UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

DENISE FABIANA FIGUEIREDO

UMA PROPOSTA DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

MARINGÁ – PR
2013

DENISE FABIANA FIGUEIREDO

UMA PROPOSTA DE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Lilian Akemi Kato

MARINGÁ – PR
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

F475p

Figueiredo, Denise Fabiana
Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática na sala de aula / Denise Fabiana Figueiredo. -- Maringá, 2013.
122 f. : il., figs., tabs.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Lilian Akemi Kato.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matmática, 2013.

1. Avaliação da aprendizagem - Atividade de modelagem matemática. 2. Aprendizagem Significativa - Modelagem Matemática. 3. Modelagem Matemática - Avaliação da aprendizagem. 4. Educação matemática - Modelagem Matemática. I. Kato, Lilian Akemi, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matmática. III. Título.

CDD 21.ed. 510.7

GVS-001592

**“Grandes realizações são possíveis,
quando se dá importância aos pequenos começos.”(Lao Tsé)**

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos:

Primeiramente, a Deus de quem procede todas as coisas e é meu refúgio nas dificuldades.

À minha família, minha base, que me apoia desde o começo e incentiva a persistir nos estudos e sempre almejar meus sonhos.

À minha orientadora, Lilian Akemi Kato, que acompanha meus passos desde o início, orientando-me por caminhos que, sem ela, jamais trilharia. Serei eternamente grata pela sua dedicação, paciência, compromisso e apreço.

Ao meu futuro esposo, Ronaldo Lopes, que é meu companheiro inseparável desde o início dos meus estudos; ajuda-me sempre em todos os sentidos; apoia-me em todas as decisões e sem ele minha vida não estaria completa.

A todos os meus amigos que torcem pelo meu sucesso, em especial às minhas companheiras Juliana, Simone e Patrícia, que considero mais que amigas.

À banca examinadora pelas considerações que aprimoraram esta pesquisa;

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, que por intermédio de sua Coordenação e Secretaria;

E à Capes, que financiou este projeto.

DENISE FABIANA FIGUEIREDO

Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Profa. Dra. Elaine Cristina Ferruzzi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Universidade Federal do Pará – UFPA

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba
Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho" – UNESP

Maringá, 29 de janeiro de 2013.

Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem Significativa em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula

RESUMO

Dentre as dificuldades enfrentadas por pesquisadores e professores, para a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula, destacamos, nesta pesquisa, a carência de um instrumento avaliativo da aprendizagem do aluno em atividades fundamentadas nesta estratégia de ensino. O texto de Borba, Meneghetti e Hermini (1999) propõe cinco critérios para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática que fundamentou nossa busca de possíveis elementos avaliativos da aprendizagem do aluno, em atividades de Modelagem Matemática, que pudesse ser implementados em sala de aula. A partir da análise destes cinco critérios, que avaliam o sucesso de uma atividade de Modelagem, construímos três parâmetros norteadores para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno, em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas na sala de aula. Esta proposta, de avaliação, deve contribuir para a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula, uma vez que fornece subsídios aos professores desde o planejamento da atividade até a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos.

Palavras-chave: Avaliação da aprendizagem, Aprendizagem Significativa, atividade de Modelagem Matemática.

ABSTRACT

Among the difficulties faced by researchers and teachers, for the inclusion of mathematical modeling in the classroom, this research highlighted the lack of assessment tool for student learning activities based on this teaching strategy. The text of Borba, Meneghetti and Hermini (1999), in which the authors propose five criteria for evaluating a mathematical modeling activity, based on the elements for possible assessment of student learning activities in mathematical modeling, which could be implemented in the classroom. From the analysis of these five criteria, which evaluate the success of a modeling activity, built three guiding parameters to assess the student in meaningful learning activities developed mathematical modeling in the classroom. This proposal, evaluation, shall contribute to the integration of mathematical modeling in the classroom, as it provides subsidies to teachers planning for assessment of students' learning meaningful.

Keywords: Learning Evaluation, Significant Learning, activity of Mathematical Modeling.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos do ensino da matemática é propiciar aos alunos, condições para que possam interpretar e representar a realidade por meio de modelos matemáticos, que permitam resolver problemas e participar ativamente do meio em que vive.

Além disso, o ensino da matemática deve oportunizar condições aos alunos para formarem uma opinião própria que lhes permita uma expressão crítica, sobre situações variadas, autonomia e cooperação.

Recomendações como estas são encontradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio (BRASIL, 1999), em que a Matemática assume valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento dedutivo, desempenhe papel instrumental, visto que é uma ferramenta para a compreensão das diversas situações-problemas do cotidiano das pessoas e, ainda, favoreça a formação de opiniões que expressem sua autonomia e cooperação na sociedade.

São várias as consequências dessas recomendações no ensino como, por exemplo, mudanças nas aulas de Matemática, privilegiando um ensino diferenciado daquele centrado na aquisição de conhecimentos, além disso, o perceptível reflexo, referente à incorporação na sala de aula, de pesquisas advindas das Tendências em Educação Matemática, como é o caso da Modelagem Matemática.

Essa visão do ensino ainda precisa ser cultivada junto aos educadores e educandos, para que estes possam assumir uma nova postura nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, permitindo assim um sistema educacional coerente com o perfil sociocultural que exige a formação de alunos críticos e reflexivos.

Esse cenário é facilmente detectado quando são desenvolvidas atividades utilizando a Modelagem Matemática. Nesse contexto, a aprendizagem do aluno não se resume em acumular, memorizar, reproduzir ou aplicar o que é ensinado. A aprendizagem é tida como transformadora com ênfase no aprender no sentido de compreender, desse modo ultrapassa o simples cumprimento das tarefas escolares.

Autores como Blum et al. (2002), Kaiser et al. (2007), Bassanezi (2004), Biembengut, Hein (2000), entre outros, defendem a inclusão de atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar, destacando o desenvolvimento de atitudes críticas, criativas e explorativas.

Tais autores salientam, ainda, o favorecimento da interdisciplinaridade, proporcionando a motivação dos alunos em utilizarem os conhecimentos matemáticos em problemas de outros campos do conhecimento.

Esta discussão nos indica que a aprendizagem deve, também, proporcionar aos alunos condições para conseguir aproximar o que é visto na escola com a realidade vivida por ele. Para tanto, não basta aprender, é necessário aprender com significado. Por esses motivos nos voltamos ao estudo da Teoria da Aprendizagem Significativa.

A Teoria da Aprendizagem Significativa, desenvolvida por David Paul Ausubel, trata-se de uma teoria psicológica e cognitiva de aprendizagem, proposta para explicar os mecanismos por meio dos quais ocorrem a aquisição, a assimilação e a retenção dos grandes corpos de significados do conhecimento escolar.

Essa teoria prioriza o conhecimento que o aluno já possui, ou seja, o conhecimento prévio, que é constituído pelo conjunto total e organizado dos conteúdos, ideias, conceitos e proposições que se encontram estabelecidos na estrutura cognitiva do indivíduo.

Para uma nova informação ser incorporável à estrutura cognitiva do aluno, esta deve ser proposta numa linguagem eficaz e condizente com o seu nível de conhecimento, proporcionando a interação, de maneira não-arbitrária e não-literal, com os conhecimentos prévios, claros e disponíveis em sua estrutura cognitiva.

Além disso, para aprender com significado, o aluno deve estar interessado e disposto, ou seja, precisa querer envolver-se com as atividades propostas e interagir com as novas informações.

Embora a intencionalidade do aluno em aprender, seja algo voluntário, há mecanismos que podem estimular esta ação. Nesse sentido, apontamos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino que favorece a aprendizagem significativa.

Nesse contexto, a escolha específica pela Teoria da Aprendizagem Significativa desenvolvida por David Ausubel, se deve ao fato de a sala de aula ser um ambiente com grande diversidade, tanto no aspecto cognitivo quanto no social.

A aprendizagem significativa é uma forma de incluir todos os níveis do conhecimento e, também, considerar a experiência de vida de cada um dos alunos, possibilitando, dessa maneira, que todos desencadeiem a construção de seu conhecimento de acordo com suas características individuais.

Gibram, Araújo e Campos (2011) investigaram quais concepções de aprendizagem foram explicitadas nas modalidades de comunicações científicas e debates temáticos, apresentados na VI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática.

Dos 36 trabalhos analisados, os autores encontraram 19 que abordam a aprendizagem e, destes, apenas quatro definem, explicitamente, suas concepções de aprendizagem: um deles, Kluber e Pereira (2009), se baseia na concepção de aprendizagem em que, para entender a matemática não basta compreender o conhecimento pronto, é preciso fazer investigações de natureza matemática, pois só assim o aluno poderá dominar os seus conhecimentos e utilizá-los para transformar o mundo.

Outro trabalho selecionado foi o de Ferruzzi e Almeida (2009), em que as autoras se amparam na perspectiva sociointeracionista de Vygotsky e na perspectiva socioepistemológica, segundo as quais as interações sociais levam à aprendizagem dos conceitos que, por sua vez, conduzem ao desenvolvimento do indivíduo.

Os outros dois trabalhos são Silva, Nogueira e Kato (2009) e Venâncio e Kato (2009) que se apoiam na Teoria da Aprendizagem Significativa idealizada por David Ausubel, definida como o processo pelo qual um novo conhecimento interage e se incorpora, de maneira substancial e não-arbitrária, a conhecimentos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Nesta concepção, para que ocorra uma aprendizagem significativa, é necessária a observação de duas condições: o aluno tem que estar predisposto a aprender e o material, com o qual vai ocorrer a interação, deve ser potencialmente significativo.

De maneira geral, os trabalhos analisados por Gibram, Araújo e Campos (2011) apontam que o uso da Modelagem Matemática, como favorecedora da aprendizagem do aluno, tem sido alvo de muitas pesquisas no âmbito escolar, ainda que não seja explicitado qual o tipo de aprendizagem que se refere.

Além disso, o uso da Modelagem Matemática para o favorecimento da aprendizagem significativa, não é algo novo na literatura, existem alguns trabalhos que apresentam possíveis relações entre a Modelagem Matemática e a aprendizagem significativa como, por exemplo, os trabalhos de Borssoi (2004), Barbieri e Burak (2005), Fontanini (2007).

Independentemente do tipo de aprendizagem que se pretende atingir, por meio de atividades de Modelagem Matemática, a sua prática na sala de aula ainda é pouco atuante, pois o professor se depara com diversas dificuldades em relação ao uso dessa tendência no ambiente escolar.

É crescente a preocupação com relação às dificuldades dessa natureza, que põe em dúvida, por parte do professor, a viabilidade da inserção da Modelagem Matemática na sala de aula. Podem ser levantados, ainda, questionamentos sobre como avaliar a aprendizagem do aluno quando se utiliza essa tendência no ambiente escolar.

Em um estudo feito para saber o que os professores pensam sobre a utilização de atividades de Modelagem Matemática, Barbosa (1999) concluiu que eles reconhecem obstáculos para implementá-la, embora concordem que essa prática traz vantagens para a aprendizagem matemática.

Os autores Vertuan (2011) e Bisognin (2011) discutem algumas dessas dificuldades, por exemplo, a organização da escola, as imposições do currículo, os programas das disciplinas, a carga horária limitada e a própria insegurança do professor em relação ao conteúdo matemático.

Chaves e Santo (2004) citam o engessamento dado à definição de Modelagem Matemática por alguns pesquisadores, a falta de tempo do professor para elaborar as atividades e a formação inicial do professor, que não o prepara para trabalhar com a interdisciplinaridade e multidisciplinaridade requerida pela Modelagem.

Essas dificuldades estão intimamente relacionadas como os alunos, participantes de uma atividade de Modelagem Matemática no ambiente escolar, serão avaliados. Pois a escola impõe ao professor a apresentação de um quadro avaliativo do desempenho e aprendizagem dos alunos.

Apontamos ser este um fator que pode causar receio, por parte dos professores, na utilização da Modelagem Matemática e pretendemos, com este trabalho, apresentar uma proposta para a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Encontramos poucos trabalhos na literatura que discutem a avaliação da aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula. Também, poucos trabalhos tratam, de algum modo, da avaliação da atividade de Modelagem Matemática.

Em uma busca na literatura sobre este tema, encontramos o artigo dos autores Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que propõe cinco critérios para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática.

Neste artigo, intitulado "Estabelecendo critérios para avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas", publicado em 1999, os autores Borba, Meneghetti e Hermini desenvolveram uma atividade de Modelagem Matemática com uma turma de alunos do curso de Ciências Biológicas que, segundo eles, "não deu certo".

Para justificar seu juízo de valor, estes autores determinaram os principais pontos da atividade desenvolvida que justificavam esta opinião. Estes pontos foram apresentados como critérios que justificaram a avaliação negativa do sucesso da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida.

Os cinco critérios para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática, propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), serão denominados, neste trabalho, por C1, C2, C3, C4 e C5. São eles:

C1 – O grupo de alunos que não relacionar a matemática já estudada fora do curso com o problema que escolheu para investigar, mesmo quando a ligação é sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, a Matemática e o tema por eles escolhidos se apresentam de forma desconexa, com uma relação apenas superficial.

C2 – O grupo de alunos não associar conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado no início da disciplina (este critério é válido quando o conceito matemático é pertinente ao tema estudado pelo grupo).

C3 – O grupo de alunos não conseguir, a partir do seu projeto, desenvolver ou tornar mais específicos conceitos matemáticos ou de outra natureza que estejam relacionados com o tema de pesquisa deles.

C4 – O professor que não conseguir detectar a tempo que, por algum motivo, o trabalho desenvolvido pelo grupo está deficiente.

C5 – O professor, enquanto liderança, que se mostrar incapaz de propor rumos para um trabalho que se revelou deficiente para ele, posteriormente.

Esses critérios foram propostos com a intenção de avaliar o sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática e foi desenvolvida, posteriormente, a realização desta, além disso, não é discutida, explicitamente, a questão da aprendizagem do aluno.

Nesse contexto, utilizando os critérios C1, C2 e C3 que se referem, especificamente, ao comportamento dos alunos durante a atividade de Modelagem Matemática, investigamos possíveis implicações, decorrentes da utilização desses três critérios, que forneçam elementos para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula.

Os elementos elencados, a partir da análise destes três critérios, resultam das possíveis articulações com as características principais da Teoria da Aprendizagem Significa, buscando contemplar nosso objetivo de construir uma proposta para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula.

Utilizamos referências específicas da Modelagem Matemática e da Teoria da Aprendizagem Significativa, com vistas ao processo de construção dos Parâmetros para avaliação da aprendizagem do aluno, em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, que irão compor nossa proposta.

Com o objetivo específico de exemplificar e ilustrar a utilização dos Parâmetros construídos, desenvolvemos duas atividades de Modelagem Matemática com uma turma do 3º ano do Ensino Médio. O planejamento destas atividades levou em consideração o contexto onde os alunos estavam, sendo que foram desenvolvidas durante as aulas de Matemática, cedidas pelo professor da turma.

Também, fizemos a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos nas atividades desenvolvidas, de maneira coletiva e individual, utilizando os Parâmetros construídos.

Apresentamos, no último capítulo, uma análise de caráter complementar à nossa proposta de avaliação, com o objetivo de especificar as possíveis ações dos alunos compreendidas em cada parâmetro, contribuindo para pesquisas futuras.

Pretendemos, com esta pesquisa, contribuir para o debate acerca da avaliação da aprendizagem significativa, quando se utiliza a Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Além disso, nossa proposta pode ser o passo inicial para os professores superarem algumas das dificuldades enfrentadas na sala de aula, em relação aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Capítulo 1: Modelagem Matemática

Esse capítulo tem por objetivo explanar a concepção de Modelagem Matemática adotada para esta pesquisa, de maneira a abordar suas especificidades que serão contempladas nesse trabalho. Também apresentamos uma discussão acerta da inclusão da Modelagem Matemática na sala de aula, norteando os principais aspectos referentes a este tema, como a argumentação favorável e as dificuldades que o professor enfrenta em seu dia a dia.

1.1 Modelagem Matemática

É recente a integração da Modelagem Matemática em documentos oficiais do Ministério da Educação e Cultura (MEC) como uma estratégia para potencializar a aprendizagem Matemática na Educação Básica (BRASIL, 2006).

Essa integração se deve aos diversos desafios que o ensino de Matemática enfrenta, sendo o principal preocupar-se com a formação do aluno como um cidadão atuante, capaz de desempenhar suas atividades sociais, proporcionando interação entre a Matemática que é aprendida na escola e a que é praticada no dia a dia.

Para tanto, surgem muitos questionamentos sobre "o que é?", "como fazer?" e até que ponto é viável a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula. As respostas a estas questões provavelmente não serão únicas, pois não existe uma única caracterização do processo de modelar.

Alguns autores ou grupos de autores, que iremos estudar adiante, apresentam pesquisas sobre a Modelagem Matemática em contextos diferentes o que acaba influenciando na concepção de cada autor ou autores.

As concepções, que se apresentam atualmente, sobre a Modelagem Matemática, voltadas para os processos de ensino e de aprendizagem evidenciam uma convergência para o estudo do tema.

As maneiras de conceber a Modelagem no Ensino de Matemática são influenciadas pelas experiências de cada autor e pelo nível de ensino no qual se propõem a trabalhar. Assim, adotar ou seguir determinada concepção implica no estabelecimento de objetivos diferentes e em maneiras distintas de conduzir ou propor uma atividade de Modelagem Matemática.

Considerando o nosso objetivo, que é construir uma proposta para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, é importante destacarmos algumas das concepções presentes na literatura que influenciam direta ou indiretamente a utilização dessa estratégia de ensino no ambiente escolar.

Ao destacar alguns autores, não temos o intuito de escolher ou impor as concepções de Modelagem Matemática corretas, mas de destacar as características que norteiam o desenvolvimento de uma atividade fundamentada nesta estratégia de ensino.

Bassanezi (2002) considera a Modelagem como "o estudo de situações ou problemas reais usando a Matemática como linguagem para sua compreensão, simplificação e resolução para uma possível previsão ou modificação do objeto estudado" (Bassanezi, 2002, p. 5), sendo que o processo de modelar pode ser interpretado como um método de investigação, ou seja, possibilitando a aprendizagem de conteúdos matemáticos interligados a conhecimentos de outra natureza.

Esse autor acredita que quando a aprendizagem acontece por meio da Modelagem Matemática, os estudantes conseguem relacionar alguns aspectos da matemática com suas aplicações, aproximando o conhecimento matemático estudado na escola com a realidade social do grupo. Portanto, a Modelagem Matemática no ensino pode ser um dos caminhos que levam os alunos a despertar maior interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir.

Segundo Burak (1992), a Modelagem Matemática é um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do cotidiano vivido pelas pessoas, ajudando-as a fazer predições e tomar decisões. O autor considera em sua concepção dois princípios básicos: o interesse do grupo e a obtenção de informações do ambiente em que se encontra o interesse do grupo.

Essa concepção é direcionada para um ensino que prima pela construção do conhecimento, dando espaço para a contextualização, que é fruto de influências recebidas das Ciências Humanas, como afirma o próprio autor.

Biembengut (2004, p. 17) define a Modelagem Matemática como "um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento".

Para a autora, a Modelagem Matemática caracteriza-se como uma metodologia de ensino e aprendizagem, que busca, em situações ou temas do cotidiano, questões que para serem respondidas necessitam da mobilização de conhecimentos e ferramentas matemáticas.

No contexto educacional, em particular no que se refere ao processo de aprendizagem promovido pela Modelagem Matemática, destaca que:

> [...] a modelagem matemática pode tornar-se caminho para despertar no aluno interesse por assuntos de matemática e, também, de alguma área da ciência que ainda desconheça, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar, matematicamente (BIEMBENGUT, 2004, p.23).

Dessa maneira, consideramos que esta concepção evidencia o favorecimento da aprendizagem quando se desenvolve atividades de Modelagem Matemática.

Barbosa (2001, p.31) considera a Modelagem Matemática “como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”.

Para este autor, os conceitos e as ideias matemáticas se encaminham de acordo com o desenvolvimento das atividades, e estas proporcionam oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade.

Essa concepção considera a atividade de Modelagem Matemática como um processo, em que os alunos não precisam seguir um único caminho e o modelo não precisa retratar fielmente o fenômeno estudado (Barbosa, 2003, p. 5), tornando a atividade de Modelagem Matemática aberta.

Barbosa (2001) deixa claro que o papel do professor é fundamental para a utilização da Modelagem como estratégia de ensino em sala de aula, e que a escolha do tema depende dele e de seus objetivos, podendo deixar a cargo dos estudantes, escolhendo em conjunto com eles ou propondo um assunto para ser estudado. Também dá destaque a importância da participação do aluno na atividade e da orientação do professor para a superação das dificuldades.

Segundo o autor, a Modelagem Matemática configura-se como um ambiente de aprendizagem, no qual ocorre a atividade investigativa sobre temas ou situações de outras áreas do conhecimento ou da realidade, conduz o aluno à aprendizagem do conteúdo matemático envolvido na situação.

Almeida e Ferruzzi (2009) definem a Modelagem Matemática como um procedimento criativo e interpretativo, no sentido de se obter uma representação matemática para um objeto, matemático ou não, incorporando suas características essenciais.

Segundo as autoras, quando esta representação ocorrer em sala de aula evidenciam-se diversos focos de pesquisa: a relação entre conhecimentos matemáticos e extramatemáticos; o envolvimento dos alunos e do professor; o uso das tecnologias de comunicação e informação em atividades de Modelagem Matemática.

As concepções apresentadas evidenciam o favorecimento da aprendizagem, de conteúdos matemáticos e de outras áreas, quando se utiliza a Modelagem Matemática no processo de ensino na sala de aula.

Consideramos essa variedade de concepções benéfica para o desafio de inserir a Modelagem Matemática na sala de aula, pois o professor tem maior flexibilidade de escolha em relação à maneira em que irá trabalhar, dependendo de cada conteúdo ou contexto vivido no ambiente escolar.

A partir do exposto, entendemos que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino, que deve ser utilizada na sala de aula, para proporcionar aos alunos o desenvolvimento de seus conhecimentos, a partir de situações oriundas de diversas áreas do conhecimento que despertem interesse e curiosidade, sendo a aprendizagem uma consequência nesse processo.

Concluímos assim que, se é possível ensinar Matemática, no ambiente escolar, utilizando a Modelagem Matemática, e que devemos, também, estar preparados para avaliar esse ensino. Dessa maneira, pretendemos, por meio deste trabalho, desenvolver uma proposta para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno, quando o professor opta por utilizar essa estratégia de ensino em algum momento, no ambiente escolar.

1.2 Modelagem Matemática na sala de aula

Atualmente, o número de pesquisas e trabalhos que relatam experiências de atividades de Modelagem Matemática tem aumentado de forma significativa em eventos de Educação Matemática, como por exemplo, a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, realizada desde 1999. Dentre estes trabalhos destacam-se muitos realizados na sala de aula.

A Modelagem Matemática também é tema de grupos de pesquisa na Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, o que é um incentivo para a produção de teses, dissertações e artigos acadêmicos sobre o assunto, além de favorecer sua inclusão nos documentos que regulam o ensino de Matemática no Brasil.

As Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE), no capítulo específico de Matemática, ao falar de Modelagem Matemática, deixa claro que o trabalho pedagógico com a Modelagem Matemática possibilita a intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive, por isso, contribui para sua formação crítica (PARANÁ, 2008).

Com o crescente campo de pesquisa da Modelagem Matemática intensificou-se os debates sobre suas concepções, objetivos e perspectivas, buscando definir uma identidade para este campo. A inserção de Modelagem Matemática na aula de matemática constitui parte desse debate atual, que envolve as abordagens inovadoras para a educação matemática.

Documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais, livros (BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT, HEIN, 2000) e diversos artigos em periódicos, recomendam a pertinência de atividades desta natureza.

Bassanezi (2004) delimita algumas condições que a atividade de Modelagem Matemática favorece, para defender sua inclusão na sala de aula. Esses argumentos envolvem o desenvolvimento de atitudes críticas, explorativas e criativas por parte do aluno, a formação do cidadão, a percepção da Matemática como um instrumento para resolver problemas reais, compreensão de conceitos matemáticos e, por fim, a facilitação da aprendizagem.

Essa argumentação representa alguns dos principais objetivos da atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, desenvolvidas atualmente, e graças a incentivos como estes a sua disseminação está cada vez maior entre pesquisadores, professores atuantes e em formação acadêmica, o que contribui para a consolidação da Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino viável e de grande importância para a formação do estudante.

A aplicação da problematização de situações do cotidiano possibilita, aos alunos o desenvolvimento de capacidades cognitivas que permitem, entre outras coisas, a tomada de decisões em processos de resolução de problemas. Bassanezi afirma que:

> [...] a Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participa do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças (BASSANEZI, 2002, p.177).

Coletar informações, formular hipóteses e testá-las, obter modelos e validá-los para responder o problema proposto, além de tornar a matemática escolar mais interessante, oportuniza ao aluno o processo de refletir sobre a importância da matemática para situações reais. Esta reflexão permite que o aluno compreenda a sua ação, reorganize ou aprofunde o seu conhecimento acerca do problema em estudo e, interagindo os conhecimentos construídos, desenvolve sua competência profissional futura.

Essa é uma visão geral das características fundamentais da Modelagem Matemática no ambiente escolar, visando a matematização[1] da realidade, o que nos remete à observação

[1] 'Matematização' diz respeito à visualização, transição de linguagens, ao uso de símbolos para realizar descrições matemáticas (Ferruzzi, 2011, p. 25).

dos elementos que vão constituir o contexto em que vai se dar a atividade de Modelagem Matemática.

Ferruzzi (2011) discute, em sua tese, os possíveis contextos que uma atividade de Modelagem Matemática pode proporcionar aos alunos. Destacamos o contexto simulado que "é uma representação do contexto real, tendo sua origem no contexto real e reproduzindo parte de suas características. O contexto simulado faz referência às situações da vida cotidiana que são retomadas e transformadas em atividades de ensino e aprendizagem" (FERRUZZI, 2011, p. 24).

Desse modo, quando utilizamos um tema que tenha origem em um fato real, este se torna um problema matemático, que deve ser resolvido a partir dos elementos fornecidos, bem como as limitações, as condições e as características da situação inicial, solucionando o problema por meio da matemática.

Pode-se afirmar, então, que o contexto simulado cria um ambiente propício às interações sociais, favorecendo a aprendizagem dos alunos, pois, segundo Ferruzzi (2011, p. 25) o contexto simulado

> trata-se, portanto, de uma situação que de fato acontece, os dados obtidos são reais e relativos a um fenômeno que acontece em algum setor da sociedade. Para o tratamento desta situação, muitas vezes, a mesma é simplificada, transformando-se em uma situação passível de resolução para os envolvidos (FERRUZZI, 2011, p. 25).

O professor pode utilizar o contexto simulado para conseguir trabalhar com diversos conteúdos, presentes na estrutura curricular, que muitas vezes são difíceis de encontrar aplicação práticas ou situações reais em que o aluno utilize tais conceitos.

Apesar de todo o avanço nas pesquisas com Modelagem Matemática, essa tendência ainda enfrenta dificuldades e obstáculos, principalmente relacionados com a possibilidade de ser implantada no ambiente escolar, relacionados tanto às apreensões dos professores quanto com as limitações da escola. Segundo Bisognin (2011):

> Estas dificuldades podem estar relacionadas à organização da escola; ao currículo; aos programas das disciplinas; ao livro didático; à carga horária do professor diante dos alunos; à insegurança do professor e ao conteúdo matemático. Outra dificuldade diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática e ao papel do professor e dos alunos. Estas dificuldades são intrínsecas ao processo de modelagem na sala de aula e a exploração da Matemática envolvida nesse processo (BISOGNIN, 2011, p. 1).

É crescente a preocupação com relação às dificuldades dessa natureza, que põe em dúvida, por parte do professor, a viabilidade de utilizar a Modelagem Matemática na sala de aula. Podem ser levantados, ainda, questionamentos referentes como avaliar a aprendizagem do aluno quando se utiliza essa estratégia de ensino no ambiente escolar.

Barbosa (2001) considera três níveis em que pode ocorrer a modelagem matemática em sala de aula; estes níveis não representam uma divisão das atividades de modelagem, mas são zonas de possibilidades sem limites que ilustram a modelagem matemática em sala de aula:

Nível 1 – trata-se da problematização de um assunto proposto, por meio das informações quantitativas e qualitativas presentes no material dado e a partir deles os alunos investigam o problema proposto.

Nível 2 – o professor apresenta um problema numa dada situação e os alunos é que coletam os dados necessários para a investigação.

Nível 3 – a partir de um tema, os alunos propõem problemas e coletam dados para investigar e obter soluções.

Devemos destacar que quanto maior o nível, cabe aos próprios alunos as tarefas de problematizar, coletar dados e buscar soluções para o problema, ou seja, a participação dos alunos vai gradativamente se ampliando conforme o nível abordado.

Também é importante que o professor insira atividades de Modelagem Matemática, na sua prática docente, de maneira gradativa. Com essa ideia, Almeida (2004) propõe três momentos em que as atividades de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidas:

Primeiro momento - o professor apresenta e discute uma atividade de modelagem com a turma. O professor, a partir de um tema proposto por ele, deve envolver os alunos com a atividade e estimulá-los a refletir sobre a situação em estudo e, consequentemente, sobre os conteúdos matemáticos nela abordados, enquanto percorre os processos de modelagem.

Segundo momento - o professor propõe à turma uma situação-problema acompanhada por um conjunto de informações e os orienta na formulação das hipóteses e na formulação do problema. O desenvolvimento da atividade de modelagem pode acontecer com os alunos reunidos em grupo.

Terceiro momento - o professor incentiva os alunos a investigarem uma situação de seu interesse. Neste momento, é sugerido que os alunos trabalhem em grupos. A escolha do tema e do problema a ser investigado, a busca dos dados, o levantamento de hipóteses, a dedução do modelo, a resolução do problema e a interpretação da solução obtida deve ser responsabilidade dos alunos. Ao professor cabe acompanhar as discussões dos alunos e fazer interferências quando necessário.

Em qualquer um desses momentos, para que os alunos assumam sua participação e responsabilidade, cabe ao professor estimular a participação deles e fazer da sala de aula um ambiente de discussão de ideias.

A Modelagem Matemática, usada como estratégia de ensino nas aulas de matemática, ajuda os alunos a desenvolverem uma forma diferente de pensar, criar, construir, analisar, estabelecer relações entre conteúdos matemáticos e a sua vivência, proporcionando um ambiente interessante e estimulador, que aprender é decorrente da interação com o problema proposto.

Assim, o aluno consegue desenvolver sua própria autonomia, apropriando-se de novos conceitos, ajudando na formulação, valorizando seus conhecimentos anteriores, dando sentido e clareza aos conteúdos matemáticos e atribuindo significado às ideias matemáticas.

Diante do exposto, acreditamos que a Modelagem Matemática pode trazer muitos benefícios ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que esta metodologia de ensino visa inserir no contexto escolar elementos do cotidiano dos alunos.

Logo, o foco de estudo desse trabalho é investigar possibilidades para a avaliação da aprendizagem do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula; preencher uma lacuna na Educação Matemática no que se refere às pesquisas existentes sobre essa tendência.

Além disso, esse estudo pretende contribuir para a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula, pois atende a uma exigência do currículo do Ensino Básico que é a avaliação das atividades realizadas pelos alunos, o que pode se compor em uma dificuldade dos professores em utilizar a Modelagem Matemática na sala de aula.

1.3 As etapas da Modelagem Matemática

As concepções acerca da Modelagem Matemática abordam de maneira geral seu processo. No entanto, a maneira como cada professor vai utilizar essa tendência no contexto em que os alunos estão inseridos depende de muitos fatores.

Dessa maneira, para fins didáticos alguns autores dividem a atividade de Modelagem Matemática em etapas, que tem por função organizar a condução da atividade. Tais etapas ajudam em muito os professores e os pesquisadores iniciantes no estudo dessa tendência além de desempenhar um papel exemplificador de algumas concepções de Modelagem Matemática.

Vale ressaltar que tais etapas não são rígidas e nem sequenciais, mas norteiam a condução das atividades embasadas nessa tendência. Não existe uma prescrição rigorosa das etapas que podem constituir uma atividade de Modelagem Matemática, mas alguns autores sugerem uma sequência de procedimentos para conduzir o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

Bassanezi (2002) apresenta as seguintes etapas para o processo da Modelagem Matemática:

Experimentação - é uma atividade essencialmente laboratorial onde se processa a obtenção de dados;

Abstração - é a etapa que se encaminha a investigação para a construção de modelos matemáticos. Está contida nessa etapa a seleção de variáveis, a formulação do problema na linguagem da área em que o tema está inserido, a formulação de hipóteses para o direcionamento da investigação e a simplificação da realidade tornando o problema matematicamente viável de ser solucionado;

Resolução – ocorre a construção do modelo matemático, ou seja, o problema é traduzido para a linguagem matemática;

Validação – nessa etapa são feitos testes com o modelo matemático, as hipóteses levantadas e os dados colhidos a fim de confrontá-las e comprovar a resposta obtida.

Modificação – o modelo matemático pode ser rejeitado se apresentar falhas ou não for adequado para responder o problema. Nesse caso pode ocorrer a re-elaboração do modelo matemático.

De acordo com Biembengut e Hein (2005), o processo da Modelagem Matemática divide-se em três etapas, subdivididas em seis subetapas, como segue:

1ª etapa: Interação com o assunto – nessa etapa ocorre o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado. A situação a ser estudada será delineada e para torná-la mais clara deverá ser feita uma pesquisa sobre o assunto escolhido por meio de livros, revistas especializadas, internet, entrevistas e de dados obtidos junto a especialistas da área.

2ª etapa: Matematização – nessa etapa ocorre a formulação de hipóteses e a resolução do problema por meio do modelo matemático. Para fazer a tradução do problema para a linguagem matemática, é preciso utilizar da intuição, criatividade e experiências próprias e, ainda, para formular e validar as hipóteses é necessário classificar as informações relevantes e não-relevantes, identificando os fatos envolvidos, decidir quais os fatores devem ser perseguidos, levantando hipóteses, selecionar variações relevantes e constantes envolvidas, e, selecionar símbolos apropriados para essas variações e descrever essas relações em termos matemáticos.

3ª etapa: Modelo Matemático – nessa etapa ocorre a interpretação da solução e a validação do modelo construído. Para a conclusão e utilização do modelo será necessária uma checagem para verificar se é adequado ao problema apresentado. Para finalizar, é necessário verificar até que ponto o modelo encontrado satisfaz a situação problematizada. Caso o modelo não atenda às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado a partir da segunda etapa, reorganizando-o.

Barbieri e Burak (2005) apresentam uma nomenclatura para as etapas da atividade de modelagem de forma mais simplificada. As etapas são:

A escolha do tema - o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou, ainda, os alunos podem escolher ou sugerir temas;

A pesquisa exploratória - com o tema escolhido, os alunos são orientados a buscar materiais e subsídios que contenham informações, dados e noções prévias do que iram desenvolver;

Levantamento dos problemas - os alunos são incentivados a formular hipóteses sobre possíveis relações do tema de estudo com a Matemática, elaborando problemas ou indagando sobre possibilidades de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos;

Resolução do problema – nessa etapa os alunos buscam respostas para os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático. Os conteúdos matemáticos passam a ter significado e no decorrer do processo podem surgir os modelos matemáticos;

Análise crítica das soluções – os alunos devem analisar criticamente as respostas propostas não apenas com a Matemática, mas com outros aspectos como, por exemplo, a viabilidade das resoluções apresentadas, das contribuições ter criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas a outros aspectos, como a viabilidade das resoluções apresentadas.

As etapas apresentadas para uma atividade de Modelagem Matemática, segundo esses três autores, tem como objetivo organizar o trabalho e a interação, dos alunos e do professor, em sala de aula tornando-a um processo dinâmico que favorece o ensino e a aprendizagem. Portanto podem subsidiar os professores no trabalho com a Modelagem.

Capítulo 2: Teoria da Aprendizagem Significativa

Este capítulo pretende explanar aspectos importantes da Teoria da Aprendizagem Significativa, que se relacionam de maneira direta com os objetivos desse trabalho. Apresentamos, também, as relações entre a aprendizagem significativa e a Modelagem Matemática de modo a justificar a escolha por essa teoria de aprendizagem.

2.1 Teoria da Aprendizagem Significativa: Alguns aspectos importantes

O processo de aprender engloba a incorporação, pelo indivíduo, de competências[2], habilidades, conhecimentos, comportamentos e valores, que são adquiridos ou modificados, por meio de experiências pessoais, raciocínio e observação sobre fatos do cotidiano, a formação educacional, entre outros.

A aprendizagem é um processo contínuo, iniciando-se nos primeiros minutos da vida e estendendo-se ao longo dela. Dessa maneira, não está restrita apenas ao período escolar. A escola é um – entre muitos outros – ambientes em que é possível adquirir conhecimento.

Logo, o aprender pode ser analisado a partir de diferentes perspectivas, de maneira que há diferentes teorias de aprendizagem. Sendo a aprendizagem um dos principais objetivos de toda prática pedagógica, a compreensão ampla do que se entende por aprender é fundamental na construção de uma proposta educacional transformadora.

O entendimento do aprender leva à busca por teorias de ensino que abordem mais do que apenas a memorização e a reprodução do conhecimento. Ou seja, não basta aprender, deve-se aprender com significado, ir além da mera repetição de conteúdo, adquirir capacidades de adaptar o conhecimento adquirido para diversas situações com as quais o indivíduo irá se deparar.

A busca pelo aprender com significado deve, principalmente, ao pesquisador norte-americano, David Paul Ausubel (1918-2008), afirmar que quanto mais sabemos, mais aprendemos. Ele é famoso por ter proposto o conceito de aprendizagem significativa e desenvolvido essa Teoria.

[2] Blum (2002) define o desenvolvimento de competências em uma atividade de Modelagem Matemática como a habilidade de estruturar, matematizar, interpretar e resolver problemas, trabalhar com modelos matemáticos, validar os modelos e analisá-los criticamente.

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi apresentada em 1963, com a concepção de que aprender significativamente é ampliar e reconfigurar ideias já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, e com isso ser capaz de relacionar e acessar novos conteúdos.

Nascido em Nova York, nos Estados Unidos, Ausubel era filho de imigrantes judeus e seu interesse pela maneira como ocorre a aprendizagem é, possivelmente, resultado do sofrimento que ele passou nas escolas norte-americanas, comenta Rosália Maria Ribeiro de Aragão[3], professora aposentada da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Apesar de sua formação em Medicina Psiquiátrica, ela dedicou parte de sua vida acadêmica à Psicologia Educacional.

A aprendizagem significativa é o conceito central da teoria de Ausubel (1968), envolve a aquisição de novos significados, isto é, uma vez que os significados iniciais são estabelecidos, por signos ou símbolos, uma nova aprendizagem significativa dará origem a significados adicionais a estes e permitirá a obtenção de novas relações entre os conceitos anteriormente adquiridos.

Essa teoria pressupõe a existência de conceitos e proposições relevantes na estrutura cognitiva, uma predisposição para aprender e uma tarefa de aprendizagem potencialmente significativa (MOREIRA E ELSIE, 2001).

Segundo Ausubel (1968), a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, às ideias, conceitos e proposições relevantes, já estabelecidos e disponíveis na estrutura cognitiva de quem aprende. Segundo Ausubel,

> se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos (AUSUBEL, 1968, p. IX).

A pré-disposição para aprender, por parte do aluno, é algo que, segundo Ausubel, é vital para que ocorra a aprendizagem significativa. Ao mencionar o que o aluno já sabe Ausubel refere-se aos conhecimentos prévios que o indivíduo possui em sua estrutura cognitiva, ou seja, a organização dos conteúdos, ideias, conceitos e proposições que sejam relevantes para a aprendizagem de um novo conteúdo.

---

[3] Reportagem publicada na revista Escola Abril. Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/gestao-escolar/david-ausubel-aprendizagem-significativa-662262.shtml. Acesso em 1º de agosto de 2012.

Para averiguar o que o aluno já sabe, o professor deve investigar e entender como os conhecimentos prévios, relevantes para a incorporação significativa de uma nova informação, se encontram organizadas e disponíveis na estrutura cognitiva do aprendiz.

Em muitas situações, para determinar os aspectos que são relevantes para o aprendizado significativo de uma nova informação, geralmente, são usados alguns recursos, tais como questionários, testes, jogos e entrevistas, que baseiam seus resultados no sucesso ou no fracasso do aluno, o que, no entanto, não garante a existência, ou não, de conhecimento prévio sobre os assuntos sobre os quais estão sendo propostos.

Deve-se também ensinar de acordo com os conhecimentos prévios que foram identificados anteriormente, isto é, o professor deve planejar a aula buscando o melhor aproveitamento daquilo que o aluno já sabe para a elaboração de novos significados, o que também envolve a incorporação de um material potencialmente significativo.

Para o material utilizado ter potencial significativo, este deve ser compreendido pelos alunos, e não somente memorizado, e para que isso ocorra, é necessário que exista uma organização conceitual dele, e não apenas uma lista arbitrária a ser apresentada aos sujeitos, ou seja, devem estabelecer uma conexão lógica com os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Se o estudante não quiser relacionar de forma substantiva o novo conhecimento com alguma informação já existente em sua estrutura cognitiva, nem o material potencialmente significativo pode ajudar.

Todo o material a ser usado para ensinar o aluno, tais como figuras, gravuras, simulações, textos, exemplos, materiais manipuláveis e, até mesmo, a aula expositiva, deve ter um potencial significativo para o aprendiz, ou seja, que possa ser relacionado de forma substantiva e não arbitrária, as ideias correspondentemente relevantes que se situem no domínio da capacidade humana de aprender (MOREIRA E ELSIE, 2001).

Tal potencialidade depende, também, dos conhecimentos prévios específicos disponíveis na estrutura cognitiva do aprendiz com os quais o material utilizado deve ser relacionável.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) salientam que aprender com significado não implica simplesmente na absorção de novas informações, tanto a nova informação quanto os conhecimentos prévios são modificados por meio da interação entre os dois. O resultado dessa interação é um novo conhecimento, que irá servir de conhecimento prévio para outra nova informação e assim sucessivamente.

> É importante reconhecer que a aprendizagem significativa não significa que a nova informação forma uma espécie de elo simples com os elementos preexistente da estrutura cognitiva. [...] Na aprendizagem significativa, o processo de obtenção de informações produz uma modificação tanto na nova informação como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva com a qual a nova informação estabelece relações (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1980, p. 48).

Segundo Ausubel (1968), a estrutura cognitiva possui uma organização hierárquica, na qual proposições e conceitos mais inclusivos, com maior poder de generalização, ficam no topo da hierarquia e abrangem proposições e conceitos menos inclusivos, com menor poder de generalização.

Neste processo hierárquico, o autor descreve dois aspectos resultantes de sucessivas interações:

- *A diferenciação progressiva* - princípio organizacional do conteúdo consiste na prática de sequenciar o material de aprendizagem de modo que as ideias mais inclusivas a serem aprendidas sejam apresentadas primeiro e, então, progressivamente diferenciadas em termos de detalhe e especificidade;

- *A reconciliação integrativa* – parte do processo de aprendizagem significativa resulta em delineamento explícito de similaridades e diferenças entre ideias correlatas, ou seja, é um "princípio de programação de material de aprendizagem que explicita a delineação de similaridades e diferenças entre ideias relacionadas, sempre que sejam encontradas em contextos diferentes" (MOREIRA E ELSIE, 2001, p. 107 e 108).

Neste sentido, na medida em que o novo conhecimento é construído, os conhecimentos prévios se diferenciam progressivamente, e quando dois ou mais conceitos se relacionam de forma significativa acontece uma reconciliação integradora.

Entender o processo de aprendizagem significativa é requisito para se buscar evidências de sua ocorrência, pois se trata de uma teoria cognitiva subjetiva, diferenciada dos processos de aprendizagem mecânica e por recepção, necessita de uma averiguação diferenciada.

Segundo Moreira e Elsie (2001), a familiaridade dos alunos com testes escolares culmina na obtenção de respostas mecanicamente memorizadas, pois os alunos estão condicionados a este tipo de avaliação. Assim:

> propõe, então, que, ao se procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a "simulação da aprendizagem significativa" é utilizar questões e problemas que sejam novos e não-familiares e requeiram máxima transformação do conhecimento existente (MOREIRA E ELSIE, 2001, p. 24).

Dessa maneira, a aprendizagem significativa necessita de atenção especial principalmente no ambiente escolar, em que a avaliação da aprendizagem é, historicamente, forjada em um processo mecânico.

2.2 Relações entre Aprendizagem Significativa e Modelagem Matemática

A crescente demanda de pesquisas que apontam as contribuições da Modelagem Matemática para a atribuição de significado aos conceitos matemáticos (Borssoi (2004); Barbieri e Burak (2005); Fontanini (2007); Venâncio (2010); Iaronka (2008)), permitem-nos identificar relações e aproximações entre o ambiente gerado pela Modelagem Matemática e os aspectos facilitadores da aprendizagem significativa.

Venâncio (2010) afirma que o ambiente da Modelagem Matemática, com suas características, favoreceu a evolução conceitual do conteúdo matemático de Função do 1º Grau, pois os alunos estabeleceram interações substanciais entre os conceitos envolvidos nas atividades e o conteúdo. Tais afirmações foram constatadas por meio da análise dos mapas conceituais produzidos pelos estudantes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Iaronka (2008) também aborda a atribuição de significado ao conteúdo de Função analisando atividades de Modelagem Matemáticas desenvolvidas por ela e os depoimentos dos alunos, apontando que a integração de atividades matemáticas específicas com a realidade do aluno contribui para a aprendizagem significativa.

A pesquisa de Fontanini (2007) sinaliza que a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica que viabiliza a introdução e resolução de situações-problema, nas aulas de Matemática e está em sintonia com a ideia defendida na teoria de Ausubel, de que situações deste tipo representam um meio que favorece a aprendizagem significativa nos estudantes.

Atividades de Modelagem Matemática, geralmente, envolvem informações que pertencem a outras áreas do conhecimento e que extrapolam os aspectos referentes aos conteúdos matemáticos usados na atividade, isto é, a aprendizagem não é apenas sobre o conteúdo matemático envolvido, mas também de toda a problemática referente ao tema da atividade. Essa aprendizagem ampliada pode contribuir para a atribuição de significado às novas informações que o aluno tem contato durante a atividade.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem significativa implica em um processo de interação entre uma nova informação e os conhecimentos prévios, de forma que ambos se modifiquem.

Na Modelagem Matemática, de modo geral, para os alunos resolverem os problemas é necessário que conceitos já aprendidos sejam retomados, permitindo que o aluno faça uma recontextualização dos mesmos, fortalecendo-os ou mesmo corrigindo-os, ou seja, a retomada de conceitos já aprendidos que a Modelagem Matemática propicia e incentiva, cria condições que podem favorecer a modificação dos conhecimentos prévios (FONTANINI, 2007).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) afirmam que a maioria dos materiais usados em sala de aula possui potencial significativo, pois os conteúdos ministrados em sala de aula possuem uma sequência lógica.

Os mesmos autores (1980) revelam que a aprendizagem significativa ocorre por meio da reconciliação integradora e da diferenciação progressiva entre os conceitos. Em atividades de modelagem, quando o aluno precisa representar um fenômeno por meio de um modelo, ele pode se deparar com uma, duas ou mais possibilidades que podem ser usadas para descrever a situação.

Segundo Venâncio (2010), a atividade de Modelagem Matemática atende as necessidades do aluno com relação ao potencial significativo do material, pois este tipo de atividade envolve os conteúdos matemáticos ensinados em sala de aula e, ainda, o corpo de conhecimentos matemáticos construído historicamente por natureza é provido de significado lógico.

Assim, o aluno deve estabelecer diferenças e semelhanças entre os modelos e entre estes e o fenômeno em estudo, para julgar qual representa melhor a situação. Ou seja, ele deve realizar um processo de reconciliação integradora entre os conhecimentos que pretende usar e o seu conhecimento em relação ao fenômeno.

Ausubel, Novak e Hanesian (1978) ressaltam que resolver um problema pode ser uma maneira de promover a aprendizagem significativa, pois a resolução de determinado problema resulta de um processo de formulação de hipóteses, testes e verificação, em busca de uma resposta razoável. Esse fato pode ser associado à Modelagem Matemática, uma vez que esta viabiliza a interação da matemática escolar com aquela presente fora do ambiente da escola, tornando o aluno um agente ativo na resolução do problema.

Borssoi e Almeida (2004) estudam possíveis aproximações da Modelagem Matemática com a aprendizagem significativa, ressaltando aspectos do processo de Modelagem que contribuem para essa aprendizagem.

Dentre estes aspectos, Borssoi e Almeida (2004) descrevem que a predisposição do aluno para aprender, que é um dos principais requisitos para a ocorrência da aprendizagem significativa, despertada nos alunos pelo envolvimento nas atividades, pois, segundo as autoras, a atribuição de responsabilidades incentivou os alunos a participar mais ativamente do desenvolvimento da atividade, tornando-os conscientes do próprio aprendizado.

Esses estudos evidenciam o favorecimento da aprendizagem significativa por meio de atividades de Modelagem Matemática, apontando ainda que estas atividades almejam mais do que a memorização e o cumprimento de conteúdos, almejam que o aluno adquira ferramentas importantes para construir o seu próprio saber.

Neste contexto, os trabalhos mencionados mostram que as estreitas relações entre a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Modelagem Matemática já são amplamente discutidas e dispõem de importantes resultados, tanto em relação ao favorecimento da aprendizagem significativa por meio de atividades de Modelagem Matemática quanto em relação à avaliação dessa aprendizagem.

A avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática é discutida em pesquisas no campo da Educação Matemática como, por exemplo, os trabalhos de Borssoi (2004) e Venâncio (2010) que se utilizam de mapas conceituais nesta proposta, ambos em atividades desenvolvidas na sala de aula, no primeiro caso com alunos do Ensino Superior e no segundo com alunos do Ensino Médio.

No entanto, sabemos que existem diversos caminhos que ainda podem ser explorados em busca de alternativas para essa prática avaliativa, principalmente quando se pensa na avaliação do aluno nas aulas de Matemática. Trilhar esses caminhos pode favorecer a inclusão da Modelagem Matemática na sala de aula e a atribuição de significado, por parte dos alunos, aos conteúdos matemáticos.

Capítulo 3: A pesquisa

Nesse capítulo, apresentamos a questão central da nossa pesquisa, juntamente com os objetivos gerais e específicos que norteiam esse trabalho, o percurso metodológico relata todo o trajeto desde a origem do problema de pesquisa até a proposta para sua solução e, por fim, a construção detalhada dos parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula.

3.1 Descrição da Pesquisa

Segundo Bassanezi (2002), o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, leva os alunos a despertar maior interesse pelos conteúdos matemáticos, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir.

Este autor defende, ainda, que o uso da Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, motiva os alunos na busca de entendimento da realidade que os cercam e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

O uso da Modelagem Matemática, como estratégia de ensino, permite a construção de conceitos matemáticos de forma integrada e gradativa, conforme o envolvimento dos alunos durante a atividade, favorecendo assim o processo de aprendizagem significativa. Entretanto, do ponto de vista da prática na sala de aula, ainda existem dificuldades que impedem a inserção dessa tendência matemática no ambiente escolar.

Uma dessas dificuldades está relacionada com a maneira de avaliar a aprendizagem do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática, pois o professor fica preso às recomendações da escola e as normas que o próprio currículo da educação básica impõe, além do tempo limitado pelos horários escolares.

Com base nas teorias apresentadas, defendemos a importância do estudo de possibilidades para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática, tanto no âmbito do campo de pesquisa Educação Matemática quanto no contexto da sala de aula.

Logo, o foco de estudo desse trabalho é investigar possibilidades para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, preencher um lacuna na Educação Matemática no que se refere às pesquisas existentes sobre essa tendência, pois são poucos os estudos disponíveis na literatura específica sobre a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos, na sala de aula, quando se utilizam atividades de Modelagem Matemática.

3.2 O Problema De Pesquisa

Os cinco critérios propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, descrevem atitudes do professor e do aluno durante a atividade, a partir desses comportamentos é possível avaliar se a atividade desenvolvida deu certo.

Dentre estes critérios utilizamos apenas os critérios C1, C2 e C3, mencionados anteriormente, que tratam especificamente do desempenho dos alunos.

Consideramos que estes três critérios, C1, C2 e C3, abordam os possíveis comportamentos dos alunos que os levam ao êxito no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática proposta, portanto podem determinar se os objetivos definidos, inicialmente, foram atingidos, sendo que um desses objetivos é a aprendizagem do aluno.

Nesse sentido, a partir da análise destes critérios, com vistas à aprendizagem significativa, estabelecemos parâmetros que direcionam a avaliação da aprendizagem significativa do aluno, em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

3.3 Objetivos

Geral:

Investigar possibilidades para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Específicos:

- Analisar os três critérios de avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática, propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que se referem à atuação do aluno.

- Estabelecer, a partir do item anterior, parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

- Ilustrar a utilização dos parâmetros construídos para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática a ser desenvolvidas, em aulas de Matemática com uma turma da Educação Básica.

3.4 Percurso Metodológico

A carência, na literatura, de pesquisas que abordem a avaliação de atividades de Modelagem Matemática e, principalmente da aprendizagem do aluno nestas, nos engajou na busca por referências que pudessem nortear caminhos que nos conduzissem a elaborar uma proposta para avaliação da aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Esta busca culminou no trabalho de Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que propõe cinco critérios para a avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula, descrevendo atitudes do professor e do aluno que podem servir como indicadores para avaliar se a atividade desenvolvida obteve sucesso. Segundo os autores, a atividade foi avalida negativamente pelo fato de:

C1 – o grupo de alunos não relacionar a matemática já estudada fora do curso com o problema que escolheu para investigar, mesmo quando a ligação é sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, a Matemática e o tema por eles escolhidos se apresentam de forma desconexa, com uma relação apenas superficial;

C2 – o grupo de alunos não associar conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado no início da disciplina (este critério é válido quando o conceito matemático é pertinente ao tema estudado pelo grupo);

C3 – o grupo de alunos não conseguir, a partir do seu projeto, desenvolver ou tornar mais específicos conceitos matemáticos ou de outra natureza que estejam relacionados com o tema de pesquisa deles;

C4 – o professor não conseguir detectar a tempo que, por algum motivo, o trabalho desenvolvido pelo grupo está deficiente;

C5 – o professor, enquanto liderança, se mostrar incapaz de propor rumos para um trabalho que se revelou deficiente para ele, posteriormente.

Fundamentados nesses critérios e tendo em mente nosso propósito de apontar elementos mínimos para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno, em uma atividade de Modelagem, no contexto do ensino da Matemática, embrenhamos nossos estudos nos critérios C1, C2 e C3, que tratam especificamente da participação dos alunos na atividade.

Consideramos que estes três critérios abordam possíveis comportamentos dos alunos que levam ao êxito da atividade de Modelagem Matemática, e seu cumprimento indica que objetivos definido,s inicialmente para uma determinada atividade, foram atingidos, sendo que um desses objetivos é a aprendizagem do aluno. Mais ainda, esta aprendizagem vai além do conteúdo matemático desenvolvido e pode ser entendida no âmbito da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

A escolha por esta teoria deve-se também às orientações, quanto ao aprender matemática com significado, indicadas nos documentos oficiais da Educação Básica, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e às pesquisas que abordam relações entre a Modelagem Matemática e a aprendizagem significativa, como as descritas em Venâncio (2010), Borssoi (2004), Barbieri e Burak (2005) e Fontanini (2007).

Segundo a análise desses três critérios, com vistas à aprendizagem significativa, pretendemos estabelecer possíveis mecanismos por meio dos quais a avaliação da aprendizagem do aluno, em atividades de Modelagem Matemática realizadas na sala de aula, possa ser desenvolvida pelo professor.

A elaboração destes mecanismos leva em consideração vários elementos constituintes do processo de aprendizagem, que aparecem de forma explícita ou implícita na condução da atividade e, portanto, tem caráter norteador e não-padronizador e, dessa forma, serão denominados **parâmetros de avaliação**.

Para ilustrar a utilização dos Parâmetros construídos, desenvolvemos duas atividades de Modelagem Matemática com uma turma do terceiro ano do Ensino Médio, em horário normal de aula, e avaliamos a aprendizagem significativa dos alunos nestas atividades, com base nos parâmetros construídos. Foram utilizados, na análise das atividades desenvolvidas, a observação do pesquisador, o material escrito produzido pelos alunos e um diário de campo elaborado ao final de cada atividade.

Estas atividades foram aprovadas pelo Comitê de Ética em Pesquisas (CEP) da Universidade Estadual de Maringá, via Plataforma Brasil (CAAE: 02358312.0.0000.0104) número do parecer: 141.269, na data de 29/10/2012 (Anexo 1).

Desde as reflexões acerca da avaliação da aprendizagem significativa, realizada nas atividades, com base nos parâmetros construídos, pretendemos complementar nossa proposta de avaliação da aprendizagem significativa, por meio da associação de elementos subjetivos a cada um dos Parâmetros, com o intuito de especificar as ações dos alunos compreendidas em cada um deles.

3.5 Construindo Parâmetros para avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula

Os conteúdos matemáticos propostos pelo currículo nacional da Educação Básica seguem um modelo espiral, que vai aprofundando os estudos com o passar das séries. Esse tipo de ensino necessita de atenção especial, pois o aluno pode ter dificuldades para acompanhá-lo se não conseguir aprender um dado conteúdo e necessitar futuramente dele.

Neste contexto, reside a importância de proporcionar ao aluno o contato com situações do seu cotidiano, em que a matemática esteja presente e ajuda a resolver problemas que surjam destas situações, proporcionando uma aprendizagem em que a compreensão do conceito extrapole o seu significado matemático.

O critério C1, proposto por Borba, Meneghetti e Hermini (1999) para avaliar se uma atividade de Modelagem Matemática deu certo, diz que:

C1 – O grupo de alunos que não relacionar a matemática já estudada fora do curso com o problema que escolheu para investigar, mesmo quando a ligação é sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, a Matemática e o tema por eles escolhidos se apresentam de forma desconexa, com uma relação apenas superficial.

Este critério compreende a importância de proporcionar ao aluno a experiência de olhar uma determinada situação, do seu conhecimento, por meio dos recursos oferecidos pela Matemática como gráficos, funções etc., favorecendo uma aprendizagem em que a compreensão do conceito extrapole o seu significado matemático.

Esta visão é coerente com a concepção de Bassanezi (2002), em que a Modelagem Matemática "consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Dessa maneira, a Modelagem Matemática pode proporcionar a atribuição de significado, por parte do aluno, aos conceitos matemáticos envolvidos na atividade, motivando os alunos e facilitando a aprendizagem. Logo, o critério C1 relaciona-se com a teoria da aprendizagem significativa, proposta por David Ausubel.

Para Ausubel (1963), a aprendizagem significativa é o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento.

Segundo Venâncio (2010, p. 114), o “ambiente de aprendizagem[4] gerado pela modelagem apresenta características que satisfazem as condições para a ocorrência da aprendizagem significativa”. Isto é, desperta a curiosidade do aluno, favorecendo a intencionalidade em aprender e permite aos alunos explorarem os materiais utilizados em busca de uma solução a situação proposta.

Uma das principais características da teoria da aprendizagem significativa é levar em consideração o que o aluno já sabe, isto é, os conhecimentos prévios que o indivíduo possui em sua estrutura cognitiva. Esta estrutura constitui-se da organização dos conteúdos, ideias, conceitos e proposições relevantes para a aprendizagem de um novo conteúdo.

O professor tem o papel de mediar as atividades que serão desenvolvidas, planejando-as e conduzindo-as de maneira a atingir os conteúdos da disciplina. Porém, é o aluno que decide como irá interagir com a nova informação e quais conhecimentos prévios irão ser mobilizados.

As novas informações irão se estabelecer na estrutura cognitiva juntamente com os conhecimentos prévios, entretanto, a atribuição de significado a determinado conceito depende da relação estabelecida, pelo indivíduo, entre esse conceito e um conhecimento que se encontra disponível em sua estrutura cognitiva; essa estrutura está em constante mudança e ampliação.

É nesse cenário que o critério C1 atua: na importância de atribuir significado aos conteúdos que estão sendo estudados, que é a matemática já estudada, relacionando esses conteúdos ao problema que escolheu para investigar.

Nesses aspectos, reside a relevância da escolha de situações que possam proporcionar ao aluno condições para que ele consiga estabelecer relações entre a matemática estudada e a realidade.

Para tanto, a situação deve ser intrigante, deve despertar interesse e curiosidade no estudante, além de ter referência na sua realidade. Ao mesmo tempo deve exigir, para sua resolução, a mobilização dos conhecimentos matemáticos adquiridos.

As hipóteses formuladas pelos alunos no desenvolvimento da atividade são conjecturas próprias resultante da interação com os dados da atividade, com o conteúdo envolvido na situação e com seus conhecimentos prévios.

---

[4] Segundo Barbosa (2001, p. 6), a Modelagem pode ser concebida como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”, para o autor o termo “ambiente” se refere a um lugar ou espaço que cerca, envolve.

> A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionarem o novo material a ser apreendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) (AUSUBEL, 2003, p. 72).

Estabelecer relações entre o que o aluno já sabe e o novo é algo pessoal, que deve ser estimulado pela atividade proposta, mas depende exclusivamente de cada indivíduo. Criar essas relações permite que o aluno se aproprie dos conceitos matemáticos, não apenas de maneira descritiva, mas sabendo fazer uso deles, tanto na resolução de problemas quanto na explicação dos fenômenos do mundo.

Segundo Ausubel (2003, p. 2), os conceitos constituem os alicerces para a aprendizagem, tanto a mecânica[5] quanto a significativa. Os conceitos aprendidos, assimilados pelos alunos, assumem um caráter diferenciado, tornando possível usá-los em situações diversas, realizar novas tarefas e enfrentar novos desafios.

Para atribuir significado a um dado conceito, Ausubel (2003) descreve que a formação dos conceitos se dá por meio de experiências pessoais, formulação de hipóteses e testes, que são características intrínsecas do pensamento criativo.

Segundo Pereira (2008), a criatividade permite mobilizar, de diferentes maneiras, o conhecimento adquirido. Logo, quando se propicia a aprendizagem significativa, destacam-se ações que indicam o desenvolvimento da criatividade, pelos alunos, tais como habilidade de perceber problemas a partir de uma situação proposta, formular modelos que possam resolver esses problemas e testá-los.

Desse modo, as relações entre a aprendizagem significativa de conceitos matemáticos e a criatividade estão, implicitamente, presentes no critério C1.

Pereira (2008), em sua dissertação de mestrado, apresenta um estudo sobre alguns aspectos das atividades de Modelagem Matemática que contribuem para o desenvolvimento da criatividade. Esses aspectos podem ser percebidos durante todo o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Dentre os aspectos citados por Pereira (2008), salientamos a organização dos alunos em grupos, que estimula a colaboração, a autonomia e a tomada de decisões; e, o processo de estabelecimento de relações entre a matemática e as situações propostas que é favorecido pelo estímulo da curiosidade dos alunos, com assuntos que são interessantes para eles. As

---

[5] Aprendizagem mecânica, também denominada aprendizagem automática ou de simples memorização, segundo David Ausubel, é concebida como aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma associação a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva.

características do pensamento criativo presentes nesse processo são a fluência, a originalidade e a complexidade.

Ainda, os alunos não têm modelos prontos a serem seguidos, eles têm por si próprios que relacionar o que eles já sabem com a atividade, explorando os conceitos matemáticos a fim de propor uma solução. Estes fatores estimulam o pensamento criativo.

Concluindo a análise do critério C1, apresentamos no diagrama, a seguir, as relações estabelecidas entre este critério, a aprendizagem significativa e a criatividade. Dessas relações pretendemos propor um novo critério para avaliar a aprendizagem em uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula.

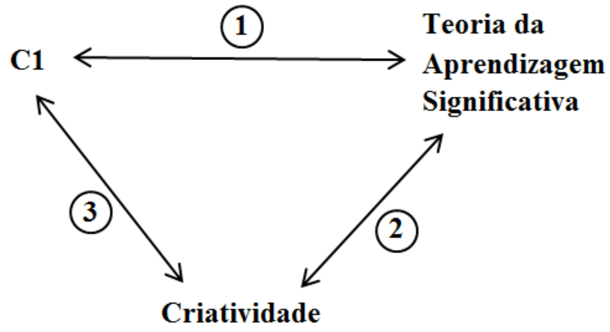


Figura 01: Diagrama 1 - As relações entre o critério C1, a aprendizagem significativa e a criatividade.

A relação 1, apresentada no Diagrama 1, indica a existência de relações entre o critério C1, proposto para avaliar se uma atividade de Modelagem Matemática deu certo em relação à participação do aluno nessa atividade e a teoria da aprendizagem significativa como, por exemplo, despertar a curiosidade do aluno, favorecendo a intencionalidade em aprender e permitir aos alunos explorarem os materiais utilizados em busca de uma solução para a situação proposta, conforme apontado no texto.

A relação 2 segue os elementos da teoria da aprendizagem significativa que estabelecem ligações com o desenvolvimento do pensamento criativo, tais como habilidade de perceber problemas a partir de uma situação proposta, formular modelos que possam resolver esses problemas e testá-los.

No trabalho de Pereira (2008), são elencados alguns fatores que confirmam o favorecimento do desenvolvimento da criatividade por meio de atividade de Modelagem Matemática (relação 3). Dessa forma, quando se avalia uma atividade deste tipo por meio do critério C1, podem-se avaliar também as características do pensamento criativo.

Percebemos, então, que para avaliar a aprendizagem significativa do aluno, as características do pensamento criativo são fatores importantes nesse processo e devem ser observados nessa avaliação. Assim, propomos o primeiro parâmetro para avaliação da aprendizagem do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula:

Parâmetro 1: o aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, ***essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como, fluência, originalidade e complexidade.***

Esse parâmetro permite avaliar o processo de aprendizagem significativa, do aluno, tanto de conteúdos matemáticos que o professor já trabalhou em sala de aula, quanto de conteúdos que estão sendo estudados, dependendo dos conceitos matemáticos que serão escolhidos pelos próprios alunos para desenvolver a atividade de Modelagem Matemática.

Assim, o foco desse critério encontra-se nas relações que os alunos estabelecem entre o que eles já sabem e a nova situação, mesmo que essas relações ainda não estejam formalizadas, que podem ser detectadas por meio do material escrito dos alunos, desde que o professor solicite que eles escrevam o que fizeram, pela observação do professor em sala de aula e também por meio de questionários posteriores a atividade, preparados pelo professor para esse propósito.

Apesar de a subjetividade, característica de todo processo avaliativo, presente nesse critério, em relação ao professor detectar os indícios do pensamento criativo dos alunos, a atividade de Modelagem Matemática instiga o aluno a procurar soluções, respostas, compreensões sobre o que está sendo proposto e esses, segundo Pereira (2008), são elementos básicos para o desenvolvimento da criatividade.

Segundo Ausubel, a aprendizagem significativa pressupõe a realização das possíveis interações entre o conhecimento adquirido e o novo material, aqui indicado como sendo o problema a ser trabalhado. Nesse sentido, os alunos devem associar os conceitos desenvolvidos durante as explicações do professor, ou os conceitos já vistos por eles, com o tema a ser investigado.

O critério C2, proposto por Borba, Meneguetti e Hermini (1999), diz que:

C2 – o grupo de alunos que não associar conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado no início da disciplina (este critério é válido quando o conceito matemático é pertinente ao tema estudado pelo grupo);

Este critério aponta para a necessidade avaliar a construção do conhecimento, em uma atividade de Modelagem Matemática, como um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, estabelecer conexões com o seu conhecimento prévio, perceber sentidos e construir significados.

A atividade de Modelagem Matemática deve proporcionar aos alunos mobilizar de forma diferenciada conceitos já aprendidos, por meio da explicação do professor ou do livro didático. No entanto, a utilização de tais conteúdos pode não se apresentar com a formalidade e a rigidez do livro didático, pois o foco do aluno está em tentar explicar o fenômeno estudado por meio do que ele sabe.

O professor tem o papel de mediador entre o conhecimento formal e abstrato da Matemática e as diversas maneiras de contextualização deste no problema estudado. Isso também permite que a atividade seja direcionada para que os alunos utilizem conhecimentos específicos que o professor pretenda avaliar posteriormente.

A avaliação da aprendizagem significativa desses conhecimentos deve ir além do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, pois a característica fundamental da aprendizagem significativa é que um novo conhecimento não deve se relacionar de forma aleatória à estrutura cognitiva, mas deve estabelecer relações com os conhecimentos prévios, como uma continuação, um detalhamento ou um refinamento dessa ideia inicial.

Mais ainda, na aprendizagem significativa, os novos conceitos devem ser incorporados de maneira não-literal, ou seja, possibilitar ao aluno conseguir resolver situações com pequenas variações comparando-se com aquela inicial a que lhe foi apresentado um conhecimento.

No entanto, o aluno pode não ter consciência de que as respostas desenvolvidas na atividade de Modelagem Matemática poderão ser utilizadas em outras situações, ou seja, que ele construiu um conhecimento reutilizável. O conhecimento adquirido pelo aluno nessas atividades deve ser descontextualizado para que perceba o caráter universal desses conceitos. Segundo Brousseau (1996):

> O trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como uma resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifiquem como resposta as exigências do meio e não a um desejo do professor (BROUSSEAU, 1936, p. 49).

Brousseau (1996) afirma, ainda, que o professor deve proporcionar aos alunos condições tanto para adquirir e desenvolver um conhecimento, quanto para desvinculá-lo do contexto em que está inserido tornando-o um conhecimento estável, significativo, que possa ser utilizado pelo aluno em outros momentos.

Desta maneira, para avaliar a aprendizagem significativa do domínio dos conceitos que o aluno desenvolveu em atividade de Modelagem Matemática, o professor deve fazê-lo posteriormente a atividade, colocando questões claras que possibilitem ao estudante aplicar os conhecimentos anteriores para solucionar problemas novos.

A análise do critério C2 aponta para a necessidade de avaliar o domínio de conteúdo do aluno, em relação aos conhecimentos abordados na atividade de Modelagem Matemática, permitindo assim avaliar a aprendizagem significativa destes conhecimentos. Apresentamos, a seguir, um diagrama que representa estas relações descritas:

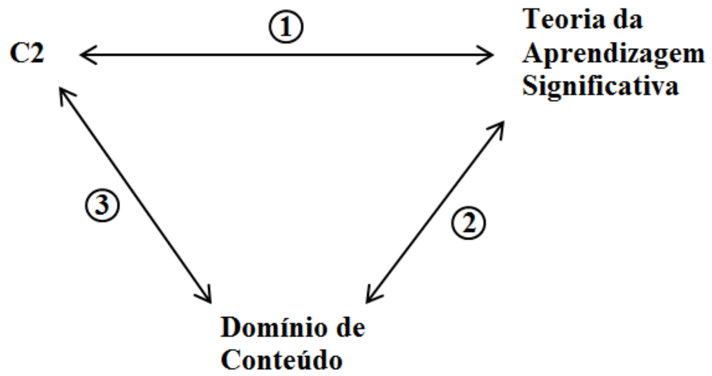


Figura 02: Diagrama 2 - As relações entre o critério C2, a aprendizagem significativa e domínio de conteúdo.

A relação 1, no Diagrama 2, representa as possíveis relações que podem ser estabelecidas entre o critério C2 e a teoria da aprendizagem significativa, quando o aluno consegue associar os conceitos desenvolvidos durante as explicações do professor com o tema eleito por eles para ser investigado.

Então, desenvolve-se a construção do conhecimento como um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, relacionando-as com seus conhecimentos prévios, percebendo sentidos e construindo significados, e estas características são pressupostos essenciais da aprendizagem significativa.

A relação 2 ocorre quando o aluno tem disponíveis os conhecimentos prévios adequados que irão se relacionar com as novas informações. Nesse caso, a atribuição de significado implica na modificação desses conhecimentos prévios, ou seja, ampliação, refinamento, aprofundamento e formalização desses conhecimentos.

Essas modificações significam que o domínio do conteúdo que o aluno possui, de determinados conceitos matemáticos, deve ser aprimorado.

Por último, a relação 3 indica que o aluno, ao cumprir o critério C2, mobiliza conhecimentos matemáticos necessários para interagir com a situação proposta, a mediação do professor deve favorecer ao aluno a tomada de consciência de que os conteúdos mobilizados na atividade de Modelagem Matemática não estão limitados, isto é, a utilização desses conhecimentos vai além da atividade.

Baseados no critério C2 e na importância de se avaliar a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos desvinculando-os do contexto da Modelagem Matemática, propomos o segundo parâmetro para avaliação da aprendizagem do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula:

Parâmetro *2:* após a atividade de modelagem matemática *o* ***aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação neste contexto. Mais ainda, o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade.***

Para desenvolver atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula, o professor deve estimular o aluno a realizar determinadas tarefas, durante todo o processo de interação. O professor estrutura um estilo de comunicação para despertar no aluno a vontade de realizar a tarefa proposta. Dessa maneira, o aluno desenvolve conhecimentos significativos atrelados ao contexto proposto pelo professor.

Para avaliar a aprendizagem significativa desses conhecimentos, o professor precisa promover situações novas aos alunos em que é necessário utilizá-las em um nível mais abstrato, favorecendo a formalização. Assim, ao mesmo tempo em que o professor avalia o significado atribuído aos conceitos matemáticos, os alunos têm oportunidade de tornar esses conceitos universais e reconhecer que eles podem ser utilizados em outras situações.

Essa avaliação específica, que trata da generalização ou descontextualização do saber envolvido na atividade, pode ser realizada por meio de um questionário ou um trabalho individual, em que o professor se baseará nos conceitos matemáticos que foram envolvidos no processo da atividade de Modelagem Matemática para desenvolver as questões que possam atingir os objetivos dessa avaliação.

A aprendizagem significativa caracteriza-se por uma interação entre aspectos específicos e importantes da estrutura cognitiva do aluno e as novas informações, fazendo com que estas adquiram significado e se integrem à estrutura cognitiva, contribuindo para a ampliação e a estabilidade dos conhecimentos prévios. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980):

> É importante reconhecer que a aprendizagem significativa não significa que a nova informação forma uma espécie de elo simples com os elementos preexistente da estrutura cognitiva. [...] Na aprendizagem significativa, o processo de obtenção de informações produz uma modificação tanto na nova informação como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva com a qual a nova informação estabelece relações (AUSUBEL. NOVAK E HANESIAN, 1980, p. 48).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) salientam que aprender com significado não implica simplesmente na absorção de novas informações, tanto a nova informação quando os conhecimentos prévios são modificados por meio da interação entre os dois. O resultado dessa interação é um novo conhecimento, que irá servir de conhecimento prévio para outra nova informação e assim sucessivamente.

O autor descreve, ainda, que deve ser dado foco para a explicitação de semelhanças, diferenças e contradições entre o conhecimento que o aluno já possui e a nova informação, para que o estudante não deixe de estabelecer relações importantes entre estes, fazê-las erroneamente ou esquecê-las com o tempo.

Esse processo é denominado por Ausubel de reconciliação integrativa que consiste, basicamente, no delineamento explícito das relações entre ideias, de assinalar semelhanças e diferenças relevantes entre as mesmas, e de reconciliar inconsistências reais ou aparentes.

Dessa maneira, a assimilação dos conhecimentos não está completa após ocorrer a aprendizagem significativa, mas continua durante um período de tempo, podendo envolver novas aprendizagens, refinamento e ampliação do conhecimento e, até, perda final da capacidade de recuperação das ideias já assimiladas.

Nesse contexto, Borba, Meneghetti e Hermini (1999) propuseram o critério C3, que justifica o insucesso dos alunos pelo fato de:

C3 – o grupo de alunos não conseguir, a partir do seu projeto, desenvolver ou tornar mais específicos conceitos matemáticos ou de outra natureza que estejam relacionados com o tema de pesquisa deles.

Este critério tem por objetivo avaliar como a atividade de Modelagem Matemática ajuda a proporcionar interações com os conhecimentos prévios dos alunos e as novas informações, ou seja, na assimilação das novas informações.

Uma atividade de Modelagem Matemática realizada na sala de aula, que cumpra o critério C3, permite ao aluno analisar, explicar um problema e tomar decisões sobre o mesmo. Dessa forma, coletar informações, formular hipóteses e testá-las, obter modelos e validá-los para determinada situação, permitem ao aluno desenvolver diversas habilidades, matemáticas ou não, que permitem utilizar o conhecimento significativo adquirido além do contexto escolar e até mesmo desvinculado de conteúdos matemáticos.

Segundo Henning e Keune (2007) e Blum (2002), as atividades de Modelagem Matemática possibilitam aos alunos o desenvolvimento de habilidades e atitudes específicas denominadas de competências.

O desenvolvimento de competências ocorre durante todo o processo da Modelagem Matemática, incluindo também a atribuição de significado aos conteúdos matemáticos abordados.

A atividade de Modelagem Matemática não torna o pensamento dos alunos uma ação técnica, pré-formatada, ao contrário, o aluno tem que adequar o conhecimento que já possui às novas situações que são propostas.

O envolvimento do aluno com a atividade é essencial para o desenvolvimento de competências, pois o aluno deve estar disposto e interessado em aprender, deve tomar para si a busca por uma solução, o que na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel são condições primeiras para a ocorrência da aprendizagem significativa.

Na Modelagem Matemática, a competência compreende um conjunto de habilidades e atitudes, que são importantes para o processo de modelar, juntamente com a voluntariedade do aluno em participar da atividade (HENNING E KEUNE, 2007, p. 226).

Blum (2002) define o desenvolvimento de competências em uma atividade de Modelagem Matemática como a habilidade de estruturar, matematizar, interpretar e resolver problemas, trabalhar com modelos matemáticos, validar os modelos e analisá-los criticamente.

Não se pode observar a competência diretamente, o único meio de percebê-la é observar o comportamento dos alunos, ou seja, suas atitudes e ações em meio a uma atividade. Henning e Keune (2007, p. 226) introduzem uma descrição do desenvolvimento de competências por meio da Modelagem Matemática, essa descrição se dá em três níveis:

Nível 1: reconhecimento e compreensão da modelagem;

Nível 2: modelagem independente;

Nível 3: metarreflexão na modelagem;

O nível 1 ocorre quando o aluno demonstra habilidades para descrever e reconhecer o processo de modelagem e se sente motivado a participar da atividade, ou seja, é capaz de identificar e participar de cada uma das etapas da atividade de Modelagem Matemática, mesmo não obtendo sucesso.

O nível 2 se dá quando o aluno demonstra habilidades em cada uma das etapas da atividade de Modelagem Matemática, ou seja, ele detecta problemas relevantes a respeito do tema tratado e propõe mais de uma maneira para resolver o problema e discute a relevância de sua resposta dentro do contexto, além de desenvolver coerentemente um modelo que represente a situação.

O nível 3 engloba os dois níveis anteriores, entretanto neste momento o aluno percebe a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, relaciona criticamente a atividade desenvolvida com os problemas propostos. Neste nível, o aluno reflete sobre a aplicação da Matemática na realidade e as finalidades da Modelagem Matemática para responder a problemas relevantes da sociedade.

Estes níveis descrevem as características que favorecem o desenvolvimento de competências em atividades de Modelagem Matemática. Do ponto de vista teórico, quanto aos objetivos da Modelagem Matemática no ensino, pelo menos um desses níveis de competência deveria estar presentes, implícita ou explicitamente, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

Quando a atividade de Modelagem Matemática atinge esses três níveis, elas cumprem as características que definem este conceito, entre as quais temos o desenvolvimento de habilidades intelectuais que permitem o uso racional e organizado de informações disponíveis, o envolvimento do aluno em uma situação-problema com certo nível de complexidade, a ação do aluno ao utilizar seus conhecimentos para enfrentar esta nova situação e a mobilização de recursos de diversas naturezas como conhecimentos, capacidades e atitudes.

A análise do critério C3 nos remete às aproximações existentes entre a teoria da aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências em uma atividade de Modelagem Matemática. Essas aproximações estão representadas no Diagrama 3:

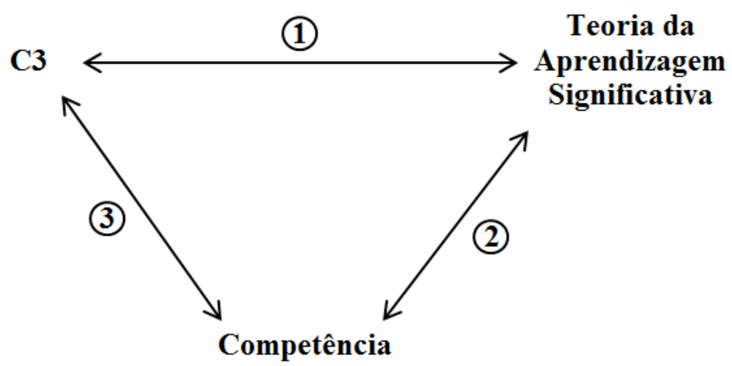


Figura 03: Diagrama 3 - As aproximações entre o critério C3, a teoria da aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências

Na relação 1, do Diagrama 3, quando os alunos conseguem desenvolver ou tornar mais específicos conceitos matemáticos os conhecimentos prévios mobilizados para isso são modificados, ou seja, são ampliados, refinados, pois o aluno interage com semelhanças, diferenças e contradições entre o que ele sabe e as novas informações.

A relação 2 estabelece que as competências desenvolvidas pelos estudantes, nas atividades de Modelagem Matemática, permite ao aluno analisar, explicar um problema e tomar decisões, essas características são importantes também para a atribuição de significado a novos conceitos, pois permitem ao aluno associar de forma mais consciente e objetiva situações novas a conhecimentos que já possui.

A relação 3 representa a situação em que o aluno, ao cumprir as indicações do critério C3, é capaz de aprofundar o conhecimento matemático envolvido no tema, concebendo-o como uma das formas de compreender a sua realidade, e, ainda oferecer argumentações consistentes para responder questões relacionadas. Essa a condição é essencial para ao desenvolvimento de competências em atividades de Modelagem Matemática.

Fundamentados nas características da atividade de Modelagem Matemática, que proporcionam ao aluno o desenvolvimento de competências, segundo Henning e Keune (2007), propomos o terceiro parâmetro para avaliação da aprendizagem do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula:

Parâmetro *3:* o aluno deve conseguir perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, ***relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos.***

Como analisado anteriormente, o desenvolvimento de competências em uma atividade de Modelagem Matemática está intimamente relacionado à ocorrência da aprendizagem significativa. Dessa maneira, é preciso avaliar se o aluno desenvolveu competências para auxiliar no processo de avaliação da aprendizagem significativa.

Observar o aluno durante uma tarefa é uma maneira eficaz de entender como o aluno age diante de uma nova situação, uma dúvida ou uma dificuldade. Além disso, o professor pode fazer questionamento que orientem o raciocínio dos alunos, tanto durante como posteriormente à atividade, dando dicas e orientando os alunos na correção dos erros e dúvidas, favorecendo assim o desenvolvimento de competências.

3.6 Parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula

A análise apresentada no item 3.5 atende ao objetivo específico deste trabalho de analisar os critérios C1, C2 e C3 de avaliação, propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), que se referem à atuação do aluno em uma atividade de Modelagem Matemática. E, também, atende ao objetivo específico de estabelecer, a partir dessa análise, parâmetros para a avaliação da aprendizagem do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Dessa maneira, apresentamos o Quadro 01, com o objetivo de reunir os Parâmetros 1, 2 e 3, propostos no decorrer do item anterior, facilitando a leitura deste trabalho:

Quadro 01: Parâmetros para a avaliação da aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula

Parâmetros para a avaliação da aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula
Parâmetro 1*:* o aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, *essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como fluência, originalidade e complexidade.*
Parâmetro 2: após a atividade de modelagem matemática *o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda, o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade.*
Parâmetro 3: o aluno deve conseguir perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, *relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos.*

No próximo capítulo, atenderemos ao objetivo específico de ilustrar a viabilidade do uso dos Parâmetros 1, 2 e 3. Para tanto, apresentamos duas atividades que foram desenvolvidas com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, em uma escola da rede pública do Estado do Paraná.

Capítulo 4: As atividades desenvolvidas

Neste capítulo, iremos detalhar o desenvolvimento de duas atividades de Modelagem Matemática com o objetivo de ilustrar a viabilidade do uso dos Parâmetros 1, 2 e 3 na sala de aula. Estas atividades abrangem duas possibilidades para a avaliação da aprendizagem significativa do estudante, coletiva e individual, levando em consideração as características do contexto em que os alunos estavam inseridos nos dois casos.

4.1 Caracterização do contexto

As atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas com uma turma do 3° ano do Ensino Médio em um colégio da rede pública do Estado do Paraná. Essa classe foi cedida pelo professor de matemática para o desenvolvimento das atividades em horário de aula. A turma era constituída de 24 alunos. As aulas foram realizadas nos meses de abril e junho de 2012.

Estas atividades foram desenvolvidas com o intuito de atingir o objetivo específico deste trabalho de ilustrar a viabilidade do uso dos Parâmetros 1, 2 e 3, estabelecidos no capítulo anterior, para a avaliação da aprendizagem significativa com alunos da Educação Básica.

A elaboração das atividades levou em conta o cenário que os alunos estavam vivendo: no primeiro caso os alunos nunca tinham tido contato com a Modelagem Matemática, então optamos por uma atividade em que os conteúdos matemáticos abordados haviam sido estudados em anos anteriores.

Esta atividade abrange uma das situações que o professor, muitas vezes, se depara em seu dia a dia que é a falta de familiaridade dos alunos com uma metodologia de ensino diferenciada e, ainda, o caso em que a avaliação da aprendizagem significativa necessita ser feita de maneira coletiva.

A segunda atividade ocorreu em outro cenário: os alunos já tiveram o primeiro contato com a Modelagem Matemática, já estavam familiarizados com essa estratégia de ensino. Dessa maneira, o encaminhamento desta atividade, embora ainda caracterizada pelos elementos norteadores do "caso 1", segundo Barbosa (2003), favoreceu a independência dos alunos na condução do problema.

Além disso, o conteúdo matemático abordado na segunda atividade de Modelagem Matemática foi sugerido pelo próprio professor da turma, pois ele precisava trabalhar com os alunos noções básicas do conteúdo de Matrizes, que fazia parte do programa do Ensino Médio, mas não tinha sido ministrado em nenhum momento. Assim, a atividade de Modelagem Matemática que desenvolvemos fez parte do programa de avaliação da disciplina.

Para a segunda atividade de Modelagem Matemática, decidimos realizar uma avaliação da aprendizagem significativa individual dos alunos, buscamos um tema que abordasse uma aplicação prática de matrizes, pois eles não irão se aprofundar no conteúdo, porém útil para o dia a dia.

A opção por desenvolver as atividades, em horário normal de aula, se deve a intenção da pesquisa em exemplificar a viabilidade da utilização dos parâmetros de avaliação da aprendizagem significativa em situações reais, que o professor se depara diariamente na sala de aula.

Para tanto, faremos a identificação dos alunos por letras maiúsculas de A até Y. Tal identificação se faz necessária, principalmente, na segunda atividade em que a avaliação da aprendizagem significativa foi feita individualmente e, ainda, para identificar quando as soluções apresentadas pelos alunos forem citadas.

4.2 Descrição da Atividade 1 e o processo de avaliação da aprendizagem significativa dos alunos

Esta atividade teve por objetivo principal avaliar a aprendizagem significativa dos alunos, então foi organizada de maneira que os Parâmetros 1, 2 e 3 pudessem ser ilustrados quanto a sua viabilidade.

Destacamos que a atividade foi desenvolvida, segundo os elementos norteadores do "caso 1" descrito por Barbosa (2003), isso se deve aos alunos nunca terem desenvolvido atividades de Modelagem Matemática e também ao fato do horário concedido pelo professor da turma para a realização da atividade ser limitado em 2horas-aulas. Dessa maneira, os alunos tiveram acesso aos dados referentes ao tema proposto e coube a eles a investigação do problema.

Utilizando o tema "Cigarro", os alunos foram estimulados a discutir sobre o assunto a partir de um texto[6] sobre a origem, o comércio e os malefícios do tabaco à saúde (Anexo 2),

[6] O texto distribuído aos alunos conta um pouco da história do cigarro, desde sua origem até os interesses comerciais, ainda, o texto apresenta diversos males que esse vício pode causar ao organismo de quem fuma. As informações desse texto foram colhidas no site: http://www.cigarro.med.br/. Acesso: 24 de abril de 2012.

além disso, assistiram a um vídeo[7] sobre uma experiência que mostrava o que apenas um cigarro pode causar no nosso organismo.

Após essa introdução, os alunos escreveram, brevemente, sua opinião sobre o consumo de cigarros, em função da discussão provocada pelo texto e vídeo, esses depoimentos nos fornecem elementos para avaliarmos a interação dos alunos com a problemática apresentada, além do conteúdo matemático. As Figuras 04, 05, 06 e 07 ilustram alguns desses depoimentos.

Figura 04: Depoimento do Aluno Q

Acho que as pessoas consumem porque muitas vezes tem amigos e outras pessoas incentivando na adolescência, e depois não conseguem sair do vício.

Figura 05: Depoimento do Aluno C

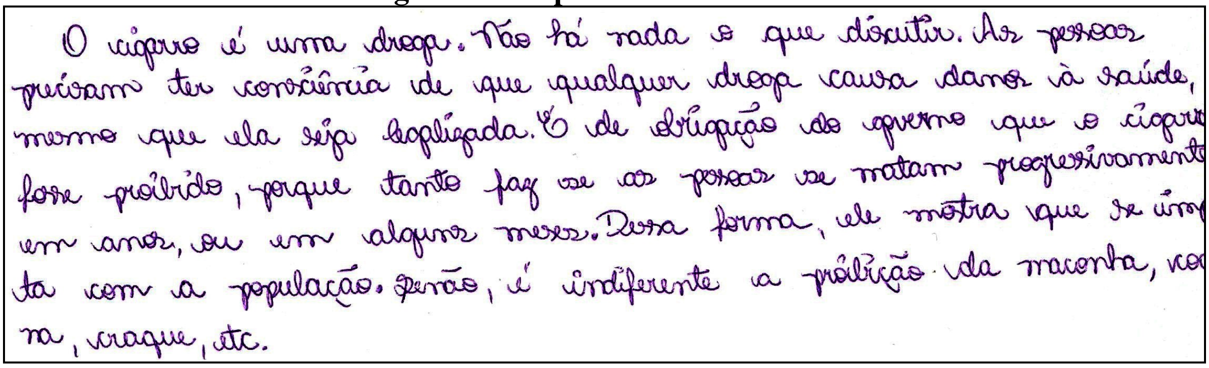
NÃO SOU A FAVOR DO CONSUMO DO CIGARRO, MAS SEI RESPEITAR AQUELES QUE GOSTAM. FICO TRISTE AO SABER QUE EXISTE TANTA GENTE ENVOLVIDA NESSE MEIO, HOJE É "NATURAL" VERMOS ALGUÉM FUMAR E OS MESMOS CONHECEM OS TANTOS MALEFÍCIOS P/ O SEU CORPO E APARÊNCIA, COMO VIMOS HOJE NO TEXTO ABORDADO POR DENISE, E MESMO SABENDO DE INÚMEROS MALES INSISTEM EM USAREM OU ATÉ MESMO COMEÇAR. O MAL MESMO É QUE O CIGARRO É UMA DAS COISAS QUE É MAIS VENDIDA E PRODUZ LUCRO PRO PAÍS, ENTÃO AO MESMO TEMPO QUE É ALERTADO OS DANOS, SE INFLUÊNCIA O USO PARA O LUCRO.

Figura 06: Depoimento do Aluno U

Acho muito prejudicial e concordo com as atividades que são realizadas para a conscientização da população. Os fumantes além de prejudicarem a eles mesmos, prejudicam aos outros que, involuntariamente se tornam fumantes passivos. Por isso sou contra o cigarro, pois não prejudica apenas o usuário, prejudica também os que estão ao seu redor.

[7] http://www.youtube.com/watch?v=qPD-7SQmXrY&feature=g-like&context=G2ae8516ALT5aKogASAA – Acesso: 24 de abril de 2012.

Figura 07: Depoimento do Aluno B


O cigarro é uma droga. Não há nada o que discutir. As pessoas
precisam ter consciência de que qualquer droga causa danos à saúde,
mesmo que ela seja legalizada. É de obrigação do governo que o cigarr
fosse proibido, porque tanto faz se as pessoas se matam progressivament
em anos, ou em alguns meses. Dessa forma, ele mostra que se im
ta com a população. Senão, é indiferente a proibição da maconha, co
na, craque, etc.

Essas são algumas das respostas dos alunos que apontam a opinião da classe em relação ao hábito de fumar e, até mesmo, de ficarem próximos de pessoas que fumam.

Depois dessa discussão, o desenvolvimento da atividade se deu a partir da leitura dos dados da Tabela 01, retirada de Shryock (1976, p. 53), que apresenta a expectativa de vida de dois grupos de indivíduos que fumam e que não fumam:

Tabela 01: Expectativa de vida em função do início do vício

Idade do início do consumo de cigarros	Expectativa de vida de não-fumantes	Expectativa de vida de fumantes 1 maço/dia
65	79,1	76,2
60	77,6	74,1
55	76,4	72,4
50	75,6	71
45	75	70
40	74,5	69,3
35	74,2	68,8
30	73,9	68,4
25	73,7	68,1

Fonte: SHRYOCK, H. **Fumar, distrai ou destrói?** ; São Paulo, SP, 1976, p. 53.

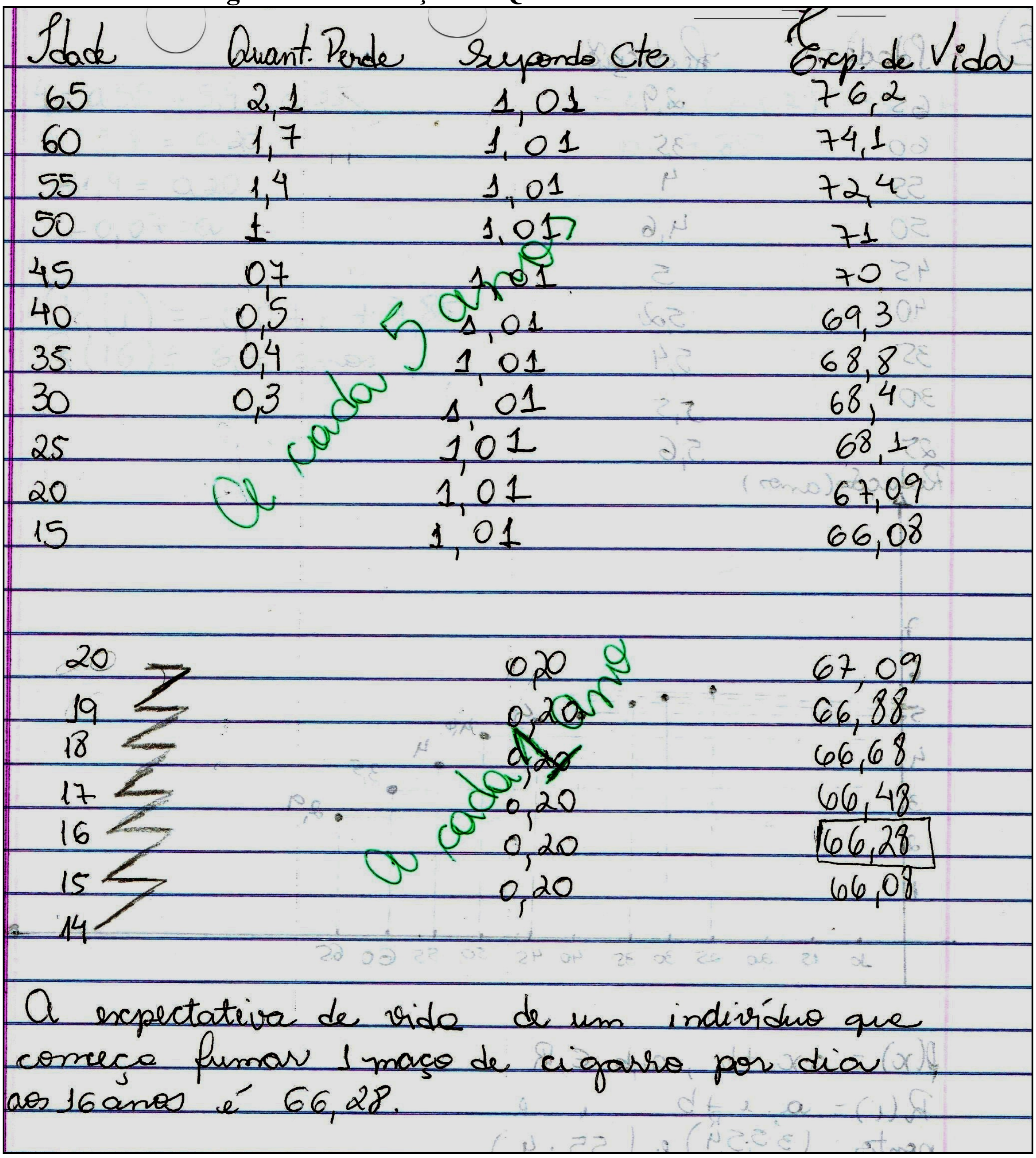
Depois de receberem a Tabela 01 e discutirem sobre os dados contidos nela, os alunos receberam as duas questões a seguir, se organizaram em grupos para responder com base nos dados da Tabela 01:

Questão 1: *Utilizando os dados da Tabela 01 como poderíamos estimar a expectativa de vida para um indivíduo que começa a fumar um maço de cigarros por dia aos 16 anos?*

Para responder a questão 1, alguns alunos utilizaram a hipótese de que a expectativa de vida dos fumantes diminui a uma taxa constante, de acordo com a idade na qual o indivíduo inicia o vício do fumo, ou ainda que a cada cinco anos a expectativa de vida, do fumante, reduz em aproximadamente um ano.

Essa taxa constante foi obtida pela média aritmética das diferenças entre as expectativas de vida, a cada intervalo de cinco anos. Esse valor fornece, assim, a informação da taxa de redução da expectativa de vida a cada ano, dividindo-se esse valor por 5. Essa resolução é apresentada na Figura 08.

Figura 08: Resolução da Questão 1 dos Alunos O e P



Idade	Quant. Perde	Supondo Cte	Exp. de Vida
65	2,1	1,01	76,2
60	1,7	1,01	74,1
55	1,4	1,01	72,4
50	1	1,01	71
45	07	1,01	70
40	0,5	1,01	69,3
35	0,4	1,01	68,8
30	0,3	1,01	68,4
25		1,01	68,1
20		1,01	67,09
15		1,01	66,08

A cada 5 anos

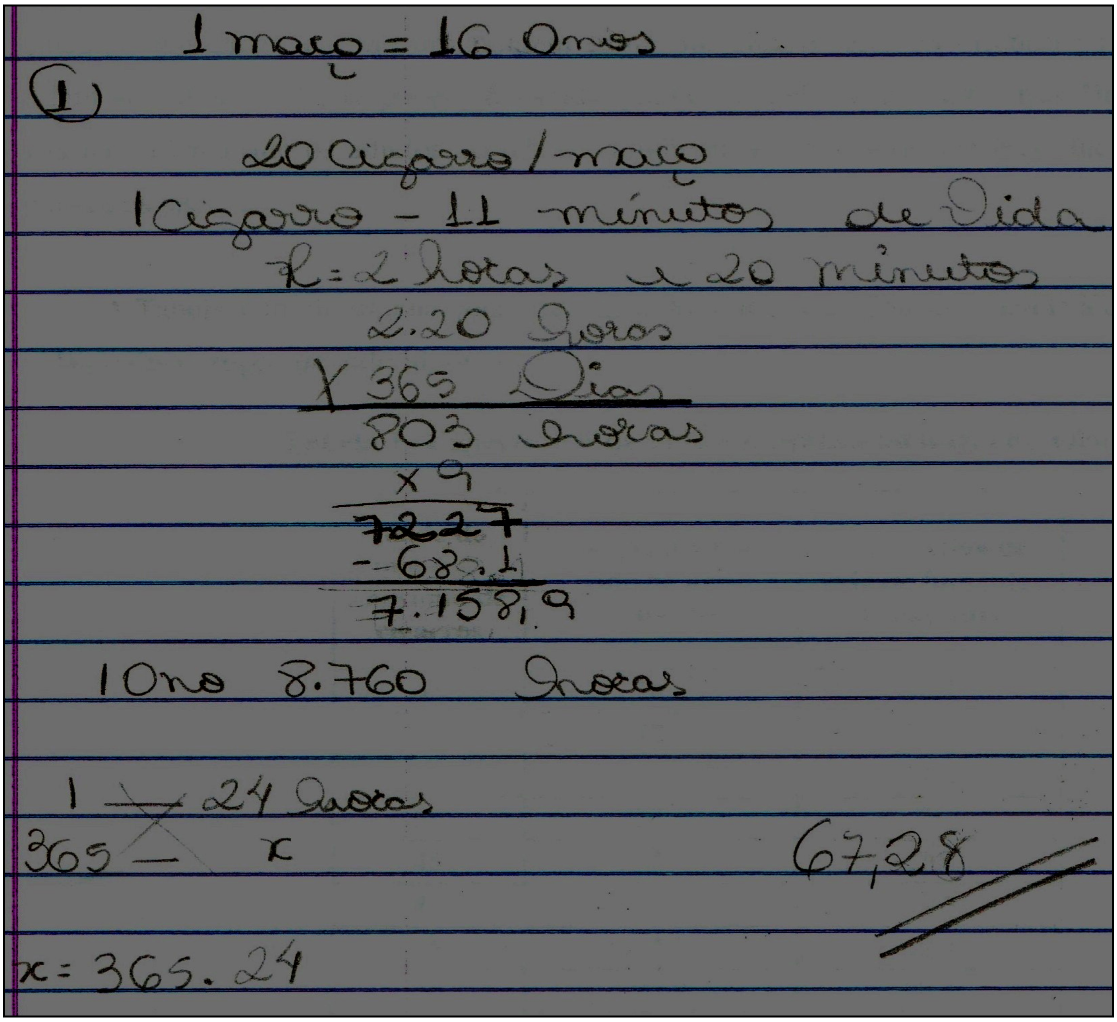
20	0,20	67,09
19	0,20	66,88
18	0,20	66,68
17	0,20	66,48
16	0,20	$\boxed{66,28}$
15	0,20	66,08
14		

A cada 1 ano

A expectativa de vida de um indivíduo que começa fumar 1 maço de cigarro por dia aos 16 anos é 66,28.

Ainda na questão 1, um aluno optou por utilizar as informações contidas no texto introdutório de que um cigarro diminui 11 min de vida e de que quem começa a fumar aos 25 anos viveria até aos 68,1 anos (Tabela 01), com esses dados calcularam quantos minutos uma pessoa viveria a menos fumando por nove anos e diminuindo esse valor da expectativa de um fumante aos 25 anos, estimaram a expectativa de vida para quem começa a fumar os 16 anos, como é mostrado na Figura 09:

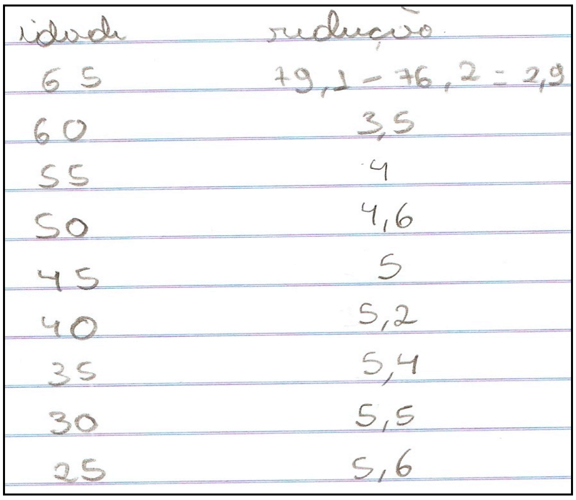
Figura 09: Resolução da Questão 1 do Aluno T



Questão 2*: Utilizando os dados da Tabela 02, quantos anos são reduzidos da expectativa de vida desse indivíduo?*

Para a questão 2, a pesquisadora discutiu com os alunos os dados da Tabela 01, evidenciando algumas relações entre esses dados e, juntamente com os alunos, re-escreveram a tabela em duas colunas que relacionavam a idade de início do vício e a redução da expectativa de vida em anos, essa redução era encontrada subtraindo a expectativa de vida de um não-fumante e de um fumante na mesma idade (Tabela 01). Segue ilustração dessa tabela na Figura 10:

Figura 10: Resolução da Questão 2 dos Alunos A e J



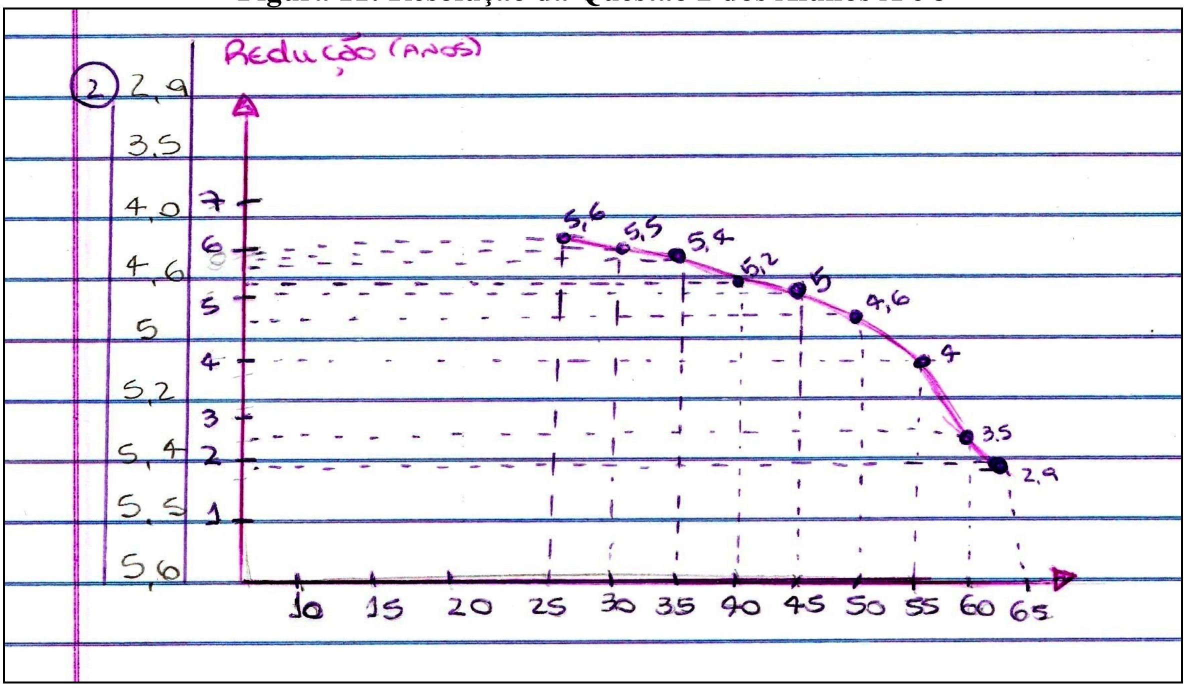
idade	redução
65	79,1 - 76,2 = 2,9
60	3,5
55	4
50	4,6
45	5
40	5,2
35	5,4
30	5,5
25	5,6

Idade	Redução
65	79,1 – 76,2 = 2,9
60	3,5
55	4
50	4,6
45	5
40	5,2
35	5,4
30	5,5
25	5,6

Fonte: Transcrição da Figura 10.

Quando todos os alunos terminaram de construir essa tabela, a pesquisadora questionou-os sobre como poderiam analisar o comportamento dos dados dispostos nessa tabela. A partir das discussões, a pesquisadora e os alunos determinaram que os dados poderiam ser melhor observados se fossem representados num gráfico. Os alunos representaram os pontos da tabela em um gráfico como é mostrado na Figura 11, a seguir:

Figura 11: Resolução da Questão 2 dos Alunos A e J

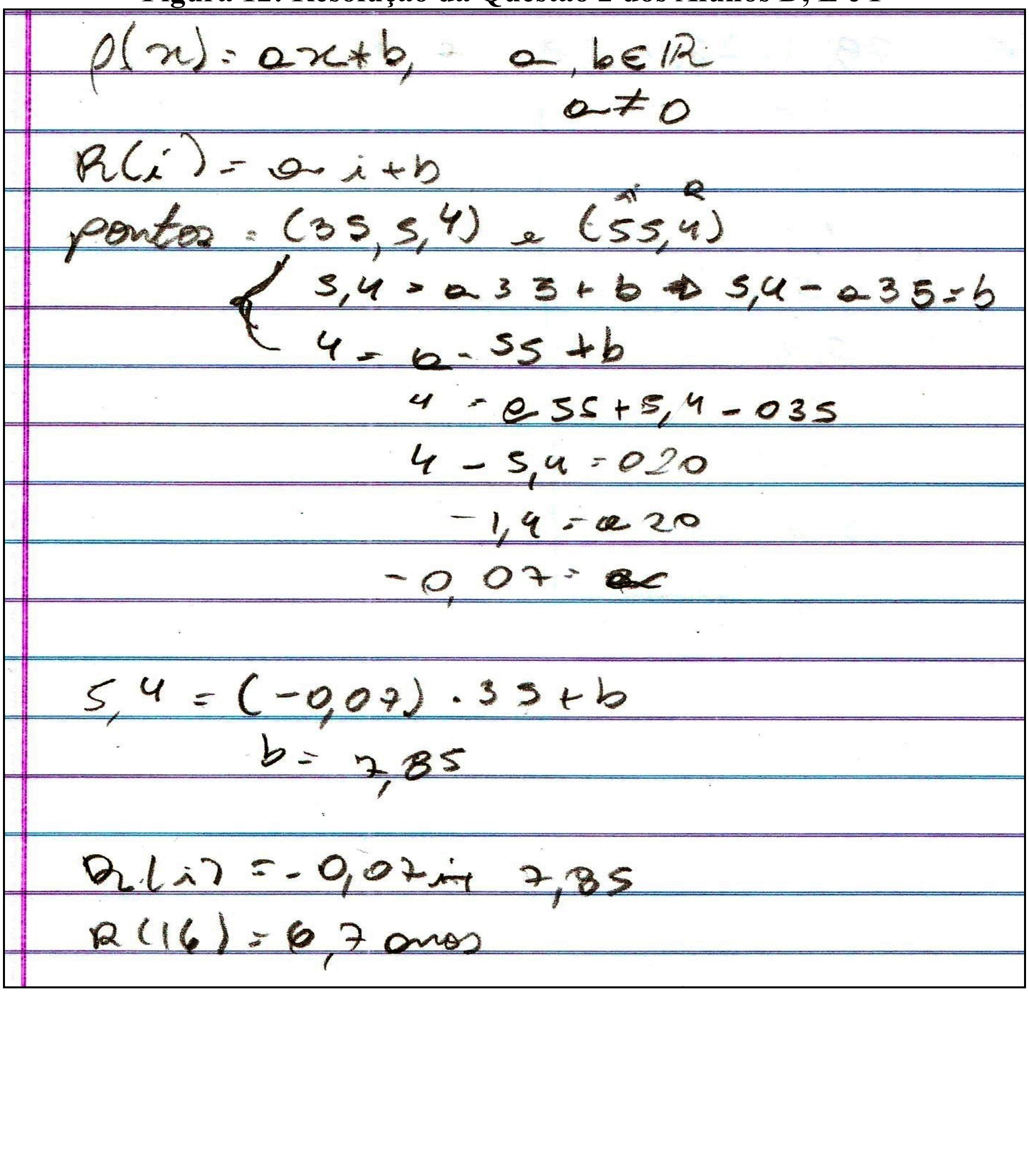


Com os dados nesse gráfico, os alunos foram questionados sobre como os pontos do gráfico estavam se comportando. Após vários alunos opinarem e discutirem sobre elas, chegaram à conclusão de que os pontos do gráfico se comportavam de maneira "constante", no sentido de ter um decaimento contínuo e, ainda, esses pontos poderiam ser representados por uma reta.

Com essa constatação dos alunos, eles foram estimulados pela pesquisadora a encontrar uma função cujo gráfico fosse esta reta. Para determinar a função da reta, que melhor representasse os dados traçados, os alunos escolheram dois pontos (que julgavam estar mais alinhados) e, por meio de um sistema de equações, encontraram e determinaram a função (Figura 12).

Determinada a função que relacionava a redução da expectativa de vida em anos com a idade em que o indivíduo começa a fumar, os alunos responderam a questão 2 calculando a função para o indivíduo que começa a fumar aos 16 anos (Figura 12). Com essa função, os alunos poderiam calcular essa redução para qualquer idade.

Figura 12: Resolução da Questão 2 dos Alunos D, E e F



$f(x) = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

$R(i) = a\,i + b$

pontos: $(35;\ 5{,}4)$ e $(55;\ 4)$

$\begin{cases} 5{,}4 = a\,35 + b \Rightarrow 5{,}4 - a35 = b \\ 4 = a \cdot 55 + b \end{cases}$

$4 = a\,55 + 5{,}4 - a35$

$4 - 5{,}4 = a20$

$-1{,}4 = a20$

$-0{,}07 = a$

$5{,}4 = (-0{,}07) \cdot 35 + b$

$b = 7{,}85$

$R(i) = -0{,}07i + 7{,}85$

$R(16) = 6{,}7$ anos

Pela necessidade de avaliação da aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos envolvidos na atividade, foram elaborados três exercícios, distribuídos aos alunos ao término da atividade, com o objetivo de proporcionar o contato com situações diferenciadas do tema da atividade e que poderiam utilizar os conhecimentos desenvolvidos. Os exercícios são:

Exercício 1: *Após a conclusão da atividade, como você compreende a relação entre o consumo de cigarros e a expectativa de vida? Que argumentos matemáticos poderiam ser utilizados para convencer as pessoas a abandonarem o cigarro ou não começarem a fumar?*

O exercício 1 teve por objetivo coletar opiniões dos alunos que pudessem expressar a importância da atividade desenvolvida para além da sala de aula, as preocupações despertadas pelo tema e a se houve a compreensão da problemática envolvida na atividade. Essas opiniões são representadas pelas Figuras 13, 14 e 15.

Figura 13: Resolução do exercício 1 Aluno E

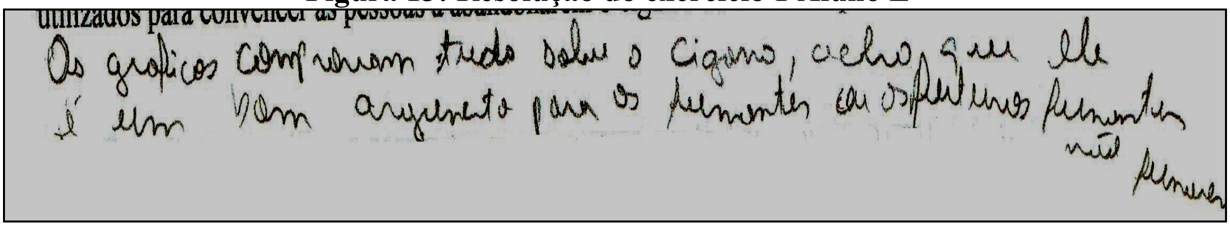

Os gráficos comprovam tudo sobre o cigarro, acho que ele é um bom argumento para os fumantes ou os futuros fumantes não fumarem

Figura 14: Resolução do exercício 1 Aluno Y

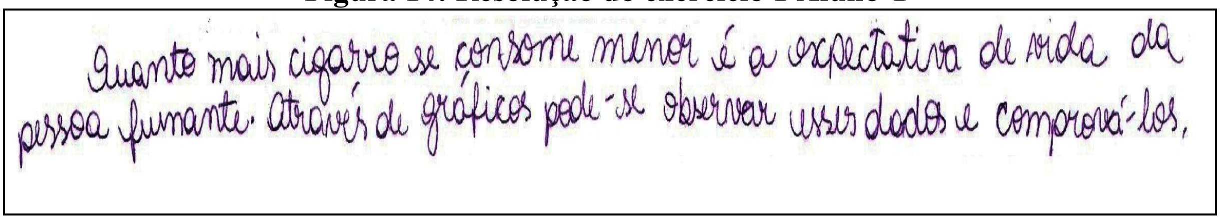
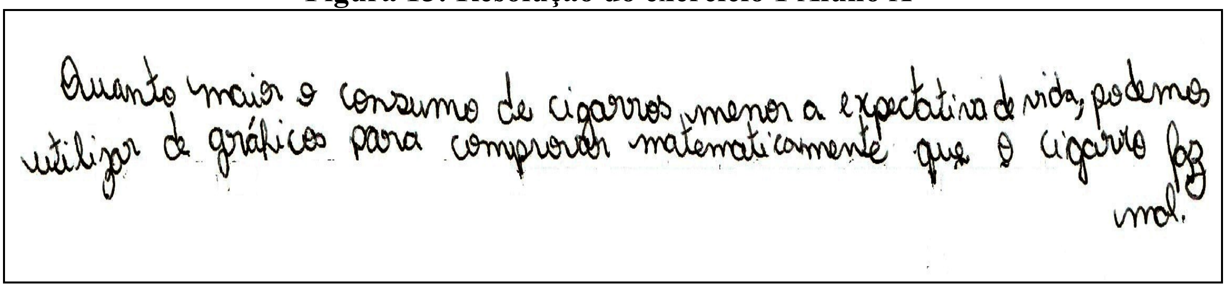

Quanto mais cigarro se consome menor é a expectativa de vida da pessoa fumante. Através de gráficos pode-se observar esses dados e comprová-los.

Figura 15: Resolução do exercício 1 Aluno X


Quanto maior o consumo de cigarros menor a expectativa de vida, podemos utilizar de gráficos para comprovar matematicamente que o cigarro faz mal.

Exercício 2: *A Figura A representa o crescimento de uma planta em função do tempo. Em qual das três semanas registradas houve maior desenvolvimento da planta? Justifique.*

O exercício 2 teve por objetivo explorar as noções, trabalhadas durante a atividade, de interpretação dos dados do gráfico. Todos os alunos conseguiram responder esta questão observando o gráfico apresentado na figura, evidenciando que na primeira semana houve maior crescimento da planta, conforme apontam as Figuras 16 e 17.

Figura 16: Resolução do exercício 2 Aluno X

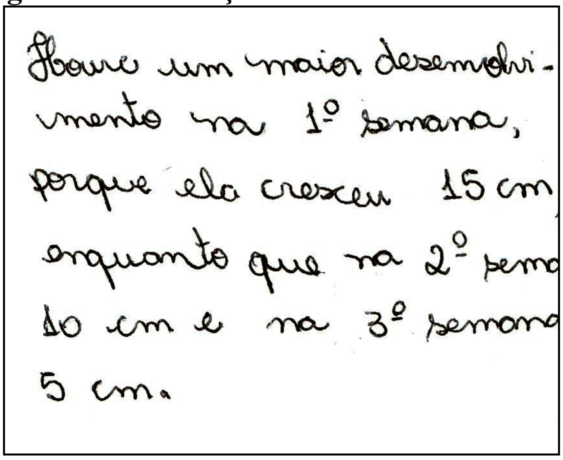
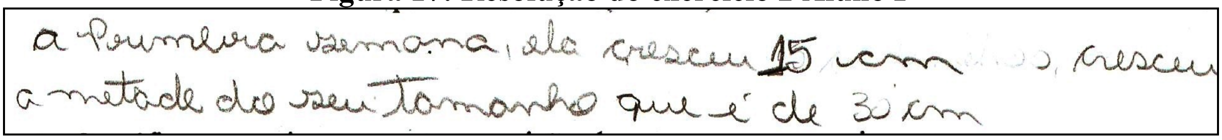
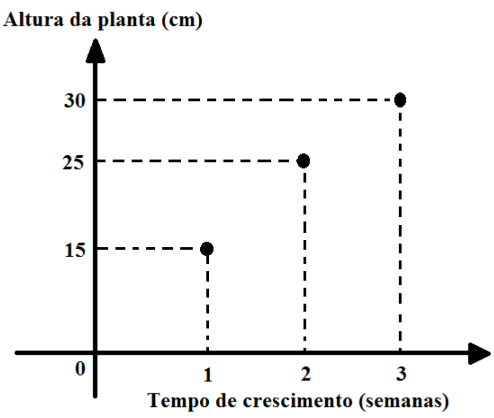
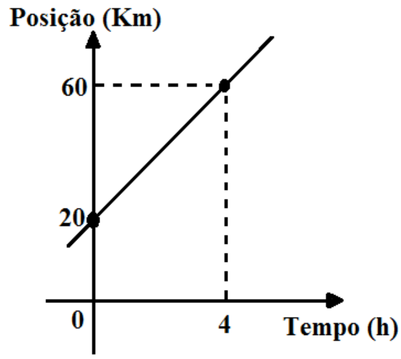

Houve um maior desenvolvi-
mento na 1º semana,
porque ela cresceu 15 cm,
enquanto que na 2º sema
10 cm e na 3º semana
5 cm.

Figura 17: Resolução do exercício 2 Aluno I


a Primeira semana, ela cresceu 15 cm [illegible], cresceu
a metade do seu tamanho que é de 30 cm

Exercício 3: *A Figura B representa a posição de um carro em movimento numa estrada. Determine a posição do carro no instante 7h.*

Figura A: Crescimento de uma planta	**Figura B: Posição de um carro**
	

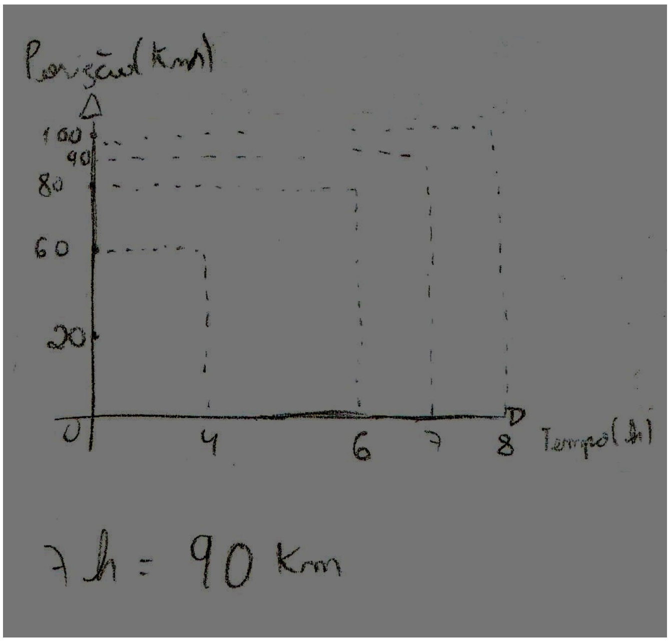
O exercício 3 teve por objetivo propor uma situação diferente da trabalhada na atividade, e que os alunos pudessem utilizar os conhecimentos sobre função afim utilizados na atividade. Entretanto, os alunos tivereram outras maneiras de resolver esta questão, com cálculos mais simples.

Os alunos resolveram o exercício 3 de duas maneiras. Na primeira, apresentada na Figura 18a, os alunos resolveram a questão observando os dados do gráfico, os alunos perceberam que quando o carro está na posição de 4h, ele já percorreu 40 km, pois o carro não sai do repouso, logo em 4h, o carro percorreu 40 km, então o carro percorre 10 km por hora. Chegando a essa conclusão resolveram facilmente o exercício.

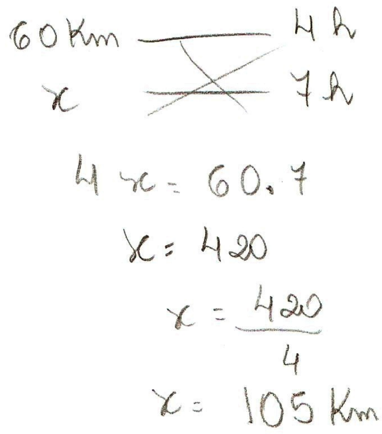
A segunda maneira que os alunos resolveram a questão foi por regra de três simples, entretanto não encontraram a resposta correta, pois consideraram que no instante 4, o carro havia percorrido 60 km, mas como o carro não estava em repouso no instante 0 e sim na posição 20 km, o carro havia percorrido 40 km até o instante 4 (Figura 18b):

Figura 18: Resolução do Exercício 3 dos Alunos U e X, respectivamente

a)



b)



A partir da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida e, considerando o problema proposto, bem como os exercícios para análise da aprendizagem dos conceitos matemáticos, iremos identificar as ações dos alunos que apontem para o cumprimento dos Parâmetros 1, 2 e 3.

Nos Quadros 02, 03 e 04 são apresentadas algumas das principais ações, desenvolvidas pelos estudantes durante a atividade, que servirão de referência para a avaliação da aprendizagem do aluno, segundo os nossos parâmetros.

No caso específico da atividade de Modelagem Matemática, descrita neste trabalho, sobre o tema “Cigarro”, optamos por realizar uma avaliação coletiva da turma, visto que se tratava do primeiro contato dos alunos com a Modelagem Matemática, e pelo fato desta atividade não estar inicialmente prevista no programa de ensino dos alunos.

As ações descritas nos Quadros 02, 03 e 04 identificam o cumprimento de cada um dos parâmetros e fornecem os elementos norteadores para o julgamento da aprendizagem significativa dos alunos nesta atividade.

Para quantificar a aprendizagem dos alunos na atividade, iremos representar nosso juízo de valor em forma de porcentagem, no sentido de apontar o nível de aproveitamento dos alunos em relação às nossas expectativas de cumprimento dos Parâmetros.

Quadro 02: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 1

Parâmetro 1: O aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, ***essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como fluência, originalidade e complexidade.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
Responderam a questão 1, da atividade, usando as informações (do texto introdutório) de que um cigarro diminui 11 min de vida e de que quem começa a fumar aos 25 anos viveria até aos 68,1 anos (Tabela 01). Com esses dados, os alunos calcularam quantos minutos uma pessoa viveria a menos fumando por nove anos e diminuindo esse valor da expectativa de quem começa a fumar aos 25 anos, estimaram para os 16 anos.	4
Responderam a questão 1, da atividade, encontrando a média aritmética da redução da expectativa de vida de quem fuma a cada cinco anos (dados da 3ª coluna da Tabela 01), e, assim, calcularam a expectativa de vida de quem começa a fumar aos 20 e aos 15 anos, e com esta proporção estimaram também para 16 anos.	20
Usaram o conceito de função afim e suas especificidades, para estudar a situação apresentada na questão 2, da atividade, com orientação do pesquisador.	24
Responderam o exercício 3, do questionário, utilizando o tempo e a velocidade do carro, fornecidos no gráfico da Figura 1, para encontrar quantos quilômetros o carro percorria em 1h, no caso 10 km, dessa maneira, chegando com 4h o carro havia percorrido 60 km, com 7h ele irá percorrer 90 km.	4
Buscaram ajuda do pesquisador e dos colegas nos momentos em que se depararam com alguma dificuldade ou dúvida, continuando empenhados na resolução do problema e não desistindo da busca pela resposta.	24

Em relação ao Parâmetro 1, consideramos que as ações dos alunos, descritas no Quadro 02, mostram a presença de elementos do pensamento criativo como, por exemplo, a originalidade, a complexidade e a fluência. Dessa maneira, concluímos que o Parâmetro 1 foi cumprido 100%.

Quadro 03: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 2

Parâmetro 2: Após a atividade de modelagem matemática ***o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda, o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
Responderam o exercício 2, do questionário, usando as informações contidas no gráfico, Figura 1, de que na $1^{\underline{a}}$ semana a planta cresce 15 cm e já na $2^{\underline{a}}$ e $3^{\underline{a}}$ crescem 10 e 5 cm, respectivamente. Ou seja, conseguiram compreender que a planta não crescia de maneira constante, o seu crescimento estava se tornando mais lento a cada semana.	24
Responderam o exercício 3, do questionário, usando regra de três e as informações do gráfico, Figura 3, entretanto erraram o exercício, pois consideraram que no instante 4 o carro havia percorrido 60 km, mas como o carro não esta parado no instante 0 e sim na posição 20 km, o carro havia percorrido 40 km até o instante 4.	10
Responderam o exercício 3, do questionário, utilizando o tempo e a velocidade do carro, fornecidos no gráfico da Figura 1, para encontrar quantos quilômetros o carro percorria em 1h, no caso 10 km, dessa maneira, chegando que com 4h o carro havia percorrido 60 km, com 7h ele irá percorrer 90 km.	4

Nossa expectativa era de que a maioria das ações correspondentes ao Parâmetro 2 iria ser executada pelos alunos, quando respondessem o questionário posterior à atividade, pois eles poderiam utilizar os conceitos de função afim estudados na atividade de Modelagem Matemática. Entretanto, os alunos optaram por resolver os exercícios de maneira que para eles, eram mais simples como, por exemplo, proporção e regra de três e, dessa maneira, não utilizaram os conceitos de função estudados.

Levando em consideração os objetivos definidos para esta atividade e as ações dos alunos destacadas, consideramos que o Parâmetro 2 foi cumprido 20%.

Destacamos que o questionário poderia ser planejado de modo a incentivar os alunos a utilizarem os conceitos de função afim abordados na atividade, permitindo assim avaliar o Parâmetro 2 de maneira mais efetiva.

Quadro 04: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 3

Parâmetro 3: O aluno deve conseguir perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, ***relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
No exercício 1, do questionário, os alunos deixaram clara a importância de se discutir sobre os males do cigarro e, ainda, a importância de usar argumentos matemáticos para fazer um estudo desses dados, pois segundo eles isso confere mais confiabilidade às informações. Citaram, também, a necessidade de divulgar pesquisas desse tipo para a sociedade e, principalmente, aos jovens.	13
Citaram a possibilidade do uso de gráficos representando, por exemplo, a redução da expectativa de vida das pessoas que fumam em comparação às que não fumam, pois afirmaram que informações desse tipo podem ajudar as pessoas a pensar nas consequências de se iniciar este vício.	4

Levamos em conta que os alunos tomaram para si o tema da atividade, deram suas opiniões e se posicionaram contra o vício do cigarro, e, em resposta à questão 1 do questionário final perceberam a importância de se usar argumentos matemáticos para mostrar às pessoas o quanto o cigarro reduz a expectativa de vida das pessoas, citando, inclusive, a possibilidade do uso de gráficos para esse fim. Dessa maneira, concluímos que o Parâmetro 3 foi cumprido 100%.

A média aritmética das porcentagens obtidas, pela turma, é aproximadamente 73% que mede o nível de aproveitamento, dos alunos, em relação às nossas expectativas de cumprimento das tarefas exigidas no desenvolvimento da atividade. Este valor é a referência para a avaliação da aprendizagem, desses alunos, nesta atividade de Modelagem Matemática.

Esta avaliação, fundamentada nos dados dos Quadros 02, 03 e 04, revela algumas especificidades quanto à aprendizagem desses alunos, a saber:

- falta de familiaridade dos alunos com atividade de Modelagem Matemática;

- insegurança dos alunos em utilizar seus conhecimentos para propor possíveis respostas às questões, perguntando sempre ao pesquisador se o que estavam fazendo estava certo;

- dificuldades em relação ao domínio do conteúdo matemático de funções afins, pois não utilizaram esses conhecimentos no questionário final, optando por outras formas de obter as soluções como, por exemplo, a regra de três;

- potencialidade da turma em relação às capacidades criativas, ao desenvolvimento de competências e a mobilização para a resolução da atividade proposta.

Estas especificidades permitem ao professor conhecer melhor seus alunos e a identificar tanto os pontos fracos dos alunos, que ainda precisam ser estudados, discutido e que podem ser explorados mais em outras atividades de Modelagem Matemática, quando os pontos fortes que também devem ser destacados para os alunos conhecerem suas próprias capacidades.

4.3 Descrição da Atividade 2 e o processo de avaliação da aprendizagem dos alunos

Na segunda atividade, o contexto em que os alunos estavam inseridos era diferente do da primeira, pois os alunos já tinham tido o primeiro contato com a Modelagem Matemática, a atividade foi planejada para abordar um conteúdo que eles estavam estudando e o professor permitiu que a atividade valesse nota para o 2° bimestre.

A principal diferença da segunda atividade é que esta foi planejada levando em consideração o conteúdo que os alunos estavam estudando, no caso matrizes, diferentemente da primeira atividade que embora fosse de um conteúdo que os alunos já haviam estudado, não fazia parte das aulas ministradas pelo professor da turma.

Além disso, como a atividade utilizava os conceitos de matrizes, o professor da classe permitiu que a atividade valesse 2,0 pontos, nota que foi incluída na média bimestral. Dessa maneira, o professor permitiu que a pesquisadora utilizasse os parâmetros propostos para avaliar a aprendizagem significativa dos alunos na atividade desenvolvida.

Para encontrar uma atividade de Modelagem Matemática que abordasse o conteúdo de Matrizes e um tema que os alunos iriam se interessar, entramos em contato com outros pesquisadores na área que forneceram algumas opções de atividades. Entretanto estas se aprofundavam muito no conteúdo de matrizes e necessitavam de conceitos que os alunos não iriam estudar, então pesquisamos em livros, artigos e periódicos e encontramos uma página[8] da internet que disponibiliza recursos educacionais de Matemática para a Educação Básica.

Essa página reúne, de maneira organizada, várias multimídias, disponíveis gratuitamente, para uso do professor e do estudante de Matemática. Nesta página encontramos uma atividade que envolve matrizes e a adaptamos ao que estávamos precisando.

A atividade encontrada é baseada em uma lei que regulamenta a produção de leite e as consequências que essa lei acarreta ao pequeno produtor, então o tema da atividade tem sua origem em uma situação real, reproduzindo parte de suas características no problema proposto na atividade. Dessa maneira, a atividade caracteriza-se como um contexto simulado, pois é

[8] Página da internet: http://www.mais.mat.br/wiki/P%C3%A1gina_principal. Acesso em: 26 de junho de 2012.

uma representação do contexto real, transformando a situação em um problema passível de resolução pelos alunos.

Para desenvolver a atividade, a turma dividiu-se, a seu critério, em oito grupos, um grupo com quatro alunos, seis grupos com três alunos e um grupo com dois alunos. No entanto, o questionário posterior, para diagnóstico da aprendizagem significativa dos alunos, foi individual.

O tema da atividade foi "Normas para a produção de leite" e este foi introduzido para os alunos por meio de uma reportagem[9] sobre a Instrução Normativa 51 do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (IN 51), que estabelece novas regras para a produção de leite. Esta legislação estabelece critérios mais rígidos para a produção, identidade e qualidade do leite (Anexo 3). A medida regulamenta, ainda, os critérios técnicos de coleta de leite cru refrigerado e o seu transporte a granel.

Essa lei estabelece condições para o resfriamento de leite (após a ordenha), o transporte para os laticínios (uso de caminhões com tanques isotérmicos), a Contagem de Células Somáticas (uma das formas de se atestar a saúde do úbere) e Contagem Padrão em Placas (contagem bacteriana para verificar a qualidade sanitária para o consumo), a fim de elevar o padrão de qualidade do leite brasileiro, abrindo caminho para sua exportação e, ainda, trazer benefícios com maior segurança alimentar para o consumidor, mais rentabilidade para a indústria e menos problemas sanitários para o produtor.

Uma das exigências dessa lei é que o leite seja resfriado em tanque de expansão direta e seja transportado em caminhão especial. Como o custo de um tanque varia de R$15 mil a R$30 mil, isso pode prejudicar o pequeno produtor. Assim, uma das alternativas é compartilhar o equipamento por vários produtores, em um sistema de cooperativa, diluindo essa despesa.

A partir dessa reportagem, os alunos discutiram sobre a dificuldade de os pequenos produtores adquirir esse equipamento e foram questionados sobre a ideia da cooperativa, se essa ideia realmente resolvia o problema do pequeno produtor e, em meio a esta discussão, mostramos a eles um vídeo que simulava uma situação em que uma cooperativa de produtores de leite, com seis fazendas, decide construir um tanque de refrigeração para uso coletivo, mas precisa decidir em qual fazenda construí-lo.

---

[9] Reportagem disponível em: http://www.agricultura.mg.gov.br/noticias/61. Acesso em: 26 de junho de 2012.

O vídeo[10], desenvolvido pelo projeto Matemática Multimídia, com financiamento do Ministério da Educação e Cultura (MEC), foi editado pelos pesquisadores e apresentado aos alunos em partes. Primeiro assistiram apenas o problema dos produtores de leite para instalar o tanque de resfriamento de leite na fazenda.

No vídeo, os cooperados decidem adotar o seguinte critério: o tanque será instalado na fazenda que resultar no menor entre os maiores percursos, ou seja, dadas as distâncias que cada fazendeiro deverá percorrer para levar seu leite até o tanque, a fazenda escolhida será aquela que resultar na ***menor entre as maiores distâncias*** percorrida pelos outros fazendeiros.

Depois do vídeo, os alunos receberam impresso um mapa, retirado do próprio vídeo, que representava as distâncias entre as fazendas por meio das estradas existentes:

Figura 19: Mapa representando a distância entre as fazendas

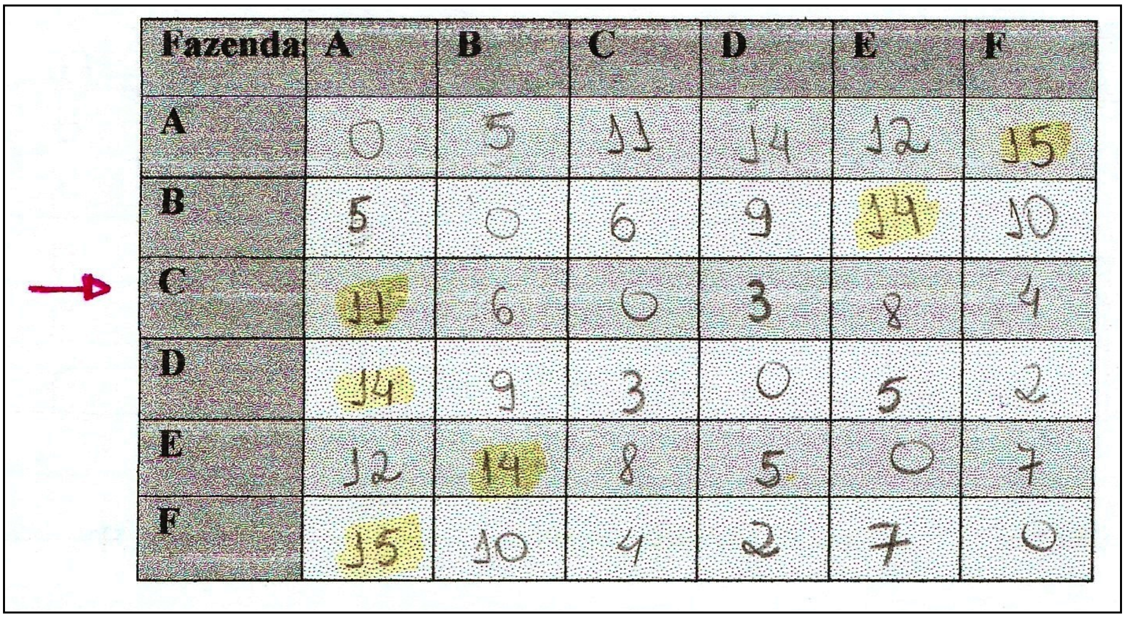
Fonte: Retirada do vídeo[11] apresentado aos alunos

Os alunos foram instruídos a construir uma tabela contendo a distância entre as fazendas, sendo que sempre escolhessem o menor caminho entre as fazendas. Se observarmos a primeira coluna, supondo que o tanque seja colocado na fazenda A, temos as distâncias que todas as outras fazendas vão percorrer diariamente. Nesse caso, quem vai ficar mais longe é a fazenda F, que terá que se deslocar 15 km, fazendo esta suposição para todas as fazendas, os alunos assinalaram as maiores distâncias de todas as colunas como representado na Figura 20.

[10] Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/index.php?url=http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/VideosM3Matematica/MatematicanaEscola/CooperativadeLeite/. Acesso em 26 de junho de 2012.

[11] Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/index.php?url=http://m3.ime.unicamp.br/portal/Midias/Videos/VideosM3Matematica/MatematicanaEscola/CooperativadeLeite/. Acesso em 26 de junho de 2012.

Figura 20: Tabela com as distâncias entre todas as fazendas construídas pelos alunos Q, R e S.



Fazenda	A	B	C	D	E	F
A	0	5	11	14	12	15
B	5	0	6	9	14	10
C	11	6	0	3	8	4
D	14	9	3	0	5	2
E	12	14	8	5	0	7
F	15	10	4	2	7	0

Como o critério estabelecido pelos fazendeiros foi a menor entre as maiores distâncias, os alunos concluíram que o tanque deveria ser instalado na fazenda C, como destacado na Figura 20.

Em seguida, baseados nas informações apresentadas no vídeo referentes ao problema dos fazendeiros e aos critérios que deveriam ser levados em consideração, os alunos receberam as seguintes questões:

Questão 1: *Na sua opinião, a solução apresentada no vídeo vai resolver o problema dos fazendeiros adequadamente? Justifique. Quais outros fatores poderiam influenciar na decisão do local em que o resfriador de leite vai ser instalado?*

A questão 1 teve por objetivo estimular os alunos à compreensão da solução inicial apresentada no vídeo e, também, estimular a discussão sobre quais outros fatores poderiam ser levados em consideração para resolver esse problema da melhor maneira para todos os fazendeiros. Nas Figuras 21, 22 e 23 apresentamos algumas das soluções propostas pelos grupos de alunos:

Figura 21: Resolução da questão 1 Alunos G, H e I

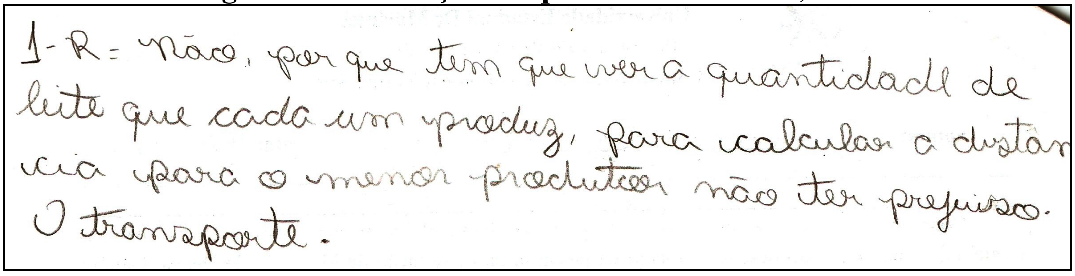

1- R= Não, por que tem que ver a quantidadl de leite que cada um produz, para calcular a distancia para o menor productor não ter prejuiso. O transporte.

Figura 22: Resolução da questão 1 Alunos X e Y

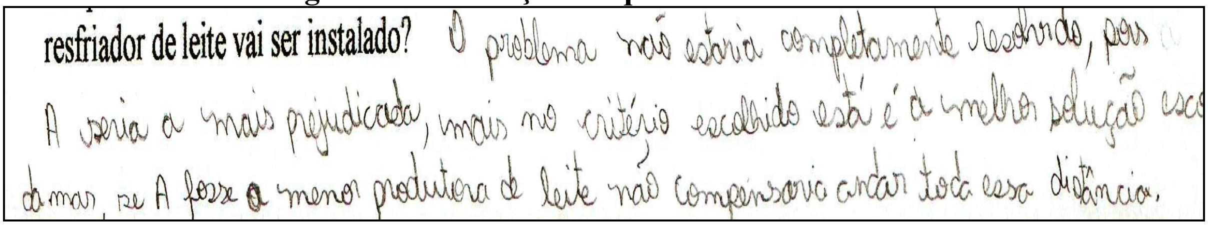
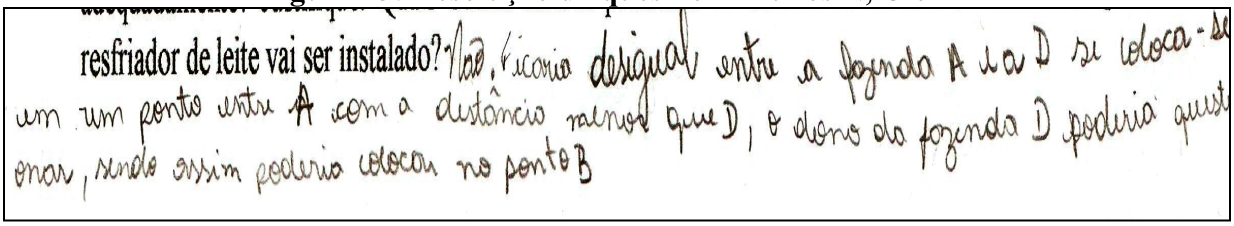

resfriador de leite vai ser instalado? O problema não estaria completamente resolvido, pois a A seria a mais prejudicada, mais no critério escolhido está é a melhor solução escodamar, se A fosse a menor produtora de leite não compensaria andar toda essa distância.

Figura 23: Resolução da questão 1 Alunos N, O e P


resfriador de leite vai ser instalado? Não, ficaria desigual entre a fazenda A e a D se coloca-se um um ponto entre A com a distância menor que D, o dono da fazenda D poderia questionar, sendo assim poderia colocar no ponto B

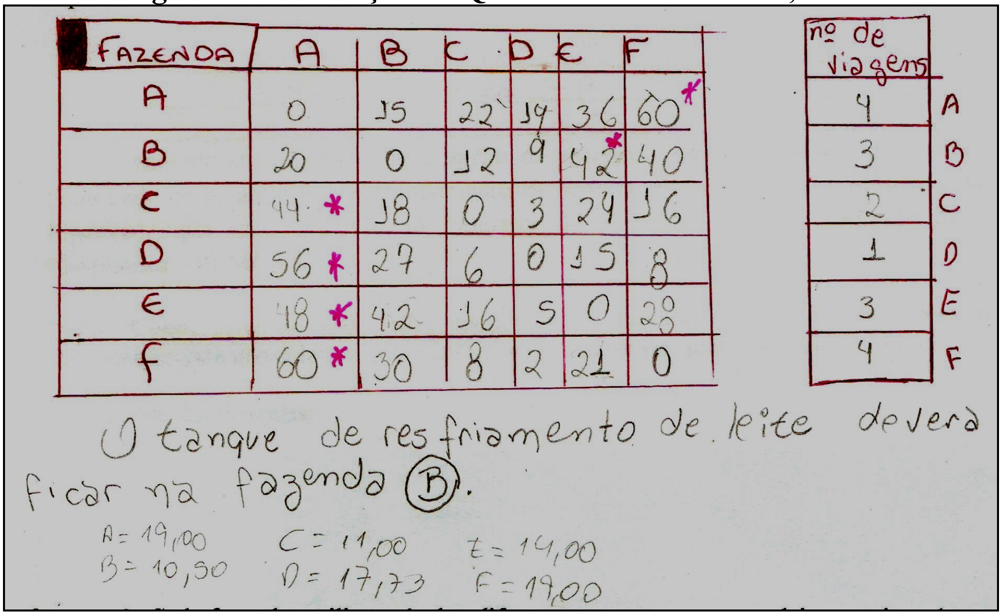
Questão 2: *Escreva uma nova tabela representando as distâncias entre as fazendas e considerando, agora, o número de viagens que cada fazendeiro faz: A fazenda A faz quatro viagens, a B faz 3, a C faz 2, a D faz 1, a E faz 3 e a F faz 4. A partir dessa nova tabela determine qual seria o melhor local para a instalação do tanque de resfriamento de leite.*

Na questão 2, os alunos levaram em consideração os dados fornecidos no vídeo referente à quantidade de viagens que cada fazendeiro faz por dia, a tabela das distâncias entre as fazendas apresentada na questão 1, e o critério estabelecido pelos fazendeiros que é determinar a menor entre as maiores distâncias.

Todos os alunos conseguiram responder esta questão, multiplicando as colunas da tabela referente as distâncias entre as fazendas (Figura 20), pela quantidade de viagens que cada fazendeiro precisa fazer para transportar sua produção, por exemplo, a primeira coluna da tabela na Figura 20, representa as distâncias percorridas pelo fazendeiro A para se deslocar até as outras fazendas, então os alunos multiplicaram essa coluna pelo escalar 4, que é o número de viagens que este fazendeiro precisa fazer..

A partir daí destacaram na tabela as maiores distâncias de cada linha, sendo que a menor delas é a resposta da questão. Vejamos essa resolução na Figura 24, a seguir.

Figura 24: Resolução da Questão 2 dos Alunos A, B e C



FAZENDA	A	B	C	D	E	F
A	0	15	22	19	36	60*
B	20	0	12	9	42*	40
C	44 *	18	0	3	24	16
D	56 *	27	6	0	15	8
E	48 *	42	16	5	0	28
F	60 *	30	8	2	21	0

nº de viagens	
4	A
3	B
2	C
1	D
3	E
4	F

O tanque de resfriamento de leite deverá ficar na fazenda B.

A= 19,00 C= 11,00 E= 14,00
B= 10,50 D= 17,73 F= 19,00

Questão 3: *Cada fazenda utiliza veículos diferentes para transportar o leite, por isso deve ser levado em consideração quanto cada fazendeiro gasta para levar seu leite até o resfriador. A tabela abaixo indica o preço médio atual dos combustíveis utilizados pelos fazendeiros e quantos quilômetros são percorridos com 1 litro de combustível:*

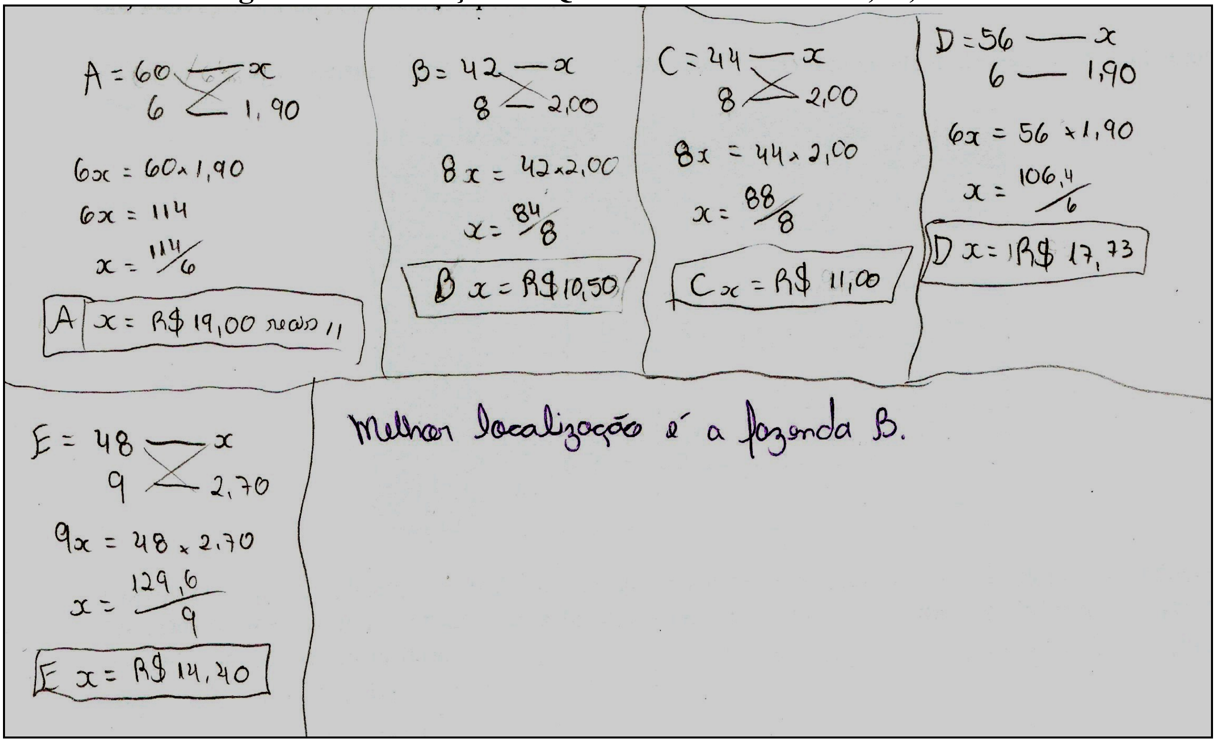
Combustível	Preço (R$)/Litro	Km/Litro
Álcool	1,90	6
Gasolina	2,70	9
Diesel	2,00	8

As fazendas A, D e F possuem veículos movidos a álcool, as fazendas B, C possuem veículos movidos a diesel e a fazenda E à gasolina. Considerando o valor que cada fazenda gasta pra fazer o transporte do leite, determine a melhor localização para ser instalado o resfriador.

Na questão 3 da atividade, os alunos tinham que trabalhar com mais um fator que influenciava na decisão do local em que deveria ser instalado o tanque de resfriamento. Nessa questão podemos observar estratégias diferentes de cada grupo.

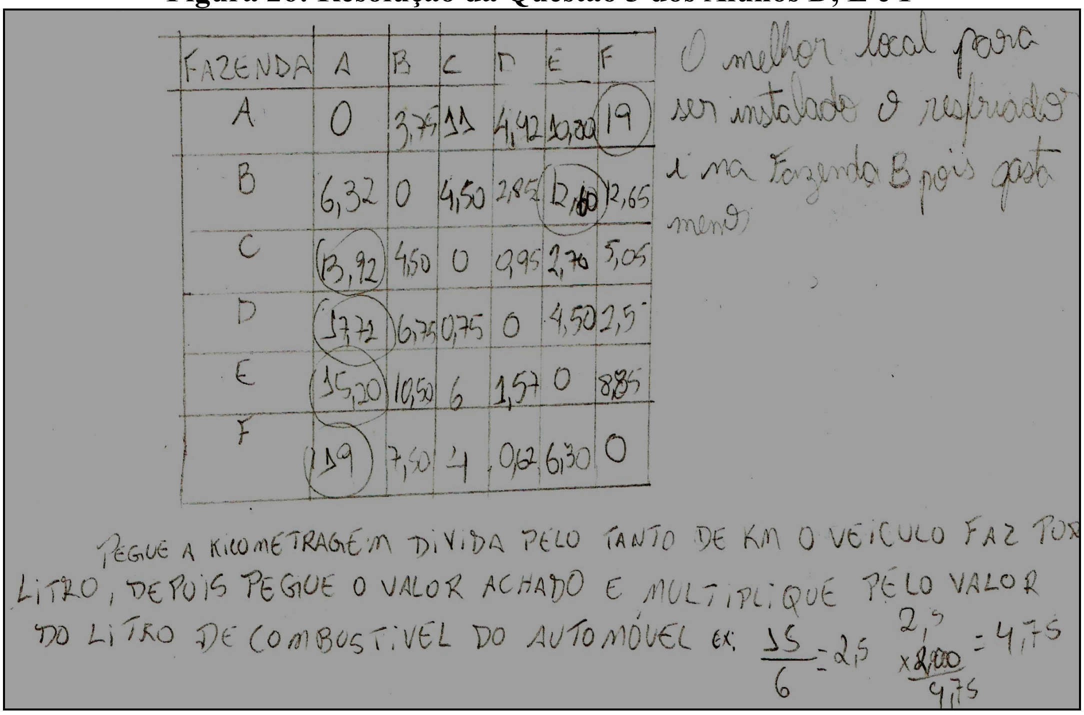
A Figura 25 representa os alunos que utilizaram regra de três simples para calcular o valor gasto por cada fazendeiro para transportar a produção diária de leite, os alunos fizeram esse cálculo somente com os valores mais altos destacados na tabela da questão 2.

Figura 25: Resolução da Questão 3 dos Alunos J, K, L e M



A Figura 26 representa os alunos que utilizaram a tabela obtida na questão 2 e dividiram todos os valores dessa tabela pela quantidade de quilômetros que são percorridos com 1 litro de combustível (km/Litro), do combustível respectivo de cada fazenda, obtendo assim quantos litros de combustível cada fazenda gasta, em todas as possibilidades, depois disso multiplicaram pelo valor do combustível fornecido na tabela da questão 2.

Figura 26: Resolução da Questão 3 dos Alunos D, E e F



Fazenda	A	B	C	D	E	F
A	0	3,75	11	4,42	10,80	19
B	6,32	0	4,50	2,85	12,60	12,65
C	13,92	4,50	0	0.95	2,70	5,05
D	17,72	6,75	0,75	0	4,50	2,5
E	15,20	10,50	6	1,57	0	8,85
F	19	7,50	4	0,12	6,30	0

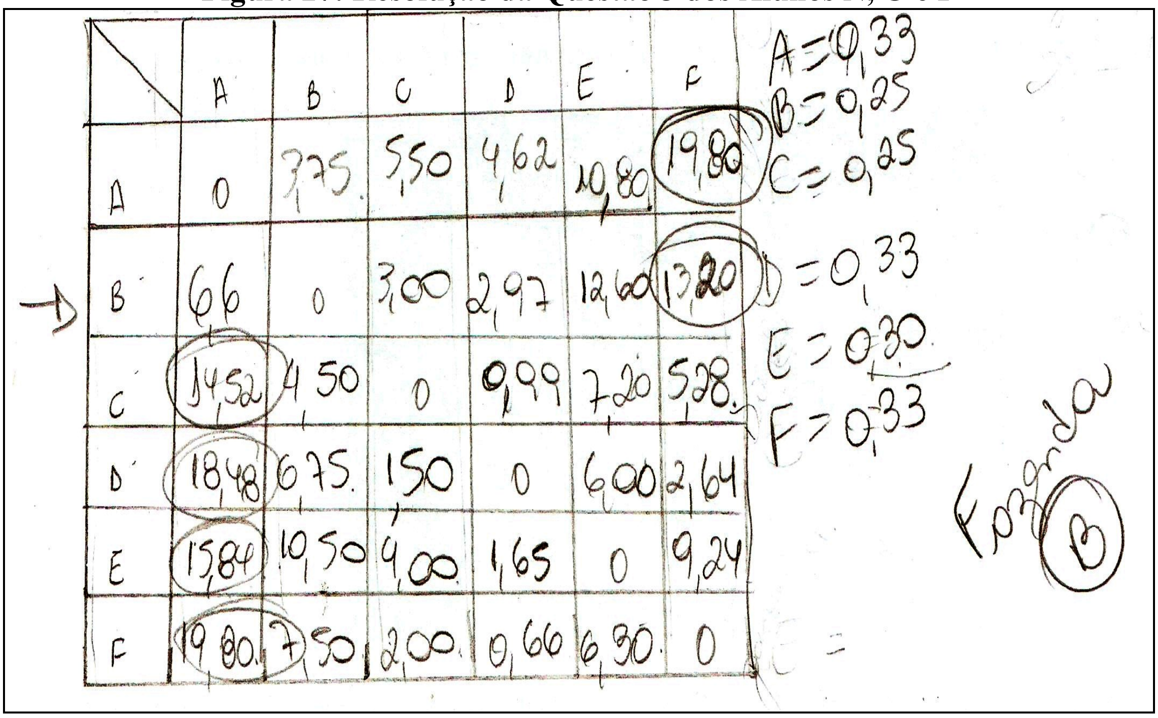
O melhor local para ser instalado o resfriador é na fazenda B, pois gasta menos

Pegue a quilometragem dividida pelo tanto de km que o veículo faz por litro, depois pegue o resultado e multiplique pelo valor do litro de combustível do automóvel. Ex: 15/6 = 2,5 2,5x2,00 = 4,75

Fonte: Transcrição da Figura 26.

Na Figura 27 são representados os alunos que encontraram o valor gasto por quilômetro para cada tipo de combustível, a partir daí multiplicaram o preço de 1 km de viagem pelos valores da tabela obtida na questão 2.

Figura 27: Resolução da Questão 3 dos Alunos N, O e P



	A	B	C	D	E	F
A	0	3,75	5,50	4,62	10,80	19,80
B	6,6	0	3,00	2,97	12,60	13,20
C	14,52	4,50	0	0,99	7,20	5,28
D	18,48	6,75	1,50	0	6,00	2,64
E	15,84	10,50	9,00	1,65	0	9,24
F	19,80	7,50	2,00	0,66	6,30	0

A = 0,33
B = 0,25
C = 0,25
D = 0,33
E = 0,30
F = 0,33

Fazenda B

Depois que todos os alunos terminaram a atividade, eles receberam um questionário que foi desenvolvido com a intenção de favorecer o contato com situações diferentes em que poderiam adaptar os conhecimentos adquiridos, viabilizando assim a avaliação da aprendizagem significativa por meio dos Parâmetros 1, 2 e 3. Os alunos foram orientados a respondê-lo individualmente:

Exercício 1 *- Na confecção de três modelos de camisas (A, B e C) são usados botões grandes (G) e pequenos (p). O número de botões por modelos é dado pela tabela:*

	Camisa A	*Camisa B*	*Camisa C*
Botões p	*3*	*1*	*3*
Botões G	*6*	*5*	*5*

O número de camisas fabricadas, de cada modelo, nos meses de maio e junho, é dado pela tabela:

	Maio	*Junho*
Camisa A	*100*	*50*
Camisa B	*50*	*100*
Camisa C	*50*	*50*

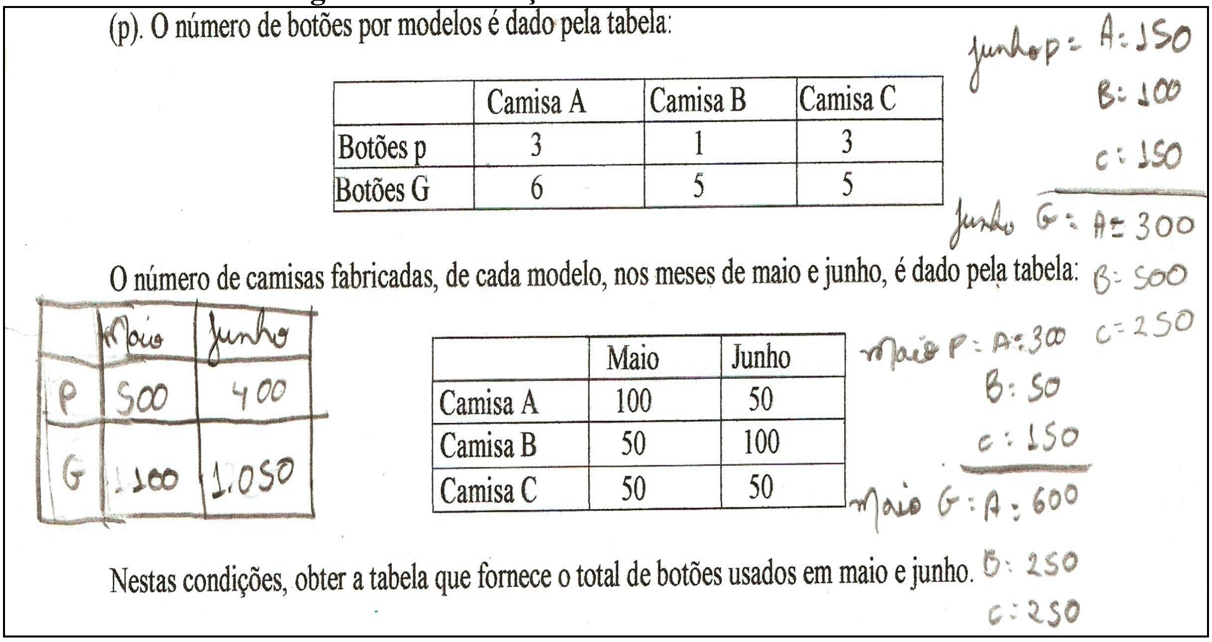
Nestas condições, obter a tabela que fornece o total de botões usados em maio e junho.

O questionário final poderia ser respondido tanto utilizando os conhecimentos de matrizes, explorados por alguns alunos na atividade, quanto por cálculos simples, desde que os alunos conseguissem interpretar as tabelas fornecidas em cada exercício, o que também foi feito na atividade.

No exercício 1, alguns alunos fizeram a multiplicação das matrizes (Botões × Camisas) e (Camisas × Mês) obtendo uma matriz que representava (Botões × Mês), isto é, quantos botões eram utilizados em cada mês. No entanto, não escreveram os cálculos usuais desse tipo de operação.

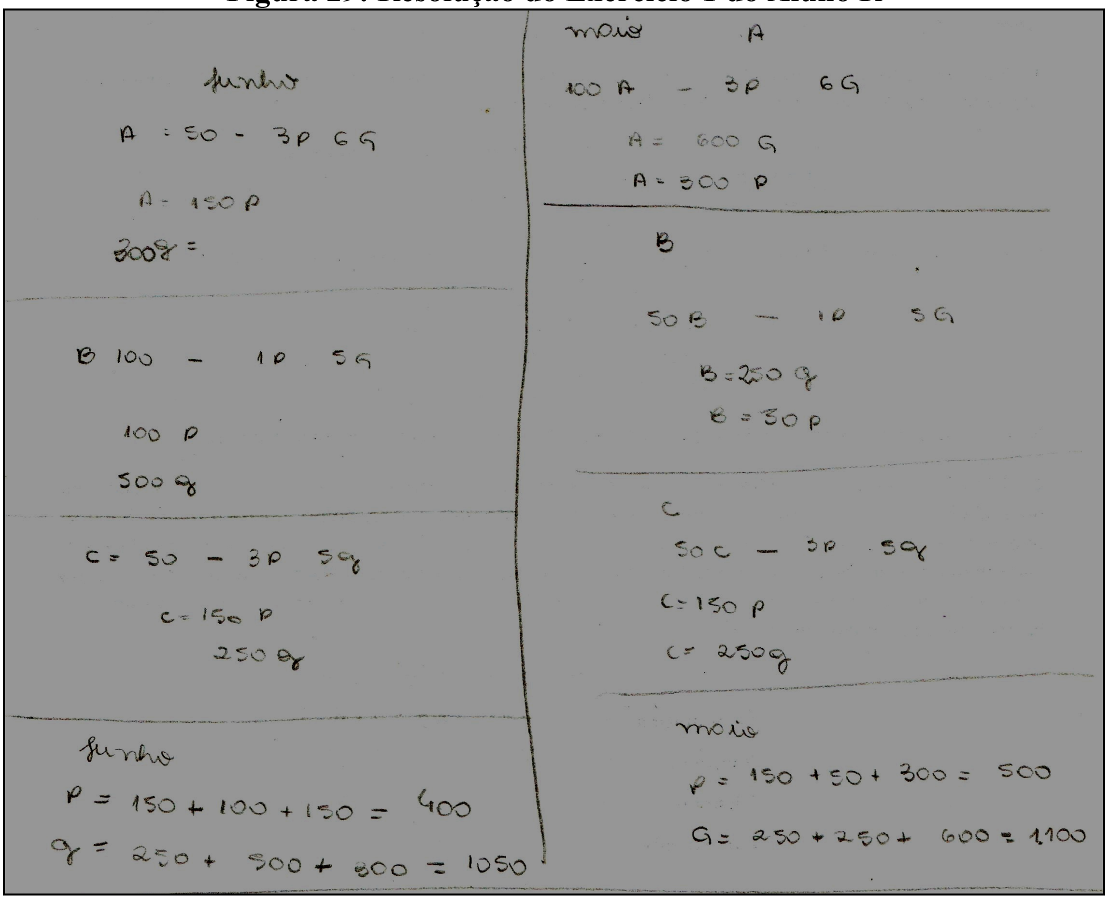
Apesar de esses alunos saberem que estavam utilizando multiplicações de matrizes, eles não o fizeram da maneira convencional, com o algoritmo clássico, pois isso não foi solicitado. No entanto, o raciocínio utilizado, por eles, é o da multiplicação das matrizes correspondentes, como é mostrado na Figura 28.

Figura 28: Resolução do Exercício 1 do Aluno J



Alguns alunos resolveram o exercício 1 utilizando cálculos de soma dos valores correspondentes das tabelas fornecidas para se obter o que era pedido, demonstrando com isso facilidade de interpretação dos dados dispostos na tabela, essa resolução é apresentada na Figura 29, a seguir:

Figura 29: Resolução do Exercício 1 do Aluno R



Transcrição da Figura 29

Julho **A = 50 – 3p 6g** **A = 150p** **300g**	**Maio A** **100A – 3p 6g** **A = 600g** **A = 300p**
B 100 – 1p 5g **100p** **500g**	**B** **50b – 1p 5g** **B = 250g** **B= 50p**
C = 50 – 3p 5g **C = 150p** **250g**	**C** **50c – 3p 5g** **C = 150p** **C = 250g**
Junho **P = 150 + 100 + 150 = 400** **G = 250 + 500 +300 = 1050**	**Maio** **P = 150 + 50 +300 = 500** **G = 250 + 250 + 600 = 1100**

Fonte: Transcrição da figura 29.

Exercício 2 *- Cláudio anotou suas médias bimestrais de matemática, português, ciências e estudos sociais em uma tabela com quatro linhas e quatro colunas, formando uma matriz, como mostra a figura. Sabe-se que as notas de todos os bimestres têm o mesmo peso, isto é, para calcular a média anual do aluno em cada matéria basta fazer a média aritmética de suas médias bimestrais. Para gerar uma nova matriz cujos elementos representem as médias anuais de Cláudio, na mesma ordem da matriz apresentada, bastará multiplicar essa matriz por qual das opções abaixo?*

	1° B	2° B	3° B	4° B
Matemática	5,0	4,5	6,2	5,9
Português	8,4	6,5	7,1	6,6
Ciências	9,0	7,8	6,8	8,8
Est. Sociais	7,7	5,9	8,6	6,2

$a)\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ $\quad b)\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$ $\quad c)\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{bmatrix}$ $\quad d)\begin{bmatrix}\frac{1}{4}\end{bmatrix}$ $\quad e)\begin{bmatrix}\frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\end{bmatrix}$

No exercício 2, os alunos resolveram interpretando os valores dispostos na tabela fornecida no exercício, das notas por matérias, e encontraram o resultado analisando a ordem das matrizes e o significado de média aritmética.

Os alunos, mesmo apresentando a resposta do exercício, assinalando a alternativa correta e justificando essa escolha, ainda ficaram alguns minutos a mais do que a aula normal para encontrar a média aritmética das notas. Vejam nas figuras a seguir:

Figura 30: Resolução do Exercício 2 do Aluno B

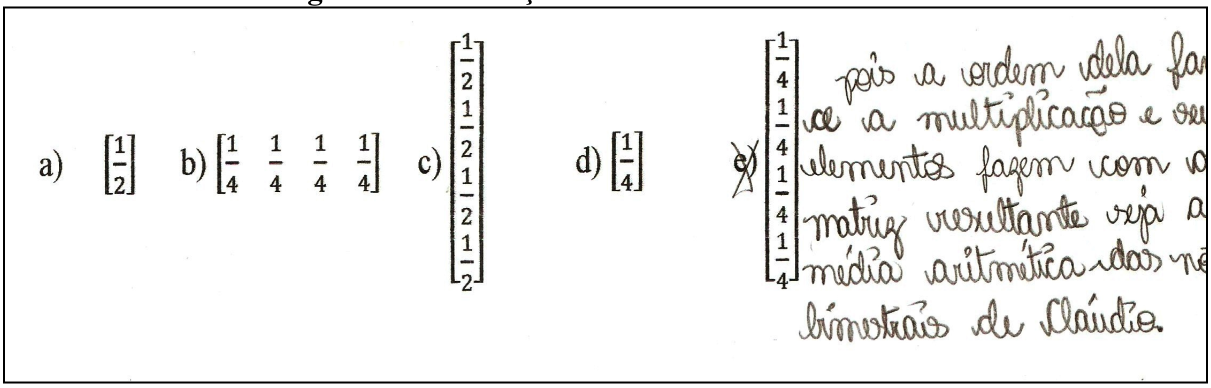
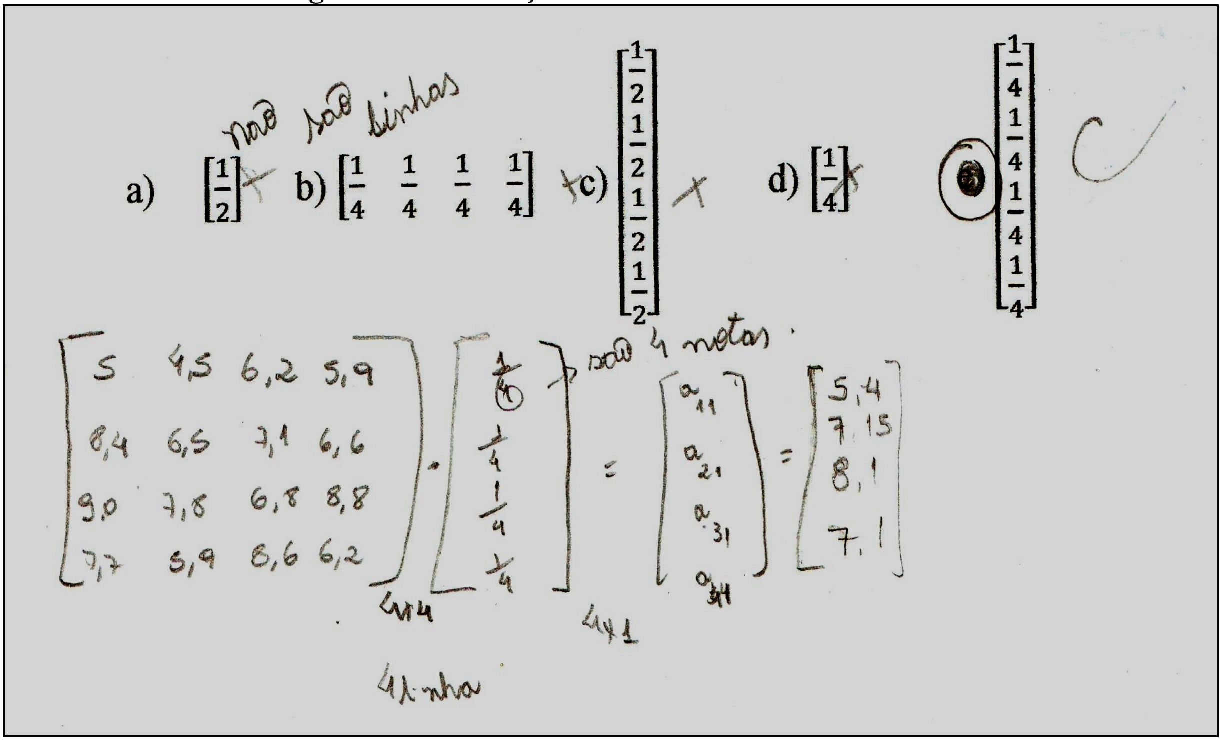


Figura 31: Resolução do Exercício 1 do Aluno N



De modo geral, todos os alunos participaram e terminaram a atividade. Embora esta atividade não fora gravada ou filmada, foi feito um diário de campo ao final da aula. A pesquisadora anotou algumas falas dos alunos que eram relevantes para a análise da aprendizagem significativa dos alunos em relação ao conceito de matrizes, e que não foram escritas por eles na atividade. Seguem as falas que foram registradas e serão utilizadas na avaliação da aprendizagem dos alunos segundo os parâmetros construídos:

> O resfriador podia ser instalado no meio do mapa, fora das estradas, por que aí iria ficar em um ponto que teria a mesma distância para todos (Diário de Campo).
>
> Essa solução não é justa para todos os fazendeiros por que depende da quantidade de leite que cada um produz, se o fazendeiro A for o menor produtor não vai compensar levar o leite até o resfriador (Diário de Campo).
>
> Nunca tinha pensado em como resolver um problema desse tipo (Diário de Campo).
>
> [...] isso pode ser usado aqui na escola quando forem construir alguma coisa (Diário de Campo).
>
> Esse problema poderia ser ampliado para alguma coisa muito maior, como empresas, por exemplo (Diário de Campo).
>
> Nesse exercício [exercício 1 do questionário final] dá para resolver utilizado multiplicação de matrizes, por que a ordem das matrizes da certo, mas fazer os cálculos de cabeça é mais rápido (Diário de Campo).

Na utilização dos parâmetros para avaliar a aprendizagem significativa dos alunos, nessa atividade, iremos considerar as respostas dos alunos e o diário de campo feito pela pesquisadora. Assim, será possível elencar as ações dos alunos que devem ser levadas em consideração para essa avaliação.

Nos Quadros 05, 06 e 07, a seguir, são apresentadas as ações desempenhadas pelos alunos durante a atividade, apontando diferentes maneiras por meio dos quais cada parâmetro de avaliação da aprendizagem, definidos anteriormente, pode ser percebido.

Na primeira atividade, a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos baseados no cumprimento dos Parâmetros 1, 2 e 3, foi feito de modo coletivo, isto é, a turma foi avaliada como um todo evidenciando os pontos fortes e fracos que emergiram da atividade desenvolvida.

Para esta segunda atividade de Modelagem Matemática, necessitamos mais que uma avaliação geral da classe, pois o professor da turma permitiu que a atividade valesse nota para os alunos, então devemos avaliar, também, a aprendizagem individualmente.

Para nossa avaliação, consideramos que os alunos não precisam ter feito todas as ações destacadas em cada parâmetro para tê-lo atingido, pelo menos uma ação evidenciada já garante que o aluno cumpriu 100% do parâmetro correspondente, e para o aluno que não apresentar nenhuma ação, consideramos que este não atingiu o parâmetro.

Quadro 05: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 1

Parâmetro 1: o aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, ***essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como fluência, originalidade e complexidade.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
Apresentaram em suas respostas na questão 1, da atividade, preocupação com o fazendeiro A, pois se ele fosse o menor produtor, tivesse menos leite para transportar que os outros fazendeiros, ele seria prejudicado por essa maneira de se resolver o problema, procurando propor outra resposta.	T, U, Q, R, S, N, O, P, G, H, I
Na resposta da questão 1, da atividade, os alunos queriam colocar o resfriador em um ponto fora da estrada, no meio do mapa, dizendo que se poderiam ser construídas estradas e assim ficaria mais justo para todos os fazendeiros.	N, O, P
Para responder a questão 3, da atividade, os alunos encontraram o preço de 1 km para cada combustível e depois multiplicaram pela distância que cada fazendeiro percorria por dia, simplificando os cálculos. A partir daí obtiveram uma nova tabela relacionando o valor que cada fazendeiro irá gastar por dia determinando o menor entre os maiores valores e assim concluíram que a melhor fazenda para se instalar o tanque de resfriamento de leite é a B.	N, O, P
Ao responderem o exercício 2, do questionário, os alunos não ficaram satisfeitos em determinar qual das alternativas respondia o problema e mesmo após acabar a aula eles ficaram alguns minutos a mais para encontrar a média das notas por meio da multiplicação de matrizes, pois era algo novo para eles.	N, O, P, T, U, V, X, Y

Apesar de não termos identificadas as ações de alguns alunos correspondentes ao Parâmetro 1, estes alunos acertaram os exercícios propostos, então optamos por considerar também na avaliação as respostas corretas dos alunos, como uma maneira de verificar a participação dos alunos na atividade.

Dessa maneira, os Parâmetros e as respostas corretas são cumpridos de 0 a 100% e iremos fazer a média aritmética das quatro porcentagens sendo que o resultado indicará a porcentagem da nota (2,0 pontos) que cada aluno irá receber.

Quadro 06: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 2

Parâmetro 2: após a atividade de modelagem matemática ***o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
Responderam o exercício 1, do questionário, interpretando as duas tabelas disponíveis e por compreenderem o significado da disposição dos valores na tabela resolveram o problema por meio de multiplicações e somas simples.	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, X, Y
Os alunos perceberam no exercício 1, do questionário, que se transformassem as tabelas (BotõesXCamisas) e (CamisasXMês) em matrizes e as multiplicassem obteriam uma matriz que representava (BotõesXMês), isto é, quantos botões eram utilizados em cada mês.	E, F, G, H, I, U
Os alunos responderam o exercício 2, do questionário, interpretando os valores dispostos na tabela disponível das notas por matérias e encontraram o resultado analisando a ordem das matrizes e o significado de média aritmética.	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, X, Y

Quadro 07: Ações dos alunos condizentes com o Parâmetro 3

Parâmetro 3: o aluno deve conseguir perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, ***relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos.***	
Ações dos alunos	**Alunos**
Os alunos demonstraram, nas discussões em sala de aula, que compreenderam a importância de conceitos matemáticos simples, como o de matrizes, que podem ajudar pessoas a resolverem problemas importantes do seu cotidiano.	A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, X, Y
Os alunos se envolveram na situação proposta, pois queriam buscar alternativas que não tinham sido mencionadas e que nem sabiam se seriam viáveis para ajudar os fazendeiros.	N, O, P
Os alunos demonstraram em suas falas que essa maneira de resolver a atividade e encontrar uma solução para o problema dos fazendeiros poderia ser utilizada em outras situações com as mesmas características desse problema, até mesmo em empresas.	Q, R, S

O procedimento de avaliação individual da aprendizagem significativa dos alunos, apresentada nesta seção, foi desenvolvido para o contexto específico da atividade desenvolvida. Os parâmetros não são rígidos, eles norteiam o processo de avaliação da aprendizagem, fornecendo opções para o professor adaptá-lo a cada cenário em que se encontra.

Na Tabela 02, a seguir, é representada a avaliação da aprendizagem de cada aluno nessa atividade de Modelagem Matemática. Cada aluno será identificado por uma letra, com total de 24 alunos. Destacaremos o cumprimento de cada parâmetro em porcentagem e, por fim, a porcentagem final em relação à nota que cada aluno receberá:

Tabela 02: Avaliação individual da aprendizagem significativa na Atividade 2

Aluno	Parâmetro1	Parâmetro 2	Parâmetro 3	Respostas Corretas	Média	Nota
A	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
B	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
C	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
D	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
E	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
F	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
G	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
H	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
I	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
J	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
K	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
L	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
M	0%	100%	100%	100%	75%	1,5
N	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
O	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
P	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
Q	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
R	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
S	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
T	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
U	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
V	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
X	100%	100%	100%	100%	100%	2,0
Y	100%	100%	100%	100%	100%	2,0

Na Tabela 02 é representado o desempenho de cada aluno na atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na sala de aula. Observamos que alguns alunos não conseguiram atingir o Parâmetro 1, esse fato é condizente com o contexto dos alunos, pois apesar de eles já terem tido contato com a Modelagem Matemática ainda estudam em um sistema que prima pela unicidade da resposta, assim eles não costumam pensar nas possibilidades de resolução do problema como possíveis caminhos a serem seguidos para se encontrar uma resposta adequada.

Com este fato, foi necessário considerar também as respostas corretas dos alunos nos exercícios, pois, caso contrário, poderíamos estar sendo injustos com esta avaliação.

De modo geral, percebemos que esta proposta de avaliação da aprendizagem é viável de ser inserida na sala de aula em atividades de Modelagem Matemática, pois os Parâmetros 1, 2 e 3 norteiam a avaliação e são completamente adaptáveis às situações que o professor se depara na sala de aula.

4.4 Considerações do professor da turma em relação à avaliação realizada

Tendo em vista um dos objetivos específicos desse trabalho, de ilustrar a utilização dos parâmetros construídos para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática com uma turma da Educação Básica, e por esses exemplos, apontar benefícios dessa proposta no âmbito da Educação Matemática, desenvolvemos duas atividades de Modelagem Matemática com uma turma do 3º ano do Ensino Médio de um colégio da rede pública do Estado do Paraná.

Particularmente, no caso da segunda atividade em que o professor da turma nos requisitou que fosse elaborada uma atividade de Modelagem Matemática abordando o conteúdo matemático de Matrizes e que fizéssemos a avaliação da aprendizagem dos alunos a partir dos parâmetros construídos. Sendo que a nota dessa avaliação iria compor o conceito bimestral dos alunos.

Por isso, fizemos uma entrevista com o professor da classe considerando que ele acompanhou todo o processo da inserção da Modelagem Matemática com a turma, acompanhou o desenvolvimento das atividades em suas aulas e utilizou nossa proposta de avaliação como parte da nota bimestral da turma. Além disso, é importante saber se os resultados apresentados por essa avaliação corroboram com a atribuição de significado, por parte dos alunos, e a avaliação proposta pelo professor nesta turma.

A entrevista foi realizada algumas semanas depois do desenvolvimento das atividades e da avaliação das mesmas, o professor teve acesso aos parâmetros construídos bem como ao todo processo da avaliação da aprendizagem significativa dos alunos, descritas anteriormente. A entrevista foi realizada de maneira informal, com uma conversa, em que o professor ficou à vontade para expressar sua opinião.

A condução da entrevista foi norteada por algumas questões principais, a saber:

- O que você achou da avaliação dos alunos em relação ao conteúdo de matrizes por meio de uma atividade de Modelagem Matemática?

- Qual sua opinião sobre a tabela de notas dos alunos obtida por meio da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida?

- Você se surpreendeu com o desempenho de algum(s) aluno(s)?

- Você acha importante o objetivo dessa pesquisa, de desenvolver uma proposta para avaliar a aprendizagem significativa dos alunos em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula?

De maneira geral, o professor citou muito a necessidade de se contextualizar os conteúdos matemáticos, pois alguns alunos têm dificuldade em entender os algoritmos matemáticos utilizados e a introdução de uma situação diferenciada envolvendo tal conteúdo, pode auxiliar os alunos a superar essas dificuldades, os alunos se sentem mais a vontade, não tem medo de errar, discutem e se envolvem com o tema proposto.

O professor citou que já ouviu falar sobre a Modelagem Matemática, como nos documentos oficiais da Educação Básica, mas não sabia como era uma atividade baseada nessa tendência, nunca tinha presenciado o desenvolvimento de uma atividade desse tipo e conhece muitos professores que não gostam de utilizar essa tendência na sala de aula.

Apesar disso, ele entendeu a atividade interessante, instigativa, envolvente, diferenciada e importante para os alunos, no sentido de sair da mecanicidade dos algoritmos matemáticos e deixar os alunos livres para pensar sobre as possibilidades de resposta.

Sobre o desempenho dos alunos, o professor mencionou que ficou surpreso com o desenvolvimento de alguns estudantes, principalmente de um deles que estava em um processo de orientação pelos professores e pela escola para a melhoria das notas e do desempenho escolar e este foi um dos alunos que obteve nota máxima na atividade. O professor salienta, com esse exemplo, que percebeu um potencial de aprendizagem na utilização de atividades de Modelagem Matemática.

Disse também que alguns alunos ficaram muito focados em fornecer uma resposta "matemática", justificada por cálculos e deixaram de lado a interpretação da situação envolvida, sugerindo que os alunos devam ser orientados para raciocinar acerca do tema proposto, justificando melhor suas respostas.

O professor deixou claro que esse tipo de atividade deve ser planejado para alguns conteúdos matemáticos, pois alguns destes são difíceis de encontrar um tema ou contexto que seja suficiente para desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática. Também cita que muito professores não conhecem essa tendência e que isso poderia ser mais bem divulgado e, ainda, fornecidos os cursos para capacitar os professores.

Por fim, quando questionado quando a sua opinião sobre essa pesquisa, disse que acha entende importante esse tipo de pesquisa para melhorar a qualidade de ensino e dar alternativas para o professor em relação à avaliação da aprendizagem, pois muitas vezes a avaliação tradicional pode prejudicar alguns alunos que tem dificuldades em se adaptar a esse tipo de avaliação.

Esta opinião positiva do professor da turma em relação à avaliação da aprendizagem significativa desenvolvida com sua turma, por meio de atividades de Modelagem Matemática, nos estimula nos encaminhamentos finais deste trabalho e confirma nossa expectativa em relação aos parâmetros construídos serem uma alternativa ao processo de avaliação tradicional.

Capítulo 5: Avaliação da aprendizagem significativa em uma atividade de Modelagem Matemática: explorando novos procedimentos

Neste capítulo, apresentamos reflexões acerca da utilização dos Parâmetros 1, 2 e 3 na avaliação da aprendizagem significativa dos alunos nas duas atividades desenvolvidas. E, também, complementações para nossa proposta de avaliação da aprendizagem significativa, com o objetivo de ampliar o espectro de abrangência dos parâmetros construídos.

5.1 Parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula: uma discussão sobre suas compreensões

No capítulo anterior, apresentamos o desenvolvimento de duas atividades de Modelagem Matemática, com o intuito de exemplificar algumas das maneiras como os parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos, construídos no Capítulo 3, podem ser utilizados no processo de avaliação da aprendizagem em uma atividade de Modelagem Matemática realizada na sala de aula.

Para tanto, especificamente na Atividade 2, tal avaliação tomou como base de aferição o cumprimento dos Parâmetros 1, 2 e 3, pelas ações dos alunos que correspondiam a cada um deles, sendo que cada aluno deveria apresentar pelo menos uma das ações, correspondentes, para ter cumprido determinado parâmetro.

Dessa maneira, para atribuir uma nota numérica que avalie a aprendizagem significativa dos alunos, no desenvolvimento da Atividade 2, definimos que cada um dos parâmetros poderia ser cumprido de 0 a 100%, a partir de pelo menos uma ação identificada. Também, foram avaliadas as respostas corretas dos alunos, nas questões da atividade e do questionário final, utilizando a mesma porcentagem. A nota final, de cada aluno, foi o resultado da média aritmética da porcentagem do cumprimento de cada um dos parâmetros e das respostas às questões propostas.

No entanto, embora esta avaliação seja coerente com os propósitos das atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em sala de aula, com vistas à aprendizagem significativa e com os critérios estabelecidos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), os Parâmetros 1, 2 e 3 avaliaram, para cada aluno ou grupo, o seu cumprimento ou não, de maneira rígida, o que no nosso entendimento não é totalmente coerente com as características do processo de Modelagem Matemática.

Segundo Canen e Santos (2009), a avaliação da aprendizagem envolve mais que procedimentos estáticos de julgamento, ela deve ser condizente com as práticas do professor:

> "A avaliação está longe de se limitar a uma questão meramente técnica. Ela envolve sentimentos, auto-estima, filosofia de vida, posicionamento político. [...] Como se percebe, a avaliação da aprendizagem não pode ser separada do processo de ensino-aprendizagem promovido pelo professor." (CANEN E SANTOS, 2009, p. 43)

Este fato alertou-nos para a necessidade de uma reflexão acerca dos diferentes níveis de abrangência que os parâmetros, para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno, podem alcançar. Entendemos que os níveis de abrangência de um parâmetro devem proporcionar, ao professor, a compreensão dos possíveis elementos que caracterizam as ações correspondentes aos parâmetros.

Esta discussão também emerge do fato de entendermos que a avaliação da aprendizagem significativa, em atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas na sala de aula, é subjetiva e, portanto, ao atribuirmos um valor numérico que represente esta avaliação, este número deve levar em consideração tal subjetividade.

Consideramos que esta subjetividade deve compreender as ações dos alunos durante todas as etapas do processo de Modelagem Matemática permeadas durante o desenvolvimento da atividade. Dessa maneira, inferimos que uma nota que compreenda tal subjetividade e avalie a aprendizagem do aluno deve ser a somatória das ações desempenhadas por eles. Neste capítulo, para especificar as ações correspondentes a cada parâmetro, pretendemos identificar os elementos subjetivos que as representam.

Sabemos que podem existir mais ações a serem consideradas no cumprimento de cada um dos parâmetros, dependendo da situação, do tipo de atividade, da forma como é conduzida, do cenário que os alunos estão inseridos, dos objetivos da atividade, entre outros. Portanto, avaliar as ações e/ou as metas que se pretende atingir, em uma atividade de Modelagem Matemática, visando à aprendizagem significativa, é uma tarefa bastante delicada.

Neste capítulo, propomos ampliar o espectro de abrangência dos parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática, buscando especificar, no sentido de facilitar ao professor, o mecanismo de avaliação da aprendizagem significativa que pode ser executado por meio desses parâmetros.

Essa construção também visa aperfeiçoar o mecanismo de determinação da nota individual dos alunos, que foi utilizado na segunda atividade, em que os alunos poderiam apenas ter cumprido ou não um parâmetro pelas poucas ações identificadas durante a atividade. Para tanto, pretendemos especificar os elementos subjetivos que caracterizam as ações que compõem cada um dos parâmetros.

Essa discussão em torno dos elementos subjetivos e das ações dos alunos envolvidos em cada um dos parâmetros, levou-nos ao estudo do artigo de Jerry Lége intitulado “To model, or to let them model? That is the question!” publicado no ano de 2007 (Anexo 4).

A questão de pesquisa de Lége (2007) envolve o primeiro contato dos alunos com a Modelagem Matemática, no sentido de discutir qual a melhor abordagem de ensino para proporcionar aos alunos compreender as sutilezas do processo de modelar: quando os estudantes examinam exemplos de modelos previamente construídos ou quando eles modelam uma situação por si próprios? Esta questão de pesquisa estabeleceu a base para um estudo de caso comparativo, que é o foco do seu trabalho.

Para atingir seus objetivos, Lége (2007) desenvolveu um projeto experimental em duas escolas em um distrito escolar do centro da cidade, perto de Nova York, em um curso denominado de Fundamentos de Matemática. Os alunos escolhidos foram identificados pela idade e pelo nível de habilidade com o conteúdo de Álgebra. Os alunos escolhidos foram separados em dois grupos e em cada grupo foram utilizadas abordagens de ensino diferentes. Os estudantes foram avaliados em relação a dois conjuntos de metas de desempenho que foram desenvolvidos por Lége (2007) para seu estudo.

Primeiramente, foram destacadas 20 metas de desempenho acerca da avaliação da atividade de Modelagem Matemática, que segundo o autor, incluem considerações gerais acerca da modelagem de uma forma procedimental, como uma atividade dinâmica, com potencial para aplicação de abordagens criativas ou inusitadas.

Compreendem, também, metas específicas relacionadas com as etapas do Processo de Modelagem, incluindo a definição do problema, a organização e planejamento, a execução (a construção do modelo) e a avaliação.

Quadro 08: Metas de Desempenho para a Avaliação da Modelagem (AM)

Nº	**Descrição**
1	Abordagem sistemática da Modelagem
2	Mostrar a Modelagem como uma atividade dinâmica
3	Usar criatividade/abordagens incomuns
4	Definir o problema
5	Separar informações úteis/informações irrelevantes
6	Usar o conhecimento contextual não-dado
7	Usar comportamentos planejados

8	Esclarecer/simplificar suposições
9	Usar uma representação organizada
10	Usar submodelos e ligações
11	Definir claramente objetos e relações
12	Seguir o planejamento previamente estabelecido
13	Usar a matemática apropriada para descrever
14	Realizar cálculos corretamente
15	Relatar como hipóteses resultados relacionados
16	Interpretar os resultados dentro do contexto
17	Verificar se o modelo faz sentido
18	Testar a validade das previsões feitas
19	Detalhar/prolongar a situação original
20	Identificar os pontos fortes/limitações do modelo

Fonte: Lége (2007, p. 427) (Tradução nossa)

Em seguida, foram apresentadas 20 metas de desempenho para a avaliação de estruturas de modelos que, segundo Lége (2007), envolvem temas gerais de identificação do problema, a simplificação, a construção do modelo e cálculos, a avaliação e revisão, mas é focada na compreensão de quando e por que algo foi feito.

Quadro 09: Metas de Desempenho para a Avaliação de Estruturas do Modelo (AEM)

Nº	**Descrição**
1	Identificar as principais características
2	Saber se / quando é necessário esclarecer
3	Ligar o problema à situação real
4	Identificar os pressupostos que foram feitos
5	Distinguir os tipos de suposições
6	Detectar inapropriações/Informações desnecessárias
7	Saiba quando a informação dada é insuficiente
8	Explicar como os pressupostos podem simplificar ou quando deve ser feito
9	Reconhecer características reais do modelo
10	Verificar os cálculos inerentes ao modelo
11	Saber como a matemática dá suporte ao modelo
12	Explicar a conexão entre o modelo e as partes
13	Variar a quantidade por meio de um intervalo de valores
14	Identificar etapas de refinamento do modelo

15	Explicar as alterações feitas no refinamento
16	Determinar as limitações inerentes
17	Determine se o modelo faz sentido
18	Saber se modelo é sensível a uma determinada quantidade ou condição inicial
19	Interpretar a solução no contexto
20	Identificar quando uma inferência é válida

Fonte: Lége (2007, p. 427) (Tradução nossa)

Lége (2007) não aponta quais das metas foram cumpridas pelos alunos, nem detalha as atividades desenvolvidas, provavelmente por não ser o foco do estudo. Baseado nas metas de desempenhos cumpridas pelos alunos, o autor conclui que uma grande porcentagem de alunos foram capazes de demonstrar a compreensão de aspectos da Modelagem em cerca de metade das metas de desempenho.

Embora o autor tenha concluído que não foi possível comparar os dois grupos de alunos, pelas metas de desempenho definidas, ele aponta que a análise estatística do cumprimento de tais metas pode ser utilizados em vários âmbitos.

Assim, considerando nossos propósitos para este capítulo, utilizaremos as 40 metas de desempenho dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, propostas por Lége (2007), para identificar os elementos subjetivos que caracterizam as ações que compreendem os Parâmetros 1, 2 e 3.

A seleção das metas de desempenho, a serem associadas a cada um dos parâmetros de avaliação da aprendizagem, será feita pelas características do processo da Modelagem Matemática compreendidas em cada um deles.

As metas de desempenho, propostas por Lége (2007), são fundamentadas em sua concepção de que a Modelagem Matemática é um processo que engloba a tradução do mundo real em termos matemáticos com o objetivo de resolver um problema ou analisar uma situação, o que, segundo o autor, pode ser associado às etapas da Modelagem Matemática. Apesar dessas compreensões do autor, iremos interpretar as metas de desempenho propostas com base nos nossos parâmetros de avaliação da aprendizagem significativa.

As etapas para uma atividade de Modelagem Matemática tem como objetivo organizar o trabalho e a interação, dos alunos e do professor, em sala de aula tornando-a um processo dinâmico que favorece o ensino e a aprendizagem. Portanto, tem a função de subsidiar os professores na utilização da Modelagem Matemática na sala de aula, o que também está compreendido nos Parâmetros 1, 2 e 3.

Vale ressaltar que a associação das 40 metas de desempenho, propostas por Lége (2007), aos nossos parâmetros de avaliação da aprendizagem significativa, deu-se a partir de uma interpretação do significado de cada uma dessas metas no nosso contexto de estudo, com vistas aos nossos objetivos para esta pesquisa.

Os quadros 10, 11 e 12 apresentam os elementos subjetivos que caracterizam as ações que compreendem cada um dos parâmetros de avaliação da aprendizagem. A característica subjetiva desses elementos se deve a sua interpretação ser adaptável às diferentes situações e contextos que uma atividade de Modelagem Matemática envolve.

Pode ser observado, nestes quadros, que alguns elementos subjetivos se repetem em mais de um parâmetro, isto ocorre pelo fato de uma mesma meta de desempenho ter significados diferentes quando analisada com vistas aos cumprimentos de determinado parâmetro.

Quadro 10: Elementos Subjetivos constituintes do Parâmetro 1

Parâmetro 1: o aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, ***essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como fluência, originalidade e complexidade.***	
Elementos Subjetivos	*Descrição*
P1.1	**Abordagem sistemática da Modelagem (AM)**: saber organizar suas ações de acordo com as etapas da Modelagem Matemática, facilitando a interação com as características da atividade e os seus conhecimentos matemáticos anteriores.
P1.2	**Mostrar a Modelagem como atividade dinâmica (AM)**: interagir com a situação proposta na atividade, com os conceitos matemáticos envolvidos e interpretar as implicações das respostas propostas.
P1.3	**Usar criatividade/abordagens incomuns (AM)**: propor maneiras inovadoras e originais de resolver problemas, propor hipóteses, analisar soluções, durante todo o processo da atividade de Modelagem Matemática.
P1.4	**Definir o problema (AM):** propor um problema coerente com o contexto discutido e que seja relevante para a sociedade.
P1.5	**Separar informações úteis/informações irrelevantes (AM)**: identificar as

	informações importantes nos materiais introdutórios e nos dados fornecidos ou coletados, a fim de propor um problema ou uma solução que seja coerente com a situação real.
P1.6	**Usar o conhecimento contextual não dado (AM)**: compartilhar conhecimentos pessoais acerca do tema e contexto da atividade e, também, acerca dos conceitos matemáticos envolvidos.
P1.7	**Usar a matemática apropriada para descrever (AM)**: iniciativa na utilização de conceitos matemáticos que sejam viáveis de ser utilizados para propor uma solução ao problema.
P1.8	**Interpretar os resultados dentro do contexto (AM)**: perceber sutilezas na resposta proposta a fim de interpretá-la dentro do contexto da atividade.
P1.9	**Detalhar/prolongar a situação original (AM)**: a partir do problema proposto e da solução proposta identificar novos problemas que são importantes para trazer melhorias para a sociedade.
P1.10	**Identificar as principais características (AEM):** conseguir detectar as principais características da situação, os dados necessários e as variáveis envolvidas.
P1.11	**Ligar o problema à situação real (AEM):** manter as características da situação real no problema a ser solucionado.
P1.12	**Reconhecer características reais do modelo (AEM):** interpretar o modelo proposto considerando as características da situação real e perceber as implicações deste modelo na sociedade.
P1.13	**Determinar se o modelo faz sentido (AEM):** conseguir determinar se o modelo proposto resolve de maneira adequada o problema inicial, e caso contrário, propor melhorias.
P1.14	**Detectar inapropriações/informações desnecessárias (AEM):** perceber discordâncias do problema, do modelo ou das hipóteses com a situação real.

Os elementos subjetivos que compreendem o Parâmetro 1 englobam as principais características do pensamento criativo e não dependem exclusivamente de uma habilidade inata do aluno em apresentar ações correspondentes a tais características, mas são favorecidas na interação do aluno com o ambiente de aprendizagem proposto com atividades de Modelagem Matemática (PEREIRA, 2008).

A atividade de Modelagem Matemática instiga o aluno a procurar soluções, respostas, compreensões sobre o que está sendo proposto durante todo o processo da modelagem, segundo Pereira (2008), são elementos básicos para o desenvolvimento da criatividade.

O Quadro 11 apresenta os elementos subjetivos que compreendem o Parâmetro 2 e suas descrições:

Quadro 11: Elementos Subjetivos constituintes do Parâmetro 2

Parâmetro 2: após a atividade de modelagem matemática ***o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda o aluno deve compreender que a utilização desse conteúdo extrapola aquele mobilizado na atividade.***	
Elementos Subjetivos	*Descrição*
P2.1	**Usar o conhecimento contextual não dado (AM):** propor a utilização de conceitos matemáticos que sejam coerentes com as características da situação proposta.
P2.2	**Usar comportamentos planejados (AM):** organizar a utilização de conceitos matemáticos e a ordem ou distribuição das tarefas, no decorrer da atividade, potencializando o tempo disponível.
P2.3	**Esclarecer/simplificar suposições (AM):** trabalhar com hipóteses definidas de maneira a nortear a utilização dos conceitos matemáticos.
P2.4	**Definir claramente objetos e relações (AM):** conseguir identificar as variáveis envolvidas no problema, as características do objeto de estudo, bem como a natureza dos dados disponíveis.
P2.5	**Usar a matemática apropriada para descrever (AM):** utilizar conceitos matemáticos coerentes com as características do objeto e dos dados do estudo, que sejam de conhecimento prévio do aluno ou que necessitem do auxílio do professor.
P2.6	**Realizar cálculos corretamente (AM):** ao empregar um conceito matemático ter cuidado ao realizar os cálculos, revisá-los, a fim de evitar erros.
P2.7	**Identificar os pontos fortes/limitações do modelo (AM):** conseguir determinar até que ponto o modelo e os conceitos matemáticos envolvidos

	representam adequadamente a situação.
P2.8	**Identificar as principais características (AEM):** destacar as principais características do problema e/ou dos dados disponíveis.
P2.9	**Identificar os pressupostos que foram feitos (AEM):** articular as hipóteses definidas inicialmente no decorrer da construção do modelo.
P2.10	**Saber quando a informação dada é insuficiente (AEM):** conseguir perceber inapropriações nos conceitos matemáticos empregados durante a construção do modelo.
P2.11	**Explicar como os pressupostos podem simplificar ou quando deve ser feito (AEM**): perceber falhas previamente e fazer alterações nas hipóteses definidas, durante a resolução do problema.
P2.12	**Saber como a matemática dá suporte ao modelo (AEM):** os conceitos matemáticos utilizados na construção do modelo devem ser explorados além do que é necessário na atividade, buscando ampliar o domínio de conteúdo.
P2.13	**Variar a quantidade através de um intervalo de valores (AEM):** testar o modelo construído em um intervalo de valores maior que o necessário, com objetivo de garantir sua veracidade e interpretar o modelo.
P2.14	**Explicar as alterações feitas no refinamento (AEM):** conseguir explicar a necessidade de possíveis alterações e refinamentos do modelo matemático.
P2.15	**Saber se o modelo é sensível a uma determinada quantidade ou condição inicial (AEM):** determinar as limitações do modelo construído, domínio de sua validade e representação adequada da situação real.
P2.16	**Identificar quando uma inferência é válida (AEM):** questionar o modelo matemático desenvolvido.
P2.17	**Usar uma representação organizada (AM):** construir o modelo matemático de maneira organizada empregando corretamente os conceitos matemáticos utilizados, bem como suas representações formais.
P2.18	**Usar submodelos e ligações (AM):** utilizar conceitos matemáticos auxiliares na construção do modelo.
P2.19	**Seguir o planejamento previamente estabelecido (AM):** manter o foco nos objetivos planejados para a resolução do problema proposto.
P2.20	**Relatar como hipóteses resultados relacionados (AM):** utilizar seus conhecimentos anteriores, em modelagem ou não, para construir hipóteses.

P2.21	**Saber se/quando é necessário esclarecer (AEM):** considerar suas dúvidas e de seus colegas e buscando esclarecê-las.
P2.22	**Explicar a conexão entre o modelo e as partes (AEM):** compreender e explicar a organização do modelo, divisão de tarefas e uso de conceitos matemáticos auxiliares.

A atividade de Modelagem Matemática possibilita ao aluno refinar e ampliar conceitos matemáticos mobilizados na atividade. Além disso, o trabalho realizado pelos alunos com tais conceitos, a fim de construir um modelo matemático, contribui para a ampliação do domínio de conteúdo destes, tornando-os estáveis para serem mobilizados em outras situações.

O Quadro 12 apresenta os elementos subjetivos que compreendem o Parâmetro 3 e suas descrições:

Quadro 12: Elementos Subjetivos constituintes do Parâmetro 3

Parâmetro 3: o aluno deve conseguir perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, ***relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos.***	
Elementos Subjetivos	*Descrição*
P3.1	**Abordagem sistemática da Modelagem (AM):** conseguir detectar consequências de suas ações durante a atividade em um âmbito mais geral, como a comunidade ou o meio ambiente.
P3.2	**Esclarecer/simplificar suposições (AM):** refinar as hipóteses definidas a fim de facilitar a construção do modelo matemático.
P3.3	**Interpretar os resultados dentro do contexto (AM):** traduzir o modelo construído em termos da situação real, interpretando seus significados e suas implicações no âmbito social.
P3.4	**Testar a validade das previsões feitas (AM):** testar o modelo matemático obtido, levando em consideração as características reais da situação inicial.
P3.5	**Detalhar/prolongar a situação original (AM):** da discussão do impacto do modelo matemático obtido podem emergir novos problemas, relacionados à

	situação inicial.
P3.6	**Identificar os pontos fortes/limitações do modelo (AM):** conseguir identificar as limitações do modelo matemático construído no contexto da situação real.
P3.7	**Distinguir os tipos de suposições (AEM):** distinguir as hipóteses definidas quando estas são no âmbito matemático ou no âmbito social da situação proposta.
P3.8	**Reconhecer características reais do modelo (AEM):** identificar características no modelo matemático construído que represente a situação real e que possa ser utilizadas em situações similares.
P3.9	**Saber como a matemática dá suporte ao modelo (AEM):** conseguir explicar a utilização dos conceitos matemáticos envolvidos na atividade, em termos da situação real.
P3.10	**Identificar etapas de refinamento do modelo (AEM):** identificar as incoerências com a realidade, presentes no modelo matemático construído, a fim de melhorá-lo e solucionar adequadamente o problema.
P3.11	**Determinar as limitações inerentes (AEM):** considerar as limitações inerentes à situação real na construção do modelo matemático.
P3.12	**Determinar se o modelo faz sentido (AEM):** conseguir interpretar o modelo matemático na linguagem natural.
P3.13	**Interpretar a solução no contexto (AEM):** propor uma resposta não matemática, fundamentada nas conclusões do modelo matemático construído.
P3.14	**Verificar se o modelo faz sentido (AM):** interpretar o modelo construído levando em consideração as características da situação real e do problema proposto.
P3.15	**Distinguir os tipos de suposições (AM):** interpretar as hipóteses no âmbito da situação e do modelo matemático.

Ao perceber a Modelagem Matemática como parte da realidade e relacionar criticamente a atividade desenvolvida com os problemas propostos, o aluno consegue refletir sobre a aplicação da Matemática na realidade e as finalidades da Modelagem Matemática para responder a problemas relevantes da sociedade.

A limitação do tempo para o desenvolvimento dessa pesquisa não permitiu que desenvolvesse-mos uma atividade de Modelagem Matemática em que fosse possível observar os elementos subjetivos, destacados em cada parâmetro, a fim de ilustrar sua utilização.

Nosso objetivo ao destacar as ações dos alunos correspondentes a cada parâmetro é o refinamento de nossa proposta de avaliação da aprendizagem e, com isto, facilitar a compreensão e utilização desta proposta por professores na sala de aula.

Vale ressaltar que, dependendo do contexto em que a atividade de Modelagem Matemática é desenvolvida, nem todos os elementos destacados possam ser observados. O planejamento da atividade de incluir a determinação de quais elementos subjetivos são possíveis de serem observados no desenvolvimento da atividade, o que não prejudica a verificação do cumprimento dos parâmetros.

Esperando que estes elementos subjetivos, apresentados como constituintes de cada um dos parâmetros, para a avaliação da aprendizagem significativa, em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, possam contribuir para o refinamento de nossa proposta de avaliação, em trabalhos futuros.

Considerações finais

Desde o início desta pesquisa, nossa inquietação esteve em torno da carência de um mecanismo avaliativo, para a aprendizagem do aluno, que seja condizente com as características especificas das atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas na sala de aula.

Fundamentados no trabalho de Borba, Meneguetti e Hermini (1999) e nos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, construímos três parâmetros norteadores para esta prática avaliativa, que constituem nossa proposta de avaliação da aprendizagem significativa dos alunos em atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na sala de aula.

Destacamos que os Parâmetros 1, 2 e 3 têm caráter norteador e objetivo de dar suporte ao professor em sua prática na sala de aula, quando utiliza a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, sendo adaptáveis à diversidade de situações e contextos, característicos do ambiente escolar.

Ressaltamos que a utilização dos parâmetros apresentados extrapola o objetivo único de nortear a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos, pois quando o planejamento de uma atividade, de Modelagem Matemática, é feito com vistas a favorecer o cumprimento dos Parâmetros 1, 2 e 3, esta é estruturada de maneira a propiciar o desenvolvimento do pensamento criativo, do domínio do conteúdo matemático abordado e das habilidades e competências acerca da situação real trabalhada e do âmbito social. O que atribuí a atividade desenvolvida um potencial positivo em relação à aprendizagem do aluno.

Além disso, o fato de os Parâmetros 1, 2 e 3 decorrerem da articulação dos critérios propostos por Borba, Meneguetti e Hermini (1999), para avaliar o sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática, implica que uma atividade, planejada com base nos Parâmetros, possivelmente obterá sucesso em relação ao envolvimento, desenvolvimento e compreensão do tema pelos alunos e, ainda, no sucesso do professor na mediação da atividade.

Quando uma atividade de Modelagem Matemática é planejada com intuito de proporcionar a ampliação do domínio de conteúdo do aluno, acerca dos conceitos matemáticos envolvidos na atividade, favorece a consolidação deste conceito como um conhecimento estável, significativo e geral, ou seja, um conhecimento que poderá ser utilizado pelo indivíduo em outras situações.

Brousseau (1996) afirma, ainda, que o professor deve proporcionar aos alunos condições tanto para adquirir e desenvolver um conhecimento, quanto para desvinculá-lo do contexto em que está inserido tornando-o um conhecimento estável, significativo, que possa ser utilizado pelo aluno em outros momentos.

Dessa maneira, destacamos que as contribuições dos parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa superam a condição de mecanismo de avaliação e traz benefícios em um âmbito maior, que envolve a atuação do professor e dos alunos quando se utiliza a Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

Ao entrevistarmos o professor acerca de sua opinião em relação às atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas e a nota dos alunos, ele afirmou estar surpreso com o desempenho dos alunos na atividade, até mesmo de alunos que não participavam das aulas se mostraram participativos e engajados na busca por uma resposta ao problema. Ainda, o professor da turma salientou que percebeu um grande potencial acerca da aprendizagem matemática dos alunos quando se utiliza atividades de Modelagem Matemática.

Embora a avaliação da aprendizagem significativa dos alunos realizada, tenha sido condizente com os propósitos das atividades desenvolvidas, podem existir mais ações do que as que foram consideradas no cumprimento de cada um dos parâmetros, dependendo da situação, do tipo de atividade, da forma como é conduzida, do cenário que os alunos estão inseridos, dos objetivos da atividade, entre outros.

A partir dessas reflexões, propomos no Capítulo 5 uma complementação das ações que compreendem os parâmetros, por meio de elementos subjetivos que caracterizam o processo da Modelagem Matemática. Fundamentamos esta reformulação no trabalho de Lége (2007).

Para cada um dos parâmetros foram associados possíveis elementos subjetivos que fazem parte das ações que os compõem, com as respectivas interpretações em termos do desenrolar do processo da Modelagem. Estes elementos têm por objetivo ampliar as possibilidades de utilização dos parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática, uma vez que norteiam de maneira ampla o desenvolvimento destas. Ressaltamos que pretendemos desenvolver pesquisas futuras sobre as ações correspondentes a cada um dos parâmetros de avaliação.

Chegando ao fim dessa pesquisa, percebemos que o tema abordado, a avaliação da aprendizagem em Modelagem Matemática, se constitui em um obstáculo para sua utilização por parte do professor, ou seja, para sua prática na sala de aula. Assim, se fazem necessários mais estudos sobre a avaliação da aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática.

Considerando que este assunto está presente nos debates atuais acerca da Modelagem em Educação Matemática, nossos próximos passos almejam analisar como o discurso do professor influencia no processo de avaliação da aprendizagem significativa dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula.

O tema abordado nesta pesquisa ainda carece de estudos mais detalhados acerca da atuação do professor nas atividades de Modelagem Matemática, visto que o professor é a ponte que liga as pesquisas científicas no âmbito da educação e o ambiente escolar.

Analisar as dificuldades que o professor enfrenta na prática da Modelagem é um caminho a ser trilhado com grandes potencialidades de contribuições para a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula.

Referências

ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W; FERRUZZI, E. C. **Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática.** Alexandria, v. 2, p. 117- 134, 2009.

AUSUBEL, D.P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune and Stratton, 1963.

AUSUBEL, D.P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva.** 1.ª Ed., 2003.

AUSUBEL, D.P. (1968). **Educational psychology: A cognitive view**. New York, Holt, Rinehart and Winston Inc., 1968.

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J. D. e HANESIAN, H., **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro, Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D.P., NOVAK, J. D. e HANESIAN, H., **Educational psychology: A cognitive view**. (2 ed.). Nova York, Holt, Rinehart and Winston Inc.,m 1978.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** Editora Contexto, São Paulo 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BARBIERI, Daniela D., BURAK, D. **Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa.** In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2005, Feira de Santana. Anais... Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005.

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?** Zetetiké, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e os professores: a questão da Formação.** Bolema – Boletim de Educação Matemática, Ano 14, n. 15, p.5 – 23. 2001.

BARBOSA, J. C., **Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva.** Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S., **Modelagem matemática e implicações no ensino e na aprendizagem de matemática**. 2. ed. Blumenau: Ed. Furb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Editora Contexto, 2005.

BISOGNIN, E. **Modelagem matemática em sala de aula: obstáculos a transpor.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2011, Belém. Anais... Belém: UFPA, 2011. 1 CD-ROM.

BLUM, et. al., **ICMI Study 14: applications and modelling in mathematics education – discussion document.** Educational Studies in Mathematics, v. 51, n. 1-2, p. 149–171, 2002.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. **Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas.** In: BORBA, M. C. et al. Calculadoras Gráficas e Educação Matemática. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1999.

BORSSOI, A. H. **A aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino.** Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BORSSOI, A. H., ALMEIDA, L. M. W. **Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 91-121, 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática: ensino de quinta a oitava séries.** Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.** Brasília, 1999. 364 p.

BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Ministério da Educação (MEC), Secretaria da Educação Básica (SB), Departamento de Políticas de Ensino Médio, Brasília, MEC, 2006.

BROUSSEAU, G. ***Os diferentes papéis do professor.*** In. PARRA, C; C, Saiz, 1. et al. Didática da Matemática; reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** Tese (doutorado em educação) – Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas – SP, 1992.

CANEN, A; SANTOS A. R. **Educação Multicultural: Teoria e prática para professores e gestores em educação.** Editora Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 2009.

CHAVES, M. I. A; SANTO, A. O. E. **Um modelo de modelagem matemática para o Ensino Médio.** In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste de Educação em Ciências e Matemática, Belém, 8 a 1 de dez. 2004.

FERRUZZI, E. C., ALMEIDA, M. W. A. **O contexto da modelagem matemática: possibilidade de construção do conhecimento.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2009, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2009. 1 CD-ROM.

FERRUZZI, E. C., **Interações discursivas e aprendizagem em Modelagem Matemática.** Tese de doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

FONTANINI, M. L. de C. **Modelagem Matemática x aprendizagem significativa: uma investigação usando mapas conceituais.** Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

GIBRAM, D. F. R., Araújo, J. L., Campos, I. S. **Concepções de aprendizagem em trabalhos Apresentados na vi conferência nacional sobre Modelagem na educação matemática.** In:

CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2011, Belém. Anais... Belém: UFPA, 2011. 1 CD-ROM.

HENNING, H.; KEUNE, M.; **Levels Of Modelling Competencies.** In: Modelling and Applications in Mathematics Education. W. BLUM, P.L. GALBRAITH, H-W. HENN AND M.NISS. New York, 2007, Springer, 69-78.

IARONKA, C. F. **Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da modelagem matemática para o estudo de funções.** Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Ciências Naturais e Tecnológicas, Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, 2008.

KAISER, G., SRIRAMAN, B., BLOMHOJ, M., GARCIA, J. **differentiating perspectives and delineating commonalties: Report from the working group modelling and applications.** Proceedings of the 5th European Congress on Mathematics Education (CERME5). Larnaca, Cyprus*,* 2007.

KLÜBER, T. E., PEREIRA, E. **Encetando uma aproximação entre modelagem matemática e investigações matemáticas.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2009, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2009. 1 CD-ROM.

LÉGE, J. **"To Model, or to let them Model? That is the question!"**. In: BLUM et. al, Modelling and Applications in Mathematics Education, 2007.

MOREIRA, M. A., ELSIE F. S. M., **Aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel.** São Paulo: Centauro, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática Para as Séries Finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.** 2008.

PEREIRA, E. A. **Modelagem Matemática e suas implicações para o desenvolvimento da criatividade.** Ponta Grossa, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação).

SHRYOCK, H. **Fumar, distrai ou destrói?.** São Paulo, p 53, 1976.

SILVA, C., NOGUEIRA, C. M. I., KATO, L. *A.* **Modelagem matemática na perspectiva sociocrítica e aprendizagem significativa crítica em livro didático de matemática do**

ensino médio. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2009, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2009. 1 CD-ROM.

VENÂNCIO, S.; KATO, L. A. **A modelagem matemática como ambiente favorecedor da aprendizagem significativa.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2009. 1 CD-ROM.

VENÂNCIO, S. **Aprendizagem significativa de Função de 1º Grau: uma investigação por meio da modelagem matemática e dos mapas conceituais.** Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação para a ciência e a matemática. Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2010.

VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática em sala de aula – obstáculos a transpor.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2011, Belém. Anais... Belém: UFPA, 2011. 1 CD-ROM.

Anexos

Anexo 1:

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ -

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na sala de Aula

Pesquisador: Lilian Akemi Kato

Versão: 2

CAAE: 02358312.0.0000.0104

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Maringá

DADOS DO PARECER Número do Parecer: 141.269

Data da Relatoria: 29/10/2012

Apresentação do Projeto:

Trata-se de pesquisa de área temática do grupo III, proposta por pesquisadora vinculada ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá.

Objetivo da Pesquisa:

Investigar possibilidades para a avaliação da aprendizagem do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Avaliação dos Riscos e Beneficios:

Avalia-se que os possíveis riscos a que se sujeitarão os participantes da pesquisa serão suplantados pelos beneficios descritos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O Comitê de Etica em Pesquisa se manifestou por aguardar as adequações do protocolo, em conformidade às pendências abaixo relacionadas: 1) informar sobre os riscos aos sujeitos na Plataforma (campo específico de ponderação entre riscos e beneficios)e também no TCLE; 2) descrever detalhadamente a forma de abordagem dos sujeitos de pesquisa, metodologia de observação a ser implementada (participante, não-participante, sistemática ou não-sistemática), metodologia de coleta dos dados e análise; 3) especificar quem serão observados, em que situação, fixando assim o universo amostral a ser considerado. 4) apresentar TCLE destinado a todos os segmentos de sujeitos envolvidos (professores, alunos). Em caso de sujeitos menores, recomenda-se consultar modelo de TCLE específico disponibilizado no site do Copep.

Compreende-se que as pendências foram atendidas pela pesquisadora.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Foram juntados os documentos de apresentação obrigatória exigidos pela Res. 196/1996-CNS.

Recomendações:

Não há.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O Comitê de Etica em Pesquisa é de parecer favorável à aprovação do protocolo de pesquisa.

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da Conep:

Não

Considerações Finais a critério do CEP:

Face ao exposto e considerando a apreciação do protocolo à luz da normativa ética vigente, este comitê de ética em pesquisa se manifesta pela APROVAÇÃO do protocolo em tela, na forma em que ora se apresenta.

MARINGÁ, 08 de novembro de 2012

Assinador por:

Ieda Harumi Higarashi (Coordenador)

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG

Bairro: Jardim Universitário **CEP.:** 87.020-900 **UF:** PR **Município:** Maringá

Telefone: (44) 3011- 4444 **Fax:** (44) 3011 – 4518 **E-mail:** copep@uem.br

Anexo 2:

Fumar: distrai ou distrói?

Historicamente, os primeiros a usarem o fumo foram os índios americanos no ano 400 D.C. desde então já se sabia ser um hábito difícil de ser abandonado, pois até mesmo sob proibições públicas e até mesmo tortura, os usuários insistiam em seu uso. A partir do século XVIII as proibições acabam e o uso do tabaco cresce de forma gradual. Ao longo do século passado, o cigarro passou a ser aceito socialmente.

Grandes interesses econômicos dos países produtores e empresas multinacionais, juntamente com imensas campanhas publicitárias que acompanha a sua difusão, trabalham de forma articulada a fim de promover a permanência dos simpatizantes do vício fiéis ao hábito.

Entretanto, nos dias de hoje existem inúmeras campanhas contra o tabagismo, leis que regulamentam lugares específicos em que fumar é proibido e ações publicitárias alertando dos perigos do cigarro. Mesmo assim, Organização Mundial da Saúde (OMS) afirma que o tabagismo matou 100 milhões de pessoas no século XX e a estimativa é de que no século XXI esse número chegará a 1 bilhão de pessoas.

O comércio do tabaco é grande em todo o mundo e o consumo é incentivado devido aos interesses econômicos, privados e públicos dentro de nossa sociedade. Entre 2006 e 2010, a proporção de brasileiros fumantes caiu de 16,2% para 15,1%. Hoje, o número de fumantes no Brasil chega a 29.2 milhões de pessoas.

Malefícios do Cigarro

Sempre que a pessoa fuma, a nicotina vai diretamente para a corrente sanguínea. Em sete segundos já está no cérebro. O que dá uma sensação de bem estar, por causa do aumento da produção de dopamina, substância responsável pelo prazer.

Só que isso não passa de 40 minutos, mas os males do cigarro são bem mais duradouros. A nicotina reduz a circulação sanguínea. Porque deixa os vasos mais estreitos. Esse efeito dura por mais de uma hora, após cada cigarro fumado. A seguir destacamos alguns dos efeitos do cigarro:

- **Pele**: Entre as mulheres, o cigarro aumenta em mais de 3 vezes o risco de desenvolver psoríase, doença sem cura que causa feridas na pele.
- **Olho**: Estudos mostram que fumar aumenta em até 3 vezes o risco de catarata, doença nos olhos que diminui progressivamente a visão e é a principal causa de cegueira no mundo.

- **Boca**: Além de dar mau hálito e dentes amarelados, fumar aumenta de 4 a 15 vezes a chance de ter câncer de boca, dependendo do quanto se fuma. E mais de 60% das pessoas que diagnosticam esse câncer não tem chance de curá-lo.
- **Garganta**: Pigarro não é a única coisa que o cigarro traz para a garganta. Ele também é o principal fator de risco para o câncer de garganta, que só no Brasil registra 6 600 novos casos e é causa de 3 500 mortes por ano.
- **Pulmão**: Quem fuma muito tem 20 a 30 vezes mais chances de ter câncer de pulmão. Ele é o câncer que mais mata homens no Brasil, e, desde 2002, o segundo que mais mata mulheres. De 80% a 90% dos casos da doença matam em menos de 5 anos.
- **Estômago**: A nicotina aumenta a acidez do estômago e, consequentemente, as chances de gastrite e úlcera. As úlceras demoram mais para cicatrizar e voltam com mais facilidade nos fumantes.
- **Coração**: O fumo aumenta a pressão arterial, diminui a capacidade respiratória e aumenta a coagulação sanguínea. Resultado: chances 2 a 3 vezes maiores de morrer por doenças cardiovasculares, como derrame e enfarto.
- **Sistema reprodutor**: O fumo causa problemas vasculares que aumentam a chance de impotência nos homens. Entre as mulheres fumantes, ele aumenta as chances de menopausa precoce, infertilidade e problemas com a menstruação.

Fumo passivo: A fumaça que deixa seu cabelo fedorento na balada é bem mais perigosa do que parece. Ela contém uma concentração maior de substâncias cancerígenas que a inalada pelos fumantes. O risco de câncer de pulmão é 30% maior entre não fumantes expostos ao cigarro do que entre os que não têm contato com a fumaça.

Universidade Estadual De Maringá

Programa de Pós-Graduação em

Educação para a Ciência e a Matemática

Questão 1: Qual a sua opinião sobre o consumo de cigarros?

Expectativa de vida de Fumantes

Sempre tem se dito que o tabaco é nocivo para a saúde, que pode produzir câncer e que, em longo prazo, encurta a vida das pessoas. Um novo estudo realizado por um grupo de cientistas da Universidade de Bristol na Inglaterra, da mais precisão a estas advertências ao calcular que cada vez que um homem fuma um cigarro esta encurtando sua vida em 11 minutos. Como se fosse pouco, o estudo publicado pela revista cientifica British Medical Journal, afirma que os adictos ao tabaco diminuem em 6,5 anos sua esperança de vida por culpa dos cigarros.

A Tabela 1 foi divulgada pela Sociedade Americana do Câncer e revela a expectativa de vida de dois grupos de indivíduos:

Tabela 1- Expectativa de vida em função do início do vício

Idade do início do consumo de cigarros	**Expectativa de vida de não-fumantes**	**Expectativa de vida de fumantes 1 maço/dia**
65	79,1	76,2
60	77,6	74,1
55	76,4	72,4
50	75,6	71
45	75	70
40	74,5	69,3
35	74,2	68,8
30	73,9	68,4
25	73,7	68,1

Fonte: SHRYOCK, H. **Fumar, distrai ou destrói?** ; São Paulo, SP, 1976, p. 53.

Questão 1: Utilizando os dados da Tabela 1 como poderíamos estimar a expectativa de vida para um indivíduo que começa a fumar um maço de cigarros por dia aos 16 anos.

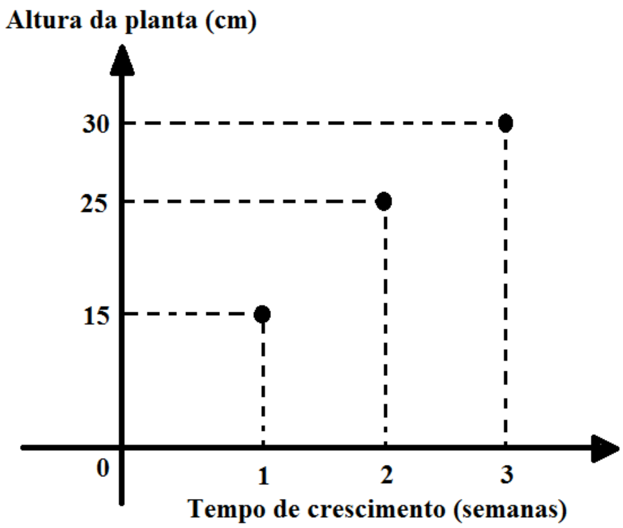
Questão 2: Utilizando os dados da Tabela 1, quantos anos são reduzidos da expectativa de vida desse indivíduo?

Responda o questionário a seguir baseado na atividade da aula anterior sobre a redução da expectativa de vida de fumantes.

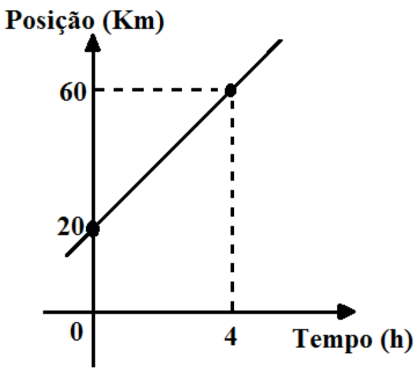
Nome: ____ Data: / /

Exercício 1: Após a conclusão da atividade, como você compreende a relação entre o consumo de cigarros e a expectativa de vida? Que argumentos matemáticos poderiam ser utilizados para convencer as pessoas a abandonarem o cigarro ou não começarem a fumar?

Exercício 2: O gráfico a seguir representa o crescimento de uma planta em função do tempo. Em qual das três semanas registradas houve maior desenvolvimento da planta? Justifique.



Exercício 3: O gráfico a seguir representa a posição de um carro em movimento numa estrada. Determine a posição do carro no instante 7h.



Anexo 3:

Notícia publicada no site da Secretaria de Estado de Agricultura, Pecuária e Abastecimento de Minas Gerais – site: <http://www.agricultura.mg.gov.br>

NOVAS NORMAS PARA PRODUÇÃO DO LEITE ENTRAM VIGOR

A Instrução Normativa 51 do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (IN 51), que estabelece novas regras para a produção de leite, entrou em vigor em 1º de julho de 2011. A nova legislação estabelece critérios mais rígidos para a produção, identidade e qualidade dos leites A, B e C. A medida regulamenta ainda os critérios técnicos de coleta de leite cru refrigerado e o seu transporte a granel.

Essa lei estabelece parâmetros para o resfriamento de leite (após a ordenha), o transporte para os laticínios (uso de caminhões com tanques isotérmicos), a Contagem de Células Somáticas (uma das formas de se atestar a saúde do úbere) e Contagem Padrão em Placas (contagem bacteriana para verificar a qualidade sanitária para o consumo), a fim de elevar o padrão de qualidade do leite brasileiro, abrindo caminho para sua exportação e, ainda, trazer benefícios como maior segurança alimentar para o consumidor, mais rentabilidade para a indústria e menos problemas sanitários para o produtor.

Uma das exigências dessa lei é que o leite seja resfriado em tanque de expansão direta e transportado em caminhão especial. O coordenador da Emater-MG acredita que a exigência do tanque não exclui o pequeno produtor do processo. "Embora o custo de um tanque (variando de R$15 mil a R$30 mil) seja muito alto para o pequeno produtor, o equipamento pode ser compartilhado por vários produtores que se associarem, diluindo essa despesa", comenta Elmer.

O Brasil é sexto maior produtor de leite do mundo, o setor fechou 2011 com uma produção total próxima de 31 bilhões de litros, com um modesto crescimento de 1% em relação ao ano de 2010. Para 2012, a produção brasileira deve se elevar para 32,3 bilhões de litros, um crescimento de 4%. O consumo de leite projetado para 2012 é de aproximadamente 170 litros por habitante, um aumento de cerca de 2% em relação a 2011, porém ainda abaixo do recomendado pelo Ministério da Saúde, de 200 litros per capita por ano.

Universidade Estadual De Maringá

Programa de Pós-Graduação em

Educação para a Ciência e a Matemática

Tema: Cooperativa de leite - Uma cooperativa de produtores de leite decide construir um tanque de refrigeração para uso coletivo, mas ainda precisa decidir em qual fazenda construí-lo.

Mapa das fazendas:

No vídeo, os cooperados decidem adotar o seguinte critério: o tanque será instalado na fazenda que resultar no menor maior percurso, ou seja, dadas as distâncias que cada fazendeiro deverá percorrer para levar seu leite até o tanque, a fazenda escolhida será aquela que resultar na ***menor entre as maiores distâncias*** percorrida pelos outros fazendeiros.

Preencha a tabela a seguir, usando os dados do mapa anterior, que representa a distância entre cada uma das fazendas:

Fazendas	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A						
B						
C						
D						
E						
F						

Questão 1: Na sua opinião, a solução apresentada no vídeo vai resolver o problema dos fazendeiros adequadamente? Justifique. Quais outros fatores poderiam influenciar na decisão do local em que o resfriador de leite vai ser instalado?

Questão 2: Escreva uma nova tabela representando as distâncias entre as fazendas e considerando, agora, o número de viagens que cada fazendeiro faz: A fazenda A faz 4 viagens, a B faz 3, a C faz 2, a D faz 1, a E faz 3 e a F faz 4. A partir dessa nova tabela determine qual seria o melhor local para a instalação do tanque de resfriamento de leite.

Questão 3: Cada fazenda utiliza veículos diferentes para transportar o leite, por isso deve ser levado em consideração quanto cada fazendeiro gasta para levar seu leite até o resfriador. A tabela a seguir indica o preço médio atual dos combustíveis utilizados pelos fazendeiros e quantos quilômetros são percorridos com 1 litro de combustível:

Combustível	**Preço (R$)/Litro**	**Km/Litro**
Álcool	1,90	6
Gasolina	2,70	9
Diesel	2,00	8

As fazendas A, D e F possuem veículos movidos a álcool, as fazendas B, C possuem veículos movidos a diesel e a fazenda E à gasolina. Considerando o valor que cada fazenda gasta pra fazer o transporte do leite, determine a melhor localização para ser instalado o resfriador.

Questionário

1 - Na confecção de três modelos de camisas (A, B e C) são usados botões grandes (G) e pequenos (p). O número de botões por modelos é dado pela tabela:

	Camisa A	Camisa B	Camisa C
Botões p	3	1	3
Botões G	6	5	5

O número de camisas fabricadas, de cada modelo, nos meses de maio e junho, é dado pela tabela:

	Maio	Junho
Camisa A	100	50
Camisa B	50	100
Camisa C	50	50

Nestas condições, obter a tabela que fornece o total de botões usados em maio e junho.

2 - Cláudio anotou suas médias bimestrais de matemática, português, ciências e estudos sociais em uma tabela com quatro linhas e quatro colunas, formando uma matriz, como mostra a figura. Sabe-se que as notas de todos os bimestres têm o mesmo peso, isto é, para calcular a média anual do aluno em cada matéria basta fazer a média aritmética de suas médias bimestrais. Para gerar uma nova matriz cujos elementos representem as médias anuais de Cláudio, na mesma ordem da matriz apresentada, bastará multiplicar essa matriz por:

	1° B	**2° B**	**3° B**	**4° B**
Matemática	5,0	4,5	6,2	5,9
Português	8,4	6,5	7,1	6,6
Ciências	9,0	7,8	6,8	8,8
Est. Sociais	7,7	5,9	8,6	6,2

$a)\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ $\quad b)\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}$ $\quad c)\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{bmatrix}$ $\quad d)\begin{bmatrix}\frac{1}{4}\end{bmatrix}$ $\quad e)\begin{bmatrix}\frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4}\end{bmatrix}$

Anexo 4:

Chapter 3.7.3

"TO MODEL, OR TO LET THEM MODEL?" THAT IS THE QUESTION!

Jerry Lége

Department of Mathematics, California State University, Fullerton, USA, Email: glege@jullerton.edu

Abstract: Two sets of students with weak content skills and no prior experience were introduced to mathematical modelling. Contrasting instructional approaches were used – exposure to a variety of models, versus constructing the model themselves. Both groups demonstrated understanding of aspects of modelling and model structures. The students actively modelling the situation statistically out-performed the other group on four evaluation parameters.

1. INTRODUCTION

In introducing students to mathematical modelling for the first time, which teaching approach would more effectively convey the complexities and subleties of the work involved- having students examine instances of previously-constructed models, or actively engaging them in modelling a situation for themselves? This research question established the basis for a comparative case study, and is the focus of attention for this paper.

The term 'mathematical modelling' is used interchangeably to describe or interpret two related types of activity: translating the real world into mathematical terms (Gravemeijer, 1997) for the purpose of solving a problem or analyzing a situation (Dossey, 1996), and the various steps associated with accomplishing that goal (often called the 'Modelling Process'). The following operational definition for a mathematical model was used: "...a mathematical construct designed to study a particular real-world system or phenomenon. We include graphical, symbolic, simulation and experimental constructs." (Giardano et al., 1997, p. 34)

However, because these terms are familiar enough to mathematics educators, and for the sake of simplicity with respect to the participants in the study, the statements that "Modelling is the process of making a mathematical model." and "A model is the product formed by engaging in mathematical modelling." were not seen as circular reasoning, but rather a way of clearly distinguishing between the two activities - one as process, the other as product. Additionally, the method of evaluation assumes that the learning that takes place from those two activities is disjoint, although the author makes no such claim.

2. EXPERIMENTAL DESIGN

Two high schools having similar economic and ethnic make-ups were found in an inner-city school district near New York City, with each site containing one group of participating students. A course called Foundation Math, offered to all 9th-grade students deemed "not-ready" for Algebra 1, was identified, standardizing the age and ability level of the participating students. Two teachers and three class sections of students from one school, and two teachers and two class sections from the other school, agreed to participate in the study. The study took a total of three weeks to complete both curriculum and assessment phases, with students predominantly working in pairs and having access to four-function calculators at all times.

The curriculum phase did not actively teach students about modelling. Rather, it created an environment in which students explored the contextual problem of planning a vacation trip. The two groups received very different exposures to how mathematical modelling could be used to understand and optimize the situation. The dissimilar curricular approaches, to be detailed in 3., were the only experimental differences between the two groups of students. When the curriculum phase was finished, students in both groups took two identical assessments that were based on a different situation – that of determining the best rap artist. The first assessment had a task structure similar to the curriculum which one group of students experienced, while the second was similar to the curriculum which the other group experienced. Details about those assessments are also provided in 3.

Both student groups were evaluated with respect to two sets of performance goals that were developed for the study. The performance goals were drafted with consideration for what might be accomplished by the participating students in the anticipated exposure time, but also reflected the learning that ideally would take place in each curricular approach. Twenty "Performance Goals for the Assessment of Modelling" were used to evaluate the first assessment. A brief description of each of those performance goals is provided in Table 3.7.3-1:

Table 3.7.3-1. Description of performance goals for assessing modelling

No.	Description	No.	Description
1	Approach modelling systematically	11	Define objects and relationships clearly
2	Show modelling as dynamic activity	12	Stay with the plan previously made
3	Use creative/unusual approaches	13	Use appropriate mathematics to describe
4	Define the problem	14	Perform calculations correctly
5	Separate useful/irrelevant information	15	Report how assumptions, results related
6	Use contextual knowledge not given	16	Interpret results within the context
7	Use planning behaviors	17	Check whether the model makes sense
8	Clarifying/simplifying assumptions	18	Test validity of predictions made
9	Use an organizing representation	19	Refine/extend the original situation
10	Use sub-models & links	20	Identify strengths/limitations of model

They reflected the open-ended modelling approach that one group of students had received. The modelling performance goals included overall considerations for modelling in a procedural way, as a dynamic activity, and with a potential for applying creative or unusual approaches. There were also specific goals related to stages of the Modelling Process, including the problem definition, the organization and planning, the execution (building the model), and evaluation.

Twenty "Performance Goals for the Assessment of Model Structures" were used to evaluate the second assessment. They reflected the curricular approach taken by the group of students that learned about modelling in a more structured environment. Those goals involved general themes of problem identification, simplification, model construction and calculations, and evaluation and revision, but focused on understanding when, and why, some- thing was done. A brief description of each performance goal related to assessing model structures is provided in Table 3.7.3-2:

Table 3.7.3-2. Description of performance goals for assessing model structures

No.	Description	No.	Description
1	Identify the main features	11	Know how mathematics supports model
2	Know if/when clarifying is needed	12	Explain connection between model parts

No.	Description	No.	Description
3	Connect problem to real situation	13	Vary quantity through a range of values
4	Identify assumptions that were made	14	Identify model refinement stages
5	Distinguish types of assumptions	15	Explain changes made in refinement
6	Spot inappropriate/unnecessary info.	16	Determine inherent limitations
7	Know when given information is insufficient	17	Determine whether model makes sense
8	Explain how assumption can simplify or when one should be made	18	Know whether model is sensitive to a given quantity or initial condition
9	Recognize real features from model	19	Interpret solution in context
10	Verify calculations inherent in model	20	Identify when an inference is valid

For each performance goal, a [0..5] rubric scale was developed so that individual students could be monitored on their relative abilities in the specific performance goals, as well as report a cumulative score that would reflect overall performance, even if not interpretable on a normative scale. Three judges were employed to score the student work. Initially, they discussed how to interpret the rubrics, reached an understanding of what the descriptors meant to them collectively, and then assigned scores on each goal for every student separately. In the case of variability among the scores, the median was reported when the range of scores differed was one, and the mean (rounded to the nearest integer) was reported when the range was greater than that.

The statistical analysis of the data concentrated on several specific areas. First, the mean scores would identify those performance goals which could be demonstrated easily (or not), and skills either present at the beginning of the study or promoted as a result of participation in the study. Second, the total score would be used to indicate a relative degree of difficulty in demonstrating overall performance in modelling versus an understanding of model structures. Third, a comparison-of-means statistical analysis would reveal if either student group performed significantly better overall, and would identify plausible knowledge and skills that are better supported by each curricular approach.

3. CURRICULUM AND ASSESSMENT TOOLS

The curricular problem of planning a vacation gave students eleven cities to choose as destinations, with activities, lodging and dining options, all with associated costs. They had an allocated amount of money to budget, potential schedule conflicts with certain activities, and a constraint of having to visit one particular city for two days and one night. Both groups of students were provided an overview page which contained the problem description, information about the cost for renting a car, the fuel economy rating and expected cost for gasoline purchases, and the posted speeds along various roads. They were also given other handouts that contained a description of the Modelling Process, a map showing the major roads in the region, a chart of driving distances along various roads, the fees to be charged along specific toll roads, bridges and tunnels, and details about activities, lodging and restaurants that were available by city. The stated problem was to: "Build a model for this situation- in this case, a description of exactly where you're going, what you're going to do, how much it's going to cost you, and how you arrived at your decision." (Lége, 2003, p. 239)

Students in the first group explored the problem by examining a sequence of five activities, each containing several models that described facets of the situation. The activities were designed to explore the following themes (in order): *Is it possible to build such a model that is conflict-free? What constraints exist on the problem? How might a 'best' model be detennined? What features will a reasonably good model have? Can the reasonably good model be improved further (and if so, how)?* The models all had the form of tables of information, containing brief descriptions of the thinking that motivated the development of the model, the approach taken in response to that thinking, clearly stated assumptions made for the model, and all calculations completed. Students would have to answer questions that served a variety of purposes, including reproducing the calculations that were provided, explaining why decisions were made or things done in a particular way, comparing current models to previous ones encountered, and opportunities for the students to make decisions independently. The content of those questions, the student-student and group-teacher interactions, and the level to which students were actively engaged in the study were the factors which shaped the students' understanding of modelling via a critical examination of the structure of completed models.

Students in the second group explored the same problem by actively working on it as a task. They were provided several organizers for structuring the task, which helped students monitor their progress in completing the work and structured the thinking and decisions made in modelling the situation. One organizer was a blank schedule to record the city to be visited each day of the vacation period, the desired activities to do, and the costs for those activities, meals and lodging. A second organizer was to give students an additional copy of the map, a highlighter pen, and the suggestion that they mark the route along which they intended to travel. A third organizer recorded the miles traveled along the various route segments, and the costs incurred from tolls – either roadways, bridges or tunnels. The final organizer categorized the costs on a daily basis, so that students would have a record of all costs in one location, and could quickly determine if they were over budget. The efforts made in building their own model of this situation, combined with the same types of classroom dynamics and their level of engagement, gave students their understanding of model structures via actively (and successfully) modelling a real-world situation.

The assessment involved a new contextual situation, but contained the same structure as the curricular problem in how it was initially presented. Students were introduced to a mild argument among some friends about whom the best rap artist was. They were provided musical industry charts (both single hits and albums) that were current, a year old, and even five years old. They were also given lists of all the albums that each artist had released, and the year in which the first and last albums were made. All of this given information was reviewed with the students, before the first as- sessment was actually begun, as a way of familiarizing them with the contextual situation. The first assessment simply asked students to make a mathematical model of the situation for themselves, consistent with how the second group of students had explored their curriculum. Students worked on the problem over two consecutive class periods, and were encouraged to be as detailed as they could in their work. The models that were produced were holistically evaluated with respect to the "Performance Goals for the Assessment of Modelling" – each group's model was examined through twenty different lenses for evidence of goals being met, and to what degree.

After that task was completed, students were then provided a second assessment which was consistent with how the first group of students had explored their curriculum. A series of models were presented, and specific questions were asked to which students needed to respond. The questions were written in such a way that the primary evidence for evaluating specific "Performance Goals for the Assessment of Model Structures" came from the elicited response to particular questions. Additionally, each set of responses was reviewed again to see if evidence of having met any goals could be found in unexpected locations.

4. RESULTS

Based on the means of the reported scores, a large percentage of students were able to demonstrate understanding of aspects of modelling on about half of the performance goals. This suggests that many of the "students could define a problem, discriminate between useful and irrelevant information, utilize a representation structure, work with defined objects, adhere to some kind of plan, mathematize the situation, perform calculations correctly and/or interpret the results in a manner consistent with their model." (Lege, 2003, p. 157) Similarly, a large percentage of students were able to demonstrate an understanding of specific details about model structures related to thirteen of the twenty performance goals. Summarily, this means that "students could identify main features, recognize when a problem reflects a situation, identify assumptions, distinguish between types of assumptions, determine when information is unnecessary or insufficient, explain how an assumption can simplify a situation, recognize features of a context from a model, explain the relationship between the mathematics used and assumptions made, explain the connection between disparate parts of a model, recognize refinement stages, determine limitations, and/or recognize valid inferences." (Lege, 2003, p. 157)

It was also the case that students' mean cumulative score for the model structure goals was approximately 12.5 points higher than the mean cumulative score for the modelling goals, whereas the standard deviations were approximately the same. It is uncertain whether that difference in performance is due to the type of assessment used (specific questions versus holistic evaluation of modelling work), the demand for detail required by the rubrics, the degree of difficulty between the two sets of performance goals, or whether students do acquire understanding of model structures more quickly (perhaps because it *is* structured). More research is needed to provide a plausible explanation for this result, assuming that it is not simply a coincidence.

In comparing the overall performance, there was no statistical difference between the two student groups. However, the second group (the one that learned about modelling by just "doing it") significantly outperformed the first group (the one that had learned by looking at examples) on four performance goals – two related to modelling, and two related to model structures. One of the modelling goals was concerned with the use of sub-models, especially for organizing thinking about the model. Most students in the first group primarily constructed models based on a single consideration, whereas students in the second group tended to cycle through the Modelling Process more than once by varying the key assumption, and in an attempt to incorporate all their efforts, would link those models together with some kind of selection criteria. The other modelling goal that produced significantly different results was related to accuracy on mathematical calculations. Students in the first group tended to use the given information on chart rankings to create formulas like "Total of All Current and Previous Weeks' Rankings" – formulas which required calculations. Students in the second group tended toward models like "Most Albums Released" or "Most Years in the Business", which only required counting.

The first of the model structure goals in which a significant difference existed between the two student groups was the ability to recognize the contextual features that are inherent in a model. The assessment required students to interpret a score of '0', which reflected how many times the artist appeared in the singles charts on the first three handout pages. The first group tended to focus on the artist – not popular, didn't get many votes, or not ranked as high – while the second group tended to concentrate on the fact that the songs were not popular or there hadn't been any released prior to the date the chart was made. The second model structure goal in which there was a significant difference between the two groups related to determining limitations that are inherent in a model. Students in the first group contained many answers that addressed ancillary issues – "lack of given information, perceived errors in having scores of '0', calls for conclusions that agreed with their personal opinions, and excellent answers to some other question which was not asked." (Lége, 2003, p. 162) Students in the second group used answers that targeted the restrictive information used, suggested better sources of information upon which to base the prediction, and critiqued the process used in the original model.

In all four of the performance goals in which the second group of students significantly outperformed the first group, it may be the case that those students had more experience within the contextual situation used. But it could also be argued that the additional sense-making exhibited by them, and the quality of the responses provided by them, was supported by being actively engaged in modelling the curricular problem.

REFERENCES

Dossey, J. (1996). **Modelling with functions**. In T. Cooney, E. Wittmann, G. Schrage, J.

Dossey, & S. Brown (Eds.), ***Mathematics, pedagogy, and secondary teacher education.*** (Ch. 5) Portsmouth, NH: Heinemann.

Giardano, F., Weir, M., & Fox, W. (1997). ***A first course in mathematical modelling***. 2 Edition. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company.

Gravemeijer, K. (1997). **Commentary. Solving word problems: A case of modelling?** ***Learning and Instruction**,* 7(4), 389-397.

Lége, G. (2003). **A comparative case study of contrasting instructional approaches applied to the introduction of mathematical modelling.** Ed.D. dissertation thesis, Teachers College, Columbia University.