

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A
CIÊNCIA E A MATEMÁTICA**

ELIANE SIVIERO DA SILVA

**ENSINO DE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO BASEADO EM
INFORMAÇÕES HISTÓRICAS: UM ESTUDO NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

**MARINGÁ – PR
2017**

ELIANE SIVIERO DA SILVA

**ENSINO DE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO BASEADO EM
INFORMAÇÕES HISTÓRICAS: UM ESTUDO NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Lucieli M. Trivizoli

**MARINGÁ – PR
2017**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

S586e Silva, Eliane Siviero da
Ensino de sistemas de numeração baseado em informações históricas: um estudo nos anos iniciais do ensino fundamental / Eliane Siviero da Silva. -- Maringá, 2017.
147 f. : il., tabs., figs., quadros.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Lucieli M. Trivizoli.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

1. Educação matemática - Ensino fundamental. 2. Matemática - História. 3. Sistema de numeração. I. Trivizoli, Lucieli M. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 22.ed. 510.9

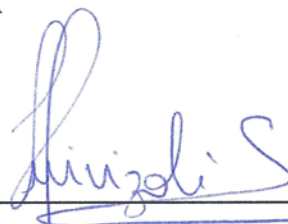
MGC-002026

ELIANE SIVIERO DA SILVA

**Ensino de Sistemas de Numeração baseado em informações
históricas: *um estudo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática*.

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Lueli Maria Trivizoli da Silva
Universidade Estadual de Maringá – UEM



Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN



Profa. Dra. Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 23 de Fevereiro de 2017.

Dedico este trabalho aos meus pais Maria de Fátima e Domingos, por todo o apoio incondicional para a realização de mais um sonho.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus pelo dom da vida e por permitir que pudesse realizar mais esta conquista, por sempre iluminar e guiar o meu caminho. Todas as minhas forças vem de ti.

Agradeço aos meus pais Maria de Fatima Siviero e Domingos Moreira da Silva, por não medirem esforços para a realização deste sonho, também por me apoiarem em todas as minhas decisões. Ao meu querido irmão Fabrício Siviero da Silva que também sempre me apoiou e me ajudou da forma que pode para a constituição deste trabalho. A minha cunhada Maria Rosa de Campos, que também sempre me incentivou.

Agradeço ao meu namorado, futuro noivo e esposo, Alison Valmor Dalbon, que também foi muito importante durante a caminhada. Mais uma vez foi meu amigo, conselheiro, acima de tudo muito compreensivo, pois tive que dedicar a maior parte do tempo aos estudos e o namoro ficou em segundo plano. Por escutar todas as minhas preocupações e angústias, nunca me esquecerei de todo seu esforço para me ajudar em tudo.

Agradeço imensamente a minha querida orientadora Dra. Lucieli M. Trivizoli por todo carinho que teve comigo durante esses dois anos, por todas as suas sugestões e conselhos e, também, se preocupar comigo como pessoa, escutando meus problemas particulares. Por compartilhar comigo seus saberes, puxar minha orelha quando necessário, corrigindo até meus erros de fala. Tudo isso contribuiu muito para a minha formação pessoal e profissional. Tenho-lhe grande admiração, foi uma honra ser sua orientanda e espero poder um dia compartilharmos mais quatro anos de experiência, muito obrigada por tudo.

Aos meus companheiros de estudo Rozély, Franciely, Ederson e Cleiton, como nomeamos nosso “trio de cinco: Cléderson, Gabriela e Franxete”. Foi ótima a companhia, a diversão e sobretudo o aprendizado nesses dois anos. Agradeço muito a Rozély por ceder algumas noites de pouso em casa de sua madrinha, é bom saber que sempre posso contar com ela. Aos “meninos bonitos”, como diz minha mãe, obrigada por todas as caronas e excelente conversa durante as viagens!!! A “Fran” que também adorei conhecer. Apesar de nos

conhecermos há pouco tempo, gosto muito de todos e quero levar essa amizade para o resto de minha vida.

Meu agradecimento especial aos meus compaheiros de grupo de estudos Lorena, Vanessa, Wynston e Antonio por todas as contribuições feitas para o desenvolvimento do trabalho.

Ao meu querido amigo Bruno que mesmo longe sempre esteve me apoiando e compartilhando suas experiências.

À professora Dra. Lilian Akemi Kato por ter aceitado o convite para fazer parte da banca avaliadora e também por ter me acolhido no seu grupo de estudos no primeiro ano do mestrado.

Ao professor Dr. Iran Abreu Mendes por também ter aceitado nosso convite para avaliar o trabalho.

Ao professor Dr. Fábio Alexandre Borges que sempre torceu por mim, será meu eterno orientador.

À direção da escola por ter permitido o desenvolvimento do trabalho e à professora do 4º ano por ceder suas aulas.

À CAPES pelo apoio financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

E a todos que de alguma forma contribuíram para esta caminhada.

“Não se conhece completamente uma ciência enquanto não se souber da sua história”.

(Augusto Comte)

ENSINO DE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO BASEADO EM INFORMAÇÕES HISTÓRICAS: UM ESTUDO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar as potencialidades da História da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir de uma proposta de ensino de sistemas de numeração fundamentada nos aspectos da História da Matemática. O tema sistema de numeração se trata de um conteúdo importante para os Anos Iniciais, sendo que muitos autores destacam a utilização da História da Matemática como um recurso para o trabalho com esta temática. Dessa forma, foi realizada uma atividade com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, localizada no município de Moreira Sales – Paraná, envolvendo propriedades dos sistemas de numeração maia, chinês e o indo-arábico. Por meio dessa implementação buscamos identificar quais potencialidades pedagógicas da História da Matemática descritas por Miguel e Miorim (2011) no livro “História na Educação Matemática: propostas e desafios” se evidenciaram na realização da atividade, para isso, foram criadas três categorias de análises relacionadas ao potencial do material trabalhado para o professor, para o aluno e para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Algumas das potencialidades identificadas na pesquisa foram: a história como fonte de seleção de sequências e métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar; a história como fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade; e a história como fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento. Espera-se que com esta pesquisa, possamos contribuir com os estudos voltados para a área de História da Matemática, principalmente com foco nos Anos Iniciais, e cooperar nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática nessa faixa etária, especificamente para o ensino do sistema de numeração.

Palavras-chave: Educação Matemática. História na Educação Matemática. Anos Iniciais. Sistema de Numeração.

TEACHING OF NUMBERING SYSTEMS BASED ON HISTORICAL INFORMATION: A STUDY IN THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL

ABSTRACT

This study aimed to investigate the potential of the history of mathematics for the early years of elementary school from a proposal for teaching of numeration systems based on aspects of the history of mathematics. The issue numbering system is an important content for the early years, many authors highlight the use of the history of mathematics as a resource to work with this theme. In this way, an activity was held with students in the fourth grade of elementary school to a public high school located in the municipality of Moreira Sales-Paraná, involving properties of the Mayan numbering systems, Chinese and Arabic-Indic. Through this we seek to identify which implementation pedagogical potential of the history of mathematics described by Miguel and Miorim (2011) in the book " História na Educação Matemática: propostas e desafios" If showed in carrying out that activity were created three categories of potential related analyses of the material worked for the teacher to the student and to the process of teaching and learning of mathematics. Some of the potential identified in the survey were: the story as a source for selection of appropriate teaching methods and sequences to different topics of School Mathematics; the story search as a source of understanding and meanings for the teaching and learning of mathematics in school today; and the story as a source for understanding the nature and distinctive characteristics and the specific mathematical thinking in relation to other kinds of knowledge. It is hoped that with this research, we can contribute with research focused on the area of the history of mathematics primarily focusing in the initial years, and cooperate in the processes of teaching and learning of mathematics in this age group more specifically for the teaching of the numbering system.

Keywords: Mathematics Education. History in Mathematics Education. Early Years. Numeral Systems.

Lista de Figuras

Figura 1: Sistema de numeração maia.....	62
Figura 2: Escritas da numeração maia.....	62
Figura 3: Escrita do número 20 na numeração maia.	63
Figura 4: Representação maia do número 4399	63
Figura 5: Números Chineses.....	65
Figura 6: Representação do número 8467 no sistema chinês.....	65
Figura 7: Escrita do número 434	66
Figura 8: Números Chineses.....	66
Figura 9: Escrita dos números 522 e 87941 utilizando a mudança de representação entre ordens	67
Figura 10: Base de isopor confeccionada para trabalhar com o sistema maia.	72
Figura 11: Materiais utilizados para a representação do sistema maia.....	73
Figura 12: Base de isopor confeccionada para trabalhar os sistemas maias e indo-arábico. ...	73
Figura 13: Materiais utilizados para representar o sistema chinês.....	74
Figura 14: Material Dourado	74
Figura 15: Representação do sistema maia.....	85
Figura 16: Base de isopor.....	86
Figura 17: Materiais entregues aos alunos.	86
Figura 18: Folha entregue aos alunos.....	87
Figura 19: Divisões de ordens.....	88
Figura 20: Representação do número 1 no sistema maia.	88
Figura 21: Representação do número 20 no sistema maia.	89

Figura 22: Representação do número 400 no sistema maia.	89
Figura 23: Representação do número 2000 no sistema maia.	89
Figura 24: Representação do número 100 no sistema maia.	89
Figura 25: Representação do número 5 no sistema maia.	90
Figura 26: Representação maia para o número 15.	90
Figura 27: Representação maia para o número 19.	91
Figura 28: Representação maia para o número 0.	91
Figura 29: Representação dos valores 3 e 6 na numeração maia.	92
Figura 30: Soma dos valores 3 e 6.	92
Figura 31: Representação dos números 18 e 14 na numeração maia.	93
Figura 32: Representação dos números 18 e 14 na numeração maia.	93
Figura 33: Segundo passo para a realização da soma dos valores 18 e 14.	94
Figura 34: Substituição de cinco pedras por um graveto.	94
Figura 35: Substituição de quatro gravetos por uma pedra.	95
Figura 36: Representação do número 9 feita pela dupla 2.	95
Figura 37: Valores 13 e 6 representados pela dupla 4.	96
Figura 38: Soma dos valores 1 e 19 realizada pela dupla 6.	97
Figura 39: Soma dos valores 10 e 11 realizada pela dupla 3.	97
Figura 40: Representação feita pela dupla 1 para a soma de $10 + 16$	98
Figura 41: Exemplo da forma de proceder a troca de quatro gravetos por uma pedra na ordem superior.	100
Figura 42: Troca entre ordens realizada pela dupla 1.	100
Figura 43: Representação do Sistema chinês.	103
Figura 44: Base de isopor.	104

Figura 45: Materiais entregues aos alunos.	105
Figura 46: Folha entregue aos alunos.	105
Figura 47: Representação do número 7.	106
Figura 48: Representação dos valores 7 e 2.	107
Figura 49: Representação da soma dos valores 7 e 2.	107
Figura 50: Representação do número 11.	108
Figura 51: Representação do número 8 feita pela dupla 2.	108
Figura 52: Representação dos valores 3 e 5.	109
Figura 53: Representação da soma dos valores 9 e 2.	109
Figura 54: Representação do valor 11.	110
Figura 55: Representação do valor 126 feita pela dupla 1.	111
Figura 56: Representação incorreta do valor 126.	113
Figura 57: Representação correta do valor 126.	113
Figura 58: Representação do valor 115 feita pela dupla 2.	114
Figura 59: Representação correta do valor 115.	115
Figura 60: Representação do número 1 e explicação da composição dos números 6, 7, 8 e 9.	116
Figura 61: Representação do valor 208 feita pela dupla 3.	116
Figura 62: Representação da soma dos valores 110 e 231.	117
Figura 63: Representação da soma dos valores 126 e 115.	118
Figura 64: Alunos trabalhando com o material dourado.	119
Figura 65: Exemplo apresentado pelo livro didático sobre os números no cotidiano.	124
Figura 66: Exemplo apresentado pelo livro didático sobre a importância dos números no cotidiano.	125

Lista de tabelas

Tabela 1: Dissertações e teses brasileiras sobre História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	33
Tabela 2: Características dos trabalhos	50
Tabela 3: Características dos sistemas numéricos indo-arábico, chinês e maia.....	67
Tabela 4: Tabela entregue aos alunos.....	87
Tabela 5: Tabela entregue aos alunos.....	106

Lista de quadros

Quadro 1: Representação de números no sistema maia.	63
Quadro 2: Conteúdos Conceituais e Procedimentais - Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais.	70

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	22
1.1 História na Educação Matemática	22
2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	32
2.1 Dissertações e teses acerca da temática História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	32
3 ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	60
3.1 O tema matemático do trabalho	60
3.1.1 Sistema de Numeração Maia	61
3.1.2 Sistema de numeração Chinês	65
3.2 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino do sistema de numeração decimal	68
3.3 O contexto da pesquisa	74
3.3.1 O público trabalhado	75
3.3.2 A Escola	76
3.3.3 A professora da turma	77
3.3.4 Aspectos metodológicos da pesquisa	77
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE	82
4.1 Aplicação da Atividade	82
4.1.1 Aplicação do dia 06/07/2016 das 7h40 às 9h40	82
4.1.2 Aplicação do dia 07/07/2016 das 7h40 às 9h40	102
4.2 Potencialidades Identificadas	126
4.2.1 Potencialidades relacionadas ao professor.	127
4.2.2 Potencialidades relacionadas ao aluno.	130
4.2.3 Potencialidades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.	132
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	134
6 REFERÊNCIAS	137

ANEXOS	142
Entrevista	142
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	145

INTRODUÇÃO

O interesse em trabalhar com os Anos Iniciais é decorrente do Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvido no ano de 2014, com foco nos Anos Iniciais, no qual foram trabalhados os ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2008) que são a combinação entre dois paradigmas (paradigma do exercício e cenário para investigação)¹, e três tipos de referência (a matemática pura, semi-realidade e realidade)². A partir dos paradigmas e das referências foram constituídos seis ambientes de aprendizagem, trabalhados com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Moreira Sales no noroeste do Paraná por meio de simulações de transações comerciais a partir da criação de uma moeda fictícia.

Para realizarem as simulações de transações comerciais os alunos tiveram que utilizar as quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). A partir disso, foi possível verificar que os alunos apresentaram dificuldade nos cálculos, com relação às estruturas dos algoritmos, no momento de realizarem a troca entre as ordens na adição e na subtração.

Com isso, houve o interesse em desenvolver algo voltado para o trabalho dessas características, mais especificamente sobre o nosso sistema de numeração decimal, uma vez que para que haja a compreensão das estruturas dos algoritmos das operações aritméticas é preciso saber as características do sistema decimal.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), com relação ao ensino do sistema de numeração decimal, é apresentado que quando as crianças ingressam na vida escolar, já possuem um conhecimento razoável dos números naturais. Na prática escolar, o mais comum é tentar explicar, logo de início, as ordens que compõem uma escrita numérica: unidade, dezena,

¹ No paradigma do exercício o professor é o principal responsável pelo processo de ensino e aprendizagem, apresentando para os alunos ideias e técnicas matemáticas para serem reproduzidas por eles por meio da resolução de exercícios cujo objetivo é a solução final. Já num cenário para investigação, os alunos têm a oportunidade de desenvolver suas próprias estratégias para a resolução de um problema, sendo o papel do professor de mediador, orientando os alunos em suas descobertas (SKOVSMOSE, 2008).

² Além do paradigma do exercício e do cenário para investigação os ambientes de aprendizagem fazem referência à Matemática pura, que são exercícios que trabalham apenas com as regras da Matemática e referência à semi-realidade, que é uma realidade criada para contextualizar um problema, uma situação artificial na qual não são necessárias outras informações para resolver o problema sendo o único propósito apenas resolver o exercício. Na terceira referência à realidade são trabalhos com temas da realidade, os dados do problema são dados reais, o que permite aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades não focando apenas nos conceitos matemáticos e, o pressuposto de que existe somente uma resposta correta já não faz mais sentido (SKOVSMOSE, 2008).

centena, etc. Apesar disso parecer simples para quem já conhece as regras do sistema de numeração decimal, o que se observa é que os alunos apresentam dificuldades em compreender essas regras, sendo que o recurso à história da numeração pode contribuir para um trabalho interessante com os números e, em especial, com o sistema de numeração (BRASIL, 1997).

Além de contribuir com o ensino do sistema de numeração também são apresentados outros argumentos sobre a utilização da História da Matemática pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), a saber: a incorporação da História da Matemática como recurso didático, juntamente com outros recursos e mediante um processo de transposição didática, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática, tais como desenvolver no aluno atitudes e valores mais favoráveis diante do conhecimento matemático, servir como um instrumento de resgate da própria identidade cultural, esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, deste modo, contribuir para a concepção de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997).

Nacarato, Mengali e Passos (2009) acreditam que a criação de um ambiente propício à aprendizagem seja algo fundamental para o movimento de produção de conhecimento matemático em sala de aula nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Uma das características desse ambiente diz respeito à relação dialógica que deve ser estabelecida em sala de aula entre os próprios alunos e entre eles e o professor. Deve-se criar um ambiente de compartilhamento de ideias e saberes, no qual o professor deve dar voz e ouvir o que os alunos têm a dizer, ambos devem se envolver na atividade intelectual de produzir Matemática, na qual o professor deixa de ser o único sujeito ativo e detentor do conhecimento e os alunos passam a ser o centro do processo de ensino e aprendizagem, tornando-se sujeitos ativos. Dessa forma, os processos de pensamento e as estratégias dos alunos precisam ser valorizados, e a ideologia da certeza deve ser desafiada, dando lugar às discussões ao invés do absolutismo do “certo e errado” (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014).

Segundo MIGUEL et al, (2009), a História da Matemática pode proporcionar esse ambiente de compartilhamentos de ideias e autonomia para os alunos. Além disso, outros argumentos são apontados para a utilização da História da Matemática em sala de aula, a saber: possibilita a desmistificação da Matemática como algo pronto e acabado; situa a Matemática como uma manifestação cultural; permite aos alunos compreenderem como os conceitos matemáticos se desenvolveram e sua evolução até os dias atuais; promove a aprendizagem

significativa e compreensiva da Matemática; possibilita a explicação do porquê do surgimento de um determinado objeto, entre outros (MIGUEL; MIORIM, 2011; MIGUEL 1997; MIGUEL, et al, 2009; D'AMBROSIO, 1996; MENDES, 2009).

Outro ponto a ser levado em consideração é o fato de que as experiências iniciais dos alunos condicionam, em grande parte, a sua relação futura com a disciplina de Matemática (SERRAZINA, 2014), então, se os alunos desde os primeiros anos escolares tiverem contato com a História da Matemática saberão que a Matemática é uma criação humana, desenvolvida por conta das necessidades e aperfeiçoada ao longo dos anos, e que ela não é apenas uma disciplina a ser estudada na escola, mas sim para ser utilizada no nosso dia a dia. Dessa forma os alunos não irão criar uma visão errônea da Matemática como sendo desenvolvida apenas por pessoas específicas e sem utilidade fora da sala de aula.

Apesar de vários estudos e argumentos reforçadores sobre o uso didático da História da Matemática, “pouquíssimas são as ações no sentido de efetivar o estudo da História da Matemática pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental” (SANTOS, 2013, p.152). Além disso, “há ainda muito a se refletir sobre como utilizar os recursos e conhecimentos, até então obtidos de forma objetiva e sistemática no processo de ensino/aprendizagem” (SANTOS, 2013, p. 11).

A partir do que foi apresentado decidimos realizar um trabalho voltado para a História da Matemática que contribuísse com o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo sobre sistema de numeração decimal.

Sendo assim, pensando nas possibilidades do uso da História da Matemática nos Anos Iniciais, elaboramos o seguinte problema de pesquisa: Que contribuições a História da Matemática pode trazer ao processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

A fim de buscar a resposta para a questão proposta, elaboramos os seguintes objetivos que nortearam nossa pesquisa:

OBJETIVOS

GERAL:

Identificar as potencialidades da História da Matemática segundo Miguel e Miorim (2011) evidenciadas em uma aplicação de atividade com alunos dos Anos Iniciais.

ESPECÍFICOS:

Discutir as potencialidades da História da Matemática para o ensino de sistemas de numeração nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental;

Apresentar e discutir uma proposta de atividade para construção de conhecimento matemático escolar nos Anos Iniciais, dentro do contexto de sistemas de numeração; e

Contribuir com as discussões e com os pesquisadores e profissionais que estudam e investigam a Matemática para os primeiros anos escolares.

Com o intuito de trabalharmos com as características do nosso sistema de numeração decimal – que são: o agrupamento de 10, a troca, a dupla função do zero (indicar a ausência de unidade de uma determinada ordem, unidade, dezena, centena, etc e “guardar a posição” de uma ordem vazia) e o valor posicional – decidimos elaborar uma atividade sobre os sistemas de numeração maia, chinês e indo-arábico. Tal escolha deu-se por conta de suas características: os três sistemas são posicionais; apenas o sistema chinês não possui uma representação para o zero, o que nos permitiu mostrar a importância do zero no nosso sistema; o sistema chinês e o indo-arábico empregam a base dez e o sistema maia a base vinte, o que nos possibilitou mostrar aos alunos que existem outras bases utilizadas por outros sistemas e também possibilitou aos alunos trabalharem com outras formas de agrupamentos sem ser de dez em dez.

Para a elaboração da atividade inspiramo-nos em dois vídeos que foram pesquisados, um sobre o sistema maia e outro o sistema chinês. Decidimos trabalhar com o uso de materiais manipuláveis para representar cada sistema.

O sistema maia era representado por pontos que valiam uma unidade, traços que valiam cinco unidades e uma concha que representava o zero, para nossa atividade utilizamos pedras para representar as unidades, os gravetos para representar cinco unidades e conchinhas para representar o zero. O sistema chinês era representado por traços verticais e horizontais, para nossa atividade utilizamos palitinhos de sorvetes cortados ao meio e para representar o sistema indo-arábico utilizamos o material dourado. Também confeccionamos uma base de isopor com três divisões de ordens: para o sistema maia a ordem das unidades simples, as das vintenas e as das quatro centenas, e para o sistema chinês e o indo-arábico a ordem das unidades simples, as das dezenas e as centenas.

Em sala foram trabalhadas as representações de cada um desses sistemas. A turma escolhida para a realização da atividade foi um 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada em Moreira Sales – Paraná. A aplicação ocorreu no período matutino, contando com a participação de 14 alunos com a faixa etária de 9 a 10 anos, sendo trabalhadas duas horas-aula por dia em dois dias de aplicação.

A pesquisa teve uma abordagem qualitativa e para coleta de dados foram utilizados gravadores de áudio, os registros escritos dos alunos, um diário de campo e uma entrevista realizada com a professora da turma a fim de conhecermos um pouco sobre sua formação, sua prática pedagógica e conhecermos também sobre a turma.

Após a aplicação da atividade foram identificadas quais potencialidades elencadas por Miguel e Miorim (2011) se evidenciaram em nossa aplicação, para isso, criamos três categorias de análise relacionadas ao potencial do material para o professor, para o aluno e para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

A dissertação está organizada em seis seções, a saber:

Na primeira seção “História da Matemática” são apresentadas algumas considerações sobre a utilização da História da Matemática em sala de aula, ressaltando as potencialidades pedagógicas elencadas por Miguel e Miorim (2011) as quais foram investigadas em nosso trabalho.

Na segunda seção intitulada “História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental” descrevemos uma busca realizada da produção brasileira de dissertações e teses que pesquisaram sobre a utilização da História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com o objetivo de verificar o que já havia sido produzido sobre a temática que pudesse auxiliar em nossa pesquisa. Apresentamos o caminho realizado para o desenvolvimento dessa busca, os trabalhos identificados, suas características, e destacamos os argumentos apresentados sobre os benefícios do uso da História da Matemática nos primeiros anos escolares. Por fim, apresentamos os aspectos destes trabalhos que se relacionam com nossa pesquisa.

Na terceira seção “Ensino do Sistema de Numeração Decimal e aspectos metodológicos da pesquisa” são apresentados o tema matemático abordado na pesquisa, sendo descritas as características dos sistemas de numeração trabalhados e, também, o público a ser atingido pelo conteúdo, o modo como os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem o ensino do sistema de numeração decimal nos Anos Iniciais e de que modo a história contribui para isso.

Finalizando a seção explicitamos o contexto em que foi realizada a pesquisa: a turma escolhida para aplicação, a professora da turma, a escola, como foi desenvolvida a intervenção e os instrumentos de pesquisa e análise utilizados para estudar os resultados obtidos.

Na quarta seção é feita a descrição da aplicação da atividade e as análises realizadas, que ocorreram por meio da elaboração de três categorias, a partir das potencialidades elencadas por Miguel e Miorim (2011) relacionadas ao potencial do material para o professor, para o aluno e para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Na quinta seção tecemos nossas considerações finais sobre o trabalho.

Por fim, na sexta seção, são apresentadas as referências consultadas neste estudo.

1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Nesta seção apresentamos os principais argumentos de autores que defendem a incorporação da História da Matemática no ambiente de sala de aula, nos quais nos fundamentamos para a realização das análises. Também é apresentado o que os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem acerca da utilização da História da Matemática no que se refere ao ensino e aprendizagem da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

1.1 História na Educação Matemática

Atualmente diversos estudiosos vêm se dedicando a construir argumentos e a propor ações sobre a utilização da História da Matemática no ensino de Matemática, dentre eles Mendes (2009), Miguel (1997), Miguel e Miorim (2011); (2002), Miguel et al (2009).

Segundo Miguel e Miorim (2011) as preocupações em torno das questões históricas relativas ao ensino e a aprendizagem da Matemática ganharam força na década de 80, no plano internacional, por meio da criação do *International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics* (HPM), grupo filiado à Comissão Internacional de Ensino de Matemática (ICMI). No Brasil, foi em 1999 que o movimento em torno da História da Matemática se intensificou visivelmente, especialmente a partir da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) no III Seminário Nacional de História da Matemática, ocorrido na cidade de Vitória (ES). Atualmente, o movimento em torno da História da Matemática já é tão amplo e diversificado que podemos distinguir diferentes campos de pesquisas autônomos que constituem a própria História da Matemática,

[...] o movimento em torno da História da Matemática já é tão amplo e diversificado que poderíamos acusar a constituição, em seu interior, de vários campos de pesquisa autônomos, que, no entanto, mantêm, em comum, a preocupação de natureza histórica incidindo em uma das múltiplas relações que poderiam ser estabelecidas entre a História, a Matemática, a Educação. Dentre tais campos de investigação, três deles se destacam: o da História da Matemática propriamente dito, o da História da Educação Matemática e o da História na Educação Matemática (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 11).

O campo História da Matemática é concebido como “processo ou atividade, isto é, como um campo de investigação, e não unicamente como produto, ou seja, como um campo de conhecimento ou conjunto cumulativo de ideias ou resultados” (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 186), sendo incluído nesse campo de investigação:

[...] todo estudo de natureza histórica que investiga, diacrônica ou sincronicamente, todas as dimensões da atividade matemática na história em todas as práticas sociais que participam e/ou participaram do processo de produção de conhecimento matemático: os modos de constituição e transformação dessa atividade em quaisquer épocas, contextos e práticas; as comunidades de adeptos e/ou as sociedades científicas ligadas a essa atividade; os métodos de produção e validação do conhecimento matemático gerados por essa atividade; os processos de abandono e incorporação de objetos antigos ou novos de investigação por essa atividade; a natureza e os usos sociais dos conhecimentos produzidos nessa atividade; os produtores de conhecimentos que se envolveram com essa atividade; as obras nas quais esses conhecimentos foram expostos; as instituições sociais que promoveram e/ou financiaram essa produção, etc (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 186).

Já o campo História da Educação Matemática está relacionado com a “dimensão que se preocupa exclusivamente em investigar os processos sociais intencionais de circulação, recepção, apropriação e transformação” (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 187) de uma atividade matemática. São incluídos nesse campo de investigação

[...] todo estudo de natureza histórica que investiga, diacrônica ou sincronicamente, a atividade matemática na história, exclusivamente em suas manifestações em práticas pedagógicas de circulação e apropriação do conhecimento matemático e em práticas sociais de investigação em educação matemática do modo como concebemos esse campo em todas as dimensões dessa forma particular de manifestação da atividade matemática: os seus modos de constituição e transformação em qualquer época, contexto e práticas; a constituição de suas comunidades de adeptos e/ou de suas sociedades científicas; os métodos de produção e validação dos conhecimentos gerados por essa atividade; os processos de abandono e incorporação de objetos de investigação por essa atividade; a natureza e os usos sociais dos conhecimentos produzidos nessa atividade; os produtores de conhecimentos que se envolveram com essa atividade; as obras nas quais esses conhecimentos foram expostos; as instituições sociais que promoveram e/ou financiaram essa produção, etc (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 187).

Nosso trabalho se insere no campo da História na Educação Matemática que inclui todos os estudos que tomam como objeto de investigação “os problemas relativos às inserções efetivas da história na formação inicial ou continuada de professores de Matemática; na formação matemática de estudantes de quaisquer níveis” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 11) no nosso caso nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Além desses também são considerados os estudos “em livros de Matemática destinados ao ensino em qualquer nível e época; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino da Matemática; na investigação em Educação Matemática, etc” (idem, p. 11).

Dentre os argumentos utilizados para justificar a inclusão do discurso histórico na Matemática escolar, encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) para a área de Matemática no Ensino Fundamental que um dos papéis que a Matemática deve desempenhar no Ensino Fundamental é trabalhar a pluralidade cultural, explicitando aos alunos que

A construção e a utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, cientistas ou engenheiros, mas, de formas diferenciadas, por todos os grupos socioculturais, que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, medir, desenhar, representar, jogar e explicar, em função de suas necessidades e interesses (BRASIL, 1997, p. 27-28).

Uma das funções da História da Matemática seria justamente contribuir para a superação do preconceito de que a “Matemática é um conhecimento produzido exclusivamente por determinados grupos sociais ou sociedades mais desenvolvidas” (BRASIL, 1997, p. 28) ao mostrar como ocorreu a produção de um determinado conhecimento, histórica e socialmente.

Mendes, Fossa e Valdés (2006) corroboram com esta ideia ao dizerem que se preocupam com caracterizações da Matemática como sendo uma ciência à parte, sem história e sem inter-relações com outros aspectos da cultura humana, o que dificultaria a apreciação do desenvolvimento da própria Matemática e o importante papel que a mesma desempenha nos outros campos do saber.

No entanto, quando o conhecimento é visto como algo que cresce e se desenvolve historicamente nas mais variadas direções, fica claro que o conhecimento matemático trata de objetos culturais produzidos e utilizados em cada fase do desenvolvimento das sociedades espalhadas pelo planeta, ao longo dos anos (MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006, p. 11).

Assim, a transformação do conhecimento matemático ocorre à medida que outros objetos culturais se transformam e são incorporados em cada momento histórico de cada sociedade (MENDES; FOSSA; VALDÉS, 2006).

D’Ambrosio (1996) também acredita que o uso da história possibilitaria mostrar a Matemática “como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, com a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução” (p. 10). Ele ainda aponta algumas das que considera principais finalidades da História da Matemática, são elas:

Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade;

Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio; e desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico. (D'AMBROSIO, 1996, p. 10).

Essas finalidades estão relacionadas à desmistificação da Matemática ao mostrar, historicamente, o desenvolvimento do conhecimento matemático revelando os caminhos trilhados e obstáculos superados, desmistificando, assim, a falsa impressão de que a Matemática teve um desenvolvimento linear e está pronta e acabada. Sendo este um dos argumentos utilizados por muitos autores que defendem a importância da história no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por considerar que “[...] a forma lógica e emplumada através da qual o conteúdo matemático é normalmente exposto ao aluno, não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 52) e que o ensino, por meio da história, possibilitaria a desmistificação da Matemática e o estímulo à politização do seu ensino.

Ainda Miguel e Miorim (2011) dizem ser possível buscar na História da Matemática apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, por exemplo:

1. A matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 53).

Além do que já foi apresentado, os Parâmetros consideram várias outras funções que a História da Matemática pode desempenhar mediante um processo de transposição didática³ e com o auxílio de outros recursos didáticos e metodológicos, tais como: desenvolver nos alunos atitudes e valores mais favoráveis ao conhecimento matemático; servir como um instrumento

³ Transposição didática no sentido de adequar o material com o nível específico que se pretende trabalhar.

de resgate da própria identidade cultural; esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos do conhecimento (BRASIL, 1997).

Outro argumento utilizado pelos autores para a incorporação da História da Matemática seria seu potencial motivador. Muitos acreditam que “o conhecimento histórico da Matemática despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo matemático que lhe estariam sendo ensinado” (MIGUEL E MIORIM, 2011, p. 16).

Fauvel (1991) apud Miguel et al (2009) é um dos defensores desse argumento ao dizer que a história aumentaria a motivação para a aprendizagem Matemática. Nesse sentido, o autor justifica a importância do uso da história no ensino de Matemática pelo fato de que ela humaniza a Matemática, mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo, possibilita a compreensão de como os conceitos de desenvolveram, contribui para as mudanças de percepção dos alunos com relação à Matemática e suscita oportunidades para a investigação em Matemática.

Entretanto, o fato de incluir a história da Matemática nas aulas, por si só não garante motivação. Entendemos que a questão da motivação também está relacionada a outros aspectos e é papel do professor utilizar caminhos diversificados, variados instrumentos para motivar o aprendizado dos alunos. Dessa maneira, a história da Matemática é um desses caminhos. Para Mendes (2006) a história como fonte de motivação para a aprendizagem da Matemática “é considerada imprescindível para que as atividades de sala de aula se tornem atraentes e despertem o interesse dos estudantes para a matemática” (p. 91).

Também encontramos o argumento de que a história pode ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo Mendes (2009) o trabalho com a investigação histórica pode contribuir para o processo de cognição matemática de forma significativa. Ele ainda destaca que,

A viabilidade de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino de Matemática centrado na investigação; o que conduz o professor e o aluno à compreensão do movimento cognitivo estabelecido pela espécie humana no seu contexto sociocultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo da Matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura (MENDES, 2009, p. 91).

Portanto, essa perspectiva investigatória constitui-se em um agente da cognição Matemática em sala de aula, levando professor e alunos a compreenderem o processo de construção da Matemática em cada contexto e momento histórico específicos (MENDES, 2009).

Mendes (2006) ainda afirma que a história como fonte de significação constitui-se em uma função importante para a Educação Matemática, visto que por meio dessa abordagem “é possível contribuir para que os estudantes alcancem uma aprendizagem integral e ampla da matemática escolar, ou seja, desenvolvam uma compreensão relacional dos conceitos matemáticos estudados” (p. 93). Por meio dos significados será possível estabelecermos uma conexão construtivista entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da Matemática, “de modo a fazer com que os estudantes passem a observar o seu contexto cotidiano e compreendam a matemática que está sendo feita hoje, de acordo com o momento histórico atual” (MENDES, 2006, p. 93).

Valdés (2006) também se posiciona diante desse argumento dizendo que “a consideração do desenvolvimento histórico dos entes matemáticos permite trabalhar na ação docente com as concepções primárias desses entes, o que indiscutivelmente ajudaria a esclarecer a compreensão destes por parte dos alunos” (p. 62).

Ele afirma que o que se pretende ao trabalhar com a história é transmitir, de uma forma mais sistemática possível, os processos de pensamento eficazes na resolução de verdadeiros problemas e não cair nos erros em que muitos caem:

1. Visão linear e acumulativa do desenvolvimento da matemática, que ignora as crises e reformulações profundas das teorias e dos conceitos.
2. Visão aproblemática e ahistórica, que transmite conhecimentos já elaborados como fatos assumidos sem mostrar os problemas que geraram sua construção.
3. Visão individualista, na qual o conhecimento matemático aparece como obra de gênios alienados, ignorando o papel do trabalho coletivo de gerações e de grupos matemáticos.
4. Visão elitista, que esconde a significação dos conhecimentos atrás do aparato matemático e apresenta o trabalho científico como um domínio reservado a minorias, especialmente dotadas.
5. Visão descontextualizada socialmente neutra, alijada dos problemas do mundo e ignorando suas complexas interações com as outras ciências, a técnica e a sociedade. Proporciona uma imagem dos matemáticos fechados em ambientes e alheios à necessária tomada de decisão (VALDÉS, 2006, p. 19).

Muitos desses erros estão atrelados ao modo como o ensino de Matemática é apresentado aos alunos ao longo dos anos escolares e que os levam a crer em todas essas visões errôneas apresentados por Valdés (2006).

Segundo Miguel et al (2009) a história pode ser uma grande aliada quanto à superação de um dos obstáculos mais comuns enfrentados nas aulas de Matemática, o qual refere-se aos questionamentos dos alunos sobre os porquês do modo como determinados tópicos são apresentados de determinada maneira.

Para os autores, a história pode auxiliar-nos na explicação desses porquês, “desde que possamos incorporar às atividades de ensino e aprendizagem aspectos históricos necessários a solução desse obstáculo” (MIGUEL, et al, 2009, p. 109). É necessário que tais informações históricas passem por adaptações pedagógicas conforme os objetivos desejados, e sempre que necessário deve-se recorrer a materiais manipulativos sem perder de vista “que a aprendizagem deve ser alcançada a partir das experiências e reflexões dos próprios estudantes” (MIGUEL, et al, 2009, p. 109). Assim, os alunos devem deixar de ser meros espectadores para tornarem-se ativos, “numa posição em que participem, compreendam e questionem o próprio conhecimento matemático escolar” (p. 109).

O interesse em utilizar a História da Matemática é que “seja possível trazermos para o ensino da Matemática, o máximo de esclarecimentos possíveis sobre determinado tópico matemático, visando explorar suas implicações pedagógicas nas atividades de sala de aula” (MIGUEL et al, 2009, p. 112).

Miguel e Miorim (2011) realizaram uma análise acerca da participação do discurso histórico em produções brasileiras destinadas à Matemática escolar, e de diferentes pontos de vista de autores que põem em destaque e/ou operacionalizam formas de participação da história no âmbito da Educação Matemática, então, eles identificaram os seguintes argumentos utilizados para justificar a participação da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática:

1. fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino;
2. fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar;
3. fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino aprendizagem da Matemática escolar;
4. fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar;

5. fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade;
6. fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
7. fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
8. fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática;
9. fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento;
10. fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino;
11. fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas;
12. fonte que possibilita uma conscientização epistemológica;
13. fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual;
14. fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática;
15. fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento;
16. fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61-62).

Esses argumentos foram utilizados para a realização de nossas análises, para isso, foram criadas três categorias de análises relacionadas ao professor, ao aluno e ao processo de ensino e aprendizagem. Em cada uma dessas categorias foram agrupados os argumentos elencados anteriormente conforme suas características e que serão descritos na quarta seção do trabalho.

Assim como há os argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas também há os argumentos questionadores, os quais não podemos deixar de citar. São eles, “a ausência da literatura adequada, a natureza imprópria da literatura disponível, a história como um fator complicador, a ausência do sentido de progresso histórico” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 63).

O primeiro argumento questionador seria a ausência de literatura adequada para ser acessada pelo professor, o que impediria a utilização pedagógica da história. O que para Miguel e Miorim (2011)

[...] deveria ser entendido como um apelo à necessidade de constituição de núcleos de pesquisa em história da matemática dos quais façam parte historiadores, matemáticos e educadores matemáticos e outros profissionais

que possam contribuir para a elaboração de reconstituições esclarecedoras de épocas, temas, situações e biografias (p. 63).

O segundo argumento está diretamente relacionado ao primeiro, uma vez que afirma que “a natureza da literatura histórica disponível a torna particularmente imprópria à utilização didática” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 63) por acabar destacando unicamente os resultados matemáticos e ocultar sua forma de produção. Mais uma vez, para Miguel e Miorim (2011), isto deveria ser encarado não como um empecilho, mas como um estímulo à continuidade das investigações nesse sentido.

O terceiro argumento afirma que a introdução do elemento histórico no ensino de Matemática, acabaria complicando ainda mais a aprendizagem ao invés de facilitar, isso porque o aluno “quando confrontado com os problemas originais e com as soluções que historicamente lhes foram dadas, dispenderia um tempo e um esforço sem precedentes, tentando reconstituir um contexto que não lhe é familiar” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 64), em compensação, o que se perderia em tempo ganharia em significado, sentido e criatividade (GRATTAN-GUINNESS, 1973 apud MIGUEL; MIORIM, 2011).

O último argumento questionador seria o fato de que as crianças têm pouco ou nenhum sentido do progresso histórico (GRATTAN-GUINNESS, 1973 apud MIGUEL; MIORIM, 2006). Segundo Miguel e Miorim (2011) para falarmos desse argumento é necessário nos deslocarmos do campo da Educação Matemática para o campo do ensino de história, isso porque esse argumento estaria relacionado a uma outra questão polêmica referente ao momento adequado para o início escolar da própria aprendizagem da História. O que está em jogo em seu argumento “não é se a criança pode recitar mecanicamente um conhecimento estereotipado de fatos históricos isolados, mas se ela é capaz de deslocar-se de seu contexto atual e adquirir uma real compreensão do passado histórico” (MIGUEL; MIORIM, 2006, p. 66). Do contrário, “em que se basearia a crença de que as crianças e adolescentes poderiam aprender significativamente a Matemática via História, se a compreensão da própria História acha-se, de partida, comprometida?” (MIGUEL; MIORIM, 2006, p. 66).

Outro obstáculo seria a dificuldade em relação a ordem dos acontecimentos no tempo, isto é, de ordenar os eventos sucessivos ou simultâneos. “Isso decorreria do fato de a criança sentir-se impotente para se desvencilhar do evento vivido e compará-lo com outros ou com algum outro tomado como referência ou, em outras palavras, dever-se-ia ao fato de ela viver no instante presente e no futuro” (MIGUEL; MIORIM, 2006, p. 67).

Com relação a esses obstáculos apresentados, Miguel e Miorim (2011) acreditam que apesar de serem bastante pertinentes não devem constituir fatores que impeçam à iniciação da construção do pensamento histórico ainda nas séries iniciais do Ensino Fundamental. E que

[...] somente essa iniciação escolar pedagogicamente adequada constitui a condição necessária, ainda que não suficiente, para a superação desses obstáculos. Pois, se assim não fosse, isto é, se essa superação pudesse ocorrer de modo espontâneo, seria de se esperar que esse universo histórico estivesse franqueado ao adulto (MIGUEL; MIORIM, 2006, p. 67).

A partir do que foi apresentado sobre os argumentos reforçadores e questionadores do uso pedagógico da História da Matemática, podemos dizer que independente da natureza dos argumentos o principal objetivo é tentar melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, buscamos investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio de uma proposta de ensino sobre sistemas de numeração. Para isso, procuramos identificar quais dos argumentos favoráveis à incorporação da história em sala de aula elencados por Miguel e Miorim (2011) se evidenciaram na aplicação da atividade.

Para contribuir com nossas análises e conclusões realizamos uma busca de dissertações e teses brasileiras que realizaram estudos mais aproximados ao proposto em nossa pesquisa, também por meio dessa revisão procuramos situar em que lugar nosso trabalho se coloca nesse campo de pesquisa.

2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nesta seção apresentamos uma busca de trabalhos acadêmicos brasileiros (dissertações e teses) com a temática História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Trazemos uma descrição do desenvolvimento de cada trabalho e destacamos os argumentos apresentados sobre os benefícios do uso da História da Matemática nos primeiros anos escolares. Por fim, apresentamos os aspectos destes trabalhos que se relacionam com nossa pesquisa.

2.1 Dissertações e teses acerca da temática História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Como dito na seção anterior realizamos uma busca de trabalhos acadêmicos, dissertações e teses brasileiras com a temática História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com o propósito de identificar o que já foi produzido acerca da temática e que pudesse contribuir com o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Os trabalhos foram consultados na forma eletrônica, por meio do banco de teses e dissertações da CAPES e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e em sites específicos de alguns programas de Pós-Graduação.

Iniciamos essa busca no banco de teses e dissertações da CAPES⁴, utilizando o termo “História da Matemática”. Foram localizados 185 registros que constavam o termo “História da Matemática”. Dos 185 trabalhos selecionamos aqueles que mais se relacionavam ao nosso interesse de estudo: o uso da História da Matemática no ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O segundo passo dessa busca foi localizar os trabalhos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)⁵, para isso também utilizamos o termo “História da Matemática”, sendo localizados 162 trabalhos dos quais foram selecionados para leitura somente aqueles relacionados com a temática de nossa pesquisa. Ainda no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações fizemos uma busca para o termo História da Matemática sem as aspas ampliando a quantidade de trabalhos localizados para 760.

⁴ Disponível no endereço: <<http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>>.

⁵ Disponível no endereço: <<http://bdtb.ibict.br/pt>>.

Por fim, fizemos uma nova busca em sites específicos dos programas de Pós-Graduação dos quais constaram trabalhos na primeira busca realizada nos sites da CAPES e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Desta, foram localizados um total de 12 publicações no período de 2001 até 2016, sendo que alguns trabalhos voltados para a formação do professor que atua nos primeiros anos escolares também foram considerados.

Na Tabela 1, a seguir, são apresentados os trabalhos selecionados os quais foram organizados conforme nome do autor, ano de publicação, título do trabalho, orientador, programa de Pós-Graduação e nível (mestrado, doutorado).

Tabela 1: Dissertações e teses brasileiras sobre História da Matemática e Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Autor	Ano	Título	Orientador	Programa	Nível
Dambros, A. A.	2001	A História da Matemática e o professor das séries iniciais: a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal	Prof ^a . Dra. Regina Flemming Damm	Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Santa Catarina	Mestrado
Soares, K. M	2004	História da Matemática na formação de professores do Ensino Fundamental – (1 ^a a 4 ^a série)	Prof. Dr. Ademir Damazio	Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado de Santa Catarina	Mestrado
Souza, E. da S.	2004	A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente	Prof. Dr. Antonio Miguel	Faculdade de Educação Universidade Estadual de Campinas	Doutorado
Dambros, A. A.	2006	O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de Matemática: possíveis relações	Prof ^a . Dra. Maria Tereza Carneiro Soares	Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Federal do Paraná	Doutorado
Pedroso, A. P.	2008	Os algoritmos no contexto da História: uma experiência na formação de professores pedagogos	Prof ^a . Dr ^a . Cláudia Regina Flores	Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e tecnológica	Mestrado
Oliveira, R. L. de	2009	Ensino de Matemática, História da Matemática e Artefatos: Possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação	Prof ^a . Dra. Bernadete Barbosa Morey	Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Doutorado

		Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental			
Ferreira, L. H. B.	2011	Ateliês de História e Pedagogia da Matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais	Prof. Dr. Iran Abreu Mendes	Programa de Pós-Graduação em Educação Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Doutorado
Santos, A. O.	2013	História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros Anos do Ensino Fundamental	Prof. Dr. Guilherme Saramago de Oliveira	Programa de mestrado em Educação Universidade Federal de Uberlândia	Mestrado
Chyczy, L. de F.	2014	A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re)construção de um conceito e suas implicações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Prof. Dr. José Carlos Cifuentes	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática	Mestrado
Leite, C. G.	2014	A Construção Histórica dos Sistemas de Numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental I	Prof. Ms. Francisco Valdemiro Braga	Programa de Pós-Graduação em Matemática em rede nacional Universidade Federal do Pará	Mestrado
Santos, A. F.	2014	Sistemas de Numeração Posicionais e não Posicionais	Prof. Dr. Vanderlei Minori Horita	Programa de Mestrado Profissional em Matemática Universidade Estadual Paulista	Mestrado
Silva, A. O.	2016	Evolução dos algoritmos das operações aritméticas ao longo da história	Profa. Dra. Lucia Maria Aversa Villela e Prof. Dr. João Bosco Pitombeira F. de Carvalho	Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática	Mestrado

Fonte: A autora.

A dissertação de Dambros (2001), “A História da Matemática e o professor das séries iniciais: a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal” teve como objetivo investigar o conhecimento dos professores de primeira série do Ensino Fundamental acerca da História da Matemática, mais especificamente sobre a história do sistema de numeração decimal e como esse conhecimento, ou a falta dele, poderia influenciar

suas práticas pedagógicas. Para o levantamento das informações foram entrevistados professores do nível de ensino já especificado, com diferentes tempos de atuação e de diversas escolas públicas e privadas de Florianópolis.

Sobre o conhecimento dos professores em História da Matemática, Dambros (2001) destaca que, em geral, “ou desconhecem a História da Matemática ou conhecem apenas alguns relatos folclóricos da história dos números” (p. 131), sendo que essas histórias “são referentes à contagem de carneiros com pedrinhas, que aparecem em vários livros didáticos e/ou são vistas em cursos” (p. 131). Ela ainda acrescenta dizendo que nas falas dos professores um enunciado se evidenciou mais fortemente: “O conteúdo de História da Matemática estudado pelos professores não teve nenhuma significação para os mesmos e eles não conhecem livros sobre esse tema” (DAMBROS, 2001, p. 131).

Com relação ao ensino/aprendizagem do sistema de numeração decimal, enfatizaram a importância do uso do material concreto, e em geral o trabalho com este conteúdo ocorre da seguinte forma:

[...] ensina-se os algarismos através de agrupamentos de objetos concretos ou desenhados até o número 9, em seguida introduz-se o conceito de dezena utilizando-se o mesmo procedimento, isto é, primeiramente através de agrupamentos e depois passando para a numeração escrita. Em geral, na 1ª série esse processo é repetido até o número 99. O valor posicional é abordado através da explicação sobre os conceitos de unidades e dezenas (e/ou também centenas) (DAMBROS, 2001, p. 138).

A utilização da origem dos números e do sistema de numeração decimal praticamente não foi citada pelos professores, sendo que aqueles que fizeram referência a sua utilização apenas utilizam para contar breve e superficialmente a história da origem dos números, e/ou fazem a dramatização dessa história.

Quando questionados sobre conhecerem outro sistema de numeração, mais da metade dos professores disseram não conhecer ou deram respostas que demonstraram seu desconhecimento, apenas dois professores relataram conhecer e trabalhar com outros sistemas de numeração.

De modo geral a importância da História da Matemática é vista por eles como “um conhecimento a mais, que serve apenas para motivar os alunos, uma forma de ilustração para as aulas, e a sua falta não acarreta nenhum prejuízo ao ensino” (DAMBROS, 2001, p. 149). Evidenciando o que Miguel e Miorim (2011) descrevem em sua obra ao dizerem que “os mais

ingênuos acabam atribuindo à história um poder quase que mágico de modificar a atitude do aluno em relação à Matemática” (p. 16), o que para muitos é a principal justificativa para a incorporação da História da Matemática em sala de aula, vista como um momento de “relax”, levando à motivação do aluno. Somente dois professores atribuíram uma importância maior ao conhecimento histórico, dizendo ser algo necessário para o trabalho e entendimento dos conteúdos (DAMBROS, 2001).

Dambros (2001) justifica que por não conhecê-la, ou por nunca tê-la estudado, o professor não consegue perceber a importância da História da Matemática, acrescenta dizendo que é indispensável uma formação adequada dos professores para garantir a qualidade no ensino.

Corroborando com essa ideia e sabendo que a História da Matemática não está presente nos currículos dos cursos de Pedagogia e Magistério, Soares (2004), em sua dissertação “História da Matemática na formação de professores do Ensino Fundamental – (1ª a 4ª série)”, propôs a um grupo de professoras das séries iniciais o estudo sobre a história dos conceitos matemáticos, dando ênfase ao sistema de numeração indo-arábico. Seus objetivos foram: “analisar o envolvimento dos professores das Séries Iniciais no estudo da História da Matemática e suas inter-relações com o processo pedagógico” (SOARES, 2004, p. 19), e “oportunizar aos professores das Séries Iniciais a aquisição de conhecimento da História da Matemática, inferindo elementos didático-metodológicos para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática” (SOARES, 2004, p. 19). Para a realização dessa investigação foi formado um grupo de estudos composto por quatro professoras das séries iniciais. Os temas propostos para o estudo foram: início da contagem, as civilizações antigas e suas contribuições e o sistema de numeração decimal.

Nas primeiras manifestações das professoras no que se refere à relação existente entre a História e o Ensino de Matemática revelaram uma certa ingenuidade por nunca terem vivenciado nenhuma reflexão a respeito da temática. Para elas, essa relação se daria por meio de acontecimentos históricos, com destaque para pessoas e datas e “a produção dos conhecimentos matemáticos era um processo cumulativo de conteúdos, ao longo do tempo, estabelecido por pessoas especiais” (SOARES, 2004, p. 126).

Conforme Miguel e Miorim (2011) muitos autores defendem a importância da incorporação da história no processo de ensino e aprendizagem da Matemática justamente por considerar que ela possibilita a desmistificação da Matemática, mostrando que “a forma lógica

e emplumada através da qual o conteúdo é normalmente exposto ao aluno, não reflete o modo como esse conhecimento foi historicamente produzido” (p. 52), ocasionando visões similares à dessas professoras, de que a Matemática é algo linear, feito por pessoas específicas, de que está pronta e acabada, etc.

No decorrer dos avanços dos estudos houve uma mudança na percepção das professoras em relação à História da Matemática,

[...] avalizaram a importância de conhecer as origens e o processo de formação/produção dos conceitos que ensinam a seus alunos. Mais do que isso passaram a admitir como indispensável à História da Matemática para a reelaboração de seus próprios conhecimentos que, de certa forma, foram abalados por se constituírem de frágeis técnicas operatórias e de ênfase para a nomenclatura (SOARES, 2004, p 127).

Para a autora a aceitação por parte das professoras, de estarem estudando um conceito matemático numa perspectiva histórica, revela a importância das reflexões oriundas da pesquisa. Segundo ela, o trabalho com a História da Matemática em sala de aula não se trata apenas de ficar contando histórias dos conteúdos ou datando-os e indicando seus personagens, mas de considerar “o conjunto de ideias e as circunstâncias sociais que os geraram” (SOARES, 2004, p. 128).

Souza (2004), em sua tese “A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente”, buscou “identificar os valores que estariam sustentando a naturalização do processo de transmissão da prática social do cálculo escrito na instituição escolar” (SOUZA, 2004, p. 24). Para isso foram realizadas entrevistas com professoras atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a fim de identificar os procedimentos utilizados no ensino do cálculo escrito das quatro operações aritméticas para seus alunos. Também foram realizadas sessões interativas de investigação, com o objetivo de “analisar algumas das formas historicamente constituídas para a realização de cálculos por escrito e as formas atualmente prevalecentes no contexto escolar brasileiro para se atingir esse mesmo objetivo” (SOUZA, 2004, p. 169).

Souza (2004) constatou que

Se nos processos históricos de apropriação pragmática da prática social do cálculo escrito, em tempos e contextos geopolíticos diferentes, a precisão do cálculo e a obtenção de resultados corretos pareciam estar direta e conscientemente ligadas a objetivos e interesses postos por outras práticas sociais como a astronômica-astrológica, a náutica, a comercial, a financeira, a

administrativa, etc., no contexto escolar de referência, ao qual os discursos das professoras participantes de nossa pesquisa nos remetem, a prática social do cálculo escrito parece não estar vinculada a outras práticas, parecendo ter adquirido uma autonomia que faz com que as noções de precisão e correção nos cálculos escritos passem a ser vistas como algo bom e desejável em si e por si mesmas (p. 261).

Sendo assim, essa naturalização do processo de transmissão das contas escritas, denominadas pela autora de prática social do cálculo escrito, estaria fortalecendo a “ideia de que não haveria outras formas de se realizar cálculos por escrito, senão por meio de uma determinada disposição numérico-espacial” (SOUZA, 2004, p. 259).

Dambros (2006), em sua tese “O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de Matemática: possíveis relações”, também realizou um trabalho com professores dos Anos Iniciais no qual buscou investigar a existência de possíveis relações entre o conhecimento da história do sistema de numeração decimal pelo professor e o modo como ensina esse conceito aos alunos. Para isso, foi realizado um estudo de caso com uma professora das séries iniciais, por diversos encontros, a história do sistema de numeração decimal foi estudada e, posteriormente, foram analisadas as alterações ocorridas nas aulas desta professora. Para realizar a análise de como a história surgiu nas aulas da professora investigada, foram consideradas duas formas de participação da História da Matemática no ensino de matemática: a participação explícita, “onde as referências históricas são feitas de forma direta” (DAMBROS, 2006, p. 17); e a forma implícita, “onde não são feitas referências históricas, porém, a história aparece de forma indireta, na forma de abordagem e organização dos conteúdos” (DAMBROS, 2006, p. 17). Também foram tomados como referência os estudos de Piaget sobre as relações entre o pensamento científico e a gênese do conhecimento na criança.

A pesquisa foi realizada em três etapas, sendo que na primeira etapa participaram quatro professoras e, por opção da pesquisadora e motivos particulares das demais professoras, somente uma realizou as etapas seguintes.

A primeira etapa “objetivou uma aproximação entre a pesquisadora e as professoras investigadas, o levantamento de informações importantes sobre elas e sobre suas aulas” (DAMBROS, 2006, p. 48), sendo que as informações foram coletadas em conversas informais, questionários escritos e observações de aulas.

A segunda etapa consistiu na realização de uma entrevista semi-estruturada com a professora, o objetivo era investigar o conhecimento sobre o sistema de numeração decimal e sobre seu desenvolvimento histórico. Também nessa etapa foram realizados encontros semanais

em que foram feitos “estudos sobre o desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal, através de leitura e discussão de textos escolhidos pela pesquisadora sobre esse tema” (DAMBROS, 2006, p. 49).

Após os estudos históricos sobre o sistema de numeração decimal, na terceira etapa voltou-se à sala de aula para observar possíveis relações entre os estudos históricos efetivados e a prática pedagógica da professora em relação ao ensino do sistema de numeração decimal. Por fim, foi realizada uma nova entrevista semi-estruturada, com o objetivo de buscar, na fala da professora, “indícios de relação entre os estudos históricos por ela realizados, sua compreensão do sistema de numeração decimal e a forma como considerava que deveria ocorrer o ensino desse conteúdo” (DAMBROS, 2006, p. 49).

Durante as três etapas a autora buscou indícios de:

- utilização, explícita ou implícita, de elementos da história dos conteúdos matemáticos nas aulas e nos materiais utilizados nessas aulas.
- relação entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a compreensão da sua estrutura e funcionamento, pelas professoras investigadas.
- relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal e a prática pedagógica das mesmas professoras (DAMBROS, 2006, p. 52).

Na primeira etapa do trabalho, envolvendo a prática de quatro professoras, foram encontrados alguns elementos da história do sistema de numeração decimal em suas aulas, são eles: a correspondência termo a termo no ensino do conceito de número e na resolução de problemas aritméticos; o uso dos dedos das mãos na realização de contagens e cálculos; o zero como um símbolo sem valor de número; e a contagem por agrupamentos e algumas referências históricas nas apostilas didáticas adotadas (DAMBROS, 2006).

Com relação a participação explícita e implícita da História da Matemática nas aulas dessas professoras, Dambros (2006) concluiu que a participação implícita foi bem mais significativa do que a participação explícita, uma vez que as referências históricas que constavam nas apostilas das professoras não afetavam a abordagem dos conteúdos. Um exemplo disso pode ser visto em uma das aulas sobre medidas de comprimento, na qual houve a participação explícita da história na forma de referências históricas contidas na apostila, porém, a participação implícita também foi percebida, “visto que os alunos realizaram várias medidas com diferentes objetos e partes do corpo e fizeram comparações entre os resultados

encontrados por eles e por seus colegas, para perceber a necessidade de uma padronização das medidas” (DAMBROS, 2006, p. 158).

Ainda na parte inicial da pesquisa, a autora afirma que as professoras ensinavam conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal como um conhecimento pronto, sem levar em consideração questões relacionadas ao seu desenvolvimento histórico.

Ao final da terceira etapa, após realizar estudos históricos sobre o sistema de numeração, Dambros (2006) salienta que:

[...] a professora passou a ter uma compreensão muito mais ampla desse conteúdo, percebendo esse conceito como um processo. Ao mesmo tempo que isso acontecia, ela começou a questionar sua forma de ensiná-lo aos alunos. A certeza de que conhecia bem o mesmo e que, com suas explicações, o aluno também poderia entender facilmente como os números são formados, foi abalada. Começou a pensar mais no aluno e que este poderia ter dificuldades para entender o valor posicional dos números (DAMBROS, 2006, p. 163).

A autora conclui seu trabalho dizendo que se constatou uma mudança significativa na forma da professora conceber os conceitos matemáticos pela compreensão da sua historicidade, contribuindo para que a professora investigada “iniciasse um processo de reflexão sobre o conteúdo e a forma como ensinava, bem como sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem dos mesmos” (DAMBROS, 2006, p. 165). Dambros acrescenta que o conhecimento histórico não é condição necessária e nem suficiente para a aprendizagem de um determinado conteúdo, mas sim um caminho para isso, e concorda com Fiorentini (1995) ao dizer que “a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como os exploramos em sala de aula” (FIORENTINI, 1995 apud DAMBROS, 2006, p. 164).

Pedroso (2008), em sua dissertação “Os algoritmos no contexto da História: uma experiência na formação de professores pedagogos”, faz um trabalho voltado à inserção da História da Matemática na formação dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental como forma de tentar superar um excessivo valor atribuído por eles a alguns símbolos, regras e especialmente os algoritmos. Sua pesquisa foi suscitada pelos seguintes questionamentos: como propor estratégias de ensino que discutam as variadas representações dos algoritmos, no contexto histórico, de tal forma que se perceba que não existe apenas uma determinada representação Matemática de um algoritmo? De que forma a História destes algoritmos deve

ser abordada no ensino para explorar, ao mesmo tempo, as suas contribuições epistemológicas, culturais e sociais, bem como metodológicas?

Foi organizado um grupo de pesquisa formado por professores das séries iniciais. Ao todo foram realizados oito encontros para estudos sobre a história e a representação dos algoritmos. Durante os encontros foi elaborado, juntamente com os professores, atividades baseadas em elementos históricos da cultura egípcia para trabalhar com a multiplicação, também foram elaboradas atividades utilizando os métodos de multiplicação *gûmitrika*, o método *per gelosia*, as réguas de Napier e as réguas de Lucas-Genaile, sendo que as atividades foram colocadas em prática por duas professoras em suas turmas.

Após a aplicação das atividades as professoras socializaram com o restante do grupo como foi o processo de aplicação e as contribuições identificadas por elas da inserção do conhecimento histórico em sala de aula, conforme podemos verificar nas seguintes falas: “*com certeza as atividades contribuíram para melhorar a percepção dos alunos do que é efetivamente multiplicar e na elaboração de técnicas para a memorização da tabuada*” (PEDROSO, 2008, p.110); “*Além de estimular a percepção de padrões, questão fundamental na matemática e que às vezes é difícil escolher atividades que cumpram esse objetivo*” (PEDROSO, 2008, p.110).

As falas dessas professoras evidenciam o argumento apresentado por Miguel e Miorim (2011), de que “a história constitui uma fonte de métodos adequados para a abordagem pedagógica de certas unidades ou tópicos da Matemática” (p. 33). Neste caso, os métodos escolhidos foram utilizados para trabalhar a multiplicação.

Pedroso (2008) finaliza seu trabalho dizendo que constatou uma mudança por parte dos professores, “na forma deles conceberem os conceitos matemáticos, a partir da compreensão da sua historicidade” (p. 129), e que “iniciaram um processo de reflexão sobre o conteúdo e a forma como se ensina, bem como sobre as suas escolhas metodológicas e a relação com a aprendizagem dos alunos” (129).

Na tese intitulada “Ensino de Matemática, História da Matemática e Artefatos: Possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, Oliveira (2009) examinou a possibilidade de utilização da História da Matemática por meio de atividades de ensino calcadas no uso e exploração de artefatos históricos (objetos, documentos, monumentos, imagens, fotografias e outros materiais que dão sentido às ações do homem no passado) em cursos de formação de

professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Foram desenvolvidas atividades que exploravam artefatos históricos relacionados à civilização egípcia, babilônica, maia e romana, que foram aplicadas com alunos do curso Normal Superior. Foi realizado um questionário inicial a fim de construir um perfil da turma, este questionário foi composto de três partes: identificação pessoal, a visão da Matemática e a experiência com a Matemática. Nas atividades desenvolvidas foram trabalhados artefatos históricos tais como: fotografias, imagens, xerox de documentos antigos da história, tabletes de argila, textos da História da Matemática entre outros relacionados às civilizações já mencionadas. Foram realizadas exposições das imagens e fotografias, exposições orais acerca das civilizações, pesquisas sobre as réplicas de artefatos expostos, também foram trabalhados os sistemas de numeração incluindo o indo-arábico. Ao final das atividades foi aplicado um questionário avaliativo composto dos seguintes questionamentos:

(1) Que contribuições as fotografias, imagens, xerox de documentos antigos da história, tabletes de argila, textos da história da matemática entre outros artefatos, trouxeram para a sua formação enquanto educador(a)? (2) Nos estudos sobre os antigos sistemas de numeração (egípcio, babilônico, maia, romano e indo-arábico) destaque o que você aprendeu? (3) Como você se sentiu manuseando tabletes de argila, contendo algumas escritas numéricas dos povos babilônicos? E construindo uma réplica de um papiro? (4) Qual é a importância da integração dos conteúdos da História com os conteúdos da Matemática para a sua formação de professor? (OLIVEIRA, 2009, p. 169-170).

Segundo a autora, o trabalho com os artefatos históricos possibilitou a participação ativa dos alunos e contribuiu para ampliação do conhecimento matemático. Com relação as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que subsidiara a formação dos professores ela destaca: a história como fonte de motivação e recreação; a história como fonte de objetivos; a história como fonte de significação e compreensão; a história como fonte de promoção de atitudes e valores e a história como fonte de integração entre áreas do conhecimento. Oliveira (2009) finaliza seu trabalho dizendo que além da preocupação com a formação do professor que atua na educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino fundamental, houve a intenção de “instigar os professores que atuam em cursos de formação docente, a buscar na HM [História da Matemática] elementos que favoreçam o aprofundamento teórico e prático que possam contribuir para um bom desempenho profissional e, como consequência, para o avanço na qualidade de ensino da Matemática” (p. 185-186).

Ferreira (2011), em sua tese “Ateliês de História e Pedagogia da Matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais”, apresenta “uma discussão a respeito da utilização da História da Matemática como um recurso mediador didático e conceitual, na formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental” (p. 7). Seu objetivo foi

Investigar as contribuições dos Ateliês de História e Pedagogia da Matemática na formação inicial de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com vistas a propor a inclusão da História da Matemática como um mediador didático e conceitual na formação continuada de professores que atuam na rede de ensino público de Teresina (FERREIRA, 2011, p. 26).

Foi organizado um grupo de estudos formado por alunos de Pedagogia e Matemática da Universidade Federal do Piauí. Para alcançar o objetivo do trabalho, realizou-se um estudo sobre a História da Matemática abordada nos Anos Iniciais a fim de verificar como a história poderia auxiliar nas ações de formação didática e conceitual desse grupo, além disso, procurou-se criar “um ambiente de produção de materiais concretos e de atividades didáticas como subsídios à formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais” (p. 26). Também foram realizados ateliês de História e Pedagogia da Matemática, “com vistas a estudar coletivamente os conteúdos históricos relacionados ao desenvolvimento das noções de número, sistemas de numeração posicional e não posicional algoritmo das operações básicas e instrumentos práticos de realização dessas operações” (p. 26).

Os objetivos específicos que nortearam o trabalho foram: traçar o perfil dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais nas escolas municipais de Teresina; identificar as dificuldades conceituais desses professores com relação aos conteúdos de Matemática que ensinam; caracterizar a teoria que fundamenta ou tem fundamentado a prática pedagógica desses professores; analisar a forma de interação desses professores com o livro didático de Matemática usado em sala de aula; e identificar o grau de contribuição dos ateliês de História e Pedagogia da Matemática para a formação do grupo de professores envolvidos na experiência formativa, tendo em vista propor ações de formação continuada para os professores das escolas municipais de Teresina (FERREIRA, 2011).

Foram realizados cinco ateliês formativos em História e Pedagogia da Matemática, com a duração de 20 horas cada um, sendo que entre um ateliê e outro aconteceram quatro atividades

extraclasse, referentes e estudos orientados, produções de materiais didáticos, relatórios e atividades de pesquisa.

Os ateliês foram distribuídos em cinco momentos com atividades didáticas sobre como utilizar a História da Matemática para o ensino de Matemática nos anos iniciais. Esses ateliês foram baseados no uso de informações dos conteúdos curriculares, ensinados nas escolas municipais de Teresina. A partir deles, desenvolvemos um trabalho de investigação histórica, compreensão da Matemática envolvida, a produção de materiais e atividades didáticas para ensinar esses conteúdos e a organização de um bloco de ensino para ser aplicado com os professores das escolas públicas posteriormente (FERREIRA, 2011, p. 35).

Apesar da autora não ter trabalhado com os alunos dos Anos Iniciais em suas considerações ela apresenta um ponto muito importante em sua pesquisa: a contribuição da utilização da História da Matemática como recurso didático e conceitual no ensino de Matemática nos anos iniciais, por possibilitar ao educando a aprendizagem significativa, “uma vez que aprende percebendo as origens, relacionando às necessidades da sociedade da época e a importância da utilidade do conteúdo ensinado” (p. 188).

Essa contribuição também se evidenciou no trabalho com os ateliês de História e Pedagogia da Matemática, os quais “forneceram elementos fundamentais para a compreensão de como se desenvolveu e se desenvolve a Matemática no decorrer da História, oferecendo excelentes alternativas didáticas para aprendê-la e ensiná-la de forma mais significativa, dinâmica e esclarecedora” (p. 191).

Ferreira (2011) lamenta que são poucos os livros que abordam a História da Matemática como um mediador no ensino da Matemática nos Anos Iniciais, e que por isso “é de extrema importância a utilização da História como um recurso mediador didático e conceitual no desenvolvimento da formação de professores visando contribuir para a melhoria da aprendizagem e do ensino da Matemática escolar nos anos iniciais [...]” (p. 192). Em suma, é claro a importância não só da formação do professor dos anos iniciais como também a inclusão da História da Matemática em sala de aula nessa faixa etária.

Santos (2013) também fala sobre a importância da inclusão da História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em sua dissertação “História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental”. Ele realizou um estudo teórico com o objetivo de “propor aos educadores que adotem o conteúdo da História da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental

como parte integrante e fundamental do processo de aprendizagem” (SANTOS, 2013, p. 7). No decorrer do trabalho a História da Matemática é apresentada, bem como suas interlocuções na educação, sua origem e evolução, as práticas e perspectivas metodológicas no ensino da Matemática na atualidade, o que PCN⁶ de Matemática sugere no que tange ao ensino por meio do uso da História da Matemática e, ainda, mostra alguns caminhos para se ensinar Matemática em sala de aula, além de ressaltar a importância da preparação dos professores de Matemática para o uso desse recurso metodológico.

Em suas considerações finais afirma que “apesar de todos os discursos favoráveis e das recomendações oficiais do governo, pouquíssimas são as ações no sentido de efetivar o estudo da História da Matemática pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental” (p. 152), e que é necessário reconhecer que a História da Matemática, enquanto conteúdo e recurso metodológico, permite-nos compreender a origem e os aspectos humanos presentes no desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Na dissertação “A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re) construção de um conceito e suas implicações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, Chyczy (2014) analisou em que medida a historicidade⁷ da matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e ainda buscou “analisar e compreender a História da Matemática, não apenas como uma cronologia, mas com ênfase nas descobertas e mudanças de mentalidade no século XIX possibilitando a construção dos “sentidos” dos conceitos matemáticos como ferramenta de ensino [...]” (p. 4). Foram definidas duas hipóteses que nortearam a pesquisa:

[...] primeiro, de que todo conhecimento tem uma historicidade, um “DNA conceitual”, e segundo, de que a historicidade do conceito é parte da compreensão do próprio conceito, é parte do conhecimento matemático. A historicidade do conceito revela uma característica interna da evolução do conceito, enquanto que a história do conceito daria um enfoque externo de sua evolução (CHYCZY, 2014, p. 11).

⁶ Parâmetros Curriculares Nacionais.

⁷ Chyczy (2014) acredita que o enfoque histórico no processo de ensino e aprendizagem faz diferença, assim “o enfoque da historicidade da matemática é considerar os objetos matemáticos em sua gênese e evolução, cujo significado está muito perto de sua aceção na biologia [...], ou seja, enquanto a história da matemática traz e trata aspectos sob uma perspectiva linear temporal a historicidade analisa esses acontecimentos numa perspectiva evolucionista” (p. 8). Ainda, para a autora, “todo conhecimento tem uma historicidade, um “DNA conceitual”, e [...] a historicidade do conceito é parte da compreensão do próprio conceito, é parte do conhecimento matemático. A historicidade do conceito revela uma característica interna da evolução do conceito, enquanto que a história do conceito daria um enfoque externo de sua evolução” (p. 11).

Para a autora a história do conceito explicitaria cronologicamente seu surgimento, um olhar temporal, enquanto que a historicidade do conceito revelaria como ele se desenvolveu, numa ordem evolutiva (CHYCZY, 2014).

No decorrer do trabalho são desenvolvidas ideias relacionadas à historicidade da Matemática, e são apresentados alguns exemplos.

A autora finaliza o trabalho dizendo que acredita que desde os Anos Iniciais deve-se procurar desenvolver um ensino de qualidade com relação à Matemática e que o trabalho com a historicidade dos objetos matemáticos possibilitaria atribuir sentido e significado no ensino (CHYCZY, 2014). Identificamos nessa afirmação mais uma das potencialidades da História da Matemática elencadas por Miguel e Miorim (2011), como “fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade” (p. 61).

Baseando-se nessa mesma potencialidade, Leite (2014), em sua dissertação “A Construção Histórica dos Sistemas de Numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental I”, procurou fazer um resgate à História da Matemática, “como uma fonte de entendimento do sistema de numeração decimal, usando a linha histórica da construção de outros sistemas numéricos a fim de que os alunos possam comparar esses sistemas numéricos com o sistema decimal e assim compreender melhor os nossos números” (p. 5).

Seu interesse em trabalhar com sistemas de numeração é justamente por acreditar que “um fator motivador para as dificuldades que os alunos encontram para seguir no estudo de matemática nos anos posteriores ao ensino fundamental I é a falta de entendimento de sistema de numeração decimal [...]” (LEITE, 2014, p. 9).

No decorrer do trabalho é feito um levantamento histórico de seis sistemas de numeração: maia, romano, chinês, egípcio, sumério e indo-arábico, também é realizada uma comparação entre esses sistemas, destacando as principais semelhanças e diferenças e são apresentadas sugestões de atividades.

Para a realização desse resgate histórico foram utilizadas as publicações já existentes sobre o referido assunto, sendo feita uma ampla consulta bibliográfica em livros didáticos, livros técnicos e, também, resultados das avaliações externas disponibilizadas pelos órgãos oficiais.

Com relação às semelhanças entre os sistemas estudados, Leite (2014) destaca dois aspectos comuns a todos os sistemas que é a relação um a um, ou a correspondência biunívoca

e o princípio aditivo; a maior diferença entre eles é a quantidade de símbolos utilizada para representar as quantidades.

Leite (2014) orienta que seja realizado um trabalho com os agrupamentos em outras bases numéricas e análise de outros sistemas numéricos diferentes do nosso “para evitar que, em alguns momentos, a escola trate da escrita numérica como se fosse um processo único de uma só cultura” (p. 44).

Santos (2014) também desenvolveu um trabalho voltado para os sistemas de numeração na sua dissertação “Sistemas de Numeração Posicionais e não Posicionais”. No trabalho é exposto como os sistemas de numerações foram utilizados ao longo da história, suas necessidades, cálculos e aplicações. Também são apresentadas comparações entre os sistemas mais utilizados, fazendo distinção entre sistemas numéricos posicionais e não posicionais e as vantagens e desvantagens desses sistemas (SANTOS, 2014).

Com base em pesquisas sobre as dificuldades dos alunos em compreender o sistema de numeração decimal, realizou a aplicação de algumas atividades envolvendo as quatro operações básicas com alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental de duas escolas, uma pública e outra particular, com o objetivo de verificar se os alunos compreendem a ordem do sistema posicional decimal, analisar se os alunos interpretam as operações básicas associadas às situações problemas e compreender se as metodologias trabalhadas pelos professores fazem uso de materiais concretos, desenvolvendo naturalmente o processo de composição e decomposição dos números na base 10. Para isso foram elaboradas atividades que exploravam as quatro operações básicas do sistema decimal: adição, subtração, multiplicação e divisão.

De modo geral foi identificada uma grande quantidade de erros na resolução das atividades. Em suas palavras,

Temos comprovado que uma grande quantidade de nossos alunos, não compreendem a ordem do sistema decimal. Muitos erros são cometidos, principalmente pelas metodologias ineficazes que os professores adotam, baseadas em estratégias mecânicas e descontextualizadas. Falta de leitura e interpretação, também é outro fator agravante (SANTOS, 2014, p. 56).

O autor apresenta algumas sugestões de como trabalhar com o sistema decimal e finaliza seu trabalho dizendo que

A preocupação presente se faz com o desafio de capacitar nossas crianças e adolescentes a fazer uma associação do sistema numérico decimal aos

problemas do cotidiano, sendo esse sistema uma forma eficaz de resolver os desafios propostos, já que desde a antiguidade o homem precisou de um algoritmo que facilitasse as formas de contagem. Fundamental nesse desafio é o papel do professor, que tem como grande meta desenvolver seu trabalho pedagógico com metodologias e atividades que possibilite o real entendimento desse sistema numérico (SANTOS, 2014, p. 63).

Ressaltando mais uma vez a necessidade de se desenvolver um trabalho que busque superar as dificuldades dos alunos dos primeiros anos escolares com relação ao nosso sistema de numeração decimal.

Na dissertação “A evolução dos algoritmos das operações aritméticas ao longo da história”, Silva (2016) realizou um estudo sobre sistemas de numeração e algoritmos das operações ao longo da história. A pesquisa teve como perguntas norteadoras: o que podemos aprender com o ensino do sistema de numeração de culturas diferentes? Como utilizar essas informações no aprendizado da Matemática? O que a História da Matemática poderá acrescentar à prática docente?

O estudo iniciou-se por meio de um levantamento bibliográfico no qual foi apresentado um pouco sobre a história dos sistemas de numeração e a forma como as diferentes civilizações resolviam as operações numéricas.

A partir desse levantamento bibliográfico, Silva (2016) elaborou oficinas sobre os sistemas de numeração e os algoritmos utilizados por outras culturas. Essas oficinas foram implementadas com professores do Ensino Fundamental 1 e com futuros professores dos Anos Iniciais, com o objetivo de ampliar o conhecimento desses participantes sobre os aspectos trabalhados.

Como resultados da pesquisa, Silva (2016) apresenta que

[...] foi possível perceber o quanto uma proposta um pouco diferenciada do usual pode contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática. Ensinar essa disciplina utilizando a história da matemática contribui como fonte de estudos para os docentes, aumentando o interesse pelo assunto, auxiliando o professor a ser um mediador nesse processo que integra sala de aula e informação (SILVA, 2016, p. 93-94).

Os participantes da pesquisa relataram que nunca tinham visto tais informações sobre os algoritmos das operações e concluíram que, “devido à influência das civilizações antigas, hoje podemos fazer cálculos matemáticos com algoritmos mais precisos e com maior facilidade” (SILVA, 2016, p. 94).

A partir dos trabalhos apresentados elaboramos uma tabela com suas principais características, com o intuito de destacar os aspectos que se relacionam com nosso objeto de estudo.

Tabela 2: Características dos trabalhos.

Trabalhos	Objeto de estudo	Objetivos	Métodos de pesquisa	Análise	Conclusões
Dambros, A. A. (2001). A História da Matemática e o professor das séries iniciais: a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal	Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e seus conhecimentos históricos.	Investigar o conhecimento dos professores de primeira série do E. F. acerca da História da Matemática, mais especificamente sobre a história do sistema de numeração decimal e como esse conhecimento, ou a falta dele, poderia influenciar suas práticas pedagógicas.	Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com professores do nível especificado, com diferentes tempos de atuação e de diversas escolas públicas e privadas de Florianópolis.	Foi utilizada a Metodologia de Análise dos Discursos, sugerida por Michel Foucault, através da qual procurou-se fazer um estudo arqueológico e genealógico dos discursos dos professores.	Em relação ao conhecimento do sistema de numeração: apresentaram um desconhecimento do que é um sistema de numeração, sua estrutura e funcionamento e a existência de outros sistemas; desconheciam a história do sistema de numeração decimal ou conheciam apenas a história dos pastores primitivos. Em relação à importância do conhecimento da História da Matemática: é vista pela maioria como um conhecimento a mais, que serve para motivar os alunos, uma forma de ilustração para as aulas cuja falta não acarreta nenhum prejuízo ao ensino; apenas dois professores atribuíram importância ao conhecimento histórico como sendo necessário para o trabalho e o entendimento dos conteúdos.
Soares, K. M. (2004). História da Matemática na formação de professores do Ensino Fundamental – (1ª a 4ª série)	Formação de professores dos Anos Iniciais.	Analisar o envolvimento dos professores das Séries Iniciais no estudo da História da Matemática e suas inter-relações com o processo pedagógico. • Oportunizar aos professores das Séries Iniciais a aquisição de conhecimento da História da Matemática, inferindo elementos didático-metodológicos para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.	Foi formado um grupo de estudos composto por quatro professoras das séries iniciais no qual foram realizados estudos sobre: início da contagem, as civilizações antigas e suas contribuições e o sistema de numeração decimal.	Foram analisados os discursos proferidos pelas professoras no seu envolvimento com estudo da História da Matemática e suas inter-relações com o processo pedagógico. Também foram feitas inferências de elementos didático-metodológicos para o processo ensino-aprendizagem da Matemática.	As professoras manifestaram a compreensão da importância de conhecer as origens dos conceitos matemáticos que ensinam a seus alunos. Mais do que isso, os conceitos matemáticos estudados, antes considerados bem definidos no tempo e mantidos fechados para qualquer possibilidade de ser um processo evolutivo, passa a ser visto como processo carregado de intencionalidade, questões éticas e políticas. A matemática não é mais vista como um conjunto de conhecimento produzido num vácuo sociocultural por alguns indivíduos geniais e, conseqüentemente, inacessível às pessoas comuns.
Souza, E. S. (2004). A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente	Professores dos Anos Iniciais e a prática social do cálculo escrito.	Identificar os valores que estariam sustentando a naturalização do processo de transmissão da prática social do cálculo escrito na instituição escolar.	A primeira etapa consistiu em fazer um levantamento e um estudo dos procedimentos de cálculo escritos com os números hindu-arábicos, utilizados para as operações aritméticas elementares; A segunda etapa consistiu na realização de entrevistas com as professoras participantes, a fim de identificar os procedimentos utilizados no ensino do cálculo escrito das quatro operações aritméticas para seus alunos; A terceira etapa consistiu na	Foram utilizados trabalhos de Michel Foucault.	Constatou-se que se nos processos históricos de apropriação pragmática da prática social do cálculo escrito, em tempos e contextos geopolíticos diferentes, a precisão do cálculo e a obtenção de resultados corretos pareciam estar direta e conscientemente ligadas a objetivos e interesses postos por outras práticas sociais como a astronômico-astrológica, a náutica, a comercial, a financeira, a administrativa, etc., no contexto escolar de referência, a prática social do cálculo escrito parece não mais estar vinculada a outras práticas, parecendo ter adquirido uma autonomia que faz com que as noções de precisão e correção nos cálculos escritos passem a ser vistas como algo bom e desejável em si e por si mesmas.

			constituição histórica do processo de apropriação e circulação da prática social do cálculo das operações aritméticas elementares e concomitantemente com a terceira etapa foram realizadas sessões interativas de investigação nas quais procurou-se discutir e problematizar com as professoras o processo de transmissão escolar da prática social do cálculo escrito.		Também existência de uma tradição metodológica que exerce um poder determinante sobre a forma de transmissão da prática social do cálculo escrito no contexto escolar, poder este que parece não estar situado em um 'topos' identificável, mas que, mesmo assim, parece exercer-se de fora para dentro da instituição escolar, determinando condutas e escolhas pedagógicas e, portanto, impondo a apropriação de determinados valores que, por sua vez, também seriam veiculados no processo de transmissão da prática do cálculo escrito no contexto escolar.
Dambros, A. A. (2006). O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de Matemática: possíveis relações	Conhecimento histórico de um conceito pelo professor dos Anos Iniciais e a relação com o ensino deste conceito.	Investigar as possíveis relações entre o conhecimento do desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal, pelo professor, e o modo como ensina esse conceito aos alunos.	Foi realizado um estudo de caso com uma professora das séries iniciais, em que foi estudado, durante diversos encontros, a história do sistema de numeração decimal e analisado, posteriormente, as alterações ocorridas nas aulas dessa professora.	Para realizar a análise de como a história apareceu nas aulas da professora investigada foram consideradas duas formas de participação da História da Matemática no ensino de matemática, a participação explícita "onde as referências históricas são feitas de forma direta" (DAMBROS, 2006, p. 17), e a forma implícita "onde não são feitas referências históricas, porém, a história aparece de forma indireta, na forma de abordagem e organização dos conteúdos" (DAMBROS, 2006, p. 17). Também foram tomados como referência os estudos de Piaget sobre as relações entre o pensamento científico e a gênese do conhecimento na criança.	Concluiu-se que a participação implícita da História da Matemática foi bem mais significativa do que a participação explícita e que o conhecimento da historicidade do sistema de numeração decimal, pela professora, mudou a sua forma de compreendê-lo e ensiná-lo, transparecendo, principalmente, na consideração que ela passou a demonstrar pelas formas de pensar dos seus alunos.
Pedroso, A. P. (2008). Os algoritmos no contexto da História: uma experiência na formação de professores pedagogos	História da Matemática na formação de professores dos Anos Iniciais e a representação dos algoritmos.	Pesquisar os aspectos de formação, utilização e representação histórica dos algoritmos matemáticos envolvidos nas operações fundamentais, nas culturas que tradicionalmente tiveram forte influência na formação do nosso atual conhecimento matemático;	Foi estabelecido um grupo de professores para a aplicação e discussão da pesquisa, com o qual foram realizados oito encontros para estudos sobre a história e representação dos algoritmos e elaboração de atividades pedagógicas que foram aplicadas por estes professores com suas	As análises foram realizadas tendo como parâmetro o referencial teórico da pesquisa. Também foi realizada uma análise inicial contando com a efetiva participação dos professores envolvidos na pesquisa, abrindo um significativo espaço para as suas	Constatou-se uma mudança na forma dos professores investigados conceberem os conceitos matemáticos, a partir da compreensão da sua historicidade. No decorrer de encontros para estudos sobre a história e representação dos algoritmos, observou-se que para os professores isso era inédito, desconhecido. Com o conhecimento do assunto, percebeu-se, significativamente, que os professores iniciaram um processo de reflexão sobre o conteúdo e a

		<p>- Analisar as possibilidades metodológicas de inserção da História da Matemática na Educação Matemática, determinando opções teóricas - metodológicas que estão em consonância com a proposta de pesquisa;</p> <p>- Compreender os conceitos ou conhecimentos matemáticos associados às diversas representações oriundas da história das culturas, sociedades, salientando pontos de possíveis contribuições didáticas a partir dessas análises;</p> <p>- Apontar sugestões para os cursos de formação de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, no que tange à disciplina de matemática, apresentando uma proposta de formação com os resultados de nossa pesquisa.</p>	respectivas turmas das séries iniciais.	impressões e significações perante a proposição, e por último, uma análise do pesquisador, considerando de maneira mais plena possível todos os aspectos pesquisados, seus limites e seus potenciais, sugerindo importantes contribuições para o ensino a partir dessas análises.	forma como se ensina, bem como sobre as suas escolhas metodológicas e a relação com a aprendizagem dos alunos.
<p>Oliveira, R. L. (2009). Ensino de Matemática, História da Matemática e Artefatos: Possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental</p>	História da Matemática e Formação de professores dos Anos Iniciais e da Educação Infantil e o uso de artefatos históricos.	Examinar a possibilidade de utilização de artefatos históricos, em atividades de ensino nos cursos de formação de professores da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental; Esboçar um estudo sobre o perfil do professor da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental que contemple os saberes, competências e habilidades necessárias no desenvolvimento da ação pedagógica; realizar um estudo teórico sobre a as contribuições e perspectivas de utilização da História da Matemática na Formação do professor da	Foram desenvolvidas atividades que exploravam artefatos históricos relacionados à civilização egípcia, babilônica, maia e romana, que foram aplicadas com alunos do curso Normal Superior. Foi realizado um questionário inicial a fim de construir um perfil da turma. Este questionário foi composto de três partes: identificação pessoal; e a visão da Matemática e a experiência com a Matemática. Nas atividades desenvolvidas foram trabalhados artefatos históricos tais como: fotografias, imagens, xerox de documentos antigos da história, tabletes de argila, textos da História da Matemática entre outros relacionados às civilizações já mencionadas. Foram realizadas	Pautou-se nas ideias dos autores que tratam da formação de professores; em pesquisadores adeptos ao uso da História da Matemática como recurso metodológico e em estudos realizados que esclarecem o papel do artefato na história e como elemento mediador de aprendizagem.	A autora destaca que a proposta de utilizar HM [História da Matemática], por meio de atividades de ensino, nos cursos de formação de professores é relevante, uma vez que permite a investigação das ideias que deram origem ao conhecimento gerado em cada contexto social, considerando as contribuições dos aspectos socioculturais, políticos e econômicos nesta construção; favorecendo um diálogo entre as áreas e no interior de cada uma. Os artefatos incorporados em atividades de ensino nos Cursos de Formação de Professores promovem mudanças na visão sobre o ensino de Matemática, tendo em vista que privilegia a participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento, reflexão sobre a ação que está sendo realizada, promovendo estímulos para que os professores possam criar seus próprios artefatos. Com relação às potencialidades pedagógicas da História da Matemática, que subsidiará a formação dos professores, ela destaca: a história como fonte de motivação e recreação; a história como fonte de objetivos; a história como fonte de significação e compreensão; a história como fonte de

		Educação Infantil e anos iniciais do E.F.	exposições das imagens e fotografias, exposições orais acerca das civilizações, pesquisas sobre as réplicas de artefatos expostos, também foram trabalhados os sistemas de numeração, incluindo o indo-arábico. Ao final das atividades foi aplicado um questionário avaliativo.		promoção de atitudes e valores e a história como fonte de integração entre áreas do conhecimento.
Ferreira, L. H. B. (2011). Ateliês de História e Pedagogia da Matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais	Ateliês de História e Pedagogia e a formação de professores dos Anos Iniciais.	Investigar as contribuições dos Ateliês de História e Pedagogia da Matemática na formação inicial de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com vistas a propor a inclusão da História da Matemática como um mediador didático e conceitual na formação continuada de professores que atuam na rede de ensino público de Teresina.	Pesquisa qualitativa na modalidade pesquisa-ação, realizada no contexto de uma escola e instituição de ensino superior. Inicialmente foi realizado um estudo exploratório, com a elaboração, aplicação, organização e análise de questionários junto a um grupo de professores dos anos iniciais das escolas públicas municipais de Teresina. Em seguida, foi organizado os Ateliês de História e Pedagogia da Matemática com a duração de 20 horas cada um, com ênfase no uso da História da Matemática, na formação didática e conceitual de professores.	Análise qualitativa.	A utilização da História da Matemática como recurso didático e conceitual no ensino de Matemática escolar nos anos iniciais possibilita ao educando a aprendizagem significativa, uma vez que aprende percebendo as origens, relacionando as necessidades da sociedade da época e a importância da utilidade do conceito ensinado. No entanto, para que isso ocorra é essencial que haja uma formação adequada de professores para suprir suas dificuldades conceituais, normalmente oriundas da sua formação inicial, para que aprenda a lidar com a História da Matemática, extraindo e aplicando a essência em suas aulas. A história capacita as crianças da Educação Infantil e os educandos dos demais níveis do Ensino Fundamental a construir seu pensamento lógico e senso criativo, para que possam questionar e formar suas opiniões sobre determinado assunto. A História pode ser vista como um caminho viável para intervir na melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática escolar. Sempre procurando relacioná-la ao cotidiano do educando e ao lúdico, facilitando assim o processo de ensinar.
Santos, A. O. (2013). História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros Anos do Ensino Fundamental	A inserção da História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Propor aos educadores que adotem o conteúdo História da Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental como parte integrante do processo de alfabetização e aprendizagem desse saber.	É uma pesquisa bibliográfica que apresenta a origem da Matemática e da História da Matemática como alternativa metodológica para o ensino dessa disciplina no ensino Fundamental; demonstra qual o diagnóstico feito por estudiosos da Educação sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos dias atuais; apresenta o que é sugerido pelo PCN de Matemática no que tange ao ensino através do uso da História da Matemática e	A análise do material bibliográfico foi realizada com base nas orientações apontadas por Andrade (2003).	Apesar de todos os discursos favoráveis e das recomendações oficiais do governo, pouquíssimas são as ações no sentido de efetivar o estudo da História da Matemática pelos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental, e que é necessário reconhecer que a História da Matemática enquanto conteúdo e recurso metodológico permite compreendermos a origem e os aspectos humanos presentes no desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

			mostra alguns caminhos para se ensinar Matemática em sala de aula, além de ressaltar a importância da preparação dos professores de Matemática para o uso desse recurso metodológico.		
Chyczy, L. F. (2014). A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re) construção de um conceito e suas implicações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio da historicidade da Matemática.	Analisar em que medida a historicidade da matemática auxilia no processo de ensino e aprendizagem de matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Analisar e compreender a História da Matemática, não apenas como uma cronologia, mas com ênfase nas descobertas e mudanças de mentalidade no século XIX, possibilitando a construção dos “sentidos” dos conceitos matemáticos como ferramenta de ensino.	Utilizou-se de uma metodologia de caráter investigativo, que se pauta num estudo teórico no sentido de procurar vestígios como a etimologia da palavra indica, na construção de um conceito. Também se utilizou de duas hipóteses: primeiro, de que todo conhecimento tem uma historicidade, um “DNA conceitual”, e segundo, de que a historicidade do conceito é parte da compreensão do próprio conceito, é parte do conhecimento matemático. A historicidade do conceito revela uma característica interna da evolução do conceito, enquanto que a história do conceito daria um enfoque externo de sua evolução.	Utilizou pesquisas de Piaget.	Deve-se procurar desenvolver um ensino de qualidade com relação à Matemática desde os Anos Iniciais, e que o trabalho com a historicidade dos objetos matemáticos possibilita atribuir sentido e significado neste ensino.
Leite, C. G. (2014). A Construção Histórica dos Sistemas de Numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental I	Ensino dos sistemas de numeração a partir da História da Matemática.	Realizar um resgate da História da Matemática, como uma fonte de entendimento do sistema de numeração decimal, usando a linha histórica da construção de outros sistemas numéricos a fim de que os alunos possam comparar esses sistemas numéricos com o sistema decimal e assim compreender melhor os nossos números.	É realizado um levantamento histórico de seis sistemas de numeração: maia, romano, chinês, egípcio, sumério e indo-arábico, e estabelecida uma comparação entre esses sistemas, retomando as principais semelhanças e diferenças. Também são sugeridas atividades, a fim de construir um recurso didático para essa fase do ensino.	Foram utilizadas publicações já existentes sobre o referido assunto, fazendo, assim, uma ampla consulta bibliográfica em livros didáticos, livros técnicos sobre o assunto e, também, resultados das avaliações externas disponibilizadas pelos órgãos oficiais.	Acredita-se que uma visão da Matemática como uma ciência pronta, que deve ser apenas “servida” em sala de aula, já não tem mais espaço nas aulas de uma sociedade que passa por rápidas e profundas transformações. O autor orienta que seja realizado um trabalho com os agrupamentos em outras bases numéricas e análise de outros sistemas numéricos diferentes do nosso para evitar que, em alguns momentos, a escola trate da escrita numérica como se fosse um processo único de uma só cultura.
Santos, A. F. (2014). Sistemas de Numeração Posicionais e não Posicionais	Sistema de numeração e Anos Iniciais.	Explicar como os sistemas de numeração são utilizados ao longo da história, suas necessidades, cálculos e aplicações; apresentar comparações entre os sistemas mais utilizados, fazendo	É realizado um estudo histórico sobre sistemas de numeração posicionais e não posicionais e apresentada a aplicação de uma atividade sobre as operações básicas no sistema decimal.	O autor se baseou em pesquisas que falam sobre dificuldades dos alunos em compreender o sistema de numeração decimal.	O autor conclui dizendo que tem-se comprovado que uma grande quantidade dos nossos alunos não compreende a ordem do sistema decimal. Muitos erros são cometidos, principalmente pelas metodologias ineficazes que os professores adotam, baseadas em estratégias mecânicas e descontextualizadas. Falta de leitura e interpretação também é outro fator agravante.

		distinção entre sistemas numéricos posicionais e não posicionais; propor uma reflexão sobre as vantagens e desvantagens desses modelos de sistemas; e apresentar resultados de atividades práticas aplicadas em crianças que estão cursando o 4º e 5º ano do Ensino Fundamental.			O autor também ressalta a necessidade de se desenvolver um trabalho que busque superar as dificuldades dos alunos dos primeiros anos escolares com relação ao sistema de numeração decimal.
Silva, A. O. (2016). Evolução dos algoritmos das operações aritméticas ao longo da história	Sistemas de numeração e algoritmos das operações.	Promover os seguintes debates: o que a História da Matemática pode acrescentar à prática profissional dos docentes sobre o ensino das operações fundamentais? O que podemos aprender com o ensino dos sistemas de numeração de culturas diferentes e seu desenvolvimento e, como utilizaremos esses conhecimentos adquiridos na pesquisa, colocando em prática no dia a dia do professor?	O estudo iniciou-se por meio de um levantamento bibliográfico que, de maneira sucinta, mapeou um pouco a história dos sistemas de numeração e como essas diferentes civilizações resolviam as operações numéricas com os seus conhecimentos da época. Como tratava-se de um Mestrado Profissional, ainda foram realizadas outras duas etapas: a primeira de aplicações práticas, realizadas por meio de oficinas cujas atividades estavam baseadas na pesquisa bibliográfica, foram realizadas junto a dois grupos: o primeiro, com professores do Ensino Fundamental I e alunos do curso Normal do Colégio Santa Maria e a outra etapa consistiu na elaboração de um livro com atividades extras.	Utilizou a produção de alguns pesquisadores em História da Matemática.	Ensinar a Matemática utilizando a História da Matemática contribui como fonte de estudos para os docentes, aumentando o interesse pelo assunto, auxiliando o professor a ser um mediador nesse processo que integra sala de aula e informação.

Com relação aos objetos de estudos das publicações elencadas, oito estão direcionadas para a História da Matemática na formação do professor que atua nas séries iniciais: Dambros (2001), Soares (2004), Souza (2004), Dambros (2006), Pedroso (2008), Oliveira (2009), Ferreira (2011) e Silva (2016), e os trabalhos de Santos (2013), Chyczy (2014), Leite (2014) e Santos (2014) para reflexões da utilização da História nos primeiros anos escolares, que também foi nosso foco.

De forma geral o conteúdo matemático abordado, ou trabalhado nas produções, foi sobre sistema de numeração e as operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Em nosso estudo tivemos os sistemas de numeração como conteúdo a ser trabalhado, mais especificamente o maia, o chinês e o indo-arábico, no qual elaboramos e aplicamos uma atividade com alunos dos Anos Iniciais com o objetivo de identificar as potencialidades da História da Matemática para esta atividade.

Dos objetivos a serem investigados as produções de Santos (2013), Chyczy (2014), Leite (2014) e Santos (2014) foram as que mais se aproximaram do nosso objeto de estudo que foi a inserção da História da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio de uma atividade sobre sistemas de numeração. Santos (2013) e Chyczy (2014) tiveram como objetivo propor aos educadores que adotassem o conteúdo História da Matemática nos primeiros anos escolares a fim de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática o que também foi nosso intuito; Leite (2014) e Santos (2014) realizaram uma investigação histórica sobre o desenvolvimento dos sistemas de numeração que foi o conteúdo com o qual trabalhamos.

De forma análoga ao nosso trabalho todas as produções estudadas tiveram uma abordagem qualitativa, sendo que os métodos de pesquisas empregados variaram desde entrevistas semiestruturadas a levantamento bibliográfico.

Em seus dois trabalhos, Dambros - (2001) e (2006) - realizou entrevistas semiestruturadas para alcançar seus objetivos, sendo que no segundo trabalho, em 2006, realizou observações nas aulas da professora participante e encontro semanais em que foram feitos estudo sobre o desenvolvimento histórico do sistema de numeração decimal. Souza (2004) e Ferreira (2011) também se utilizaram de entrevistas realizadas com os professores. Em nossa pesquisa realizamos uma entrevista semiestruturada com a professora da turma com a qual trabalhamos com o objetivo de conhecermos um pouco sobre sua prática docente e sobre

a turma também. As informações obtidas pela entrevista serviram para complementar nossas análises.

Assim como nos trabalhos de Soares (2004), Dambros (2006), Pedroso (2008), Oliveira (2009), Ferreira (2011), Santos (2014) e Silva (2016) os quais realizaram algum tipo de aplicação de atividade, em nossa pesquisa fizemos a implementação de uma atividade sobre sistemas de numeração com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal.

Com relação às análises, como nosso objetivo geral foi identificar as potencialidades da História da Matemática apresentadas por Miguel e Miorim (2011) evidenciadas na aplicação da atividade, optamos por elaborar três categorias de análise relacionadas às potencialidades pedagógicas do material trabalhado para o professor, outra relacionada ao aluno e outra relacionada ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Dos estudos apresentados, nenhuma das análises se aproximou da realizada em nosso trabalho. Apesar de não termos considerado o trabalho de Roque (2012)⁸ em nossa busca por se tratar de uma investigação realizada nos Anos Finais do Ensino Fundamental, suas análises se assemelham com a que realizamos.

Roque (2012) também investigou as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental tomando como referencial a perspectiva da aprendizagem situada. Para realizar suas análises, a autora se utilizou dos argumentos apresentados por autores que versam sobre a importância da incorporação pedagógica da História da Matemática em sala de aula, na qual foram elencadas cada uma das potencialidades identificadas em sua aplicação.

O nosso trabalho se diferenciou apenas por agrupar as potencialidades relacionadas ao professor, ao aluno e ao processo de ensino e aprendizagem, sendo que essas categorias foram elaboradas com o intuito de promover as análises direcionadas.

Nas conclusões dos trabalhos investigados foram identificadas as seguintes potencialidades pedagógicas da História da Matemática:

Oliveira (2009) concluiu que as potencialidades que subsidia a formação dos professores são: a história como fonte de motivação e recreação; a história como fonte de objetivos; a

⁸ ROQUE, A. C. C. **Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental**. 2012. 147 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

história como fonte de significação e compreensão; a história como fonte de promoção de atitudes e valores e a história como fonte de integração entre áreas do conhecimento.

Ferreira (2011), Santos (2013) e Chyczy (2014) também assinalam a potencialidade da utilização da História da Matemática como fonte de significação e compreensão no ensino de Matemática escolar nos Anos Iniciais, uma vez que se aprende percebendo as origens, relacionando as necessidades da sociedade da época e a importância da utilidade do conceito ensinado. No entanto, Ferreira (2011) destaca que para que isso ocorra é essencial que haja uma formação adequada de professores para suprir suas dificuldades conceituais, normalmente oriundas da sua formação inicial, para que aprendam a lidar com a História da Matemática, extraindo e aplicando a essência em suas aulas.

Ainda, a história capacita as crianças da Educação Infantil e os educandos dos demais níveis do Ensino Fundamental a construir seu pensamento lógico e senso criativo para que possam questionar e formar suas opiniões sobre determinado assunto, além disso, pode ser vista como um caminho viável para intervir na melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática escolar, sempre procurando relacioná-la ao cotidiano do educando e ao lúdico, facilitando o processo de ensinar.

No trabalho de Roque (2012), as potencialidades identificadas na aplicação foram: a História como fonte de motivação; a História como fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos e como instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática; a História da Matemática contribuindo para a prática didática do professor; a História da Matemática contribuindo para o entendimento da natureza da Matemática; a História como veículo de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo; a História servindo como ponte tanto entre diferentes conteúdos matemáticos quanto entre a Matemática e outros assuntos; e a História como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.

Algumas dessas mesmas potencialidades foram identificadas em nossa pesquisa e serão descritas nas próximas seções.

De forma geral as conclusões dos trabalhos assinalam a importância do desenvolvimento de um trabalho voltado para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tanto na formação dos professores como em sala de aula, como a utilização da História da Matemática

no ensino de Matemática como possibilidade de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

Corroborando com esta ideia, nesta pesquisa elaboramos a atividade sobre os sistemas de numeração maia, chinês e indo-arábico, na qual buscamos trabalhar com as propriedades de cada sistema.

Na seção a seguir descrevemos sobre o tema trabalhado e os aspectos metodológicos da pesquisa de forma detalhada.

3 ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Nessa seção apresentamos o tema matemático abordado na pesquisa, sendo descritas as características dos sistemas trabalhados. Também apresentamos o público a ser atingido pelo conteúdo, o que os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem o ensino do sistema de numeração decimal nos Anos Iniciais e de que modo a história pode contribuir para esse processo.

Finalizando a seção explicitamos o contexto em que foi realizada a pesquisa: a turma escolhida para aplicação, a professora da turma, a escola, como foi desenvolvida a intervenção e os instrumentos de pesquisa e análise utilizados para analisar os resultados obtidos.

3.1 O tema matemático do trabalho

Para a realização dessa pesquisa decidimos abordar a temática sobre o sistema de numeração por se tratar de um tema que os alunos do nível especificado ainda apresentam dificuldades de compreensão (BRASIL, 1997).

Essas dificuldades estão relacionadas às características que compõem o sistema indo-arábico e que são essenciais para que as crianças realizem a leitura e a escrita dos números, a saber: o agrupamento de 10, a troca entre ordens, a dupla função do zero (indicar a ausência de unidade de uma determinada ordem, unidade, dezena, centena, etc., e “guardar a posição” de uma ordem vazia, por exemplo, na escrita do número 103; e o valor posicional (MORETTI; SOUZA 2015).

Bertini e Carneiro (2016) salientam que compreensão conceitual do sistema de numeração decimal (doravante SND) envolve a identificação e a compreensão de suas características, e que “É preciso que as crianças tenham oportunidade de ler, escrever e comparar números, de explorar as características dos SND e, principalmente, de observar regularidades, analisar, discutir e argumentar nestes processos de estudo” (p. 67).

De acordo com Moretti e Souza (2015), as noções de agrupamento e troca entre ordens podem ser abordadas de forma articulada. Na noção de troca que ocorre no nosso sistema de numeração decimal o que deve ficar claro para os alunos é que não há uma mudança externa do objeto, o numeral 2 por exemplo, é escrito da mesma forma nos números 12 ou 21, o que varia é seu valor conforme sua posição. Também é importante que eles compreendam a função

do zero para “guardar posição” ou indicar a “posição vazia” de uma ordem numérica ausente como no caso do número 203, que apesar de ter suas dezenas ausentes necessita do zero para indicar a posição vazia.

Pensando numa atividade voltada para o trabalho com estas características decidimos incorporar à nossa proposta de ensino os sistemas de numeração maia, o chinês e o próprio indo-arábico.

Para chegarmos a essa escolha, primeiramente procuramos conhecer as características de alguns sistemas de numeração. Os sistemas maia e chinês chamaram nossa atenção justamente por possuir características semelhantes ao nosso sistema, mas também diferenças nas quais pudéssemos destacar as vantagens do nosso sistema.

A seguir apresentamos as características dos sistemas maia e chinês e uma tabela na qual é apresentada uma comparação entre as características desses sistemas com o sistema indo-arábico.

3.1.1 Sistema de Numeração Maia

Os maias foram tribos que habitaram a América Central durante mais de mil anos (IMENES; LELLIS, 1999). Desenvolveram um sistema de numeração vigesimal (base 20) posicional, e com uma representação para o zero (IFRAH, 1989).

Segundo Roque (2012), falar sobre a história do zero é uma tarefa bastante complexa, pois deve-se levar em conta os diversos contextos em que ele aparece e seu significado em cada um desses contextos, e não é nosso foco contar a sua história. Entretanto, acredita-se que os maias foram os primeiros a utilizarem o zero para guardar uma posição no caso em que as unidades de uma determinada ordem viessem a faltar da mesma forma como é utilizado em nosso sistema (IFRAH, 1989).

Esse sistema era representado por símbolos bem simples: pontos, traços e uma concha. O ponto era utilizado até quatro vezes e os traços até três vezes. O zero era representado por uma concha e cada ponto representava uma unidade. As quatro primeiras unidades eram representadas de um a quatro pontos; o traço horizontal representava cinco unidades, o 6 era representado por um traço e um ponto, o 7 por um traço e dois pontos, o 8 por um traço e três pontos, o 9 por um traço e quatro pontos, já o 10 era representado por dois traços, e os outros valores eram representados fazendo-se a soma de traços e pontos (IFRAH, 1989).

Figura 1: Sistema de numeração maia.

1	•	6	—•	11	—•—	16	—•— —
2	••	7	—••	12	—••—	17	—••— —
3	•••	8	—•••	13	—•••—	18	—•••— —
4	••••	9	—••••	14	—••••—	19	—••••— —
5	—	10	— —	15	— — —		○

Fonte: Eves (2011).

Além da escrita horizontal esta numeração também era representada verticalmente.

Figura 2: Escritas da numeração maia.

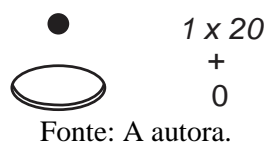
1	•	or		11	—•—	or	•
2	••	or	•	12	—••—	or	••
3	•••	or	••	13	—•••—	or	•••
4	••••	or	•••	14	—••••—	or	••••
5	—	or		15	— —	or	
6	—•	or	•	16	—•— —	or	•
7	—••	or	••	17	—••— —	or	••
8	—•••	or	•••	18	—•••— —	or	•••
9	—••••	or	••••	19	—••••— —	or	••••
10	— —	or					

Fonte: Galvão (2008).

Os valores superiores a 19 eram escritos numa coluna vertical. Para os números compostos de duas ordens o símbolo das unidades simples era colocado na parte de baixo e o

símbolo das vintenas era colocado na parte de cima (IFRAH, 1989). Assim, o número 20 era representado da seguinte forma:

Figura 3: Escrita do número 20 na numeração maia.



Logo, o ponto acima do zero equivale a 1×20 mais o zero que é igual a 20. No quadro 1 temos alguns números escritos na numeração maia.

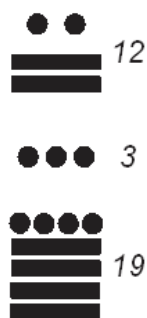
Quadro 1: Representação de números no sistema maia.

21 	22 	23 	24 	25 	26 	27
28 	29 	30 	39 	40 	66 	100

Fonte: A autora.

Seguindo essa lógica, a terceira posição deste sistema de base vinte deveria corresponder a valores vinte vezes maiores que os da segunda posição. “Assim como para nós a terceira ordem é associada às centenas (isto é, aos múltiplos de $10 \times 10 = 100$), a terceira fileira desta numeração deve ter correspondido às “quatro centenas” (isto é, aos múltiplos de $20 \times 20 = 400$)” (IFRAH, 1989, p. 252). Encontramos aqui uma curiosa irregularidade: para os maias, a terceira ordem indicava os múltiplos de 360. Assim, a seguinte representação (IFRAH, 1989, p. 252):

Figura 4: Representação maia do número 4399



Fonte: A autora.

Correspondia a: $12 \times 360 + 3 \times 20 + 19 = 4399$ e não a: $12 \times 20^2 + 3 \times 20 + 10 = 12 \times 400 + 3 \times 20 + 19$.

Em virtude da irregularidade da terceira ordem, a quarta posição correspondia, por sua vez, aos múltiplos de $7200 = 20 \times 360$ (e não aos de $8000 = 20 \times 20 \times 20$), a quinta posição correspondia aos múltiplos de $144000 = 20 \times 7200$ (e não aos $160000 = 20 \times 20 \times 20 \times 20$), e assim por diante (IFRAH, 1989).

Essa irregularidade se deve ao fato de que o sistema de numeração foi criado levando-se em conta as exigências astronômicas e da contagem do tempo naquele contexto social:

[...] esta numeração escrita não foi concebida para atender às necessidades do cálculo habitual, que constituía antes uma atribuição dos comerciantes e do comum dos mortais. Ao contrário, ela foi elaborada apenas para satisfazer às necessidades do tempo e das observações astronômicas; por isso mesmo ela foi o apanágio⁹ dos sacerdotes maias, em virtude do estreito vínculo que existe nesta civilização entre a decomposição do tempo e o mundo divino (IFRAH, 1989, p. 255).

Para os maias, “o tempo não era um fenômeno abstrato, mas constituía um fenômeno sobrenatural portador de forças criadoras ou destrutivas, cujos diferentes aspectos eram diretamente influenciados por divindades benfazejas ou maléficas” (IFRAH, 1989, p. 255). Para os maias, quando se tratava de um ciclo conduzido por uma divindade maléfica, temíveis acontecimentos poderiam ocorrer, em contrapartida, quando se chegava um período conduzido por um deus benéfico, tudo corria bem. Assim, “este dia, aquele mês, um determinado ano ou ciclo mais longo podiam fazer esperar ou temer ora a felicidade, ora a infelicidade, de acordo com o temperamento dos deuses que o conduziam” (IFRAH, 1989, p. 255).

Para exprimir suas datas, os sacerdotes e astrônomos maias elaboraram um sistema de contagem do tempo que tinha o “dia como unidade de base e contava com um ano de aproximadamente 360 dias para a facilidade dos cálculos” (IFRAH, 1989, p. 256).

O tempo decorrido a partir da era maia era avaliado em *kins* (ou “dias”), em *uinals* (ou “meses” de 20 dias) e em *tuns* (ou “anos” de 360 dias); depois *katuns* (ciclos de 20 “anos”), em *baktuns* (ciclos de 400 “anos”), em *pictuns* (ciclos de 8000 “anos”), e assim por diante, em ciclos vinte vezes maiores cada vez (IFRAH, 1989, p. 256).

⁹ Propriedade, característica ou atributo. Disponível em: < <http://www.dicio.com.br/apanagio/> >. Acesso em 11 de abril de 2016.

Portanto, essa numeração criada unicamente para satisfazer às exigências astronômicas e da contagem do tempo, conservou para a sua terceira posição o valor da terceira unidade de tempo, por isso, ao invés da terceira posição indicar os múltiplos de $20 \times 20 = 400$, ela exprimiu apenas os de $18 \times 20 = 360$, tornando-se imprópria para a prática das operações e para qualquer desenvolvimento matemático (IFRAH, 1989).

3.1.2 Sistema de numeração Chinês

Os Chineses inventaram um sistema de numeração posicional no qual eram combinadas barras verticais e horizontais (IFRAH, 1989). “Sua base era decimal, mas, diferentemente de nosso sistema atual (que compreende uma série única de nove algarismos independentes de qualquer intuição visual direta), ela ainda conferia uma representação ideográfica às nove unidades simples” (IFRAH, 1989, p. 244). As cinco primeiras unidades eram representadas pela quantidade correspondente de traços verticais justapostos, já o número 6 era representado por um traço horizontal com uma barra vertical superposta no meio e as três últimas unidades eram representadas pondo-se duas, três ou quatro barras verticais ao traço horizontal, como é mostrado na série de números na figura 5:

Figura 5: Números Chineses.



Fonte: Ifrah (1989).

O traço horizontal tinha como valor simbólico 5, e em composição com as barras verticais figurava os números 6, 7, 8 e 9 (IFRAH, 1989).

Os números compostos de duas ou mais ordens de unidades eram representados segundo o princípio de posição, por exemplo, o número 8467 ficaria (IFRAH, 1989, p. 244):

Figura 6: Representação do número 8467 no sistema chinês



Fonte: A autora.

Apesar de sua engenhosidade, este sistema apresentava ambiguidades. Uma delas era decorrente do fato dos números de ordens diferentes terem a mesma representação e serem escritos um do lado do outro o que causava dificuldades em determinar qual valor estava sendo escrito. A escrita do número 434, por exemplo, podia ser facilmente confundida com a escrita dos números 4 e 34 ou então com a escrita dos números 43 e 4 (IFRAH, 1989, p. 244).

Figura 7: Escrita do número 434



Fonte: A autora.

Para contornar este obstáculo introduziram uma segunda notação para as unidades simples, formando signos análogos aos precedentes, mas agora com barras horizontais. Assim, as cinco primeiras unidades passaram a ser representadas pela mesma quantidade de barras horizontais superpostas, o número 6 por uma barra vertical em cima de uma barra horizontal, e os números 7,8 e 9 colocando abaixo do traço vertical, duas, três ou quatro barras horizontais (IFRAH, 1989).

Figura 8: Números Chineses.



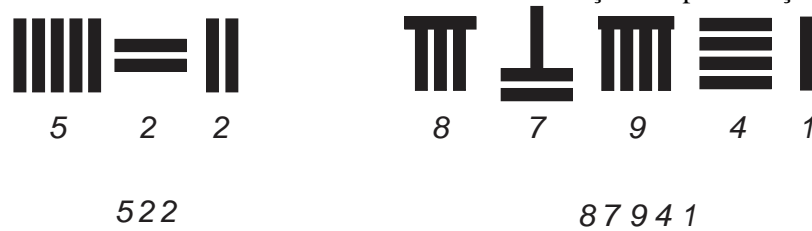
Fonte: Ifrah (1989).

Com o propósito de distinguir bem as diversas ordens de unidades, começou-se a alternar a escrita das ordens.

As unidades de casa ímpar (unidades simples, centenas, dezenas de milhar, milhões, etc.) foram expressas por meio dos “algarismos verticais” (primeira série) e as unidades de casas pares (dezenas, milhares, centenas de milhar, dezenas de milhões etc.) com ajuda dos “algarismos horizontais” (segunda série) (IFRAH, 1989, p. 245).

Exemplos:

Figura 9: Escrita dos números 522 e 87941 utilizando a mudança de representação entre ordens



Fonte: A autora.

Dessa forma, as ambiguidades foram sanadas, porém, nem todas as dificuldades tinham sido resolvidas, pois esse sistema não possuía um zero (IFRAH, 1989, p. 245).

Por causa da ausência de um signo destinado a indicar as unidades em falta de uma determinada ordem, era difícil distinguir notações de números, como por exemplo, 2666, 26660, 20666, 266000, etc. Além disso, uma barra vertical podia corresponder a 1 e também 100, 10000 ou 1000000.

Como foi dito no início da seção, os sistemas maia e chinês foram escolhidos para a elaboração da atividade justamente por conta de suas características. Na tabela 3 apresentamos quais são essas características:

Tabela 3: Características dos sistemas numéricos indo-arábico, chinês e maia.

Sistemas	Valor posicional	Representação para o zero	Quantidade de símbolos utilizados	Base empregada
Indo-Arábico	X	X	10	10
Chinês	X		18	10
Maia	X	X	3	20

Fonte: A autora.

Os três sistemas são posicionais, sendo que apenas o sistema chinês não possui uma representação para o zero, o que possibilitou mostrar a importância do zero no nosso sistema. O sistema chinês e o indo-arábico empregam a base dez e o sistema maia a base vinte, o que permitiu mostrar aos alunos que existem outras bases empregadas por outros sistemas além de possibilitar aos alunos trabalharem com outras formas de agrupamentos sem ser de dez em dez.

Além das características apresentadas a escolha desses sistemas se deu também por conta de suas representações que poderiam ser trabalhadas com materiais manipuláveis, tornando a atividade mais interativa para os alunos.

A partir da escolha dos sistemas a serem trabalhados elaboramos uma primeira atividade sobre as características desses sistemas, a qual foi aplicada num estudo piloto com alunos do 3º ano do Ensino Fundamental com o objetivo de determinamos o público a ser trabalhado. Como os alunos haviam iniciado o trabalho com números de três dígitos e a atividade abordava números acima de 100, eles apresentaram dificuldades na representação dos valores, por conta disso, fizemos a escolha pelo 4º ano.

A seguir, apresentamos o modo como os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem o ensino do sistema de numeração decimal nos Anos Iniciais e de que modo a história contribui para isso.

3.2 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e o ensino do sistema de numeração decimal

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apresentam orientações para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Ao apontar alguns caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula é esclarecido que não existe um único e nem melhor caminho para o ensino, não só da Matemática mas de qualquer outra disciplina. Entretanto, é necessário que o professor tenha conhecimento das diversas possibilidades de trabalho em sala de aula para que possa construir sua prática pedagógica a partir dessas possibilidades. Dentre elas, são citadas: o recurso à resolução de problemas; o recurso às Tecnologias da informação; o recurso aos jogos e o recurso à História da Matemática.

De acordo com os PCNs, ao colocar o foco na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

1. o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
2. o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
3. o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;

4. a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 32-33).

Com relação às tecnologias da informação, são apontados elementos tecnológicos que podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tais como, a calculadora, computadores, entre outros elementos. A calculadora é vista como um recurso para verificação de resultados, correções de erros, podendo ser um valioso instrumento de autoavaliação, além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea. Já o computador “pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades” (Brasil, 1997, p. 35).

Já o recurso aos jogos para crianças pequenas, “são as ações que elas repetem sistematicamente mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é, são fonte de significados e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema” (BRASIL, 1997, p. 35). Os jogos também ajudam a criança a perceber regularidades, a lidar com símbolos, “a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas” (p. 35). Além disso, auxiliam na compreensão e utilização das convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem.

A História da Matemática é apresentada como um recurso que pode oferecer importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processo matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, p. 34).

Além disso, a história é vista como um instrumento resgate da própria identidade cultural e como uma forma de esclarecer ideias matemáticas.

Ao determinar os conteúdos a serem trabalhados os PCNs organizam o início da escolarização em dois ciclos de dois anos cada, sendo que o primeiro ciclo corresponde a 1ª e 2ª série e o segundo ciclo a 3ª e 4ª série.

O sistema de numeração decimal aparece como conteúdo Matemático para o segundo ciclo juntamente com os números naturais e números irracionais num mesmo bloco de conteúdos conceituais e procedimentais, e são apresentados no seguinte quadro:

Quadro 2: Conteúdos Conceituais e Procedimentais - Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais.

- Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
- Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.
- Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
- Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificação e produção de frações equivalentes pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte, todo, quociente e razão.
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário.

Fonte: Brasil, (1997, p. 58-59)

Os PCNs também apresentam algumas orientações didáticas a respeito de como ensinar, abordando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos.

Para o trabalho com o sistema de numeração decimal e com os números naturais é sugerido que se aproveite o conhecimento que os alunos já possuem antes mesmo de ingressarem na vida escolar, tomando como ponto de partida os números já conhecidos por eles. Também é sugerido trabalhar com situações que favoreçam a apropriação da ideia de número pelos alunos, uma delas é comparar coleções do ponto de vista quantitativo, outra situação seria situar algo numa listagem ordenada, “[...] seja para lembrar da posição de um dado objeto numa linha, ou de um jogador num jogo em que se contem pontos, ou para ordenar uma sequência de fatos, do primeiro ao último” (BRASIL, 1997, p. 66).

As características do valor posicional e dos agrupamentos de 10 em 10 do sistema de numeração serão observadas por meio da análise das representações numéricas e dos procedimentos de cálculo em situações-problemas, já no trabalho com números maiores será explorado os procedimentos de leitura e associação da representação da escrita do número.

É nessa sugestão de trabalho para com os números naturais e com o sistema de numeração decimal que o recurso à História da Matemática aparece. É ressaltado que a história da numeração e instrumentos como ábacos e calculadoras podem contribuir para um trabalho interessante com os números e, em especial, com o sistema de numeração.

Bertini e Carneiro (2016) também ressaltam que o trabalho com a história dos números pode oportunizar muitas discussões e explorações. Os autores apresentam que uma das principais contribuições do estudo da história dos números “é o entendimento de que o SND é uma construção humana que se deu ao longo do tempo, a partir de necessidades do homem, e que existiram e ainda existem outras configurações diferentes desta que utilizamos atualmente” (p. 67).

Além disso, a observação de diferentes sistemas de numeração e suas características, pode contribuir para a compreensão do nosso sistema indo-arábico por meio de comparações entre semelhanças e diferenças (BERTINI; CARNEIRO, 2016).

Dessa forma, como já foi dito no início desta seção decidimos elaborar uma atividade envolvendo os sistemas de numeração maia, chinês e indo-arábico. Para isso, procuramos trabalhos que já haviam desenvolvido alguma atividade com alguns destes sistemas para que pudéssemos nos espelhar em nossa proposta.

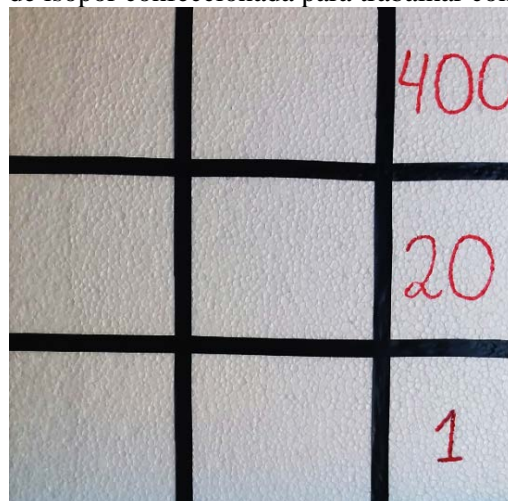
Encontramos dois vídeos falando sobre os sistemas maia e chinês. O primeiro vídeo intitulado “Maya Math¹⁰”, que aparece no site Ancient Origins – Reconstructing the Story of Humanity’s Past, apresenta uma sugestão de como trabalhar com as crianças a adição e a subtração do sistema maia utilizando materiais como pedras, gravetos e conchas e um suporte de madeira. O segundo vídeo intitulado “Chinese Counting Rod Numerals - Multiplication¹¹” mostra como trabalhar com a multiplicação utilizando o sistema chinês representado por palitos de sorvetes cortados ao meio. Decidimos por utilizar os mesmos materiais utilizados nos vídeos para representar os sistemas maia e chinês.

De acordo com Bertini e Carneiro (2016), a utilização de materiais como palitos de sorvetes, ou o material dourado, “não contém em sua estrutura a ideia de valor posicional, independente da posição na qual estiverem as peças a quantidade total mantém-se” (p. 87). Para que o aspecto posicional seja garantido é necessário acrescentar a utilização de algo que indique as ordens para que se coloquem as peças.

Assim, optamos por confeccionar um suporte de isopor contendo uma divisão de três ordens para trabalhar com cada sistema. De um lado do suporte fizemos uma divisão para a numeração maia e do outro uma divisão para o sistema chinês e o indo-arábico.

Para o sistema maia foram feitas três divisões de ordens, as das unidades simples, as das vintenas e a terceira ordem preferimos trabalhar com as quatro centenas ao contrário da terceira ordem utilizada no sistema maia correspondente a 360.

Figura 10: Base de isopor confeccionada para trabalhar com o sistema maia.



Fonte: A autora.

¹⁰ Disponível em: <http://www.ancient-origins.net/news-history-archaeology/yucatan-children-learn-math-better-thanks-ancient-mayan-numeral-system-020638>.

¹¹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=usgBISdrh2k>.

Os materiais utilizados para representar esse sistema foram pedras, gravetos e conchas, sendo que cada pedra representava uma unidade, cada graveto representava cinco unidades e a concha representava o zero.

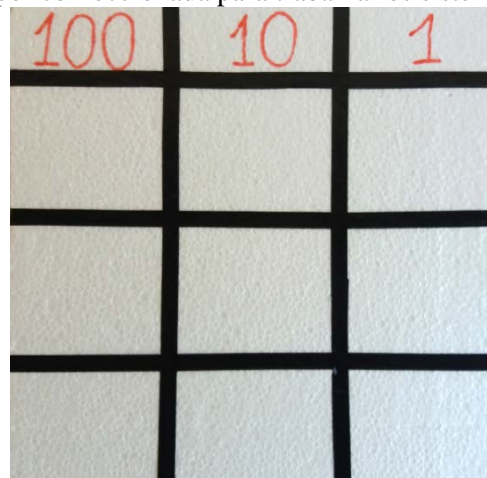
Figura 11: Materiais utilizados para a representação do sistema maia.



Fonte: A autora.

Para os sistemas chinês e indo-arábico também trabalhamos com três ordens, as das unidades, as das dezenas e as das centenas.

Figura 12: Base de isopor confeccionada para trabalhar os sistemas maias e indo-arábico.



Fonte: A autora.

Os materiais utilizados para representar o sistema chinês foram palitinhos de sorvetes cortados ao meio e também decidimos por utilizar botões para representar o zero apesar do sistema chinês não possuir uma representação específica. Nosso intuito era trabalhar com uma das características do nosso sistema que é a dupla função do zero de indicar a ausência de unidade de determinada ordem e guardar a posição de uma ordem vazia.

Figura 13: Materiais utilizados para representar o sistema chinês.



Fonte: A autora.

Para representar o sistema indo-arábico utilizamos o material dourado disponibilizado pela escola para a aplicação.

Figura 14: Material Dourado



Fonte: A autora.

A seguir descrevemos o contexto da pesquisa, os aspectos metodológicos e os instrumentos de coleta de dados que foram utilizados para analisar os resultados obtidos.

3.3 O contexto da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola pública localizada no município de Moreira Sales no noroeste do Paraná. A turma escolhida para aplicação foi um 4º ano do Ensino Fundamental, contando com a participação de 14 alunos. Os instrumentos utilizados para coletar os dados foram uma entrevista semiestruturada realizada com a professora da turma, gravações em áudios, os registros escritos dos alunos e as observações pessoais da pesquisadora registradas em um diário de campo. Para as análises foram elaboradas três categorias: uma relacionada ao potencial do material para o professor, uma relacionada ao aluno e outra relacionada ao processo de ensino e aprendizagem.

A aplicação da atividade ocorreu em quatro horas-aulas distribuídas em dois dias. O encaminhamento em sala de aula se deu da seguinte forma: primeiramente separamos os alunos em duplas.

Começamos a falar sobre uma das primeiras formas de contagem que era a correspondência um a um feita, por exemplo, pelo pastor de ovelhas que representava cada ovelha por uma pedra.

Para cada um dos sistemas apresentamos seu nome e suas características no quadro para depois distribuímos os materiais. Cada dupla além de receber os materiais para representar os sistemas também recebeu uma folha contendo algumas explicações e outra folha para fazerem anotações. Foi passado um envelope contendo alguns valores, cada dupla deveria retirar um valor por vez e representá-lo na base de isopor, além de representa-los também tiveram que conferir os valores representados pelos colegas.

Depois de retirarem dois valores eles realizaram a soma e representaram novamente. Ao trabalhar cada um dos sistemas era questionado aos alunos se eles achavam que o sistema era difícil ou fácil de compreender e relembrávamos as suas características e as comparávamos com o nosso sistema decimal. Ao fim da aplicação foi questionado sobre quem eles achavam que produzia e praticava a Matemática, em quais lugares eles utilizam a Matemática e se esse conhecimento sempre foi da forma como conhecemos hoje.

Descrevemos a seguir todas essas informações com maiores detalhes.

3.3.1 O público trabalhado

Van de Walle (2009) salienta que ao longo dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental os alunos desenvolvem uma compreensão completa do valor posicional, incluindo a extensão para a numeração decimal, e acrescenta que

Para números naturais, o período mais crítico nesse desenvolvimento acontece da EI¹² à 3ª série. Da EI à 1ª série, as crianças contam e são expostas a padrões numéricos até 100. Elas começam a pensar principalmente sobre grupos de dez coisas como uma unidade. Na 2ª série, essas ideias iniciais de padrões e grupos de dez são formalmente associadas ao nosso sistema de numeração de valor posicional. Na 3ª e 4ª séries, as crianças exploram números com três ou mais algarismos. Na 4ª e 5ª séries, as ideias de números inteiros são estendidas para decimais (WALLE, 2009, p.214).

Dessa forma, considerando as ideias expressas por Walle (2009) e pensando nos objetivos do trabalho optamos por desenvolver a pesquisa com o 4º ano ou antiga 3ª série do Ensino Fundamental.

¹² Educação Infantil.

A turma escolhida para a aplicação foi um 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada no noroeste do Paraná, na cidade de Moreira Sales, composta por 20 alunos com a faixa etária de 9 e 10 anos.

Dos 20 alunos 14 participaram da aplicação da atividade sendo que os outros 6 não estavam presentes nas aulas do desenvolvimento da atividade, e todos os alunos que participaram da pesquisa tiveram que entregar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido¹³ assinado pelos pais ou responsáveis.

3.3.2 A Escola

A escola selecionada para a realização da atividade é uma escola pública municipal localizada na cidade de Moreira Sales na região noroeste do Paraná.

Essa escolha se deu pelo fato de já conhecermos a receptividade e o interesse pelo desenvolvimento de trabalhos na escola e também pelo fato da pesquisadora já ter realizado um trabalho anterior em parceria com a escola.

A escola conta com um corpo docente de 25 professores sendo que 2 são professores do Programa Mais Educação¹⁴ que é uma proposta do governo federal para as escolas públicas com o intuito de promover uma educação integral, as oportunidades educativas dos alunos por meio de atividades organizadas nos seguintes macrocampos: Acompanhamento Pedagógico; Meio Ambiente; Esporte e Lazer; Direitos Humanos em Educação; Cultura e Artes; Cultura Digital; Promoção da Saúde; Educomunicação; Investigação no Campo das Ciências da Natureza e Educação Econômica. Já as atividades que compreendem o Acompanhamento Pedagógico são: Matemática; Letramento; Línguas Estrangeiras; Ciências; História e Geografia; Filosofia e Sociologia. A escola desenvolve um acompanhamento pedagógico da Matemática no qual se trabalha com materiais manipuláveis, também é realizado um acompanhamento pedagógico para o letramento e a alfabetização.

O número total de alunos matriculados na escola é de 388, distribuídos em 3 turmas do 1º ano, 5 turmas do 2º ano, 3 turmas do 3º ano, 4 turmas do 4ºano e 4 turmas do 5ºano, nos períodos matutino (07h40 às 11h40) e vespertino (12h50 às 16h50).

¹³ Uma cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido encontra-se no anexo.

¹⁴ Maiores informações disponível em: < http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/passopasso_maiseducacao.pdf>. Acesso em 23 de agosto de 2016.

3.3.3 A professora da turma

Quando entramos em contato com a professora responsável pela turma do 4º ano para falarmos do interesse em desenvolver o trabalho com sua turma ela prontamente aceitou nosso pedido demonstrando um grande entusiasmo principalmente pelo fato da pesquisadora ter sido sua aluna nos primeiros anos escolares.

A professora em questão é formada em Pedagogia e magistério e possui 3 especializações em metodologia da alfabetização, educação à distância e em ensino da arte.

Ela atua em sala de aula há mais de 24 anos. Em sua formação, diz nunca ter visto nada específico de Matemática para os Anos Iniciais, a única Matemática vista foi a mesma Matemática trabalhada no Ensino Médio o que segunda ela dificultou muito seu trabalho em sala de aula que sempre se resumiu a ensinar os alunos a decorarem os conteúdos.

Hoje em suas aulas ela diz trabalhar de forma tradicional e também com o auxílio de algum recurso didático sempre que vai iniciar um conteúdo novo. Além disso, ela faz uso do livro didático Projeto Coopera Matemática 4º ano¹⁵, somente para deveres de casa.

Com relação ao trabalho com o sistema de numeração, diz iniciar sempre contando a história do pastor de ovelhas e logo em seguida já utilizar o material dourado. Ela também relata a dificuldade dos alunos em interpretar situações problemas e na realização das operações aritméticas, mas que apesar das dificuldades a turma é bem participativa em especial nas aulas em que ela trabalha com algum material diferenciado.

Apesar da professora não ter conhecimento de outras formas de metodologia ela reconhece a importância de se desenvolver um trabalho que auxilie o aluno na compreensão dos conteúdos e não apenas na sua memorização.

3.3.4 Aspectos metodológicos da pesquisa

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa que, segundo D’Ambrosio (2013) “[...] tem como foco entender e interpretar dados e discursos” (p. 12).

Ainda sobre a pesquisa qualitativa Bogdan e Biklen (1994) destacam cinco características que esse tipo de abordagem metodológica possui, são elas: 1ª “Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (p. 47), ou seja, o investigador insere-se no ambiente a ser pesquisado e

¹⁵ REAME, E; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera Matemática – 4º ano**. PNLD 2016. Editora Saraiva, 2016.

obterá informações por meio do contato direto com sua fonte de pesquisa, sendo que “os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto” (p.48). 2ª “A investigação qualitativa é descritiva” (p. 48), sendo que os investigadores qualitativos têm por objetivo abordar “o mundo de forma minuciosa” (p. 49). 3ª “Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (p. 49), 4ª “Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (p. 50), os dados não são recolhidos com o objetivo de confirmar ou não alguma hipótese, ao contrário, “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando” (p. 50). 5ª “O significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (p. 50), os investigadores estão interessados nas percepções particulares dos sujeitos, “no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas” (p. 50).

Como instrumentos de coleta de dados utilizamos a observação participante, o diário de campo, as gravações em áudio, os registros escritos dos alunos e uma entrevista semiestruturada com a professora.

Ludke e André (2013) afirmam que “a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado” (p. 30) e que isso apresenta uma série de vantagens:

Em primeiro lugar, a experiência direta é sem dúvida o melhor teste de verificação da ocorrência de determinado fenômeno. “Ver para crer”, diz o ditado popular.

[...] o observador pode recorrer aos conhecimentos e experiências pessoais como auxiliares no processo de compreensão e interpretação do fenômeno estudado.

A observação direta permite que o observador chegue mais perto da “perspectiva dos sujeitos”, um importante alvo nas abordagens qualitativas.

Além disso, as técnicas de observação são extremamente úteis para “descobrir” aspectos novos de um problema.

Finalmente, a observação permite a coleta de dados em situações em que é impossível outras formas de comunicações (LUDKE; ANDRÉ, 2013, p.30-31).

No nosso caso, escolhemos a observação participante como um dos instrumentos de coleta de dados, “que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc.), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada” (FIORENTINI, LORENZATO, 2012, p.108).

Outro instrumento utilizado para a coleta de dados foi o diário de campo que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012), é um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo. “É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p.118-119).

As gravações em áudio foram utilizadas para identificarmos, por meio das falas dos alunos, quais as potencialidades do uso pedagógico da História da Matemática se evidenciaram na aplicação da atividade e os registros escritos dos alunos serviram para complementarmos nossas observações.

Também realizamos uma entrevista com a professora da turma a fim de conhecermos um pouco sobre sua prática docente e o contexto em que os alunos estavam inseridos. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012) a entrevista pode ser vista como “uma conversa a dois com propósitos bem definidos” (p.120), no nosso caso o objetivo foi conhecer a formação da professora, os métodos de ensino utilizados por ela, se ela conhecia e se já havia utilizado a História da Matemática, e também como era a participação dos alunos durante as aulas. Para isso utilizamos a entrevista semiestruturada, “que traz como uma de suas características a elaboração prévia de um roteiro” (MANZINI, 2003, p.3) para auxiliar na condução da entrevista para o objetivo pretendido. Assim, foram elaboradas as seguintes perguntas que nos auxiliaram na condução da entrevista¹⁶:

1. Qual a sua formação?
2. Há quanto tempo tem atuado em sala de aula?
3. Como foi seu contato com a matemática durante sua formação inicial?
4. Você se lembra como o tema de Sistemas de Numeração foi abordado na sua formação? Houve alguma indicação sobre a história desse tema, ou sugestão de materiais que poderiam ser utilizados?
5. Como suas aulas de Matemática se estruturam?
6. Você faz uso de algum material (manipulável) nas suas aulas de Matemática? Faz uso de algum livro didático ou paradidático?
7. Você segue alguma abordagem metodológica específica de ensino? Se sim, qual e por quê.

¹⁶ A entrevista na íntegra encontra-se ao final do trabalho, anexa.

8. Já trabalhou com Sistemas de numeração com essa turma (ou outras), como o tema foi desenvolvido?
9. Com relação a esta turma, que tipo de dificuldade os alunos apresentam?
10. Como é a participação dos alunos nas aulas tradicionais? E nas aulas com recursos didáticos diferenciados?
11. Conhece a metodologia de História da Matemática? Já fez uso dela para ensinar algum conteúdo? De que forma?
12. O que acha da utilização de diferentes metodologias em sala de aula?

Dessa entrevista extraímos informações que foram utilizadas em nossas análises que serão descritas na próxima seção.

Para realizar as análises construímos três categorias relacionadas às potencialidades de Miguel e Miorim (2011). Essa construção das categorias se deu por conta de que algumas das potencialidades possuem características semelhantes quanto aos seus argumentos, dessa forma em uma mesma situação poderiam aparecer mais de uma potencialidade e também por conta de algumas potencialidades serem bem específicas poderia acontecer de não serem identificadas em nossa atividade.

Assim, com o intuito de direcionar nossas análises optamos por construir categorias de análises mais gerais. Para construir essas categorias agrupamos as potencialidades de acordo com suas referências: uma com as potencialidades que se referem ao professor, outra com as potencialidades que se referem ao aluno e outra com as potencialidades que se referem ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, sendo que os critérios utilizados para esses agrupamentos foram nosso entendimento sobre essas potencialidades.

1ª categoria de análise: Potencialidades relacionadas ao professor.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades da História da Matemática apresentadas por Miguel e Miorim (2011) que auxiliam o professor em sala de aula tanto na preparação da aula quanto na identificação das dificuldades que os alunos apresentam, são elas: fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino; fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar; fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar; fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar; fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem

a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar.

2º categoria de análise: Potencialidades relacionadas ao aluno.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades da História da Matemática para o aluno, a saber: fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade; fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas; fonte que possibilita uma conscientização epistemológica; fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual; fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática; fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento.

3º categoria de análise: Potencialidades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, são eles: fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática; fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento; fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino; fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar.

Por meio dessas categorias é que foram analisadas as potencialidades da aplicação da atividade que serão descritas a seguir.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISES DA ATIVIDADE

Nesta seção, apresentamos a descrição da aplicação da atividade e as análises realizadas que ocorreram por meio da elaboração de três categorias de análises a partir das potencialidades elencadas por Miguel e Miorim (2011) relacionadas ao potencial do material para o professor, para o aluno e para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A escrita dessa seção estará variando da 1ª pessoa do singular para a 3ª pessoa do plural. Utilizamos a 1ª pessoa do singular para indicar as ações da pesquisadora em sala de aula e a 3ª pessoa do plural foi utilizada para falar das reflexões acerca da atividade.

4.1 Aplicação da Atividade

Como descrito nas seções anteriores elaboramos uma atividade sobre sistemas de numeração, mais especificamente sobre o sistema maia, chinês e indo-arábico com o objetivo de trabalharmos as características do sistema de numeração decimal que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, ainda é de difícil compreensão pelos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sendo que o recurso à história pode contribuir neste trabalho. Dessa forma, a partir da aplicação da atividade buscamos analisar as contribuições da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração nos Anos Iniciais com uma turma do 4º ano.

Os encaminhamentos da atividade em sala de aula foram realizados pela pesquisadora, sendo que a professora da turma estava presente a todo momento observando o desenvolvimento do trabalho e em algumas vezes opinando também.

4.1.1 Aplicação do dia 06/07/2016 das 7h40 às 9h40

No primeiro dia de aplicação da atividade estava chovendo muito e por conta disso, alguns alunos não estavam presentes. Do total de 20 alunos da turma apenas 6 faltaram nesse dia. Assim, 14 alunos participaram do desenvolvimento da atividade.

Logo de início houve certa curiosidade por parte dos alunos em relação aos materiais que foram levados para a sala de aula. Expliquei que iríamos trabalhar com alguns sistemas de numeração com aqueles materiais.

Antes de começar a falar sobre os sistemas foi pedido para os alunos formarem duplas. Ao todo foram compostas 7 duplas, sendo que as duplas foram decididas entre os próprios alunos.

Para esta escrita as duplas foram nomeadas de dupla 1 até dupla 7 e os alunos foram nomeados de aluno 1 até aluno 14. Os alunos da dupla 1 foram nomeados de aluno 1 e aluno 2, as alunas da dupla 2 foram nomeadas de aluna 3 e aluna 4, e assim sucessivamente para as demais duplas.

Iniciei minha fala dizendo que antigamente os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e o 9 não existiam como os conhecemos hoje. A partir dessa informação questionei os alunos se eles saberiam me dizer de que forma eram realizadas as contagens sem a existência dos números. Uma única aluna respondeu:

Aluna 4: Eles usavam os números romanos¹⁷.

Questionei novamente de que forma eram realizadas as contagens antes de existirem os números romanos.

Aluna 5: Eles contavam com pedras as coisas.

Pesquisadora¹⁸: Isso mesmo. E o que mais utilizavam além das pedras?

Alunos: Animais.

Pesquisadora: Na verdade eles utilizavam as pedras para contar os animais.

Aproveitei este momento para falar sobre umas das primeiras formas de contagens que era estabelecida por uma relação biunívoca.

Pesquisadora: O pastor de ovelhas, por exemplo, quando ele saía com seu rebanho utilizava as pedras para contar as ovelhas. Cada ovelha ele representava por uma pedra, então uma ovelha ele contava com uma pedra, duas ovelhas com duas pedras, três ovelhas com três pedras...

Nesse momento um aluno me questionou:

Aluno 1: Mas os números ainda não existiam?

Pesquisadora: Ainda não existiam.

Aluno 1: Porque eles falavam um, dois, três, quatro?

Expliquei para a turma que os números realmente não existiam, mas que já havia a noção das quantidades um, dois, três, quatro. O pastor quantificava suas ovelhas como pedra - ovelha, e não uma pedra - uma ovelha, duas pedras - duas ovelhas. O que acontece é que estamos acostumados a quantificar as coisas por meio dos números utilizados hoje em dia e fazemos uso deles para facilitar as explicações. Prossegui com o exemplo do pastor:

¹⁷ Todas as falas estarão em itálico.

¹⁸ O termo pesquisadora está se referindo a pesquisadora responsável pela aplicação da atividade e quando aparecer o termo professora estará se referindo a professora regente da turma.

Pesquisadora: Se o pastor tivesse cem ovelhas ele precisaria de cem pedras. E se ele tivesse um rebanho ainda maior ele precisaria de mais pedras ainda.

Nesse momento uma aluna se manifestou:

Aluna 9: Ele poderia pegar uma coisa e contaria como dez.

Pesquisadora: E o que poderia ser essa coisa?

Timidamente uma aluna respondeu:

Aluna 7: Pauzinhos.

Pesquisadora: Isso mesmo poderia pegar um graveto para representar dez ovelhas ou também poderia ser uma pedra maior que estaria representando dez pedrinhas menores.

Pesquisadora: Além das pedrinhas e do graveto de que outra forma ele poderia fazer para contar suas ovelhas?

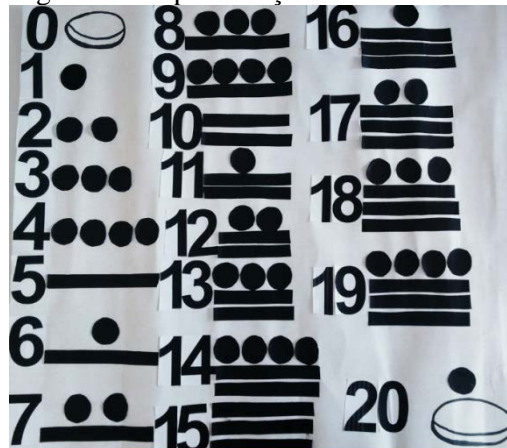
Aluno 1: Ele também pode pegar alguma coisa e riscar assim.

Acompanhando a fala, o aluno mostrou como se estivesse fazendo risquinhos na carteira. Outro aluno também falou sobre fazer risquinhos:

Aluna 11: Ele poderia riscar no chão.

Acrescentei as falas dizendo que além dessas formas de contagem por meio de pedras, gravetos, e risquinhos, também se contava os objetos fazendo-se nós em cordas, dobrando os dedos, entre outras formas. Expliquei para os alunos que devido à necessidade de efetuar contagens mais extensas alguns povos criaram uma forma de contagem própria, seu sistema de numeração. Um exemplo foi o povo maia que criou um sistema de numeração posicional, de base 20 e com uma representação específica para o zero. Foi falado que esse sistema era composto por três símbolos, uma concha que representava o zero, um ponto que representava uma unidade e um traço que representava cinco unidades. Com o auxílio de uma cartolina contendo a numeração maia expliquei como eles procediam na escrita dos números de 0 até o 20.

Figura 15: Representação do sistema maia.



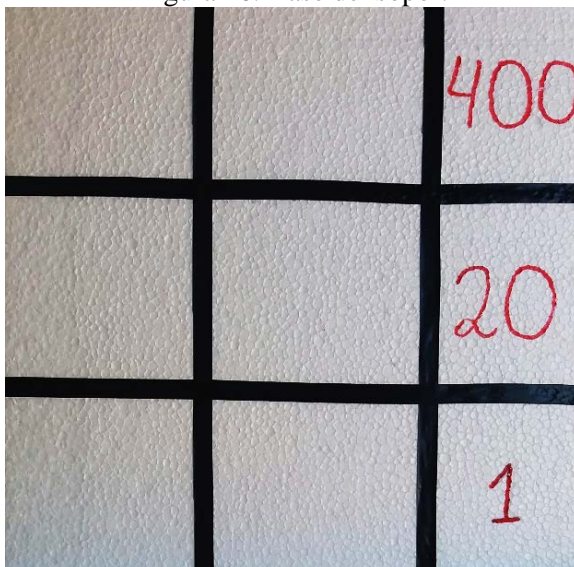
Fonte: A autora.

Foi falado que a representação dos números 1, 2, 3 e 4 era por meio de 1 a 4 pontos, já o 5 não era representado por um traço. Fui explicando como era constituído cada um dos números do 0 ao 20. No meio da explicação um aluno questionou se a escrita do número 20 estava correta porque deveria ser o 10 já que a representação era um ponto e um zero. Aproveitei o questionamento desse aluno para explicar que a partir do valor 20 era empregado o valor posicional para realizar a escrita dos números. O 20 não seria escrito por quatro tracinhos de cinco unidades, seria representado verticalmente por um ponto acima da representação do zero. Nesse caso o ponto não valeria apenas uma unidade, mas uma vintena, uma vez que nesse sistema os valores eram escritos verticalmente. Portanto o ponto acima do zero estaria valendo 20 vezes o 1, que é igual a 20 mais o 0 que está abaixo do ponto, logo $20 + 0$ é igual a 20. Como não havia unidade o zero era utilizado abaixo do ponto para indicar essa ausência de unidades e também para guardar a posição da mesma forma como utilizamos em nosso sistema.

Fiz uma explicação com base no nosso sistema que também é posicional, questionei para eles se o símbolo 1 possuía o mesmo valor nos números 1, 12 e 123. Eles responderam que não, pois um era uma unidade, outro já representava uma dezena e ou outro uma centena. Expliquei que no sistema maia ocorria de forma análoga só que com a escrita na vertical e no lugar de dezenas eram vintenas. O fato de o sistema ser posicional significa que a posição ocupada pelo ponto irá determinar o valor que ele está representando, que poderia ser 1 na primeira ordem, na segunda ordem representaria 20 e na terceira ordem valeria 400. Expliquei a composição de mais alguns valores da segunda ordem. O número 21 seria um ponto que estaria representado uma vintena, 1×20 , mais um ponto abaixo na ordem das unidades simples, logo $20 + 1$ seria igual a 21.

Após a explicação do sistema foi entregue aos alunos um suporte de isopor contendo as divisões sobre a qual eles iriam representar os valores da numeração maia conforme a figura 16:

Figura 16: Base de isopor.



Fonte: A autora.

Também foram entregues os gravetos, as pedras e as conchas.

Figura 17: Materiais entregues aos alunos.




Fonte: A autora.

Cada pedra representava uma unidade, o graveto cinco unidades e a concha representava o zero.

Além disso, foi entregue uma folha contendo algumas explicações e algumas representações do sistema maia:








Figura 18: Folha entregue aos alunos.

A concha representa o zero  = 0

Cada ponto ou pedra representa uma unidade $\bullet = 1$

Cada traço ou graveto representa cinco unidades $\text{—} = 5$

O ponto é utilizado até 4 vezes e o traço até 3 vezes.

1	\bullet	6	$\text{—} \bullet$	11	$\text{—} \bullet$	16	$\text{—} \bullet$
2	$\bullet \bullet$	7	$\text{—} \bullet \bullet$	12	$\text{—} \bullet \bullet$	17	$\text{—} \bullet \bullet$
3	$\bullet \bullet \bullet$	8	$\text{—} \bullet \bullet \bullet$	13	$\text{—} \bullet \bullet \bullet$	18	$\text{—} \bullet \bullet \bullet$
4	$\bullet \bullet \bullet \bullet$	9	$\text{—} \bullet \bullet \bullet \bullet$	14	$\text{—} \bullet \bullet \bullet \bullet$	19	$\text{—} \bullet \bullet \bullet \bullet$
5	—	10	$\text{—} \text{—}$	15	$\text{—} \text{—} \text{—}$		
20	\bullet	21	\bullet	22	\bullet	23	\bullet
			\bullet		$\bullet \bullet$		\bullet
			$\bullet \bullet$		$\bullet \bullet \bullet$		$\bullet \bullet$
			$\bullet \bullet \bullet$		$\bullet \bullet \bullet \bullet$		—
			$\bullet \bullet \bullet \bullet$		$\text{—} \text{—}$		\bullet
			—		$\bullet \bullet$		—
			$\text{—} \text{—}$				$\text{—} \text{—} \text{—}$
			$\text{—} \text{—} \text{—}$				$\text{—} \text{—} \text{—}$
			$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$				$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$
			$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$				$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$
			$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$				$\text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—} \text{—}$
400		425	\bullet	450	$\bullet \bullet$	500	—
			—		$\text{—} \text{—}$		

Fonte: A autora.

E uma folha com uma tabela para anotarem os valores:

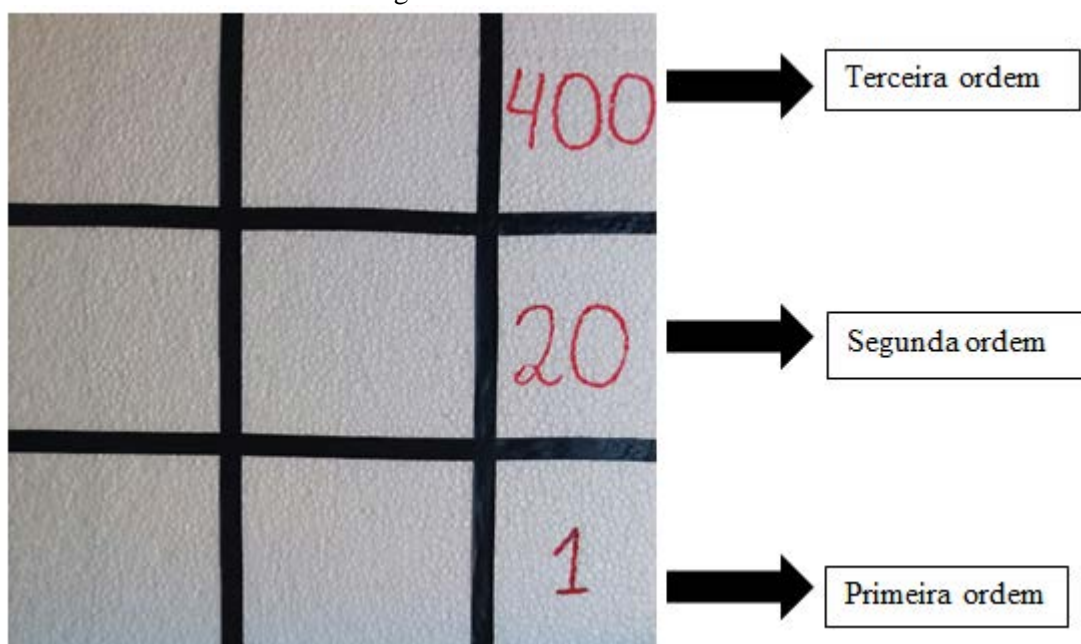
Tabela 4: Tabela entregue aos alunos.

Primeiro valor	Segundo valor	Valor total

Fonte: A autora.

Depois de entregues os materiais foi explicado que eles iriam representar os valores da numeração maia sobre o suporte de isopor que estava dividido em três ordens: a ordem das unidades simples que era a primeira linha na horizontal, a segunda linha na horizontal que correspondia a segunda ordem na qual o valor era multiplicado por 20 e a terceira linha na horizontal que correspondia a terceira ordem na qual os valores eram multiplicados por 400.

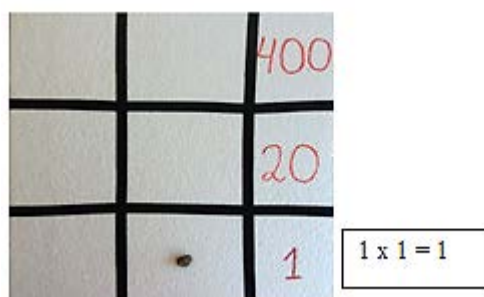
Figura 19: Divisões de ordens.



Fonte: A autora.

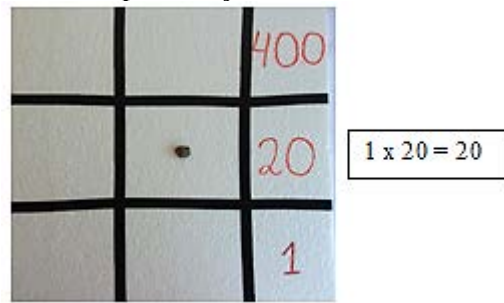
Assim, uma pedra na unidade simples estaria representando uma unidade $1 \times 1 = 1$, na segunda ordem estaria representado $1 \times 20 = 20$ e na terceira ordem estaria representado $1 \times 400 = 400$.

Figura 20: Representação do número 1 no sistema maia.



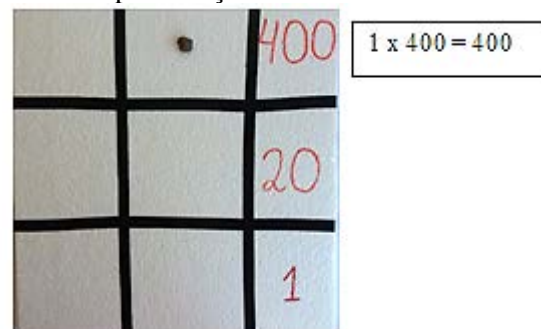
Fonte: A autora.

Figura 21: Representação do número 20 no sistema maia.



Fonte: A autora.

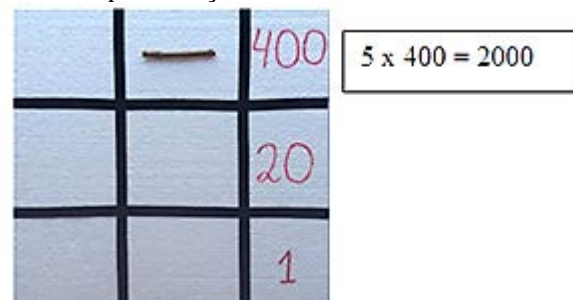
Figura 22: Representação do número 400 no sistema maia.



Fonte: A autora.

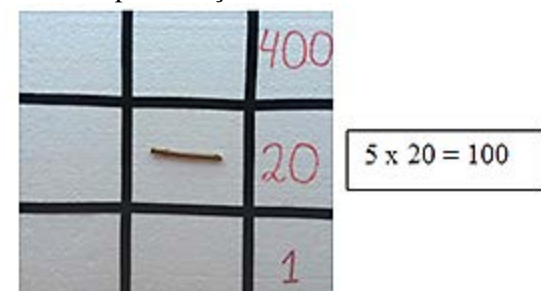
De forma análoga para o graveto, na primeira ordem valeria cinco unidades $5 \times 1 = 5$, na segunda ordem $5 \times 20 = 100$ e na terceira ordem valeria $5 \times 400 = 2000$.

Figura 23: Representação do número 2000 no sistema maia.



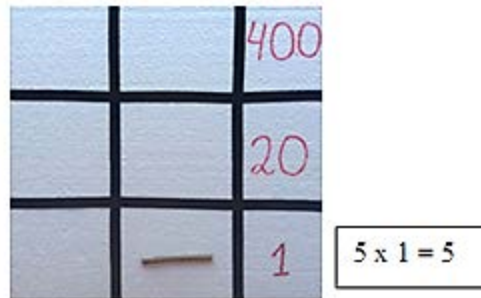
Fonte: A autora.

Figura 24: Representação do número 100 no sistema maia.



Fonte: A autora.

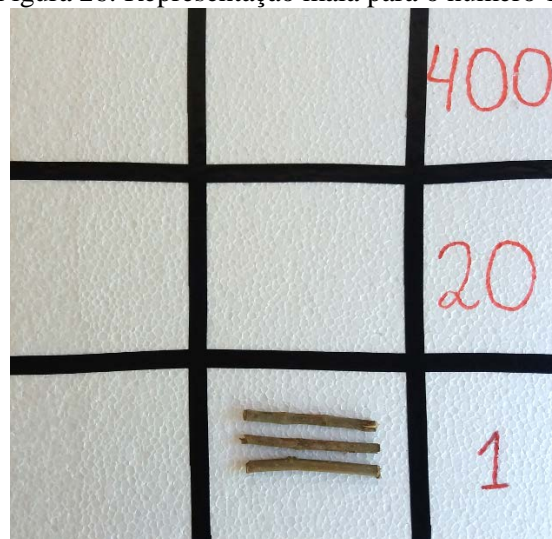
Figura 25: Representação do número 5 no sistema maia.



Fonte: A autora.

Expliquei que iria passar em cada uma das duplas com um envelope contendo valores de 0 a 19 e que cada uma iria retirar um valor e representá-lo. Caso retirassem o número 15, por exemplo, iria representá-lo na primeira linha das unidades simples por meio de três gravetos, pois cada graveto equivale a cinco unidades segundo a representação maia.

Figura 26: Representação maia para o número 15.



Fonte: A autora.

Já o número 19, por exemplo, seria representado ainda na linha das unidades simples só que por meio de 3 gravetos e 4 pedras, pois cada graveto valeria cinco unidades, e cada pedra uma unidade, assim, três gravetos de 5 unidades seria igual a 15 mais as 4 pedras seria igual ao 19.

Figura 27: Representação maia para o número 19.



Fonte: A autora.

Caso retirassem o zero iriam representá-lo com uma concha.

Figura 28: Representação maia para o número 0.



Fonte: A autora.

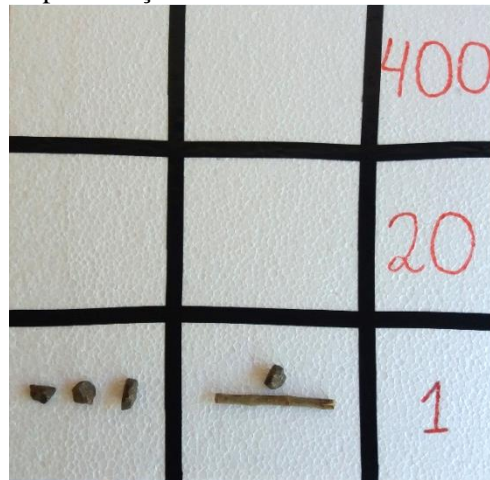
Depois de representarem, eles deveriam anotar esse valor na folha contendo a tabela na coluna do primeiro valor.

Em seguida, eles deveriam conferir se os valores retirados pelos colegas estavam representados de forma correta.

Novamente eles iriam retirar um número do envelope e representá-lo na linha das unidades simples na outra coluna disponível. Por exemplo, se fossem retirados os valores 3 e 6 seriam representados da seguinte forma: na linha das unidades simples em uma coluna seria

representado o número 3 por meio de três pedras e o número 6 seria representado na outra coluna por meio de um graveto e uma pedra:

Figura 29: Representação dos valores 3 e 6 na numeração maia.

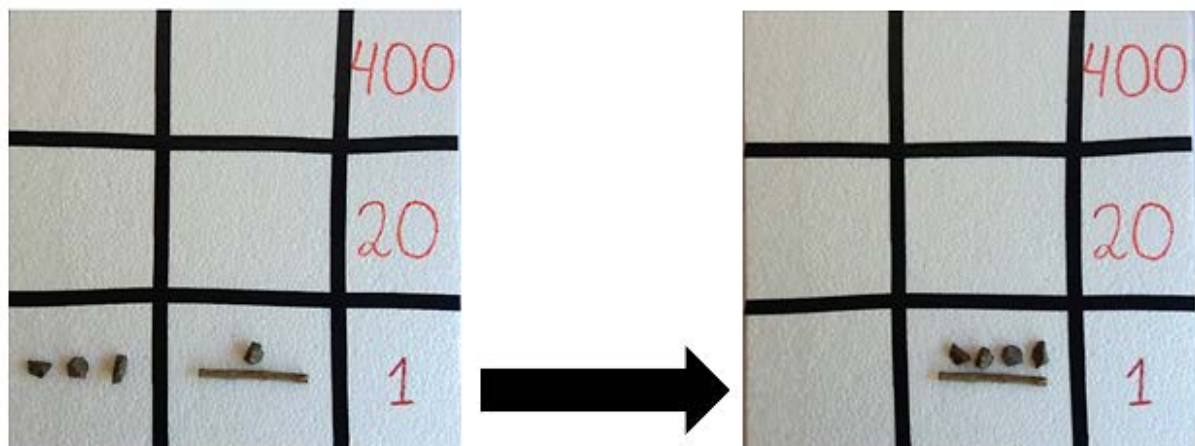


Fonte: A autora.

Mais uma vez eles iriam conferir os valores representados pelos colegas se estavam corretos ou não.

Expliquei como eles iriam fazer para somar os dois valores retirados. Primeiro eles deveriam juntar todas as pedras e todos os gravetos em uma única coluna, nesse exemplo os valores retirados seriam o 3 e o 6:

Figura 30: Soma dos valores 3 e 6.



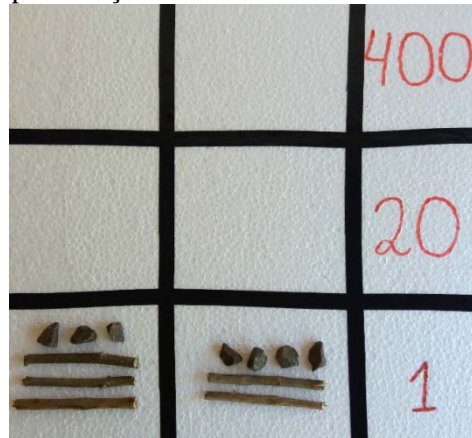
Fonte: A autora.

Logo, um graveto que equivale a cinco unidades mais quatro pedras valendo uma unidade cada seria $5 + 4 = 9$.

Expliquei outro exemplo no qual a soma resultou em um valor acima de 20. Caso tivessem retirado os valores 14 e 18, primeiramente iriam representá-los na linha das unidades

simples. O número 18 seria representado por três gravetos mais três pedras, ou seja, $5 + 5 + 5 + 3 = 18$, pois cada graveto equivale a cinco unidades, e o número 14 seria representado por dois gravetos mais quatro pedras, ou seja, $5 + 5 + 4 = 14$.

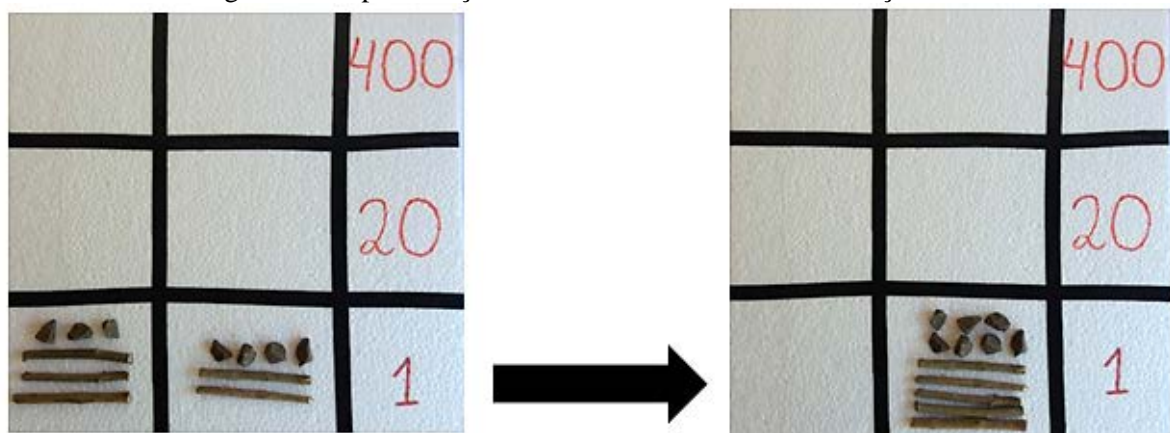
Figura 31: Representação dos números 18 e 14 na numeração maia.



Fonte: A autora.

Para somá-los, novamente deveriam juntar todas as pedras e os gravetos numa única coluna:

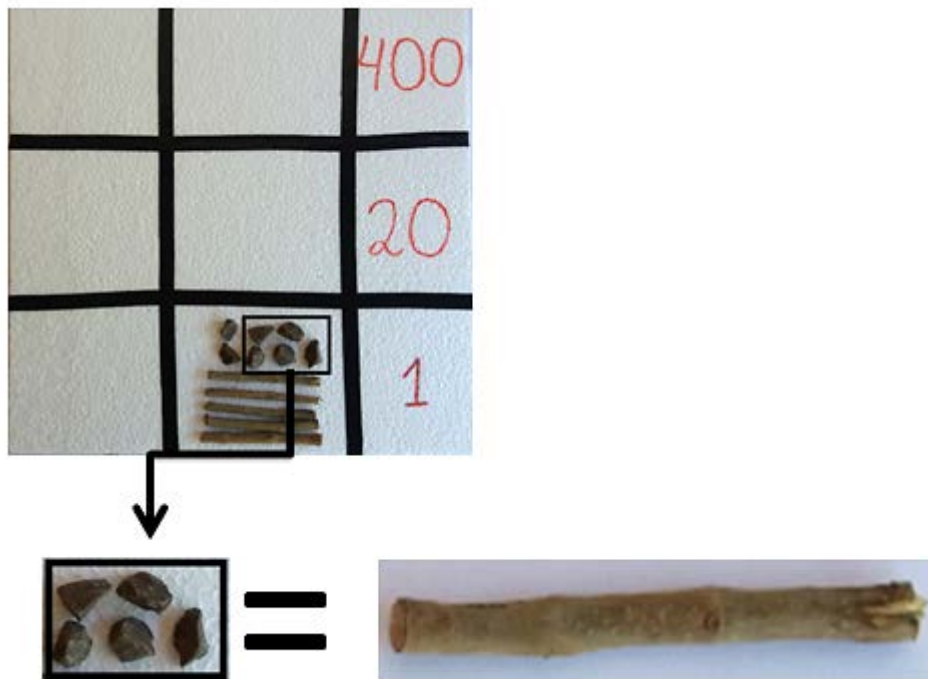
Figura 32: Representação dos números 18 e 14 na numeração maia.



Fonte: A autora.

Depois de juntar todas as pedras e os gravetos, ficaria um total de sete pedras e cinco gravetos. O próximo passo a ser realizado foi fazer agrupamentos de cinco pedras e substituí-las por um graveto, pois no sistema maia cada pedra era utilizada até quatro vezes, acima de quatro era feita uma substituição de cinco pedras por um graveto que valeria cinco unidades.

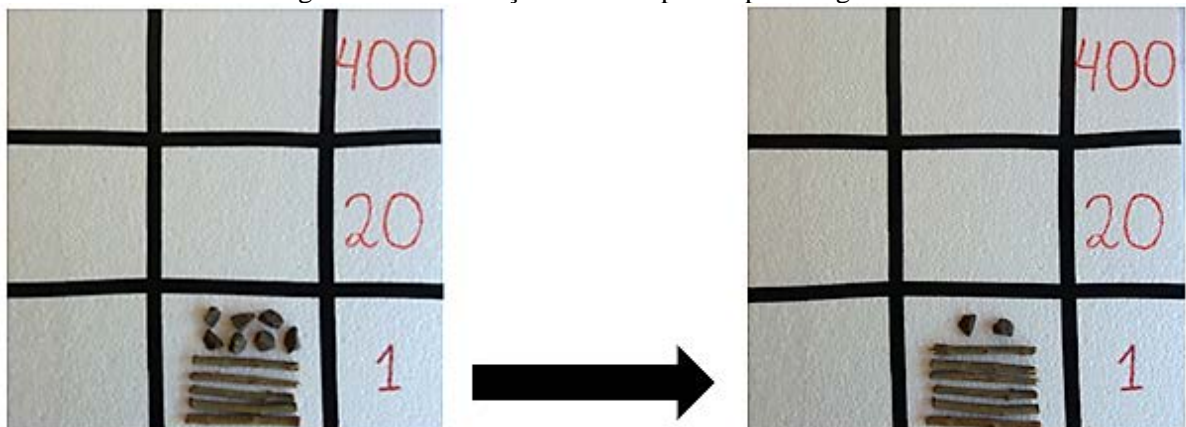
Figura 33: Segundo passo para a realização da soma dos valores 18 e 14.



Fonte: A autora.

Dessa forma, trocando cinco pedras por um graveto teremos um total de duas pedras e seis gravetos:

Figura 34: Substituição de cinco pedras por um graveto.

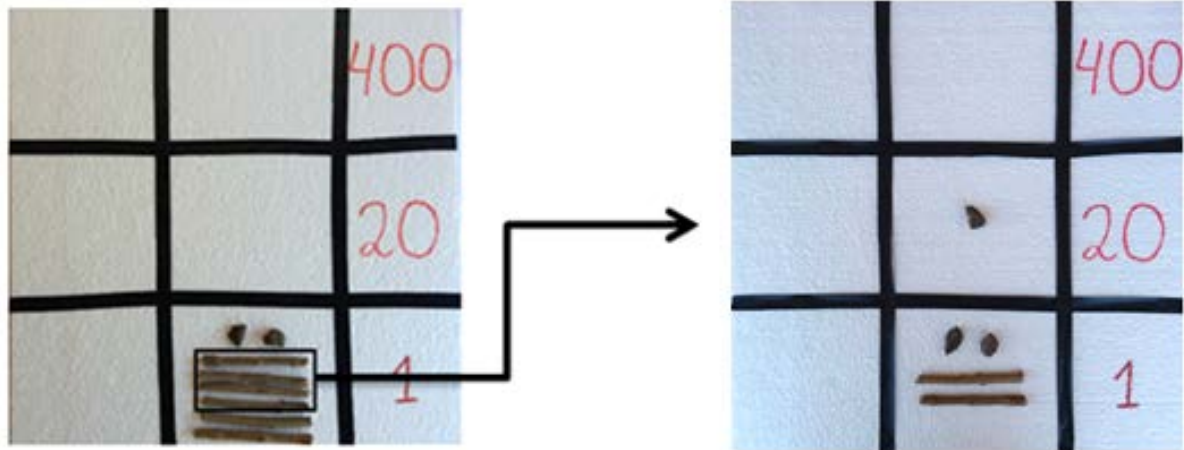


Fonte: A autora.

Como ficaram duas pedras não há mais agrupamentos a serem feitos com elas, uma vez que o agrupamento só é realizado no caso de haver mais de cinco pedras. O próximo passo é realizar agrupamentos com os gravetos, seguindo o sistema de numeração maia os gravetos são utilizados até três vezes, acima disso é feita uma substituição para a próxima ordem, pois quatro gravetos já equivalem a vinte unidades. Sendo assim, como temos um total de seis gravetos

devemos fazer um agrupamento de quatro gravetos que equivale a vinte, pois cada graveto tem o valor de cinco unidades e devemos substituí-lo por uma vintena.

Figura 35: Substituição de quatro gravetos por uma pedra.



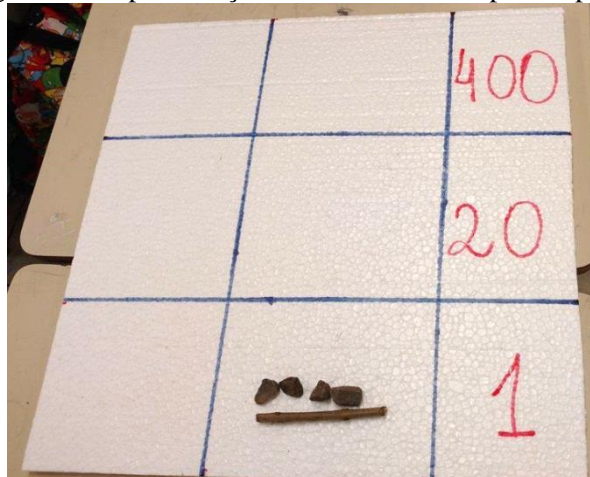
Fonte: A autora.

Logo, o resultado da soma dos valores $18 + 14$ é igual a uma vintena 1×20 mais 12, igual a 32.

Após as explicações, cada dupla retirou o primeiro valor a ser representado e depois conferiram se o valor representado pelos colegas estava correto e por que.

A dupla 2, por exemplo, retirou o número 9 e representou da seguinte forma:

Figura 36: Representação do número 9 feita pela dupla 2.



Fonte: A autora.

Quando questionada, a dupla 1 sobre qual valor a dupla 2 havia retirado, eles responderam o seguinte:

Dupla 1: É o número nove.

Pesquisadora: Porque é o número nove?

Dupla 1: Porque tem um pauzinho que vale cinco, então cinco mais as quatro pedrinhas é nove.

Todos conseguiram representar os valores iniciais sem dificuldades.

Em seguida, eles retiraram o segundo valor e representaram na segunda coluna, exemplificada na imagem a seguir:

Figura 37: Valores 13 e 6 representado pela dupla 4.



Fonte: A autora.

Novamente eles tiveram que conferir o valor retirado pelos colegas. Na imagem 36 o segundo valor retirado pela dupla 4 foi o número 13. Ao questionar a dupla 3 sobre o valor retirado pela dupla 4, responderam o seguinte:

Dupla 3: É o treze.

Pesquisadora: Por quê?

Dupla 3: Porque cinco mais cinco é dez, mais três é treze.

Novamente não apresentaram dificuldades na representação dos valores.

Após representarem os dois valores cada dupla deveria realizar a soma e fazer uma nova representação para o valor encontrado.

Algumas duplas retiraram valores nos quais a soma resultou em valores maiores que 19. Como é o caso das duplas 6 e 3. A dupla 6 retirou os números 1 e 19 cuja soma resultou em 20:

Figura 38: Soma dos valores 1 e 19 realizada pela dupla 6.

Primeiro valor	Segundo valor	Valor total
1.	<u>19</u>	20

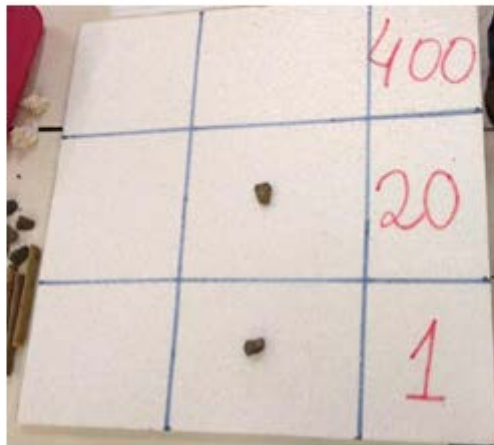


Fonte: A autora.

Já a dupla 3 havia retirado os valores 10 e 11 que resultou na soma igual a 21:

Figura 39: Soma dos valores 10 e 11 realizada pela dupla 3.

Primeiro valor	Segundo valor	Valor total
<u>10</u>	<u>11</u>	21



Fonte: A autora.

A dupla 1 representou a soma dos números 16 e 10 da seguinte forma:

Figura 40: Representação feita pela dupla 1 para a soma de $10 + 16$.



Fonte: A autora.

Quando questionei como eles haviam chegado nessa representação eles responderam o seguinte:

Dupla 1: Nós tiramos os números dezesseis e dez, aí nós somamos e deu vinte e seis.

Pesquisadora: Vamos conferir esse valor representado?

Pesquisadora: Como vocês colocaram uma pedrinha na casa das vintenas fica uma vez o vinte que é?

Dupla 1: Vinte. Mais dezesseis é igual a vinte e seis.

Pesquisadora: Será que a soma de vinte mais dezesseis é igual a vinte e seis?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: Então vamos somar novamente dezesseis mais dez.

Pedi para a dupla representar os valores 16 e 10 novamente para realizarmos a soma juntos.

Pesquisadora: Vamos juntar todas as pedrinhas e todos os gravetos. As pedrinhas podem ser utilizadas até quantas vezes?

Dupla 1: Quatro.

Pesquisadora: Quantas pedrinhas temos aqui?

Dupla 1: Uma.

Pesquisadora: Preciso fazer alguma troca?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: E os gravetos até quantas vezes podemos utilizar?

Dupla 1: Três.

Pesquisadora: Até três vezes, né!

Pesquisadora: Então vamos somar os gravetos. Nós temos um, dois, três, quatro, cinco gravetos. Então como passou de quatro gravetos nós vamos retirar quantos?

Dupla 1: Dois.

Pesquisadora: Mas se eu retirar dois gravetos não tem outra forma de representá-los a não ser por dois gravetos mesmo. Não é porque eles podem ser utilizados até três vezes que eu tenho que deixar sempre três e retirar todos os outros. Se eu retirar dois gravetos e representar com uma pedra na casa seguinte eu vou estar retirando dez e representando por vinte. O que temos que fazer é um agrupamento e representá-lo de outra forma, mas sem alterar o seu valor, a sua quantidade.

Vou explicar mais uma vez. Eu tenho cinco gravetos e cada um vale cinco unidades, então cinco mais cinco é igual a dez, mais cinco é igual a quinze, mais cinco, vinte, mais cinco é igual a vinte e cinco. O número vinte e cinco na numeração maia é representado por cinco gravetos?

Dupla 1: Não.

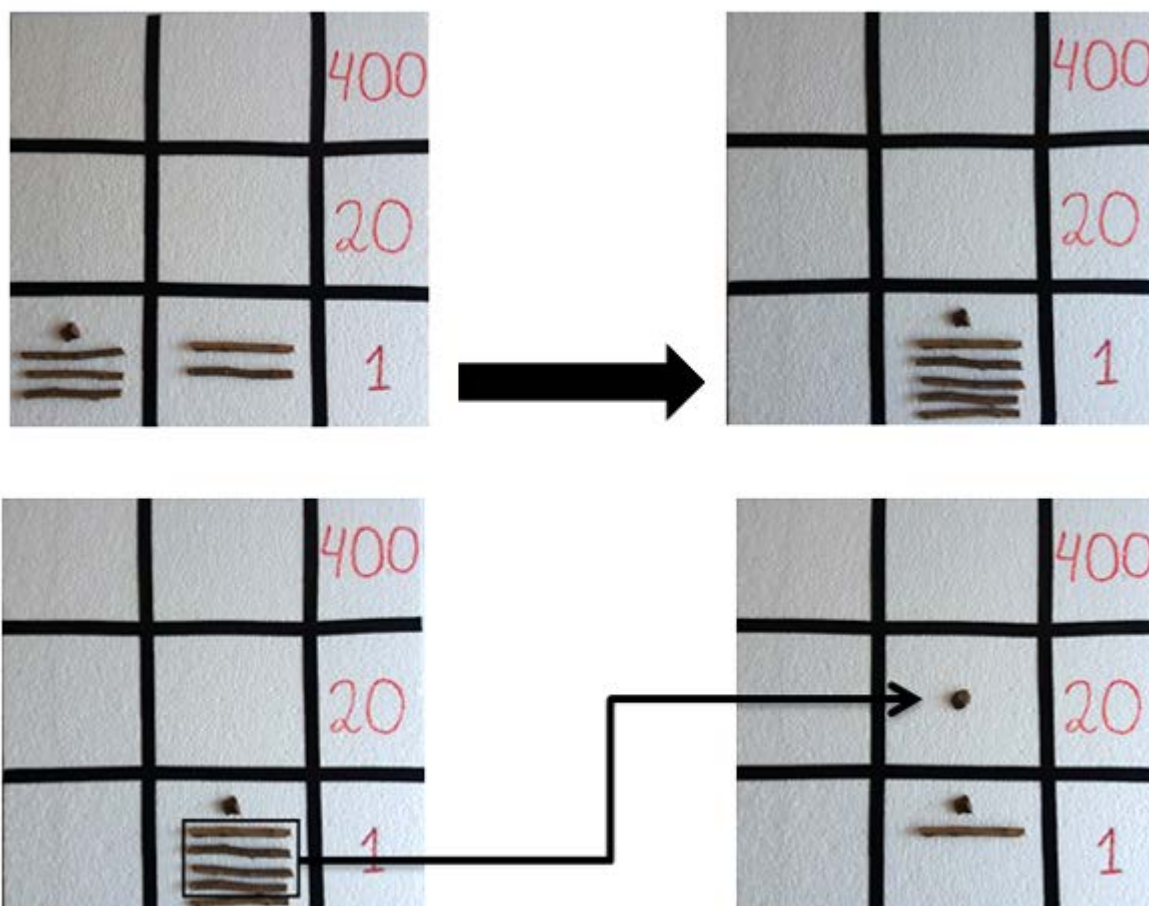
Pesquisadora: Os gravetos só eram utilizados até três vezes, acima disso já era feita uma representação para a próxima ordem. O número vinte não era representado por quatro gravetos cada um valendo cinco unidades, mas era utilizada uma pedra na casa das vintenas, pois uma pedra vale uma unidade, então uma vez o vinte é igual a vinte. Então a gente não retira os outros gravetos e deixa os três, nós fazemos uma substituição de quatro gravetos que valem vinte por uma pedra na casa das vintenas. Vejam que o valor retirado e o valor representado são os mesmos. Agora vamos ver quantos gravetos ficaram. Restou um não é? A gente precisa fazer outra substituição?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: Não! A gente só precisaria fazer outra substituição se tivessem restado mais de três gravetos. Então somando todos os valores, uma vez o vinte que é igual a vinte, mais cinco é igual a vinte e cinco, mais um é igual a vinte e seis.

No diálogo com a dupla 1 foi possível constatar um equívoco na hora de realizar a troca entre ordens. Como os gravetos poderiam ser utilizados até três vezes, os alunos ao invés de agruparem quatro gravetos equivalendo a 20 e representá-los na próxima ordem como está ilustrado na imagem:

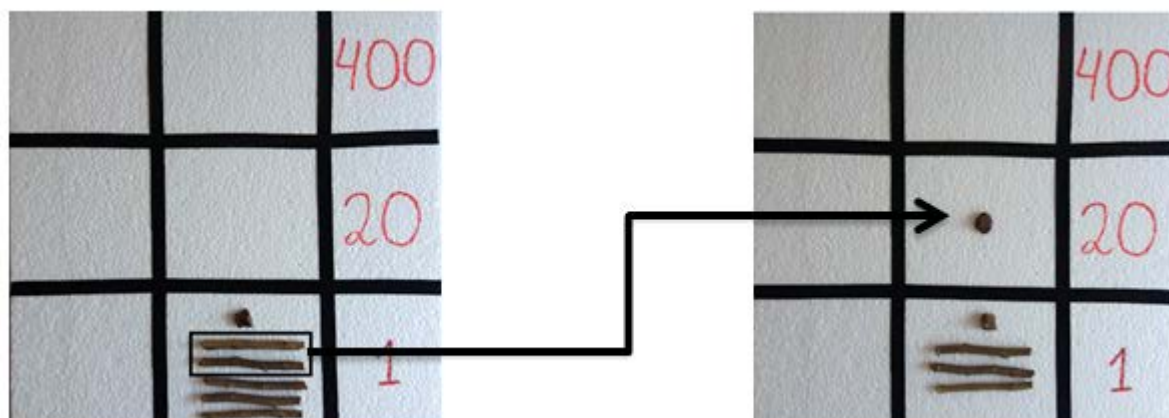
Figura 41: Exemplo da forma de proceder a troca de quatro gravetos por uma pedra na ordem superior.



Fonte: A autora.

Eles apenas retiraram dois gravetos e deixaram três, que era a quantidade máxima que poderia ser utilizado. Assim, estavam representando dois gravetos de 10 unidades por uma vintena, logo, alterando o valor da soma de 26 para 36, como é possível ver na imagem:

Figura 42: Troca entre ordens realizada pela dupla 1.



Fonte: A autora.

Assim como a dupla 1, outras duplas também apresentaram este mesmo equívoco. Podemos inferir que a ocorrência desse equívoco pode ser por conta dos alunos estarem trabalhando com um sistema que não era familiar a eles como também por não compreenderem a questão dos agrupamentos e troca entre ordens. Santos (2014), ao realizar uma aplicação de atividades sobre as operações aritméticas, também constatou alguns erros cometidos pelos alunos no desenvolvimento da atividade, tais como: erros de contagem; aplicação incorreta no desenvolvimento do algoritmo; uso de operação inadequada; cálculo mental; falta de resposta em situações problemas; erros de tabuada; falta de conhecimento do algoritmo; esquecimento do “vai um”, entre outros.

Por conta dessa dificuldade, decidimos trabalhar apenas com valores pequenos para que eles compreendessem o processo de agrupar as pedras e representá-las por um graveto, e o processo de agrupar os gravetos e representá-los na próxima ordem, pois, para representar números maiores eles teriam que pensar em quantas vintenas ou quantos vinte caberiam dentro do número, o que exigiria deles contas e mais contas, este não era nosso objetivo.

Ao final da aula recolhi os materiais e perguntei o que eles acharam do sistema de numeração maia, se era difícil ou não trabalhar com ele. Alguns falaram que era fácil e outros que era difícil. Perguntei se eles achavam mais difícil que o nosso sistema. Novamente a turma ficou dividida. Então questionei para quem achou difícil trabalhar com o sistema maia por que havia achado difícil. Um aluno respondeu que achou o sistema difícil porque tinha que saber onde representar o valor, se era no 1 no 20 e no 400.

Aproveitei a fala desse aluno para recordar uma das características desse sistema, que é ser posicional, por isso que era preciso saber onde colocar as pedras e os gravetos, pois o valor de cada pedra ou graveto iria depender da sua posição ocupada.

Recordei as outras características desse sistema: a existência de uma representação específica para o zero, que era formado por pontos, traços e uma concha, sua base é vigesimal e sua representação é feita na vertical.

Por fim, questionei quais eram as características semelhantes do sistema maia com o nosso sistema, pois segundo Bertini e Carneiro (2016), essa comparação entre diferentes sistemas pode contribuir para a compreensão do sistema de numeração decimal, sendo que os alunos responderam que as semelhanças entre eles era o fato de serem posicionais e possuírem uma representação para o zero.

De forma geral, no trabalho com esse sistema os alunos apresentaram dificuldades na hora de realizar os agrupamentos e fazerem a troca entre as ordens. A seguir, relatamos o segundo dia da aplicação.

4.1.2 Aplicação do dia 07/07/2016 das 7h40 às 9h40

O segundo dia de aplicação era o último dia de aula antes de iniciarem as férias escolares. Estavam presentes apenas 10 alunos. Iniciei a aula solicitando que formassem duplas mais uma vez. Renomeei as duplas de dupla 1, dupla 2, dupla 3, dupla 4 e dupla 5. Recordei com os alunos as características do sistema maia, para isso questionei se eles sabiam me dizer quais eram essas características.

Alunos: Bolinhas, pauzinhos e concha.

Pesquisadora: Quanto que valia cada bolinha ou pedrinha?

Alunos: Um.

Pesquisadora: E quanto que valia cada pauzinho ou tracinho?

Alunos: Cinco.

Pesquisadora: E a concha?

Alunos: Zero.

Perguntei quais outras características esse sistema apresentava.

Alunos: Ele é posicional.

Pesquisadora: E o que significa o sistema ser posicional?

Alunos: Que depende da posição.

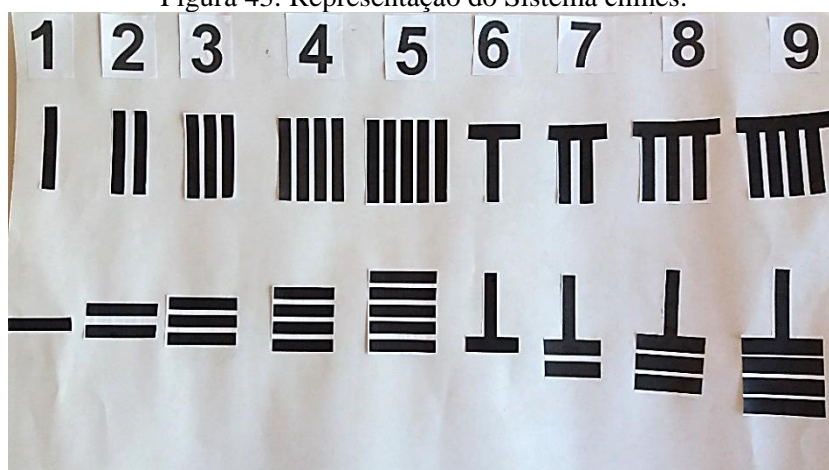
Pesquisadora: O valor que ele irá assumir dependerá da sua posição ocupada!

Apresentei alguns exemplos no sistema maia de como o valor da pedrinha variava conforme sua posição.

Relembrei que a base desse sistema era vigesimal, que os valores eram representados na vertical e que ele possuía uma representação para o zero.

Recordadas as características do sistema maia falei para a turma que iríamos trabalhar com outro sistema de numeração, o sistema chinês. Com o auxílio de uma cartolina contendo a representação desse sistema iniciei minha explicação.

Figura 43: Representação do Sistema chinês.



Fonte: A autora.

Logo que coloquei esse sistema no quadro uma aluna me questionou se ele não tinha o zero. Aproveitei seu questionamento para iniciar a explicação desse sistema falando da ausência de uma representação para o zero. Ao contrário do sistema maia que representava o zero por meio de uma concha, esse sistema não possuía nenhuma representação.

Falei que a primeira escrita para essa numeração foi por meio de traços na vertical, na qual eram feitos agrupamentos de traços para representar os valores de 1 a 9. Do 1 ao 5 eram feitos de 1 a 5 cinco tracinhos, já o número 6 era representado por meio de uma composição de um traço na horizontal que tinha o valor simbólico de 5 mais um traço na vertical que valia 1, logo, o número 6 era a composição do 5 mais o 1, um traço na horizontal com um traço abaixo, na vertical. O 7 era representado por um traço na horizontal que valia 5, mais dois traços abaixo, na vertical, o 8 por um traço na horizontal mais 3 traços abaixo, na vertical, e o 9 por um traço na horizontal mais 4 traços abaixo, na vertical. Além dessa representação esse sistema era decimal e escrito na horizontal, de forma análoga ao nosso sistema.

Mostrei alguns exemplos de números escritos nesse sistema e falei da ambiguidade que essa escrita apresentava uma vez que não havia uma diferenciação na escrita dos valores de ordens diferentes e também não havia uma separação na escrita entre um número e outro. Logo o número 123 podia ser interpretado como o número 12 e o 3, ou então o número 1 e o número 23, ou os números 1, 2, 3 de forma individual.

Em decorrência dessa dificuldade foi criada uma segunda escrita para os números de 1 a 9. Agora por meio de traços na horizontal. Do número 1 ao 5 eram feitos de 1 a 5 traços na horizontal. O número 6 era escrito por meio da composição de um traço na vertical que tinha valor simbólico 5 e mais um traço na horizontal que valia 1, o 7 era representado por meio de

um traço na vertical mais dois traços abaixo, na horizontal, o 8 por meio de um traço na vertical mais três traços abaixo, na horizontal e o 9 por meio de um traço na vertical mais quatro traços abaixo, na horizontal.

Depois de explicar a segunda representação foi dito que os chineses começaram a intercalar as representações na escrita dos números. Iniciava-se a escrita do número pela primeira representação na vertical, o segundo valor era escrito por meio da segunda representação na horizontal, o terceiro era escrito na vertical e assim por diante. Portanto, os valores que correspondiam às unidades, centenas, dezenas de milhar, etc., eram representados por meio da primeira escrita na vertical, já os valores correspondentes às dezenas, unidade de milhar, centena de milhar, etc., eram representados por meio da segunda escrita na horizontal. Feita essa explicação mostrei alguns exemplos da escrita de números no sistema chinês no quadro.

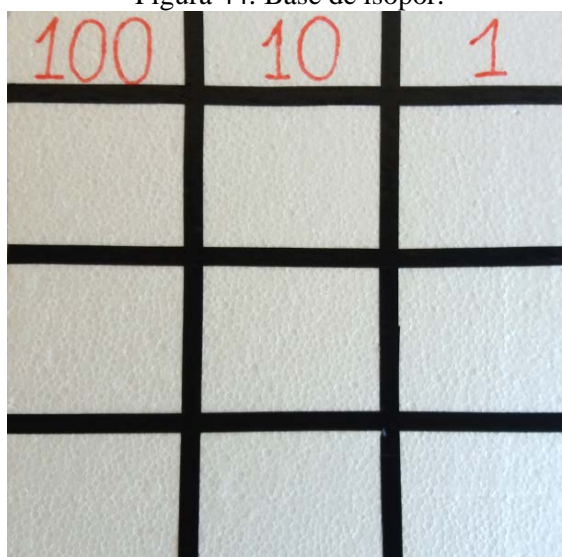
Os alunos pediram para ir ao quadro escreverem também. Deixei cada um deles escrever um número no quadro antes de prosseguir com a explicação.

Um aluno perguntou como era feita a escrita do número 130. Expliquei que, por conta da ausência de uma representação para o zero, o número 130 era escrito da mesma forma que o número 13, ou o número 1300, ou o número 13000, e que essa era outra dificuldade apresentada nesse sistema.

Depois dos alunos escreverem alguns números no quadro iniciamos o trabalho com esse sistema.

Foi entregue para cada dupla a base de isopor com as seguintes divisões:

Figura 44: Base de isopor.



Fonte: A autora.

Também foram entregues palitos de sorvete e botões:

Figura 45: Materiais entregues aos alunos.



Fonte: A autora.

Uma folha contendo algumas explicações para auxiliá-los:

Figura 46: Folha entregue aos alunos.



Essa representação será utilizada nas unidades e nas centenas



Essa representação será utilizada nas dezenas



O botão representará o zero

Fonte: A autora.

E a tabela para anotarem os valores:

Tabela 5: Tabela entregue aos alunos.

Primeiro valor	Segundo valor	Valor total

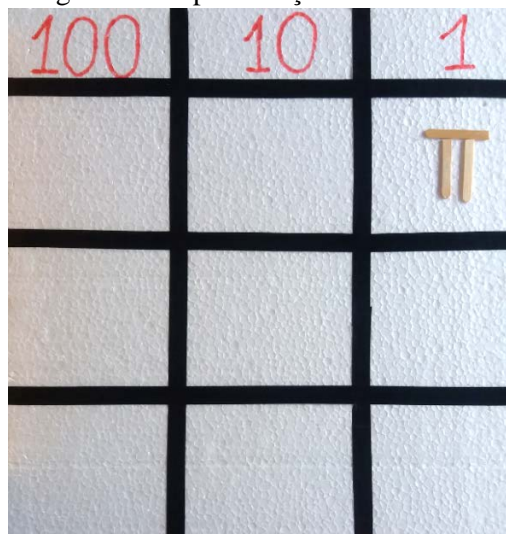
Fonte: A autora.

Após entregar os materiais expliquei para os alunos que eles iriam utilizar os palitos de sorvete para representar a escrita da numeração chinesa e que iriam usar o botão para representar o zero.

Mostrei de que forma eles iriam representar os números na base de isopor.

Cada dupla iria retirar um valor de 0 a 9 e representá-lo na primeira linha com a primeira coluna da base de isopor (que correspondia às unidades) e anotá-lo na folha contendo a tabela na coluna do primeiro valor. Por exemplo, caso retirasse o número 7 representariam na coluna das unidades e por meio da escrita na vertical, pois essa era a representação utilizada nas unidades.

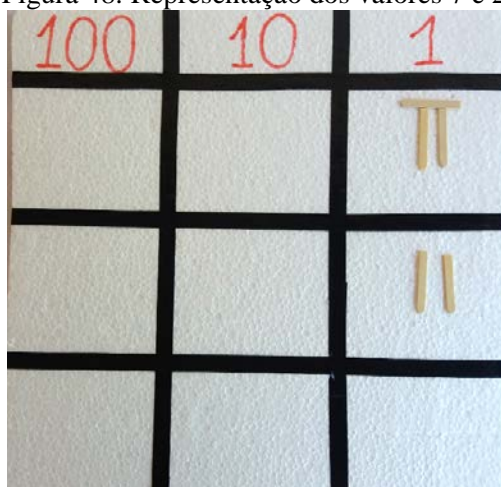
Figura 47: Representação do número 7.



Fonte: A autora.

Depois eles deveriam conferir o valor representado pelos colegas e conferir se estava correto ou não e por que. Em seguida deveriam retirar um segundo valor de 0 a 9 e representá-lo na primeira coluna abaixo do primeiro valor já representado. Por exemplo, caso o segundo valor retirado fosse 2, deveriam representar da seguinte forma:

Figura 48: Representação dos valores 7 e 2.

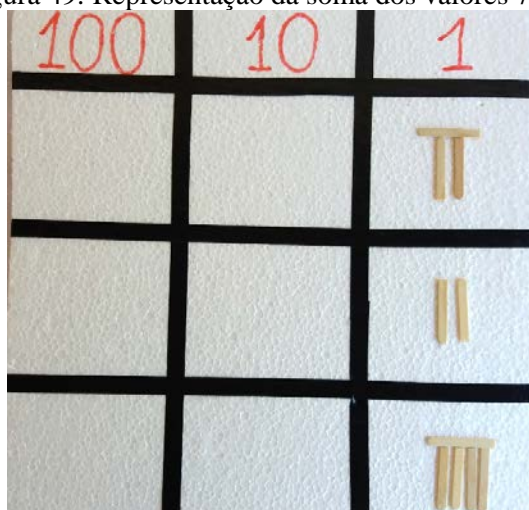


Fonte: A autora.

Novamente eles deveriam conferir o valor retirado pelos colegas e verificar se haviam representado de forma correta.

Após retirarem os dois valores iriam somá-los e representá-los na última linha abaixo dos dois valores já retirados. Caso a soma resultasse num valor menor que 10 seria representada na primeira coluna, apenas. Por exemplo, a soma dos valores 7 e 2 resulta em 9, e a representação ficaria da seguinte forma:

Figura 49: Representação da soma dos valores 7 e 2.

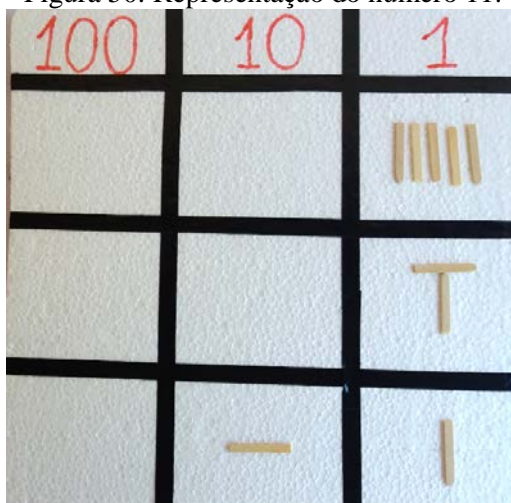


Fonte: A autora.

Caso a soma dos dois valores resultasse num valor acima de 9 deveriam representar esse valor na coluna das dezenas e na coluna das unidades. Por exemplo, se tivessem retirados os valores 5 e 6 em que a soma resulta em 11, a representação ficaria da seguinte forma: um

palitinho na casa das dezenas (segunda coluna) na posição horizontal e um palitinho na casa das unidades (primeira coluna) na posição vertical.

Figura 50: Representação do número 11.



Fonte: A autora.

Após a explicação, os alunos retiraram o primeiro valor para representar. A dupla 2, por exemplo, havia retirado o valor 8:

Figura 51: Representação do número 8 feita pela dupla 2.



Fonte: A autora.

Ao questionar a dupla 1 sobre qual valor a dupla 2 havia retirado eles responderam o seguinte:

Dupla 1: É o oito.

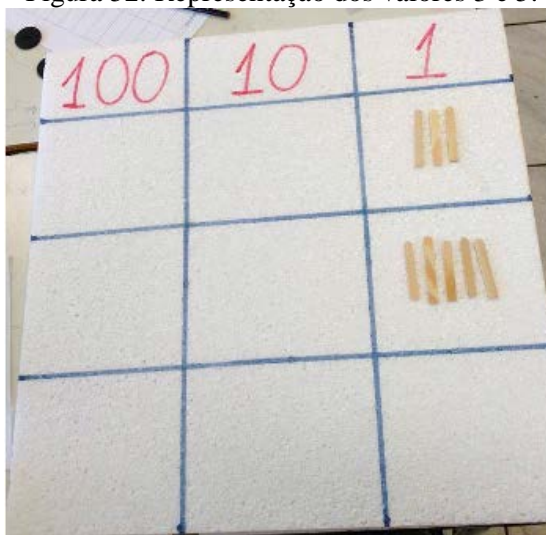
Pesquisadora: Porque é o oito?

Dupla 1: Porque é o cinco, seis, sete e oito.

A dupla respondeu apontando para o palitinho que estava na horizontal que valia 5 e continuou somando apontando cada palitinho na vertical.

Depois as duplas retiraram o segundo valor e representaram na base e anotaram na tabela. No exemplo abaixo, a dupla havia retirado os valores 3 e 5.

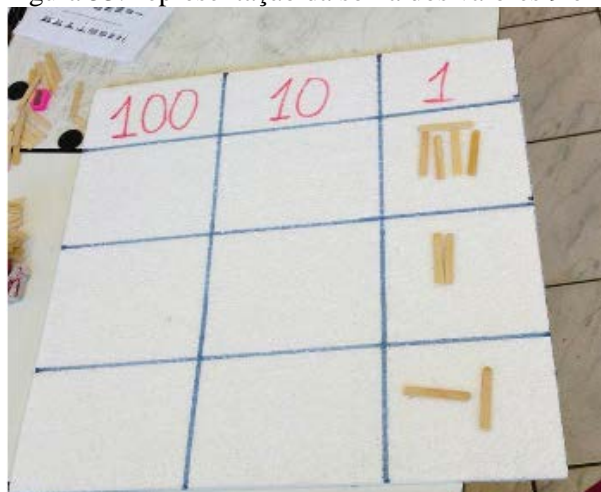
Figura 52: Representação dos valores 3 e 5.



Fonte: A autora.

Após retirarem os dois valores, eles efetuaram a soma. Uma das duplas solicitou minha ajuda. Elas haviam retirado os valores 9 e 2 e representado a soma da seguinte forma:

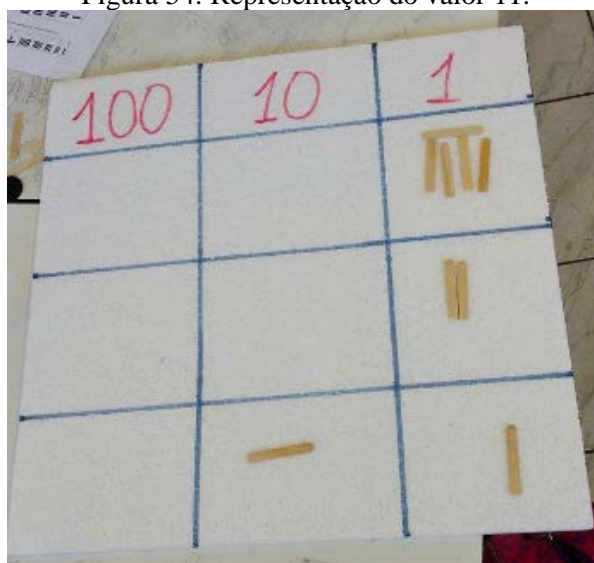
Figura 53: Representação da soma dos valores 9 e 2.



Fonte: A autora.

Elas colocaram o resultado 11 em uma única coluna. Expliquei que a soma estava correta e a orientação dos palitinhos também, porém, como se tratava de uma dezena e uma unidade, o palito que estava fazendo referência à dezena deveria ser representado na coluna da dezena e o palito correspondente à unidade na coluna da unidade, conforme a figura 54:

Figura 54: Representação do valor 11.



Fonte: A autora.

Depois de somados os valores novamente as duplas retiraram um valor para representar, só que agora os valores variavam de 10 a 250. Algumas duplas na hora de representar os valores estavam esquecendo-se da mudança da escrita na casa das dezenas e também decompondo os valores em centenas, dezenas e unidades na hora de escrever.

A dupla 1, por exemplo, cometeu os dois equívocos. Pelo registro de áudio foi possível constatar que a dupla não chegou a um consenso sobre a forma correta de representar o valor 126:

Aluno 1: Quanto que a gente tirou? Cento e quanto?

Aluna 2: Cento e vinte e seis.

Aluna 2: Não tem o vinte será que a gente vai ter que utilizar o dois?

Aluno 1: Dois? Você não sabe de nada não.

Aluna 2: O cem vai ser aqui, o vinte aqui e aqui o seis.

Aluno 1: Nada a vê!

Aluna 2: A “pro” acabou de falar!

Aluno 1: Não é não!

Aluna 2: É sim.

Aluno 1: Vamos ver então. Põe o cem aí então.

Aqui é possível perceber uma tomada de independência do aluno 1 ao se opor à opinião de sua parceira mesmo ela dizendo que a forma correta seria a que professora havia falado. Ele acredita que sua forma de pensar seja a correta e ainda desafia sua colega pedindo para que ela

coloque a resposta dela e pergunte para a professora qual das duas é a correta. Podemos associar essa independência do aluno 1 com a conquista da autonomia intelectual apresentada nas potencialidades de Miguel e Miorim (2011).

Prosseguindo com os diálogos, enquanto terminava de atender uma dupla para depois atendê-los, a discussão entre eles continuou:

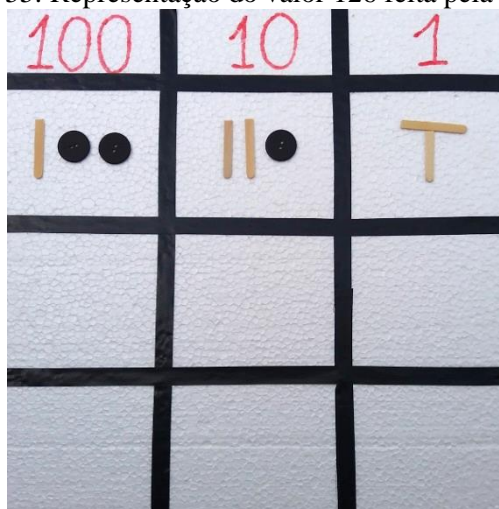
Aluna 2: Será que é em pé?

Uma aluna da dupla vizinha interferiu na discussão:

Aluna 3: Eu acho que é em pé. Eu acho.

Quando cheguei à carteira para ver qual era a dúvida deles, perguntaram-me se estava correta a forma como eles haviam representado. A figura 55 ilustra a forma como haviam representado o valor 126.

Figura 55: Representação do valor 126 feita pela dupla 1.



Fonte: A autora.

Nesse momento começamos a dialogar sobre as respostas apresentadas por eles:

Aluna 2: Está certo pro?

Pesquisadora: Que número vocês tiraram?

Aluno 1: Cento e vinte e seis.

Pesquisadora: Quantas centenas têm no número cento e vinte e seis?

Aluno 1: Uma.

Pesquisadora: Isso, uma centena. Aqui na representação vocês colocaram o número cem. Tem cem centenas no número cento e vinte e seis?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: Vejam que quando vocês colocam o número cem aqui é como se fossem cem centenas, ou seja, cem vezes cem que é igual a dez mil, foi esse o número que vocês tiraram?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: Quando eu perguntei quantas centenas tem o número cento e vinte e seis vocês me responderam certo, responderam que era uma, só que na hora de representar vocês colocaram cem centenas ao invés de uma.

Pesquisadora: E quantas dezenas tem o número cento e vinte e seis?

Dupla 1: Duas.

Pesquisadora: E quantas unidades?

Dupla 1: Seis.

Pesquisadora: Então vocês têm que colocar essas quantidades que vocês acabaram de me falar, uma centena, duas dezenas e seis unidades.

Aluno 1: Eu disse que estava errado.

O aluno 1 faz questão de deixar claro que sua resposta era a correta.

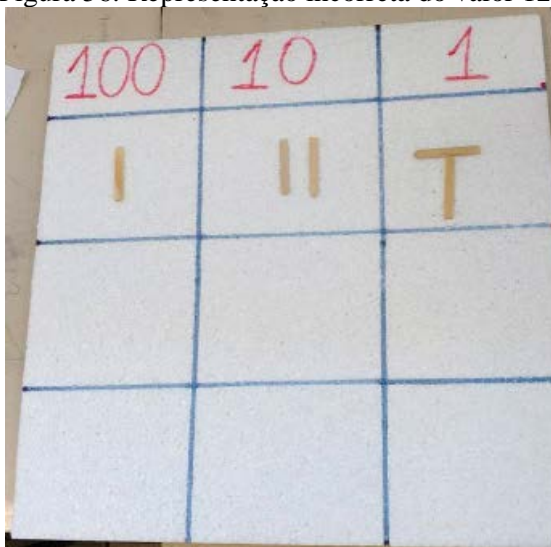
Quando questionado se eles haviam entendido minha explicação, o aluno 1 deixa claro em sua fala que está compreendendo a questão do posicionamento:

Aluno 1: Agora eu entendi, esse aqui é um ‘cem’, aqui é dois ‘dez’ que é vinte e aqui é seis ‘um’ que é seis.

É possível perceber que ele compreendeu que a posição que o número está ocupando vai determinar seu valor. Quando ele diz “aqui é um cem”, está dizendo que o 1 está valendo uma centena e não apenas uma unidade. Quando ele diz “aqui é dois dez que é vinte”, está querendo dizer que são duas dezenas, por isso vale vinte, e quando ele diz “aqui é seis um”, está querendo dizer que são 6 unidades simples, o 6 uma vez.

Na hora de representar o número 126 eles compreenderam a questão do posicionamento, entretanto acabaram se confundindo na escrita da representação das dezenas. Na figura 56 podemos observar que a dupla representou todos os valores na vertical, sendo que na casa das dezenas os valores são representados pela escrita horizontal.

Figura 56: Representação incorreta do valor 126.

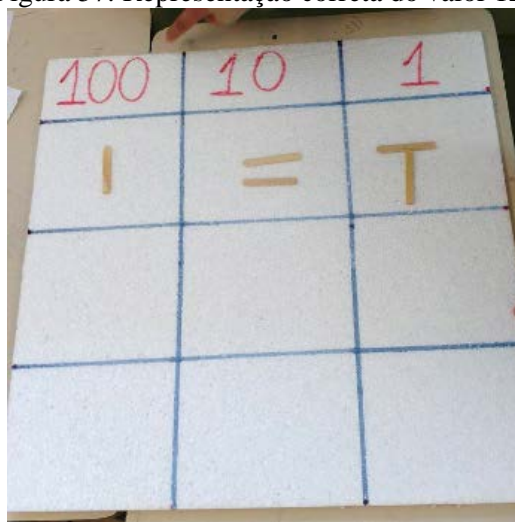


Fonte: A autora.

Os valores 1 e 6 estavam escritos de forma correta, porém, o número 2, apesar de estar na coluna correta das dezenas, estava representado de forma incorreta, pois na casa das dezenas a escrita era horizontal.

Relembrei com eles que na dezena a representação é feita na horizontal. Logo, a representação correta do número 126 é da seguinte forma:

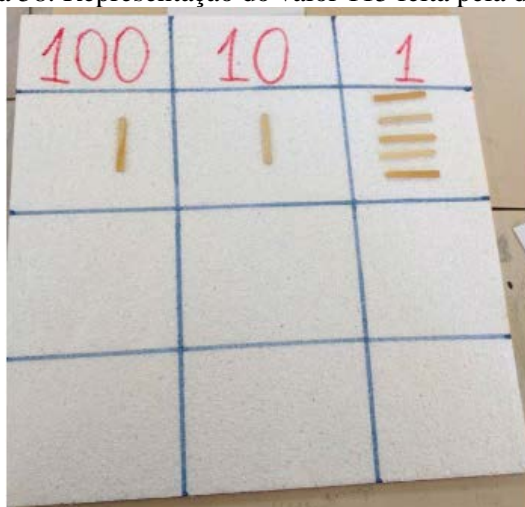
Figura 57: Representação correta do valor 126



Fonte: A autora.

A dupla 2 havia retirado o número 115 e representado da seguinte forma:

Figura 58: Representação do valor 115 feita pela dupla 2.



Fonte: A autora.

Na conversa entre elas é possível perceber que elas sabiam a quantidade das centenas, dezenas e das unidades, porém acabaram confundindo a representação.

Após uma das alunas retirarem o papelzinho com o número, começam a discussão.

Aluna 3: Cento e quinze.

Aluna 4: Como é que é esse?

Aluna 3: Vai colocar um pauzinho.

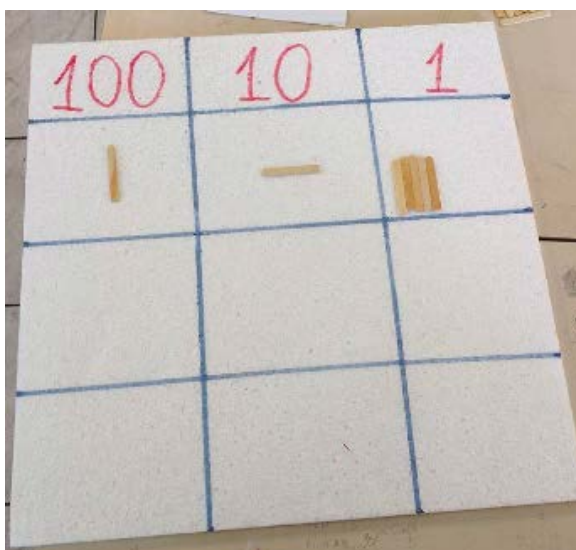
Aluna 4: Ah, já entendi o jeito que é!

Aluna 4: Mas não é aí porque é cem esse a gente vai ter que ter aqui oh!

Pela fala das alunas dá a entender que uma delas começou a representar colocando um pauzinho na casa das unidades e a outra aluna disse que não era ali que elas deveriam representar, porque se tratava de uma centena.

Elas solicitaram minha ajuda para conferir se estava correta a representação feita. Primeiramente questionei quantas centenas, dezenas e unidades havia no número 115, elas responderam que havia uma centena, uma dezena e cinco unidades, depois conferi com elas, na folhinha que foi entregue, qual era a representação utilizada nas unidades e centenas e qual era utilizada nas dezenas. Após conferirmos, elas conseguiram representar o número 115 de forma correta, com a unidade e a centena por meio da escrita na vertical e a dezena por meio da escrita na horizontal.

Figura 59: Representação correta do valor 115.



Fonte: A autora.

Depois de representarem o primeiro valor cada dupla conferiu o valor retirado pelos colegas.

A dupla 1, ao conferir o valor 115, acabou confundindo a representação de uma dezena por cinco dezenas.

Pesquisadora: Qual valor está representado?

Dupla 1: Cento e cinquenta e...

Dupla 2: Não, já errou.

Pesquisadora: Deixa eles terminarem de falar.

Dupla 1: Cento e cinquenta e cinco.

Pesquisadora: Foi esse o número que vocês representaram?

Dupla 2: Não.

Pesquisadora: Que número foi então?

Dupla 2: Cento e quinze.

Pesquisadora: Explica para dupla um porque que não é cento e cinquenta e cinco como elas falaram.

Dupla 2: Porque aqui oh, é a centena daí é o cem.

Pesquisadora: Isso, uma centena.

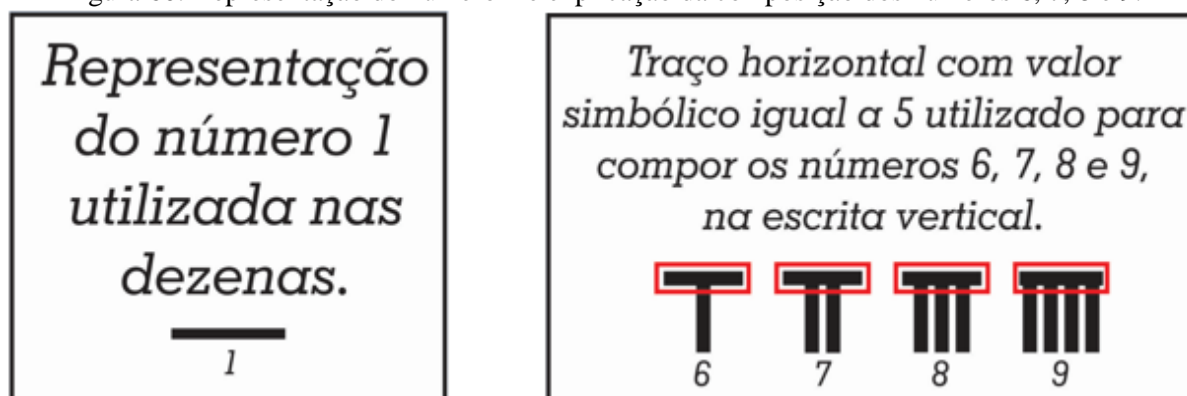
Dupla 1: Tá, mas aqui cinco vezes dez não é cinquenta?

Dupla 2: Mas esse aqui oh é o dez, é o um que significa uma vez o dez.

Pesquisadora: Isso, essa é a representação utilizada nas dezenas, então esse traço na horizontal está valendo um e não o cinco.

Provavelmente a dupla deve ter confundido a representação do número 1 utilizada nas dezenas, que é um traço na horizontal, com o traço horizontal, que é utilizado na escrita vertical no qual ele tem valor simbólico de 5.

Figura 60: Representação do número 1 e explicação da composição dos números 6, 7, 8 e 9.

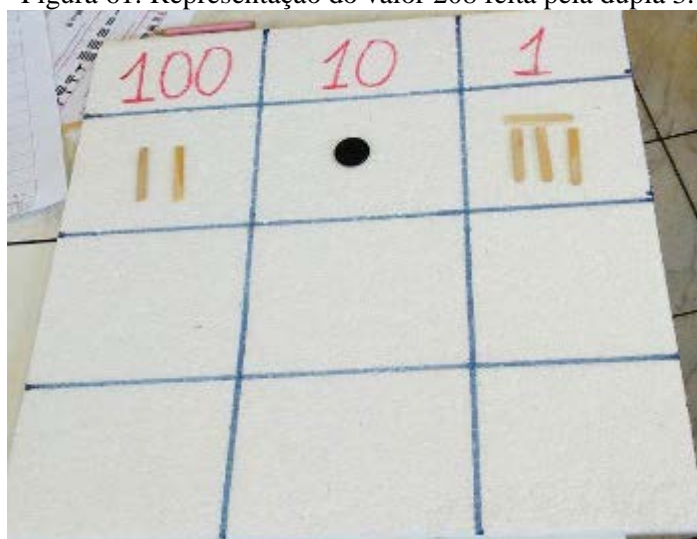


Fonte: A autora.

Essa dinâmica, dos próprios alunos conferirem a representação feita pelos colegas, proporcionou uma relação dialógica entre eles, na qual os alunos puderam dar suas respostas e argumentos de justificativa.

A dupla 3, por exemplo, havia retirado o número 208.

Figura 61: Representação do valor 208 feita pela dupla 3.



Fonte: A autora.

Quando questionado à dupla 4 sobre qual era o valor representado eles responderam o seguinte:

Pesquisadora: Que número eles retiraram?

Dupla 4: Duzentos, mais zero. Duzentos e oito.

Pesquisadora: Porque duzentos e oito?

Dupla 4: Porque aqui óh, duas vezes cem, zero vezes dez e oito vezes um. É duzentos e oito.

Mais uma vez é possível perceber que os alunos estavam compreendendo a questão do posicionamento nos sistemas.

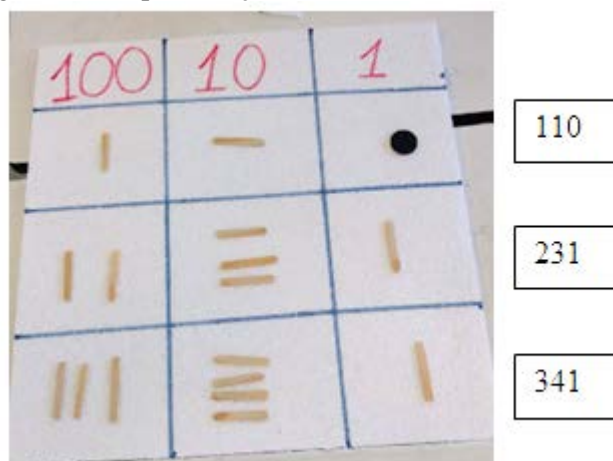
Depois de conferirem os valores, as duplas retiraram o segundo valor e fizeram a soma dos dois valores.

A dupla 5, ao realizar a soma dos valores 156 e 208, não diferenciaram as unidades das dezenas e das centenas, somando cada valor representado de forma individual como se fossem somente unidades resultando na soma igual a 22, pois $1 + 2 + 5 + 0 + 6 + 8 = 22$.

Expliquei que ao somar os valores 1 e 2 elas não estavam somando unidades, mas sim centenas, ou seja, $100 + 200$, e que o 5 não era apenas 5 unidades mas 5 dezenas que equivale a 50, e que isso ocorre pelo fato do sistema ser posicional.

A seguir temos alguns exemplos das representações feitas pelos alunos.

Figura 62: Representação da soma dos valores 110 e 231.



Fonte: A autora.

Figura 63: Representação da soma dos valores 126 e 115.

100	10	1	126
	=	T	
	—		115
	≡		241

Fonte: A autora.

Depois de trabalharem com o sistema maia e o sistema chinês o último sistema a ser trabalho foi o indo-arábico. Para trabalhar com o sistema indo-arábico foi entregue para cada dupla um material dourado e novamente os botões que estariam representando o zero. Iniciei a explicação desse sistema de maneira análoga aos outros, escrevendo o nome do sistema do quadro. Depois questionei os alunos se eles conheciam o sistema indo-arábico. Uma única aluna respondeu que era o sistema do material dourado. Novamente questionei se alguém mais sabia qual era aquele sistema. Outra aluna respondeu:

Aluna: Tem de unidade, tem de dezena, tem de centena e tem de unidade de milhar.

Quando indagados se já conheciam o nome do sistema indo-arábico todos responderam que não.

Expliquei que esse sistema é o sistema que utilizamos, nosso sistema decimal, composto pelos símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, e que ele é posicional. Também falei sobre a origem do nome indo-arábico.

Durante a explicação, a professora responsável da turma se manifestou dizendo que as professoras não falam sobre o nome e a origem do nosso sistema, somente trabalham com as características dele, por isso que os alunos desconhecem o nome do sistema.

Essa afirmação da professora vai ao encontro das conclusões já verificadas na pesquisa de Dambros (2001), este constatou que os professores participantes de sua pesquisa desconheciam a história do sistema de numeração decimal, logo, esse tipo de informação não era trabalhado com os alunos. Isso serve para reforçar mais uma vez a necessidade da preparação dos professores que atuam nesse nível escolar para o trabalho com a História da Matemática.

Após relembrarmos as características do sistema indo-arábio, expliquei para os alunos que eles iriam trabalhar com o nosso sistema por meio do material dourado. Foi entregue a eles um papel contendo algumas explicações:

Cada cubinho equivale a uma unidade.

Cada barra com 10 cubinhos equivale a uma dezena.

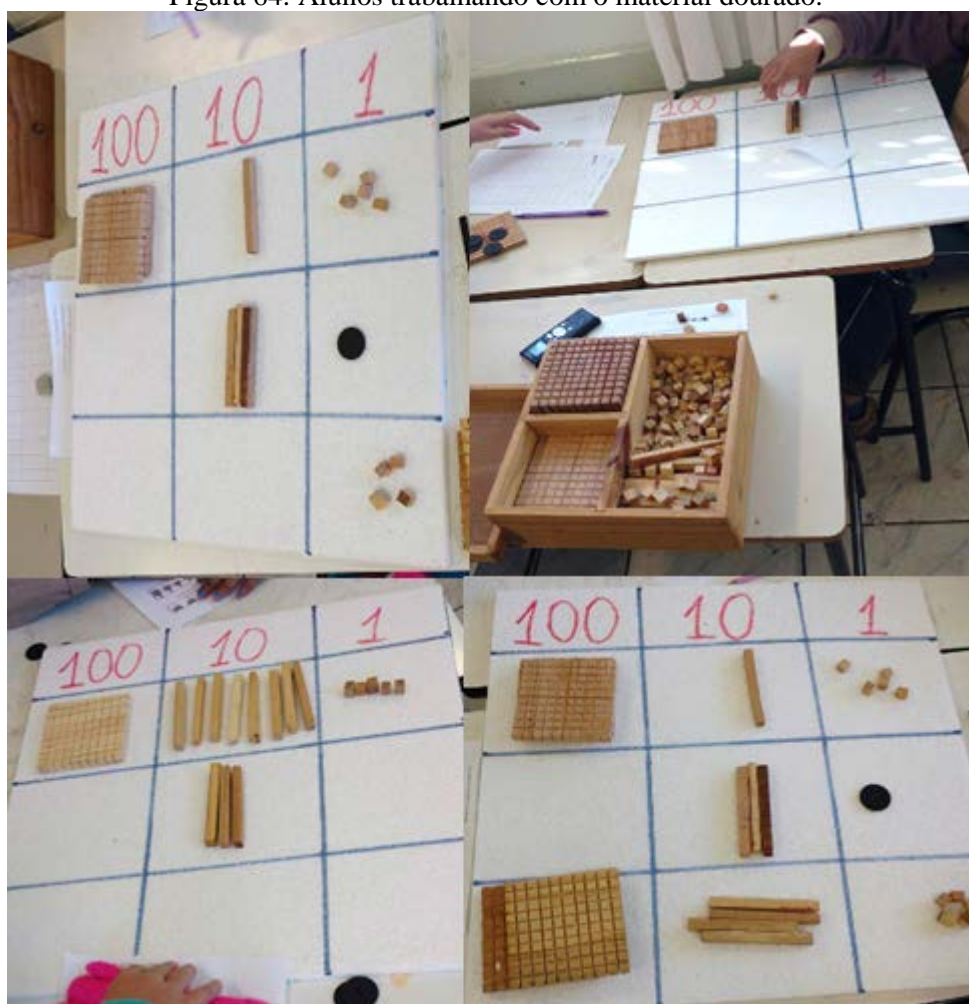
Cada placa com 10 barras equivale a uma centena.

O botão representará o zero.

Eles iriam novamente retirar dois valores, representá-los e somá-los na base de isopor.

Na figura 64 temos algumas imagens dos alunos trabalhando com o material dourado.

Figura 64: Alunos trabalhando com o material dourado.



Fonte: A autora.

Durante o desenvolvimento da atividade uma das duplas havia solicitado a ajuda da professora responsável da turma.

Professora: Qual é o primeiro número que vocês tiraram?

Dupla 3: Quarenta e sete.

Professora: E o outro número?

Dupla 3: Cem.

Professora: Eu de vocês faria esse aqui primeiro, faz o cem primeiro.

Podemos associar a fala da professora, ao indicar um caminho “correto” para a realização da soma, com a pesquisa de Pedroso (2008) que constatou um excessivo valor atribuído pelo professor a símbolos, regras e algoritmos. Nesse caso, quando professora indica que comecem a representar o número 100 primeiro, implicitamente, está indicando que sempre o número maior deve ser o primeiro a ser representado em uma soma. Ela continua a dar instruções à dupla 3:

Professora: Cento e trinta e quatro. Agora representa o outro o quarenta e sete.

Dupla 3: É quatro barrinhas e sete cubinhos!

Professora: Agora vocês vão somar isso tudo. Entenderam?

Dupla 3: Aham. Vamos começar a somar nas unidades não é?

Professora: Isso as unidades primeiro.

Dupla 3: Quatro mais sete... Melhor, vamos contar cada cubinho. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete.

Professora: Mais quatro?

Dupla 3: Quatro mais um?

Professora: Não é mais um, é sete mais quatro!

Dupla 3: Onze?

Dupla 3: Ah o onze é o dez mais um cubinho não é?

Elas representaram o 11 na casa das unidades, e solicitaram minha ajuda. Enquanto eu estava terminando de auxiliar outra dupla, a professora continuou a ajudá-las.

Professora: Eu posso por o onze aqui?

Dupla 3: Não.

Professora: Então o que eu faço?

Dupla 3: Eu vou subir!

Professora: Então, então sobe.

Dupla 3: Ah é mesmo, eu vou subir um cubinho aqui.

Professora: Vai colocar o um da unidade aqui oh!

As alunas colocaram um cubinho na casa das unidades e um cubinho na casa das dezenas.

Professora: Aqui não é a casa das dezenas, eu posso colocar as unidades ai?

Dupla 3: Não.

Professora: A soma de sete mais quatro deu quanto?

Dupla 3: Onze.

Professora: Vocês colocaram um aqui e subiram um. Aquele um que subiu está representando o que?

Dupla 3: Unidade.

Professora: Unidade? O onze? É uma unidade e o um que subiu é o que?

Dupla 3: Dezena.

Professora: Dezena, então o que vocês vão fazer é colocar mais uma dezena aqui.

Apesar da professora usar a expressão “vai um” ela deixa claro para a dupla que o que “subiu” na verdade foi uma dezena.

Nesse momento fui atender a dupla 3, que tinha solicitado minha ajuda. Perguntei como elas tinham realizado a soma e elas explicaram que começaram somando $7 + 4$ que deu 11, então elas deixaram um cubinho na casa das unidades e foi um pra casa das dezenas. Expliquei que esse “vai um” que a gente tanto utiliza na verdade é um agrupamento de dez unidades que foi representada por uma dezena, então esse “um que foi” na verdade é “uma” porque está representando uma dezena e não somente um. Cada agrupamento de dez unidades equivale a uma dezena, cada agrupamento de dez dezenas equivale a uma centena e assim por diante.

Depois da explicação elas continuaram a soma.

Aluna 6: Quatro mais quatro: oito.

Aluna 5: Cada barrinha dessa vale dez.

Aluna 6: Então a gente não está somando quatro mais quatro mas, quarenta mais quarenta que dá oitenta.

Nesse diálogo entre as alunas é interessante observar que quando a aluna 6 começa a somar quatro mais quatro na casa das dezenas, a aluna 5 a interrompe para afirmar que cada barrinha equivale a uma dezena, logo, a aluna 6 se corrige ao dizer que está somando quarenta mais quarenta e não quatro mais quatro.

A dificuldade apresentada pelos alunos foi justamente nessa representação do “vai um”, eles não estavam sabendo como deveriam proceder quando a soma resultava num valor acima

de dez em que eles precisariam realizar um agrupamento e uma representação na próxima ordem, esta foi a mesma dificuldade apresentada no trabalho com o sistema maia, sendo que não foi observada no trabalho com o sistema chinês pois não houve esse processo de agrupamento e troca.

Ao final da aula questionei os alunos sobre o que eles acharam de trabalhar com os sistemas. Todos disseram que gostaram. Também perguntei se eles já conheciam aqueles sistemas, novamente todos disseram que não. Sobre a dificuldade em trabalhar com os sistemas disseram que acharam nem tão fácil nem tão difícil.

Relembramos quais eram as características de cada um dos sistemas trabalhados e quando indagados se seriam capazes de criar seu próprio sistema de numeração alguns disseram que conseguiriam e outros disseram que não. Para aqueles que disseram ser capazes de criar perguntei porque eles achavam isso.

Pesquisadora: Porque vocês acham que conseguiriam criar um sistema de numeração?

Aluna: Porque a gente inventa as coisas.

Pesquisadora: E a Matemática ela é produzida e utilizada por qualquer pessoa ou por algumas pessoas específicas?

Alguns alunos disseram ser produzida por todos e outros disseram que era por pessoas específicas.

Pesquisadora: Pra quem acha que a Matemática é produzida por algumas pessoas específicas, quem seriam essas pessoas?

Aluno: Por nerds!

A resposta desse aluno reforça o pensamento de que a Matemática não é para todos, como muitos acreditam. Continuei com os questionamentos:

Pesquisadora: O pastor de ovelhas que criou uma forma de representar suas ovelhas era um nerd?

Alunos: Não.

Pesquisadora: A Matemática foi desenvolvida conforme a necessidades das pessoas em determinadas épocas. No caso do pastor ele precisava quantificar suas ovelhas para saber se estaria faltando alguma ou não. Conforme a sociedade se desenvolvia a Matemática também se desenvolvia, as necessidades se modificavam e a Matemática necessária para suprir essas necessidades também se modificava.

Hoje em dia, por exemplo, os agricultores possuem uma forma específica para fazer a metragem das suas terras diferente dos cálculos de área que aprendemos na escola.

Vocês acham que a Matemática é só pra ser estudada em sala ou ela é vivenciada no nosso dia a dia?

Turma: Vivenciada.

Pesquisadora: De que forma?

Aluna: Quando a professora passa no quadro a Matemática!

A fala dessa aluna exemplifica o que muitos acreditam sobre a utilização da Matemática, que seria exclusivamente em sala de aula, o que não é verdade. Continuei dialogando com eles:

Pesquisadora: Então hoje na hora que vocês estavam se arrumando para vir para a escola vocês colocaram seu uniforme e calçaram seus sapatos. Como vocês sabiam que a roupa caberia exatamente em vocês ou que calçado servira em seus pés?

Turma: Pelos números.

Pesquisadora. Então vocês precisam da Matemática pra saber as medidas que vocês têm.

Daqui a pouco já vai bater o sinal para o intervalo, aí vocês vão à cantina comprar um lanche. Vocês precisam saber o preço do lanche e a quantidade de dinheiro que vocês têm pra saber se dá para comprar o lanche ou não.

Então a Matemática não é utilizada somente aqui em sala de aula, na aula de Matemática. Nós aprendemos em sala de aula as regras que compõem a Matemática e utilizamos dessa Matemática fora da sala de aula também.

É interessante destacarmos que essa referência à importância da Matemática no nosso dia a dia é abordada logo nas primeiras páginas do livro didático utilizado pela turma, que poderia ser aproveitado para se fazer uma discussão semelhante.

Figura 65: Exemplo apresentado pelo livro didático sobre os números no cotidiano.



Fonte: REAME, E; MONTENEGRO, P. **Projeto Coopera Matemática – 4º ano. PNLD 2016.** Editora Saraiva, 2016.

aproveitar para remeter aos aspectos históricos do sistema de numeração, no sentido de conhecer sobre como diferentes povos da antiguidade lidavam com esses questionamentos ou com questionamentos similares.

Continuei com os questionamentos:

Outra pergunta, a Matemática da forma como a conhecemos hoje é a mesma Matemática de antigamente?

Turma: Não.

Pesquisadora: De que forma ela era?

Alunos: Era diferente.

Pesquisadora: Ela começou com uma forma, e depois?

Aluno: Aí foi gerando outras, foi evoluindo.

Esse aluno deixa claro em sua fala a questão da Matemática evoluir, de sofrer modificações com o passar do tempo.

Pesquisadora: Isso, ela foi evoluindo. Ela começou de uma forma simples e conforme a sociedade evoluía ela também evoluiu. Era aproveitado o que já havia sido produzido para desenvolver uma nova Matemática.

Vocês acham que para se chegar a essa Matemática que conhecemos ela foi produzida somente por acertos ou tiveram erros e dificuldades no meio do caminho?

Turma: Teve erros.

Pesquisadora: Por exemplo, o sistema de numeração chinês que trabalhamos hoje por não possuir uma representação para o zero gerava dificuldades, pois não havia distinção para representar valores como 23, 230, 2300 e assim por diante.

Finalizei a aula ressaltando que a Matemática é uma produção humana, que evoluiu conforme a sociedade também evoluía, e que como uma produção humana ela foi desenvolvida por meio de erros e acertos até se constituir na Matemática que hoje conhecemos.

4.2 Potencialidades Identificadas

A partir da aplicação da atividade procuramos identificar as potencialidades da História da Matemática elencadas por Miguel e Miorim (2011) que se evidenciaram na aplicação da atividade. Para isso, construímos três categorias de análise: uma relacionada ao professor, outra relacionada ao aluno e outra relacionada ao processo de ensino e aprendizagem. A construção

dessas categorias se deu por meio de agrupamentos das potencialidades que consideramos ser relacionadas a cada um dos objetos mencionados.

A seguir, apresentamos como essas potencialidades estiveram presentes no desenvolvimento da atividade.

4.2.1 Potencialidades relacionadas ao professor.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades de Miguel e Miorim (2011) que auxiliam o professor em sala de aula, tanto na preparação da aula quanto na identificação das dificuldades que os alunos apresentam, são elas: fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino; fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar; fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar; fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar; e fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar.

Os defensores da história como fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar acreditam que podemos buscar apoio na História da Matemática para escolhermos métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de tópicos matemáticos (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Em nossa aplicação, consideramos que a atividade elaborada utilizando aspectos históricos dos sistemas de numeração se constitui de uma sequência adequada para se trabalhar com as características dos sistemas de numeração (o agrupamento, a troca entre ordens, o valor posicional e a dupla função do zero), uma vez que os alunos tiveram a oportunidade de conhecer outros sistemas além do sistema decimal e trabalhar com suas características por meio dos materiais manipuláveis (base de isopor, pedras, gravetos, conchas, botões, palitos de sorvete e material dourado) que possibilitou aos alunos realizarem e visualizarem os agrupamentos e as trocas entre esses objetos.

Enquanto pesquisadora e professora da turma na realização da elaboração e implementação da atividade, foi possível constatar que o material elaborado atingiu o objetivo esperado, que foi possibilitar aos alunos o trabalho com as características de outros sistemas de

numeração além do sistema indo-arábico, possibilitando a eles conhecerem outras formas de contagem, de agrupamentos e representação que auxiliassem no entendimento do sistema decimal.

Esse trabalho com outras bases numéricas é uma das orientações sugeridas por Leite (2014) em sua pesquisa. O autor apresenta que se faz necessário o trabalho com outras formas de agrupamentos em outras bases numéricas durante todo o Ensino Fundamental para que os alunos possam tomar conhecimento da existência de outros sistemas e evitar que criem a ideia da existência de uma única escrita numérica de uma só cultura.

Em nossa proposta, além de possibilitarmos aos alunos conhecerem e trabalharem com os sistemas maia e chinês eles também aprenderam o nome e um pouco da origem do nosso sistema de numeração que até então era desconhecida por eles.

A utilização de aspectos históricos na pesquisa de Pedroso (2008) também se mostrou um método adequado para abordagem em sala de aula, uma vez que, ao trabalhar a história e a representação dos algoritmos com um grupo de professores, constatou-se uma mudança na forma deles conceberem os conceitos matemáticos a partir da compreensão da sua historicidade. Também percebeu-se “um processo de reflexão por parte deles sobre o conteúdo e a forma como se ensina, bem como sobre as suas escolhas metodológicas e a relação com a aprendizagem dos alunos” (PEDROSO, 2008, p. 129).

Dessa forma, acreditamos que a atividade realizada é uma possibilidade adequada de trabalho a ser realizado pelo professor em sala de aula.

Também por meio da atividade foi possível identificar que os alunos apresentaram dificuldades na hora de realizar os agrupamentos e as trocas entre ordens, tanto no sistema maia em que eles deveriam fazer agrupamentos de cinco pedras e quatro gravetos, ou no sistema indo-arábico, que deveriam fazer agrupamentos de dez.

Observou-se que essa dificuldade estava se manifestando da seguinte forma, os alunos ao realizarem os agrupamentos não estavam levando em consideração que a troca deveria ocorrer de forma igualitária da seguinte maneira, quando forma-se um agrupamento deve-se realizar a troca por algo que corresponda ao mesmo valor agrupado, como por exemplo uma dezena que equivale a dez unidades. Quando fazemos a troca de dez unidades por uma dezena não alteramos o valor com o qual estamos trabalhando, pois eles são equivalentes.

O que ocorria era que os alunos pensavam na quantidade máxima de um valor que poderia ser utilizado em cada ordem, por exemplo, nas unidades podemos representar até o

nove, acima de nove fazemos uma troca por uma dezena. Justamente nessa troca os alunos estavam deixando nove unidades na primeira ordem e substituindo uma unidade como uma dezena. A preocupação deles não era com relação a essa troca ser igualitária, mas sim representar o valor máximo que poderia em cada ordem e o restante seria agrupado e trocado por outra ordem.

No caso do sistema maia, como os gravetos podiam ser utilizados até três vezes, na hora de realizar a troca entre ordens os alunos não estavam realizando o agrupamento de forma correta, ao invés de agrupar quatro gravetos que estaria equivalendo a 20 unidades e substituir por uma vintena, os alunos estavam deixando a quantidade máxima de gravetos que era três e representando o restante por uma vintena. No exemplo abaixo, a dupla havia cometido esse equívoco.

Pesquisadora: Vamos juntar todas as pedrinhas e todos os gravetos. As pedrinhas podem ser utilizadas até quantas vezes?

Dupla 1: Quatro.

Pesquisadora: Quantas pedrinhas temos aqui?

Dupla 1: Uma.

Pesquisadora: Preciso fazer alguma troca?

Dupla 1: Não.

Pesquisadora: E os gravetos até quantas vezes podemos utilizar?

Dupla 1: Três.

Pesquisadora: Até três vezes né!

Pesquisadora: Então vamos somar os gravetos. Nós temos um, dois, três, quatro, cinco gravetos. Então como passou de quatro gravetos nós vamos retirar quantos?

Dupla 1: Dois.

Pesquisadora: Mas se eu retirar dois gravetos não tem outra forma de representá-los a não ser por dois gravetos mesmo. Não é porque eles podem ser utilizados até três vezes que eu tenho que deixar sempre três e retirar todos os outros. Se eu retirar dois gravetos e representar com uma pedra na casa seguinte eu vou estar retirando dez e representando por vinte. O que temos que fazer é um agrupamento e representá-lo de outra forma, mas sem alterar o seu valor, a sua quantidade.

A própria professora da turma relatou durante a realização da entrevista algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos, como é possível observar em sua fala:

Professora: Eu não sei se não foi bem trabalhado no primeiro ano ou se já vem com a dificuldade porque não tem ajuda em casa mesmo, mas essa turma tem muita dificuldade ainda, em Matemática inclusive. O maior problema é com a interpretação, é interpretar uma situação problema, eles também têm dificuldades na adição, mesmo na adição simples na subtração, na hora de emprestar meu Deus.

Podemos inferir essa dificuldade à potencialidade da História da Matemática como fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar.

4.2.2 Potencialidades relacionadas ao aluno.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades para o aluno, a saber: fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade; fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas; fonte que possibilita uma conscientização epistemológica; fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido da conquista da autonomia intelectual; fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da Matemática; e fonte que possibilita uma apreciação da beleza da Matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento.

A partir do desenvolvimento da atividade com os materiais foi possível verificar que os alunos estavam compreendendo a questão do valor posicional nos sistemas, como podemos observar na explicação do aluno 1:

Aluno 1: Agora eu entendi, esse aqui é um 'cem', aqui é dois 'dez' que é vinte e aqui é seis 'um' que é seis.

Também no diálogo entre as alunas 3 e 4, quando a aluna 4 indica onde deve ser colocado o palitinho que vai representar a centena:

Aluna 3: Cento e quinze.

Aluna 4: Como é que é esse?

Aluna 3: Vai colocar um pauzinho.

Aluna 4: Ah, já entendi o jeito que é!

Aluna 4: Mas não é aí porque é cem esse a gente vai ter que ter aqui oh!

Na explicação da dupla 4, sobre o valor representado por outra dupla:

Pesquisadora: Que número eles retiraram?

Dupla 4: Duzentos, mais zero. Duzentos e oito.

Pesquisadora: Porque duzentos e oito?

Dupla 4: Porque aqui óh, duas vezes cem, zero vezes dez e oito vezes um. É duzentos e oito.

E na conversa entre as alunas 5 e 6:

Aluna 6: Quatro mais quatro oito.

Aluna 5: Cada barrinha dessa vale dez.

Aluna 6: Então a gente não está somando quatro mais quatro mas, quarenta mais quarenta que dá oitenta.

Essa mesma potencialidade foi verificada por Oliveira (2009) ao trabalhar com artefatos históricos para subsidiar a formação dos professores dos primeiros anos escolares e concluiu que a História da Matemática possibilita a significação e compreensão para o processo de ensino-aprendizagem.

Em nossa pesquisa também foi possível identificar uma tomada de autonomia por parte dos alunos. No exemplo abaixo, o aluno 1 contraria a opinião da aluna 2 mesmo ela dizendo, como a professora tinha explicado, o que era pra ser feito:

Aluno 1: Quanto que a gente tirou? Cento e quanto?

Aluna 2: Cento e vinte e seis.

Aluna 2: Não tem o vinte será que a gente vai ter que utilizar o dois?

Aluno 1: Dois? Você não sabe de nada não.

Aluna 2: O cem vai ser aqui, o vinte aqui e aqui o seis.

Aluno 1: Nada a vê!

Aluna 2: A “pro” acabou de falar!

Aluno 1: Não é não!

Aluna 2: É sim.

Aluno 1: Vamos ver então. Põe o cem aí então.

Ferreira (2011) em suas conclusões salienta que a história capacita as crianças a construir seu pensamento lógico e senso criativo para que possam questionar e formar suas opiniões sobre determinado assunto, que foi o que aconteceu no exemplo anterior quando o aluno toma sua posição independente do que sua colega falou.

Ao discutir com os alunos sobre a utilização da Matemática e quem a utiliza houve uma tomada de consciência dos alunos sobre os diferentes usos sociais da Matemática, que antes era vista como apenas uma disciplina a ser estudada em sala de aula e produzida por pessoas consideradas “nerds”.

4.2.3 Potencialidades relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nessa categoria incluem-se as potencialidades da história para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática escolar, são eles: fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de uma tomada de consciência da unidade da Matemática; fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento; fonte que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação do seu ensino; e fonte que possibilita a promoção da inclusão social, via resgate da identidade cultural de grupos sociais discriminados no (ou excluídos do) contexto escolar.

Além das potencialidades mencionadas nas outras categorias que também contribuem para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a partir do trabalho com a atividade foi possível verificar o papel da História da Matemática como fonte para a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento, como por exemplo na fala do aluno quando ele diz “*Mas esse aqui oh é o dez, é o um que significa uma vez o dez.*”. Na fala do aluno ele apresenta a característica matemática do valor posicional.

Também foram dados alguns exemplos de situações que contrariam a ideia dos alunos de que a Matemática é desenvolvida e utilizada por pessoas específicas e que ela não é sujeita a erros, tais como, na construção dos próprios sistemas de numeração que eram sujeitos a inúmeras ambiguidades que tiveram que ser sanadas a partir de mudanças e da inclusão do zero.

No diálogo a seguir temos um exemplo do pensamento dos alunos com relação ao desenvolvimento da Matemática:

Pesquisadora: Porque vocês acham que conseguiriam criar um sistema de numeração?

Aluna: Porque a gente inventa as coisas.

Pesquisadora: E a Matemática ela é produzida e utilizada por qualquer pessoa ou por algumas pessoas específicas?

Alguns alunos disseram ser produzida por todos e outros disseram que era por pessoas específicas.

Pesquisadora: Pra quem acha que a Matemática é produzida por algumas pessoas específicas quem seriam essas pessoas?

Aluno: Por nerds!

Pesquisadora: O pastor de ovelhas que criou uma forma de representar suas ovelhas era um nerd?

Alunos: Não.

A resposta desse do aluno reforça o pensamento de que a Matemática não é para todos, como muitos acreditam. Nesse tipo de questionamento o professor pode aproveitar para salientar como a Matemática é uma construção humana, contextualizada.

Além disso, por meio da atividade foi possível mostrar aos alunos que o sistema indo-arábico não é o único sistema de numeração existente, oportunizando a eles realizarem agrupamentos e trocas entre ordens em diferentes sistemas, fazerem comparações das semelhanças e diferenças entre eles e perceberem as vantagens e a consistência do sistema que utilizamos hoje.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o propósito de responder ao nosso problema de pesquisa: Que contribuições a História da Matemática pode trazer ao processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Foram elencados os seguintes objetivos de pesquisa, i) Identificar as potencialidades da História da Matemática segundo Miguel e Miorim (2011) evidenciadas em uma aplicação de atividade com alunos dos Anos Iniciais; ii) Discutir as potencialidades da História da Matemática para o ensino de sistemas de numeração nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; iii) Apresentar e discutir uma proposta de atividade para construção de conhecimento matemático escolar nos Anos Iniciais, dentro do contexto de Sistemas de Numeração; iv) Contribuir com as discussões e com os pesquisadores e profissionais que estudam e investigam a Matemática para os primeiros anos escolares.

Nosso primeiro passo foi realizar um estudo teórico sobre a inserção da História na Educação Matemática e identificar na produção acadêmica brasileira de teses e dissertações, estudos realizados com temas semelhantes ao proposto em nossa pesquisa que pudesse colaborar com nossas análises e também para podermos situar em que lugar nosso trabalho se coloca nesse campo de pesquisa.

Num segundo momento realizamos um estudo sobre alguns dos diferentes sistemas de numeração e decidimos por trabalhar com os sistemas maia, chinês e indo-arábico por suas características se assemelharem com as do sistema de numeração decimal.

Após uma busca por materiais que auxiliassem na elaboração da atividade tivemos inspiração em dois vídeos, um sobre o sistema maia e outro sobre o sistema chinês. Vale relatar neste momento sobre uma das dificuldades enfrentadas por nós, que é apresentada por Miguel e Miorim (2011), como um dos argumentos questionadores da utilização pedagógica da História da Matemática, que diz respeito à falta de material bibliográfico adequado. Apesar de haver sugestões de como trabalhar com a História da Matemática em sala de aula, poucas são voltadas para o nível dos Anos Iniciais, sendo que estas sugestões na maioria das vezes abordam os conteúdos dos Anos Finais do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio.

Diante da dificuldade em encontrar materiais produzidos no Brasil, recorremos a *sites* e artigos americanos.

Como uma das contribuições do trabalho desenvolvido, organizamos a atividade aplicada num material que será publicado posteriormente como um produto educacional de nossa pesquisa.

A implementação da atividade ocorreu com uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada em Moreira Sales – PR, em quatro horas-aula contando com a participação de 14 alunos. Dessa aplicação buscamos identificar quais das potencialidades apresentadas por Miguel e Miorim (2011) se evidenciaram nesse trabalho. Para isso criamos três categorias de análises a partir do agrupamento dessas potencialidades, uma categoria relacionada ao potencial do material para o professor, outra para o aluno e outra para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Com relação as potencialidades identificadas podemos afirmar de forma geral que a atividade elaborada se mostrou como um material pedagógico com amplo potencial para o trabalho com os sistemas de numeração, uma vez que possibilitou aos alunos trabalharem com as características de cada um dos sistemas de numeração, comparando as semelhanças e diferenças entre eles, tudo isso com o apoio do material manipulável que tornou a atividade mais lúdica aos estudantes, dessa forma, o uso das informações históricas se apresentou como uma fonte de seleção e sequência adequada de ensino para este tópico matemático.

Também foi possível identificar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos, como por exemplo na hora de realizar os agrupamentos e as trocas entre ordens em que os alunos estavam operando de forma incorreta.

Durante a implementação evidenciamos que os alunos estavam compreendendo a questão do valor posicional nos sistemas de numeração. Ao conferirem os valores retirados pelos colegas, nas conversas entre as duplas ou até quando solicitado pela pesquisadora os alunos sabiam explicar o porquê da representação de cada valor, indicando o que eram as unidades, o que eram as dezenas e as centenas. Nas discussões entre as duplas também notamos uma tomada de autonomia dos alunos ao utilizarem argumentos para justificarem que suas respostas estavam corretas.

Houve uma tomada de consciência por parte dos alunos sobre os diferentes usos sociais da Matemática que até então era vista apenas como uma disciplina a ser estudada em sala de aula e produzida por pessoas específicas. Eles puderam perceber esta disciplina como uma criação humana a partir das necessidades, sujeita a erros e acertos e que se modificou conforme as necessidades se modificavam.

Algumas dessas mesmas potencialidades pedagógicas da História da Matemática já foram verificadas em outras produções, seja no trabalho com a formação de professores dos Anos Iniciais, como é o caso do trabalho de Oliveira (2009), que concluiu que as

potencialidades da História da Matemática que subsidia a formação dos professores são: a história como fonte de motivação e recreação; a história como fonte de objetivos; a história como fonte de significação e compreensão; a história como fonte de promoção de atitudes e valores; e a história como fonte de integração entre áreas do conhecimento.

Também em trabalhos que realizaram estudos teóricos sobre a utilização da História nos Anos Iniciais, são exemplos as produções de Ferreira (2011), Santos (2013) e Chyczy (2014), que assinalam a potencialidade da utilização da História da Matemática como fonte de significação e compreensão no ensino de Matemática escolar nos Anos Iniciais, uma vez que aprende-se percebendo as origens, relacionando as necessidades da sociedade da época e a importância da utilidade do conceito ensinado, como forma de capacitar as crianças da Educação Infantil e os educandos dos demais níveis do Ensino Fundamental a construir seu pensamento lógico e senso criativo para que possam questionar e formar suas opiniões sobre determinado assunto, o que pode ser visto como um caminho viável para intervir na melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática escolar, sempre procurando relacioná-la ao cotidiano do educando e ao lúdico, facilitando assim o processo de ensinar.

Ou em aplicações de atividade em outros níveis de ensino como no trabalho de Roque (2012) que: identificou a História como fonte de motivação; a História como fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos e como instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática; a História da Matemática contribuindo para a prática didática do professor; a História da Matemática contribuindo para o entendimento da natureza da Matemática; a História como veículo de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo; a História servindo como ponte tanto entre diferentes conteúdos matemáticos quanto entre a Matemática e outros assuntos; e a História como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.

Acreditamos que o diferencial do nosso trabalho seja justamente o fato de investigarmos essas potencialidades nos Anos Iniciais por meio da implementação de uma atividade que poderá contribuir com o aspecto mencionado anteriormente como sendo um dos argumentos questionadores da utilização da História da Matemática em sala de aula, que seria a falta de material bibliográfico para ser consultado e utilizado pelos professores dos primeiros anos escolares.

Esperamos que esse material possa se constituir como uma possibilidade a mais de trabalho com o sistema de numeração. Fica a critério de cada professor fazer modificações que considerarem necessárias na atividade para poder implementá-la em sala aula.

Este trabalho é o início de uma reflexão para muitas outras que se fazem necessárias para que a História da Matemática seja de fato efetivada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Uma delas diz respeito à análise do livro didático utilizado nos Anos Iniciais que, apesar de não ter sido o foco do nosso trabalho, serviu para entendermos o contexto da sala de aula no qual inclui o livro didático utilizado pela professora. Outra possibilidade seria a formação desses professores para o trabalho desse recurso em sala de aula. Algumas pesquisas já foram desenvolvidas nesse âmbito, porém ainda há muito a ser pesquisado e investigado.

Na entrevista com a professora da turma com a qual trabalhamos, ela reconhece a necessidade do uso de diferentes metodologias em sala de aula para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, em suas palavras: *[...] hoje você tem que usar mesmo. Hoje tem que trabalhar mesmo para não ficar com aquela aulinha só, e ainda, por mais que você faça o aluno ainda quer mais. Eu percebo assim, que o aluno que vem vindo agora ele quer coisas novas todo dia, parece que ele tem uma cede de querer mais, aí quando você passa ele fala ah isso de novo. Então cada metodologia que você utilizar sempre irá ajudar.*

Ela deixa claro que hoje em dia não tem como mais trabalhar somente com aulas tradicionais, o aluno exige que algo diferente seja feito para não ficar sempre na mesmice. Mesmo não tendo conhecimento da História da Matemática, a professora ainda tentou trabalhar mesmo que seja inventando uma história: *[...] Eu inventei uma história pra falar dos números romanos, não me recordo muito bem, mas lembro que trabalhei.*

A falta de informação sobre o uso da História da Matemática fez com que a professora criasse uma maneira própria de utilizá-la em sala. Isso sinaliza para a necessidade de uma formação adequada com esses professores, para que este tipo de trabalho com a História não fique limitado apenas a historinhas ou datas e nomes.

Para futuros encaminhamentos da pesquisa, poderia ser ampliado o tema matemático para as quatro operações, por meio do trabalho sobre os diferentes algoritmos históricos da adição, subtração, multiplicação e divisão.

Também há a possibilidade da criação de um curso de extensão no qual possa ser realizada novamente, com os professores dos Anos Iniciais e em formação inicial, a atividade trabalhada com os alunos a fim de obter novas reflexões.

6 REFERÊNCIAS

- BERTINI, L. F.; CARNEIRO, R. F. A aritmética na escola hoje! VATENTE, W. R. et al. **A aritmética nos primeiros anos escolares: histórias e perspectivas atuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: MEC; SEB, 1997.
- BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Editora: Porto Editora, 1994.
- CHYCZY, Luciane de Fátima. **A Historicidade da Matemática: subsídios para a (re) construção de um conceito e suas implicações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2014 . 70 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.
- DAMBROS, Adriana Aparecida. **A História da Matemática e o professor das séries iniciais: a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal**. 2001. 271 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- DAMBROS, Adriana Aparecida. **O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de Matemática: possíveis relações**. 2006. 192 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. **Caderno Cedes 40 História e Educação Matemática**. 1 ed. Campinas: Papirus, 1996.
- D'Ambrosio. Ubiratan. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- FERREIRA, Lúcia Helena Bezerra. **Ateliês de História e Pedagogia da Matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais**. 2011. 216 f. Tese (Doutorado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.
- FIorentini, Dario.; LOrenzato, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2012.
- GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da Matemática: dos números à geometria**. Osasco: Edifício, 2008.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. 3. ed. São Paulo: Globo, 1989.

IMENES, Luiz Márcio.; LELLIS, Marcello. **Os números na história da civilização**. São Paulo: Scipione, 1999.

LEITE, Claudécio Gonçalves. **A Construção Histórica dos Sistemas de Numeração como recurso didático para o Ensino Fundamental I**. 2014. 52 f. Dissertação (Mestrado)- Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2014.

LUDKE, Menga.; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MANZINI, Eduardo José. Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semi-estruturada. **In:** Maria Cristina Marquezini, Maria Amélia Almeida, Sadao Omote (orgs.). Colóquios sobre pesquisa em educação especial. Londrina: Eduel, 2003.

MENDES, Iran Abreu. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. MENDES, Iran Abreu; FOSSA, Jonh A.; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu.; FOSSA, Jonh A.; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké – Cempem – Fe/Unicamp**, v. 5, n. 8, p.73-105, 1997.

MIGUEL, Antonio.; MIORIM, Maria Ângela. História da Matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, dez. 2002.

MIGUEL, Antonio et al. **História da Matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antônio.; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MORENO, Beatriz Ressia de. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. PANIZZA, Mabel e colaboradores. **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

MORETTI, Vanessa Dias.; SOUZA, Neusa Maria Marques. **Educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental Princípios e práticas pedagógicas**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2015.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. **Ensino de Matemática, História da Matemática e Artefatos: Possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2009. 217 f. Tese (Doutorado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009.

PEDROSO, André Pereira. **Os algoritmos no contexto da História: uma experiência na formação de professores pedagogos**. 2008. 174 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, Anderson Oramíso. **História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental**. 2013. 175 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.

SANTOS, Anderson Flávio. **Sistemas de Numeração Posicionais e não Posicionais**. 2014. 80 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto, São José do Rio Preto, 2014.

SERRAZINA, N. L. Maria De Lurdes Serrazina e a formação de professores para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais de escolarização. **RPEM – Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR, v.3, n.4, 2014. Entrevista concedida a: NOGUEIRA, C. M. I.; PAVANELLO, R. M.; BORBA, R. E. S. R.

SOARES, Kasselandra Mattos. **História da Matemática na formação de professores do Ensino Fundamental – (1ª a 4ª série)**. 2004. 134 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

SOUZA, Eliana da Silva. **A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente**. 2004. 284 f. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2004.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

VALDÉS, Juan E. Nápoles. A história como elemento unificador na educação matemática.
MENDES, Iran Abreu; FOSSA, Jonh A.; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANEXOS

Entrevista

1. Qual a sua formação?

Professora: *Eu sou formada em pedagogia, fiz pós em metodologia da alfabetização, educação à distância e fiz uma em ensino da arte.*

2. Há quanto tempo tem atuado em sala de aula?

Professora: *Eu sou professora há 29 anos e fiquei 5 anos fora da sala de aula porque eu fiquei na direção da escola, então vai dar 24 anos em sala de aula. Mas pra mim é muito mais gratificante trabalhar em sala de aula. Esse ano inclusive eles me ofereceram duas coordenação e eu não quis, preferi ficar em sala de aula.*

3. Como foi seu contato com a Matemática durante sua formação inicial?

Professora: *Então assim olha mesmo na época de 80, que eu sou de 87 naquela época dos anos 80 ainda trabalhava o tradicional. Eu tenho o magistério e a pedagogia. No magistério tinha a disciplina de Matemática, mas era a Matemática voltada para o ensino, é a mesma Matemática vista no Ensino Médio e era trabalhada da mesma forma. E na minha época que eu fiz pedagogia não tinha nada de Matemática, hoje eles têm. Hoje também no magistério já tem matérias específicas para a Matemática do Ensino Fundamental. No curso de pedagogia que eu fiz eram só matérias específicas, didática, psicologia. No início, quando eu fui pra sala de aula a ideia era que o aluno tinha que decorar mesmo, decorar conteúdo, a tabuada era decorada, o sistema de numeração era decorado. Eu tenho certeza que eu errei e outros também erravam porque a gente não tinha essa formação de hoje em dia, a criança não compreendia o conteúdo mesmo era pura memorização.*

4. Você se recorda como o tema de Sistemas de Numeração foi abordado na sua formação? Houve alguma indicação sobre a história desse tema, ou sugestão de materiais que poderiam ser utilizados?

Professora: *Não foi trabalhado nada sobre sistemas de numeração era conteúdo de ensino médio mesmo. Eu me lembro de um trabalho que a gente fez sobre cartaz de pregas, mas foi só isso mesmo.*

5. Como suas aulas de Matemática se estruturam?

Professora: *Eu sou responsável pelas disciplinas de Português, Matemática, Ciência, Arte, Ensino Religioso. Então eu não tenho assim um dia determinado hoje eu vou trabalhar Matemática. Então eu sempre procuro assim a tarefa que eu dei de casa no outro dia eu dou sequência. Então eu faço a correção da tarefa, e geralmente dever de casa é mais de Matemática então eu dou continuidade. E o tempo também eu determino assim, se o dia que eu trabalho Matemática é 7h40 eu vou até umas 9h30, eu não fico o período todo com Matemática não. No dia que eu trabalho Português eu divido o período, no outro dia quando eu trabalho Ciências eu divido o período assim. E a tarefa eu faço assim todo dia que é tarefa de Matemática eu retomo o conteúdo, faço a correção no quadro e oralmente com eles também, uns vai ao quadro ou eu escolho alguém para ir ao quadro fazer a correção.*

6. Você faz uso de algum material (manipulável) nas suas aulas de Matemática? Faz uso de algum livro didático ou paradidático?

Professora: *Sempre quando eu vou começar um conteúdo novo, por exemplo, trabalho com o material dourado, ou então se vai trabalhar com os numerais romanos eu procuro trazer algum exemplo, mas no dia a dia é mais difícil, mas o que precisar de material a escola tem. Com relação ao livro é feita a escolha da coleção e todo o município recebe o mesmo livro. Fora isso eu também pesquisei em outros materiais, pois tem muito material para pesquisa. Nós temos uma coleção imensa de livros para professores e também na internet.*

7. Você segue alguma abordagem metodológica específica de ensino? Se sim, qual e por quê?

Professora: *A metodologia hoje ela é utilizada como uma mistura de construtivismo e do tradicional. Não dá pra ficar só em uma hoje, pois tem que ser trabalhado de forma que o aluno aprenda melhor, tem alunos que precisam da utilização de exemplos práticos, de material concreto e outros já sentem facilidade em aprender os conteúdos com a metodologia tradicional mesmo.*

8. Se já trabalhou com Sistemas de numeração com essa (ou outras) turmas, como o tema foi desenvolvido?

Professora: *Sempre inicia contando uma historinha mesmo, dos pastores e tal. Mas depois logo em seguida já entra com o material dourado. Eu inicio sempre trabalhando com as unidades, essa turma mesmo do quarto ano eu tive que trabalhar novamente com as unidades porque eles estavam com muita dificuldade.*

9. Com relação a essa turma, que tipo de dificuldades os alunos apresentam?

Professora: *Eu não sei se não foi bem trabalhado no primeiro ano ou se já vem com a dificuldade porque não tem ajuda em casa mesmo, mas essa turma tem muita dificuldade ainda, em Matemática inclusive. O maior problema é com a interpretação, é interpretar uma situação problema, eles também têm dificuldades na adição, mesmo na adição simples na subtração, na hora de emprestar meu Deus.*

10. Como é a participação dos alunos nas aulas tradicionais? E nas aulas com recursos didáticos diferenciados?

Professora: *Na sala são poucos os alunos que não participam da forma que você deseja. Eu acredito assim que esse aluno que não tem essa participação que você deseja é esse aluno que não é cobrado em casa, é o aluno que não realiza a tarefa. Tem aluno que a gente percebe que realiza tudo realiza todas as atividades todas as tarefas de casa faz tudo, mas aquele outro aluno que já vem com a dificuldade ele vai infelizmente ficando pra trás. E na nossa escola é assim, no município o aluno pra participar da aula de recurso da aula de reforço é só aquele aluno que passou por uma avaliação. Está tendo agora o projeto Mais Educação que começou agora e já está melhorando o resultado de alguns alunos.*

Quando eu trabalho com alguma coisa diferente a participação deles muda. Eu gosto muito assim, na aula de Ciências sempre trago uma experiência para sala de aula. As crianças adoram, ele vê ali ele participa ele faz né.

11. Conhece a metodologia de História da Matemática? Já fez uso dela para ensinar algum conteúdo? De que forma?

Professora: *Já tinha ouvido falar, mas nunca fiz uso, só conto aquela historinha do pastor só para iniciar o conteúdo e também para trabalhar com os números Romanos. Eu inventei uma história pra falar dos números Romanos, eu não me recordo muito bem, mas lembro de que trabalhei.*

12. O que acha da utilização de diferentes metodologias em sala de aula?

Professora: *Nossa, super aproveitável. Hoje você tem que usar mesmo, hoje tem que trabalhar mesmo pra não ficar com aquela aulinha só...E ainda por mais que você faça o aluno ainda quer mais. Eu percebo assim que o aluno que vem vindo agora ele quer coisas nova todo dia, parece que ele tem uma sede de querer mais, aí quando você passa ele fala ah isso de novo. Então cada metodologia que você utilizar sempre irá ajudar.*

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho(a) na pesquisa intitulada “**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE SISTEMAS DE NUMERAÇÃO**” que faz parte do Programa de Mestrado para o ensino de Ciências e Matemática – UEM, e é orientada pela professora Lucieli Maria Trivizoli da Universidade Estadual de Maringá. O objetivo da pesquisa é investigar as contribuições da História da Matemática para o processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração nos Anos Iniciais, no contexto da sala de aula. Para isto, a participação de seu filho(a) é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: no decorrer das aulas de Matemática, no período matutino, serão ministradas aulas por mim, Eliane Siviero da Silva, nas quais serão aplicadas atividades sobre sistemas de numeração. Estas aulas serão gravadas em áudio pela pesquisadora. As gravações serão acessadas apenas pelas pesquisadoras desta investigação, assim como os registros escritos das atividades que serão desenvolvidas no decorrer das aulas.

Informamos que poderá ocorrer algum desconforto por parte dos alunos pelo uso de instrumento de gravação. Para contorná-lo iremos esclarecer tanto para os alunos quanto para os senhores pais/responsáveis que os alunos não serão expostos em nenhum momento, nem por meio de nome nem por outra forma de identificação, sendo que os registros deles serão analisados somente pela pesquisadora. A qualquer momento eles poderão solicitar a interrupção da gravação, dessa forma serão analisados somente os registros escritos.

Gostaríamos de esclarecer que a participação de seu filho(a) é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a autorizar tal participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo a sua pessoa ou a de seu filho(a). Informamos, ainda, que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade, sua e a de seu(sua) filho(a). Os benefícios esperados são contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática destes alunos e, a partir das análises dos dados coletados, sugerir nova forma de abordagem de conteúdos matemáticos, por meio da alternativa pedagógica da História da Matemática, no contexto escolar. Ao fim da pesquisa, os resultados serão divulgados no meio científico da área. Além disso,

os resultados serão apresentados para a escola que abriu espaço para a realização da investigação.

Caso você tenha mais dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços a seguir ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UEM, cujo endereço consta deste documento.

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você, como sujeito ou responsável pelo sujeito de pesquisa) de tal forma a garantir o acesso ao documento completo.

Eu,.....

declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pela Professora Lucieli Maria Trivizoli, desde que meu pai/mãe (responsável) concorde com esta participação.

_____ Data:.....
Assinatura do responsável

Eu, Eliane Siviero da Silva, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

_____ Data:.....
Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com os pesquisadores, conforme os endereços abaixo:

Nome: Lucieli Maria Trivizoli

Endereço: Rua João Paulino Vieira Filho, nº 1009, Ap.703 Maringá - PR.

(telefone/e-mail): (44) 3301-5353 / lmtrivizoli@uem.br

Nome: Eliane Siviero da Silva

Endereço: Rua José Jacinto da Silva Filho, nº 350, Moreira Sales – PR.

(telefone/e-mail): (44) 9970-0726 / elianesiviero@hotmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. Campus Sede da UEM. Bloco da

Biblioteca Central (BCE) da UEM.

CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3261-4444

E-mail: copep@uem.br