UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

MARIANA MORAN BARROSO

O Laboratório de Ensino de Matemática e a Identificação de Obstáculos no Conhecimento de Professores de Matemática

Maringá
2010

MARIANA MORAN BARROSO

O Laboratório de Ensino de Matemática e a Identificação de Obstáculos no Conhecimento de Professores de Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco
Co-Orientadora: Prof[a] Dra. Luzia Marta Bellini

Maringá
2010

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me capacitar em tantos momentos que pensei não conseguir cumprir o que havia sido proposto a mim nesta etapa tão importante de minha vida.

Ao meu marido Paulo, pela presença constante e a paciência incessante. Te amo!

Aos meus pais, por terem me indicado o caminho correto a seguir nas situações indecisas da minha vida.

Aos meus irmãos queridos, que sempre se preocuparam, se interessaram e me incentivaram a prosseguir, demonstrando muito orgulho e preocupação.

Ao professor e orientador Valdeni, que de fato demonstrou o que é orientar com firmeza sem perder a ternura e enchergou em mim, muito mais do que eu mesma podia ver.

A minha co-orientadora Marta, que com poucas palavras e muita sabedoria e graça soube expressar suas ideias que contribuíram significativamente com este trabalho.

Aos monitores do Laboratório de Ensino de Matemática que pensaram nas atividades com tanto zelo e me auxiliavam em descobertas durante as várias oficinas que fizemos.

Aos professores pesquisados, que admiro pela coragem de reconhecerem que um profissional da Educação nunca está totalmente pronto, e deste modo se entregaram por completo na resolução das atividades propostas por mais simples que fossem.

Agradeço também, as minhas amigas Priscila e Raquel, que com muita presteza me acompanham nos momentos alegres e tristes de minha vida.

Enfim, agradeço às minhas colegas Karla e Evelyn, pois somos tão diferentes mas quando estamos juntas nos completamos.

A Fundação Araucária, pelo apoio financeiro.

> [...] quanto a mim, não penso que eu mesmo já o tenha alcançado, mas uma coisa faço: esquecendo-me das coisas que ficaram para trás e avançando para as que estão adiante, prossigo para o alvo, a fim de ganhar o prêmio da soberana vocação de Deus em Cristo Jesus.
> Filipenses 3:13-14

RESUMO

Para efetivar este trabalho investigamos a constituição e a importância de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), quando professores de matemática trabalham conteúdos desta disciplina nesse ambiente. O objetivo do trabalho no Laboratório foi provocar revisão de conceitos matemáticos sedimentados e, dessa forma detectar no ambiente de LEM, se existem obstáculos à resolução de questões matemáticas no conhecimento de professores de matemática. A pesquisa foi realizada em um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), com duração de 64 horas, e a participação de 60 professores de matemática do Núcleo Regional de Ensino de Maringá. Teoricamente fundamentamo-nos na noção de obstáculos epistemológicos e didáticos. A investigação foi dividida nos seguintes períodos: exploratório, coleta de dados, análise, formulação de hipóteses e constatação. Investigamos qual o conhecimento de LEM que os professores observados possuíam e se o contato com jogos e materiais manipuláveis auxiliaram nas mudanças de suas concepções sobre LEM. Também analisamos a contribuição de um LEM na identificação de obstáculos epistemológicos e didáticos no conhecimento de professores. Com base nestas questões, percebemos algumas mudanças positivas relacionadas à pré-conceitos dos professores pesquisados sobre um Laboratório de Ensino de Matemática. Também encontramos obstáculos de origem epistemológica e didática que norteavam o conhecimento dos professores impedindo-os de compreender a construção de determinados conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Laboratório de Ensino de Matemática. Obstáculos Epistemológicos. Obstáculos Didáticos.

ABSTRACT

To accomplish this task we researched the foundation and importance of the Laboratory for Teaching Mathematics (LTM); when mathematics professors work with the contents of this subject in a laboratory environment. The objective was to incite a revision of a sediment mathematical concept, to be detected in the environment of LTM, if there are obstacles in solving issues in the mathematical skills of mathematics professors. The survey was conducted in the Laboratory for Teaching Mathematics (LTM), for duration of 64 hours, with the participation of 60 mathematics professors of the Regional Teaching Center of Maringa. Theoretically we have a fundamental notion of obstacles in the theory of knowledge and data. The research was divided into the following categories: exploratory, data collection, analysis, hypotheses formulation and observation. We researched how much knowledge of LTM, the observed professors had and if the availability of games and manipulated materials helped in changing their conceptions on LTM. We also analyzed the contribution of LTM in the identification of epistemological obstacles in the know-how and data of the professors. Based on these issues, we see some positive changes related to pre-conceptions of the participating professors in regards to the Laboratory for Teaching Mathematics. We also found obstacles in the comprehension and data that misguided the professors' knowledge and prevented them from understanding the construction of certain mathematical concepts.

Keywords: Mathematics Education. Laboratory for Teaching Mathematics. Epistemological Obstacles. Educational Obstacles.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A ideia que norteou a elaboração deste estudo teve origem em um diálogo com o orientador desta pesquisa, sobre o Projeto de Extensão na Universidade Estadual de Maringá, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Ao participar da disciplina Didática da Matemática oferecida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, estudamos, dentre outros conteúdos, a Didática da Matemática francesa vista por Luiz Carlos Pais (2002). Durante este estudo, despertou-me interesse o tópico "obstáculos epistemológicos", noção introduzida por Bachelard, e "obstáculos didáticos", contextualizados na matemática por Brousseau. Deste modo, juntamente com o orientador, pensamos na possibilidade de identificar obstáculos no conhecimento de professores de matemática, quando estes têm contato com materiais manipuláveis e jogos do Laboratório de Ensino de Matemática. A princípio, pensamos, além da identificação, na superação destes obstáculos identificados, mas esta proposta será desenvolvida posteriormente.

Estudamos como os professores pensavam as proposições e "demonstrações" feitas com jogos e materiais manipuláveis em uma oficina intitulada: Laboratório de Ensino – um espaço de aprendizagem e de divulgação da matemática. Esta oficina foi oferecida pela Universidade Estadual de Maringá aos professores do Núcleo Regional de Ensino de Maringá, e fez parte do projeto Universidade sem Fronteiras: apoio à Licenciatura, vinculado a Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior do Paraná (SETI). Os conteúdos trabalhados na oficina são referentes à matemática do Ensino Fundamental e Médio. Com o objetivo de re-elaborar alguns conceitos matemáticos aprendidos pelos professores em suas formações ou na prática da sala de aula, vimos a manifestação de alguns obstáculos talvez não percebidos pelo professor por formalidade matemática ou pela repetição dia após dia de conteúdos memorizados pelos docentes. Enfim, buscamos um método que fizesse emergir com naturalidade estes impedimentos ao conhecimento dos professores.

Um Laboratório de Ensino de Matemática segundo a proposta feita por Lorenzato (2006) pode tornar a aprendizagem compreensiva e agradável possibilitando que a escola supra as necessidades especiais ao ensino da matemática. O ambiente de Laboratório também proporciona facilidade para o aprimoramento pedagógico do professor, ou seja, professores e alunos aprendem fazendo reflexões sobre os objetos estudados. Devemos destacar que muitos professores não conhecem um LEM, outros rejeitam o uso de um Laboratório sem ter experimentado, e alguns o empregam mal (LORENZATO, 2006). Deste modo, também contribuímos com os professores pesquisados da nossa pesquisa oferecendo uma oficina sobre o uso correto de um Laboratório de Ensino de Matemática.

O trabalho intelectual do professor de matemática em sala de aula nos levou a pensar a respeito dos obstáculos epistemológicos e didáticos que existem na ação docente. Logo, o estudo direcionado às ideias de Bachelard e Brousseau foi primordial para a delimitação do problema de pesquisa desta investigação.

Para apresentar o percurso deste estudo, o dividimos em quatro seções, a saber:

Seção 1 – *Contexto da Pesquisa* – apresentamos o problema de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos e os procedimentos metodológicos. Em seguida, discorremos sobre os participantes da pesquisa, as etapas da pesquisa, e a descrição dos questionários e das observações.

Seção 2 – *O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM): jogos e materiais manipuláveis* – nesta seção discutimos sobre a formação do LEM fazendo uma breve explanação das suas contribuições ao ensino de matemática e de como um Laboratório pode ser composto, enfatizando os materiais manipuláveis e os jogos, pois estes foram usados na prática de nossa pesquisa. Posteriormente, descrevemos sobre a utilidade e importância do LEM em uma escola e finalmente, levantamos aspectos importantes para que o professor tenha um trabalho com resultados satisfatórios neste ambiente, visto que só os materiais não são suficientes para alcançar o objetivo de trabalho em um Laboratório.

Seção 3 – *Fundamentos Teóricos: Obstáculos Epistemológicos e Didáticos na apreensão do Conhecimento Matemático* – nesta seção falamos sobre os conceitos de obstáculos epistemológicos e didáticos, das teorias de Bachelard e Brousseau, respectivamente. Estas teorias podem ser aplicadas à aprendizagem da matemática, como o fez Brousseau, para detectar a origem de alguns erros cometidos por alunos e também professores.

Seção 4 – *Procedimentos* – esta seção foi elaborada para descrever passo a passo a construção das atividades que foram trabalhadas no Laboratório. Também fizemos uma descrição detalhada a respeito da escolha das atividades e seus objetivos para a pesquisa.

Seção 5 – *Análise dos Resultados* – fizemos nesta seção a análise dos questionários e a transcrição dos dados coletados pela observação. Os questionários foram interpretados com a análise de conteúdo e o tratamento dos resultados obtidos na transcrição foi feito tendo como referência as ideias de Bachelard e Brousseau, mais especificamente. Discutimos as ideias destes pesquisadores acerca dos erros que encontramos classificando-os como obstáculos, quando foi o caso.

Nas *Considerações Finais* relacionamos os obstáculos identificados por meio das proposições realizadas no Laboratório de Ensino de Matemática e apresentamos algumas particularidades observadas na conduta de alguns professores diante dos materiais manipuláveis e os jogos.

1. CONTEXTO DA PESQUISA

1.1 Apresentação da Pesquisa

A presente pesquisa é composta por duas partes: uma trata dos fundamentos teóricos na qual ela se baseia, e a outra dos procedimentos metodológicos efetivados na investigação.

Na parte teórica discutimos aspectos relacionados ao Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Abordamos a sua formação explicando de forma breve como ele pode ser composto, enfatizando os materiais manipuláveis e os jogos. Posteriormente, descrevemos sua utilidade e importância em uma escola e finalmente, levantamos aspectos importantes para que o professor tenha um trabalho com resultados satisfatórios neste ambiente. Descrevemos, ainda nesta parte teórica, as teorias desenvolvidas por Bachelard e Brousseau relacionadas aos conceitos de obstáculos epistemológicos e didáticos que estão presentes no conhecimento de sujeitos, e que podem se manifestar por meio de erros.

Na segunda parte desta pesquisa investigamos a opinião dos professores com relação ao Laboratório de Ensino de Matemática e os seus conhecimentos a respeito de Laboratório antes e depois do curso oferecido a eles sobre esta metodologia. Também observamos a disposição destes professores para trabalhar satisfatoriamente em um Laboratório de Matemática, as crenças relacionadas à contribuição de um LEM, entre outros aspectos que influenciam na prática docente. Em alguns casos verificamos a existência de obstáculos que permeiam o conhecimento destes professores de matemática e que se manifestam quando estes têm contato com jogos e materiais manipuláveis.

1.2 Problema de Pesquisa

No ensino de conceitos básicos de matemática, a simples apresentação de definições por modelos formais, é uma lógica muito distante do pensamento da criança (BRUNER, 1978).

Este trabalho se propõe a identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos presentes no conhecimento dos professores de matemática quando estes utilizam jogos e materiais manipuláveis para trabalhar conteúdos no contexto de um Laboratório de Ensino de

Matemática (LEM). Também analisamos as mudanças ocorridas na concepção de alguns professores com relação à relevância e a necessidade de um local adequado para as aulas de matemática, a saber, um Laboratório de Ensino de Matemática.

Assim, estudamos como os professores atuaram no trabalho com jogos e materiais manipuláveis. Relacionamos a desestabilização intelectual provocada pela reflexão sobre os materiais com o reconhecimento de determinados obstáculos no conhecimento dos professores observados. Nesse sentido, estabelecemos as seguintes questões de pesquisa:

- Qual o conhecimento de Laboratório de Ensino de Matemática que estes professores observados apresentam?
- Os jogos e os materiais manipuláveis contribuíram para que os professores refizessem suas concepções sobre LEM?
- Um Laboratório de Ensino de Matemática contribui para a identificação dos obstáculos epistemológicos e didáticos presentes no conhecimento dos professores?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Identificar no contexto de um Laboratório de Ensino de Matemática, os obstáculos epistemológicos e didáticos existentes no conhecimento de conteúdos de matemática de Ensino Fundamental e Médio de um grupo de professores desta disciplina. Como também, verificar se houve mudanças conceituais.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Examinar os conhecimentos matemáticos de professores por meio de atividades contextualizadas em um Laboratório de Ensino de Matemática.

- Identificar erros conceituais dos professores enquanto estes realizam atividades relacionadas à área de matemática com os materiais de Laboratório, visando a possibilidade de serem manifestações de obstáculos epistemológicos ou didáticos.
- Observar o comportamento dos professores com relação à dificuldade ou facilidade para manusear e interpretar os dados matemáticos nos materiais utilizados.

1.4 Procedimentos Metodológicos

O trabalho de pesquisa foi realizado com professores de matemática do Núcleo Regional de Ensino de Maringá, por meio de uma oficina oferecida por professores do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Esta oficina abordou o uso de Laboratório de Ensino de Matemática como auxiliar no trabalho de conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio.

Para atender ao nosso objetivo fundamentamos o estudo na abordagem da pesquisa qualitativa, haja vista que o "qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões" (BICUDO, 2004, p.104). Especificamente, focamos a pesquisa em um estudo de caso, pois consistiu em uma investigação que assumiu particularidades e exigiu empenho em uma situação específica que foi investigar como os professores resolviam atividades propostas com jogos e materiais manipuláveis.

No contexto das pesquisas qualitativas o desenvolvimento do estudo precisa ser realizado em alguns períodos: exploratório, coleta de dados, análise e interpretação ou formulação de hipóteses e verificação, considerando que, com exceção da primeira fase, as demais não obedecem a uma sequência e são feitas de forma interativa com a coleta de dados (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2004).

O período exploratório é, geralmente, antecedido por questões burocráticas ou acertos para iniciar a investigação, mas seu principal objetivo é a delimitação da pesquisa, bem como o ajustamento do foco da problemática.

Já na coleta de dados, o pesquisador "pode recorrer a instrumentos auxiliares, como questionários, roteiros de entrevista, formulários de observação ou outros que surjam da criatividade do pesquisador" (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2004, p. 161).

Para esta fase, elaboramos dois questionários, um caracterizado como **pré-teste** contendo sete perguntas e outro como **pós-teste** composto por nove perguntas, que se encontram nos Apêndices A e B, respectivamente. Aplicamos o pré-teste no primeiro dia do curso e o pós-teste no último dia para todos os professores presentes. Usamos deste artifício por acreditar que a comparação entre os questionários nos fornece dados para avaliar o crescimento e a suposta mudança de opiniões em relação ao uso de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Para analisar e interpretar os dados usamos a análise de conteúdo, pois ela "enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão à descoberta" (BARDIN, 1977, p.30). Os resultados dos questionários foram separados por categorias e classificados por respostas obtidas em cada questão.

As categorias analisadas foram:

- **o ensino de matemática em Laboratório;**
- **a disposição para mudanças pedagógicas;**
- **segurança intelectual para trabalhar em Laboratório.**

Além dos questionários fizemos observações do comportamento de alguns professores durante todos os encontros da oficina visando diagnosticar os obstáculos epistemológicos e didáticos que impediram a construção dos conhecimentos matemáticos relacionados aos temas das atividades do dia.

A observação foi feita durante o uso de materiais manipuláveis e de jogos, porque essas atividades permitem uma descontração, explicitando com naturalidade os aspectos que pretendíamos estudar.

> Ao jogar, uma criança dá muitas informações e comunica, através da ação, sua forma de pensar, desde que o observador reconheça nas ações ou nos procedimentos os indícios que está buscando para realizar sua avaliação (MACEDO, PETTY e PASSOS, 2005, p.7).

Acreditamos que esta dimensão do jogo não é diferente entre os adultos. Observamos durante a realização de nossa pesquisa que houve momentos em que os professores se comportaram com competitividade, entusiasmo, empolgação, demonstrando agir com naturalidade a ponto de revelar-nos dúvidas com relação a determinados conceitos da própria matemática, tais como: divisão de frações, definições de figuras geométricas, dimensão da reta e do plano, entre outras dúvidas que deixaram transparecer.

A análise dos dados obtidos pela observação foi feita à luz das pesquisas de Bachelard, Piaget e Brousseau. Por meio dos registros das falas dos professores, classificamos os erros como obstáculos epistemológicos ou didáticos. Assim, categorizamos as respostas dos professores como:

- **obstáculos epistemológicos:**

  - obstáculo do conhecimento geral ou da opinião: quando o professor usou ideias baseadas em sua opinião sobre questões que não compreende;

  - obstáculo da experiência primeira: quando o professor pensou ter compreendido um conceito, usando principalmente, os materiais do Laboratório;

  - obstáculo verbal: quando o professor usou uma falsa explicação apoiada em uma palavra explicativa;

- **obstáculos didáticos de origem epistemológica:** quando o professor recorreu, para resolução ou entendimento das atividades, a recursos semelhantes aos usados na história da Matemática;
- **obstáculos didáticos de origem didática:** quando o professor apoiou a concepção na mecanização, concepção esta que era válida em um determinado contexto e inapropriada em outro contexto;
- **obstáculos didáticos de origem cultural:** quando o professor reagiu a determinadas situações usando suas crenças, respostas do senso comum, simplistas, baseados em experiências não-científicas;
- **obstáculos didáticos de origem ontogênica:** quando o professor demonstrou memorização e domínio de uma técnica desprovido de compreensão por não ter as estruturas (no sentido piagetiano) plenamente construídas, no momento em que aprendeu determinado conteúdo (GOMES, 2006).

1.5 Participantes

Participaram do processo de pesquisa no LEM cinquenta e nove professores de matemática do Núcleo Regional de Ensino de Maringá. As atividades foram ministradas por dois professores do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Cinquenta e dois professores eram do sexo feminino e sete do sexo masculino.

Esta oficina foi fundamentada na concepção de um Laboratório de Ensino de Matemática. Teve a duração de três meses e meio totalizando 64 horas/aula. Para que houvesse melhor aproveitamento, foi necessário durante as atividades, separar os professores pesquisados em duas turmas. Deste modo, cada professor ministrante permaneceu em uma única turma. Os questionários foram respondidos por todos os professores pesquisados, porém a observação foi realizada em somente uma das turmas, visto a impossibilidade de observar duas turmas distintas simultaneamente. Deste modo, foram observados trinta e um professores.

Do total dos professores que participaram da pesquisa, em 2009, dez atuavam somente no Ensino Médio, vinte e três somente no Ensino Fundamental, vinte e quatro no Ensino Fundamental e Médio, um no Ensino Fundamental e no EJA (Educação para Jovens e Adultos) e um no Ensino Fundamental, Médio e EJA. Nota-se a variedade de séries em que estes professores trabalham.

Cabe ressaltar que a pesquisa de campo recebeu parecer favorável do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos – COPEP. Desta forma, a pesquisa foi apresentada aos participantes; todos os professores presentes concordaram com sua realização na oficina, e com suas eventuais participações. Os professores participaram da oficina e da pesquisa por livre e espontânea vontade.

Por meio dos questionários aplicados obtivemos registros importantes relacionados aos professores que participaram desta pesquisa. A quantidade de professores por faixa etária é representada pelo gráfico a seguir:

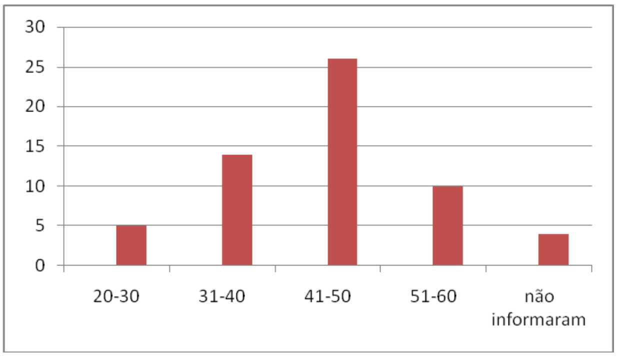

GRÁFICO 1: Faixa etária dos professores

Com relação ao tempo que estes professores atuam na área, o gráfico a seguir mostra que a maioria deles atua entre 11 e 20 anos. Por ser uma quantidade de tempo considerável pensamos ser mais difícil lidar com os modos formais baseados em repetição de conteúdos trazidos por alguns destes professores ao longo dos anos. Mas, antecipamos, aqui, que vários docentes mostraram resultados positivos.

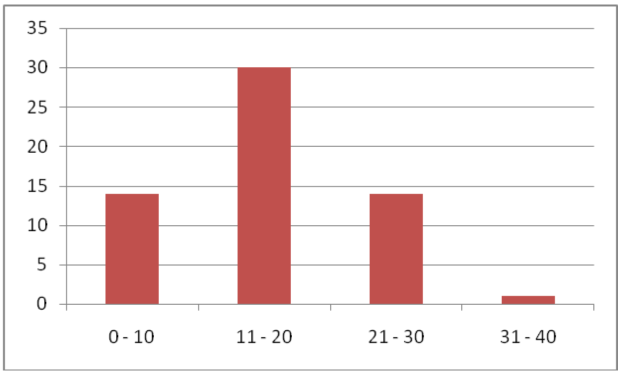

GRÁFICO 2: Tempo de atuação dos professores

Perguntamos também, se eles exercem outra profissão além de serem professores e seis do total disseram que sim, exercem outra profissão.

1.6 Etapas da pesquisa:

1.6.1 Questionários

Foram aplicados dois questionários abertos durante toda a oficina:

- o primeiro questionário, considerado como **pré-teste**, foi aplicado antes da intervenção para avaliar as noções e opiniões dos professores sobre um LEM;
- o segundo e último questionário, visto como **pós-teste**, foi aplicado três meses e meio após o primeiro, ao término da oficina sobre Laboratório de Ensino de Matemática.

Ambos os questionários foram respondidos individualmente. Estes continham questões sobre LEM, tais como: conhecimentos gerais, possibilidades de trabalho nas escolas, habilidades de trabalho e sua eficácia na aprendizagem de matemática. Nem todos os professores pesquisados responderam aos questionários. Isto ocorreu por motivos diversos como, atrasos, ausências ou problemas pessoais.

Para que pudéssemos aprimorar os dados da pesquisa, distribuímos a cada professor um número para que este fosse escrito na folha do pré-teste e posteriormente do pós-teste. Infelizmente nem todos os professores registraram seus números nos questionários, mesmo depois de a pesquisadora dar ênfase a este detalhe. Desta forma, fizemos a comparação somente dos questionários enumerados.

1.6.2 Observação

A observação foi participante, e a pesquisadora interatuava com os professores para facilitar os interesses e a coordenação da pesquisa. “Na observação participante, o pesquisador se torna parte da situação observada, interagindo por longos períodos com os sujeitos” (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2004, p. 166). O tipo de observação foi não-estruturada “na qual os comportamentos a serem observados não são predeterminados, eles são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação” (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2004, p. 166).

Registramos por meio de gravações de áudio, vídeo e fotos os momentos em que os professores expunham seus trabalhos, suas reflexões e conclusões a respeito das atividades propostas. Também registramos o desenvolvimento das atividades pelos professores e suas discussões em grupos. Algumas das produções materiais dos professores foram fotografadas.

A turma observada foi separada em sete grupos com quatro ou cinco pessoas cada. A composição dos grupos ficou a critério dos participantes sem a intervenção do professor ministrante e da pesquisadora. Foi sugerido pelo professor ministrante que os participantes fizessem grupos para que o trabalho no Laboratório pudesse ser aperfeiçoado, e assim as ideias poderiam ser discutidas dentro de cada grupo e os materiais compartilhados entre eles.

Como não foi viável usar recursos para registrar todos os grupos todos os dias, a pesquisadora escolheu a cada dia, um ou dois grupos diferentes para que pudessem ser observados com afinco, e este procedimento foi se repetindo conforme os encontros foram acontecendo. Houve interação entre a observadora, o professor ministrante e os professores pesquisados. Desta forma, todos puderam compartilhar informações, participar dos jogos e debater a resolução das atividades que iam sendo propostas com o uso do material manipulável e os jogos. É importante ressaltar que a disposição dos professores em grupos faz parte da metodologia do Laboratório de Ensino de Matemática.

1.7 Descrição dos questionários

1.7.1 Descrição do pré-teste:

O pré-teste (Apêndice A) foi aplicado em março de 2009 no momento inicial do primeiro dia da oficina oferecida aos professores do Núcleo Regional de Ensino de Maringá. Os professores pesquisados foram esclarecidos sobre o projeto de pesquisa da Universidade Estadual de Maringá, do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM). Foi enfatizada a importância desta pesquisa para os próprios professores pesquisados e seus alunos. Cinquenta e nove professores responderam ao 1º questionário.

1.7.2 Descrição do pós-teste:

O pós-teste (Apêndice B) foi respondido em junho de 2009 no último dia da oficina, durante seu horário normal, como o pré-teste. Do total dos professores pesquisados, quarenta e quatro entregaram o pós-teste respondido. Os demais professores ou chegaram atrasados, ou saíram mais cedo e não entregaram o questionário respondido.

O pós-teste teve o objetivo de investigar possíveis mudanças conceituais acerca dos conteúdos propostos. No pré-teste, como será visto posteriormente, alguns professores demonstraram ter ideias intuitivas e durante o curso essas opiniões se modificaram. Desse modo, no pós-teste identificamos essas mudanças por meio da análise das respostas dadas pelos professores.

Tanto no pré-teste como no pós-teste os professores pesquisados informaram um número que foi recebido, da pesquisadora, no primeiro encontro. A informação desses números nos respectivos questionários de cada participante permitiu que investigássemos as respostas dadas pelos professores fazendo a comparação entre o pré-teste e o pós-teste. Esse é o motivo pelo qual as perguntas dos dois questionários são semelhantes: a comparação entre as respostas do 1º e do 2º questionários.

1.8 Descrição da observação:

Nesta subseção fazemos somente a descrição do funcionamento da oficina, deixando a descrição dos dados coletados na observação junto à análise dos dados.

1.8.1 Descrição da oficina:

A oficina iniciou-se no dia 10 de março de 2009 e foi encerrada no dia 23 de junho de 2009 com duração total de 64 h/a durante oito encontros. Os encontros foram quinzenais; cada encontro de 8 h/a, com 4 h/a no período da manhã e 4 h/a no período da tarde. A cada sessão o professor ministrante levava atividades pré-selecionadas ao Laboratório. Modelos das atividades trabalhadas encontram-se na seção 4.

As atividades foram elaboradas por cinco bolsistas de um Projeto de Extensão vinculados a um projeto do Governo Estadual do Paraná, denominado “Universidade sem Fronteiras”, sob a orientação de três professores ligados a Universidade Estadual de Maringá. A seleção das atividades trabalhadas na oficina era feita pelos dois professores ministrantes e pela pesquisadora com aproximadamente uma semana de antecedência ao encontro.

Depois de selecionar as atividades, a pesquisadora investigava, juntamente com seu orientador, os principais obstáculos que poderiam surgir entre os professores em forma de erros, de acordo com Bachelard, Piaget, Brousseau, Sierpinska e outros estudiosos do tema.

Desse modo, a cada encontro estas atividades eram realizadas com os professores pesquisados de forma dinâmica.

O caráter investigativo na realização das atividades era incentivado pelo professor ministrante e, dessa forma, os conteúdos de matemática relacionados à atividade eram explorados. Principalmente nesses momentos, os obstáculos se manifestavam entre os docentes. A metodologia de trabalho de um LEM também foi praticada e ensinada aos professores. Estes perceberam a relevância de uma aula ministrada de acordo com esta prática como foi possível observar em relatos dos professores e nas respostas do pós-teste.

2. O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM): Jogos e Materiais Manipuláveis

Nesta seção apresenta-se como um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) se constitui na concepção de Sergio Lorenzato (2006), para esclarecer a sua importância no processo de ensino e aprendizagem em matemática.

Um LEM poderia ser simplesmente um local para guardar materiais que seriam usados nas aulas de matemática como, por exemplo, livros, revistas, filmes, materiais manipuláveis, jogos dentre outros. Mas, a proposta de Lorenzato (2006) vai além desta perspectiva. Ele sugere que um LEM seja um local da escola reservado não somente para aulas regulares de matemática, mas também para esclarecer dúvidas dos alunos; para os professores de matemática planejarem suas aulas, criarem suas atividades e materiais didáticos; e ser um ambiente para alunos e principalmente professores usufruírem. "Enfim, o LEM, nessa concepção, é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático" (LORENZATO, 2006, p. 7).

2.1 As contribuições de um LEM para o Ensino de Matemática

Costuma-se atribuir à importância dos materiais manipuláveis o seu caráter "motivador" ou pelo fato de se ter "ouvido falar" que o ensino de matemática é melhor a partir do concreto ou, ainda que as aulas ficam mais alegres para os alunos (FIORENTINI e MIORIM, 1990). Mas suas contribuições vão além dessas dimensões.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN's) e livros voltados para formação de professores e metodologias de ensino, entre outros, acentuam determinadas ressalvas em relação às aulas expositivas. "Na disciplina de Matemática, [...], o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem" (PONTE *et al*., 2006, p.23).

Nos PCN's, particularmente, há sugestões de possibilidades de trabalho em sala de aula segundo as tendências da Educação Matemática, mais especificamente História da

Matemática, Tecnologias na Educação e os Jogos, como recursos que englobam os contextos nas situações-problema e construção de estratégias de resolução[1].

O trabalho em um LEM desenvolve a prática de espontaneidade, diversão e acima de tudo, de autonomia intelectual do educando. Nesse sentido, Braumann (*apud* PONTE *et al.*, 2006, p.19) compara o aprender matemática com o aprender a andar de bicicleta: não é possível aprender sem praticar. “Para verdadeiramente aprender é preciso montar na bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles” (BRAUMANN *apud* PONTE *et al.*, 2006, p.19).

Pouca produtividade da maioria dos alunos é percebida por professores que fazem das explicações verbais, ou até mesmo dos recursos áudio-visuais, sua ferramenta de trabalho (FLORIANI, 2000). Pais (2002, p.9) faz o seguinte questionamento: “O ensino de matemática pode se resumir à apresentação de uma sequência de axiomas, definições e teoremas?” Acreditamos que para se obter êxito nos processos de ensino e de aprendizagem, o professor deve realizar juntamente com o aluno experiências que atraiam a atenção deste e que tornem a aula mais produtiva matematicamente. As experiências que podem ser realizadas em um Laboratório de Ensino de Matemática se enquadram nesta ideia. De acordo com Lorenzato (2006), alguns estudiosos enfatizaram a significância de um LEM na prática e na aquisição do conhecimento: Comenius (século XVII); Pestalozzi (século XVII); Rousseau (século XVIII); Froebel (século XIX); Dewey (século XIX e XX); Montessori, Freinet, Piaget e Vygotsky (século XX).

O uso de jogos e materiais manipuláveis no estudo da matemática tem motivado os seus participantes a construírem sua própria aprendizagem, além de ser um facilitador no estudo desta disciplina, descrita por muitos como chata e complicada. “Piaget destaca que, em seu ponto de partida, a criança tem necessidade de um certo controle empírico para estar segura de que $1+4=2+3$” (RUIZ e BELLINI, 2001, p.19).

[1] Para consultar os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática: <http://www.fefisa.com.br/pdf/pcn/1a4_vol03_matematica.pdf>. Acesso em 22 jul. 2009.

2.2 Como é composto um LEM?

Para a construção de um LEM, é necessário saber quais são os objetivos a serem cumpridos, quais os alunos que irão utilizá-lo (Ensino Básico, Fundamental, Médio ou Superior) e como ele será estruturado. Um LEM, diferentemente do que muitos pensam, não é constituído somente de jogos ou materiais didáticos manipuláveis. Um LEM pode constituir-se de livros didáticos, artigos de jornais e revistas, quebra-cabeças, calculadoras, computadores, entre outros, ou seja, o que compõe um LEM deve estar voltado às concepções e características de cada escola. Olga Pombo (2009) escreve que, em geral, os objetos que preenchem as escolas devem ser inúmeros artefatos para auxiliar a escrita, a leitura e a aprendizagem.

Ao trabalhar com professores de matemática da rede pública de Maringá, durante a realização desta pesquisa, enfatizamos o uso de jogos e materiais didáticos manipuláveis (MD manipulável). A seguir, uma breve explicação sobre estes elementos que também compõem um LEM.

2.2.1 Jogos:

Os jogos podem auxiliar o trabalho dos professores durante o ensino ou a memorização de determinados conteúdos matemáticos. Eles podem ser úteis para iniciar um novo conteúdo despertando o interesse da criança ou para fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades (FIORENTINI e MIORIM, 1990). As aulas ficam mais descontraídas, interessantes e atrativas para alunos e professores. Além disso, há maior interação entre aluno-aluno e aluno-professor. Mas é importante notar que, embora brincar e jogar possuam semelhanças, há também diferenças. O jogar é constituído de regras, da necessidade da criação de estratégias, ganhadores e perdedores. A brincadeira, por outro lado, flui diretamente das ideias dos participantes, seus sentimentos e ações desejadas para o momento (MACEDO *et al*., 2005, p.14). Desse modo, o jogar se enquadra melhor na proposta de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Os jogos podem substituir o ensino mecânico e obrigatório por um ensino prazeroso e às vezes, imperceptível pelo aprendiz. Como ressaltam os PCN’s (1998):

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (PCN's, 1998, p.46).

A seguir, tem-se na figura 1, a foto do tabuleiro do jogo "Andando com as figuras geométricas". Este jogo foi confeccionado pelos professores no LEM. Podemos observar que é um jogo atrativo pelas suas cores e formatos variados das peças.

FIGURA 1- Jogo: Andando com as figuras geométricas

2.2.2 Material Didático (MD) Manipulável:

Existem vários tipos de materiais didáticos manipuláveis. Alguns são estáticos e permitem só a observação, outros são dinâmicos e facilitam ao aluno a realização de descobertas (LORENZATO, 2006). Por exemplo, as representações de sólidos geométricos confeccionados em madeira ou cartolina permitem só a observação por serem estáticos. Jogos de tabuleiro, ábaco, quebra-cabeças proporcionam interação do sujeito com o objeto. Vale ressaltar aqui que só o material didático manipulável não garante a aprendizagem. É preciso a reflexão sobre a atividade proporcionada e, se possível, extrair conclusões para o seu conhecimento. Como afirma Passos (2006):

> Os materiais manipuláveis são caracterizados pelo envolvimento físico dos alunos numa situação de aprendizagem ativa. (...) Os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados

> principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino-aprendizagem. Entretanto considero que esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído (PASSOS, 2006, p.78).

Dentre as considerações feitas por Piaget quanto à construção do conhecimento científico, algumas sugerem também a relação íntima entre o observar, o refletir e o compreender. Carraher (1983, p.9) motivada pelas ideias de Piaget relata que "O cientista observa certos fatos, reflete sobre eles, desenvolve suas idéias, volta às observações para confirmá-las". Assim, a reflexão sobre o objeto de estudo está relacionada com a construção do conhecimento, um dos objetivos de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Na figura 2, temos uma foto do MD Manipulável do Teorema de Pitágoras. Baseados na reflexão sobre o material construído, os docentes demonstraram matematicamente o teorema de Pitágoras.

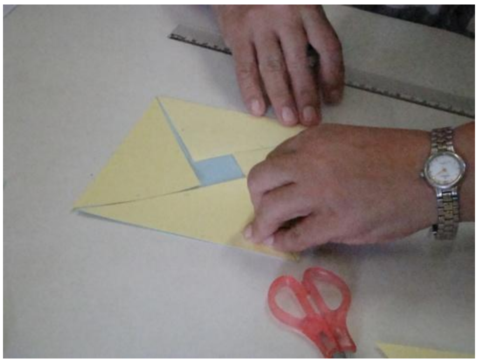

FIGURA 2 – MD Manipulável do Teorema dePitágoras

2.3 O LEM como um lugar da Escola

"O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) em uma escola, constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor" (LORENZATO, 2006, p.41). Cada escola deveria ter o seu Laboratório de Matemática, assim como o dentista, o cozinheiro, o médico, o cabeleireiro, dentre tantos outros profissionais, que têm seus locais apropriados para desempenharem o seu trabalho (LORENZATO, 2006). "O bom desempenho de todo profissional depende também dos ambientes e dos instrumentos disponíveis" (LORENZATO, 2006, p.5). Desta forma, o LEM seria um local apropriado para que os professores de matemática trabalhassem com os alunos. Assim como em uma escola tem-se Laboratório de Ciências para as aulas de Ciências, ginásio ou quadra para as aulas de Educação Física, Biblioteca para incentivar a leitura, e dependendo da escola, tantos outros ambientes onde as aulas são ministradas, é necessário ter um Laboratório de Ensino de Matemática para as aulas de matemática. Como indica Lorenzato (2006):

> Para muitos professores, todas as salas de aula e todas as suas aulas devem ser um laboratório onde se dão as aprendizagens da matemática. Essa é uma utopia que enfraquece a concepção possível e realizável do LEM, porque ela pode induzir professores a não tentarem construir o LEM num certo local da escola em que trabalham, seja este numa sala, num canto ou num armário (LORENZATO, 2006, p. 7).

Toda a arquitetura da escola, inclusive de seus ambientes, deve ser projetada de modo a contribuir com o desenvolvimento intelectual do aluno. Olga Pombo (2009) escreveu sobre os lugares da escola. Expôs que as primeiras escolas eram ao ar livre, às vezes sobre a proteção de uma árvore. Depois, lentamente foram sendo inventados lugares fechados, com bancos, depois cadeiras, carteiras que compunham as salas de aula. Aos poucos, a escola foi evoluindo, sendo composta por pátios, ginásio, biblioteca, entre outros. Diversos tipos de escolas foram inventados. Olga Pombo (2009) observa que os ambientes da escola são habitados por professores e alunos, com rigidez e formalidade por parte dos professores e irreverência e desordem dos alunos. A pesquisadora, então, pergunta: "Qual o futuro do espaço escolar?".

Dessa questão, podemos pensar um Laboratório. Entendemos que um LEM pode ser considerado como um lugar da escola. Um lugar de aprendizagem. Em algumas escolas isto já acontece. Como exemplo, podemos citar a Escola Estadual Dr. Gastão Vidigal que cedeu o seu espaço de Laboratório para a oficina de Laboratório de Ensino de Matemática com os professores da rede pública de ensino. Nessa escola, uma sala de aula, de tamanho maior que as demais se transformou em um LEM. Essa sala possui mesas que comportam cerca de quatro a seis pessoas cada, quadro negro, armários com materiais, um computador e um projetor multimídia, além de algumas representações de objetos geométricos que ficam sobre as prateleiras. É um ambiente no qual alunos e professores podem aprender mais da matemática e, pode ser um local para guardar materiais didáticos manipuláveis, apostilas, livros, filmes, entre outros. Mas, devemos enfatizar que um Laboratório não deve ser somente um lugar diferente, e sim um ambiente com um contexto de ensino diferente. Tratamos deste assunto na subseção a seguir.

2.4 Como trabalhar satisfatoriamente em um LEM?

Ao trabalhar em um LEM com seus alunos, o professor é influenciado por seus princípios teóricos. Por exemplo, um professor empirista[2] acreditará que o simples contato com o material já é suficiente para um aluno construir um determinado conhecimento. Outro professor, cujas bases estão na Psicologia Genética, ajudará seus alunos a construir conceitos a partir de materiais manipuláveis. Já professores formalistas, metódicos e incisivos nos processos de ensino e aprendizagem, nem terão interesse em trabalhar com esta metodologia (FLORIANI, 2000).

"A atuação do professor é determinante para o sucesso ou fracasso escolar" (LORENZATO, 2006, p. 23). Cabe a ele a conscientização de que a prioridade é a aprendizagem do aluno e não apenas a simples transmissão ou fixação do conteúdo por meio das atividades no LEM. A função do ensino da matemática é ensinar a matemática (FIORENTINI e MIORIM, 1990).

Como enfatiza Ramozzi-Chiarottino (1988), não se constrói um conhecimento simplesmente tocando, observando ou manipulando objetos. Para Piaget, o conhecimento se dá a partir da organização, estruturação e explicação do experienciado (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 1988).

Os próprios professores se conscientizaram da necessidade de uma aula menos formal. Conforme Fiorentini e Lorenzato (2006), um dos fatores que provocou mudanças curriculares foi atribuído aos próprios professores que, por meio da pesquisa-ação, tentam produzir inovações curriculares que julgam necessárias.

Malba Tahan[3] (1962) sugere que o professor tente, por meio do Laboratório, levar o aluno a raciocinar e não a brincar com as experiências. Para Ramozzi-Chiarottino (1988, p.3)

[2] O empirismo, diz Piaget (1979) "tende a considerar a experiência como algo que se impõe por si mesmo, como se ela fosse impressa diretamente no organismo sem que uma atividade do sujeito fosse necessária à sua constituição" (BECKER, 1993, p. 339).

[3] Conhecido pelo pseudônimo Malba Tahan, o nome completo deste escritor e matemático brasileiro era Júlio César de Melo e Sousa.

“conhecer não é somente explicar; e não é somente viver: conhecer é algo que se dá a partir da vivência (ou seja, da ação sobre o objeto do conhecimento) para que este objeto seja imerso em um sistema de relações”. Logo, a ação do sujeito sobre o objeto e, posteriormente, a abstração sobre o que foi vivenciado, é fundamental para um bom aproveitamento da atividade.

Essa dimensão epistemológica tem sido um desafio educacional para os professores que, na maioria das vezes, trazem para a sala de aula uma ideia de que o conhecimento está pronto e não permitem que o aluno raciocine e procure pensar sobre o que lhe foi proposto como problema. “É o professor quem porta o conhecimento essencial para habilitar o fazer matemático da criança” (MUNIZ, 2004, p.37).

Deste modo, nosso interesse em trabalhar com professores nessa pesquisa foi o de despertar o interesse, a curiosidade por um Laboratório de Ensino de Matemática e pela própria matemática. Por conseguinte, na necessidade de trabalhar em um ambiente adequado para ensinar a matemática a adolescentes e crianças.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS: Obstáculos Epistemológicos e Didáticos na Apreensão do Conhecimento Matemático

Apresentamos nesta seção uma discussão das ideias de Bachelard e Brousseau sobre obstáculos epistemológicos e didáticos. Para isso, fizemos um breve histórico sobre esta noção incluindo estudiosos que contribuíram para pesquisas no assunto e também enfatizamos o papel do erro num contexto de aprendizagem de matemática.

3.1 Noções de Obstáculos Epistemológicos

O conceito de obstáculo epistemológico foi descrito, inicialmente, por Gaston Bachelard, filósofo francês que viveu de 1884 a 1962 e passou a maior parte de sua juventude e velhice em um período de construções revolucionárias na Ciência. Bachelard lecionou as disciplinas de Química e Física e, como filósofo da Ciência, teve seu pensamento voltado às questões epistemológicas relacionadas ao ensino desses conhecimentos e desta maneira contribuiu com observações que estabeleciam as ligações existentes entre a formação histórica do pensamento científico e a prática da educação. Em sua obra "A Formação do Espírito Científico", publicada em 1938, Bachelard (1996, p.21) escreve que "A noção de *obstáculo epistemológico* pode ser estudada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação". Esta obra, referida acima, foi escrita a partir de conclusões retiradas de sua vivência neste período. Neste livro, Bachelard faz uma análise do espírito científico dos séculos XVIII e XIX, observando as condições em que a Ciência evolui sob o ponto de vista científico e poético (JAPIASSU, 1986).

Para Bachelard a Ciência evolui de maneira descontínua, em um processo de rompimentos com conhecimentos anteriores, diferentemente da Matemática. Para o filósofo, o ato de conhecer se dá contra um conhecimento anterior, na tentativa de eliminar conhecimentos pouco estabelecidos. "Um pensamento científico não é um sistema acabado de dogmas evidentes, mas uma incerteza generalizada, uma dúvida em despertar" (JAPIASSU, 1986, p.69). Ou como disse Bachelard "Diante do real, aquilo que cremos saber com clareza ofusca o que deveríamos saber" (BACHELARD, 1996, p.18). Ainda:

> [...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p.17).

Bachelard nota que as lacunas ou as incorreções no processo da evolução científica que, em muitos momentos, foram encobertas pela História, poderiam auxiliar a encontrar obstáculos epistemológicos. Afirma: “Um fato mal interpretado por uma época permanece, para o historiador, um *fato*. Para o epistemólogo, é um *obstáculo*, um contra-pensamento” (BACHELARD, 1996, p.22).

Bachelard (1996) trata enfaticamente um primeiro obstáculo que deve ser superado durante a formação do espírito científico: o obstáculo da opinião.

> A ciência, tanto por sua necessidade de coroamento como por princípio, opõe-se absolutamente à opinião. Se, em determinada questão, ela legitimar a opinião, é por motivos diversos daqueles que dão origem à opinião; de modo que a opinião está, de direito, sempre errada. A opinião *pensa* mal; não *pensa: traduz* necessidades em conhecimentos. Ao designar os objetos pela utilidade, ela se impede de conhecê-los. Não se pode basear nada na opinião: antes de tudo, é preciso destruí-la. Ela é o primeiro obstáculo a ser superado. Não basta, por exemplo, corrigi-la em determinados pontos, mantendo, como uma espécie de moral provisória, um conhecimento vulgar provisório (BACHELARD, 1996, p. 18).

Desse modo, há na perspectiva de Bachelard obstáculos que são baseados em opiniões como as identificadas nesta pesquisa. O obstáculo da opinião encontrado no desenvolvimento histórico do pensamento científico, pode ser encontrado na prática da educação matemática.

Piaget e Garcia (1987) também discutiram a noção de obstáculo epistemológico. Em “Psicogênese e História das Ciências”, os pesquisadores enfatizaram os mecanismos de passagem de um período histórico a outro, analisando se, no contexto de um sistema de noções, ocorrem analogias aos da passagem de um estágio genético aos seus sucessores (PIAGET e GARCIA, 1987). Os pesquisadores apresentam uma comparação entre as características da cultura e da ciência gregas e as chinesas para indicar um exemplo de obstáculo epistemológico. Piaget e Garcia (1987) mostram como o conceito de inércia somente apareceu na física de Galileu no século XVII enquanto os chineses, já no século V antes de Cristo tinham elaborado essa ideia. Perguntam os estudiosos: Por que os gregos, nesse mesmo século V a. C., não desenvolveram a noção de inércia? É que para a cultura grega não existia uma força contrária à de um objeto arremessado no ar. Para os gregos um objeto em movimento seria mantido por uma constante de força. Para a cultura chinesa, havia uma força em um sentido e uma força ação contrária a esta. (PIAGET e GARCIA, 1987). Trata-se, então, de uma diferença ideológica relativa a um quadro epistêmico. Piaget e Garcia (1987), explicam:

> Para nós, a cada momento histórico e em cada sociedade, predomina um determinado quadro epistêmico, produto de paradigmas sociais e que é a origem de um novo paradigma epistêmico. Uma vez constituído um determinado quadro epistêmico, torna-se impossível dissociar a contribuição proveniente da componente social daquela que é intrínseca ao sistema cognitivo. Assim constituído, o quadro epistêmico começa a actuar como uma ideologia que condiciona o desenvolvimento posterior da ciência. Esta ideologia funciona como um obstáculo epistemológico que não permite qualquer desenvolvimento fora do quadro conceptual aceite (PIAGET e GARCIA, 1987, p. 234).

Desta forma, quando se entende o conceito de quadro epistêmico, torna-se possível entender a força de uma ideologia dominante. De acordo com Piaget e Garcia (1987), a interpretação de Bachelard tem sentido histórico e epistemológico para pensarmos a elaboração do pensamento científico.

Em sua obra, já citada anteriormente, “A Formação do Espírito Científico” publicada em 1938, Bachelard também se refere a alguns obstáculos epistemológicos particulares. Trataremos de alguns deles:

- **O primeiro obstáculo: a experiência primeira** – a crítica não intervém de modo explícito, pois a experiência se situa mais importante do que esta. Lições são retiradas diretamente do dado se apoiando em pré-conceitos individuais. Bachelard (1996) escreveu que “o espírito científico deve formar-se *contra* a Natureza, contra o que é, em nós e fora de nós”;
- **O conhecimento geral: opinião** – aceitar o geral como resposta às indagações científicas. A generalização torna a pesquisa mais fácil e prazerosa. “Nada prejudicou tanto o progresso do conhecimento científico quanto a falsa doutrina do *geral*” (Bachelard, 1996);

- **O obstáculo verbal: extensão abusiva das imagens usuais** – a explicação é constituída apenas com o uso de uma única imagem ou uma única palavra. O uso indevido de uma metáfora pode sugerir a compreensão errada de uma situação ou fato.

3.2 Obstáculos Epistemológicos e a Matemática

Embora Bachelard tenha afirmado que "a história da Matemática é maravilhosamente regular" (BACHELARD, 1996, p.28), a evolução dessa Ciência não ocorreu linearmente. A constituição da Matemática é, também, a história de seus obstáculos. Pais (2002), afirma que, no caso da Matemática, os obstáculos que aparecem no momento da criação de conceitos não estão normalmente expostos na redação do saber. Todas as dúvidas, os erros, os avanços e retrocessos, desaparecem no resultado final apresentado pelo texto científico. Ainda para Pais (2002), estes conflitos, como na Matemática, sinalizam possíveis obstáculos. Para este autor:

> Tal como acontece na etapa de criação da matemática, durante a experiência da aprendizagem escolar há também um processo correspondente a uma redescoberta do saber, de onde os obstáculos podem, analogamente, intervir diretamente no fenômeno cognitivo (PAIS, 2002, p. 42).

O obstáculo manifesta-se na organização do pensamento do indivíduo. Dessa forma, o conhecimento é constituído permanentemente. Alunos e professores passam também por esses processos de organização de pensamentos e estão sujeitos a enfrentar obstáculos assim como ocorreu na história das ciências.

Bachelard (1996) escreve que:

> Os professores de ciências imaginam que o espírito científico começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já construídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana (BACHELARD, 1996, p.23).

É importante que professores ensinem seus alunos levando em consideração as dificuldades e as diferenças de cada um. O espírito científico não pode ser formado somente com repetições de exercícios, por mais difíceis que sejam. O aluno precisa ser incentivado a produzir e não somente reproduzir, a reinventar e não somente copiar o que foi inventado e acima de tudo, a agir sobre suas descobertas em forma de aprendizagem. Bittencourt (2005, p.13) aponta que "do ponto de vista pedagógico, a visão epistemológica de Bachelard implica a análise crítica do processo de aprendizagem, considerando dificuldades, erros e falhas como parte deste processo".

Piaget e Garcia (1987) escreveram sobre os obstáculos epistemológicos do ponto de vista cognitivo. Para esses autores:

> [...] existe uma maior continuidade entre o pensamento pré-científico e científico, na medida em que os mecanismos em jogo no processo cognitivo são os mesmos e, por outro lado, consideramos que há um determinado tipo de "ruptura" cada vez que se passa de um estado de conhecimento a um outro, tanto na ciência como na psicogênese (PIAGET e GARCIA, 1987, p. 234).

A noção de obstáculo epistemológico foi introduzida na Didática da Matemática por Guy Brousseau, em 1976. Ao escrever "Os obstáculos epistemológicos e os problemas em Matemática", Brousseau, como Bachelard, reafirma a ideia de que é necessário romper com o conhecimento anterior para predominar um novo conhecimento e este conhecimento anterior, que tinha a sua importância, pode se manifestar por meio dos erros,

> [...] mas estes erros não são devido ao acaso, fugazes, erráticos, eles são reprodutíveis, persistentes. Além do mais, estes erros, em um mesmo sujeito, estão ligados entre si por uma fonte comum, uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correto, um conhecimento antigo e que obteve êxito em todo um domínio de ação (BROUSSEAU, 1983, p.165).

As pesquisas desenvolvidas por Anna Sierpinska (1989) do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade de Concórdia, Canadá, na área da Educação Matemática também estão relacionadas aos obstáculos epistemológicos voltados para a noção de Limite e Álgebra Linear. Essas pesquisas seguem o estudo de Brousseau (1983), afirmando que a procura dos obstáculos epistemológicos em Matemática se torna frutuosa para o ensino na medida em que os obstáculos em questão são verdadeiramente identificados na história da Matemática e o seu traço é encontrado em modelos espontâneos dos alunos. Ou seja, para encontrar estes obstáculos, Brousseau (1989) define um método de pesquisa que consiste em três fases:

a) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam;

b) encontrar obstáculos na história da Matemática;

c) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem.

Glaeser (*apud* BROUSSEAU, 1989) fez um estudo sobre o interesse e a importância dos fenômenos de ruptura (obstáculos), observados durante a história da Matemática, para a compreensão das dificuldades dos estudantes. Sendo assim, baseado em Bachelard, Duroux (*apud* BROUSSEAU, 1989) se refere à aplicação do modelo de Bachelard à Matemática, como: um conhecimento, uma concepção, uma dificuldade de avançar ou ausência de conhecimento e este conhecimento pode ser visto como um produto das respostas adaptadas dentro de um certo contexto que produz respostas falsas dentro de outro contexto. Assim, é possível mudar a ideia equivocada que se tem sobre o erro no contexto didático.

3.3 Obstáculos Didáticos e a Matemática

Brousseau (1989) trata dos obstáculos em Matemática, em seu contexto pedagógico e chamou-os de obstáculos didáticos (PAIS, 2002).

Brousseau (1989, p. 44) afirma que "Fundamentalmente cognitivos, os obstáculos parecem estar extenuados entre **ontogênicos**, **epistemológicos**, **didáticos** e até mesmo **culturais**" (tradução nossa)[4]. Em "Os obstáculos epistemológicos e os problemas em Matemática" (1983) Brousseau discorre sobre esses obstáculos caracterizando-os como obstáculos didáticos. São estes:

- **Obstáculo didático de origem epistemológica:** podemos encontrá-los na própria história dos conceitos tornando possível que ele se reproduza em meio escolar.
- **Obstáculo didático de origem didática:** se manifestam quando uma concepção do indivíduo está apoiada na mecanização, ou seja, é válido em um determinado contexto e inadaptado em outro. Por exemplo, a apresentação atual dos decimais. Para alguns alunos são como "naturais" com vírgula.
- **Obstáculo didático de origem cultural:** embora este obstáculo não tenha sido especificado por Brousseau, de acordo com Gomes (2006, p.81), em alguns momentos, Brousseau sugere a ideia de que os obstáculos didáticos de origem cultural

[4] Fondamentalement cognitifs, les obstacles semblent pouvoir être **ontogéniques**, **épistémologiques**, **didactiques** et même **culturels** (BROUSSEAU, 1989, p. 44).

são “fruto de concepções errôneas, equivalem a certas maneiras de pensar, mas que não correspondem a conhecimentos científicos reconhecidos”.

- **Obstáculo didático de origem ontogênica:** surgem das limitações (neurofisiológica entre outras) do sujeito em um momento do seu desenvolvimento. Estas limitações o impedem de compreender determinadas ações científicas.

Para Brousseau (1983) o fato de o obstáculo se manifestar por meio dos erros, não significa que qualquer tipo de erro seja a indicação de um obstáculo. “Estes erros não são devido ao acaso, fugazes, erráticos, eles são reprodutíveis, persistentes” (BROUSSEAU, 1983, p.167). Mais ainda, o indivíduo precisa estar exposto a uma situação em que há interação do sujeito (com conhecimento) e o meio, pois sem esta interação não surgirá necessidade de modificar determinadas concepções existentes no conhecimento (BROUSSEAU, 1983).

4. PROCEDIMENTOS

Nesta seção são detalhados os critérios de escolha das atividades que foram trabalhadas no Laboratório, e também: a apresentação; a descrição; os objetivos; o conteúdo estruturante e básico; expectativa de aprendizagem; série e nível sugeridos; sugestão de mídias para a atividade; material necessário e custo; como construir; cuidados necessários; desenvolvimento da atividade; potencialidades e limitações da atividade.

A cada encontro realizado foram trabalhadas em média quatro atividades. Sendo assim, como foram realizados oito encontros, no total fizemos cerca de trinta e duas atividades. Neste trabalho foram selecionadas apenas algumas das atividades desenvolvidas na oficina. O critério utilizado para essa seleção foi descrever àquelas cuja identificação dos obstáculos era a mais evidente, descartando as atividades cujos obstáculos identificados eram semelhantes ou menos evidentes.

As atividades foram extraídas de um material elaborado por um grupo de pesquisa de Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. A escolha das atividades foi feita de acordo com a opinião dos pesquisadores, ou seja, ao selecionar as atividades foi investigado qual delas perturbaria o conhecimento incorreto arraigado nos professores pesquisados. Sendo assim, para muitas das atividades selecionadas foram utilizadas obstáculos já investigados e identificados por Brousseau no aprendizado da matemática, com objetivo de verificar se durante a realização das atividades em Laboratório, estes mesmos obstáculos também apareceriam.

O tempo gasto para a realização das atividades foi variado. Algumas atividades propostas necessitavam de uma construção com régua, papel, cola e outros materiais, e deste modo, tiveram duração de até 4 horas. Já outras atividades, que usavam somente o raciocínio lógico, foram mais rápidas para executar.

A seguir, a descrição das atividades que nos auxiliaram no cumprimento dos objetivos de nossa pesquisa:

Atividade 1) 64 = 65?

1.1 Apresentação

Um sofisma (do grego antigo σόφισμα -ατος, derivado de σοφίξεσθαι que significa "fazer raciocínios capciosos") é um argumento ou falso raciocínio formulado com o fim de induzir em erro. Nesta atividade, apresentamos um sofisma matemático que, por meio de sua construção, pode induzir os alunos a concluírem que 64 pode ser igual a 65.

1.2. Descrição

Um quadrado de 24 cm de lado em EVA, ambos envolvendo recortes para montagem. Este material pode ser apresentado também em madeira (MDF, por exemplo) nas mesmas medidas do EVA.

1.3. Objetivos da atividade

a) Perceber a importância da demonstração em matemática.

1.4. Conteúdo estruturante

Fundamentos de Matemática.

1.5. Conteúdo básico

Lógica.

1.6. Expectativa de aprendizagem

Desenvolver a capacidade de raciocínio.

1.7. Série e nível sugeridos

Pode ser aplicada a partir da 5ª série do Ensino Fundamental ou para alunos que possuam o conceito intuitivo de área.

1.8. Mídias existentes (fotos, filmes, sítios, slides, textos relacionados, referências, etc.)

a) IGNÁTIEV, E. I. , *En el reino del ingenio,* Editorial Mir. Moscú, 1986.

Este livro escrito originalmente em russo, e traduzido para o espanhol, traz vários problemas matemáticos escritos em linguagem popular. Esta atividade aparece como um problema na página 75 e sua explicação se encontra na página 205 do mesmo livro.

b) GERÔNIMO, J. R.; FRANCO, V. S. *Geometria Plana e Espacial* – Editora da Universidade Estadual de Maringá. Maringá PR, 2010**.**

Neste livro encontram-se axiomas, proposições e teoremas de Geometria Plana e Espacial, incluindo a demonstração dos axiomas relacionados a área.

c) http://www.profcardy.com/desafios/aplicativos.php?id=122 (acessado em 09/01/2009).

Apresentação de uma animação.

d) http://wwmat.mat.fc.ul.pt/~jnsilva/hm2008_9/Livro1.pdf (acessado em 09/01/2009)

Livro disponível em forma eletrônica que apresenta uma descrição do problema e solução, além de alguns aspectos curiosos.

1.9. Material necessário e Custo

Na aplicação, juntamente com o desenvolvimento da atividade:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Papel Quadriculado	Folha dupla	0,04	0,25	0,01
Subtotal – Consumo					0,01
Apoio					
1	Régua	Peça	0,20	1	0,20
2	Tesoura	Peça	0,65	1	0,65
3	Lápis	Peça	0,15	1	0,15
Subtotal – Apoio					1,00
Total					1,01

TABELA 1: Material Necessário e Custo – AT.1
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

1.10. Como construir

Este material pode ser construído em sala de aula e será explicitado no desenvolvimento da atividade (Item 1.12). A construção para o acervo do Laboratório de Ensino é feita a seguir.

Em EVA:

a) Desenhe e recorte no EVA um quadrado de 24 cm de lado.

b) Quadricule o EVA com a caneta em quadrados de 3 cm de lado.

c) Desenhe os segmentos de reta (em pontilhado) conforme a figura 3.

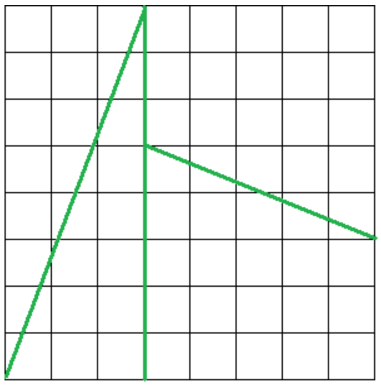

FIGURA 3: Modelo para desenho e recorte

e) Recorte nos segmentos desenhados.

1.11. Cuidados necessários

a) Na aplicação, observar o manuseio das tesouras.

b) Na construção, observar se os recortes estão corretos.

c) Na conservação, o material em EVA e MDF (madeira) deverá ser guardado em local seco e arejado.

1.12. Desenvolvimento da Atividade

a) Recorte no papel quadriculado um quadrado formado por 8 x 8 quadradinhos;

b) Considere cada quadradinho uma unidade de área;

c) Qual a área deste quadrado em unidades?

d) Desenhe os segmentos de reta (em verde) conforme a figura 3;

e) Recorte nos segmentos desenhados;

f) Com as quatro peças que foram recortadas, forme um retângulo;

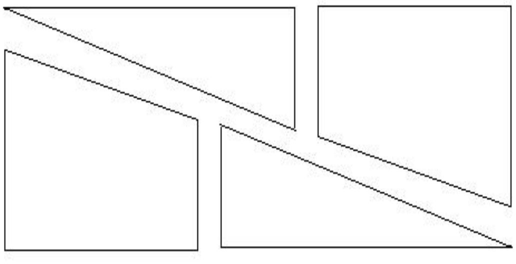

FIGURA 4: Modelo para montagem

g) Qual a área deste retângulo?

h) O quadrado e o retângulo possuem a mesma área?

i) Explique o que ocorreu.

1.13. Potencialidades

Por meio da explicação do por que isso ocorre, podem ser trabalhados conteúdos de geometria como: propriedade de figuras geométricas, trigonometria em um triângulo retângulo e o cálculo e o conceito de área.

Após o desenvolvimento da atividade e a conclusão do erro cometido, pode-se fazer uma conexão com a filosofia analisando mais profundamente o significado de sofisma/falácia e apresentar diversos tipos de falácias que são usualmente repetidas no cotidiano e aceitamos como verdade.

1.14. Limitações

Este material pode ser trabalhado com qualquer série ou nível desde que o aluno possua a noção intuitiva de área.

Atividade 2) Faixa de Möbius

2.1. Apresentação

Passado um século e meio de sua criação, a faixa de Möebius ainda causa admiração nas pessoas. Por ter uma aparência instigante, essa criação chamou a atenção de vários artistas que a eternizaram em esculturas e em pinturas. Dentre esses artistas, destacam-se Max Bill (1908 – 1994), com sua escultura “Endless Ribbon” e M. C. Escher (1898 – 1975), com sua obra “Möbius Strip II”.

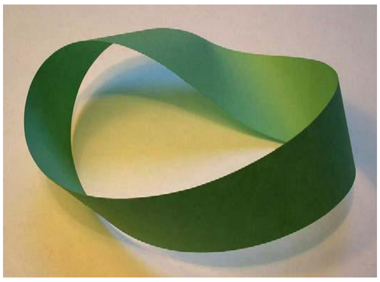

FIGURA 5: Faixa de Möbius
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

Há menção da faixa de Möbius até mesmo na ficção científica com o filme “A Subway Named Möbius” de A. J. Deutch (1950), e o filme argentino “Möbius” (1996) de Gustavo Mosquera.

2.2. Descrição

Faixas recortadas de um papel sulfite formato A4.

2.3. Objetivos da atividade

a) Construir uma faixa de Möbius com recorte e colagem de papel;

b) Explorar as características de uma faixa de Möbius;

c) Caracterizar superfície não-orientável.

2.4. Conteúdo Estruturante

Geometria.

2.5. Conteúdos Básicos

Topologia.

2.6. Expectativa de aprendizagem

Ampliar e aprofundar os conceitos geométricos em um nível abstrato mais complexo.

2.7. Série e nível sugeridos

A partir da 8ª série do Ensino Fundamental.

2.8. Mídias Existentes (fotos, filmes, sítios, slides, textos relacionados, referências, etc.)

a) http://www.midimagem.eesc.usp.br/situs/a_fmobi.htm (acessado em 02/02/2009)

Neste site pode-se obter outras informações e fotos poderão ser obtidas.

b) GERÔNIMO, J. R.; FRANCO, V. S *Geometria Plana e Espacial* – Editora da Universidade Estadual de Maringá. Maringá PR, 2010**.**

Neste livro encontra-se uma atividade semelhante.

c) CARMO, Manfredo P. do. *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

Este livro apresenta um estudo aprofundado sobre superfícies.

d) SAMPAIO, J. C. V. *Uma introdução à topologia geométrica: passeios de Euler, superfícies, e o teorema das quatro cores*. São Carlos: EduFSCar, 2008.

Este livro apresenta uma abordagem intuitiva de topologia.

2.9. Material necessário e Custo

Na aplicação, juntamente com o desenvolvimento da atividade:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário**	**Quantidade**	**Valor Total**
1	Papel Sulfite – Formato A4	Folha	11,80	1	0,02
Subtotal - Consumo					0,02
Apoio					
1	Cola	Peça	0,60	1	0,60
2	Tesoura	Peça	0,65	1	0,65
Subtotal - Apoio					1,25
Total					1,27

TABELA 2: Material Necessário e Custo – AT.2
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

2.10. Como construir

Este material pode ser construído em sala de aula e será explicitado no desenvolvimento da atividade (Item 2.12). A construção para o acervo do Laboratório de Ensino é feita a seguir.

Em EVA:

a) Corte um EVA de 2 mm no formato retangular nas dimensões 60 cm x 12 cm;

b) Desenhe em cada ponta da faixa uma seta, como indicado na figura 5:

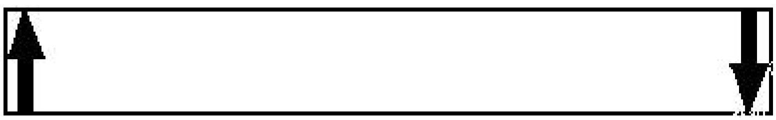

FIGURA 6: Tira de papel
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

c) Cole as pontas da faixa de forma que as setas fiquem sobrepostas e com a mesma orientação, fazendo-se, em uma das pontas um giro de 180° (figura 6).

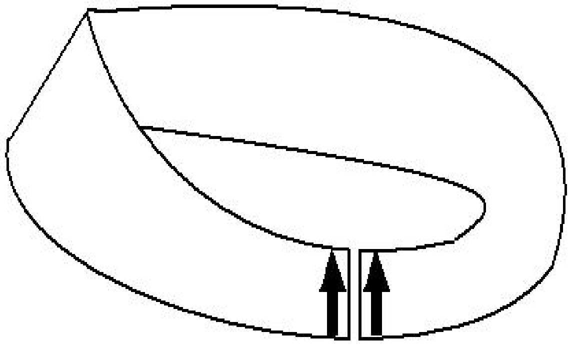

FIGURA 7: Faixa de Möbius
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

2.11. Cuidados Necessários

a) Na aplicação:

• Observar o manuseio das tesouras;

• Esperar a cola secar para manusear a faixa para que as pontas não se soltem.

b) Na construção:

• Observar o manuseio do estilete;

• Esperar a cola secar para manusear a faixa para que as pontas não se soltem;

• Observar se os recortes estão corretos.

c) Na conservação, o material em EVA deverá ser guardado em local seco e arejado.

2.12. Desenvolvimento da Atividade

a) Recorte três faixas retangulares de papel nas dimensões 30 cm x 6 cm.

b) Com uma das faixas, faça uma faixa cilíndrica (figura 7), colando-se as pontas.

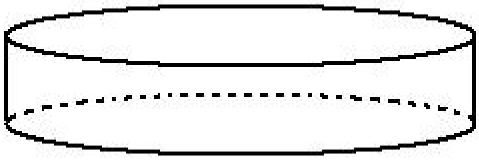

FIGURA 8: Faixa Cilíndrica
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

c) Recorte a circunferência ao meio no sentido horizontal e observe o que se obtém.

d) Com as outras faixas, desenhe em cada ponta da faixa uma seta, como indicado na figura 8.

FIGURA 9: Tira de papel orientada
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

e) Cole as pontas da faixa de forma que as setas fiquem sobrepostas e com a mesma orientação, fazendo-se, em uma das pontas um giro de 180^{o} (figura 9).

f) Com uma das faixas de Möbius, recorte na circunferência central, como indicado na figura 9:

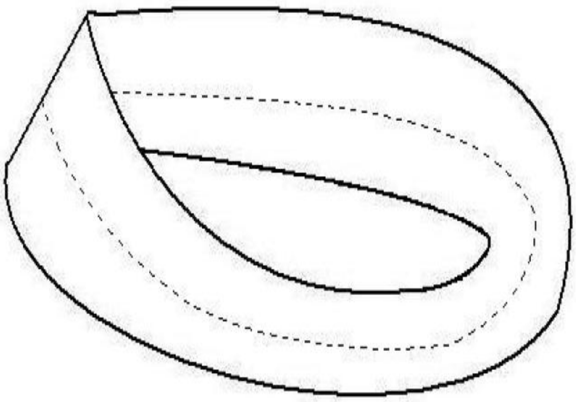

FIGURA 10: Faixa de Möbius tracejada
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

g) Observe o que se obtém e anote as observações.

h) Faça um recorte no meio da circunferência no sentido horizontal da faixa resultante e anote as observações realizadas.

i) Com a outra faixa de Möebius, faça um recorte sobre a circunferência que dista, aproximadamente, 2 centímetros de uma das laterais da faixa (isto é, aproximadamente 1/3 da largura da faixa).

j) Observe o que resulta desse recorte e faça anotações.

k) As observações e anotações a serem feitas a partir dos recortes devem considerar alguns aspectos:

- Quantas faixas resultaram do recorte;
- Qual o tamanho da(s) faixa(s) resultante(s) em relação à faixa original;
- Quantas semi-torções têm a(s) faixa(s) obtida(s);

- Que tipo de superfície obteve-se: orientável ou não-orientável.

2.13. Potencialidades

Essa atividade permite a exploração de alguns conceitos topológicos de forma fácil. Paralelamente aos conceitos matemáticos envolvidos, pode-se estudar o contexto histórico de quando se criou a faixa de Möebius. Pode-se ainda estabelecer relações com conteúdos da Física Moderna.

2.14. Limitações

Uma limitação desta atividade é a não exploração das observações realizadas, o que torna a atividade pobre.

Atividade 3) Teorema de Pitágoras – Demonstração

3.1. Apresentação

Esta atividade é utilizada em sala ou em exposição, e motiva os alunos a descobrirem a justificativa do famoso teorema de Pitágoras, uma vez que essa atividade induz o aluno a pensar sobre a demonstração desse importante teorema. Além disso, essa atividade possui baixo custo, podendo ser confeccionada pelos próprios alunos, e ainda possibilita ao professor a abstração do teorema por meio de um material manipulativo, que pode ocasionar mais interesse aos alunos, comparado com as aulas estritamente teóricas.

3.2. Descrição

Trata-se de um material didático manipulável, por meio do qual é possível fazer uma verificação geométrica do teorema de Pitágoras.

3.3. Objetivos da atividade

a) Fazer uma verificação geométrica do teorema de Pitágoras;

b) induzir a demonstração desse teorema para o caso geral.

3.4. Conteúdo estruturante

Geometrias.

3.5. Conteúdo básico

Teorema de Pitágoras.

3.6. Expectativa de aprendizagem

Compreender o Teorema de Pitágoras.

3.7. Série e nível sugeridos

A partir da 8 ª série do Ensino Fundamental.

3.8. Mídias existentes (fotos, filmes, sítios, slides, textos relacionados, referências, etc.)

a) GERÔNIMO, J. R.; FRANCO, V. S. Geometria Plana e Espacial – Editora da Universidade Estadual de Maringá. Maringá PR, 2010**.**

Neste livro encontram-se axiomas, proposições e teoremas de Geometria Plana e Espacial, incluindo a demonstração do Teorema de Pitágoras.

3.9. Material necessário e Custo

Na aplicação, juntamente com o desenvolvimento da atividade:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Papel Cart. Americana Azul – 48cm x 66cm	Folha	0,68	0,08	0,06
2	Papel Cart. Americana Verde – 48cm x 66cm	Folha	0,68	0,25	0,17
Subtotal – Consumo					0,23
Apoio					
1	Régua	peça	0,20	1	0,20
2	Tesoura	peça	0,65	1	0,65
3	Esquadro	peça	0,33	1	0,33
4	Lápis	peça	0,15	1	0,15
5	Borracha	peça	0,74	1	0,74
6	Caneta esferográfica	peça	0,43	1	0,43
Subtotal – Apoio					2,50
Total					2,73

TABELA 3 – Material Necessário e Custo – AT.3
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

3.10. Como construir

Este material pode ser construído em sala de aula conforme apresentado na seção 3.12. A construção para o acervo do Laboratório de Ensino é feita a seguir:

Em EVA:

a) Trace e corte em EVA azul um retângulo 12 cm x 14 cm utilizando régua, caneta esferográfica, esquadro e estilete;

b) Divida esse retângulo em dois retângulos de lados 6 cm x 14 cm;

c) Trace uma diagonal dos retângulos formados e corte o tracejado de maneira que se obtenha 4 triângulos retângulos congruentes de catetos 14 cm e 6 cm;

d) Com a caneta hidrográfica marque a letra **c** próximo a hipotenusa de cada triângulo, da mesma forma marque a letra **b** e a letra **a** no cateto menor e no maior de cada triângulo, respectivamente;

e) Verifique dois a dois se a soma das medidas correspondentes ao lado **a** e ao lado **b** são 20 cm, caso contrário ajuste as medidas;

f) Com o EVA verde trace e recorte um quadrado de medida 20 cm, um quadrado de medida 14cm e um quadrado de medida 6 cm, utilizando caneta esferográfica, esquadro, régua e tesoura.

FIGURA 11: Teorema de Pitágoras

3.11. Cuidados necessários

a) Na aplicação:

• O professor deve estar sempre verificando se os alunos estão recortando corretamente;

• Observar o manuseio da tesoura.

b) Na construção:

• Esperar a secagem da caneta para retroprojetor;

• Observar o manuseio do estilete.

c) Na conservação, o material em EVA e MDF (madeira) deverá ser guardado em local seco e arejado.

3.12. Desenvolvimento da Atividade

a) Trace e recorte no papel cartão azul um retângulo 18 cm x 12 cm utilizando régua, lápis, borracha, esquadro e tesoura;

b) Divida esse retângulo em dois retângulos de lados 9 cm x 12 cm;

c) Trace uma diagonal dos retângulos formados e corte o tracejado de maneira que se obtenha 4 triângulos retângulos congruentes de catetos 9 cm e 12 cm;

d) Trace e recorte no papel cartão verde um quadrado de 15 cm de lado;

e) Com a caneta esferográfica, marque a letra **c** próximo a hipotenusa de cada triângulo, da mesma forma marque a letra **b** e a letra **a** ao lado menor e ao lado maior de cada triângulo, respectivamente;

f) Com a caneta esferográfica, marque a letra **c** próximo aos lados do quadrado de lado 15 cm;

g) Disponha as peças triangulares e o quadrado de forma a obter um segundo quadrado. Justifique a construção;

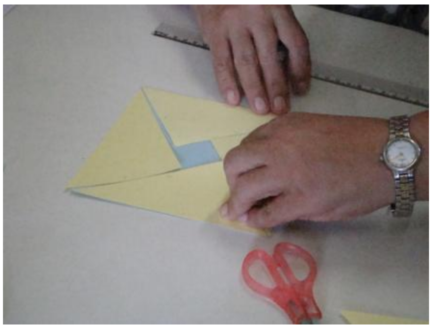

FIGURA 12: Teorema de Pitágoras - Demonstração

h) Encontre a medida do lado do quadrado obtido e calcule sua área em função de a e b;

i) Encontre novamente a área do quadrado obtido em função de a, b e c, somando as áreas das peças isoladas;

j) Conclua a igualdade das áreas e, consequentemente, o Teorema de Pitágoras.

3.13. Potencialidades

Trabalhar o conceito e as propriedades de cada figura geométrica (retângulo, quadrado, triângulo retângulo) e também com o conceito de área. Pode-se fazer uma ligação com a História e Filosofia para pesquisar sobre a escola Pitagórica.

3.14. Limitações

Este material não permite demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Atividade 4) Operando com Frações

4.1. Apresentação

Este é um jogo que apresenta a matemática de forma lúdica, permitindo ao participante realizar o cálculo mental das operações fundamentais com frações. Este jogo pode ser aplicado em sala de aula, em Laboratório de ensino de Matemática e até em atividades extracurriculares.

4.2. Descrição

Jogo composto por 6 tabelas retangulares de dimensões 8cm x 12cm.

4.3. Objetivo da atividade

a) Exercitar as operações com frações.

4.4. Conteúdo Estruturante

Números e Álgebra.

4.5. Conteúdo Básico

Números Fracionários.

4.6. Expectativa de Aprendizagem

É importante que o aluno estabeleça relação de igualdade e transformação entre: fração e número decimal; fração e número misto.

4.7. Série e nível sugerido

A partir da 5ª série do Ensino Fundamental.

4.8. Material necessário e Custo

Na aplicação, juntamente com o desenvolvimento da atividade:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Papel Cart. Americana – 48 x 66 xm	Folha	0,68	0,41	0,28
4	Papel Paraná – 100 x 80 cm	Folha	1,95	0,17	0,34
Subtotal – Consumo					0,62
Apoio					
1	Régua	Peça	0,20	1	0,20
2	Tesoura	Peça	0,65	1	0,65
3	Lápis	Peça	0,15	1	0,15
4	Caneta esferográfica preta	Peça	0,43	1	0,43
Subtotal - Apoio					1,43
Total					2,05

TABELA 4: Material Necessário e Custo – AT.4
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

4.9. Como construir

a) Na folha de papel cartolina americana desenhe e recorte 6 cartelas de dimensões 8cm x 12cm, contendo cada uma delas o registro de seis operações com frações, envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão, conforme sugestão das figuras 25 à 30 das páginas 103 e 104.

b) Ainda com o papel cartolina americana desenhe e recorte 45 cartões de dimensões 4 cm x 6 cm, sendo:39 com os seguintes resultados das operações contidas nas fichas:

2/4; 3/4; 3/4; 8/4; 4/5; 4/5; 5/5; 13/5; 1/6; 2/6; 5/6; 5/6; 2/7; 6/7; 7/7; 5/8; 6/8; 6/8; 6/8; 1/10; 2/10; 8/10; 10/10; 10/10; 12/10; 12/10; 12/10; 18/10; 2/12; 3/12; 10/12; 1/14; 6/15; 12/18; 1/20; 2/20; 6/20; 21/20; 32/30;

3 cartões com o numeral 1, que corresponde a um inteiro;

3 cartões com a figura de um palhaço, representando os coringas.

FIGURA 13: Operando com Frações

4.10. Cuidados Necessários

a) Na aplicação:

• O professor deve estar sempre verificando se os alunos estão recortando corretamente;

• Observar o manuseio da tesoura.

b) Na construção:

• Esperar a secagem da caneta para retroprojetor;

c) Na conservação, o material deverá ser guardado em local seco e arejado.

4.11. Desenvolvimento da Atividade

a) Cada jogador recebe uma cartela. Embaralham-se as fichas, colocando-as empilhadas com o registro não à vista;

b) O primeiro jogador compra uma ficha e verifica se o registro nela contido é o resultado de uma das operações contidas em sua cartela. Caso isso ocorra, coloca a ficha sobre a operação correspondente; caso contrário, a ficha deverá permanecer sobre a mesa, com o registro à vista;

c) O próximo jogador comprará uma ficha do monte ou da mesa e procederá como exposto anteriormente;

d) Nas próximas jogadas, os jogadores poderão comprar uma ficha do monte ou uma ou mais fichas da mesa, se esses puderem ser colocados corretamente sobre as operações de sua cartela;

e) Se o jogador comprar a ficha coringa poderá colocá-la sobre qualquer uma das operações da cartela e esta ficha poderá ser movimentada livremente para qualquer outro registro de operação que lhe convier;

f) As fichas com o registro do numeral 1 poderão ser utilizadas quando o resultado da operação for uma fração equivalente a um inteiro;

g) Vencedor: o primeiro jogador que cobrir todos os registros de operações de sua cartela.

4.12. Potencialidades

É possível trabalhar outros conteúdos matemáticos utilizando a mesma estrutura desse jogo.

4.13. Limitações

O jogo pode ser realizado por um número pequeno de participantes, o que obriga o professor a possuir muitos exemplares para a sua aplicação em sala de aula.

Atividade 5) Cordeiros e Tigres

5.1. Apresentação

Cordeiros e Tigres é um jogo de tabuleiro para dois jogadores que trabalha com o raciocínio lógico e promove a interação dos alunos. Esse material pode ser aplicado em sala de aula, em Laboratórios de Ensino de Matemática ou em outras atividades extracurriculares.

5.2. Descrição

Consiste em um tabuleiro quadrado de lado medindo 24 cm, podendo ser feito em papel cartão ou em madeira (MDF, por exemplo) e 22 marcadores, sendo 2 marcadores de cor preta e 20 marcadores na cor original do MDF (madeira), podendo ser feitos com cabo de madeira cortados a 6 mm de espessura ou reaproveitando materiais como tampas de garrafas pet.

5.3. Objetivos da atividade

a) Desenvolver estratégia e aguçar o raciocínio lógico dos jogadores.

5.4. Conteúdo estruturante

Fundamentos da Matemática.

5.5. Conteúdo básico

Lógica.

5.6. Expectativa de aprendizagem

Desenvolvimento do raciocínio lógico.

5.7. Série e nível sugeridos

A partir da 6º ano do Ensino Fundamental, ou para alunos que possam assimilar regras de jogos tipo tabuleiro.

5.8. Mídias existentes

a) http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio (acessado em 16/03/2009). Para acessar as regras do o jogo Cordeiros e Tigres neste site e necessário acessar o link **Jogos em sala de aula**, posteriormente o link **5ª e 6ª séries** e por fim o link **Cordeiros e Tigres**.

5.9. Material necessário e Custo

Para a aplicação em sala, amostra em Papel Cartolina americana:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Papel Cart. Americana 44 cm x 66 cm	Peça	0,68	0,19	0,13
Subtotal – Consumo					0,13
Apoio					
1	Régua	Peça	0,20	1	0,20
2	Pincel atômico	Peça	1,25	1	1,25
3	Compasso	Peça	1,40	1	1,40
4	Tesoura	Peça	0,65	1	0,65
Subtotal – Apoio					2,77
Total					2,90
Material de apoio sem custo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Tampa de garrafa pet (refrigerante)	Peça	0,00	22	0,00

TABELA 5: Material Necessário e Custo – AT.5
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

5.10. Como construir

Em Papel Cartolina americana:

a) Desenhe e recorte no papel cartão um quadrado de 24 cm de lado;

b) Quadricule com o lápis o papel cartão, com quadrados de 4 cm de lado;

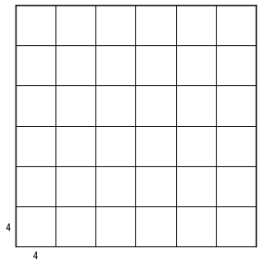

FIGURA 14-: Papel quadriculado
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

c) Sobre as interseções dos segmentos do quadriculado desenhe circunferências de raio medindo 1,5 cm utilizando o compasso;

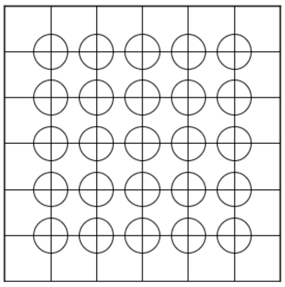

FIGURA 15: Papel quadriculado com circunferências
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

d) Una por meio de segmentos, as circunferências indicadas no desenho, utilizando o lápis;

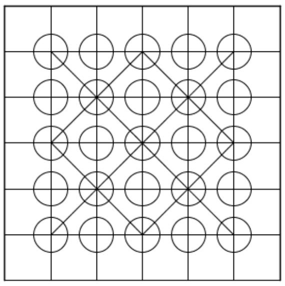

FIGURA 16: Papel quadriculado com segmentos
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

e) Apague com a borracha os segmentos;

f) Cubra com o pincel atômico os traçados a lápis do interior do tabuleiro;

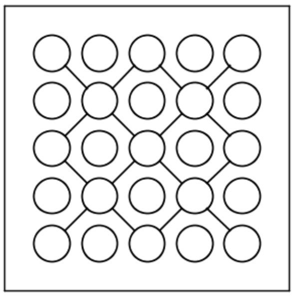

FIGURA 17: Tabuleiro pronto
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

5.11. Cuidados necessários

a) Na aplicação:

• O professor deve observar se os alunos estão seguindo corretamente as regras propostas no item 5.12;

• É importante que o professor fique atento quanto a justaposição das peças durante cada jogada;

b) Na construção:

• Não acalcar muito o lápis ao desenhar o tabuleiro, pois os traços serão apagados posteriormente;

• Ao escrever com a caneta piloto, deixe um tempo para secar a tinta;

• Tome cuidado para não borrar o tabuleiro quando for apagar os traços a lápis;

d) Na conservação: o material em papel cartolina americana ou em MDF (madeira), deverá ser guardado em local seco e arejado.

5.12. Desenvolvimento da atividade

a) O jogo é desenvolvido para dois participantes;

b) Um jogador será denominado tigres que ficará com as 2 peças pretas, enquanto o outro jogador será denominado cordeiros que ficará com o restante das peças;

c) Alternadamente, os jogadores colocam uma peça de cada vez no tabuleiro, começando pelos tigres;

d) Na terceira jogada dos tigres, estes começam movimentar as suas peças, enquanto os cordeiros só podem se movimentar após colocarem suas 20 peças em jogo;

e) Os movimentos podem ser feitos na horizontal, vertical ou seguindo as linhas do tabuleiro, não podendo pular nenhuma circunferência;

f) Um tigre pode eliminar um cordeiro quando puder saltar sobre ele, como o movimento de “comer” peças no jogo de dama, podendo eliminar mais de uma peça, fazendo mais de um movimento, se possível;

g) Os tigres vencem caso consigam eliminar todas as peças dos cordeiros. Porém se os cordeiros bloquearem todos os possíveis movimentos dos tigres, então os cordeiros vencem o jogo.

5.13. Potencialidades

O professor pode confeccionar o tabuleiro com os alunos, e então trabalhar com conceitos geométricos de figuras planas como o quadrado e a circunferência.

5.14. Limitações

Por ser realizado com apenas dois alunos para ser aplicado em uma classe grande, o professor deverá confeccionar vários exemplares do material, dispondo muito tempo.

Atividade 6) Colorido

6.1. Apresentação

Este é um jogo em que, de forma lúdica, é abordado o conceito de frações. Trata-se de um jogo de tabuleiro para duas equipes, e exige como pré-requisito que os alunos conheçam o conceito de fração e como representar uma fração geometricamente. Este jogo pode ser aplicado em sala de aula ou em Laboratórios de Ensino de Matemática.

6.2. Descrição

São 115 peças retangulares de tamanho e cores variadas, e um dodecaedro com faces coloridas.

6.3. Objetivos da atividade

a) Fixar os conceitos de fração e fração equivalente.

6.4. Conteúdo Estruturante

Números e Álgebra.

6.5. Conteúdo Básico

Números fracionários.

6.6. Expectativa de Aprendizagem

a) Visualizar a fração como parte de um todo;

b) Representar frações geometricamente;

c) Desenvolver o raciocínio lógico.

6.7. Série e nível sugerido

A partir do 6º ano do Ensino Fundamental.

6.8. Material Necessário e custo

Para aplicação em sala de aula, amostra em papel cartolina americana:

Consumo					
Ordem	**Especificação**	**Unidade**	**Valor Unitário (R$)**	**Quant.**	**Valor Total (R$)**
1	Papel cart. Americana verde-claro - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,31	0,22
2	Papel cart. Americana azul-claro - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,40	0,28
3	Papel cart. Americana vermelho - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,20	0,14
4	Papel cart. Americana amarelo - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,40	0,28
5	Papel cart. Americana preto - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,25	0,17
6	Papel cart. Americana branco - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,36	0,25
7	Papel cart. Americana azul-escuro - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,42	0,30
8	Papel cart. Americana verde-escuro - 48 x 66 cm	Folha	0,68	0,16	0,11
Subtotal – Consumo					1,75
Apoio					
1	Régua	Peça	0,20	1	0,20
2	Caneta Esferográfica Preta	Peça	0,43	1	0,43
3	Tesoura	Peça	0,65	1	0,65
4	Lápis de cor (12 cores)	Caixa	4,00	1	4,00
Subtotal - Apoio					5,28
Total					7,53

TABELA 6: Material Necessário e Custo – AT.6
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

6.9. Como construir

Em papel cartão:

a) Com a folha de papel cartão branca desenhe e recorte 2 cartelas de dimensões 20cm x 24cm na cor branca;

b) Subdivida-as em quadrados de 4 centímetros de lado;

FIGURA 18: Modelo para divisão
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

c) Construa um dodecaedro com o restante da folha de papel cartolina americana branca;

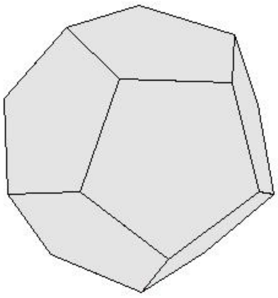

FIGURA 19: Dodecaedro
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

d) Com a folha de papel cartão verde-escura desenhe e recorte 1 peça de dimensões 20cm x 24cm;

e) Com a de cor amarela desenhe e recorte 8 peças de dimensões 8cm x 20cm;

f) Com a de cor azul-escuro desenhe e recorte 14 peças de dimensões 4cm x 24cm;

g) Com a de cor azul-claro desenhe e recorte 15 peças de dimensões 4cm x 20cm;

h) Com a de cor verde-claro desenhe e recorte 20 peças de dimensões 4cm x 12cm;

i) Com a de cor preta desenhe e recorte 25 peças de dimensões 4cm x 8cm;

j) E com a de cor vermelha desenhe e recorte 30 peças de dimensões 4cm x 4cm;

k) Agora pinte o dodecaedro e faça os registros com a caneta preta de modo que o dodecaedro tenha:

• 4 faces na cor verde escuro, com os registros, respectivamente, 1/3, 1/5, 1/6 e 1/10;

• 3 faces na cor azul-escuro, com os registros, respectivamente, 1/2, 1/3 e 1/6;

• 2 faces na cor amarela, com os registros, respectivamente, 1/2 e 1/5;

• 1 face na cor verde-claro, com o registro da fração 1/3;

• 1 face na cor azul-claro, com o registro da fração 1/5;

• 1 face na cor branca.

FIGURA 20: Jogo colorido
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

6.10. Cuidados Necessários

a) Na aplicação:

• O professor deve estar sempre verificando se os alunos estão recortando corretamente;

• Observar o manuseio da tesoura;

• Verificar se os alunos estão jogando de maneira correta, ou seja, se estão fazendo as correspondências corretamente;

b) Na construção:

• Observar se os recortes estão sendo feitos corretamente;

• Os registros no dodecaedro, a quantidade e tamanho das peças devem ser exatamente como está descrito acima;

c) Na conservação, o material em MDF (madeira) deverá ser guardado em local seco e arejado.

6.11. Desenvolvimento da Atividade

a) Distribua uma cartela para cada equipe e coloque sobre a mesa o dodecaedro e as peças separadas pela cor;

b) O objetivo do jogo é cobrir, com no máximo dez rodadas, a maior superfície de sua cartela branca, com as peças que compõem o jogo;

c) Para isso, cada equipe, na sua vez, lança o dodecaedro e observa a cor de sua face superior, a qual indica o todo do qual deverá encontrar a fração nela registrada;

d) Em seguida, pega a peça correspondente a esta fração, coloca-a sobre sua cartela, sem que haja sobreposição de peças, e passa a vez;

e) Caso a cor da face superior do dodecaedro seja a branca, o jogador muda de posição uma peça de seu tabuleiro ou escolhe a peça que lhe for mais conveniente, exceto a peça na cor verde-escuro;

f) Vence a equipe que primeiro preencher sua cartela ou que, após dez rodadas, preencher a maior superfície de sua cartela.

6.12. Potencialidades

O professor pode explorar alguns conceitos de geometria espacial com este jogo, por exemplo, a definição de dodecaedro.

6.13. Limitações

Este é um jogo de difícil construção, pois são muitas peças, devido a isso não é aconselhável que o professor construa este jogo em sala de aula junto com os alunos. Assim para uma turma com muitos alunos o professor terá de dispor de muito tempo para construir vários jogos.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção é descrita uma análise dos resultados encontrados. Fizemos uma discussão inicial a respeito das respostas obtidas no pré-teste, em seguida no pós-teste, para posteriormente fazer a comparação destas respostas, com o intuito de investigar possíveis mudanças nas concepções dos professores em relação à metodologia de trabalho num LEM.

5.1. Questionários

Nesta subseção analisamos as respostas dos questionários dividindo-as nas seguintes categorias:

- **o ensino de matemática em Laboratório;**
- **a disposição para mudanças pedagógicas;**
- **segurança intelectual para trabalhar em Laboratório.**

Para o pré-teste e para o pós-teste, foram construídas tabelas para cada pergunta nas quais são mostradas a quantidade de ocorrências de cada resposta. Para a comparação entre os questionários, usamos as questões semelhantes entre eles e por meio de gráficos representamos a frequência, entre os professores, das mudanças ocorridas.

A análise das respostas dos professores foi agrupada por semelhanças nas opiniões conforme a pesquisadora acreditou ser conveniente pelas respostas dos sujeitos. Baseamos esta análise, principalmente nas ideias de Lorenzato (2006) sobre um Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.

Cada professor recebeu um número para que seu questionário fosse identificado por este número, mas nem todos os professores que participaram da pesquisa escreveram este código no questionário aplicado. Assim, no item comparação dos questionários, analisamos somente os questionários enumerados. Vale ressaltar que o número recebido pelo professor não corresponde ao número dado pela pesquisadora durante a transcrição da filmagem e gravação da pesquisa.

Fizemos a análise de cada questão separadamente.

5.1.1 Resultados obtidos no pré-teste:

O pré-teste foi executado no primeiro momento do primeiro dia da oficina. Responderam ao questionário cinquenta e nove professores. Os resultados obtidos foram categorizados, de acordo com a Análise de Conteúdo de Bardin (1977) em três categorias:

- **O ensino de matemática em Laboratório**

A primeira pergunta foi a seguinte - *Com base no que você já leu, ouviu falar ou discutiu com colegas, o que compõe um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e para que ele serve?* A tabela a seguir responde a primeira parte da pergunta:

Respostas	Frequência
Materiais Didáticos	4
Materiais Manipuláveis	31
Especificaram os materiais	5
Não sabiam ou não responderam	19
Total	**59**

TABELA 7: Materiais que compõem um LEM

Observa-se que trinta e um do total dos professores entendem que um Laboratório de Matemática é composto por Materiais Manipuláveis.

Destacamos, nesta categoria, respostas como:

> **Professor 33:** “São materiais ou atividades/técnicas que auxiliam no entendimento, na aprendizagem de conteúdos.”
>
> **Professor 31:** “Um conjunto de materiais didáticos que serve para levar a motivação necessária ao aprendizado matemático.”

Com relação à segunda parte da pergunta:

Respostas	Frequência
Melhor Aprendizagem	37
Atrair os alunos	6
Auxílio ao professor	7
Não sabiam ou não responderam	9
Total	**59**

TABELA 8:Para que serve um LEM

A seguir, as respostas de dois professores:

> **Professor 44:** "É a matemática de uma forma mais concreta; com materiais didáticos manipuláveis; serve para **"concretizar" o aprendizado.**"
>
> **Professor 49:** "Compõe-se de atividades práticas que envolva o aluno e **conclua a aprendizagem**"

Podemos perceber que estes professores, embora saibam que o uso de Laboratório auxilia na aprendizagem, eles demonstram empirismo quando usam os termos "concretizar o aprendizado" e "concluir a aprendizagem". Becker (1993) escreve que para Piaget, o empirismo é considerado como uma experiência que se impõe sem necessitar da atividade do sujeito para constituição da aprendizagem.

A próxima questão que se enquadra nesta categoria – *Com base no que conhece, cite aspectos positivos e negativos do uso do LEM.* Consideramos, em alguns casos, aspectos positivos ou negativos, os quais o professor passou esta impressão sem, às vezes, especificar de qual aspecto se tratava.

Respostas	Frequência
Atributos positivos	7
Atributos negativos	3
Atributos positivos e negativos	41
Não citaram ou não sabiam	8
Total	**59**

TABELA 9: Aspectos positivos e negativos

A seguir, apresentamos alguns registros dos depoimentos dos professores:

> **Professor 10: “**Não conheço.”
>
> **Professor 31: “**conheço pouco sobre o uso desses materiais, e o uso de minha parte é mínima.”
>
> **Professor 30: “**Negativos: Pouca capacitação do professor, necessidade de um monitor junto com o professor.”
>
> **Professor 5: “**Ainda não estou tão segura para apontar aspectos positivos e negativos.”

Com base nestas respostas, percebemos que os professores não se sentem preparados para dar opiniões à respeito de um LEM, e isto se deve a vários fatores, inclusive à falta deste tipo de formação na Universidade. Lorenzato (2006, p.10) escreve que “é inconcebível um bom curso de formação de professores de matemática sem LEM.” Como poderá ser visto na seção 5.2.1, cerca de 90% dos professores de matemática que participou desta oficina, não teve aulas de Laboratório e não aprendeu a trabalhar com estes instrumentos para a realização de suas práticas pedagógicas durante suas formações.

Quarenta e um professores, com base no conhecimento que tinham, citaram aspectos positivos e negativos do uso de um LEM:

> **Professor 55: “**positivos – melhor compreensão, visualização concreta dos conteúdos, aulas descontraídas.
> negativo – O ponto negativo é que o tempo de 1 aula é muito pouco, pois o laboratório teria que ser em um ambiente próprio fora da sala rotineira, mas até levar os alunos e iniciar um trabalho o tempo é muito curto, torna-se um trabalho estressante ao invés de interessante.”
>
> **Professor 52: “**Positivo – há alunos que só aprende manipulando materiais, as aulas se tornam mais atrativas.
> negativo – não há espaço físico na escola/ muitos alunos por turma.”
>
> **Professor 14: “**Positivo é que o concreto se aprende de verdade. Negativo – tempo insuficiente (50 min).”
>
> **Professor 15: “**Positivos – aprender com algo concreto. Negativo – não saber como ensinar com os materiais que tem.
>
> **Professor 35:** negativos – número de alunos.”

Estas respostas dos aspectos negativos dadas por estes professores concordam plenamente com as objeções ao uso de LEM dadas por Lorenzato (2006), isto é, o professor precisa de tempo para ensinar em um LEM, ele precisa saber aproveitar os materiais satisfatoriamente, um LEM não pode ser usado em classes numerosas, dentre outras objeções.

- A disposição para mudanças pedagógicas

  Nesta categoria temos a questão 3 – *Como você pensaria o uso de materiais didáticos manipuláveis em suas aulas de Matemática? Você acredita ser possível? Há limites?*

Condutas	**Frequência**
Resposta positiva	18
Resposta positiva com ressalvas	37
Resposta negativa	2
Não sabiam ou não responderam	2
Total	**59**

TABELA 10: O uso de materiais didáticos manipuláveis

É possível notar que dois professores responderam negativamente a respeito do que pensam sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis, veja:

> **Professor 32:** "Não. Pois o, número de alunos é muito grande para um único professor estar atendendo."
>
> **Professor 48:** "É complicado a questão de quantidade de alunos (5º, 6º, 7º e 8º) séries, principalmente; os limites seriam muitos."

Lorenzato (2006) está de acordo com as respostas de alguns dos professores quando escreve que um LEM não pode ser usado em classes numerosas, pois neste caso, caberia ao professor a manipulação e aos alunos apenas a observação.

A próxima questão a ser respondida se refere ao conceito de obstáculos pedagógicos. Este conceito não foi trabalhado durante a oficina, logo os professores responderam de acordo com seus conhecimentos – *Você acredita ser possível, pelo uso do LEM, identificar obstáculos pedagógicos parar a aprendizagem de seus alunos em determinados assuntos da Matemática?*

Respostas	Frequência
Sim	33
Sim com justificativas	16
Talvez	6
Não	1
Não sabiam ou não responderam	3
Total	**59**

TABELA 11: Identificação de obstáculos pedagógicos

É possível notar que a maioria dos professores acredita que um LEM auxilia na identificação de obstáculos pedagógicos na aprendizagem dos alunos. Mas um professor escreveu que não acredita nesta possibilidade. A seguir, os depoimentos de alguns professores:

> **Professor 13:** "(Sim) Identificar sim, resolver, quem sabe?"
>
> **Professor 3:** "Sim – temos que aprofundar alguns temas ainda abstratos."
>
> **Professor 14:** "Sim – principalmente quando há fórmulas."
>
> **Professor 2:** "Sim, quando o MD é jogo o professor consegue identificar os obstáculos porque os alunos não se sentem acanhados em perguntar."
>
> **Professor 60:** "Desde que consiga mostrar na prática não existiria obstáculos, ou seja o limite é meu."
>
> **Professor 16:** "Depende do conteúdo a ser dado."

Estas respostas demonstram as variadas formas de pensar, a respeito da utilidade de um LEM, de cada professor. Mais uma vez, percebe-se o empirismo nos depoimentos dos professores 3 e 60. Bachelard (1996) alertou que as ciências experimentais não podem causar a substituição do conhecimento pela admiração e nem das ideias pelas imagens. Para tanto, a experiência não deve estar antes e acima da crítica: elemento integrante do espírito científico (BACHELARD, 1996).

A próxima questão desta categoria é a seguinte – *Se a escola em que você trabalha não possui um LEM, quais recursos você utilizaria para trabalhar com esta metodologia?*

Condutas	Frequência
Confeccionar materiais	25
Usar materiais manipuláveis prontos	22
Não sabiam ou não responderam	12
Total	**59**

TABELA 12: Recursos para trabalhar em um LEM

Do total de cinquenta e nove professores, quatro deixaram esta questão em branco e oito não responderam corretamente à pergunta. Destacaram-se as seguintes respostas:

> **Professor 17:** “Mesmo sem o LEM, o professor pode usar papel, tesoura e vários outros materiais, depende da vontade de inovar de cada um.”

O professor 17 entende que mesmo sem um ambiente próprio para um Laboratório, o professor, se quiser, pode construir os materiais a serem trabalhados.

> **Professor 41:** “pesquisa, livros.”
>
> **Professor 10:** “Quadro, giz e voz.”

A resposta dada pelos professores 41 e 10 demonstra a limitação dos professores em pensar algo diferente do tradicional para suas aulas de matemática, isto significa que eles desconhecem os recursos usados em um LEM.

Outra pergunta que obteve respostas enquadradas nesta categoria foi – *Para você (professor), é mais fácil dar aulas com materiais didáticos manipuláveis ou sem estes materiais?* A seguir, a tabela com a frequência das respostas:

Condutas	Frequência
Mais fácil com os materiais manipuláveis	35
Mais fácil sem os materiais manipuláveis	13
Dos dois modos é fácil	4
Não sabiam ou não responderam	7
Total	**59**

TABELA 13: Metodologia de Ensino

A maioria dos professores acha mais fácil trabalhar em sala de aula com materiais manipuláveis.

> **Professor 6:** “Com materiais manipuláveis, os alunos adoram e nos cobram e alcançamos os objetivos com mais facilidade.”
>
> **Professor 43:** “Com materiais, os alunos são motivados e os objetivos alcançados.”

Oito dos trinta e cinco professores que responderam que as aulas com materiais manipuláveis seriam mais fáceis, estavam se referindo ao aprendizado dos alunos. Isso demonstra a preocupação de alguns professores com relação à eficácia do método de ensino que está sendo utilizado por eles. Outros professores acreditam que as aulas com materiais manipuláveis são mais fáceis, porém com algumas ressalvas:

> **Professor 12:** “Sem dúvida com materiais, mas tenho dificuldade, às vezes, de produzir materiais que satisfaça alguns conteúdos. Muitas vezes os usamos pelo prazer em usá-los.”
>
> **Professor 33:** “Com materiais e quando domino ou tenho, pois, tem conteúdo que é difícil de confeccionar, muitas vezes pelo preço do material, pela quantidade ou pelo tempo disponível.”
>
> **Professor 29:** “Com materiais manipuláveis, mas com boa instrução disso.”

No discurso destes professores há algumas justificativas em comum. Como por exemplo, a dificuldade em encontrar atividades que satisfaçam determinados conteúdos. “Realmente o LEM não é uma panacéia para o ensino, não é um caminho para todos os momentos da prática pedagógica” (LORENZATO, 2006, p. 13). Lorenzato (2006) escreve que o LEM não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa. O professor 12 afirma que às vezes usa os materiais pelo simples prazer em usá-los. Lorenzato (2006) explica que todo instrumento ou meio está sujeito ao “uso pelo uso”, daí a importância dos saberes do professor.

- Segurança intelectual para trabalhar em Laboratório

Nesta categoria, temos as perguntas - *Você acha que os professores de Matemática trabalhariam em um LEM com seus alunos de forma satisfatória?*

Condutas	Frequência
Positivas	37
Negativas	8
Em dúvida	10
Não sabiam ou não responderam	4
Total	**59**

TABELA 14: Trabalho satisfatório em um LEM

Observamos que trinta e sete professores acreditam que os professores de matemática trabalhariam satisfatoriamente em um LEM. Mas, alguns discordam:

> **Professor 26:** "É muito difícil, para que isso ocorra precisamos de muitos cursos."
>
> **Professor 3:** "Nesse momento, ainda não, falta formação e espaço físico."
>
> **Professor 20:** "Não. Falta pré-requisito."
>
> **Professor 56:** "Não, em função do seu desconhecimento em relação ao LEM."
>
> **Professor 9:** "Só trabalhariam de forma satisfatória aqueles com mente aberta para o novo e com pré requisitos para tanto."

Notamos que os professores sentem necessidade de aperfeiçoamentos neste aspecto.

5.1.2 Resultados obtidos no pós-teste:

O pós-teste foi respondido três meses e meio após o pré-teste, isto é, ao término da intervenção na forma de oficina sobre Laboratório de Ensino de Matemática. Este pós-teste conteve as sete perguntas do pré-teste e duas perguntas extras. A seguir, os resultados obtidos:

- **O ensino de matemática em Laboratório**

Pergunta - *Com base no que foi trabalhado e discutido neste mini-curso, o que compõe um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e para que ele serve?* A tabela a seguir responde a primeira parte da pergunta:

Respostas	Frequência
Materiais Didáticos	2
Materiais Manipuláveis	10
Especificaram os materiais	24
Não responderam	8
Total	**44**

TABELA 15: PÓS-TESTE: Materiais que compõem um LEM

Destacamos a seguinte resposta:

> **Professor 55:** "O laboratório de Matemática é composto por materiais didáticos como: livros, revistas, materiais manipuláveis, internet ou seja todo material que possa fornecer conhecimento.
> Serve para auxiliar nas duvidas dos alunos, para o professor preparar suas aulas, tornando um aprendizado mais interessante."

Com relação à segunda parte da pergunta vê-se que as respostas foram variadas.

Respostas	Frequência
Melhor Aprendizagem	20
Atrair os alunos	11
Auxílio ao professor	9
Não responderam	4
Total	**44**

TABELA 16: PÓS-TESTE: Para que serve um LEM

A seguir, a resposta de um professor:

> **Professor 21:** "O LEM é um trabalho que abrange atividades diversificadas, trabalhos manuais concretos, jogos de diferentes conteúdos onde o aluno tem a possibilidade de aprender de maneira lúdica, com fixação dos conteúdos e desenvolvimento do raciocínio."

A próxima questão desta categoria – *Com base no que conhece, cite aspectos positivos e negativos do uso do LEM.* Consideramos, em alguns casos, aspectos positivos ou negativos, os quais o professor passou esta impressão sem, às vezes, especificar de qual aspecto se tratava.

Respostas	Frequência
Atributos positivos	13
Atributos negativos	0
Atributos positivos e negativos	29
Não citaram	2
Total	**44**

TABELA 17: PÓS-TESTE: Aspectos positivos e negativos

A seguir, apresentamos alguns registros dos depoimentos dos professores:

> **Professor 53:** "Positivos: a possibilidade de aproximação do professor com o aluno; a socialização; a reflexão; a matemática vista como algo possível de aprender.
>
> Negativos: Falta de tempo para a confecção junto aos alunos, devido à grade curricular vigente de matemática (número de aulas insuficiente para desenvolver todas as atividades planejadas)."

A próxima questão a ser trabalhada é exclusiva do pós-teste não contendo no pré-teste. É a seguinte – *Agora que conhece o LEM, você acredita que esta metodologia realmente auxilia na aprendizagem?*

Respostas	Frequência
Sim (com justificativas)	28
Sim	10
Sim (com ressalvas)	6
Não	0
Não respondeu	0
Total	**44**

TABELA 18: Auxílio de Laboratório na Aprendizagem

Destacamos as seguintes respostas:

> **Professor 3:** "Sim, muito, pois torna a matemática com mais significado. Estou empolgada e acredito na eficiência da criação do LEM para alcançar um patamar mais alto na aprendizagem, rompendo algumas barreiras."
>
> **Professor 46:** "Sim e com certeza minhas aulas serão diferentes, pois vou aplicar em minhas turmas, aliás já estou aplicando e tenho gostado muito e meus alunos também."

Pode-se notar que vinte e oito professores responderam a esta questão positivamente com justificativas. Seis do total dos professores responderam positivamente, porém com algumas ressalvas tais como:

- ✓ a exigência de dedicação do professor ao preparar suas aulas;
- ✓ a estrutura das escolas;
- ✓ a insuficiência das atividades para todos os conteúdos do programa;
- ✓ o tempo para construção dos materiais.

Perante a descrição de Laboratório feita na seção 2, podemos afirmar que algumas dessas ressalvas podem ser sanadas, basta a colaboração dos professores e do sistema educacional no qual a escola está inserida.

- A disposição para mudanças pedagógicas

Nesta categoria temos a seguinte questão – *Como você pensaria o uso de materiais didáticos manipuláveis em suas aulas de Matemática? Você acredita ser possível? Há limites?*

Condutas	**Frequência**
Resposta positiva	24
Resposta positiva, com ressalvas	19
Resposta negativa	0
Não respondeu	1
Total	**44**

TABELA 19: PÓS-TESTE: O uso de materiais didáticos manipuláveis

Com relação às respostas positivas com ressalvas, destacou-se a dificuldade que os professores têm em trabalhar com materiais manipuláveis em salas lotadas, mais ou menos quarenta alunos. Essa é uma das objeções ao uso de um LEM, explorada por Lorenzato (2006), que sugere que o trabalho em um LEM seja feito com no máximo trinta alunos.

> **Professor 13:** "Sim. É um pouco trabalhoso pelo número de alunos em sala, já trabalhei e a dificuldade está em atender cada (aluno) grupo individual."
>
> **Professor 26:** "Acho muito interessante. É possível pois já trabalho com jogos. Tem limites, depende do número de alunos que temos nas salas."

A próxima questão – *Você acredita ser possível, pelo uso do LEM, identificar obstáculos pedagógicos para a aprendizagem de seus alunos em determinados assuntos da Matemática?*

Respostas	**Frequência**
Sim	12
Sim com justificativas	29
Talvez	3
Não	0
Não respondeu	0
Total	**44**

TABELA 20: PÓS-TESTE: Identificação de obstáculos pedagógicos

Embora a questão não exija justificativa, vinte e nove dos quarenta e quatro professores pesquisados justificaram suas respostas.

> **Professor 47:** "Com certeza, pois muitas vezes é através de jogos que aquele aluno tímido, ou mesmo com bloqueio em matemática, poderá se libertar desse bloqueio."
>
> **Professor 42:** "Sim. Isto já ocorreu em muitas situações de aplicação, e isto é bastante positivo."
>
> **Professor 22:** "Sim, com a aplicação do LEM podemos ajudar alunos com mais dificuldade na aprendizagem trabalhando em grupo para não sentir isolados e de uma maneira atraente."

Observamos que os professores entendem dificuldade, bloqueios na aprendizagem como obstáculos pedagógicos.

Questão 6 - *Se a escola em que você trabalha não possui um LEM, quais recursos você utilizaria para trabalhar com esta metodologia?*

Condutas	**Frequência**
Confeccionar materiais	34
Usar materiais manipuláveis prontos	8
Não respondeu	2
Total	**44**

TABELA 21: PÓS-TESTE: Recursos para trabalhar em um LEM

Encontramos várias respostas significativas. Dentre elas:

> **Professor 48:** "Começaria com a sala de apoio e a partir daí aperfeiçoaria essa metodologia para uma sala maior. (É o que estou fazendo)"
>
> **Professor 13:** "A escola em que trabalho não possui LEM. Utilizarei as ideias sugeridas no curso para montar um LEM."
>
> **Professor 9:** "Começando com a construção dos manipuláveis com os alunos já é um bom começo para a montagem do LEM."

Como visto nas respostas transcritas acima, alguns professores demonstraram bastante entusiasmo para iniciar ou dar continuidade em um trabalho com jogos e materiais manipuláveis, conforme proposto pela oficina. Outros professores agradeceram pela oportunidade concedida a eles de aperfeiçoar seus conhecimentos e práticas na sala de aula.

Outra pergunta que obteve respostas enquadradas nesta categoria foi – *Para você (professor), é mais fácil dar aulas com materiais didáticos manipuláveis ou sem estes materiais?* A seguir, a tabela com a freqüência das respostas:

Condutas	Frequência
Mais fácil com os materiais manipuláveis	29
Mais fácil sem os materiais manipuláveis	4
Dos dois modos é fácil	3
Depende do conteúdo a ser trabalhado	8
Total	**44**

TABELA 22: PÓS-TESTE: Metodologia de ensino

Destacamos as seguintes respostas:

> **Professor 46:** "Para o professor é mais fácil trabalhar sem o material, mas para o aluno com o material manipulável é bem melhor para a compreensão."
>
> **Professor 54:** "Não só com um ou outro, mas devem ser complementados, o material didático é mais um recurso."

Nesta categoria tem-se outra questão – *O que este mini-curso acrescentou para a sua formação como professor de Matemática?*

Respostas	Frequência
Uma nova metodologia de trabalho	18
Melhor conhecimento sobre o LEM	13
A troca de experiências	5
Aprimoramento de conteúdos	6
Não respondeu	2
Total	**44**

TABELA 23: IMPORTÂNCIA DO MINI-CURSO

Destacamos as seguintes respostas:

> **Professor 46:** "Foi ótimo, pois pude aprender e aplicar de forma diferente os conteúdos que trabalho com meus alunos."

> **Professor 55:** "Um maior conhecimento dos conteúdos e mais formas e estratégias no preparo das minhas aulas. Tornando-as mais interessantes e participativas."
>
> **Professor 43: "**Encontramos o que procurávamos, muitas opções de trabalhos manipulável, e o aperfeiçoamento do nosso conhecimento em relação ao direcionamento para a construção do conhecimento."
>
> **Professor 20: "**Agora estou montando meu LEM, pois acredito ser primordial para minhas aulas."

Percebemos, por meio das respostas, o quanto foi significativo o trabalho feito nesta oficina de LEM para o aperfeiçoamento das aulas destes professores de matemática. E consequentemente, os alunos serão beneficiados em seu aprendizado.

- Segurança intelectual para trabalhar em Laboratório

Nesta categoria, temos as perguntas - *Você acredita que os professores de Matemática trabalhariam em um LEM com seus alunos de forma satisfatória?*

Condutas	**Frequência**
Positivas	28
Positivas com ressalvas	13
Negativas	1
Em dúvida	2
Total	**44**

TABELA 24: PÓS-TESTE: Trabalho satisfatório em um LEM

Algumas respostas:

> **Professor 47:** "Agora acho que sim, pois para se aplicar um jogo, deve se saber o objetivo, caso contrário é uma mera matação de aula."
>
> **Professor 15:** "Se o professor realizar corretamente os procedimentos, sim."

Com base nas respostas dos professores 47 e 15, percebe-se que eles entenderam de fato qual é a finalidade das aulas em um Laboratório de Ensino de Matemática.

5.1.3 Comparação entre os dois questionários:

Como a quantidade de professores que responderam ao pré-teste e ao pós-teste são diferentes, ou seja , são cinquenta e nove e quarenta e quatro respectivamente, optamos em considerar os dados finais da pesquisa em termos percentuais, para que as conclusões fossem fidedignas.

As respostas foram comparadas por categorias.

- **O ensino de matemática em Laboratório**

➢ *Com base no que você já leu, ouviu falar ou discutiu com colegas, o que compõe um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e para que ele serve?*

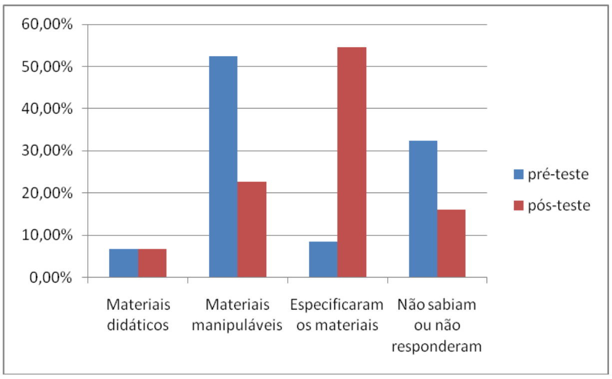

GRÁFICO 3: Materiais que compõem um LEM

Observamos pelo índice do gráfico, que após a oficina de Laboratório, mais de 50% dos professores especificou os materiais que compõem um LEM enquanto que no pós-teste, nem 10% dos professores o fez.

Com relação à segunda parte da pergunta temos o seguinte gráfico:.

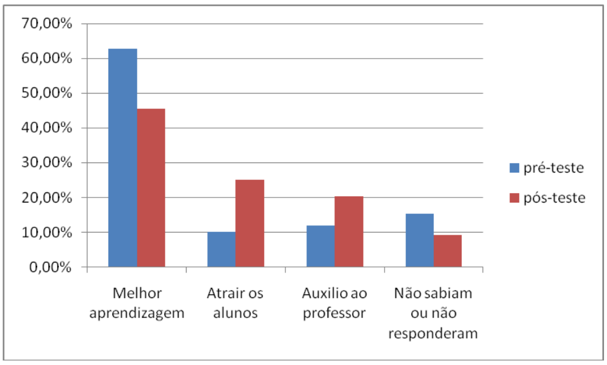

GRÁFICO 4: Para que serve um LEM

Observamos que mais de 60% no pré-teste e mais de 40% no pós-teste opinou que um LEM serve para melhorar a aprendizagem do aluno. Destacamos também que o percentual de professores que não sabiam ou não responderam à questão diminuiu do pré-teste para o pós-teste. Ressaltamos as respostas do professor 55 antes e depois da oficina:

Pré-teste:

> **Professor 55:** “É composto de materiais didáticos manipuláveis e serve para que possa haver uma maior compreensão do aluno.”

Pós-teste:

> **Professor 55:** “O laboratório de matemática é composto por materiais didáticos como: livros, revistas, materiais manipuláveis, internet ou seja todo material que possa fornecer conhecimento.
>
> Serve para auxiliar nas dúvidas dos alunos, para o professor preparar suas aulas, tornando um aprendizado mais interessante.”

Comparando as respostas deste professor, percebe-se a sua evolução quanto ao conhecimento de um LEM. A ideia de que um LEM era composto somente por materiais manipuláveis foi abandonada, visto que ele cita a internet como parte de um Laboratório.

Próxima pergunta:

- *Com base no que conhece, cite aspectos positivos e negativos do uso do LEM.*

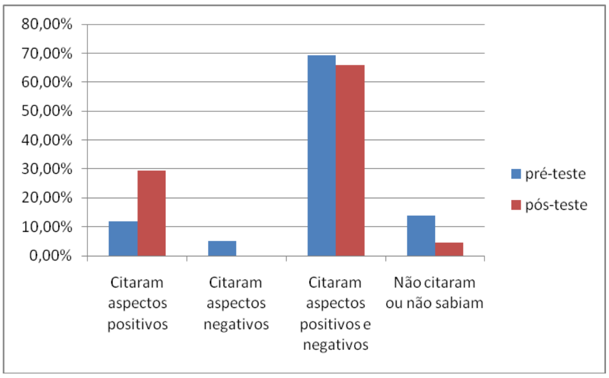

GRÁFICO 5: Aspectos positivos e negativos

Ao fazer a comparação do pré-teste com o pós-teste, percebemos que nenhum professor citou, no pós-teste, só aspectos negativos no uso de Laboratório. Deste modo, acreditamos ter havido uma mudança significativa na opinião dos professores com relação ao Laboratório.

- A disposição para mudanças pedagógicas

Nesta categoria temos a seguinte questão – *Como você pensaria o uso de materiais didáticos manipuláveis em suas aulas de Matemática? Você acredita ser possível? Há limites?*

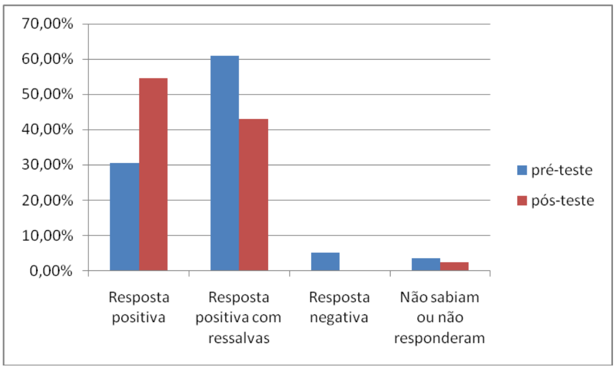

GRÁFICO 6: O uso de materiais didáticos manipuláveis

Comparando as respostas do pré-teste e do pós-teste para esta pergunta, observamos que o número de respostas positivas aumentou e não houve nenhuma resposta com condutas negativas. Destacamos as respostas seguintes:

Pré-teste:

> **Professor 32:** "Não. Pois o, número de alunos é muito grande para um único professor estar atendendo."

Pós-teste:

> **Professor 32:** "Como um complemento das teorias trabalhadas em sala de aula. É possível sim as limitações está no número de alunos bem como o perfil dos mesmos."

Ressaltamos que este professor mudou sua concepção a respeito da possibilidade de se trabalhar com materiais didáticos manipuláveis. No pré-teste, ele respondeu que "Não", não seria possível usar destes materiais. No entanto, no pós-teste ele respondeu que "É possível sim". Isso indica que o não conhecimento adequado do trabalho com materiais manipuláveis impede os professores de pensarem na possibilidade desta metodologia em sala de aula.

Outra questão é a seguinte – *Você acredita ser possível, pelo uso do LEM, identificar obstáculos pedagógicos para a aprendizagem de seus alunos em determinados assuntos da Matemática?*

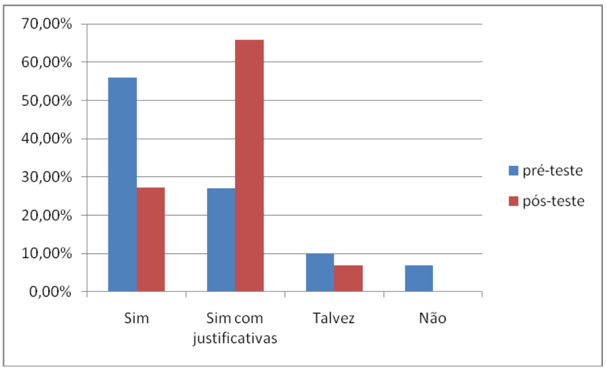

GRÁFICO 7: Identificação de obstáculos pedagógicos

Nesta questão, aproximadamente 60% dos professores respondeu no pré-teste que achava possível identificar obstáculos pedagógicos em seus alunos por meio de Laboratório. Mas, no pós-teste quase 70% respondeu que achava possível e acrescentou algumas justificativas. Outros professores mudaram de opinião a respeito. Por exemplo:

Pré-teste:

> **Professor 40:** “Acredito que não.”

Pós-teste:

> **Professor 40:** “Acredito ser mais uma ferramenta para se avaliar o aluno e o professor e principalmente para detectar falhas ainda existente na aprendizagem do aluno.”

Questão 6 - *Se a escola em que você trabalha não possui um LEM, quais recursos você utilizaria para trabalhar com esta metodologia?*

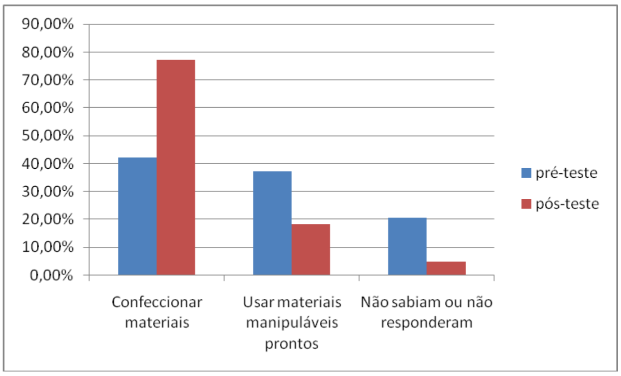

GRÁFICO 8: Recursos para trabalhar em um LEM

Observou-se com a pesquisa que aproximadamente 40% dos professores optou no pré-teste por confeccionar os materiais como recurso para trabalhar em um LEM e esse número aumentou para quase 80% no pós-teste. Desta maneira, o trabalho com materiais manipuláveis se torna mais viável entre os professores. Também ressaltamos que a quantidade de professores que não sabiam ou não responderam à pergunta, foi significativamente inferior no pós-teste comparado ao pré-teste.

Outra pergunta que obteve respostas enquadradas nesta categoria foi – *Para você (professor), é mais fácil dar aulas com materiais didáticos manipuláveis ou sem estes materiais?* A seguir, a tabela com a freqüência das respostas:

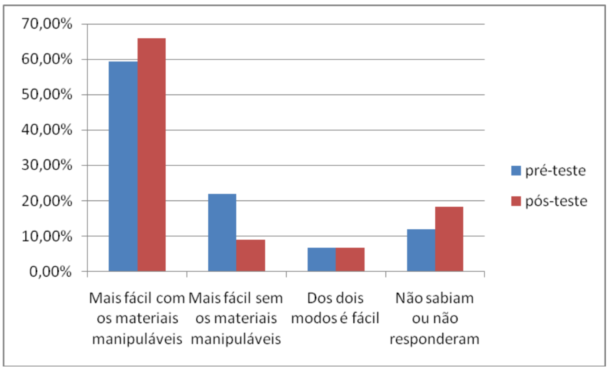

GRÁFICO 9: Metodologia de Ensino

Nessa questão o percentual de professores que acham mais fácil trabalhar com materiais manipuláveis aumentou de aproximadamente 60% para cerca de 70% do pré-teste para o pós-teste. Pelo contexto das respostas, foi possível entender que os professores que acharam fácil trabalhar com materiais manipuláveis pensaram na facilidade em ensinar determinados conteúdos com os materiais e não na facilidade em preparar uma aula, por exemplo. Observemos:

> **Professor 48:** “É mais fácil com materiais manipuláveis, pois quando partimos do abstrato para o concreto o aluno retêm melhor os conteúdos, ou seja, quando ele visualize ele memoriza e quando não vê, ele esquece facilmente.”
>
> **Professor 20:** “Com materiais manipuláveis, com o auxilio do concreto e confeccionando o aluno internaliza os conhecimentos propostos.”

- Segurança intelectual para trabalhar em Laboratório

Nesta categoria, temos a pergunta - *Você acredita que os professores de Matemática trabalhariam em um LEM com seus alunos de forma satisfatória?*

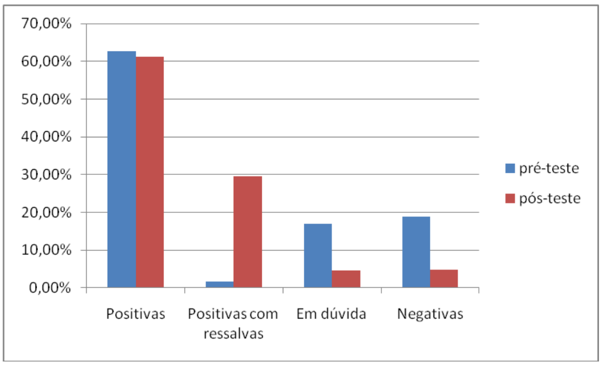

GRÁFICO 10: Trabalho satisfatório em um LEM

Nesta questão tivemos aproximadamente 60% de respostas positivas tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Tivemos também diferença nas respostas positivas com ressalvas ao comparar o pré-teste com o pós-teste. O percentual de professores em dúvida e com respostas negativas diminuiu significativamente do pré-teste para o pós-teste.

Pré-teste:

> **Professor 02:** “No início terão dificuldades nas interferências em jogos ou algo parecido porém se tiver boa vontade todos conseguem então acredito que sim.”

Pós-teste:

> **Professor 02:** “Os que participaram do curso sim.”

O fato dos professores conhecerem melhor o método de trabalho no Laboratório fez com que suas concepções a respeito mudassem. No pré-teste o professor 02 acredita que se o professor atuante tiver boa vontade ele trabalhará satisfatoriamente em um LEM. Porém no pós-teste esse mesmo professor escreve que os que participaram trabalhariam satisfatoriamente em um LEM, ou seja, não basta ter boa vontade é preciso ter conhecimento. As ideias do professor sobre a metodologia usada em um LEM, agora estão embasadas em teorias do Lorenzato (2006), por exemplo, e na prática vivenciada por eles durante a oficina. Deste modo, os professores se tornaram mais críticos quanto ao uso pelo uso dos materiais.

5.2. Observações

A análise das respostas obtidas nos questionários possibilitou estudar a conduta dos professores com relação ao uso de um Laboratório de Ensino de Matemática bem como, seus conhecimentos a respeito de LEM antes e depois do curso, sua disposição para trabalhar satisfatoriamente em um Laboratório de Matemática, suas crenças relacionadas à contribuição de LEM, entre outros.

Foi possível notar que muitos professores tem resistência para trabalhar com seus alunos adotando uma metodologia diferente do quadro e giz.

> Nem a gritante presença do analfabetismo matemático e da fobia pela matemática são suficientes para desacreditar velhas crenças sustentadas em exercícios de fixação, memorização de regras e outros rituais similares (RUIZ e BELLINI, 2001,.p.4).

A análise das observações será descrita por atividades realizadas e quando necessário será feita uma explanação sobre o decorrer das oficinas. Salientamos que algumas atividades bem com alguns detalhes, não serão descritos, pois não houve relevância de acordo com nossos objetivos.

5.2.1 Análise das observações:

No primeiro dia do encontro, um dos professores ministrantes, explicou um pouco sobre o projeto *Universidade sem Fronteiras* do qual esta oficina fez parte. Em seguida, ele explicou como se encaminharia o curso no decorrer das 64 h/a e disse que os professores teriam como tarefa, até o encerramento do curso, elaborar uma atividade com o uso do material manipulável. Neste momento, a maioria dos professores se manifestou achando a tarefa um tanto difícil. Mas se comprometeram a elaborar.

Logo após, o professor ministrante apresentou a pesquisadora deste trabalho e falou um pouco sobre sua pesquisa. Em seguida, o 1º questionário foi aplicado individualmente levando cerca de 30 minutos até todos concluírem.

Na sequência, foi exposto aos professores pesquisados a importância de se trabalhar com o Laboratório de Ensino de Matemática nas aulas. O assunto foi baseado no livro “O

Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores” organizado por Sérgio Lorenzato. Depois, estes professores responderam em grupo, algumas questões sobre o Laboratório, que foram propostas pelos ministrantes para iniciar a oficina com uma base teórica.

No segundo período da manhã, dividiu-se o total de professores em duas salas, ficando um professor ministrante em cada sala juntamente com alguns monitores, bolsistas do projeto.

A coleta de dados foi feita somente em uma destas salas, visto a impossibilidade de se observar as duas. Neste segundo momento, todos dispostos em formato de círculo, discutimos algumas questões sugeridas pelo ministrante a respeito de Laboratório de Ensino de Matemática baseadas no texto “O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores”, já referenciado.

Na sequência, relatamos parte da discussão. Denominaremos de P1 o professor participante 1, P2 o professor participante 2 e assim por diante.

> **Ministrante:** Essa pessoa que faz um trabalho excepcional com giz e apagador será que se ele usar materiais ou usar outros recursos, o trabalho dele não seria melhor ainda? Se esperaria isso? Não adianta ficar comparando eu com você, cada um tem a sua vivência, sua experiência da sua formação, então vamos comparar a pessoa com ela mesma! Será que o uso de um material melhoraria pra qualquer um ou tem pessoas que é...não se adaptariam ao uso de... de uma metodologia diferente dessa do giz e o apagador?
>
> **P1:** Eu acho que principalmente o pessoal da matemática, professor, é muito ousado. Eu acho que a gente ousa bastante e arrisca bastante na sala de aula e na escola. E a gente escuta muitas críticas quando quer fazer um trabalho diferenciado, né? Então se a gente tiver esse espaço, realmente tendo um espaço adequado, a gente consegue desenvolver ótimos trabalhos, então se a gente é bom, a gente passa a ser ótimo! Eu acredito sim nisso!

Durante o discurso do professor 1, ele deixa evidente a sua crença na melhoria do desempenho profissional do professor quando este tem um lugar adequado para trabalhar. O termo **espaço** usado pelo professor, indica a convergência na ideia exposta anteriormente de Laboratório de Ensino de Matemática como um ambiente da escola. Os professores da rede pública de ensino também estão percebendo esta necessidade. A seguir, o professor ministrante continua estimulando a discussão sobre o assunto.

> **Ministrante:** Tá. Podem ter opiniões contrárias a isso. Nós estamos aqui para trabalhar... saber o quê que é um LEM. Depois podem mudar a opinião ou podem falar: acho que não, vou continuar com o meu giz e apagador.
>
> **P2:** Há uma resistência muito grande!
>
> **P3:** Tem resistência sim...
>
> **P4:** Tem muito professores que resistem!

Neste momento muitos professores balançavam a cabeça em sinal de acordo com o que estava sendo dito por alguns professores sobre a resistência em trabalhar num LEM, ou seja, trabalhar de forma diferente de seus métodos habituais. Embora a maioria dos professores pesquisados desta oficina desconheça o trabalho em um LEM e tenha somente uma opinião à respeito, os professores afirmam que possuem resistências quanto à essa nova metodologia. “Aceder à ciência é rejuvenescer espiritualmente, é aceitar uma brusca mutação que contradiz o passado” (BACHELARD, 1996, p. 18). De acordo com Bachelard (1996), a ciência opõe-se absolutamente à opinião e esta não pensa: traduz necessidades em conhecimento. A opinião é o primeiro obstáculo a ser superado (BACHELARD, 1996).

A discussão continua:

> **P3:** Muitas vezes a gente tem uma certa resistência sim, tá? Ás vezes até a sala, a gente fala, ah essa sala é muita indisciplinada, pra mim, aplicar isso não vai funcionar. Eu já tive uma 6ª que era muito complicada e não obtinha nenhum resultado de aprendizagem ali no dia a dia. Foi aí que eu decidi aplicar jogos, foi onde eu consegui alguma coisa e até uma melhora de disciplina, tá?
>
> **Ministrante:** Mais alguém quer falar alguma coisa?
>
> **P5:** O esquema da verba, tem verba pra vocês trabalhar de acordo?
>
> (P5 perguntou para a P3)
>
> **P4:** Se veio ficou escondida.
>
> **P1:** Não veio nada até agora.
>
> **P5:** Aí né o quê que acontece, a gente tem que ter bastante material, e tudo tem que tirar óh, do bolso do professor, do nosso bolso. Você gasta 50, 60, 80 reais de xérox pra uma questão de apoio. Olha esse projeto aqui da escola, qual é o meu espaço? (risadas) Eu dou risada por que... sabe aquelas mesinhas de criancinha, assim? Nós estamos sentando lá em roda.

Daí por diante, a discussão seguiu em torno da vinda ou não de verba para materiais, da liberação pelos diretores para a compra dos materiais, havendo muita divergência de opiniões. Mas foi possível notar, que esta questão financeira está sendo um empecilho para que eles venham a trabalhar de um modo diferenciado. A falta de recursos nas escolas está desestimulando os professores. Esta ideia vem ao encontro da opinião de Lorenzato (2006, p.12), ao expor uma das objeções ao uso do LEM: "*O LEM é caro, exige materiais que a escola não dá ao professor e raríssimas escolas possuem LEM*". Mas, embora seja a maioria, não são todos que pensam assim.

> **Ministrante:** Atenção se concentre no geral! P6 quer falar alguma coisa?
>
> **P6:** As salas que eu tenho de 7ª série, sempre estive acostumado com Ensino Médio, as 7ª séries que eu tenho são muito elétricas, são muito agitadas, entende? Eu não sei se eu daria conta deles. No espaço em sala de aula não teria como eu trabalhar em grupo, tá bem claro que isso não dá, aqui. Lá na sala do Laboratório lá, a sala é mais espaçosa, tem mais espaço, as carteiras, tá bem organizada a sala lá, agora eu não sei se eu daria conta daqueles quarenta e poucos alunos ao mesmo tempo lá, entendeu? Por mais bom que seja, tem que trabalhar com qualidade.
>
> **P7:** Quarenta e poucos alunos é muito aluno!
>
> **Ministrante:** E pro giz e apagador não é? Ahahahaha...
>
> (burburinho....)

Nota-se pela fala de P6, a ênfase dada à importância de um local adequado para trabalhar com materiais manipuláveis e jogos. De acordo com Malba Tahan (1962, p.64), "Para atender, de maneira bastante eficiente, à sua finalidade precípua, deve o *Laboratório de Matemática* ser bem instalado... em sala ampla, bem arejada". De fato, é preciso um lugar apropriado para que os alunos fiquem bem acomodados, seja em grupos ou individualmente e também para que haja uma mudança no ambiente de estudo e isto contribua positivamente no aprendizado. Mas, o professor não deve se limitar na dependência e na espera de um local, para trabalhar com materiais manipuláveis, jogos etc. O professor precisa substituir o saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico (BACHELARD, 1996).

A seguir temos mais diálogos entre os professores:

> **P8:** Mas você já tentou fazer isso?
>
> (perguntou para o P6)
>
> **P6:** Já, to chegando aqui agora.
>
> **P8:** Por que eu to perguntando, por que eu já trabalhei com uma turma que não era de quarenta, era de cinquenta frequentes. E a princípio eu também fiquei com medo. No CAIC de Sarandi, tá?
>
> **Professores:** Meu Deus! Jesus!

P8: E foi o melhor resultado que eu tive! Cinquenta alunos em sala. Fiz projeto, tirei fotografia e tudo, foi assim maravilhoso, eu não tive uma reprova!

(silêncio geral)

P8: Eu acho que tem que tentar! Muito trabalho de sábado e domingo também!

(risadas)

P9: Então tá aí o segredo!

(silêncio)

Como visto este professor já tem experiência em Laboratório de Matemática e demonstrou ter tido bastante sucesso a ponto de motivar seus colegas a fazer o mesmo.

Ainda neste momento, o professor ministrante perguntou aos professores pesquisados, um por vez, quais tiveram aulas em Laboratório ou sobre Laboratório durante a sua formação como professor. Dos 30 professores, 2 responderam que tiveram superficialmente e outros 2 disseram ter trabalhado com materiais manipuláveis durante a sua formação. Os demais, não tiveram contato nem conhecimento sobre o assunto. A maioria dos professores afirmou ter conhecido a importância, a necessidade e o trabalho com um LEM nos cursos oferecidos por professores do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá ou em cursos de especialização.

A seguir, constam alguns trechos, da discussão dos professores sobre a falta de preparo em sua formação para lecionar em um LEM.

P7: Professor, eu to há 3 anos no estado me formei em 2002, lá na UNIPAR em Umuarama. Em momento algum nós vimos prática, material concreto, Laboratório de Matemática no nosso percurso acadêmico e desde que eu tô na educação se discute isso no nosso grupo de estudo. Novas metodologias, trabalhar com o aluno diferenciado, porque o aluno é uma nova geração, tá vindo com um novo perfil. E nós como não tivemos essa formação, nós temos que fazer com que a coisa mude para as futuras gerações de formandos.

Ministrante: É verdade!

P7: Nós somos agentes de mudança, de transformação. Muda alguma coisa? Nós vamos conseguir? Muito pouquinho, um ou outro consegue.

Ministrante: Não importa.

P7: Eu, por exemplo, tenho uma rejeição para essas novidades, sabe eu fui criado ali...

> **Ministrante:** Por que é difícil!
>
> **P7:** É eu aprendi matemática no quadro e o giz! Na fala. O giz na cabeça se eu ficasse... conversasse na hora que não era pra conversar. Eu tinha obrigação e respeito de... e compromisso de fazer silêncio pra aprender.
>
> **Ministrante:** Mas a hora que você fez aquele curso de Geometrias não-euclidianas comigo que eu usei o powerpoint, que eu usei algumas coisas como software, não dá um... não é um pouco diferente do quadro?
>
> **P7:** Sim, então é onde a gente tenta trazer também essa implantação, né? Só que como a gente não foi criado assim, nós temos essa rejeição. Agora, temos que trabalhar isso prá que futuramente haja uma mutação nos nossos futuros acadêmicos.

É interessante como o professor P7 reconhece a sua deficiência e resistência em trabalhar com materiais manipuláveis, jogos, aulas expositivas usando recursos visuais etc.. E também podemos notar que ele conjuga o verbo **tentar** para designar a sua dificuldade em romper com seus hábitos e costumes em sala de aula. Bachelard (1996) já afirmava nunca ter visto um educador mudar de método pedagógico.

O ministrante, então, questiona mais um professor participante sobre o assunto.

> **Ministrante:** P8?
>
> **P8:** Na minha habilitação, não! Mas, a... a especialização que eu fiz com vocês, abriu pra isso. Nós tivemos com... a professora de Didática que foi feito... não foi feito as oficinas mas foi, cada um teria que levar uma oficina.
>
> **Ministrante:** Ah tá!
>
> **P8:** Então teve oficina de de de... de pipas, enfim. E, isso foi o que despertou em mim...
>
> **Ministrante:** Aí você começou a aplicar.
>
> **P8:** E daquela época, é de 2000 né, tá indo prá 9 anos que eu aplico.
>
> **Ministrante:** Certo!
>
> **P8:** Sabe, mas na minha graduação eu não tive nada!
>
> **Ministrante:** É não importa muito a graduação, importa depois. Depois que fizer esses cursos.
>
> **P8:** Então, mas depois eu tive...

Este professor esclareceu que durante a sua formação, não estudou sobre LEM, mas teve a oportunidade de conhecer esta metodologia em um curso de especialização e desde então, vem usando este recurso. Observe que este professor (P8) é o mesmo que testemunhou anteriormente sobre a diferença que o trabalho com materiais manipuláveis tem feito em suas salas de aula.

No período da tarde, continuamos com os professores pesquisados na sala do Laboratório de Matemática e iniciamos as atividades com jogos e materiais manipuláveis.

Daqui por diante, serão relatadas as atividades com o uso de materiais manipuláveis que contribuíram com a nossa pesquisa.

O modelo de cada uma das atividades da oficina consistia de: apresentação, descrição, objetivos, série e nível sugeridos para a aplicação, mídias existentes, material necessário e custo, como construir, cuidados necessários, desenvolvimento da atividade e potencialidades, conforme seção 4.

Atividade 1) 64 = 65?

O objetivo da Atividade 1 para a nossa pesquisa, foi promover a compreensão de que **não é possível fazer demonstrações somente observando materiais manipuláveis**, além de mostrar ainda que **a visão pode nos levar a falsos resultados**. Uma das oposições ao uso do LEM feita por Lorenzato (2006) é a de que os materiais servem somente para mostrar resultados de uma certa teoria matemática, e não para fazer demonstrações.

Relatamos a seguir, a construção e o desenvolvimento desta atividade.

Como construir e desenvolvimento:

Este material pode ser construído em sala de aula, como segue:

Desenhe e recorte um quadrado de 24 cm de lado.

a) Quadricule com a caneta em quadrados de 3 cm de lado.
b) Desenhe os segmentos de reta (em verde) conforme a figura 17 a seguir.
c) Recorte nos segmentos desenhados.
d) Com as quatro peças que foram recortadas forme um retângulo.
e) Qual a área deste retângulo?
f) O quadrado e o retângulo possuem a mesma área?
g) Explique o que ocorreu.

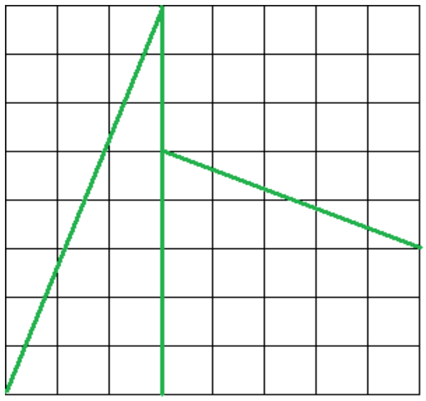

FIGURA 21 – Modelo para desenho e recorte

Veja a transcrição a seguir.

O professor 1 ficou tentando montar o retângulo, insistentemente.

> **Pesquisadora:** Então vocês perceberam o problema, né? Esse quadrado tem 64 u.a.^{2} de área? E o retângulo?
>
> **P1:** 65.
>
> **Pesquisadora:** Foram usadas as mesmas peças!
>
> **P11:** Aí prova que 64... a área...
>
> **P1:** É igual a... não é igual não.
>
> **P11**: Mas aí tem que falar que a área... não numericamente. Por que ali ó, você colocando numericamente não fica a mesma coisa. Numericamente é igual? Não. Em termos de área, sim! Faltou especificar daí.
>
> **Pesquisadora:** Então é diferente falar que a área de 64 u.a.^{2} é igual a 65u.a.^{2} que 64 é igual a 65?
>
> **P12:** É. Tá perguntando se é igual, né? É igual, a gente provou que é igual. 64 e 65 são iguais, né? Isso que ela quer falar.
>
> **P11:** Numericamente são diferentes, mas em termos de área são iguais.
>
> **Pesquisadora:** Mas e aí, será que é possível isso, numericamente serem diferentes e em termos de área iguais?
>
> **P11:** É porque em termos de quantidade numérica são diferentes. Eu posso ter 65 unidades de balas e 64 de palitos. São a mesma quantidade? Não! Agora em termos de área tá provado. É uma incógnita.

Neste momento os professores do grupo começaram a discutir sobre a questão, causando tumulto nas falas.

Durante a resolução da atividade, o professor 11 se posiciona afirmando que quantidade numérica é diferente de quantidade de área. Tal artifício demonstra a intenção do professor: provar que $64 \neq 65$, mas 64 u.a. = 65 u.a.. É nítida a falta de compreensão do conteúdo que está sendo explorado (noção de área) quando o professor diz: “Numericamente são diferentes, mas em termos de área são iguais”. Este professor está aceitando que 64 quadradinhos podem ocupar a mesma área que 65 quadradinhos. Sendo assim, o fato do professor não admitir que 64 seja igual a 65, comprova sua compreensão da noção de quantidade numérica, porém ao afirmar que 64 u.a. podem ser iguais a 65 u.a., nota-se que o conceito de área não está totalmente compreendido pelo professor. Isso nos leva a desconfiar que talvez, o trabalho precoce e a não retomada deste conteúdo no processo de escolarização deste professor tenha cooperado para a não compreensão da noção de área.

Temos somente uma desconfiança, mas não uma garantia, pelo fato de não termos acompanhado o processo de escolarização deste professor. Também notamos que este mesmo professor usa seus conhecimentos anteriores para forçar algumas conclusões. Como por exemplo, ele cita que a área ocupada por 65 unidades de bala pode ser igual à área ocupada por 64 unidades de palito. Isso pode ser verdade, dependendo das balas e dos palitos, porém as quantidades de balas e de palitos são diferentes. O professor estaria correto em seu raciocínio se as unidades fossem as mesmas. Por exemplo, se a área ocupada por 65 unidades de bala fosse a mesma área ocupada por 64 unidades de bala, como é o caso da nossa unidade de área que é o quadradinho de 3 cm de lado cada. Com base em tudo o que foi explicitado anteriormente e analisado, acreditamos ter havido um **obstáculo didático** tanto **de origem ontogênica** como de **origem didática**, uma vez que o professor talvez não tivesse as estruturas (no sentido piagetiano) plenamente construídas no momento em que aprendeu sobre áreas. Também usou de conhecimentos inapropriados para o contexto em que foi aplicado.

A discussão continua:

> **P1:** Então, mas a questão é a área que está dando diferente. Se eu tenho essas pastilhas e tenho as mesmas pastilhas para colocar em uma área maior!
>
> **P11:** Mas em quantidade de área a gente tá provando que são iguais! A área, mas em quantidade não! Aqui ele voltou a ser quadrado, né?
>
> **Pesquisadora:** Isso, este é o quadrado inicial. Foi este quadrado que foi recortado. Agora...
>
> **P4:** Quem roubou minha borracha?
>
> **Pesquisadora:** E vocês recortaram tudo retinho, tudo certinho, né?

P1: Huhum.

P4: Quem catou minha borracha, por favor? Devolva, que tá caro.

Impossível não notar a indiferença do professor P4 com relação à discussão sobre as áreas.

Pesquisadora: Então vocês provaram que 64 é igual a 65?

P11: Em termos de área sim, em termos de quantidade não!

P3: Mas ali foi a mesma quantidade de pastilha hahaha...

P11: Não. É o que eu tô falando, área.

P1: Como é que pode eu ter desenhado 64 quadradinhos e ele virar 65.

Pesquisadora: Isso, isso mesmo. Exatamente, por que a unidade de área é o quadradinho.

P3: A minha vontade é de pegar cortar os 64 quadradinhos e montar o retângulo.

Nesta última fala da transcrição destacamos a crença do professor no fato de que se ele conseguir recortar os quadradinhos, um por um, ele realmente **demonstrará** que 64 u.a. são iguais a 65 u.a. desde que a junção destes quadradinhos lhe dê um retângulo e as propriedades de paralelismo e perpendicularismo estejam aparentemente satisfeitas. Lorenzato (2006, p.14) considera este fato quando escreve que “O LEM pode induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável”. Logo, identificamos um **obstáculo epistemológico:** o obstáculo da experiência primeira. Embora o professor saiba de antemão que 64 u.a. são diferentes de 65 u.a., a experiência é destacada antes e acima da crítica. “De fato, essa observação primeira se apresenta repleta de imagens; é pitoresca, concreta, natural, fácil. Basta descrevê-la para se ficar encantado. Parece que a compreendemos.” (BACHELARD, 1996, p.25).

A seguir, o professor ministrante começou a instigar a discussão sobre a atividade e o grupo que estava sendo observado continuou tendo ideias.

Pesquisadora: E daí gente?

P1: E daí que eu vou cortar quadradinho por quadradinho.

E o professor 1 começou a recortar os quadradinhos sem obter muito sucesso.

Notamos que este obstáculo epistemológico se revelou na maioria dos professores presentes na sala, pois não ouvimos ninguém mencionar a possibilidade de fazer uma demonstração lógica para averiguar a situação. Certamente estes professores aprenderam que é possível demonstrar fatos apenas confiando no que podem ver. De acordo com Sierpinska (1989) os elementos do nível formal e informal da cultura matemática podem, às vezes, funcionar como obstáculos ao sujeito.

Então os professores tiveram mais ideias:

> **P11:** Outra coisa...
>
> **Pesquisadora:** Pode falar.
>
> **P11:** São polígonos diferentes, o quadrado sempre vai ter lados iguais. Um quadrado recortado ele deixa de ser quadrado e ele pode se montar num outro... outro polígono. Que é o retângulo que nós montamos. São polígonos diferentes. Entendeu? O quadrado sempre vai ser quadrado, a partir do momento que você repartiu o quadrado ele deixou de ser quadrado.
>
> **P13:** Mas tem que se considerar as unidades.
>
> **P11:** Não mas, nesse caso em termos de superfície, não. Eu tô usando superfície.
>
> **Pesquisadora:** Então, por exemplo, se você considerasse quadradinhos. Vários quadradinhos e montasse um quadrado grande...
>
> **P11:** Só que você tá falando vários quadradinhos aqui já não são mais vários quadradinhos aqui já tá... é... triângulo...
>
> **P4:** Ele já deixa de ser unidade.
>
> **P11**: Deixa de ser polígono quadrado.
>
> **P4:** Você já não pode considerar mais cada quadrado, quadradinho, entendeu?
>
> **P11:** O quadrado em si, tem característica própria.

É interessante como o professor 11 tenta encontrar argumentos teóricos para acreditar no que está visualizando, mas não cogita a possibilidade de uma demonstração lógica.

Durante a explicação matemática dada pelo professor palestrante sobre a resolução da atividade, os professores deste grupo observado aproveitavam para guardar seus materiais sem demonstrar interesse em saber o que explicava a falsa igualdade 64 u.a.^{2} = 65 u.a.^{2}.

Percebeu-se que neste grupo havia uma falta de interesse pela solução do problema, apesar de outros grupos de professores na sala estarem ansiosos para entender o que tinha provocado esta diferença nas áreas.

Atividade 2) Faixa de Möbius

A segunda atividade consistiu na construção da Faixa de Möbius. O objetivo desta atividade para a nossa pesquisa foi observar **o conhecimento dos professores com relação a alguns conceitos topológicos básicos**, visto que o tópico *Noções de Geometrias Não-Euclidianas*[5] foi incluído nas Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica do Paraná em 2006. Sendo assim, com base nessa observação pretendíamos identificar obstáculos que se manifestam quando as ideias encontram respaldo em experiências com o concreto.

A seguir, a construção e o desenvolvimento da atividade explorada.

Como construir e desenvolvimento:

Recorte uma folha de papel no formato retangular (dimensões sugeridas: 30 cm x 6 cm, aproximadamente). Desenhe em cada ponta da faixa uma seta, como indicado na figura 18:

FIGURA 22 – Tira de papel
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

As pontas da faixa deverão ser coladas de forma que as setas fiquem sobrepostas e com a mesma orientação, fazendo-se, em uma das pontas um giro de 180^0. Vide figura 19:.

[5] Para consultar as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=98>. Acesso em 03 dez. 2009.

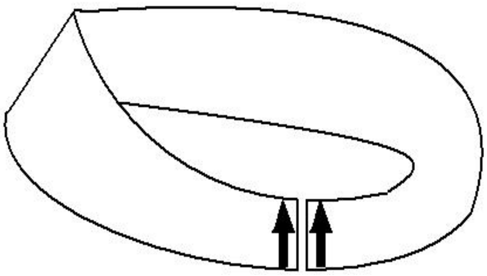

FIGURA 23 – Faixa de Möbius
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

Recorte três faixas retangulares de papel. Podem-se utilizar as dimensões sugeridas anteriormente. Com uma das faixas, faça uma faixa cilíndrica (figura 20), colando-se as pontas.

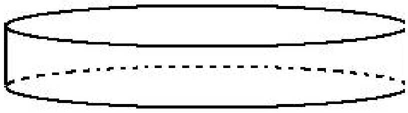

FIGURA 24 – Faixa cilíndrica
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

Recorte a circunferência central e observe o que se obtém.

Com as outras faixas, faça duas faixas de Möbius como indicado anteriormente. Com uma das faixas de Möbius, faça o seguinte procedimento:

- Recorte na circunferência central, como indicado na figura 21:

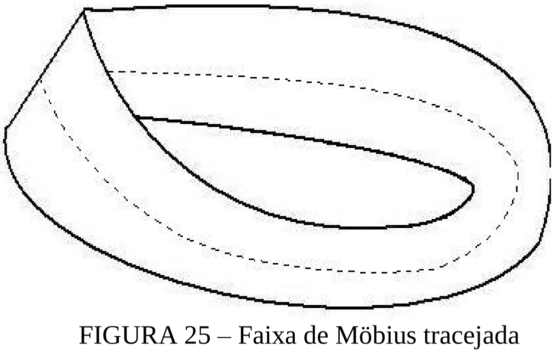

FIGURA 25 – Faixa de Möbius tracejada
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

Observe o que se obtém fazendo medições com régua. Anote as observações.

Agora, faça um recorte na circunferência central da faixa resultante. Anote as observações realizadas.

Com a outra faixa de Möbius, faça o seguinte:

- Faça um recorte sobre a circunferência que dista, aproximadamente, 2 centímetros de uma das laterais da faixa (isto é, aproximadamente 1/3 da largura da faixa). Observe o que resulta desse recorte e faça anotações.

As observações e anotações a serem feitas a partir dos recortes devem considerar alguns aspectos:

a) Quantas faixas resultaram do recorte;

b) Qual o tamanho da(s) faixa(s) resultante(s) em relação a faixa original;

c) Quantas semi-torções tem a(s) faixa(s) obtida(s);

d) Que tipo de superfície obteve-se: orientável ou não-orientável.

Este trabalho feito na construção da faixa de Möbius permitiu explorar diversos conceitos de topologia e de espaço que podem ser explorados em sala de aula pelos professores com seus alunos.

Para entender melhor a transcrição dos diálogos a seguir, é importante saber qual o contexto em que as atividades estavam sendo trabalhadas.

Devido à recente inclusão das Geometrias Não Euclidianas no currículo da Educação Básica, percebemos que ao iniciar esta atividade, os professores tinham pouca experiência em trabalhar com conteúdos relacionados à topologia.

O professor ministrante pediu para que eles recortassem tiras de papel sulfite e com estas tiras, por meio de colagens, montassem uma representação de um cilindro, de um cone e da faixa de Möbius. Em seguida, pediu para que eles desenhassem uma circunferência orientada na superfície do cilindro e percorressem o cilindro com esta circunferência. A discussão decorreu com a pergunta: Quando a circunferência volta ao ponto inicial ela volta com a mesma orientação? E os professores responderam que sim. O mesmo foi feito para o cone.

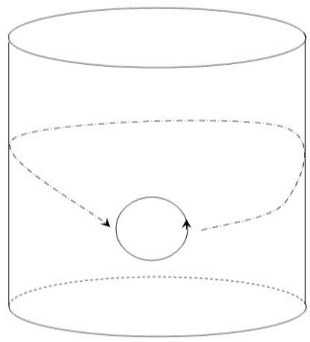

FIGURA 26: Circunferência orientada percorrendo um cilindro

Em seguida, começamos a explorar o conceito de orientação para a Faixa de Möbius. A Faixa de Möbius é uma superfície poliédrica não-orientada que foi descoberta por Möbius por volta de 1865. De acordo com pesquisas realizadas por Eves (2004, p. 668), Möbius descobriu esta superfície que tem como características principais uma única face e uma só aresta.

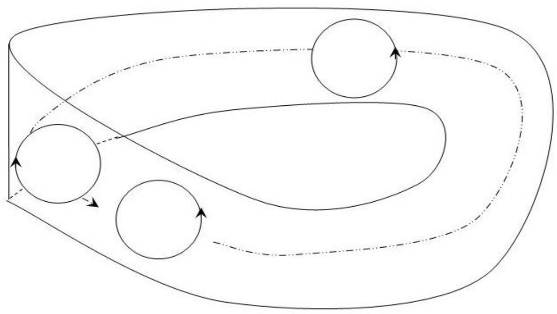

FIGURA 27: Circunferência orientada percorrendo uma Faixa de Möbius

Para a investigação da Faixa de Möbius houve a discussão relatada a seguir:

> **Ministrante:** E o que acontece com a faixa de Möbius?
>
> **Professores:** Volta no verso.
>
> **Ministrante:** Verdade isso, volta no verso?
>
> **P14:** Se você continuar ela volta do outro lado, mas se você parar ela fica no verso.
>
> **Ministrante:** A questão é: para o cilindro aconteceu isso?

Professores: Não.

Ministrante: No cone aconteceu isso?

Professores: Não.

Ministrante: No plano aconteceu isso?

Professores: Não.

Professor: Vocês concordam, todo mundo concorda que volta na outra face?

P15: Não. Se der metade, mas se der a volta completa não...

P14: Se der uma volta só?

Ministrante: É uma volta.

P14: Ela não volta.

Ministrante: Se der duas voltas.

Professores: Ah... aí sim... aí sim.

Ministrante: Mas o quê que acontece se eu der uma só?

P(não identificado): Ela muda o sentido.

Ministrante: Ela muda o sentido, mas o quê que acontece com ela?

P16: Ela fica do lado oposto. Na outra face.

Ministrante: Todo mundo concorda que fica no verso se der uma volta? Você parece que não está convencida.

P13: Não. Ela sai daqui. Eu fui riscando óh.

Ministrante: Foi riscando.

P13: Ela continua aqui, né? Chegou no mesmo lugar.

P17: Mas olha bem, olha bem. Uma volta na tira, na tira. Dei uma volta. Chegou aqui já. Óh no verso. Se você continuar, você tá dando duas voltas. Entendeu. A tira só.

P13: Ah tá.

Ministrante: Eu dei uma volta só. Aí, o quê que aconteceu? Inverteu o sentido, quando eu cheguei no ponto de partida? Eu cheguei no ponto de partida ou eu cheguei no verso do ponto de partida?

Professores: No verso.

Ministrante: Todo mundo concorda que eu cheguei no verso do ponto de partida?

Professores: Sim, sim, sim...

Como foi possível notar, todos os professores que estavam presentes no Laboratório de Matemática, por meio do material confeccionado por eles mesmos, chegaram à conclusão de que a faixa de Möbius tem frente e verso. E a superfície da faixa é diferente da superfície cilíndrica e cônica que eles confeccionaram. Os professores entendiam que dar uma volta completa com a circunferência pela faixa de Möbius consistia em chegar ao mesmo ponto de partida no mesmo lado do papel sulfite. Identificamos, neste caso, um **obstáculo epistemológico:** o obstáculo da experiência primeira. Os professores investigaram a orientação do cilindro e do cone partindo do princípio de que estas superfícies poliédricas possuem apenas uma face. Mas ao estudarem a faixa de Möbius eles foram convencidos pela experiência feita com um papel sulfite, de que a faixa de Möbius possui duas faces. Concluímos que

> [...] o fato de oferecer uma satisfação imediata à curiosidade, de multiplicar as ocasiões de curiosidade, em vez de benefício pode ser um obstáculo para a cultura científica. Substitui-se o conhecimento pela admiração, as ideias pelas imagens (BACHELARD, 1996, p. 36).

Ao continuar desenvolvendo as atividades, o próximo passo foi cortar a faixa de Möbius em 1/3 da largura da faixa. Prosseguindo assim, um grupo de professores pensou estar cortando errado, pois a faixa se duplicou. Eles então ficaram observando com entusiasmo e dois dos cinco professores do grupo acharam tão fantástica a duplicação que exclamaram: Isto é Mágica!

Ainda neste mesmo contexto, o professor ministrante aproveitava para trabalhar outros conceitos, neste caso a dimensão de superfícies.

> **Ministrante:** Então o plano tem quantas dimensões?
>
> **Professores:** Duas...
>
> **Ministrante:** Duas, todo mundo concorda? O plano pode falar que ele tem largura e altura, ou espessura e largura. Tá certo? Mas só tem duas dimensões. Este é um objeto então bidimensional. Pergunto pra vocês agora: esse objeto aqui (parte de um cilindro), a superfície, só a superfície, é bidimensional ou é tridimensional?
>
> **P16:** Só a superfície?
>
> **Ministrante:** Só a superfície.
>
> **P16:** Só a superfície é bidimensional.
>
> **Ministrante:** Só a superfície. Ele é tridimensional ou bidimensional?

> **Professores:** Bi, bi, bi...
>
> **Ministrante:** Aonde que ele mora, esse cilindro? Num espaço. Que espaço que ele mora?
>
> **P7:** Tridimensional.
>
> **Ministrante:** Tridimensional. Apesar de ele morar num espaço tridimensional, parece que a maioria tá me dizendo que ele é bidimensional. Ele tem essa espessura? Tem ou não? Seu eu tô considerando a superfície.
>
> **P16:** Não. Superfície não.
>
> **P10:** Não tem. Ele tem lado, dois lados ou não?
>
> Silêncio...
>
> **Ministrante:** Ele tem dois lados ou não? A superfície tem dois lados? A superfície tem parte de dentro e parte de fora?
>
> **Professores:** Tem, tem...
>
> **Ministrante:** A superfície tem essa face e essa face aqui?
>
> **Alguns professores:** Tem.
>
> **Ministrante:** Então vamos fazer uma votação. Todo mundo tem que optar por uma das duas, tá?
>
> **Ministrante:** Olha, estamos pensando não nisso aqui, numa representação, mas em uma superfície geométrica que vive no mundo das ideias. O cilindro geométrico, a superfície, só a superfície, pergunto: Ele tem uma face de dentro e uma face de fora? A superfície? Quem concorda que tem parte de dentro e parte de fora.
>
> **P16:** A superfície não.
>
> **P7:** Só tem parte de fora.

Os professores ficaram indecisos e preferiram não votar e nem opinar a respeito.

Podemos notar que mesmo respondendo que a superfície é bidimensional, os professores se confundem ao afirmar que ela possui lado de dentro e lado de fora. Isso se deve ao fato de que nas aulas de geometria, os professores afirmam que a representação de um cubo feita com papel **é um cubo** e não uma representação dele, haja vista que este só existe no mundo das ideias. O mesmo ocorre para o cone, o cilindro e ocorreu com a faixa de Möbius, chegando ao ponto de afirmarem que esta superfície possui frente e verso. Encontramos, então, um **obstáculo didático de origem cultural** no conhecimento destes professores, ou seja, um obstáculo que permeou as suas formações e consequentemente, vai interferir na escolarização de seus alunos. Como professores de matemática, usam de justificativas incoerentes no que diz respeito à conceitualização de superfície.

Atividade 3) Teorema de Pitágoras - Demonstração

Outra atividade desenvolvida foi: Teorema de Pitágoras – Demonstração. Esta atividade é **uma motivação para descobrir uma justificativa do famoso Teorema de Pitágoras** por meio de uma verificação geométrica que induz à demonstração desse Teorema usando cálculos numéricos.

O objetivo desta atividade para a nossa pesquisa foi observar qual o processo usado pelos professores perante a necessidade de demonstração de um teorema. Também averiguamos os conhecimentos que estes profissionais apresentam diante da composição de um enunciado de um teorema, ou seja, a existência da **hipótese** e da **tese.**

Como construir e desenvolvimento:

a) Trace e recorte no papel cartão azul um retângulo 18 cm x 12 cm utilizando régua, lápis, borracha, esquadro e tesoura;

b) Divida esse retângulo em dois retângulos de lados 9 cm x 12 cm;

c) Trace uma diagonal dos retângulos formados e corte o tracejado de maneira que se obtenha 4 triângulos retângulos congruentes de catetos 9 cm e 12 cm;

d) Trace e recorte no papel cartão verde um quadrado de 15 cm de lado;

e) Com a caneta esferográfica, marque a letra ***c*** próximo à hipotenusa de cada triângulo, da mesma forma marque a letra ***b*** e a letra ***a*** ao lado menor e ao lado maior de cada triângulo, respectivamente;

f) Com a caneta esferográfica, marque a letra ***c*** próximo aos lados do quadrado de lado 15 cm;

g) Disponha as peças triangulares e o quadrado de forma a obter um segundo quadrado. Justifique a construção;

h) Encontre a medida do lado do quadrado obtido e calcule sua área em função de ***a*** e ***b***;

i) Encontre novamente a área do quadrado obtido em função de ***a***, ***b*** e ***c***, somando as áreas das peças isoladas;

j) Conclua a igualdade das áreas e, conseqüentemente, o Teorema de Pitágoras.

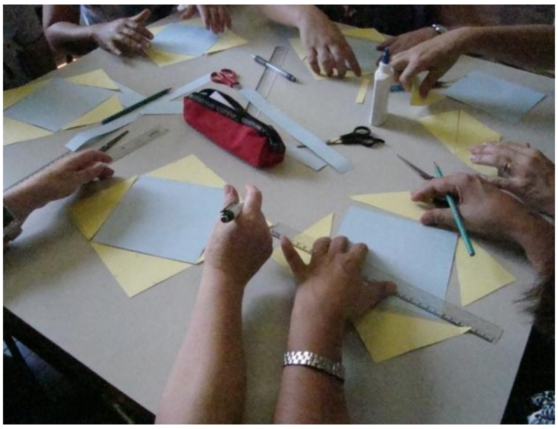

FIGURA 28 – Teorema de Pitágoras - Demonstração

Abaixo, algumas transcrições:

> **P16:** Ele quer saber como é que surgiu Pitágoras. A idéia aí é pra ver, concluir como que chegou a essa fórmula de Pitágoras. Como que Pitágoras conseguiu isso aí.
>
> **P5:** Tá. Mas eu posso, por que eu já sei que esse lado que é a hipotenusa ao quadrado ele é igual a soma dos quadrados dos catetos.
>
> **P16:** Não, você não sabe isso. Você sabe por que você estudou e conhece Pitágoras, mas vamos admitir que você não sabe.
>
> **P5:** Péra lá. É que *a* mais *b* é vinte e um.
>
> **P16:** Não você num sabe.
>
> **P5:** Não, eu sei.
>
> **P16:** Em função de *a* e *b*, ele não quer saber de números. Ele quer saber em função de *a* e *b* e *c*.

Por esta transcrição, percebemos a dificuldade do professor para entender que ao fazer uma demonstração, não se pode usar a tese do teorema e sim a sua hipótese. Identificamos então, um **obstáculo didático de origem cultural**, pois a maneira de pensar do professor estava influenciando na tentativa de demonstrar o teorema, não correspondendo a conhecimentos científicos reconhecidos, tal como, usar a hipótese para provar a tese.

Alguns professores, cerca de cinco, conseguiram utilizar o material manipulável para demonstrar do teorema de Pitágoras. Em seguida, o professor ministrante pediu para que os professores enunciassem o teorema de Pitágoras completo.

> **Ministrante:** O que o teorema de Pitágoras diz?
>
> **Professores:** O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.
>
> **Ministrante:** Vamos lá. Enunciem o teorema de Pitágoras do jeito que vocês fariam para os alunos de vocês.
>
> **Professores:** O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Sendo assim, ao observar que o enunciado do teorema estava incompleto, isto é, sem hipótese, o professor ministrante interagiu com cada grupo presente na sala do Laboratório de Matemática para ouvi-los enunciar o teorema corretamente. Abaixo, temos a transcrição de cada grupo:

> **1º grupo:**
>
> **Ministrante:** Falem prá mim o teorema de Pitágoras.
>
> **Professores:** A soma das medidas dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.
>
> **2º Grupo:**
>
> **Ministrante:** Enunciem pra mim o teorema de Pitágoras.
>
> **P18:** Vai P20!
>
> **Ministrante:** Não, vocês, todo mundo. O quê que o teorema de Pitágoras diz? Vocês não falam o teorema de Pitágoras pras crianças?
>
> **P19:** O quadrado da medida da hipotenusa...
>
> **P20:** Da medida construída da hipotenuuuuuuusa é igual ...
>
> **P19:** A medida construída...rsrsrsrs...
>
> **P18:** A soma dos quadrados dos catetos.

P20: Não a soma das medidas...

Ministrante: Tá resolvido o Teorema de Pitágoras?

3º Grupo:

Ministrante: Agora são vocês. Enunciem o teorema de Pitágoras pra mim.

P21: O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Ministrante: É assim? É?

P5: Num triângulo retângulo...

(conversa)

Pesquisadora: Olha ela tá enunciando. Como é que é? Pode enunciar.

P5: Todo triângulo retângulo, a hipotenusa... o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Neste instante, um professor do 2º grupo interrompeu dizendo:

P20: Professor, professor, volta aqui.

Ministrante: Digam.

P20: A área que eu construo na hipotenusa do cateto, ou do triângulo retângulo, é igual à soma das áreas construídas nos catetos.

Ministrante: Esse é o teorema de Pitágoras?

(Risadas)

4º grupo:

Ministrante: Conta pra nós qual que é o teorema de Pitágoras.

(silêncio)

Ministrante: Enunciem o teorema de Pitágoras.

P9: O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

5º Grupo:

Ministrante: Vocês. Como é o enunciado do teorema de Pitágoras?

> **P15:** Em coral.
>
> **P17:** Vamos fazer um coral!
>
> **Professores:** A medida da hipotenusa ao quadrado é igual a soma das medidas dos catetos ao quadrado.

Pode-se notar que somente o professor 5 soube enunciar corretamente o teorema de Pitágoras. Indagamos então: como enunciam este teorema os alunos?

Percebe-se também a confusão do professor 20 ao tentar enunciar o teorema de Pitágoras pensando ser algo extremamente complexo, diferente, provavelmente, do que ele vem ensinando a seus alunos. Os demais professores deste grupo estavam se confundindo por conta da dúvida em enunciar corretamente. O professor quis elaborar o enunciado do teorema de forma tão aprimorada e complexa que, de acordo com Sierpinska (1989), certos esquemas de pensamentos e de comportamento, podem funcionar como obstáculos.

Atividade 4) Operando com frações

Ao acrescentarmos essa atividade como parte do nosso trabalho na oficina de LEM, pensamos na **possibilidade de estudar o significado da fração para os professores** e desta forma identificar um possível obstáculo didático. Porém, a investigação executada a essa atividade teve rumos diferentes do esperado, nos levando a encontrar outras curiosidades descritas a seguir.

Como construir e desenvolvimento:

a) Na folha de papel cartão desenhe e recorte 6 cartelas de dimensões 8 cm x 12 cm, contendo cada uma delas o registro de seis operações com frações, envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão, conforme a seguir:

$\frac{4}{6}:\frac{5}{8}$	$\frac{7}{10}+\frac{3}{10}$	$\frac{7}{5}\times\frac{3}{4}$
$\frac{3}{5}:\frac{2}{4}$	$\frac{5}{10}-\frac{4}{10}$	$\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}$

FIGURA 29 – Registro das operações 1
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

$\frac{4}{7}-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}+\frac{2}{5}$
$\frac{2}{4}:\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$

FIGURA 30 – Registro das operações 2
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

$\frac{11}{4}-\frac{9}{4}$	$\frac{8}{4}-\frac{5}{4}$	$\frac{3}{5}:\frac{2}{6}$
$\frac{4}{5}:\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}$

FIGURA 31 – Registro das operações 3
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

$\frac{5}{7}+\frac{2}{7}$	$\frac{3}{10}-\frac{1}{10}$	$\frac{8}{5}-\frac{4}{5}$
$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}$	$\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$

FIGURA 32 – Registro das operações 4
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

$\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}+\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$	$\frac{10}{8}-\frac{5}{8}$
$\frac{1}{10}+\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}:\frac{3}{5}$	$\frac{2}{4}\times\frac{1}{5}$

FIGURA 33 – Registro das operações 5
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

$\frac{4}{5}+\frac{2}{5}+\frac{7}{5}$	$\frac{2}{10}+\frac{6}{10}$	$\frac{5}{6}-\frac{3}{6}$
$\frac{3}{8}+\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$	$\frac{3}{6}\times\frac{4}{3}$

FIGURA 34 – Registro das operações 6
FONTE: SEM FRONTEIRAS, 2009

b) Ainda com o papel cartão desenhe e recorte 45 cartões de dimensões 4 cm x 6 cm, sendo: 39 com os seguintes resultados das operações contidas nas fichas:

2/4; ¾; ¾; 8/4; 4/5; 4/5; 5/5; 13/5; 1/6; 2/6; 5/6; 5/6; 2/7; 6/7; 7/7; 5/8; 6/8; 6/8; 6/8; 1/10; 2/10; 8/10; 10/10; 10/10; 12/10; 12/10; 12/10; 18/10; 2/12; 3/12; 10/12; 1/14; 6/15; 12/18; 1/20; 2/20; 6/20; 21/20; 32/30;

3 cartões com o numeral 1, que corresponde a um inteiro;
3 cartões com a figura de um palhaço, representando os coringas.

c) Cada jogador recebe uma cartela. Embaralham-se as fichas, colocando-as empilhadas com o registro não à vista;

d) O primeiro jogador compra uma ficha e verifica se o registro nela contido é o resultado de uma das operações contidas em sua cartela. Caso isso ocorra, coloca a ficha sobre a operação correspondente; caso contrário, a ficha deverá permanecer sobre a mesa, com o registro à vista;

e) O próximo jogador comprará uma ficha do monte ou da mesa e procederá como exposto anteriormente;

f) Nas próximas jogadas, os jogadores poderão comprar uma ficha do monte ou uma ou mais fichas da mesa, se esses puderem ser colocados corretamente sobre as operações de sua cartela;

g) Se o jogador comprar a ficha coringa poderá colocá-la sobre qualquer uma das operações da cartela e esta ficha poderá ser movimentada livremente para qualquer outro registro de operação que lhe convier;

h) As fichas com o registro do numeral 1 poderão ser utilizadas quando o resultado da operação for uma fração equivalente a um inteiro;

i) Vencedor: o primeiro jogador que cobrir todos os registros de operações de sua cartela.

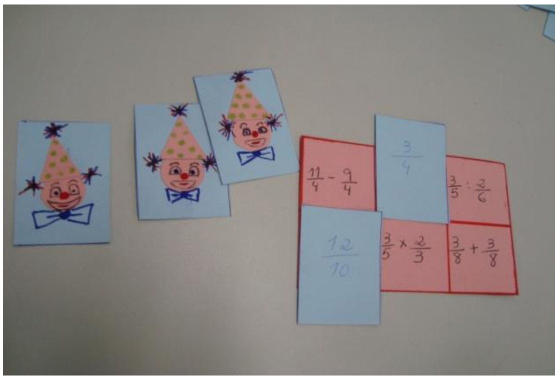

FIGURA 35 – Operando com frações

Fatos inesperados surgiram no decorrer da observação desta atividade. Como por exemplo, a leitura das frações feita pelo professor participante para seu colega também professor, transcrita a seguir:

> **P22**: dezoito dez, dois doze, três doze, dez doze, um quatorze, seis quinze, um vinte, dois vinte, seis vinte, sete sete, trinta e dois, trinta e um.
>
> **P16**: Tá faltando o cinco seis.

O professor estava se referindo à frações em que o primeiro número dito por ele é o numerador e o segundo número é o denominador. Por exemplo, dezoito dez é dezoito décimos, dois doze é dois doze avos e assim por diante. O interessante é que o professor P16 corresponde à forma de leitura do professor P22 lendo do mesmo modo. Este fato nos levou a refletir sobre a influência que um professor exerceu sobre o outro e sendo assim poderá exercer sobre seu aluno o levando à leitura e consequentemente, à interpretação incorreta de uma fração.

Em outra situação o professor 6 pegou o cartão que constava o registro das operações (figura 25) e uma das operações era a multiplicação e estava representada pelo símbolo X. E então, este professor participante fez a seguinte observação:

> **Ministrante** Ele tá dizendo que o aluno vai confundir com multiplicar cruzado.
>
> **P6:** Vai pensar que é regra de três, isso aí... se ver isso aqui vão pensar que é pra multiplicar cruzado, pode ter certeza.
>
> **Ministrante:** Vocês acham que o P6 tem razão nisso aí.
>
> **P6:** Veja assim óh, eles vão fazer isso aqui óh.
>
> (o professor fez o sinal da multiplicação cruzada)
>
> **P2:** Não. Por que não tem o sinal de igualdade no meio.
>
> **P6:** Faz então você com os seus alunos, eles não sabem disso.
>
> **P2:** Não.
>
> **P6:** Não estou falando a nível de 7ª e 8ª série, não. É a nível de Ensino Médio mesmo.

Com curiosidade para entender o motivo dos alunos confundirem esta simbologia, fomos perguntar em outro grupo:

> **Ministrante:** O P6 disse que quando for apresentada essa simbologia para os alunos na multiplicação, eles vão entender que a multiplicação é cruzada. Pode acontecer isso?
>
> **P9:** Eles já fazem sem cruz.
>
> **P4:** No Ensino Fundamental, não. No Ensino Fundamental não, porque eles não aprenderam ainda a regra de três.
>
> **Pesquisadora:** Tem relação com a regra de três?
>
> **P4:** Por que geralmente eles fazem a relação com a regra de três, a 6ª série ainda vê um pouco, mas eles ainda não têm, eu acho, essa noção.
>
> **Pesquisadora:** Mas isso por que na hora de ensinar a regra de três vocês usam o X?
>
> **P4:** Usa o X, usa a flechinha, usa várias maneiras. Aí ele vai ver que jeito que é mais fácil pra ele...
>
> **Pesquisadora:** Então quando ele vê o X da regra de três aí ele se confunde.

> **P4:** Mas geralmente na regra de três, o X não é pequeno assim. Você faz um X que você mostra que a multiplicação é cruzada. Eu acho que não, acho que eles entendem.

Pelo depoimento do professor P4, ficou evidente que ao ensinar regra de três a seus alunos, ele usa “multiplicação cruzada” para resolvê-la e este pode ser um dos motivos pelo qual o aluno se confunde ao ver a simbologia X em uma multiplicação de frações. Ou seja, o aluno associa o “multiplicar cruzado” da regra de três, que às vezes é representado por um X pelo professor, com o símbolo X (vezes) da fração e “multiplica cruzado” os termos da fração também. Encontramos por meio destes depoimentos baseados nos materiais confeccionados, concepções errôneas no conhecimento dos alunos que estão diretamente relacionadas com meios de aprendizagem de um conteúdo anterior.

Em primeiro lugar, ao estudar regra de três, deve-se observar se as grandezas em questão são diretamente ou inversamente proporcionais. Deste modo, a resolução para cada caso é de um modo diferente. Isto é, “multiplicar cruzado” não é a única e nem a maneira mais correta de encontrar uma incógnita quando se usa a regra de três.

Em segundo lugar, com base no depoimento do professor P6, quando os alunos confundem o símbolo X com “multiplicação cruzada” identificamos em seus conhecimentos um **obstáculo didático de origem didática**. Pois, a “multiplicação cruzada” representada pelo símbolo X usada **eficazmente** pelos alunos para resolver uma regra de três diretamente proporcional é válida somente neste contexto sendo inapropriada no contexto da multiplicação de frações.

Nas atividades a seguir, “Cordeiros e Tigres” e “Colorido”, não tínhamos expectativas de que pudéssemos encontrar algo relevante para a nossa pesquisa. Porém, trabalhamos a atividade por serem bastante interessantes se trabalhadas em sala de aula com os alunos.

A atividade “Cordeiros e Tigres”, descrita na seção 4, consiste em um jogo de tabuleiro que permite explorar o raciocínio lógico. Conforme a foto abaixo, para construir o tabuleiro deste jogo, é necessário desenhar várias circunferências.

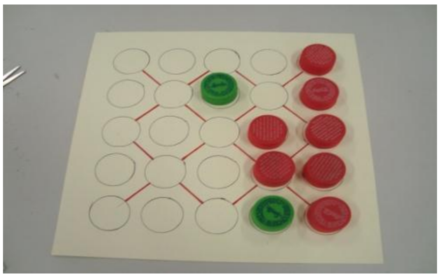

FIGURA 36 – Cordeiros e Tigres

Desta forma, o professor ministrante perguntou sobre o conceito de circunferência para os professores pesquisados. Alguns tentaram definir usando palavras formais e só não conseguiram por pequenos detalhes. Destacamos a seguinte resposta:

> **Ministrante:** Vocês não falam em circunferência para as crianças? Falam de círculo?
>
> **P4:** Bola de bocha!
>
> **Ministrante:** Ela é o quê?
>
> **P4:** Uma bola de bocha!
>
> **Ministrante:** A circunferência?
>
> **P4:** Não o círculo.
>
> **Ministrante:** O círculo é uma bola de bocha?
>
> (risadas…)
>
> **Ministrante:** É importante ter um conceito para ensinar!

O professor 4 afirma que o círculo pode ser definido como uma bola de bocha. Para Bachelard (1996), o uso abusivo das imagens comuns pode ser um **obstáculo epistemológico:** o obstáculo verbal. Para este pesquisador da formação do espírito científico, um obstáculo verbal é a falsa explicação obtida com a ajuda de uma palavra explicativa que pretende desenvolver o pensamento ao invés de inserir um conceito particular numa síntese racional.

É muito importante que o professor de matemática defina corretamente os elementos da matemática para seus alunos sem usar metáforas que possam simplificar a compreensão. Segundo Reboul (2004), a figura de retórica é uma licença estilística para facilitar a aceitação do argumento. Ao ensinar matemática, o professor não deve se preocupar em facilitar o conteúdo e sim em proporcionar meios para que o aluno construa o conceito a ser trabalhado.

Realizamos, também, uma atividade chamada “Colorido”, descrita também na seção 4. Para a realização desta atividade é necessário que o participante conheça o conceito de fração e como representá-la geometricamente. Além disso, o participante precisa construir um dodecaedro de faces coloridas conforme a foto abaixo.

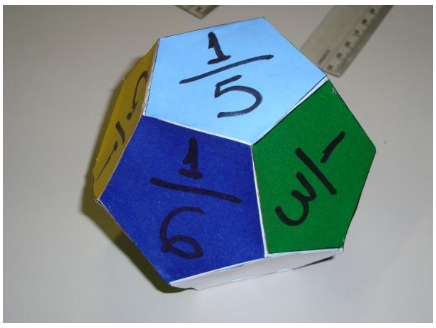

FIGURA 37 – Colorido

Durante a exploração desta atividade, o professor ministrante instigou um grupo de professores pesquisados a pensarem sobre a altura de um triângulo eqüilátero e dessa forma as ideias foram se diversificando chegando à seguinte questão: como encontrar o valor de *h* para a equação $h^2 = 3\left(\frac{l}{2}\right)^2$. Houve muitas sugestões dos professores e com a ajuda do professor ministrante chegou-se em:

$$h^2 = 3\left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow (h^2)^{\frac{1}{2}} = \left(3\left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow h = \sqrt{3\,.\left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow h = \sqrt{3}.\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow h = \sqrt{3}.\frac{l}{2}.$$

Em seguida foi questionado aos professores pela pesquisadora como ficaria a expressão de *h* para a equação $h^2 = 3 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$. E então dois professores tentaram resolver e expressaram sua resolução da seguinte maneira:

$$h^2 = 3 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{3 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow h = \sqrt{3} + \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow h = \sqrt{3} + \frac{l}{2}.$$

Neste caso, foi possível identificar um **obstáculo didático de origem didática** no conhecimento destes professores. Almouloud (2007) referenciou um estudo de Artigue, em que esta pesquisadora identifica este mesmo obstáculo: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Artigue (1990, *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 137) caracterizou-o como uma **regularização formal abusiva** se situando em um registro de funcionamento estritamente formal.

Embora o material manipulável não estivesse diretamente relacionado com a resolução desta expressão, foi a partir do dodecaedro confeccionado que as explorações a respeito da altura de um triângulo e outras ocorreram. É esta possibilidade de exploração de assuntos matemáticos diversos, que torna o uso adequado do material manipulável, ainda mais significativo.

No último encontro da oficina, os professores apresentaram no auditório da Escola onde a pesquisa foi realizada, as atividades com materiais manipuláveis propostas no início do curso pelos professores ministrantes. As apresentações públicas foram em duplas e no total foram expostas 29 atividades. Os professores mostraram como confeccionar, para que serve o material e com o auxílio de um projetor multimídia relacionavam também os conteúdos que podiam ser abordados por meio de cada atividade. Percebemos bastante entusiasmo durante a apresentação da maioria dos professores. Também observamos que os melhores trabalhos apresentados foram provenientes dos professores que participaram efetivamente das oficinas oferecidas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa, por meio de uma oficina de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), proporcionou aos professores do Núcleo Regional de Educação de Maringá, respaldo para um futuro trabalho com seus alunos em um LEM. Com a oficina oferecida, buscou-se também reverter opiniões incorretas a respeito do uso de jogos e materiais manipuláveis nas aulas de matemática, por entender que o trabalho realizado em um Laboratório pode contribuir e muito para a construção do conhecimento matemático nos alunos.

Além desta parte prática de Laboratório, identificamos obstáculos epistemológicos e didáticos presentes no conhecimento de matemática dos professores que participaram da oficina. Fizemos este estudo por acreditarmos ser primordial o domínio dos conceitos matemáticos que serão ensinados aos alunos. Deste modo, o trabalho realizado na oficina oferecida permitiu que professores identificassem erros em conceitos científicos seus e de colegas, e que de alguma forma procurassem sanar essas dificuldades de preferência com o auxílio do LEM, embora este não fosse o nosso objetivo.

A análise dos resultados encontrados permitiu perceber que houve um enriquecimento do conhecimento dos professores com relação à importância do trabalho com jogos e materiais manipuláveis, a saber:

- aproximadamente 10% dos professores pesquisados sabiam especificar, no pré-teste, os materiais que compõem um LEM, mas após a oficina, mais de 50% destes professores especificaram os materiais de um Laboratório de Ensino de Matemática;
- mais de 60% dos professores pesquisados entendeu que o uso correto de jogos e materiais manipuláveis proporciona melhora na aprendizagem dos alunos;
- por conhecerem melhor o trabalho em um LEM, os professores pesquisados demonstraram estarem aptos a discutir sobre o uso de materiais manipuláveis;
- quase 80% dos professores pesquisados da oficina entendeu que mesmo que a escola não possua um Laboratório, é possível trabalhar com esta metodologia.

Também concluímos que um Laboratório de Ensino de Matemática contribui para a identificação de obstáculos presentes no conhecimento e com o tratamento dos resultados foi possível encontrar:

- **obstáculos epistemológicos:**

  - o obstáculo da opinião: resistência dos professores em trabalhar em um LEM mesmo sem conhecer esta metodologia;

  - o obstáculo da experiência primeira: conceito de área;

  - o obstáculo verbal: uso de metáfora para definir um círculo.

- **obstáculo didático de origem ontogênica:** conceito de área;

- **obstáculo didático de origem didática:** conceito de unidade de área, símbolo da multiplicação e propriedades de radiciação;

- **obstáculo didático de origem cultural:** conceito de superfície e constituição de um teorema.

A certeza entoada no discurso do professor, mesmo quando este está equivocado, evidencia a crença e a persistência de seus conceitos inadaptados para determinadas situações como mostrou as transcrições da subseção 5.2.1.

Com a presente pesquisa, entendemos que práticas, como a identificação de obstáculos no conhecimento de matemática dos alunos, são muito interessantes para nós como professores, uma vez que ajudam a refinar nossos conceitos e avaliar nosso método de ensino. Entretanto, esta noção de obstáculos epistemológicos e didáticos, é desconhecida por professores em geral, ou seja, quando há manifestação de obstáculos, ela é ignorada, decorrente do desconhecimento de tal fator relacionado ao erro. Logo, o sistema de interação professor-aluno-conhecimento permite a apropriação pelo aluno de conhecimentos mal estruturados e estes podem até mesmo impedir a construção de conceitos pelo aluno.

Embora a pesquisa tenha sido bastante significativa aos professores pesquisados e a nós pesquisadores, precisaríamos de um tempo maior para promover uma superação (no sentido de Brousseau) dos obstáculos identificados, visto que este trabalho de superar obstáculos exige um tempo de dedicação maior e é extremamente importante para que o professor não provoque estes mesmos obstáculos em seus alunos.

Notamos, inicialmente, a resistência e o desconforto demonstrado pela maioria dos professores durante nossas discussões sobre Laboratório de Ensino. Mas, foi interessante observar que no decorrer da oficina, ou seja, durante a parte prática, os professores substituíram este desconforto por uma ânsia de aprender mais. Os professores pesquisados apresentaram entusiasmo e empenho durante as construções dos materiais e para o entendimento do objetivo de cada atividade proposta. Alguns professores, durante a oficina, até testemunharam estarem usando o método de Laboratório com seus alunos, tendo ótimos resultados.

É muito gratificante notarmos a mudança de atitude nestes professores e o quanto eles apresentaram interesse em melhorar suas aulas e consequentemente a aprendizagem de seus alunos. Também, a liberdade concedida a nós pesquisadores para estarmos investigando a forma de raciocínio desses professores, foi primordial para o desenvolvimento de nossa pesquisa que com certeza auxiliará leitores-professores no decorrer de suas práticas pedagógicas.

Assim, reforçamos as ideias defendidas pelos autores que referenciaram esta pesquisa, de que um LEM auxilia o professor na sua prática pedagógica e permite a construção do conhecimento do aluno desde que seja bem empregado. E também, o fato da existência de obstáculos que permeiam o conhecimento dos professores de matemática e que estão presentes em suas práticas pedagógicas e científicas.

Um fato inesperado que nos surpreendeu, foi o de encontrarmos entre os **professores** de matemática, um obstáculo didático que foi identificado por Artigue (1990, *apud* ALMOULOUD, 2007) entre **estudantes**. No entanto, a identificação deste obstáculo permitiu que intervíssemos e explicássemos a maneira correta de pensar na resolução do problema proposto e deste modo, essa forma errada de pensamento não seria mais levada adiante.

Enfim, atividades realizadas em um Laboratório de Ensino de Matemática proporcionam além da identificação de obstáculos, autonomia intelectual para o educador e o educando, visto que com uma única atividade é possível trabalhar diversos conteúdos relacionados à matemática.

Como a metodologia de Laboratório não está contemplada na grade curricular do curso de matemática, seria interessante que professores, acadêmicos e futuros professores participassem de cursos nesse sentido para promover uma mudança significativa no ensino de matemática aniquilando a ideia de que a matemática é só para gênios além de ser chata, complicada e muito abstrata.

Dentre tantas outras lições, este trabalho me proporcionou a reflexão sobre como devo conduzir as minhas aulas e o tamanho da minha responsabilidade perante os meus alunos. Responsabilidade, porque ao ensinar sem fundamentos teóricos, posso estimular ou até mesmo provocar um obstáculo que irá incomodar meu aluno até que esse seja superado. Deste modo, ao invés de contribuir para seu aprendizado, estarei dificultando sua construção de conceitos.

Logo, concluo que, se temos intenção de melhorar o ensino, precisamos ouvir e nos relacionar mais com aqueles que estão presentes nas salas de aula todos os dias, enfrentando diferentes perfis de alunos e organizações de escolas: os professores. Só assim, poderemos estabelecer uma relação na educação entre a teoria e a prática.

> [...] um novo desafio para entender a interação, no mundo dos professores, de correntes que favorecem a mudança e que resistem a ela. Encontrar meios para apoiar a evolução destas correntes pode estar entre as mais importantes contribuições que se pode fazer para promover uma mudança educacional (PAPERT, 1994, p. 58).

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALVES-MAZZOTTI, Alda J.; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

ALMEIDA, Maria I. de. Ações organizacionais e pedagógicas dos sistemas de ensino: políticas de inclusão? In: ROSA, Dalva E. G.; SOUZA, Vanilton C. de. (Org.). **Políticas organizativas e curriculares, educação inclusiva e formação de professores.** Rio de Janeiro, RJ: DP&A, 2002.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico.** Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** São Paulo, Martins Fontes, 1977.

BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor:** o cotidiano da escola. Petrópolis: Vozes, 1993.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de C.; ARAÚJO, Jussara de L. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autentica, 2004.

BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática.** In: Educação Matemática em Revista; nº 6; ano 5.

BROUSSEAU, Guy**. Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques.** In: BEDNARZ, Nadine & GARNIER, Catherine. *Construction des savoirs:* obstacles & conflicts. Colloque International obstacle épistémologique et conflit sócio-cognitif. Montreal: Agence d'ARC inc. – CIRADE, 1989. (pp. 41-63).

_________________. **Les obstacles epistèmologiques et les problemes en mathématiques.** RDM, v.4, n.2, Grenoble, 1983. (pp. 165-198).

BRUNER, J. S. **O processo da educação.** São Paulo, Nacional, 1978.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática.** Boletim SBEM, São Paulo, ano 4, n.7, de julho-agosto de 1990.

FLORIANI, José Valdir. **Professor e pesquisador:** (exemplificação apoiada na matemática). 2 ed. Blumenau: Ed. da FURB, 2000.

GOMES, Maristela Gonçalves. **Obstáculos na Aprendizagem Matemática:** identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais. 2006. 161 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina.

JAPIASSU, Hilton Ferreira. **Introdução ao pensamento epistemológico.** Rio de Janeiro, 4 ed.,1986.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: **______** (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana L.S., PASSOS, Norimar C. **Os Jogos e o Lúdico na aprendizagem escolar.** Porto Alegre: Artmed, 2005.

MUNIZ, Cristiano A. A criança das Séries Iniciais faz Matemática? In: PAVANELLO, Regina M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental:** A pesquisa e a sala de aula. São Paulo, SP: Coleção SBEM Volume 2, 2004.

Parametros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Secretária de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças:** repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

PIAGET, Jean.; GARCIA, Rolando. **Psicogênese e História das Ciências.** Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1987.

PONTE, João P.; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POMBO, Olga. **Os Lugares da Escola.** Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/hfe/lugares/index.html> Acesso em: 22 de julho de 2009.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Zélia. **Psicologia e Epistemologia Genética de Jean Piaget.** São Paulo: EPU, 1988.

REBOUL, Olivier. **Introdução à Retórica.** São Paulo: Martins Fontes, 2004.

RUIZ, Adriano Rodrigues, BELLINI, Luzia Marta. **Matemática:** epistemologia genética e escola. Londrina: Ed. UEL, 2001.

SEM FRONTEIRAS, Universidade. **Atividades de Laboratório de Ensino de Matemática.** Resultados obtidos no subprograma: Apoio às Licenciaturas. Projeto Laboratório de Ensino: um espaço de aprendizagem e de divulgação da matemática, 2009.

SIERPINSKA, Ana. Sur um programme de recherche lié à la notion de obstacle épistemologique. In: N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), **Construction des savoirs. Obstacles et conflits.** Montreal: Agence d'ARC. 1989. (pp.130-147).

SPINILLO, Alina G.; MAGINA, Sandra. Alguns ‘mitos’ sobre a Educação Matemática e suas conseqüências para o Ensino Fundamental. In: PAVANELLO, Regina M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a sala de aula.** São Paulo, SP: Coleção SBEM Volume 2, 2004.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática.** São Paulo: Edição Saraiva, 1962.

APÊNDICE A

1º QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES DA REDE PÚBLICA DO NÚCLEO DE ENSINO

MINI-CURSO SOBRE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Primeira Parte:

a) Idade:

b) Há quanto tempo leciona?

c) Quais as séries que leciona?

d) Trabalha em meio urbano ou rural?

e) Você exerce outra profissão além de professor?

f) Sexo:

g) Número:

Segunda Parte:

1) Com base no que você já leu, ouviu falar ou discutiu com colegas, o que compõe um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e para que ele serve?

2) Você acha que os professores de Matemática trabalhariam em um LEM com seus alunos de forma satisfatória?

3) Como você pensaria o uso de materiais didáticos manipuláveis em suas aulas de Matemática? Você acredita ser possível? Há limites?

4) Com base no que conhece, cite aspectos positivos e negativos do uso do LEM.

5) Você acredita ser possível, pelo uso do LEM, identificar obstáculos pedagógicos para a aprendizagem de seus alunos em determinados assuntos da Matemática?

6) Se a escola em que você trabalha não possui um LEM, quais recursos você utilizaria para trabalhar com esta metodologia?

7) Para você (professor), é mais fácil dar aulas com materiais didáticos manipuláveis ou sem estes materiais?

APÊNDICE B

2º QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES DA REDE PÚBLICA DO NÚCLEO REGIONAL DE ENSINO

MINI-CURSO SOBRE LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

NÚMERO:

1) Com base no que foi trabalhado e discutido neste mini-curso, o que compõe um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e para que ele serve?

2) Você acredita que os professores de Matemática trabalhariam em um LEM com seus alunos de forma satisfatória?

3) Como você pensaria o uso de materiais didáticos manipuláveis em suas aulas de Matemática? Você acredita ser possível? Há limites?

4) Com base no que conheceu neste mini-curso, cite aspectos positivos e negativos do uso do LEM.

5) Você acredita ser possível, utilizar o LEM para identificar obstáculos que impedem a aprendizagem de seus alunos em determinados assuntos da Matemática?

6) Se a escola em que você trabalha não possui um LEM, quais recursos você utilizaria para trabalhar com esta metodologia?

7) Para você (professor), é mais fácil dar aulas com materiais didáticos manipuláveis ou sem estes materiais?

8) O que este mini-curso acrescentou para a sua formação como professor de Matemática?

9) Agora que conhece o LEM, você acredita que esta metodologia realmente auxilia na aprendizagem?