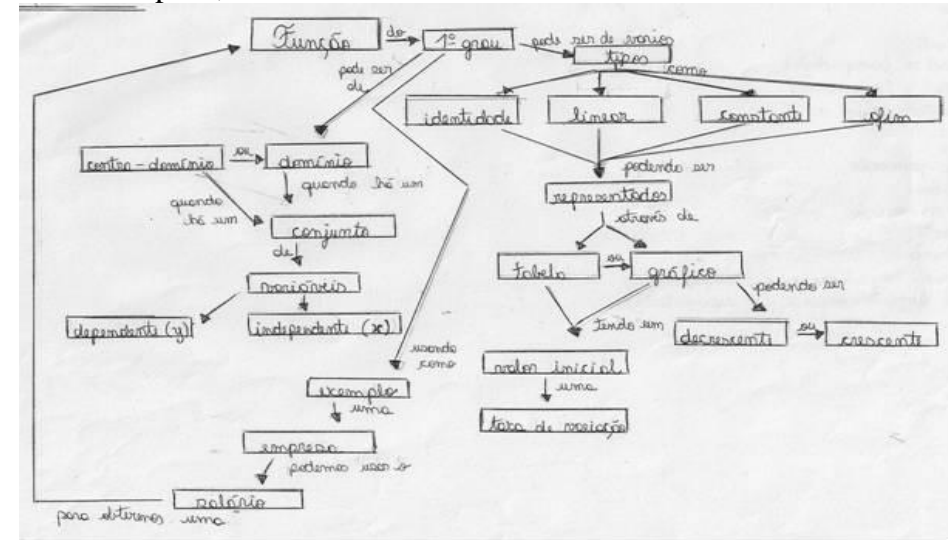
C.20.3 Mapa C, aluno 27



C.20.2 Mapa B, aluno 27

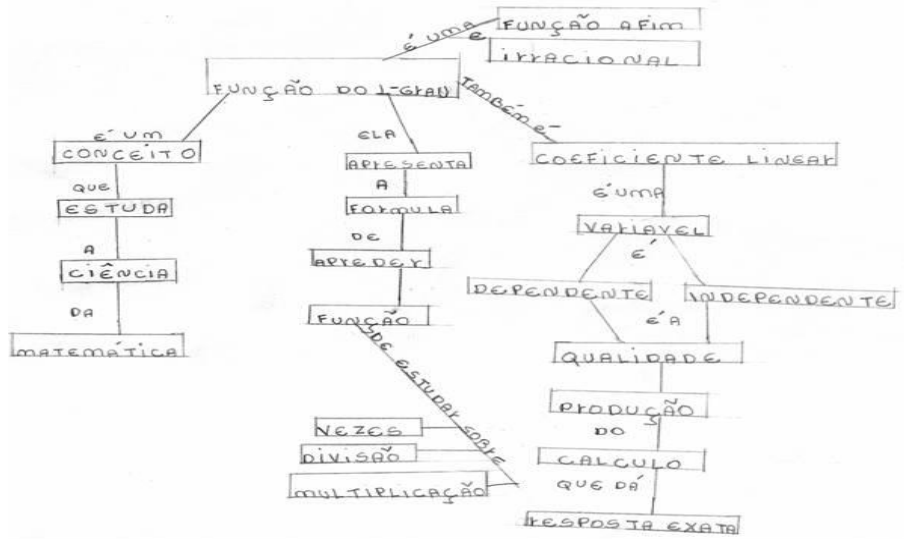


C.20.4 Mapa D, aluno 27

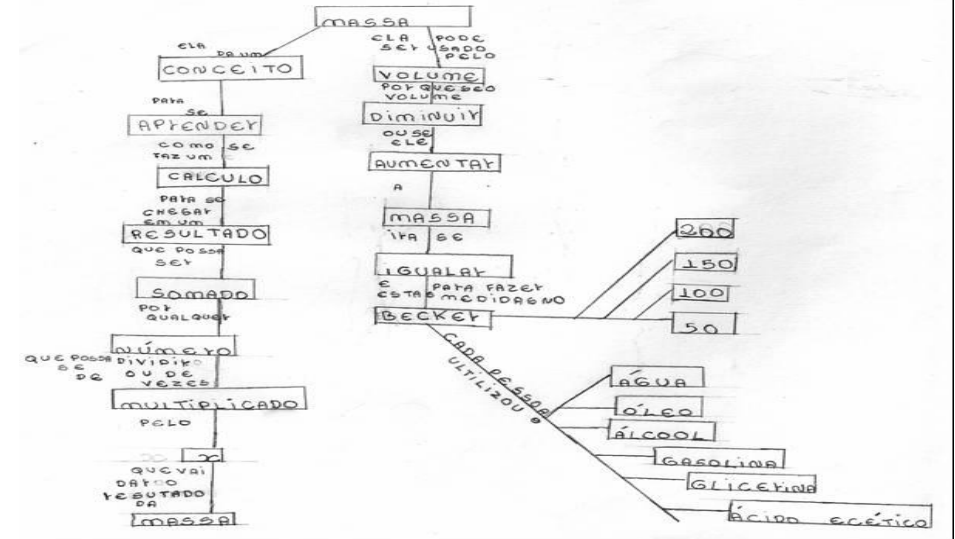


C.22 Mapas conceituais do aluno 29

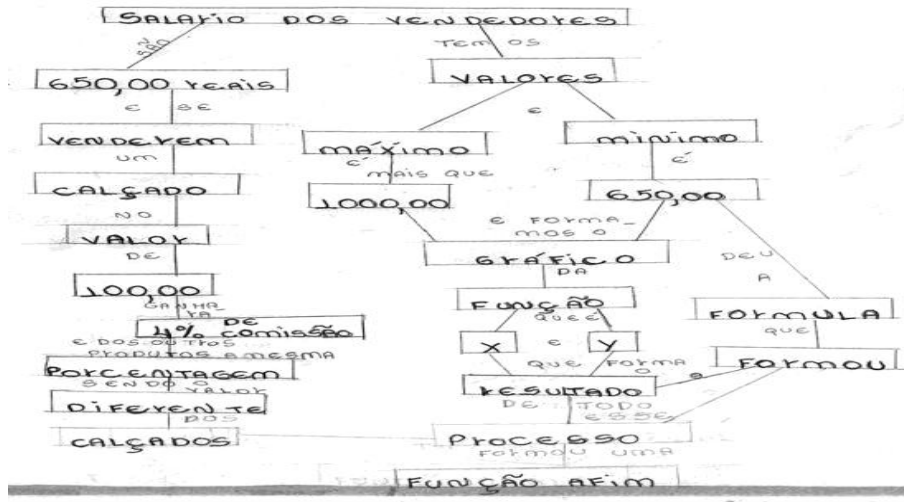
C.22.1 Mapa A, aluno 29



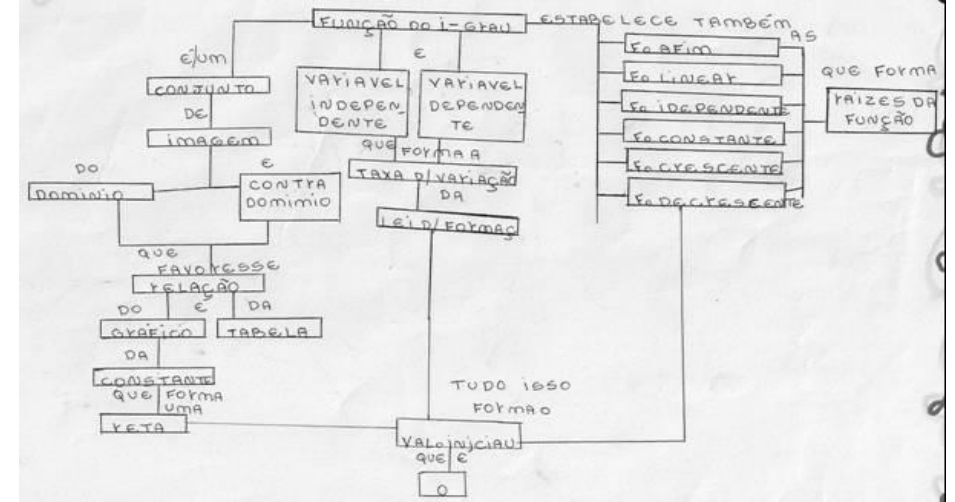
C.22.2 Mapa B, aluno 29



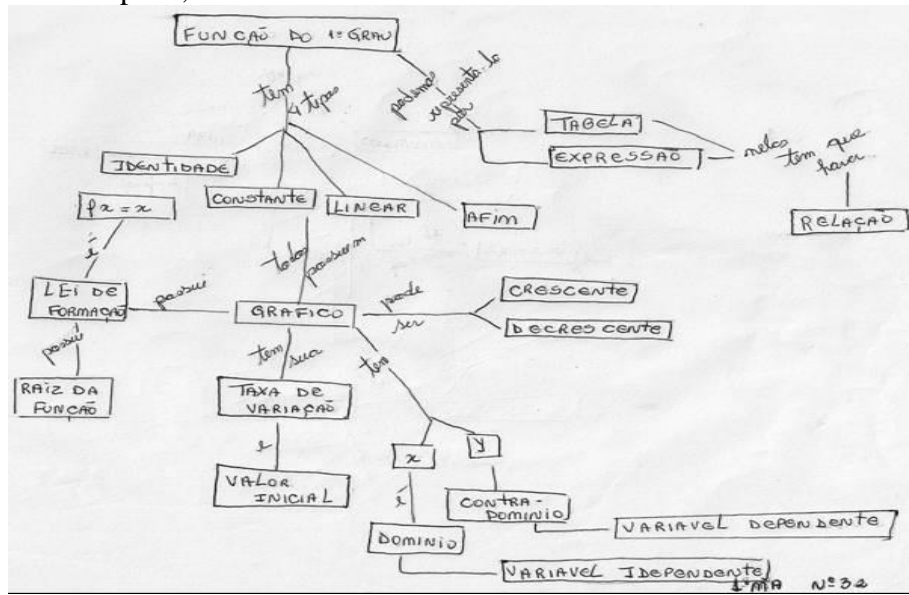
C.22.3 Mapa C, aluno 29



C.22.4 Mapa D, aluno 29

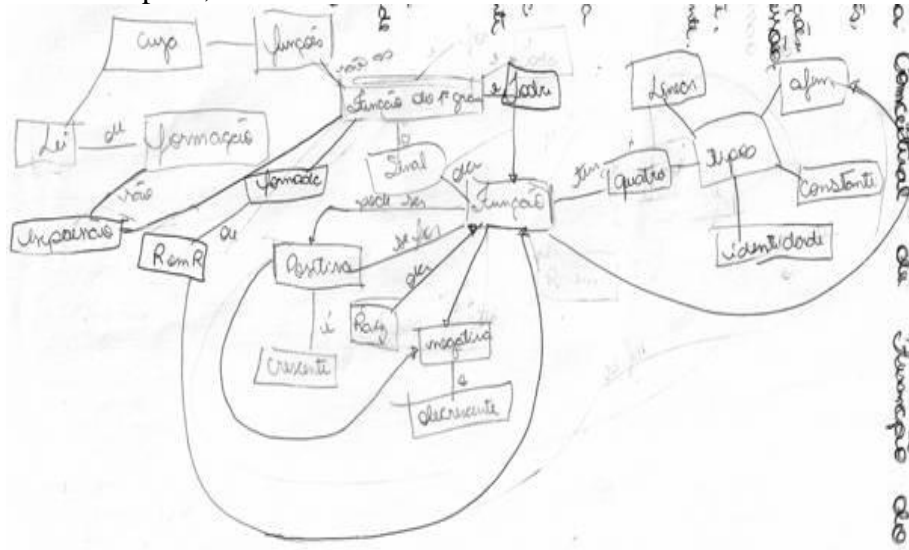


C.24 Mapa D, aluno 32

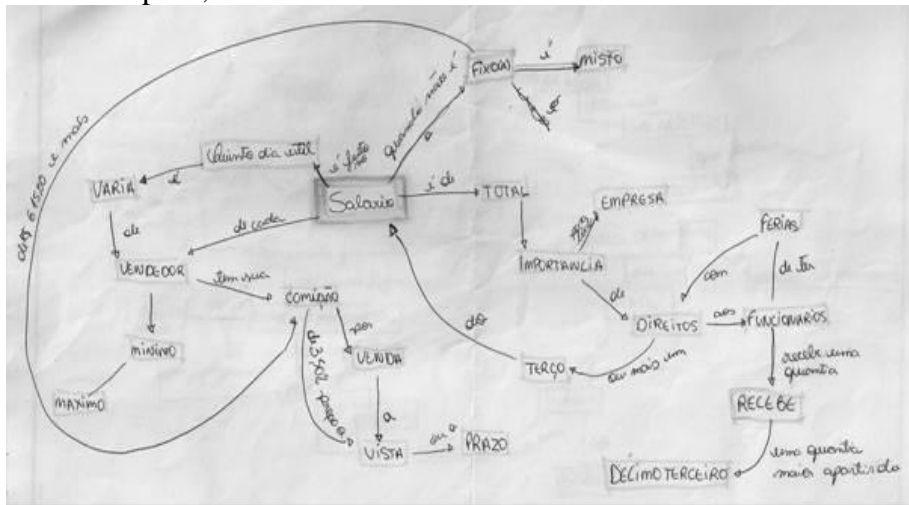


C.25 Mapas conceituais do aluno 34

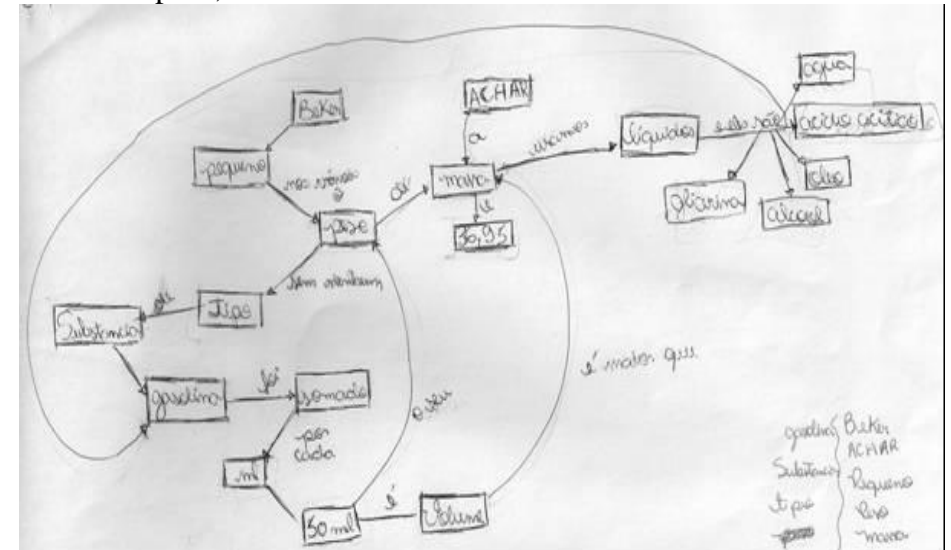
C.25.1 Mapa A, alunos 34



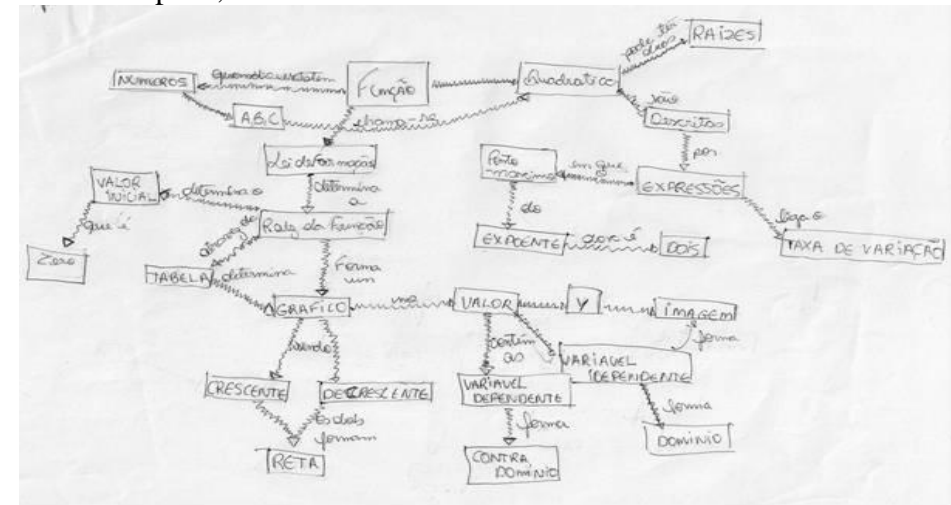
C.25.3 Mapa C, aluno 34



C.25.2 Mapa B, aluno 34

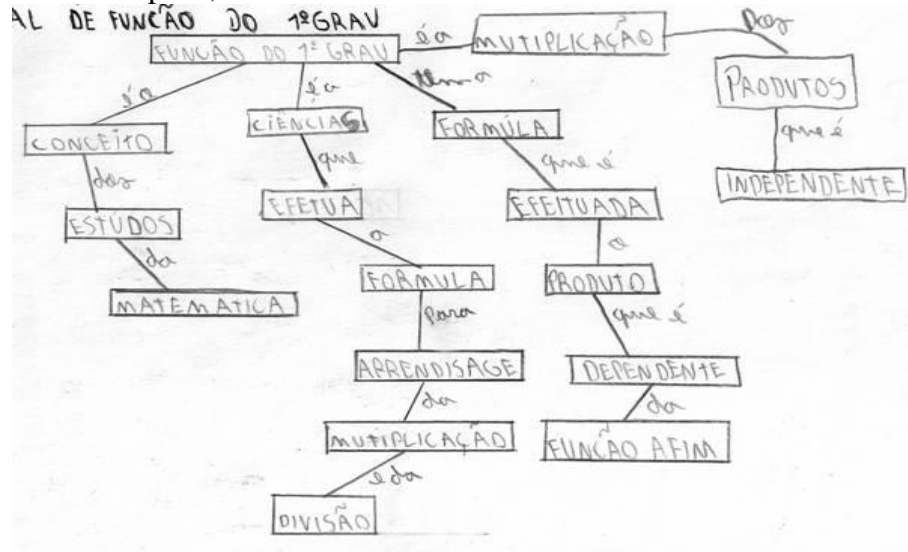


C.25.4 Mapa D, aluno 34

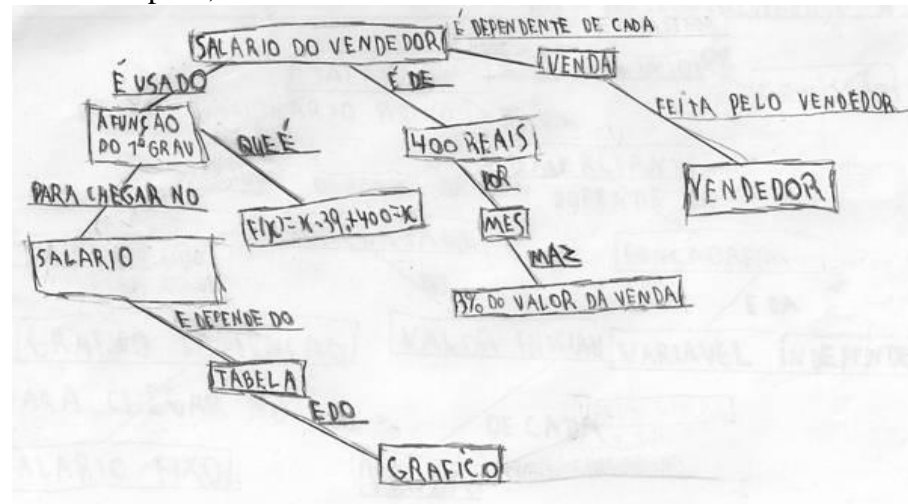


C.26 Mapas conceituais do aluno 35

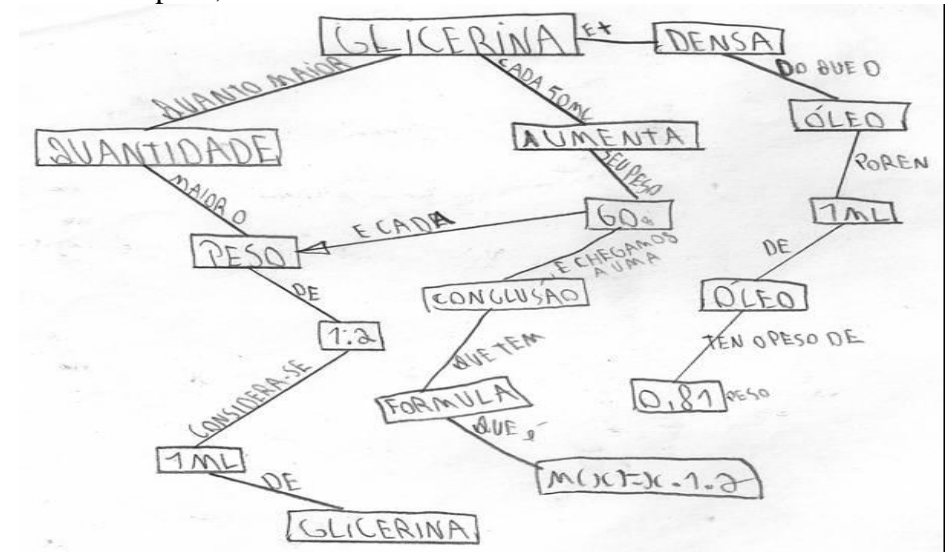
C.26.1 Mapa A, aluno 35



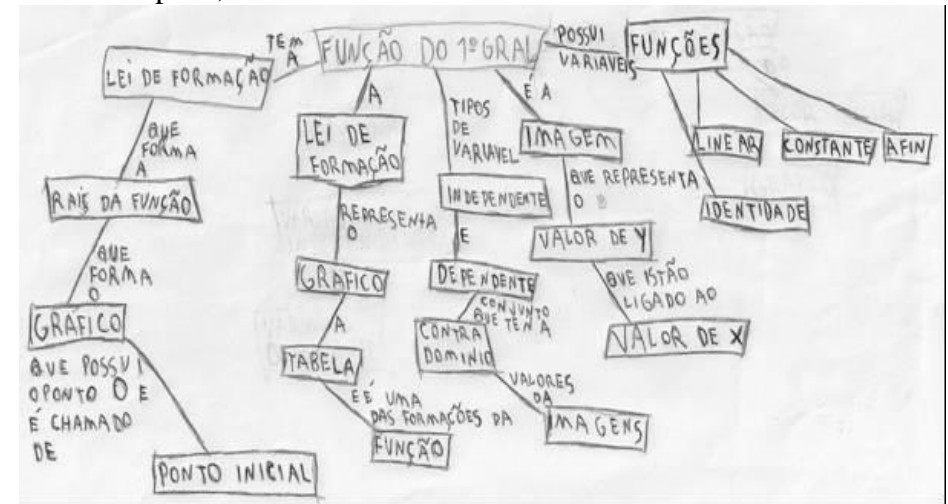
C.26.3 Mapa C, aluno 35



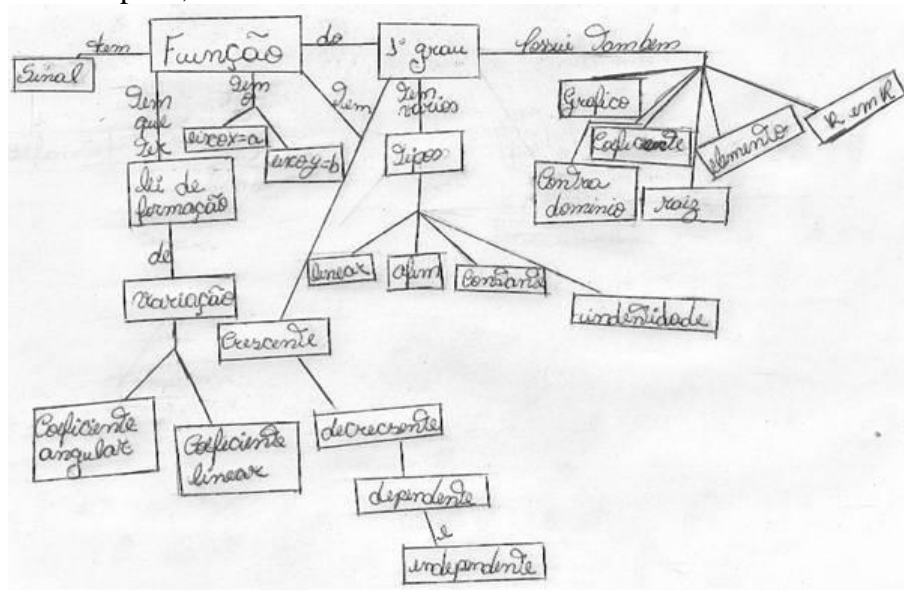
C.26.2 Mapa B, aluno 35



C.26.4 Mapa D, aluno 35

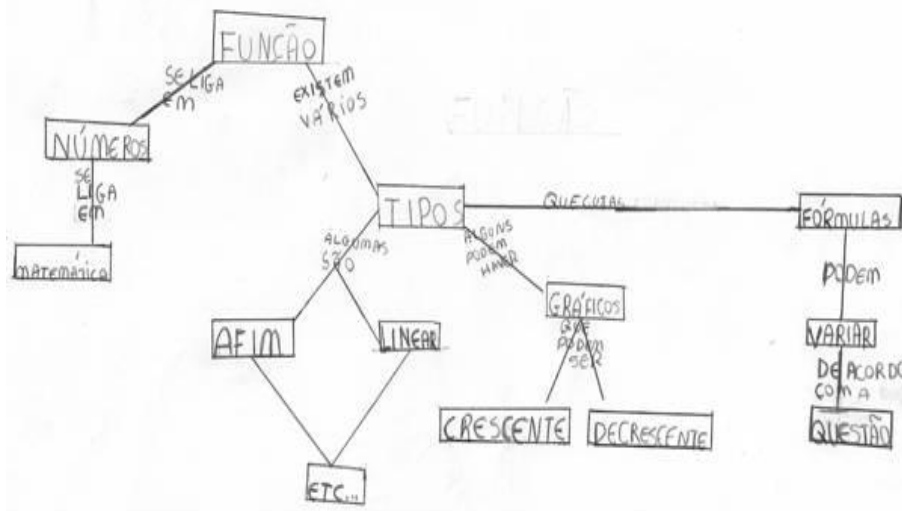


C.28 Mapa A, aluno 37

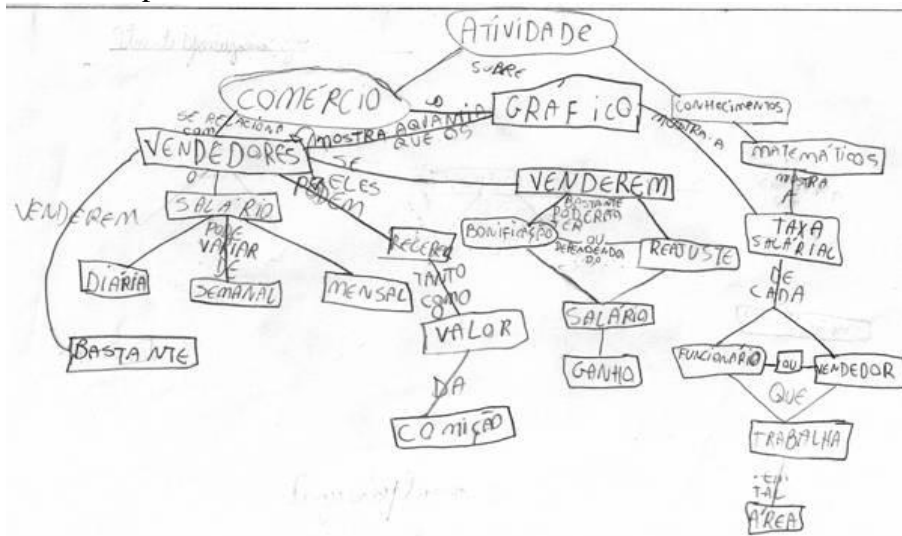


C.29 Mapas conceituais do aluno 38

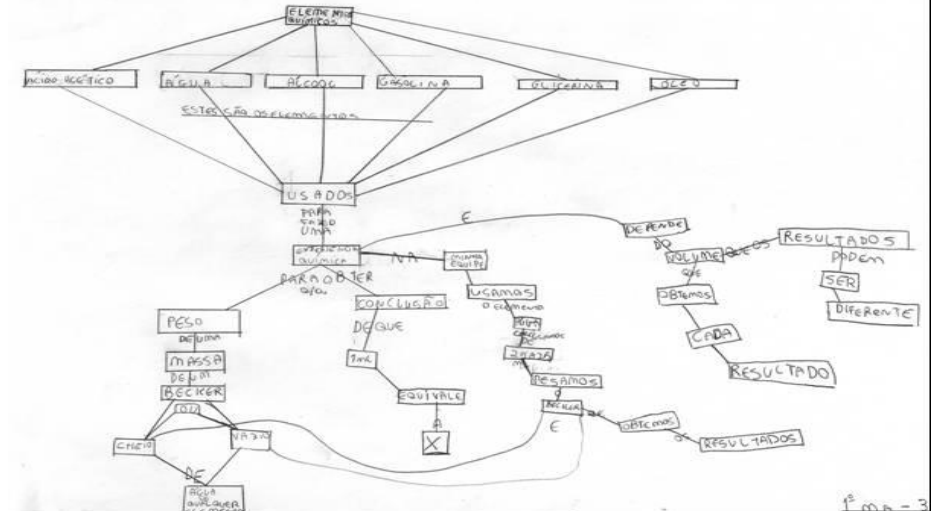
C.29.1 Mapa A, aluno 38



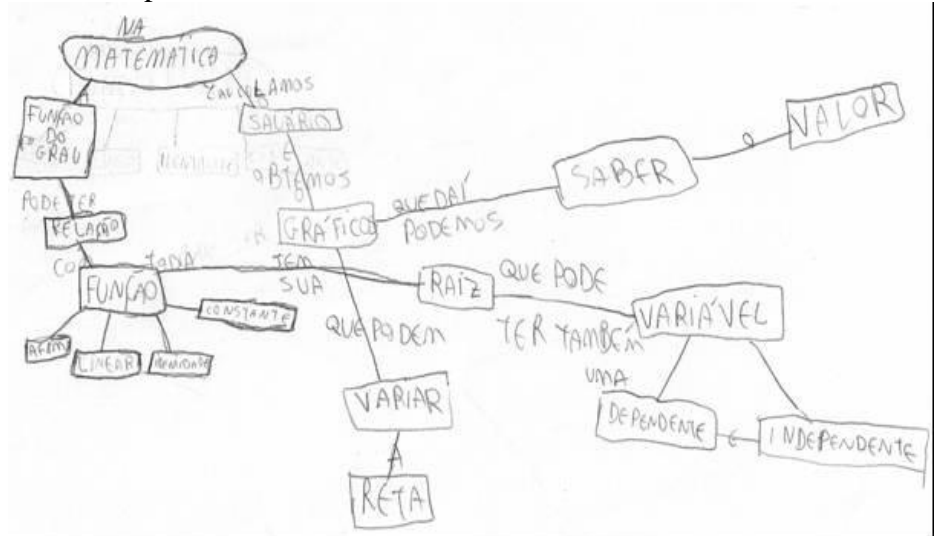
C.29.3 Mapa C, aluno 38



C.29.2 Mapa B, aluno 38

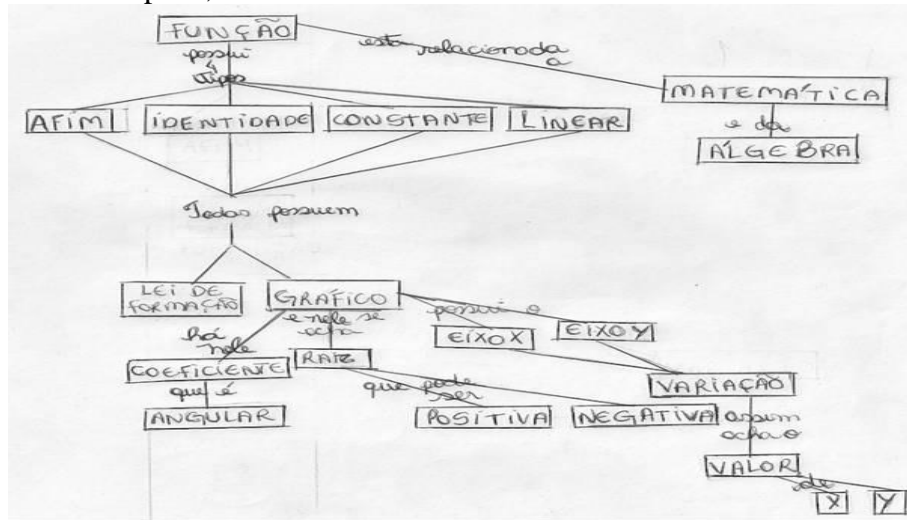


C.29.4 Mapa D, aluno 38

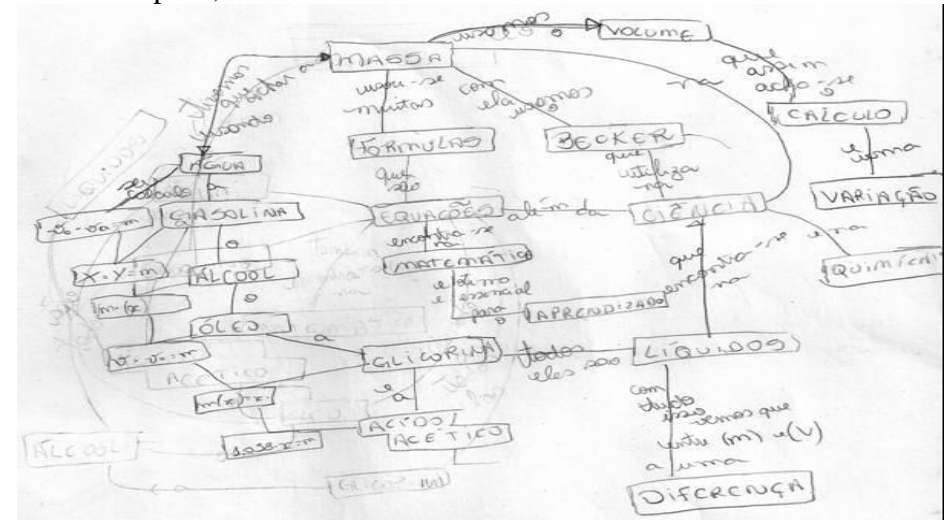


C.30 Mapas conceituais do aluno 39

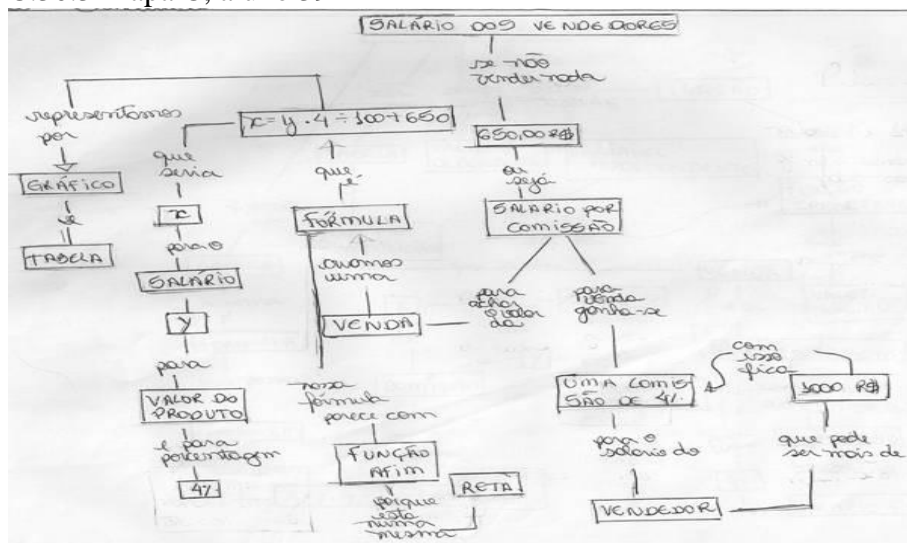
C.30.1 Mapa A, aluno 39



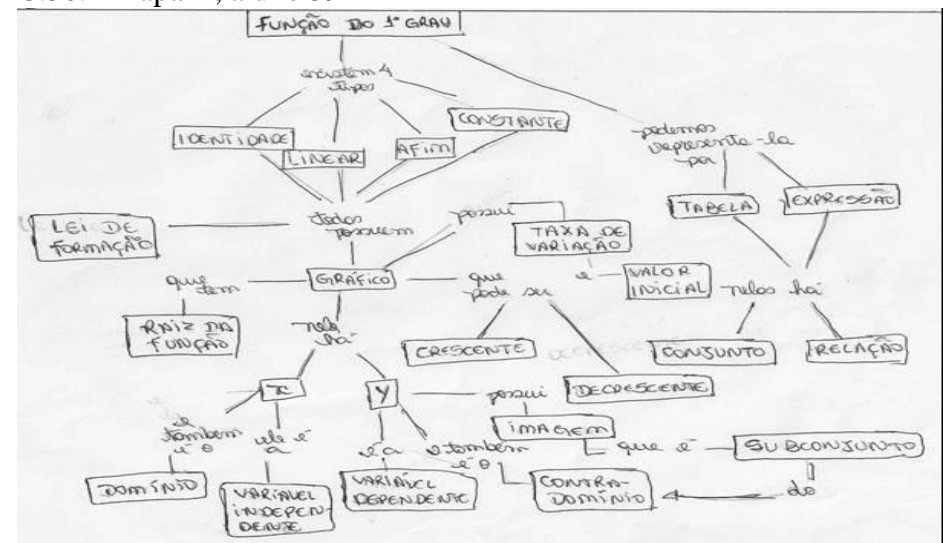
C.30.2 Mapa B, aluno 39



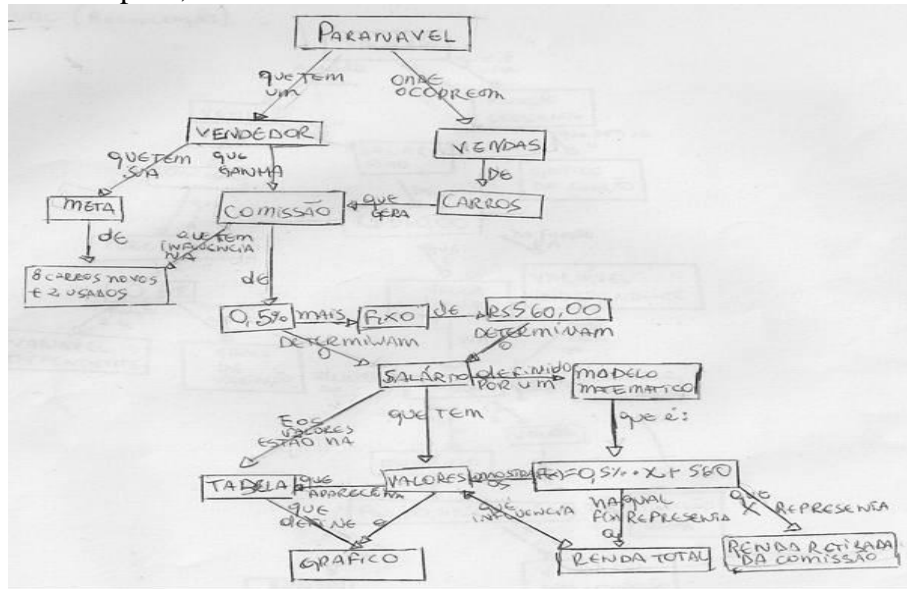
C.30.3 Mapa C, aluno 39



C.30.4 Mapa D, aluno 39



C.31 Mapa C, aluno 40



Anexo D – Anotações das equipes durante a Atividade I
D.1 Anotação da equipe que trabalhou com ácido acético.

Massa do becker: 91,60

Peso da massa líquida = $243,65 - 91,60 = 153,05$
graduação = 150 mL

Peso líquido = $292,40 - 91,60 = 200,8$

graduação = 200 mL

Peso líquido: $190,05 - 91,60 = 98,45$

graduação: 100 mL

Peso líquido: $138,15 - 91,60 = 46,55$

graduação: 50 mL

Relação: entre o volume e a massa

* Se o volume for aumentando a massa também aumenta, ou se for diminuindo o volume diminuirá a sua massa também.

A massa é dependente do volume, mesmo se o volume aumenta ou diminui.

100 peso e 50 varia de 51,9

$20 \div 51,9 = 0,3$

$51,9 \cdot 50 = 1,038$

51,9. Por qualquer número

$(1,038 \cdot x = \text{massa})$

D.2 Anotações da equipe que trabalhou com álcool

"Aula de Laboratório"

Massa x Volume

substância utilizada: álcool etílico
objeto de manuseio: Becker

massa do becker = 93.2

50ml = 124.7 \Rightarrow (124.7 - 93.2 = 31.5)

100ml = 164.3 \Rightarrow (164.3 - 93.2 = 71.1)

150ml = 203.9 \Rightarrow (203.9 - 93.2 = 110.7)

200ml = 243.5 \Rightarrow (243.5 - 93.2 = 150.3)

* De 50 a 100 ml: * De 100 a 150 ml:
71.1 - 31.5 = 39.6 110.7 - 71.1 = 39.6

* De 150 a 200 ml: * 39.6 \div 50 = 0,792
150.3 - 110.7 = 39.6

Conclusão: a cada 50 ml sua massa aumenta automaticamente 39.6 e a cada 1ml aumenta 0,792.

Equação: $m(x) = 0,792 \cdot x$

x = é a variável em ml.

$m(x) = 0,792 \cdot 50 \Rightarrow 39.6$
 $m(x) = 0,792 \cdot 100 \Rightarrow 79.2$
 $m(x) = 0,792 \cdot 150 \Rightarrow 118.8$
 $m(x) = 0,792 \cdot 200 \Rightarrow 158.4$

Conclusão: observamos que os valores da equação aumentam 39.6 gradualmente.

D.3 Anotações da equipe que trabalhou com água

<u>Beckers</u>	<u>Peso</u>	<u>massa</u>
<u>Becker grande</u>	<u>85,75</u>	
200 ml	280,6	194,85
175 ml	251	165,25
150 ml	225,45	139,7
125 ml	199,70	113,95
100 ml	179,45	93,7
75 ml	153,7	67,95
50 ml	128	42,25
<u>Becker pequeno</u>	<u>71,05</u>	
125 ml	193,5	122,45
100 ml	175,80	104,75
75 ml	141,90	70,85
50 ml	117,85	46,8
25 ml	97,35	26,3

<u>Becker grande</u> - <u>Volume</u>	<u>massa</u>
200 ml	194,85
175 ml	165,25
150 ml	139,7
125 ml	113,95
100 ml	93,7
75 ml	67,95
50 ml	42,25

<u>Becker pequeno</u> - <u>Volume</u>	<u>massa</u>
125 ml	122,45
100 ml	104,75
75 ml	70,85
50 ml	46,8
25 ml	26,3

O que foi feito:

* Primeiro pesamos os Beckers vazios, depois pesamos os Beckers com o líquido (água), pesamos primeiro com 200 ml o Becker grande, e com 125 ml o Becker pequeno e fomos diminuindo esses valores de 25 em 25 ml até o Becker grande ficar a 50 ml e o Becker pequeno a 25 ml.

Fórmula para descobrir o valor de x:

$$\text{Volume} \cdot \text{Variação} = \text{massa}$$

$$V_1 \cdot V_2 = x$$

$$* 93,7 - 42,25 = 51,45 \div 50 = 1,029$$

$$\text{Variação a cada 1 ml} = \boxed{1,029}$$

D.4 Anotações da equipe que trabalhou com gasolina

Béquer Pequeno

$$m_p = \boxed{69,50} \rightarrow 150 \text{ ml (vazio)}$$

$$\rightarrow 106,45 \rightarrow 50 \text{ ml (com líquido)}$$

$$\underline{36,95} \quad \rightarrow \text{volume}$$

\rightarrow massa

$$\rightarrow 144,75 \rightarrow 100 \text{ ml (líquido)}$$

$$\underline{75,25} \quad \rightarrow \text{volume}$$

\rightarrow massa

Béquer Grande

$$m_{BG} = \boxed{101,30} \rightarrow 250 \text{ ml (vazio)}$$

$$\rightarrow 203,45 \rightarrow 150 \text{ ml (líquido)}$$

$$\underline{102,15} \quad \rightarrow \text{volume}$$

\rightarrow massa

$$\rightarrow 239,30 \rightarrow 200 \text{ ml (líquido)}$$

$$\underline{138} \quad \rightarrow \text{volume}$$

\rightarrow massa

volume	massa
* Pequeno \rightarrow 50 ml	36,95
" = 100 ml	75,25
Grande \rightarrow 150 ml	102,15
" = 200 ml	138

- Para cada ml aumenta 0,766g

$$* x \cdot y = m$$

x = número qualquer (volume)

y = variação (ml)

m = massa

$$\rightarrow 75,25$$

$$\underline{- 36,95}$$

$$38,35 \quad | \quad 50$$

0,766 g

D.5 Anotações da equipe que trabalhou com glicerina

Glicerina

1º Becker com 150 mL = 180 g

peso = 97,35

2º Becker com 100 mL = 120 g

3º Becker com 50 mL = 60 g

Cada 50 mL aumenta 60 g

Cada 1 mL = 1,2 g

Fórmula:

$$m(x) = x \cdot 1,2$$

$$m(x) = \text{massa}$$

 $x = \text{quantidade em mL}$

1,2 = cada 1 mL vai

dar 1,2 g

Decores da Experiência

Nós pegamos os valores de cada experiência diminuímos e achamos o valor aproximado de 60 g. E como o digital era achar quanto era 1 mL, nos dividimos 50 por 60 e achamos 1,2.

D.6 Anotações da equipe que trabalhou com óleo

massa B → 115,10 → médio massa B → 218,35 → maior

massa B - massa O

$$115,10 - 235,6 = 120,5$$

150 ml de óleo → massa → 120,5	} + 29,5 Bequer médio 22,8
50 ml de óleo → massa → 36,8	
100 ml de óleo → massa → 71,2	
200 ml de óleo → massa → 142,4	
300 ml de óleo → massa → 213,6 → Bequer maior	

O volume é sempre maior que a massa.

A ml maior e a massa é menor.

É se aumentar o volume a massa aumenta.

Na variação do volume de 50 ml o volume varia mais ou menos 40,4 kg

$$\begin{array}{r} 50 \text{ L} \\ 0 \text{ L} \\ \hline 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40,4 \text{ kg} \\ 40,4 \text{ kg} \\ \hline 80,8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ 0,81 \text{ g} \\ \hline 50 \end{array}$$

Para cada ml aumento 0,81 g

volume • variação = massa

$$V \cdot \Delta V = m$$

V = volume

ΔV = variação

m = massa

Anexo E - Produções das equipes durante a Atividade 2
E.1 Parte das anotações da Equipe 01

1. Qual é a faixa de trabalho salarial dos vendedores? :

2. salários mínimos = $505 \cdot 2 = 1010$ (mais de 0,80 cada entrega)

Valor mínimo
1010

Valor máximo
1490

2. tabela

n	$F(x)$: valor da entrega; valor de cada entrega	Salário final
0	$F(x) = 0 \cdot 0,80 = 0 + 1010 = 1010$	1010
50	$F(x) = 50 \cdot 0,80 = 40 + 1010$	1050
100	$F(x) = 100 \cdot 0,80 = 80 + 1010$	1090
150	$F(x) = 150 \cdot 0,80 = 120 + 1010$	1130
200	$F(x) = 200 \cdot 0,80 = 160 + 1010$	1170
250	$F(x) = 250 \cdot 0,80 = 200 + 1010$	1210
300	$F(x) = 300 \cdot 0,80 = 240 + 1010$	1250
350	$F(x) = 350 \cdot 0,80 = 280 + 1010$	1290
400	$F(x) = 400 \cdot 0,80 = 320 + 1010$	1330
450	$F(x) = 450 \cdot 0,80 = 360 + 1010$	1370
500	$F(x) = 500 \cdot 0,80 = 400 + 1010$	1410
550	$F(x) = 550 \cdot 0,80 = 440 + 1010$	1450
600	$F(x) = 600 \cdot 0,80 = 480 + 1010$	1490

E.2 Parte das anotações da equipe 02



465,00 → salário mínimo.

$$465,00 + 30\% (465) = 604,50$$

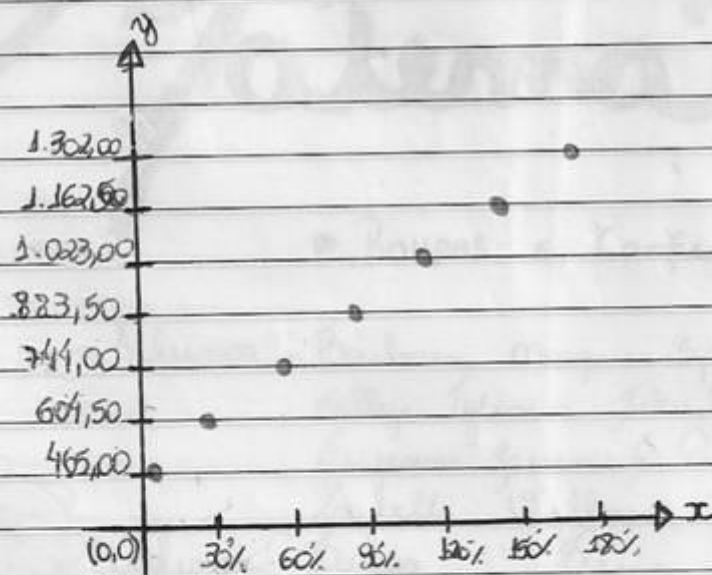
$$465,00 + 60\% (465) = 744,00$$

$$465,00 + 90\% (465) = 883,50$$

$$465,00 + 120\% (465) = 1.023,00$$

$$465,00 + 150\% (465) = 1.162,50$$

$$465,00 + 180\% (465) = 1.302,00$$



$$S + 30\% (465) =$$

$$465 + 30\% (465) = 604,50$$

Obs: O salário só receberá um acréscimo de 30% se atingir a meta de setor caso contrário receberá seu salário fixo.

E.3 Parte das anotações da Equipe 03

Menor salário que o vendedor pode ter:

- 1º) Ele pode ganhar R\$ 570,00 se vender em um determinado mês abaixo de seis motos;
- 2º) Ele pode vender o número mínimo de 6 motos; sendo essa moto a mais simples de R\$ 3.500.

$$3.500 \cdot 6 = 21.000 \text{ (valor líquido)}$$

$$3.500 - 1\% = 35 \text{ (comissão da 6ª moto vendida)}$$

$$* 570 + 35 = 605 \text{ (salário mensal mínimo)}$$

Maior salário que o vendedor pode ter:

- 1º) Ele pode vender o número mínimo de 6 motos; sendo essa moto a mais cara de R\$ 50.000.

$$50.000 \cdot 6 = 300.000 \text{ (valor líquido)}$$

$$50.000 - 1\% = 500 \text{ (comissão da 6ª moto vendida)}$$

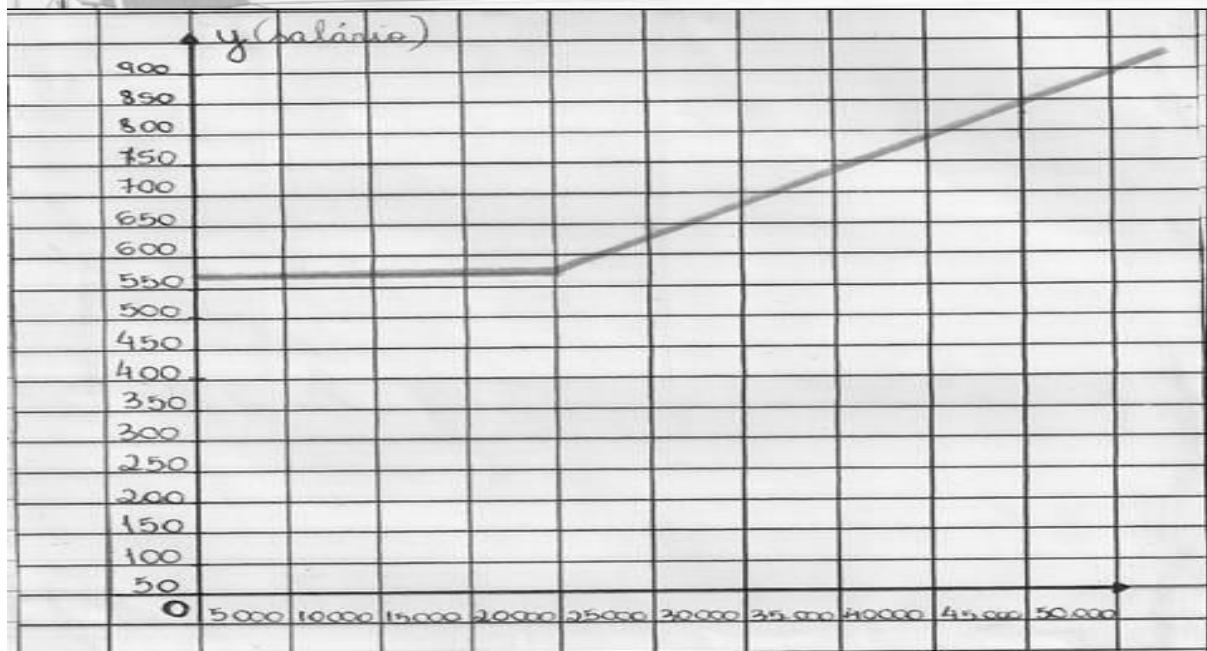
$$* 570 + 500 = 1.070 \text{ (salário mensal máximo)}$$

Quando o salário do vendedor pode variar?

Há várias maneiras de o salário de um vendedor variar neste caso. Seja:

- 1º) O vendedor pode vender motos de preços variados;
- 2º) Se ele vender motos de somente um preço;
- 3º) Se o mês estiver em um "mês de boas vendas";
- 4º) Vender de 0 à 5 motos;
- 5º) Se o vendedor for "popular", ou seja, tiver clientes que sempre compram com ele ou ser indicado por alguém; etc...

Modelo Matemático:

$$y = \begin{cases} 570,00, & x < 21.000,00 \\ 570,00 + \frac{1}{100}x, & x > 21.000,00 \end{cases}$$


E.4 Parte das anotações da equipe 04

