UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

FRANCIELY FABRÍCIA DE SOUZA MATSUDA

UM ENSINO DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

MARINGÁ – PR
2017

FRANCIELY FABRÍCIA DE SOUZA MATSUDA

UM ENSINO DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença

MARINGÁ – PR

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

Matsuda, Franciely Fabrícia de Souza
M434e Um ensino de equação de 1° grau com uma incógnita via resolução de problemas / Franciely Fabrícia de Souza Matsuda. -- Maringá, 20177.
131 f. : il. color, figs., quadros

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática - Resolução de Problemas - Ensino Fundamental. 3. Equações de 1° - Resolução de problemas - Aprendizagem. 4. Álgebra - Conceito. I. Proença, Marcelo Carlos de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 21.ed.372.7

FRANCIELY FABRÍCIA DE SOUZA MATSUDA

Um ensino de Equação de 1º Grau com uma incógnita

via resolução de problemas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática*.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Profa. Dra. Luciane de Castro Quintiliano
Instituto Federal do Sul de Minas – IFSULDEMINAS

Profa. Dra. Lucieli Maria Trivizoli da Silva
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 23 de Fevereiro de 2017.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser meu guia e protetor, colocando em minha vida pessoas que de alguma forma colaboraram para a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, professor doutor Marcelo Carlos de Proença (UEM/Maringá), pelas valorosas orientações, que com paciência e compreensão me guiou em busca da realização deste sonho.

À banca, que muito contribuiu com suas considerações.

Aos professores e amigos que fiz durante esses 24 meses de mestrado, dividindo angústias e somando incentivos.

Ao Antonio, Eliane e Ederson, pessoas maravilhosas que a vida acadêmica me apresentou e que me incentivaram muito com palavras e ações.

À diretora Rosely Calvo e à professora Irinelsa, que prontamente cederam o espaço para a implementação da pesquisa.

À professora Elizabete, por me incentivar no decorrer da pesquisa.

À equipe diretiva da Escola Nilo Peçanha e aos amigos professores que me ajudaram da melhor forma possível, compreendendo minha ausência durante o cumprimento das atividades acadêmicas.

À minha família, sempre prestativa e atenta as minhas necessidades acadêmicas.

Ao meu marido, Marcelo K. Matsuda, pela compreensão, carinho e incentivo durante este período.

À minha mãe, que nunca poupou esforços para me ajudar a realizar sonhos, que me concedeu a vida e vem me ensinando a viver e ser uma pessoa melhor.

*“As nuvens mudam sempre de posição, mas são sempre nuvens no céu. Assim devemos ser todo dia, mutantes, porém leais com o que pensamos e sonhamos” (***Paulo Beleki)**

UM ENSINO DE EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

RESUMO

A abordagem de ensino por meio da resolução de problemas tem se mostrado um campo fértil para o desenvolvimento de diversos conteúdos em sala de aula. Em particular, buscamos com este trabalho compreender como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau. Focalizamos nossas investigações no 7º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista que é nesta fase que os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam como conteúdo o ensino de equações do 1° grau. As inquietações que nos motivaram a esta pesquisa surgiram das atividades de regência em turmas de 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, nas quais foi detectada uma lacuna na aprendizagem dos conceitos relacionados à Álgebra. Os participantes dessa pesquisa foram 30 alunos matriculados no 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola localizada na região norte do Paraná, pertencente ao Núcleo Regional de Maringá - NRE. Abordamos um ensino *via* resolução de problemas, no qual o problema foi proposto como ponto de partida. A pesquisa se desenvolveu em três etapas visando introduzir a temática equações do 1º grau: (1) o olhar da professora sobre o aluno, (2) o ensino *via* resolução de problemas, (3) o olhar da pesquisadora sobre o aluno. Os dados foram coletados através do questionário respondido pela professora da disciplina, áudio, resolução dos problemas dos alunos e Notas de Campo respondidas pela pesquisadora durante a implementação do ensino. Ao analisarmos o questionário respondido pela professora da disciplina e as Notas de Campo respondidas pela pesquisadora foi possível inferir que a turma escolhida é bastante participativa, pois os alunos discutem as estratégias e utilizam todo o tempo disponível em função da resolução dos problemas. A motivação também foi uma característica em destaque desta turma, onde os alunos se empenharam em busca do conhecimento. Identificamos na fala dos alunos as suas dificuldades durante a resolução dos problemas, sendo possível inferir que elas se concentram na etapa da representação do problema. Tais dificuldades que permearam a etapa de representação do problema possuíam características como: a *natureza do problema*, termos matemáticos como *triplo* e *múltiplo* e ainda as *falsas hipóteses*. Inferimos que a dificuldade de interpretação do problema desencadeou uma sequência de erros, levando os alunos a errarem na resolução. De modo geral, apesar das dificuldades enfrentadas pelos alunos, foi possível constatar que eles conseguiram identificar as características de uma equação do 1º grau como o uso de incógnita e do sinal de igualdade. Os alunos também perceberam a importância de se utilizar equação do 1º grau para a resolução de alguns problemas, relacionando essa importância ao tempo gasto para a resolução dos problemas e à facilidade na resolução do mesmo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Resolução de Problemas. Equações. Álgebra.

A 1ST GRADE EQUATION TEACHING WITH ONE UNKNOWN BY WAY OF PROBLEM SOLVING

ABSTRACT

The approach of teaching through problem solving has proven a fertile field for the development of various content in the classroom. In particular, we seek with this work to understand how teaching by way of problem resolution can contribute to learning contents of equations of the first kind. We focus our investigations in the 7th year of elementary school, considering that it is at this stage that the National curricular parameters point to content teaching 1° degree equations. The concerns that motivated us to this survey conducting activities arose in classes 7, 8 and 9 years of elementary school, in which was found a gap in the learning of concepts related to algebra. The participants of this research were 30 students enrolled in the seventh grade of elementary school, a school located in the northern region of Paraná, belonging to the Núcleo Regional de Maringá-NRE. We approach teaching by way of problem-solving, in which the problem was proposed as a starting point. The research developed in three stages in order to introduce the theme of first degree equations: (1) the teacher about the student, (2) the teaching by way of problem-solving, (3) the researcher about the student. The data were collected through the questionnaire answered by the teacher of the discipline, audio, solving the problems of the students and field notes answered by researcher during the implementation of the teaching. Analyzing the questionnaire answered by the teacher of the discipline and the field notes answered by researcher was unable to infer the class chosen is quite participatory, because students discuss the strategies and use all the time available on the basis of the resolution of the problems. The motivation was also a prominent feature in this class, where students have worked in pursuit of knowledge. We have identified in students ' speech difficulties during the resolution of the problems, being possible to infer that they focus on the representation of the problem. Such difficulties that permeated the stage of problem representation had such features as: the *nature of the problem*, mathematical terms as *triple* and *multiple* and *false assumptions*. We infer that the difficulty of interpreting the problem unleashed a string of errors, leading the students to make mistakes in the resolution. In General, despite the difficulties faced by students, it was found that they were able to identify the characteristics of an equation of the first kind as the use of unknown and the equal sign. Students also realized the importance of using equation of the first degree for the resolution of some issues, relating this importance to time spent for the resolution of problems and the ease in the resolution of the same.

Keywords: Teaching of Mathematics. Troubleshooting. Equations. Algebra.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Atualmente, há uma gama de pesquisadores na área da Educação Matemática que desenvolvem trabalhos abordando um ensino *via* resolução de problemas com o objetivo de promover o ensino da matemática reflexões sobre as suas potencialidades. Este trabalho está inserido neste contexto.

O presente trabalho trata-se da implementação do ensino *via* resolução de problemas para abordar o conteúdo de equação do 1º grau. As inquietações iniciais surgiram a partir das observações da autora durante o estágio obrigatório no período da graduação em Licenciatura em Matemática e permaneceu durante sua atuação docente[1] na turma de 7º ano do Ensino Fundamental da Rede Pública de Ensino do Estado do Paraná, situação em que os alunos não compreendiam a necessidade e importância do uso da álgebra.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1998) descrevem vários problemas que circundam o ensino da matemática, em particular o ensino de equação do 1º grau. Um desses problemas é a apresentação direta dos conteúdos de maneira isolada, sem mencionar ou relacionar com conteúdos previamente aprendidos. Outro problema do ensino é a falta de clareza para abordar outras maneiras de fazer matemática em sala de aula. Na tentativa de ensinar baseado na resolução de problemas, os problemas aparecem de maneira isolada e paralela ao ensino, surgindo a partir de listas de exercícios que consistem basicamente na escolha de técnicas memorizadas pelos alunos (BRASIL, 1998).

Em concordância com Brasil (1998) destacamos o trabalho de Proença (2013) que investigou como o ensino baseado na resolução de problemas estava sendo descrito nos trabalhos apresentados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, nos anos de 2001, 2004, 2007 e 2010. O autor destaca que dos dez trabalhos voltados ao uso da resolução de problemas no ensino, oito deles indicavam uma abordagem em que primeiro se apresentavam as definições e/ou fórmulas para em seguida abordar os problemas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (Brasil, 1998) apontam que as dificuldades existentes no ensino e aprendizagem de Matemática podem ser amenizadas quando o professor faz uso, na sala de aula, de recursos como a resolução de problemas, não como aplicação de técnicas previamente memorizadas, mas sim como abordagem de ensino.

---

[1] Esta atuação docente aconteceu durante todo o no ano de 2014, no qual a pesquisadora foi contratada através do PSS (Processo Seletivo Simplificado).

Para que a abordagem de ensino baseada na resolução de problemas aconteça, Schoelder e Lester (1989) descrevem que o aluno deve aplicar conhecimentos previamente aprendidos para resolver outros problemas que servirão para introduzir outros conteúdos, ampliando seu conhecimento. Essa abordagem foi utilizada por Pereira (2004), Polese (2011) e Poffo (2011) que implementaram um ensino baseado na resolução de problemas.

A importância deste trabalho justifica-se pela necessidade de pesquisas que abordem o ensino *via* resolução de problemas. Tal necessidade confirma-se, por exemplo, na pesquisa de Justulin (2016), que buscou mapear pesquisas sobre resolução de problemas nos periódicos: Boletim GEPEM, BOLEMA, Educação Matemática em Revista, Educação Matemática Pesquisa e ZETETIKE, desde suas primeiras edições até o ano de 2010, identificando focos temáticos que circundam este campo de pesquisa. Um dos focos temáticos encontrados no mapeamento trata-se da “A resolução de Problemas e o processo ensino e aprendizagem: orientações didáticas”, estudo no qual estão inseridas pesquisas que implementaram um ensino baseado na resolução de problemas. Dos 39 artigos encontrados, apenas 3 tratam de uma implementação no ensino, significando apenas 7% das pesquisas.

Justifica-se, também, pelo uso significativo da abordagem da resolução de problemas que, de acordo com Brasil (1998), vem sendo apontada como uma importante abordagem de ensino a ser utilizada pelos professores em sala de aula.

Além disso, os trabalhos desenvolvidos por Pereira (2004), Pereira (2011) e Poffo (2011), que abordam a resolução de problemas no processo de ensino, apontam os benefícios da utilização da resolução de problemas como uma abordagem de ensino. Pereira (2004) descreve o aumento da motivação por parte dos alunos e do professor, assim como a ampliação do conhecimento utilizando conceitos anteriormente aprendidos. Pereira (2011) infere que os benefícios encontrados foram maior autonomia dos alunos na construção de seu próprio conhecimento e proporcionar à pesquisadora o diagnóstico de lacunas existentes em aprendizados anteriores. Poffo (2011) relata que trabalhar com a resolução de problemas ajuda a desenvolver no aluno a autoconfiança bem como prepará-lo para o exercício da cidadania.

Segundo Schoen (1997), o ensino de álgebra, quando baseado na resolução de problemas, pode trazer resultados positivos, permitindo aos alunos discussões sobre as diversas maneiras de resolver o problema, justificando o uso da álgebra.

A pesquisadora Baldin (2008) elaborou uma proposta de ensino baseado na resolução de problemas para abordar o conteúdo de equação do 1º grau. A pesquisadora infere que devemos proporcionar aos alunos um momento para que eles resolvam os problemas sem a interferência do professor, interpretando e relacionando conteúdos. Em seguida, deve-se formalizar o conteúdo de equação do 1º grau. Baldin (2008) descreve que ao seguir essa sequência, pode-se possibilitar aos alunos um momento para construir significados, momento semelhante ao que propomos nesta pesquisa.

Sobre a equação do 1º grau, pesquisas como a de Kern (2008) e Modanez (2003) mostram que é possível um ensino de álgebra que ajude o aluno a se interessar pelas atividades em sala de aula e que valorize o seu pensamento. Para Pereira (2004), a abordagem *via* resolução de problemas é um caminho para este ensino, pois desenvolve o pensamento crítico dos alunos, promove espaços de discussão sobre as diferentes ideias, reflete acerca da utilização de um conceito em diferentes modos e não marginaliza o aluno por causa de algum possível erro, trazendo como principal resultado a motivação.

Diante da importância e benefício do ensino baseado na resolução de problemas na compreensão da matemática, tivemos o interesse em realizar um estudo, o qual apresentamos o seguinte problema de pesquisa: como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental? Para responder a esse problema, elencamos os seguintes objetivos específicos:

1 Identificar e analisar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas.
2 Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
3 Analisar a participação dos alunos no trabalho desenvolvido no ensino *via* resolução de problemas.

Para responder esta pergunta, na primeira seção deste trabalho apresentamos pesquisas que abordam a resolução de problemas em sala de aula.

Na segunda seção, visamos apresentar ao leitor algumas considerações sobre o ensino de álgebra e a pesquisa desenvolvida por Almeida (2011) que norteou a execução deste trabalho.

Na terceira seção, abordamos o nosso referencial teórico, a resolução de problemas discutindo características de problema e exercício e as etapas do pensamento durante a resolução de problemas. Além disso, apresentamos uma reflexão sobre as diferentes maneiras de usar um problema em sala de aula e como ele deve ser abordado de acordo com a literatura.

Na quarta seção, apresentamos a vertente metodológica escolhida para nortear e conduzir a pesquisa: uma pesquisa qualitativa com foco na pesquisa participante. Apresentamos a turma escolhida para a aplicação da nossa pesquisa, os instrumentos escolhidos para a coleta dos dados, procedimentos da pesquisa e os procedimentos para a análise de dados.

Já na quinta seção, discutimos as estratégias e dificuldades vivenciadas pelos alunos durante a implementação do ensino *via* resolução de problemas. Apresentamos, ainda, uma caracterização da turma na visão da professora da disciplina e as análises das Notas de Campo - anotações da autora sobre as impressões atitudinais dos alunos durante a implementação da pesquisa.

Finalizamos o trabalho com a seção que contempla nossas considerações, apresentando ao leitor as análises das dificuldades dos alunos para resolver os problemas e as potencialidades dessa abordagem para o ensino de equações do 1º grau. Retomamos os objetivos, o problema de pesquisa e apresentamos como foram atendidos e sugerimos trabalhos a serem desenvolvidos a partir desta pesquisa.

Com este trabalho esperamos propiciar ao leitor um momento de reflexão sobre a aprendizagem dos alunos com a implementação do ensino *via* resolução de problemas. Esperamos também que outros estudos e investigações transcendam o escopo deste trabalho e que novas abordagens e novas atividades sejam apresentadas como um recurso motivador para a sala de aula.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A elaboração desta seção tem a pretensão de situar o leitor diante das pesquisas que foram desenvolvidas nas escolas em turmas do 3° e 4° ciclos do Ensino Fundamental, que correspondem ao 6º, 7º, 8º e 9º anos e que abordaram a implementação de um trabalho baseado na resolução de problemas no período de 1998 a 2015. Buscamos com estes trabalhos compreender como essa abordagem de ensino vem sendo trabalhada em sala de aula e quais foram os resultados obtidos por meio delas, visto que estes trabalhos se assemelham ao nosso por se tratarem de uma implementação de ensino por meio da resolução de problemas que serão abordados na subseção **1.1 O trabalho em sala de aula por meio da resolução de problemas.**

Encontraremos na subseção **1.2 Outra Pesquisa** a pesquisa de Pereira (2004) que também aborda uma implementação por meio da resolução de problemas no 3º ciclo do Ensino Fundamental. Este estudo foi encontrado durante uma pesquisa realizada no *site* Google Acadêmico e por ser outra fonte de pesquisa não foi colocada na subseção **1.1 O trabalho em sala de aula por meio da resolução de problemas**.

Procuramos também por pesquisas que busquem identificar as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem problemas. Estes estudos nos auxiliarão a analisar e compreender as estratégias utilizadas por nossos alunos durante a resolução dos problemas. Tais pesquisas serão abordadas na subseção **1.3 As estratégias que os alunos usam**.

1.1 O trabalho em sala de aula por meio da resolução de problemas

Realizamos um levantamento de pesquisa no banco de teses e dissertações da CAPES[2] procurando por pesquisas que realizaram a implementação de um ensino baseado na resolução de problemas. Para a realização desta busca escolhemos os termos “resolução de problemas”, “situação-problema” e “problema” como palavras-chave, na área de “Ensino de Ciências e Matemática”. Após selecionarmos os trabalhos no *site*, fizemos a leitura dos títulos e em seguida dos resumos para certificarmos que estavam nos padrões citados anteriormente.

Com a palavra-chave “resolução de problema” foram encontradas 82 pesquisas pelo site, porém apenas Pereira (2011), Polese (2011), Poffo (2011) e Vieira (2011) contemplavam nossas necessidades. Com a palavra-chave “solução de problemas” foram encontrados 10 trabalhos e “situação-problema”, 36 trabalhos, porém, nenhum deles tratava de proposta de

[2] Disponível em: < http://sdi.capes.gov.br/banco-de-teses/01_bt_index.html> . Acesso em: 05 out 2015.

ensino baseado na resolução de problemas. Pelo *link* Portal de Periódicos[3], foram encontrados 13 trabalhos, dos quais apenas Christo (2006) foi selecionado.

Em seguida filtramos nossa busca, procurando por trabalhos que tivessem pontos em comum com o nosso, e assim as palavras-chave utilizadas foram ‘‘resolução de problemas”, “álgebra” e “ensino e aprendizagem”. Apenas cinco registros apareceram, dentre eles, apenas o trabalho de Puti (2011) realmente contempla os critérios estabelecidos.

Os trabalhos foram divididos em duas categorias: **problemas em sala de aula** e **problemas como situação inicial de ensino.**

1.1.1 Problemas em sala de aula

Pereira (2011) utilizou em sua dissertação a metodologia de resolução de problemas para trabalhar com 20 alunos do 5° ano (6ª série), com o conteúdo de números decimais, em uma escola particular da cidade de Santa Maria – RS. Seu objetivo foi analisar se a metodologia adotada contribui para o melhor entendimento deste conteúdo. Foi aplicado um teste diagnóstico com os alunos para identificar as lacunas presentes no ensino que pudessem interferir na aprendizagem de números decimais. O resultado do teste identificou que os alunos tinham dúvida na interpretação dos enunciados, dificuldade quando o minuendo é menor que o subtraendo e posicionamento da vírgula. Diante dos resultados do teste, foram elaboradas as situações-problemas trabalhadas em sala para que as lacunas identificadas no resultado do teste inicial também pudessem ser abordadas. Os alunos realizaram primeiramente uma leitura individual dos 10 problemas propostos pela professora, em seguida formaram duplas para resolvê-los. Durante a resolução, a professora se portou como mediadora, esclarecendo dúvidas dos alunos. Após concluírem a resolução dos problemas um representante de cada dupla foi ao quadro apresentar sua resposta para a turma e os alunos que não conseguiram responder também foram ao quadro para apresentar o que fizeram. Em seguida, os números decimais foram apresentados formalmente. Analisando o diário de campo e os registros dos alunos em suas resoluções, a pesquisadora pode concluir que a dificuldade dos alunos permeia a interpretação do enunciado do problema: estão sempre questionando qual operação devem fazer e sentem dificuldade em relacionar os dados presentes no enunciado, acarretando na resposta incompleta ou incorreta do problema. Sobre a metodologia de resolução de problemas, ela descreve que esta foi importante para os alunos, pois utilizaram de conhecimentos prévios para a construção

[3] Disponível em: < http://www.periodicos.capes.gov.br/>. Acesso em: 13 out 2015.

do conceito de números decimais, além de possibilitar a autonomia aos alunos sobre qual estratégia seguir para atingir o objetivo.

Polese (2011) analisou em sua dissertação o trabalho desenvolvido e implementado por ele em uma sala de aula com 21 alunos da 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental do município de Anta Gorda, no Rio Grande do Sul, envolvendo o conteúdo de frações. O objetivo do autor era de avaliar a aprendizagem dos alunos no conteúdo de fração, com uma visão construtivista a partir da resolução de problemas. O autor aplicou um questionário inicial para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, e elaborou suas aulas a partir das respostas dos alunos. Foram ministradas nove aulas, das quais as quatro primeiras aulas, foram utilizadas para abordar três situações-problema por meio da oralidade. Para estas primeiras aulas, o professor criou situações nas quais os alunos deveriam dar sugestões para solucioná-las. Um exemplo dessas situações foi a utilizada pelo pesquisador em seu primeiro dia de implementação do ensino, no qual os alunos deveriam trazer cada um uma fruta para a aula. Nem todos os alunos trouxeram fruta, então o pesquisador questionou os alunos sobre o que ele poderia fazer para que todos os alunos da sala pudessem comer as frutas trazidas. As sugestões dos alunos foram discutidas e analisadas entre todos os alunos da sala. Em seguida o pesquisador utilizou-se de três problemas, que foram escritos na lousa. Os alunos resolveram estes problemas em grupo e apresentaram as respostas aos demais alunos da sala e em seguida o pesquisador formalizou o conteúdo de frações. As últimas cinco aulas foram destinadas para atividades na qual os alunos representara frações por meio de tiras de E.V.A., no quadro digital e pesquisa sobre a história das frações na internet. No final do semestre o questionário inicial foi novamente aplicado e analisado com o objetivo de compreender se os alunos estavam utilizando o conceito aprendido, ou se já haviam esquecido. O material obtido no diário de aula, no questionário (inicial e final) e durante as aulas foram submetidos a uma análise textual discursiva. O trabalho desenvolvido por Polese (2011) com os alunos durante as aulas possibilitou a compreensão das características de uma fração, onde as divisões devem ser feitas em partes iguais. O autor também destaca que o trabalho desenvolvido possibilitou o desenvolvimento da autoconfiança e respeito, assim como outros valores demonstrados pelos alunos no decorrer das aulas.

1.1.2 Problemas como situação inicial de ensino

Christo (2006) desenvolveu sua pesquisa em uma escola da rede municipal de São Paulo- SP, com alunos do 6º ano, descrevendo relações existentes entre as situações de proporcionalidade e as expressões aritméticas generalizáveis. Os objetivos de sua pesquisa foram: analisar os fenômenos didáticos que ocorrem no ensino da linguagem algébrica, para alunos iniciantes em álgebra, por meio de uma abordagem funcional em que enfatiza a relação de dependência entre as variáveis envolvidas e favorecer a utilização de processos de resolução de problemas, os quais permitam aos alunos relacionar os conhecimentos envolvidos. Todas as atividades desenvolvidas buscaram a compreensão do problema, a análise dos dados oferecidos pelo problema, a escolha de estratégias de resolução, a busca de outras soluções e a comparação dos resultados obtidos. Primeiramente o autor utilizou atividades de revisão que exploravam símbolos de > (maior), < (menor) e = (igual), abordando equivalência ou não de expressões. Para iniciar o ensino de variável utilizando a resolução de problemas, os alunos foram organizados em grupo. Para cada grupo foi entregue uma quantia diferente em dinheiro, distribuída em cédulas sem valor, as cédulas estavam distribuídas de diferentes formas, porém, cada aluno recebeu a mesma quantia em dinheiro que os demais alunos do seu grupo. O problema consistia em criar esquemas que deveriam tornar possível aos outros grupos descobrir a quantidade de cédulas que cada um tinha, por exemplo, _____5,00 x _____20,00 = 125,00. Em seguida, os alunos realizaram uma plenária refletindo sobre as respostas obtidas pelos membros do grupo e perceberam a existência de uma lei quantitativa de correspondência, identificando a variável dependente e a independente. Os alunos demonstraram entusiasmo para resolver este problema, principalmente quando descobriram que levariam as cédulas para casa. Construíram e interpretaram expressões algébricas simples da forma ax, ax+b, com x assumindo valores reais positivos, totalizando 10 atividades em 12 horas/aula. O pesquisador infere que os resultados foram favoráveis para a compreensão do conceito de variável e recomenda a abordagem de problemas para introdução da linguagem algébrica priorizando o aspecto dinâmico de dependência e independência de variáveis.

Já para Poffo (2011) o objetivo geral da dissertação foi analisar a aprendizagem dos alunos do 6º ano de uma escola pública ao estudar conceitos por meio da resolução de problemas, no município de Ascurra – SC, envolvendo 27 alunos. A autora apoia um ensino no qual o aluno desempenha o papel principal do processo de ensino e aprendizagem, capaz de transferir e ampliar seus conhecimentos. Os conteúdos abordados foram: sistema de numeração decimal; construção do número; operações fundamentais; estimativa; forma geométrica plana; área; perímetro; simetria; ponto; reta; plano; polígono; triângulos e quadriláteros; números racionais na forma decimal; e divisão de números naturais tendo um decimal como resposta. A resolução de problemas foi utilizada como modo de fazer matemática em sala de aula, abordando um ensino *via* resolução de problemas. Neste caso, o problema é proposto como ponto de partida, ajudando a desenvolver autoconfiança e preparando para o exercício da cidadania, pois colabora para que o aluno amplie sua visão sobre a matemática e o mundo e permite que o mesmo reflita sobre uma situação a partir de vários pontos de vista. As situações-problemas abordadas por Poffo (2011) em sala de aula foram aplicadas antes da formalização dos conteúdos durante todo o ano letivo. Para estabelecer o roteiro de aplicação da pesquisa, Poffo (2011) utilizou-se das discussões de Allevato e Onuchic (2009) que apontam como roteiro a preparação do problema, as leituras individual e coletiva, a resolução do problema em grupo, observação e incentivo, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso e formalização do conteúdo**.** A autora relata que os alunos tiveram certo desconforto no início, pois durante sua escolarização os problemas eram apresentados após a formalização do conceito. Com o decorrer das aulas, os alunos se envolveram mais com as situações propostas e durante a resolução relacionavam conceitos, permitindo-lhes mobilizar conhecimento e gerenciar os conceitos aprendidos a *priori*. Termina destacando que não é simples trabalhar com um ensino *via* resolução de problemas, este requer muita dedicação do professor, avaliação contínua e um planejamento cauteloso. Trabalhar com a resolução de problemas ajudou os alunos a serem mais independentes na busca de uma solução, motivados e capazes. Ao final do ano letivo os alunos obtiveram uma média final de 7,6 pontos em Matemática. A autora, por fim, aponta que grande parte do sucesso escolar está no trabalho desenvolvido pelo professor, que deve planejar e orientar seus alunos.

A dissertação de Vieira (2011) investigou um ensino de simetria através da metodologia de resolução de problemas, buscando compreender se a resolução de problemas contribui para a produção do conhecimento de simetria, pelo aluno. Os participantes desta pesquisa, foram 37 alunos do 7º ano de uma escola municipal de São José dos Campos, São Paulo. O professor/pesquisador desenvolveu com os alunos uma sequência de atividades sobre simetria, utilizando a metodologia da resolução de problemas. Estas atividades foram elaboradas após uma conversa entre o professor/pesquisador e os alunos sobre o que eles já conheciam do tema simetria. As atividades foram retiradas de livros, de pesquisas e algumas atividades foram elaboradas pelo autor. As atividades desenvolvidas foram gravadas e transcritas. Após analisarem as falas dos alunos com o aporte da fenomenologia, chegaram à redução de duas categorias abertas: *compreensão da simetria e de suas propriedades* e *investigação do processo de argumentação e validação de raciocínio*. A categoria de *compreensão da simetria e de suas propriedades,* aborda a compreensão que os alunos descrevem sobre as características gerais do que é simetria e também as características específicas das simetrias de reflexão, rotação e translação. Já a categoria de *investigação processo de argumentação e validação de raciocínio,* explora o caráter investigativo dos alunos, tais como a formulação de conjecturas e o levantamento de hipóteses. Essas categorias possibilitaram a conclusão de que a resolução de problemas foi importante para a aprendizagem dos alunos na compreensão do que é simetria, pois eles conseguiram argumentar sobre o que é simetria e validar o seu raciocínio; podendo inferir que a resolução de problemas além de propiciar um ambiente de investigação também favorece a produção de conhecimento.

Puti (2011) teve como objetivo analisar o ensino e aprendizagem de equações polinomiais do 2° grau, em alunos da 8ª série (9°ano), em uma escola estadual da cidade de Rio Claro - SP, buscando os significados produzidos pelos alunos no processo de ensino, aprendizagem e avaliação, no qual o ensino abordado foi baseado na resolução de problemas. As aulas foram planejadas pela pesquisadora em parceria com a professora da sala. A professora sugeriu que antes de trabalhar equação do 2° grau fosse feito uma revisão de equação do 1° grau, por isso o trabalho foi dividido em duas etapas. Primeiro foi realizada uma revisão de equação do 1° grau e, em seguida, o efetivo trabalho de equações polinomiais do 2° grau. Para a primeira etapa do trabalho foram destinados sete encontros, num total de 14h/a, trabalhando quatro problemas, os alunos foram divididos em grupos e realizaram leitura coletiva. A professora ajudava os alunos tirando dúvidas de interpretação. Vale ressaltar que mesmo essa primeira etapa sendo um momento de revisão, a estrutura seguia o roteiro da resolução de problemas. A pesquisadora passava nas carteiras observando as discussões e o trabalho em grupo. Ao final foi realizada uma plenária e os alunos participavam dando suas respostas e opiniões. A professora fez no quadro o resumo das principais ideias dos alunos, o que ocorreu nos términos de todas as atividades e problemas. No primeiro problema foi explorado o conceito de padrão. A pesquisadora relata que os alunos compreenderam o termo padrão como algo que se repete. Em seguida a atividade proposta explorava sequências e, então, os alunos observaram seu padrão. Os grupos identificaram diversos padrões e, assim, o momento de realização da plenária foi de grande valia para a aprendizagem dos alunos, pois, foi enriquecido com uma diversidade de olhares para a mesma atividade. No final da aula a professora formalizou o conceito de variável com os alunos usando os problemas propostos como ponte. A pesquisadora enfatiza que todo procedimento realizado pelos alunos durante esta primeira etapa foi escrito por eles em linguagem verbal, ficando evidente a dificuldade de transpor para a linguagem algébrica.

A segunda parte do projeto trabalhou com equações de 2° grau, teve uma duração de 29h/a. Os oito problemas utilizados na segunda etapa foram retirados do Caderno do Aluno (2010), material produzido em parceria com a Secretaria do Estado de São Paulo. Durante a resolução dos problemas foi realizado uma leitura coletiva para eventuais dúvidas no enunciado, os alunos ficaram dispostos em grupos para solucionar os problemas e em seguida era realizada uma plenária e a professora formalizava o conteúdo após a discussão. Inferiu-se que o momento mais difícil para os alunos, pensando em compreensão, foi a passagem do geométrico para o algébrico, trabalho realizado utilizando o método de Al-Khowarizmi[4]. Para a construção da Fórmula de Bháskara, os alunos compreenderam seu papel e importância, mas tinham muitas dúvidas na manipulação aritmética. Após analisar os problemas propostos pelo Caderno do Aluno (2010), a pesquisadora aponta que ele inicia o tópico com uma situação-problema, porém a situação-problema já deixa fortes indícios de como a solução deve ser feita. Outro ponto fraco do material, segundo a pesquisadora, é a falta de fundamentação teórica em alguns pontos e logo após a situação-problema, o caderno de atividade já recorre a exercícios, deixando de lado a formalização do conteúdo. A implementação deste trabalho levou os alunos a organizarem o pensamento, também aguçou o espírito investigativo, incentivou a autonomia e o espírito de equipe (os alunos se ajudavam quando algum membro da equipe não estava entendendo), o que fez com que os alunos compreendessem melhor o conteúdo de equação do 2° grau. Nas palavras da pesquisadora:

> […] através da resolução dos problemas apresentados, os alunos foram levados a pensar: levantaram ideias matemáticas; comunicaram-se ao falar e ao escrever sobre elas; desenvolveram formas de raciocínio; estabeleceram conexões e desenvolveram a capacidade de resolver problemas, explorando-os e generalizando-os. (PUTI, 2011, p.228).

Benefícios estes que acreditamos estar proporcionando aos alunos quando trabalhamos com a resolução de problemas em sala de aula como uma maneira de se produzir matemática.

1.1.3 Refletindo sobre as pesquisas

As pesquisas selecionadas para fazer parte da nossa revisão bibliográfica têm a intenção de situar o leitor sobre alguns trabalhos que foram realizados nas salas de aula respaldados na resolução de problemas como maneira de se fazer matemática. O trabalho de Pereira (2011) e Polese (2011) foram caracterizados como **Problemas em sala de aula**, pois, os pesquisadores não deixam claro se abordou os problemas como situação inicial de ensino, e os dados obtidos

---

[4] Al-Khowarizmi viveu em Bagdá no século IX e desenvolveu um método para resolver equação de 2º grau. Esse método consiste no completamento de quadrados, transformando as equações desse tipo em quadrado perfeito.

nos questionários iniciais aplicados pelos autores revelam que os alunos já haviam tido contato com o conteúdo abordados.

As pesquisas de Christo (2006), Puti (2011), Vieira (2011) e Poffo (2011) foram categorizadas como **Problemas como situação inicial de ensino,** pois os alunos ainda não haviam tido contato formalizado com o conteúdo. Vale ressaltar que todas estas pesquisas descrevem que o trabalho em sala de aula baseado na resolução de problemas vem trazendo bons resultados, tais como motivação e compreensão do conceito proposto.

Alguns autores destacam a dificuldade inicial dos alunos em trabalhar em grupo. Os alunos conversam muito e não se sentem à vontade para verbalizar suas ideias, porém, Poffo (2011) descreve que esse desconforto foi amenizando com o decorrer das aulas. Os autores também descrevem a baixa habilidade de articular conhecimentos prévios e a busca dos mesmos por um mecanismo que os permitam encaixar nas situações propostas as situações conhecidas, na qual a resolução de problemas corrobora para a autonomia e o pensar matematicamente dos alunos.

Todas as pesquisas que foram aqui apresentadas mostraram que houve aprendizagem do conteúdo ministrado baseado na resolução de problemas em sala de aula. As pesquisas também relatam que os alunos se sentem motivados ao resolverem os problemas propostos. Os resultados encontrados nestas pesquisas nos impulsionaram a implementar o ensino *via* resolução de problemas no 7º ano, abordando a temática equação do 1º grau.

1.2 Outra pesquisa

A pesquisa de Pereira (2004), assim como as pesquisas apresentadas na subseção 1.1, trata de uma implementação no ensino de matemática no 3º ciclo do Ensino Fundamental e foi encontrada por meio de uma busca no Google Acadêmico[5], cujas palavras-chave foram: “resolução de problemas” e “Ensino Fundamental”. As pesquisas que abordaram uma implementação em sala de aula nos foram muito importantes para compreender os desafios de uma sala de aula, a postura do professor e do aluno diante de um ensino por meio da resolução de problemas, assim como, quais foram os resultados por eles encontrados que viabilizam ou não a utilização deste ensino na sala de aula.

O objetivo da pesquisa de dissertação realizada por Pereira (2004) foi verificar quais contribuições o ensino de matemática através da metodologia resolução de problemas trás para

[5] Disponível em: <http://scholar.google.com.br/>. Acesso em: 10 de agosto de 2015.

a disciplina de matemática. Assim, para desenvolver a pesquisa a autora estudou os conteúdos programáticos para a 5ª série propostos pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e pela escola na qual a pesquisa será desenvolvida e identificar quais conteúdos são previstos para serem contemplados neste ano de escolarização.

Os conteúdos escolhidos foram Divisibilidade e Números Racionais. Esses conteúdos já foram iniciados nas séries anteriores, porém, o que o autor buscou foi uma ampliação desse conhecimento através da resolução de problemas. Foram abordados oito problemas em sala de aula utilizando a resolução de problemas buscando a ampliação do conhecimento do conteúdo de divisibilidade e oito problemas para abordar o conteúdo de números racionais. Para o desenvolvimento das aulas, os alunos foram dispostos em grupos e em seguida foi entregue um texto sobre a temática jogos, este texto foi discutido com a finalidade de instigálos. Na sequência foi entregue um problema que envolvia essa temática, os alunos discutiram a resolução do problema com os outros integrantes do grupo e em seguida um representante de cada grupo foi até a lousa para apresentar a resolução do grupo. O professor percebeu que durante a resolução em grupo alguns alunos reclamavam de não estar entendendo o enunciado, outros informavam ter acabado de resolver mas que, na verdade, haviam respondido apenas parte do problema e ainda outros alunos estabeleceram relações de maneira aleatória com os dados dispostos pelo enunciado. Alguns alunos ficavam esperando pela resposta dos outros grupos ou pela explicação da professora. Percebendo a dificuldade dos alunos a professora pontuou algumas coisas na lousa, o que fez com que uma parte deles, na preocupação de entregar tudo correto, apagassem o que haviam feito. O fato de apagarem as respostas erradas para copiarem da lousa a resposta correta justifica-se também pelo fato de que em avaliações as atividades são corrigidas em certo e errado, o que pode acarretar em uma aprovação ou não para o ano seguinte de escolarização. A pesquisadora também pontua que os alunos estranharam a sua postura de trabalho, pois ela havia sido professora destes alunos no ano anterior e não tinha trabalhado em grupo. No início os alunos apresentavam comportamento individualista, chegando a acontecer desavenças, porém, com o passar das aulas esses comportamentos foram minimizados, no entanto, sentiram dificuldade por terem que resolver problemas sem a intervenção direta da professora. Outra observação realizada pela pesquisadora foi que alguns alunos não observavam o enunciado do problema, chegando a respostas impossíveis. Um dos pontos positivos identificados pela pesquisa foi que os alunos utilizaram os conhecimentos aprendidos anteriormente relacionando-os e ampliando-os.

1.3 As estratégias apresentadas pelos alunos

Destacamos nesta subseção pesquisas que investigaram as estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem problemas. Essas pesquisas ajudaram a fomentar nossa análise das estratégias dos alunos e compreender as estratégias por eles utilizadas. Para isso fizemos uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES utilizando os termos “resolução de problemas” e “estratégia”. Filtramos a área de conhecimento para “Ensino de Ciências e Matemática” no período de 1998 a 2015.

Ao realizarmos tal busca, apareceram 570 títulos, fizemos uma leitura dos títulos selecionando os trabalhos que analisaram as estratégias dos alunos matriculados no 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental ao resolverem problemas. Foram encontradas seis pesquisas: Santos Junior (2013), Furlanetto (2013), Costa (2014), Silva (2014), Lima (2014) e Martins (2015), que apresentaremos a seguir.

1.3.1 Estratégias apresentadas pelos alunos ao resolverem problemas

A dissertação apresentada por Costa (2014) teve como objetivo analisar as estratégias adotadas pelos alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para a resolução de problemas geométricos. Para isso, a pesquisadora utilizou como instrumento de pesquisa alguns problemas da Coleção “A Conquista da Matemática” de Giovanni e Castrucci (2009). Os sujeitos foram 94 alunos no 7º ano, 83 alunos no 8º ano e 86 no 9º ano, totalizando 263 alunos de quatro escolas diferentes. Estes alunos responderam a um questionário composto de nove problemas que estavam no livro da série anterior, por exemplo: os problemas utilizados no questionário do 7º ano encontram-se no livro do 6º ano e assim sucessivamente. Os nove problemas escolhidos para fazerem parte do exame do 7º ano, contemplaram os conteúdos de: estudo da figura, área e perímetro, retas, semirretas e posições relativas. Para compor o exame do 8º ano foram escolhidos os conteúdos contemplados de ângulos, quadriláteros, triângulos e círculos. Já os conteúdos abordados no exame do 9º ano foram: círculo e circunferência, quadriláteros, área e volume dos sólidos.

Após responderem o questionário, a pesquisadora separou as respostas dadas pelos alunos com as estratégias mais diferenciadas e esses alunos responderam a uma entrevista semiestruturada. Participaram dessa entrevista, 10 alunos do 7º ano, 9 alunos do 8º ano e 9 alunos do 9º ano, correspondendo a 10% do total de alunos que responderam ao exame. Diante das respostas apresentadas pelos alunos no questionário, a pesquisadora categorizou as respostas como: Desenho, Cálculo, Álgebra e Outros. Os alunos do 7º ano responderam os problemas utilizando estratégias de Desenho e Cálculo. Apenas dois problemas foram respondidos utilizarando outras estratégias e não houve respostas algébricas. A autora relaciona o tipo de estratégia ao tipo de problema e, assim, quando o problema aborda o cotidiano os alunos tendem a utilizar-se de cálculos, estratégias aritméticas. Utilizam de Desenho quando os problemas são do tipo enigmas e possíveis de resolver sem cálculo. Já nas respostas dos alunos do 8º ano foi possível identificar que a estratégia álgebra foi utilizada 4 vezes, a estratégia cálculos foi identificada apenas 10 vezes. Nove alunos fizeram uso da escrita natural para resolver o problema e foram categorizados como Outros. A estratégia mais utilizada pelos alunos do 8º ano foi Desenho, que ocupou 82% das respostas.

Os alunos do 9º ano também organizaram suas estratégias utilizando o Cálculo, que apareceu 91 vezes, vale ressaltar que na maioria das vezes esta estratégia estava acompanhada da estratégia Desenho. Pensando nestes alunos do 9º ano, temos o desenho utilizado em 57% das estratégias, superando o percentual do 7º e 8º anos. A autora afirma que os alunos do 9º ano se sentem mais confiantes para utilizar a estratégia geométrica, porém, esta é, na maioria das vezes, utilizada com outra estratégia para ajudar a garantir a validação da resposta. É possível perceber também um aumento da utilização da estratégia algébrica, que não foi utilizada pelos alunos do 7º ano e que teve uma incidência de aparecimento de 23 vezes no 9º ano. Os alunos do 9º ano utilizam, preferencialmente, cálculos quando o problema se trata de encontrar diâmetro no círculo e é prático, por exemplo, além disso, esses alunos utilizam a estratégia algébrica apenas para formalizar o que farão posteriormente. Em seguida, a autora relacionou as estratégias dos alunos de séries diferentes para problemas com as mesmas características. Ao analisar as estratégias do 7º com 9º anos nos problemas rotineiros, a autora identificou nas turmas de 7º ano que os alunos se utilizaram de cálculos para resolver o problema, já no 9º ano, vinte e nove alunos se utilizaram primeiramente de desenho e em seguida de Cálculo. Porém, é possível inferir que em ambos, os alunos que fazem uso de desenho e se utilizam também de outras estratégias para justificar o que encontraram desenhando. Ao realizar o cruzamento das informações das estratégias nos 7º, 8º e 9º anos para problemas rotineiros que abordaram segmentos, semirretas, ângulos, figuras planas e geometria espacial, autora relata que quando a figura é descrita no enunciado para que o solucionador a desenhe, essas figuras não são desenhadas corretamente, gerando assim diferentes figuras. Segundo a autora, essa diversidade de figuras acontece devido a diferentes interpretações dos alunos e à falta de compreensão dos termos. A autora conclui que os alunos que responderam aos problemas, em sua maioria, se utilizam de figuras para organizar o pensamento e apresentar as ideias. Para os problemas práticos, que são aqueles de caráter investigativo, os alunos tendem a utilizar as figuras para compreender o problema e o respondem com estratégias de Cálculos. No caso dos problemas geométricos rotineiros os alunos tendem a utilizar apenas cálculos se o enunciado apresentar desenho. Se o enunciado não tiver uma ilustração os solucionadores tendem a ilustrar e em seguida resolvê-lo utilizando a aritmética.

A pesquisa desenvolvida por Santos Junior (2013) teve por objetivo investigar as estratégias utilizadas por alunos do 7º, 8° e 9º anos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de partilha. Mais especificamente o autor pretendia analisar se o avanço na escolarização mudaria as estratégias utilizadas pelos alunos. E assim, o estudo se fundamentou na pesquisa de Marchard e Berdnarz (1999) que estudaram os livros didáticos de matemática canadenses e identificaram os problemas de partilha como problemas de estruturas algébricas. Os problemas de partilha foram subdivididos em problemas tipo poço, problemas composição e fonte. Os problemas de fonte descrevem problemas cujas grandezas são originadas em função de uma única grandeza, os problemas de composição englobam aqueles cujas relações são estabelecidas seguindo uma sequência, já nos problemas tipo poço as relações convergem para um dado do problema. Tais problemas foram utilizados em dois testes de mesma estrutura e nível de resolução. Os testes foram aplicados no mesmo dia para 251 alunos matriculados em três escolas do estado de Pernambuco, na cidade de São Lourenço da Mata. Divididos em 82 alunos no 7º ano, 75 alunos no 8º ano e 94 no 9º ano. Primeiramente, foi analisada nos testes a performance dos alunos na resolução de problemas. Foi possível perceber que os alunos do 7º ano tiveram dificuldade para resolver o problema de partilha tipo poço, pois muitos deixaram a questão em branco, não esboçando tentativa de resolução. Ainda no 7º ano do ensino fundamental é possível perceber que o número de sujeitos que não responderam as questões tipo composição e poço foi muito elevado, 33% e 51% respectivamente. O pesquisador atribui a falta de resposta dos alunos ao tipo composição do problema, inferindo que os alunos não conseguiram atribuir sentido aos problemas. Os alunos do 7º ano responderam corretamente 54% dos problemas tipo fonte. As estratégias utilizadas pelo autor para análise foram as mesmas utilizadas por Câmara e Oliveira (2008): atribuir valores (AV), dividir por 3 (D3), resolução algébrica (AL), considerando o total como fonte (CTF) e realizar cálculo qualquer (CQ), não identificada (NI). Os resultados obtidos nas turmas de 7º ano foram: atribuir valores (AV), 52%; dividir por 3 (D3), 12%; resolução algébrica (AL), 15 %; considerando o total como fonte (CTF), 10%, e realizar calculo qualquer (CQ), 5%; e não identificada (NI) 6%.

Para o 8º ano observou-se que para os problemas tipo fonte 49% dos alunos acertaram a resolução dos problemas, resultado inferior ao encontrado nas tumas do ano anterios, no qual 54% dos alunos responderam aos problemas com sucesso. O autor pontua que 36% dos alunos deixaram os problemas tipo fonte em branco e atribui a esse resultado o afastamento de problemas dessa natureza em sala de aula, vale destacar que 37% dos alunos do 8º ano acertaram os problemas tipo composição. Ao analisar o tipo de estratégia utilizada pelos alunos do 8º ano encontramos a seguinte distribuição: atribuir valores (AV), 53%; dividir por 3 (D3), 7%; resolução algébrica (AL), 17%; considerando o total como fonte (CTF), 8%; realizar calculo qualquer (CQ), 3%; e estratégia não identificada (NI), 12%. Os alunos no 9º ano foram os que apresentaram melhor performance em todos os tipos de problemas, obtendo 68% de acerto nos problemas tipo fonte, 44% em problemas de composição e 29% em problemas de poço. Foi constatado, também, dificuldade nos alunos para resolver problemas tipo poço, dos quais 44% não esboçaram resposta para o mesmo. Já a distribuição das categorias utilizadas pelos alunos do 9º ano ficou disposta com os seguintes dados: atribuir valores (AV), 45%; dividir por 3 (D3), 8%; resolução algébrica (AL), 24%; considerando o total como fonte (CTF), 8%; realizar calculo qualquer (CQ), 8%; e não identificada (NI), 7%. O autor infere que houve um resultado crescente de acerto se tratando de problemas tipo composição, por ano de escolarização, resultando em, 29%, 37% e 44% nos 7º, 8º e 9º anos, respectivamente; verificando esse avanço também nos problemas tipo fonte que apresentou 15%, 17% e 29% respectivamente. O autor descreve acreditar que um dos motivos desse avanço está relacionado ao avanço do estudo da álgebra nestes anos de escolarização. Nos problemas tipo poço foi identificado um grande índice de questões em branco, 51% no 7º ano, 59% no 8º ano e 44% no 9º ano e acredita que este índice esteja diretamente relacionado à dificuldade na resolução desse tipo de problema. Para esse mesmo tipo de problema, ao unir as respostas erradas e as em respostas em branco os números encontrados foram 85% no 7º ano, 83% no 8º ano e 71% no 9º ano. Os resultados finais da pesquisa indicam que os alunos utilizam as mesmas estratégias independente do ano em que se encontram matriculados e também que os alunos têm dificuldade de resolver problemas de partilha embora tenha sido possível observar um avanço relacionado ao número de respostas corretas.

O objetivo da pesquisa de dissertação de Martins (2015) foi elaborar uma sequência de atividades ou material didático que evidenciasse a importância das estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas. Os sujeitos da pesquisa foram 52 estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio de duas escolas no litoral norte do Rio Grande do Sul. As escolas foram escolhidas devido as dificuldades dos alunos para resolver as questões da OBEMEP. Os oito encontros aconteceram em período contra turno englobando questões transversais e pseudotransversais retirados da prova OBEMEP. Foram abordadas 22 questões divididas em três níveis de complexidade. As questões identificadas como de Nível 1 para alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, Nível 2 para alunos do 8º e 9º anos, também do Ensino Fundamental, e Nível 3 para alunos do Ensino Médio. Sendo assim, a pesquisadora selecionou questões preferencialmente discursivas das provas da OBEMEP para que fosse possível observar as estratégias utilizadas pelos alunos em cada atividade. Das vinte e duas questões abordadas pela pesquisadora em sua pesquisa, foram escolhidas nove questões que contemplavam conteúdos ainda não formalizados pela professora regular de matemática para serem descritas na dissertação. Após os alunos terem resolvido seus problemas em grupo com três integrantes foi realizado uma plenária na qual os alunos fizeram uma exposição oral e escrita de suas estratégias. Referente ao momento da plenária, Martins (2015) infere que esse momento permite aos alunos uma reflexão sobre os diferentes procedimentos utilizados e favorecer a compreensão do conteúdo abordado. O ambiente proporcionado pela pesquisadora possibilitou aos alunos diferenciar o problema do exercício, pois inicialmente eles queriam resolver as atividades rapidamente, porém, com o decorrer das aulas os alunos começaram a se dedicar mais para a resolução de cada problema, deslocando-se para um cenário investigativo. Essa pontuação da pesquisadora pode ser constatada na descrição de um aluno ao relatar que inicialmente sua intenção era resolver tudo rápido e terminar logo, porém, com o andamento das aulas ele percebeu que não era isso o que a pesquisadora queria. Ela queria que os alunos aprendessem a resolver os problemas e compreendessem o porquê de estarem fazendo daquela maneira. A pesquisadora relata que os alunos têm dificuldades conceituais, isso fez com que ela trabalhasse com material concreto na intenção de resolver o problema. Ao compartilhar experiências, os alunos de diferentes níveis de escolarização fizeram comparação com as estratégias trilhadas e perceberam que existem diferentes maneiras de se obter a resposta correta utilizando-se de linguagem natural, aritmética, álgebra, tabelas, desenho, entre outros.

O objetivo da pesquisa de Silva (2014) foi de identificar quais as estratégias utilizadas pelos alunos dos 8º e 9º anos da Rede Municipal de Aracaju/SE na resolução de problemas algébricos. Participaram da pesquisa noventa e cinco alunos do 8º ano e 87 do 9º ano. Eles resolveram sete problemas retirados do livro “A Conquista da Matemática” de Geovanni e Castrucci (2009) do ano anterior a sua escolarização. Em suma, os alunos do 8º ano resolveram problemas retirados do livro do 7º ano, e os problemas da prova do 9º ano foram retirados do livro do 8º ano. Os alunos também responderam a um questionário referente ao perfil do aluno. Esta foi a primeira fase da pesquisa. A segunda parte consiste em uma entrevista semiestruturada realizada com 36 alunos, esses alunos foram escolhidos devido as respostas apresentadas nas resoluções e por afirmarem gostar ou não de matemática. A primeira análise realizada pelo pesquisador teve como objetivo identificar se há relação entre gostar de matemática e a estratégia utilizada por eles. O autor identificou que 54 % dos alunos afirmam não gostar de matemática, 41% dizem gostar da disciplina e 5% dos alunos não responderam. Foi possível identificar que os alunos que dizem gostar de matemática dominam mais o conteúdo e demonstram mais interesse no momento de discutir as dúvidas nas entrevistas feitas na segunda fase da pesquisa. Já os que afirmam não gostar de matemática não tinham interesse nas questões que foram discutidas pelo pesquisador. Os alunos que diziam não gostar de matemática queriam saber o motivo pelo qual haviam sido chamados e justificavam os erros das respostas afirmando que não tinham estudado os conteúdos abordados no questionário e a estratégia predominante é a aritmética. Estes, enunciam os problemas como chatos e elencam como os mais chatos os enunciados que apresentam incógnita. Já os alunos que disseram gostar de matemática justificam suas preferências por gostarem de fazer "conta", porém, esses mesmos alunos apresentaram muitas questões em branco ou com erros de cálculo. Dos cento e oitenta e dois alunos que fizeram parte do estudo vinte e três deixaram a prova inteira em branco, e apenas treze alunos tentaram resolver todos os problemas. Dos problemas que foram apresentadas soluções destacamos que 36% deles eram práticos e 64% eram rotineiros. Os problemas práticos exigem a elaboração de uma estratégia para se chegar a uma resposta. Já os rotineiros exigem do aluno apenas a substituição dos dados e as manipulações dos cálculos para resolvê-los. Foi possível identificar que a maioria dos alunos optam por resolver os problemas algébricos do tipo prático com estratégias aritméticas. Já as atividades que foram abordadas trazendo a equação no enunciado foram resolvidas com estratégia algébrica, porém, a maioria dos alunos não as resolveu corretamente, demonstrando dificuldade nas manipulações algébricas.

O objetivo da dissertação de Lima (2014) foi de investigar que tipos de estratégias orais e escritas transparecem em uma aula em que foi utilizada a metodologia de Ensino – Aprendizagem de Matemática via resolução de problemas, quando se estuda generalização de padrões. Para que isso fosse possível a pesquisadora elaborou uma sequência didática com sete atividades que foi implementada em uma turma de 9º ano. O trabalho seguiu a fundamentação teórica de Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2011, p. 83): preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, o papel do professor, resultados no quadro, plenária, análise dos resultados e consenso. Com os dados coletados durante a implementação a autora identificou nove estratégias utilizadas pelos alunos: utilização de desenhos, justificativas por palavras, exemplo como justificativa, utilização da fórmula, reconhecimento da fórmula, sem mostra saber enunciá-la corretamente, utilização de tabelas, análise visual do padrão, verificação da fórmula encontrada e outros. Destas categorias a mais utilizada foi a da lei geral através da fórmula, embora a autora descreva que os alunos tenham dificuldade em escrever algebricamente, essa estratégia tende a ser utilizada pelos alunos e neste caso foi empregada 30 vezes por eles. A segunda estratégia mais utilizada chama-se justificativa por palavras, que foi utilizada 24 vezes, o que leva o autor a inferir que esses alunos sentem dificuldade em escrever o que oralizaram. Um dos obstáculos descritos pelo autor foi a pouca habilidade dos alunos de trabalhar com a álgebra, resultando em dificuldade de trabalhar com o conteúdo de generalização. Os alunos gastavam o tempo pensando em qual notação usar e não se atentavam em compreender o que a variável representava. Voltando nossa atenção para os registros orais e escritos, a autora afirma que os alunos têm pouca habilidade para lidar com os registros escritos, e assim as estratégias presentes na oralidade são na maioria das vezes mais criativas do que as descritas no papel. Os trabalhos cooperativos existentes nos trabalhos em grupo são descritos pela autora como momento para se estimular a troca de conhecimento, raciocínio e dúvidas que aparecem durante a argumentação. Essa implementação permitiu aos alunos um novo olhar sobre o problema e mais autonomia para resolve-lo, pois no início os alunos começavam a resolver o problema aplicando a estratégia do problema anterior.

A pesquisadora Furlanetto (2013) teve como objetivo em sua dissertação explorar o uso de diferentes estratégias de resolução de problemas matemáticos com estudantes da Educação Básica e verificar como estas interferem nesse processo. Para isso a pesquisadora aplicou uma prova composta por oito questões retiradas da Prova Brasil e SAEB em 158 alunos matriculados em seis turmas de 8º séries do Ensino Fundamental. Cinco dessas turmas pertencem a escolas localizadas na região do Vale do Taquari e uma no município de Monte Belo do Sul. Em seguida, foi realizada uma intervenção pedagógica na escola localizada em Monte Belo do Sul. A escola foi escolhida por ter em período contra turno atividades diferenciadas aos alunos, facilitando a presença de alguns alunos na escola. Participaram destas aulas oito alunos matriculados na 8ª série e cinco alunos da 7ª série que também estavam presentes na escola nesse período. A intervenção teve duração de 10 encontros de 1h30 cada. Durante esses encontros foram explorados problemas retirados de livros didáticos, Prova Brasil, SAEB e sites matemáticos. Vale ressaltar que durante essa intervenção, não foi formalizado nenhum conteúdo, pois a intenção era explorar diferentes maneiras de se resolver um mesmo problema. Foi solicitado aos alunos que detalhassem o máximo possível a resolução das questões, que escrevessem o procedimento, ideia e raciocínio numa tentativa de explicar a estratégia utilizada.

As resoluções dos alunos foram categorizadas em: Desenho, Cálculo, Tabelas ou Gráficos, Tentativa e Erro, Organizar Padrões, Trabalhar em Sentido Inverso e Reduzir à Unidade. Os alunos que fizeram parte da intervenção pedagógica resolveram problemas e, em seguida, tiveram suas ideias expostas aos demais na tentativa de acrescentar detalhes e discutir as estratégias, levando-os a detectar a maneira mais eficaz de se resolver os problemas. Ao final dessa implementação eles resolveram mais problemas, estes problemas foram analisados verificando se os estudantes estavam utilizando das estratégias apresentadas ou simplesmente estratégias mais eficazes melhorando a sua forma de resolver problemas. Estes alunos foram convidados a participar de uma entrevista semiestruturada. Analisando suas respostas na primeira prova, Furlaneto (2013) descreve que algumas das respostas dos alunos foram enquadradas em mais de uma categoria, pois apresentava uma mescla de estratégias. A partir da análise feita inicialmente pela pesquisadora é possível perceber que a estratégia mais utilizada por eles era Cálculo. A pesquisadora destaca que quando o problema requer habilidades de manipular fração, a estratégia que foi utilizada com mais acertos foi Desenho. Para a autora esse acerto se justifica pela possibilidade desse recurso, no qual os alunos visualizam e interpretam a representação numérica. A pesquisadora descreve também que como os problemas eram de múltipla escolha, grande parte deles optaram por apenas assinalar a resposta, e que dos 105 alunos que apenas assinalaram a resposta, somente 14 assinalaram a correta. A pesquisadora percebeu que o problema que mais teve erro necessitava do conhecimento do teorema de Pitágoras. Este fato a motivou ainda mais a refletir sobre estratégias diferenciadas na resolução de um problema. A autora destaca que antes da intervenção pedagógica a maioria dos alunos utilizada a estratégia Cálculo e que ao final da intervenção esta estratégia foi menos utilizada. A pesquisadora percebeu ainda que durante a intervenção pedagógica os alunos apresentaram dificuldade em compreender o enunciado dos problemas, ou seja, os alunos tinham dificuldade em interpretar os problemas e ficavam questionando sobre o que deveria ser feito. Foi possível perceber uma mudança de postura, pois no início ficavam esperando uma ação da pesquisadora para resolver os problemas e no final da intervenção esses mesmos alunos já demonstravam, mesmo de maneira tímida, autonomia e confiança para iniciar as estratégias e resolver os problemas, pararam de perguntar sobre qual conta usar, ou qual caminho seguir. Para a última parte da pesquisa foram selecionados oito novos problemas para que resolvessem e uma entrevista semiestruturada na qual foram elaboradas perguntas aos alunos buscando evidenciar a opinião deles quanto à participação nos encontros, mudança de postura no que diz respeito à resolução de problemas e a utilização de estratégias para resolvê-los. Após categorizar as estratégias utilizadas por esses alunos ao resolverem os oito últimos problemas foi possível perceber um aumento de problemas respondidos utilizando outras estratégias diferentes do Cálculo. Foi possível perceber também que diminuiu significativamente o número de respostas sem justificativa, apenas assinalando a resposta. Ao analisar as respostas dos alunos nas entrevistas, a autora afirma que eles descreveram estar gostando mais de resolver problemas devido à compreensão de que existem diferentes formas de se resolver um problema, ou seja, diferentes estratégias. Assim, a autora infere que o gosto por resolver problemas está diretamente ligado ao conhecimento apropriado pelo aluno. Os alunos que fizeram parte da última etapa da pesquisa declararam um gosto pela resolução de problemas que apareceu com os estudos realizados, antes esse gosto era praticamente inexistente. Segundo a autora, a exposição e compreensão de diferentes estratégias pode ser muito importante para os alunos, principalmente quando lhes for exigido um conhecimento que foi apresentado há alguns anos e que o mesmo não se lembra dos detalhes ou fórmulas, sendo assim, os alunos podem recorrer a diferentes estratégias até obter a solução desejada.

1.3.2 Considerações sobre as pesquisas

As pesquisas de Santos Junior (2013), Furlanetto (2013), Costa (2014), Silva (2014), Lima (2014) e Martins (2015) fazem parte do nosso trabalho por buscarem identificar as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem problemas de matemática. Essas pesquisas, assim como a nossa, buscam identificar nas estratégias apresentadas pelos alunos características que nos auxiliem a compreender as ações dos alunos diante de cada problema.

Estas pesquisam descrevem padrões encontrados nas respostas dos alunos ao resolverem problemas de matemática. Padrões estes que podemos perceber nas pesquisas de Furlanetto (2013) e Silva (2014) ao abordarem que uma das estratégias predominantes entre os alunos do Ensino Fundamental 3º e 4º ciclos ao resolverem problemas de matemática que abordam diferentes conteúdos é a aritmética.

Após realizar as leituras das dissertações descritas nessa subseção, além da importância já designada a essas pesquisas para a análise dos dados, destacamos também a importância de se trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula e permitir aos alunos que interajam entre si e que tenham contato com diferentes formas de se resolver um mesmo problema. Entendemos que ao abordar diferentes estratégias estaremos proporcionando aos alunos um repensar sobre o problema, e assim ele poderá optar por resolver o problema da maneira que tiver segurança.

2 ÁLGEBRA

Nesta seção buscamos entender como a álgebra é abordada em sala de aula e apresentaremos contribuições que podem ser feitas no intuito de aprimorar a educação algébrica. Abordaremos também o trabalho de Almeida (2011), que nos norteou na escolha dos problemas que foram utilizados em sala de aula.

2.1 Álgebra escolar

O relato do desenvolvimento histórico da álgebra em diferentes civilizações facilita a compreensão de como a álgebra é vista e desenvolvida em sala de aula. Seu caráter estrutural, sua utilização na solução de problemas, a formalização e sua linguagem são características muito presentes nas salas de aula, frutos da nossa história (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1993).

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) destacam quatro concepções de álgebra, são elas: *processológica*, que se resume em técnicas algorítmicas; *linguístico-estilística*, que exige da álgebra uma linguagem artificialmente criada para expressar seus procedimentos; *linguístico-sintático-semântica*, que contempla a anterior, mas que denota uma atenção especial para o uso da letra como generalização ou como contínua; e *linguístico-postulacional*, que compreende a álgebra como uma linguagem simbólica, trabalhando não só com quantidades gerais e discretas, mas atuando também no campo da ordem, do espaço vetorial, topológico, entre outros.

As concepções de álgebra descriminadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) estão fortemente relacionadas com as concepções de Educação Algébrica, que resultam em um ensino voltado para a resolução mecânica de problemas artificiais, o qual foi muito utilizado no Brasil e no mundo durante o século XIX e metade do século XX.

O ensino voltado para a resolução mecânica de problemas artificiais foi substituído com a chegada da Matemática Moderna, em que se ensinavam conteúdos ditos algébricos logicamente demonstrados. Com o declive do movimento da Matemática Moderna na metade da década de 1970, surgiu um ensino que mesclava uma álgebra voltada para a resolução de problemas e o formalismo, trabalhando com uma abordagem geométrica e visual (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) alertaram a necessidade de um repensar sobre a Educação Algébrica, que diretamente se resvala na compreensão do desenvolvimento do pensamento algébrico, entendendo que o pensamento algébrico estava sendo tratada nas salas de aula com subordinação à linguagem algébrica, quando o que deveria acontecer é a linguagem sendo uma maneira de expressar o pensamento, surgindo uma relação dialética e não de subordinação, assim como o excesso de formalismo, mecanização de processo sem compreensão e uma álgebra descontextualizada.

A relação de subordinação existente entre o pensamento algébrico e o formalismo algébrico, concordando com as ideias dos autores supracitados, é apontada por Ponte, Branco e Matos (2009) como umas das fraquezas existente no ensino de álgebra. Estes autores afirmam que a potencialidade simbólica da álgebra pode ser sua grande fraqueza que acontece quando a álgebra é utilizada de modo abstrato, sem significado para o aluno, tornando-se apenas uma união de regras e símbolos.

E assim, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) descrevem que o ensino que se fixa apenas no simbolismo corrobora para que o aluno não desenvolva o pensamento algébrico que pode aparecer em diferentes situações, nas regularidades e padrões, na generalização, como linguagem específica ou geral, entre outras formas.

Essas diferentes maneiras de se observar a álgebra pode (deve) desencadear em novas perspectivas para o trabalho pedagógico. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) elencam sugestões no que se refere ao ensino da álgebra, a primeira sugestão descreve sobre o momento de iniciar o ensino da álgebra na escola, compreendendo que o pensamento algébrico pode se manifestar de várias maneiras, logo, não há razão para iniciar o ensino da álgebra tardiamente, tendo claro que não há uma necessidade de formalização e símbolos nos anos iniciais, devendo este aparecer de maneira gradual.

A linguagem simbólico-formal é a segunda sugestão para o ensino da álgebra, a qual é de grande importância, a partir de certo momento, por facilitar os cálculos e dar conta de englobar toda uma situação, permitindo manipular variáveis e possibilitando uma melhor compreensão das situações.

Uma terceira sugestão acontece pelo fato de a álgebra estabelecer relação não só com a Matemática, mas também com outras áreas do conhecimento, onde a álgebra não apenas se aplicou mecanicamente à resolução de seus problemas, como está na base da construção desses conhecimentos, fazendo-se indispensável.

E por último, a sugestão de natureza didático-metodológica, para a qual não se faz mais sentido trabalhar a álgebra de maneira tradicional, sendo sugerida uma álgebra inicial abordada com situações-problema de natureza diversa, reflexiva e analítica possibilitando a construção de uma linguagem simbólica significativa para o aluno (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1993). Esta última sugestão requer do professor um conhecimento sobre as situações-problema e também como trabalhá-las.

O ensino sugerido por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) para o desenvolvimento do pensamento algébrico propõe que a primeira etapa para o ensino de álgebra aconteça a partir das situações-problema de natureza diversa, sendo esse o primeiro passo para a linguagem simbólica. A segunda é a partir das expressões algébricas na qual o aluno deve criar situações que atribuam um significado para as expressões e a terceira etapa é o transformismo algébrico, ou seja transformações em expressões equivalentes e os procedimentos que legitimam a transformação, podendo essa ordem ser invertida ou reelaborada.

Escolhemos, assim, fazer uso da sugestão de natureza didático-metodológica proposta por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e abordar equação do 1º grau inicialmente com situações-problema. As situações-problemas que serão abordadas terão a intenção de proporcionar ao aluno a compreensão do conceito de incógnita e igualdade, importantes para o ensino de equação do 1º grau segundo os Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática (PARANÁ, 1998).

2.2 Problemas algébricos

Sabemos que os problemas abordados em sala de aula trazidos pelos livros didáticos devem contribuir para o ensino e aprendizagem dos alunos, cabe ao professor durante o planejamento selecioná-los ou não para serem utilizados durante as aulas. Almeida (2011) analisou 10 livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD em 2010, com o objetivo de investigar que tipos de problemas esses livros abordam para trabalhar o pensamento algébrico. O conteúdo escolhido foi equação do 1° grau com uma incógnita em livros do 7º ano.

A pesquisa de Almeida (2011) esteve ancorada na pesquisa de Marchand e Bednarz (1999), que analisou estes mesmos requisitos em livros didáticos canadenses. Os problemas abordados nestes livros foram categorizados em *problemas aritméticos*, que parte de valores conhecidos para encontrar o valor desconhecido. Por exemplo:

Quadro 1: Problemas Aritméticos.

João tem 12 figurinhas, Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas os três têm, ao todo?

Fonte: Almeida (2011, p. 33).

Para resolver problemas aritméticos o solucionador manipula valores conhecidos e chega ao resultado.

Os *problemas algébricos* chegam ao valor conhecido a partir de relações que orientam o solucionador a encontrar o valor desconhecido, fazendo o processo inverso ao de *problemas aritméticos*.

Quadro 2: Problemas Algébricos

João, Paulo e Carlos têm, juntos, 72 figurinhas. Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas têm cada um?

Fonte: Almeida (2011, p. 34).

Os *falsos problemas* são assim caracterizados por fazerem conversão direta da linguagem geral para algébrica. Não há a necessidade de estabelecer relações entre os dados.

Quadro 3: Falsos Problemas**.**

O dobro de um número mais 20 é igual a 50. Qual é esse número?

Fonte: Almeida (2011, p. 46)

Os *falsos problemas* podem ser resolvidos utilizando equações, porém são de fácil decodificação. O foco dos *falsos problemas* é a solução da equação, como afirmam Marchand e Berdnarz (2000) *apud* Almeida (2011).

Os problemas classificados por Almeida (2011) como *problemas algébricos* foram subdivididos em: *problemas de transformação*, *de taxa*, *de partilha*, *problemas de sistemas* (facilmente resolvidos por sistema de equações) e *problemas de Lilavati*.

Os *problemas de transformação* são aqueles cujo valor inicial e final não são conhecidos de maneira explícita, por exemplo:

Quadro 4: Problema de Transformação.

Ao ser perguntado sobre sua idade Paulo respondeu: o dobro da minha idade quatro anos atrás é igual a minha idade atual mais dezoito anos. Qual é a idade de Paulo?

Fonte: Almeida (2011, p. 35).

Problemas de taxa tem como principal característica a relação entre grandezas não homogêneas.

Quadro 5: Problemas de Taxa

Sejam duas cidades A e B. Um homem viaja de automóvel a uma velocidade média de 80 km/h na ida. Ele volta pela mesma estrada a uma velocidade média de 60 km/h. Se ele faz toda viagem de ida e volta entre A e B em 7 horas, qual a distância entre essas duas cidades?

Fonte: Almeida (2011, p. 36).

Os *problemas de sistemas* são assim categorizados pois são facilmente resolvidos através de sistemas de equações.

Quadro 6: Problemas de Sistemas

Em um estacionamento há carros e motos que, no total, somam 38 veículos e 136 rodas. Quantas motos e quantos carros há nesse estacionamento?

Fonte: Giovanini Junior e Castruci (2009, p.147), *apud* Almeida (2011, p. 36).

Os *problemas de partilha* se caracterizam por ter uma quantidade total conhecida e será repartido em partes desiguais.

Quadro 7: Problemas de Partilha

Alan, Bruno e Carlos têm juntos, 120 figurinhas. Bruno tem o dobro de figurinhas de Alan e Carlos tem 40 figurinhas a mais que Alan. Quantas figurinhas têm cada um?

Fonte: Almeida (2011, p. 38).

Os *problemas de Lilavati* são caracterizados por ter uma parte total desconhecida, dividido em parte desconhecida e outra parte conhecida.

Quadro 8: Problemas de Lilavati

Uma moça usava um colar de pérolas, que se rompeu. Um sexto das pérolas caiu para a direita, um quinto caiu para a esquerda, um terço a moça conseguiu segurar com a mão direita, um décimo com a mão esquerda, e 6 pérolas continuaram presas no colar. Quantas pérolas tinha esse colar?

Fonte: Almeida (2011, p. 56)

Escolhemos para serem abordadas em sala de aula três situações-problemas que contemplam: *problemas de transformação, problema de partilha* e *problema de Lilavati*, os quais serão propostos como situação inicial de ensino, acreditando que tais problemas poderão corroborar com o ensino e aprendizagem da álgebra. Sendo assim, é essencial buscar melhor desempenho por parte dos alunos neste período de transição, pois, a resolução de problemas permite aos alunos expressar suas estratégias e ao mesmo tempo utilizá-las na ampliação do conhecimento (SILVA, 2011).

Acreditamos que aliando as características dos *problemas algébricos* (ALMEIDA, 2011) acima citados com as implicações para o ensino da álgebra (FIORENTINI; MIORIN; MIGUEL, 1993) com a abordagem de ensino resolução de problemas proporcionaremos um ambiente promissor para o ensino e aprendizagem de equação do 1º grau.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Entendendo a resolução de problemas contempla o processo de resolução e a definição de problema abordaremos inicialmente estas duas ramificações da temática. Em seguida buscaremos esclarecer as diversas maneiras de se abordar um problema no ensino, assim como as ações que serão desenvolvidas no ensino em sala de aula.

3.1 Caracterizando um problema

A maneira que relacionamos e solucionamos nossos problemas está diretamente ligada com os objetos e situações vividas até o presente momento. Para solucionar um problema relacionamos estes objetos e situações que já foram defrontados, adquirimos informações sobre estes objetos e organizamos estruturas que guardamos na memória (CHI; GLASER, 1992). Para Chi e Glaser (1992, p.250):

> […] desde a infância somos chamados a solucionar problemas que o mundo nos apresenta. Adquirimos informações sobre o mundo e as organizamos em estruturas de conhecimento sobre os objetos, eventos, pessoas e nós mesmos, que são armazenadas em nossas memórias. Essas estruturas de conhecimento compreendem corpos de entendimento, modelos mentais, convicções e crenças que influenciam o modo como conectamos nossas experiências e o modo como solucionamos os problemas com os quais nos confrontamos na vida cotidiana, na escola, em nosso emprego e nos momentos de lazer.

Para Chi e Glaser (1992) os dois fatores que mais influenciam o solucionador no momento de resolver um problema são a natureza da tarefa, que está relacionado com o ambiente da tarefa e o tipo de conhecimento trazido pelo solucionador. Por exemplo, “resolver um problema de álgebra requer um conhecimento sobre quando e como aplicar todo um conjunto de regras para a manipulação das equações”. (CHI; GLASER, 1992, p.251).

Esses fatores que influenciam diretamente na resolução de um problema estão ligados, segundo Sternberg (2000), ao conhecimento declarativo e ao conhecimento de procedimento que as pessoas possuem. De acordo com esse autor, o conhecimento declarativo envolve o ‘saber o quê’, requer memorização de alguns termos, o reconhecimento e entendimento de objetos e situações, como por exemplo o nome de alguém e a data de aniversário. Já o conhecimento de procedimento envolve aptidões, conhecimento de passos e procedimentos que devem ser seguidos diante de determinadas situações, ou seja, envolve o ‘saber como’, como por exemplo: diregir um carro ou executar uma operação de multiplicação.

O conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimento refletem diretamente em como as pessoas irão reagir ao se depararem com um problema. O conhecimento declarativo auxilia a pessoa a identificar o cenário em que está, e através de sua experiência busca em suas vivências o melhor processo a ser seguido para solucionar o problema em questão; essa busca pelo processo se faz pelo conhecimento procedimental.

Echeverría e Pozo (1998) descrevem que uma pessoa pode se defrontar com um problema em vários momentos e lugares no decorrer da vida. No instante em que o ser humano se depara com uma situação-problema ele poderá se interessar e buscará articular seus conhecimentos e compor estratégias para solucioná-lo. Momentos como estes devem estar presentes durante a vida acadêmica, na qual o professor precisa propor problemas abertos para seus alunos, ou seja, situações em que podem ser resolvidas com diversas estratégias, articular e relacionar conhecimento declarativo e de procedimento, e transpor para sua vida.

Entretanto, a solução de um problema só acontece quando o indivíduo se depara com uma situação-problema e busca alternativas para atingir a solução. E assim, nesse momento acontece uma combinação de estruturas cognitivas, conceitos, técnicas, procedimentos, princípios, habilidades, conhecimentos já adquiridos que se reorganizam e se combinam para solucionar essa nova situação (BRITO, 2006).

Algumas vezes, o que nos impede de resolver um problema não é a falta de capacidade de resolver, mas sim por não entender o contexto do enunciado, as informações trazidas por ele e/ou como agrupá-las. Esta organização não precisa necessariamente ser única. Durante a resolução do problema o solucionador pode se reorganizar estrategicamente quantas vezes achar necessário, é preciso dispor de recursos como tempo, dinheiro, equipamento e espaço que depende da natureza do problema (STERNBERG, 2010).

Para que o solucionador se disponha a resolver o problema, deve se interessar pela situação. Caso o solucionador não se interesse pelo proposto, não sinta a necessidade e a vontade de solucioná-lo, o que poderia ser um problema para ele, se torna uma situação sem necessidade de resposta. Pozo e Angon (1998, p. 160) apontam que:

> Para que se configurem verdadeiros problemas que obriguem o aluno a tomar decisões, planejar e recorrer à sua bagagem de conceitos e procedimentos adquiridos, é preciso que as tarefas sejam abertas, diferentes umas das outras, ou seja, imprevisíveis. Um problema é sempre uma situação de alguma forma surpreendente.

Sendo assim, uma das diferenças entre situação-problema e problema é o entusiasmo do solucionador, só ele pode transformar uma situação-problema em problema.

Além do entusiasmo do solucionador, Echeverría e Pozo (1998), Sternberg (2000) e Brito (2006) descrevem que apenas haverá um problema se o solucionador não dispor de mecanismos prontos para solucioná-lo, se houver um obstáculo a ser superado: “Se pudermos recuperar rapidamente uma resposta da memória, não temos um problema. Se não pudermos recuperar a resposta de maneira imediata, então temos um problema para ser resolvido” (STERNBERG, 2000, p.306).

Identificar se o que temos é realmente um problema compreende justamente o reconhecimento de qual é o seu obstáculo, o que o problema tem de diferente que impede de aplicar os mecanismos prontos que o solucionador possui (STERNBERG, 2000). E assim, se tivermos uma situação na qual “dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16) esta atividade deve ser chamada de exercício. Exercícios e problemas devem ser trabalhados em salas de aula.

> Não se deve pensar também em um trabalho realizado apenas com problemas, os exercícios também são importantes e necessários, pois o “uso de estratégias baseia-se em técnicas previamente exercitadas” […] Quando algumas técnicas forem instrumentais - como, por exemplo, as habilidades de cálculo ou habilidades de leitura e escrita – pode ser necessário uma “sobreaprendizagem” (ou aprendizagem por repetição) das mesmas, baseada num exercício exaustivo e contínuo (POZO; ANGÓN, 1998, p.160).

Compreendemos então que a prática de intercalar problemas e exercícios é necessária, e abordar atividades cuja solução pode ser conhecida ou não ajuda a manter os alunos motivados, principalmente nos primeiros anos de escolarização (POZO; ANGÓN, 1998).

Diante dessas reflexões faz-se necessário destacar que a maneira com que resolvemos um problema depende de nossas experiências vividas, que transformar uma situação-problema em problema depende do interesse do solucionador e que só se tem um problema quando o solucionador não dispõe de mecanismos prontos para resolver a situação.

3.2 Quatro etapas do pensamento durante a resolução de problemas

Quando o sujeito se depara com uma situação-problema e se tem a intenção de resolvê-la, o seu pensamento começará a se organizar e buscar mecanismos para desvendar o problema. Brito (2006) ressalta que as etapas em que o pensamento perpassa durante a resolução de um problema foram tema de pesquisa de vários autores, como Dewey (1910), Wallas (1926), Hadamard (1949), Krutetskii (1976), Polya (1978), Gagné (1983), Mayer (1992) que de maneira geral, com nomes diferentes podem ser definidas como: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Representação: este é o momento mais importante para a resolução de um problema (CHI; GLASER, 1992), por ser a "imagem mental que se forma a partir do momento em que o cérebro recebe uma informação do meio, organiza e transforma essa informação em uma representação coerente (codificação e retenção)" (BRITO, 2006, p.26), é o momento de interpretar e compreender o problema a ser solucionado (STERNBERG, 2010).

Para Brito (2006), a compreensão do problema exige uma habilidade verbal que levará o aluno a perceber qual algoritmo será necessário para resolvê-lo e quais respostas poderão ser aceitas. Neste momento o professor poderá autorizar que o problema seja resolvido em grupo, onde a troca de experiências e a diversidade de habilidades podem favorecer o aprendizado.

Segundo Sternberg (2010), o pensamento divergente e o pensamento convergente estão presentes neste momento. O pensamento divergente buscará todas as possíveis relações que podem levar a solução do problema, deverá buscar informações disponíveis no sujeito fazendo uso do conhecimento que possui o solucionador. Em seguida, o pensamento convergente analisará qual destas soluções será a melhor para o problema, ou seja, deverá selecionar as informações, utilizando-se dos conhecimentos adquiridos e incorporar-se aos novos, é importante também a revisão e a memorização da informação para não se distanciar da resposta correta do problema, ou uma má interpretação do enunciado.

> Compreender um problema implica dar-se conta das dificuldades e obstáculos apresentados por uma tarefa e ter vontade de tentar superá-las. Para que essa compreensão ocorra, é logicamente necessário que, além dos elementos novos, o problema contenha elementos já conhecidos que nos permitam guiar a nossa busca de solução (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 22-24).

A representação do problema deve levar o aluno a explorar os conceitos que nele estão envolvidos, o tipo de problema que está sendo abordado, o que ele tem de conhecido e de desconhecido, se já resolveu algo que tenha semelhança com o atual problema, quais termos são conhecidos, o que está procurando, qual obstáculo deve ser superado. Caso o aluno não disponha de recursos, tais como conceitos e técnicas sobreaprendidas, agir estrategicamente não é possível (POZO; ANGÓN, 1998).

Caso o aluno não esboce tentativa de solução para o problema, isso pode significar um obstáculo no enunciado. O professor deve incentivar que os alunos façam uma leitura cautelosa do enunciado, buscando a sua própria maneira de resolver. Além disso, a capacidade de compreensão do aluno deve ser cuidadosamente preparada para acompanhar o seu desenvolvimento cognitivo da linguagem geral e da linguagem dos números e operações (BRITO, 2006).

Planejamento: o sujeito poderá relacionar seus conhecimentos e encontrar possibilidades para resolver o problema com intenção de encontrar a resposta solicitada, onde as operações que irão envolver a solução dependerão de qual estratégia ele optar (BRITO, 2006).

> As estratégias são métodos vagos e muito gerais e por isso dificilmente podem garantir que se alcance a solução de uma tarefa determinada. O sucesso de uma estratégia dependerá tanto da maneira como a estrutura se adaptará à tarefa como da presença de regras, algoritmos e operadores concretos, ou seja, de técnicas que contribuam para que o sujeito desenvolva de maneira efetiva seus planos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 26).

Dentre todas as estratégias propostas, o aluno deverá filtrar o que cada uma tem que o levará à solução, qual algoritmo ele precisará e quais serão as dificuldades enfrentadas para prosseguir com a resolução. Sternberg (2000, p. 308) esclarece que:

> […]não há uma única estratégia ideal para tratar de um problema. Em vez disso, a estratégia ótima depende tanto do problema, como das preferências pessoais dos solucionadores de problemas em relação aos métodos de resolução de problemas.

A estratégia utilizada pelo solucionador leva em consideração as escolhas feitas por cada um, assim como suas preferências e habilidades na manipulação de algoritmos.

Segundo Chi e Glaser (1992), existem várias estratégias que podem levar o solucionador a atingir seu objetivo. Uma dessas estratégias é tentar *trajetos ao acaso* na esperança de encontrar a solução que o levará ao êxito, para isso o solucionador relaciona os dados do problema de maneira não regular. Um ponto negativo para a estratégia *trajetos ao acaso* aparece quando o universo do problema se expande, aumentando o número de possibilidades entre os dados, tornando-a pouco viável. Outra estratégia seria a de *vasculhar toda a árvore*, esta estratégia assim como a anterior trata de um método exaustivo, no qual o solucionador escolhe um ponto inicial e o analisa até o fim, caso os passos realizados não tenham levado a solução desejada o solucionador regride uma etapa e reelabora um plano. Este tipo de estratégia exige muito da memória do solucionador, pois ele deve manter em mente as estratégias que já tentou.

Chi e Glaser (1992, p.257) ao comparar a resolução de um problema com uma partida de xadrez, descrevem que “as boas estratégias são aquelas que orientam a seleção de movimentos promissores ou a eliminação daqueles que tem pouco a oferecer”. A essas boas estratégias ele denomina de *análise de meios/fins, estabelecimento de subobjetivos* e *gerar e testar*. *Análise de meios/fins onde “*a ideia geral é descobrir que diferenças existem entre o estado inicial e o estado desejado” e aplicar operações que diminuam esta diferença. O *estabelecimento de subobjetivos* transforma o espaço do problema em espaços menores, criando subproblemas.

Uma terceira estratégia seria *gerar e testar*. Esta técnica também foi descrita por Sterberg pode ser útil quando o universo do problema é relativamente pequeno, no qual temos algumas soluções em potencial, não necessariamente essas ações acontecem de maneira sistemática e em eguida o solucionador observa se cada ação realizada funciona. Após encontrar tais soluções, o solucionador deve verificar se alguma é a solução desejada.

Execução: A execução de um plano consiste em desenvolver o que se foi planejado, essa execução nem sempre acontece de maneira linear, em alguns momentos, após cada execução de submetas, nos deparamos com outros problemas que nos obrigam a traçar novos planos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Na execução da estratégia traçada, o solucionador se ampara a um conjunto de procedimentos que pode utilizar cálculos, desenhos e outras formas de representação. Para que se tenha êxito na solução de um problema as ações executadas devem estar devidamente apoiadas na representação do problema.

Monitoramento: O monitoramento pode acontecer durante todo processo de resolução, ou apenas ao final. Segundo Echeverría e Pozo (1998), os alunos tendem a dar soluções impossíveis para as tarefas, assim como tentar solucionar problemas impossíveis. O ato de monitorar toda a resolução do problema tornaria mais difícil a aparição desses dois casos. Os dois principais objetivos de monitorar a solução do problema, tanto durante, quanto depois são:

> De um lado, a pessoa que soluciona problemas avalia se alcançou ou não a meta e se deve, por isso, revisar o seu procedimento. De outro, do ponto de vista didático, pode servir para ajudar o aluno a tornar-se consciente das estratégias e regras empregadas e, dessa forma, melhorar a sua capacidade heurística (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 27).

Quando o solucionador o faz durante todo o percurso, pode ajudar a evitar cálculos desnecessários e perceber se a solução está se distanciando do objetivo. Este é um dos recursos que devem ser utilizados para a solução de um problema. As pessoas que o fazem desde o início da resolução acompanham se o que estão encontrando satisfaz ou não o objetivo, e assim perdem menos tempo com estratégias erradas para o problema (STERNBERG, 2010).

Assumimos como importante que a maneira com que cada um soluciona o problema é pessoal e depende além de outras coisas, de suas experiências e da maneira de compreender as coisas. Contudo, pontuamos que a resolução de um problema segue fases/etapas, que quando desenvolvidas de maneira satisfatória, devem levar o solucionador ao êxito.

3.3 Resolução de problemas como abordagem de ensino

Pozo e Angón (1998) descrevem que o ensino baseado na resolução de problemas deve proporcionar aos alunos momentos para estabelecer relação entre os conteúdos e adquirir procedimentos a fim de serem capazes de utilizá-los de modo estratégico e não somente técnico.

Tal ensino não deve ser exclusivo na vida acadêmica de um aluno. Como já relatamos, o exercício também tem a sua importância no ensino e aprendizagem, com peso diferente dependendo da faixa etária que o aluno se encontra, além da dificuldade de cada atividade. No ensino fundamental é importante a automatização, exercitar as habilidades instrumentais para serem utilizadas no Ensino Médio como funcionais, o que não significa um ensino unicamente baseado em resolução de exercícios (POZO; ANGÓN, 1998).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) trazem a resolução de problemas como uma das maneiras mais importantes de se fazer matemática em sala de aula.

Schroelder e Lester (1989) descrevem três abordagens de ensino em que se utilizam da resolução de problemas.

- O professor que ensina *sobre* a resolução de problemas aborda como se resolve um problema através das fases: entendendo o problema, estruturando o plano, executando o plano e olhando de volta, seguindo o modelo elaborado por Polya (1957). Estas quatro fases são tratadas de maneira interdependente. Os alunos aprendem “heurísticas” e “estratégia” para utilizarem nas resoluções e são orientados de modo a procurar um padrão no problema e se tornarem especialistas neles. Os alunos devem resolver muitos problemas e sempre seguir as fases acima.
- O ensino *para* a resolução de problemas faz transparecer que a matemática aprendida em sala de aula tem o caráter apenas de resolver problemas. O conteúdo que se formaliza em sala de aula é aplicado e replicado em uma grande quantidade de problemas. Uma das intenções do ensino *para* a resolução de problemas é que o aluno consiga transferir o conhecimento de um problema para o outro.

- Ensinar *via* resolução de problemas é usar o problema como o primeiro passo para se construir a matemática em sala de aula. O problema deve ser apresentado ao aluno antes da conceituação do conteúdo. O conhecimento deve ser construído com os alunos, aproveitando as respostas e os meios que eles utilizaram para solucionar o problema. A aprendizagem é vista como uma passagem do concreto para o abstrato, onde um problema real é resolvido com técnicas e ferramentas matemáticas. Entendendo que a resolução de problemas tem como foco o desenvolvimento do conhecimento matemático no estudante.

Definimos que nossa pesquisa terá como respaldo teórico o ensino *via* resolução de problemas. Acreditando que o professor que aborda um ensino *via* resolução de problemas corrobora para que os alunos relacionem seus conhecimentos ampliando-os e sintam-se parte do processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 1998), tornando a matemática mais interessante ao aluno, o qual se sentirá parte do processo na construção do conhecimento.

3.4 Como deve ser o trabalho em sala de aula

Para que a resolução de problemas aconteça na sala de aula é necessário que professor compreenda a teoria que envolve esta maneira de se fazer matemática, os conceitos envolvidos no conteúdo que se pretende trabalhar e que faça uso de pesquisas que foram realizadas em sala de aula (GAUTHIER et al., 1998). Porém, quando e como utilizar a resolução de problemas em sala de aula ainda é um desafio para grande parte dos professores (PARANÁ, 2008).

Segundo Pozo e Angón (1998), o professor apresenta ao aluno uma situação-problema que só se transformará em problema quando o solucionador se interessar por ela e buscar alternativas para resolver. Nesse momento, uma combinação de estruturas cognitivas, conceitos, técnicas, procedimentos, princípios, habilidades, conhecimentos já adquiridos se reorganizam e se combinam para solucionar essa nova situação (BRITO, 2006).

O professor ao trabalhar com resolução de problemas deve procurar situações que possam ser resolvidas de diferentes maneiras, utilizando de diversos recursos, em que o aluno busque melhorar suas estratégias ou habilidades não somente no âmbito escolar, como também levar esse conhecimento para a vida (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

A escola vem priorizando em seu ensino técnicas e algoritmos, entretanto, muitos de nossos problemas escolares podem ser resolvidos sem o uso de algoritmos e sem perceber que este aluno está pensando matematicamente, embora não ocorra a valorização do aluno que o resolve assim, (BRITO, 2006).

Durante o Ensino Fundamental o professor deverá propor problemas e auxiliar os alunos durante a resolução, nesta etapa da escolarização os alunos precisam de ajuda e apoio, tanto técnico como estratégico. Se o aluno só tiver contato com exercícios de repetição durante sua escolarização, no momento em que ele se deparar com um problema, uma atitude comum é a de esperar que alguém (professor, livro, entre outros) o transforme em exercício. O ensino fundamental deve ajudar o aluno a perceber a diferença entre os problemas, que dependem da área a qual pertencem (POZO; ANGÓN, 1998).

Segundo Echeverría e Pozo (1998), para que o *continuum*[6] educacional aconteça é importante que o aluno compreenda a distinção destas atividades, o que significa que em alguma tarefa lhe será exigido mais.

> Uma mesma tarefa tirada de qualquer livro-texto pode ser percebida pelos alunos como um exercício ou como um problema, dependendo de como percebem a sua *funcionalidade* dentro da aprendizagem, a partir da forma como o professor a apresenta, orienta a sua solução e avalia (POZO; ANGÓN, 1998, p.159).

Sendo assim, quando o professor estiver abordando uma situação-problema o aluno deverá desprender não só de técnicas sobreaprendidas e procedimentos, como também atitude, motivação e conceitos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Proença (2015), em uma pesquisa que envolvia acadêmicos do curso de pedagogia, indicou aspectos para serem utilizados como referência para as ações dos professores que podem ser usadas no ensino, sendo efetivadas em um ensino *via* resolução de problemas. Tais ações descrevem que: (1) o problema deve ser utilizado como ponto de partida, antes da conceituação e exploração do conteúdo sendo utilizado para introduzir o conteúdo, (2) permitir aos alunos que resolvam o problema, que exponham suas estratégias, evitando a apresentação direta do algoritmo (3) as estratégias por eles utilizadas devem ser expostas aos demais alunos, tanto as que obtiveram êxito quanto as demais, criando um ambiente de discussão e compreensão das mesmas, (4) a articulação das estratégias utilizadas pelo aluno ao novo conteúdo favorece a ampliação de conhecimento.

Pozo e Angón (1998) propõem doze ações que corroboram para que as atividades escolares propostas pelo professor sejam vistas e compreendidas pelos alunos como um problema, tais como:

> **Na proposição do problema:** Propor tarefas abertas que admitam vários caminhos possíveis de resolução e, inclusive, várias soluções possíveis, evitando as tarefas

[6] Composto educacional que utiliza a resolução de problemas e exercícios.

> fechadas. Modificar o formato ou a definição dos problemas, evitando que o aluno identifique uma forma de apresentação com um tipo de problema [...]**. Durante a solução do problema:** Habituar o aluno a adotar as suas próprias decisões sobre o processo de resolução, assim como a refletir sobre esse processo, dando-lhe uma autonomia crescente nesse processo de tomada de decisões. Fomentar a cooperação entre os alunos na realização das tarefas, mas também incentivar a discussão e os pontos de vista diversos, que obriguem a explorar o espaço do problema para comparar as soluções ou caminhos de resolução alternativos. Proporcionar aos alunos a informação que precisarem durante o processo de resolução, realizando um trabalho de apoio, dirigido mais a fazer perguntas ou a fomentar nos alunos o hábito de perguntar-se do que a dar resposta às perguntas dos alunos. **Na avaliação do problema:** Avaliar mais os processos de resolução seguidos pelo aluno do que a correção final da resposta obtida. Ou seja, avaliar mais do que corrigir**.** Valorizar especialmente o grau em que esse processo de resolução envolve um planejamento prévio, uma reflexão durante a realização da tarefa e uma auto-avaliação pelo aluno do processo seguido. Valorizar a reflexão e a profundidade das soluções alcançadas pelos alunos e não a rapidez com que são obtidas. (POZO; ANGÓN 1998, p.160)

Tais passos vêm cooperar para que o aluno sinta interesse pelo problema e para que não veja a matemática como algo pronto, construa uma solução para um problema novo com seus conhecimentos a priori e se torne mais independente e criativo ampliando seu conhecimento.

Segundo Brito (2006, p.19)

> […]se considerarmos que durante a solução de problemas o indivíduo reorganiza os conceitos e princípios já existentes na estrutura cognitiva de forma a atingir um fim desejado, não podemos afirmar que ocorreu uma nova aprendizagem. O que ocorreu foi uma ampliação dos conceitos e princípios já existentes.

E assim buscamos ampliar conceitos, levando para a sala de aula situações-problemas como ponto de partida, abordando um ensino *via* resolução de problemas, permitindo aos alunos que reorganizem suas estruturas em busca da solução do problema e assim compreender características das equações de 1º grau.

4 METODOLOGIA

Nesta seção apresenta-se a metodologia que adotamos para realizar esta pesquisa. Descreveremos também os sujeitos da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, nossa proposta de ensino, além dos procedimentos de coleta e de análise dos dados.

4.1 Problema de pesquisa e objetivos específicos

As indagações que norteiam esta pesquisa se desdobram na tentativa de compreender como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7º ano do Ensino Fundamental?

Para que esta pergunta seja respondida, os objetivos elencados para organizar a construção da resposta foram:

1- Identificar e analisar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas;
2- Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas;
3- Analisar a participação dos alunos no trabalho desenvolvido no ensino via resolução de problemas.

4.2 Abordagem metodológica da pesquisa

A abordagem metodológica escolhida para o presente estudo segue os pressupostos da pesquisa qualitativa que, segundo Bogdan e Bliken (1994), apontam cinco características de uma pesquisa qualitativa: (1) na pesquisa qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o objeto principal, (2) a investigação qualitativa é descritiva, (3) os investigadores qualitativos se interessam muito mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos, (4) os pesquisadores qualitativos tendem a formalizar seus dados de forma indutiva e (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

A intervenção realizada aconteceu no âmbito escolar, dentro da sala de aula, considerando o contexto no qual a sala de aula está inserida. Nesse sentido ao propormos aos alunos que solucionem os problemas buscamos dados presentes na fala e na escrita durante a resolução de problemas feitos pelos alunos.

Godoy (1995) relata sobre a pesquisa qualitativa que:

> Segundo esta perspectiva, um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte […] Para tanto o pesquisador vai a campo "captar" o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas envolvidas (GODOY, 1995, p.21).

A participação da pesquisadora nesse ambiente de sala de aula se caracterizou na forma de pesquisa participante. Para Peruzzo (2003, p.2) a pesquisa participante "consiste na inserção do pesquisador no ambiente natural de ocorrência do fenômeno e de sua interação com a situação investigada". E assim, a pesquisadora se inseriu na sala de aula e interagiu com os alunos enquanto ministrava as aulas de implementação da nossa proposta de ensino para iniciar o conteúdo de equações do 1° grau intervindo no cotidiano dos alunos.

4.3 Caracterização dos participantes da pesquisa

Os sujeitos desta pesquisa são alunos do 7º ano de um colégio estadual localizado no norte do Paraná, pertencente ao Núcleo Regional de Maringá - NRE. O colégio encontra-se na região central do município, porém, recebe alunos de todos os bairros, visto que a cidade possui pouco mais de trinta e cinco mil habitantes e as escolas de periferias são de pequeno porte, não comportando a demanda de alunos do bairro.

A sala de aula escolhida possuía 33 alunos devidamente matriculados e que frequentavam as aulas regularmente. Desses 33, 3 alunos não trouxeram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente assinado, e assim, fizeram parte do grupo de análise 30 alunos que foram identificados com o número de registro da lista de presença da escola, o livro de chamada.

Os alunos se organizaram em 8 grupos que se agruparam na seguinte ordem: Grupo 1 - 21, 26, 30 e 37; Grupo 2 - 6, 16, 17 e 32; Grupo 3 - 10, 12, 20 e 24; Grupo 4 - 3, 22, 23 e 29, Grupo 5 - 2, 4, 5 e 28; Grupo 6 - 11, 18, 34 e 35; Grupo 7 - 7, 13, 14, 18, 19 e 33. O Grupo 7 aparece com 6 números relacionados devido à ausência de alguns alunos do grupo no decorrer da implementação. No primeiro dia estavam presentes os números 7, 13, 19 e 33, no segundo dia estavam presentes os números 13 e 14 e no terceiro dia os alunos que estavam presentes correspondiam aos números 13, 14, 19 e 33. Estes alunos têm cinco aulas de matemática por semana, duas na terça-feira, duas na quarta-feira e uma na sexta-feira.

A escola foi escolhida levando em consideração a facilidade de acesso da pesquisadora à essa sala de aula e a aceitação da equipe diretiva da escola, assim como a aceitação da professora de Matemática da turma. Ambas se prontificaram a conceder o espaço necessário para o desenvolvimento da pesquisa.

4.4 Instrumentos de coleta de dados

Para compor o quadro de instrumentos de coleta de dados utilizamos um questionário, três problemas adotados no ensino *via* resolução de problemas e as Notas de Campo.

4.4.1 Questionário

Gil (2008, p. 121) define questionário como:

> "[...] um conjunto de questões que são submetidas as pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado, etc."

Buscamos, por meio das respostas da professora escritas no questionário, conhecer a turma escolhida pera a implementação e, assim, saber mais sobre a participação dos alunos no decorrer das aulas segundo a visão da professora da disciplina.

Elaboramos para este instrumento um conjunto de quatro questões e "outras considerações" o qual foi respondido pela professora da turma oito dias antes de iniciarmos a implementação de ensino na sala de aula com os alunos. Ao receber o questionário, a pesquisadora indagou a professora sobre qual seria o melhor dia para recebermos o questionário preenchido e a professora pediu para que aguardássemos alguns instantes que ela já iria responder. Sendo assim, recebemos o questionário no mesmo dia que entregamos. O uso do questionário se fez importante por propiciar à professora uma maior liberdade quanto ao momento de respondê-lo, assim como não expõe a pesquisada à influência do aplicador (GIL, 2008).

Apresentamos no Quadro 9 as questões que fizeram parte do questionário entregue à professora, que foram respondidas antes da implementação das aulas baseadas na resolução de problemas.

Quadro 9: Questionário

1-	Os alunos que compõem esta sala estão diariamente comprometidos com as atividades a eles propostas no período de aula? Justifique.
2-	Os alunos que compõem esta sala são participativos durante as explicações realizadas pela professora? Justifique.
3-	Quando expostos a trabalhos em grupo, qual o comportamento dos alunos que compõem esta sala? Justifique.
4-	Os alunos que compõem esta sala respeitam a opinião dos demais? Justifique.
5-	Outras considerações:

Fonte: Autora.

4.4.2 Problemas de Matemática

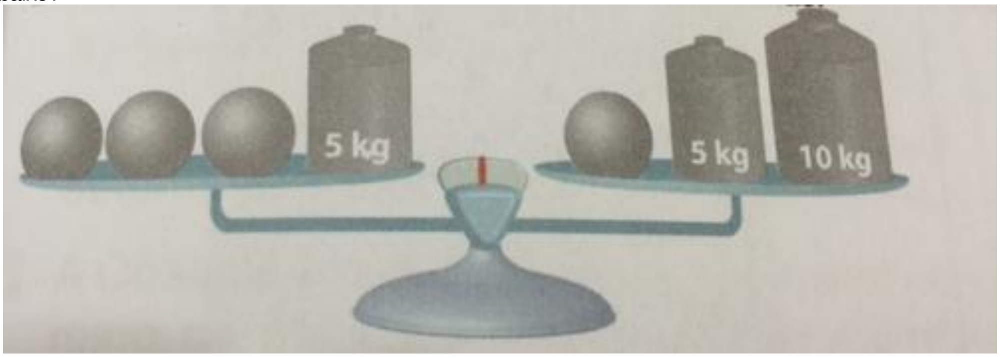
O instrumento elaborado nominado de Problemas de Matemática foi composto por três problemas que envolvem o conceito de equação de 1° grau. Para definirmos a ordem de implementação dos problemas escolhemos como critério os níveis de complexidade de cada problema considerando a quantidade de relações entre os termos conhecidos e desconhecidos do problema. Os nossos objetivos foram de identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas e identificar as dificuldades dos alunos diante das etapas da resolução de problemas.

O primeiro problema é categorizado como *problema de Lilavati* (ALMEIDA, 2011), pois contém parte total desconhecida, dividido em parte desconhecida e outra parte conhecida.

Encontramos as características de um *problema de Lilavati* em um problema de balança que são *problemas algébricos* e visam favorecer a compreensão do conteúdo de equação do 1° grau. No Quadro 10 apresentamos o problema 1 abordado em sala de aula.

Quadro 10: Problema 1

1- Uma balança em equilíbrio tende a permanecer em equilíbrio se acrescentado ou retirado a mesma quantidade de massa de cada um de seus pratos. Como poderíamos solucionar este problema de modo que consigamos saber a massa de cada um destes pratos que não estão especificados? Quantos quilos há em cada prato na balança abaixo?



Fonte: Souza e Pataro (2012, p.169).

Nos problemas de balança o aluno pode criar situações que atribuam um significado a ele, esse tipo de atividade, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), é importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009) as atividades realizadas com balança de dois pratos facilitam a compreensão dos alunos sobre operação inversa, sendo necessário que o professor se atenha sobre o conhecimento do aluno acerca dessa balança e seu funcionamento.

O problema 2 é caracterizado como *problema de partilha* (ALMEIDA, 2011). Segundo este autor os *problemas de partilha* possuem relações apenas de um lado da igualdade e a parte total é conhecida.

O problema 2, criado pela pesquisadora, trata-se de um desafio entre dois amigos. O desafio relaciona os acertos e os erros de Pedro durante o jogo, que saiu devendo R$8,00. No Quadro 11 apresentamos o problema 2 que foi entregue aos alunos.

Quadro 11: Problema 2

2-	Tiago propôs um desafio ao seu amigo Pedro em um jogo de perguntas e respostas. O jogo tinha 16 perguntas no total. Para cada acerto Pedro ganharia R$5,00, e para cada erro ele perderia R$ 3,00. Pedro saiu devendo R$ 8,00, quantas questões Pedro acertou?

Fonte: Autora

O segundo problema utilizado é considerado mais difícil que o primeiro, pois envolve coeficientes negativos e uso de parênteses nos valores não explícitos (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

O problema 3 é caracterizado como *problema de transformação*, baseado em Almeida (2011). Segundo este autor os *problemas de transformação* assim como os *problemas de partilha* são pouco abordados pelos livros didáticos do sétimo ano, diante do conteúdo de equações polinomiais de 1° grau com uma incógnita. No entanto são importantes para desenvolver o pensamento algébrico devido à real necessidade da utilização da álgebra, onde o uso de procedimentos algébricos facilita a resolução do mesmo.

O problema 3 é composto de relações de ambos os lados da igualdade e números maiores do que os utilizados anteriormente, além do uso de parênteses, o que pode torná-lo mais difícil que a resolução que os anteriores (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Apresentamos no Quadro 12 o problema 3.

Quadro 12: Problema 3

3-	Ao perguntarem sobre a idade da Professora Franciely, ela respondeu: - O triplo da minha idade há dois anos atrás é igual a minha idade hoje mais meio século. Quantos anos a Professora Franciely tem?

Fonte: Autora.

4.4.3 Notas de Campo

As Notas de Campo consistem em um “relato descritivo daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no percurso da recolha, refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.150). As Notas de Campo foram compostas por cinco questões e “outras considerações” para cada grupo, que nortearam a coleta de dados da pesquisa. O Quadro 13 retrata como ficou estabelecida as Notas de Campo.

Quadro 13: Notas de Campo

Notas de campo do GRUPO _____ Problema ____	
1-	Os alunos que compõem o grupo se sentiram motivados diante do problema? ( ) SIM ( ) NÃO Como constatou isso?____
2-	Os alunos que compõem o grupo se comprometeram durante a leitura e resolução em grupo do problema? ( ) SIM ( ) NÃO ( ) PARCIAL Como constatou isso?____
3-	Os alunos que compõem o grupo foram participativos durante a discussão das estratégias dos outros grupos? ( ) SIM ( ) NÃO ( ) PARCIAL Como constatou isso?____
4-	Algum aluno do grupo se prontificou a resolver o problema no quadro? ( ) SIM ( ) NÃO ( ) MAIS DE UM ALUNO
5-	Durante a articulação do conteúdo, os alunos se mostraram motivados? ( ) SIM ( ) NÃO ( ) PARCIAL Como constatou isso?____
6-	Outras considerações:

Fonte: Autora

Essas Notas de Campo foram respondidas no decorrer das aulas. Os nossos objetivos com elas foram de coletar dados sobre a participação e motivação dos alunos ao longo do nosso trabalho.

4.5 Proposta de ensino *via* resolução de problemas

Elaboramos uma proposta para o ensino de equação do 1° grau na qual a pesquisadora implementou a proposta. Para isso, seguimos a abordagem de ensino *via* resolução de problemas em que o problema é proposto como ponto de partida, antes da formalização do conteúdo. O ensino *via* resolução de problemas permite que o aluno compreenda o uso do algoritmo e evita a apresentação direta do mesmo. Para isso seguimos as ações abordadas por Proença (2015) que implicam propor: (1) problema como ponto de partida; (2) permitir aos alunos expor suas estratégias; (3) discutir as estratégias dos alunos; e (4) articular as estratégias dos alunos ao conteúdo.

A implementação da proposta foi realizada em uma carga horária de 7 h/a, que foram divididas como descrito no Quadro 13.

Quadro 14: Sequência desenvolvida durante a implementação

Data	Duração	O que foi realizado?
08-11-2016	1 h/a – 50 min	Resolveram o Problema 1
08-11-2016	1 h/a – 50 min	Estratégias no quadro
09-11-2016	1 h/a – 50 min	Resolveram o Problema 2
09-11-2016	1 h/a – 50 min	Estratégias no quadro
11-11-2016	1 h/a – 50 min	Resolveram o Problema 3
16-11-2016	1 h/a – 50 min	Estratégias no quadro
16-11-2016	1 h/a – 50 min	Articular estratégias/conteúdo

Fonte: Autora

4.5.1 Problema como ponto de partida

Iniciamos as aulas em que abordamos o ensino *via* resolução de problemas com a primeira ação proposta por Proença (2015), utilizando o *problema como ponto de partida*. Foi solicitado aos alunos que se distribuíssem em grupos com quatro alunos para que juntos pudessem resolver as situações-problemas descritas no instrumento denominado Problemas de Matemática. Explicamos que receberiam uma folha contendo uma situação-problema e que eles deveriam resolvê-la. Os três problemas foram entregues em folhas separadas, um de cada vez. Enfatizamos aos alunos que só receberiam o segundo problema após todos os alunos terem terminado a resolução e a discussão das estratégias tiverem sido realizadas. O fato de estarem em grupo autorizava os alunos a compartilharem suas ideias e dúvidas com os outros integrantes no decorrer da resolução, desde que não atrapalhassem os demais grupos.

4.5.2 Permitir aos alunos expor suas estratégias

A segunda ação proposta por Proença (2015) refere-se a *permitir aos alunos expor suas estratégias*. Este é o momento de os alunos trabalharem em grupo, articularem suas ideias e exporem para os membros do grupo suas reflexões.

No momento em que os alunos estavam buscando encontrar e utilizar estratégias para resolver o problema, conduzimos a aula tirando dúvidas sobre alguns termos que apareceram no enunciado, chamando a atenção para algum ponto, fazendo o papel de mediador. Durante a resolução a pesquisadora indagou os alunos sobre a compreensão do enunciado, os termos conhecidos e desconhecidos. A pesquisadora buscou incentivar os alunos a terem iniciativa para resolver o problema, utilizar suas próprias relações escutando o pensamento do outro e comparando as resoluções.

Vale ressaltar que os alunos tiveram que fazer uso de estratégias que poderiam aparecer através de algoritmos, desenhos, ou alguma técnica para solucionar o problema proposto. Utilizando essas técnicas sobreaprendidas e previamente aprendidas, os alunos organizaram estratégias e as mostravam para o grupo, tentando uma aceitação e aprovação dos demais integrantes até chegarem na resposta do problema.

As estratégias que serão apresentadas nos Quadros 15, 16, 17 e 18 foram criadas pela pesquisadora para que caso um grupo de alunos não encontrasse uma estratégia, a pesquisadora poderia direcionar o grupo a uma dessas que foram previstas.

O Quadro 15 trata-se de uma estratégia que fez uso apenas da língua escrita, como representação do planejamento, no qual se descreve os passos seguidos para chegar a resposta.

Quadro 15: Estratégia 1 para o problema 1

Pode-se retirar um peso de 5kg de cada lado que a balança permanecerá em equilíbrio. A mesma coisa pode ser feita com uma bola de cada lado. Após retirarmos esses dois pesos da balança restarão duas bolas de um lado e um peso de 10kg do outro e a balança permanecerá em equilíbrio. Isso apenas será possível se cada bola pesar 5kg. Logo em cada prato da balança há 20kg. R: Em cada prato da balança há 20kg.

Fonte: Autora

O Quadro 16 descreve uma possível estratégia a ser seguida para resolver o problema 2, para isso utilizamo-nos de técnicas algorítmicas encontrando a resposta do problema.

Quadro 16: Estratégia 1 para o problema 2.

Pensando que Pedro acertou 10 questões e errou 6, teremos? 10 x 5 = 50 (ganhou R$ 50,00) 6 x 3 = 18 (perdeu R$ 18,00) R$ 50,00 – R$ 18,00 = R$ 32,00 Teríamos que Pedro recebeu R$32,00 de Tiago, o que não satisfaz as hipóteses do problema. Pensando que Pedro acertou 5 questões e errou 11, teremos? 5 x 5 = 25 (ganhou R$ 25,00) 11 x 3 = 33 (perdeu R$ 33,00) R$ 33,00 – R$ 25,00 = R$ 8,00 Logo, Pedro acertou 5 questões e errou 11, ficando com uma dívida de R$ 8,00.

Fonte: Autora

O Quadro 17 mostra a estratégia utilizada para resolver o problema 2. Foi utilizado um quadro, dispondo os dados do problema para organizar seus dados e apontar uma resposta para o problema.

Quadro 17: Estratégia 2 para o problema 2

Acertos (x 5)	Ganhou	-	Erros (x 3)	Perdeu	Resultado		Resultado
0	0	-	16	48	48	≠	8
10	50	-	6	18	32	≠	8
5	25	-	11	33	8	=	8
Logo, Pedro acertou 5 questões e errou 11, ficando com uma dívida de R$ 8,00.							

Fonte: Autora

O Quadro 18 apresenta uma possível estratégia de resolução para o problema 3, fazendo uso de algoritmos cujos resultados estão dispostos em uma tabela.

Quadro 18: Estratégia 1 para o problema 3.

Triplo da idade	-6	Igual	RESULTADO	Idade	+50	Igual
3 X 20 =60	-6	54	≠	20	+50	70
3 X 25 = 75	-6	69	≠	25	+ 50	75
3 X 30 = 90	-6	84	≠	30	+50	80
3 X 28 = 84	-6	78	=	28	+ 50	78

Fonte: Autora

Após concluírem a resolução, cada grupo escolheu um aluno que foi ao quadro expor suas estratégias para os outros alunos da sala como descrito na terceira ação de Proença (2015). Neste momento o maior número de estratégias foi exposto, inclusive as que não obtiveram êxito.

4.5.3 *Discutir as estratégias dos alunos*

A terceira ação segundo Proença (2015) infere em *discutir as estratégias dos alunos*. Buscamos proporcionar aos alunos um momento para ampliar a compreensão de diferentes estratégias sobre o mesmo problema. Desse modo, com base na representação (compreensão) que fizeram, foi possível mostrar-lhes que podemos organizar nosso pensamento de diferentes maneiras para obter a solução de um mesmo problema. Para aqueles que não tiveram êxito, discutimos o que levou ao erro, indagamos os alunos sobre as suas dificuldades e o que pode ser feito para obter a solução desejada.

Em seguida, pedimos que um aluno de cada grupo que fosse ao quadro para descrever como fizeram as resoluções, enfatizando pensamentos e procedimentos. Mesmo os grupos que não conseguiram resolver os problemas na íntegra deviam expor os caminhos propostos.

Não esperávamos, neste momento, que os alunos resolvessem os problemas propostos utilizando equação do 1° grau, mas que observassem as relações propostas pelo enunciado, buscassem extrair todas as informações existentes, criassem e propusessem estratégias para a resolução dos problemas. Os alunos precisam respeitar a solução do outro, perceber que não existe uma única maneira de se resolver um problema com êxito e que podemos utilizar algoritmos e técnicas sobreaprendidas.

4.5.4 *Articular as estratégias dos alunos ao conteúdo*

A quarta ação, segundo Proença (2015), se concretiza ao *articular as estratégias dos alunos ao conteúdo*. As estratégias dos alunos nos auxiliaram a dar sentido as operações algébricas formais (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) e foram utilizadas para fundamentar a formalização do conceito de equação do 1° grau, auxiliando na compreensão deste conteúdo.

Ao alicerçar as ações realizadas em sala de aula, de acordo com Proença (2015), buscamos favorecer o desenvolvimento da linguagem materna para linguagem matemática, em especial à linguagem algébrica. “Apropriar-se dos conhecimentos matemáticos e linguísticos implica adquirir conteúdos para o pensamento, transformando-os em ferramentas para o próprio pensar” (BRITO, 2006, p. 36).

Uma solução de cada problema resolvido pelos alunos foi colocada na lousa e, juntamente com a pesquisadora, os alunos elencaram características presentes nos três problemas, tais como a relação de igualdade, a necessidade de encontrar algo desconhecido, a relação de dependência de alguns termos, o cancelamento de partes iguais em ambos os lados da igualdade não altera o resultado e qual é o termo desconhecido em cada problema. Para cada problema foi proposto um símbolo para representar a incógnita e montamos a equação para cada um. As soluções algébricas descritas a seguir no Quadro 19 foram estruturadas em conjunto com os alunos.

Quadro 19: Soluções algébricas dos Problemas de Matemática

Problema 1 $3x + 5 = x + 5 + 10$ $3x + 5 = x + 15$ $3x = x + 15 – 5$ $3 x = x + 10$ $3x – x = 10$ $2x = 10$ $2 : 2x = 10 : 2$ $x = 5$ 10+ 5 + 5 = 20 kg Em cada prato da balança há 20kg
Problema 2 $5.x – 3. (16 – x) = -8$ $5.x – 48 + 3.x = -8$ $8.x = 48 – 8$ $8.x = 40$ $x = 40 / 8$ $x = 5$ Logo, Pedro acertou 5 questões e errou 11, ficando com uma dívida de R$ 8,00.
Problema 3 $3 (x – 2) = x + 50$ $3 x – 6 = x + 50$ $3 x – x = + 50 + 6$ $2 x = + 56$ $x = 56 : 2$ $x = 28$ A professora Franciely tem 28 anos.

Fonte: Autora

Em seguida definimos equação do 1° grau como descrito no Quadro 20.

Quadro 20: Definição de equação do 1° grau.

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que há pelo menos uma letra que representa um número desconhecido, chamada **incógnita.** Resolver uma equação é encontrar o valor desconhecido da incógnita, ou seja, obter a **solução** ou a **raiz** da equação. Em uma equação podemos destacar os seguintes elementos. $\underbrace{3x + 2}_{1° \text{ membro}} = \underbrace{95}_{2° \text{ membro}}$

Fonte: Souza e Pataro (2012, p.166).

A formalização do conteúdo se fez necessária para pontuar as características apontadas pelos alunos e pela pesquisadora sobre equação do 1° grau.

4.6 Procedimentos de coleta de dados

Para ser possível a aplicação da pesquisa, fomos até a escola escolhida pela pesquisadora conversar com diretora e a professora da sala. Após esclarecimento sobre a pesquisa e seus procedimentos, tanto a professora quanto a diretora concederam o espaço. Em seguida fomos conversar com o Núcleo Regional de Educação de Maringá, setor responsável pela coordenação e orientação das escolas municipais, estaduais e particulares pertencentes a esta região para que secretaria de estado, direção da escola e professora da sala estivessem conscientes do trabalho a ser desenvolvido. Após os esclarecimentos a direção da escola e o núcleo assinaram Termos de Consentimento que se encontram nos Anexos 1 e 2.

Os pais dos alunos e os alunos também assinaram o Termo de Consentimento da pesquisa, presente no Anexo 3, pelo qual certificamos que os dados coletados na escola serão utilizados exclusivamente para fins científicos.

Fomos informados pela escola que como segue o planejamento escolar os alunos tiveram contato com monômio, binômio, trinômio e polinômio, antes da intervenção desta pesquisa, porém, equação do 1° grau não foi explorado. O fato do aluno ainda não ter tido contato explicito com equação do 1° grau foi condição necessária para propor o problema como ponto de partida (SCHROERDER; LESTER, 1989). O primeiro contato (ainda que não formalizado) dos alunos com equação do 1° grau aconteceu no decorrer das aulas. Assim, a coleta de dados para a pesquisa aconteceu em três etapas que descreveremos a seguir.

A **1ª etapa** desta pesquisa consiste na descrição da professora da disciplina sobre os alunos. Oito dias antes de iniciarmos as aulas com os alunos entregamos a professora de Matemática da sala o questionário contendo quatro questões e uma consideração. Explicamos para a professora da disciplina que ela poderia responder o questionário em outro momento, sendo necessário que ela nos entregasse antes do início da nossa implementação em sala de aula. A professora nos solicitou alguns minutos, respondeu e entregou o questionário no mesmo dia.

O interesse desse questionário se volta para o conhecimento que a professora tem dos seus alunos em como eles se relacionam quando é proposto trabalho em grupo e o comprometimento deles para com as atividades escolares.

A **2ª etapa** da pesquisa foi o desenvolvimento da nossa proposta ensino *via* resolução de problemas do conteúdo de equação do 1º grau. Tal ensino foi ministrado pela pesquisadora e conduzido segundo as ações apresentadas por Proença (2015): *problema como ponto de* *partida*; *permitir aos alunos expor suas estratégias*; *discutir as estratégias dos alunos*; *articular as estratégias dos alunos ao conteúdo*.

No centro de cada grupo foi colocado um gravador, para que pudéssemos compreender melhor como aconteceu a resolução de cada um dos três problemas. Todos os alunos receberam os problemas impressos e sabiam que iríamos recolhê-los ao final da resolução. Não esperávamos que os alunos utilizassem incógnita e fizessem as manipulações algébricas com o formalismo matemático, mas sim que os alunos buscassem diversas estratégias para solucionar o problema, que não desistissem e que se interessassem pela situação-problema proposta.

Recolhemos as folhas onde os alunos resolveram os três problemas para que pudéssemos analisar suas resoluções, gravamos e transcrevemos este momento para maior fidedignidade dos dados. Em seguida, os alunos foram para o quadro para mostrarem suas estratégias aos demais alunos.

> Se o professor usa as atividades de solução de problemas e apenas corrige a resposta final em termos de certo e errado, deixando de lado um dos procedimentos empregados pelo aluno, não permite a retomada do processo de pensamento aplicável àquele tipo de problema, isto é, sem a validação da resposta e o “pensar sobre o pensado” tanto o professor como o aluno perdem a oportunidade de desenvolvimento do pensamento produtivo e significativo (BRITO, 2006, p.26-27).

Durante a exposição de estratégias na lousa utilizamos as Notas de Campo para descrever o ocorrido. Os passos descritos nesta etapa se repetiram para o segundo e terceiro problema.

A **3ª etapa** da pesquisa consiste na descrição da pesquisadora sobre os grupos durante a implementação do ensino. Enquanto os alunos resolviam os problemas a pesquisadora se aproximava das equipes para tirar dúvidas e preencher as Notas de Campo. As perguntas que compõem as Notas de Campo permeiam o relato da pesquisadora sobre o comportamento e o envolvimento dos alunos desde a resolução dos problemas até a formalização do conteúdo.

4.7 Procedimento de análise de dados

Os dados submetidos à análise foram constituídos através da participação dos alunos no decorrer das aulas ministradas com o tema equação do 1° grau. A fala dos alunos, assim como sua escrita e as imagens de suas resoluções e a resposta do questionário respondido pela professora foram distribuídas em cinco eixos:

(I) Conduta dos alunos segundo a professora da disciplina – este eixo buscou mostrar a visão da professora da turma sobre a participação e motivação dos alunos em suas aulas, e assim as duas subcategorias foram construídas:

a) *Participação dos alunos* – no Quadro 21 apresentamos os dados para mostrar a participação relatada pela professora da disciplina de Matemática em suas aulas.

b) *Motivação dos alunos* - foi construído um Quadro 21 em que apresentamos dados para mostrar a motivação relatada pela professora da disciplina de Matemática em suas aulas.

(II) As dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas – as dificuldades nas resoluções dos alunos dos três problemas utilizados como ponto de partida foram analisadas com base nas etapas estabelecidas por Brito (2006): representação, planejamento, execução e monitoramento. Apenas para a etapa de representação criamos categorias para facilitar a interpretação dos dados no que se refere à dificuldade dos alunos nesta etapa.

a) *Universo do problema* e *relação entre peso e tamanho* foram as duas categorias criadas no problema 1.

b) *Universo do problema*, *múltiplo de três* e *falsas hipóteses* foram as categorias criadas no problema 2.

c) *Universo do problema* e *triplo* foram as categorias criadas no problema 3.

Para serem possíveis estas análises nos apoiamos nas transcrições do áudio, além das resoluções dos alunos que foram recolhidas no final de cada aula. Encontramos estas análises na seção 5.2..

(III) Estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução dos problemas - As resoluções dos alunos nos três problemas foram categorizadas levando em consideração quatro dos cinco tipos de estratégias apontadas por Chi e Glaser (1992): *trajetos ao acaso*, *análise de meios/fins*, *estabelecimento de subobjetivos* e *gerar e testar* que foram colocadas em Quadros que se encontram na seção 5.4..

(IV) Discussão das estratégias e formalização do conteúdo - descrição da discussão das estratégias anotadas pela pesquisadora nas Notas de Campo, pontuando a participação dos alunos durante as discussões das estratégias.

(V) Conduta dos alunos durante as aulas – com o objetivo de analisar a participação e a motivação dos alunos no trabalho desenvolvido com foco no ensino *via* resolução de problemas, utilizando-se das anotações presentes nas Notas de Campo e das transcrições das gravações. Foram elaboradas duas subcategorias:

Participação e *motivação* dos alunos nas aulas - foram construídos os Quadros 49, 50, 51, 52, 53, 54 e 55 em que apresentamos dados por grupo para mostrar a participação e motivação verificadas nas aulas durante o ensino *via* resolução de problemas, com base em três das quatro ações de Proença (2016).

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Os dados que compõem esta pesquisa foram organizados a partir das falas e registros escritos dos alunos, das respostas da professora da disciplina e das anotações da pesquisadora durante a implementação do ensino *via* resolução de problemas que aconteceu em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental no Colégio pertencente ao Núcleo Regional de Maringá - NRE. Os dados foram ordenados em cinco eixos de análise: **(I) Conduta dos alunos segundo a professora da disciplina**; **(II) As dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas**; **(III) Estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução dos problemas**; **(IV) Discussão das estratégias e formalização do conteúdo**; **(V) Conduta dos alunos durante as aulas**.

5.1 Conduta dos alunos segundo a professora da disciplina

Os dados que se encontram neste eixo de análise são resultados do questionário que foi respondido pela professora da disciplina antes da implementação do ensino *via* resolução de problemas. Os dados fizeram parte da categoria nomeada de Conduta dos alunos, que levou as subcategorias Motivação dos alunos e Participação dos alunos.

O Quadro 21 apresenta os registros da professora que desencadearam estas categorias.

Quadro 21: Conduta dos alunos segundo a professora da disciplina

Categoria	Subcategorias	Unidade de registros	Unidade de contexto
Conduta dos alunos	Motivação dos alunos	Busca por conhecimento	- "É uma turma responsável, organizada e que tem interesse pela busca do *conhecimento*. " -"... esforço e interesse em aprender, em estudar e adquirir *conhecimento*. "
	Participação dos alunos	Discutem	-"Ao realizar trabalhos em grupo, os alunos conversam muito, *discutem* sobre as ações que deverão ser tomadas..." - "Na maioria das vezes respeitam as opiniões, quando não concordam, *debatem* o assunto ou conteúdo..."

Fonte: Autora

De acordo com o que está descrito no Quadro 21, a professora enfatiza que ao realizar trabalhos em grupo os alunos se comprometem com a atividade, discutem as opiniões e buscam o envolvimento de todos os integrantes do grupo. As respostas da professora podem indicar que os alunos desta sala não têm dificuldade de trabalhar em grupo e que sabem respeitar opiniões adversas. As observações da professora nos distanciam de dificuldades como as descritas por Pereira (2004) no início de sua implementação, na qual os alunos, por serem individualistas, discutiam sendo necessário a intervenção da pesquisadora e corroboram com Brasil (1998) que alega que o trabalho em grupo é um meio de construir o conhecimento em coletividade.

Por meio da troca de conhecimento e a interatividade, a criança ou adolescente se depara com diferentes percepções, fazendo com que o aluno se relacione de modo diferente com o saber. É importante ressaltar que o trabalho em grupo apenas favorecerá essas aprendizagens “à medida que o professor proporcionar um ambiente de trabalho que estimule o aluno a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias” (BRASIL, 1998, p. 39).

5.2 As dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas

Buscamos nas falas dos alunos indícios de dificuldade baseados nas etapas estabelecidas por Brito (2006). As dificuldades que serão apresentadas nos Quadros 22 ao 32 apareceram em algum momento durante a resolução.

Destacamos que foram selecionadas e apresentadas nos Quadros 22 ao 32 a seguir as dificuldades que os alunos tiveram, sem, contudo, repetir exaustivamente a mesma dificuldade, ou seja, os quadros apresentam dificuldades padrões de cada Grupo. Vale ressaltar, entretanto, que algumas das dificuldades encontradas pelos grupos foram mitigadas entre eles mesmos durante a troca de informação e discussão do problema. Logo, pode acontecer que seja relatado uma dificuldade em algum grupo e, ao final, discorrermos que o grupo acertou na resolução do problema.

5.2.1 Dificuldade dos alunos – Problema 1

Iremos encontrar nos Quadros 22, 23 e 24 a transcrição da fala dos alunos durante a resolução dos problemas, ancorados nas etapas de pensamento de Brito (2006): representação, planejamento, execução e monitoramento. Compreendendo a representação como uma etapa crucial para a resolução de um problema e para facilitar a identificação dos erros mais frequentes dos alunos na etapa de representação, separamos estas dificuldades em categorias. O problema 1 se tratava de um problema de balança, em que o objetivo é encontrar o peso do objeto para que a balança de dois pratos permaneça em equilíbrio.

No Quadro 22 evidenciamos as dificuldades enfrentadas pelos alunos presentes na etapa da representação. Essas dificuldades foram detectadas nos diálogos dos alunos durante a resolução do problema 1.

Quadro 22: Dificuldade na Representação - Problema 1

<table>
<tr><th>Categorias</th><th>Grupo</th><th>Diálogos</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Relação entre peso e tamanho</td><td>1</td><td>26: “Por que que aqui é 5?”</td></tr>
<tr><td>6</td><td>11: “Eu acho que ela é mais leve.”
34: “E mais leve sim, olha o tamanho dos outros.”
35: “É mais leve.”</td></tr>
<tr><td>4</td><td>03: “Áh, eu não entendi... a bola é menor.”</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Universo do problema</td><td>2</td><td>32: “Explica pra mim.”</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10: “Não tá falando nada dessa bolinha?”</td></tr>
<tr><td>5</td><td>05: “Eu não entendi.”
04: “Nem eu. (risos).”
05: “Professora? Professora?”</td></tr>
</table>

Fonte: Autora

Os Grupos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 resolveram o problema em aproximadamente vinte minutos, porém desconfiavam da resposta por eles encontrada. Os integrantes do Grupo 1, 4 e 6 compreenderam que os pratos da balança estavam em equilíbrio, sendo assim a soma dos pesos dos pratos deveriam ser o mesmo. Porém, o aluno 26 do Grupo 1, os alunos 11 e 34 do Grupo 6 e o aluno 3 do Grupo 4 duvidaram da resposta que haviam encontrado, pois chegaram que dois objetos com tamanhos diferentes teriam o mesmo peso. Essa dificuldade foi categorizada de *relação entre peso e tamanho* e foi exemplificado abaixo com o diálogo do Grupo 6.

11: *“Eu acho que ela é mais leve.”*
34: *“E mais leve sim, olha o tamanho dos outros.”*
35: *“É mais leve.”*

A dificuldade encontrada pelos alunos dos Grupos 2, 3 e 5 foi categorizada como *universo do problema.* Para compreender o *universo do problema* os alunos solicitavam auxílio de outras pessoas, como aconteceu com o Grupo 5.

05: *“Eu não entendi.”*
04: *“Nem eu. (risos).”*
05: *“Professora? Professora?”*

A dificuldade dos alunos do Grupo 5 se concentrou na falta de conhecimento relacionado à balança de dois pratos. Para Sternberg (2000), o conhecimento declarativo é acionado quando o sujeito possui na memória informações sobre o objeto, neste caso a balança de dois pratos. Como muitos destes alunos nunca viram uma balança com essas características, eles não conseguiram entender seu funcionamento, acarretando em uma dificuldade durante a resolução do problema 1.

As categorias *relação entre peso e tamanho* e *universo do problema* podem ser relacionadas as dificuldades apontadas por Chi e Glaser (1992), nas quais o *universo do problema* se encaixa na *natureza da tarefa* que corresponde a o que fazer, e a *relação entre peso e tamanho* nos *conhecimentos trazidos* ao como fazer e enfatiza que tais dificuldades podem levar o solucionador ao erro.

Inicialmente, observamos que a dificuldade encontrada pelos alunos na interpretação do problema, corroborando com Brito (2006), sobre as habilidades verbais necessárias que levarão o aluno a perceber qual algoritmo será necessário para a resolução do problema. A forma dos objetos levou os alunos a conjecturas iniciais com base na percepção, mas com a interatividade dos componentes dos grupos, um pensamento convergente foi estruturado. Segundo Sternberg (2010), este é o momento em que o grupo fará uma análise de qual solução será a melhor para o problema, incorporando os conhecimentos adquiridos aos novos.

Para o problema 1 os alunos não tiveram dificuldade na etapa do planejamento. No Quadro 23, apresentamos as dificuldades encontradas nos diálogos do Grupo 1 durante a execução do problema.

Quadro 23: Dificuldade na Execução - Problema 1

Grupo	Diálogo
1	37: “Eu esqueci a conta, como é que faz?”

Fonte: Autora

O integrante número 37 do Grupo 1 teve contato com equação do 1º grau em outra sala onde estava matriculado. O alúno 37 montou uma equação do 1º grau, porém, ele não se lembrava de como faziam as manipulações algébricas. Isso pode acontecer quando a álgebra é utilizada de modo abstrato, mecânico e acaba se tornando para o aluno apenas uma união de símbolos e regras (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993). Como o aluno não conseguiu explicar para os outros integrantes do grupo o porquê de estar resolvendo daquela maneira, solicitamos para que ele guardasse aquela resolução e que não mostrasse para os demais alunos, pois a resolução dele nos seria importante para as próximas aulas.

Esta dificuldade de não conseguir resolver a equação, encontrada pelo aluno, nos remete a Echeverria e Pozo (1998) acerca do momento após a tentativa de execução da submeta, o aluno se deparou com outro problema: não se lembrava de como manipular algebricamente a equação.

No Quadro 24, apresentamos as falas dos alunos que indicam as dificuldades no monitoramento.

Quadro 24: Dificuldade no Monitoramento - Problema 1

Grupo	Diálogos
2	16: "Tem 19, dá certo... 4, 5 e 10, que dá 19."
4	23: "Como que você está afirmando que tem 5 quilos? Ela pode ter 2 quilos."

Fonte: Autora

Alguns alunos testaram outros valores além dos 5 quilos que era a resposta do problema, chegando a acreditar por alguns minutos que tinham encontrado outras soluções. A presença e a conversa entre os integrantes do Grupo 2 e 4 se fez importante para que estes alunos pudessem compreender que suas hipóteses estavam erradas e arrumar os erros cometidos, como exemplificado na fala do aluno 16 do Grupo 2: *"Tem 19, dá certo... 4, 5 e 10, que dá 19."*

Essas dificuldades durante a etapa do monitoramento podem, de acordo com Echeverria e Pozo (1998), ajudar o aluno na consciência das estratégias e regras empregadas. Através do erro, os Grupos puderam discutir qual a melhor solução e, ao final da atividade, todos os grupos resolveram corretamente o problema 1, inferindo que todas as dificuldades enfrentadas pelos Grupos foram amenizadas.

Não categorizamos o diálogo do Grupo 7 porque foi o único que não esboçou dificuldade ou insegurança ao resolver a situação-problema proposta. Para eles, esta atividade não pode ser considerada um problema.

5.2.2 Dificuldade dos alunos – Problema 2

Nesta subseção apresentamos as dificuldades encontradas nas falas dos alunos para resolverem o problema 2, de acordo com as etapas propostas por Brito (2006). A situação proposta no problema 2 envolve um desafio proposto em um jogo de perguntas e respostas.

Brevemente, o problema apresenta a seguinte problemática: Pedro, que foi o amigo desafiado por Tiago receberia R$5,00 para cada acerto e perderia R$3,00 em cada erro. O jogo tinha 16 perguntas e Pedro saiu devendo R$8,00. Os alunos tinham que encontrar o número de acertos de Pedro.

O Quadro 25 apresenta o diálogo dos alunos no momento da resolução dos problemas destacando as dificuldades encontradas na etapa da representação (BRITO, 2006).

Quadro 25: Dificuldade na Representação - Problema 2

Categoria	Grupo	Diálogos
Universo do Problema	1	21: "Aqui esses R$8, 00 quer dizer que ele perdeu?" 30: "Ele perdeu mais do que ganhou. Coisa mais confusa ainda."
	3	10: "A gente tem que saber por exemplo, quanto de dinheiro ele arrecadou."
Múltiplo de três	1	37: "Me empresta a tabuada rapidão." 21: "3,6, 9." 37:"Não estou entendendo nada gente."
	2	06: "Como ele saiu devendo 8 se era o bagulho era 3 10: "3 de uma que ele errou, 6 de duas, mais uma vai dar 9 reais." 20- "Nunca ele vai sair devendo R$8,00 mano, como?"
	4	29: "Mas ele saiu devendo RS8,00. 3, 6..." 22: "Então menos 3 de novo." 29: "9. Não, sabe por que ó, 3,6,9 e ele saiu devendo 8."
	5	05: "Porque assim, se for 3 mais 3, mais 3 vai dar 9."
	6	11: "Tá, é 8, mais como é que ele acertou 8 e tem 8, ó tipo ele pode ter errado 3, mais 3, mais 3, que deu 3 mais 3..." 34: "9."
Falsas hipóteses	2	17: "Mas será que pode ter meio certo?"
	3	20: "Mas não tem que usar todos os números?" 10: "Acho que eu entendi. 16 vezes 5 é o total, é o resultado desse jogo se ele acertar todas." 24: "Aí da R$80,00." 20: "Então, a gente pega 80 menos 8."
	4	29: "Como que ele saiu devendo 8 sendo que só tem 16 perguntas e o total dá 80. Pra ele conseguir jogar o jogo. É... ele tinha que ter R$ 80,00 pra ele conseguir jogar o jogo, sei lá... Porque se o amigo dele acertasse as 16 ele tinha que dar 80 reais pro amigo dele. E se ele acertasse as 16 perguntas o amigo dele teria que dar os R$ 80,00 pra ele. Então é 16 dividido por 8, 80 dividido por 8."
	5	05: "Ele errou 3 questões e meia."

Fonte: Autora

De acordo com Brito (2006), a dificuldade de compreender verbalmente o problema pode impedir o solucionador de prosseguir rumo à resolução correta. Os dados que o problema traz, a ligação existente entre eles e o que essa ligação significa matematicamente podem levar o aluno a estratégias que trarão o sucesso para a resolução.

As dificuldades encontradas na representação do problema foram agrupadas em três categorias, *falsas hipóteses*, *múltiplo de três* e o *universo do problema*. Na categoria *universo do problema*, identificamos que os alunos não compreenderam a situação em que o jogo está inserido e o fato de Pedro sair perdendo R$8,00, como podemos perceber na fala do aluno 30 do Grupo 1 e como está presente na fala do aluno 10 do Grupo 3, ao sentir a necessidade de saber quanto Pedro arrecadou com o jogo, não compreendendo que Pedro saiu com um saldo negativo de R$8,00. Para exemplificar a categoria "universo do problema" retomamos o diálogo do Grupo 1.

21: *"Aqui esses R$8, 00 quer dizer que ele perdeu?"*
30: *"Ele perdeu mais do que ganhou. Coisa mais confusa ainda."*

Na categoria *múltiplo de três* foram colocadas as falas dos alunos quando buscavam uma solução para o problema que envolve apenas as perguntas que Pedro errou ao resolver o problema, como podemos perceber através do diálogo do Grupo 6.

11: *"Tá, é 8, mais como é que ele acertou 8 e tem 8, ó tipo ele pode ter errado 3, mais 3, mais 3, que deu 3 mais 3..."*
34: *"9."*

Na categoria *falsas hipóteses*, identificamos que os alunos buscavam soluções para o problema com possibilidades que não estavam descritas no enunciado. Abordamos com uma parte do diálogo do Grupo 4, a dificuldade categorizada como "falsas hipóteses".

29: *"Como que ele saiu devendo 8 sendo que só tem 16 perguntas e o total dá 80. Pra ele conseguir jogar o jogo. É... ele tinha que ter R$ 80,00 pra ele conseguir jogar o jogo, sei lá... Porque se o amigo dele acertasse as 16 ele tinha que dar 80 reais pro amigo dele. E se ele acertasse as 16 perguntas o amigo dele teria que dar os R$ 80,00 pra ele. Então é 16 dividido por 8, 80 dividido por 8."*

O Grupo 4 acreditava que Pedro havia iniciado o jogo com R$80,00, o que acarretou em um obstáculo de representação do problema que surgiu no decorrer sua resolução. Não foi possível detectar dificuldade na representação do Grupo 7, pois eles não conversaram sobre como estavam pensando, apenas dialogaram sobre as ações efetivadas.

Segundo Sternberg (2010), as dificuldades detectadas nesta etapa estão relacionadas com o momento de interpretar e compreender o problema a ser solucionado. As inquietações iniciais dos alunos acerca da multiplicidade do 3 e do 8 levaram, a partir da interação dos Grupos, a uma conjectura do pensamento convergente (STERNBERG, 2010). Entretanto, houve dificuldade na interpretação do problema que levaram os Grupos 1, 6 e 7 à tomada de estratégias e escolha de algoritmos errôneos.

Pereira (2011) também relatou que as dificuldades enfrentadas pelos alunos na representação dos problemas desencadearam uma sequência de erros levando à resolução incorreta dos problemas.

No Quadro 26 apresentamos as falas dos alunos que apresentam alguma dificuldade na etapa do planejamento.

Quadro 26: Dificuldade no Planejamento - Problema 2

Grupo	Diálogos
1	30: "Ele acertou 8." 21: "Por que?" 30: "Porque 8 + 8 é 16." 21: "16 vezes 3 é 48. Também não é. E se 16 - 3 é 13. Ele acertou 13 perguntas."
2	06: "Ô eu fiz…é…eu dividi 48, eu peguei e diminui por 80…. tudo por 48 ai….deu 32 dividido por 16 dá 2. Ele errou duas perguntas!" 32: "Se for a metade ele ganhar R$40,00." 16: "Capitei a mensagem…se ele errase ele ia ganhar quanto?" 32: "Com 8 perguntas ele ganharia R$40,00." 16: "Se ele errase tudo ia dar quando?" 06: "48." 16: "Faz 80 menos 48." 06: "Eu fiz isso e deu 32 e depois dividi por 16 e deu 2, não deu certo." 16: "E você dividiu por 3? Pra ver se dava certo?" 16:"Resumindo é só juntar 3 mais o 5 hehe. Que daria 8."
3	20: "Ei, eu acho que foram 4." 12: "Eu acho que é 5 dividido por 6." 20: "Pera ai, pera ai. Mas como que eu vou dividir R$ 5,00 pra 16 pessoas?" 22: "Calma, a gente tem que fazer um negócio que fica com 5, ou 0. A gente tem que ir diminuindo."
4	23: "1,2, 3, 4, 5 perguntas ele errou. Então 16 menos 5 ele acertou 11 perguntas." ____ 03: "Porque, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35... esses números só terminam em 0 e 5. Então a gente podia pegar esse 65 e fazer, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, que ia dar 10, 11..."
5	05: "Ué porque se fosse 3 mais 3, mais 3 vai dar 9. Aí vai ter que fazer 3, mais 3, mais 3, mais 2. Que vai dar 8. Aí ele vai sair devendo R$8,00." 02: "No caso ele ia receber R$80, 00 se acertasse as 16. Só que ele saiu devendo 8, né." 05: "E se tira 8...Tá, quantos deu aí?" 02: "Deu 72 reais." 28: "Agora pega esse 72 e divide por 8." 28: 'Eu fiz assim aqui agora, 16 menos 9 vai dar 7, aí eu peguei, 7 mais 9 que deu 16." 28: "Aí gente, acho que eu consegui. 8 menos 5 dá 3, 8 menos 3 dá 5 e 3 mais 5 dá 8."

Fonte: Autora

Segundo Brito (2006), de maneira geral, no momento do planejamento o solucionador organiza suas representações mentais e traça metas para atingir seus objetivos. Encontramos nas respostas dos alunos dificuldades para traçar essas metas. Grande parte dos grupos sabem que para este problema a resposta encontrada tem que ser R$8,00, porém ignoram as relações estabelecidas pelo enunciado no que tange ao fato de que 8 é o resultado do número de acertos e erros, como aconteceu com o aluno 16 do Grupo 2: *"Resumindo é só juntar 3 mais o 5 hehe. Que daria 8."*

Apesar de saberem que a resposta correta para o exercício é R$8,00, os alunos acreditam estar num bom plano sempre que a resposta encontrada em suas operações se aproximam de algum dado do problema, como o caso de um integrante do Grupo 1, que encontrou 8 como resultado e comemorou por acreditar ter encontrado a solução.

30: *" Ele acertou 8."*
21: *"Por que? "*
30: *"Porque 8+8 é 16"*

Quando iniciamos a implementação, conversamos com os alunos sobre as diversas maneiras de se resolver um problema, através de desenho, gráfico, operações, entre outros, porém, todos os alunos utilizaram um único recurso, as operações.

No Quadro 27, apresentamos as falas dos alunos que representam as dificuldades na etapa da execução do problema.

Quadro 27: Dificuldade na Execução - Problema 2

Grupo	Diálogos
3	20: "8 vezes 6?" 24: "42, não 44. Não 48." 20: "260?" 24: "É, nós coloca um 0 aqui, outro 0 aqui e continua a conta."
4	29: "E para cada erro ele perderia R$ 3,00, ele saiu devendo R$ 8,00. 80 menos 3." 22: "77." 23: "76." 22: "77." 23: "76." 22: "80 menos 3 é 77."
5	05: "16 menos 8?" 02: "Vai dar 3." 05: "Vai dar 5. Vai ter que colocar 1 em cima ó." 02: "Então, aí tipo, aqui na mão vai ter 10... tá. Aqui ó, 16, você vai pegar 10 e pega 6 no pé. Aí você tira 6 no pé..." 28: "16 tira 8 fica 7." 05: "Miga olha aqui, tipo..." 02: "Você colocou 16 mais 8?" 28: "Menos 8." 05: "Olha aqui, vai dar 8." 28: "Aí olha 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,16." 02: "Não você pulou 1." 05: "Assim, vai ter 10 na mão e 10 no pé. Ai olha 6, 7, 8 vai dar." 05: "Tem 16 no pé, ó, 10 na mão e 6 no pé." 02: "Vai dar 7 mesmo."
6	18: "Não mais... pra dar 8 a gente tem que fazer 80 dividido por 8."

Fonte: Autora

Os planos traçados pelos alunos envolviam operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, ou seja, conhecimento procedimental. Durante a etapa de execução é exigido do aluno domínio sobre o conhecimento procedimental, Segundo Sternber (2000), o conhecimento procedimental está atrelado ao "saber como", ou seja, como executar as operações e quais são os passos para cada tipo de procedimento. É possível perceber uma dificuldade no conhecimento procedimental no diálogo do Grupo 4, no qual o aluno realiza a operação de subtração de maneira equivocada.

Como os problemas foram resolvidos em grupo e os alunos mantiveram um diálogo frequente, os erros de procedimento cometidos durante a execução eram detectados pelos integrantes do grupo com facilidade. Apresentaremos o diálogo do Grupo 4 para exemplificar a dificuldade na etapa execução.

29: *"E para cada erro ele perderia R$ 3,00, ele saiu devendo R$ 8,00. 80 menos 3."*
22: *"77."*

23: *"76."*
22: *"77."*
23: *"76."*
22: *"80 menos 3 é 77."*

Ao solicitar a resposta da subtração "*80 menos 3*" dois alunos do Grupo 4 começaram a dialogar expondo suas respostas que foram discutidas pelo grupo e arrumadas. Isso mostra que o trabalho em grupo colaborou para que os alunos percebessem um erro no momento em que estavam resolvendo uma operação. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática indicam os trabalhos em grupo para que os alunos tenham a oportunidade de "discutir as dúvidas e supor que as soluções dos outros possam fazer sentido" (BRASIL, 1998, p. 39).

A seguir, no Quadro 28, apresentamos as falas dos alunos com as dificuldades na etapa do monitoramento.

Quadro 28: Dificuldade no Monitoramento - Problema 2

Grupo	Diálogos
1	37: "Gente, vamos supor assim, vamos supor que nós ganhamos 8 e perdemos 8. Então 8 vezes 5 é 40. E 8 vezes... 3 vezes 8 são 24. 40 menos 24 são 16. "
4	29: "Como ele ganharia R$ 80,00 se ele acertasse, ele está com R$65,00. Ele acertou 11 perguntas, então ele errou 5..."
5	05: "Está, por 9 dá 72. " 02: "Então ele acertou 9 questões?"

Fonte: Autora

Os alunos monitoraram suas resoluções ao final da estratégia traçada, essa atitude assumida pelos grupos, segundo Sternberg (2010), aumenta o número de operações realizadas desnecessariamente. Bons solucionadores monitoram durante todo o percurso. Apresentaremos o diálogo entre os alunos 05 e 02 do Grupo 5, que terminaram de executar uma estratégia e estão monitorando a resolução.

05: *"Tá, por 9 dá 72."*
02: *"Então ele acertou 9 questões?"*

Tendo em vista as respostas dos diálogos dos alunos ao resolverem o problema 2 e a análise das dificuldades em cada etapa de pensamento proposta por Brito (2006) podemos inferir que os Grupos 2, 3, 4 e 5 encontraram dificuldades ao longo da resolução, porém conseguiram propor uma estratégia e encontrar uma solução.

Já os grupos 1, 6 e 7 compreenderam parcialmente o enunciado do problema. A principal dificuldade esteve relacionada à etapa de representação. Os Grupos 1 e 6 sabiam qual deveria ser o resultado encontrado pelo problema, saber que um dos dados que o problema aborda é o resultado da situação vivenciada pelo jogador Pedro é algo importante para o problema 2, porém isso fez com que estes grupos não observassem o enunciado como um todo, errando a resolução do problema. Christo (2006) abordou a introdução de situações de proporcionalidade e expressões de aritmética generalizáveis e descreve em sua pesquisa que os alunos do 6º ano que não resolveram os problemas propostos tiveram a dificuldade respaldada na falta de compreensão do enunciado e que estes alunos precisam de mais ajuda do professor durante a resolução.

5.2.3 Dificuldade dos alunos – Problema 3

Nesta subseção, apresentamos as dificuldades encontradas nas falas dos alunos para resolverem o problema 3, de acordo com as etapas propostas por Brito (2006). No problema 3 os alunos deveriam descobrir a idade da Professora Franciely, cuja situação descreve que o triplo da idade da Professora há dois anos é igual a idade da Professora hoje mais 50 anos.

No Quadro 29 apresentamos as dificuldades dos alunos, registradas por meio do diálogo, referente à etapa de representação.

Quadro 29: Dificuldade na Representação - Problema 3

Categoria	Grupo	Diálogos
Universo do Problema	1	37: “O triplo da idade de quem?” 37: “Professora, a maioria tem 13 anos aqui. Vai dar errado a conta.”
	2	6: “Aqui, a professora errou véi. Aqui, 50, quantos anos a professora Franciely tem?” 32: “Dá pra supor que é a minha...” 16: “É que não tem essa informação aqui professora. Não tem a informação de quantos anos ela tinha a dois anos atrás. Tem que ter.”
	3	24: “Oh, olha aqui, ó ela tem 50 anos. O triplo da minha idade há dois anos atrás. Então se ela tem 50 anos, ela tinha 48. 48 o triplo.”
	4	23: “Mas tipo professora, o resultado que der aqui vai ser sua idade real ou não?” 29: “Gente vocês estão loucos, não é a realidade. Ela colocou, mas ela não usou a idade dela. Porque que eu ia colocar o triplo mais 50? Vai dar 130 anos.”
	5	02: “Oh, a idade há dois anos atrás é igual a minha idade mais 50. Então quer dizer assim, eu tava lendo assim, o triplo da minha idade hoje que é igual... Eu estava lendo tudo errado. Agora eu entendi oh, o triplo da minha idade há dois anos atrás é igual a minha idade mais 50 anos.” 02: “Então ela tem mais de 50 anos? Porque ela fala a minha idade mais 50 anos.” 05: “Nossa a professora tem mais de 50 anos.”
	6	18: “O triplo da minha idade há dois anos atrás é o triplo da idade dela há dois anos atrás.” 34: ”O triplo da minha idade há dois anos atrás, isso não tem como saber.”
Triplo	1	30: “Como assim o triplo da minha idade? Me explica isso.”
	7	8: “Por que dividir por 3” 15: “Porque é o triplo.”

Fonte: Autora

Analisando as falas dos alunos detectamos duas subcategorias que resultavam em dificuldades na etapa de representação. As duas subcategorias de dificuldades encontradas pelos alunos estavam relacionadas ao conceito de *triplo* e o *universo do problema*. Estas dificuldades quando não superadas desencadeiam outras dificuldades inviabilizando a resolução correta do problema.

Mesmo os alunos tendo uma ideia aproximada da idade da pesquisadora, muitos tiveram dificuldade em entender como o resultado apareceria, isto fez com que os alunos ocupassem muito tempo em estratégias que não os levaram à solução correta do problema, como pode-se observar no diálogo do aluno 29 do Grupo 4.

29: *"Gente vocês estão loucos, não é a realidade. Ela colocou, mas ela não usou a idade dela. Porque que eu ia colocar o triplo mais 50? Vai dar 130 anos."*

O conceito matemático de triplo também foi uma dificuldade enfrentada por alguns alunos, acabaram fazendo a operação inversa ou esperando uma explicação para que pudessem continuar a estratégia. Podemos observar isso na fala do aluno 30 do Grupo 1: *"Como assim o triplo da minha idade? Me explica isso."* Puti (2011) destacou que os alunos que fizeram parte do seu trabalho também sentiram dificuldade para abordar conceitos como triplo, divisão, meio e dobro. O autor também enfatiza a importância do trabalho em grupo para este momento, que permite aos alunos verbalizar explicando esses termos e, assim, produzindo significado matemático sobre o objeto.

Grande parte dos grupos realizaram a leitura do problema diversas vezes buscando reconhecimento de todos os dados envolvidos. Quando o grupo julgava necessário era solicitada a presença da pesquisadora.

No Quadro 30, apresentamos as dificuldades identificadas nas falas dos alunos na etapa do planejamento.

Quadro 30: Dificuldade no Planejamento - Problema 3

Grupo	Diálogos
2	6: “A professora tem 28 anos. Ela tem 28 anos eu to apostando nisso. Você pega 28 mais 50 aí você divide por 2, to falando sério.”
3	12: “Dá 150 ... dá 150.” 12: “Dá 150, aí nóis divide por três.” 20: “Não acho que nós vamos ter que dividir dois anos atrás.” 12: “Então divide por 2.” 24: “Não, aqui ó, eu fiz, se aqui deu 48, eu pego 48 vezes 3, e o resultado eu divido por 2.” 12: “O triplo de um número a dois anos atrás, 48, 48 vezes 3, é isso que a gente fez.” 20: “É o que eu tbm fiz e deu 144.” 10: “144. E agora a gente divide por algum número e depois faz de menos.” 20: “Faz por 2, porquê é dois anos atrás.” 24: “Tá, vamo vê.” 20: “Vamo fazer por 2.” 12: “Tem 14 na tabuada do dois? Não.” 12: “Tem 44?” 20: “Não tem o 14 mas tem o 12.” 24: “Tem sim, por 7.” 20: “A é mesmo, disfarça.” 24: “Aí você faz o 4 por 2, 72 anos.”
4	23: “Assim, nós vamos ter que fazer uma conta, e com o resultado dessa conta nós vamos saber quantos anos ela tem.” 29: “E que tipo seria? 50 vezes 3 e o resultado divide...”
5	02: “Então vamos lá, 50 vezes 3.” 28: “Não dá assim. 50 vezes 3 é 150.” 03: “Qualquer divide por 2.” 28: “Vai dar 150 dividido por 2... Mas onde tem 2?” 05: “Não oh, há dois anos atrás.” 28: “150 dividido por 2 vai dar 75.” 12: “Mais 5, que ai vai dar 80.” 28: “Se ela tivesse 23, hoje ela tem 56. Porque 23 vezes 2 dá 56.” 28: “Divide 50 por 2 vai dar 25. 25 menos 2 vai dar 23. Se a gente fizer 25. 25 vezes 3 dá 75. 50 mais 25 também dá 75.”
6	35: “Deu 16 anos, agora faz 16 mais 50.” 34: “66. Terminei a conta.” 18: “Quanto é 48 dividido por 3.” 34: “16.” 18: “E depois, como fica?” 34: “66.”

Fonte: Autora

Mesmo já tendo sido abordados dois problemas em que o conceito de igualdade esteve presente, os alunos não veem a empregabilidade desse conceito de imediato, sendo necessário um tempo de diálogo entre os integrantes do grupo e a pesquisadora para que isso se tornasse claro. É possível perceber a dificuldade para planejar uma estratégia condizente com o enunciado na fala dos alunos 12 e 20 do Grupo 3.

12: *“Dá 150 ... dá 150. Dá 150, aí nóis divide por três.”*
20: *“Não acho que nós vamos ter que dividir dois anos atrás.”*
12: *“Então divide por 2.”*

É possível perceber uma dificuldade por parte dos membros dos Grupos 3, 4, 5 e 6 ao manipular o número 50 apresentado pelo enunciado do problema, esses Grupos utilizaram o número 50 como sendo a idade da Professora, como podemos constatar no diálogo dos alunos do Grupo 5.

02*: “Então vamos lá, 50 vezes 3.”*
28: *“Não dá assim. 50 vezes 3 é 150.”*
03: *“Qualquer divide por 2.”*
28: *“Vai dar 150 dividido por 2... Mas onde tem 2?”*
05: *“Não oh, há dois anos atrás.”*
28: *“150 dividido por 2 vai dar 75.”*
24: *“Aí você faz o 4 por 2, 72 anos.”*

Esta dificuldade em encontrar estratégias para a resolução do problema nesta etapa é discutida por Echeverria e Pozo (1998) que alertam que as estratégias são métodos vagos e muito gerais, e por isso dificilmente podem garantir que se alcance a solução de uma tarefa determinada. No caso deste problema, seria descobrir a idade da professora.

O Quadro 31, mostra as dificuldades identificadas no diálogo dos alunos na etapa da execução do problema 3.

Quadro 31: Dificuldade na Execução - Problema 3

Grupo	Diálogos
3	24: “Não, você pega 50 menos 2.” 12: “49” 20: “47” 24: “48 eu falei.” 20: “48?” 24: “Vai dar 48”
4	29: “Nós achamos o 24, se a gente faz 24 vezes 3 dá 50.”
5	12: “50 menos 2 dá trinta e...” 05: “50 menos 2 vai dar trinta e poucos?” 28: “Não, vai dar 48 mesmo.”
7	15: “Eu já achei a resposta. Quando você faz 30 dividido por 3 dá 31. Aí você tira os dois anos atrás e dá 29. Então a Professora tem 29.”

Fonte: Autora

Como se pode verificar no diálogo do Grupo 3 e 4, houve discussão e consenso para realizar a execução dos cálculos. Este fato destaca a importância do trabalho colaborativo. Quando um erro de cálculo é cometido, os alunos logo percebem, pois estão sempre dialogando sobre as respostas que encontraram, fazendo com que o solucionador perceba seu erro.

No Quadro 32, apresentamos as dificuldades dos alunos no problema 3 na etapa de monitoramento.

Quadro 32: Dificuldade no Monitoramento - Problema 3

Grupo	Diálogos
3	24: “Ela tem 22 anos. Então agora vamos fazer na folha.”
5	28: “Se a gente fizer 25. 25 vezes 3 dá 75. 50 mais 25 também dá 75.” 5: “Então deve ser isso mesmo, porque os dois deu 75.”

Fonte: Autora

Os Grupos 1, 2 e 7 acertaram o problema 3. Os Grupos 4 e 6 perceberam que a resolução que fizeram estava errada e não deixam nenhum resultado das estratégias como resposta. Sendo assim, apenas o grupo 3 e 6 verbalizaram a dificuldade de monitoramento que puderam ser analisadas. O Grupo 5 chegou em uma igualdade, porém, o valor inicial por eles utilizados não corresponde com as hipóteses do problema. Segue descrição dos alunos 5 e 28 do Grupo 5.

28: *"Se a gente fizer 25. 25 vezes 3 dá 75. 50 mais 25 também dá 75."*
5: *"Então deve ser isso mesmo, porque os dois deu 75."*

Já o Grupo 3 tinha algumas respostas que eram consideradas como possíveis soluções, quando encontraram uma resposta que poderia satisfazer essa hipótese, admitiram como correta, como podemos perceber na fala do aluno 24: *"Ela tem 22 anos. Então agora vamos fazer na folha."*

De modo geral, algumas dificuldades enfrentadas pelos Grupos ao resolverem o problema 3 foram superadas e permitiram que acertassem o problema, outras dificuldades permaneceram e impossibilitaram a resolução correta deste problema. Ao analisarmos as respostas dos Grupos 3, 4 e 5, é possível perceber que eles não levaram em consideração algumas exigências do enunciado e utilizaram os dados de maneira aleatória. Novamente atribuímos essa falha a uma dificuldade na representação do problema.

Identificar as dificuldades dos alunos ao resolver um problema é algo importante para o professor. A partir destas dificuldades, ele pode organizar a aula de modo a preencher essa lacuna na tentativa de minimizá-la (BRITO, 2006).

5.3 Dificuldades encontradas pelos alunos – Panorama geral

Apresentaremos nesta subseção, um panorama geral das dificuldades enfrentadas pelos alunos durante as análises das resoluções entregues à pesquisadora. O Quadro 33 mostra quais grupos erraram a resposta dos problemas abordados. Utilizamos as letras C e E para preencher o Quadro 33, a letra C significa que o Grupo acertou o problema e a letra E significa que ele errou o problema.

Quadro 33: Erro por Grupo

Grupo	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Quantidade de problemas resolvidos de forma errada
1	C	E	C	1
2	C	C	C	0
3	C	C	E	1
4	C	C	E	1
5	C	C	E	1
6	C	E	E	2
7	C	E	C	1
Erro por problema	0	3	4	

Fonte: Autora

Observando o Quadro 33 é possível afirmar que apenas o problema 1 foi respondido corretamente por todos os grupos. Em termos das resoluções corretas, apenas o grupo 2 acertou todos os três problemas apresentados. Assim, de 21 resoluções analisadas, 7 apresentaram erros de resolução.

Durante as resoluções dos três problemas os Grupos tiveram dificuldades relacionadas a todas as quatro etapas propostas por Brito (2006). Mostraremos no Quadro 34 qual etapa do pensamento desencadeou a dificuldade dos alunos durante a resolução dos problemas (BRITO, 2006) levando-os a errar a resolução do problema. Não analisamos as respostas do problema 1, pois todos os grupos acertaram a resolução. Representamos os grupos no Quadro 32 por: G1, G3, G4, G5, G6 e G7, já o símbolo Ø quer dizer que nenhum Grupo errou o problema por cometer erros na etapa.

Quadro 34: Dificuldade na Etapa do Pensamento

	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
Problema 2	G1 - G6 - G7	Ø	Ø	Ø
Problema 3	G3 - G4 - G5 - G6	Ø	Ø	Ø
Total	7	0	0	0

Fonte: Autora

Das 7 resoluções que os Grupos erraram durante a implementação do ensino *via* resolução de problema, todas elas estiveram relacionadas a dificuldades na etapa de representação. Segundo Brito (2006, p. 36), “[...] a compreensão do enunciado e a representação do problema constituem dois fatores importantes na escolha dos procedimentos de solução”.

Santana e Proença (2016) mostraram em sua pesquisa que 45 % dos alunos do Ensino Fundamental erraram o problema por não terem interpretado o enunciado de maneira correta e que as dificuldades de interpretar os dados levaram os alunos a propor estratégias que se distanciavam da resolução correta. A dificuldade na interpretação do problema também foi descrita por Puti (2011), Pereira (2011) e Christo (2006) em suas pesquisas como a principal dificuldade dos alunos ao resolverem problemas.

Furlanetto (2013) também descreve que a grande dificuldade dos alunos, que foram os sujeitos de sua pesquisa, permeava a compreensão do enunciado. Essa dificuldade, segundo a autora, acarretava na resposta errada dos problemas ou então fazia com que os alunos ficassem buscando em outros grupos a resposta do problema.

5.4 Estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução dos problemas

Nesta subseção abordaremos as estratégias utilizadas pelos alunos durante a resolução dos três problemas que foram propostos em nossa implementação de um ensino *via* resolução de problemas contemplando o conteúdo de equação do 1º grau.

As estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem os problemas foram gravadas em áudio durante as aulas. Em seguida, apontaremos as estratégias que os alunos apresentaram nas folhas de resoluções.

Primeiramente relacionaremos as estratégias utilizadas pelos alunos com as falas durante a resolução dos problemas e analisaremos sob as categorias descritas por Chi e Glaser (1992): *trajetos ao acaso*, *análise de meios/fins*, *estabelecimento de subobjetivos* e *gerar e testar*.

No Quadro 35, apresentamos as estratégias utilizadas pelos alunos no problema 1.

Quadro 35: Estratégias do Problema 1

Estratégias	Grupo	Diálogos
Análise de meios/fins	1	21: "Essa balança está equilibrada, então aqui, 15 mais 5 que dá 20, e aqui tem a mesma coisa."
	2	16: "Aqui ó, tem que ficar em equilíbrio, 5 mais, 5, mais 5, mais 5, mais 5 dá 20 e quilos, 5, mais 5, mais 10 dá 20."
	4	29:" Aí a gente colocaria como explicação que a gente somou 5 mais 10 é 15. Se a gente fosse colocando 1, não ia dar, 2 não ia dar, 3 também não ia dar e aí a gente chegou no resultado 5. Aí a gente coloca a resposta, como até chegar o resultado..." 22: "Como somando 5 quilos, porque cada prato tem 20 quilos." 29: "Aí vírgula, pois cada prato tem 20 quilos."
	5	05: "Esse aqui vale 10, e esse 5, pra que esse aqui seja igual tem que dar um jeito desse aqui valer 10 pra ficar igual." 28: "Pra balança ficar igual." 04: "A balança tem que ficar equilibrada né?" 05: "Então cada um desse tem que valer 5."
	6	18: "5, 10, 15, 20. E aqui 5, 10, 20. Cada bolinha deve pesar 5 quilos."
	7	33: "Oh, se aqui tem 15 e aqui tem 5, aqui tem 3 bolas e aqui só tem uma, então cada bola dessa pesa 5 quilos." 19: "É, e aí dá 20." 33: "20 quilos cada balança. Resposta, há 20 quilos em cada prato."
Trajetos ao acaso	3	10: "Nessas bolinha eu acho que cabe 5 em cada bolinha." 20: "Mas é a bolinha que tá procurando." 10: "Não tá falando nada dessa bolinha?" 20: "Então eu acho que é 5 quilos." 10: "Pera um pouco oh..." 12: "Eu acho que é 10 dividido por 5." 10: "Não oh, esses aqui tão na mesma altura. Aqui tem 15 quilos e uma bolinha, aqui tem 5 quilos e uma bolinha." 12: "Hummm, é mesmo." 20: "Então cada uma equivale a 15 quilos."

Fonte: Autora

Analizando os diálogos dos Grupos 1, 2, 4, 5, 6 e 7 é possível categorizar as estratégias deles como *análise de meios/fins*. Ao realizarem a leitura do problema, os grupos relacionavam os objetos cujos pesos estavam descritos no enunciado com o estágio final solicitado pelo problema, que corresponde à balança permanecer em equilíbrio. Buscando, assim, a resposta para o problema. Apresentamos o diálogo do Grupo 4 para exemplificar essa estratégia.

29: *"Aí a gente colocaria como explicação que a gente somou 5 mais 10 é 15. Se a gente fosse colocando 1, não ia dar, 2 não ia dar, 3 também não ia dar e aí a gente chegou no resultado 5. Aí a gente coloca a resposta, como até chegar o resultado..."*
22: *"Como somando 5 quilos, porque cada prato tem 20 quilos."*
29: *"Aí virgula, pois cada prato tem 20 quilos."*

Já o Grupo 3 buscou relações aletórias, sem analisar com cautela os dados dispostos no problema. Apresentados abaixo uma parte do diálogo do Grupo 3.

10: *"Nessas bolinha eu acho que cabe 5 em cada bolinha."*
20: *"Mas é a bolinha que tá procurando."*
10: *"Não tá falando nada dessa bolinha?"*
20: *"Então eu acho que é 5 quilos."*
10: *"Pera um pouco oh..."*
12: *"Eu acho que é 10 dividido por 5."*

10*: “Não oh, esses aqui tão na mesma altura. Aqui tem 15 quilos e uma bolinha, aqui tem 5 quilos e uma bolinha.”*
12*: “Hummm, é mesmo.”*
20: *“Então cada uma equivale a 15 quilos.”*

Sobre a análise das estratégias encontradas no diálogo entre os alunos durante a resolução do problema 1, podemos concluir que tanto a *análise de meios/fins* como *trajetos ao acaso* podem levar o solucionador a resolver corretamente o problema, pois de acordo com o Quadro 33, tais grupos acertaram tal questão. Porém, Chi e Glaser (1992) relataram que algumas estratégias são mais apropriadas devido à natureza da tarefa e outras pouco eficazes.

Segundo Chi e Glaser (1992), as estratégias adotadas pelos solucionadores estão diretamente relacionadas com o conhecimento que o sujeito possui. Para Sternber (2000), os alunos que utilizam de boas estratégias possuem conhecimento declarativo e de procedimento apropriado. Podemos inferir, então, que os Grupos 1, 2, 4, 5, 6 e 7 que utilizaram a estratégia *análise de meios/fins* possuem conhecimento sólido sobre “saber o quê”, conhecimento declarativo, e o “saber como”, conhecimento procedimental, do que o Grupo 3, que para o problema 1 utilizou a estratégia *trajetos ao acaso.*

Dos sete grupos que compõem nosso grupo de análise, seis optaram por *análise de meios/fins*, foram eles, Grupo 1, 2, 4, 5, 6 e 7. Os alunos que pertencem a estes Grupos relacionaram o contexto de a balança estar em equilíbrio e alguns dos pesos já estarem especificados com o fato de que a balança deveria continuar em equilíbrio e que para isso a única possibilidade era o objeto desconhecido ter uma massa de 5 quilos.

Já o Grupo 3 fez uso da estratégia *trajetos ao acaso,* na qual o solucionador estabelece relações ao acaso. O problema enfrentado por solucionadores que fazem a opção por essa estratégia é que ela exige muito da memória, para que não se façam várias vezes uma operação que já tenha sido realizada (CHI; GLASER, 1992).

Ao analisarmos as folhas das resoluções foi possível perceber que muitas das estratégias verbalizadas pelos alunos não estavam neste material. Percebemos também que mesmo pedindo para que estes alunos não apagassem as estratégias erradas, muitos não seguiram essa solicitação, encontramos alunos resolvendo o problema no caderno de matemática, em folha rascunho ou até mesmo na carteira. Ao reforçarmos o pedido para que fizessem as estratégias na folha, um aluno do Grupo 6 disse para a pesquisadora que estava resolvendo em folha rascunho porque não queria que a pesquisadora visse os erros por ele cometidos, comportamento semelhante ao que Christo (2006) relatou em sua dissertação: que os alunos resolviam as atividades na carteira.

Relembramos que cada aluno recebeu uma folha com o enunciado do problema e que todas elas foram recolhidas antes da exposição das estratégias na lousa. Como em todas as quatro folhas que compunham cada grupo as estratégias realizadas eram as mesmas, escolhemos a resolução mais nítida, com letra mais legível e escrita mais escura para representar o grupo.

Apresentaremos no Quadro 36 as estratégias apresentadas nas folhas de resolução pelos Grupos 1, 2, 4, 5, 6 e 7.

Quadro 36: Resolução apresentada pelos Grupos 1, 2, 4, 5, 6 e 7.

Grupo/ Aluno	Estratégia análise de meios/fins
G1 A30	R: Vamos supor um prato da balança tem uma bola de 5 Kg e 10 Kg e do outro lado da balança tem 3 bolas e 5 Kg e o significado quer dizer que cada prato há 20 Kg.
G2 A32	R: (G) Cada prato contém 20 KG, e chegamos a esta conclusão supondo que as bolas ~~tem 5 KG~~ tinham 5 KG cada,
G4 A3	R: De um deposito tem 10 Kg e o outro tem 5 Kg a circunferencia também tem 5 Kg pois se colocarmos outro número os pesos não ficariam igualados Em cada prato há exatamente 20 Kg.
G5 A2	R: Cada prato da balança pesa 20 Kg; pois cada esfera pesa 5 Kg
G6 A35	10 + 5 + 5 20 → o Valor de Cada Balança R: 20 kg é o valor de cada prato balança. ao todo são 40 kg 5 kg cada Bola.

G7 **A7**	R: No prato 1 há 3 bolas e um peso de 5 Kg, e no prato 2, 1 bola, 1 peso de 5 Kg e 1 de 10 Kg; ou seja, 2 bolas trocados por 1 peso de 10 Kg = 70÷2=5 cada bola pesa 5 Kg. Prato 1 = 5x4 = 20 Prato 2 = 5x2+10 = 20

Fonte: Autora

O diálogo dos Grupos 1, 2, 4, 5, 6 e 7 caracterizava suas estratégias como *estratégia meios/fins,* porém, não é possível perceber esta estratégia na folha entregue por eles com a resolução do problema 1.

Na Figura 1, abaixo, encontramos a estratégia escolhida pelo Grupo 3 para resolver o problema 1.

Figura 1: Resposta apresentada pelo aluno 12 - Grupo 3 - Problema 1

5+5+5+5=20 Kg 5+5+10=20Kg

Fonte: Aluno 12 – Grupo 3

Como descrevemos anteriormente, a estratégia verbalizada pelos alunos do Grupo 3 durante a resolução do problema 1 foi *trajetos ao acaso.* Aleatoriamente os alunos deste Grupo começaram a falar possíveis resultados sem testá-los. Entretanto, não conseguimos visualizar essa estratégia ao analisarmos a resposta entregue na folha pelo Grupo. Lima (2014) buscou identificar as estratégias utilizadas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas de matemática. Esse autor relata que os alunos são mais criativos e verbalizam mais estratégias do que as descrevem na folha de resolução. Segundo ele, esse comportamento pode ser justificado pela preocupação excessiva destes alunos com a maneira de se respresentar no papel aquilo que foi dito.

O Quadro 37 apresenta as estratégias utilizadas pelos grupos para resolver o problema 2.

Quadro 37: Estratégias do Problema 2

Estratégias	Grupo	Diálogos
Trajetos ao acaso	1	30: "Ele acertou 8." 21: "Por que?" 30: "Porque 8 + 8 é 16." 21: "16 vezes 3 é 48. Também não é. E se 16 - 3 é 13. Ele acertou 13 perguntas..." 37: "Gente, vamos supor assim, vamos supor que nós ganhamos 8 e perdemos 8. Então 8 vezes 5 é 40. E 8 vezes... 3 vezes 8 são 24. 40 menos 24 são 16."
	2	16: "Dezesseis perguntas…dividir 16 por 8 dá 22…estou chutando tudo….tem que usar o "E" da questão da matriz." 06: "A cada erro ele perdia R3,00…se ele saiu devendo 8…então faz meia..." 32: "A gente vai ter que fazer a raiz quadrada?"
	3	20: "Ei, eu acho que foram 4. 12- Eu acho que é 5 dividido por 6." 20: "Acho que é dividido. Acho que é um número dividido." 10: "Vamos fazer 16 vezes 5 pra gente ver quanto que vai dá se ele tivesse acertado tudo." 20- Mas não tem que usar todos os números? 12 – Mas nós uso todos os números. 20- Nós uso o 16, o 8... não não. 12- Nós só usou o 3 e o 5. Aí faltou o 8.
	4	22: "Porque ele saiu devendo R$8,00. E aí, tipo assim, quantas questões Pedro acertou? Entendeu? Aí a gente já faz... 80 – 8 vai dar 72, 72." 22: "5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65,70..." 29: "Não bate." 23: "Será que tem que arredondar pra 70." 29: "... E se ele acertasse as 16 perguntas o amigo dele teria que dar os R$ 80,00 pra ele. Então é 16 dividido por 8, 80 dividido por 8." 29: "Como ele ganharia R$ 80,00 se ele acertasse, ele está com R$65,00. Ele acertou 11 perguntas, então ele errou 5..." 23: "Eu tinha feito uma conta aqui que tinha 11 e 3."
	5	05: "Aqui tem que dar 8, 8 reais. Então ele deve ter acertado ou errado 3 questões e meia." 02: "No caso ele ia receber R$80, 00 se acertasse as 16. Só que ele saiu devendo 8, né." 05: "E se tira 8... Tá, quantos deu aí?" 02: "Deu 72 reais." 28: "Agora pega esse 72 e divide por 8." 28: "Eu fiz assim aqui agora, 16 menos 9 vai dar 7, aí eu peguei, 7 mais 9 que deu 16."
	6	34: "Vamos fazer assim, nós pega 16 perguntas vezes 5, aí o resultado que der a gente divide por 8." 18: "80 dividido por..." 11: "Não 9." 18: "Dividido por 16." 11: "Aí você faz 16 dividido por 3 que vai sobrar 5, aí a gente faz coloca mais 3..."
	7	14: "Quanto que é 16 vezes 3? 6 vezes3? 13: "80 dividido por 2."
Gerar e testar	2	32: "É, é exatamente essa a resposta. Exatamente. Se ele acertasse todas ele iria ganhar R$80,00, se ele errasse todas estaria devendo R$48,00…" 32: "Então, foi Isso que eu fiz, 6 vezes 5 deu 30, 10 vezes 3 deu 30. Ou seja, se ele acertasse 6 questões e errasse 10 questões ele não ia ficar devendo nada. Se ele vai estar devendo, então vou ter que diminuir…e aumentar isso aqui pra 1…" 32: "Acertou 5 e errou 11!"
	3	10: "São 16 perguntas, não são? E se ele tivesse errado 10? Cada erro ela perde 3, então é 10 vezes 3." 20: "Vamos fazer agora 5 certas e 11 erradas."
	4	29: "Então a gente faz 5 perguntas certas e 11 perguntas erradas." 22: "Ou pode ser 8 perguntas certas e 8 erradas." 29: "Que também daria 16, meio a meio." 29: "Calma, hoje o mar não está para peixe." (risos) 22: "Pode isso?" 29: "Rapidinho, cada uma faz um, eu faço 11 e 5, você 8 e 8."

Fonte: Autora

Todos os grupos no início da resolução do problema utilizaram da estratégia *trajetos ao acaso.* Analisando o diálogo do Grupo 6 é possível perceber as relações estabelecidas por este grupo na tentativa de encontrar a resposta correta do problema 2.

34: *"Vamos fazer assim, nós pega 16 perguntas vezes 5, aí o resultado que der a gente divide por 8."*
18: *"80 dividido por..."*
11: *"Não 9."*
18: *"Dividido por 16."*
11: *"Aí você faz 16 dividido por 3 que vai sobrar 5, aí a gente faz coloca mais 3..."*

Um dos fatores que corrobora para a escolha desta estratégia é a dificuldade de compreender a natureza do problema, levando o solucionador a relacionar todos os dados em busca de uma resposta.

Os Grupos 2, 3 e 4 iniciam a resolução com a estratégia *trajetos ao acaso* e ao compreenderem as relações estabelecidas no enunciado do problema, mudaram de estratégia para *gerar e testar.* Para exemplificar essa estratégia, retomamos a fala do aluno 32 do Grupo 2, que gera 16 respostas corretas e testa esses números percebendo que esse resultado não satisfaz ao proposto pelo enunciado, em seguida gera 16 respostas erradas e testa para verificar o resultado, e assim sucessivamente até encontrar a resposta correta.

32: *"É, é exatamente essa a resposta. Exatamente. Se ele acertasse todas ele iria ganhar R$80,00, se ele errasse todas estaria devendo R$48,00… Então, foi isso que eu fiz, 6 vezes 5 deu 30, 10 vezes 3 deu 30. Ou seja, se ele acertasse 6 questões e errasse 10 questões ele não ia ficar devendo nada. Se ele vai estar devendo, então vou ter que diminuir…e aumentar isso aqui pra 1… Acertou 5 e errou 11!"*

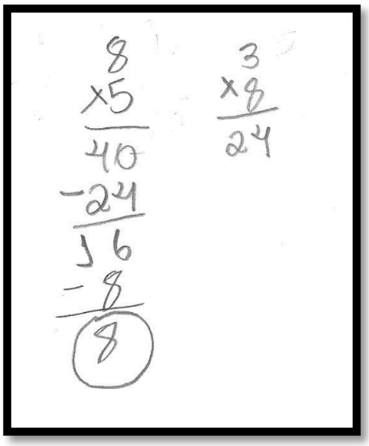
Chi e Glaser (1992) descrevem que a estratégia *gerar e testar* é geralmente utilizada por quem tem pouco conhecimento sobre os conceitos abordados e que pode corroborar de maneira mais significativa para o sucesso da resolução quando os dados do problema possibilitam uma quantidade de relações relativamente pequenas. Para o problema 2, pensando em um total de 16 questões, ele teria o máximo de 16 tentativas.

A fala do aluno 32 também exemplifica o momento em que ele compreende a situação na qual o problema se insere e explica para os demais alunos do grupo. Esse momento coincide com a troca de estratégia do grupo, momento em que eles passam da estratégia *trajetos ao acaso* para *gerar e testar*.

Após analisar o diálogo dos alunos em busca da estratégia utilizada pelos Grupos durante a resolução do problema 2, encontramos as estratégias *trajetos ao acaso* e *gerar e testar*. O uso da estratégia *trajetos ao acaso* esteve atrelada à não compreensão do problema, assim como aconteceu no problema 1, resultando em relações aleatórias.

A Figura 2 ilustra a estratégia do Grupo 1 apresentada na folha para resolver o problema 2

Figura 2: Resposta apresentada pelo aluno 30 - Grupo 1 - Problema 2



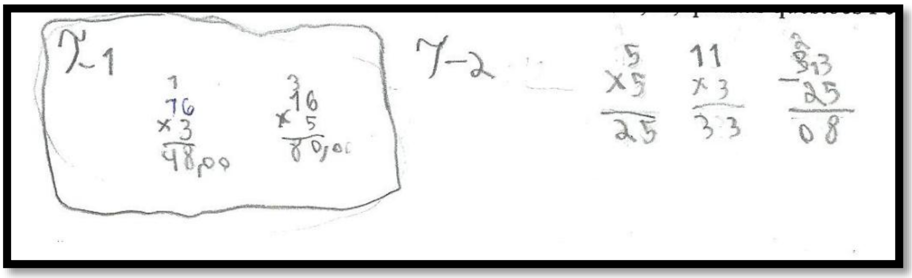
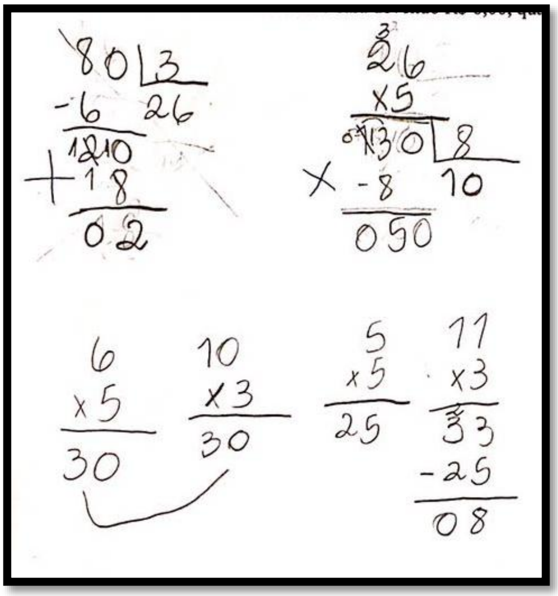
Fonte: Aluno 30 – Grupo 1

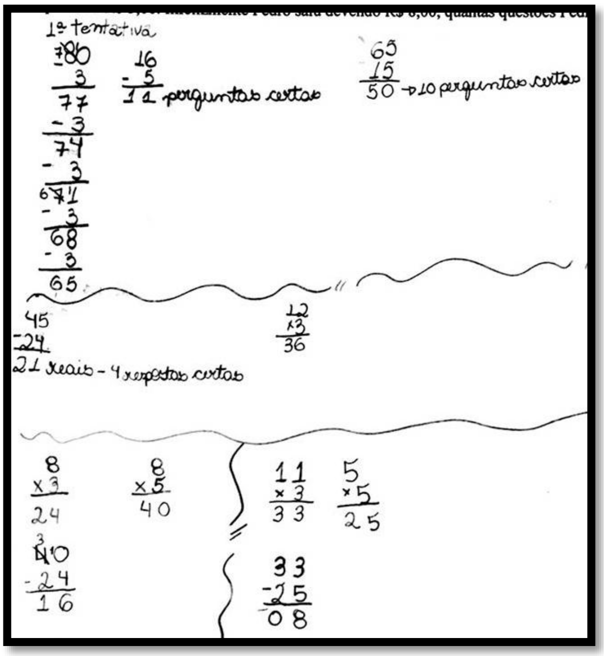
Foi possível perceber no diálogo do Grupo 1 que eles utilizaram a estratégia *trajetos ao acaso* para a resolução do problema. Dentre todas as operações que eles verbalizaram, apenas a resolução apresentada na Figura 2 foi descrita na folha. Eles sabiam que o resultado da situação na qual o problema estava inserido deveria ser RS8,00 e, assim, quando encontraram uma relação que resultou em 8, eles identificaram como correta. Porém relacionaram números ao acaso, e acabaram errando a resolução do problema.

Para que a construção do conhecimento não aconteça de maneira equivocada e faça com que o aluno vivencie a situação proposta pelo problema, o professor pode proporcionar aos seus alunos um momento para trabalhar com o material concreto. Para esse problema em particular a professora poderia ter oportunizado aos alunos um momento para participar de um jogo de perguntas e respostas com as mesmas regras do jogo descrito no problema. Para Martins (2015), é muito importante trabalhar com os alunos diferentes estratégias para se resolver um problema e principalmente fornecer ao aluno um ambiente propício a isso, neste caso, o material concreto pode ajudar o aluno a identificar seu erro, tornando a situação mais próxima de sua realidade e transformando a sala de aula em um cenário investigativo.

Apresentaremos no Quadro 38 as estratégias apresentadas pelos Grupos 2, 3 e 4 com a intenção de ilustrar a estratégia *trajetos ao acaso* e depois *gerar e testar* escolhida por eles para resolver o problema 2.

Quadro 38: Resolução apresentada pelos Grupos 2, 3 e 4.

Grupo/Aluno	Estratégia gerar e testar
G2 A32	
G3 A10	

G4 **A22**	

Fonte: Autora

Como já mencionamos, os Grupos 2, 3 e 4 utilizaram dois tipos de estratégia, primeiro eles fizeram *trajetos ao acaso*. Diferentemente do que aconteceu no problema 1, é possível perceber algumas características dessas estratégias ao olharmos para as resoluções apresentadas por estes Grupos.

O Grupo 2 apresenta tentativas de resolução, que o Grupo chamou de T1 e T2. Na tentativa T1 eles geraram e testaram o número 16, sugerindo que Pedro tivesse acertado as 16 questões, como o resultado encontrado não satisfazia as condições do enunciado do problema eles continuaram a gerar e testar números até encontrar a resposta correta. Os três Grupos resolveram o problema com êxito.

Ao analisarmos as operações apresentadas pelo Grupo 3, na parte superior da folha (Quadro 38), identificamos números abordados pelo enunciado, tais como o 8 e o 3, e outros não, que é o caso dos números 5 e 80. Estes números foram utilizados pelos Grupo 3 em relações que envolvem múltiplo e divisor desvinculados de uma possível resolução do problema. Estas relações abordadas ao acaso nos ajudam a caracterizar a estratégia apresentada na folha tal como a estratégia analisada na fala, como estratégias *trajetos ao acaso*.

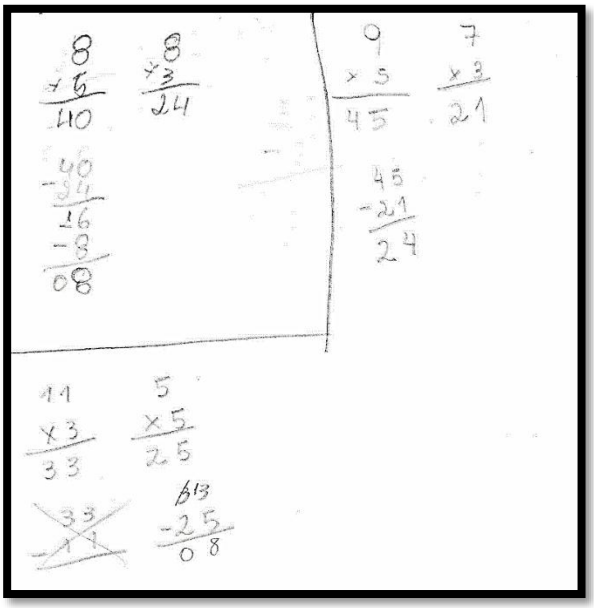
Ao analisarmos a parte inferior da folha apresentada pelo Grupo 3, conseguimos identificar a estratégia *gerar e testar*. O Grupo 3 começa a estabelecer relações entre os dados do problema e se aproximam de uma possível resolução do problema 2. Gerando e testando o número 30 como possível resposta, logo após, gera e testa para o número 28, conseguindo, assim, resolver corretamente o problema 2.

O Grupo 4 iniciou sua estratégia com *trajetos ao acaso* com o número 80, realizando 5 subtrações sucessivas, 80 – 3 = 77, 77 – 3 =74, até que o resultado da subtração fosse 65. Sua segunda operação também é uma subtração, 16 – 5 = 11, acarretando na primeira resposta para o problema, 11 perguntas certas. O grupo realizou mais algumas operações aleatórias até trocar de estratégia.

Nas duas últimas partes da folha dos alunos do Grupo 4 (Quadro 38) identificamos a estratégia *gerar e testar*. Os alunos geram o número 8 como o total de respostas corretas e testam seus resultados, logo após geram o número 11 e encontram a resposta correta do problema 2.

Apresentamos a estratégia do Grupo 5 na Figura 3.

Figura 3: Resposta apresentada pelo aluno 5 - Grupo 5 - Problema 2



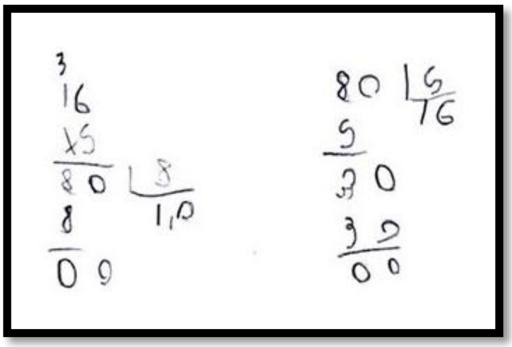
Fonte: Aluno 5 – Grupo 5

Como podemos observar na Figura 3, o Grupo 5 utiliza grande parte do seu tempo realizando operações ao acaso, inferindo a estratégia *trajetos ao acaso* a qual também foi identificada no diálogo desse Grupo. Um dos integrantes do grupo chega a verbalizar os cálculos de uma operação inversa e acredita que chegou ao resultado, como descrito na fala do aluno 28: *"Eu fiz 8 menos 5 dá 3, 8 menos 3 dá 5 eu peguei o resultado dessa e dessa somei e deu 8."*.

Quando a pesquisadora foi desligar o gravador do Grupo 5, eles pediram mais um tempo para terminar os cálculos. Ao recolher as folhas, havia a resposta correta nelas, juntamente com outras tentativas, o que nos leva a inferir que o Grupo 5 também fez uso da estratégia *gerar e testar*, entretanto, nas falas do grupo não há tais registros.

A Figura 4 representa a estratégia utilizada pelo Grupo 6 para resolver o problema 2.

Figura 4: Resposta apresentada pelo aluno 18 - Grupo 6 - Problema 2

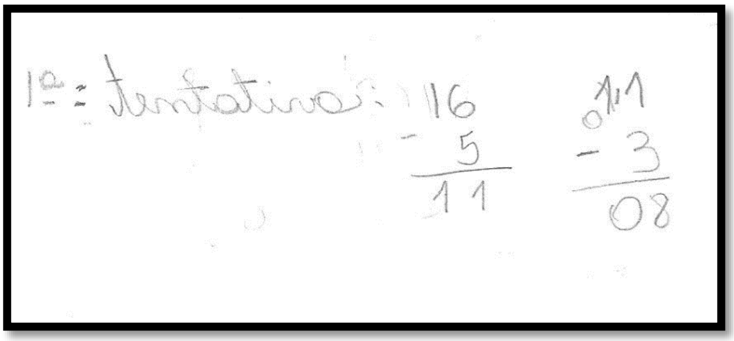


Fonte: Aluno 18 - Grupo 6

O Grupo 6 não conseguiu compreender o problema como um todo. Eles ficavam falando valores aleatórios, sistematizaram apenas duas estratégias e não conseguiram resolver o problema com êxito. Os cálculos apresentados na folha (Figura 4) ilustram as operações executadas por eles. E assim, as estratégias identificadas na folha e na fala foram categorizadas como *trajetos ao acaso*.

A Figura 5 ilustra a tentativa do Grupo 7 para resolver o problema 2.

Figura 5: Resposta apresentada pelo aluno 13 - Grupo 7 - Problema 2



Fonte: Aluno 13 – Grupo 7

O grupo 7 também utilizou da estratégia *trajetos ao acaso*, esse grupo não conversou muito sobre as estratégias, apenas verbalizou as operações realizadas, os alunos passavam grande parte do tempo em silêncio, resolvendo de maneira individualizada. As características apresentadas pelo Grupo 7, também foram descritas por Puti (2011), que em seu trabalho observou a existência de grupos que discutem as estratégias e outros que, mesmo estando organizados em grupo, resolvem a atividade individualmente.

Dos 7 grupos que responderam ao problema 2, apenas 4 grupos chegaram à resposta correta, são: Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4 e Grupo 5. Todos estes grupos iniciaram a resolução utilizando *trajetos ao acaso*. Conforme foram desenvolvendo a atividade, com mais leituras do enunciado, discussão entre os alunos e com a mediação da pesquisadora, esses grupos trocaram de estratégia, migraram para a *gerar e testar* e conseguiram resolver corretamente o problema.

O Quadro 39 aborda o diálogo dos alunos durante a resolução do problema 3 buscando identificar a estratégia que cada Grupo utilizou.

Quadro 39: Estratégias do Problema 3

Estratégia	Grupo	Diálogo dos alunos
Trajetos ao acaso	3	20: "3 vezes 5, quinze." 12: "Dá 150... Dá 150." 12: "Dá 150, aí nóis divide por três." 20: "Não, acho que nós vamos ter que dividir dois anos atrás." 24: "Oh..., olha aqui, ó ela tem 50 anos. O triplo da minha idade há dois anos atrás. Então se ela tem 50 anos, ela tinha 48. 48 o triplo."
	4	29: "Vamos supor que ela tem 28." 22: "Ela deve ter uns 30 anos." 23: "Isso há dois anos atrás ela vai ter 28." 23: "Vezes 3." 29: "E que tipo seria? 50 vezes 3 e o resultado divide..." 03: "16 menos 2 é 14. 14 mais 28 anos é quanto?" 23: "Não... é 16 ó. Não gente, 2, aqui tá falando assim a 2 anos atrás. Por que sobra 2? Os 2 anos atrás." 22: "O meu deu 48. Vezes 3 deu 48. 50 menos 2 deu 48." 23: "Agora faz 48 dividido por 2." 22: "24."
	5	02: "Então vamos lá, 50 vezes 3." 28: "Não dá assim. 50 vezes 3 é 150." 03: "Qualquer coisa divide por 2." 02: "50 dividido por 2 vai dar 25." 28: "Vezes 3." 12: "75" 28: "Se ela tivesse 23, hoje ela tem 56. Porque 23 vezes 2 dá 56." 28: "Divide 50 por 2 vai dar 25. 25 menos 2 vai dar 23."
	6	34: "Cê entendeu, 3 vezes 48." 18: "Três vezes 48? De onde que você tirou o 48?" 34: "Aqui há dois anos atrás, aqui é 50 anos." 18: "3 vezes 4 dá, 3, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, dá 14. A professora tem 144 anos. (risos). E agora, o que nós faz com esse 144?" 34: "Divide por 50 eu acho." 18: "Divide por 50 então. Não, é claro que não... ela ia ficar com menos de dois anos.Quanto é 48 dividido por 3?" 34: "16." 18: "E depois, como fica?" 34: "66."
	7	15: "Eu já achei a resposta. Quando você faz 30 dividido por 3 dá 31. Aí você tira os dois anos atrás e dá 29. Então a Professora tem 29."
Estabelecimento de subobjetivos	2	32: "Três vezes 28 dá quanto? Vamos fazer essa conta 3 vezes 28." 16: "Você sabe se a professora tem 28 anos?" 17: "A gente tá chutando né." 16: "O triplo da idade dela tem que dar mais de 50 anos. O triplo da minha idade a dois anos atrás é igual a minha idade hoje, mais de 50 anos. Então..." 32: "To tendo uma ideia. Eu faço que nem ela. O triplo da minha idade há dois anos atrás. Então eu faço assim, se eu tenho 10 anos eu faço 10 vezes 3 que vai dar trinta. É igual a minha idade hoje mais 50." 17: "Então assim, 12 mais 50 que é 62." 17: "Eu fiz assim, há dois anos atrás ela teria 26 anos, aí eu fiz 26 vezes 3 que deu 78. Aí eu fiz a idade dela agora que é 28 anos mais 50 anos que deu 78."
Gerar e testar	1	26: "O Triplo da idade a dois anos atrás... e eu acho que ela tem 30. Aí deu 84 e eu fiz menos 50 e deu 34. Se eu faço isso menos 50 tem que dar a idade dela. Então não deu o que eu preciso. Tenho que fazer com outra idade." 30: "Vou fazer isso. Mas vou fazer com a minha idade, vai que ela é um gênio e entrou na faculdade nova."
	5	28: "Vamos supor que ela tenha 30 anos, então há dois anos atrás ela tinha 28. Então a gente faz 28 vezes 3 e depois a gente pega o 28 e soma 50." 02: "Então ela não tem 28. Vamos supor que ela tem 25. Há dois anos atrás 23." 28: "23 vezes 3 é 76. Você entendeu?" 12: "Mais 23 mais 50." 28: "Não, vai dar 73 dai." 28: "Se a gente fizer 25. 25 vezes 3 dá 75. 50 mais 25 também dá 75."
	7	27: "Então primeiro a gente faz o que? Primeiro faz 29 vezes 3?" 8: "29 não, é 27 vezes 3. 29 é a idade dela hoje." 27: "Ata." 8: "27 vezes 3 deu quanto? O meu deu 81." 15: "81." 27: "81." 8: "Agora 81 menos 50 dá 31." 27: "Vamos tentar com um bem pertinho? O 28?"

Fonte: Autora

Todos os Grupos fizeram a leitura do enunciado do problema e começaram a fazer suposições sobre possíveis respostas para o problema. Em seguida, todos os grupos começaram a estabelecer relações entre os dados do problema na tentativa de solucioná-lo. Os Grupos 3, 4, 5, 6 e 7 começaram a relacionar os dados de maneira aleatória, como podemos constatar no diálogo do Grupo 6.

34: *"Cê entendeu, 3 vezes 48."*
18: *"Três vezes 48? De onde que você tirou o 48?"*
34: *"Aqui há dois anos atrás, aqui é 50 anos."*
18: *"3 vezes 4 dá, 3, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, dá 14. A professora tem 144 anos. (risos). E agora, o que nós faz com esse 144?"*
34: *"Divide por 50 eu acho."*
18: *"Divide por 50 então. Não, é claro que não... ela ia ficar com menos de dois anos.Quanto é 48 dividido por 3?"*
34: *"16."*
18: *"E depois, como fica?"*
34: *"66."*

O Grupo 6, assim como os Grupos 3, 4, 5 e 7, utilizou inicialmente a estratégia *trajetos ao acaso* para resolver o problema. Em seguida, os Grupos 5 e 7 começaram a compreender as relações do enunciado até que solucionaram o problema. Já o Grupo 1 utilizou uma sequência de ações desde o início de sua resolução. É possível perceber o uso da estratégia *gerar e testar* neste trecho do diálogo do Grupo 7 quando o Grupo gera o número 29 e o testa, em seguida faz o mesmo para o número 28, conforme verificamos abaixo:

27: *"Então primeiro a gente faz o que? Primeiro faz 29 vezes 3?"*
08: *"29 não, é 27 vezes 3. 29 é a idade dela hoje."*
27: *"Ata."*
08: *"27 vezes 3 deu quanto? O meu deu 81."*
15: *"81."*
27: *"81."*
08: *"Agora 81 menos 50 dá 31."*
27: *"Vamos tentar com um bem pertinho? O 28?"*

Essa sequência de ações exemplifica a estratégia dos Grupos 1 e 7 como *gerar e testar*, na qual os grupos possuem soluções em potencial que os auxiliou e conduziu a resolução correta do problema 3.

O diálogo do Grupo 7 descreve, também, o momento em que o aluno 08 compreende o enunciado e explica para os demais membros do grupo a sequência lógica identificada por ele para resolver o problema. E assim, como ocorreu no problema 2, o momento em que o aluno compreende o problema é o mesmo momento em que eles mudam de estratégia, e conseguem resolver corretamente o problema.

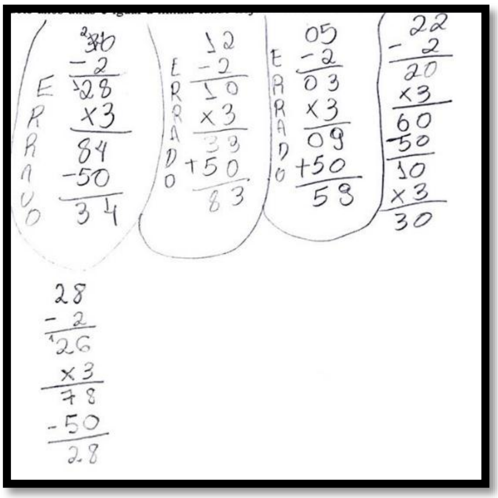
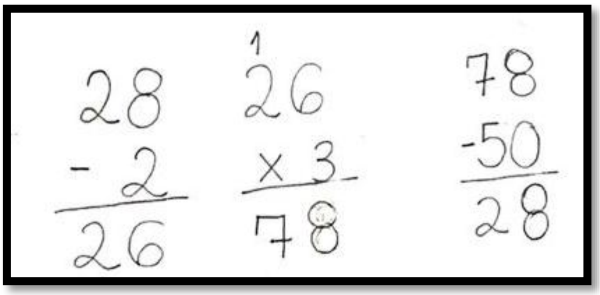
O Grupo 2 foi o único que utilizou a estratégia *estabelecimento de subobjetivos* transformando o espaço do problema em espaços menores, como podemos verificar no diálogo abaixo quando o aluno 16 relata que o triplo do número que estão procurando deve ser maior que 50.

32: "Três vezes 28 dá quanto? Vamos fazer essa conta 3 vezes 28."
16: "Você sabe se a professora tem 28 anos?"
17: "A gente tá chutando né."
16: "O triplo da idade dela tem que dar mais de 50 anos. O triplo da minha idade há dois anos atrás é igual a minha idade hoje, mais de 50 anos. Então..."
32: "To tendo uma ideia. Eu faço que nem ela. O triplo da minha idade há dois anos atrás. Então eu faço assim, se eu tenho 10 anos eu faço 10 vezes 3 que vai dar trinta. É igual a minha idade hoje mais 50."
17: "Então assim, 12 mais 50 que é 62. Eu fiz assim, há dois anos atrás ela teria 26 anos, aí eu fiz 26 vezes 3 que deu 78. Aí eu fiz a idade dela agora que é 28 anos mais 50 anos que deu 78."

Mais uma vez é possível perceber que a escolha da estratégia está diretamente relacionada à compreensão que os alunos possuem do problema. Quando o aluno entende o problema, a relação que ele começa a estabelecer entre as informações do problema não são mais aleatórias e o aproxima da solução correta. Inferindo que esse aluno possui um maior domínio do conhecimento declarativo.

O Quadro 40 apresenta as estratégias encontradas na folha do problema 3 resolvidas pelo Grupo 1 e pelo Grupo 7.

Quadro 40: Resolução apresentada pelos Grupos 1 e 7.

Grupo/Aluno	Estratégia gerar e testar
G1 **A30**	
G7 **A14**	

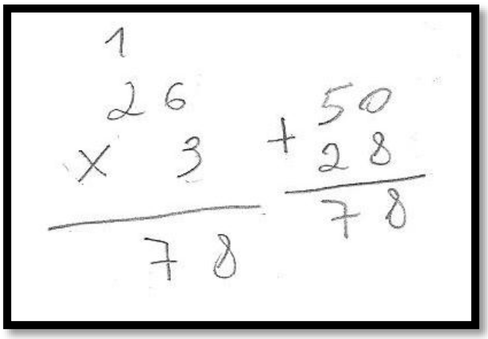
Fonte: Autora

O Grupo 1 apresenta um padrão em suas estratégias, eles escolhiam um número, subtraiam 2 para encontrar a idade há dois anos e multiplicavam esse resultado por 3 para encontrar o triplo. Analisavam, em seguida, o resultado encontrado com essas operações, se o número fosse muito alto para representar a idade da Professora eles subtraiam 50, agora se o resultado fosse um número muito baixo eles adicionavam 50. O fato de gerar um número e testá-lo, caracterizou a estratégia do Grupo 1 como estratégia *gerar e testar*.

As estratégias presentes na fala do Grupo 7 (Quadro 37) foram, inicialmente, *trajetos ao acaso* e, em seguida, *gerar e testar,* porém, não é possível identificar essa estratégia na folha entregue pelo Grupo 7.

A Figura 6 ilustra a resolução apresentada pelo Grupo 2 para resolver o problema 3.

Figura 6: Resposta apresentada pelo aluno 31 - Grupo 2 - Problema 3

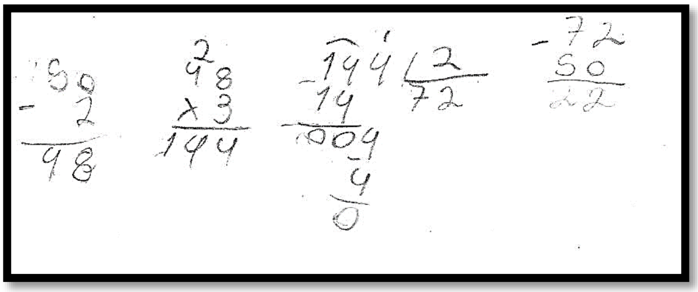


Fonte: Aluno 31 – Grupo 2

O Grupo 2, conforme a descrição da fala (Quadro 37), iniciou o problema reduzindo-o para uma idade conhecida, a deles. Em seguida perceberam que o triplo da idade da professora obrigatoriamente deveria ser maior que 50 anos, dividindo o problema em dois problemas menores e estabelecendo novos objetivos, logo a estratégia por eles traçada foi categorizada como *estabelecimento de subobjetivos,* porém, não conseguimos visualizar esta estratégia analizando a folha entregue pelo Grupo 2, que apenas apresenta a última estratégia executada por eles.

A estratégia presente nos diálogos dos Grupos 3, 4 e 6 durante a resolução do problema 3 foi categorizada como estratégia *trajetos ao acaso*. Buscamos com a Figura 7 apresentar a estratégia encontrada na folha do problema 3 resolvidas pelo Grupo 3.

Figura 7: Resposta apresentada pelo aluno 24 - Grupo 3 - Problema 3

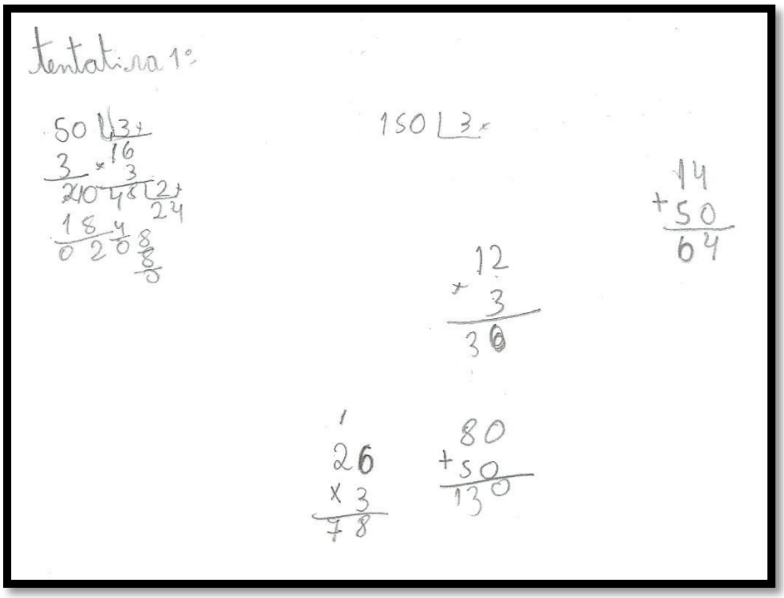


Fonte: Aluno 24 – Grupo 3

A organização dos dados apresentados pelo Grupo 3 apontam relações estabelecidas de maneira aleatória, desvinculada do enunciado do problema 3. Um exemplo dessa falta de relação pode ser percebido com a operação, 144:2, porque em nenhum momento o enunciado aborda divisibilidade.

A Figura 8 ilustra a estratégia apresentada na folha do problema 3 resolvida pelo Grupo 4.

Figura 8: Resposta apresentada pelo aluno 03 - Grupo 4 - Problema 3

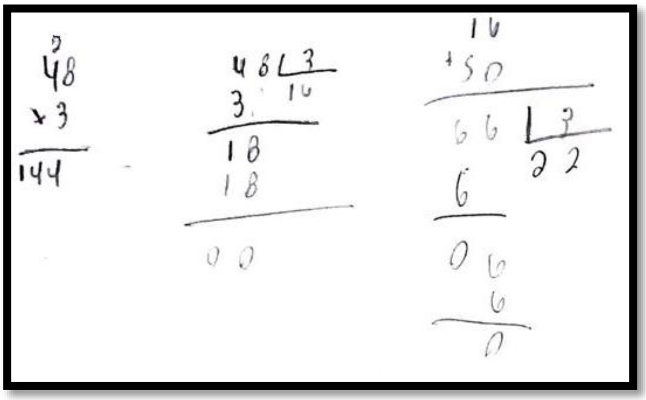


Fonte: Aluno 03 – Grupo 4

A estratégia *trajetos ao acaso* pode ser verificada em várias operações realizadas pelo Grupo 4 (Figura 8). Eles apresentam divisões não sistematizadas e com números aleatórias, por exemplo: 50:3, o resultado x3, e em seguida divide por 2. O Grupo relacionou de maneira aleatória os dados apresentados no enunciado e, assim, sua estratégia da folha também foi categorizada como *trajetos ao acaso*, assim como, a estratégia presente na fala do Grupo 3 (Quadro 39).

A Figura 9 apresenta a resolução para o problema 3 criada pelo grupo 6.

Figura 9: Resolução apresentada pelo aluno 11 - Grupo 6 - Problema 3

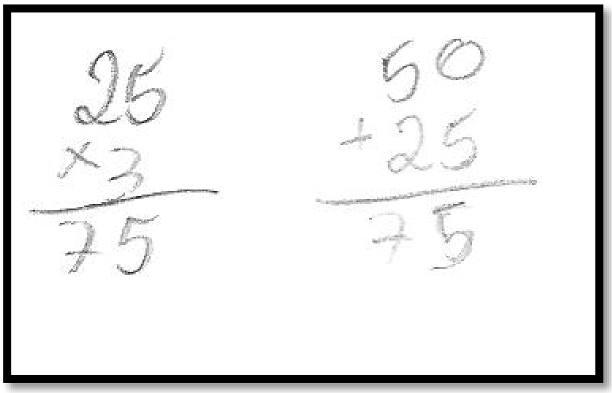


Fonte: Aluno 13 – Grupo 6

Analisando a resolução apresentada na folha pelo Grupo 6, encontramos as operações 48x3 e 48:3, apontando as estratégias deles na tentativa de resolver o problema. Estas operações ao acaso vão ao encontro do que percebemos nas falas do Grupo 6 (Quadro 39), caracterizando como *trajetos ao acaso*. Segundo Brito (2006), por terem o ensino de matemática focado em algoritmos e como utilizá-los, muitos alunos acabam falhando quando necessitam dessas aplicações em situações distintas.

A Figura 10 representa a resposta do Grupo 5 para o problema 2.

Figura 10: Resposta apresentada pelo aluno 5 - Grupo 5 - Problema 3



Fonte: Aluno 5 – Grupo 5

Ao analisarmos as falas dos alunos do Grupo 5 (Quadro 39), categorizamos inicialmente a resolução com a estratégia *trajetos ao acaso*, fazendo uso dos números dispostos no enunciado de maneira aleatória. Em seguida, mudaram para a estratégia *gerar e testar*, o que não foi possível perceber na folha entregue pelo Grupo 5, pois eles colocaram apenas a última estratégia na folha.

Com exceção dos Grupos 1 e 2, os demais iniciaram a resolução do problema 3 com a estratégia *trajetos ao acaso* “esperando tropeçar no estado desejado” (CHI; GLASER, 1992), isso acontece devido à dificuldade de compreensão do enunciado. Segundo Chi e Glaser (1992), essa estratégia é pouco eficiente quando a possibilidade de relação entre os dados é ampla.

Dos 7 grupos, 3 tiveram êxito na resolução do problema 3 durante a aula: Grupo 1, Grupo 2 e Grupo 7 chegaram ao resultado desejado. É importante destacar que os alunos leram, questionaram e tentaram organizar seus conhecimentos em busca da solução. Talvez se tivessem um pouco mais de tempo alguns outros grupos teriam atingido o ideal, assim como fez o Grupo 5, que continuou a resolução do problema em casa por iniciativa própria.

O Quadro 41 aponta a última estratégia adotada por cada grupo na resolução dos problemas na folha de resolução, porém, quando não foi possível identificar a estratégia nas folhas, utilizamos a última estratégia identificada no diálogo entre os alunos. Como descrito anteriormente, porém, o Grupo 5 continuou a resolver o problema 2 mesmo após o gravador ter sido desligado e assim tiveram sua estratégia final analisada com base na folha impressa do grupo.

Quadro 41: Última estratégia usada na resolução dos problemas

Estratégia	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Total de uso
Análise Meios/fins	**G1 – G2 – G4 – G5- G6- G7**	Ø	Ø	**6**
Trajetos ao acaso	**G3**	G1 – G6 – G7	G3 – G4 – G6	**7**
Gerar e testar	Ø	**G2 – G3 - G4 – G5**	**G1** – G5 - **G7**	**7**
Estabelecimento de subobjetivos	Ø	Ø	**G2**	**1**
Acertaram o problema	**Todos os Grupos**	**G2 – G3 – G4 – G5**	**G1 – G2 – G7**	________

Fonte: Autora

A estratégia *trajetos ao acaso* foi escolhida 7 vezes pelos grupos durante a resolução dos problemas. Destas 7 vezes, apenas uma vez o problema foi resolvido corretamente. Segundo Chi e Glaser (1992), esta estratégia é considerada pouco eficiente quando o espaço do problema é amplo e há muitas possibilidades de relações entre os dados do problema, levando o solucionador a usar mais tempo do que outros que utilizam outra estratégia para resolver o mesmo problema.

A análise de *meios/fins*, *gerar e testar* e *estabelecimento de subobjetivos* são estratégias que buscam reduzir o espaço do problema e/ou sistematizar a busca pela solução ideal, por isso são consideradas estratégias mais eficientes (CHI; GLASER, 1992). No caso dos problemas utilizados na implementação do ensino, todas as 14 vezes que estas soluções apareceram, em 13 vezes o problema foi solucionado com êxito.

5.5 Discussão das estratégias e formalização do conteúdo

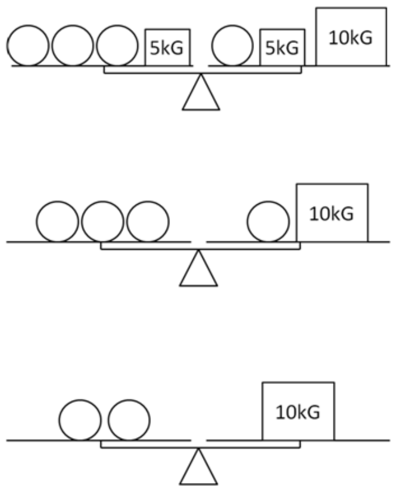
Apresentaremos nesta subseção a discussão das estratégias realizada na lousa pelos grupos, referente a 3ª ação proposta por Proença (2015). Puti (2011) descreve que o momento de discussão das estratégias foi muito importante para os alunos da turma na qual ela implementou o ensino baseado na resolução de problemas, pois eles precisam explicar e justificar o que fizeram, analisar as estratégias dos outros grupos e perceber a gama de possibilidades de estratégias para resolver um único problema.

Para a discussão das estratégias do problema 1, os alunos apresentaram duas maneiras de representar a resposta correta com estratégias diferentes. Os alunos utilizaram a linguagem geral, sem realizar cálculos, apenas descrevendo o raciocínio, como apresentado no Quadro 36, apresentado pelo Grupo 4 e outra com o algoritmo da adição exposta no Figura 1, apresentado pelo Grupo 3. Ao perceber que estas seriam as únicas estratégias apresentadas, foi solicitado que algum aluno viesse ajudar a pesquisadora para que juntos estruturassem outra estratégia. Vários alunos levantaram a mão e a pesquisadora escolheu o aluno 17 do Grupo 2.

Os alunos foram indagados sobre as duas estratégias utilizadas e questionados se eles conseguiam pensar em outra possiblidade de estratégia. Durante algum tempo os alunos ficaram em silêncio, então a pesquisadora perguntou se era possível resolver o problema desenhando e um aluno disse que sim.

A estratégia apresentada no Quadro 42 foi organizada com a cooperação dos alunos da sala.

Quadro 42: Estratégia elaborada com os alunos - Problema 1



R: Cada esfera possui 5 Kg de massa. Em cada prato da balança tem 20 Kg.

Fonte: Autora

A pesquisadora solicitou aos alunos que copiassem as estratégias no caderno. Como não houve resposta errada para o problema 1, a pesquisadora perguntou aos alunos se havia a possibilidade de outra massa manter a balança em equilíbrio, e os alunos responderam que "*Não*". O aluno 30 do Grupo 2 disse que eles testaram outros números diferentes do 5 e que não encontraram outra solução.

Schoelder e Lester (1989) destacam a importância de abordar os vários conceitos existentes em um problema, assim como as diferentes maneiras de resolvê-lo, e este espaço é oportunizado com a abordagem de ensino *via* resolução de problemas. Lima (2014), em sua dissertação de mestrado, proporcionou aos alunos um momento para resolverem problemas de matemática em grupo e em seguida apresentar as estratégias aos demais alunos. A pesquisadora relata que esse momento foi muito importante para os alunos, pois estimula a criatividade, senso crítico, o raciocínio e possibilita ao aluno um momento para tivar dúvidas.

Para a análise das estratégias do problema 2 novamente foi solicitado aos alunos que viessem à lousa apresentar aos colegas de sala suas resoluções. Ficou estabelecido que a ordem de apresentação seria do Grupo 1 até o 7.

Quando os alunos percebiam que a solução apresentada na lousa pelo grupo estava errada eles ficavam inquietos, porém foi solicitado que esperassem o Grupo finalizar as explicações para que pudessem questionar. A resposta apresentada na lousa pelo Grupo 1 se encontra na Figura 2.

Quando o aluno 37 do Grupo 1 terminou de escrever sua estratégia, o aluno 32 do Grupo 2 disse:

32: *"Sabe quando a gente resolve problemas tipo assim, eu comprei duas balas e paguei 10 centavos. Quanto custa cada bala? Aí a gente pode supor que cada bala custa 5 centavos, e 2 vezes 5 é 10. Então, 10 é a resposta do problema, é o número que você tem que chegar, é igual o 8 nesse problema. Não é para usar o 8, o 8 é a resposta que você tem que chegar."*

O aluno 37 demonstrou um certo desconforto com as falas do amigo, então a pesquisadora perguntou para todos os alunos da sala se eles tinham entendido, e eles balançaram a cabeça de maneira afirmativa. Em seguida, o aluno 32 levantou-se e expôs a estratégia do seu grupo na lousa. Encontramos no Quadro 38 a estratégia por ele apresentada.

Quando o aluno 32 terminou de resolver o problema, os alunos dos Grupos 3, 4 e 5 disseram que fizeram igual, e assim não foram para lousa. Já os Grupos 6 e 7 disseram que não precisavam ir para a lousa porque já sabiam onde tinham errado. A pesquisadora, porém, solicitou para os alunos mesmo assim fossem à lousa e mostrassem para os demais alunos suas estratégias, então assim o fizeram. A Figura 4 apresenta a estratégia do Grupo 6.

O aluno 18, do Grupo 6, disse que a estratégia dele estava errada porque ele dividiu 80 por 8. A pesquisadora perguntou para a turma o que estava acontecendo na resolução apresentada pelo aluno 18 além do erro que ele já havia admitido. Os alunos permaneceram em silêncio durante alguns segundos, seguido de uma fala do aluno 29 do Grupo 5.

29: " *Ele fez igual eu fiz no começo, só que R$80,00 significa que ele acertou tudo e o problema fala que ele ficou com devendo R$8,00 e não que ele ganhou R$80,00."*

O aluno 18 disse ter compreendido a fala do aluno 29. Em seguida, o aluno 13 do Grupo 7 foi até a lousa e apresentou a resolução do seu grupo, como podemos ver na Figura 5.

O aluno 18 disse que não havia compreendido muito bem o enunciado e que não multiplicou nada e, rapidamente, voltou para o seu lugar. A pesquisadora perguntou para a sala se alguém tinha alguma dúvida ou algum comentário referente as resoluções e os alunos responderam "*Não*".

A discussão das estratégias propiciou aos grupos 1, 6 e 7 um momento de reflexão induzindo os alunos a perceberem onde erraram. Dos grupos que acertaram apenas o Grupo 2 foi para o quadro, os demais se justificaram dizendo que fizeram igual. A importância dessa discussão das estratégias é apontada por Brito (2006, p. 26-27) quando afirmar que

> Se o professor usa as atividades de solução de problemas e apenas corrige a resposta final em termos de certo e errado, deixando de lado um dos procedimentos empregados pelo aluno, não permite a retomada do processo de pensamento aplicável àquele tipo de problema, isto é, sem a validação da resposta e o “pensar sobre o pensado” tanto o professor como o aluno perdem a oportunidade de desenvolvimento do pensamento produtivo e significativo.

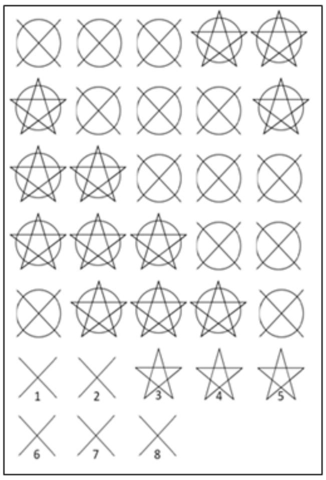
O momento de discussão das estratégias viabiliza aos alunos ouvirem as resoluções feitas pelos seus companheiros de sala, amplia sua compreensão do problema, possibilita uma reflexão sobre sua resposta e um possível erro durante a resolução além de possibilitar a exposição de outras maneiras para resolver um mesmo problema.

Se o professor corrigi-se este problema apenas em função da resposta final, os alunos do Grupo 6 iriam acreditar que o que fizeram estava correto desperdiçando um importante momento para a aprendizagem dos alunos (CURY, 2009).

Em seguida a pesquisadora perguntou aos alunos se havia outra maneira de resolver o problema e eles responderam em tom de dúvida, “desenhando o dinheiro?”. Então foi solicitado um aluno para que pudesse ajudar a pesquisadora.

A estratégia apresentada no Quadro 43 ilustra a estratégia construída pela pesquisadora e os alunos, desta vez o aluno que ajudou na execução do problema 2 na lousa foi o aluno 29 do Grupo 4. Para esta resolução utilizamos a circunferência que representa a moeda de R$1,00, já o X e o desenho da estrela, a cada 3 grupos, representando as perguntas que ele errou.

Quadro 43: Estratégia elaborada com os alunos - Problema 2



REGISTRO

CERTO	ERRADO
1	1
1	1
1	1
1	1
1	1
5	1
	1
	1
	1
	1
	1
	11

R: Pedro acertou 5 questões.

Fonte: Autora

Para o terceiro problema, seguimos os mesmos passos descritos anteriormente, porém, desta vez começamos do Grupo 7 até chegar no Grupo 1. Pedimos para que um representante do Grupo 7 que fosse à lousa apresentar a estratégia escolhida pelo Grupo apresentada no Quadro 40.

Logo após o aluno 14 terminar sua explicação, os Grupos 1 e 5 disseram que fizeram utilizando as mesmas operações. A pesquisadora chamou o Grupo 6 para resolver o problema 3 na lousa. O Grupo 6 disse que já sabia que a resolução estava errada e justificou o erro dizendo que eles utilizaram o número 50 que aparecia no enunciado do problema como sendo a idade da professora Franciely. A estratégia apresentada pelo Grupo 6 foi apresentada na Figura 9.

Quando o aluno 11 do Grupo 6 terminou sua resolução, a pesquisadora perguntou para os alunos da sala se alguém tinha alguma coisa para perguntar para o aluno 11 sobre sua resolução e os alunos disseram "*Não*". Mais uma vez foi solicitado aos alunos uma nova estratégia e eles rindo responderam: "Desenhando a professora.". A pesquisadora então respondeu que não conseguia pensar em uma maneira de resolver ao problema desenhando, mas que ela o resolveria utilizando um quadro.

Furlanetto (2013) descreve em sua pesquisa que uma justificativa para se abordar diversas estratégias em um mesmo problema se dá pelo fato de que quando não utilizamos uma determinada fórmula com frequência podemos nos esquecer dela, porém se pudermos contar com uma estratégia alternativa podemos resolver o problema sem grandes dificuldades. A pesquisadora também descreve que antes de sua intervenção pedagógica os alunos utilizavam em sua maioria a estratégia Cálculo, porém, após a intervenção esta estratégia passou a ser menos utilizada.

O aluno 13 do Grupo 7 se voluntariou para resolver o problema 3 na lousa junto com a pesquisadora. A tabela que foi estruturada pela pesquisadora juntamente com os alunos está descrita no Quadro 18. Mais uma vez foi solicitado aos alunos que copiassem as estratégias corretas para se resolver o problema.

Ao analisarmos as estratégias propostas pelos alunos nas folhas de resolução e na lousa foi possível perceber que os procedimentos utilizados para resolver os problemas foram apresentados apenas pela "descrição textual" e "aritmética". Para ressaltar os procedimentos utilizados pelos alunos para resolver os três problemas propostos, temos o Quadro 44.

Quadro 44: Estratégias apresentadas pelos alunos

Executaram a estratégia	Quantidade de grupos	Porcentagem
Descrição textual	5	29
Aritmética	16	71

Fonte: Autora

Observando o Quadro 44 podemos perceber que os alunos centralizaram suas estratégias a serem executadas utilizando a "aritmética", totalizando 16 respostas. Vale ressaltar que o problema 1 foi o único resolvido utilizando a "descrição textual". Nenhum grupo fez uso de gráficos ou de desenho para resolver os problemas, assim como nenhum grupo se apoiou em dois ou mais procedimentos para resolver o mesmo problema. Puti (2011) destaca em sua pesquisa que abordou o ensino de equações do 2º grau, que mesmo os alunos conhecendo outras técnicas de álgebra e geometria para a resolver os problemas, optam por utilizarem a aritmética e relaciona essa escolha dos alunos com a falta de fundamentação de outras estratégias.

Costa (2014) e Furlanetto (2013) também apresentam em suas pesquisas resultados semelhantes aos descritos no Quadro 44. Estes autores buscaram identificar as estratégias dos alunos do Ensino Fundamental ao resolverem problemas de matemática e descrevem que os alunos utilizam o cálculo na maioria das vezes. Em alguns momentos a estratégia aritmética vem acompanhada de uma representação geométrica, isso acontece devido a necessidade dos alunos de justificar suas respostas apenas com desenhos, porém, a presença da estratégia geométrica não foi identificada nas folhas de resolução dos alunos.

É possível perceber que a estratégia algébrica não foi proposta em nossa pesquisa por nenhum grupo. Para Costa (2014), essa ausência da álgebra pode estar vinculada à pouca familiaridade com este conhecimento. Em sua pesquisa, Costa (2014) analisou as estratégias apresentadas pelos alunos de 7º, 8º e 9º anos e pontua que o percentual de alunos que utilizam a álgebra para resolver problemas aumenta gradativamente com o passar do ano de escolarização.

Após a discussão das estratégias, iniciamos a formalização do conteúdo de equação do 1º grau e assim acrescentamos mais uma estratégia àquelas apresentadas pelos alunos. Para isso foi solicitado que os alunos fizessem a leitura dos problemas e que procurassem características iguais nos três enunciados. As características encontradas encontram-se no Quadro 45.

Quadro 45: Características dos problemas abordados

Características	Descobrir	Igualdade
Problema 1	Massa do objeto	Balança em equilíbrio
Problema 2	Quantidade de perguntas corretas	Resultado das operações é igual a dever 8
Problema 3	A idade da Professora Franciely	Operações diferentes dando o mesmo resultado.

Fonte: Autora

Após descreverem as características dos 3 problemas, os alunos começaram a perceber que os problemas tinham algo em comum, apesar de serem apresentados em situações distintas.

Conseguir identificar as características de um determinado conteúdo é um passo importante para a formalização do mesmo (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

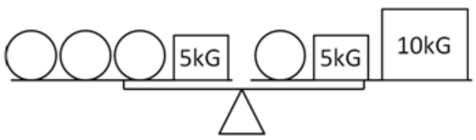
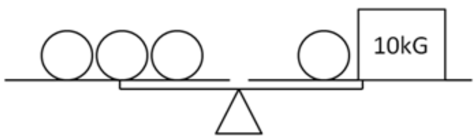
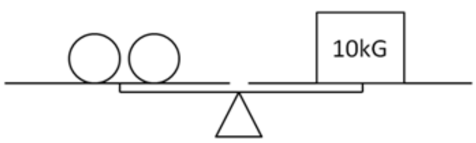
A lousa foi dividida em seis partes, na primeira parte reescrevemos a estratégia que desenvolvemos em conjunto com os alunos para resolver o problema 1 (Quadro 42), a terceira parte da lousa reescrevemos a estratégia do Grupo 2 para resolver o problema 2 (Quadro 38) na quinta parte reescrevemos a resolução do Grupo 7 utilizada para resolver o problema 3 (Quadro 40).

Foi solicitado aos alunos que escolhessem um símbolo para substituir o que deveria ser descoberto no problema 1. Para o problema 1 o objeto escolhido foi a esfera. E assim, ao lado da resolução que apresentamos no Quadro 42 foi montado a equação do 1º grau utilizando o símbolo escolhido pelos alunos e a resolvemos.

Em seguida apagamos todas as esferas que tinham sido desenhadas para esta estratégia, explicamos que para obter um padrão em todas as resoluções, os matemáticos instituíram que utilizariam letras minúsculas do nosso alfabeto para representar as incógnitas. Informamos aos alunos que a incógnita mais utilizada é o “x”, mas que podemos usar qualquer letra.

Encontramos no Quadro 46 a primeira e a segunda parte da lousa, na qual consistia a estratégia elaborada com os alunos e a estratégia algébrica.

Quadro 46: Formalizando a estratégia algébrica - Problema 1

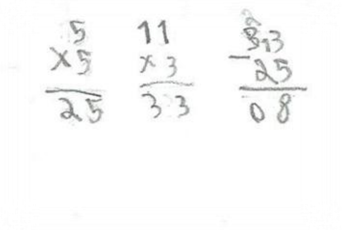
Estratégia elaborada com os alunos	Estratégia algébrica
	3x + 5 = x + 5 + 10 3x + 5 = x + 15
	3x = x + 15 – 5 3x = x + 10 3x – x = 10
	2x = 10 2 : 2x = 10 : 2 x = 5

Fonte: Autora

O problema 1 aliado à estratégia elaborada com os alunos foi muito importante para esse momento de formalização, pois as etapas estabelecidas na estratégia elaborada com os alunos (os desenhos das balanças no quadro 42) e na estratégia algébrica são visualizadas facilmente e comparadas pelos alunos. O Quadro 42 nos apresenta como ficou a lousa da sala. Segundo Santana e Proença (2016), a importância desse encaminhamento, no qual o solucionador resolve utilizando seus conhecimentos prévios e em seguida estabelece uma relação com o novo conteúdo é que o aluno compreende todo seu processo e não apenas o resultado.

Repetindo os mesmos passos para o problema 2, equacionamos o problema utilizando a resolução do Grupo 2 e apresentamos no Quadro 47 a resolução equacionada.

Quadro 47: Formalizando a estratégia algébrica - Problema 2

Estratégia elaborada pelo Grupo 2	Estratégia algébrica
	5.x – 3. (16 – x) = -8 5.x – 48 + 3.x = -8 8.x = 48 – 8 8.x = 40 x = 40 / 8 x = 5

Fonte: Autora

Durante a resolução da equação montada para resolver o problema 2, fomos conversando com os alunos sem os pressionar com o formalismo algébrico. Perguntamos aos alunos se os números 5 e 11 que representava a quantidade de acertos e erros estavam no enunciado do problema, eles responderam que "*Não*", pois é a resposta do problema. Então pedimos para os alunos que olhassem apenas para a primeira operação feita pelo Grupo 2, que se tratava de 5 x 5, um número 5 que aparece na operação se refere ao R$5,00 que Pedro ganharia se acertasse a resposta e o outro 5 é a quantidade de perguntas que ele acertou, que é a resposta do problema 2. Como 5 é a resposta do problema e é o que queremos encontrar, então devemos substituir, igual foi feito no problema anterior. Quando a pesquisadora falou em substituir, o aluno 32 disse *"por x."* e assim escrevemos a primeira relação do nosso problema 2, que foi 5x. Em seguida, discutimos acerca do número 11.

Pesquisadora: *"Por que sabemos que ele errou 11 perguntas?"*
32: *"Porque 16 é a quantidade total de perguntas do jogo, 16 – 5 é 11."*
Pesquisadora: Então eu posso escrever assim, 16 – x = 11?
32: *"Pode, porque x é o 5, e 16 – 11 é 5."*

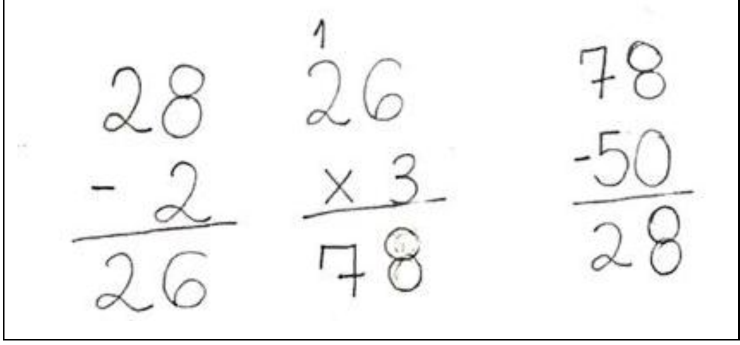
Assim, escrevemos mais uma parte da equação. Logo após conversamos com os alunos acerca da relação estabelecida entre os erros de Pedro e os R$3,00, retomamos à segunda multiplicação feita pelo Grupo 2 e terminados de escrever o 1º membro da equação que corresponde à resolução algébrica do problema 2, que é "5.x – 3. (16 – x)". A pesquisadora retomou o enunciado do problema 2 e, apontando para a primeira parte da equação que estava na lousa, perguntou aos alunos:

Pesquisadora: *"E isso que nós fizemos tem que ser igual a...*
Alunos: *"8."*
Pesquisadora: *" Mas ele saiu ganhando R$8,00?*
Alunos: *"Não."*
Pesquisadora: *"Então, matematicamente, como eu faço pra representar que devo 8?"*
32: "*Você coloca -8."*

Após este diálogo terminamos de escrever a equação do 1º grau. Para resolvê-la fomos conversando sobre a propriedade distributiva e as operações inversas. Como os alunos já tinham visto o conteúdo de polinômios e expressão numérica, essas manipulações não foram novidades.

O Quadro 48 ilustra como ficou a quinta e sexta partes da lousa com a resolução apresentada pelo Grupo 7 e a estratégia algébrica.

Quadro 48: Formalizando a estratégia algébrica - Problema 3

Estratégia elaborada pelo Grupo 7	**Estratégia algébrica**
	$3\,(x-2) = x + 50$ $3x - 6 = x + 50$ $3x - x = +50 + 6$ $2x = +56$ $x = 56 : 2$ $x = 28$

Fonte: Autora

Conversamos com os alunos sobre o problema 3 e o que eles tinham de descobrir, então estabelecemos o "x" como a letra que iria substituir a idade da Professora Franciely.

Pesquisadora: *"Sendo o x a idade da professora Franciely, a primeira conta que os alunos do Grupo 7 fizeram corresponde a que?"*

Alunos: *"A idade há dois anos atrás."*
Pesquisadora: *"Mas ele só quer a idade dois anos atrás?"*
Alunos: *"O triplo."*

E assim equacionamos o 1º membro da equação do primeiro grau, que ficou "3(x – 2)".

29: *"E pra terminar faz a idade mais 50."*

Para equacionarmos o 2º membro, seguimos a sugestão do aluno 29, Grupo 4. Quando terminamos de equacionar, o aluno 32 do Grupo 2 já havia resolvido a equação e foi dizendo os passos para a pesquisadora. Os demais alunos da sala ao observarem as operações realizadas pelo aluno 32 para resolver as equações demonstraram espanto. Um aluno do Grupo 3 falou que o mais interessante é que eles não precisariam mais ficar "chutando resultado" para ver se dá certo, porque a equação traz o resultado certo. A aluna 29 reportou-se à professora da sala e disse: *"Professora, pega leve com a gente com esse conteúdo."* Os demais alunos começaram a rir. Em seguida, a pesquisadora passou na lousa a definição de equação do primeiro 1º grau (Quadro 20) para os alunos copiarem.

5.6 Conduta dos alunos durante as aulas

Este eixo de análise busca relatar a participação e motivação dos alunos que compõem os grupos durante o ensino *via* resolução dos problemas baseado nas ações propostas por Proença (2015). Como critério para apontar os dados, fizemos o seguinte: a participação foi evidenciada pelas discussões entre os grupos, a dedicação dos alunos durante as aulas; a motivação foi evidenciada pela busca dos alunos pelo conhecimento, uma cooperação voluntária. Os dados analisados foram retirados das Notas de Campo e áudio.

Os Quadros 49 ao 55 descrevem a participação e motivação dos alunos durante a implementação do ensino em sala de aula. Destacamos que todos os grupos, pelo menos uma vez, solicitaram a presença da pesquisadora para apresentar suas dúvidas, evidenciando a motivação dos alunos durante as aulas.

Vale ressaltar que não foi possível detectar participação e motivação de todos os grupos durante as aulas, pois alguns alunos verbalizam mais e outros menos. Fizemos um traço nas tabelas para identificar o momento em que não conseguimos detectar o desejado, porém, não podemos afirmar que não houve participação e motivação dos grupos durante tais ações.

O Quadro 49 descreve como ocorreu a participação e motivação do Grupo 1 em cada uma das ações segundo Proença (2015). Como a primeira ação se refere a uma ação realizada pelo professor, logo, não faz sentido analisarmos.

Quadro 49: Conduta dos alunos do Grupo 1

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Os alunos discutiam as estratégias durante todo o tempo destinado para a resolução. 37: "Tô quebrando minha cabeça com esse negócio aqui."	Foram até a lousa apresentar as estratégias utilizadas para resolver os problemas 1 e 2.	_
Motivação	Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas.	26: "Professora, você tem mais problemas interessantes para me dar? Quero resolver em casa. "	Todos os alunos olhavam fixamente para a lousa. 26: "Então é isso que o aluno 37 fez no dia do problema da balança? Agora eu sei o que é o "x". "

Fonte: Autora

Na categoria participação, podemos evidenciar que os alunos destinaram todo tempo para resolver os problemas propostos durante as aulas, assim como sua dedicação para resolver corretamente os problemas, como podemos identificar na fala do aluno 37: *"Tô quebrando minha cabeça com esse negócio aqui!"*.

Uma característica desse grupo que foi evidenciada nas Notas de Campo, refere-se à atenção que estes alunos deram para os outros grupos durante a discussão realizada na lousa. Os alunos 30, 26 e 21 recordaram da resolução apresentada pelo aluno 37 no primeiro dia da implementação e estabeleceram ligação entre a estratégia algébrica apresentada na lousa e a que o aluno 37 fez na folha. A atenção dos alunos durante a formalização do conteúdo está diretamente atrelada à busca pelo conhecimento, identificando que os alunos do Grupo 1 estavam motivados durante esta ação.

Mais um fator que contribui para evidenciar a motivação dos alunos foi a argumentação do aluno 26, que no final do terceiro dia de implementação disse à pesquisadora que queria mais problemas como os utilizados na aula para que ele pudesse resolver em casa.

As impressões atitudinais da pesquisadora inferem que os alunos do Grupo 1 se sentiram motivados e participaram das discussões em busca de conhecimento. O professor deve procurar problemas que "provoquem a curiosidade e mantenham a motivação do aluno" (POFFO, 2011, p. 98).

O Quadro 50 aborda a conduta dos alunos do Grupo 2 durante a implementação do ensino *via* resolução de problemas.

Quadro 50: Conduta dos alunos do Grupo 2

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Os alunos discutiam as estratégias durante todo o tempo destinado para a resolução.	32: *"Sabe quando a gente resolve problemas tipo assim, eu comprei duas balas e paguei 10 centavos. Quanto custa cada bala? Aí a gente pode supor que cada bala custa 5 centavos, e 2 vezes 5 é 10. Então, 10 é a resposta do problema, é o número que você tem que chegar, é igual o 8 nesse problema. Não é para usar o 8, o 8 é a resposta que você tem que chegar."*	Durante a discussão das estratégias na lousa eles conversavam com os integrantes do grupo sobre onde eles erraram na resolução.
Motivação	32: "Onde eu consigo jogar esse jogo? Acho que posso ganhar bastante dinheiro com ele. 17: "Vocês entenderam?" Todos: "Não." 17: Então eu explico de novo." 32: "Sou um gênio! Vocês estão de acordo?" A aluna 17 procurou a pesquisadora, explanando que gostaria de se graduar em Matemática. Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas.	–	Um integrante do Grupo se voluntariou para ir à lousa ajudar a pesquisadora com mais uma estratégia.

Fonte: Autora

Os alunos que compõem o Grupo 2 se empenharam durante todo o tempo que lhes foi disponibilizado para solucionar os problemas. Em particular o aluno 32 durante a discussão das estratégias na lousa, elaborou um raciocínio na tentativa de exemplificar a resolução de um problema, compartilhando seu raciocínio com os demais alunos em sala. O fato dos alunos terem se empenhado para resolver o problema e também construírem um raciocínio e compartilhá-lo com os demais alunos da sala caracterizam como participação. Pereira (2004), enfatiza a participação dos alunos durante a discussão e formalização do conteúdo como algo positivo para aprendizagem dos alunos durante implementação de ensino em sala de aula.

Um dos alunos desse Grupo procurou a pesquisadora para falar que tem vontade de fazer faculdade de matemática e chamou os problemas propostos de "charadas". Comportamento que confirma sua motivação em relação a aperfeiçoar seu conhecimento em matemática e resolução de problemas.

Podemos perceber a motivação e a participação dos alunos do Grupo 2 em todas as três etapas. Eles discutiam enquanto estavam trabalhando resolvendo o problema em grupo, davam sugestões no momento das discussões e formalização do conteúdo. E todas as vezes em que a pesquisadora solicitou a ajuda dos alunos da sala, algum integrante desta equipe se voluntariava.

O Quadro 51 aponta a participação e motivação dos alunos do Grupo 3 diante das ações propostas por Proença (2015).

Quadro 51: Conduta dos alunos do Grupo 3

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Os alunos discutiam as estratégias durante todo o tempo destinado para a resolução.	Foram à lousa resolver o problema 1.	–
Motivação	10: "E hoje quem vai lá no quadro?" 12: "Eu quero ir lá no quadro. É injusto só você ir lá no quadro." 10: "Não. Eu que vou." 12: "Então tá, mas sexta eu vou no quadro." 20:"Ebaaaaaaaaaaaa acertamos." Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas.	–	Se voluntariaram para ajudar a pesquisadora. O aluno 10 compartilhou em sala que equações de 1º grau evitam "chutes".

Fonte: Autora

Os alunos do Grupo 3 utilizaram todo o tempo disponível para desenvolvimento da resolução dos problemas e também demonstraram na lousa a resolução do problema 1. As ações utilizadas para implementação do ensino em sala de aula se assemelham a Puti (2011), ao relatar que abordagem de ensino baseada na resolução de problemas, possibilita uma maior participação dos alunos, tenha ele acertado ou errado a resolução do problema.

Neste caso não obtiveram êxito no último problema, o que não inibiu a motivação dos alunos, que é comprovada pela disputa entre o grupo para poder ir até a lousa.

Logo após a articulação das estratégias com o conteúdo, o aluno 10 explanou em sala que um lado positivo para se usar equação do 1º grau é que não precisa ficar "chutando resultado", que caracteriza como motivação pela busca de conhecimento. Referente ao comentário do aluno 10 é possível inferir que ele percebeu a importância do conteúdo de equação de 1º grau para a resolução de alguns problemas.

Em seguida abordamos a conduta dos alunos do Grupo 4 diante do ensino.

Quadro 52: Conduta dos alunos no Grupo 4

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Os alunos discutiam as estratégias durante todo o tempo destinado para a resolução. Os alunos solicitaram mais tempo para resolver os problemas 2 e 3. 29: "Você vai fazer a folha inteirinha pra tentar achar o resultado?" 22: "Ué, a gente tem que tentar." 29: "Professora, eu não terminei. Deixa pensar mais um pouco?"	–	Aluno 29 ajudou a pesquisadora a estruturar a equação de 1º grau.
Motivação	O Grupo chamou a pesquisadora várias vezes para tirar dúvidas sobre o problema.	O aluno 29 se voluntariou para ajudar a pesquisadora com mais uma estratégia na lousa.	23: "Legal!"

Fonte: Autora

Uma particularidade deste grupo era a solicitação de extensão de tempo, sempre que eram avisados que o tempo havia terminado, pediam um tempo a mais para concluírem a resolução. Percebemos a participação do Grupo 4 através do diálogo:

29: *"Você vai fazer a folha inteirinha pra tentar achar o resultado?"*
22: *"Ué, a gente tem que tentar."*
29: *"Professora, eu não terminei. Deixa pensar mais um pouco?"*

O Grupo 4 era formado por alunos muito questionadores, chamavam a pesquisadora várias vezes para tirar dúvidas, fizeram várias suposições. O aluno 29, por iniciativa própria, se voluntariou para ajudar a pesquisadora na elaboração de uma estratégia na lousa inferindo motivação durante a aula.

O Quadro 53 aponta a participação e motivação dos alunos do Grupo 5 diante das ações propostas por Proença (2015).

Quadro 53: Conduta dos alunos do Grupo 5

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Pediram mais tempo para a pesquisadora para resolver o problema 2 e 3.	–	–
Motivação	Continuaram a resolver o problema 2 e 3 mesmo depois do gravador desligado. Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas.	–	–

Fonte: Autora

O Grupo 5 discutiu sobre a resolução dos problemas durante todo o tempo que lhes foi disponibilizado e mesmo assim esse tempo para eles foi pouco. Eles continuaram a resolver o problema 2 em sala mesmo depois de terem sido desligados os gravadores. Fato que comprova a participação dos alunos com relação à resolução do problema. Polese (2011), destaca em sua pesquisa que apesar das dificuldades encontradas pelos alunos para resolver os problemas propostos, foi possível perceber a participação dos alunos através de sinais de interesse e persistências.

O Grupo 5 chamaram a pesquisadora várias vezes para tirar dúvidas, demonstrando estarem motivados a aprender. Os alunos do Grupo 5 não conseguiram resolver o problema 3 em sala e sem que a pesquisadora pedisse eles terminaram a resolução em casa e trouxeram o problema resolvido no caderno na aula seguinte. Fato que demonstra fatores de motivação com relação ao problema proposto, acordando com Pereira (2004), onde a escolha de bons problemas é importante para a motivação e a manutenção do interesse dos alunos.

O Quadro 54 traz a conduta dos alunos do Grupo 6, os dados que compõem este Quadro foram retirados dos diálogos do grupo, assim como das Notas de Campo da pesquisadora.

Quadro 54: Conduta dos alunos do Grupo 6

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	Os alunos discutiam as estratégias durante todo o tempo destinado para a resolução. ____________________ 18: “Éh.., não dá tempo de pensar mais. Só que não é 16.” - Pediram mais tempo para a pesquisadora para resolver o problema 2.	Um aluno foi para a lousa, apresentar a estratégia do Grupo, mesmo sabendo que a resolução estava errada.	–
Motivação	Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas várias vezes.	–	Um aluno comentou da importância de resolver problemas com equação de 1º grau devido a sua agilidade.

Fonte: Autora

Os alunos do Grupo 6 não conseguiram resolver corretamente os problemas 2 e 3, mas este fato não os desanimou. Mesmo com dificuldades eles utilizaram toda parte do tempo para a resolução dos problemas demonstrando participação em sala. Estes problemas podem ser entendidos como “atividades desafiadoras, ainda que sejam trabalhosas, podem ser prazerosas e educativas, pois vivemos permanentemente, construindo conhecimento, através de tarefas que envolvem reflexão e participação” (POLESE, 2011, p. 69-70).

Durante a discussão das estratégias um aluno foi à lousa apresentar a resolução do problema 2, mesmo sabendo que a resposta estava errada. Concordando com a pesquisa de

Pereira (2004), que descreve o trabalho com a resolução de problemas em sala de aula, acarretou em um aumento da motivação por parte dos alunos e da professora em aprender.

O Quadro 55 descreve a conduta dos alunos do Grupo 7 diante das ações propostas por Proença (2015).

Quadro 55: Conduta dos alunos do Grupo 7

Categorias	Exposição das estratégias	Discussão das estratégias	Articulação das estratégias com o conteúdo
Participação	_	Um aluno foi para a lousa, apresentar a estratégia do Grupo, mesmo sabendo que a resolução estava errada.	_
Motivação	Chamaram a pesquisadora para tirar dúvidas.	_	Um integrante do grupo se voluntariou para ajudar a pesquisadora com mais uma estratégia no quadro.

Fonte: Autora

Os alunos que faziam parte do Grupo 7 quase não conversaram sobre as estratégias durante a resolução dos problemas, apenas descreviam as operações realizadas e os resultados. Vale ressaltar que este foi o único grupo que não foi organizado pelos próprios alunos e teve uma rotatividade grande de integrantes. Resultando em pouca discussão das estratégias entre os pares.

O aluno 13 foi o único integrante do Grupo 7 que esteve presente todos os dias da implementação, se disponibilizava sempre que a pesquisadora solicitava a ajuda dos alunos, apresentando comportamento que coincide com a busca pelo conhecimento, que implica estar motivado em resolver os problemas apresentados em sala.

De forma geral, os alunos que compõem essa sala demonstraram ser participativos e persistentes, que não desistem no primeiro obstáculo. Resultado semelhante ao descrito por Pofo (2011) ao inferir que os alunos que participaram da sua implementação de ensino abordando conteúdos *via* resolução de problemas não desistiram diante das dificuldades encontradas para resolver os problemas.

Outro acontecimento que levou a pesquisadora a inferir que os alunos desta sala estavam motivados diante do ensino proposto, foi o fato de que todos os grupos a chamaram pelo menos uma vez em cada problema para tirar as dúvidas.

Pode-se inferir que todos os grupos se comprometeram durante a resolução dos problemas e exposição das estratégias. Os alunos ouviam a apresentação das estratégias sem desmerecer os grupos que erravam, essa foi uma demonstração de respeito que foi possível perceber em todos os alunos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção dessa implementação foi estruturada com o objetivo geral de compreender como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7° ano do Ensino Fundamental.

Para que este objetivo fosse alcançado traçamos três objetivos específicos, os quais retomamos agora.

1- Identificar e analisar as dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas.

O primeiro objetivo foi alcançado por meio do nosso eixo de análise **(II) As dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas**. Analisamos o diálogo dos alunos no momento em que estavam resolvendo os três problemas propostos, ou seja, na 2ª ação de Proença (2015) que se trata de permitir aos alunos expor suas estratégias. Nesse momento de resolução dos problemas foi possível afirmar que os grupos tiveram dificuldades em todas as etapas do pensamento propostas por Brito (2006). Os alunos realizavam a leitura do enunciado várias vezes na tentativa de compreender a natureza do problema e todas as relações existentes neles. Esquematizavam várias estratégias buscando diferentes conexões entre os dados dos problemas. Cometeram erros ao executar as estratégias e assim acabavam assumindo como certo algumas respostas erradas. Alguns grupos conseguiram superar as dificuldades e resolver o problema de maneira satisfatória, que é o caso dos Grupos 2, 3, 4, e 5 no problema 2.

Os três grupos que não conseguiram superar as dificuldades encontradas no problema 2 e os 4 grupos que não responderam corretamente o problema 3, tiveram seus erros atribuídos a etapa de representação, resultado encontrado também na pesquisa de Christo (2006). A compreensão do que tange o problema é essencial para que o indivíduo solucione o problema de maneira satisfatória.

As dificuldades na etapa da representação circularam o *universo do problema* e os termos matemáticos *triplo* e *múltiplo de três* e *falsas hipóteses*. A dificuldade na representação é descrita como *universo do problema* quando o grupo não conseguiu compreender a situação descrita no enunciado. Já as dificuldades com termos matemáticos como *triplo* e *múltiplo de três* apareceram quando os alunos não sabiam qual operação descreve o termo. Como o trabalho foi desenvolvido em grupo, esse tipo de dificuldade era rapidamente esclarecida. A dificuldade que envolve *falsas hipóteses* apareceu apenas no problema 2, pois os alunos criaram uma possibilidade de resposta que não era contemplada no enunciado.

2- Identificar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas.

O segundo objetivo foi alcançado através dos eixos de análise **(III) Estratégias utilizadas pelos alunos no decorrer da resolução de problemas** e **(IV) Discussão das estratégias e formalização do conteúdo**. Nos três problemas analisados, foi possível perceber quatro tipos de estratégias presentes nas resoluções: *trajetos ao acaso*, *análise meios/fins*, *gerar e testar* e *estabelecimento de subobjetivos*. Todas estas estratégias podem levar o aluno a resolver corretamente o problema, porém, algumas exigem que o solucionador disponha de tempo, ou que o universo a ser pesquisado seja pequeno. *Trajetos ao acaso* é uma das estratégias pouco eficiente, ela foi usada 8 vezes, e apenas 1 vez o grupo teve êxito ao utilizá-la. A escolha desta estratégia nos fez entender que os grupos que fizeram uso dela tiveram dificuldade na compreensão, pois os alunos relacionavam os dados fornecidos pelo problema de maneira aleatória, o que acarretou em uma estratégia pouco eficiente.

Durante a discussão das estratégias os alunos apresentaram suas resoluções utilizando apenas "descrição textual" e a "aritmética", como os alunos não utilizaram tabelas e desenhos, a pesquisadora proporcionou aos alunos um momento de reflexão e juntos elaboraram uma estratégia nova para cada um dos três problemas abordados. Assim, como descrito por Pereira (2004) durante sua implementação de ensino baseada na resolução de problemas, percebemos que o momento de discussão das estratégias e formalização do conteúdo mostrou-se bastante proveitoso para o aluno que justificou suas ações, compreendeu seus erros, colaborou com os outros grupos ampliando seu conhecimento matemático.

3- Analisar a conduta dos alunos no trabalho desenvolvido no ensino *via* resolução de problemas.

Para alcançar o terceiro objetivo, utilizamos os eixos de análise **(I) Conduta dos alunos, segundo a professora da disciplina** e **(V) Conduta dos alunos durante as aulas**. As respostas apresentadas pela professora categorizadas como "conduta dos alunos" resultaram em duas subcategorias: *participação* e *motivação* dos alunos. A professora descreve seus alunos como participativos e relaciona essa participação às discussões que acontecem quando lhes é proposto trabalhos em grupo, ou mesmo no decorrer das aulas. Já a subcategoria motivação dos alunos está relacionada a busca por conhecimento.

Analisando o diálogo dos alunos e a Nota de Campo da pesquisadora, podemos novamente categorizar a conduta dos alunos utilizando da participação e motivação dos mesmos durante a implementação do ensino *via* resolução de problemas. O Grupo 2 e o Grupo 5, em especial, não desistiram até encontrar a solução correta do problema. O Grupo 5 chegou a terminar o problema 2 em casa e mostrar a resolução para a pesquisadora na aula seguinte.

Sobre a formalização do conteúdo, podemos inferir que os alunos compreenderam as características de uma equação do 1º grau, como a incógnita e a igualdade, e perceberam que o uso das equações do 1º grau pode facilitar a resolução de problemas e diminuir o tempo para a resolução.

De maneira geral, a turma do 7º ano selecionada para a implementação da pesquisa é bastante participativa, o diálogo entre os alunos é frequente, e mesmo com dificuldades durante a resolução dos problemas, eles não desistiram.

Podemos afirmar que todos os grupos procuraram resolver os problemas, indicando autonomia dos alunos e vontade de resolver o problema. Puti (2011) também descreve em sua pesquisa que no decorrer da implementação do ensino baseado na resolução de problemas os alunos se sentiram motivados para resolver os problemas.

Durante a exposição das resoluções para o restante da sala, a justificativa utilizada para cada passo realizado pelo grupo e a diversidade de resoluções trazidas pelos alunos e pela pesquisadora corroborou com os alunos no sentido de compreender que podem existir mais de uma maneira para se resolver um problema, ou seja, que podemos organizar nossos conhecimentos de diversas formas e obter um resultado satisfatório.

Para aqueles que não concluíram com sucesso a resolução dos problemas, este momento foi ainda mais importante, pois oportunizou aos alunos um momento de reflexão sobre a estratégia criada pelo seu grupo, pelos outros grupos e pelos alunos com a ajuda da pesquisadora. Entende-se, portanto, que isso tem relação com o erro cometido por eles, o que é importante para a aprendizagem. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática afirmam que "na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para o acerto" (BRASIL, 1998, p.55).

E assim, retomamos nosso problema de pesquisa: como o ensino *via* resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1º grau no 7° ano do Ensino Fundamental?

Não podemos inferir que a participação e motivação dos alunos aconteceu apenas por termos abordado um ensino *via* resolução de problema, no entanto, podemos afirmar que os alunos se sentiram motivados e que participaram das aulas de maneira colaborativa e respeitosa.

Podemos também afirmar que a abordagem de ensino desenvolvida em sala de aula possibilitou aos alunos a compreensão da necessidade de aprender equação do 1º grau e que evitou a formalização descontextualizada do mesmo.

Neste sentido, diante das contribuições aqui apresentadas, compreendemos a importância de trabalhar diferentes abordagens de ensino em sala de aula, em especial a resolução de problemas. Acreditando no potencial da abordagem de ensino *via* resolução de problemas, faz-se necessário repensar a maneira de como essa abordagem vem sendo trabalhada nas Instituições de Ensino Superior nos cursos de formação inicial e continuada, refletindo diretamente na sala de aula.

A investigação da implementação da produção de um material educacional com textos informativos descrevendo sobre as abordagens de ensino seria uma proposta importante para ser desenvolvida na escola e para professores de Matemática.

Outra situação que poderia ser repensada é uma continuidade para o ensino de álgebra, extendendo-o para outros conteúdos, tais como sistemas de equações, equação de 2º grau, função, entre outros, visando por uma maneira de reduzir as dificuldades apresentadas pelos alunos em álgebra.

7 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Problemas propostos para o Ensino de Equações Polinomiais do 1° grau com uma incógnita**: um estudo exploratório nos livros didáticos de Matemática do 7° ano do Ensino Fundamental. 2011. 113 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

BALDIN, M. A. Resolução de Problemas como metodologia de ensino e aprendizagem de equação 1º grau. **Cadernos PDE: O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**, v.2, 2008.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Lisboa, Portugal; Edições 70, LDA, 2002.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – 3º e 4º ciclos do ensino fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRANDÃO, Z. "Pesquisa em educação. **O olhar do nadador**: do individual ao coletivo." Educação On Line (2005): 1-15.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, Alínea, 2006, p. 13-53.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria dos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. In: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas:** uma abordagem em processamento de informações. Trad. Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992. 285p., p. 249-275.

CHRISTO, Danilo dos Santos. **Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas:** uma abordagem dinâmica. 2006. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

COSTA, A. A. **Estratégias dotadas para a resolução de problemas geométricos:** o caso dos alunos dos anos finais do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju. 2014. 130 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal De Sergipe, São Cristóvão.

CURY, et al. Formação de Professores de Matemática. **Actascientiae**, Canoas, v. 4, n.1, jan./jun., p. 37-42. 2002.

ECHEVERRÍA, M. P. P; POZO, J. I.. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar… a educação algébrica elementar. **Pro-posições**, v.4, n. 1 [10], p. 78-91, março 1993.

FURLANETTO, V. **Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos**. 2013. 123 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social, Lajeado.

GODOY, A. S. **Pesquisa qualitativa:** tipos fundamentais**.** Disponível em: <http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&ved=0CEUQFjAD&url=http%3A%2F%2Fbibliotecadigital.fgv.br%2Fojs%2Findex.php%2Frae%2Farticle%2Fdownload%2F38200%2F36944&ei=SGLsVLyGLcueNvrXguAF&usg=AFQjCNEqLWquCPdRRHDrU7RyxPtfS5SW3Q>, Acesso em: 22 de fev. 2015.

JUSTULIN, A. M. Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.18, n.2, pp. 871- 894, 2016.

KERN, Newton Bohrer. **Uma introdução ao pensamento algébrico através de relações funcionais**.2008. 137 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

LIMA, L. S. **O ensino de Matemática via resolução de problemas:** investigando estratégias dos alunos do ensino fundamental**.** 2014. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MARTINS, L. B. **Um estudo sobre as estratégias de resolução de questões da OBMEP**'. 2015. 162f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MODANEZ, L. **Das sequencias de padrões geométricos à introdução do pensamento algébrico**. 2003. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Curitiba: SEED, 2008, p.81.

PEREIRA, M. **O Ensino e aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas no 3°ciclo do Ensino Fundamental**, 2004, 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PEREIRA. L. D. C. **Ensino e Aprendizagem das Operações com números decimais através da resolução de problemas no Ensino Fundamental**. 2011. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria.

PERUZZO, C. M. K. **Da Observação Participante à Pesquisa-Ação em Comunicação**: pressupostos epistemológicos e metodológicos. Disponível em: <http://www.intercom.org.br/papers/nacionais/2003/www/pdf/2003_COLOQUIO_peruzzo.pdf> Acesso em: 21 de jun. 2015.

POFFO, E. M. **Vivenciando a matemática por meio da resolução de problemas**: um caminho para o ensino de matemática. 2011. 161f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

POLESE, F. O. **Análise de uma proposta construtivista de ensino de Frações por meio da resolução de problemas**. 2011. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas.** Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

PONTE, J. P., BRANCO, N., MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

POZO, J. I; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, 139 - 165.

PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, ago., p.729-755, 2015.
______ Favorecendo a Compreensão do Ensino por Meio da resolução de problemas: Experiência da Prática como componente curricular. **Educação Matemática em Revista**. n, 49B, p. 52-60, abril, 2016.
______ Resolução de problemas e formação de professores que ensinam matemática: Análise dos trabalhos do Encontro Nacional de Educação Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2013. Curitiba-PR. **Anais**… XI ENEM, 2013.

PUTI, T. C. **A produção de significados durante o processo de ensino e aprendizagem:** avaliação de equações polinomiais. 2011. 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

REDLING, J. P. **A Metodologia de resolução de problemas**: concepções e práticas do ensino fundamental. 2011. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, UNESP, Bauru.

RIBEIRO, A. J.; MACHADO, S. D. A. **Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática:** potencialidades para a construção do conhecimento matemático. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 17, n. 31 – jan/jun – 2009.

SANTANA, G. F. N.; PROENÇA, M. C. O ensino de equações polinomiais do 1º grau via resolução de problemas. **Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, p. 1-12, 2016.

SANTOS JUNIOR, C. P. **Estratégias utilizadas por alunos do 7º, 8º E 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de partilha**. 2013 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SCHROERDER, T. L.; LESTER, F.K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. O. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SCHOEN, H. L. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas In: **As idéias da álgebra.** Tradução de Hygino H. Domingues, São Paulo Editora atual, 1997.

SILVA, M. L. L. **Investigando Estratégias mobilizadas pelos alunos no equacionamento de problemas de primeiro grau**. 2011, 86f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Técnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SILVA, M. A. **Resolução de problemas algébricos: uma investigação sobre estratégias utilizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju**. 2014. 109f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal De Sergipe, São Cristóvão.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de saber matemática**, 7º ano. 2.ed, São Paulo: FDT, 2002.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Trad. Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva.** Trad: Anna Maria Dalle Luche; Roberto Galman. Porto Alegre: Cengage Learning, 2010.

VIEIRA, G. **O ensino de simetria no sétimo ano do ensino fundamental via resolução de problemas:** uma análise fenomenológica. 2011, 135f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul.

8 ANEXO

8.1 Anexo 1: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para menores

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho (a) na pesquisa intitulada EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, que faz parte do curso de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, orientada pelo prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença da Universidade Estadual de Maringá. O objetivo da pesquisa é compreender que contribuições a abordagem da resolução de problemas pode mobilizar para a aprendizagem de Equações do 1° grau para os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. Para isto a participação de seu filho (a) é muito importante, ela se daria no decorrer das aulas de Matemática, durante sua participação resolvendo problemas e exercícios. Informamos que poderão ocorrer os desconfortos/riscos a seguir: o aluno poderá não compreender o conceito de equação do 1° grau, não se sentir confortável para expor suas ideias e ter dificuldade de socialização. Gostaríamos de esclarecer que a participação de seu filho (a) é totalmente voluntária, podendo você: recusar-se a autorizar tal participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa ou à de seu filho (a). Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade, sua e a de seu (sua) filho (a), assim como as informações obtidas via filmagem ou relato do pesquisador. Os benefícios esperados são: que o aluno compreenda equação do primeiro grau, amplie seus conhecimentos matemáticos.

Observações: - Rubricar todas as folhas deste documento.

- Guardar uma via e encaminhar a outra devidamente assinada a escola.

Eu,……………………………………………….. declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pela Professora Franciely Fabricia de Souza Ferreira, orientada pelo Professor Dr. Marcelo Carlos de Proença.

_______________________________________ Data:……………………..

Assinatura ou impressão datiloscópica do aluno

Eu,……………………………………………..(nome por extenso do sujeito de pesquisa /menor de idade) declaro que recebi todas as explicações sobre esta pesquisa e concordo em participar da mesma, desde que meu pai/mãe (responsável) concorde com esta participação.

_____________________________________ Data:……………………..

Assinatura ou impressão datiloscópica do responsável

Eu, Franciely Fabrícia de Souza Ferreira declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

____ Data:............................

Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Franciely Fabrícia de Souza Ferreira

Endereço: Rua João Marchiori, n° 118, Conjunto Giacomo Colombari, Marialva-PR.

fran_fabricia@hotmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. Campus Sede da UEM.

Bloco da Biblioteca Central (BCE) da UEM.

CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3261-4444

E-mail: copep@uem.br

8.2 Anexo 2: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – Diretora da Escola

Marialva, 11 de julho de 2016.

Ao Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UEM/PR.

Prezado Senhores,

Eu, Rosely Calvo, diretora do Colégio Estadual Pedro Viriato Parigot de Souza – Ensino Fundamental e Médio, município de Marialva, venho por meio desta, informar que estou ciente e de acordo com a realização do projeto de pesquisa intitulado **EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS** firmado sob a responsabilidade do pesquisador professor Dr. Marcelo Carlos de Proença, a ser realizada na Colégio Estadual Pedro Viriato Parigot de Souza – Ensino Fundamental, Médio e Profissional, município de Marialva, no período de setembro de 2016 a outubro de 2016, na turma do 7º ano da professora Irinelsa Aparecida de Oliveira Azevedo.

Os pesquisadores responsáveis e os demais participantes declaram estar cientes das normas que envolvem as pesquisas com seres humanos e que a parte referente a coleta de dados somente será iniciada após a aprovação do projeto por este Comitê de Ética.

Rosely Calvo

Colégio Estadual Pedro Viriato Parigot de Souza

Ensino Fundamental, Médio e Profissional

Rosely Calvo
Diretora
Res. 741/16 D.O.E. 04/03/2016
RG. 6.303.886-6

Colégio Estadual Pedro Viriato
Parigot de Souza
Ens. Fund., Médio, Normal e Profissional
Rua Profª. Doralice S. Parpinelli, 176
CEP 86990-000 - Marialva - PR
mrvpedroparigot@seed.pr.gov.br

8.3 Anexo 3: Autorização – NRE – Maringá

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Governo do Estado do Paraná

Secretaria de Estado da Educação

Núcleo Regional de Educação de Maringá

NRE
Maringá

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

A aluna de mestrado do Curso de Educação Pós- graduação em Educação para a Ciência e Matemática - UEM, **FRANCIELY FABRÍCIA DE SOUZA FERREIRA, desenvolve pesquisa intitulada "EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA: UM ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS"** sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença. A mesma está autorizada a realizar a pesquisa com alunos do Colégio Estadual Pedro Viriato Parigot de Souza – Ensino Fundamental e Médio, município de Marialva, no período de setembro de 2016 a outubro de 2016, na turma do 7º ano, da professora Irinelsa Aparecida de Oliveira Azevedo. Por trata-se de participação voluntária, a pesquisa ocorrerá **mediante interesse e aceitação da escola, professores e alunos.** Os dados serão preservados, bem como as informações referentes aos sujeitos da pesquisa, serão divulgados exclusivamente para fins científicos apenas anonimamente, respeitando todas as normas da Resolução 466/2013 (na qual estabelece as diretrizes e normas regulamentadoras para as pesquisas envolvendo seres humanos no país) e suas complementares.

Maria Inês Teixeira Barbosa

Chefe do NRE/Maringá

Decreto 084/2015 RG 716.737-7

Maringá, 11 de julho de 2016