UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

SILVIA TERESINHA FRIZZARINI

ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: IMPLICAÇÕES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA PARA ALUNOS SURDOS FLUENTES EM LINGUA DE SINAIS

MARINGÁ – PR
2014

SILVIA TERESINHA FRIZZARINI

ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: IMPLICAÇÕES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA PARA ALUNOS SURDOS FLUENTES EM LINGUA DE SINAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Clélia Maria Ignatius Nogueira

MARINGÁ – PR
2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR., Brasil)

F921e Frizzarini, Silvia Teresinha

Estudo dos registros de representação semiótica: implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em lingua de sinais / Silvia Teresinha Frizzarini. -- Maringá, 2014.

288 f. : il. col., figs., tabs. + Anexos

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Clélia Maria Ignatius Nogueira.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2014.

1. Representação semiótica - Ensino de álgebra - Surdos - Ensino médio. 2. Ensino de álgebra - Surdos fluentes em lingua de sinais. 3. Língua de sinais - Brasil e Espanha. 4. Educação matemática para surdos - álgebra. I. Nogueira, Clélia Maria Ignatius, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 21.ed. 371.912

MN-001386

SILVIA TERESINHA FRIZZARINI

Estudo dos registros de Representação Semiótica: implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS

Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Profa. Dra. Tânia dos Santos Alvarez da Silva
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Maringá, 17 de Fevereiro de 2014.

Ao meu filho pela sua presença, convivência, dedicação, amor e inspiração durante nossos estudos, que na mesma época ele realizou sua graduação.

AGRADECIMENTOS

Os meus maiores agradecimentos são: à presença de Deus em todos os momentos de minha vida; ao meu filho Nícolas; aos meus pais, Elisa e Silvio (in memoriam); à minha irmã Maria Elisa; aos meus irmãos, João (in memoriam), Roberto, José, Sergio, Claudio, Celso, Marcos, Eduardo e Ronaldo; às minhas cunhadas; sobrinhas e sobrinhos que estarão sempre no meu coração.

Meu especial agradecimento à minha orientadora Clélia Maria Ignatius Nogueira, quem compartilhou os seus conhecimentos todos esses anos e também me acolheu em sua casa durante o semestre em que enfrentei longas viagens para cursar as disciplinas. Por sua incansável compreensão, agradeço a essa mãe intelectual, assim como ela sempre se considerou perante seus orientados: Maria Emília Melo Tamanini Zanquetta, Fabio Alexandre Borges, Veridiana Rezende, Marcia Cristina Amaral da Silva (in memoriam) e Lucilene Adorno, aos quais também agradeço por essa parceria intelectual. Sou grata a todos meus colegas de curso, principalmente à Claudete Cargnin e Marcia Boiko, pelo ânimo e convivência nos momentos de caminhada solidária.

Ao professor Valdeni Soliani Franco por orientar-me em parceria com a professora Clélia. Além das orientações em grupo de estudos, tive a oportunidade de participar de suas aulas entusiasmantes e muitas vezes intrigantes, em que os dois professores enfrentavam grandes debates de valiosas contribuições para o estudo das disciplinas que ministravam. Agradeço imensamente a todos os professores do programa que me fizeram subir mais esse degrau de minha formação acadêmica e científica.

Ao apoio institucional da CAPES, que me proporcionou o estágio na Espanha como “bolsista no processo n° 3481/13-1”. Agradeço a Sandra Grzergorczyk pela paciência e colaboração dos infindáveis trâmites burocráticos. Agradeço a professora Núria Rosicha Sala que me recebeu, direcionou e colaborou com o meu trabalho em Barcelona. Minha gratidão ao Eduardo Mirko Valenzuela Turdera pelas traduções em Espanhol e leituras de meu trabalho.

Meus sinceros agradecimentos aos surdos que participaram da pesquisa, sobretudo à professora Marília Ignatius Nogueira Carneiro pelas traduções da Libras, pelas suas aulas de Libras que assisti, pelo seu projeto de extensão em difusão da Libras que participei e por sua amizade.

RESUMO

A presente pesquisa objetivou analisar os principais registros de representação semiótica e suas coordenações possíveis no ensino e na aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais. Com a finalidade de proporcionar mais elementos para análise e considerando a necessidade de se trabalhar com uma diversidade maior de sistemas de representações semióticas, segundo a teoria adotada de Duval, o conteúdo da álgebra escolhido foi a inequação, não só pela variedade de registros, mas também pela conexão que existe com outros conteúdos, como funções e equações. Para a consecução do objetivo, a metodologia utilizada foi a Engenharia Didática difundida por Artigue; ela permitiu a aplicação planejada de uma sequência de cinco atividades, efetivada com sete alunos surdos do ensino médio brasileiro, todos de uma escola especial localizada no norte pioneiro do Paraná. Para ampliar o campo de pesquisa, num processo inclusivo diferente do brasileiro, também foram analisados os conhecimentos prévios de três alunos surdos do ensino médio espanhol, em uma escola regular de Barcelona. Os resultados obtidos na experimentação, com os alunos brasileiros, foram que a língua de sinais, por ser uma língua visual/motora, favoreceu a identificação dos elementos representacionais algébrico, durante a atividade de conversão, mediante a conexão realizada com os registros gráficos. Esses alunos surdos, ao converterem uma expressão algébrica para a língua de sinais e desta para a escrita, e vice-versa, se apoiavam, muitas vezes, na representação intermediária gráfica, descrevendo inclusive os detalhes dessa representação. Mesmo que a língua de sinais e a escrita tenham a mesma função meta discursiva de comunicação, elas diferem nas suas regras de conformidade; as unidades constitutivas de cada registro de representação são muito diferentes. Os surdos brasileiros, ao traduzirem as expressões algébricas, em língua de sinais, justapõem dois sinais na configuração das mãos, assim como na linguagem matemática. Ao contrário, os resultados prévios do diagnóstico realizado com os surdos na Espanha, revelou que esses alunos traduziam as expressões algébricas, para a língua de sinais, sequencialmente, com o uso predominante da datilologia, ou seja, da mesma forma que a língua escrita. O processo de inclusão oral, que é tradição na Espanha, apresentou forte influência no processo cognitivo desses alunos. A atividade cognitiva de conversão da língua escrita ou língua de sinais para o registro algébrico e deste para o registro gráfico foi insuficiente para esses alunos. Concluímos que, quando o campo de estudo é a álgebra, com diferentes significados para as letras, o uso de diferentes registros de representação se torna imprescindível para qualquer aluno surdo usuário da língua de sinais. As representações mentais dos surdos profundos dependem exclusivamente da língua de sinais, para generalizar e abstrair as representações algébricas, tendo como representação intermediária os gráficos. Apesar do reduzido léxico que a língua de sinais apresenta, a partir dos seus principais parâmetros, os surdos podem traduzir e representar qualquer registro de representação matemática, abrangendo muitas variações, por exemplo, com uma simples troca de movimento ou ponto de articulação. Isso favorece o processo cognitivo dos alunos surdos, ao trabalharem com um grau de liberdade maior durante as atividades de conversão. Por isso, o estudo da álgebra, com alunos surdos, deve ser realizado com as vantagens que a língua de sinais lhes oferece, desvinculando-se do uso excessivo dos algoritmos, de representações exclusivamente simbólicas ou escrita e, principalmente, da obrigatoriedade de se obter uma resposta apenas numérica ou da linguagem algébrica.

Palavras-chave: Registro de representação semiótica. Álgebra. Educação de Surdos.

ABSTRACT

This present research has the objective of analyzing the main registers of semiotic representation and their possible coordination in the teaching and learning of algebra for deaf students fluent in sign language. With the purpose of to provide more elements for analysis and considering the need to work with a greater diversity of semiotic representation systems, according to the theory adopted by Duval, the content of the chosen algebra was the inequality, not only because of the variety of records, but also because of the connection that exists with other contents, such as functions and equations. For achievement of the objective, the methodology used was the Didactic Engineering disseminated by Artigue; she allowed a planned application of a sequence with five activities, realized with seven deaf Brazilian students in high school, all of a special school located in the pioneer north of Paraná. To extend the search, in an inclusive process different from the Brazilian, were also evaluated the previous knowledge of three Deaf students of high school Spanish in a regular school of Barcelona. The obtained results of the experiments with Brazilian students were that the language of signs, being a visual / motor language, favored the identification the representational algebraic elements, during the conversion activity, by connecting performed with the graphic records. These deaf students, by converting an algebraic expression for sign language and for writing, and vice versa, supported itself, many times, in graphical intermediate representation, including describing the details of this representation. Even sign language and writing have the same function meta-discursive of communication, they differ in their rules accordingly; the constitutive units' representations of each registers are very different. The Brazilians deaf, by translating algebraic expressions to sign language, juxtaposed two signals in the configuration of the hands, as in mathematical language. On the contrary, the previous results of the diagnostics with the deaf in Spain, revealed that these students translated algebraic expressions for sign language, sequentially, with the predominant use of dactylology, that is to say, the same as written language. The process of oral inclusion, which is tradition in Spain, presented strong influence on the cognitive process of these students. The cognitive activity conversion from written language or sign language for algebraic record and this for one to graphic record was insufficient for these students. We conclude that when the field study is algebra, with different meanings for the letters, the use of different registers of representation becomes essential for any deaf student user of sign language. Mental representations of profoundly deaf depend exclusively of sign language to generalize and abstract representations algebraic, with the intermediate representation graphs. Despite the low lexicon that sign language, from its main parameters, deaf can translate and represent any mathematical registers of representation, covering many variations, for example, with a simple change of movement or pivot point. This favors the cognitive processes of deaf students, while they work with a greater level of freedom during the conversion activities. By therefore, the study of algebra with deaf students should be performed with the advantages that sign language offers to them, detaching itself from the excessive use of algorithms, exclusively symbolic or written representations and specially the obligation to obtain just the algebraic language or numeric response.

Key-words: Registry of semiotic representation. Algebra. Education of the Deaf.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ANEXOS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O principal motivo pela escolha do tema "Estudo dos Registros de Representação Semiótica: Implicações no Ensino e Aprendizagem da Álgebra para Alunos Surdos Fluentes[1] em Língua de Sinais" esteve intimamente ligado a experiências que tive em sala de aula por mais de onze anos no Ensino Fundamental e Médio. Ao trabalhar na Educação Básica, constatei que o estudo da álgebra estava presente, naquela época, em todas as séries, exceto na primeira série do Ensino Fundamental. No primeiro ano em que comecei a lecionar, após terminar a graduação, me deparei com uma aluna surda numa sala com mais de trinta e cinco alunos ouvintes, sem saber ao certo qual metodologia deveria utilizar tanto para os alunos ouvintes como para o surdo.

Depois de lecionar na Educação Básica durante esses onze anos e, concluído o Mestrado, deparei-me com uma aluna cega, mas, desta vez, no Ensino Superior. Esse fato me levou a buscar novas metodologias de ensino totalmente diferentes das que já conhecia e praticava em sala de aula. Pude perceber que as metodologias utilizadas com essas alunas, tanto a surda quanto a cega, favoreciam também aos alunos ouvintes que estudavam juntos e tinham dificuldades com os problemas algébricos muito comuns nos cálculos sobre situações de diversas áreas do conhecimento. Ao lecionar Álgebra no Ensino Superior, não apenas no curso de Matemática, bem como em disciplinas afins de outros cursos em que inclui o conteúdo algébrico, percebi que muitas vezes os alunos não estão preparados ou em condições de continuar a carreira escolhida devido à dificuldade no estudo da Álgebra.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática,

> [...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), por exemplo, os itens

---

[1] Pessoa que se expressa com facilidade, espontaneidade e naturalidade em uma língua, que pode ou não ser a sua primeira língua, além de fazer emergir o entendimento sobre as diferenças culturais que a língua possui (AURÉLIO, 2000).

> referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40% de acerto em muitas regiões do país (BRASIL, 1998, p. 115-116).

Motivada pelos alunos com dificuldades em álgebra, na busca de novas metodologias, encontrei nos PCN uma proposta para um novo enfoque no tratamento da álgebra, a fim de que não se torne um exercício mecânico do cálculo e sim um esclarecimento que promova a compreensão dos conceitos a serem adquiridos. A proposta dos PCN é privilegiar o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo que favoreça não só a variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre conteúdos algébricos, como também a diversificação de representações mentais. Legitimando essas propostas e pensando especificamente na educação dos surdos, a teoria de Duval (2009) foi adotada neste trabalho, uma vez que o autor considera as representações semióticas interiorizadas e outros fatores que serão expostos com detalhes.

De um ponto de vista genético, as representações mentais e as representações semióticas não podem ser opostas como dois domínios totalmente diferentes ou independentes. Duval (2009) afirma que "Não há *noésis*[2] sem *semiósis*[3], é a *semiósis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*". Com isso, o autor quer dizer que não há apreensão conceitual de um objeto sem o recurso a uma pluralidade ao menos potencial de sistemas semióticos, recurso que implica sua coordenação para o próprio sujeito. A compreensão desses distintos registros de representação é de grande importância para o ensino e a aprendizagem de álgebra. Seu manejo permite enfrentar uma gama de situações em contextos relacionados com o cotidiano, com a análise e resolução de problemas da área da álgebra, em outras áreas da Matemática e em outros campos do conhecimento.

A coordenação de sistemas semióticos pelos alunos revela-se necessária não só na Matemática em si, mas no domínio das línguas e na capacidade de escrever textos coerentes, organizados, argumentados; pela capacidade de compreender os textos lidos ou de extrair deles a informação pertinente para uma questão. Benveniste[4] (1974, *apud* DUVAL, 2009) considera a função discursiva como "[...] a organização semiótica por

---

[2] Duval (2009) considera a *noésis* como sendo os "atos cognitivos" (p. 15), ou seja, a apreensão conceitual de um objeto.

[3] Duval (2009) considera a *semiósis* como sendo a "apreensão ou a produção de uma representação semiótica" (p. 15).

[4] BENVENISTE, E., **Problèmes de linguistique générale, 2**. Paris: Gallimard,1974.

excelência" (p. 22). Para esse autor, a língua natural aparece como um registro de representação, não ao plano linguístico regido por regras, mas sim ao plano discursivo, dependendo de uma intencionalidade enunciativa: "As funções discursivas não podem ser separadas das funções cognitivas" (p. 22).

Dessa forma, a teoria de Duval permite analisar as diferentes funções discursivas da língua de sinais e das operações que correspondem a ela, em que os tratamentos não são algoritmizáveis, com associações verbais (conceituais), além da forma de raciocinar e argumentar a partir de observações ou de crenças. Entende-se, dessa forma, será possível estudar os problemas colocados pelo sistema de escrita algébrica, que Duval (2009) considera como uma linguagem formal, com o tratamento principalmente algorítmico e "[...] levanta dificuldades consideráveis de não-congruência e conduz à oposição entre as línguas naturais e as línguas formais" (p. 23).

Vários autores, como Goldfeld (2002); Zarfaty, Nunes e Bryant (2004); Leite, Borba e Gomes (2008); Nogueira e Zanquetta (2008), reconhecem que apenas a língua de sinais não é suficiente para proporcionar ganhos qualitativos ao desenvolvimento cognitivo do indivíduo surdo, pois ela apresenta algumas especificidades para aquisição de conhecimentos. Acrescente-se a isso o fato de que a aprendizagem tradicional da Matemática, centrada sobre os conteúdos de ensino, não fornece aos alunos em geral e aos surdos em particular aptidões que Duval (2009) considera fundamental para a construção conceitual:

- A diversidade de sistemas de representação;
- A utilização das possibilidades pertencentes a cada registro;
- As unidades significativas mútuas, uma dentro da outra, entre os diferentes registros.

Segundo Duval (2009), a coordenação entre representações ressaltando sistemas semióticos diferentes nada tem de espontâneo. O desenvolvimento e o exercício das atividades cognitivas dependem das relações entre representação semiótica e representação mental. Em outras palavras, a *semiósis* determina as condições e possibilita o exercício da *noéisis*, e não o contrário: as coordenações entre representações não podem ser a consequência da apreensão conceitual.

No tocante ao ensino da álgebra, é possível ver a presença dessa gama de registros nas resoluções gráficas, em tabelas, na linguagem natural, na linguagem simbólica e nas figuras geométricas. Ao considerar a necessidade de se trabalhar com uma diversidade maior de sistemas de representações e proporcionar mais elementos para análise, o conteúdo da álgebra escolhido foi a inequação, não só pela possibilidade da variedade de registros citados, mas também, pela conexão que existe com outros conteúdos, como funções e equações. Ao trabalhar graficamente com a resolução de inequações, pode-se atribuir melhor significado às desigualdades e aprimorar sua construção.

Portanto, o principal objetivo foi desenvolver uma pesquisa analítica dos principais registros de representação semiótica e suas coordenações possíveis no ensino e na aprendizagem da álgebra de alunos surdos fluentes em língua de sinais.

Para atingir esse objetivo, foi utilizada a metodologia da Engenharia Didática difundida por Artigue (1990), composta por quatro fases. Essa metodologia permitiu a aplicação planejada de uma sequência de atividades com alunos surdos de uma escola especial de uma cidade localizada no norte pioneiro do Paraná.

Em conformidade com a pesquisa, com o intuito de ampliar o campo de análises, num processo inclusivo diferente do brasileiro, foi realizado um estágio na Espanha, com alunos surdos de uma escola regular da cidade de Barcelona, depois de realizada a experimentação da sequência didática no Brasil. Considerando o curto tempo desse estágio, foi realizado apenas o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos surdos desse país, sem a experimentação da sequência de atividades.

No Brasil, o planejamento que antecedeu a experimentação em sala de aula fez parte da primeira e da segunda fases, chamadas de análises preliminares e *a priori*, que forneceram os aportes necessários para o desenvolvimento das atividades aplicadas em sala de aula. A experimentação foi realizada na terceira fase simultaneamente com a quarta, denominada de fase de validação, em que se efetivou a confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*. Então, as quatro fases da metodologia adotada, em certos momentos, estiveram justapostas durante o transcurso desta pesquisa, subdividida em seções, conforme descrição apresentada adiante.

Na primeira seção, são relatadas as principais motivações que levaram à escolha do tema, contemplando a trajetória de desenvolvimento, as leituras realizadas, até chegar às questões relevantes de estudo e aos objetivos suscitados por estas. Ainda nesta seção são apresentados o campo da pesquisa e seus participantes.

A segunda seção inicia-se com a descrição de cada fase da metodologia adotada, de modo a proporcionar ao leitor a visão geral das análises realizadas em cada fase. Em seguida é apresentado o referencial teórico que orientou todo o processo de investigação das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão, levando em conta as concepções sobre a álgebra do Ensino Médio correspondentes aos diversos usos das variáveis.

Na terceira seção, são apresentadas as análises preliminares com a revisão da literatura subdividida em duas partes, no que diz respeito à Educação Matemática para surdos e no que diz respeito aos aspectos matemáticos e didáticos da inequação. Na parte sobre a Educação Matemática dos surdos, é mostrado um panorama geral desse ensino para os surdos com a importância dos aspectos linguísticos discursivos e o uso do computador como uma ferramenta de apoio para as transformações das representações. Na parte dos aspectos matemáticos e didáticos da inequação, é descrito o seu desenvolvimento histórico que permitiu realizar as análises entre o representante e o representado, numa perspectiva epistemológica, semiótica e didática contextualizada ao ensino e à aprendizagem para alunos surdos. Também fez parte das análises preliminares a descrição e justificativa que levou à criação de uma tabela, composta com os termos matemáticos e suas diferentes representações, utilizada pelos alunos surdos durante toda experimentação.

Na quarta seção, das análises *a priori*, são descritos os conhecimentos prévios dos alunos sobre as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão, que foram levantados por meio de um diagnóstico. O diagnóstico é composto por uma parte descritiva das variáveis didáticas levantadas para o desenvolvimento da experimentação e que visou prever estratégias, dificuldades, comportamentos e formas de controle durante as atividades. É descrito, ainda nesta seção, o *software* que serviu de suporte durante a aplicação da sequência de atividades.

Na quinta seção, é descrita a criação das atividades realizadas durante a experimentação, subsidiada pelas análises preliminares e *a priori*, os objetivos, as justificativas, o levantamento de hipótese de cada uma delas e, na sequência, a coleta de dados, suas análises *a posteriori,* confrontação entre as análises *a priori* e a *posteriori*, validação até chegar à institucionalização do aprendizado.

Na sexta seção, é apresentado um discurso diferente dos encontrados pelos alunos surdos brasileiros, sobre os aspectos cognitivos das representações semióticas presentes na álgebra. Os resultados aqui encontrados são decorrentes de um breve estágio realizado na Espanha, devido à falta de estudos referentes à educação matemática para surdos, em específico sobre a álgebra.

Para finalizar, as questões de pesquisa são respondidas, permitindo verificar se os objetivos almejados foram alcançados ou não e, assim, chegar às conclusões finais, tendo em vista os reflexos desses resultados com novos questionamentos.

Primeira Seção

DIRECIONAMENTO DA PESQUISA

Nesta seção, é descrita uma breve trajetória de como se chegou ao tema, com as principais motivações que orientaram a sua escolha. A justificativa da escolha desse tema é apresentada a partir da relevância histórica e das políticas educacionais destinadas às pessoas surdas até chegar às suas especificidades em relação à Educação Matemática. Ainda nesta primeira parte, são destacados os questionamentos que direcionaram os objetivos de pesquisa e, também, são apresentados o campo de pesquisa e seus participantes.

1. 1 TRAJETÓRIA E RELEVÂNCIA DO TEMA

A proposta inicial deste trabalho era continuar o estudo realizado no Mestrado, sobre sistema de equações lineares com duas incógnitas. No Doutorado, seria desenvolvido um estudo com n equações e n incógnitas em um novo enfoque, com a teoria de Duval (2009). A proposta inicial não foi levada adiante por fazer parte de uma gama de pesquisas, listadas no trabalho de Colombo, Flores e Moretti (2008) sob o mesmo referencial teórico, que a cada ano tem sido apresentada em Educação Matemática, tratando-se das transformações realizadas com os diferentes registros de representação semiótica.

Na busca de um novo tema e considerando a grande relevância da teoria desenvolvida por Duval (2009), abriu-se um leque de novos contextos a serem abrangidos nesse repertório de pesquisas já existentes, referenciadas pelos autores acima citados.

Dentre as possibilidades, elegeram-se:

- O conteúdo matemático inequações, atendendo a possibilidade de uma ampla diversificação e transformação entre registros, além da conexão com outros conteúdos;

- O uso dos dispositivos informacionais, com o *software Graphequation* destinado ao ensino e à aprendizagem desse conteúdo;
- As questões de inclusão, garantidas em lei nas últimas décadas, para os alunos surdos com a utilização da língua de sinais.

Durante conversas com a orientadora, também interessada em trabalhar com esse mesmo referencial teórico, foram apreciadas sua vasta experiência com surdos e, assim, o novo tema foi definido.

Experiências em sala de aula, o convívio com pessoas surdas e muitas leituras realizadas sobre o assunto promoveram a sensibilização e o reconhecimento de uma realidade com outras dimensões, outro mundo de considerações culturais que é indiferente ou ignorado pela maioria das pessoas. Frente a essas inquietações e ao direcionamento deste trabalho, fui procurar os conhecimentos básicos de Libras, uma vez que na minha graduação - Licenciatura Matemática - não foi oferecido o ensino dessa língua. A minha formação foi anterior ao Decreto 5626 datado de 2005, que tornou obrigatório o ensino de Libras em todos os cursos de formação de professores no Brasil. Apenas o ensino de Libras oferecido na graduação não seria suficiente para tornar-me capaz de usar a língua em situação de pesquisa, o que me fez conhecer mais sobre a Libras e a cultura dos surdos.

Procurei, então, entender por meio de leituras, as modificações, as crenças e os preconceitos que a língua de sinais sofreu durante sua história até chegar a ser uma língua oficial, garantida pela Lei Federal nº 10 436, de 2002, conhecida como a Lei da Libras. As leituras de pesquisas apresentadas por linguistas me fizeram entender a completude dessa linguagem, com uma gramática própria que permite aos surdos se expressar tão bem quanto as pessoas que utilizam as linguagens orais.

Também participei do Curso de Extensão *Sistema Signwritining* – Escrita dos Sinais, na mesma escola em que foi realizada a pesquisa, bem como, passei a assistir aulas de Libras, que atualmente fazem parte do currículo dos cursos de licenciatura, na mesma universidade em que realizo o doutorado e num grupo religioso da comunidade onde moro atualmente. Ainda, participo de um projeto de extensão para a difusão da Libras, em que já houve reuniões de conversação com alunos de diferentes cursos durante um ano, palestras em escolas do ensino básico, atividades na associação dos surdos, entre outras atividades.

Os estudos realizados sobre a Libras foram além dos meus interesses de pesquisa e da preocupação gerada pelo processo de inclusão educacional dos surdos. Tomando emprestadas as palavras de Sacks (1998), com o estudo da Libras passei a "[...] enxergar à distância coisas que estão excessivamente próximas para serem percebidas com nitidez" (contra capa).

Quando percebi, eu não estava apenas estudando a Libras, estava também envolvida num mundo cuja existência eu jamais poderia imaginar, totalmente diferente daquele a que estava acostumada no meu dia-a-dia como ouvinte. A cada aula, comecei a aprender também uma cultura constituída por uma língua visual/motora, dificilmente perceptível a olho nu para quem não tem o mínimo de interesse em percebê-la.

Ao contrário do que muitas pessoas pensam, a surdez é considerada por Sacks (1998, p. 15) como algo devastador. Isso porque os surdos correm o risco de ficarem atrasados cognitivamente quando existe a falta de uma língua que os integre socialmente, culturalmente e até mesmo afetivamente. De acordo com Sacks (1998, p. 23), somente a partir de meados do século XVIII, o surdo deixou de ser considerado estúpido e incapaz para herdar bens, contrair matrimônio, receber instrução, ter um trabalho adequadamente estimulante, ou seja, ter os direitos humanos fundamentais, "[...] mas o que se evidenciava não era nada (*sic*) em comparação com a destituição íntima - a destituição do conhecimento e do pensamento que a surdez pré-linguística podia acarretar na ausência de qualquer comunicação" (SACKS, 1998, p. 28). Sacks afirma, ainda, que esse vácuo de comunicação existia devido ao fato de a pessoa surda não possuir símbolos para fixar e combinar ideias.

A equivocada ideia de que os símbolos tinham de ser falados vem desde Aristóteles e remonta aos tempos bíblicos. Com o abade De l´Epée[5], a língua de sinais, nativa dos surdos pobres de Paris, encontrou seu uso e possibilitou uma transformação significativa que, pela primeira vez, permitiu aos alunos surdos lerem e escreverem em francês e, assim, adquirirem educação:

> Um período que agora se afigura como uma espécie de era dourada na história dos surdos marcou o rápido estabelecimento de escolas para surdos, geralmente mantidas por professores surdos, em todo o mundo

[5] De l´Epée foi um jovem abade de mente grandiosa que viveu durante o século XVIII. O abade não podia tolerar a ideia de as almas dos surdos-mudos viverem e morrerem sem ser ouvidas em confissão, além de acreditar numa ideia filosófica e linguística então muito em voga – a da língua universal, como o *speceium* com que sonhava Leibniz (SACKS, 1998).

> civilizado, a emergência dos surdos da obscuridade e da negligência, sua emancipação e aquisição de cidadania e seu rápido surgimento em posições de importância e responsabilidade – escritores surdos, engenheiros surdos, filósofos surdos, intelectuais surdos, antes inconcebíveis, subitamente eram possíveis (SACKS, 1998, p. 34).

Apesar de De l´Epée considerar de forma equivocada, por sessenta anos, a língua de sinais como um sistema de "sinais metódicos" ou "universais", destituída de gramática, deve-se entender, explica Sacks (1998), que "[...] ela equipara-se à língua falada, prestando-se igualmente ao rigoroso e ao poético - à análise filosófica e ao namoro e, na verdade, com uma facilidade que às vezes é maior do que a da língua falada" (p. 34).

O sistema de "sinais metódicos", considerado por De l´Epée, pode se equiparar a um código. Cabe aqui, então, a necessidade de diferenciar um registro de um código. Ambos desempenham a função de comunicação, no entanto, o código não apresenta a possibilidade de tratamento, ou seja, de transformar um elemento em outro, como a placa de trânsito ou o código Morse. Ao contrário, o termo registro, empregado inicialmente por Descartes em 1637, apresenta outras funções de objetivação e tratamento, em uma perspectiva de aquisição de conhecimento para distinguir a escrita algébrica das curvas e suas representações figurativas, que foram tratadas mais à frente com o estudo dos registros, empregado por Duval.

O desenvolvimento da língua de sinais continuou nos Estados Unidos até 1870 graças ao trabalho iniciado por Thomas Gallaudect e Laurent Clerc. A partir de então, em consonância com o movimento geral da época, o trabalho de um século se desfez em vinte anos, devido à intolerância com as minorias e suas práticas - característica do período vitoriano. Um verdadeiro dilema crescia por décadas e existe até hoje: acreditava-se que para permitir a integração do surdo com a população em geral deveria ensiná-lo a falar e a ler os lábios, além de proibir a comunicação por sinais.

O efeito foi contrário, houve uma deterioração marcante no aproveitamento educacional das crianças surdas e em sua instrução. Sacks (1998) mostra ser viável o sistema de "educação combinado" no qual os alunos surdos aprendem não só a leitura labial e a fala, mas também a língua de sinais e a capacidade do desenvolvimento nas diferentes fases do crescimento, ao contrário do que vinha ocorrendo.

Os estudos linguísticos sobre as línguas de sinais, desenvolvidos após a década de 1960, particularmente por Stokoe, nos Estados Unidos[6], demonstraram as possibilidades cognitivas dessas línguas.

> O surdo pode desenvolver suas habilidades cognitivas e linguísticas (se não tiver outro impedimento) ao lhe ser assegurado o uso da língua de sinais em todos os âmbitos sociais em que transita. Não é a surdez que compromete o desenvolvimento do surdo, e sim a falta de acesso a uma língua. A ausência dela tem consequências gravíssimas: tornar o indivíduo solitário, além de comprometer o desenvolvimento de suas capacidades mentais (GESSER, 2009, p. 76).

É preciso considerar ainda que as pessoas surdas constroem seu mundo em torno dos dispositivos do movimento, forma e som (cliques, zunidos, estalos e grunhidos) e adquirem significados culturalmente relacionados. Para Gesser (2009), esse significado é culturalmente construído, e cada cultura organiza seus significados diferentemente com uma miríade de interpretações e seleções: “Essas convenções culturais são aprendidas e construídas dentro das nossas práticas cotidianas” (p. 48).

Apesar das diferenças, podem-se encontrar muitas histórias de como a cultura surda foi marcada por imposição da cultura dominante, em que metodologias não foram criadas pelo povo surdo e sim por ouvintes. Os surdos desejam ser reconhecidos, desejam que se faça conhecer sua cultura, mesmo que não seja possível sentir na própria pele como é ser surdo. Concordamos com Gesser (2009) que esta é uma reflexão importante a ser feita.

Como resultado dessa luta de reconhecimento da cultura surda, o processo de educação inclusiva, com a presença de um intérprete de Libras, vem sendo gradativamente implementado nas escolas comuns. Mesmo assim, a inclusão educacional de surdos é repleta de controvérsias e uma delas se sustenta na intermediação da Libras em relação às especificidades existentes em cada uma das disciplinas. Esta questão reveste-se de grande importância quando a disciplina em questão é a Matemática, em função de sua característica abstrata, de difícil interpretação para uma língua de características visual/motora, particularmente, por esse campo de conhecimento dispor de uma linguagem particular.

Assim como a língua de sinais tem uma gramática própria e se apresenta

---

[6] No Brasil, estes estudos começam a partir da década de 1980, com FELIPE, T. (2007) e BRITO, L. F. (1995) e continuam sendo desenvolvidos, particularmente com QUADROS, R. M. (1997, 2004 e 2006), QUADROS e CRUZ (2011) e KARNOPP, L. B. (2004).

estruturada em todos os níveis (fonológico, morfológico, sintático e semântico), como as línguas orais, ela também tem suas características próprias em relação à linguagem matemática. Existe, assim, a necessidade de confrontar áreas específicas de linguagens e de culturas diferentes.

A Libras, segundo Silva (2010), apresenta uma peculiaridade com relação aos números: a característica da transparência, ou seja, de "[...] se escrever como se fala" (p. 222), o que não ocorre com as línguas orais. Os elementos dos números escritos podem ser identificados a partir dos sinais em Libras. O número "seiscentos e sete", por exemplo, é traduzido, em Libras, pela justaposição dos sinais (Fig.1), igual à escrita numérica 607.

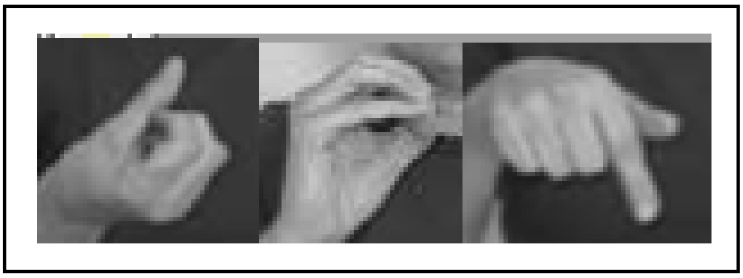


Figura 1: O número 607 em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

Respaldada em várias pesquisas, Silva (2010) mostra que para os números na língua oral não existe essa transparência, por exemplo o "seiscentos e sete", se fosse escrito como se fala, em numerais, ficaria 6007, e não 607, de acordo com o valor posicional dos números. Para esta pesquisadora, os surdos não recebem a interferência da linguagem numérica oral não-posicional, por isso não precisam realizar uma transcodificação para a escrita numérica posicional. A transparência numérica, para a autora "[...] possibilita e desencadeia o pensamento e a construção dos elementos conceituais subsidiados por ela, fato que pode favorecer os surdos em detrimento dos ouvintes" (SILVA, 2010, p. 222).

Da mesma maneira que nem todas as especificidades da Matemática se relacionam diretamente com a linguagem comum, o mesmo pode se pensar da Matemática em relação à língua de sinais: que uma não substitui a outra, mas que ambas coexistem e estão alicerçadas no mesmo fundamento, a representação.

A conversão entre os registros da língua natural para a linguagem matemática, vista no nosso exemplo acima, bem como a conversão entre dois registros quaisquer, Duval (2009) acredita que depende de uma compreensão conceitual, isto é, de uma atividade "puramente mental".

A hipótese assumida neste trabalho foi que a conversão de um gráfico a partir da língua natural ou de uma expressão algébrica favorece o entendimento para obter melhores resultados por parte de alunos surdos, uma vez que sua apreensão de conhecimento e percepção de mundo se dá exclusivamente pela visão com uma comunicação visual/motora, a tal ponto que, atualmente, a surdez é entendida como uma "experiência visual".

Nesse sentido, se fez, neste trabalho, o entrelaçamento dessas concepções com o desenvolvimento da língua de sinais e a linguagem algébrica. Consequentemente, um dos elementos centrais desta pesquisa foi analisar como se processa a linguagem matemática, em específico a linguagem algébrica, do aluno surdo fluente em língua de sinais. Os resultados que advindos deste estudo provavelmente favorecerão também o ensino de Matemática para todos os surdos das escolas comuns, que não são poucos. Segundo dados do MEC - Ministério da Educação, no ano de 2001, foram matriculados no Ensino Fundamental 50 mil estudantes surdos advindos do processo de integração ocorrido na década de 1970.

Completando a trajetória desta pesquisa, realizou-se uma pequena parte desta pesquisa em Barcelona/ Espanha, onde a língua de sinais dessa região foi reconhecida pela "Llei 17/2010" (PARLAMENT DE CATALUNYA, 2010), ou seja, após oito anos da Libras ser reconhecida no Brasil e que adota um processo de inclusão diferente. Este estudo está descrito na sexta seção desta tese. A incursão pelo universo dos surdos não era o principal objetivo desta pesquisa, mas sem esse mínimo de conhecimento, gerado pelo estudo da Libras, eu não poderia fazer um estudo da linguagem matemática com alunos surdos e responder aos questionamentos aqui suscitados e que estão descritos adiante.

1. 2 QUESTÕES E OBJETIVOS DA PESQUISA

No que diz respeito à Educação Básica, conforme consta nos PCN (BRASIL, 2000), o aluno deverá estar em condições de reconhecer diferentes funções da álgebra - por exemplo, generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis - pela exploração de situações-problema. Isto é, "[...] representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação" (p. 50).

Qual seria esse aluno mencionado nos PCN e quais seriam as opções para esse aluno chegar às condições estabelecidas? Essas propostas que orientam o currículo são voltadas para o ensino de Matemática em geral, mas para a Educação Especial os desafios aumentam. Os desafios são decorrentes tanto do contexto problemático das reformas realizadas em nosso país quanto da própria história de cada área específica. A política de inclusão no Brasil, estabelecida na década de 1990 com a LDB nº 9394/96 (BRASIL, 1996), passa por inúmeras barreiras que impedem sua realidade na prática cotidiana das nossas escolas. O contexto educacional, em específico para os surdos, tem o bilinguismo como um dos desafios a serem enfrentados:

> Não se pode falar em igualdade de condições de ensino na escola se não existir uma política de formação universitária de educadores devidamente capacitados para fazerem face às diferenças linguísticas existentes em nosso país – diferenças que não se restringem somente ao caso dos surdos... (SOUZA[7], R. M. *in* GESSER, 2009, capa).

Como já foi dito, o processo de educação inclusiva vem sendo gradativamente implementado nas escolas de ensino regular. No entanto, para que esse processo possa ser efetivado, um dos elementos centrais aqui estudados foi a linguagem Matemática para a educação especial direcionada aos surdos fluentes em língua de sinais.

Estudos realizados por Sacks (1998) definem que "[...] uma pessoa surda é aquela que não ouve o suficiente para processar informações linguísticas pela via de acesso mais comum – a oral-auditiva, criando, por isso, uma entidade linguística e cultural própria" (p. 37). Pode-se, então, perguntar: Como fica a distinção de registros quando se utiliza a língua de sinais?

---

[7] Entrevista concedida à folha dirigida – São Paulo, 2007.

A partir de pesquisa já realizada (GESSER, 2009), podemos inferir que “[...] as línguas orais e as línguas de sinais são similares em seu nível estrutural, ou seja, são formadas a partir de unidades simples que, combinadas, formam unidades mais complexas” (p. 18). A autora esclarece que a diferença está na combinação das unidades.

As línguas de sinais, de maneira geral, incorporam as unidades simultaneamente, enquanto as línguas orais tendem a organizá-las sequencialmente e linearmente. Destacamos que isso não acontece com todas as línguas de sinais, conforme constatado nas análises realizadas na Espanha, descritas nas conclusões. No Brasil, percebe-se isso quando o surdo se refere ao sinal matemático “≥”. Sua descrição em português é “maior que ou igual a”. Em Libras, seria traduzida pela configuração das mãos que incorporam concomitantemente os dois sinais de maior e igual, assim como na linguagem matemática, além dos movimentos e expressões do rosto, excluindo, desta forma, o verbo e preposições que aparecem de forma linear em Português.

Nesse sentido, investigamos se estas características da língua de sinais, a saber, a simultaneidade de realização de mais de um sinal e a organização espaço-visual, além de guardar alguma semelhança com a linguagem matemática, por não utilizar conectivos, por exemplo, podem se constituir em um facilitador para a construção da linguagem algébrica.

Para Nogueira e Zanquetta (2008), a Libras, compartilhada por professores ouvintes que não podem, ainda, ser considerados fluentes em Libras e alunos surdos, não supre as necessidades elementares de uma comunicação efetiva. Considerando a teoria de Duval (2009), competiu, então, perguntar como se processa a construção da linguagem algébrica, apresentada na língua escrita e mediada pela língua de sinais? Como acontece, por exemplo, a diferenciação entre representante e representado?

Em virtude dessas questões, entendemos ser necessária a investigação da diferenciação entre representante e representado presentes na pluralidade dos registros de representação semiótica. Além disso, importam as possíveis articulações com o uso dos dispositivos informacionais e a identificação das correlações cognitivas entre as transformações por tratamento e conversão (DUVAL, 2009), presentes na resolução de inequações por alunos surdos fluentes em língua de sinais.

Foi a ausência de reflexões mais profundas, sobre o estudo da álgebra com alunos surdos, que nos levou a desenvolver essa temática. Ao pensar as questões educacionais a partir da mudança de estereótipos e preconceitos na escola e na sociedade, isso nos levou a refletir sobre a educação matemática para surdos.

A partir dos problemas apresentados, levantamos o seguinte questionamento:

- Como se processa a construção da linguagem algébrica, em que reside a distinção entre registros de representação de objetos algébricos, quando se utiliza a língua de sinais?

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Apontar, por meio de reflexões analíticas, como se processa a construção dos registros de representação de objetos algébricos e suas coordenações nos processos de ensino e aprendizagem da álgebra para alunos fluentes em língua de sinais.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar, explicitar e analisar as especificidades dos representantes que se valem da língua de sinais para representar o objeto algébrico.
- Apontar as características das transformações possibilitadas no interior do sistema semiótico referente a língua de sinais e as transformações oriundas da mudança de sistema semiótico para representar o mesmo objeto, em específico as inequações.
- Analisar as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão, durante a sequência didática, fundamentais no processo de desenvolvimento da *semiósis*, assim como suas possíveis articulações com o uso dos dispositivos informacionais.

O campo de pesquisa da instituição brasileira e seus participantes, descritos a seguir, fizeram parte de toda experimentação em conformidade com a metodologia adotada. O campo de pesquisa da instituição espanhola, também descrito na sequência, fez parte das análises referente apenas aos conhecimentos prévios dos alunos surdos que estudam na Espanha, sem fazerem parte de toda a experimentação, devido ao curto tempo de estágio nesse país.

1.3 CAMPO DE PESQUISA BRASILEIRO E PARTICIPANTES

A instituição de ensino especializada para surdos, que fez parte desta pesquisa no Brasil, é denominada aqui de Escola Especial e atende somente alunos surdos. Ela está localizada no interior de uma universidade situada num município ao Norte do Estado do Paraná. Foi criada em 1981 por uma Organização não Governamental – ONG de caráter filantrópico e sem fins lucrativos, mantida com verbas dos governos federal, estadual e municipal. No início de seu funcionamento, o objetivo dessa instituição era apenas oferecer a reabilitação aos seus alunos, mas em 1996 adotou uma proposta bilíngue para a escolarização do ensino fundamental - implantado um ano antes. Esse foi o principal fator para a escolha dessa escola, com ações direcionadas na aquisição de duas línguas por parte dos professores, profissionais da escola e, principalmente, pelos alunos surdos. O sistema, denominado bilinguismo/biculturalismo, é subsidiado pelo uso de duas línguas no processo de ensino e aprendizagem para todos seus alunos: a primeira língua é a Libras e a segunda língua é o Português na modalidade escrita, <u>sem a exigência da sua oralidade.</u>

Atualmente, a Escola Especial atende gratuitamente 63 alunos surdos provenientes da cidade e região, oferecendo a educação infantil, básica e programas específicos para a área da surdez, entre outros cursos, no período de contraturno. O seu sistema é seriado, com nota mínima seis (6,0) para aprovação bimestral.

Tendo em vista o principal objetivo de nossa pesquisa - “Apontar, por meio de reflexões analíticas, como se processa a construção dos registros de representação de objetos algébricos e suas coordenações nos processos de ensino e aprendizagem da álgebra para alunos fluentes em língua de sinais” - o processo de observação da ação educativa foi orientado por meio dos seguintes critérios para a escolha dos alunos:

- usar apenas a língua de sinais, sem a influência da oralidade;

- estar cursando a mesma turma do ensino médio, não importa a idade, tomando-se como parâmetro a expectativa de desempenho referente à série cursada e não à idade cronológica.

Inicialmente, fizeram parte do diagnóstico, conforme a disponibilidade de horários da escola, alunos de uma turma do 1º ano e uma turma do 2º ano do ensino médio. Em conformidade com os critérios desta pesquisa, no final, os alunos selecionados para as investigações foram os sete alunos do 1º ano do ensino médio, todos do sexo masculino e fluentes em Libras, conforme descrito na Tabela 1. Esses alunos concordaram em participar da pesquisa e os seus responsáveis assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido. A identidade dos alunos foi preservada, usando-se letras no lugar de seus nomes, e o uso da imagem foi autorizada para a captura dos sinais em Libras utilizados pelos alunos.

Tabela 1: Características dos adolescentes participantes da pesquisa

Alunos	**Idade em Out/2011**	**Turno**	**Data de ingresso na Escola Especial**	**Tipo/ grau de Surdez**
A1	22	M /T[8]	30/01/2006	NS[9] profunda DE[10]
A2	14	M /T	22/03/1999	NS profunda DE
A3	15	M /T	28/07/2003	NS profunda DE
A4	18	M /T	16/12/2004	NS severa DE
A5	15	M /T	06/12/2002	NS profunda DE
A6	18	M /T	11/05/2009	NS profunda DE
A7	15	M /T	11/02/2005	NS profunda DE

Fonte: Dados fornecidos pela direção da Escola Especial

A professora regente da turma, que acompanhou os alunos nesta pesquisa, é fluente em Libras e trabalha na escola desde a implantação do bilinguismo, lecionando para o ensino básico. Ela é formada em Matemática, tem o mestrado e, atualmente, está

[8] M/T – Manhã e tarde

[9] Neurossensorial

[10] Ouvido direito e esquerdo

cursando o doutorado, em área afim, na mesma universidade em que está localizada a escola. A professora foi voluntária desta pesquisa, o que permitiu um maior controle e exploração das atividades, no sentido de interpretar[11] em Libras as atividades, traduzir[12] para o Português a comunicação dos alunos realizada em Libras e responder quaisquer dúvidas apresentadas por eles.

É importante ressaltar que o ensino médio dispõe de apenas duas aulas de Matemática por semana de 50 minutos cada. Segundo a professora da turma, na época em que foi aplicado o diagnóstico, os alunos já haviam estudado o conceito equações e inequações, que fazem parte do ensino fundamental, e o conceito de função do primeiro grau e superficialmente as inequações, que fazem parte do ensino médio. Por esse motivo, a professora tinha a liberdade de fazer qualquer intervenção necessária, durante a aplicação das atividades, para que os alunos pudessem realizá-las. Essa intervenção foi realizada num processo concomitante à realização da pesquisa, sem prejuízos a esta, uma vez que as análises estão relacionadas tanto ao ensino quanto à aprendizagem, segundo a metodologia e o referencial teórico adotados.

Ao contrário da intervenção realizada pela professora com os alunos brasileiros, na Espanha não foi possível realizar todo esse tipo de intervenção, pois demandaria muito tempo. No entanto, resultados inesperados nas análises *à priori* foram encontrados e que complementaram a pesquisa realizada no Brasil. O campo de pesquisa espanhol e participantes são descritos na sequência.

1.4 CAMPO DE PESQUISA ESPANHOL E PARTICIPANTES

A escola "Educación Secundaria Obligatoria" (ESO), em que se realizaram as análises dos conhecimentos prévios dos alunos surdos que estudam na Espanha, está situada no centro de Barcelona, estabelecida desde o ano de 1996 e mantida pelo Governo da Catalunha. A escola oferece o ensino secundário obrigatório, equivalente ao último ano do ensino fundamental e os três anos do ensino médio brasileiro. Cada ano

---

[11] No ato da interpretação, a professora explicava ou ajuizava o sentido do texto que estava sendo traduzido, utilizando-se de outras palavras, exemplos ou situações.

[12] No ato da tradução, a professora apenas transladava ou transpunha da língua Portuguesa para a Libras.

do ensino secundário espanhol é chamado de curso, num total de quatro cursos. A escola oferece ainda o bacharelado por dois anos, não obrigatório; cada ano é considerado um curso preparatório para os exames seletivos das universidades, além de oferecer um curso para quem quer aprender pintura.

A escola tem no total 319 alunos, sendo 19 estudantes surdos que recebem a educação bilíngue oferecida por uma equipe de profissionais especializados, descrita na sexta seção. Na época da realização desta pesquisa, esta escola era a única para surdos sinalizadores que representavam apenas 10% dos alunos desta região. Os demais surdos dessa região, cujos pais optaram pela oralismo desde o início de sua escolarização, realizavam seus estudos em outros centros educacionais, também com ensino regular inclusivo.

Os seus cursos são oferecidos das 8 às 17 horas, em dois dias da semana, e das 8 às 13h30min, nos demais dias da semana. As disciplinas que integram o currículo são: Matemática, Inglês, Castelhano, Catalã, Latim, Educação Física, Tecnologia, Informática, Ciências Naturais e Ciências Sociais. Cada aula de Matemática tem a duração de 60 minutos, com quatro aulas por semana.

Fizeram parte da pesquisa três alunos do 4º curso do ESO, correspondente ao 3º ano do ensino médio brasileiro, todos com grau de surdez profunda, ingressantes desde 2009 no 1º curso do ESO, correspondente ao 9º ano do ensino fundamental brasileiro, e que utilizam a Língua de Sinais Catalã[13] (LSC). Até a data da pesquisa, dois desses alunos tinham 16 anos de idade e o outro, 18 anos. Os responsáveis dos alunos menores e o próprio aluno maior assinaram o termo de consentimento para participarem da investigação, para o uso de suas imagens na publicação da pesquisa e publicação de seus nomes na pesquisa, com o intuito de capturar os sinais utilizados por cada um.

[13] A língua de sinais catalã é uma língua própria das pessoas surdas da Catalunha, região da Espanha, que optam por essa modalidade de comunicação e que usam, portanto, em suas comunicações da vida diária. Têm se desenvolvido de uma forma similar à língua de sinais espanhola no resto da Espanha, de tal forma que se tem consolidado uma estrutura linguística comunicativa intimamente relacionada com o entorno geográfico, histórico e cultural (ESPANHA, 2007, p. 43252).

Os alunos surdos são assessorados com o trabalho de vários logopedas[14], um para cada disciplina, que traduz e explica em LSC a matéria que está sendo ensinada pelo professor da disciplina nos horários normais. Em horários contrários das aulas normais, esses profissionais fazem o atendimento, acompanhamento e reforço para todos os alunos surdos ou ouvintes que possuem qualquer tipo de transtorno na comunicação.

O logopeda da disciplina de Matemática trabalha há dois anos com os alunos que fizeram parte dessa pesquisa e utiliza apenas a LSC com eles para se comunicar. Esse profissional tem formação em Logopeda, que apresenta as características do profissional formado em fonoaudiologia no Brasil, mas com ênfase na área educacional principalmente para atender alunos surdos, além da formação em Pedagogia, Psicopedagogia e LSC.

A Logopeda da turma não pôde participar da pesquisa com a tradução das questões por ser um período escolar com exames finais de curso e ter que atender os outros alunos. Por essa razão, foi contratada (em anexo o contrato) uma tradutora na "Federació de Persones Sordes de Catalunya" (FESOCA), durante a aplicação das atividades para quaisquer questionamentos, dúvidas que os alunos tinham e contestar suas perguntas, de acordo com as respostas fornecidas pela pesquisadora.

Os surdos que utilizam a LSC nessa escola pesquisada são na maioria imigrantes ou que não tiveram um acompanhamento desde o início de sua escolarização. Dentre os três alunos pesquisados, dois são imigrantes. A aluna Gabriela, veio do Peru, é filha de pais ouvintes e vive na Catalunha há 12 anos. Maria, que veio da Rússia, é filha de pais csurdos e vive na Catalunha há 15 anos. Eric é filho de pais ouvintes e sempre viveu na Catalunha. Os três alunos, além da LSC, sabem a Língua de Sinais Espanhola (LSE); Maria respondeu que sabe a língua de sinais estrangeira, que provavelmente é a Língua de Sinais Russa (LSR), aprendida com seus pais surdos.

As análises à priori realizadas na Espanha, assim como as análises realizadas durante todo o processo realizado no Brasil, têm como base a metodologia e o referencial teórico adotados, apresentados na continuação.

---

[14] O logopeda é o profissional com a capacidade de compreender e intervir de maneira terapêutica e pedagógica em vários transtornos da comunicação humana. Aborda as dificuldades que afetam a voz, articulação, fala e linguagem oral e escrita. (NOLLA, TÀPIAS, 2010, p. 8, tradução nossa).

Segunda Seção

FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA E TEÓRICA

Esta seção inicia-se com o referencial metodológico, objetivando fornecer ao leitor uma visão geral das escolhas realizadas, as quais orientaram todo o processo de desenvolvimento da pesquisa. Em seguida, é apresentado o quadro com a fundamentação teórica bem como as diferentes concepções sobre a álgebra do ensino médio, paralelamente às abordagens para o seu ensino, adotadas para o estudo de inequações que compõem a fase inicial da metodologia adotada.

2. 1 ENGENHARIA DIDÁTICA

Esta investigação foi de natureza qualitativa que adotou por abordagem os princípios da Engenharia Didática difundida por Artigue (1990). Essa metodologia caracteriza-se como um esquema experimental baseado em realizações didáticas, isto é, sobre a concepção, realização, observação, e análise da aplicação de uma sequência de ensino. Evidenciam-se na Engenharia Didática quatro etapas, distintas e complementares: análises preliminares; concepção, análise a *priori* e formulação de hipóteses; experimentação; e, por fim, análise a *posteriori* e validação.

A etapa I, das análises preliminares, foi destinada à busca de referenciais considerados fundamentais para esta pesquisa e que apoiam o tratamento do problema investigado. Foram realizadas diversas leituras relevantes ao tema, com o intuito de eleger as questões e objetivos a serem investigados, de acordo com os referenciais teóricos e metodológicos que orientaram todo o processo de desenvolvimento.

Considerando a falta de trabalhos e de materiais bibliográficos no ensino da álgebra, em específico, para alunos surdos, o levantamento das diferentes concepções da álgebra (USINSKI, 1995; FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 1993; BERDNARZ, KIERAN E LEE, 1996) tornou-se de grande relevância, uma vez que o conteúdo relacionado ao estudo são as inequações. Dentre os trabalhos e materiais bibliográficos encontrados, com foco principal na educação matemática para surdos, destacam-se aqueles com contribuições relacionadas ao panorama geral sobre o desenvolvimento cognitivo e o papel da linguagem no aprendizado da Matemática, além dos trabalhos que tiveram uma ligação ou com o referencial teórico ou com a utilização das tecnologias no ensino da Matemática para surdos.

Ainda, nesta etapa foi analisado o desenvolvimento histórico das inequações, de forma a contemplar as perspectivas epistemológica, semiótica e didática, na busca de aportes necessários para a preparação das atividades aplicadas em sala de aula. A análise histórica foi sugerida por Souza (2008), no final de sua tese, como correção de percurso para a mesma metodologia adotada e difundida por Artigue (1990): "Na etapa das análises preliminares, incluiríamos: (1) aspectos históricos das desigualdades, que não aparecem nesta pesquisa porque tivemos dificuldades para encontrar referências ao assunto [...]" (SOUZA, 2008, p. 264).

O levantamento histórico foi realizado também para ser contemplado nas atividades e, dessa forma permitir analisar as produções dos alunos e, consequentemente compreender o modo de aquisição do conceito por parte dos alunos surdos. Estes foram os objetivos do levantamento histórico além de desvelar a construção dos conhecimentos no âmbito das inequações.

Para isso, foi preciso identificar quais foram os diferentes registros de representações semióticas constituídos durante a história, referentes ao conteúdo de inequações, e utilizados pelas civilizações em diferentes épocas. A identificação dos diferentes registros de representações, segundo Duval (2009), foi fundamental nas análises do processo cognitivo dos alunos ao realizarem as atividades cognitivas de representação, ligadas à *semiosis*, denominada atividade de formação.

Ainda nas análises preliminares pudemos elaborar uma tabela dos termos matemáticos em Libras, utilizada pelos alunos durante a experimentação. A tabela foi considerada como um material "didático- pedagógico" muito importante para os surdos. A tabela dos termos matemáticos, sugerida pela professora regente da sala, foi de extrema importância, ao convencionar os sinais do léxico matemático em Libras que não eram comuns entre os alunos e o professora. A criação dessa tabela foi descrita levando em conta as correspondências das unidades significantes específicas do registro gráfico, da expressão algébrica e da descrição em português, de acordo com a teoria adotada.

Na etapa II, destinada às análises *a priori* que determinam as variáveis pertinentes ao problema, foram feitas algumas previsões sobre o possível desempenho do aluno. De antemão, uma atividade de diagnóstico foi elaborada e aplicada, em sala de aula, a fim de estabelecer em qual das séries do Ensino Médio seria desenvolvida a investigação e quais transformações por tratamento e por conversão, segundo a teoria adotada, seriam necessárias trabalhar durante a experimentação. Os resultados obtidos no diagnóstico orientaram a elaboração das atividades de experimentação, de forma que essas atividades contemplassem as transformações não mobilizadas pelos alunos surdos neste diagnóstico.

Desta forma, nas análises *a priori*, o diagnóstico teve o objetivo de identificar se os alunos reconheciam as unidades significantes das inequações apresentadas por meio de diferentes registros propostas nas operações cognitivas de tratamento e conversão, segundo o referencial teórico de Duval (2009). De posse das transformações realizadas pelos alunos durante o diagnóstico e das análises prévias levantadas na revisão da literatura, as hipóteses, as variáveis cognitivas e didáticas foram levantadas para a criação da sequência de atividades realizadas durante a experimentação.

O *software Graphequation* foi escolhido, levando em conta as principais diferenças de linguagem requeridas pelos aprendizes surdos e os dados levantados. As escolhas das atividades realizaram-se de acordo com as peculiaridades dos alunos surdos em questão, a fim de propiciar a conceitualização durante o processo de conversão dos registros de representação semiótica necessárias e diagnosticadas como insuficientes. As atividades e o *software* foram descritos com seus objetivos, resultados esperados e o levantamento de hipóteses.

Antes da experimentação, foram realizadas algumas aplicações piloto das atividades previamente preparadas e que determinaram algumas alterações pertinentes às análises *a priori*: mudanças na formatação das atividades; a criação de um tutorial para a utilização do *software*; e a criação de uma tabela com os termos matemáticos presentes nas atividades.

Na etapa III, a da experimentação, a sequência de atividades iniciou-se com o estudo da tabela referente aos termos matemáticos, integrando a primeira atividade e institucionalizando os registros de representação semiótica utilizados no decorrer de todas as atividades.

A experimentação ocorreu durante os meses de abril a setembro de 2012, com duas aulas por semana e cada aula com duração de 50 minutos, realizadas em determinados momentos em sala de aula e em outros na sala de informática. Cada momento das atividades foi filmado com o auxílio de quatro câmeras: uma câmera destinada à professora que traduzia, interpretava, explicava e respondia aos questionamentos dos alunos; outras três, localizadas em diferentes pontos da sala, destinadas aos sete alunos que sinalizavam as dúvidas, respostas e discussões realizadas entre eles.

O procedimento geral de aplicação ocorreu com a tradução em Libras de uma questão por vez, realizada pela professora regente da turma. A questão seguinte somente era traduzida após a resolução da questão anterior ser alcançada por todos os alunos. Caso houvesse alguma dúvida, comum à maioria dos alunos, a professora podia utilizar o quadro branco, explicar de outras formas ou fornecer algum exemplo, até os alunos chegarem a uma resposta. Caso a dúvida fosse individual, a professora, ou a pesquisadora, fazia o esclarecimento a esse aluno, até chegar ao entendimento por parte de todos os alunos e, assim, continuar com os mesmos procedimentos para a questão seguinte. A sequência perfez cinco atividades, totalizando 32 questões. Cada atividade constituiu-se, aproximadamente, por sete questões impressas, numa única folha de papel, conferida a cada aluno, com espaços ajustados para as respostas.

O principal objetivo das atividades foi o controle das variáveis entre a linguagem algébrica, gráfica, a escrita em português e a Libras, buscando assim a transformação por conversão a partir do registro gráfico para o registro algébrico, o Português escrito e a Libras. Desse modo, o objetivo dessa sequência didática foi favorecer a coordenação das transformações levando em conta as diferenças da cultura surda[15], assim como suas possíveis articulações, com o uso dos dispositivos informacionais.

Na etapa IV, denominada análise *a posteriori*, última fase da metodologia adotada, foram analisados os dados coletados na etapa anterior. A análise consiste da confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori,* validando ou não as hipóteses feitas anteriormente. Para tanto, foram confrontados sempre os resultados das atividades anteriores com as atividades subsequentes para as possíveis reformulações

---

[15] Cultura surda é a maneira de o sujeito surdo entender o mundo e de modificá-lo a fim de torná-lo acessível e habitável com as suas percepções visuais (STROBEL, 2008).

das atividades, a validação, até chegar à institucionalização do estudo em questão, obtendo-se assim, as conclusões finais.

Os dados levantados dos alunos surdos que estudam na Espanha, num processo de inclusão diferente do Brasil, foram colocados na última seção porque não fizeram parte de toda a experimentação, mas apenas da análise sobre os seus conhecimentos prévios. No entanto, os resultados dessa análise foram confrontados com os resultados da experimentação e conhecimentos prévios dos alunos brasileiros e que estão descritas nas conclusões.

2. 2 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

O referencial teórico adotado nesta investigação foi a "Teoria dos Registros de Representações Semióticas", de Duval (2003; 2009; 2011a; e 2011b). Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação, desenvolveu estudos em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França, no período de 1970 a 1999. Atualmente é professor emérito na Université du Littoral Cote d´Opale, França.

Na Educação Matemática, o autor encontrou um amplo campo de estudos para a análise de atividades cognitivas que requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação, afora aqueles constituídos pela linguagem natural ou das imagens. Na maioria de seus trabalhos, o autor chama a atenção para a importância em distinguir um objeto de sua representação. Os objetos matemáticos, que não são acessíveis pela percepção, têm representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso.

De acordo com a Teoria das Representações Semióticas, ao se considerar um objeto matemático, inequação, por exemplo, este objeto pode ter um registro de representação linguística (desigualdade), um registro de representação algébrica ($y < x$), ou ainda, um registro de representação gráfica (a região no plano cartesiano que representa a inequação). Permanecer num único registro de representação significa tomar a representação como sendo de fato o objeto matemático; no caso do exemplo acima, $y < x$ seria o próprio objeto e não a sua representação algébrica matemática. Isso muitas vezes ocorre erroneamente no ensino.

Segundo Duval (2009), para não confundir o objeto e o conteúdo de sua representação, é necessário dispor de, ao menos, duas representações, de modo que ambas as representações devam ser percebidas como representando o mesmo objeto. Além disso, é preciso que o estudante seja capaz de converter e de transitar entre uma e outra representação.

Acredita-se que a conversão depende de uma compreensão conceitual, isto é, de uma atividade "puramente mental". Essa atividade mental, além de abstrair o objeto matemático, quando da relação entre representação e referência, permitirá apreendê-lo, independentemente da representação que se use.

Duval (2009) caracteriza as representações segundo as oposições: "interna/externa" e "consciente/não-consciente" (p. 40), conforme a tabela 2 abaixo:

Tabela 2: Tipos de representações

	INTERNA	**EXTERNA**
CONSCIENTE	Mental	semiótica
NÃO-CONSCIENTE	computacional	

Fonte: DUVAL, 2009, p. 43

Dentre essas oposições, é possível distinguir três tipos de representações, descritas a seguir, e que acreditamos que são mobilizadas por quaisquer atividades matemáticas, umas com mais eficiência que outras, mas que também fizeram parte de nossa sequência de atividades.

A **representação mental** é "todo o conjunto de imagens e de conceituações que um indivíduo pode ter sobre o objeto, sobre sua situação e sobre aquilo que lhe é associado" (DUVAL, 2009, p. 15).

As **representações semióticas** "permitem uma visão do objeto através da percepção de *estímulos* (pontos, traços, caracteres, sons...), tendo valor de *significante*" (DUVAL, 2009, p. 44).

As **representações computacionais** "são todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra" (DUVAL, 2009, p. 47). Para Duval (2009), essas representações não são conscientes ao sujeito humano porque elas preenchem a função de tratamento quase-instantâneos, ou seja, elas correspondem à familiaridade ou à experiência de uma prática ou de uma competência adquirida.

A passagem do não-consciente ao consciente, ou seja, para que um sujeito passe a notar o que antes lhe escapava completamente e não podia notar, segundo Duval (2009), "[...] corresponde a um processo de objetivação" (p. 41). Assim, a descoberta daquilo que o sujeito não supunha, mesmo com explicações, só é possível com o que Duval (2009) chama por função de objetivação, possíveis por meio das representações internas (mental) ou das representações externas (semiótica).

Apesar de essas duas representações preencherem a função de objetivação, a diferença é que as representações (externas) semióticas, por serem diretamente visíveis e observáveis, preenchem ainda as funções de expressão e de tratamento intencional, descritas e contextualizadas adiante.

A variedade de registros[16], segundo Duval (2009), raramente é levada em conta no ensino e, para poder estar em posição de observá-la, é preciso começar por distinguir bem os dois tipos de transformações: interna ao registro (tratamento) e externa ao registro (conversão), o que raramente ou jamais é feito.

> [...] **Tratamento** é a transformação de uma representação obtida como dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de parada na série de transformações efetuadas (DUVAL, 2009, p. 57).
> [...] **Converter** é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro (DUVAL, 2009, p. 58).

A atividade de tratamento que permite resolver, por exemplo, a inequação $\frac{t}{-2} > 4$ de acordo com a adoção do registro algébrico (Fig. 2a) não é a mesma de acordo com a adoção do registro gráfico (Fig. 2b).

Na representação algébrica, a inequação é resolvida com a aplicação da propriedade multiplicativa das equações, com o devido cuidado de trocar o sinal da desigualdade ao multiplicar por um número negativo, assim como se apresenta nos

[16] "Os registros são sistemas semióticos criadores de novos conhecimentos. Para ser um registro, um sistema semiótico deve cumprir duas condições. Primeiramente, poder produzir representações que permitem tanto ter acesso a objetos perceptivamente ou instrumentalmente inacessíveis, quanto explorar tudo o que é possível. Em seguida, e sobretudo, abrir um campo de operações específicas que permitem transformar as representações produzidas em novas representações (DUVAL, 2011b, p. 97)". Os registros considerados por Duval (2011b) são as línguas, figuras, gráficos etc.

livros didáticos do Ensino Fundamental, ao passo que na representação gráfica, a inequação é resolvida usando as propriedades referentes às funções, assim como se apresenta nos livros didáticos do Ensino Médio.

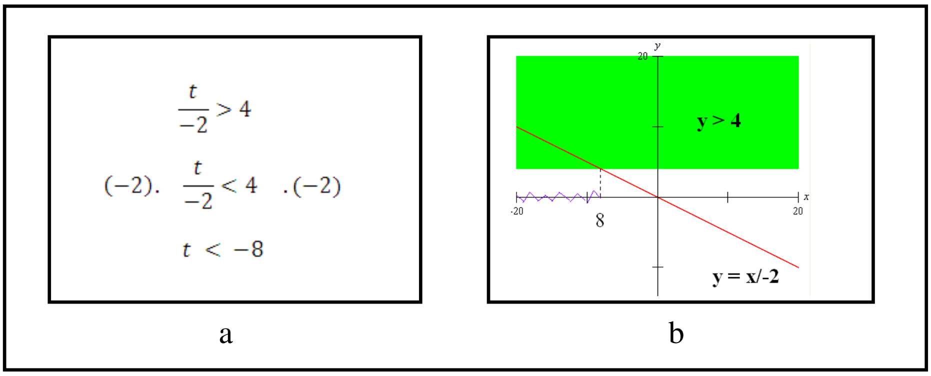


Figura 2: Diferentes atividades de tratamento para a inequação t/-2>4
Fonte: Arquivo dos autores

Os tratamentos diferenciados implicam significações operatórias diferenciadas e consequentemente em custos cognitivos[17] também diferentes. Resolver uma inequação algebricamente, por exemplo, não tem o mesmo custo cognitivo que resolver a mesma inequação graficamente; tudo depende do tratamento utilizado para cada uma das representações referente ao mesmo objeto matemático.

Segundo Duval (2009), Frege (1971)[18] foi o primeiro a analisar o funcionamento da transformação interna a um registro de representação e, por isso, o autor o considera estar no centro da revolução semiótica que se produz em matemática. Duval (2011b) acredita que Frege (1971), ao substituir uma expressão pela outra para produzir as novas expressões, obteve "[...] o mecanismo fundamental de toda abordagem matemática, que trata de resolver um problema, demonstrar, de explorar de maneira heurística, ou mesmo de aplicar os conhecimentos matemáticos nas situações reais" (p. 35). Assim, segundo Duval (2011b), a revolução semiótica se manifestou com a emergência e a rápida predominância com aquilo que chamamos "a linguagem matemática" e que o autor prefere chamar de representação semiótica.

---

[17] Custo cognitivo não foi definido pelo o autor, mas entendemos como sendo uma dificuldade ou esforço mobilizado pelas atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à *semiósis*: formação, tratamento e conversão (DUVAL, 2009).

[18] FREGE, G. . **Ecrits logiques et philosophiques** (traduction Imbert). Paris: Seuil, 1971.

Dada à diversificação dos registros de representação e à passagem de um sistema de representação a outro, Duval (2009) afirma que não há nada de espontâneo para a maior parte dos estudantes que, frequentemente, não reconhecem o mesmo objeto; "[...] tal separação persiste mesmo após, no processo de ensino, tendo sido bastante utilizados esses diferentes sistemas semióticos[19] de representação" (DUVAL, 2009, p. 18).

Segue, dessa forma, a importância de não confundir um objeto com sua representação e, para que isso aconteça, torna-se necessária a diferenciação entre representante e representado, inerente aos registros de representação semiótica, levando em consideração as funções de objetivação ou conversão, de tratamento e de expressão. As funções de conversão e de tratamento, citadas anteriormente, estão explicadas e contextualizadas no decorrer desta seção.

A função de expressão é caracterizada da mesma maneira que a estrutura do signo linguístico, que pode ser diática ou triádica, segundo Duval (2009):

- A estrutura diática "[...] retém apenas a relação de referência entre um representante e o representado [...] como as notações matemáticas (notação de funções, de vetores, de operadores...)" (p. 85).
- A estrutura triádica tem uma significação operatória ligada aos tratamentos, permitindo realizar operações diferentes, embora representem o mesmo objeto, conforme o exemplo descrito acima para a inequação t/-2>4. Sendo assim, a estrutura triádica é a que tem por referência o objeto, pois essa estrutura compreende o significante, o significado e a significação pelo sujeito.

Foi possível contextualizar a função de expressão, juntamente com as outras duas funções, na perspectiva epistemológica com uma estrutura triádica e na perspectiva semiótica com uma estrutura diática, apresentadas na próxima seção.

Essas três funções das representações estão relacionadas com as três atividades cognitivas de representação que, segundo Duval (2009), são inerentes à *semiosis:* a

[19] Segundo Duval (2011b), existem dois sistemas semióticos: aqueles que cumprem as "funções de comunicação", denominados por códigos e aqueles que cumprem as "funções cognitivas" por meio de transformações: tratamento e conversão. "Os registros de representação e os códigos são sistemas semióticos radicalmente diferentes" (p. 71).

atividade de formação, a atividade de tratamento e a atividade de conversão, descritas a seguir.

2. 2. 1 ATIVIDADE DE FORMAÇÃO

A atividade de formação é a primeira atividade cognitiva de representação inerente à *semiosis*. Segundo Duval (2009), a formação de representações, num registro semiótico particular, serve para "exprimir" uma representação mental ou para "evocar" um objeto real. Para determinar o que queremos representar, é necessário um conjunto de caracteres ou signos e que esses caracteres ou signos pertençam a um sistema semiótico já constituído e já utilizado por outros, por exemplo, x>y são as unidades simbólicas no sistema de representação algébrica.

Assim, é possível identificar o conteúdo de nossa investigação, conforme os registros, por meio dos atos elementares de formação que, segundo Duval (2009), são: a designação nominal "inequação"; a codificação de relações ou de certas propriedades para a representação algébrica "{(x;y): x>y}"; a expressão da língua portuguesa "conjunto dos pontos cujas absicissas são maiores que as ordenadas"; e a reprodução de sua região percebida para a representação gráfica (Fig. 3).

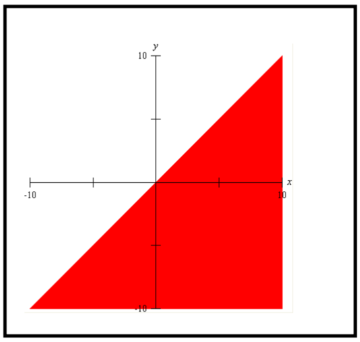


Figura 3: Representação gráfica da inequação x>y
Fonte: Arquivo dos autores

Esses atos elementares são articulados com as representações de ordem superiores que, por sua vez, dependem da possibilidade de estruturação própria de cada sistema semiótico. Note que, no exemplo acima, a codificação da relação "x>y", para se articular com a expressão "x - y > 0", depende da possibilidade de estruturação própria do sistema algébrico, com a possibilidade de utilizar os meios de tratamento que oferece este sistema semiótico, que, no caso, é a aplicação da propriedade aditiva utilizada para as equações.

Os tratamentos oferecidos por um sistema semiótico só são possíveis se a formação de representação semiótica respeitar as regras próprias ao sistema empregado, denominadas, por Duval (2009), regras de conformidade. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representaçãos possíveis” (p. 55). As unidades constitutivas da representação algébrica, do exemplo acima, são as unidades simbólicas “{ }”, “(x;y)”, “:”, “x”, “>” e “y”, enquanto as unidades constitutivas da representação da língua portuguesa são as unidades semânticas “conjunto”, “par ordenado”, “tal que”, “ordenadas”, “são maiores que” e “abscissas”.

Os tipos de unidades constituivas de todas as representações possíveis num registro, segundo Duval (2009), são definidos pelas regras de conformidades que versam essencialmente sobre a “[...] determinação de unidades elementares”, as “combinações” dessas unidades e as suas “condições” (DUVAL, 2009, p. 55). Quando as unidades constitutivas são combinadas, formam os atos elementares de formação para cada representação, respectivamente: “x > y” e “abscissas são maiores que as ordenadas”.

As regras de conformidade pertencentes a qualquer sistema semiótico já estão constituídas e utilizadas por outros. Ninguém as estabeleceu por acaso; elas já existem e, segundo Duval (2009), “[...] completam assim uma função de identificação de sentido para aquele que se encontra em frente de uma representação que ele mesmo não produziu” (p. 56). Não é diferente para as inequações; as suas regras de conformidade já foram estabelecidas, como pode ser visto no desenvolvimento histórico, da seção 3, o que permitiu, então, a identificação dos diferentes registros de representação utilizados por diferentes civilizações. Assim, foram identificados: os diferentes sistemas de representação e suas regras de conformidade, numa perspectiva epistemológica e, consequentemente, os tipos de unidades constitutivas, numa perspectiva semiótica.

Para contextualizar com o ensino de surdos, foram identificadas as unidades constitutivas da Libras, ou seja, os sinais. Os sinais em Libras são formados, segundo Ramos, (2012), por cinco parâmetros: “configuração de mãos (CM)”, “movimento (M)”, “orientação das mãos (O)”, “ponto de articulação (PA)” e “expressão facial/corporal (EX)" (p. 148). Quando os sinais ou unidades constitutivas, assim denominadas neste estudo, são combinados, eles formam os atos elementares de formação para cada representação. Para o nosso exemplo acima, a representação de uma inequação qualquer em Libras é formada pela combinação das seguintes unidades constituivas (Fig. 4):

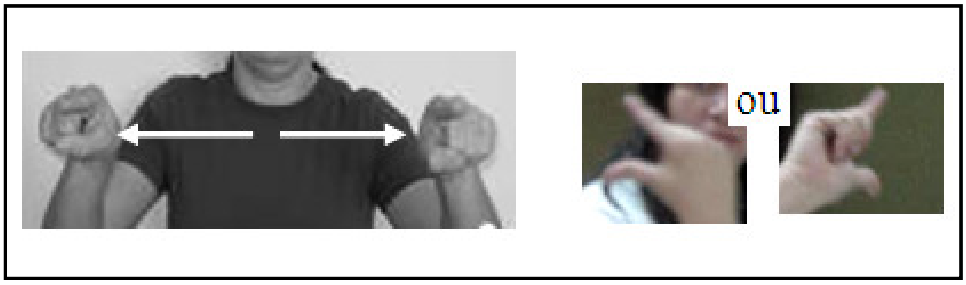


Figura 4: Unidades constitutivas em Libras para o sinal de inequação
Fonte: Arquivo dos autores

Os cinco parâmetros para cada uma dessas unidades constitutivas são:

- Configuração das duas mãos (CM) – "são formas das mãos, que podem ser da datilologia (alfabeto manual) ou outras formas feitas pela mão predominante (mão direita para os destros), ou pelas duas mãos do emissor ou sinalizador" (RAMOS, 2012, p. 8). Para o sinal de inequação, temos duas CM:  e 
- Movimento (M) – os sinais podem ter um movimento ou não. Para o sinal de inequação, o movimento de cada mão é horizontal, conforme indicado pelas flechas (Fig. 4).
- Orientação das mãos (O) – "os sinais podem ter uma direção e a inversão desta pode significar ideia de oposição, contrário ou concordância número-pessoal (RAMOS, 2012, p. 9)". Para a CM , a orientação da palma da mão é sinalizada para frente, indicando o sinal matemático ">" e, ao inverter a palma da mão, indica-se o sinal matemático "<".
- Ponto de articulação (PA) – "é o lugar onde incide a mão predominante configurada, podendo esta tocar alguma parte do corpo ou estar em um espaço neutro vertical (do meio do corpo até à cabeça) e horizontal (à frente

do emissor) (RAMOS, 2012, p. 8)". Para o sinal de inequação, configura-se na frente do emissor.

- Expressão facial/corporal (EX) – É um traço diferenciador para expressar um questionamento, dúvida e até mesmo um sentimento. Para alguns sinais, a expressão é neutra, como no caso de nosso exemplo.

.

A atividade de formação não está ligada à atividade de transformação das representações semióticas, mas elas podem ser reagrupadas, segundo Duval (2009), com cada uma das outras duas atividades, de tratamento e de conversão, apresentadas a seguir.

2. 2. 2 ATIVIDADE DE TRATAMENTO

Uma das transformações que será analisada neste estudo é o tratamento considerado por Duval (2009) como "[...] transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema" (p. 57). Os tratamentos, que Duval (2011b) destaca, são dois: os *tratamentos não algoritmizáveis* dos registros multifuncionais[20] e os *tratamentos que são principalmente algoritmos* dos registros monofuncionais[21]; ambos podem ser tanto de representação discursiva quanto de representação não discursiva (Tabela 3).

As representações discursivas são usadas em todos os campos da cultura, como a língua natural e formal; associações verbais (conceituais); escrita simbólica e forma de raciocinar (argumentação a partir de observações de crenças; dedução válida a partir de definição ou de teoremas). As representações não discursivas são as imagens, os gráficos cartesianos, os esquemas, figuras geométricas planas ou em perspectivas

---

[20] "Registros multifuncionais são utilizados fora da matemática, para as funções de comunicação, de objetivação, e não primeiramente, ou mesmo raramente, para uma função de tratamento " (DUVAL, 2011b, p. 117). São sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo *criadores*, de representações sempre novas das línguas, dos ícones e das configurações geométricas.

[21] "Registros monofuncionais são próprios da matemática, [...] para as funções de tratamento" (DUVAL, 2011b, p. 117). São sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo *criadores*, de representações sempre novas das escritas simbólicas e dos gráficos cartesianos.

(configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3), com apreensão operatória e não somente perceptiva e construção com instrumentos (Tabela 3).

Tabela 3: Classificação dos tipos de registros semióticos

	REGISTROS DISCURSIVOS *Linearidade fundamentada na sucessão* para a produção, apreensão e organização das expressões	**REGISTROS NÃO DISCURSIVOS** *Apreensão simultânea de uma organização bidimensional*
Registros MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos **não são algoritmizáveis.**	As Línguas: **três operações hierarquicamente incluídas** (designação de objetos, enunciação e raciocínio) Duas modalidades de produção: oral/escrita	ICÔNICA: produção à mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto. CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA: **três operações independentes** (construção instrumental, divisão e reconfiguração merológicas, desconstrução dimensional das formas).
	Representações AUXILIARES TRANSITÓRIAS para as **operações livres ou externas**	
Registros MONOFUNCIONAIS: as transformações de expressões são **algoritmizáveis**	AS ESCRITAS SIMBÓLICAS para as **operações de substituições ilimitadas** (sistema de numeração, escrita algébrica, línguas formais) uma modalidade de produção: escrita	*Junção entre os pontos ou nós, e orientação marcada por flechas.* GRÁFICOS CARTESIANOS: **operação de zoom, interpolação, mudança de eixos.** ESQUEMAS

Fonte: DUVAL, 2011b, p. 118

Consideramos a Libras uma representação discursiva, conforme as categorias apresentadas por Duval (2011b). Para o autor, a língua natural é a principal representação semiótica que está na categoria de registro discursivo com as três operações hierarquicamente incluídas (designação de objetos, enunciação, expansão e reflexiva). No entanto, a Libras se assemelha com os tipos de representações não discursivas, por ser uma língua visual/motora com apreensão simultânea de uma organização bidimensional quando escrita e, principalmente, tridimensional, considerando os cinco parâmetros de articulação de um sinal: configuração das mãos, movimento, orientação das mãos, ponto de articulação e expressão facial/corporal.

Para Duval (2011b), essa classificação dos registros em discursivos e não discursivos é evidente e radicalmente diferente da classificação de representação estabelecida por Pierce (1890 – 1910), que se limita à propriedade comum das representações aos signos e ignora a propriedade específica dos signos. “Cada um desses registros favorece um tipo de transformação das representações que os outros registros não permitem e que são as operações próprias desse registro” (DUVAL, 2011b, p. 117).

Assim como Duval (2011b), acredita-se que a língua constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento. “Mas, não é assim que ela é em geral considerada no ensino da matemática, no qual a reduzimos à função de comunicação” (p. 83). Portanto, não se devem privilegiar as palavras em detrimento das operações discursivas, separando as palavras e as “informações”, ou os “conceitos”, como se a língua fosse apenas um código.

Por essa razão, a intenção aqui, quando se fala em língua de sinais, não é estudar as questões linguísticas da Libras. Muitos estudos linguísticos já foram realizados para comparar os aspectos fonológico, morfológico, sintático e semântico da língua portuguesa e da Libras. O que Duval (2009) considera importante, e pretende-se estudar, são as relações, entre pensamento e linguagem, separadas em dois planos: no plano das funções meta discursivas e no plano das funções discursivas. O autor determina quatro funções discursivas inseparáveis das funções cognitivas: “a função referencial de designação de objetos, a função apofântica de enunciados completos, a função de expansão discursiva de um enunciado completo, e a função metalingüística de reflexividade discursiva” (p. 22). Elas entram na produção ou compreensão de um discurso e determinam as unidades de sentido do conteúdo proposicional de uma frase e suas operações específicas.

A operação fundamental, segundo Duval (2011b) é a **enunciação** que inicia ou prolonga, uma explicação, uma descrição, uma exposição ou uma argumentação ou qualquer outro tipo de discurso. (p. 79). Ela implica a operação de **designação** com expressões que combinam pelo menos duas palavras, chamadas unidades de sentido correspondentes à designação dos objetos. Por exemplo, empregar a letra P para designar um “ponto” é o mesmo que codificar a figura e criar um nome próprio contextual sem uma propriedade mobilizada. Por isso, apenas com a palavra “ponto” ou a letra P não é possível distinguir, por exemplo, o centro de um círculo, ou a interseção dos seus diâmetros ou o meio do segmento.

As operações de **expansão** discursiva "[...] são aquelas que organizam uma sequência de frases em unidades com um mesmo propósito e que lhe dão uma coerência" (DUVAL, 2011, p. 79). Por exemplo: "1. Traçar um segmento [AC]; 2. B é o **meio de [AC]**; 3. Traçar um círculo de **centro B passando por A e C**" (DUVAL, 2011, grifo do autor, p. 80). Neste exemplo, um segmento ou um círculo são outras unidades figurais necessárias para diferenciar o "ponto" de meio ou centro. Esses três tipos de operações discursivas são as operações cognitivas irredutíveis à aplicação de regras sintáticas e ao conhecimento de um vocabulário.

As operações de **reflexividade** discursiva são transformações potencialmente recorrentes de um enunciado completo, são essencialmente proposições construídas ao redor de verbos cuja enunciação cumpre o ato enunciado. Para isso, é necessário assinalar o valor, o modo ou o status estabelecido para uma expressão por parte de quem anuncia. Por exemplo, sendo p'= João acredita que Cicero denunciou a Catilina, p = Cicero denunciou a Catilina e a(p) = João acredita que. "Uma substituição referencial equivalente em p ("Tullius" em lugar de "Cicero") deixa a verdade de p sem modificação, mas pode trocar o valor de verdade de p': há uma operação referencial em p' que resulta de a(p)" (DUVAL, 1999, p.117).

Ao cumprir as quatro funções discursivas, o sistema semiótico é considerado como uma língua. No entanto, com as três primeiras funções: referencial, de enunciação e de expansão, segundo Duval (1999, p. 119), "[...] é possível expressar, desenvolver ou controlar conhecimentos", em matemática ou inclusive na linguística.

O emprego da linguagem, explica Duval (2011b), foi reduzido ao papel de explicações pela utilização predominante de novos sistemas semióticos em todos os domínios da atividade matemática. Esse fato deve, pela Matemática, ser o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estreitamente ligado à invenção de novos sistemas semióticos e o acesso a novos objetos matemáticos. O desenvolvimento de novos sistemas semióticos não só deu acesso a novos objetos matemáticos, como também "[...] sua utilização predominante em todos os domínios da atividade matemática reduziu o emprego da linguagem ao papel de explicações..." (p. 84).

Por isso, é preciso entender os símbolos como algo que só se relaciona com o objeto matemático por força de uma ideia, de uma lei, cujo efeito consiste em fazer interpretar o símbolo como referente a um dado objeto. Por exemplo, o sinal de maior “>” como símbolo formal, segundo Duval (2011b), tem um caráter totalmente **contingente** e convencional, ou seja, tem por função tornar acessíveis os sistemas formais do pensamento matemático sem que ele nos faça ver aquilo que ele representa.

As análises, que giram em torno da passagem entre língua natural e linguagem matemática e a discriminação dos fatores que podem modificar o funcionamento cognitivo e linguístico dos alunos surdos em situação de aprendizagem, pressupõem a separação entre funções meta discursivas e funções discursivas, de acordo com a teoria de Duval (1999). Com as funções meta discursivas é possível estabelecer funções cognitivas comuns a todos os registros de representação linguísticos, simbólicos ou figurativos. Segundo Duval (1999) são três funções meta-discursivas: a comunicação, o tratamento, e a objetivação.

A função de comunicação cumpre a função social de comunicação, entre duas pessoas num grupo ou na sociedade, por meio das línguas naturais e que podem ser substituídas por outros sistemas semióticos e consequentemente podem servir de “linguagem” sem ser língua.

A função de tratamento “[...] toda informação que se recebe deve poder transformar-se de modo tal que possam extrair-se dela outras informações” (DUVAL, 1999, p. 83). Não apenas o sistema da língua, natural ou formal, mas bem como os sistemas não linguísticos podem elaborar-se de maneira que permitam cumprir igualmente a função de tratamento, como, por exemplo, as notações simbólicas em álgebra.

A função de objetivação “é necessária para o desenvolvimento do controle que pode ter um sujeito não somente sobre suas atividades, se não, também, sobre suas vivências ou sobre as potencialidades de um ‘mundo’ imaginário ou pessoal” (DUVAL, 1999, p.83). Com esta função, o sujeito tem a possibilidade de uma tomada de consciência do que não havia podido ter uma consciência clara e, portanto, sem um trabalho de exteriorização com fins de organização. Os sistemas figurativos, por exemplo, os desenhos podem cumprir essa função, assim como as linguagens.

Duval (2009) defende que, para entender Matemática, é preciso saber coordenar pelo menos dois registros, um deles monofuncional e o outro multifuncional, o que permite realizar a função de objetivação das representações conscientes (mental e semiótica), expostas até aqui na sua teoria. Do ponto de vista cognitivo, o caráter intencional das representações conscientes complementam a função de objetivação e é denominada pelo autor por atividades de conversão, descritas com detalhes a seguir.

2. 2. 3 ATIVIDADE DE CONVERSÃO

A outra transformação que fez parte das análises deste estudo é a conversão, considerada por Duval (2009) como “[...] transformação externa em relação ao registro da representação de partida” (p. 59).

Frequentemente, não há regras para as mudanças de registro; tomemos o caso da passagem da expressão algébrica de uma inequação $x^2 + y^2 < 25$ e a representação gráfica correspondente (Fig. 5).

Mesmo que a associação de pontos (2;1), (0;0), (-3;4) etc. permita constituir, conforme procedimento ponto a ponto, a representação gráfica de $x^2 + y^2 < 25$ as dificuldades e as ambiguidades se apresentam em outros âmbitos. Essa dificuldade pode ser vista a partir de um reconhecimento global, por exemplo, ao identificar os quadrantes que a região é representada no plano cartesiano a partir dos símbolos correspondentes na escritura algébrica $x^2 + y^2 < 25$; e, mesmo no sentido contrário, ou seja, dada uma região, representada no plano cartesiano, identificar a escrita algébrica correspondente.

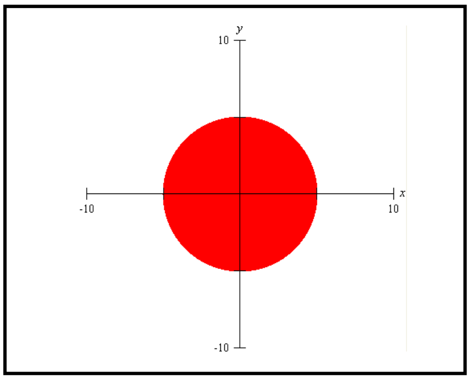


Figura 5: Representação gráfica da inequação $x^2 + y^2 < 25$
Fonte: Arquivo dos autores

As regras de conversão, quando existem, segundo Duval (2009), “[...] não são as mesmas segundo o sentido no qual a mudança de registro é efetuada” (p. 61). O autor salienta que, frequentemente, a atividade de conversão é menos espontânea e mais difícil de adquirir do que se tende a crer. O procedimento indicado pelo autor e que servirá de análise para estudo é a correspondência associativa das unidades significantes, sobre o qual repousa toda conversão de representação pertencente a dois registros diferentes.

As **unidades significantes** que Duval (2011a) propõe a uma representação algébrica são chamadas de **unidades simbólicas**: os símbolos de relação ($<$, $>$, $=$, ...); os símbolos de operação ou sinais ($+$, $-$, $\times$, $\div$, ...); os símbolos da variável de uma expressão algébrica; e os símbolos expoente, de coeficiente e de constante. As unidades significantes a uma representação gráfica são chamadas de **unidades visuais**: a inclinação, a interseção com os eixos, a região hachurada etc. As unidades significantes a uma representação na língua natural são chamadas de **unidades semânticas**: os valores acima ou abaixo, abscissa igual, ordenada menor que, valores maior ou igual a, conjunto de pontos etc.

Na conversão da inequação $\{(x;y): y<x\}$ para a língua portuguesa, “ conjunto dos pontos cuja ordenada é menor que a abscissa”, existe uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes, ou seja, entre as unidades semânticas com as unidades simbólicas, respectivamente: “ordenada” com “y”; “é menor que” com “$<$”; e “abscissa” com “x”. O mesmo acontece na conversão inversa, da língua natural para a representação algébrica; a escrita em português permite reencontrar a expressão algébrica inicial. Neste caso, Duval (2009) diz que ocorre uma conversão congruente em ambos os sentidos.

Isso não ocorre com a inequação “$x>0$” e sua representação na língua portuguesa, “o conjunto dos pontos que têm as abscissas positivas”; na escritura algébrica falta uma unidade significante que corresponda à “positiva”; recorrendo à combinação de duas unidades significantes “>0” (p. 65). A descrição em português não permite reencontrar a expressão algébrica. Neste caso, Duval (2009) diz que a conversão é não congruente. A descrição em Português que permitiria reencontrar a inequação inicial “$x>0$”, para que a conversão fosse congruente seria “o conjunto dos pontos cuja abscissa é maior que zero”.

> Em caso de não congruência, não apenas o tempo de tratamento aumenta, mas a conversão pode se revelar impossível de efetuar, ou mesmo de compreender, se não houver uma aprendizagem prévia concernente às especificidade semióticas de formação e de tratamento

> de representação que são próprias a cada um dos registros em presença (DUVAL, 2009, p. 66).

A noção de congruência em psicologia foi introduzida por Clark (1969[22]; 1972[23] *apud* DUVAL, 2009, p. 65), com análises entre imagem e frase. O critério utilizado para determinar se duas representações são congruentes ou não congruentes é segmentar cada uma das representações em suas unidades significantes, quando existe a possibilidade de correspondência, verificando se essas unidades são simples ou se são combinações com mais de uma unidade, sendo depois verificada a sua organização. Em resumo, os três critérios de congruência, descritos por Duval (2009) e que serão utilizados, são:

- Primeiro critério de convergência: A existência de uma "[...] correspondência *semântica* dos elementos significantes: a cada unidade significante simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significante elementar[24]" (p. 68). No exemplo anterior, y>x é possível a correspondência entre a linguagem natural e a algébrica, a unidade significante "ordenada" corresponde a "y", a unidade significante "abscissa" corresponde a "x" e "é maior que" corresponde a ">".

- Segundo critério de convergência: A existência da "[...] univocidade *semântica* terminal: a cada unidade significante elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significante elementar no registro da representação de chegada" (p. 69). Isso não aconteceu com x>0; a unidade significante da linguagem natural "positiva" corresponde a duas unidades significantes da linguagem algébrica ">0".

- Terceiro critério de convergência: A existência relativa "[...] à organização das unidades significantes.[...] Esse critério de correspondência na ordem

[22] CLARK, H. H., **Linguistic processing in deductive reasoning**. Psychological Review, 76, 387-404, 1969.

[23] CLARK, H. H. et CHASE, W. G. **On the Process f Comparing Sentences against Picutures**. Cognitive Psychology, 3, 472-517, 1972.

[24] Considera-se como unidade significante elementar toda unidade que se destaca do "léxico" (DUVAL, 2009, p. 68).

> dentro da organização das unidades compondo cada uma das duas representações é pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão"(p. 69). A primeira unidade significante "ordenada" corresponde à primeira unidade significante algébrica "y", a segunda unidade significante "é maior que" corresponde à segunda unidade significante algébrica ">" e a última unidade significante "abscissa" corresponde à última unidade significante algébrica "x".

Caso não exista um desses três critérios, a não congruência de representações estará confirmada e a dificuldade de conversão aumenta. Quanto maior o número de critérios em que não há validade, maior é a dificuldade de conversão, podendo até mesmo chegar ao fracasso de conversão. Considerando que a investigação se refere ao ensino e à aprendizagem de alunos surdos, a visualização é de extrema importância e, com isso, conjectura-se que a conversão do registro gráfico para os demais registros de representação semiótica contribuirá para o desenvolvimento geral de sua capacidade de raciocínio, de análise e de visualização.

Para isso, ao realizar as análises de congruência serão elencadas as unidades significativas de cada registro de representação e verificadas quais as transformações requeridas para cada registro de representação.

Com a contribuição de um estudo mais detalhado de conversão entre representações gráficas e equações algébricas, realizado por Duval (2011a), foram utilizados três tipos de tratamento das representações gráficas, para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, com abordagens muito diferentes e que levam em consideração as informações das unidades significantes referentes a cada representação. São elas:

- **A abordagem pontual**, para a introdução das representações gráficas, permitiu identificar um ponto num eixo de coordenadas e, inversamente, traduzir esse ponto por um par ordenado. Serviu para traçar e identificar o gráfico de uma função.
- **A abordagem por extensão do traçado efetuado,** ao contrário da abordagem anterior que se baseava num conjunto finito de pontos marcados, apoiou-se em conjuntos infinitos de pontos, por exemplo, a área que

representa cada um dos quadrantes ou nos intervalos entre pontos marcados, introduzindo-se, assim, o conceito de inequações, mas sem se ater às informações dos traçados e sem levar em conta as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica, por exemplo, o crescimento/decrescimento da linha do gráfico, tendências nos extremos, imagem.

- A **abordagem de interpretação global** tornou-se necessária quando se tratou da representação gráfica para encontrar a inequação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou a direção. Com essa abordagem, foi possível identificar as modificações relevantes possíveis do gráfico e ver as alterações conjuntas das respectivas unidades significativas do registro algébrico. Permitiu uma análise de congruência entre os dois registros de apresentação das desigualdades, coisa que na abordagem por tratamento pontual e o tratamento de extensão do traçado efetuado não possibilitava. Segundo Duval (2011a), a abordagem global é geralmente negligenciada no ensino, porque ela é uma análise semiótica de representações gráficas e algébricas; por isso, os alunos estão aquém do uso correto da representação gráfica.

A abordagem pontual foi utilizada nas atividades em sala de aula de forma introdutória, considerada pertinente no sentido de estabelecer as unidades significantes elementares em relação à língua de sinais utilizada pelos surdos e a linguagem matemática, importantes na análise da congruência "A interpretação das representações gráficas cartesianas **depende de uma identificação precisa de todos os valores das variáveis visuais pertinentes e do reconhecimento qualitativo das unidades da expressão simbólica correspondente**" (DUVAL, 2011a, p. 111).

Outra relação gráfica estabelecida com mais detalhes, no trabalho de Duval (2011a), é a das variáveis visuais distinguidas em duas **variáveis** visuais **gerais**, que correspondem a uma modificação inerente da imagem:

- Primeira variável visual: A que se refere ao tipo do gráfico delimitado por um traço ou por uma região;

- Segunda variável visual: A que se refere à forma do gráfico delimitado exclusivamente por um traçado que determina se é uma reta ou uma curva e se a curva é aberta ou fechada.

As duas variáveis visuais gerais têm os seus valores e as unidades simbólicas correspondentes (Tabela 4). A primeira, das duas variáveis visuais gerais, é a que interessa neste estudo com as unidades simbólicas $>, <, \geq, \leq$ ou $=$, quando o tipo do gráfico é uma região determinada por uma inequação ou delimitada por uma linha, respectivamente.

Tabala 4: Características visuais de representação no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
- **implantação** da tarefa (o que se destaca como figura sobre o fundo).	**- zona** **- linha**	$>, <, \ldots$ $=$
- **forma** da tarefa (a linha traçada delimita ou não uma zona aberta ou fechada).	**- linha reta** **- linha curva**	**expoente da variável = 1** **expoente da variável > 1**

Fonte: DUVAL, 2011a, p. 103

Até aqui foi possível identificar os tipos de transformações, internas e externas, usados para as análises desta pesquisa. A próxima abordagem se refere às diferentes concepções sobre a álgebra da escola média, considerando os diversos usos das variáveis correspondentes a cada finalidade da álgebra.

2. 3 CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA

Segundo Usiskin (1995), "[...] a invenção da notação algébrica em 1564 por François Viète teve efeitos imediatos" (p. 14). Com o poder generalizador da notação algébrica, a Geometria Analítica foi desenvolvida em cinquenta anos e o Cálculo em cem anos. O autor destaca o uso das variáveis que comportam muitas definições, conotações e símbolos. "**As finalidades da álgebra** são determinadas por, ou relacionam-se com, **concepções** diferentes **da álgebra** que correspondem à diferente importância relativa dada aos **diversos usos das variáveis**” (USISKIN, 1995, p. 13, negritos no original).

As análises aqui realizadas tiveram como suporte as quatro concepções, deste autor, sobre álgebra do Ensino Médio: 1) a álgebra como aritmética generalizada; 2) a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; 3) a álgebra como estudo de relações entre grandezas; e 4) a álgebra como estudo das estruturas. Paralelamente às concepções de álgebra, segundo Usiskin, existem as abordagens para o ensino de álgebra, de Berdnarz, Kieran e Lee (1996), que foram referenciadas por Santos (2005) e utilizadas para estruturar as atividades da sequência na fase de experimentação (Tabela 5).

Na primeira concepção, as variáveis são consideradas como generalizadoras de modelos. “[...] Por exemplo, generaliza-se $3 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot 7 + 3$ com $a + b = b + a$, [...] o que nesta concepção, muitas vezes, é considerado álgebra e não aritmética” (USISKIN, 1995, p. 13). Dentro dessa concepção, não há incógnitas. Num nível mais avançado, essa concepção é fundamental em modelagem matemática, na qual as instruções-chave para o aluno são traduzir e generalizar. O autor destaca sua importância não só para a álgebra, mas também para a aritmética, em que a descrição algébrica assemelha-se à descrição numérica.

Tabela 5: Concepções da Álgebra, segundo Usiskin (1995), e as abordagens para o ensino de Álgebra, de acordo com Berdnarz, Kieran e Lee (1996)

Concepção de álgebra (Usiskin)	Uso das variáveis	Abordagens para o ensino de álgebra (Berdnarz, Kieran e Lee)
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)	Generalização das leis que regem os números
Estudo de procedimentos para resolver problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)	Regras de transformação e solução de equações; Solução de problemas específicos ou classes de problemas.
Estudo de relações entre grandezas	Argumentos, parâmetros (relacionar, fazer gráficos)	Introdução de conceitos de variável e função
Estudo de estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)	Estudo de estruturas algébricas

Fonte: Adaptação realizada pelos autores das tabelas de Usiskin (1995) e de Berdnarz, Kieran e Lee (1996)

Na segunda concepção, a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, as letras, denominadas pelo autor como variáveis quaisquer, são especificamente *incógnitas* ou *constantes*. Nesse caso, as instruções-chave são simplificar e resolver; às vezes, são dois nomes diferentes para a mesma ideia. Um exemplo para as desigualdades é a resolução do problema: "Subtraindo 6 anos da idade de Vera Lúcia, obtém-se um número menor que 2. Qual a idade de Vera Lúcia, sabendo que ela é a maior possível?" A resolução aritmética consiste em adicionar 6 aos dois membros da desigualdade e considerar o maior número possível para a idade de Vera Lúcia; a forma algébrica ($x - 6 < 2$) envolve a operação inversa, uma passagem em que muitos alunos têm dificuldade, além de envolver, ao final, a determinação de um único número que faz parte de um conjunto ($x < 8$).

Na concepção três, a álgebra como estudo de relações entre grandezas, há um modelo a ser generalizado, mas não se trata de um modelo que se pareça com a aritmética. Dentro dessa concepção, a variável é um *argumento*, isto é, representa os valores do domínio de uma função, ou um *parâmetro*, ou seja, representa um número do qual dependem outros números. Por exemplo, achar a inequação que representa a região inferior a uma reta de equação $y = mx + b$ que passa pelo ponto (2,2) com inclinação 1.

Quanto à primeira etapa de resolução, para determinar a equação, trata-se tanto de um modelo entre variáveis como de uma fórmula e só no contexto dessa concepção existem as noções de variável independente e variável dependente, pois se necessita de um nome para os valores que dependem do argumento ou parâmetro x.

Na segunda etapa de resolução desse problema, existe outro diferente uso das variáveis, que é a introdução de quantificadores; para quaisquer x existe um y, de maneira que $y < mx + b$, ou a linguagem equivalente da teoria dos conjuntos: o conjunto de todos os pontos no plano cujas ordenadas são menores que a reta de equação $y = mx + b$. Nestes dois casos, x e y são quaisquer símbolos que podem ser usados em seu lugar.

Na quarta e última concepção, a álgebra como estudo das estruturas, a variável torna-se um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades, com uma visão na álgebra abstrata. Por exemplo: fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$. Confia-se nas propriedades das variáveis, nas relações entre x e a, quer se tratem de parcelas, fatores, bases ou expoentes. Críticas são levantadas contra o "simbolismo extremado" quando esta concepção domina as primeiras experiências dos alunos com a álgebra.

Concordamos com Usiskin (1995) que a álgebra continua sendo um "[...] veículo para a resolução de certos problemas, além de fornecer o estudo de relações entre quantidades em que a variável se manifesta predominantemente como argumento e também em comparação com a aritmética generalizada" (p. 21). O autor complementa, ainda, que não devemos nos ater simplesmente às técnicas manipulatórias, com o estudo dos sinais arbitrários no papel e das relações arbitrárias entre símbolos, como critério principal para determinar o estudo da álgebra. Para isso, adotamos o computador como auxiliar na empreitada, a fim de resolver sentenças, simplificar expressões, fazer gráficos e, assim, favorecer meios para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas sem o predomínio das técnicas manipulatórias.

Essas diferentes abordagens sugeridas foram consideradas na elaboração das atividades para o estudo das desigualdades. As transformações por tratamento ou conversão dos registros de representação semiótica de Duval (2009) tiveram papel fundamental na compreensão desses conceitos algébricos, de tal forma que os diferentes usos das variáveis perpassaram as três atividades cognitivas de representação (Tabela 6).

Tabela 6: Os diferentes usos das variáveis e as atividades cognitivas de representação utilizadas na sequência

USO DAS VARIÁVEIS	ATIVIDADES
Generalizadora de modelos	Atividade de formação, com a identificação das diferentes unidades simbólicas para cada registro de representação.
Incógnitas, constantes	Atividade de tratamento para a resolução de equações que são utilizadas na resolução de inequação.
Argumentos, parâmetros	Atividades de conversão, com a transformação de cada membro da desigualdade em duas funções.

Fonte: Arquivo dos autores

Os conceitos de equação e inequações se enquadram nas três primeiras concepções sobre álgebra. Na atividade de formação, os principais comandos foram para traduzir e generalizar as regras de formação para as equações e inequações apresentadas em diferentes registros de representação. Na atividade de tratamento, o principal comando foi resolver uma inequação a partir das propriedades usadas para equações. Na atividade de conversão, o principal comando foi relacionar os gráficos com as expressões algébricas.

O conceito de função se enquadrou, apenas na última concepção sobre álgebra, com uma abordagem global, segundo a teoria de Duval (2011a), estabelecendo as conexões das regras utilizadas para a resolução de uma inequação com a comparação dos gráficos que representam a inequação, após transformá-las em funções.

Autores, como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), apresentam a distinção entre a concepção da álgebra, segundo quatro leituras do seu desenvolvimento histórico. A primeira leitura é de uma aritmética universal ou generalizada, e a outra como um sistema simbólico postulacional. Assim, a história da álgebra fica dividida em *Álgebra Clássica ou Elementar*; e *Álgebra Moderna ou Abstrata*, respectivamente. Para os autores, esse critério "[...] tem como base a mudança qualitativa da natureza do objeto de investigação" (p. 78).

A segunda leitura se baseia em evidenciar alguns elementos característicos do pensamento algébrico de cada cultura ou da interação entre culturas. Assim, existiria uma "álgebra egípcia", uma "álgebra arábica", entre outras. A terceira leitura do desenvolvimento da álgebra, que aparece frequente nos manuais de história da Matemática, se distingue pelas fases evolutivas da linguagem algébrica: retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica[25]. A quarta e última leitura se assenta na significação que é atribuída aos símbolos desta linguagem antes e após Viète.

Dentre essas leituras, os autores estabelecem algumas concepções de álgebra e, quando essas concepções estão relacionadas à educação, outras nomenclaturas são utilizadas por esses autores. Dessa forma, as mesmas relações poderiam estabelecer-se com as apontadas anteriormente, ao comparar as concepções de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) com as concepções de Usinski (1995) e as abordagens de Berdnarz, Kieran e Lee (1996).

[25] Retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica, ver em Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

A concepção *linguístico-pragmática* de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), que privilegia as técnicas com o emprego de regras e propriedades, estaria relacionada com a segunda concepção de Usinski (1995). A concepção denominada *"fundamentalista-estrutural"* de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), que aborda as propriedades estruturais, estaria relacionada com a última concepção de Usinski (1995). E a terceira concepção, chamada *fundamentalista-analógica* de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), que procura recuperar o valor instrumental da álgebra, fazendo uso de recursos analógicos geométricos ou visuais como um estágio intermediário e/ou concomitante à abordagem simbólico-formal, estaria relacionada com a terceira concepção de Usinski (1995).

O que queremos mostrar com isso é que as diferentes leituras do desenvolvimento histórico, realizadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), identificam e caracterizam as concepções mais frequentes de álgebra e que, em certa medida, se relacionam com as concepções dominantes de educação algébrica que se manifestaram ao longo da história da Educação Matemática. Dessa forma, o desenvolvimento histórico das desigualdades é apresentado na próxima seção, dentro das quatro leituras do desenvolvimento da álgebra, ou seja, apresentado com relação às diferentes significações atribuídas aos símbolos da linguagem algébrica e relacionado às diferentes culturas e às diferentes fases evolutivas das linguagens algébricas utilizadas por essas culturas: retórica, sincopada e simbólica. A partir dessa apresentação, foram analisados o representante e representado, referente ao conteúdo desigualdade, presentes nessas diferentes culturas, nas diferentes linguagens matemáticas e no contexto da educação para surdos.

Terceira seção

ANÁLISES PRELIMINARES

Nesta seção, é abordada a revisão de literatura que fornece suporte e sustento às escolhas realizadas, de forma a integrar a primeira fase metodológica, denominada “Análises Preliminares”. Em primeira instância, são apresentados alguns trabalhos em educação matemática para surdos, que foram escolhidos conforme as especificidades relacionadas ao tema e que contribuíram de forma substancial com as análises desta pesquisa. Em seguida, são expostos os elementos historicamente construídos das desigualdades - na perspectiva epistemológica, semiótica e didática - com a função de mostrar os nexos conceituais e as especificidades levantadas sobre a educação matemática para surdos. Por último e não menos relevante, pelo contrário, é apresentada a tabela dos termos matemáticos como uma contribuição didático-pedagógica indispensável na educação dos surdos.

3. 1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA SURDOS

No livro **Matemáticas y Deficiencia Sensorial (1996),** os autores Rosich, Núñes e Campos abordam o tema deficiências sensoriais em duas partes, a auditiva e a visual, mas que nos detivemos à primeira parte. O texto é introduzido com o conceito sobre “deficiência” destacando os vários enfoques que esta palavra pode significar, tais como: nas políticas sociais, educacionais e de trabalho com implicações positivas e construtivas de ordem moral.

Os autores são bastante críticos a respeito de uma realidade mundial sobre a ação de integração[26] que, na verdade, "não integra ninguém", nem por decreto nem sequer proporcionando-lhe todos os meios que se estimem convenientes. Contudo defendem que essa ação, sim, deva gerar a decisão de integração, ou seja, a decisão em aceitar a pessoa com deficiência como parte do grupo, com o imperativo de saber em que essa pessoa é igual e é diferente, sem importar-se em ser diferente.

São destacados nesse livro os principais autores que acreditaram no processo de integração dos surdos, numa ordem cronológica, até chegar aos tempos atuais. Na primeira parte do livro *Deficiencia auditiva y educación*, os autores mostram o panorama geral dos fatores mais importantes que intervêm no processo de integração dos surdos; isso é feito por meio da evolução histórica da educação.

O trabalho realizado pelo espanhol Pedro Ponce de León (1520-1584) é descrito como o primeiro em crer que era possível educar o surdo e em desenvolver uma metodologia específica com essa finalidade. É destacado também o trabalho realizado pelo francês Charles Michel de l'Épre (1712-1789), o primeiro que conseguiu fundar uma escola para surdos com substanciosas subvenções públicas.

Diante do avanço geral do oralismo na França e nos demais países europeus, durante o século XIX, Thomas Hopkins Gallaudet fez surgir o gestualismo nos Estados Unidos. O alemão Johan B. Graser (1766-1841) foi o primeiro a compreender que um dos principais problemas da criança surda é seu isolamento e que, para corrigir, não só é suficiente educar o surdo na linguagem oral dos ouvintes, mas ele também deve ser incorporado ao sistema educativo. Os autores acreditam que esse fato tenha influência direta com a decisão de vários países legislar a favor da integração dos surdos num sistema educativo geral, a partir da década de 1970.

---

[26] É importante entender a discussão, contemplada por alguns documentos oficiais brasileiros, sobre a superação do paradigma de integração, hoje substituído pelo paradigma da inclusão. "Integração e inclusão -, conquanto tenham significados semelhantes, estão sendo empregados para expressar situações de inserção diferentes e têm por detrás posicionamentos divergentes para a consecução de suas metas". A integração "[...] trata-se de uma alternativa em que tudo se mantém, nada se questiona do esquema em vigor. Já a inclusão [...] é, desde o início, não deixar ninguém fora do sistema escolar, que terá de se adaptar às particularidades de todos os alunos [...]" (MANTOAN,1997, p. 8) . Para essa autora, a indiferenciação desses significados reforça ainda mais a vigência do paradigma tradicional de serviços que é mantido na forma de integração.

Os tipos de surdez, a etiologia dos défices auditivos, os níveis de surdez e seus entornos familiares são descritos de forma relevante para o processo de integração. Sem compreender bem essa relevância, houve uma troca de informações por correio eletrônico, entre minha pessoa e a autora Nuria Rosich, que relatou como isso ocorre na Espanha.

> Na Espanha existe a lei de integração há mais de 30 anos. Existem as pessoas surdas que optam pela língua oral as que optam pela língua de sinais e há também uma minoria que conhece as duas línguas. No geral, os alunos que têm pais surdos optam pela língua de sinais e se integram em escolas onde as aulas têm um tradutor da língua oral para a de sinais. E os alunos que têm pais ouvintes no geral optam pela língua oral e vão para as escolas regulares e recebem 4 horas de aulas de fonoaudiologia por semana (Entrevista por correio eletrônico[27], 2012, tradução nossa).

A autora explica que essa situação está sofrendo modificações em razão dos implantes cocleares[28], já que desde muito pequenos estão colocando essas próteses. A autora sugeriu à pesquisadora que realizasse um estágio na Espanha para conhecer melhor a realidade de inclusão deste país. O estágio foi concretizado e os seus resultados foram descritos na última seção desta pesquisa e nas conclusões advindas dos resultados de ambos países.

Na primeira parte do livro Matemáticas y Deficiencia Sensorial (1996), é apresentado um panorama geral sobre o desenvolvimento cognitivo e o papel da linguagem no aprendizado da Matemática. As primeiras investigações foram na década de quarenta, que aplicavam testes de inteligência, as quais exigiam formas verbais e escritas para os surdos. Na década seguinte, a maioria das investigações se baseava na teoria de Piaget. Os autores citam os extensos estudos de Furth[29] (1966) revelando que

---

[27] A entrevista realizada por correio eletrônico com a professora pesquisadora espanhola e autora do livro analisado, Núria Rosich, encontra-se em anexo.

[28] O implante coclear é um dispositivo eletrônico de alta tecnologia, também conhecido como ouvido biônico, que estimula eletricamente as fibras nervosas remanescentes, permitindo a transmissão do sinal elétrico para o nervo auditivo, com a finalidade de ser decodificado pelo córtex cerebral. (SITE OFICIAL DO IMPLANTE COCLEAR, 2013). O tema é complexo, “pois envolve aspectos que transcendem um mero procedimento cirúrgico bem sucedido ou não. Ele envolve uma reflexão sobre o que é a surdez e sobre os valores agregados a ela” (QUEIROZ, 2008, p. 37). Segundo essa pesquisadora, os adeptos das filosofias opostas ao oralismo nunca se interessaram pelo uso dessas próteses auditivas.

[29] FURTH, H. G., **Thinking without Language**, New York, Free Press, 1966.

não havia diferenças significativas entre o desenvolvimento cognitivo das pessoas surdas e das ouvintes em situações em que a linguagem não era um fator determinante.

Das investigações expostas, os autores se respaldam no trabalho de Wood[30] (1983) para concluir que não houve, efetivamente, dados convenientes que indiquem que a surdez seja a causa de alguma limitação necessária e essencial no desenvolvimento do pensamento. Contudo, com o trabalho de Vygotsky[31] (1973) e as teorias da Escola Russa, em relação a algumas estratégias de memória, a importância da linguagem é considerada não somente como um processo voluntário, como também dependente da integração da nova informação nas estruturas semânticas do sujeito e dos contextos significativos que se trabalha.

Ao contrário, o trabalho de Flavell[32] (1970) mostrava que a falta de estratégia adequada não dependia tanto da capacidade geral de memória. Assim como Flavell (1970), Rosich, Núñes e Campos (1996) acreditavam que o pensamento lógico-abstrato não depende de forma exclusiva da codificação acústica; as pessoas surdas utilizam outros tipos de simbolização, como as imagens mentais e a linguagem de sinais.

Na sequência desses estudos descritos na primeira parte do livro Matemáticas y Deficiencia Sensorial (1996), são destacados os trabalhos de Torres[33] (1986), em que surdos com nível linguístico baixo (ou com intercâmbios comunicativos utilizando a linguagem de sinais) experimentavam mais dificuldades que os ouvintes para recordar as sequências narrativas da vida diária, pela falta de organização do conhecimento.

As conclusões desse capítulo giram em torno dos dados aportados por esses estudos e sustentados pelo trabalho de Marchesi[34] (1987), de que "[...] a organização da memória e seu rendimento é um reflexo do nosso processo cognitivo..." (p. 89). Os autores destacam ainda, os aspectos linguísticos dos estudos realizados com pessoas

---

[30] WOOD, D., **El desarrollo lingüístico y cognitivo en la deficiencia auditiva**, en Infancia y Aprendizaje. Monográfico 3. pp. 201 – 222. 1983.

[31] VYGOTSKY, L. S., **Pensamiento y lenguaje**. Buenos Aires. Pléyade, 1973.

[32] FLAVELL, J., **Developmental Studies of Mediated Memory**. Em LIPS-SITT, L. y REESE, H. (Eds.) Advances in Child Development and Behavior. Vol. 5. New York, Academic Press, 1970.

[33] TORRES, E., **Memoria y representación en los sordos**. Em MARCHESI, A. El desarrollo cognitivo y lingüístico de los niños sordos. Madrid. Alianza Editorial. Pp. 63-92, 1986.

[34] MARCHESI, A., **El desarrollo cognitivo y lingüístico de los niños sordos**. Madrid. Alianza Psicología, 1987.

surdas e que têm se desenvolvido em 3 eixos: linguagem oral, linguagem de signos e linguagem escrita.

No segundo capítulo, "Sordera y Aprendizaje de las Matemáticas", Rosich, Núñes e Campos (1996) mostram a preocupação pelo conhecimento, talento e habilidades matemáticas dos surdos, propulsionadas pelas teorias de Jean Piaget e seus estudos psicológicos, que tiveram início na década dos anos sessenta. A opinião compartilhada pelos estudiosos é que, em geral, com os resultados das investigações levadas até a data em que foi escrito o livro (1996), não existiam razões claras para supor que o raciocínio matemático dos surdos fosse diferente dos ouvintes. No entanto, apesar de os surdos seguirem os mesmos processos de aquisição, estes são, em muitos casos, mais lentos que o de seus companheiros sem défice auditivo.

Em razão da dispersão bibliográfica desta temática, tida como a principal dificuldade que enfrenta o professor de matemática, Rosich, Núñes e Campos (1996) os autores dispuseram em categorias as investigações mais destacadas segundo três critérios:

1. Estudos gerais que incluem aspectos relacionados com a aprendizagem da Matemática. Nesta categoria, os autores ressaltam a investigação realizada por Furth (1966[35] e 1971[36]), Suppes[37] (1974) e Marchesi[38] (1978), ao concluírem, de modo geral, que o surdo adulto está tão capacitado para a compreensão das operações lógicas como o adulto ouvinte, quando as tarefas cognitivas não precisam de habilidades verbais.

2. Estudos específicos sobre algumas questões e procedimentos matemáticos. Para esta categoria, os autores destacaram o estudo de Sukhova[39] (1985), de Hine[40] (1970), e de Wood e colaboradores[41] (1981), os quais mostraram que, em perguntas

---

[35] Referência 13.

[36] FURTH, H. G., **Deafness and Learning**. Belmont. Wadsworth, 1971.

[37] SUPPES, P. **A Survey of Cognition in Handicapped Children**. En Review of Educational Research. Vol. 44, no 2. pp. 145-176, 1974.

[38] MARCHESI, A., **El desarrollo de la representación espacial en el niño sordo**. Mimeo. INCIE, 1978.

[39] SUKHOVA, V., **On Deaf Children's Readiness to Study Mathematics in Schoool**. En Defektologiya. No 3. pp. 43-49. 1985.

[40] HINE, W. D., **The Attinments of Children with Partial Hearing**. En Journal of British Association of Teachers of Deaf. Vol.6 no 400. pp. 129-135, 1970.

[41] WOOD, D., **Els principis de la comunicación**. En Actes V Jornades Internacionals de l'Educació del Deficiente Sensorial. Varcelona. Fundació Caixa de Pensions. pp. 46-52, 1981.

com poucas palavras e que implicavam operações simples, os surdos obtinham melhores resultados que os ouvintes, no entanto os ouvintes realizavam melhor as operações algébricas e a interpretação de gráficos.

3. Estudos sobre o papel da linguagem envolvida na aprendizagem matemática. Pesquisa de Watts e Phil[42] (1979) e Nuria Rosich[43] (1998) ressalta que os professores de alunos surdos não percebem os seguintes itens: a relação que existe entre a linguagem e o ensino e a aprendizagem de Matemática; o papel da comunicação desempenhado na formação de conceitos e na aquisição dos símbolos.

No que diz respeito à álgebra, que mais nos interessa, Rosich, Núñes e Campos (1996) destacam os resultados dos seguintes trabalhos. Um deles é do trabalho de Stone[44] (1980), que diz respeito à dificuldade que o surdo tem com o emprego do conceito "maior que" ou "menor que", gerada pela necessidade e a importância da linguagem. A dificuldade das crianças surdas é em sequenciar, colocar objetos em ordem e, concretamente, colocar os números naturais ordenadamente do menor ao maior ou vice-versa. As crianças de sua pesquisa reconheciam o número, mas não o colocavam entre outros dois números ordenadamente; para isso, ainda faltava o emprego do conceito "maior que" ou "menor que".

No trabalho de Socas[45] (1990), são destacadas as diferentes concepções sobre álgebra, sendo que as distintas significações das letras, umas vezes como generalizadoras do cálculo aritmético, outras como incógnitas nas equações, outras como argumento de funções e outra, enfim, como símbolos abstratos, são de difícil compreensão para todos os alunos em geral. No entanto, esses diferentes significados são mais difíceis para o aluno surdo, que está acostumado a associar um termo ou palavra a um significado concreto e único. Um dos exemplos, de Socas (1990), é com relação ao emprego da sintaxe da linguagem formal matemática, especialmente com a tendência da simplificação. Para o aluno surdo, o produto ab é interpretado como uma

---

[42] WATTS, W. J. y PHIL, D., **Some Problems in the Teaching of Mathematics to Deaf Children**. En Journal Association of Teachers of the Deaf. 3. (1) pp. 2-6, 1979.

[43] ROSICH, N.; SERRANO, C., **Las adquisiciones escolares: aprendizaje en matemàticas**. En N Silvestre (coord.) Sordera. Comunicación y aprendizaje. Mason. Barcelona. pp 133-141, 1998

[44] STONE, P., **Developin thinking Skills in Young Hearing-Impared Children**. En The Volta Review. 82 (6). pp. 345-352, 1980.

[45] SOCAS, M. M. y outros, **Iniciación al álgebra**. Madrid. Síntesis, 1990.

justaposição de letras que conduz, algumas vezes, a cometer vários erros típicos de cálculo, como: ab - b = a, ainda, a + ab = 2ab.

Outro exemplo, de Socas (1990), é da expressão $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ com a tendência de simplificar a língua natural (oral ou escrita), no lugar de ler como está escrita a expressão, "o produto da soma de a e b pela diferença de a e b é igual à diferença dos quadrados de a e b", geralmente é ela abreviada na forma "a soma pela diferença é igual à diferença de quadrados". Quando se ajusta a expressão para tornar-se agradável ao ouvido, constitui-se um trava-línguas para o aluno surdo.

Rosich, Núñes e Campos (1996) complementam que, nos enunciados de problemas algébricos, a língua natural é importante, mas é distinguida em menor medida que nos problemas aritméticos. A versatilidade de denominações, como ocorre com as quatro operações elementares, não ocorre com as operações superiores. Por exemplo, para nomear a potenciação, "elevar a quinta potência", ou a radiciação, "extrair a raiz sexta" raramente apresentam uma expressão alternativa que não seja as canônicas. Enquanto isso, as potências e raízes, segunda e terceira, apresentam outras denominações: "elevar ao quadrado", "elevar ao cubo", "extrair a raiz quadrada" e "extrair a raiz cúbica". São termos dotados de significação geométrica bem conhecida e com aceitação muito popular na língua natural (oral ou escrita).

Os termos com significado duplo ou triplo, de acordo com Rosich, Núñes e Campos (1996), constituem travas à compreensão do aluno surdo, quando se associa cada objeto da vida real com o termo que o designa mais usual. Para as autoras, esse problema, que deriva diretamente da riqueza da linguagem oral, não é exclusivo do aluno surdo, pois estudos de Austin e Howson[46] (1979) já alertaram sobre a tendência de utilizar uma língua básica e limitada no ensino da Matemática e, com isso, afetar a formação dos conceitos matemáticos.

Rosich, Núñes e Campos (1996) observaram que grande parte das dificuldades que tem o aluno em geral, com o vocabulário matemático, radica no fato desse vocabulário ter sido adotado da língua natural (oral ou escrita). Há termos, como "conjunto", cujo campo de significação coincide praticamente em ambas as linguagens (matemática e o português); outros, como "função", nem sempre incluem o espectro de significado da língua escrita ou oral. As autoras apresentam, como exemplo, as

---

[46] AUSTIN, J. L. y HOWSON, A. G., **Language and Mathematical Education**. En Educational Studies in Mathematics. No 10. pp. 161-197, 1979.

equações que se "resolvem" e as soluções das mesmas se "calculam, determinam, buscam, acham, encontram, obtêm etc" (p. 79).

No terceiro capítulo, "Sordera y Enseñanza de las Matemáticas", Rosich, Núñes e Campos (1996) tratam de alguns aspectos a serem observados no ensino da Matemática, considerando não só os aspectos comunicativos, alguns já tratados nos capítulos anteriores, como também a atitude do professor e do aluno surdo em sala de aula e a adaptação curricular.

Concordamos com os autores que um dos fatores predominantes para esse ensino é a utilização do computador como colaborador eficaz do professor para o desenvolvimento da linguagem em alunos com défice auditivo, fundamentando-se nas pesquisas de Barham e Bishop[47] (1991). As vantagens destacadas foram:

- ✓ promover tarefas basicamente visuais e minimizar o papel exercido da linguagem escrita/oral;
- ✓ possibilitar a repetição de um processo tantas vezes quanto se queira;
- ✓ programar diferentes níveis de dificuldade em uma tarefa e adaptar, desse modo, às necessidades do aluno surdo;
- ✓ motivar, criar e desenvolver a autoestima;
- ✓ evitar o emprego excessivo da linguagem escrita/oral para a explicação, por exemplo, dos algoritmos ou dos procedimentos realizados para a demonstração de propriedades utilizadas na Matemática.

Os autores finalizam este capítulo com propostas de atividades aritméticas, algébricas e da geometria, úteis tanto para ouvintes como para alunos surdos.

O trabalho seguinte, **Diseños de formación matemática para alumnado con déficit Auditivo (2003),** foi um projeto desenvolvido pelas professoras Sergi Muria e Nuria Rosich, da Universidade de Barcelona. Tendo como referência o informe da UNESCO para a educação do séc. XXI, a apresentação do trabalho começa com dois questionamentos:

- Podemos melhorar as habilidades e destrezas escolares de um grupo integrado surdos/ouvintes usando as tecnologias da informação?

---

[47] BARHAM, J. y BISHOP, A. **Mathematics and Deaf Child**. En DUR-VIN, K. y SHIRE, B. (Eds): Language in Mathematical Education: Research and Practice, Manchester. Open University Press, 1991.

- Como as redes digitais, os processos e as técnicas de navegação hipermídia influem na educação do estudante surdo?

O objetivo foi identificar, com o uso da navegação hipermídia (educação à distância), indicativos em torno da aprendizagem e avaliação sobre o raciocínio espacial e implementar um sistema de ação teletutorial.

Inicialmente, os Muria e Rosich (2003) realizaram uma revisão bibliográfica e encontraram diversos estudos aritméticos, poucos estudos centrados em questões geométricas e nenhum em álgebra, com alunos surdos. Todavia verificaram que a maioria desses trabalhos gira em torno do aspecto cognitivo e suas competências linguísticas, com o uso de novas metodologias de ensino mediante o computador. Equipamento fundamental do professor, o computador auxilia no desenvolvimento da língua oral e da matemática de forma racional, além de proporcionar meios de focalizar a atenção do aluno surdo nas tarefas escolares de maneira variada e atrativa, desempenhando um papel necessário nas diferentes formas de representação.

A metodologia utilizada foi a investigação qualitativa etnográfica mediante o estudo de caso sobre a ação teletutorial e a investigação-ação para o processo educativo. Uma página *web* com a unidade didática foi criada, a fim de que o aluno pudesse ascender a um sistema de ajuda própria de cada atividade e ainda pedir ajuda ao tutor via correio eletrônico. Cada atividade tinha um sistema de ajuda linguística e visual para os alunos surdos, por meio de conexões aos glossários, que forneciam comentários específicos às suas dificuldades.

As conclusões obtidas com essa experiência foram a possibilidade de adaptação e negociação dos conteúdos e o melhor atendimento ao aluno surdo, de acordo com o défice e dificuldades matemáticas. Além do mais, houve desenvolvimento de sua linguagem e compartilhamento de experiências colaborativas entre surdos e ouvintes mediante os fóruns.

O artigo **Evaluacion reguladora y apoyo geometrico al alumnado deficiente auditivo en aulas inclusivas en la ESO (2004)** foi escrito pelas duas autoras do projeto anterior, Sergi Muria e Nuria Rosich, em colaboração com os autores Joaquim Giménez e Rosa M. Latorre. O estudo é uma extensão de trabalho **Diseños de formación matemática para alumnado con déficit Auditivo (2003),** realizado pelo grupo TELEMAT, constituído pelo Departamento de Didática das Ciências Experimentais e da Matemática, pertencente à Universidade de Barcelona.

O objetivo do trabalho foi identificar características específicas dos alunos surdos, no sentido de uma cultura específica apoiada nas referências de Coob, Wood & Yackel[48] (1993), e reconhecer como o docente fornece sentido para as evoluções dos alunos. Dessa forma, os autores analisaram os significados elaborados por alunos e docentes, dependentes da situação e da interação social, comunidade de prática, considerada como uma condição intrínseca na existência do conhecimento.

A respeito da Matemática e a deficiência auditiva, Giménez et al. (2004) apresentam como hipótese, sustentada em investigações de Carrasumada[49] (1988), que as dificuldades fundamentais dos alunos com deficiência auditiva são de ordem linguística, estabelecida no enunciado verbal de problemas aritméticos.

Giménez et al. (2004) fazem referências a outra pesquisa, citada no trabalho Kelly e Mousley[50] (2001), que fala das dificuldades com relação às palavras que têm significados diferentes na Matemática e as que se encontram fora da Matemática, além das dificuldades com as formas de expressões diferentes para um mesmo conceito e com o uso diverso de símbolos e abreviaturas. Neste caso, os surdos não são desafiados suficientemente e quando os problemas crescem em dificuldade, deixam muito mais problemas em branco que os ouvintes, sem expressarem sua ansiedade. Suas atitudes, em frente à resolução de problemas, são negativas e influenciam sua melhora, mesmo que suas estratégias e habilidades sejam similares às dos ouvintes.

Segundo Giménez et al. (2004), Kelly, Lang and Pagliaro[51] (2003) mostraram que os docentes desses alunos não enfatizam o uso de uma verdadeira resolução de problema como deveriam. Uma das razões é que pensam que seus alunos surdos não são suficientemente fortes e hábeis na língua escrita.

---

[48] COBB, P., WOOD, T., & YACKEL, E.. **Discourse, mathematical thinking, and classroom practice**. In E.A. Forman, N. Minick, & C.A. Stone (Eds.), Contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development (pp. 91-119). New York: Oxford University Press, 1993.

[49] CARRASUMADA,C., **Proceso de resolución de problemas aritméticos en alumnado sordo**. Tesis microfichada. Bellaterra Universitat Autònoma de Barcelona, 1988.

[50] KELLY, R. R. & MOUSLEY, K., **Solving word problems**: More than reading issues for deaf students. American Annals of the Deaf, 146, 251-262, 2001.

[51] KELLY, R.R., LANG, H.G., & PAGLIARO, C.M**.,** **Mathematics word problem solving for deaf students**: A survey of perceptions and practices. Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 8, 2003.

A respeito da regulação do conteúdo durante o processo, Giménez et al. (2004) verificaram que não é suficiente o trabalho realizado com os fonoaudiólogos fora do horário de aula, para o reconhecimento das frases causais ou condicionais. Essa insuficiência é verificada pelo fato de que os argumentos geométricos utilizados pelos surdos, às vezes, são hipotéticos e por isso estão descontextualizados ou se trata de generalizações. Os surdos não sabem como enfrentar este fato porque carecem da linguagem apropriada significativa para estabelecerem as relações.

Como exemplo, os pesquisadores pediram a AN desenhar uma árvore de 4m de altura com um pássaro em cima de dela. AN representa um lindo passarinho em cima da árvore e situa corretamente a medida com flechinhas. Mas não compreende a frase "Cristina põe um alimento na base da árvore a 3m", já que o põe na própria árvore e não no chão.

As principais dificuldades dos alunos surdos, encontradas pelos autores (GIMÉNEZ, et al., 2004), foram organizadas e destacadas a seguir:

- ✓ dificuldade em descrever verbalmente o que veem e a necessidade que têm em apoiar-se nos gestos;
- ✓ dificuldade, quando têm um nível oral bom, e não saber reconhecer elementos de variabilidade mediante as ações de transformação, porque sua expressão é, normalmente, somente das realidades estáticas;
- ✓ dificuldade com as palavras associadas a conceitos classificatórios ou relacionais;
- ✓ dificuldade para entender enunciados em que aparecem negações vinculadas com tempos passados. Neste caso, diante dos enunciados das tarefas, o aluno com deficiência auditiva tende a simplificar, transformando-os em formatos mais compreensíveis, fato que nem sempre leva a uma interpretação correta;
- ✓ dificuldade em interpretar situações complexas, já que a pessoa surda não tem os referenciais como o ouvinte. Em determinadas situações, não é suficiente o reconhecimento verbal de um enunciado; há expressões que implicam reconhecer a variabilidade de um processo e que provocam uma dificuldade específica para os surdos.

As conclusões (GIMÉNEZ, et al., 2004) foram que o uso maior de imagens, modelos e acompanhamentos analógicos mediante sistemas gráficos ajudam os alunos surdos a progredirem em suas atividades. Observaram ainda que, em alguns casos, os suportes visuais favorecem o raciocínio lógico, tornando-se mais potente que em ouvintes. Defendem também o trabalho colaborativo, porque com ele o surdo constrói seu próprio significado em colaboração com os outros, de tal forma que melhore seu desenvolvimento. Para terminar, os autores ressaltaram a necessidade de uma formação específica, devido às dificuldades provenientes de comportamentos docentes, os quais não sabem ainda muito bem como enfrentar a integração de alunos surdos em classes regulares.

A seguir, a tabela 7 das principais dificuldades, enfrentadas pelos alunos surdos, com as recomendações apresentadas pelos autores e que foram consideradas por nós na investigação.

Tabela 7: Principais dificuldades encontradas e recomendações consideradas para a investigação

AUTORES	DIFICULDADES	RECOMENDAÇÕES
Rosich, Núñes e Campos (1996)	Cultura dominante do oralismo frente à do gestualismo. Operações algébricas e a interpretação de gráficos. Empregar o conceito “maior que” ou “menor que” Uso de diferentes significados para as letras, na linguagem algébrica, e para as palavras, na linguagem natural.	Desenvolvimento de uma metodologia específica. Uso inicial de perguntas com poucas palavras e que implicavam operações simples. Sequenciar, colocar objetos em ordem, colocar os números ordenadamente. Evitar o uso de uma linguagem básica e limitada, principalmente em associar cada objeto da vida real com o termo que o designa mais usual.
Muria e Rosich (2003)	Desenvolvimento da linguagem significativa que estabeleça relações e que, consequentemente, desenvolva os processos cognitivos.	Uso do computador com as principais vantagens: - promover tarefas basicamente visuais e minimizar o papel exercido da lingua escrita/oral; - possibilitar a repetição de um processo tantas vezes como se queira; - programar diferentes níveis de dificuldade em uma tarefa e adaptar, desse modo, às necessidades do aluno surdo; - motivar, criar e desenvolver a autoestima; - evitar o emprego excessivo da lingua escrita/oral

		para a explicação, por exemplo, dos algoritmos ou dos procedimentos realizados para a demonstração de propriedades utilizadas na Matemática.
Giménez et al. (2004)	Com relação às palavras que têm significados diferentes na Matemática e as que se encontram fora da Matemática, com relação às formas de expressões diferentes para um mesmo conceito e com relação ao uso diverso de símbolos e abreviaturas. Dificuldade em descrever verbalmente o que veem. Dificuldade com as palavras associadas a conceitos classificatórios ou relacionais; Dificuldade para entender enunciados em que aparecem negações vinculadas com tempos passados; Dificuldade em interpretar situações complexas, já que a pessoa surda não tem os mesmos referenciais que o ouvinte.	Enfatizam o uso de uma verdadeira resolução de problema. Utilizar outras linguagens, além dos sinais; Evitar argumentos hipotéticos, descontextualizados ou algo que trate de generalizações. Evitar as simplificações dos enunciados de tarefas, que não levem a uma interpretação correta; Reconhecimento verbal de um enunciado e principalmente reconhecer expressões que implicam a variabilidade de um processo;

Fonte: Arquivo dos autores

Dentre as principais dificuldades dos alunos surdos, destacadas acima, se evidenciaram questões de natureza linguística e comunicativa no processo de desenvolvimento cognitivo e elas puderam ser analisadas com mais detalhes nos próximos trabalhos.

O artigo intitulado **Bilingualism of Colombian Deaf Children in the Teaching-Learning of Mathematics in the First Year of Elementary School (2010),** de Olga Lucia León Corredor e Dora Inês Calderón, professoras doutoras da Faculdade de Ciências e Educação na Universidade Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, resume alguns resultados da primeira pesquisa etnográfica realizada na Colômbia, país em que o bilinguismo estava começando a ser enfatizado. Este artigo aborda questões de natureza linguística e comunicativa, social e cultural, cognitiva e pedagógica para o ensino e a aprendizagem da aritmética, questões essas que podem ser consideradas também para o ensino e aprendizagem da Matemática em geral.

As autoras iniciam o artigo descrevendo a educação de surdos, com evidências às novas políticas e regulamentos oriundos de ações governamentais colombianos. Salientam que o desenvolvimento de competências comunicativas em Matemática, dos alunos surdos, é mínimo. Isso porque esse desenvolvimento está associado ao desenvolvimento simultâneo das habilidades discursivas e processos de visualização. Acredita-se, assim como as autoras, que a aprendizagem de conceitos abstratos matemáticos está fundamentada no uso combinado de diferentes sistemas semióticos (SS), discursivos e visuais.

Nesse artigo de Corredor e Calderón (2010), o quadro teórico de investigação aborda cinco importantes aspectos relacionados à compreensão do ensino e aprendizagem da Matemática para crianças surdas:

1. A identificação de habilidades comunicativas na aprendizagem de matemática: o fator fundamental é o desenvolvimento da visualização como uma forma de representação interna, usando diagramas e estruturas mentais. A visualização requer percepção (atividades sensorial-motoras) e reflexão (atividade cognitiva).

2. A importância das perspectivas socioculturais da língua no desenvolvimento conceitual: o desenvolvimento das habilidades em leitura, escrita, fala e escuta, dentro de contextos acadêmicos da Matemática, aumentam o repertório lexical e de aprendizagem. A diferenciação de produções narrativas, explicações e justificações, correspondentes a cada assunto, torna-se imperativo para o desenvolvimento sociocultural de cada estudante.

3. A escolarização para surdos: abrange a corrente oral e a bilíngue.

4. A importância do bilinguismo em processos de aprendizagem de crianças surdas: o conceito sobre a pessoa surda, diferente da sua deficiência, é tomado como parte do discurso cultural social, com a propagação dos modelos conhecidos como "bilíngue/bicultural", em que a sociedade em geral deve contribuir. Essa importância deve--se às pesquisas internacionais realizadas, ao revelarem que 80% da população adolescente surda são analfabetas devido a dificuldades de origem linguística.

Segundo Corredor e Calderón (2010), o bilinguismo vem com uma série de fatores que tornam a situação mais complexa. Um desses fatores é a interação entre língua de sinais e a língua oral, as quais apresentam:

- ✓ três modalidades linguísticas (oral, escrita e visual/motora);
- ✓ dois sistemas de produção (articulação de som/oral e expressão de mão/articulação gesto corporal);
- ✓ dois sistemas de percepção (audição e visão).

No entanto, do ponto de vista didático, Corredor e Calderón (2010) relevam que as duas línguas, escrita e gestual, constituem canais naturais para o seu desenvolvimento comunicativo e linguístico. Acredita-se, assim como as autoras, que as crianças surdas aprendem a complexidade do sistema de número por meio das duas línguas; por isso, o professor deve aprender aspectos particulares da língua de sinais e linguagem escrita, para ser capaz de se comunicar e ensinar as crianças surdas.

5. O desenvolvimento de processos aritméticos em crianças surdas: a ênfase é colocada sobre a criação de um mecanismo que permitirá os alunos surdos compreenderem o significado dos elementos linguísticos, envolvidos na formulação de um problema, antes de realmente tentar resolvê-lo. As autoras citam o trabalho de Nunes e Moreno[52] (2002), sobre a necessidade de se usar registros como as figuras ou tabelas, ou seja, os diferentes Registros de Representação Semiótica (RRS) complementares ao registro da lingua natural, além de envolver processos complexos de semiótica e semântica conectados com leitura e escrita na língua principal e em outros RRS.

Fundamentadas nesses cinco aspectos teóricos, o processo de observação da ação educativa, em três instituições de ensino, foi orientado por meio de três critérios: o conhecimento da Língua de Sinais Colombiana (LSC) em consonância com os processos aritméticos; o didático; e o institucional. A metodologia utilizada foi a etnográfica, com a participação de 16 crianças surdas, 3 professores e 2 modelos linguísticos[53].

---

[52] NUNES, T. & MORENO , C. (2002). **An intervention program to promote deaf pupils' acheivement in mathematics.** Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 7(2), 120-133, 2002.

[53] Modelos linguísticos desempenham um papel diferente de intérpretes. Intérpretes traduzem do espanhol oral para LSC e vice-versa, quando os professores não são usuários LSC. Modelos linguísticos são usuários fluentes da LSC também um pouco versados no assunto que está sendo ensinado. Por essa razão, os modelos linguísticos podem complementar o que o professor, não versado em LSC, está tentando comunicar para a criança surda (CORREDOR E CALDERÓN, 2010).

A análise do conteúdo é realizada com a triangulação das categorias investigadas: língua de sinais, língua escrita e em matemática. Para as duas primeiras categorias são identificadas as formas linguísticas, discursivas e de representação. Para a análise de conceitos matemáticos, são identificados os aspectos sensoriais, linguísticos, cognitivos, culturais e matemáticos.

Dentre os resultados matemáticos, Corredor e Calderón (2010) destacam quatro representações semióticas existentes nos números naturais: números verbais escritos na língua espanhola, números gestuais na LSC, números visuais do ponto de vista físico e números decimais hindu-arábicos. As autoras consideraram muito pobres os resultados com base nos desenvolvimentos discursivos, no que diz respeito aos intercâmbios de comunicação entre professor e aluno. Isso é devido às limitações atuais no léxico matemático da LSC e aos recursos discursivos disponíveis para falar sobre Matemática e fazer Matemática com a ajuda da LSC.

Quanto à evolução da LSC no campo lexical relacionado à Matemática, as suas limitações e as do professor resultaram em uma reduzida disponibilidade dos sinais, palavras ou outras expressões relacionadas a experiências, relações, operações e objetos matemáticos. É importante destacar aqui que isso não acontece apenas com LSC, mas também com a Libras, fato observado durante a sequência didática aplicada em sala de aula e que faz parte da análise *a posteriori* do presente trabalho.

As pesquisadoras, Corredor e Calderón (2010), observaram em sala de aula dois tipos de interações em língua de sinais. Na classe com professor usuário da LSC, foi observado o esquema de perguntas e respostas em que houve pouco desenvolvimento lexical e poucas oportunidades de desenvolvimento narrativo. Na classe com professor ouvinte e modelo linguístico houve uma relação triádica entre o professor, os alunos e o intérprete, com pouca interação entre professor e aluno; isso porque o professor ouvinte não tinha suficiente competência na LSC, aumentando, assim, as interações entre o estudante e o intérprete.

Um dos aspectos relevantes destacado por Corredor e Calderón (2010) é a necessidade de formação específica para professores de Matemática que interagem com crianças surdas. Além da falta de conhecimento da língua de sinais e suas especificidades, as autoras destacam a falta de conhecimento, por parte dos professores, relacionado aos aspectos de semiótica e diferentes RRS discursivos, juntamente com seus diferentes tratamentos e conversões, o que gera pouco grau de liberdade para a prática didática do professor.

Acrescentam ainda que a identificação dos aspectos conectivos das unidades significantes entre cada RRS disponível deve ser uma prioridade para elevar o nível de contagem, resolução de problemas e o sentido numérico em crianças surdas. Também, para estas autoras, a interação entre crianças e instrumentos tecnológicos poderia gerar regras de resoluções, por tentativa e erro; a invenção de notações, algoritmos; e o desenvolvimento discursivo refinado que promoveria o raciocínio matemático.

O artigo termina com recomendações feitas pelo observador surdo que compunha a equipe de investigação, além de um professor de matemática e um de linguística. A primeira recomendação é a necessidade de professores desenvolverem o bilinguismo na língua oral e na língua de sinais, para fins didáticos em um campo disciplinar.

A segunda recomendação é a necessidade de dar uma preparação didática para os professores de crianças surdas, habilitando-os na criação de projetos matemáticos e atividades, a fim de permitir que o conhecimento seja traduzido da vida cotidiana, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades de comunicação.

O trabalho seguinte foi escrito pelas mesmas autoras do artigo anterior, Corredor e Calderón (2010), junto com o professor Manuel Orjuela, da mesma universidade colombiana, com o título **La relación lenguaje-matemáticas en la didáctica de los sistemas de numeración: aplicaciones en población sorda (2009)**. Trata-se de um minicurso de três dias realizado no “10º Encontro Colombiano de Matemática Educativa”, tendo como objetivo três tópicos: o primeiro trata das relações linguísticas discursivas e semióticas dos sistemas de numeração; o segundo está relacionado com o desenvolvimento numérico; e o terceiro tópico corresponde às implicações encontradas durante as aulas de primeiro grau com população surda.

A partir das preocupações e resultados alarmantes de pesquisas realizadas em diversas instâncias governamentais, o minicurso ofereceu resultados complementares para as investigações realizadas e apresentadas no artigo anterior. A metodologia adotada foi a etnográfica do tipo indutivo-analítico, que privilegiou a análise comparativa de categorias emergentes segundo os cenários e os atores. Fizeram parte dos cenários três instituições escolares do ensino fundamental, que atendem exclusivamente alunos surdos. Os atores principais foram 16 crianças e os atores secundários, vinculados aos principais, foram três docentes e dois modelos linguísticos. Os resultados foram organizados com a triangulação das categorias resultantes realizadas por um grupo de investigadores composto por um matemático, um linguista e um observador surdo. Cada um dos investigadores fez as análises a partir da perspectiva de sua especialidade, tendo em conta a emergência de cada categoria.

León, Calderón e Orjuela (2009) destacam nesse trabalho os aspectos necessários para o desenvolvimento discursivo da Matemática escolar, identificados no papel de comunicação dos participantes, professores e estudantes, dentro de suas relações socioculturais. Os autores acreditam que, em distintas culturas, o desenvolvimento dos saberes acadêmicos se encontra sustentado nas línguas orais oficiais e em seus desenvolvimentos especializados. No caso da Matemática em aula, a linguagem se torna especializada, com especificidades próprias presentes nas manifestações orais, escritas, textuais (livros, texto, tarefas etc), sem deixar de levar em conta o aspecto central referente ao uso de registros de representação semiótica, tanto da(s) língua(s) natural(is) como de outros registros empregados em Matemática: numérico, algébrico, geométrico.

É neste sentido que León, Calderón e Orjuela (2009) destacam, como objeto de análise para o professor de matemática, "[...] os aspectos relacionados com a configuração gramatical e semântica dos conteúdos matemáticos" (p. 4). Um exemplo é exposto a respeito da variedade lexical que se encontra no dicionário para a palavra "quantidade" e compara com as que se usam na vida cotidiana. Socioculturalmente se constitui um campo semântico ao redor do vocabulário próprio ao tema "contagem" (com diferenciação de palavras, distinção de significados e identificação de sentidos por contextos de uso), que se torna ainda mais complexo ao aparecerem os sistemas de numeração para realizar as operações de "contagem".

Em um sistema de Língua de Sinais (LS), é importante considerar os fatores de ordem gramatical, semântica e sintática como fatores de ordem discursiva no processo de produção de enunciado nesta língua, uma vez que a LS cumpre as mesmas funções que as línguas orais. Para tanto, uma proposta de educação bilíngue e bicultural para surdos requer uma série de condições e transformações a longo prazo, que entre outros aspectos o presente trabalho apresenta:

a. O bilinguismo como uma condição sociolinguística particular das pessoas surdas. Devido ao nível de surdez e à situação de contato entre ambas as línguas, para alguns surdos predomina a LS, em outros a língua oral e em outros haverá o equilíbrio entre ambas as línguas, com níveis distintos de bilinguismo e de biculturalismo.
b. O fator pedagógico na construção de processos educacionais bilíngue, uma vez que a criança surda tem acesso a uma primeira língua apenas no espaço escolar, a partir dos 6 anos de idade .

León, Calderón e Orjuela (2009) complementam os resultados, obtidos e expostos no artigo anterior, com os aspectos de congruência, entre as unidades significantes da LS e o sistema de numeração, prioritários para o desenvolvimento de contagem e do sentido numérico para as crianças surdas. A congruência entre o registro numérico da LS e o sistema hindu-arábico oferece alternativas didáticas para explorações heurísticas pertinentes no desenvolvimento dos processos aritméticos, como a contagem e as operações numéricas. Essa discursividade, própria da LS, torna-se importante e oferece aos surdos melhores condições para o desenvolvimento de competência comunicativa na Matemática.

León, Calderón e Orjuela (2009) revelam também uma dívida do sistema educativo com a formação matemática da população surda na Colômbia, uma dívida manifesta em currículos diferenciados, em conteúdos e objetivos menores que os da população ouvinte.

Com as análises realizadas até aqui é possível perceber que o desenvolvimento histórico de inclusão intensificou as pesquisas preocupadas com o conhecimento matemático dos alunos surdos. As principais dificuldades desses alunos, apresentadas nestas pesquisas, na maioria das vezes, estiveram relacionadas com os aspectos discursivos e semióticas das linguagens utilizadas e dos conhecimentos geométricos e aritméticos pesquisados.

Tendo em vista a falta de pesquisas no que diz respeito ao conhecimento algébrico, a seguir são apresentados alguns fatores específicos da linguagem algébrica, em especial das inequações, que influenciaram diretamente nas escolhas didáticas das atividades realizadas em sala de aula. Tais especificidades da linguagem algébrica foram relacionadas aos aspectos discursivos e semióticos para o ensino e aprendizagem de inequações com alunos surdos.

3. 2 ASPECTOS MATEMÁTICOS E DIDÁTICOS DA INEQUAÇÃO

Como visto anteriormente na revisão da literatura, a aprendizagem de conceitos abstratos baseados no uso combinado de diferentes sistemas semióticos é importante na educação matemática para os surdos. Isso porque as coordenações entre representações tornaram-se centrais para o desenvolvimento do conhecimento matemático e podem ser conferidas em diferentes períodos da história.

Flores (2006) mostra que o desenvolvimento do pensamento matemático foi determinado por várias formas da linguagem matemática - passou desde a intuição geométrica e aritmética, com uma linguagem para demonstrar, explicar, representar o conhecimento, até a escritura simbólica ou algébrica, com uma linguagem que possibilitou a fundação de um pensamento abstrato caracterizado como racional, organizado, moderno. A constituição de novas formas de representar os objetos da Matemática tornou-se possível com a transformação dessas linguagens, a partir da instauração de uma nova forma de olhar e de representar.

> Daí, muitos registros são inventados: registros de linguagem que vão desde a linguagem natural até aquelas do tipo formal; registros de imagens como as figuras geométricas, as representações gráficas, os esquemas. Portanto, registros de representação semiótica, já que são produzidos segundo um sistema semiótico, isto é, a partir de regras, convenções [...] (FLORES, 2006, p. 15).

As várias formas de linguagem matemática determinaram o desenvolvimento do pensamento matemático e a descoberta de novos conceitos matemáticos. A abordagem histórica desse desenvolvimento, segundo Duval (2009), explica a razão dos bloqueios de compreensão que muitos alunos experimentam, comum quando se evocam conceitos matemáticos e sua complexidade epistemológica.

O autor complementa que tal abordagem não é suficiente; "[...] a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela Matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos" (DUVAL, 2009, p.

13), mas sim na importância primordial das representações semióticas e na grande variedade dessas representações utilizadas em Matemática.

Dito anteriormente, buscamos essa variedade de representaçãos no desenvolvimento histórico da álgebra que, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), identificam e caracterizam as concepções mais frequentes de álgebra e que, em certa medida, se relacionam com as concepções dominantes de educação algébrica que se manifestaram ao longo da história da Educação Matemática. A partir do desenvolvimento histórico da álgebra, são analisados o representante e representado, relacionados ao conteúdo desigualdade, presentes nas diferentes culturas e nas diferentes linguagens matemáticas contextualizadas da educação para surdos.

A diferenciação entre representante e representado, inerente aos registros de representação semiótica, conforme já mencionada, é de extrema importância para não confundir um objeto de sua representação. Para isso, realizou-se essa diferenciação, levando em consideração as funções de objetivação, de tratamento e de expressão, segundo Duval (2009), dentro das perspectivas epistemológica, semiótica e didática.

3. 2. 1 PERSPECTIVA EPISTEMOLÓGICA DA DESIGUALDADE

A função de expressão entre significante e significado, numa perspectiva epistemológica, é caracterizada a partir das diferentes significações operatórias ligadas aos tratamentos, com operações diferentes para o mesmo objeto deste estudo, as inequações. Ao procurar sobre inequações, nos principais livros de história, percebe-se que esse conteúdo se refere às desigualdades; traduzido do inglês *inequality*, com significados muito diferentes em vários contextos socioculturais durante sua história. Esse conteúdo, quando transposto em sala de aula, recebe, por vezes, a nomenclatura de "estudos dos sinais" com tratamentos diferenciados. Para entender esses diferentes tratamentos, iniciamos com a língua natural da palavra desigualdade e seus distintos enunciados e unidades de sentido que combinam pelo menos duas palavras.

A palavra desigualdade, no dicionário Aurélio (2000), tem dois significados: **1.** Qualidade ou estado de desigual; diferença, dessemelhança. **2.** *Mat.* Relação entre os membros de um conjunto que envolve os sinais de "maior que" ou "menor que".

No sentido matemático, não só na língua portuguesa, assim como em várias outras línguas, a palavra desigualdade assume esses dois significados. Por essa razão, desigualdade é traduzida por duas palavras diferentes: desigualdade (em italiano: disuguaglianza; em francês: inégalité e em inglês: inequality) e inequações (em italiano: desequazione).

Com referência a essas duas palavras, a diferença mencionada seria resumida da seguinte forma: uma inequação é a declaração matemática de uma desigualdade. Às vezes, essa desigualdade denota uma declaração de que duas quantidades ou expressões não são as mesmas, ou não representam o mesmo valor, ou seja, $1 + 2 \neq 5$ (BAGNI, 2005). Mas, tanto do ponto de vista lógico como do ponto de vista educacional, há grande diferença entre uma desigualdade, como "$x + 2 < 5$", e uma desigualdade, como "$x + 2 \neq 5$"; seus *status* epistemológicos são claramente diferentes, portanto com tratamentos diferenciados.

Outra diferença epistemológica encontrada foi entre as expressões "$1 + 2 < 5$" e "$x + 2 < 5$". Por analogia à explicação fornecida por Bagni (2005), para equações, na expressão "$1 + 2 < 5$" pode-se afirmar que a soma dos números "1 e 2 é menor que 5". Do ponto de vista lógico, é uma frase que expressa uma proposição com o valor "verdadeiro". Agora, "$x +2 < 5$" não expressa uma proposição, mas uma condição sobre os valores que podem ser atribuídos à variável envolvida. Dependendo do número atribuído a x como um valor, a expressão "$x +2 < 5$" assume um valor "verdadeiro" ou "falso".

Tais diferenças epistemológicas do sinal de desigualdade muitas vezes não são levadas em consideração pelos alunos, como mostra a avaliação diagnóstica com surdos realizada por Frizzarini e Nogueira (2011). O aluno, ao resolver a expressão "$– x < 6$", substitui o valor de x por um número, tornando a sentença verdadeira "$+1 < 6$". O grau de abstração na presença de letras é reduzido, o que transforma a expressão algébrica em uma proposição com um valor de "verdade". Nesse sentido, o "conceito de variável é multifacetado", segundo Usiskin (1995); o aluno, por não ter a capacidade de abstração desenvolvida, atribui significados para a variável, acarretando dificuldades no trabalho com expressões literais.

Diferentes significados para as desigualdades estão presentes no seu desenvolvimento, tanto cronológico como conceitual, e é traçado aqui pelas duas fases históricas da álgebra reconhecidas por vários autores (BAGNI, 2005; BAUMGART, 2011; TANNER, 1962): uma, antes do séc. XVIII - inclui o estágio retórico e o sincopado[54] da notação algébrica - e outra, aproximadamente no séc. XVIII - inclui o estágio simbólico da notação algébrica. A primeira fase, nomeada álgebra antiga, parte dos problemas dialógicos retóricos até chegar à segunda fase, nomeada álgebra moderna, com os símbolos matemáticos "[...] da matemática purificada por tirar todas as suas insanas substâncias físicas" (RADFORD[55], 1997, p. 28, *apud* BAGNI, 2005).

Na primeira fase da álgebra antiga ou elementar, Tunner (1962) destaca que outros significados eram assumidos para a palavra desigualdade antes da criação gradual de seu simbolismo "<" e ">". As palavras "menor que" e "maior que", dependendo do contexto, representavam diferentes ideias para denotar relações hierárquicas da desigualdade e seus respectivos significados: no tempo "antes" ou "depois" e na teoria dos conjuntos "contido" ou "contém".

No contexto da teoria dos conjuntos, por exemplo, um valor pode ser atribuído à variável da inequação "x + 2 < 5", de tal forma que torne esta sentença verdadeira, como, por exemplo, "para x = 1, temos: 1 + 2 < 5", mas esse valor para "x" não é único. Para obter todos os valores possíveis, que tornem verdadeira a sentença, é imprescindível admitir todos os valores contidos num determinado conjunto que pode ser representado, em notação moderna, por: $S = \{x \in R \mid x < 3\}$, ou seja, a solução é dada por todos os valores "contidos" na semirreta (Fig. 6).

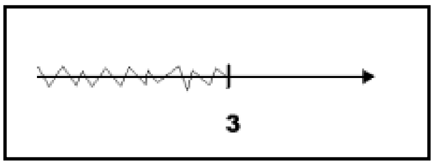


Figura 6: Representação geométrica da inequação x < 3
Fonte: Arquivo dos autores

Nesse caso, o conceito de conjunto torna-se indispensável para alcançar o significado assumido pela letra "x" em uma inequação, muitas vezes confundido com a

---

[54] Sincopado: estágio em que os matemáticos usavam abreviações de palavras para a notação algébrica, ou seja, um semissimbolismo (BAUMGART, 2011). Esse estágio, para Tanner (1962), é considerado como uma fase de "transição" do estágio retórico para o simbólico.

[55] RADFORD, L., **On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching os Mathematics**: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics, *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26-33, 1997.

solução de uma equação, conforme observado no diagnóstico dos alunos surdos. Quando se refere à solução de uma inequação, o *status* epistemológico atribuído à letra "x" diferencia-se da solução de uma equação. Enquanto, numa equação, a variável é uma *incógnita* ou uma *constante,* ao representar o resultado de um problema conforme Usinski (1995), na inequação ela é considerada um *argumento*, ao representar os valores do domínio, segundo a concepção de álgebra apresentada pelo mesmo autor. Dessa forma, a letra "x" é o "[...] símbolo que representa indistintamente os elementos de um conjunto" (USISKIN, 1995, p. 11). Esses diferentes significados, com várias formas de tratamento, têm a função de expressão para o conteúdo estudado e, também, complementam a função de objetivação para sua conceitualização, numa relação estreita entre o *status* epistemológico assumido pela variável da inequação e a teoria dos conjuntos.

Ainda sem qualquer simbolismo, nesta primeira fase, os babilônios, egípcios, indianos e gregos foram capazes de compreender profundamente as implicações e poder das desigualdades com os procedimentos de aproximação. Arquimedes (287 – 212 a.C), por exemplo, expressou retoricamente o valor para a raiz quadrada de um número a partir da desigualdade: $\sqrt{(a^2+B)} < a + B/2a$ (em notação moderna), lembrando que nessa época as variáveis a e B representavam números inteiros. Arquimedes definiu essa desigualdade como uma fórmula de aproximação (em excesso) para a raiz quadrada de um número em termos da diferença entre o número e o quadrado mais próximo conhecido abaixo desse valor. Por exemplo, para a raiz quadrada de 39, o quadrado mais próximo conhecido abaixo de 39 é 36 ou 6^2; a diferença então é $39 - 6^2 = 3$, obtendo a = 6 e a diferença B = 3. Pela fórmula retórica de Arquimedes "a + B/2a = 6,25" resulta o valor mais próximo (em excesso) para a raiz quadrada de 39.

Nesse caso, a concepção da álgebra, segundo Usiskin (1995), é o estudo de relações entre grandezas, em que a variável é um *parâmetro*, ou seja, representa um número que depende de outros números. Para cada número atribuído para a variável "a", tem-se um valor para a variável "B". Nessa concepção, não há a sensação de estar lidando com uma incógnita, pois não estamos resolvendo nada e não se está generalizando nada, "[...] embora possa pensar numa fórmula como um tipo especial de generalização" (p. 15). Essa fórmula Arquimedes fez com o intuito de aproximar, sem generalizar, a raiz quadrada de um número por meio de um processo retórico.

Além do processo retórico, os gregos foram capazes de compreender profundamente as implicações e poder das desigualdades por meio da geometria, completando, segundo Duval (2009), a função de objetivação em que é possível converter o objeto de estudo para uma configuração geométrica com tratamentos não discursivos.

Eudoxo (390 – 338 a.C.) realizou a aproximação ao círculo[56] por meio de polígonos regulares inscritos e circunscritos. O número de lados do polígono deve ser cada vez maior, de tal forma que se aproxime ao círculo D de centro A e raio r, formado pelos pontos P = (x, y), cuja distância ao ponto A é ≤ r (Fig. 7), que em notação moderna, é utilizada a inequação do círculo, $D = \{(x,y); (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2\}$.

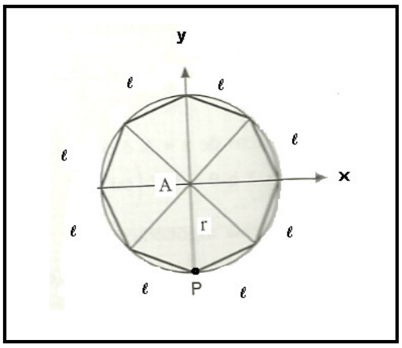


Figura 7: Aproximação ao círculo por meio de polígonos
Fonte: Arquivo dos autores

A álgebra grega, formulada pelos pitagóricos, Euclides (330 – 260 a.C.) e Apolônio (260 – 190 a.C.), era concebida em termos de diagramas, figuras, métodos e terminologias geométricas. Esse estilo da álgebra, conhecido como álgebra geométrica, juntamente com o meio de comunicação oral, estabeleceu um novo *status* epistemológico, o qual segue o fluxo de ideias visualmente concebidas por diagramas e formas geométricas.

Um exemplo desse novo *status* epistemológico pode ser visto no conjunto solução da inequação "$x^2 + y^2 < 25$" que, para os gregos, apesar de seguirem o mesmo estilo retórico dos métodos babilônicos, era diferente em termos de domínio.

---

[56] A palavra círculo é ambígua. Às vezes significa a circunferência, às vezes quer dizer o disco que tem essa circunferência como fronteira. Não é errado usá-la com qualquer desses dois significados. (Euclides já o fazia. Além disso, os termos polígono, elipse, triângulo, quadrado, etc. também têm duplo sentido.) (LIMA, 1998, p. 85).

Para os gregos, o domínio da inequação "$x^2 + y^2 < 25$" pertencia a um plano com seu estrito rigor matemático, no espaço bidimensional. O conjunto solução eram todos os valores internos à circunferência de raio 5 (Fig. 8) pertencentes a esse domínio.

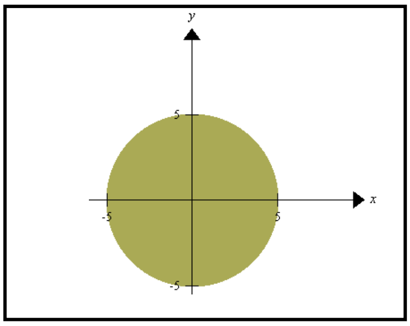


Figura 8: Resolução da inequação em R^2
Fonte: Arquivo dos autores

Os gregos utilizavam a representação geométrica no lugar da representação numérica devido às dificuldades conceituais que eles tinham para as frações e os números racionais.

Na álgebra retórica dos babilônicos, o conjunto solução da inequação "$x^2 + y^2 < 25$" era expresso por uma linguagem comum onde tudo se diz e se calcula em palavras. Para os babilônios, o conjunto solução da inequação eram os valores assumidos pela variável "x", o que torna a sentença verdadeira, o que em notação moderna ficaria $S = \{x \in R \mid -5 < x < 5\}$.

Os segmentos de reta são os elementos primários da álgebra geométrica dos gregos, em que há o primado da figura em relação ao número (MOURA e SOUZA, 2005); "A partir deles foram se definindo todas as operações do cálculo: adição, subtração, multiplicação e divisão" (p. 18). A adição e subtração eram representadas com segmentos, num espaço unidimensional, a multiplicação e a divisão num espaço bidimensional, a partir do conceito de área. Essas transformações valiosas incluíam o conjunto de "[...] proposições geométricas que interpretavam as identidades algébrica" (MOURA e SOUZA, 2005, p. 18), como o cálculo de $(a + b)^2$ encontrada no libro II de Euclides.

Tanto a álgebra retórica dos babilônicos quanto a álgebra geométrica dos gregos fazem parte dos modos fenomenológicos referentes a produção de representação, que, para Duval (2011b), são os modos de trabalho próprio que, segundo os domínios do conhecimento, assumem a atividade cognitiva humana. É curioso notar a semelhança entre os diferentes modos de produção referentes à álgebra, dessas duas culturas, e o modo de produção referente à língua de sinais.

Os modos fenomenológicos de produção, segundo Duval (2011b), são o mental (não vocalizado), o oral (fala), o gráfico/visual (escrita, desenho) e o monitor do computador, que neste momento não vem ao caso. Dentre os três primeiros modos, podemos inferir que a álgebra retórica é constituida do modo fenomenológico mental e oral, com funções de objetivação e de comunicação dialógica retórica, enquanto, a álgebra geométrica é constituída do modo fenomenológico mental e gráfico/visual, com "[...] função de tratamento não restritiva, mas lenta, de objetivação e de comunicação" (p. 134). Inferimos que a língua de sinais, uma língua visual/motora, se aproxima desses três modos fenomenológicos pertencentes à primeira fase da álgebra antiga: o mental, o oral (com função de comunicação) e o gráfico/visual.

Mas os modos fenomenológicos até então únicos na primeira fase e utilizados na aquisição do conhecimento matemático, foram transformados por François Viète, no final do século XVI. Nessa época, surgiu o primeiro sistema de signos, onde o texto é reduzido a uma concatenação de signos (letras, números, ou signos figurados), o qual marcou a passagem histórica dos sistemas de representação matemática e das ciências. Nesse sistema, Viète "[...] introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes" (EVES, 1976, p. 308).

Flores (2006) destaca que a escritura e o cálculo se reorganizavam em torno de uma convenção universal de interpretação, o que antes era em torno da geometria unida à retórica.

> Um novo regime de saber se configura; um regime que é dado na ordem da representação. Foi isto que assegurou a fundação de um tipo de representação, de uma ciência algébrica, autônoma, moderna. A nova forma de conhecer, ou seja, a forma baseada na dissociação do signo e da semelhança, tornou, então, possível essas individualidades de pensamento como os de Viète, Descartes, Leibniz (FLORES, 2006, p. 82).

Com esse novo sistema de representação matemática, a teoria dos primeiros limites formulada por Cauchy, com uma infinidade de desigualdades, iniciou a segunda fase da álgebra moderna. Segundo Tunner (1962), o advento do cálculo permitiu o aparecimento de uma riqueza de desigualdades algébricas e trigonométricas, como são apresentadas hoje, na teoria das funções e séries.

Na segunda fase da álgebra moderna, com o crescente desenvolvimento do simbolismo e o poder generalizador das variáveis algébricas, as desigualdades são apresentadas no sentido próprio da inequação. Nesse sentido, Bagni (2005) apresenta as desigualdades combinadas às equações e sistemas de equações, com a função de expressão e tratamento para se chegar em suas soluções, muitas vezes designadas por "estudo de sinais".

Ao contrário, Von Neumann, em 1937, "[...] observou que um modelo deve ser expresso por desigualdades (como geralmente fazemos hoje) e não deve ser expresso apenas pelas equações (como os matemáticos estavam acostumados a fazer nesse período)..." (BAGNI, 2005, p. 7).

Bagni (2005) aponta interessante histórico assimétrico: os matemáticos normalmente expressaram o problema de desigualdades (no sentido próprio da inequação) a ser resolvido por equações, com algumas condições para as soluções das equações consideradas. Ou seja, nessa fase histórica da álgebra moderna, a resolução de uma desigualdade (inequação) tem sido, até hoje, muitas vezes obtida através da resolução de uma equação, que praticamente substituiu a desigualdade.

Percebem-se diferentes significados para as desigualdades, nas duas fases da álgebra, com funções de expressão, objetivação e tratamento bem distintos, que favorecem o uso combinado de diferentes sistemas semióticos. "Mas o que os matemáticos mais se orgulham é da Matemática pronta, da Matemática para mostrar ao público e apresentá-la tanto quanto possível na forma de igualdade" (TUNNER, 1962, p. 197).

Com o mesmo olhar crítico apresentado por esse autor, acredita-se que não se pode negar a riqueza de conhecimento que a Matemática Pura favoreceu. No entanto, ela não deve ser desvinculada do pensamento anterior, como se fosse o único e perfeito. As diferentes perspectivas epistemológicas aqui apresentadas, nas duas fases do desenvolvimento algébrico, permitiram refletir e ponderar sobre as demais perspectivas a seguir abordadas.

3. 2. 2 PERSPECTIVA SEMIÓTICA DA DESIGUALDADE

A função de expressão numa estrutura triádica, ou seja, com diferentes tratamentos, esteve relacionada aos períodos de desenvolvimento dos termos, notações e regras matemáticas: o retórico (ou verbal), o sincopado (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o simbólico (BAGNI, 2005).

Agora é apresentada a função de expressão numa estrutura diática, entre representante e representado, destacando-se o simbolismo e sua relação de referência, em outras palavras, o que significa dizer que será feita uma diferenciação entre as diferentes formas adotadas para os sinais da desigualdade e suas ideias estabelecidas em várias épocas e por vários estudiosos.

Com essa análise, é possível perceber a unificação da desigualdade que ocorreu com a diversidade de seus símbolos, ampliando assim a função de objetivação na criação de outras linguagens, como a do cálculo entre outras, e que será aqui contextualizada na educação de surdos.

O sinal utilizado para as desigualdades passou por várias modificações, até tornar-se razoavelmente estável no tempo de Isaac Newton (1643 – 1727), mas ainda se encontra com algumas variações simbólicas.

Thomas Harriot (1560-1621), matemático considerado o fundador da Escola Inglesa dos algebristas, foi o primeiro a usar os nossos modernos sinais de desiguldade, ">" para "é maior que" (à esquerda), e "<" para "menor que" (à direita), em seu livro *Artis Analyticae Praxis ad Aequationes resolvendas* (TANNER, 1962 p. 195), publicado postumamente em Londres em 1631. Inicialmente, Harriot utilizou o símbolo triangular ($\lhd$ ou $\rhd$) e somente após 10 anos de sua morte o editor, que publicou seu livro, alterou-os para se parecer com os símbolos modernos maior que/ menor que (WEAVER e SMITH, 2011).

Assim como nas análises das perspectivas epistemológicas, a evolução dos sinais utilizados para representarem as desigualdade é marcada pelas duas fases históricas, uma antes e outra depois do séc. XVIII. Com o desenvolvimento paralelo da geometria grega e da álgebra dialógica retórica, Harriot foi influenciado ao usar as linhas paralelas para denotar a igualdade, mas no sentido vertical (| |), em vez de horizontal (=) (WEAVER e SMITH, 2011).

Na geometria, o mesmo sinal era utilizado para indicar paralelismo entre duas retas, como é feito até os dias atuais. Entretanto, com o tempo, o sinal de igualdade passou a ser representado com um par de segmentos de retas paralelas na horizontal. O comprimento dessas duas retas era uma característica importante, de tal modo que, ao modificá-lo, estaria representando outro sinal, o da desigualdade. Robert Recorde, um dos precursores dessa ideia, manteve indicadas as duas linhas paralelas da igualdade, e fez uma menor que a outra: e para representar a desigualdade.

Outros símbolos foram usados para indicar os sinais de desigualdade ">" maior que e "<" menor que, respectivamente: Oughtred sugeriu e , em 1647; Reyhers utilizou ⊣ e ⊢, em 1698; Girard, em 1629, ainda, sugeriu ff e §. Herigone usou números no lugar das formas: 3/2 e 2/3, dificilmente classificados como sinais. Com a utilização de um traço, aparecem os representantes “ ” (não é maior) e “ ” (não é menor) (WEAVER e SMITH, 2011), utilizados atualmente em alguns países, não no Brasil, pelos símbolos “$\not>$ ” ou “≤” (não é maior) e “ < ” ou “≥” (não é menor), considerados modernos, mas que não são internacionais.

As variações para os representantes de “ ≥ ” (maior ou igual) e “ ≤ ” (menor ou igual), respectivamente, “ ≧ ” e “ ≦ ” comumente usadas, foram aparentemente criadas em 1734 pelo francês Pierre Bouguer, geodesista (1698-1758) (EVES, 1976, p. 251; SMITH, 1958, p. 413). Com todos esses representantes para designar as desigualdades, levou-se dois milênios até se chegar num consenso e unificar o sinal das desigualdades, em todo mundo, a partir da máquina datilográfica ou impressão.

A riqueza de representantes para designar as desigualdades, experimentadas pelos contemporêneos de Harriot, testemunha a crescente consciência desse conteúdo na época (TANNER, 1962). Harriot não forneceu justificativa ou explicação de sua originalidade para os sinais de desigualdade.

O que se pode pensar é que ele tenha modificado o sinal de igual, não nos dois comprimentos, como os outros autores tentaram fazer, mas no paralelismo. Raciocínio análogo pode ser feito para a descrição dos sinais de igualdade e de desigualdade em Libras, representados pelo dedo indicador e o dedo médio que, quando juntos (paralelos), representam o sinal de igualdade (Fig.9a) e, quando separados, representam o sinal de menor ou maior (Fig. 9b), com a mão esquerda ou a mão direita, respectivamente.

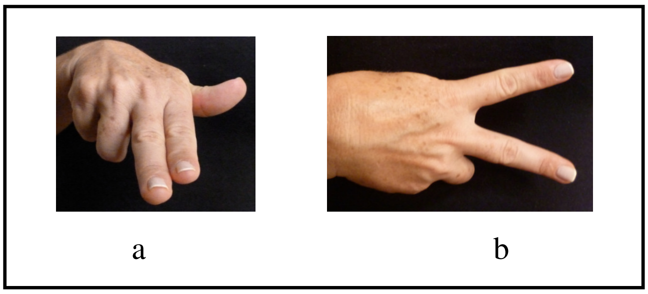


Figura 9: Os sinais de igualdade e de maior ou menor em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

Não podemos negar que não só o simbolismo mas também os seus distintos sistemas semióticos são necessários para o desenvolvimento do pensamento matemático. Com eles tem-se uma série de inovações semióticas, por exemplo, a ordem do infinito ou infinitesimal, vista nos trabalhos de Leibniz e Newton. “A relação limite não é nem mais nem menos do que uma infinidade de desigualdades” (TANNER, 1962, p. 163).

Sem a grande consciência das desigualdades, Tanner (1962) afirma que a grande invenção do período, o do cálculo, dificilmente poderia ter sido feita. Leibniz e Newton fizeram suas descobertas sem precisarem dos sinais de desigualdade, pois eram intelectuais com pensamentos puramente abstratos. No entanto, um número de inovações notacionais veio a ser feito, por exemplo, o primeiro símbolo utilizado para limite (= lim), com a incorporação do conceito de desigualdade sem o símbolo de desigualdade (TANNER, 1962), com uma nova extensão semiótica do mundo representacional e novas notações e possibilidades para o cálculo.

Outra nova extensão semiótica, muito importante, é a construção das representações gráficas das figuras geométricas de Descartes, com uma conexão estreita entre a escrita matemática e a construção das representações gráficas, que, segundo Duval (2011a), permite codificar as características de todas as unidades figurais, graças a um sistema de eixos orientados e graduados.

No contexto da educação para surdos, outra extensão semiótica é possível verificar. Por exemplo, na língua escrita, a sentença para expressar uma situação do cotidiano “Tiago é maior que Beatriz” pode ser representada na linguagem matemática por “T > B”, em que se associam símbolos “T” e “B” para os nomes das pessoas e o respectivo sinal matemático “>”. No caso da Libras, esta sentença é representada por sinais específicos que designam alguma característica própria da pessoa (Tiago e

Beatriz) e o sinal em Libras para representar a estatura dessas duas pessoas (Fig. 10), no lugar do sinal matemático “é maior que”.

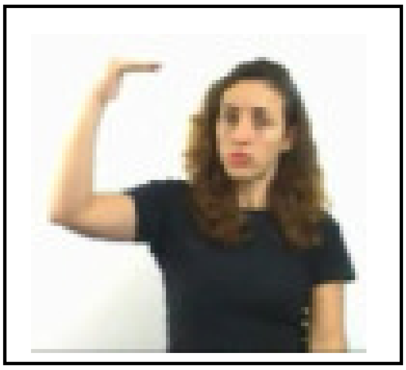


Figura 10: Sinal em Libras para a estatura de uma pessoa
Fonte: Dicionário Brasileiro da Língua de Sinais (INES, 2012)

Nesse exemplo observa-se a transformação entre a língua escrita, a Matemática e a Libras. No caso da língua escrita e a Matemática, a transformação representada aqui é chamada, conforme Duval (2009), de “conversão congruente” com a mesma correspondência da unidade significante, ou seja, ela conserva a referência da situação inicial “Tiago é maior que Beatriz” representada pela expressão “T > B”. No caso da língua escrita e a Libras, isso não acontece; além de mudar o conteúdo da representação, a unidade significante “é maior que” não mantém a mesma correspondência entre a situação inicial com sinal em Libras que representa a “estatura” nessa situação.

A representação matemática, que expressa essa situação do cotidiano, “Tiago é maior que Beatriz”, é um dado adquirido intuitivamente. Esse fato é possível perceber nas análises dos livros didáticos, em que, na maioria das vezes, o registro discursivo predominante é o da escrita simbólica (registro monofuncional), apresentado no corpo do texto, sem nenhum registro discursivo de uma língua (registro multifuncional) que faça designação ao objeto.

Fica difícil para um aluno surdo adquirir o conceito de desigualdade desta forma, no corpo do texto sem um registro multifuncional, uma vez que sua primeira lingua é a língua de sinais e suas experiências fora da sala são restritas e os conceitos adquiridos intuitivamente são reduzidos.

O que corrobora com essa situação é a falta de qualquer tipo de texto impresso[57] em língua de sinais, a favor de uma maior difusão dos termos e regras da linguagem matemática para os surdos; o sistema semiótico é representado por diferentes sinais ou por classificadores[58], fato que ocorre em diferentes regiões do Brasil com a língua de sinais.

Essa nova extensão semiótica do mundo representacional para os surdos vem ao encontro dos pressupostos de Duval (2011b), quando diz que "[...] a extensão semiótica das representações leva a uma revolução na abordagem da questão dos signos e de seu papel no funcionamento cognitivo do pensamento, para além dos domínios da Álgebra e da Análise" (p. 26).

Assim, esse levantamento semiótico permitiu refletir sobre os variados papéis do funcionamento cognitivo, ao desenvolver a sequência didática para a experimentação, destacados nas próximas perspectivas didáticas.

3. 2. 3 PESPECTIVA DIDÁTICA DA DESIGUALDADE

Conforme visto anteriormente, na álgebra antiga, as desigualdades eram expressas verbalmente; os tratamentos não eram algoritmizáveis e, conforme a tabela de classificação dos tipos de registros semióticos nos referenciais teóricos, podem ser classificados como registros discursivos (as línguas) e registros não discursivos (as configurações geométricas), presentes nos sistemas multifuncionais. Na álgebra moderna, porém, as desigualdades são expressas por símbolos, com tratamentos algoritmizáveis e que também podem ser classificados como um registro discursivo (a escrita algébrica) e registros não discursivos (o gráfico cartesiano), presentes nos registros monofuncionais.

---

[57] "A partir de 1997, um grupo de pesquisadores de catorze países (incluindo o Brasil) vêm trabalhando com um sistema de representação das Línguas de Sinais, o Sign Writing/Escrita dos Sinais (RAMOS, 2012, p. 2)". No entanto, textos matemáticos em Sign Writing ainda não existem.

[58] "O classificador tem a função de substituir uma palavra classificando-a em uma determinada categoria. Nas línguas de sinais, os classificadores desempenham uma função descritiva podendo detalhar som, tamanho, textura, paladar, tato, cheiro, formas em geral de objetos inanimados e seres animados" (PIMENTA e QUADROS, 2007, p. 71).

Assim como ocorreu no desenvolvimento histórico da linguagem algébrica, defende-se aqui um processo didático apoiado nos diferentes sistemas de representação semiótica apresentados ao longo dos séculos, em consonância com a teoria adotada, ao contrário do processo de subordinação algoritmizáveis, destacado a seguir por Bagni (2005), que faz parte apenas de uma dependência operacional, na qual reside a relação entre igualdade e desigualdade em Matemática.

> Embora recentemente o papel autônomo das desigualdades (no sentido da inequação, também) tem sido reconhecida pedagogicamente, na prática de sala de aula há ainda uma dependência operacional, a "subordinação" relevante. Por exemplo, a desigualdade caracteriza um subconjunto do conjunto dos números reais, freqüentemente um subconjunto infinito, uma segmento ou uma semi-reta. Principais características deste subconjunto às vezes são seus limites "pontos" (por exemplo, as extremidades do segmento), e eles podem ser obtidos através da resolução de uma equação obtida, substituindo "<" com "=" na desigualdade dada (BAGNI, 2005, p. 7).

Nesse sentido, o conceito de desigualdade com sua aparência inacabada deixa quase sempre mais perguntas do que respostas, nesta Matemática em que impera o reino de precisão. Tanner (1962) afirma que, muitas vezes, as desigualdades são arredondadas e obtidas no final como uma igualdade, no sentido próprio da expressão, como um "fechar de porta" (p. 165).

Esse fato pode ser observado no trabalho de Souza (2008), em que a maioria dos alunos ouvintes, sujeitos de sua pesquisa, não dominava os aspectos formais envolvidos na resolução de uma inequação. A autora conta que, ao deparar com a inequação $x^2<25$, o aluno se remete intuitivamente à resolução da equação $x^2=25$, que ele supostamente sabe resolver. “Ele simplesmente transfere os esquemas criados das equações para a inequação” (SOUZA 2008, p. 95) e extrai a raiz quadrada dos dois lados, obtendo a resposta $x<5$ ou $x<\pm5$.

Imagine um exercício que pede para o aluno resolver a desigualdade $x^2 - x - 6 \leq 0$ (IEZZI, 2002, p. 68) e apresenta como parte da resolução a expressão: $y = x^2 - x - 6$. Essa igualdade diz apenas uma pequena parte do que aconteceu na história, que a resolução de uma desigualdade (inequação) é muitas vezes obtida através da resolução de uma equação, que praticamente substituiu a desigualdade atribuída por uma igualdade (BAGNI, 2005).

Uma igualdade encontrada nessa resolução indicará apenas uma fronteira, mas existirá realmente uma preocupação com o que está dentro e fora desta fronteira?

Muitas vezes, os alunos apresentam a resposta do exercício anterior como x = -2 e x = 3, ou seja, encontram as fronteiras e se esquecem de substituir a resposta da equação com a pergunta: “para que valores de x temos $y \leq 0$?” para se obter o resultado real, dentro ou fora desta fronteira, $S = \{x \in R | -2 \leq x \leq 3\}$.

A representação gráfica da função “$y = x^2 - x - 6$” (Fig. 11a) é indispensável para o aluno chegar ao valor real de “x” que torne a desigualdade “$x^2 - x - 6 < 0$” verdadeira, ou seja, os valores de “x” em que a parábola está abaixo do eixo das abscissas (y<0). Na educação para ouvintes, essa passagem do conceito geométrico até chegar aos valores para “x” para os quais “y é negativo” ou “y<0” é muitas vezes realizada oralmente com o estudo do sinal ou “variação de sinal” (PAIVA, 2003, p. 92), conforme é apresentado no livro didático adotado pela escola em que foi realizada a pesquisa.

O estudo oralizado, sem a exploração da representação gráfica, é expresso a partir do coeficiente “a” presente na equação geral da parábola “$ax^2 + bx + c = 0$”; neste caso, em que “a” é positivo, a concavidade estará voltada para cima e, consequentemente, a solução estará entre os valores das raízes dessa equação quadrática.

Se o ensino de Matemática para surdos ficar restrito apenas à tradução para a língua de sinais dos procedimentos adotados para os ouvintes, sua aprendizagem será dificultada, uma vez que os surdos se organizam cognitivamente pela experiência visual. Assim, os recursos aos gráficos e construções geométricas devem ser explorados ao máximo.

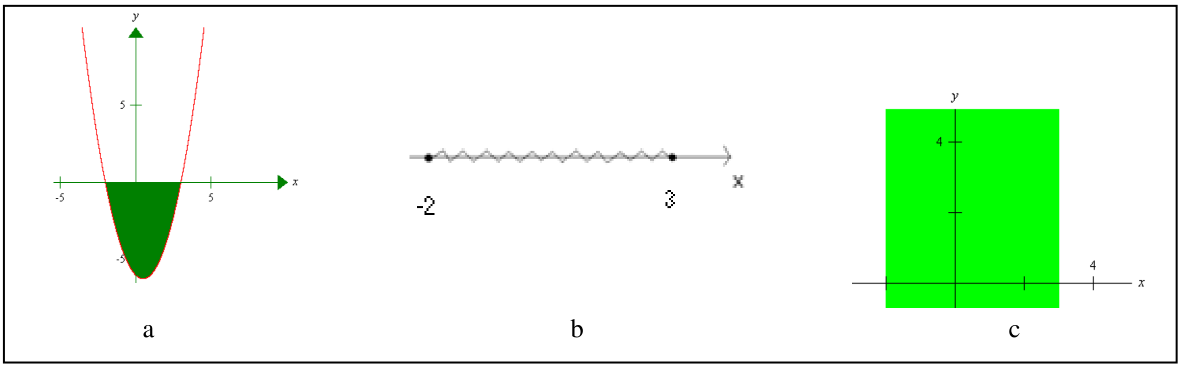


Figura 11: Diferentes unidades visuais utilizada na resolução da inequação $x^2 - x - 6 \leq 0$
Fonte: Arquivo dos autores

Para os surdos chegar ao significado desse resultado, representado por um segmento de reta (a abscissa) que vai de -2 até 3 (Fig. 11b), acreditamos que é importante também levar em conta a região que representa a solução da inequação S = $\{x \in R | -2 < x < 3\}$ (Fig. 11c), que muitas vezes os alunos não conseguem visualizar numa representação unidimensional.

No espaço bidimensional, com o uso de um *software* adequado, o aluno realiza a sobreposição do gráfico d/a parábola com a região que representa a solução da inequação, estabelecendo, assim, a conexão das unidades significantes entre representação gráfica e algébrica (Fig. 12). A parábola se sobrepõe à região apenas no comprimento dessa região, entre os valores -2 e 3 no eixo das abscissa.

Nesse exemplo, nota-se que a ideia aparentemente simples de desigualdade envolve complexidade cognitiva considerável. Uma compreensão do que significa "<" requer uma análise cognitiva das ideias matemáticas envolvidas, o que, para Duval (2011b), requer uma mudança de olhar, ao considerar todos os espaços, com dimensões diferentes, envolvidos.

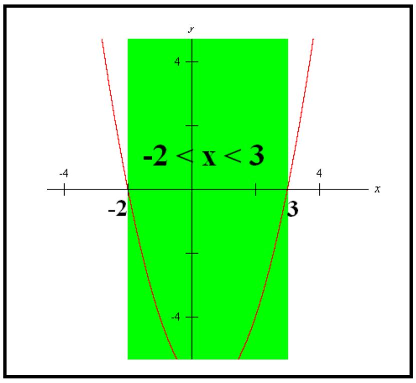


Figura 12: Gráfico da parábola sobreposto à região que representa a solução da inequação $x^2 - x - 6 < 0$
Fonte: Arquivo dos autores

Nessa perspectiva, corroborando com as propostas de Duval (2009), foi encontrada nas análises de alguns trabalhos (BAZZINI e TSAMIR, 2002[59] *apud* BAGNI, 2005; Souza, 2008) a introdução das desigualdades integradas aos conceitos de função. Com essas análises, foi possível perceber que a perspectiva didática, adotada

[59] BAZZINI, L. & TSAMIR, P., **Algorithmic models: Italian and Israeli students' solutions to algebraic inequalities,** *PME-26*, 4, 289-296, 2002.

nessses trabalhos, ia ao encontro da terceira abordagem para o ensino da álgebra, “Introdução de conceitos de variável e função”, proposta por Berdnarz, Kieran e Lee (1996) e descrita na fundamentação teórica.

Apresentamos aqui um exemplo fornecido por Souza (2008) para a inequação “5/x>5/2”, em que é possível realizar dois tratamentos diferentes; o tratamento da expressão algébrica utilizado com frequência no estudo de inequações e o tratamento gráfico, raramente utilizado, ao converter a inequação em uma expressão com duas funções correspondente a cada membro da desigualdade: “f(x)>g(x)”.

A conversão desses dois registros de representação, conforme Souza (2008), pode ser encaminhada na passagem do registro simbólico para o registro gráfico, de tal foma que gere o gráfico da função definida por f(x) = 5/x, que tenha valores maiores do que g(x) = 5/2 e depois projeta-los sobre o eixo horizontal para se chegar à solução da inequação. Sugere-se, assim, a passagem dos registros discursivos (algébricos e línguas naturais) para os registros não discursivos (gráficos e geométricos), considerada por Duval (2009) de fundamental importância para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Se os registros gráficos, de forte apelo visual, são importantes para o desenvolvimento cognitivo do aluno ouvinte, eles assumem o caráter de necessidade no caso do aluno surdo, que organiza todo seu pensamento pela experiência visual.

Concordando com Souza(2008), a existência de outro fator importante, que pode ser observado nesta perspectiva, é o tratamento da representação gráfica da função h(x) = 5/x, que, segundo a fundamentação teórica de Duval (2011a), precisa ser “globalmente” entendido, para que se possam escolher os pontos do gráfico que ficam acima da reta definida por g(x) = 5/2 e que são projetados sobre a abscissa no intervalo entre zero e dois (Fig. 13).

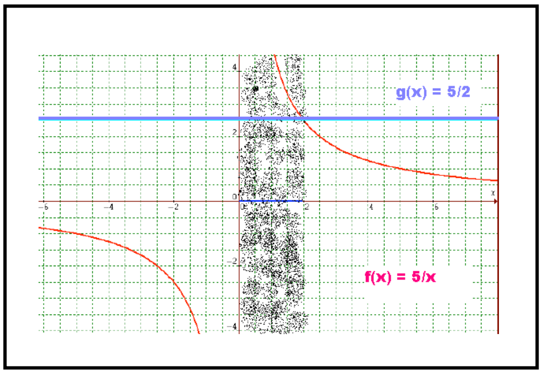


Figura 13: Solução gráfica da inequação 5/x > 5/2
Fonte: Figura adaptada de Souza (2008, p. 43)

Dessa forma, é possível apresentar a álgebra de maneira que não esteja separada da aritmética ou da geometria, podendo assim realizar generalizações e abstrações para que os alunos se desvinculem dos algoritmos, de suas representações específicas e, principalmente, da obrigatoriedade de se obter uma resposta apenas numérica ou algébrica. O aluno não pode considerar o estudo de inequações como uma simples transferência dos esquemas criados das equações, como foi destacado por Bagni (2005) e comprovado no trabalho de Souza (2008).

Para essas perspectivas adotadas na experimentação, tomou-se como exemplo a geometria estudada na cultura grega, em que as figuras geométricas eram consideradas os próprios números. Na primeira fase histórica do desenvolvimento algébrico, vimos a álgebra como a "aritmética generalizada", segundo a concepção de Usiskin (1995), em que as proposições aritméticas eram fomuladas pelos babilônicos em termos unidimensionais e pelos gregos em termos bidimensionais.

As inequações e o estudo de suas propriedades por meio de expressões algébricas, assim como são apresentadas no ensino atualmente, fazem parte da segunda fase histórica do desenvolvimento algébrico. As inequações, nesta fase, não estão mais relacionadas com os problemas numéricos e suas operações não fazem mais parte das quatro operações da aritmética, passando assim para segunda concepção de álgebra, o "estudo de procedimentos para resolver problemas", conforme Usinski (1995), e sua respectiva abordagem, de acordo com Berdnarz, Kieran e Lee (1996).

Ao considerar o contexto educacional dos surdos (e não apenas deles, mas dos ouvintes também), presente nesse complexo desenvolvimento da linguagem algébrica hegemônica, percebe-se a necessidade de o educador trabalhar com os seus diferentes registros discursivos e não discursivos, juntamente com os diferentes tratamentos e conversões, buscando não apenas a aprendizagem do conteúdo matemático, mas também o desenvolvimento cognitivo do aluno surdo, como foi exposto anteriormente.

Também fez parte destas análises preliminares a apresentação da tabela dos termos matemáticos em Libras, um material de apoio considerado de extrema importância para a compreensão das atividades realizadas pelos alunos surdos. Por sua importância, a tabela dos termos matemáticos é apresentada aqui, com o levantamento de todo o processo de sua criação, das principais razões de sua utilização, além dos resultados científicos que se esperou obter com a investigação. Enfim, a tabela foi considerada por nós de grande contribuição "didático-pedagógica" para a educação de surdos.

Na sequência, a tabela é apresentada a partir das necessidades que geraram a sua criação, seu modo de produção até o seu produto final, com os principais termos matemáticos referentes ao tema da investigação e seus diferentes registros de representação: o matemático, a descrição em Português e a Libras.

3.3 TABELA DOS TERMOS MATEMÁTICOS EM LIBRAS

Quando se trabalha a álgebra com alunos surdos, algumas dificuldades são encontradas, conforme o levantamento realizado na revisão da literatura e que sustentaram a criação de uma tabela dos termos matemáticos. As dificuldades que destacamos são:

- ✓ As distintas significações das letras são mais difíceis para o aluno surdo que está acostumado a associar um termo ou palavra a um significado concreto e único. A linguagem básica e limitada no ensino da Matemática empobrece a formação de seus conceitos (ROSICH, NÚÑES, e CAMPOS, 1996).
- ✓ Os surdos apresentaram dificuldades com as palavras que têm significados diferentes na Matemática e as que se encontram fora da Matemática, além das dificuldades com as formas de expressões diferentes para um mesmo conceito e com o uso diverso de símbolos e abreviaturas (GIMÉNEZ, et al., 2004).
- ✓ Devido às limitações atuais no léxico matemático da língua de sinais e aos recursos discursivos disponíveis para falar sobre Matemática e fazer Matemática com a ajuda da língua de sinais, o desenvolvimento discursivo é muito pobre, no que diz respeito aos intercâmbios de comunicação entre professor e aluno. As limitações no campo lexical, relacionado à Matemática, resultam em uma reduzida disponibilidade dos sinais, palavras ou outras expressões relacionadas a experiências, relações, operações e objetos matemáticos (CORREDOR e CALDERÓN, 2010).

As dificuldades dos surdos para a atribuição de significação referente às palavras que têm diferentes sentidos na matemática estão relacionadas com a natureza triádica reminiscente à função de expressão e à referência a um objeto de conhecimento, como é descrito mais a frente.

As limitações no campo lexical e a linguagem básica e limitada no ensino da Matemática, que impedem o desenvolvimento discursivo nas aulas de álgebra, foram também encontradas por nós durante a aplicação da primeira atividade realizada nas aplicações-piloto. Para os alunos escreverem em Português o tipo de gráfico que aparecia quando se digitava x = 2, na primeira questão (Anexo 2), a professora ou tinha que sinalizar em datilologia ou tinha que escrever na lousa, em Português, o nome do gráfico que os alunos já conheciam graficamente e até mesmo em Libras.

As unidades significantes entre o registro geométrico e a Libras se assemelhavam (Fig. 14), enquanto o registro em língua portuguesa não era comum para os alunos surdos sem uma possibilidade de conexão entre as unidades semânticas do Português escrito com as unidades visuais do registro gráfico e/ou a Libras.

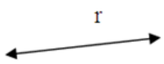
Geométrico	**Libras**	**Português**
		RETA

Figura 14: Representações da reta no registro geométrico, Libras e Português
Fonte: Arquivo dos autores

Mesmo que os alunos conhecessem a palavra "reta" em Libras e o seu significado em outros contextos, por exemplo, para designar as laterais de uma lousa, o seu significado não estava associado a um tipo de gráfico e suas características matemáticas. Existia, dessa forma, um conhecimento do vocabulário, em língua de sinais, mas faltava designar outros atributos à mesma palavra "reta" que, neste caso, segundo Duval (2011b), é considerado um problema didático do domínio da língua: "[...] a designação de um objeto ou a referência a um objeto depende sempre de uma operação de designação" (p. 78). Ao soletrar a palavra "reta" em datilologia ou ao escrevê-la na lousa, para que os alunos surdos respondessem na folha de resposta o tipo de gráfico representado pela equação x=2, era preciso que houvesse a mobilização das propriedades matemáticas próprias de cada sistema semiótico. Por isso, apenas com a palavra “reta” não era possível distinguir o tipo de gráfico num plano cartesiano.

Esse ato elementar de designação precisava ser articulado com as representações de ordem superior, denominada por Duval (2009) de “regras de conformidade” (p. 55), que definem as unidades constitutivas de todas as representações, conforme visto na atividade de formação descrita na fundamentação teórica da segunda seção. Essas regras de conformidade, no plano discursivo, são as três operações discursivas: *enunciação*, *designação* e *expansão,* que Duval (2011b) considera fundamentais para a produção ou compreensão de um discurso. Essas operações determinam as unidades de sentido do conteúdo proposicional de uma frase, conforme descrito nas atividades de tratamento do referencial teórico.

Para que o conceito de reta pudesse ser construído e suas características matemáticas fossem mobilizadas nos seus diferentes registros, outras atividades foram reformuladas. Foi utilizada, para a equação de reta referida anteriormente, a representação da língua escrita: “o conjunto dos pontos cuja abscissa é igual a dois”. Com isso, mais dificuldades foram surgindo. As unidades constitutivas dessa representação não eram comuns entre os alunos e, também, não existiam todos os sinais, em Libras, apropriados para se referirem a cada uma dessas unidades - conjunto, pontos, plano e abscissa - na linguagem matemática.

A falta de determinados sinais em Libras para esses termos matemáticos, ou, segundo a teoria adotada, a falta das unidades constitutivas da representação em língua de sinais, apresentava um problema para a atividade cognitiva de representação ligada à *semiósis.* Segundo Duval (2009), a **formação** de representações num registro semiótico particular é a primeira atividade cognitiva ligada diretamente às outras duas atividades: de tratamento e de conversão. Geralmente, a língua materna pertence a um sistema semiótico já constituído e já utilizado por outros, mas no caso da Libras, por ser uma língua nova, muitos sinais não foram convencionados ainda. Era essencial que houvesse a produção dos sinais inexistentes para que os alunos pudessem ou “exprimir” uma representação mental ou “evocar” um objeto real (grifo do autor, p. 53).

Foi preciso, então, realizar a produção de determinados sinais matemáticos com um estudo cuidadoso dos atos mais elementares de formação, que, segundo Duval (2009), são “[...] a designação nominal de objetos, a reprodução de seu contorno percebido, a codificação de relações ou de certas propriedades de um movimento" (p. 55). E, ainda, esses atos elementares deveriam estar, implicitamente ou explicitamente, articulados com as representações de ordem superior que dependem da estruturação própria da língua de sinais, composta pelos cinco parâmetros denominados, neste estudo, por regras de conformidade descritas no referencial teórico.

Alguns sinais, que já haviam sido produzidos em outras aulas, devido ao seu pouco uso, algumas vezes não eram lembrados e o mesmo trabalho devia ser dispendido para a formalização dos sinais matemáticos em Libras nas atividades seguintes. Nesta reformulação de sinais, algumas vezes, para o mesmo termo matemático, sinais diferentes eram produzidos.

Para que os sinais fossem unificados e o contexto da sequência de atividades não se perdesse, foi realizada, em aulas separadas, a criação da tabela dos termos matemáticos, que seria impressa e entregue a cada aluno. Assim, antes de realizar uma atividade, os termos matemáticos que seriam utilizados já estariam convencionados e poderiam ser consultados no momento que fosse preciso.

Ao iniciar a atividade, se, por acaso, surgisse dúvida de alguns dos termos matemáticos nela contidos, tanto os alunos como a professora podiam consultar a tabela, garantindo o bom andamento das atividades. Com isso, o sentido e a conexão dos registros de representação permaneceriam no contexto das atividades que estavam sendo aplicadas, seja na representação do Português escrito, da Libras ou da linguagem matemática.

O trabalho com a tabela dos termos matemáticos foi iniciado no dia 25 de abril de 2012, antes da sequência de atividades. A princípio, estabeleceram-se os sinais das unidades constitutivas de cada registro que seriam utilizados durante as primeiras atividades, como as unidades simbólicas: igual "=", diferente "≠", maior ">", menor "<", entre outras; e algumas unidades visuais das representações no plano cartesiano.

A complementação dessa tabela com todos os termos matemáticos, suas respectivas descrições em Português e seus sinais em Libras, foi coordenada num trabalho conjunto entre uma professora surda de Libras, a orientadora desta investigação e seus orientandos do doutorado, entre eles a professora regente dos alunos pesquisados e a pesquisadora. Destaca-se a condição singular dessa pesquisa com o privilégio de contar com uma professora regente integrada ao mesmo grupo de pesquisa e a sugestão fornecida por ela de criar e entregar para cada aluno a tabela dos termos matemáticos.

Provavelmente a condução da pesquisa em outra turma não seria a mesma sem essa professora regente da turma pesquisada.

A referência utilizada para a descrição em Português dos termos matemáticos foi o Microdicionário de Matemática (IMENES & LELLIS, 1998). Para os sinais matemáticos em Libras, foram utilizados os termos matemáticos que já haviam sido produzidos em outro trabalho já publicado (DADA, 2012), sendo apenas acrescentadas as suas descrições em Português, juntamente com sua representação algébrica e/ou gráfica.

Para os termos matemáticos que ainda não existiam, nos sinais em Libras foi utilizado o Dicionário da Língua Brasileira de Sinais (INES, 2008), na busca de palavras com os mesmos significados dos termos matemáticos, como, por exemplo, das palavras "semelhante", "contido", "pertence", entre outras. Esses sinais, encontrados no dicionário da Libras, serviram de referência para a produção dos novos sinais utilizados na Matemática que, com a orientação da descrição em Português dos termos utilizados nas atividades, foram substituídos por outros sinais mais apropriados.

Antes de realizar esse estudo mais detalhado, uma tabela provisória dos termos matemáticos foi distribuída, no dia 23 de maio, para cada aluno, até que os novos termos estivessem todos produzidos. O principal objetivo dessa tabela foi estabelecer com os alunos os sinais dos termos matemáticos que faziam parte das atividades e, assim, unificá-los, para servir de apoio durante a realização de qualquer tipo de atividade matemática realizada durante a aplicação da sequência.

Por isso, alguns dos sinais que já eram utilizados pela própria professora da turma, num acordo mútuo entre professores de Matemática que trabalham na Escola Especial, foram substituídos por outros sinais já publicados em pesquisas acima citadas. Os sinais que ainda não existiam e que apenas tinham como referência o dicionário de Libras, tiveram, em sua maioria, algum tipo de modificação após a discussão de seus significados, até se chegar a uma convenção estabelecida entre os alunos e o professor da turma.

Para o termo genérico "variável", a palavra representada em Libras foi uma letra qualquer em datilologia, diferenciando-se apenas no aspecto de resolução das atividades e não na sua representação. Quando a atividade era para resolver certos tipos de problemas, as variáveis eram concebidas como *incógnitas* ou *constantes,* de acordo com a 2ª concepção da álgebra de Usiskin (1995). Quando a atividade utilizava as funções para a resolução das inequações, as variáveis eram concebidas como *argumento,* que representa os valores do domínio de uma função, ou *parâmetro,* que representa um número do qual dependem outros números, de acordo com a 3ª concepção da álgebra de Usiskin (1995).

Portanto, nessa tabela, ao definir as inequações e funções, a "variável" apresenta-se como o termo genérico, de acordo com a maioria dos livros didáticos. Apenas para as definições escritas em Português, a distinção entre variável e incógnita foi apresentada.

Num primeiro momento de produção dos sinais, do total de 54 termos matemáticos foram convencionados 29. Dentre os termos de referência, retirados do dicionário de Libras, 16 passaram por modificações de parâmetros, desde mudanças mínimas de movimentação até uma mudança total de configuração da mão. Um exemplo dessas modificações realizadas pode ser vista nos sinais de "é menor que", "é maior que". Antes, os parâmetros para esses sinais eram:

- **Configuração das duas Mãos (CM):** Os dedos, indicador e polegar, esticados  para o sinal "<" e ">".
- **Movimento (M):** Movimento da mão em diagonal de cima para baixo com as pontas dos dedos, indicador e polegar, se juntando para representar o sinal "<". Movimento da mão em diagonal de baixo para cima com as pontas dos dedos, indicador e polegar, abrindo para representar o sinal ">".
- **Orientação das mãos (O):** Palma da mão para frente.
- **Ponto de articulação (PA)**: Espaço neutro - o sinal é articulado na frente do emissor.
- **Expressão facial/corporal (EX)** – Sobrancelha baixa quando os dedos, indicador e polegar, estiverem juntos. Sobrancelha alta quando os dedos, indicador e polegar, estiverem separados (Fig. 15).

As sinalizações em Libras dessas unidades simbólicas não importavam em qual das mãos era realizada a configuração da mão (direita ou esquerda) e, sim, o que importava era se o movimento da mão iniciava de baixo para cima ou de cima para baixo com o respectivo movimento dos dedos, abrindo para o sinal “>” e fechando para o sinal “<”. Esses movimentos, de mãos e dedos, eram realizados em alguns momentos.

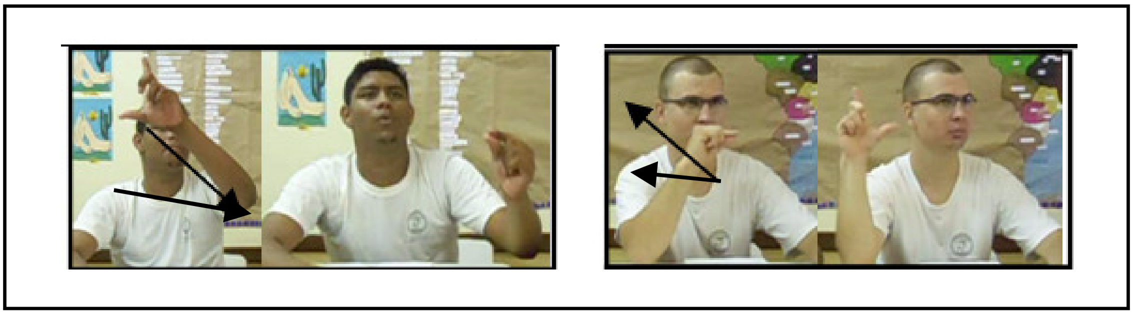


Figura 15: Representações em Libras para os sinais “<” e “>” utilizados inicialmente
Fonte: Arquivo dos autores

Em outros momentos, era utilizada apenas a configuração da mão, sem movimento, com a orientação da palma da mão (direita) virada para frente, no caso do sinal “>”, ou com a palma da mão virada para trás, no caso do sinal “<” (Fig. 16).

Outra variação desses sinais: com essa mesma configuração de mão, sem movimento e com a mesma orientação da palma da mão virada para frente. Nessa variação, os sinais eram representados em cada uma das mãos, na mão esquerda para o sinal “<” e na mão direita para o sinal “>”.

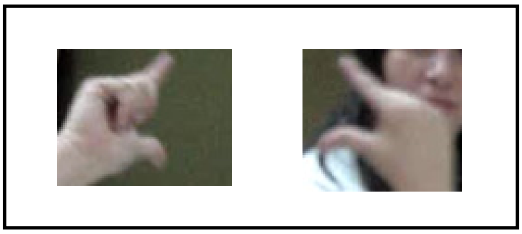


Figura 16: Variações para os sinais “>” e “<” em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

É importante observar que no diagnóstico o movimento e a expressão facial para esses sinais “é menor que” e “é maior que” foram inseridos gradativamente, conforme utilização e contexto em que se apresentavam.

As novas representações em Libras para esses mesmos sinais “<” e “>”, apresentadas na tabela definitiva a seguir, foram convencionadas de acordo com a pesquisa realizada por Dada (2012). Mesmo com esses novos sinais, os alunos utilizavam as representações computacionais que, segundo Duval (2009), são as representações com tratamentos automáticos ou quase instantâneos. Os tratamentos quase-instantâneos são aqueles “[...] efetuados antes mesmo de terem sido marcados e que produzem as informações e as significações em que um sujeito tem imediatamente consciência” (DUVAL, 2009, p. 50).

Por exemplo, a expressão $y<x^2$ foi traduzida em Libras pela maioria dos alunos com a antiga representação do sinal “<” (Fig. 17a), devido às representações computacionais que correspondem à “[...] familiaridade ou à experiência resultante de uma longa prática ou de uma competência adquirida em um domínio” (DUVAL, 2009, p. 51).

Poucos foram os alunos que consideravam a nova configuração do sinal “<” (Fig. 17b), que tem a mesma configuração de mão do expoente 2, mas que difere na posição e movimento deste último. Por isso, os tratamentos quase-instantâneos foram vistos nesta atividade em que a maioria dos alunos preferiam utilizar o sinal antigo (Fig. 17a). Contudo, os alunos sabiam que deveriam usar os sinais que já haviam sido convencionados, evitando assim o desentendimento ou a incompreensão do que estava sendo traduzido.

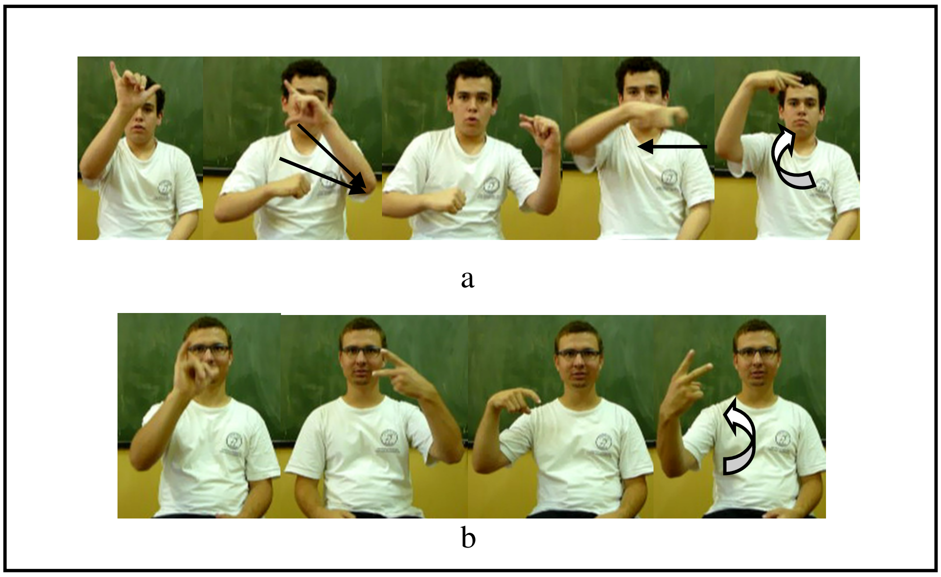


Figura 17: Diferentes representações em Libras para o sinal “<” na expressão $y < x^2$
Fonte: Arquivo dos autores

Os termos matemáticos específicos criados em Libras, assim como as notações matemáticas, tiveram uma estrutura didática de expressão por não serem passíveis de atribuição de significação e por terem uma relação de representação e não de referência a um objeto. Esses termos, por sua vez, cumpriram o papel de representações intermediárias, necessárias e importantes para minimizar as dificuldades oriundas do fenômeno de congruência semântica.

Em anexo é apresentada a tabela final que os alunos utilizaram em toda a sequência de atividades, tanto para traduzir as atividades quanto para escrever as respostas das questões nos diferentes registros de representação.

Os termos matemáticos, considerados na tabela em anexo, são as unidades simbólicas de uma expressão algébrica, ou a própria expressão algébrica, e/ou a representação gráfica dessa expressão, e/ou a representação geométrica de uma figura.

Na primeira coluna, é apresentada a linguagem matemática, tanto na representação algébrica quanto na representação gráfica ou geométrica dos termos, conforme foram sendo apresentadas nas atividades. Na segunda coluna, é apresentada a descrição em Português que orientou todo o processo de produção dos sinais em Libras presentes na terceira coluna.

As figuras dos sinais representados em Libras são compostas dos cinco parâmetros, mas, por serem estáticas, o movimento da mão ou a mudança de orientação da palma da mão foram indicados por flechas. As flechas finas e negras (⟶) indicam o movimento retilíneo ou curvilíneo, conforme o movimento da mão, sem mudar orientação da palma da mão. A quantidade de flechas, no mesmo sentido, representa a quantidade de vezes que é realizado o movimento. As flechas espessas com a região interna branca ( ) indicam o movimento com a mudança de orientação da palma da mão, para frente ou para trás, de acordo com a figura final apresentada. Os asteriscos (* *) representam os toques realizados no ar ou entre dedos ou alguma região do corpo; a quantidade de asterisco é a quantidade de toques.

Os termos matemáticos que são compostos por mais de uma unidade significante, na maioria das vezes, são representados por sinais compostos[60] ou até mesmo por mais de um sinal para representá-los. Neste último caso, os sinais são apresentadas um ao lado do outro e até mesmo abaixo, quando preciso, seguindo a sequência de sinais conforme a leitura normal de uma representação escrita, da esquerda para a direita.

---

[60] Os sinais compostos ocorrem da mesma forma que as palavras compostas no português, "no qual um elemento será o principal – núcleo – e um elemento especificador – o adjunto" (PACHECO E ESTRUC, 2012, p. 31). Por exemplo, o sinal ≥ tem dois elementos especificadores de um elemento principal, o núcleo: "é maior que" e "igual a" (ver sinal na tabela).

A tabela em anexo é apresentada conforme as especificações acima expostas, considerando sempre o sinal do ponto de vista de quem sinaliza e não para quem está observando.

Quarta Seção

ANÁLISES *A PRIORI*

De maneira geral, esta seção é destinada às análises *a priori* que possibilitaram a identificação das correlações cognitivas entre as transformações por tratamento e conversão presentes na resolução de inequações pelos alunos surdos, o que permitiu conduzir o segundo objetivo específico desta pesquisa. São apresentados o diagnóstico e a descrição do *software* utilizado como ferramenta de apoio na sequência de atividades durante a experimentação. Os resultados obtidos no diagnóstico sobre as transformações por tratamento e por conversão, segundo a teoria adotada, foram tabelados e em seguida analisados de forma qualitativa.

4. 1 DIAGNÓSTICO

O principal objetivo desse diagnóstico foi o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos surdos, referente aos tipos de transformações realizadas no estudo das inequações. **As dificuldades** dos alunos são levantadas a partir destas análises *a priori* relativas aos dados encontrados neste diagnóstico. A proposta do diagnóstico também foi essencial do ponto de vista da validade científica dos resultados encontrados. Ela garantiu o controle das variáveis cognitivas e didáticas para a elaboração das atividades a serem propostas nas sequências.

As **variáveis cognitivas e didáticas** escolhidas para o desenvolvimento da experimentação foram essencialmente as transformações, pertinentes às atividades de tratamento e conversão, durante a mobilização dos registros não discursivos (gráfico ou geométrico) e os registros discursivos (algébrico, português escrito ou a Libras). **Os comportamentos e formas de controle** são descritos na parte experimental que compõem o próximo capítulo juntamente com a aplicação das atividades e **suas estratégias** levantadas na revisão da literatura.

A elaboração do diagnóstico foi subsidiada pelos trabalhos realizados por Souza (2008) - com alunos ouvintes do primeiro ano de Licenciatura Matemática e professores da rede pública - além do trabalho realizado por Duval (2009) - com alunos ouvintes do ensino básico. Assim como Souza (2008), a motivação desse diagnóstico veio da necessidade de ter uma visão mais apurada do conhecimento prévio dos alunos, tais como: Os alunos surdos sabem o que é uma inequação na linguagem algébrica, geométrica, Português escrito e Libras? Esses alunos sabem resolver uma inequação, de que forma? Sabem resolver um problema fornecido no Português escrito envolvendo inequação? Os alunos sabem associar uma inequação no Português escrito ou na Libras com a representação na linguagem geométrica/gráfica e algébrica, e vice-versa? Além de questionar se: os alunos reconhecem as unidades significantes das inequações apresentadas por meio de diferentes registros?

Os questionamentos realizados orientaram a organização das atividades do diagnóstico, de tal modo que o processo cognitivo da *semiose* - a atividade de formação, tratamento e conversão - pudesse ser identificado, perfazendo o total de cinco questões, conforme a Tabela 8 a seguir.

Tabela 8: Orientação das atividades desenvolvidas no diagnóstico

Questionamentos	**Questões do diagnóstico**	**Processos cognitivos da *semiósis***
Os alunos surdos sabem o que é uma inequação na linguagem algébrica, geométrica, Português escrito e Libras? Os alunos reconhecem as unidades significantes das inequações apresentadas por meio de diferentes registros?	1	Atividade de formação
Esses alunos sabem resolver uma inequação, de que forma? Sabem resolver um problema fornecido no Português escrito envolvendo inequação?	2 e 3	Atividade de tratamento e conversão
Os alunos sabem associar uma inequação no Português escrito ou na Libras com a representação na linguagem geométrica/gráfica e algébrica, e vice versa?	4 e 5	Atividade de conversão

Fonte: Arquivo dos autores

As questões foram todas apresentadas na língua natural dos surdos, neste caso a Libras, juntamente com as questões escritas na sua segunda língua, o Português escrito, em respeito à diferença linguística. Foram consideradas também as respostas, tanto as escritas, quanto as comunicadas em língua de sinais.

> Considerando-se que a relação do indivíduo surdo profundo com a língua oral é de outra ordem (dado que não ouvem!), a incorporação da língua de sinais é imprescindível para assegurar condições mais propícias nas relações intra e interpessoais que, por sua vez, constituem o funcionamento das esferas cognitivas, afetivas e sociais dos seres humanos (GESSER, 2009, p. 58).

Concorda-se com Gesser (2009) quando diz que a educação para os surdos tem que ser, indiscutivelmente, promovida na língua primeira de sinais; completa-se essa ideia no sentido de que esses diagnósticos possam demonstrar de maneira mais clara a percepção de que esses alunos têm sobre o conteúdo avaliado.

Pede-se que o aluno surdo expresse seu raciocínio, por meio da língua de sinais, a fim de que ele possa fazer a proposição interna e externamente, não apenas para dizer a outras pessoas o que pensa, mas para dizer a si mesmo o que pensa e tornar as ideias apuradas, ampliadas na compreensão e analisadas constantemente.

É importante ressaltar que a professora estabeleceu e planejou entre os seus alunos os próprios sinais matemáticos em Libras, às vezes com o uso de classificadores, em razão da inexistência desses sinais, por ser a Libras uma língua em construção, garantida por lei somente a partir de 2002 pela Lei nº 10.436, de 24 de abril e pelo Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005.

Além disso, os textos escritos em Libras estão ainda em estudo e não existem materiais que favoreçam a difusão dos sinais matemáticos a ponto de se tornarem reconhecidos por todos os que trabalham com surdos, pelo menos regionalmente, assim como acontece com os outros sinais.

Essa dificuldade de trabalhar com os sinais matemáticos, em Libras, é percebido por outros professores da área, tendo que planejar e estabelecer seus próprios sinais para a comunicação nas aulas de Matemática.

> Foi preciso também realizar um planejamento de introdução dos sinais da Matemática em Libras, pois, alguns estudantes não respondiam com os sinais que são utilizados na oficina. Como a comunicação na escola entre professores e estudantes surdos, surdos parciais, acontecem muitas vezes de forma descritiva, é necessário que esses planejamentos contemplem sempre as diferenças linguísticas (DADA, 2012, p. 25).

A comunicação de forma descritiva, referida pela professora pesquisadora, diz respeito ao apoio de um referencial espacial, ou seja, "[...] quando a pessoa surda se comunica, todo um cenário é montado mentalmente, descrito de forma que o interlocutor compreenda a mensagem" (OLIVEIRA, 2005[61], p. 28 *apud* ZANÚBIA). Assim, se justificam os diferentes sinais matemáticos utilizados e que serão objetos de nossas análises durante toda a pesquisa de campo.

A fim de garantir o processo de filmagem e também a comunicação entre a professora e os alunos, eles foram orientados a se sentarem um ao lado do outro, todos de frente para a professora, o quadro, a projeção do *data show* e a filmadora. Os alunos podiam se comunicar com os demais colegas que estavam ao lado, para tirarem possíveis dúvidas, mas conscientes de que estariam sendo observados e filmados, sem margem à possível cópia de respostas.

As atividades foram aplicadas em quatro aulas, com duração de 50 minutos cada, conforme objetivos de cada questão e procedimentos necessários - realizados pela professora regente da turma. Cada momento das atividades foi filmado com o auxílio de duas câmeras: uma câmera destinada à professora que traduzia, interpretava, explicava e respondia aos questionamentos dos alunos e a outra câmera destinada aos sete alunos que sinalizavam as dúvidas, respostas e discussões realizadas entre eles.

No momento das respostas em língua de sinais, referente à questão 5, cada aluno foi filmado separadamente, enquanto os outros esperavam sua vez de responder. As filmagens foram transcritas pela pesquisadora, com a ajuda de uma professora surda da mesma universidade em que se realizou a pesquisa. Garantiu-se, assim, a captura de toda comunicação realizada em sala de aula, além das respostas dos alunos.

A seguir, são apresentadas as questões com seus respectivos objetivos e procedimentos adotados pela professora.

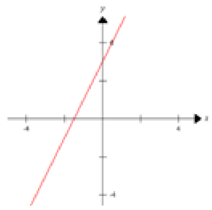
- **Questão1.** São dadas algumas expressões na linguagem algébrica, natural e gráfica. Indique para cada item qual representa: equação (E), inequação (I) ou função (F).

$$(a)\, y = 2x + 3 \qquad (b) - x + 1 = 0 \qquad (c)\, f(u) = u^3 \qquad (d)\, v^2 < v$$

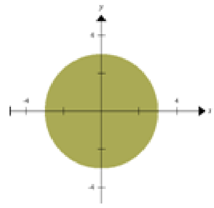
---

[61] OLIVEIRA, Janine Soares de Oliveira. **A comunidade surda:** perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino aprendizagem em matemática/ Janine Soares de Oliveira. __ 2005 vil, 55f + Apêndices e Anexos;Il.,enc. Dissertação (Mestrado) Central Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2005. Bibliografia: f:53-55 http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp027325.pdf

(e)



(f)



(g) Conjunto dos pontos cuja abscissa é positiva.

(h) Conjunto dos pontos cuja ordenada é igual à abscissa.

Objetivo: Verificar se os alunos sabem identificar as unidades significantes das inequações referentes a cada linguagem: algébrica, gráfica, de sinais e a escrita.

Procedimentos: A princípio, a professora escreveu na lousa, em uma coluna, todos os itens de (a) até (h) e, em outra coluna, as palavras com as respectivas letras que os alunos deveriam utilizar ao identificar uma: “equação (E)”, “inequação (I)” e “função (F)”. Em seguida, o enunciado e as expressões algébricas foram traduzidos para Libras, acompanhados de apontamentos, na lousa, de cada um dos itens que estava sendo traduzido. Em determinados momentos, os alunos apresentavam dúvidas e a professora fazia novamente os sinais que diferenciavam equação, inequação e função, com as respectivas letras que os alunos deveriam usar para responder a questão.

- **Questão 2**. Resolva as inequações, explicitando qual é a incógnita. Deixe os passos de sua resolução ou explique como você chegou à solução.

$(a) -x < 6$ $\quad$ $(b) \dfrac{t}{-2} \geq 4$ $\quad$ $(c) y^2 \leq 25$ $\quad$ $(d) 10 > 5x$

Objetivo: Reconhecer os tratamentos e as técnicas utilizadas na resolução de diferentes inequações. Verificar o grau de abstração dos alunos com relação ao uso de diferentes letras para as variáveis e se essas diferentes letras influenciam ou geram algum obstáculo no momento da resolução.

Procedimentos: A professora iniciou traduzindo em Libras o exercício, com o procedimento por analogia com o das equações. Pediu para que os alunos explicassem como eles resolveriam as equações que ela passou na lousa (-x = 9; x + 9 = 15; 8 = x/9).

Com as respostas de alguns, a professora ressaltou determinados procedimentos referentes às seguintes questões: quanto à variável com sinal negativo (1ª equação); quanto ao termo independente do primeiro membro (2ª equação); e quanto a uma equação com um termo fracionário (3ª equação). Em seguida, a professora pediu que resolvessem as inequações.

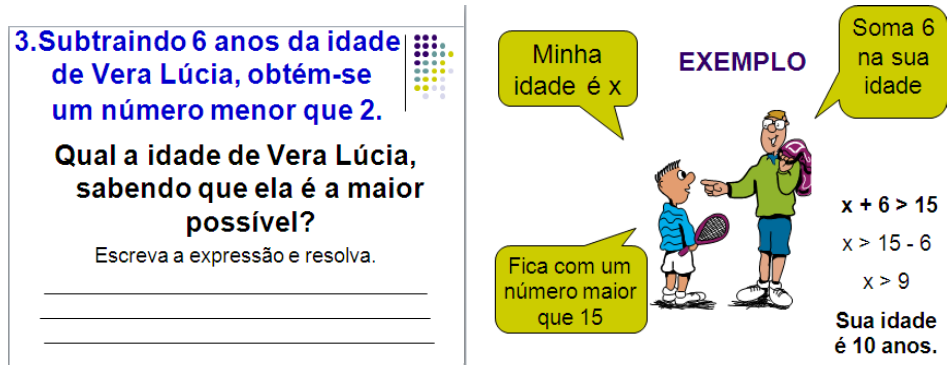
Após alguns minutos, os alunos apresentaram determinadas dificuldades, o que levou a professora a passar na lousa mais duas equações ($x^2 = 16$; $36 = 6x$) e, utilizando o mesmo procedimento anterior, por analogia, perguntou como resolveriam. Diante das respostas dos alunos, a professora, desta vez, passou a escrever a resolução inicial das duas últimas equações colocadas como exemplo. Constantemente a professora era chamada por um aluno em sua carteira, o qual apresentava suas dificuldades. Dessa forma, a professora voltava à lousa e sinalizava o procedimento para a resolução de uma equação que, provavelmente, o aluno estaria deixando de realizar para a inequação.

- **Questão 3**. Subtraindo 6 anos da idade de Vera Lúcia, obtém-se um número menor que 2. Qual a idade de Vera Lúcia, sabendo que ela é a maior possível?

Objetivo: Verificar a capacidade do aluno para modelar um problema contextualizado no Português escrito para a linguagem algébrica. Observar se o aluno faz o uso adequado dos sinais (< e >) para a inequação modelada, uma vez que o enunciado do problema apresenta as duas palavras “menor” e “maior”.

Procedimentos: Foram utilizadas, para as questões 3 e 4, duas aulas de cinquenta minutos cada. Nesse dia, a professora usou o *data show* para a tradução e explicação das questões. Os materiais utilizados pelos alunos foram os mesmos, ou seja, as folhas de questões utilizadas na aula anterior, o lápis e a borracha.

Para a explicação desta questão, a professora apresentou o *slide* (Fig. 18a) que continha o enunciado da questão, que foi traduzido para a Libras e, em seguida, o *slide* (Fig. 18b) que continha um exemplo de uma situação problema, com uma inequação diferente da que estava sendo proposta para os alunos responderem. O uso do *slide* nesta questão se justificou como um apoio visual ao problema, em conformidade com as necessidades dos surdos apontadas por Muria e Rosich (2003). As autoras alegam a necessidade de se usar outros registros, como figuras ou tabelas, complementares ao registro do Português escrito, os quais envolvem processos complexos de semiótica e semântica conectados com a leitura e a escrita na língua principal e em outros registros.



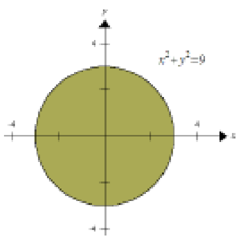
a b

Figura 18: *Slides* da questão 3
Fonte: Arquivo dos autores

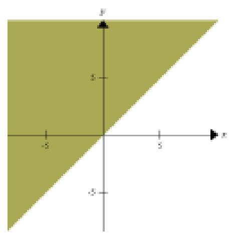
➢ **Questão 4.** Descreva na linguagem algébrica os pontos descritos em cada item e associe ao gráfico que o representa.

(a) Conjunto dos pontos que têm uma ordenada positiva ________________________
(b) Conjunto dos pontos cuja ordenada é negativa e abscissa inferior a -1 _________
(c) Conjunto dos pontos internos à circunferência de raio 3 __________________
(d) Conjunto dos pontos cuja ordenada é oposta à abscissa ___________________
(e) Conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa __________________
(f) Conjunto dos pontos cuja abscissa e ordenada são de mesmo sinal ___________

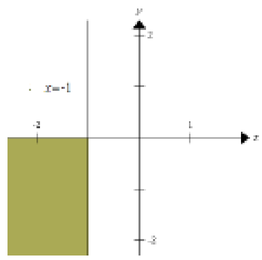
( )



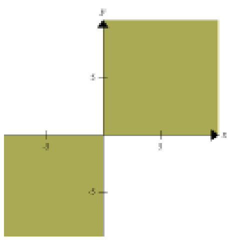
( )



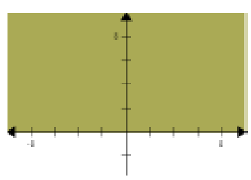
( )



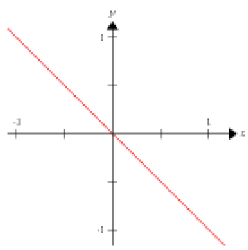
( )



( )



( )



Objetivo: Analisar o grau de liberdade que os alunos estabelecem em relação às diferentes conversões, a partir do Português escrito para a Libras, a linguagem algébrica e a gráfica.

Procedimentos: Esta questão foi realizada no mesmo dia que a questão anterior, em duas aulas com duração de cinquenta minutos cada. A professora utilizou também o data show e um quadro branco com pincel atômico como ferramenta de apoio. Primeiramente, a professora traduziu para Libras o que estava sendo proposto aos alunos. Devido à complexidade desta questão, em relação ao envolvimento de diferentes linguagens (Fig. 19), a resolução do item (a) foi apresentada em *slide*.

A professora fez a tradução dessa resolução e depois pediu que os alunos resolvessem os demais itens. Várias vezes a professora foi solicitada pelos alunos que apresentaram dúvidas na hora de escrever a expressão algébrica e relacionar com o seu respectivo gráfico. Diante disso, a professora sugeriu que primeiro os alunos escrevessem as expressões algébricas de todos os itens (Fig. 19) e, apenas depois, procurassem o gráfico correspondente a cada item. Considerando que muitas dúvidas foram surgindo no decorrer dessas duas aulas, a professora decidiu passar outros exemplos no quadro branco, mostrando a variação da língua escrita e suas correspondências na linguagem gráfica e algébrica. Após muitas tentativas em escrever a representação algébrica, os alunos preferiram primeiro associar os gráficos à correspondente linguagem escrita, para depois tentarem, novamente, escrever a correspondente representação na linguagem algébrica.

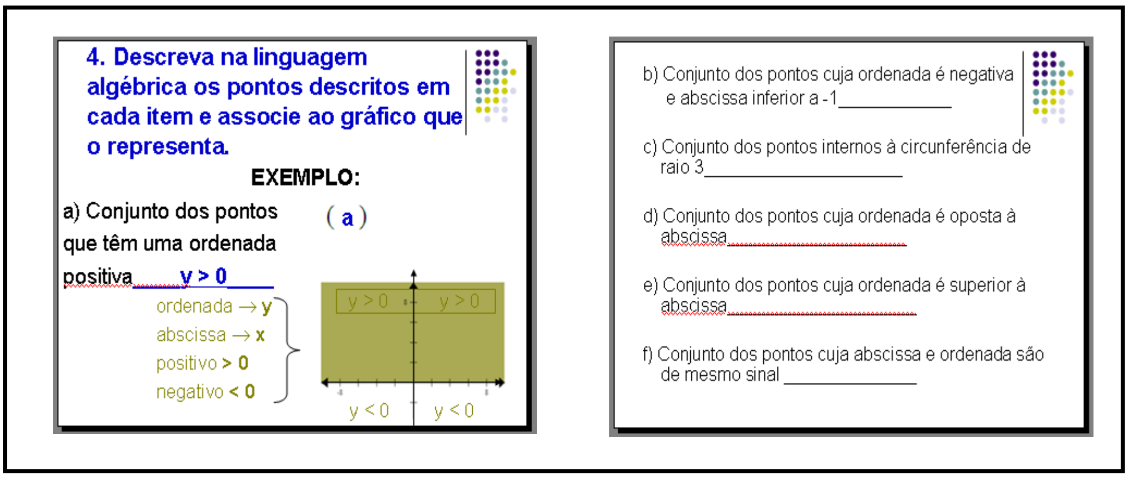
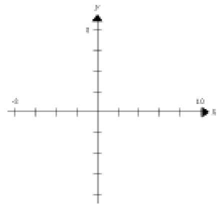


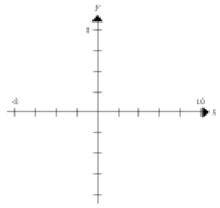
Figura 19: *Slides* da questão 4
Fonte: Arquivo dos autores

➢ **Questão 5.** Para cada item, hachureie o conjunto de pontos que satisfazem a expressão algébrica dada e descreva em português e em língua de sinais.

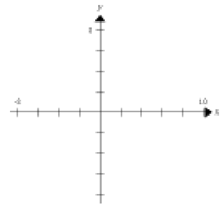
$(a) -3 \leq x \leq 3$



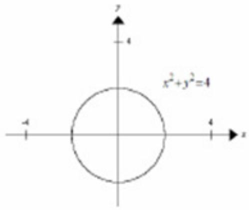
$(b) y = 4$



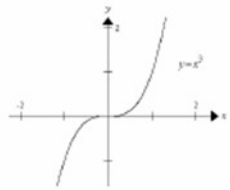
$(c) y = x$



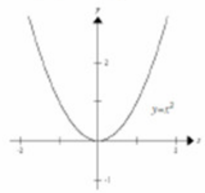
$(d) x^2 + y^2 \geq 4$



$(e) y > x^3$



$(f) 0 < y < x^2$



Objetivo: Verificar o grau de liberdade que os alunos estabelecem em relação às conversões entre a linguagem algébrica, gráfica, a língua de sinais e a escrita. Aqui o registro de partida foi a linguagem algébrica. Os alunos tinham a liberdade de representar graficamente tanto no espaço unidimensional como bidimensional.

Procedimentos: Nesse último dia, sete alunos participaram do diagnóstico, durante duas aulas, de cinquenta minutos cada. Os materiais utilizados, tanto pela professora quanto pelo o aluno, foram os mesmos que os da última aula. A professora também utilizou os mesmos procedimentos, o primeiro item como exemplo (Fig. 20). Ao final de todas as discussões e dúvidas tiradas pela professora, cada aluno traduziu em Libras o que havia representado na língua escrita, em cada uma das inequações.

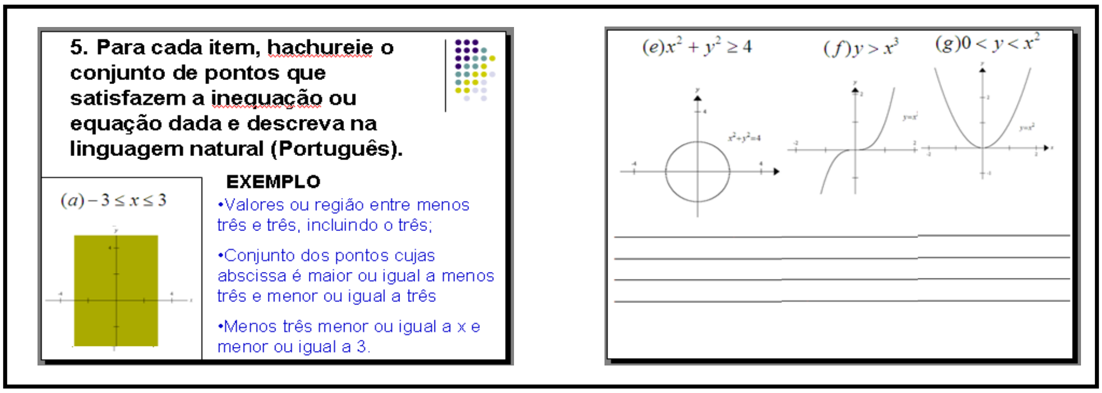


Figura 20: *Slides* da questão 5
Fonte: Arquivo dos autores

As atividades foram analisadas de acordo com a categorização das linguagens utilizadas pelos alunos, a fim de obter um padrão de suas respostas segundo os parâmetros: tratamento e conversão. Do ponto de vista cognitivo, é analisada a coordenação de registros de representação, fundamentalmente, nas atividades de conversão, nos dois sentidos, entre as linguagens algébrica, gráfica, língua de sinais e escrita, além dos casos de congruência e não-congruência. A seguir, são apresentados os resultados esperados e alcançados de cada questão realizada no diagnóstico.

4. 1.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

Dos sete alunos que fizeram parte da pesquisa, apenas seis estavam presentes para realizar as questões de 1 a 4. Essas questões foram desenvolvidas durante dois dias seguidos, com uma aula no primeiro dia e duas aulas no segundo. A quinta e última questão foi desenvolvida com todos os sete alunos que participavam da pesquisa, durante um dia, em duas aulas.

No primeiro dia da pesquisa, foi possível desenvolver as questões 1 e 2, durante uma aula. O material utilizado pelos alunos, para todas as questões, foram as folhas de questões, lápis e borracha.

- **Questão1 - Atividade de formação**

Resultados esperados: Para responder ao questionamento que orientou esta questão, esperava-se que os alunos reconhecessem as unidades significantes referentes a cada linguagem (Tabela 9), de modo a distinguir inequação, equação e função. Dito de outra forma, para o registro gráfico, identificar as suas variáveis visuais; para o registro algébrico, identificar as suas unidades significantes; e para a língua de sinais e a escrita, identificar as suas unidades semânticas correspondentes em todas as sentenças matemáticas, seja ela uma equação, inequação ou função.

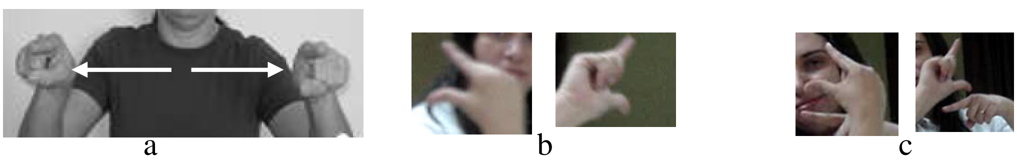
Dessa forma, foi verificado se as regras de conformidade ou formação, conforme descritas no referencial teórico, são identificáveis pelos alunos.

Tabela 9: Unidades significantes de cada linguagem

LINGUAGEM	**INEQUAÇÃO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO**
Algébrica	<, =, f(u), y =, ...
Gráfica	Inclinação, interseção com os eixos, região hachurada, ...
Português (escrito)	Valores acima ou abaixo, abscissa igual, ordenada menor que, valores maior ou igual a, conjunto de pontos, ...

Fonte: Arquivo dos autores

As unidades significantes da palavra "inequação" foram representadas, em Libras, pelo mesmo sinal que representa uma expressão (Fig. 21a), constituído pelos seguintes parâmetros: **CM -** os dedos polegar e indicador esticados próximos um do outro, nas duas mãos; **O -** direcionados para frente; **PA -** na frente do tronco; **M -** movimento horizontal das mãos junto e se separando e; **EX** - neutra. Em seguida, foi representado o sinal "maior" ou "menor" (Fig. 21b), com os parâmetros: **CM -** com os dedos polegar e indicador esticados, em uma mão; **M –** sem movimento; **O -** a palma da mão direcionada para frente (quando é o sinal ">") ou para trás (quando é o sinal "<"); **PA -** na frente do corpo e; **EX** – a princípio com expressão neutra.



a b c

Figura 21: Unidades significantes do sinal utilizado para inequações em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

As unidades significantes das palavras “maior ou igual” ou “menor ou igual” (Fig. 21c) foram representadas, em Libras, com o dedo indicador da outra mão abaixo dos respectivos sinais descritos para “maior” ou “menor”.

Em Libras, as unidades significantes da palavra “equação” foram representadas pelo sinal de uma expressão, descrita anteriormente (Fig. 22a), e pelo sinal que representa uma igualdade (Fig. 22b), constituído dos seguintes parâmetros: **CM -** dedos indicador e o médio esticados, nas duas mãos; **M -** movimento dos dedos juntando-se, nas duas mãos; **O –** orientação das mãos para frente; **PA –** na frente do corpo e; **EX** - neutra.

a b

Figura 22: Unidades significantes do sinal utilizado para equação em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

As unidades significantes da palavra “função”, em Libras, foram representadas pelos parâmetros (Fig. 23)**: CM -** a letra “f”[62]; **M -** com a mão se movimentando no sentido de duas retas perpendiculares; **O –** mão orientada para frente; **PA -** na frente do corpo e; **EX -** neutra.

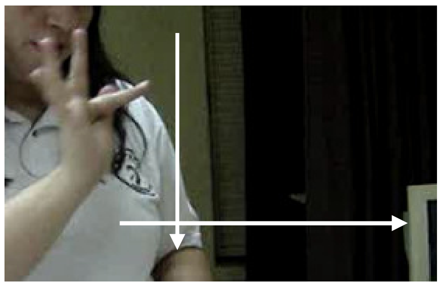


Figura 23: Unidades significantes do sinal utilizado para função em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

---

[62] Segundo Pimenta e Quadros (2007) “Cada língua de sinais tem o seu alfabeto manual e o seu conjunto de configurações de mãos” (p. 63). Em anexo o alfabeto manual e o conjunto de 61 configurações de mãos.

Os resultados foram separados de acordo com a categoria de linguagem utilizada pelos seis alunos que estavam presentes nesse dia.

Resultados obtidos da questão 1

Linguagem algébrica: Quatro alunos identificaram as inequações e equações no registro algébrico, devido a tradução em Libras apresentarem o sinal de "=" e ">" ou "<" na composição das palavras "equação" e "inequação", respectivamente (Fig. 21 e 22). Três alunos identificaram a função no registro gráfico, devido a tradução em Libras apresentar a configuração da mão (CM) com a letra "F" e o movimento (M) com a representação de um plano cartesiano (Fig. 23). A não identificação dos demais registros se justificou pela não congruência entre a linguagem matemática e da Libras, sem a correspondência das unidades significantes.

Linguagem gráfica: Todos os alunos responderam que ambos os gráficos, da função e da inequação, eram uma função. Em Libras, os parâmetros de configuração da mão (CM): com a letra "F"; e o movimento da mão (M): com a representação de um plano cartesiano (Fig. 23) correspondem às regras elementares de formação para traduzir a palavra "função", além de fazer parte também da composição dos sinais, utilizados em Libras, para representar um plano cartesiano, o gráfico de uma inequação ou o gráfico de uma equação qualquer. No entanto, para o aluno surdo, seja qual fosse o gráfico que estivesse sendo representado num plano cartesiano, o gráfico sempre era de uma função, sem distinções.

Português escrito: Apenas dois alunos reconheceram as inequações no registro do Português escrito ao traduzirem para a Libras. Na frase "conjunto dos pontos cuja abscissa é positiva", a presença da unidade semântica "abscissa" induziram os quatro alunos a considerarem uma inequação como sendo uma função. A tradução das palavras "ordenadas" e "abscissas" são traduzidas, em Libras, com as mesmas unidades significantes da palavra função; com o movimento das mãos (M) pelos eixos perpendiculares, separadamente. Na segunda frase "conjunto dos pontos cuja ordenada é igual à abscissa", as palavras "é igual", "ordenadas" e "abscissas" tinham correspondência com as unidades significantes, em Libras, do sinal de equação e do sinal de função, portanto, alguns alunos reconheceram a frase como sendo uma função e outros como sendo uma equação.

O resultado geral desta questão foi a identificação das inequações, equações e funções, que tiveram correspondência semântica com a Libras, nas seguintes linguagens: Inequações → linguagem algébrica; Equação → linguagem algébrica e Português escrito; e Função → linguagem algébrica, gráfica e Português escrito.

A inequação teve o menor índice de identificação entre as diferentes linguagens. As regras de formação para as inequações, na linguagem gráfica e Português escrito, não apresentam uma correspondência com as regras de formação em Libras. As unidades elementares, "região hachurada", "abscissa é positiva", "parte interna da circunferência", não correspondem às unidades elementares configuradas em Libras.

Conforme foi visto na revisão da literatura, o fato de se introduzir as operações superiores da álgebra com uma linguagem básica e limitada, em Libras, empobrece a formação de seus conceitos, segundo Austin e Howson (1979[63], *apud* ROSICH, NÚÑES e CAMPOS, 1996). As letras diferentes não influenciaram os alunos na identificação das expressões algébricas, tendo claras regras de formação. No entanto, segundo Duval (2009), a identificação das regras de formação não garante a compreensão dessas representações ou de sua exploração, como será possível ver nas próximas atividades.

- **Questões 2 e 3 – Atividade de tratamento**

Resultados esperados: Esperava-se que os alunos realizassem as atividades de tratamento conforme as técnicas descritas a seguir, para cada item da questão 2 e para a questão 3.

Questão 2a) Esperava-se que os alunos utilizassem as técnicas, geralmente ensinadas no ensino fundamental e apresentadas nos seus livros didáticos, para resolver uma

63 AUSTIN, J. L. y HOWSON, A. G., **Language and Mathematical Education**. En Educational Studies in Mathematics. No 10. pp. 161-197, 1979.

inequação do 1º grau com uma incógnita. Para isso, os livros[64] analisados sugerem - com alguns exemplos no registro algébrico e representações da solução na reta real - aplicar os princípios, aditivos e multiplicativos, de equivalência das desigualdades e proceder da mesma maneira que as utilizadas para as equações. O princípio de equivalência esperado que os alunos utilizassem era: "multiplicar ou dividir os dois membros por um mesmo número negativo e inverter o símbolo da desigualdade" (JAKUBOVIC, LELIS e CENTURIÓN, 1999, p. 139).

Questão 2b) Esperava-se que os alunos aplicassem o princípio multiplicativo de equivalência das desigualdades, conforme descrito no item anterior. A hipótese era que os alunos, no lugar de aplicar o princípio multiplicativo, procedessem da mesma maneira que a utilizada para as equações. No caso desta inequação, que apresenta frações, o tratamento esperado era a "multiplicação em cruz" (JAKUBOVIC, LELIS e CENTURIÓN, 1999, p. 112); ou a redução ao mesmo denominador e cancelamento desse denominador (GIOVANNI, CASTRUCCI e GIOVANNI JR, 2002, p. 129). Com essa hipótese, os alunos não resolveriam esta inequação pelo processo de transformar cada membro da desigualdade em funções, como sugerido na revisão da literatura (BAZZINI e TSAMIR, 2002[65], *apud* BAGNI, 2005 e SOUZA, 2008).

Questão 2c) Como nenhuma dos princípios aditivos ou multiplicativos resolvia a inequação "$y^2 \leq 25$", era de se esperar que os alunos resolvessem por analogia aos processos utilizados para as equações do 2º grau incompletas, com b = 0, ou seja, extrair a raiz quadrada dos dois membros da inequação. Outra forma de resolver a inequação era com o tratamento gráfico, transformando cada membro da desigualdade em uma função, de acordo com as perspectivas didáticas, apresentadas na seção 3 desta pesquisa e que também é apresentado no livro didático[66] adotado pela Escola Especial. No

---

[64] GIOVANNI, J.R., CASTRUCCI, B., GIOVANNI, J. R. J, **A conquista da matemática: a + nova**, 6ª série: ensino fundamental, São Paulo: FTD, 2002; JAKUBOVIC, J., LELIS, CENTURIÓN, **Matemática na medida certa**, 6ª e 7ª séries: ensino fundamental, São Paulo: Scipione, 1999.

[65] BAZZINI, L. & TSAMIR, P., **Algorithmic models: Italian and Israeli students'solutions to algebraic inequalities,** *PME-26*, 4, 289-296, 2002.

[66] PAIVA, M. **Matemática**: volume único – 2. Ed. – São Paulo: Moderna, 2003.

entanto, os alunos, na época, não haviam estudado as funções de 2º grau, por isso, a hipótese era que os alunos não fariam o estudo dos sinais da parábola.

Questão 2d) Esperava-se que os alunos aplicassem o princípio multiplicativo de equivalência e no final deixassem a variável no primeiro membro, sem se esquecerem de inverter o sinal da desigualdade.

Questão 3: esperava-se que os alunos realizassem a conversão da língua de sinais e a escrita com o sistema algébrico, respeitando as regras de formação de cada um dos sistemas. Após a identificação, os alunos deveriam realizar a atividade de tratamento, conforme o sistema escolhido.

No entanto, por ser uma conversão não congruente, sem a organização da correspondência semântica, a hipótese era que os alunos não conseguiriam realizar a conversão corretamente. Caso realizassem a tradução "ao pé da letra", ou seja, com correspondência semântica do Português escrito para a expressão algébrica, a frase "subtraindo 6 anos da idade", com a tradução em Libras (Fig. 24), se converteria erroneamente para a expressão algébrica "– 6.x".

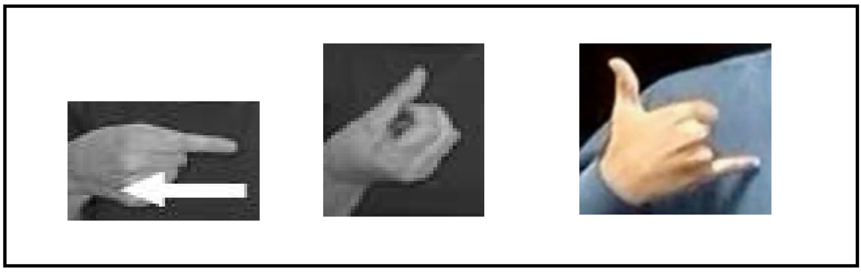


Figura 24: Tradução em Libras da frase "subtraindo 6 anos da idade"
Fonte: Arquivo dos autores

Resultados obtidos das questões 2 e 3

Linguagem algébrica:

Questão 2a) Apenas um aluno realizou o princípio multiplicativo, por um número negativo, mas sem inverter o sinal de desigualdade.

- Três alunos substituíram a variável por uma unidade, tornando a expressão algébrica uma expressão aritmética verdadeira, sem obterem os outros valores que torne a inequação verdadeira (Fig. 25). Segundo Usiskin (1995), "conceito de variável é multifacetado" o que exigia do aluno um trabalho algébrico, dessa expressão literal, para chegar à abstração da variável x como representação de um conjunto de números.

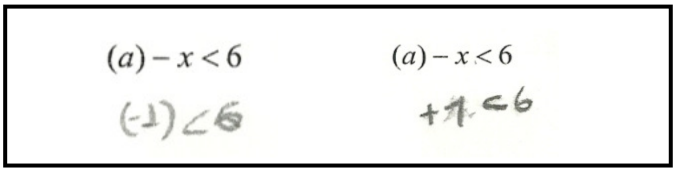


Figura 25: Resoluções realizadas por dois alunos para a questão 2(a)
Fonte: Arquivo dos autores

- Quanto aos outros dois alunos, um não respondeu e outro apresentou uma solução totalmente inadequada.

Questão 2b) Cinco alunos realizaram a “multiplicação em cruz” sem o cuidado com o sinal negativo, ou seja, nenhum aluno apresentou a resposta negativa para a multiplicação de -2 por 4. O uso inadequado do princípio multiplicativo, por um número negativo, fez com que alguns alunos não realizassem a inversão do sinal “maior”. O tratamento utilizado foi apenas da “multiplicação em cruz”; nenhum aluno se propôs a resolver por outro tipo de tratamento previsto. Apenas um aluno substituiu o valor da variável por um número, tornando assim a expressão algébrica em aritmética. Nesse caso, os alunos recaem na segunda concepção de álgebra, “Estudo de procedimentos para resolver problemas”, considerada por Usiskin (1995), em que as instruções chaves são simplificar e resolver. Nesse e nos próximos itens, observa-se a preocupação que os alunos têm em chegar a uma resposta, mas sem tomar os devidos cuidados com o sinal da desigualdade (Fig. 26).

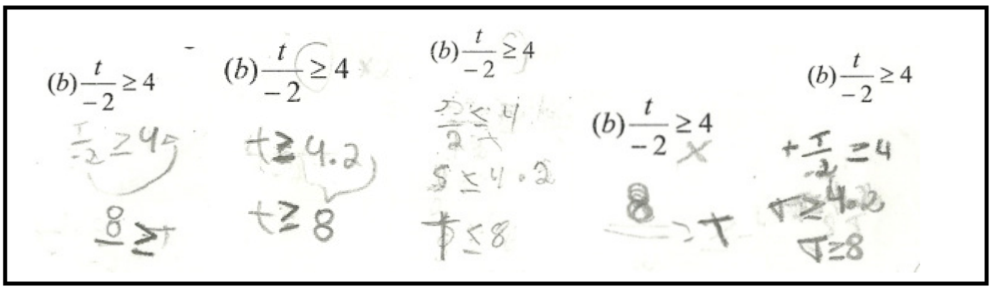


Figura 26: Resolução dos alunos pelo método da “Multiplicação em cruz”
Fonte: Arquivo dos autores

Questão 2c) Todos alunos extraíram a raiz quadrada dos dois lados da desigualdade, obtendo a resposta x <5 ou x < ± 5, conforme previsto, sem um adequado estudo de sinais com o módulo x e muito menos transformando a inequação em duas funções para no tratamento gráfico (Fig. 27). O mesmo processo, utilizado na resolução de uma equação, é transposto para as inequações tanto por alunos surdos como por ouvintes, conforme Souza (2008), apresentando assim um obstáculo didático. A terceira concepção de Usiskin (1995), que é a introdução do estudo de relações e o conceito de variável, não acontece pela predominância das técnicas análogas das equações.

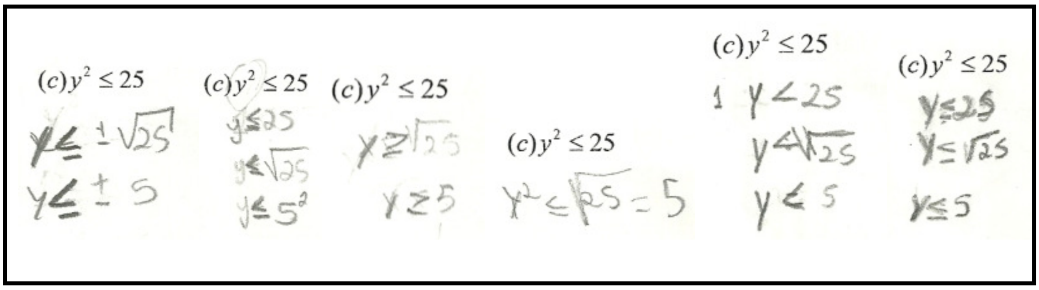


Figura 27: Procedimentos análogos das equações realizados pelos alunos
Fonte: Arquivo dos autores

Questão 2d) Quatro alunos resolveram por meio do princípio multiplicativo, de forma generalizada, ou seja, realizaram a divisão pelo coeficiente da variável no membro oposto. Nenhum aluno inverteu o sinal da desigualdade, ao inverter os dois membros da desigualdade. Uma questão de congruência, fato importante de se observar, foi a forte influência da aritmética na resolução das operações algébricas, em que as respostas dos alunos ficavam incompletas, sem a resposta final identificada com a variável ou com a eliminação do sinal da desigualdade (Fig. 28). Esse fato é muito compreensível, uma vez que os primeiros estudos realizados com as crianças são os aritméticos e prevalecem até o 7º ano do ensino fundamental, quando é introduzida a álgebra. O que pode ter influenciado também esta prática aritmética é a utilização de tabelas para encontrar os pontos de uma função, como é visto no livro didático adotado pela Escola Especial (PAIVA, 2003).

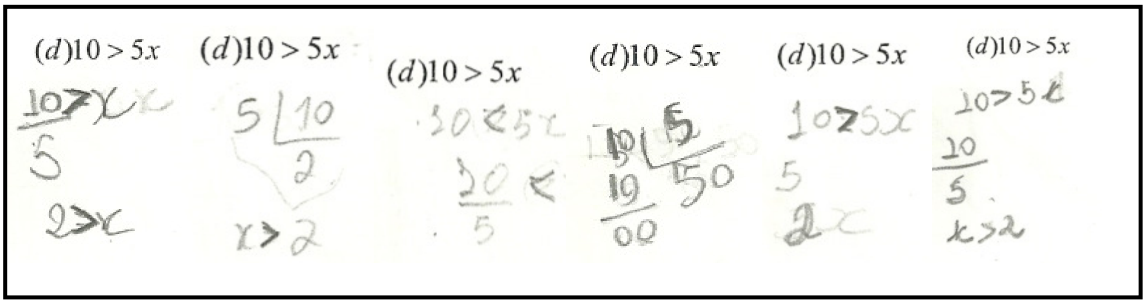


Figura 28: Predominância de técnicas aritméticas nos tratamentos realizados pelos alunos
Fonte: Arquivo dos autores

Linguagem gráfica: Nenhum método gráfico foi utilizado nas questões 2 e 3. A construção de gráficos é suplantada pela proposta de um “dispositivo prático” para agilizar a resolução da inequação, como é visto no livro didático adotado pela Escola Especial (PAIVA, 2003, p. 82), com a possibilidade de representar no eixo real a variação de sinal das funções, por meio de uma tabela, sem a necessidade do gráfico.

Percebe-se que a resolução por meio da tabela, na linguagem numérica, é apresentada como um processo mais eficiente que a resolução na linguagem gráfica, o que justifica a influência da aritmética na resolução das operações algébricas apresentadas pelos alunos e que levaram ao erro.

Questão 3

Português escrito e a Libras: A passagem do português escrito e da língua de sinais, na Questão 3, foi satisfatória, uma vez que todos alunos escreveram corretamente a expressão na linguagem algébrica, dos quais apenas um aluno não resolveu corretamente, invertendo o sinal da desigualdade no final (Fig. 29).

Apesar do número satisfatório de acerto na resolução da inequação modelada do problema, nenhum aluno escreveu a resposta coerente, conforme a condição estabelecida no problema (... sabendo que a idade é a maior possível). Conforme revisão da literatura, os surdos têm dificuldades em interpretar situações complexas (GIMÉNEZ, 2004), que se caracterizou neste problema em encontrar o número maior possível entre o conjunto dos números do resultado da inequação, ou seja, menor que oito, sem ser o oito e inteiro por ser uma idade procurada.

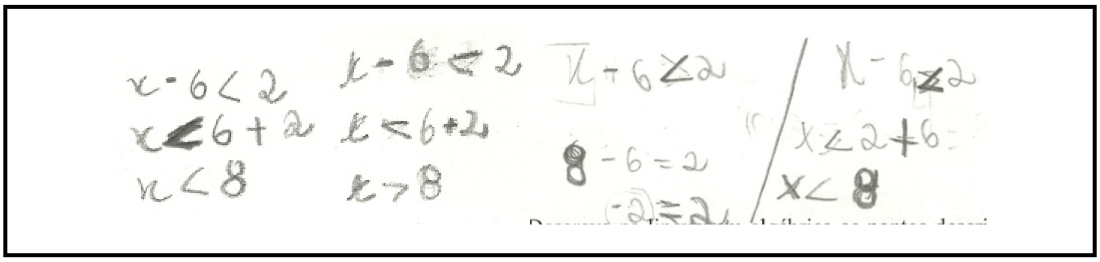


Figura 29: A passagem do Português escrito e da sua tradução em Libras para o registro algébrico realizada pelos alunos
Fonte: Arquivo dos autores

De modo geral, a compreensão do Português escrito e da Libras foi parcialmente satisfatória, uma vez que os alunos identificaram as unidades simbólicas e articularam entre os diferentes sistemas, sem a realização “ao pé da letra”, como se acreditava que os alunos realizariam. A língua de sinais, por ser uma língua visual motora e não se organizar sequencialmente como as línguas orais, favoreceu a conversão não congruente para a linguagem algébrica que não apresentava a mesma organização das unidades significantes do Português escrito. Dessa forma, pode-se considerar que os surdos apresentam uma concepção correta do que seja uma inequação na linguagem discursiva monofuncional (registro algébrico).

Os tratamentos realizados pelos alunos foram dois: na forma algébrica com os princípios aditivos e multiplicativos, por analogia aos processos utilizados para equações, e a resolução por tentativa e erro, na forma aritmética, com raciocínio e procedimentos elementares. A transformação da representação algébrica ($y^2 \leq 25$) para a gráfica (principais pontos de uma parábola), de extrema importância para o aluno chegar a um resultado satisfatório, não aconteceu conforme se esperava, faltando, assim, a transformação por conversão, que Duval (2011b) considera essencial para o desenvolvimento cognitivo.

- **Questões 4 e 5 – Atividade de conversão.**

Resultados esperados: Esperava-se que os alunos realizassem as conversões desejadas por meio da coordenação entre as unidades significantes presentes nas diferentes representações semióticas das questões.

Resultados obtidos da questão 4 e 5

Linguagem algébrica: Todos os alunos realizaram a conversão do Português escrito para a linguagem algébrica apenas nos itens 4 (a) e 4 (b). Isso só foi possível após a professora ter primeiro realizado a tradução em Libras da frase escrita e os alunos terem realizado a articulação entre os gráficos. Mesmo que a conversão não fosse congruente para as unidades significantes entre a frase escrita e a linguagem algébrica, a discriminação das unidades visuais pertinentes à representação gráfica possibilitou a conversão congruente de algumas unidades simbólicas dos itens 4 (a) e 4 (b), conforme podemos verificar na resolução do aluno A3 (Fig. 30):

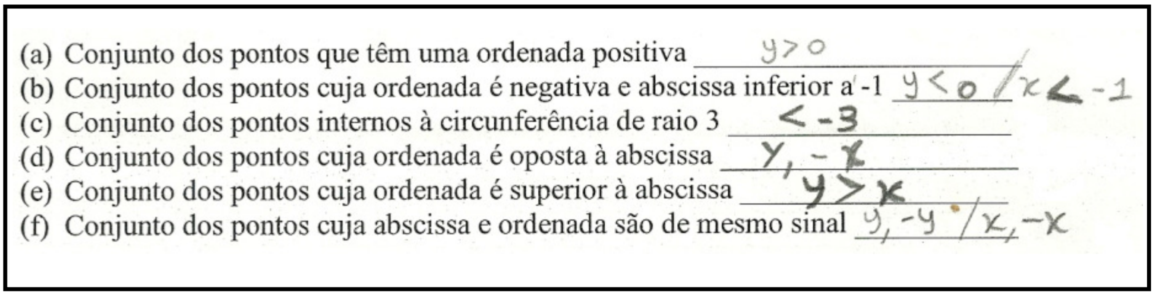

(a) Conjunto dos pontos que têm uma ordenada positiva y>0
(b) Conjunto dos pontos cuja ordenada é negativa e abscissa inferior a -1 y<0 / x<-1
(c) Conjunto dos pontos internos à circunferência de raio 3 <-3
(d) Conjunto dos pontos cuja ordenada é oposta à abscissa y, -x
(e) Conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa y>x
(f) Conjunto dos pontos cuja abscissa e ordenada são de mesmo sinal y, -y / x, -x

Figura 30: Representações algébricas da questão 4 realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Na mesma frase do item 4 (a) apresentada na Questão 1, por não haver congruência entre a frase no Português escrito e a linguagem algébrica, a maioria dos alunos não fez a discriminação de suas unidades significantes na Questão 1. A identificação da representação gráfica favoreceu a conversão de algumas unidades simbólicas desse item 4 (a).

A Libras pode carregar características matemáticas, tanto da linguagem algébrica como da linguagem gráfica. Conforme a tradução for realizada, ela poderá favorecer a conversão de ambas as linguagens matemáticas. Como o objetivo desta atividade era o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, a professora limitou-se em traduzir da forma que a questão estava escrita, sem favorecer nenhuma linguagem matemática. Nesta questão 4, os alunos puderam, com a ajuda do gráfico, visualizar as unidades significantes gráficas congruentes entre a Libras, e, assim, converterem para a linguagem algébrica.

Para os outros itens, as conversões não foram realizadas por aluno algum, por não serem congruentes em nenhuma representação, escrita, Libras, algébrica ou gráfica. No item (d) da resposta acima, que seria x = -y, faltou o sinal "=". Percebe-se que a unidade significante da palavra "é" não tem o mesmo significado de "igual", para os surdos; essas duas unidades significantes têm sinais diferentes em Libras. Para os surdos entenderem essa correspondência, precisariam de uma contextualização. A supressão de palavras conforme ocorreu na escrita do Português para o sinal "é igual a", prevalecendo a palavra "é", não foi identificada pelos alunos surdos.

A supressão de palavras também ocorre em Libras, mas a palavra que prevalece em língua de sinais é a que fornece significado; na frase "é igual a", em Libras, o sinal de "igualdade" é o que prevaleceria. Esse fato mostra a necessidade de uma "organização de situações de aprendizagem centradas sobre a coordenação de registros" (DUVAL, 2009, p. 102), que consiste em fazer variar um só fator de cada vez, enquanto os outros são todos mantidos imutáveis.

Linguagem gráfica: Todos os alunos converteram para o registro gráfico a maioria das inequações representadas no Português escrito da Questão 4 e na linguagem algébrica da Questão 5. Isso se deve ao fato de que "a tarefa de construção ou reconhecimento de figuras solicita somente a coordenação entre o registro discursivo (linguagem natural e algébrica) e regras de formação..." (DUVAL, 2009, p. 62). Particularmente nesse caso, o emprego especializado do Português escrito e da linguagem algébrica, com as mesmas regras de formação da Libras, conforme visto na Questão 1, beneficiou a conversão ao registro gráfico.

É importante destacar que a conversão a partir do registro algébrico, Questão 5, foi satisfatória apenas para as inequações. O mesmo não ocorreu com as equações, conforme a figura 31, com as representações gráficas da equação "y=4", realizadas por cada um dos alunos.

Para a maioria desses alunos surdos, as unidades visuais de uma equação são as mesmas utilizadas para as inequações. Não existe uma distinção entre inequações e equações no registro gráfico.

Português escrito e a Libras: Houve a conversão dessas línguas, com as outras linguagens, nos seguintes sentidos: Português escrito e a Libras → linguagem gráfica e Linguagem algébrica → Português escrito e a Libras.

Não houve a conversão do Português escrito e a Libras → linguagem algébrica, na Questão 4; o que parece contraditório esse resultado em relação à Questão 3, em que todos os alunos foram capazes de modelar o problema proposto para a representação algébrica. No entanto, segundo Duval (2009, p. 109), as variações de enunciados, em relação às eventuais mudanças da situação e até mesmo de mudanças sintáticas, correspondem a variações cognitivas. Por isso, o Português escrito e sua tradução em

Libras da Questão 3 apresenta variáveis linguísticas e cognitivas distintas da Questão 4, além de apresentar uma congruência semântica que favoreceu a conversão.

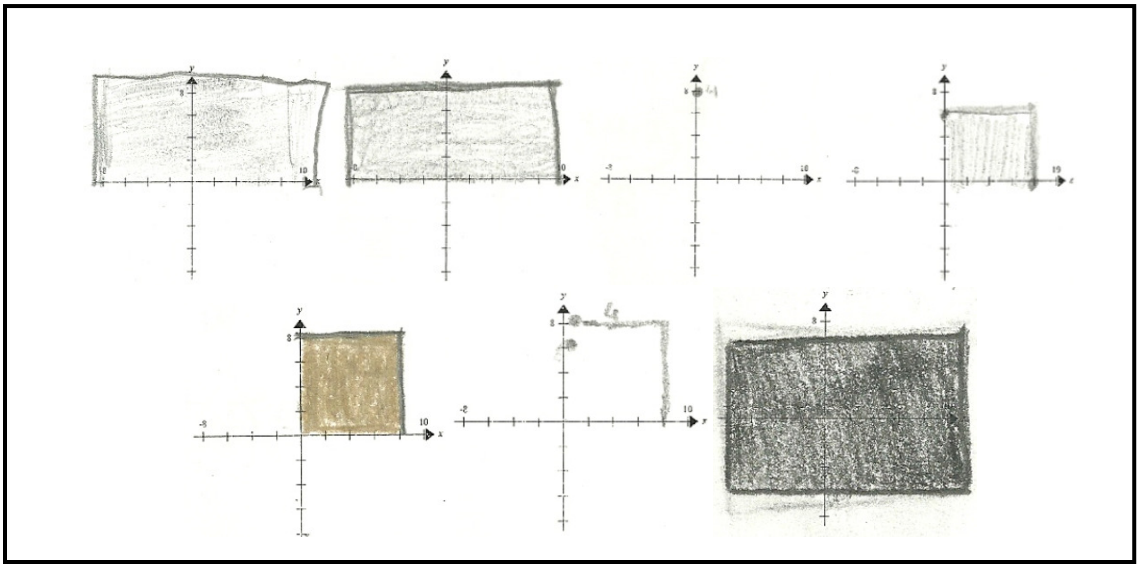


Figura 31: Representações gráficas da equação y=4 realizada pelos alunos
Fonte: Arquivo dos autores

A conversão para do Português escrito, na Questão 5, só foi possível porque os alunos descreviam, “ao pé da letra”, cada unidade significante da representação algébrica; mesmo assim, apresentou os seguintes erros: no lugar de “menor” escreveram “menos”; trocaram o sinal “>” por “<”; no lugar de se escrever apenas “menor” era acrescido o sinal de igual “menor ou igual” (Fig. 32). Dessa forma, houve aluno em que a conversão foi parcial, como a do aluno A5: “zero menor ou y menor ou x^2”, mas não representou corretamente o gráfico (Fig. 32).

Para outros alunos, o manejo e a manipulação do desconhecido fizeram com que eles utilizassem uma linguagem nova, sem significados, na passagem da linguagem algébrica para o Português escrito e até mesmo o gráfico (Alunos A1 e A4 – Fig. 32). Para esses alunos, a comunicação de uma linguagem algébrica se apresenta estranha, diferente e puramente simbólica; eles a representaram no Português escrito, com palavras sem significados.

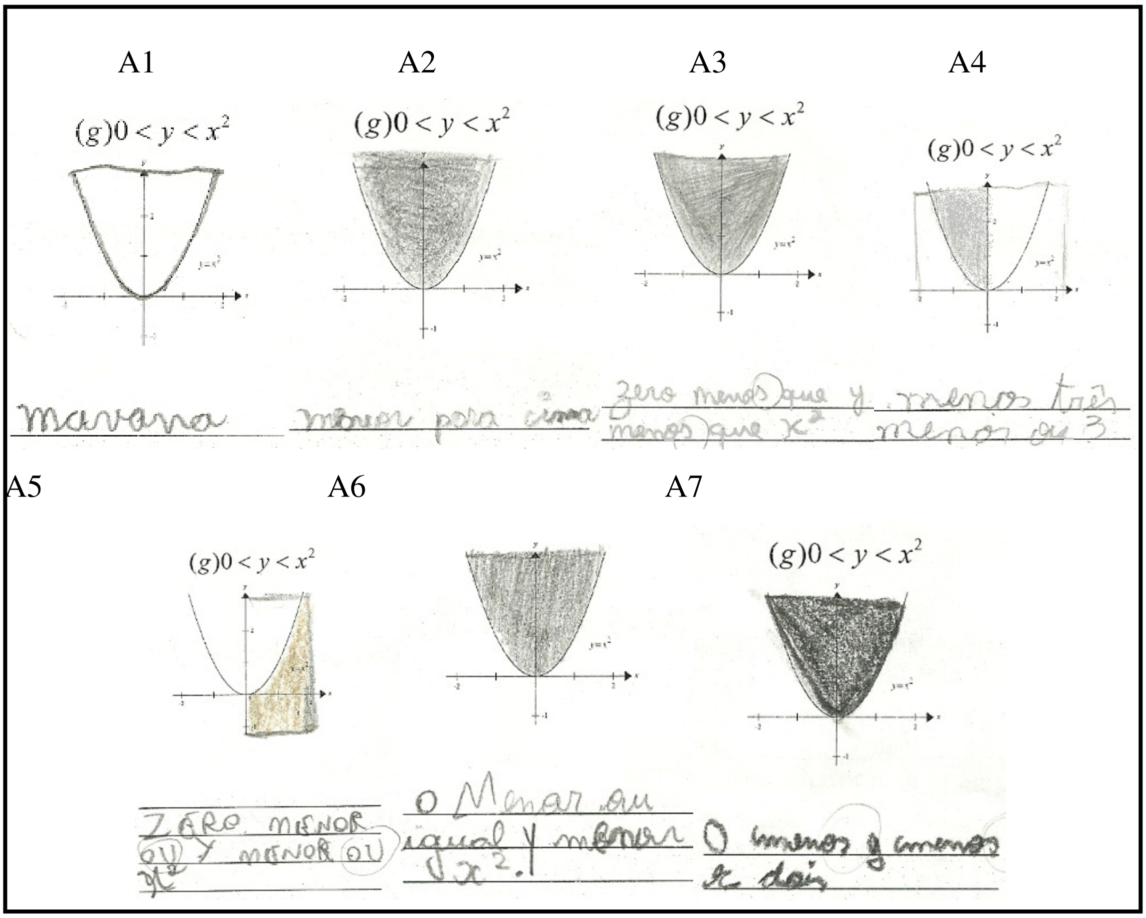


Figura 32: Conversão realizada pelos alunos na questão 5
Fonte: Arquivo dos autores

Ao traduzirem para a Libras cada item, todos os alunos utilizaram as unidades simbólicas a partir do registro algébrico, com pequenas variações dos sinais. Observam-se na figura seguinte (Fig. 33) as três representações, em Libras, utilizadas para o sinal de ">", ao descreverem a inequação $y > x^3$ do item (e).

É interessante notar a variação das unidades significantes utilizadas para o sinal ">" entre os alunos. O primeiro e segundo aluno realizaram o sinal de ">" com os mesmos parâmetros (CM, PA e O) apresentados nos resultados da Questão 1, mas desta vez com movimento: M - movimento de baixo para cima (o primeiro aluno) e de cima para baixo (o segundo aluno), juntando os dedos e, principalmente, com EX – sobrancelhas altas, que antes era neutra. O terceiro aluno confundiu o sinal ">" com o sinal da palavra "fora", em Libras. Isso ocorreu porque, no item anterior, o sinal ">", graficamente, representava a região fora da circunferência.

Apesar das diferenças das unidades simbólicas para o sinal ">", na folha de respostas, o primeiro aluno escreveu corretamente em Português "maior", mas representando graficamente a parte inferior a $y = x^3$. Já os outros dois alunos representaram corretamente a região do gráfico para essa inequação.

É possível perceber outras diferenças das unidades significantes entre esses três alunos. O primeiro aluno representou a potência x^3 com as duas mãos, simultaneamente, uma mão para a letra x e a outra para a potência, com o movimento apenas do x (em datilologia). Os outros dois alunos, no entanto, representaram essa potência com uma só mão, primeiro a letra x (em datilologia), depois com o movimento de baixo para cima, para representar o expoente 3.

Figura 33: Tradução em Libras da inequação $y = x^3$ realizada pelos alunos A5, A3 e A6
Fonte: Arquivo dos autores

É muito comum em Libras fornecer exemplos, conforme constatado durante a tradução de dois alunos que utilizaram, para isso, as unidades visuais do registro gráfico. Nesses exemplos, eles incluíram o 5º parâmetro, muito utilizado em Libras, das expressões faciais.

Observe o mesmo aluno A3 que, na figura anterior, traduziu para Libras a inequação $y=x^3$, com as unidades simbólicas do registro algébrico, e em seguida (Fig. 34) fornece um exemplo para essa inequação, com as unidades visuais do registro gráfico. Para exemplificar essa inequação, ele primeiro descreveu o gráfico, com um olhar atento ao representar o seu traçado, para depois expressar a superioridade do y, no lugar do sinal de maior. Em outros itens, esses mesmos alunos descreveram inclusive os pontos que faziam parte da região hachurada.

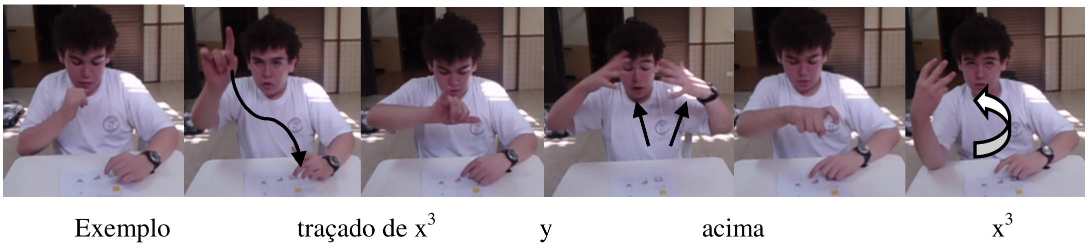


Figura 34: Exemplo em Libras da inequação $y=x^3$ realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

O que queremos enfatizar são vantagens que a Libras tem em relação às línguas orais e que muitas vezes não são exploradas. Os alunos apresentaram um grau de liberdade maior ao traduzirem para Libras, isto é, os alunos não ficaram presos a um único registro; a Libras por ser uma língua visual/motora permitiu utilizar tanto as unidades visuais, do registro gráfico, quanto as simbólicas, do registro algébrico, para traduzir as expressões algébricas na língua de sinais.

Com a Libras, mesmo com um léxico matemático reduzido, é possível descrever todo um cenário da situação que se deseja representar. A partir de seus cinco parâmetros, a situação representada pode ter muitas variações com uma simples troca de movimento (M) ou ponto de articulação (PA), por exemplo.

Os alunos que traduziram as expressões algébricas para a Libras, a partir de sua representação gráfica, realizaram a conexão entre as unidades significantes pertinentes ao registro gráfico e ao registro simbólico. Essas conversões, segundo Duval (2009), não são simples e o aluno, para realizá-las, deve ter claro o que significa cada componente em cada registro.

Eles representaram um ponto em forma de par ordenado no plano cartesiano, bem como o tipo do gráfico (região ou uma linha) e a forma do gráfico (circunferência ou parábola), que, segundo Duval (2011a), são as **variáveis visuais gerais** que mais interessam quando se estuda as representações gráficas.

No entanto, para a maioria dos alunos prevaleceram os aspectos do registro algébrico com a predominância de suas unidades simbólicas. A maioria dos alunos sinalizava em Libras as expressões algébricas termo a termo, como eles haviam escrito. As conversões dos registros discursivos (língua de sinais, português escrito e escrita algébrica) para não discursivos (gráficos cartesianos) não foram realizadas em ambos os sentidos por todos os alunos. Alerta Duval (2011b, p. 118): "A conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha".

Apresenta-se, desta forma, a necessidade de se trabalhar em ambos os sentidos de conversão, com esses alunos. Quando o registro de partida é o gráfico, os resultados obtidos foram ruins, como se apresenta na tabela abaixo (Tabela 10).

Tabela 10: Mudanças de registros realizadas no diagnóstico

Registro de chegada / Registro de partida	GRÁFICO	PORTUGUÊS ESCRITO	ALGÉBRICO	LIBRAS
ALGÉBRICO	suficiente	suficiente	X	suficiente
PORTUGUÊS ESCRITO	suficiente	X	variável	suficiente
GRÁFICO	X	insuficiente	insuficiente	suficiente
LIBRAS	suficiente	insuficiente	variável	X

Fonte: Arquivo dos autores

Observe que a conversão da linguagem algébrica para a gráfica foi suficiente para esses alunos surdos, caso que não ocorreu com os alunos ouvintes, segundo Souza (2008). Na Libras, por ser de modalidade, visual/motora, com informações linguísticas produzidas no espaço, pelas mãos, movimento do corpo e expressões faciais, as unidades significantes utilizadas na tradução de uma expressão algébrica, muitas vezes, correspondem semanticamente às unidades visuais gráficas, conforme já visto no exemplo do aluno A3.

No entanto, existe a dificuldade da conversão contrária, tanto para os surdos quanto para os ouvintes, quando o registro de partida é o gráfico; do registro gráfico para o algébrico e do registro gráfico para a língua de sinais e escrita, devido ao desconhecimento das regras de correspondência semiótica entre os dois registros, pois não pode ser feita ponto a ponto, como na conversão contrária.

Geralmente, conforme experiência profissional da pesquisadora, o estudo das inequações é realizado logo após o estudo das funções e se restringe a um tratamento pontual, ou seja, ao traçado e à identificação do gráfico ponto a ponto num eixo de coordenadas e, inversamente, à tradução desse ponto por um par ordenado, ou seja, numericamente, o que não garante a conversão na linguagem algébrica e Português escrito.

Essa estrutura curricular, que pode ser encontrada também nos livros didáticos, muitas vezes é contrária às propostas colocadas nos PCN, no que concerne à variedade de conexões que podem ser estabelecidas entre conteúdos, como também a diversificação de representações mentais no ensino da álgebra. Esse fato pode ser constatado no livro adotado pela Escola Especial, conforme já descrito, que sugere como melhor processo de resolução, para as inequações, o uso de tabela na linguagem numérica.

Nesse livro, a resolução com a linguagem gráfica, em duas dimensões, é apenas introdutória para um estudo de sinais, que logo se reduz a uma dimensão. Isso porque os enunciados estabelecem um tratamento unidimensional, em R, para a resolução das inequações, em que os resultados devem pertencer a um intervalo numérico de uma reta, geometricamente falando, ou a um conjunto solução na representação algébrica, por exemplo, $S = \{x \in R \mid x > 3\}$. Nesse caso, as variáveis visuais globais, - como crescimento/ decrescimento, tendências nos extremos, imagem - não são consideradas com esse tipo de tratamento.

O valor simbólico no estudo de inequações, nos livros didáticos analisados, é superestimado tanto no processo de resolução quanto no resultado final de uma inequação. Dessa forma, o uso intuitivo, e algumas vezes até mesmo abusivo da linguagem aritmética, é justificado pelos alunos desta pesquisa, considerando o fato de o livro didático ser um referencial para o professor de Matemática. Esse tipo de abordagem pontual, como mostra o trabalho de Souza (2008), tem levado os alunos ao erro, induzindo-os à aplicação de regras já vistas, sem entenderem o verdadeiro significado das inequações e de suas variáveis.

O aluno surdo, quando transforma o problema do Português escrito para a expressão algébrica, segundo Frizzarini e Nogueira (2011), muitas vezes, não compreende o contexto abordado no enunciado. Ele se apoia na tradução da Libras e do Português escrito, algumas vezes, chegando a um resultado absurdo a partir de uma expressão algébrica análoga ao Português escrito.

Sabemos que a álgebra não está separada da aritmética e da geometria, mas existe a necessidade de generalização e abstração, para que os alunos se desvinculem dos algoritmos, de suas representações específicas e, principalmente, da obrigatoriedade de se obter uma resposta apenas numérica ou algébrica.

A geometria está inteiramente a esse favor, num registro não discursivo, que auxilie o desenvolvimento cognitivo do aluno. Mas, para isso, deve haver a conversão de um registro discursivo, das expressões algébricas, para um registro não discursivo e vice-versa. Conforme descrito na seção 3, a geometria dialógica retórica dos gregos foi de extrema importância para os estudos das desigualdades; no entanto, os tratamentos geométricos e gráficos raramente são considerados ao estudar o tópico inequações.

Assim como Usiskin (1995), acredita-se que a álgebra também deve conceber a habilidade algébrica básica como algo que ultrapassa a pura manipulação de símbolos, com a importância primordial na representação de fenômenos na forma gráfica. O autor mostra que um verdadeiro aliado para isso são os computadores, que fornecem à álgebra um caráter ligeiramente distinto do que tem na Matemática.

Do mesmo modo que esse autor e os trabalhos analisados na seção 3, de MURIA e ROSICH (2003), acredita-se que o computador pode ser, além de ótimo aliado do professor para o ensino da álgebra, um instrumento na garantia do melhor atendimento ao aluno surdo. Por isso, buscou-se esta ferramenta preciosa para o desenvolvimento da sequência didática realizada nesta pesquisa, conforme será descrito a seguir.

4. 2 O *SOFTWARE* UTILIZADO

Foi escolhido o *software Graphequation,* que se destaca por favorecer estes objetivos didáticos: levar o aluno/usuário a construir gráficos de funções, equações e regiões do plano definidos por inequações; possibilitar a interação entre aluno/usuário/programa mediado pelo professor; ser de uso fácil, permitindo que qualquer usuário possa desenvolver suas atividades.

O programa *Graphequation* permite esboçar gráficos de funções do tipo $y = f(x)$, equações do tipo $x^2 + y^2 = 4$ e as regiões do plano definidas por inequações, a partir dos gráficos dessas funções e equações, com a simples mudança do sinal “=” para o sinal das desigualdades “$<$” ou “$>$”, sem a distinção entre “$<$” e “$\leq$” e entre “$>$” e “$\geq$”. Com isso, é possível “desenhar” paisagens por meio de representações gráficas de funções, equações e inequações e, assim, associar as linhas ou as regiões gráficas às expressões matemáticas utilizadas. Tomando como ponto de partida as funções ou equações mais simples, realizam-se mudanças das unidades simbólicas representadas algebricamente, produzindo diferentes transformações no seu gráfico - translações, reflexões, dilatações, contrações - de modo a obter a forma desejada.

Com esse programa é possível fazer desde o esboço das regiões mais simples, como a de um triângulo ou de um retângulo, até os desenhos mais elaborados. De uma maneira criativa, é possível trabalhar com a geometria analítica, transformando as figuras em réplica das obras realizadas por artistas plásticos famosos, como Romero Britto, Sonia Delaunay, August Herbin, Joan Miró, Wassily Kandinsky e Piet Mondrian, entre outros (Fig. 35).

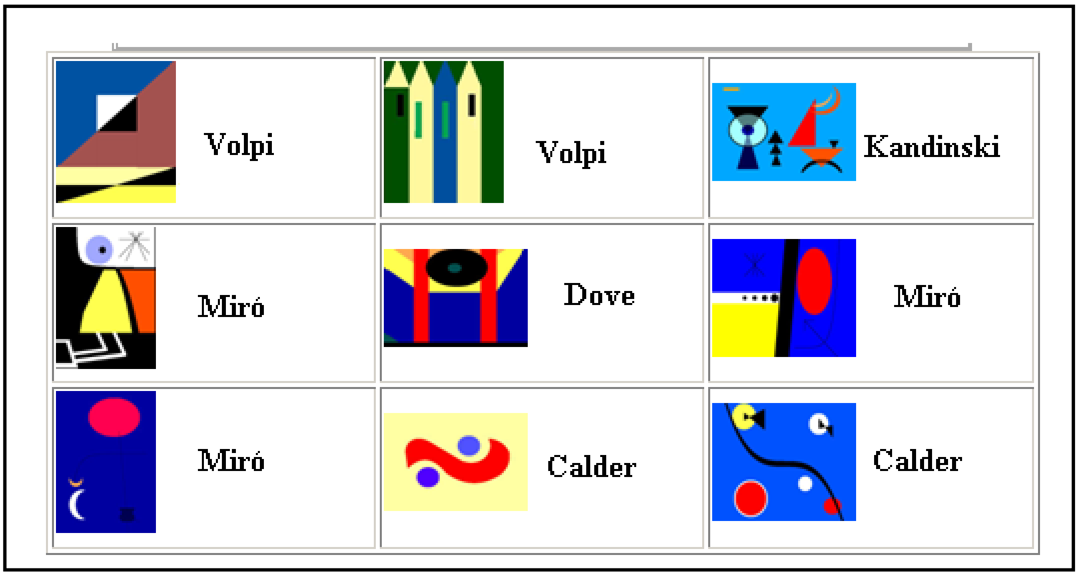


Figura 35: Réplicas das obras artísticas realizadas no *Graphequation* (EDUMATEC, 2012)
Fonte: Arquivo dos autores

A principal razão pela escolha desse programa foi sua acessibilidade e possibilidade de trabalhar no espaço bidimensional, de maneira dinâmica; que coloque o aluno em constantes desafios, encorajando-o à investigação e à participação. Com isso, a aprendizagem dos conceitos e propriedades relacionadas ao tópico inequações pode ser estimulada e aprimorada, com a visualização das suas principais características gráficas, por meio dos desenhos que se deseja obter.

Para garantir uma adequada utilização do *software* e auxiliar os alunos na localização mais rápida de suas ferramentas, foi criado um tutorial (Fig. 36) com as principais ações de cada ferramenta contida no menu do programa.

Antes de começar com a sequência de atividades, os alunos foram levados à sala de informática, cada qual com sua folha tutorial, para o conhecimento e manipulação das ferramentas básicas contidas no *software*.

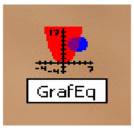
Com o tutorial em mãos, o aluno teve a oportunidade de consultá-lo durante as atividades, caso houvesse esquecido como funciona alguma ferramenta, pois esta não foi detalhada em todas as atividades. Diante dos recursos oferecidos por esse *software*, foi possível adotar as abordagens sugeridas por Duval (2011a), para o tratamento gráfico das inequações, já apresentadas nos referenciais teóricos: a abordagem pontual, a abordagem por extensão e a abordagem de interpretação global.

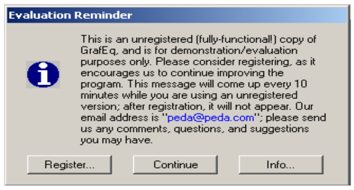
A sequência de atividades, descritas na próxima seção, foram pautadas nesses três tipos de abordagens. O intuito não foi o de superar as dificuldades dos alunos surdos encontradas nesse diagnóstico e descritas nos trabalhos anteriormente analisados, o que seria muita presunção, mas, de pelo menos, minimizar essas dificuldades, além de analisar e colocar em prática, por meio da teoria estudada, as transformações das unidades significantes presentes nos diferentes registros de representação semiótica.

GRAPHEQUATION

FERRAMENTAS BÁSICAS

Para abrir o programa *Grafhequation*, clicar duas vezes em cada um de seus ícones e em seguida clicar em "Continue", sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder.*





No programa, é possível realizar as seguintes ações:

(1) DIGITAR A SENTENÇA matemática (equação, inequação ou função) na janela *Graph# 1: Relation#1* que já estará aberta;

(2) VER O GRÁFICO, depois de digitar a sentença matemática: teclar <u>duas vezes</u> em *Enter*;

(3) FAZER RESTRIÇÕES do domínio OU INTERSEÇÕES de regiões: posicionar o cursor no final da sentença matemática digitada e teclar *Tab;*

(4) ESCREVER OUTRA SENTENÇA matemática em uma nova janela de *Graph#2: Relation#2:* clicar em *Graph* e em seguida em *New Relation;*

(5) MUDAR A COR do gráfico: clicar em □ *Colour* na janela em *Graph#: Relation#;*

(6) ESCONDER UM GRÁFICO: clicar em □ *Active* na janela *Graph#: Relation#* ou na cor do gráfico correspondente da janela *View Tools* que é aberta junto com o gráfico*;*

(7) ESCONDER OS EIXOS: clicar em *Ticks* na janela *View Tools* que é aberta junto com o gráfico;

(8) ABRIR UM NOVO GRÁFICO: clicar em *File* barra de ferramentas e em seguida em *New Graph*;

(9) COLORIR O FUNDO DO GRÁFICO: clicar em *Background* na janela *View Tools* que é aberta junto com o gráfico;

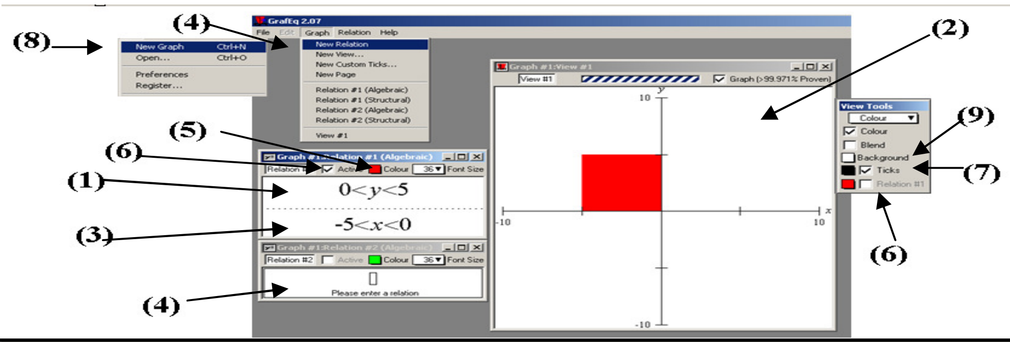


Figura 36: Tutorial das principais ferramentas utilizadas no *Graphequation*
Fonte: Arquivo dos autores

Quinta Seção

EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

A partir dos levantamentos, realizados na quarta seção, sobre os conhecimentos prévios dos alunos surdos brasileiros, mais os levantamentos preliminares, obtidos nas seções anteriores, foram realizadas as escolhas e hipóteses para a elaboração das cinco atividades que compõem a experimentação. Essas escolhas e as atividades são aqui apresentadas, com a descrição de seus objetivos, justificativas, coleta e a análise de dados realizados a *posteriori*, de acordo com a última fase da metodologia adotada.

5. 1 ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES

Em função da motivação exposta na introdução desta pesquisa, a elaboração das atividades levou em conta as propostas dos PCNs, tais como: a resolução de problemas com o desenvolvimento de uma sequência de ações ou operações em busca de um resultado. Essa proposta pressupõe que o aluno elabore um ou vários procedimentos de resolução, compare seus resultados com os de outros colegas e avalie seus procedimentos. Os princípios considerados e que os PCNs destacam para se trabalhar com a resolução de problemas são:

> - [...] a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição;
> - [...] só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que é proposta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> - [...] o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferência, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
> - [...] um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações.
> - [...] a resolução de problema não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 40).

Os PCNs apontam a resolução de problemas como ponto de partida do aprendizado em contrapartida à reprodução de procedimentos, conforme acontece muitas vezes com o conteúdo em estudo. Na resolução de inequações, os procedimentos são mecânicos, com a transposição das técnicas utilizadas para a resolução de equações, o que não garante o aprendizado desse conteúdo, pelo contrário, muitas vezes levam ao erro, conforme foi averiguado nas análises *a priori*. Essa proposta dos PCNs que motivou o desenvolvimento das atividades foi orientada pela metodologia adotada, com os mesmos princípios de que os conteúdos não sejam abordados de forma linear e, sim, de que os alunos tenham oportunidades de explorá-los em contextos mais amplos e com outros conteúdos já estudados ou que virão estudar.

A outra proposta, motivada pelo PCN, foi a utilização do computador em sala de aula, a fim de evitar os cálculos manuais, infinitos e repetitivos. Para isso, o *software* escolhido foi *Graphequation,* como ferramenta de apoio*,* descrito na quarta seção. As atividades com o *software* tiveram como principal objetivo a construção, por parte dos alunos, de estruturas necessárias à compreensão das inequações, equações e funções, num espaço bidimensional representado pelos planos cartesianos ortogonais.

Para Duval (2011b), os monitores do computador constituem "um outro modo fenomenológico de produção de representações" (DUVAL, 2011b, p. 136), que são os modos de acesso aos objetos de conhecimento científico. Os computadores exercem a função de tratamento instantâneo e ilimitado e, principalmente, a função de simulação, considerada por Duval (2011b) de extrema importância fora da matemática, pois permite a exploração e manipulação dos registros não discursivos como se fossem objetos reais.

Para o desenvolvimento da sequência de atividades, foram considerados os diferentes registros de representação semiótica: gráfico, algébrico, o português escrito e língua de sinais, referentes ao estudo das inequações e seus conteúdos relacionados: funções e equações. As atividades foram desenvolvidas de modo que os alunos utilizassem esses diferentes registros de representação semiótica e, de acordo com Duval (2003), pudessem "[,,,] compreender, efetuar e controlar, ele próprio, a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos" (p. 13).

A elaboração das atividades teve como referência trabalhos que utilizaram esse mesmo *software* ou que realizaram o estudo das inequações, em outras situações de ensino, a saber: Souza (2008), Kopcak e Burigato (2004), Edumatec (2012), Ditafafran

(2012), B7isognin, Trevisan, Bisognin (2010). A partir desses trabalhos, foram realizadas as devidas adaptações para os alunos surdos, de acordo com o referencial teórico adotado e os levantamentos prévios das seções anteriores. Dentre esses levantamentos prévios que orientaram a elaboração das atividades, destacamos os resultados do diagnóstico referentes às atividades cognitivas dos alunos surdos, segundo a teoria adotada:

- ✓ A *atividade de formação:* os alunos surdos identificaram as inequações apenas na linguagem algébrica. Na representação da linguagem gráfica e na língua escrita, não houve o reconhecimento das inequações.
- ✓ A *atividade de tratamento:* os alunos surdos resolveram as inequações com a aplicação das propriedades utilizadas para equações, com o cuidado de mudar o sinal da desigualdade quando a inequação é multiplicada, ambos os membros, por um número negativo.
- ✓ A *atividade de conversão:* os alunos surdos realizaram as conversões em um sentido, quando a representação de saída era a algébrica → para a língua escrita e a gráfica; ou a representação de saída era língua escrita→ para a algébrica e a gráfica. A conversão contrária, saindo da REPRESENTAÇÃO GRÁFICA → PARA A ALGÉBRICA OU DA LÍNGUA ESCRITA não foi realizada pelos alunos surdos.

A mobilização de um registro não discursivo (gráfico ou geométrico) para o registro discursivo (algébrico, português escrito ou a Libras), e vice-versa, é considerada por Duval (2011b) intrínseca ao funcionamento cognitivo do pensamento; no entanto a possibilidade de conversão em um sentido não implica a possibilidade de conversão no sentido inverso. O autor explica que “[...] para que haja coordenação sinérgica de vários registros, é preciso ser capaz de converter as representações nos dois sentidos e não em um único” (p. 118).

Para que os alunos surdos pudessem fazer a conversão inversa que estava faltando, da representação gráfica para a algébrica ou para a língua escrita e a Libras foi realizada uma busca dos processos necessários. Foram encontradas algumas sugestões referentes aos tratamentos gráficos, no trabalho realizado por Duval (2011a), que levam em conta três abordagens do tratamento gráfico com a diferenciação sistemática das variáveis visuais, conforme foram descritas no referencial teórico.

A partir desses pressupostos, a sequência de atividades foi elaborada levando em consideração não apenas os três tipos de abordagem para o tratamento gráfico, segundo Duval (2011a), mas também as abordagens para o tratamento algébrico, segundo Berdnarz, Kieran e Lee (1996), correspondentes às concepções de álgebra utilizadas por Usiskin, (1995), e o tratamento da língua (português escrito e a Libras), segundo as operações discursivas (DUVAL, 2011b). De maneira geral, as abordagens referentes a cada representação semiótica e às atividades cognitivas mobilizadas pela sequência são descritas a seguir.

- **A abordagem do tratamento gráfico -** "pontual": consiste na identificação de pontos com referência aos dois eixos graduados e escritos na forma de par ordenados; "por extensão": consiste nas interseções de gráficos; "global": consiste nas modificaçoes do gráfico para provocar uma alteração na notação da expressão algébrica correspondente.

- **A abordagem do tratamento algébrico - "**generalização das leis que regem os números": consiste na identificação das equações e inequações; "estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas": consiste no tratamento das inequações e equações por meio da aplicação das propriedades de resolução de uma equação; "estudo de relações entre grandezas": consiste na conversão de uma representação algébrica para a gráfica por meio do conceito de variável e função.

- **A abordagem do tratamento da língua (português escrito e a Libras) - "**enunciação": consiste na forma pela qual cada atividade é iniciada ou prolongada com uma explicação, uma descrição, uma exposição ou uma argumentação ou qualquer outro tipo de discurso para que haja uma réplica ou uma resposta do aluno; "designação": consiste no propósito de cada questão em que serão feitas as análises do raciocínio e das transformações, por tratamento e conversão, referente ao conteúdo em questão; "expansão": consiste no encaminhamento das questões subsequentes com o mesmo

> propósito e que oferecem uma unidade coerência às atividades; e a "reflexão": consiste em distinguir o valor, o modo ou o *status* estabelecido para uma expressão por parte de quem a enuncia.

As análises foram realizadas de acordo com essas abordagens referentes a cada representação e suas transformações, por tratamento ou conversão, relevantes nos resultados apresentados. Para as análises das transformações de registros, são consideradas as unidades significantes de cada representação e suas possíveis articulações, de acordo com a operação solicitada em cada atividade.

Na tabela 11 abaixo, são apresentadas as unidades significantes e operações de transformações de cada registro de representação semiótica, presentes nas atividades e que fizeram parte das análises.

Tabela 11: Unidades significantes e operações de transformação correspondentes a cada registro

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO	UNIDADES SIGNIFICANTES	OPERAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO
Gráfico ou geométrico/ não discursivo	Unidades visuais	Configuração, reconhecimento e desconstrução dimensional, coordenação entre os eixos, interseção entre gráficos.
Algébrico / discursivo	Unidades simbólicas	Substituição ilimitada por equivalência ou aplicação de propriedades.
Línguas/ Discursivo	Unidades semânticas	Enunciação, designação, expansão e reflexão.

Fonte: Arquivo dos autores, com base na teoria de Duval (2009)

Segundo Duval (2011b), diante de qualquer atividade matemática é preciso estar em condições de reconhecer as unidades de significantes de cada representação semiótica e delinear as suas transformações, "[...] seja com as operações que o tipo de apresentação dessas unidades permite efetuar, seja mudando seu tipo de apresentação para poder recorrer a outras operações” (p. 103).

A organização da sequência apresentou duas faces, conforme a teoria adotada: “[...] uma face é evidentemente a propriedade matemática com a qual visamos à descoberta e à aquisição pelos alunos” e “[...] outra face é aquela dos registros de representação e dos modos fenomenológicos de produção que serão solicitados durante a sequência” (DUVAL, 2011b, p. 140). Os modos fenomenológicos de produção são os modos de acesso aos objetos de conhecimento científico, que Duval (2011b) caracteriza assim: mental, oral, gráfico/visual e o monitor de computador (p. 134).

As cinco atividades desenvolvidas seguiram a seguinte organização: as primeiras foram mais gerais, objetivando o reconhecimento, distinção, exploração entre equações e inequações até chegar às últimas atividades, que foram mais formais, com a comparação das propriedades usadas na resolução de uma equação e que também são usadas para inequações. A progressão ou o grau de dificuldade das atividades foi correspondente ao próprio conteúdo de inequações e aos conteúdos subjacentes, conforme apresentado a seguir.

- ✓ Primeira atividade: explorar e identificar pontos, retas e regiões no plano cartesiano.
- ✓ Segunda atividade: descrever e identificar a região formada em cada quadrante do plano cartesiano, figuras geométricas e a composição dessas figuras geométricas, a partir de retas paralelas aos eixos cartesianos.
- ✓ Terceira atividade: reconhecer e distinguir as diferenças entre uma equação e uma inequação.
- ✓ Quarta atividade: comparar a resolução algébrica de uma inequação (de uma variável real) com a sua resolução gráfica após transformar cada membro da desigualdade por uma função, conforme perspectivas didáticas da seção 3.
- ✓ Quinta atividade: formalizar as soluções de uma inequação por meio da comparação entre resolução algébrica e gráfica, institucionalizando o aprendizado.

Objetivo principal da sequência de atividades foi o desenvolvimento gradual da reflexão sobre as variáveis visuais (relevantes do registro gráfico) com suas correspondências nas unidades simbólicas (utilizadas nas notações algébricas) e nas unidades semânticas (da Libras e do Português escrito), a fim de produzir a conversão que estava insuficiente no diagnóstico realizado com os alunos surdos, ou seja a conversão a partir do registro gráfico para o algébrico, o Português escrito e a Libras.

É importante destacar que a maioria das atividades não apresentava a conversão para o registro gráfico, mas a conversão para os demais registros a partir do registro gráfico, apresentado de forma codificada pelo computador, conforme as necessidades apresentadas no diagnóstico. Com a experimentação foi possível atingir o terceiro e último objetivo específico da pesquisa: Desenvolver e aplicar uma sequência didática que favoreça as atividades de formação, tratamento e conversão fundamentais no processo de desenvolvimento da *semiósis*, assim como suas possíveis articulações com o uso dos dispositivos informacionais.

Antes da aplicação das atividades com os alunos pesquisados, para verificação das atividades, houve a aplicação piloto em uma ou mais salas de aula. Inicialmente, teve-se o cuidado de usar palavras diretas e mais claras que auxiliassem no entendimento das questões propostas e que auxiliassem a tradução da língua de sinais ou, até mesmo, ao uso de classificadores, se assim fosse necessário.

Nas primeiras atividades, o nome em inglês das ferramentas que seriam utilizadas no *software* foi mantido para melhor localização, utilizando-se a datilologia durante a tradução. Mas o fato de as ferramentas serem de fácil localização e utilização, o seu uso constante permitiu uma rápida adaptação, sendo possível excluí-las das atividades subsequentes, a fim de manter as questões mais objetivas e direcionadas ao conteúdo.

Após a aplicação piloto, houve a necessidade de reformulação das atividades, na garantia de um adequado desenvolvimento das atividades entre os alunos surdos, conforme os fatores considerados mais importantes, listados a seguir:

- apresentação de questões curtas e objetivas;
- separação das questões com espaçamentos maiores;
- utilização de apenas uma folha por atividade com o mínimo de questões possíveis;
- espaços apropriados e de fácil localização para as respostas, justificativas, conjecturas e/ou conversão de linguagens;

- ➢ criação de uma tabela com os termos matemáticos presentes na sequência de atividades. A tabela serviu aos alunos como um material de apoio durante a operação de designação dos termos matemáticos.

Conforme os fatores acima descritos, a primeira atividade se desdobrou em três atividades e as demais foram mantidas, totalizando cinco atividades que foram aplicadas durante o mês de abril até o mês de setembro de 2012.

A aplicação da primeira atividade em sala de aula foi concomitante à criação da tabela, permitindo convencionar esses termos em Libras que nela aparecia. A sequência de atividades foi também intercalada com atividades extras, aplicadas pela professora regente da turma nos dias em que a pesquisadora não esteve presente. Essas atividades extras não interferiram na sequência de atividades, por isso não fizeram parte das análises e se encontram em anexo.

É importante ressaltar que as atividades descritas adiante estão organizadas de acordo com a configuração do texto e não da forma apresentada para os alunos, já descrita. Cada atividade é apresentada, seguida de seus objetivos, justificativas, coleta e análise de dados. Para uma apresentação geral, foram colocadas em anexo a sequência completa e as respostas apresentadas pelos alunos das atividades.

5. 2 ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em “Continue” sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em “□ Colour”. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu?________É paralelo a qual eixo?_______.

2. Na barra de ferramenta clique em “Graph” e depois em “New Relation”, para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em “□ Colour”. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu?_______. É paralelo a qual eixo? ______.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em “Graph” e depois em “New Relation” e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x ______________. E outras equações de retas paralelas ao eixo y ____________________________.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto, que será chamado de **A = (_____;_____).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? ______ com ______ .

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto, que será chamado de **I = (___;___)**.

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique por que você acha isso. ____.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique por que você acha isso. ____.

9. Troque o sinal “=” da equação x = 2 pelo sinal “>” disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras. ___________________________.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em “□ Active” na janela *Relation#1*. Troque o sinal “=” da equação y = 4 pelo sinal “<”, disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras. _____________________.

Objetivos: O principal objetivo foi o desenvolvimento gradual de uma abordagem pontual e por extensão, com a identificação de pontos e retas, até chegar à abordagem global de inequações, tendo como referência os dois eixos coordenados. Os objetivos específicos foram:

- Identificar retas paralelas aos eixos e pontos na forma de par ordenado.
- Reconhecer as coordenadas dos pares ordenados de um ponto a partir da interseção entre retas e eixos.

- Diferenciar o tipo de gráfico conforme a expressão algébrica apresentada; se é uma reta (equação) ou uma região (inequação), ao mudar as suas variáveis simbólicas “=” para “>” ou “<”.

Justificativa: Foi utilizada a abordagem pontual, por extensão, até chegar à abordagem de interpretação global em virtude de a maioria dos alunos não apresentarem alguns conhecimentos básicos durante o diagnóstico. A maioria dos alunos representaram as expressões $y = 4$ e $y = x$ como sendo uma região no plano cartesiano. Os alunos não reconheciam a graduação dos eixos coordenados quando a divisão estava representada por números múltiplos, ou seja, eles reconheciam a divisão dos eixos apenas em unidades. Nenhum aluno havia identificado o gráfico de uma inequação ou uma equação.

5.2.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS – ATIVIDADE 1

A primeira atividade foi realizada durante cinco horas/aula. É importante salientar que cada hora/aula corresponde a 50 minutos, mas, considerando a transição e a organização da turma entre a sala de aula e a sala de informática, o tempo real utilizado na aplicação das atividades passou a ser de 40 minutos ou menos por hora/aula.

A atividade contou com a participação de sete alunos durante a aplicação da primeira questão até a quarta questão e de seis alunos durante a aplicação da quinta questão em diante.

Operação de enunciação: A folha de atividades foi entregue aos alunos no início de cada sessão de atividades e a leitura de cada questão, a princípio, era realizada pelos próprios alunos. A professora regente da turma apontava para a questão, que estava sendo projetada com o *data show*, para que os alunos lessem e realizassem o que estava sendo pedido. Os alunos rapidamente digitavam a expressão algébrica que aparecia no enunciado, no entanto a interpretação da leitura realizada por eles não era suficiente para responderem o que estava sendo pedido na questão.

Após os alunos digitarem a equação contida no enunciado, a professora regente traduzia e explicava as palavras que não eram entendidas ou eram desconhecidas pelos alunos. As questões subsequentes ocorriam somente após todos os alunos terem resolvido a questão anterior; cuidado muito incomum e importante adotado pela professora regente da turma, em saber conduzir e esperar, que apreciamos certamente como um bom modelo de ação pedagógica. As demais questões foram enunciadas da mesma maneira que a primeira, com a exposição da questão, a sua tradução e o prolongamento da explicação, na maioria das vezes seguidas de questionamentos por parte dos alunos.

Operação de designação: Mesmo depois de o enunciado ser traduzido em Libras, muitos termos matemáticos que não faziam parte do vocabulário desses alunos continuavam sem sentido. Quando se perguntava "que tipo de gráfico apareceu?", para esses alunos, a palavra "gráfico" tinha o mesmo significado que a palavra "função".

O mesmo sinal utilizado para função (Fig. 37) era utilizado para os eixos coordenados ao designar o gráfico de uma função. Devido a essa semelhança entre as unidades significantes do sinal utilizado para função e para os eixos coordenados, os alunos associavam qualquer gráfico como sendo uma função genérica.

Figura 37: Unidades significantes em Libras para o sinal de função
Fonte: Arquivo dos autores

A maioria dos alunos respondeu na primeira questão, com certa dúvida, que o tipo de gráfico era uma função, devido à semelhança das unidades significantes.

Os alunos foram orientados a pesquisarem na tabela dos termos matemáticos o significado de função e de gráfico. Eles perceberam que havia dois tipos de gráficos que já haviam estudado com o conteúdo de funções: um era o "gráfico da função de 1º grau" e o outro o "gráfico da função de 2º grau". Segundo Duval (2011b), "[...] as unidades de sentido correspondentes à designação dos objetos não são as palavras, mas as expressões que combinam pelo menos duas palavras” (p. 78).

Ao associarem o tipo de gráfico com cada uma das funções, os alunos reconheceram o gráfico na tela do computador (Fig. 38) com a reta correspondente ao gráfico da função do 1º grau.

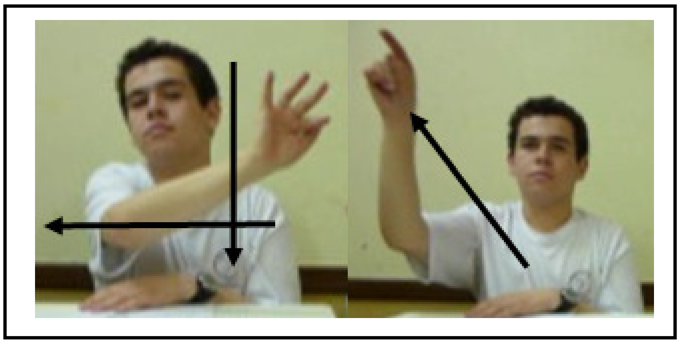


Figura 38: Unidades significantes do sinal em Libras para o gráfico da função de 1º grau
Fonte: Arquivo dos autores

A segunda questão, com o mesmo propósito que a primeira, foi realizada pelos alunos, desta vez com maior segurança e rapidez. Após perceberem que a reta era a representação gráfica no plano cartesiano das equações digitadas (x = 2 e y = 4), as respostas da segunda questão foram instantâneas, sem o apoio da tabela dos termos matemáticos.

A terceira questão apresentava a conversão inversa das duas primeiras questões. Era pedido que os alunos digitassem outras equações de retas paralelas ao eixo x, ou seja, os alunos deviam realizar a conversão do registro da língua escrita e da Libras para o algébrico.

Todos os alunos responderam conforme a sequência semântica do enunciado “[...] retas paralelas ao eixo x _____________”. Como o enunciado terminava com a letra x e não havia nenhuma pontuação entre essa letra e o espaço deixado para que a resposta fosse escrita, os alunos escreviam equações que começavam com a variável x, por exemplo, x = 3 ou x = -2. A dificuldade dos alunos estava no plano do discurso, ou seja, na compreensão do enunciado apresentado que, segundo Duval (2009), “[...] sublinha tanto um tratamento cognitivo quanto um tratamento puramente linguístico” (p. 109). A compreensão do enunciado compreendia a sua organização sintática e a representação semiótica.

A distinção entre variáveis unicamente semióticas, do enunciado “equações de retas paralelas ao eixo x” e da linguagem algébrica que deveria ser escrita, por exemplo, “y = 4”, não apresentam uma congruência semântica. Não existia uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes do enunciado e da expressão algébrica. Ainda mais, a interface com o computador eliminava a operação discursiva; sua utilização se reduzia a um tratamento instantâneo em que o aluno digitava uma equação e a reta aparecia na tela do monitor, sem a compreensão do enunciado.

Essa questão teve sua continuidade em outro dia. Como a aula seguinte estava dedicada à convenção dos termos matemáticos em Libras, que compôs a tabela, a retomada da questão foi realizada em sala de aula sem o computador. Durante a convenção dos termos matemáticos, teve um momento de reflexão da questão anterior, com um tratamento intencional, em que os alunos deveriam desenhar a reta e decidir em qual dos eixos ela seria paralela.

Atividade de tratamento: Cada aluno foi convidado ir à lousa e completar as frases:

“x = -2 → reta paralela ao eixo______”.

“y = 3 → reta paralela ao eixo _______”.

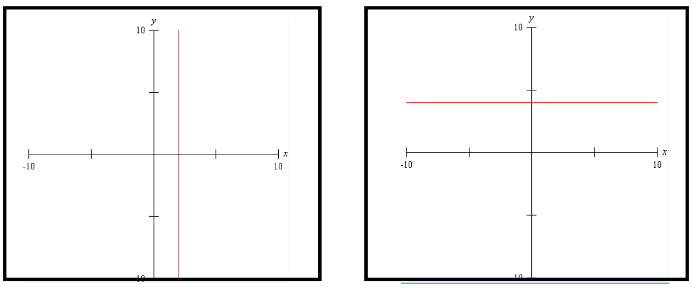
Para isso, foi preciso que os alunos desenhassem no plano cartesiano as retas representadas pelas equações fornecidas e pudessem, assim, completar as frases. A construção realizada no gráfico pelo próprio aluno permitiu que os alunos percebessem a não congruência semântica entre a escrita algébrica e o Português escrito. Perceberam que, para a equação x = -2, a reta representada era paralela ao eixo contrário, o eixo y (Fig. 39), e não ao mesmo eixo que a variável da equação, como os alunos estavam respondendo.

A complexidade de uma conversão não congruente, na questão 3, exigiu a composição de duas conversões sucessivas, da representação gráfica e da representação algébrica; por isso levou mais tempo para a realização dessa tarefa que as outras questões em que as conversões eram congruentes. Devido essa atividade exigir um tempo maior de realização, as questões anteriores precisavam sempre ser retomadas para que houvesse a continuidade das questões seguintes.

Figura 39: Resolução da questão 3, atividade 1, com um tratamento intermediário da representação gráfica
Fonte: Arquivo dos autores

Mesmo estimando-se maior tempo de realização para as atividades não congruentes, a sequência das questões foi mantida, pela natureza da Engenharia Didática (1990), que é a retomada dos conteúdos das questões anteriores, caso fosse necessário. Para as questões seguintes, houve a solicitação, no início das aulas, de que os alunos digitassem as equações de reta x = 2 e y = 4, da primeira e segunda questão, respectivamente.

Abordagem pontual: Nas questões 4, 5 e 6, os alunos deveriam identificar o par ordenado de alguns pontos. É curioso notar que, para a maioria dos alunos surdos, assim como para os ouvintes, quando o ponto está sobre um dos eixos, a dificuldade é muito grande. A professora regente pediu para que cada aluno falasse um valor do eixo paralelo à reta, até perceberem que todos esses valores existiam sobre essa reta, inclusive o zero, que eles não estavam identificando nos pontos de interseção das retas com os eixos (2; 0) e (0; 4), respectivamente (Fig. 40a e Fig. 40b).



a b

Figura 40: Gráfico da equação x = 2 e y=4
Fonte: Arquivo dos autores

A escrita do par ordenado foi realizada pela maioria dos alunos corretamente, mas dois alunos representaram algebricamente, x = 2, y = 0 e y = 4, no lugar de uma representação numérica para o par ordenado que estava sendo pedido (Fig. 41). Segundo Duval (2009), a passagem de um sistema ao outro, muitas vezes, leva à representação do sistema que tem mais representatividade.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A** = (x=2 ; y=0).

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I** = (x=2 ; y=4).

Figura 41: Resposta das questões 4 e 6, atividade 1, realizada pelo aluno A2 e A1
Fonte: Arquivo dos autores

No caso desses alunos, a representação gráfica, das duas retas que se interceptavam, foi a que mais levou a informação para o ponto e, por isso, a representação do par ordenado levou também essas informações.

O mesmo aconteceu na questão seguinte: o aluno A2 e outros dois escreveram dessa mesma forma para representar o eixo y de interseção, x = 0 (Fig. 42).

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? y=4 com x=0 .

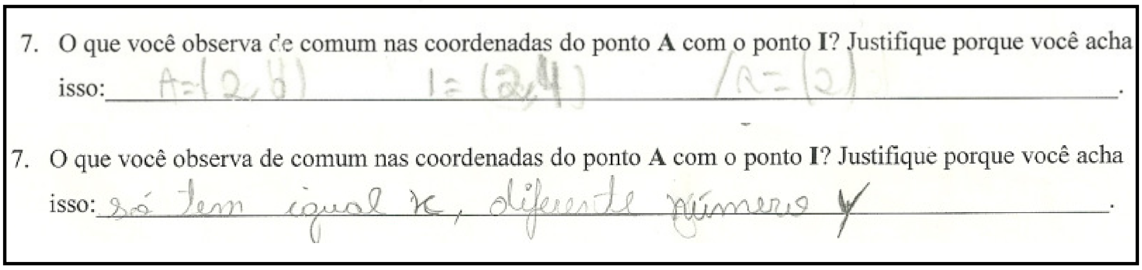
5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? y=4 com x=0 .

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? Y=4 com X=0

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? Y=4 com x=0

Figura 42: Resposta da questão 5, atividade 1, realizada pelos alunos A2, A3, A5 e A6
Fonte: Arquivo dos autores

Concepções sobre a álgebra: Na sétima e oitava questão, a maioria dos alunos restringiu a resposta na representação numérica (Fig. 43), procurando o número comum nos dois pontos, com uma correspondência termo a termo entre os pares ordenados. Nenhum aluno apresentou uma justificativa de que os pontos estivessem sobre uma mesma reta, eles não percebiam a relação entre as coordenadas dos pontos e as interseções das retas.

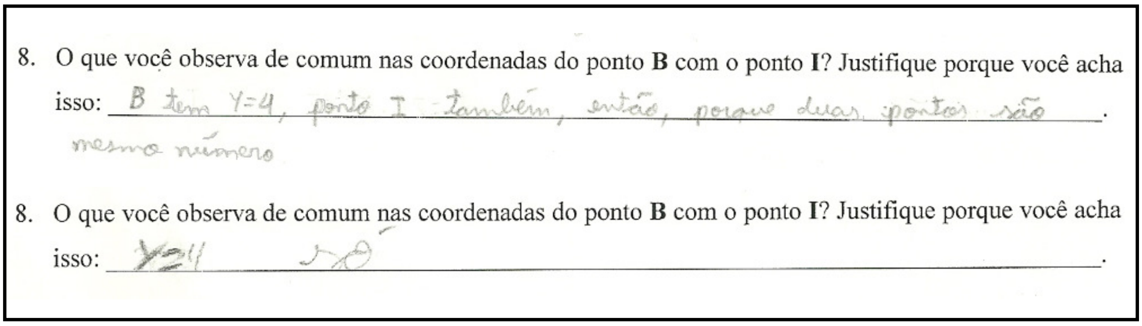


7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: A=(2,4) I=(2,4) /A=(2)

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: só tem igual x, diferente número y

Figura 43: Resposta da questão 7, atividade 1, realizada pelos alunos A2, A5
Fonte: Arquivo dos autores

Até mesmo as descrições em português forneceram um encaminhamento em que são comparadas às coordenadas dos pontos, na representação aritmética, sem uma visão global dos pontos sobre a mesma reta. Observe a resposta do aluno A3 (Fig. 44) ao responder o que tem de comum nos dois pontos "[...] porque os dois pontos são (tem) o mesmo número", ou seja, o aluno destaca pontualmente o valor numérico que se repete nos dois pontos, ao justificar sua resposta.



8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: B tem Y=4, ponto I também, então, porque duas pontos são mesmo número

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: Y=4 x≠0

Figura 44: Resposta da questão 8, atividade 1, realizada pelos alunos A3 e A4, respectivamente
Fonte: Arquivo dos autores

Neste caso, a equação da reta y = 4 poderia estar tanto na terceira concepção de álgebra, em que a letra y é um parâmetro, se a considerássemos a expressão como uma função, como também na segunda concepção, em que a expressão y = 4 é apenas a generalização de um modelo para a reta em que estão situados os dois pontos. Os vestígios da segunda e terceira concepção sobre álgebra, segundo Usiskin (1995), se deve ao modo como estavam sendo encaminhadas as atividades, com uma abordagem por extensão, para encontrar o ponto por meio da interseção de duas retas.

No entanto, com a justificativa do aluno A3 (Fig. 45), percebe-se que a equação y=4 se refere a uma das coordenadas dos pontos, conforme escreveram os pares ordenados do ponto, nas questões anteriores. Inferimos o mesmo para o aluno A4, que escreveu apenas a equação da reta y=4, ele não percebe o mesmo objeto (reta), considerando a equação como uma das coordenadas de um ponto. Percebe-se aqui a "[...] superioridade da linguagem algébrica sobre o português" (USISKIN, 1995, p. 14), devido à similaridade entre a linguagem algébrica e a numérica, de acordo com a primeira concepção desse autor.

Abordagem de interpretação global: Para identificação das inequações, os alunos deveriam reconhecer as variáveis visuais pertinentes à representação gráfica de uma inequação, ou seja, as regiões representadas no plano cartesiano. Apenas um aluno não conseguiu explicar com suas palavras as variáveis visuais apresentadas no gráfico após a troca, sinal "=" para "<" na expressão algébrica y=4. É importante observar as diferentes representações usadas pelos alunos A3, A5 e A6 para explicar, na língua escrita, o que acontecia com a representação gráfica após a mudança de sinal (Fig. 45).

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras baixo com pintou verde, tem esquerda e direita, negativo.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras 4<, 3<, 2<, 1<, 0<, -1<, -2<, -3<, -4<, -5<, -6<, -7<, -8<, -9<, -10< ......

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras Y<4 Car para baixo

Figura 45: Resposta da questão 10, atividade 1, realizada pelos alunos A3, A5 e A6
Fonte: Arquivo dos autores

O primeiro aluno, A3, escreveu apenas com a representação do Português escrito, detalhando onde a região aparecia no plano cartesiano, com relação a cada eixo, esquerda, direita, acima e abaixo. O segundo aluno, A5, usou a representação numérica, acompanhada do sinal "<", para os valores da variável y em ordem decrescente. Consideramos a escrita desse aluno como uma tentativa de utilização da representação algébrica, com forte influência da aritmética. O terceiro aluno, A6, escolheu duas representações, a algébrica e da língua escrita.

Apesar das diferentes formas de escrita, todos os alunos identificaram as modificações intrínsecas da imagem quando realizadas as modificações das variáveis simbólicas da expressão algébrica. No entanto, a linguagem formal de representação na língua escrita e na Libras, para descrever uma inequação, não estava ainda formalizada, carecendo a retomada dessa questão na atividade 3.

Devido à ausência da professora regente para a aplicação das últimas questões, uma professora intérprete a substituiu e realizou as traduções restantes. A professora intérprete realizava as traduções das questões e respondia às dúvidas dos alunos após as orientações fornecidas pela pesquisadora. Mesmo havendo o desconhecimento de alguns sinais matemáticos, convencionados entre a professora regente e os alunos, a intérprete os traduzia por meio da datilologia. Em certos momentos, a intérprete questionava a pesquisadora sobre qual sinal deveria usar para traduzir determinados termos matemáticos. Destacamos que sua presença não diferenciou o andamento dessas questões que foram analisadas normalmente.

5. 3 ATIVIDADE 2

1. Digite $x > 0$ e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite $y < 0$. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? _____________. Alguma coordenada (x, y) neste quadrante pode ser negativa? Explique por quê ____.

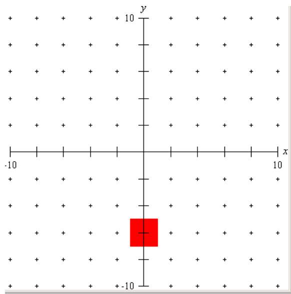
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
   1º quadrante: ___ e ___. 2º quadrante:____ e ____. 3º quadrante: _____e _____.

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo $-5 < y < 5$ (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO $-5 < x < 5$ (comprimento).
   Que figura apareceu? ___________________. Em qual quadrante? ____________.
   (NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados. Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. ________________________ e ________________________.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? ______________________.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#.*
   Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados. ____ e ____.



7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
   Verifique, com seu colega, quais medidas devem mudar, do eixo x ou do eixo y. ___.
   Escreva os novos intervalos. ____.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks,* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê. ____________________.

Objetivos: O principal objetivo foi estabelecer as conversões entre o registro gráfico → algébrico e vice-versa, das inequações, numa abordagem *Global,* ao relacionar as regiões do plano cartesiano com algumas figuras planas: quadrados e retângulos. Os objetivos específicos foram:

- Articular as expressões algébricas das desigualdades com as regiões pertinentes da representação gráfica.
- Relacionar as variáveis visuais (1º, 2º, 3º ou 4º quadrante), do registro gráfico, com as unidades simbólicas ($x > 0$ e $y > 0$, ...), do registro algébrico.
- Estabelecer relações entre as variáveis visuais do gráfico e as unidades simbólicas das expressões algébricas utilizadas para representação geométrica do quadrado e do retângulo no plano cartesiano.
- Estimular a criatividade e a percepção dos alunos por meio da reconfiguração, desconstrução e composição de figuras e desenhos geométricos.

Justificativa: Numa abordagem *Global*, as retas paralelas aos eixos, tratadas na atividade anterior, estão relacionadas à altura e aos comprimentos dos polígonos de quatro lados. A configuração de um desenho depende do reconhecimento das variáveis visuais e simbólicas, para que os alunos realizem as operações de desconstrução dimensional, das retas e os pontos de interseção, por meio da coordenação entre os eixos. Assim, para formar o desenho desejado nesta atividade, os alunos devem fazer as correspondências entre unidades visuais e unidades simbólicas, e vice-versa.

5. 3. 1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS – ATIVIDADE 2

A segunda atividade foi realizada durante duas horas/aula. Houve uma diminuição de três aulas/horas em relação à atividade anterior. Isso se deve ao fato de que, nesta atividade, as conversões são congruentes, exigindo menos tempo para sua realização; além disso, os alunos se habituaram rapidamente com o *software* e o tipo de atividade que estava sendo desenvolvido.

A atividade contou com a participação de todos os alunos da primeira até a quarta questão. As questões da quinta em diante foram respondidas apenas por quatro alunos que estavam presentes nessa aula. Devido ao número reduzido de computadores funcionando, os alunos resolveram as questões em dupla, apresentando respostas iguais entre as duplas. Não houve intervenção entre as duplas, as dúvidas entre as duplas eram esclarecidas pela professora regente da turma ou pela pesquisadora. Apesar de ter cooperação entre os pares de alunos, cada aluno preferia ficar com um computador para que pudesse fazer suas próprias tentativas.

Operação e enunciação: Os mesmos procedimentos realizados na atividade anterior foram efetivados nesta atividade. Percebemos ainda nesta atividade, por parte dos alunos, uma dependência muito grande da professora. Os alunos realizavam os comandos que estavam explícitos para digitar uma expressão algébrica, mas sempre esperavam a tradução do enunciado e outras orientações da professora, até mesmo para procurarem na tabela os termos matemáticos desconhecidos. Uma tentativa de resposta só era realizada pelos alunos após a professora ter traduzido e explicado com mais detalhes cada questão.

Operação de designação: A professora introduziu a primeira e segunda questão com o desenho do plano cartesiano na lousa e os respectivos sinais (+ ou -), referentes às coordenadas de cada quadrante (Fig. 46).

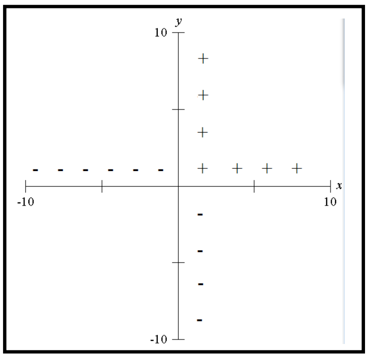


Figura 46: Apoio visual para a primeira e segunda questão, atividade 2
Fonte: Arquivo dos autores

A resposta da primeira questão, apresentada pela dupla A4 e A5, diferenciou das demais duplas, por usarem a representação gráfica (Fig. 47) para identificar o quadrante preenchido.

A atividade em destaque revela uma característica do aluno A5, que dificilmente escreve em língua alfabética. Na maioria das vezes, as suas respostas ou são na representação gráfica ou na representação algébrica.

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque y < 0.

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque y < 0.

Figura 47: Resposta da questão 1, atividade 2, dos alunos A4 eA5
Fonte: Arquivo dos autores

Com o apoio do *Graphequation*, os alunos passaram a responder com mais autonomia as questões seguintes. Após digitarem as expressões apresentadas no enunciado, os alunos usaram constantemente a tabela dos termos matemáticos para descreverem em português o nome das figuras que haviam aparecido no monitor do computador.

Atividade de conversão: Apesar da Libras e a representação geométrica apresentarem similaridades, houve dificuldades na conversão dessas duas representações para a língua escrita (Fig. 48).

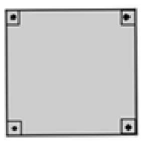
REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	DESCRIÇÃO EM PORTUGUÊS	LIBRAS
	**Quadrado:** quadrilátero que possui todos os ângulos internos retos e todos os lados iguais. Por isso, o quadrado é retângulo e também losango.	

Figura 48: Representação geométrica, em português e em Libras, para o quadrado
Fonte: Arquivo dos autores

A palavra "quadrado" carrega implicitamente todas as informações sobre a figura geométrica, enquanto a figura geométrica ou a Libras carrega todas as suas variáveis visuais, com suas propriedades, explicitamente. O mesmo ocorre com a palavra "retângulo" da quinta questão.

A conversão da Libras para o Português escrito e deste para a representação algébrica, na quarta e na sétima questão, se tornou aparente somente após a leitura das variáveis visuais na representação gráfica (Fig. 49). Esse caminho tomado pelos alunos surdos evidencia que há mais uma conversão que deve ser realizada por eles no processo cognitivo. Essa conversão não foi direta do Português escrito (pois não é uma língua natural para o aluno surdo) para a representação algébrica e sim da Libras para a escrita alfabética e desta para a representação algébrica.

A similaridade presente entre as unidades visuais do gráfico e as unidades semânticas da Libras, favoreceu a conversão para a linguagem algébrica.

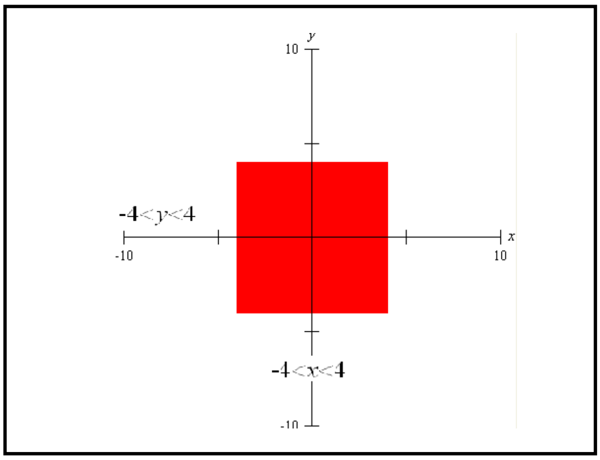
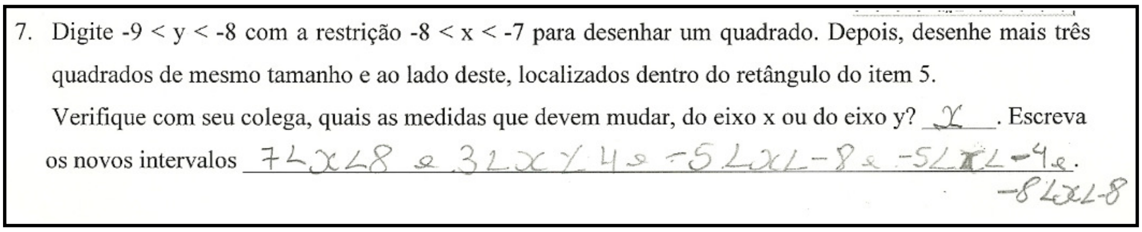


Figura 49: Congruência da representação gráfica e algébrica para o quadrado
Fonte: Arquivo dos autores

A base da figura, tanto na representação geométrica como em Libras, corresponde ao eixo x na representação gráfica e, consequentemente, ao intervalo $-4<x<4$ na representação algébrica. O comprimento e altura do quadrado foram associados aos eixos x e y, respectivamente, e articulados na representação algébrica por todos os alunos.

Abordagem por extensão: Na sétima questão, todos os alunos perceberam que apenas a coordenada x mudava ao tentarem desenhar vários quadrados um ao lado do outro.

Os alunos foram orientados a sempre digitarem o mesmo intervalo para o eixo y e a descobrirem os novos intervalos para o eixo x. Muitas foram as tentativas realizadas no *Graphequation;* o aluno A6 foi o único que não conseguiu escrever os intervalos para os outros três quadrados (Fig. 50).



7. Digite $-9 < y < -8$ com a restrição $-8 < x < -7$ para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? x. Escreva os novos intervalos $7<x<8$ e $3<x<4$ e $-5<x<-8$ e $-5<x<-4$ e. $-8<x<-8$

Figura 50: Resposta da questão 7, atividade 2, realizada pelo aluno A6
Fonte: Arquivo dos autores

É possível perceber que o aluno A6 tentou seguir uma ordem para as expressões algébricas, do menor para o maior número em valores absolutos, que o levou ao erro. Esse aluno não notou que, para seguir essa ordem, deveria inverter o sinal de “<” nas expressões com números negativos. Esse fato foi percebido pelo aluno A2, após várias tentativas no *software;* ele inverteu os sinais “<” nas expressões algébricas, obtendo assim a figura desejada (Fig. 51).

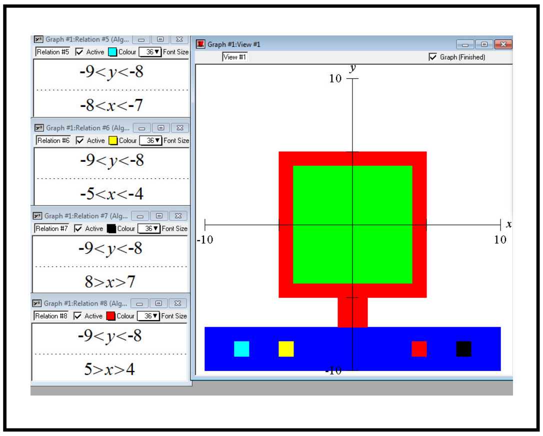


Figura 51: Resolução da sequência de atividade 2, realizada pelo aluno A2
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A2 foi o único que conseguiu escrever em português, sem a ajuda da professora, o desenho que estava sendo visualizado. Os outros alunos sinalizavam em Libras a figura formada no monitor do computador e a professora soletrava em datilologia para que pudessem escrever em português. Mesmo com a ajuda da professora, alguns alunos apresentaram erros na escrita (Fig. 52). O aluno A1, foi o único que respondeu que o desenho visualizado parecia uma televisão, enquanto os outros responderam que parecia um computador.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê [illegible].

Figura 52: Resposta da questão 8, atividade 2, realizada pelo aluno A1
Fonte: Arquivo dos autores

A sequência das atividades se tornou mais significativa para os alunos quando tiveram que digitar todas as inequações, sem apagá-las do computador, para que o desenho fosse configurado no final de todas as questões. Os alunos estabeleceram, dessa forma, uma sequência, dentro da proposta da Engenharia Didática difundida por Artigue (1990), com idas e vindas entre as atividades e a retomada dos conteúdos, sempre que precisasse. Antes, os alunos chegavam a apagar a resposta escrita de uma questão para responder, no seu lugar, a resposta da questão seguinte; situação que não estava ocorrendo mais nestas últimas questões.

Com esse tipo de sequência para as questões, os alunos tiveram também a oportunidade de responder as questões anteriores que não haviam entendido, como ocorreu com o aluno A1. Além disso, permitiu ao aluno responder as questões de aulas anteriores a que, porventura, houvesse faltado.

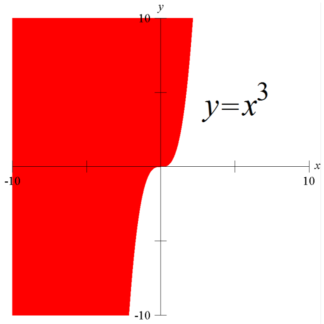
5.4 ATIVIDADE 3

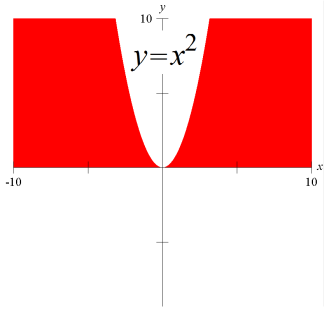
1. Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS, ______________________________.

2. Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$. Em Português ____.

3. Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) Inequação:________________ b) Inequação:______________



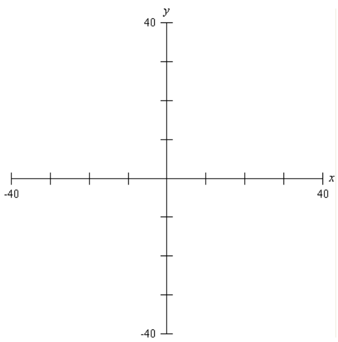


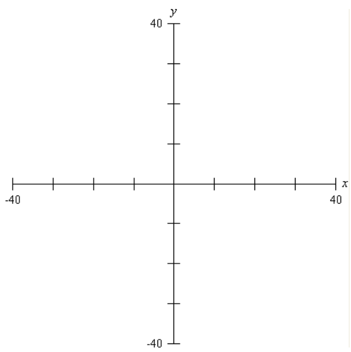
Em Português ____________________ Em Português: ____________________

4. Desenhe nesta folha o gráfico de cada expressão a seguir.

a) y = x

b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.





Objetivos: O principal objetivo desta atividade foi estimular os alunos a lerem, interpretarem e escreverem na linguagem formal as representações do registro gráfico, usando tanto o Português escrito quanto a Libras, como também o registro algébrico e vice-versa. Esperava-se que os alunos distinguissem e estabelecessem conexões entre os diferentes sistemas de representação presentes no estudo de inequações, segundo a teoria adotada.

Justificativa: Em Matemática, as formas consideradas universais, nos seus diferentes sistemas de representação, são necessárias para se ler e entender uma definição, bem como aprender as regras e notações que permitem representar um determinado objeto. Por isso, reconhecer uma inequação nos diferentes registros - gráfico, português escrito, Libras e algébrico - se justifica, uma vez que, no diagnóstico, os alunos reconheceram a inequação apenas no registro algébrico e, na primeira atividade, não apresentaram resultados favoráveis, principalmente na representação do Português escrito. Assim como foi constatado em Duval (2011b), o uso do registro escrito geralmente é deixado em segundo plano no estudo matemático. No entanto, no caso dos alunos surdos, a Libras jamais deve ser colocada em segundo plano, conforme constatado, pelo fato da Libras ser o fator fundamental para a conversão das diferentes linguagens matemáticas, ou seja, essencial para o pensamento matemático desses alunos.

5.4.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS – ATIVIDADE 3

A terceira atividade foi realizada durante quatro horas/aula. O número de aulas para esta atividade voltou a aumentar devido ao uso constante da Libras e do Português escrito, tanto no enunciado quanto nas respostas das questões. Outro motivo que influenciou esse aumento foi devido algumas questões apresentarem a atividade de conversão não congruente, que requer mais tempo de realização.

A atividade contou com a participação de todos os alunos em todas as questões. As três primeiras questões foram realizadas na sala de informática. Desta vez, apenas um aluno teve que se sentar com outro colega para realizar as atividades no mesmo computador, mas todos apresentaram respostas individuais.

A quarta questão foi realizada em sala de aula, para que os alunos pudessem desenhar o gráfico sem o apoio do computador. A confiança adquirida pelos alunos na sequência de atividades tornou o uso do *data show* desnecessário, não sendo mais utilizado nesta e nas atividades subsequentes.

Operação e enunciação: Após um mês sem aulas, devido ao recesso de julho, a terceira atividade foi introduzida questionando-se sobre o significado da palavra inequação. Devido à similaridade da Libras e a linguagem algébrica, a professora, antes de realizar a tradução, orientou os alunos a buscarem na tabela dos termos matemáticos o significado daquela e de outras palavras enunciadas na primeira questão.

Operação de designação: Os alunos encontraram o significado da palavra inequação e eles próprios traduziram para a Libras (Fig. 53).

Figura 53: Unidades significantes da inequação em Libras
Fonte: Arquivo dos autores

A professora regente da turma percebeu que alguns alunos ainda não estavam sabendo diferenciar bem a palavra “equação” da palavra “inequação”, se não fossem traduzidas para Libras. As unidades significantes do sinal de “igualdade” e “desigualdade” em Libras, por serem congruentes ao da representação algébrica “=” e “< ou >”, ao serem traduzidas para Libras, carregavam o significado correspondente às expressões algébricas. Por isso, para que os alunos diferenciassem essas palavras escritas em português sem tê-las que traduzir em Libras, a professora utilizou uma estratégia de perguntas e respostas.

Foi pedido que trocassem o sinal “>” pelo sinal “=” de algumas expressões algébricas e verificassem o que acontecia na representação gráfica dessa expressão, o mesmo realizado em atividades anteriores. Em seguida, sem que os alunos digitassem a expressão, a professora perguntou o que aconteceria se trocassem, agora, o sinal “<” pelo “=”. Os alunos responderam e depois comprovaram suas respostas, digitando a expressão com o outro sinal.

Escrevendo na lousa as palavras “equação”, “inequação” e as expressões algébricas digitadas, a professora perguntou qual das expressões era uma equação e qual era uma inequação, apontando para as palavras sem realizar a tradução em Libras. Os alunos que ficaram em dúvida responderam após procurarem na tabela dos termos matemáticos; os outros responderam de imediato qual era qual. Satisfeita com as respostas, a professora prosseguiu com as questões.

O desafio seguinte foi reconhecer todas as unidades significantes do enunciado representadas na língua escrita e que deveriam ser convertidas para a representação algébrica. A inexistência de números no enunciado, para representar a inequação, era o fator que mais predominava para que a inequação não fosse reconhecida pelos alunos.

Atividade de conversão: Com a busca incessante na tabela dos termos matemáticos, a correspondência termo a termo das unidades significantes foi realizada pelos alunos. A conversão da língua escrita e da Libras para a linguagem algébrica, na primeira questão, foi realizada, assim, por todos os alunos. Para que não houvesse dúvidas, três alunos escreveram ao lado do registro de chegada (expressão algébrica) as unidades significantes correspondentes em português, sem a necessidade de descrever toda frase (Fig. 54).


1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

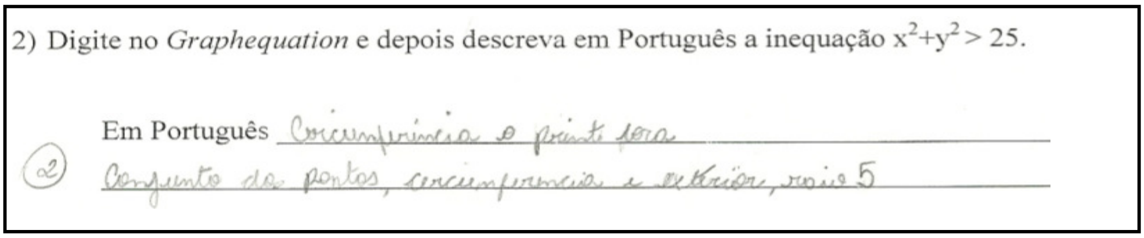
O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS. $y > x$ - ordenada maior que abscissa

Figura 54: Resposta da questão 1, atividade 3, realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Os alunos entenderam que não havia a necessidade de escrever todo o conjunto na linguagem algébrica, { (x;y): y>x}, uma vez que a inequação digitada era apenas y > x, conforme estava sendo pedido no enunciado.

Na segunda questão, a conversão era contrária à primeira; os alunos deveriam reconhecer a inequação, por meio de sua representação gráfica, para depois escrever em português. A relutância era aparente, os alunos de imediato responderam que não saberiam escrever em Português. Estimulados pela professora regente, os alunos começaram a procurar na tabela dos termos matemáticos como se escrevia "circunferência". Ao encontrarem a figura e a palavra correspondente, os alunos ficaram em dúvida se era para escrever em português toda sua definição, conforme estava descrita na tabela, ou se era para escrever apenas a palavra circunferência.

Houve duas tentativas de respostas. Na primeira tentativa, quatro alunos, com sua forma própria de escrita, descreveram o que estavam visualizando no gráfico (Fig. 55, primeira linha de resposta). Os outros três alunos aguardaram da professora uma explicação mais detalhada, pois o que viam no gráfico não havia uma correspondência da expressão algébrica digitada, $x^2+y^2 > 25$.


2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português Circunferência e ponto fora

(2) Conjunto de pontos, circunferência e exterior, raio 5

Figura 55: Resposta da questão 2, atividade 3, realizada pelo aluno A7
Fonte: Arquivo dos autores

Esse aluno A7, antes de escrever a sua primeira tentativa de resposta, levantou uma questão importante, que deixou os outros alunos interessados. Ele perguntou se a circunferência estaria no interior de um quadrado, conforme estava visualizando na tela do computador. Com a dinâmica do *software* foi possível ampliar a graduação dos eixos e os alunos puderam perceber que não existia um limite no plano cartesiano (Fig. 56).

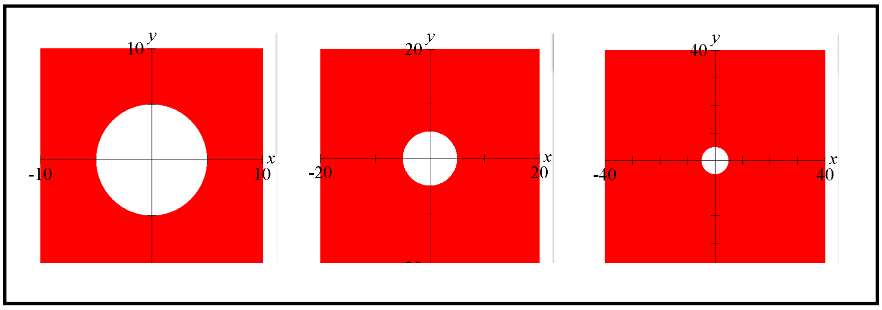
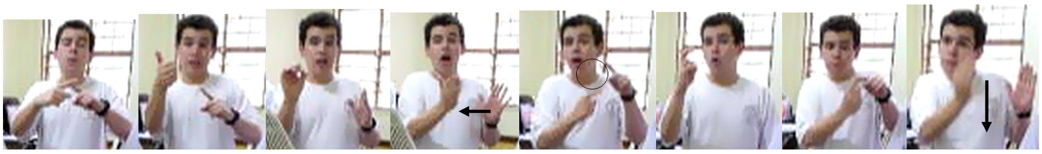


Figura 56: Representações gráficas da inequação $x^2 + y^2 = 25$ com *zoom out*
Fonte: Arquivo dos autores

Operação de expansão: Para que todos os alunos pudessem escrever uma resposta na representação do Português escrito, a professora perguntou aos alunos qual era o raio dessa circunferência e por quê. Alguns alunos responderam que o valor do raio era um ou três ou seis; apenas um aluno respondeu cinco e explicou por quê. Na sua resposta (Fig. 57), as unidades figurais, diâmetro e centro, estavam relacionados com outras unidades figurais, segmento e metade do segmento.

O aluno se referiu primeiro ao valor dez, sinalizando **dois extremos de um segmento** na horizontal, referente ao **diâmetro da circunferência**, e depois se referiu ao valor cinco, sinalizando a **metade desse segmento,** correspondente à **metade do diâmetro**, ou seja, o **raio** da circunferência.



“Porque 10 é o diâmetro da circunferência e 5 é a metade, o raio” (Tradução nossa).

Figura 57: Explicação do aluno A3 para o raio 5 da circunferência, questão 2, atividade 3
Fonte: Arquivo dos autores

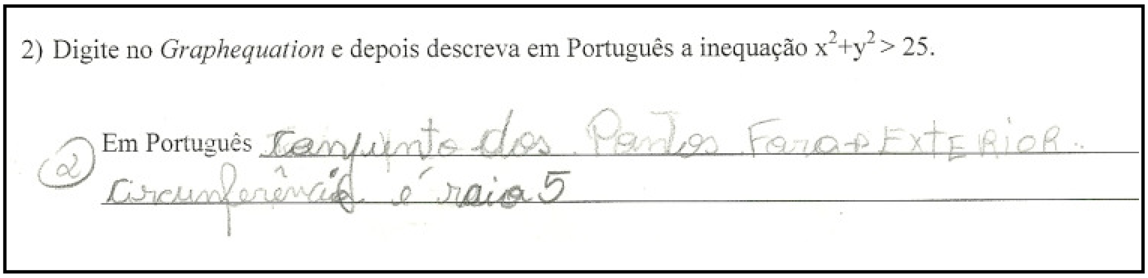
Para os alunos chegarem à conclusão de que o raio estava elevado ao quadrado, na inequação da circunferência, a professora escreveu na lousa a inequação e logo abaixo a equação geral da circunferência trabalhada na tabela dos termos matemáticos, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. A professora explicou o significado de cada um dos parâmetros, centro (a; b) e raio r, fazendo variar esses valores e realizando a conexão entre as unidades significantes da representação algébrica com as unidades visuais da representação gráfica.

Concepção sobre álgebra: Ao escrever a equação geral da circunferência, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ e comparar com a inequação digitada, $x^2 + y^2 = 25$, a professora não estava resolvendo a expressão algébrica. Dessa forma, realizou-se a identificação das unidades significantes referentes às grandezas algébricas e das unidades visuais apresentadas no gráfico. A concepção sobre álgebra neste caso, segundo Usiskin (1995), foi inferida como um estudo de relações entre grandezas. Embora se possa pensar como um tipo especial de generalização, a distinção entre esta concepção e a tratada na primeira atividade é que as letras variam.

Estabelecidas essas conexões entre as grandezas algébricas e sua representação gráfica, os alunos tinham que escrever em português a inequação. A característica da transparência, ou seja, de “[...] se escrever como se fala” (SILVA, 2010, p. 222), não é percebida com relação à expressão algébrica $x^2 + y^2 = 25$. Não existe a correspondência termo a termo com o Português escrito ou com a Libras, “conjunto dos pontos externos à circunferência”.

As expressões algébricas passaram a ter sentido apenas depois que houve uma conexão com as unidades visuais das representações gráficas. Os alunos estabeleceram primeiro a conexão das unidades significantes visualizadas no gráfico com as unidades significantes da Libras, para depois escreverem alfabeticamente.

Atividade de conversão: Foi pedido aos alunos que rescrevessem na linguagem formal, conforme apresentada na tabela, o que haviam escrito na primeira tentativa. Com o apoio da tabela dos termos matemáticos, os alunos trocaram a palavra "pintou" por "conjunto dos pontos", a palavra "fora" por "exterior" e, a partir do estudo das grandezas algébricas realizado com a explicação da professora, passaram a especificar o raio da circunferência (Fig. 58).


2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

(2) Em Português Conjunto dos Pontos Fora EXTERIOR circunferência é raio 5

Figura 58: Resposta da questão 2, atividade 3, realizada pelos alunos A6
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A1 foi o único que não conseguiu escrever em Português, nem na primeira nem na segunda tentativa, uma resposta completa para essa questão.

Os dois alunos que escreveram na primeira tentativa tiveram muita dificuldade com a linguagem formal na segunda tentativa. Isso porque a atividade de conversão que eles realizaram não era congruente; os termos da expressão "$x^2 + y^2 > 25$" não correspondem aos termos na língua escrita "conjunto dos pontos externos à circunferência de raio 5".

O aluno que não tinha uma visualização global, das unidades significantes da representação gráfica, ou que não tinha claro o significado dos parâmetros, da equação geral da circunferência, dificilmente conseguiu converter essa expressão algébrica para o português escrito.

Os três alunos que não haviam realizado nenhuma tentativa inicialmente realizaram a conversão desejada (Fig. 58), com a tomada de consciência do que antes eles não estavam conseguindo visualizar globalmente. Essa tomada de consciência, segundo Duval (2009), cumpriu a função de objetivação que a tradução em Libras, a função de comunicação, não estava cumprindo. Segundo Duval (2011b), "[...] as exigências em relação ao conteúdo e à precisão da expressão não são as mesmas quando o ato de fala cumpre uma função de comunicação ou uma função de objetivação" (p. 136).

Na terceira questão, após tentativas no *Graphequation,* não houve problema em escrever a inequação correspondente à equação representada graficamente. Todos os alunos fizeram a simples troca de sinal "=" para ">", para que a região do gráfico fosse representada algebricamente.

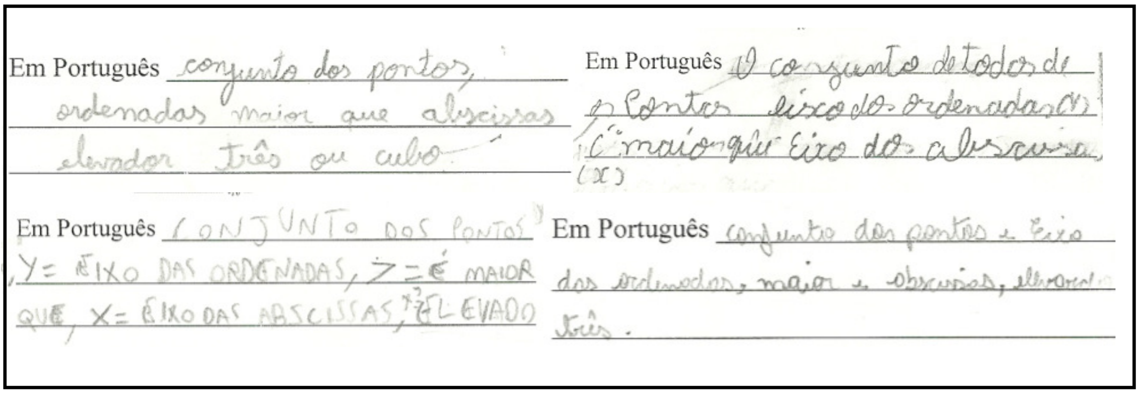
O problema estava em descrever para a língua portuguesa. O aluno A7 queria saber que tipo de gráfico representava a equação $y = x^3$. Como as equações $x^2 + y^2 = 25$ e $y=4$ representavam uma circunferência e uma reta, respectivamente, ele procurava um nome para esse gráfico também.

Percebendo que apenas alguns gráficos tinham determinados nomes, os alunos foram procurar, a partir da representação algébrica, as unidades significantes da inequação $y>x^3$, "ordenadas maiores que as abscissas elevadas a 3" . A correspondência termo a termo entre as unidades significantes das duas representações permitiu que realizassem a conversão sem problemas. No entanto a formalização da Libras incluía as unidades significantes da representação gráfica, quando se descreve o conjunto de pontos formado pela região do gráfico representado por essa inequação.

Lembrando a operação de designação realizada anteriormente, que uma inequação, no plano cartesiano, representa uma região e que em português essa região é designada por "conjunto dos pontos", os alunos surdos tentaram fazer a conversão para a representação da sua língua natural, a Libras.

É importante destacar que, apesar dessa congruência, dos seis alunos que completaram a resposta, apenas quatro fizeram a conversão a partir das unidades simbólicas da representação algébrica (Fig. 59).

As unidades semânticas utilizadas na descrição em português designavam as "abscissas" e "ordenadas" a partir das variáveis x e y, respectivamente, presentes na expressão $y > x^3$. Alguns desses alunos ainda acrescentavam a palavra "eixo", por influência do registro gráfico.



Em Português conjunto dos pontos, ordenadas maior que abscissas elevador três ou cubo

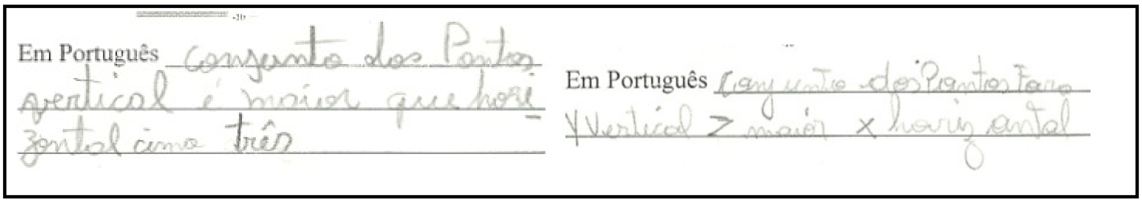
Em Português O conjunto de todos de pontos eixo dos ordenadas (Y) é maior que Eixo dos abscissa (x)

Em Português CONJUNTO DOS PONTOS Y= ÉIXO DAS ORDENADAS, > = É MAIOR QUE, X= ÉIXO DAS ABSCISSAS, ³É ELEVADO

Em Português conjunto dos pontos e Eixo dos ordenados, maior e abscissas, elevado três.

Figura 59: Resposta da questão 2a, atividade 3, realizada pelos alunos A3, A4, A5 e A7
Fonte: Arquivo dos autores

Os outros dois alunos, A2 e A6, fizeram a conversão a partir das variáveis visuais da representação gráfica. Eles preferiram usar as palavras “horizontal” e “vertical” no lugar de “abscissas” e “ordenadas”, respectivamente (Fig. 60). Para esses dois alunos, a representatividade gráfica foi maior que para os outros quatro alunos.



Em Português Conjunto dos Pontos vertical é maior que horizontal cima três

Em Português Conjunto dos Pontos Para Y Vertical > maior x horizontal

Figura 60: Resposta da questão 2a, atividade 3, realizada pelo aluno A2 e A6
Fonte: Arquivo dos autores

A resposta ficou incompleta para os alunos A4 e A6, que deixaram de escrever a potência do termo independente (x^3). O nome para esse tipo de gráfico, que o aluno A7 havia questionado, fez a diferença para esses alunos.

O resultado esperado foi alcançado, portanto, por menos da metade dos alunos: dos sete alunos, apenas três responderam adequadamente. Mesmo sendo uma conversão congruente, com correspondência termo a termo das unidades significantes, a representação do Português escrito é mais difícil para o aluno surdo. Essa dificuldade se revela justamente porque esse não é um processo natural para o surdo; a língua natural dos alunos surdos é a Libras que deve ser ainda convertida para a sua segunda língua, o Português escrito. Segundo a revisão da literatura, uma das principais dificuldades encontradas pelos alunos surdos é a dificuldade em descrever verbalmente o que vêem.

Pedimos que os alunos traduzissem para a língua de sinais. Percebemos um aumento de acerto entre os alunos; dos sete alunos, apenas dois não traduziram adequadamente para a Libras. Todos os alunos se apoiaram no registro gráfico, ao realizar a conversão para Libras. Alguns alunos, inclusive, traduziram com detalhes a curva desenhada no gráfico (Fig. 61).

Figura 61: Resposta em Libras da questão 3a, atividade 3, realizada pelo aluno A6.
Fonte: Arquivo dos autores

O monitor do computador: No item 3b, todos encontraram a representação algébrica $y < x^2$ com uma simples troca de sinal "=" para "<", mas o desafio foi encontrar a restrição para o eixo das ordenadas, $y > 0$. Mesmo para os alunos com mais dificuldade, as tentativas realizadas no s*oftware* os motivaram até chegar à inequação correta (Fig. 62).

Segundo Duval (2011b), o monitor do computador constitui um modo fenomenológico de produção fundamentado na aceleração dos tratamentos. Apesar do tratamento limitado do monitor do computador, os alunos obtinham imediatamente as figuras, após digitarem as inequações. Ao contrário do desenho feito à mão livre, que poderia levar dias para a sua construção, o *software* permitia a verificação instantânea das figuras.

A coordenação entre os termos das inequações e as variáveis visuais, apresentadas instantaneamente na tela do computador, permitiu que os alunos encontrassem rapidamente a expressão algébrica desejada e a convertesse para o Português escrito.

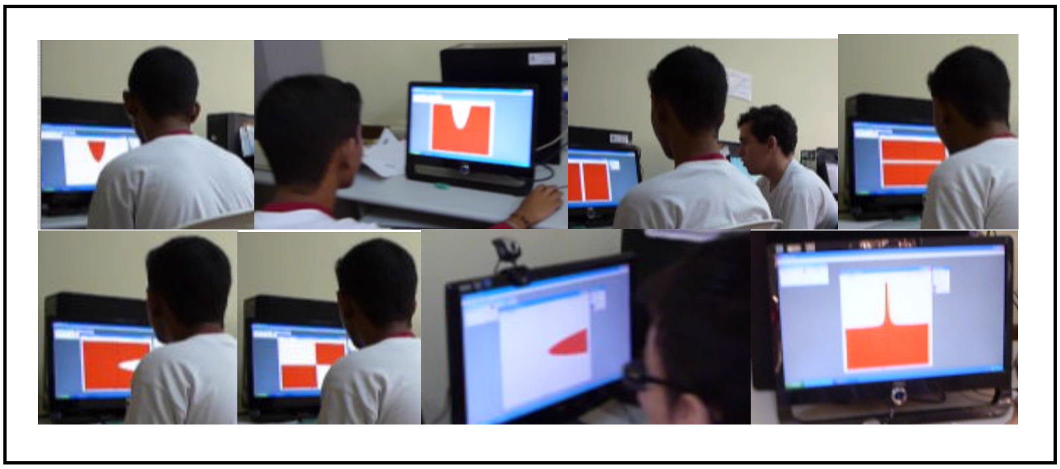


Figura 62: Tentativas realizadas no *software* para a questão 2b
Fonte: Arquivo dos autores

A conversão para o Português escrito teve um aumento de dois alunos, em relação ao item anterior. O aluno A1, que não conseguiu responder o item a, desta vez completou o item b. Apesar da dificuldade que este aluno tem, é possível perceber uma evolução no seu desempenho a cada atividade realizada. Mesmo usando a representação algébrica, no lugar onde se deveria escrever com a representação da língua portuguesa, ele foi o único que tentou escrever a palavra “plano” (Fig. 63), enquanto os outros alunos apenas escreveram “conjunto dos pontos”.

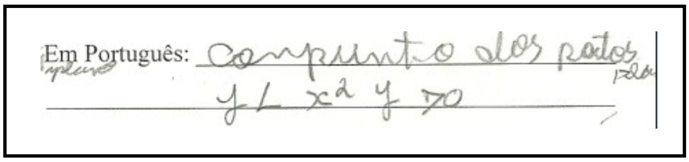


Figura 63: Resposta da questão 3b, atividade 3, realizada pelo aluno A1
Fonte: Arquivo dos autores

Esse aluno A1, no diagnóstico, ao escrever um termo matemático em português, inventava palavras como se fosse algo totalmente novo e desconhecido para ele. Agora, não só as palavras como também as outras representações, algébrica e gráfica, faziam sentido para ele.

Peculiaridades da Libras: A congruência semântica que não existia entre uma expressão algébrica e o Português escrito, na questão anterior, pôde ser vista agora sem a necessidade da representação gráfica. Assim, os elementos da representação algébrica puderam ser identificados a partir dos sinais em Libras. A expressão “conjunto dos pontos no plano cujas ordenadas são menores que as abscissas ao quadrado e ordenadas maiores que zero" foi traduzida, em Libras, pela justaposição dos sinais (Fig. 64), igual à escrita algébrica $\{(x;y): y < x^2 \text{ e } y > 0\}$.

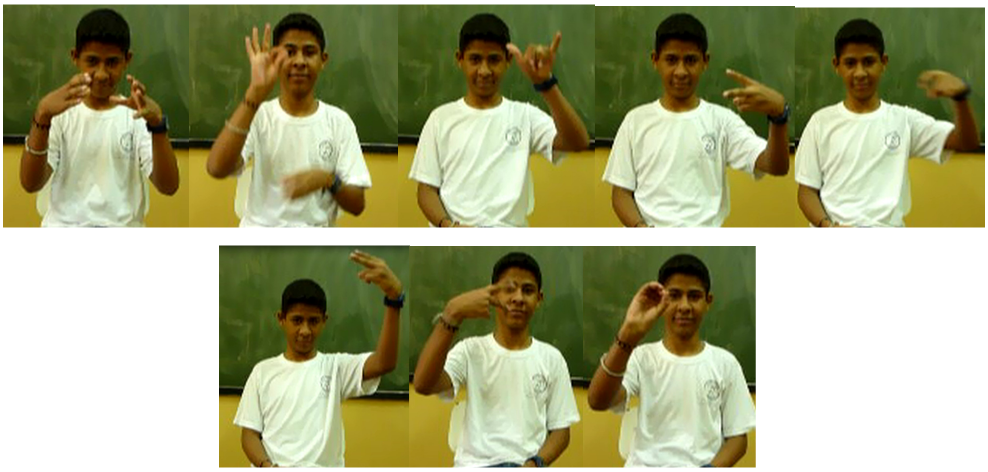


Figura 64: Resposta em Libras da questão 3b, atividade 3, realizada pelos alunos A7
Fonte: Arquivo dos autores

Assim como acontece com o português, foram encontradas pequenas variações lexicais em Libras, mas que não comprometeram em nenhum momento sua unidade estrutural. (Fig. 65).

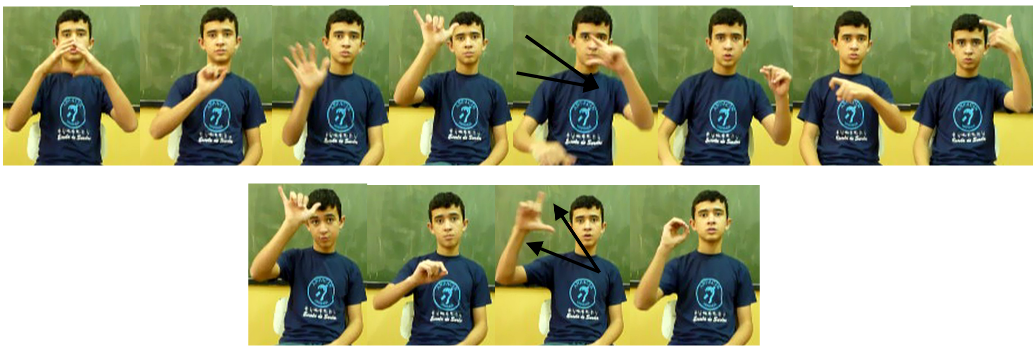


Figura 65: Resposta em Libras da questão 2b, atividade 3, realizada pelo aluno A2
Fonte: Arquivo dos autores

A maioria dos alunos sinalizava a representação em Libras, deste item, com o sinal de maior e de menor, como de costume, adotado pela professora regente da turma.

Outras variações que pudemos perceber com relação a Libras e a linguagem algébrica foram:

- a inclusão do conector “e” entre as duas inequações (Fig. 66);
- o apoio da representação gráfica incluindo os eixos coordenados, a região, a linha do gráfico, os pontos dessa região (Fig. 61);
- a supressão da variável dependente, quando ela se repete nas duas expressões, $y < x^2$ e $y > 0$ (Fig. 64);
- o uso de sinais diferentes em Libras para o mesmo expoente da potência x^2 (Figuras 64 e 65);
- as três formas de representação para o sinal de maior e menor: com o dedo indicador e o médio sem movimento (Fig. 64), com o dedo polegar e o indicador em movimento (Fig. 65) e com o dedo polegar e o indicador sem movimento (Fig. 66);
- a justaposição de sinais para representar a potência x^3 (Fig. 61), conjunto de pontos, entre outros.

Os diferentes registros de representação semiótica representaram um ganho considerável com relação ao discurso utilizado pelos alunos surdos e o ensino e aprendizagem de inequações. O papel da comunicação desempenhado na formação desses conceitos e na aquisição dos sinais em Libras foi possível com o uso de diferentes linguagens e atividades cognitivas.

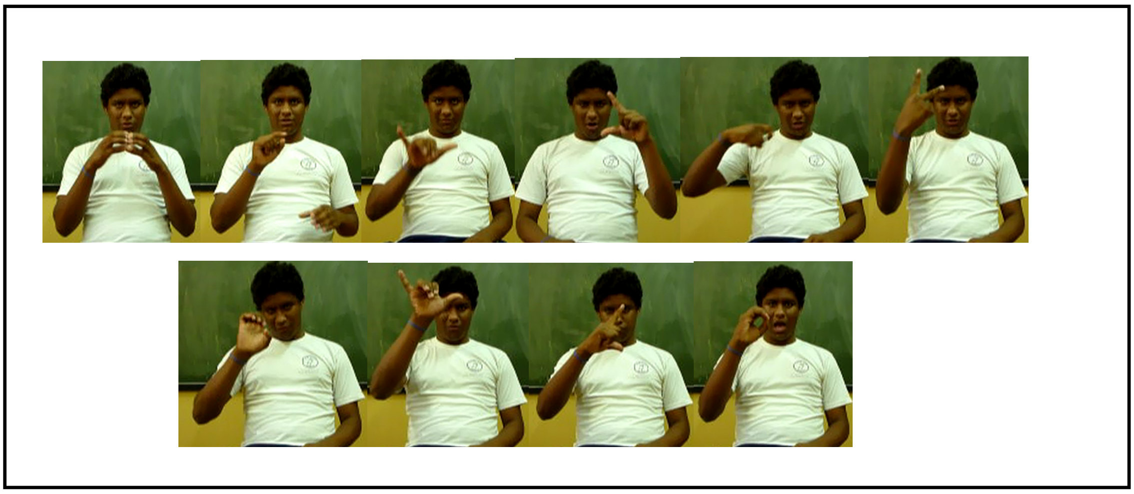


Figura 66: Resposta em Libras da questão 2b, atividade 3, realizada pelo aluno A5
Fonte: Arquivo dos autores

Abordagem Global: Na quarta e última questão, os alunos fizeram a conversão a partir do registro algébrico e da Libras e desta para o Português escrito e depois para o registro gráfico. Por esse motivo, a aula neste dia estava sendo realizada sem os computadores. Os alunos acharam falta dos computadores para realizarem suas tentativas e comprovarem suas respostas. Apenas dois alunos recordaram do gráfico que haviam feito na primeira questão para a inequação y>x, podendo com isso responder ao item a, desta última questão. Percebe-se com isso que o estudo das variáveis gerais de uma inequação depende sempre do estudo das variáveis relativas de uma equação.

Na conversão do item 4b, os alunos deveriam primeiro converter para a representação algébrica e depois representarem graficamente a inequação. A fim de não fornecer a resposta, uma vez que as unidades significantes da representação algébrica são congruentes aos sinais da Libras, a professora não traduziu a questão, esperando que, primeiro, os alunos fizessem suas tentativas. Acostumados com os termos matemáticos na língua portuguesa, trabalhados nas questões anteriores, os alunos rapidamente escreveram a representação algébrica da inequação desejada.

Mesmo que os alunos soubessem diferenciar uma equação e inequação, na representação algébrica e gráfica, os alunos estavam em dúvida de qual região deveriam hachurar após representar a reta. Conforme ocorreu nas questões anteriores, os alunos confundiam o emprego dos sinais “maior que” ou “menor que” com relação aos eixos.

O sinal “<”, para esses alunos, significava tanto os valores à esquerda no eixo x, quanto os valores para baixo em relação ao eixo y. Para a expressão y<x, a dúvida era se a região que eles deveriam hachurar seria o lado esquerdo do gráfico, com relação ao eixo x, ou seria a parte abaixo do gráfico, com relação ao eixo y. Com um olhar mais atento entre variáveis visuais e as variáveis simbólicas, os alunos representaram a região corretamente, sem utilizarem generalizações numéricas de uma abordagem pontual, conforme faziam anteriormente.

5.5 ATIVIDADE 4

1. Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

____

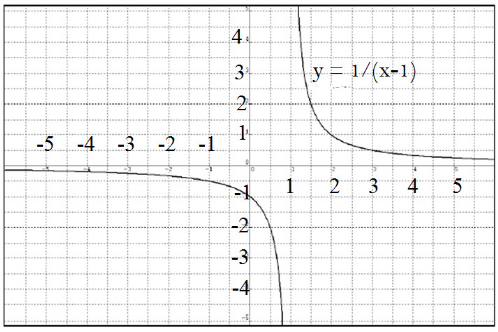
____

____

____

____

____



2. Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

   Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? ____________________.

   Qual o domínio dessa função? D = {______________________________}

3. Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

   Quais são os valores das abscissas que satisfazem a essa restrição? {_________}.

4. Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais?____________________.

   Por quê?____.

5. Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e 1 < x -1. Elas são equivalentes? ______________.

   Por quê? ____.

6. Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? ___________________.

   Por quê? ____.

Objetivos: O principal objetivo desta atividade foi fazer o aluno comparar, por meio de uma abordagem global, o tratamento algébrico com o tratamento gráfico da inequação fornecida. Os objetivos específicos foram: 1) Levar o aluno a perceber que a transposição das técnicas algébricas utilizadas para resolver uma equação com uma variável real, conforme observado no diagnóstico, nem sempre garante a determinação de todos os números reais possíveis para a solução da inequação. 2) Associar o conceito de função com as desigualdades, sem a quebra de sentido e denotação das expressões algébricas, ou seja, converter o registro simbólico 1/(x-1)<1 para o registro gráfico da função f(x) = 1/(x-1) que sejam menores que g(x)=1, conforme a revisão da literatura para as desigualdadeS. 3) Compara o tratamento do registro algébrico, discursivo, com o tratamento do registro gráfico, não discursivo e, com isso, levar o aluno a perceber que, para resolver uma inequação, é preciso utilizar algumas técnicas algébricas que permitam modificar a expressão fornecida inicialmente, substituindo-a por uma expressão equivalente, isto é, uma expressão que permita encontrar todos os valores reais possíveis da variável.

Justificativa: As técnicas algébricas utilizadas para a resolução da inequação com uma incógnita real precisam ser bem entendidas, ao substituir uma inequação por outra que lhe seja equivalente e que preserva as soluções da original. As diferentes formas de representação são importantes para se ler e entender uma definição, bem como aprender as regras e notações que permitem representar um determinado objeto. Portanto, o tratamento da representação gráfica da função f(x)= 1/(x-1) precisa ser globalmente entendido para que se possa escolher os pontos do gráfico que ficam limitados pela restrição f(x)<1 e, assim, relacioná-lo ao tratamento das técnicas realizadas na resolução algébrica.

5.5.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS – ATIVIDADE 4

A quarta atividade foi realizada durante cinco horas/aula. O número de aulas para essa atividade foi maior devido ao tempo dispendido para a resolução algébrica de uma inequação mais complexa. A comparação de uma resolução algébrica (registro discursivo) com a resolução gráfica (registro não discursivo) foi outro fator que elevou o número de aulas para essa atividade. Também estabelecemos o acréscimo de uma aula a mais, que a atividade anterior, devido à conexão do conteúdo de inequações com outros conteúdos relacionados ao conteúdo de função, como o domínio de uma função, a escrita algébrica para o domínio da função, ponto de interseção do gráfico de duas funções, ponto em que uma função não está definida e quando uma função é crescente ou decrescente.

A atividade contou com a participação de seis alunos, um aluno a menos, em decorrência de problemas particulares ocorridos com este aluno. A primeira e a segunda questão dessa atividade foram realizadas em sala de aula, uma vez que a solução pedida era com o tratamento algébrico e o gráfico já estava desenhado na atividade. As outras quatro atividades foram realizadas na sala de informática, para que a técnica utilizada no tratamento algébrico pudesse ser comparada com as regiões gráficas.

Alguns dias antes da aplicação desta atividade em sala de aula, a professora pediu para a pesquisadora uma explicação sobre a resolução das atividades 4 e 5, pois não estava acostumada a realizá-las com os alunos e não as encontrava em livro didático algum. O entendimento e a segurança para a realização das atividades, por parte da professora, foi um fator importante durante a experimentação. A professora não realizava apenas a tradução das questões, como também fazia explicações, de acordo com seus esquemas preparados, respondia às dúvidas dos alunos e auxiliava na adequada aprendizagem dos alunos, sempre em consonância com a pesquisadora.

Abordagem do tratamento algébrico: Diferentemente das atividades anteriores, esta atividade foi iniciada em sala de aula. Sem o uso do computador, os alunos deveriam chegar à solução da inequação desta atividade com a aplicação das técnicas algébricas.

Acostumados a resolver a inequação com o auxílio do *graphequation* e diante da dificuldade em resolverem algebricamente a inequação, alguns alunos pediram para ir à sala de informática. A professora explicou que eles estariam fazendo o processo inverso das atividades anteriores, ou seja, primeiro deveriam apresentar, cada um, a sua resolução algébrica para depois comparar com a solução gráfica.

A *atividade de tratamento* utilizada por todos os alunos foi o método da "multiplicação em cruz", uma forma simplificada do princípio multiplicativo, comum em alguns livros didáticos (JAKUBOVIC, LELIS e CENTURIÓN, 1999, p. 112). A presença de uma fração no primeiro membro da inequação fez com que esse método fosse escolhido por todos e prevalecesse sobre os demais métodos.

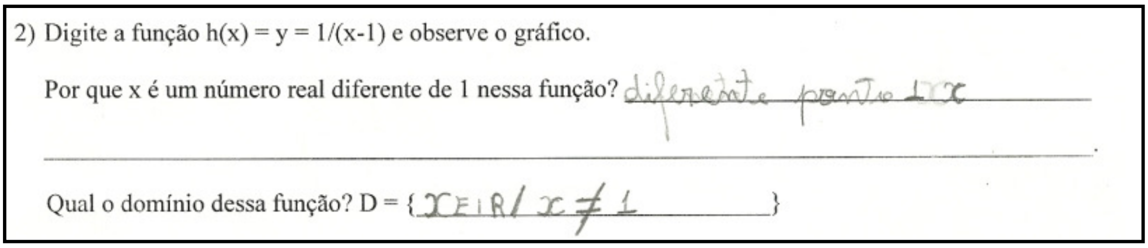
Funções meta discursivas: Os alunos reconheciam o conjunto solução quando o registro de representação era o linguístico, o português escrito, como na atividade anterior, mas não podiam escrever o conjunto solução quando o registro de representação era o simbólico, sem que a tradução em Libras fosse fornecida. Segundo Duval (1999, p. 83), "as funções meta discursivas são as funções cognitivas comuns a todos os registros de representação linguísticos, simbólicos ou figurativos”. No entanto, a linguagem matemática não apresentava semelhança com a estrutura da língua, no caso do português escrito.

Ao contrário, a Libras apresenta uma semelhança com a estrutura matemática. Após a tradução em Libras do conjunto solução que os alunos deveriam escrever em linguagem algébrica, apenas dois, entre os seis alunos, não conseguiram escrever em linguagem algébrica o conjunto solução, $S = \{x \in R \ / \ x>2\}$. Isso foi possível devido à função referencial que já estava estabelecida em Libras, a qual existe um léxico sistemático, que muitas vezes se aproxima da linguagem matemática, como pudemos comprovar na tabela dos termos matemáticos. Por essa razão, a maioria dos alunos não teve a dificuldade em escrever o conjunto solução na linguagem algébrica, mesmo que a resolução algébrica efetuada não estivesse correta.

Para fazer os alunos a perceberem o erro cometido na resolução da inequação, a professora perguntou se os números 3, 2, 0, -5 poderiam fazer parte do conjunto solução por eles encontrado. Nenhum aluno se propôs a tirar prova, ou seja, substituir esses valores na inequação e resolvê-la novamente, com cada um desses números. A resposta fornecida pelos alunos era sustentada sempre com o resultado a que chegaram algebricamente $x>2$, sem perceberem o erro cometido na solução. Essa dificuldade dos alunos já era esperada, conforme análises *a priori*.

Abordagem do tratamento gráfico: Para fazer os alunos perceberem o erro cometido para a resolução algébrica da inequação fornecida, na segunda questão, foi pedido que observassem o gráfico da função $h(x)= 1/(x-1)$ correspondente ao primeiro membro da inequação, com o estudo do domínio dessa função.

Destacaram-se as possíveis formas de representação algébrica da função, em correspondência com a representação gráfica, sendo que para cada valor do eixo das abscissas existe um único valor para o eixo das ordenadas. A professora passou de uma abordagem “pontual” para a “global”, perguntando o que acontecia no gráfico, quando $x = 1$, traduzindo a primeira pergunta desta questão. Apenas um aluno, A6, associou sua resposta ao gráfico, escrevendo a palavra “ponto” (Fig. 67) para designar o valor em que a função não estava definida, enquanto, para os demais alunos, o x era um número qualquer diferente de 1.



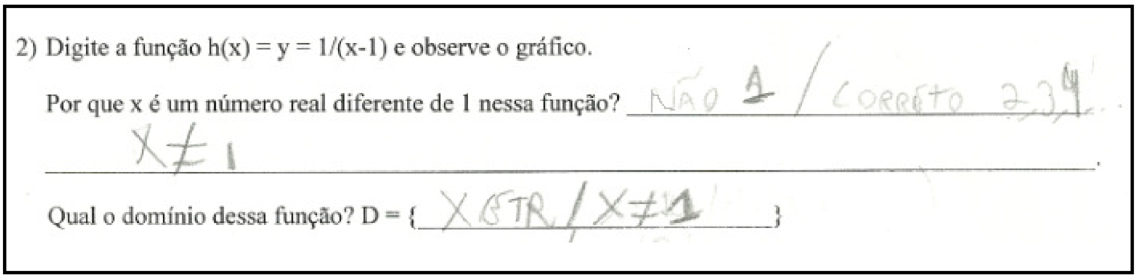
2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? diferente ponto 1 x

Qual o domínio dessa função? D = { x ∈ IR / x ≠ 1 }

Figura 67: Resposta da questão 2, atividade 4, realizada pelo aluno A6
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A5 fez a associação com o resultado da inequação obtido na questão 1, x>2, respondendo no registro numérico, para a primeira pergunta da questão 2, que o valor de x não poderia ser 1 porque o correto seriam os valores “2, 3, 4...”, portanto, o número 1 não estaria incluído (Fig. 68). Apesar de esse aluno realizar a associação com a resolução algébrica da inequação, que não incluía todos os valores do domínio, ele também se apoiou na representação gráfica. Ao transformar o primeiro membro da inequação em uma função, assim como pedia a questão 2, esse aluno respondeu na linguagem algébrica e de forma correta qual era o domínio dessa função.



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? NÃO 1 / CORRETO 2,3,4

X ≠ 1

Qual o domínio dessa função? D = { X ∈ IR / X ≠ 1 }

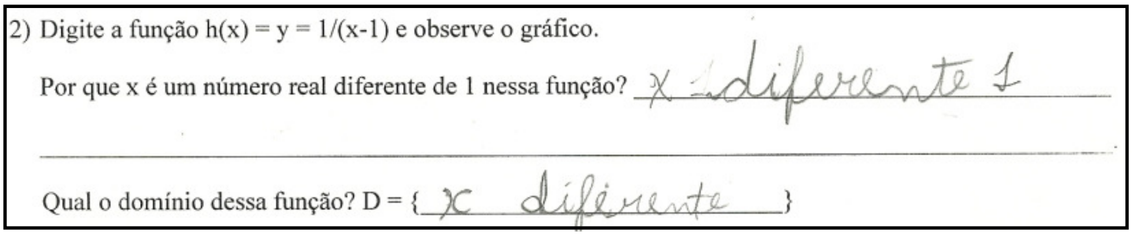
Figura 68: Resposta da questão 2, atividade 4, realizada pelo aluno A5
Fonte: Arquivo dos autores

Os demais alunos responderam, a partir da visualização global do gráfico, que os valores de x chegavam bem próximos da reta imaginária, representada pela equação x=1, mas sem tocá-la. A compreensão dessa resposta foi unânime e só foi possível perceber ao explicarem suas respostas em Libras (Fig. 69).

A mesma resposta não se apresentou em português escrito. A dificuldade de escrita levou os alunos a responderam com as mesmas palavras contidas na pergunta “x diferente de 1”, sem uma justificativa.

Figura 69: Explicação em Libras da questão 2, atividade 4, realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Função reflexiva: Ao escreverem o domínio da função, como o conjunto de todos os valores que a variável independente pode assumir, a segunda pergunta da questão 2 marcou o caráter explícito em relação à primeira pergunta. A palavra domínio sendo explicitada integrou o enunciado inicial em um novo enunciado que declara e define uma função. A princípio, mesmo os alunos não sabendo representar o sinal matemático da palavra "diferente", como o caso do aluno A1 (Fig. 70), eles distinguiram o valor, ou seja, o *status* estabelecido do enunciado inicial implícito e portanto modificaram o sentido desse segundo enunciado, declarando o domínio como um conjunto de todos os valores de x.


2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? x diferente 1

Qual o domínio dessa função? D = { x diferente }

Figura 70: Resolução da questão 2, atividade 4, realizada pelo aluno A1
Fonte: Arquivo dos autores

Mesmo após explicações, o aluno A1 foi o único que manteve a representação no Português escrito, para o sinal "≠", ao escrever o domínio da função.

Operação de enunciação e de designação: A professora escreveu na lousa a terceira questão e o comando para digitarem a função h(x)=y=1/(x-1) que estava na segunda questão realizada na aula anterior. Após digitarem a função, a professora pediu para que todos os alunos lessem e traduzissem para a Libras a questão 3, para depois iniciar sua explicação.

A palavra “restrição” causou muitas dúvidas, tanto para a professora quanto para os alunos, que não sabiam como traduzi-la, dentro do contexto matemático pedido na questão. Segundo Duval (1999, p. 95), “[...] a ausência de um léxico que permita nomear os objetos, constitui uma das características específicas das línguas formais”. Sem uma correspondência a um léxico matemático, a palavra “restrição” provocou uma não congruência entre a expressão da língua escrita e da Libras em relação à tradução da língua formal.

> Há uma diferença considerável, de tamanho e de variedade, entre o conjunto das unidades susceptíveis de cumprir uma função referencial em língua natural e o conjunto de unidades susceptíveis de cumpri-la nas línguas formais. Esta diferença se baseia na ausência de léxico sistemático, e a *fortiori* associativo, nas línguas formais, como as que põem em funcionamento o cálculo dos predicados e a lógica das proposições. As operações de categorização e de descrição não são possíveis diretamente (DUVAL, 1999, p. 94).

A palavra restrição também gerou dúvida aos alunos inclusive na linguagem computacional. Ao digitarem a inequação, os alunos não sabiam se deveriam abrir uma nova janela para escrever a restrição y<1 ou clicariam na opção “tab”, como estavam acostumados a digitar a restrição. Pela sequência das questões, seria possível perceber que uma nova equação, em uma nova janela, deveria ser digitada. No entanto, isso não foi possível devido às questões estarem sendo realizadas num passo mais lento com esses alunos, tendo que realizar em outra aula essa sequência.

O computador foi um aliado importante para os alunos no quesito representação de uma função racional. A função racional h(x) = y = 1/(x-1), como estava escrita na folha e deveria ser digitada, gerou dúvida aos alunos quanto ao registro que aparecia representado no *Graphequation,* $y=\dfrac{1}{x-1}$, após digitarem. Com a mudança automática, realizada pelo *software,* da primeira representação para a segunda, os alunos se convenceram de que eram equivalentes. Alguns alunos, não estando convencidos disso, digitaram de outra forma, sem os parênteses, até perceberem que a representação gráfica era diferente para a função que ficaria com sua representação algébrica, no *Graphequation*, como $y=\dfrac{1}{x}-1$. Tais dúvidas e questionamentos, mesmo não tendo sido esperados, fizeram diferença para a interpretação e entendimento dos diferentes registros de funções, na linguagem algébrica.

Para encontrarem os valores das abscissas que satisfaziam a restrição $y<1$, primeiramente, os alunos teriam que encontrar o ponto de interseção dessa restrição com o gráfico da função $h(x) = y = 1/(x-1)$ e, depois, colorirem os pontos do gráfico que satisfaziam essa restrição. Como os alunos não estavam encontrando exatamente esse ponto de interseção, a professora sugeriu que desenhassem a reta $y=1$ no gráfico que estava na folha de respostas.

A comparação entre o tratamento da inequação $1/(x-1)<1$ e o tratamento gráfica da função $y=1/(x-1)$, sendo $y<1$ a restrição, causou desconforto entre os alunos. Eles tiveram dúvidas a respeito da parte gráfica que deveriam colorir e dificuldades ao escreverem os valores das abscissas que fizessem parte do gráfico com essa restrição.

O grau de dificuldade aumentou nesta terceira questão, uma vez que se estava conteúdos diferentes, tanto do conceito de inequação como o de função e equação, além da mudança constante de um espaço unidimensional para o bidimensional e vice-versa. Essas dificuldades exigiram a realização de novas abordagens pela professora, conforme prevê a metodologia da Engenharia Didática.

Função meta discursiva de objetivação: Na aula seguinte, os alunos digitaram novamente a função da terceira questão e a restrição para essa função. A tradução desta questão foi muito difícil à professora, para que as palavras "satisfaçam" e "restrição" fossem entendidas. Com a palavra "abscissa" não houve problemas; se antes, os alunos precisavam procurar o significado na tabela dos termos matemáticos, agora, fazia parte do vocabulário desses alunos.

A professora realizou um trabalho de exteriorização, com fins de organização, que Duval (1999, p. 83) chama de "trabalho de escritura". Os alunos foram chamados à lousa para terem o controle sobre essa atividade e tomar consciência do que estavam realizando.

Um dos alunos foi chamado à lousa para colorir, sobre o gráfico, a restrição que já haviam digitado no *software,* mas que não haviam compreendido. Esse aluno foi interrogado sobre quais os valores das abscissas, para alguns pontos, que faziam parte dessa região. A resposta foi unânime: todos os alunos não indicaram somente os pontos que faziam parte dessa restrita região, como também apontaram o ponto que não fazia parte do domínio e os pontos do gráfico acima da restrição digitada, ou seja, para $y>1$.

A dificuldade de compreensão, referente à parte do gráfico que deveriam colorir, era claramente perceptível. O gráfico, para a maioria dos alunos, era visto globalmente sem a restrição, mesmo com a reta y=1 já traçada por eles na folha e essa região abaixo da reta destacada no *Graphequation* (Fig. 71). Segundo Duval (1999, p.83), “esta tomada de consciência se faz a modo de projeção e não a modo de uma simples explicitação”. Os alunos necessitavam encontrarem, eles próprios, a região que estava sendo pedida no gráfico, mesmo que a explicitação desta área no *software* já estivesse sendo fornecida.

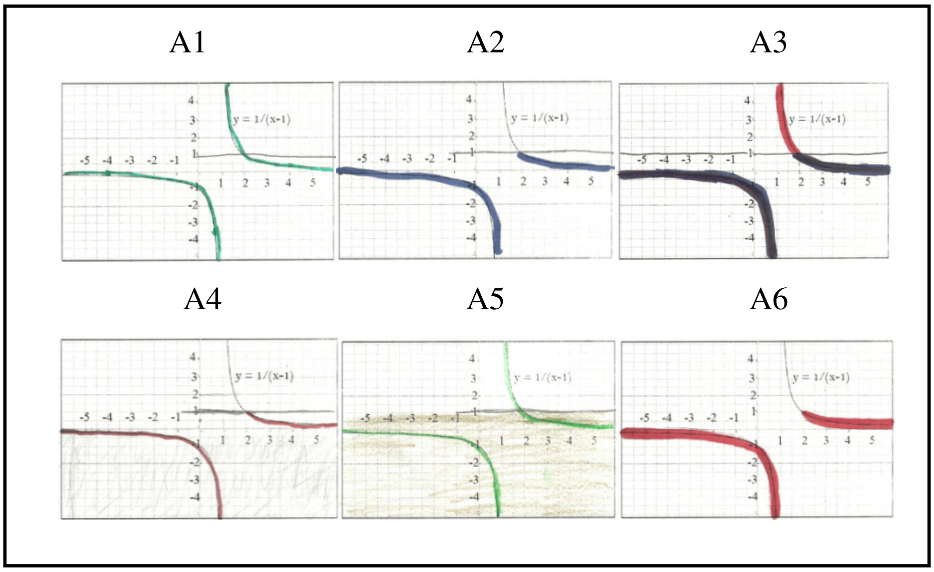


Figura 71: Resposta da questão 1, atividade 4, realizada por todos os alunos
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A1 foi o único que não coloriu o gráfico corretamente, mesmo com o acompanhamento da professora ou da pesquisadora. Dois alunos, A3 e A5, inicialmente coloriram erroneamente todo gráfico, mas, depois de alguns minutos, perceberam a relação entre a restrição e o gráfico, identificando corretamente os pontos do gráfico que satisfaziam essa restrição.

A objetivação, nesta questão, não estava ligada a uma língua ou à linguagem algébrica; ela foi realizada por meio do sistema semiótico figurativo e da linguagem gráfica. Todos os alunos, com o seu gráfico colorido, puderam localizar os valores das abscissas que satisfaziam à restrição e escreveram a solução na forma de conjunto, conforme haviam realizado nas questões anteriores. Alguns alunos ainda escreviam, no lugar do conector “e”, a vírgula “,” ou a barra “/”para a solução, $S = \{x \in R / x<1 \text{ e } x>2\}$ (Fig. 72).

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $S=\{x \in \mathbb{R} / x<1, x>2$ }.

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $X \in \mathbb{R} / X<1 / X>2$ }.

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $S=\{x \in \mathbb{R} / x<1$ e $x>2\}$.

Figura 72: Resposta da questão 3, atividade 4, realizada
pelos alunos A3, A5 e A6, respectivamente
Fonte: Arquivo dos autores

Ao comparar as respostas da resolução algébrica com a resolução gráfica, na quarta questão, dos seis alunos que estavam presentes nesta aula, apenas dois alunos, A1 e A4, não conseguiram responder adequadamente o porquê não eram iguais as soluções. (Fig. 73).

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? não.
Por que? $x<2$.

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? não.
Por que? falta porque.

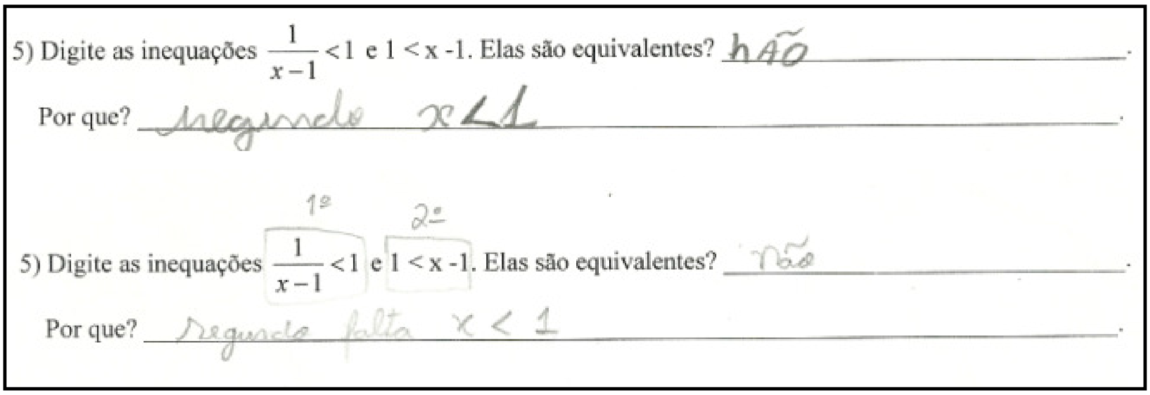
Figura 73: Resposta da questão 4, atividade 4, realizada pelos alunos A1 e A4
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A1 respondeu que não eram iguais as respostas e, ao justificar, ele escreveu algebricamente o intervalo x<2, referindo-se aos valores à esquerda de x=2 que faltava na resposta da questão 1, mas com a inclusão de alguns pontos que não pertenciam ao gráfico. Para esse aluno, a incompreensão dos pontos que não faziam parte do gráfico é perceptível desde o momento em que coloriu o gráfico por completo (Figura dos gráficos). As diferentes formas de representação ainda não estavam claras para ele; o conjunto solução não foi escrito na forma de conjunto após resolver algebricamente a inequação e não foi capaz de escrever em forma de conjunto o domínio da função, escrevendo por extenso o sinal “≠”.

Os outros quatro alunos responderam corretamente que não eram iguais as respostas, justificando a falta dos pontos quando x<1. A mesma resposta, apresentada na nesta quarta questão, foi apresentada na quinta questão por dois alunos.

Na quinta questão, destinada a comparar a inequação inicial 1/(x-1)<1 com a inequação 1<(x-1), após multiplicarem em cruz os dois membros da desigualdade, todos os alunos perceberam que não eram equivalentes as duas inequações ao compararem os seus respectivos gráficos. As respostas fornecidas pelos alunos foram escritas de quatro formas diferentes.

Dois alunos responderam da mesma forma que a questão anterior, com o conjunto de valores das abscissas (Fig. 74), na linguagem algébrica.


5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? não

Por que? segundo $x<1$

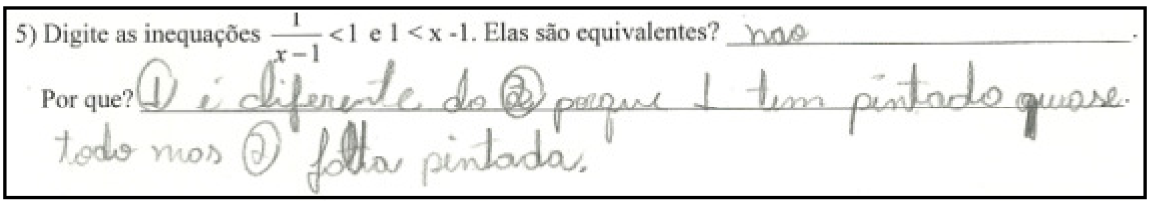
1º 2º

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? não

Por que? segundo falta $x < 1$

Figura 74: Respostas da questão 5, atividade 4, dos alunos A1 e A3
Fonte: Arquivo dos autores

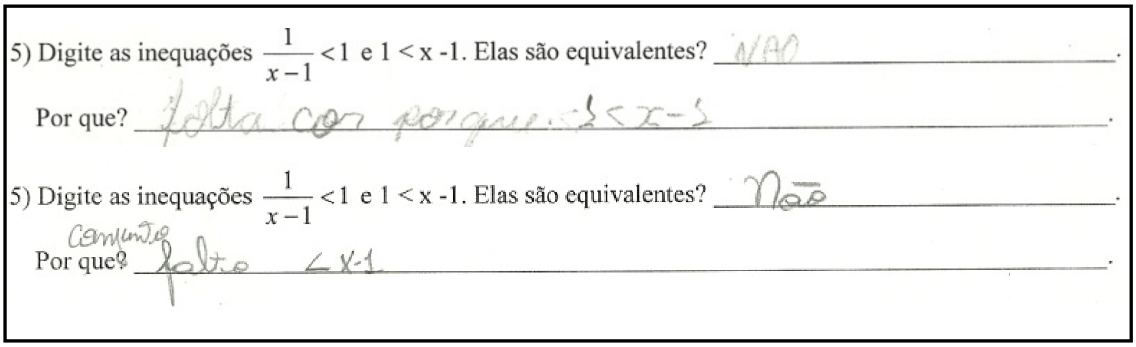
Três alunos responderam conforme a região que se apresentava no *Graphequation*, num espaço bidimensional, mas o aluno A2 respondeu apenas na língua portuguesa escrita (Fig.75).


5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? nao

Por que? 1 é diferente do 2 porque 1 tem pintado quase todo nos 2 falta pintada.

Figura 75: Resposta da questão 5, atividade 4, realizada pelo aluno A2
Fonte: Arquivo dos autores

Os outros dois alunos, A4 e A6, responderam com a representação algébrica, além da língua portuguesa escrita, referindo-se à inequação 1<(x-1) que faltava a região ou conjunto de pontos quando x<1 (Fig. 76).


5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? NÃO

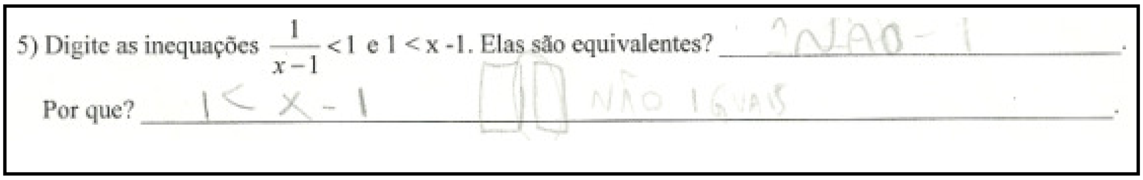
Por que? falta con porque: $1 < x - 1$

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? Não

Por que? conjunto falta $< x - 1$

Figura 76: Resposta da questão 5, atividade 4, realizada pelos alunos A4 e A6
Fonte: Arquivo dos autores

A quarta representação foi apresentada pelo aluno A5 na forma geométrica juntamente com a linguagem algébrica (Fig. 77), ao invés de utilizar o português escrito para as palavras “pintado” ou “conjunto”, conforme os demais alunos.


5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? NÃO - 1

Por que? $1 < x - 1$ NÃO IGUAIS

Figura 77: Resposta da questão 5, atividade 4, realizada pelo aluno A5
Fonte: Arquivo dos autores

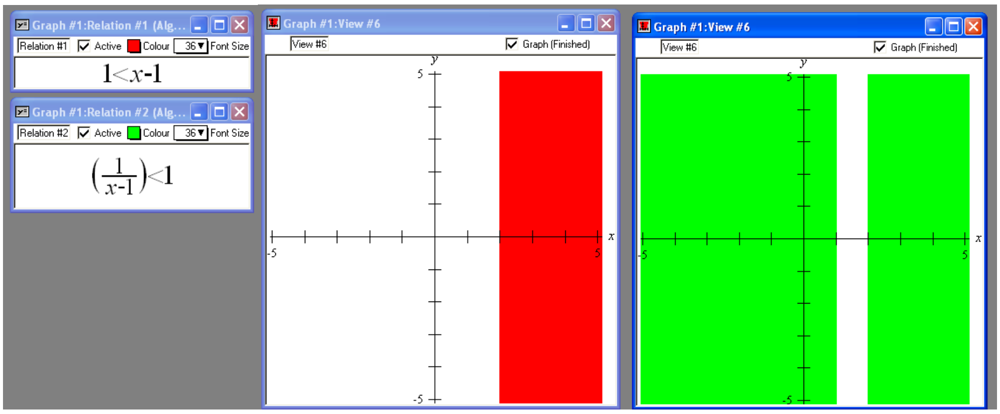
Nesta questão 5, esse aluno respondeu em conexão com as duas linguagens, simbólica e geométrica, para explicar o porque as inequações não eram equivalentes. No geral todos os alunos estavam realizando conexões entre a linguagem discursiva (língua escrita ou simbólica) e não discursiva (gráfica ou geométrica), que segundo Duval (1999) é uma das atividades mais importantes de se realizar.

Podemos inferir com estes resultados que a função de objetivação, sucedida com a conversão de pelo menos dois registros e em linguagens diferentes, foi alcançada pelos alunos, o que permitiu-lhes realizar as atividades cognitivas de transformação que antes não eram capazes, conforme os resultados encontrados no diagnóstico.

Funções meta discursivas de comunicação e de tratamento: A sexta questão foi a de mais difícil compreensão, por parte dos alunos, que as anteriores. Nesta questão, foi possível presenciar, com mais ênfase, a função de comunicação e a de tratamento devido à falta de objetivação. Para a função de tratamento, “toda a informação que se recebe deve poder transformar e de modo tal que possam extrair dela outras informações" (DUVAL, 1999, p. 83). Para isso, a professora precisou resolver novamente a equação algébrica com o gráfico ao lado, recordando cada passo da técnica utilizada para resolução.

Por meio da função de comunicação, a professora organizou e reagrupou os elementos realizados nas atividades anteriores, de modo que houvesse uma transmissão, difusão e intercâmbio das informações. Ela escreveu ao lado da inequação entre parênteses (técnica ou regra de multiplicação em cruz). Após ter resolvido toda inequação, a professora explicou que, a cada simplificação realizada, a expressão encontrada teria que ser equivalente, ou seja, a mesma resposta que a expressão anterior. No entanto, nas questões anteriores, as respostas não mostraram isso; por isso realizaram mais uma vez o tratamento gráfico para essas duas inequações.

Fizeram o que já haviam realizado nas aulas anteriores, comparando a inequação com sua resolução gráfica. A inequação 1<x-1 foi digitada novamente no *Graphequation,* obtendo apenas a região para os valores da abscissa maiores que dois, x>2, equivalente ao resultado algébrico encontrado (Fig. 78a).



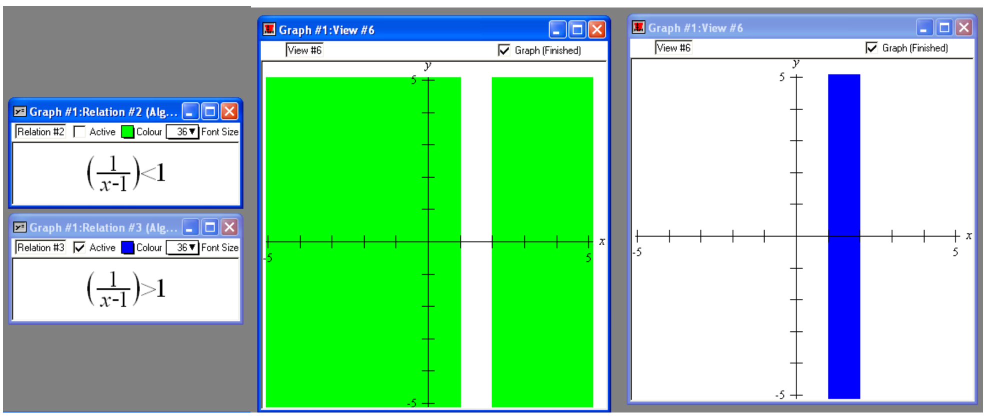
a b

Figura 78: Respostas da inequação 1<x-1 e 1/(x-1)<1 no *Graphequation*
Fonte: Arquivo dos autores

Depois digitaram a inequação inicial 1/(x-1)<1, constando no *Graphequation* que a região dessa inequação não era a mesma que da inequação 1<(x-1) considerada equivalente na resolução algébrica (Fig. 78b).

Na concepção dos alunos, estava claro que faltava a região do gráfico para os valores das abscissas para x<1, que com a técnica algébrica não foi possível chegar. Todos os alunos chegaram ao objetivo desta atividade, fazendo a conexão entre a resolução algébrica e a gráfica, mas sem se conformarem que a técnica utilizada estaria totalmente errada. Para eles apenas faltava uma das respostas, para os valores menores que x<1.

O aluno A2, com esse raciocínio, foi direto na inequação e mudou o sinal de 1/(x-1)<1 para 1/(x-1)>1 e digitou no *Graphequation,* obtendo a região entre os valores um e dois das abscissas, 1<x<2 (Fig. 79b), ao contrário do que ele esperava para a região com os valores das abscissas em x<1 e x>2 (Fig. 79a).



a b

Figura 79: Resposta das inequações 1/(x-1)<1 e 1/(x-1)>1 no *Graphequation*
Fonte: Arquivo dos autores

Na técnica algébrica, ao aplicar o princípio multiplicativo, a inequação é resolvida dessas duas formas: sem a mudança de sinal quando o fator multiplicativo é positivo "(x-1)>0" e com a mudança de sinal quando o fator multiplicativo é negativo "(x-1)<0". No entanto, no *Graphequation* as regiões que se apresentavam eram as respostas finais para cada uma dessas inequações, sem mostrar o processo de resolução desenvolvido, passo a passo, nesta atividade. A interseção entre o gráfico da função e a região de restrição, quando são separados cada membro da desigualdade, é considerada outra técnica utilizada para resolver graficamente uma inequação.

O tratamento realizado tanto para a resolução gráfica quanto para a resolução algébrica é necessário. As propriedades pertinentes de cada sistema de representação permitiram resolver a inequação e comparar os resultados para chegar a um resultado completo que a técnica utilizada pelos alunos, aprendida no ensino fundamental para resolução de uma equação, não permitiu.

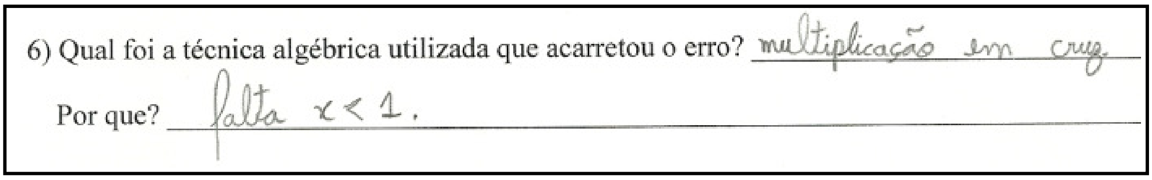
No final desta atividade, os alunos estavam reconstruindo, por conjecturas, seus próprios questionamentos e dúvidas das técnicas que vinham sempre utilizando e eram transpostas para as inequações. A resolução de uma inequação não significava apenas uma resolução algébrica; eles comparavam com a resolução gráfica, estabelecendo as conexões entre registros.

A leitura em português fez com que os alunos reconhecessem a diversidade de linguagens que antes não era familiar para eles. Ao ler em português "técnica algébrica", eles não entendiam o seu significado. A resolução matemática de qualquer problema significava, para eles, a realização de um tratamento dentro de um único sistema, neste caso, o algébrico.

Novos discursos foram produzidos em Libras o que levou a ganhar novos significados que antes se limitavam a um único registro, conhecido como "a resolução matemática". Os alunos, para responder a questão em português, tinham que antes responder em Libras as conclusões a que haviam chegado desta atividade (Fig. 80).

Figura 80: Resposta em Libras da questão 6, atividade 4, fornecida pelo aluno A2
Fonte: Arquivo dos autores

Todos os alunos chegaram à conclusão de que a técnica que acarretou o erro foi "a multiplicação em cruz". No entanto, eles não consideraram como um erro e, sim, que estaria apenas faltando uma resolução para completar o resultado a que deveriam chegar (Fig. 81).


6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? multiplicação em cruz

Por que? falta $x < 1$.

Figura 81: Resolução da questão 6, atividade 4, realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Esses resultados foram além do esperado. Nas atividades anteriores, os alunos respondiam a partir do registro que estava sendo trabalhado, sem a conexão dos outros sistemas que já haviam estudado. Desta vez, a comparação entre o tratamento do registro algébrico e do registro gráfico levantou dúvidas e questionamentos sobre a solução, antes inquestionáveis.

Para a explicarem a solução algébrica, alguns alunos recordaram o que haviam realizado nas atividades anteriores e começaram a levantar conjecturas e estabelecer conexões entre as unidades simbólicas "$<$", "$>$" e "$=$" e as unidades visuais da representação gráfica, ou seja, entre as regiões e a linha do gráfico. Dessa forma, a solução inesperada induziu os alunos a procurarem uma técnica adequada e assim realizarem as conexões necessárias que antes não estavam estabelecidas.

5.6 ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2 < 4$, um colega resolveu da seguinte forma:
   "EXTRAINDO A RAIZ QUADRADA DOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

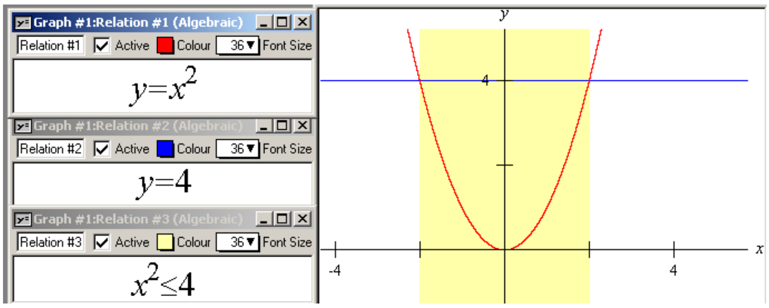
   Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? __________________.
   Por quê? ____.

b) Você concorda com a solução do colega? _______________.
   Por quê? ____.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 <$ 4 em duas funções.

Observe o gráfico e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= {______________________________}

3. Sua solução coincide com a solução do colega? _______________.

Justifique ____.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique ____ .

Objetivos: Estabelecer conexões entre as resoluções algébricas e gráficas, no caso específico de inequações do tipo $x^2 < a$, com um número real positivo não nulo; utilizar a conexão entre registros a fim de que o aluno perceba que alguns cuidados devem ser tomados ao resolver uma inequação quando se utiliza as mesmas técnicas empregadas para as equações.

Justificativas: Nesta sequência didática, estamos interessados em utilizar funções de uma variável real (variável independente) com valores reais (variável dependente), para discutir a resolução algébrica de equações /inequações de uma incógnita. Lembramos que a incógnita representa todos os valores possíveis que satisfazem a equação /inequação e esses valores precisam ser determinados.

5.6.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS – ATIVIDADE 5

A quinta e última atividade foi realizada durante três horas/aula. O número de horas/aula para essa atividade está na média de todas as atividades realizadas; tempo normal que os alunos levavam para responder de quatro a oito questões, dependendo da complexidade de cada questão e do grau de congruência das conversões realizadas.

Esta atividade contou com a participação de todos os sete alunos da primeira questão; as demais questões, 2,3 e 4, contou com a participação de um aluno a menos.

As folhas de respostas foram distribuídas para os alunos enquanto a professora passava na lousa o esquema para a explicação da primeira questão. A escolha, por passar na lousa, foi adotada pela professora como forma de explicação e tradução das questões, o que no início das atividades era realizado com o *data show*. Mesmo com o *data show,* a professora sentia necessidade de escrever na lousa seus esquemas, gráfico, tabelas ou o que necessitasse para traduzir e explicar as questões.

Lembrando que, antes de aplicar as atividades com os alunos, a professora pediu uma orientação de resolução desta atividade 5, assim como a da atividade anterior, que eram diferentes das que costumava realizar e que não se encontram em livros-textos. De acordo com a orientação recebida, ela preparava seus próprios esquemas de tradução e explicação para os alunos.

Operação de enunciação e de designação: Antes de começar a sua tradução, a professora pediu que todos juntos realizassem a leitura e a tradução em Libras da primeira questão que havia escrito na lousa. Logo após, a professora fez a tradução, destacando a palavra "colega" como um ouvinte de outra escola, para que os alunos o reconhecessem como uma pessoa alheia a seu grupo e que, portanto, estaria utilizando resoluções que não haviam aprendido entre eles.

A professora utilizou a palavra "técnica", designada na última questão da atividade anterior. Ela se referiu à técnica como a forma de resolução efetuada na questão, circulando todo o processo descrito na folha de resposta "EXTRAINDO A RAIZ QUADRADA DOS DOIS LADOS".

A resolução que estava pronta na questão foi apagada da lousa e realizada, passo a passo, pela professora com a participação de todos os alunos presentes na aula. Ao término da resolução, foi pedido que os alunos lessem mentalmente o item a, cada qual com sua folha de respostas. Alguns alunos inclusive iniciaram a resolução no *graphequation* do que estava sendo pedido, enquanto a pesquisadora passava auxiliando no seu desenvolvimento e a professora terminava de escrever os itens dessa questão na lousa.

A palavra “equivalente”, para que os alunos entendessem em Libras o seu significado, foi traduzida pela professora de acordo com a definição. Para serem equivalentes, as duas inequações (a inequação inicial e o seu resultado), que estavam sendo comparadas, deveriam ter o mesmo resultado, ou seja, a mesma região no gráfico após digitarem no *software*, de acordo com o que estava sendo pedido.

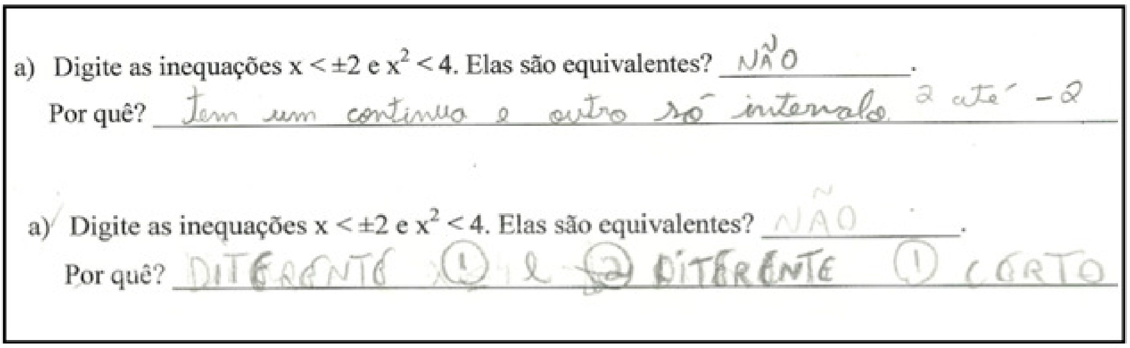
Dois alunos, que terminaram primeiro, foram chamados para desenharem na lousa o resultado dos gráficos que encontraram para as duas inequações, auxiliando na resolução de quem ainda não havia conseguido. Ao final, todos os alunos chegaram à conclusão de que as inequações não eram equivalentes, devido à região do gráfico encontrada para cada inequação. Cada aluno foi chamado para ir à lousa e justificar sua resposta.

A justificativa de todos os alunos se referia à diferença das regiões encontradas (Fig. 82), com relação às diferentes representações algébricas $x< \pm 2$ e $x^2 < 4$.

Expoente 2 juntou 4

Figura 82: Justificativa da questão 1a, atividade 5, realizada pelo aluno A7
Fonte: Arquivo dos autores

O aluno A5 respondeu que a inequação correta seria a primeira (Fig. 83), sem levar em conta que uma inequação era a solução da outra e, portanto, para a primeira inequação ser correta, as duas deveriam ser equivalentes.



a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.
Por quê? tem um continuo e outro só intervalo 2 até -2

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.
Por quê? DIFERENTE ① e ② DIFERENTE ① CERTO

Figura 83: Resposta da questão 1a, atividade 5, realizada pelos alunos A3 e A5
Fonte: Arquivo dos autores

Na aula seguinte, a professora reescreveu na lousa as questões 1a e 1b com o desenho da região formada pelas inequações $x< \pm 2$ e $x^2 < 4$, comparadas no *graphequation* pelos alunos (Figura. 84).

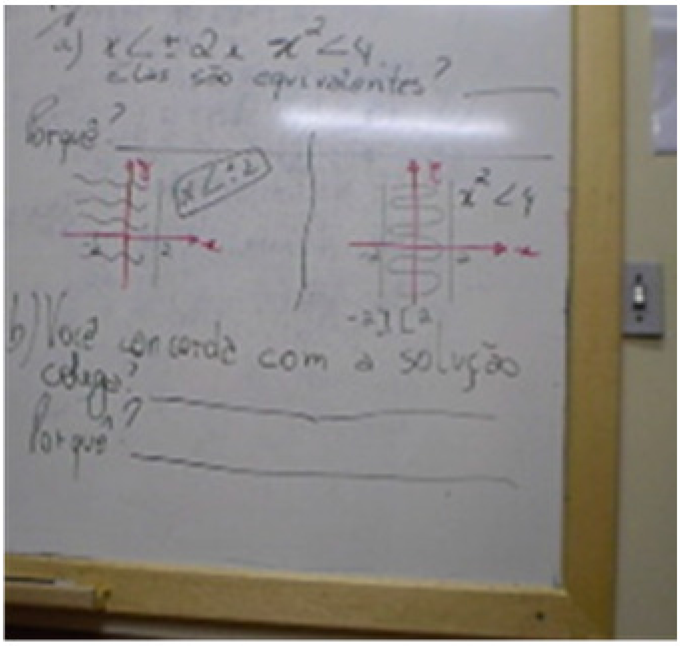
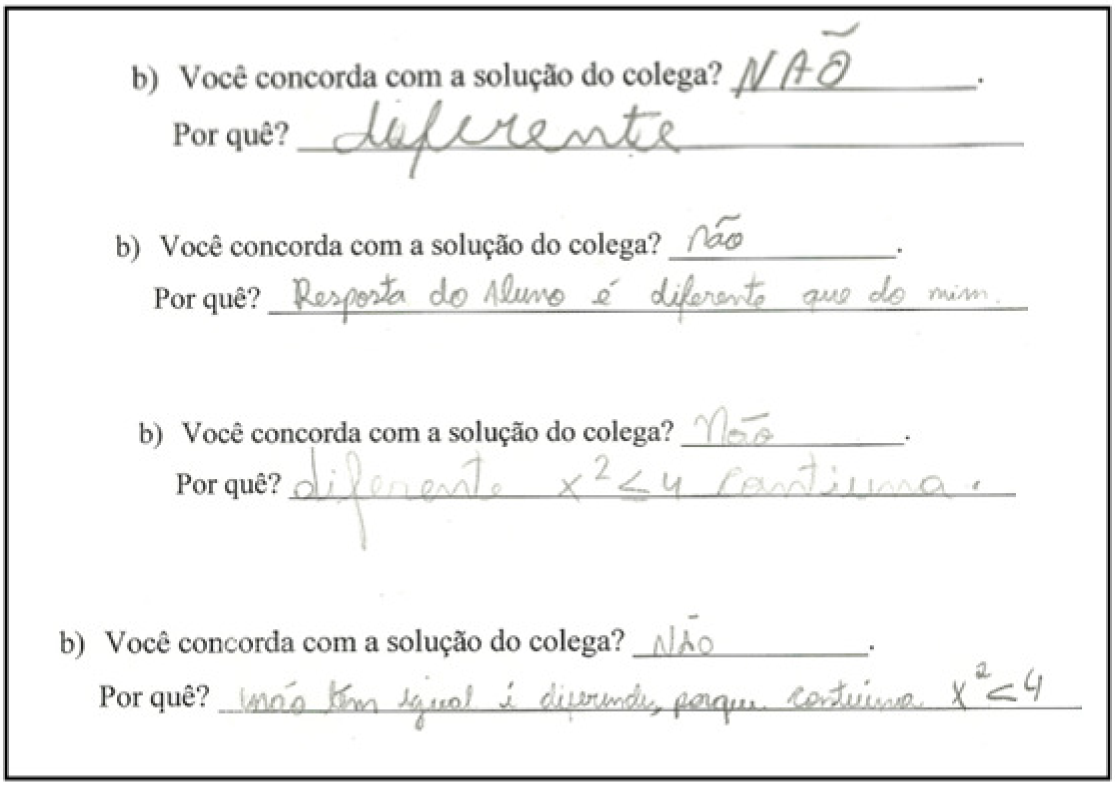


Figura 84: Esquema das questões 1a e 1b realizado pela professora
Fonte: Arquivo dos autores

A professora reescreveu a resolução apresentada no enunciado com a solução S = {x∈R | $x < \pm 2$} e questionou, novamente, se era equivalente com a inequação inicial, o que levou os alunos a concluírem que a solução apresentada não poderia estar correta.

Todos os alunos responderam na questão 1b que não concordavam com a solução apresentada e justificaram com a comparação gráfica realizada por eles no *graphequation* (Fig. 85).

O aluno A3, ao escrever “Resposta do aluno é diferente que do mim” preocupou-se em escrever de forma matemática, perguntou se a palavra “resposta” combinava com a Matemática, sem se preocupar com a escrita do português correto. Esse aluno escreveu “aluno” no lugar da palavra “colega”, devido à designação realizada pela professora, ao explicar que a palavra “colega” era um aluno ouvinte que já havia resolvido essa questão em outra pesquisa.


b) Você concorda com a solução do colega? NAÕ.
Por quê? diferente

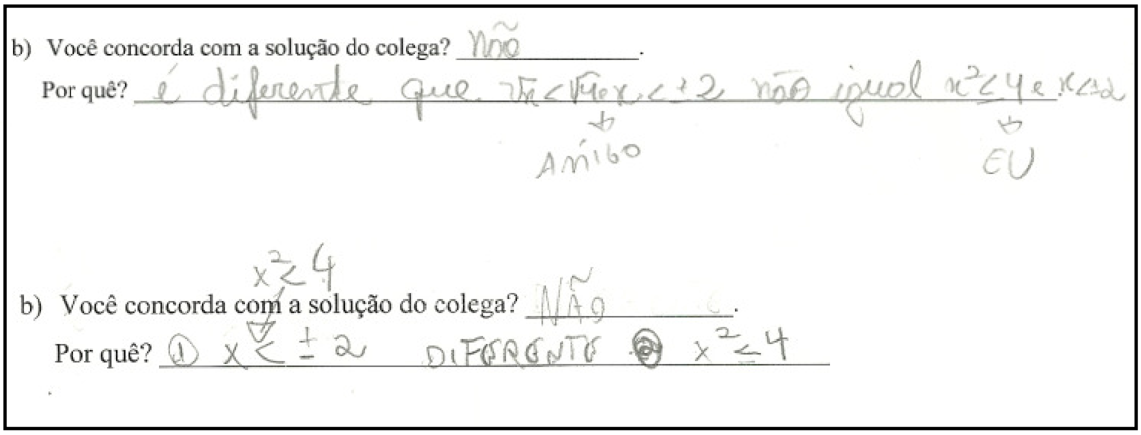
b) Você concorda com a solução do colega? Não.
Por quê? Resposta do Aluno é diferente que do mim.

b) Você concorda com a solução do colega? Não.
Por quê? diferente $x^2 \leq 4$ continua.

b) Você concorda com a solução do colega? NÃO.
Por quê? não tem igual é diferente, porque continua $x^2 < 4$

Figura 85: Resposta da questão 1b, atividade 5, realizada pelos alunos A1, A3, A4, A6 e A7
Fonte: Arquivo dos autores

Apenas dois alunos, o A2 e A5, consideraram como incorreto o processo, indicando em suas respostas a extração da raiz quadrada dos dois lados e o uso de uma flecha para se referir à resolução da inequação, respectivamente (Fig. 86).



b) Você concorda com a solução do colega? não.

Por quê? é diferente que $-\sqrt{4}<\sqrt{4}<x<2$ não igual $x^2<4$ e $x<2$

AMIGO EU

$x^2<4$

b) Você concorda com a solução do colega? NÃO.

Por quê? ① $x<\pm 2$ DIFERENTE ② $x^2\leq 4$

Figura 86: Resposta da questão 1b, atividade 5, realizada pelos alunos A2 e A5
Fonte: Arquivo dos autores

Atividade de tratamento: Na última aula, a professora escreveu na lousa o enunciado da segunda questão (Fig. 87a) e traduziu que deveriam separar cada membro da inequação em duas funções e encontrar a solução por meio da restrição y<4. Após cada aluno realizar no *software* o que foi pedido na questão, um dos alunos foi chamado à lousa para escrever a sua resposta no gráfico. Esse aluno pintou a região abaixo de y=4 que coincidisse com a função $y=x^2$ (Fig. 87b), utilizando a restrição y<4, de acordo com a atividade anterior. Alguns minutos foram esperados para que cada um escrevesse a resposta algébrica do conjunto solução, conforme a solução encontrada graficamente.

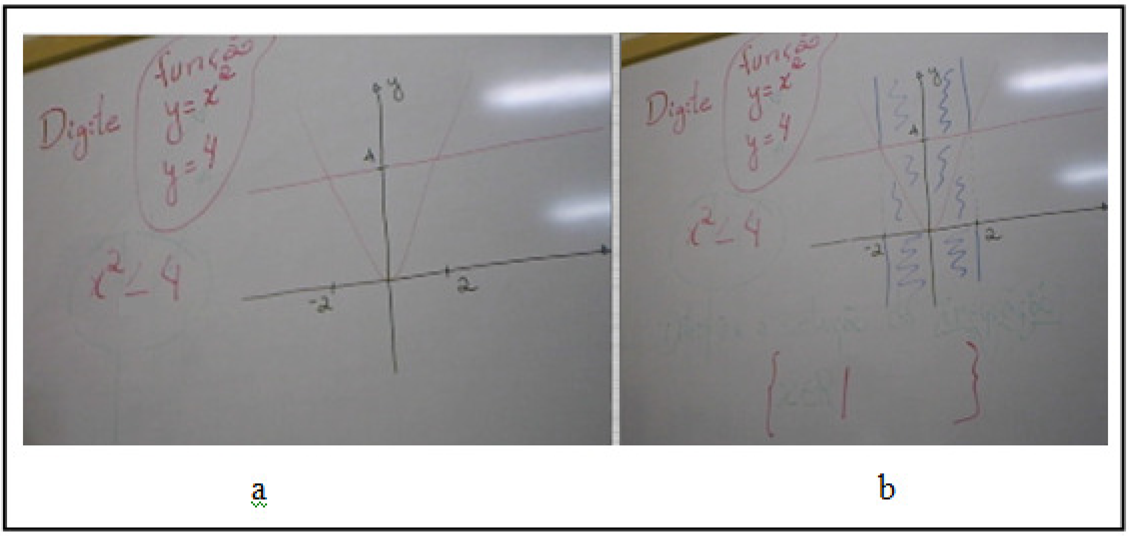


Figura 87: Resposta da questão 2, atividade 5, realizada pelo aluno A3

Fonte: Arquivo dos autores

Todos os seis alunos chegaram a uma resposta coerente para a solução algébrica da inequação $x^2 < 4$, por meio da *atividade tratamento* gráfico. Duas representações foram utilizadas pelos alunos para escreverem esta solução: uma com o conectivo “e” e outra sem o conectivo (Fig. 88a e b).

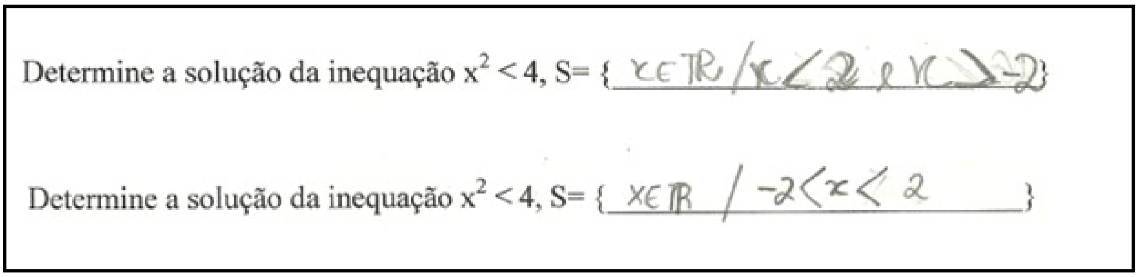


Figura 88: Respostas da questão 2, atividade 5, realizada de duas formas diferentes
Fonte: Arquivo dos autores

Institucionalização do aprendizado: O aluno A3 digitou todas as funções pedidas $y=x^2$ e $y=4$ e as inequações $x^2<4$ e $-2<x<2$, para tirar a prova da solução encontrada, confirmando o processo de equivalência entre inequações, conforme a atividade realizada anteriormente.

Figura 89: Confirmação da equivalência entre as inequações,
atividade 5, realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Todos os alunos foram convidados a tirar a prova da solução que encontraram, mas, dos seis alunos que estavam presentes, apenas um não conseguiu chegar à solução algébrica adequada (Fig. 90)

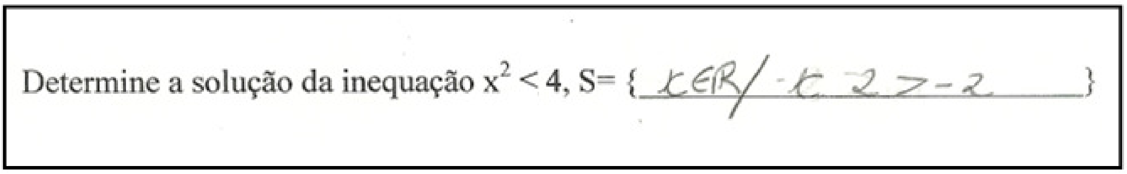
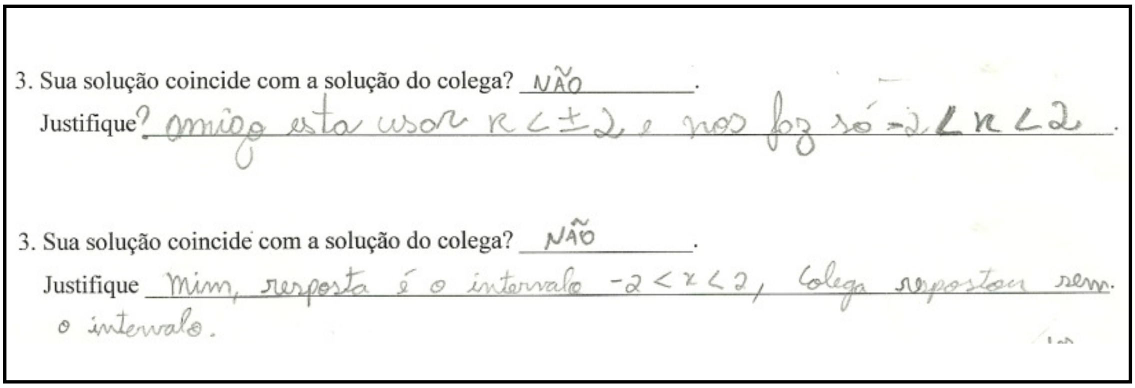

Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in \mathbb{R}$ / $-x$ 2 > -2 }

Figura 90: Resposta da questão 2, atividade 5, do aluno A7
Fonte: Arquivo dos autores

Na questão 3 (Fig. 91), todos os alunos concordaram com isso: que a solução que eles encontraram não coincidia com a solução do colega, no início da atividade, justificando suas respostas por meio da comparação das regiões gráficas de cada solução. A preocupação dos alunos estava em responder sua justificativa matematicamente, ou seja, na linguagem formal, mesmo que pedisse uma justificativa na língua escrita. Nesta atividade, os alunos já reconheciam a diferença entre os diferentes tipos de representação, por isso, se preocupavam mais em escrever na linguagem formal.


3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.
Justifique? amigo esta usar $x < \pm 2$, e nos fez só $-2 < x < 2$.

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.
Justifique Mim, resposta é o intervalo $-2 < x < 2$, Colega respostou sem. o intervalo.

Figura 91: Resposta da questão 3, atividade 5, dos alunos A2 e A3
Fonte: Arquivo dos autores

Na última questão, esperava-se que os alunos respondessem que não havia o processo de equivalência na solução algébrica realizada pela "colega", quando comparado com o gráfico dessa inequação. Apesar de terem respondido na questão 2 que a solução do "colega" e a inequação inicial não eram equivalentes, a justificativa dos alunos nesta última questão não deixou claro esse fato (Fig. 92).

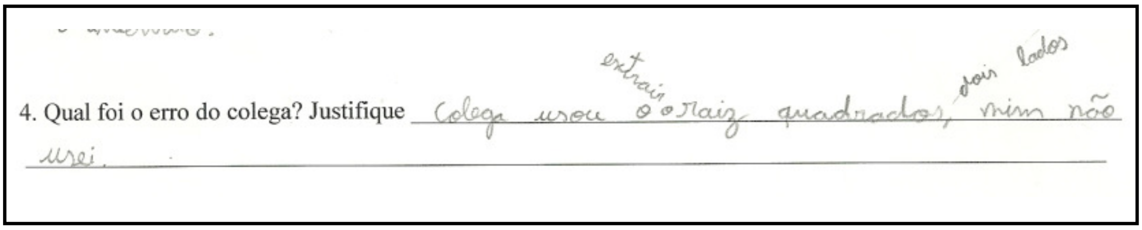

4. Qual foi o erro do colega? Justifique Colega usou ~~o~~ o extrair raiz quadrados dois lados, mim não usei.

Figura 92: Resposta da questão 4, atividade 5, realizada pelo aluno A3
Fonte: Arquivo dos autores

Mesmo que o estudo dos sinais com o módulo de x, no processo de extração da raiz quadrada, não tivesse sido realizado com os alunos, eles perceberam a falta de determinadas propriedades, ou técnicas como eles chamavam, para que as resoluções algébricas fossem realizadas com sucesso, tanto nesta atividade quanto na anterior, ao compararem com a solução gráfica.

Com a *atividade de tratamento* gráfico, a resposta coerente para a inequação $x^2 < 4$ ficou evidente para todos os alunos, de modo que eles pudessem realizar outras formas de tratamento, estabelecendo a conexão entre conteúdos da inequação, equação e função, na representação algébrica e da gráfica, segundo as propostas do PCN e a teoria de Duval (2009) que direcionou este estudo.

O próximo passo, que não fez parte deste estudo, seria direcionar as atividades para o tratamento algébrico das inequações que requerem outras propriedades que não a simples aplicação das regras utilizadas para resolver uma equação.

Sexta Seção

UM DISCURSO DIFERENTE DA LIBRAS

No desenrolar desta pesquisa enfrentaram-se muitas questões que valeriam a pena serem investigadas com alunos surdos. Uma dessas questões referia-se à falta de estudos em educação matemática para surdos relativos aos aspectos cognitivos das representações semióticas presentes na álgebra. Por esse motivo, na presente seção são descritas as análises desses diferentes registros de representação semiótica referente à álgebra, só que agora em outro contexto: os utilizados por alunos surdos em um processo de inclusão diferente ao brasileiro. São apresentados, de forma sucinta, o processo de inclusão na Espanha, os objetivos e procedimentos, os conhecimentos prévios dos alunos e os resultados encontrados.

6.1 A INCLUSÃO NA ESPANHA

A utilização da língua de sinais na educação dos surdos na Espanha teve início no século XVI com o monge beneditino D. Pedro Ponce de León; que empregou com as crianças surdas um sistema gestual de comunicação. Os beneditinos, nessa época, eram obrigados a guardar silêncio e se comunicavam com signos manuais. Esse fato permitiu "[...] a revolução das crenças professadas durante muito tempo a respeito das pessoas surdas, contribuindo com uma mudança gradual da mentalidade que se tinha sobre as mesmas e seu lugar na sociedade" (ESPANHA, 2007, p. 43251).

Essa pedagogia foi utilizada por D. Manuel Ramírez de Carrión, ao instruir as crianças surdas, preparando-as para que se integrassem na sociedade; obteve-se uma mudança de metodologia no século XVII. Segundo Espanha (2007), um passo importante foi realizado historicamente na Espanha com a estandardização da língua de sinais, na segunda metade do século XVIII. Obras foram traduzidas para língua natural das pessoas surdas, como o dicionário de mímica e datilologia de Francisco Fernández Villabrille, com 1.500 sinais em língua de sinais espanhola.

Ainda Espanha (2007), consta que no século XIX se institucionaliza a educação das pessoas surdas, cegas e surdocegas, em consequência da integração linguística e social entre elas, além do desenvolvimento sistematizado das primeiras línguas de sinais da Espanha e da Catalunha.

Nos últimos anos do século XX, muitas reivindicações foram feitas no sentido do reconhecimento das línguas de sinais Espanhola e Catalã, em função dos resultados de numerosas investigações, tanto na Espanha como no âmbito internacional, que comprovam que as línguas de sinais cumprem todos os requisitos de uma língua natural e possuem características gramaticais, sintáticas e lexicais próprias.

Estudos linguísticos sobre as línguas de sinais, desenvolvidos após a década de 1960, particularmente por Stokoe, nos Estados Unidos, demonstraram as possibilidades cognitivas dessas línguas. Os denominados Estudos Surdos (SKLIAR, 1998; LOPES, 2007) possibilitaram problematizar os discursos hegemônicos sobre a surdez, na busca de transformações no que diz respeito às representações dominantes contra as identidades surdas.

Atualmente, a Língua de Sinais Catalã (LSC) é uma língua oficial, reconhecida pela "Lei 17/2010, del 3 de juny, de la llengua de signes catalana" (PARLAMENT DE CATALUNYA, 2010). Apesar de ser reconhecida somente no ano de 2010, a LSC existe desde 2005, com uma gramática básica condensada que, juntamente com alguns materiais lexicográficos e pesquisas de linguagem, marcaram o seu início e serve até hoje de base.

Os surdos da região da Catalunha contam com o apoio do Centro de Recursos para Deficientes Auditivos de Cataluña Pere Barnils (CREDAC) que oferece serviços educativos altamente especializados no desenvolvimento da linguagem; é a continuação institucional e herdeiro da tradição de mais de 200 anos como ponto de referência da educação de surdos em Barcelona. Ele é referência aos serviços públicos e de reconhecido prestígio no campo da logopédia[67] escolar da cidade. É uma equipe multidisciplinar que trabalha para dar respostas às necessidades de desenvolvimento linguístico e comunicativo de todos os alunos, surdos ou ouvintes, com transtornos de linguagem oral e/ou escrita.

[67] É uma variação do campo da fonoaudiologia, que avalia de forma integral os distúrbios da comunicação humana, da fala ou da linguagem, da compreensão ou da expressão e aplica várias técnicas de reabilitação (NOLLA, TÀPIAS, 2010, p. 8, tradução nossa).

A equipe multidisciplinar do CREDAC é formada por logopedas, psicopedagogos e audioprotesistas, coordenados pela Equipe Diretiva, que atuam em estreita relação com os profissionais dos centros e dos serviços educativos do setor, em especial com as Equipes de Assessoramento Psicopedagógico (EAP).

Esses serviços são coordenados dentro e fora do horário escolar, tanto com os alunos ouvintes, quanto para surdos que escolhem ser oralizados ou serem usuários da língua de sinais desde o início de sua escolarização. Segundo GENERALITAT DE CATALUNYA (2013), como essa escolha deve ser feita nos primeiros anos de escolarização, a partir dos 3 anos de idade, quem a realiza são os pais ou responsáveis da criança surda, que também recebem o assessoramento e orientações do CREDAC durante todo o período de estudo desses alunos surdos.

Mesmo com o reconhecimento das línguas de sinais em vários países, a inclusão educacional de surdos é repleta de controvérsias e uma delas se sustenta na intermediação da língua de sinais em relação às especificidades existentes em cada uma das disciplinas. Essa questão reveste-se de grande importância quando a disciplina em questão é a Matemática, como se pode constatar nesta pesquisa, em função de sua característica abstrata, de difícil interpretação para uma língua de características icônicas e, particularmente, por esse campo de conhecimento dispor de uma linguagem particular.

Da mesma forma que nem todas as especificidades da Matemática se relacionam diretamente com a Libras, foi analisado o mesmo em relação à LSC, com o intuito de verificar se os alunos espanhóis apresentavam as mesmas peculiaridades que os alunos usuários da Libras.

Nesse sentido, buscou-se o entrelaçamento da LSC e a linguagem algébrica. Consequentemente, um dos elementos centrais que foi estudado nesse processo foi a linguagem algébrica do surdo fluente em LSC, educado em uma escola regular inclusiva de Barcelona. Assim como foi realizado com a Libras, a mesma teoria de Duval (2009) foi adotada, sendo analisadas as diferentes funções discursivas da LSC e das operações que correspondem a ela, em que os tratamentos não são algoritmizáveis, com associações verbais (conceituais), além da forma de raciocinar e argumentar a partir de observações ou de crenças e o entrelaçamento dos problemas colocados pelo sistema de escrita algébrica.

6.1 OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS

Os apontamentos e debate acerca da teoria adotada de Duval (1999) foram realizados desde o primeiro momento da investigação na Espanha. Na sequência, foi realizada a busca dos diferentes processos de inclusão encontrados na Espanha e que serviram para as análises e justificativas dos diferentes registros de representações utilizados por esses alunos surdos.

A distinção entre os dois tipos de transformações das representações, por tratamento e por conversão, foi analisada nas respostas das mesmas atividades diagnósticas propostas aos alunos surdos brasileiros, agora, aplicadas com os alunos que estudam na Espanha. Assim, foi possível compreender de que forma se estabelece a apreensão conceitual, isto é, a atividade "puramente mental", num processo diferente de inclusão que o encontrado no Brasil.

Coube então perguntar:

1) Quais são os distintos registros utilizados por alunos surdos espanhóis no estudo de inequações?

2) Como se processa a construção da linguagem algébrica para alunos surdos espanhóis que têm um processo de inclusão diferente do brasileiro?

Destes questionamentos surgiu o objetivo geral, que foi o de desenvolver uma análise dos principais registros de representação semiótica e suas coordenações possíveis no estudo de inequações quando se trata de alunos surdos que fazem parte de uma cultura diferente e são educados num processo de inclusão diferente do Brasil.

Os objetivos específicos que orientaram a pesquisa foram:

- Reconhecer as transformações semióticas, segundo Duval (2003), utilizadas por alunos surdos espanhóis durante a resolução de atividades algébricas.
- Identificar os principais registros de representações semióticas no processo de inclusão espanhol referente à educação matemática para surdos.

A metodologia utilizada, para a consecução desses objetivos, tem as características de um estudo de caso com a aplicação dessas atividades investigativas, referentes aos processos cognitivos da *semiósis:* formação, tratamento e conversão. As transformações, por tratamento e conversão, foram identificadas e analisadas de acordo com os objetivos específicos estabelecidos para cada questão proposta nas atividades.

O levantamento das principais transformações de registros foi propiciado conforme os questionamentos realizados para cada questão e que estão descritos na tabela 8, da quarta seção. Os apontamentos e debate acerca da teoria foram realizados desde o momento em que se iniciou a investigação na Espanha. Na sequência, foi realizada a busca dos diferentes processos de inclusão encontrados na Espanha e que serviram para as análises e justificativas dos diferentes registros de representações utilizados por esses alunos surdos.

Do ponto de vista cognitivo, foi analisada a coordenação de registros de representações, fundamentalmente, nas atividades de conversão, nos dois sentidos, entre as linguagens algébrica, gráfica, o espanhol escrito e a língua de sinais catalã, além dos casos de congruência e não congruência, segundo Duval (2003).

O critério utilizado para determinar se duas representações são congruentes ou não congruentes foi o mesmo que o realizado com os alunos brasileiros, com a segmentação, em unidades significantes, de cada uma das representações. De acordo com a organização dessas unidades significantes, foram identificadas correspondências possíveis, se são simples ou se são combinações com mais de uma unidade, determinando assim a congruência ou não entre dois ou mais registros.

Para isso, ao realizar as análises de congruência foram elencadas as unidades significativas de cada registro de representação semiótica (tabela 12) e identificadas quais correspondências foram apresentadas ou não durante as atividades.

Tabela 12: Unidades significantes das Representações Semióticas utilizadas nas atividades realizadas na Espanha

Representação semiótica	**Unidades significantes**
Linguagem gráfica	No desenho gráfico são: inclinação, interseção com os eixos, da região hachurada, etc.
Linguagem algébrica	<, =, f(u), y=, etc.
Espanhol escrito	“valores por encima o por debajo del eje”, “abscisas iguales”, “ordenada menor que”, “valor mayor que o igual”, “conjunto de punto”, etc.
Língua de Sinais Catalã (LSC)	Os sinais utilizados para descrever uma inequação, equação e função.

Fonte: Arquivo dos autores

Neste quadro, são destacadas as unidades significantes do espanhol escrito e da LSC.

Para Duval (2009), existem três critérios de congruência: 1º correspondência semântica; 2º univocidade semântica terminal; e 3º organização. Caso não exista um dos critérios de congruência, a não congruência de representações está confirmada e a dificuldade de conversão aumenta, podendo até mesmo chegar ao fracasso de conversão.

6.1.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

As atividades foram aplicadas em duas aulas, com duração de 60 minutos cada e fora do horário de aula. Cada momento das atividades foi filmado com o auxílio de três câmeras: uma câmera destinadas à tradutora contratada e as outras duas câmeras destinadas aos três alunos que sinalizavam as dúvidas, as respostas e as discussões realizadas entre eles.

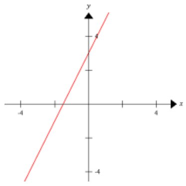
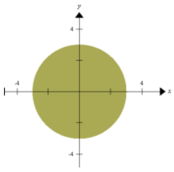
Em cada uma das questões a seguir, o primeiro item foi realizado como exemplo para os alunos e apresentado em *slides*. Para a terceira questão, foi realizado outro problema similar ao fornecido, também em *slide* e com figuras para ajudar na visualização do problema.

Os resultados foram separados de acordo com a categoria de linguagem (algébrica, gráfica e discursiva, aqui considerada como sendo o espanhol escrito e a LSC) utilizada pelos três alunos pesquisados.

- **Questão1 - Atividade de formação**

1. Abajo se presentan algunas expresiones en lenguaje algebraico, gráfico y natural. Indicar con una letra que es: (E) Ecuación, (D) Desigualdad y (F) Función.

(E) Ecuación, (D) Desigualdad y (F) Función.	**Que es?**
$k = 2e + 3$	**E**
$-x + 1 = 0$	
$f(u) = u^3$	

$v^2 < v$	
	
	
Conjunto de puntos donde las abscisas son positivas.	
Conjunto de puntos que las ordenadas es igual a las abscisas.	

Para distinguir inequação, equação e função, foram analisadas, segundo a teoria de Duval (2009), as unidades significantes de cada representação. As unidades significantes para o registro gráfico são as suas variáveis visuais, para o registro algébrico são as suas unidades simbólicas e para o espanhol escrito e a língua de sinais catalã são as unidades semânticas descritas no quadro 2.

Linguagem algébrica: Todos os alunos identificaram as regras de formação para as inequações, equações e função no registro algébrico. O único registro algébrico que apresentava congruência com o espanhol e a LSC era a equação (Fig. 93).

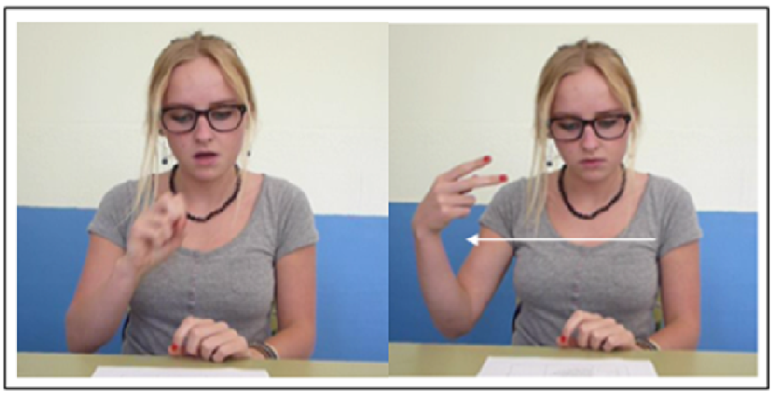


Figura 93: Unidades significantes do sinal utilizado para equação em LSC
Fonte: Arquivo dos autores

Uma dessas unidades significantes utilizadas para a palavra equação é a mesma utilizada na LSC para o sinal matemático “=” (Fig. 94), existindo a congruência entre expressão algébrica e LSC para a palavra "equación", caso que não ocorria com a palavra inequação e função.

Figura 94: Tradução do sinal matemático = em LSC
Fonte: Arquivo dos autores

A palavra inequação é traduzida em espanhol pela palavra desigualdade, assim como em LSC (Fig. 97). Por esse motivo, a congruência com essas duas línguas e a expressão algébrica de uma inequação não apresentava congruência. Os sinais < e > da expressão algébrica são traduzidos em LSC como "es más pequeno que" e "es más grande que" na língua espanhola, respectivamente (Fig. 95).

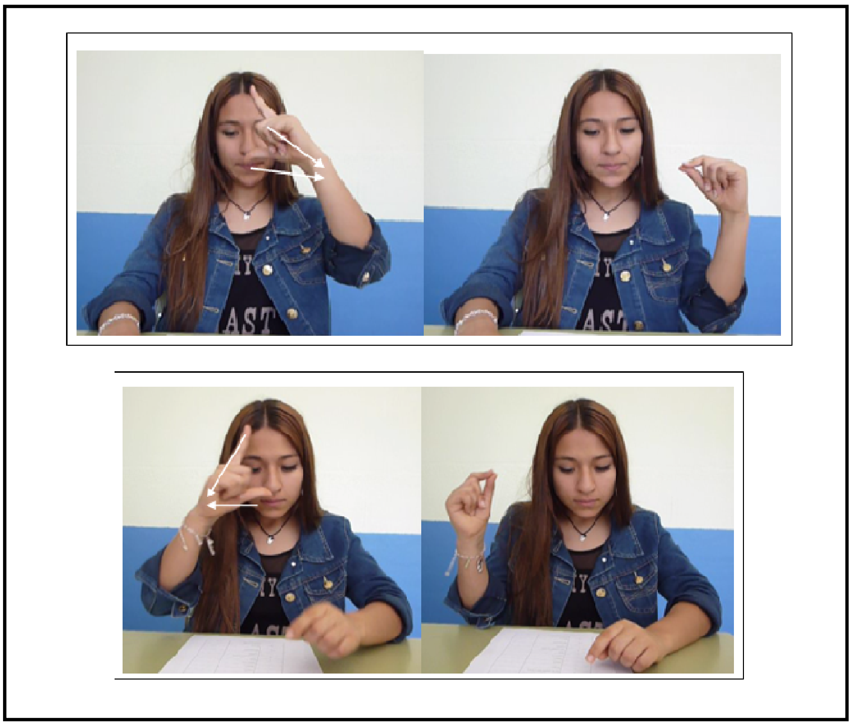


Figura 95: Tradução em LSC para os sinais matemáticos < e >, respectivamente
Fonte: Arquivo dos autores

A expressão algébrica utilizada para a função também não apresentava congruência com a LSC (Fig. 96) e a palavra função. Para verificar como os alunos reconheciam uma função, a pesquisadora perguntou para eles qual era a diferença entre as três expressões da atividade. As respostas traduzidas foram: “[...] a terceira é uma função [...] depende se tem parênteses, pode ser uma função, mas se tiver parênteses e número pode desenhar o gráfico”. “Ensinaram que tem mais ou menos essa forma, uma função, um ponto [...], não me recordo bem, me esqueci”, “Para conseguir uma função [...], deixa eu ver [...] dentro da fórmula [...], a fórmula de segundo grau, depois a função continua igual que essa”.

Pelas respostas fornecidas, é possível perceber que os alunos já haviam visto uma função do segundo grau e construído seu gráfico; com isso, relacionaram a função cúbica da atividade com a função que já haviam estudado.

Podemos inferir com isso que, mesmo não havendo congruência entre as expressões algébricas e a LSC para inequação e função, as regras de formação estavam bem definidas para esses três alunos quando a linguagem utilizada é a algébrica.

Para Duval (2009), a identificação das regras de formação não garante a compreensão dessas representações ou de sua exploração, fato que pode ser comprovado no que segue.

Linguagem gráfica: Todos os alunos acertaram o que o primeiro gráfico (linear) da questão 1 estava representando. O segundo gráfico, da mesma questão que representa uma inequação, apenas Eric acertou. Mesmo que as unidades significantes da palavra “função” em LSC (Fig. 96) não sejam congruentes às regras elementares de formação para a representação de um gráfico, esses alunos surdos fizeram a correspondência de um gráfico com uma função adequadamente.

Figura 96: Unidades significantes do sinal utilizado para função em LSC
Fonte: Arquivo dos autores

Questionou-se também qual era a diferença entre os dois gráficos. A resposta traduzida foi: "O primeiro gráfico é como de uma função, o segundo tem o raio de uma circunferência [...] como se calcula uma circunferência?", "O primeiro gráfico eu acho que é uma função, porque com o mesmo tipo de fórmula que apareceu antes existe uma relação entre os dois, o processo é o mesmo, encontra dois pontos para depois fazer o desenho, se usa a fórmula para fazer o processo". "O segundo gráfico vai ser na sorte, eu não sei".

Conforme dados iniciais fornecidos pela logopeda que acompanha a turma, o conteúdo de inequações não havia sido ensinado para os alunos, por esse motivo a comparação era realizada sempre com o gráfico de uma função apenas.

Espanhol escrito: Nenhum aluno acertou as regras de formação nesse registro para as inequações. As unidades significantes da expressão escrita em espanhol para a desigualdade: "Conjunto de puntos donde las absicsas son positivas" não era congruente com o sinal utilizado para as desigualdades em LSC (Fig. 97). A palavra desigualdade não aparecia na frase para que os alunos pudessem fazer a correspondências entre suas unidades semânticas.

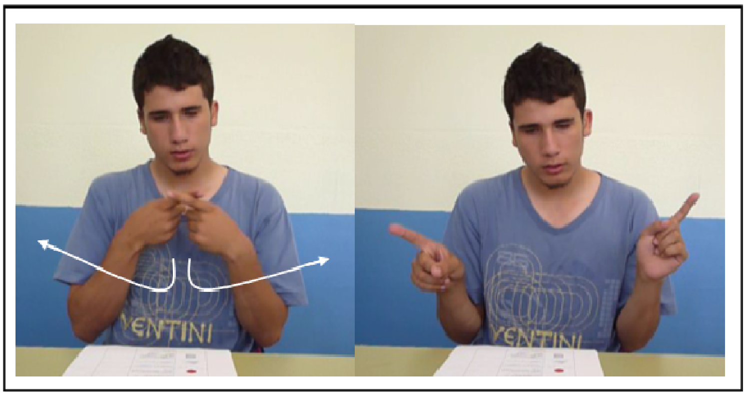


Figura 97: Unidades significantes do sinal utilizado para inequação em LSC
Fonte: Arquivo dos autores

Antes mesmo que fosse realizada a tradução das questões, um dos alunos perguntou qual era o significado da palavra *abscissas* que havia nas duas expressões. Nota-se a influência da palavra "abscissas" presentes na expressão da desigualdade representada em linguagem escrita. A correspondência com as unidades significantes em LSC, para a tradução de abscissas (Fig. 98), levou os três alunos a considerar a inequação como sendo uma função, devido à relação entre a palavra "abscissas" e o gráfico de uma função.

Figura 98: Unidades significantes do sinal utilizado para eixo das abscissas em LSC
Fonte: Arquivo dos autores

Outro fator que pode ter influenciado o erro foi a ausência da palavra "es más pequeno que" ou "es más grande que" na expressão escrita; caso de não congruência que dificultou a conversão às outras linguagens, comprovando a teoria mencionada.

Para a segunda expressão, em que existia a congruência, a presença da palavra "iguales", fez com que aumentasse o índice de acerto. Dois alunos fizeram a correspondência semântica entre a palavra “iguales” e a sua tradução para a LSC (Fig. 94), considerando a expressão como sendo uma equação. A unidade semântica que mais teve influência para esses alunos foi a da palavra “iguales”, que poderia ser também “abscissas”, como foi o caso do outro aluno.

- **Questões 2 e 3 – Atividade de tratamento**

2. Resolver las desigualdades.

$$(a) -x < 6 \quad (b) \frac{t}{-2} \geq 4 \quad (c) y^2 \leq 25 \quad (d) 10 > 5\text{x}$$

Escribir los pasos de su resolución o describir cómo ha llegado la solución.

3. Substraendo 6 años de la edad de Lucia obtiene un número menor que 2.
¿Qué edad tiene Lucia sabiendo que ella es la más grande?
Escribir la expresión y resolver.

Linguagem algébrica: No primeiro item, os três alunos trocaram o sinal da variável, de acordo com a regra a multiplicação por (-1). Dois alunos inverteram o sinal da desigualdade, mas trocaram também a variável de membro, tornando a resolução incorreta. O outro aluno, no lugar do sinal da desigualdade, substituiu pelo sinal de igualdade.

No segundo item, os três alunos multiplicaram pelo denominador 2 (positivo) o outro membro da desigualdade, sem os devidos cuidados com o sinal da desigualdade e o denominador negativo. Um deles conservou o sinal da desigualdade, enquanto os outros dois alunos trocaram a desigualdade por uma igualdade.

No item (c), somente dois alunos tentaram resolver a inequação, transformando-a primeiro numa equação. Um deles usou o mesmo processo para as equações, extraiu a raiz quadrada para eliminar a potência da variável, enquanto o outro aluno realizou a extração da raiz quadrada apenas no membro em que havia a variável elevada ao quadrado.

No último item, os três alunos, ao invés de dividir, subtraíram por 5, mantendo o mesmo sinal da desigualdade.

É possível perceber, nas respostas de todos os itens, que os três alunos tentaram utilizar os processos de tratamento algébrico para a resolução de uma equação. Esses tratamentos foram transpostos para as inequações, sem os devidos cuidados para a inequação, o que acarretou os erros. Esse fato pode ser observado tanto por alunos surdos brasileiros e espanhóis, como por ouvintes, conforme Souza (2008).

Na terceira questão, os três alunos trocaram o sinal da desigualdade sem necessidade. Essa questão, como fazia parte de um problema, os alunos o adaptaram para que o resultado de sua resolução se aproximasse ao que estava escrito no enunciado, ou seja, para que se chegasse mais próximo do que estava sendo pedido: “[...] menor que 2. […] es la más grande?”. Realizaram a conversão da escrita em espanhol, equivocando-se no sinal “menor que 2” por “>2” e para “es la más grande” por “<8”, o que acarretou o erro com a troca de sinal no final do tratamento algébrico. A soma por 6 positivo nos dois membros da desigualdade não necessitaria desta troca de sinal na sequência da resolução.

A implicação de um procedimento de congruência, entre a escrita em espanhol e a escrita algébrica, foi um processo utilizado pelos alunos, para que houvesse uma coerência entre enunciado e a resolução da inequação. No entanto, os sinais de maior e menor foram confundidos e o caso de não congruência, entre enunciado e expressão algébrica, induziu-os ao erro.

Linguagem gráfica: Nenhum método gráfico foi utilizado no tratamento das questões 2 e 3. A construção de gráficos é suplantada pelas propriedades das igualdades e regras de resolução de equações, ao contrário de como é sugerido no livro didático adotado pela Escola Especial (VALLES, YÁBAR e MARGALEF, 2008, p. 72). No entanto, como os alunos não chegaram a estudar as desigualdades, os métodos apresentados neste livro não foram utilizados pelos alunos.

No livro didático, as desigualdades com uma incógnita são apresentadas por meio de intervalos, “representam em uma reta graduada o número x que reúnem as duas desigualdades que se indica: $-2<x<3$” (VALLES, YÁBAR e MARGALEF, 2008, p. 86, *tradução nossa*). Em seguida, são apresentadas a união e interseção de intervalos, para depois introduzir as inequações e suas propriedades com a discussão das soluções por meio de representações figurais, com o desenho de uma balança de dois pratos.

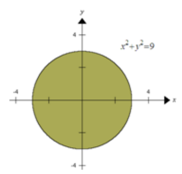
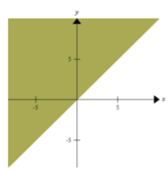
Inferimos com isso, que, devido os alunos não terem estudado as inequações, a similaridade das regras e propriedades de uma equação utilizadas por eles advém de seus próprios processos de raciocínio e conhecimento prévio.

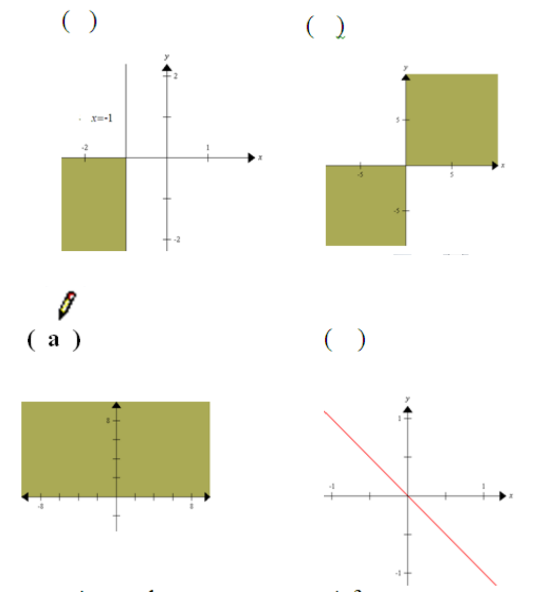
Espanhol escrito: A passagem do espanhol escrito para o registro algébrico, na questão 3, foi parcialmente satisfatória para todos os alunos. Os próprios alunos realizaram a leitura da questão, dizendo que não era necessária a tradução para a LSC. Em seguida, Eric perguntou o significado da palavra "substraendo" indicando com o sinal de negativo para saber se estava correto. Devido à dúvida que surgiu, esse aluno pediu para que se traduzisse toda a questão em língua de sinais catalã, para que não houvesse mais dúvidas. Segundo o dicionário da LSC (MARTÍN e ALVARADO, 2004, p. 491), a palavra "substraendo" poderia ser substituída por "restar", o sinal em LSC que o aluno comparou, ou por "reducir", como foi traduzido em LSC depois pela tradutora.

Outra dúvida desse mesmo aluno, que surgiu durante a resolução do problema, foi sobre a expressão "más grande". Ele perguntou se esta frase significava que Lúcia teria que ser maior de idade, ou seja, maior de 18 anos. Ao explicar que o significado da frase "más grande" era o mesmo que "maior", o aluno confundiu, porque em espanhol a palavra "maior" tem o mesmo significado que mais velho. O aluno interveio dizendo que não tinha outra pessoa para comparar as idades e saber se era mais velha. Um exemplo em *slide* foi fornecido aos alunos, para que entendessem a diferença da expressão "más grande".

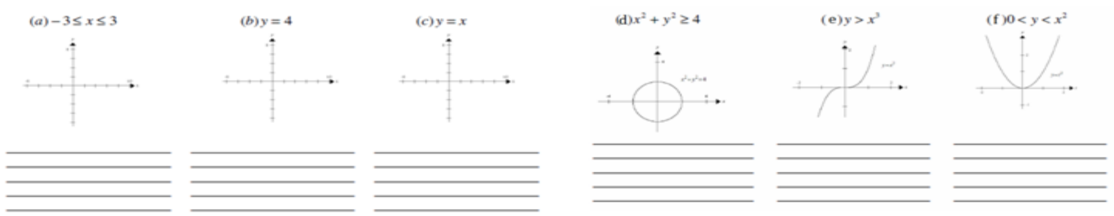
- **Questões 4 e 5 – Atividade de conversão**

4. Para cada ítem, escribir el conjunto de puntos en el lenguaje algebraico e indicar cuál es su representación gráfica.

Lenguaje natural	**Lenguaje algebraica**	**Lenguaje gráfica**
(a) Conjunto de puntos que tiene las ordenadas positivas.	**$y > 0$**	( )  ( ) 
(b) Conjunto de puntos que tiene ordenadas negativas y abscisas inferior a -1		
(c)		

Conjunto de puntos interiores a la circunferencia de radio 3		
(d) Conjunto de puntos que tiene ordenadas opuestas a las abscisas		
(e) Conjunto de puntos que tiene las ordenadas superiores a las abscisas		
(f) Conjunto de puntos que tiene abscisas y ordenadas con la misma señal		

5. Para cada ítem, pintar el conjunto de puntos que satisfacen la desigualdad o la ecuación. Escribir en el lenguaje español y señalizar en lenguaje de signos.



Linguagem algébrica: Na questão 4, nenhum dos alunos realizou corretamente a conversão do espanhol para a linguagem algébrica. Todos os alunos escreveram equações, no lugar das inequações. Nas respostas dos alunos, faltaram os sinais da desigualdade, devido à inexistência de uma correspondência entre as unidades semânticas do espanhol escrito e as unidades simbólicas da linguagem algébrica. O primeiro critério de congruência não existia, o que confirmou a não congruência e a dificuldade de conversão apresentada na parte teórica. Os sinais matemáticos $>$ ou $<$ correspondem semanticamente às frases "es más grande que" ou "es más pequeño que", respectivamente, no entanto nenhuma dessas frases apareciam nas expressões escritas em espanhol.

Existia a congruência entre o registro escrito e o registro gráfico, mas não existia entre o registro escrito ou a tradução da LSC e o registro algébrico; dita de outra forma, a correspondência semântica das unidades, da escrita em espanhol ou LSC, existia apenas com as unidades visuais gráficas, o que facilitou a identificação dos gráficos por parte dos alunos.

No entanto, mesmo após identificarem os gráficos com as expressões escritas em espanhol, os alunos não puderam obter as expressões algébricas corretamente. A equação $x^2 + y^2 = 9$, que já estava escrita junto à representação gráfica, não influenciou na escrita correta da inequação. Todos os alunos escreveram a mesma equação sem a troca do sinal de igualdade pelo de desigualdade. Isso se deve ao fato de mais uma conversão não congruente, sem a correspondência entre as unidades visuais gráficas e as unidades simbólicas do registro algébrico.

A passagem do registro gráfico para o algébrico, segundo Duval (2009), necessita de uma "[...] organização de situações de aprendizagem centradas sobre a coordenação de registros" (DUVAL, 2009, p. 102), que consiste em fazer variar um só fator de cada vez, enquanto os outros são todos mantidos imutáveis.

Linguagem gráfica: A questão 4, em que havia alguns itens com correspondência do registro gráfico e da língua escrita, os alunos a realizaram com sucesso. Na questão 5, em que a conversão era a partir do registro algébrico para o gráfico, apenas um aluno realizou com sucesso um das expressões "y = 4".

Podemos inferir, com isso, que a conexão realizada pelos alunos para o registro gráfico é predominante quando o registro de partida é a linguagem escrita. Fato que não ocorreu, na questão 5, quando o registro de partida era o algébrico.

Para esses alunos surdos, as unidades visuais estão diretamente relacionadas com as unidades semânticas. A conexão do registro gráfico, obtida com sucesso apenas com o registro escrito, pode ser devido à forma de ensino que recebem, com ênfase na leitura e escrita. Esses resultados somam-se também ao fato de que os surdos, com uma língua visual/motora, apresentam funções associadas à gramática espacial que se aliaram ao bom desempenho da leitura escrita.

Espanhol escrito: Na questão 4, a congruência entre a tradução das expressões em língua espanhola para a LSC favoreceu a identificação das representações gráficas. As unidades semânticas dessas duas línguas, espanhol e LSC, correspondiam às unidades visuais da representação gráfica (Fig. 99).

Figura 99: Tradução em LSC da questão 4 b
Fonte: Arquivo dos autores

Ao traduzir as expressões escritas para a LSC, as mesmas unidades visuais poderiam ser encontradas nos gráficos, com pequenas variações, para a maioria dos itens dessa questão. O mesmo não ocorreu com a linguagem algébrica e que poderia ser mais bem explorada durante as traduções em LSC.

Essa é uma vantagem que as línguas de sinais têm em relação às línguas orais: apresentam um grau de liberdade maior ao ser traduzida a partir de qualquer outra língua ou registro. Na Matemática, a língua de sinais pode utilizar tanto as unidades significantes de um registro gráfico quanto de um registro algébrico, ou seja, não se prende a um único registro.

Machado (2011) explica que “[...] por decorrência de sua natureza linguística, a realização de um sinal pode ser motivada pelas características da realidade a que se refere, mas isso não é uma regra” (MACHADO, 2011, p. 51). Não significa que devemos pensar que todos os sinais utilizados pelos surdos para representar uma expressão algébrica são o gráfico dessa expressão.

Os sinais icônicos da língua de sinais, “[...] que fazem alusão à imagem do seu significado” (MACHADO, 2011, p. 51), assim como uma foto reproduz a imagem do referente, da pessoa ou da coisa fotografada, não são regras para os alunos surdos. Machado (2011) aclara: “[...] A grande maioria dos sinais da língua de sinais é arbitrário, não mantendo relação de semelhança alguma com seu referente” (p.51), ou “[...] com o dado da realidade que representam” (p.52).

Como os alunos pesquisados não tinham referências aos sinais algébricos em LSC, as questões, ao serem traduzidas em LSC, sem a presença das unidades simbólicas do registro algébrico, dificultaram a sua escrita. Não havia relação entre registro escrito e o algébrico, nem entre o registro gráfico e o algébrico.

Na questão 5, a conversão para o registro escrito foi parcialmente satisfatória para a maioria dos alunos, de acordo com o conteúdo que eles conheciam, ou seja, as equações e funções (100 e 101).

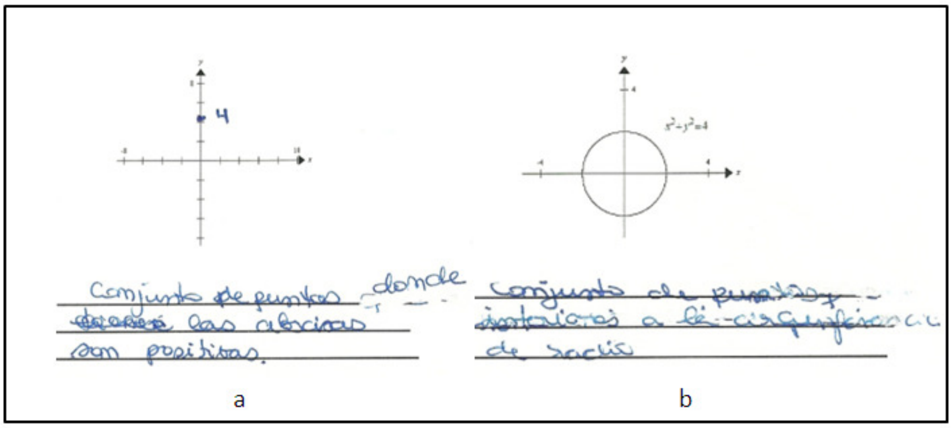


Figura 100: Respostas dos alunos para a questão 5 (a) e 5 (d)
Fonte: Arquivo dos autores

Quase todas as inequações foram convertidas para a linguagem escrita como se fossem uma função ou uma equação (Fig. 101), tendo como referência o registro gráfico. A única inequação que converteram corretamente em linguagem escrita foi a da circunferência, mas sem encontrarem adequadamente o raio e considerando o sinal de maior como a região interna à circunferência (Fig. 100b).

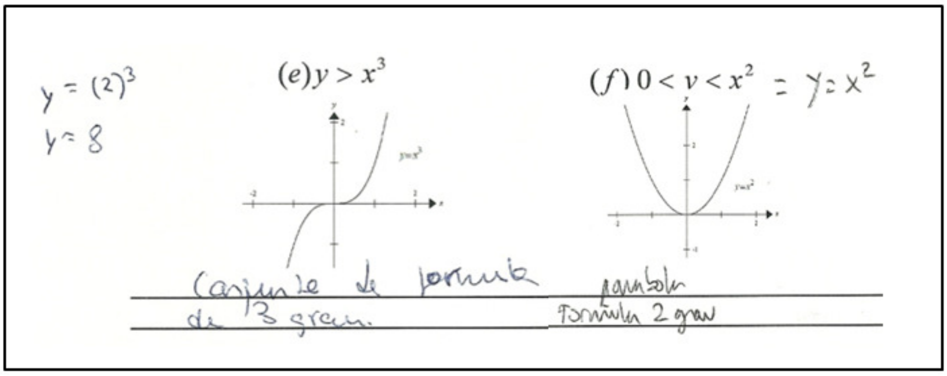


Figura 101: Resposta dos alunos para a questão 5 (e) e 5 (f)
Fonte: Arquivo dos autores

Na questão 5, os alunos traduziram em LSC suas respostas com o apoio, na maioria das vezes, das unidades semânticas do espanhol (Fig. 102 e 103). A tradução em LSC realizada por Gabriela foi utilizando sempre como registro de partida o gráfico, com o apoio da datilologia para explicar sua tradução (Fig. 102). Mesmo não tendo escrito ou traduzido em LSC corretamente sua resposta, ela foi a única aluna que realizou corretamente a representação gráfica da equação x = 4 (Fig. 100a).

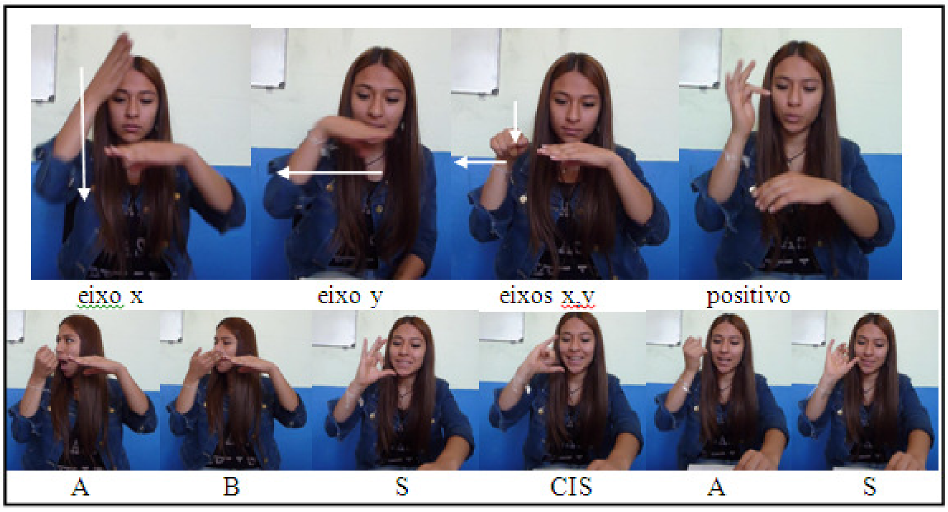


Figura 102: Tradução em LSC da resposta 5(b) realizada pela aluna Gabriela
Fonte: Arquivo dos autores

Ao traduzir em LSC, Maria utilizou como apoio apenas as unidades semânticas do que havia escrito em espanhol, sem utilizar as unidades visuais do registro gráfico (Fig. 103). Poucas vezes utilizou as unidades simbólicas do registro algébrico ou a datilologia. A segurança de Maria em traduzir o espanhol escrito nota-se quando utiliza a preposição “de” para ligar as unidades significantes “função” a “3º grau”, que na gramática de qualquer língua de sinais não é comum sinalizar. Lembramos que Maria, provavelmente, é usuária de uma terceira língua de sinal, devido seus pais serem surdos e estrangeiros. No entanto, as regras gramaticais da língua oral prevalecem nas traduções para a LSC realizadas por Maria.

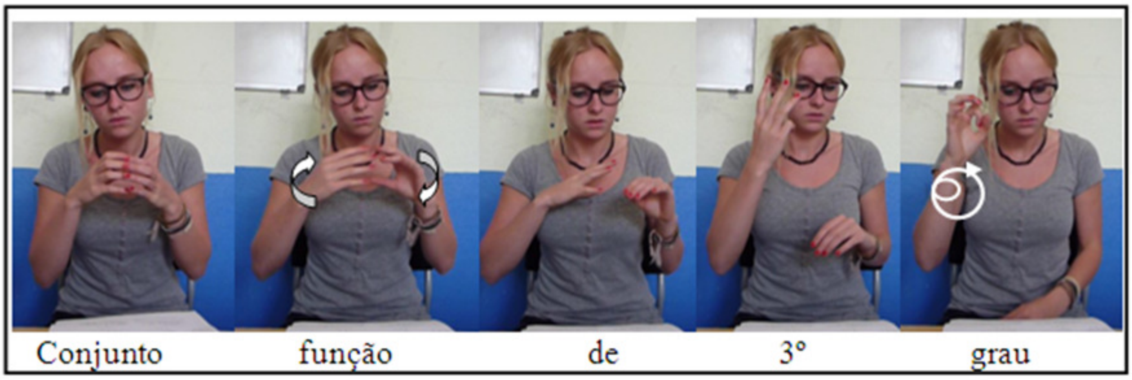


Figura 103: Tradução em LSC da resposta 5(e) realizada por Maria
Fonte: Arquivo dos autores

Eric se apoiou nas unidades simbólicas do registro algébrico para realizar suas traduções em LSC, mas também utilizou, algumas vezes, a datilologia e as unidades visuais do registro gráfico (Fig. 104). Esse aluno trocou alguns sinais no momento de traduzir em LSC o que havia escrito em espanhol.

O sinal que representa em LSC a palavra “função”, utilizado corretamente pela Maria (Fig. 103), foi substituído por Eric pelo sinal de “resolver” ou “solução” (Fig. 104), segundo o dicionário da LSC (MARTÍN e ALVARADO, 2004, p. 490 e 491).

Outro erro cometido por Eric foi o uso em LSC do sinal de “=” no lugar do sinal matemático “<” (Fig. 104). Eric foi o aluno que utilizou o maior número de unidades significantes, de diferentes registros, para explicar o que havia escrito em espanhol ou desenhado nos gráficos, com pequenos erros, como os acima comentados.

Figura 104: Tradução em LSC da resposta 5(f) realizada por Eric
Fonte: Arquivo dos autores

As línguas de sinais apresentam vantagens em relação às línguas orais e que muitas vezes não são exploradas, assim como fez Eric. Elas apresentaram um grau de liberdade maior para se traduzir qualquer outra língua ou registro matemático, isto é, a língua de sinais, por ser uma língua visual/motora, permite utilizar tanto as unidades visuais, simbólicas ou semânticas do registro gráfico, algébrico e escrito, respectivamente. O aluno surdo, com dúvida em traduzir uma determinada língua ou registro, pode recorrer a qualquer outro registro de representação, como ponto de partida, e assim favorecer a conversão para o registro desejado.

6.2 RESULTADOS OBTIDOS

Com as análises, encontramos a presença marcante do trabalho com a leitura e escrita que os alunos surdos pesquisados recebem e que favoreceu na realização das atividades utilizadas na metodologia de pesquisa adotada. Com a boa leitura e escrita do espanhol, os alunos realizavam a leitura e a escrita das atividades sem a necessidade de traduzi-las para a LSC ou sem a necessidade que os sinais da LSC fossem traduzidos para o espanhol, para que pudessem escrever suas respostas. Algumas traduções foram realizadas no sentido de sanar as dúvidas, traduzir comentários, conversas e discussões entre alunos e pesquisadora.

Os resultados encontrados foram separados por atividades cognitivas, segundo a teoria adotada de Duval (2009), respondendo aos questionamentos realizados inicialmente. Na primeira atividade, os alunos reconheceram as unidades significantes das equações, inequações e funções, tendo bom desempenho na atividade de formação. A maioria dos alunos surdos sabe diferenciar uma inequação, equação e função na linguagem algébrica, gráfica/geométrica, espanhol escrito e LSC, satisfazendo os questionamentos realizados para esta questão.

O principal tratamento realizado pelos alunos na resolução de uma inequação foi pelo método algébrico com as mesmas propriedades, multiplicativas e aditivas, utilizadas para equações. A falta de conhecimento dessas mesmas propriedades utilizadas para uma desigualdade ou por meio da resolução geométrica/gráfica fez com que os alunos não chegassem às resoluções corretas. Os alunos sabem interpretar bem o problema fornecido em espanhol escrito, mas, sem saberem resolvê-lo corretamente, recaem na mesma situação descrita anteriormente. O desconhecimento dos sinais matemáticos utilizados para as desigualdades não permitiu que os alunos chegassem à solução adequada.

As conversões analisadas nas questões 4 e 5, conforme o quadro 3, mostram-se suficientes na maioria dos registros de partida. A insuficiência apresentou-se quando a conversão era do registro algébrico de partida para o registro gráfico de chegada e de todos os registros de partida para o registro algébrico de chegada.

Quando o registro de chegada era o algébrico, a maioria dos alunos não realizou corretamente as conversões, tanto para as inequações quanto para equações e funções.

As conexões entre as unidades significantes pertinentes de cada um dos diferentes registros e o registro simbólico, segundo Duval (2009), não são simples e o aluno, para realizá-las, deve ter claro o que significa cada componente em cada registro.

Tabela 13: Mudanças de registros realizadas nas atividades pelos alunos surdos na Espanha

Registro de chegada / Registro de partida	GRÁFICO	ESPANHOL ESCRITO	ALGÉBRICO	LSC
ALGÉBRICO	insuficiente	suficiente	X	suficiente
ESPANHOL ESCRITO	suficiente	X	insuficiente	suficiente
GRÁFICO	X	suficiente	insuficiente	suficiente
LSC	suficiente	suficiente	insuficiente	X

Fonte: Arquivo dos autores

Os alunos puderam reconhecer, mas não representar, um ponto em forma de par ordenado no plano cartesiano, bem como o tipo do gráfico (região ou uma linha) e a forma do gráfico (circunferência ou parábola), que, segundo Duval (2011a), são as variáveis visuais gerais que mais interessam quando se estudam as representações gráficas.

Para a maioria dos alunos, prevaleceram os aspectos do registro, escrito com a predominância de suas unidades semânticas. A maioria dos alunos sinalizava em LSC as expressões algébricas, termo a termo, juntamente com a datilologia, para reforçar o que haviam representado graficamente ou o que eles haviam escrito em espanhol. Portanto, as conversões dos registros discursivos (o espanhol escrito, a LSC, e a escrita algébrica) para não discursivos (gráficos cartesianos) não foram realizadas em ambos os sentidos por todos os alunos.

A conversão da linguagem algébrica para a gráfica não foi adequada para os alunos da Espanha, obtendo-se os mesmos resultados apresentados por Souza (2008) com os alunos ouvintes brasileiros. Mesmo que a LSC seja de modalidade visual/motora, as unidades simbólicas da representação algébrica não correspondiam às unidades visuais gráficas. A leitura e a escrita linear das unidades simbólicas da representação algébrica não correspondiam às unidades visuais da representação gráfica. A linearidade da leitura e escrita algébrica apresentou-se marcante para esses alunos surdos. As expressões algébricas são traduzidas em LSC, na maioria das vezes, como se lê e se escreve na língua corrente, sem a presença de uma iconicidade na língua de sinais em relação à linguagem algébrica, além de utilizarem a datilologia após cada expressão sinalizada.

As representações mentais desses surdos dependiam exclusivamente da sua língua natural, a língua de sinais, para generalizar e abstrair as representações matemáticas. Para esses surdos ficou faltando o uso das unidades simbólicas, no estudo das desigualdades, ao traduzir para LSC as expressões algébricas. A correspondência dessas unidades significantes em LSC com as unidades significantes de outras representações praticamente não aconteceu para esses alunos, devido à dependência que qualquer aluno surdo tem de sua primeira língua, a de sinais. A utilização dos sinais algébricos matemáticos em LSC torna-se importante para esses alunos, não só para resolver exercícios com o uso dos algoritmos, mas com suas representações específicas, quando se refere à sua primeira língua.

Nosso interesse nesse estudo se deu em função de que desenvolvemos pesquisa semelhante no Brasil e pretendemos, em um momento posterior, cotejar os resultados obtidos pelos surdos brasileiros com os do espanhóis, que não apenas partilham uma cultura diferente como vivenciam uma inclusão educacional estruturalmente diferente da praticada no Brasil.

CONCLUSÕES

Nesta última seção, cabe responder às questões iniciais de pesquisa que nortearam o trabalho, destacar pontos positivos e negativos durante a execução da pesquisa demandados, tanto dos componentes metodológicos, quanto dos componentes teóricos adotados, os resultados encontrados, os reflexos desses resultados que sugerem nova questão de pesquisa, os resultados de um processo de inclusão diferente do brasileiro e, especialmente, apreciar as contribuições que consideramos valiosas para a educação de surdos.

Começamos por destacar o ambiente em que foi realizada a pesquisa, composto exclusivamente por alunos surdos e professores que falam a língua deles, considerado de grande importância, principalmente para os que ali o integram, bem como para os resultados desta pesquisa.

A proposta de educação bilíngue, realizada na escola brasileira, nada mais é que o uso combinado de diferentes sistemas semióticos muito importantes na educação matemática para os surdos. O bilinguismo, adotado na Escola Especial, é hoje reconhecido mundialmente, com o uso combinado de diferentes representações semióticas, da língua vernácula e da língua de sinais, responsáveis pelo desenvolvimento cognitivo dos estudantes surdos em diferentes áreas do conhecimento humano, conforme constatado na revisão da literatura.

A Escola Especial, que oferece o ensino regular há mais de dezesseis anos, com uma professora bilíngue que trabalha ali desde esta época e que fez parte da pesquisa, foi a pedra angular de nossas análises na intervenção dos processos escolhidos e realizados. Num ambiente em que os anseios são em defesa de uma realidade, pouco perceptível para quem é de fora, nada mais justo procurar “escutar" como ocorre a ressignificação de seus conhecimentos nessa instância.

Os conhecimentos que fizeram parte de nossa “escuta” na Escola Especial foram os principais registros de representação semiótica e suas coordenações possíveis no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em Libras. Para isso, o conteúdo específico elegido foi a inequação, que está presente no currículo do ensino médio e que é, geralmente, apresentado nos livros didáticos logo após o conteúdo de função.

A inequação também está presente no currículo do ensino fundamental e é, geralmente, apresentada nos livros didáticos logo após o conteúdo de equações. A conexão da inequação com outros conteúdos de ambos os níveis de ensino, como função e equação, se fez presente na investigação, levando-nos a considerar a álgebra do ensino médio no referido tema.

A teoria adotada foi a de Duval (2009), com a principal questão de pesquisa que norteou nossas análises:

- Como se processará a construção da linguagem algébrica, em que reside a distinção entre registros de representação de objetos algébricos, quando se utiliza língua de sinais?

As questões subjacentes que surgiram foram:

- Como fica a distinção de registros quando se utiliza a língua de sinais?
- Como se processará a construção da linguagem matemática, apresentada na língua escrita e mediada pela língua de sinais?
- Como acontece, por exemplo, a diferenciação entre representante e representado?

Ao tentar compreender como se efetivava a distinção entre registros de representação de objetos algébricos, quando se utiliza língua de sinais, na revisão da literatura, percebemos que não bastava aplicar um modelo de atividade utilizado com ouvintes e supostamente adaptado para os surdos. Era preciso entender como se operacionalizava a distinção de registros, no nosso caso dos registros algébricos, quando se utilizava uma língua de características sensoriais, predominantemente visuais.

Com as análises da evolução histórica, tanto no processo de integração educacional dos surdos, quanto no desenvolvimento da álgebra, constatamos que a cultura oralista dominante prevaleceu durante milênios. No entanto, as pesquisas realizadas com pessoas surdas legitimaram que o pensamento matemático delas não depende exclusivamente da codificação acústica; elas utilizam outros tipos de simbolização, como as imagens mentais e a língua de sinais, indo ao encontro da teoria adotada de Duval (2009).

Assim, imagens mentais e a língua de sinais, na teoria de Duval (2009), equivalem às representações semióticas internas e externas, respectivamente. Essa distinção das representações semióticas permitiu-nos responder o questionamento realizado na pergunta “Como acontece, por exemplo, a diferenciação entre representante e representado?". Para a pessoa surda realizar a diferenciação entre forma e conteúdo, ou seja, diferenciação entre representante e representado de uma representação semiótica, são necessárias as imagens mentais e as línguas, não exclusivamente as orais.

Como exemplo, destacamos algumas peculiaridades encontradas entre representante e representado, da linguagem algébrica, quando os alunos brasileiros utilizavam a Libras, com pequenas variações lexicais, assim como acontece com o português, mas que não comprometeram em nenhum momento as unidades estruturais do que estava sendo representado. Configuram-se alguns casos:

- a inclusão do conector "e" entre as duas inequações;
- a supressão da variável dependente quando ela se repete em duas expressões conjuntas, como $y < x^2$ e $y > 0$;
- o uso do número cardinal no lugar do número usado para quantidades nos expoentes (x^2);
- as três formas de representação para o sinal de maior e menor: com o dedo indicador e o médio sem movimento; com o dedo polegar e o indicador em movimento; e com o dedo polegar e o indicador sem movimento.

Resultados de pesquisas mais recentes nos revelaram que os surdos não recebem a interferência da linguagem numérica oral não-posicional, fato que pudemos comprovar também com a linguagem algébrica oral, para os alunos surdos brasileiros. Ao contrário das línguas orais, com uma organização sequencial e linear, as línguas de sinais, de maneira geral, incorporavam as unidades simultaneamente.

Outro exemplo, de como acontece a diferenciação entre representante e representado para os surdos brasileiros, é a tradução das expressões ou sinais algébricos "$\{(x;y)\}$", "$\leq$" ou "x^3", em Libras (Fig. 105).

Figura 105: Tradução em Libras para "conjunto dos pontos", "é maior ou igual a" e "xis elevado a três"
Fonte: Arquivo dos autores

Muitas vezes, a configuração das mãos justapõem dois sinais, assim como na linguagem matemática, ao contrário da língua portuguesa em que as palavras se organizam sequencialmente "conjunto dos pontos", "é maior ou igual a" e "xis elevado a três" ou "xis elevado ao cubo".

As representações mentais para estes surdos, na maioria das vezes, não eram adquiridas intuitivamente, como nas línguas orais. Quando falávamos de "um número elevado ao quadrado", essa frase carregava o significado da área de um quadrado que, quando traduzida para língua de sinais, não tinha o mesmo significado. Para os ouvintes, o número qualquer nessa frase é um segmento de reta, elemento primário da álgebra geométrica, que os gregos utilizavam para resolver problemas, antes do séc. XVIII, e que foram adquiridos intuitivamente.

Além disso, os elementos da representação algébrica, geralmente, eram identificados pelos surdos brasileiros a partir dos registros gráficos. Os alunos surdos, ao converterem uma expressão algébrica para a Libras e desta para a o português escrito, se apoiavam, na maioria das vezes, no registro gráfico, descrevendo inclusive os detalhes dessa representação (Fig. 106).

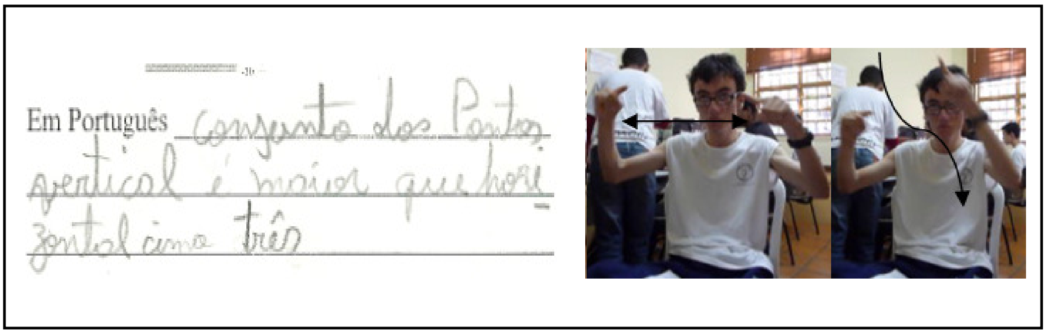


Figura 106: Conversão para a língua escrita e para a Libras a partir da expressão algébrica $y > x^3$
Fonte: Arquivo dos autores

A pergunta "Como se processará a construção da linguagem matemática, apresentada na língua escrita e mediada pela língua de sinais?" foi aclarada com os pressupostos das funções meta discursivas de *comunicação*, *tratamento* e *objetivação* dessas duas línguas, além das diferentes representações da linguagem algébrica, discursivas e não discursivas. Ainda que a Libras e o português tenham a mesma função meta discursiva de *comunicação*, os resultados que obtivemos foram que essas duas línguas diferem nas suas regras de conformidade; as unidades constitutivas de cada registro de representação são muito diferentes. É importante lembrar que as três funções meta discursivas são irredutíveis entre si e, por isso, a passagem do português escrito e a

Libras, mesmo que ambas as línguas cumprissem as funções meta discursivas de *comunicação*, cada qual não cumpria a mesma função meta discursiva *objetivação,* quando o conteúdo tratado era o algébrico.

Quando se realiza a passagem da linguagem algébrica para a Libras, a conversão desses dois registros discursivos era possível apenas quando o aluno surdo utilizava a Libras e estabelecia a conexão com o seu respectivo registro gráfico, ou seja, realizava uma conversão intermediária de um registro discursivo para um outro não discursivo e vice-versa.

O mesmo não acontecia com a passagem da linguagem algébrica para o português. Nesse caso, a passagem era direta ou, muitas vezes, necessitava da tradução para a Libras, recaindo no mesmo resultado que o anterior.

A Libras apresentou-se nesta pesquisa como um registro fundamental para o surdo estabelecer a conversão entre dois registros, ou seja, a língua de sinais foi essencial para o desenvolvimento cognitivo dos alunos surdos pesquisados, quando vinculada com as funções não discursivas, como o registro gráfico ou geométrico, além da função meta discursiva de *comunicação* própria de qualquer língua.

Concluímos com isso que, quando se trata da álgebra, o modo fenomenológico de produção em língua de sinais se caracteriza como o mental (não vocalizado) e o gráfico/visual (escrita, desenho), semelhante ao primeiro período de desenvolvimento dessa área. Mas, o uso do simbolismo algébrico, referente ao segundo período histórico analisado e muito utilizado atualmente pelos matemáticos, foi também marcante entre os surdos. Para descreverem algebricamente uma expressão da língua escrita ou da representação gráfica, a maioria dos surdos utilizou o simbolismo associado à datilologia, quando a conversão era congruente (Fig. 107).

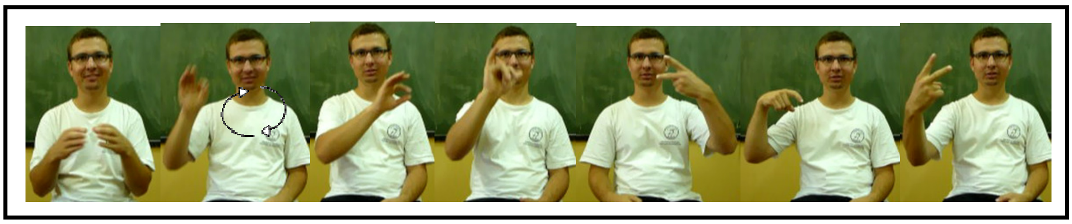


Figura 107: Conversão em Libras da expressão "conjunto dos pontos no plano cujas abscissas são menores que as ordenadas elevado a dois"
Fonte: Arquivo dos autores

A expressão na língua escrita, mesmo que carregue todas as características gráficas, como "conjunto de pontos no plano", "abscissas" e "ordenadas", os alunos a descreviam em Libras com as unidades simbólicas do registro algébrico. Verificamos que o simbolismo, que também faz parte dos distintos sistemas semióticos utilizados pelos surdos brasileiros, é também necessário para o desenvolvimento do pensamento matemático dos surdos.

Quando o campo de estudo é a álgebra, com diferentes significados para as letras, o uso de diferentes registros de representação se tornava imprescindível para os surdos usuários da Libras. Com esses resultados, chegamos à resposta da terceira questão formulada inicialmente: "Como fica a distinção de registros quando se utiliza a Libras?". A conexão de diferentes registros é necessária para que as regras de conformidade de cada língua tenham significados para os alunos surdos, mas que, muitas vezes, não é levada em conta no ensino tradicional da matemática.

No diagnóstico realizado com os alunos pesquisados, confirmamos o que nossas análises da literatura apontavam: a superestimação do valor simbólico no estudo de inequações. Nos livros didáticos, material de referência para a maioria dos professores, existe o uso excessivo desse valor simbólico, tanto no processo de resolução quanto no resultado final de uma inequação. As desigualdades são apresentadas como combinação de equações, com a função meta discursiva de *tratamento* para se chegar a suas soluções, muitas vezes designadas por "estudo de sinais"; procedimento contrário às concepções de álgebra encontradas no seu desenvolvimento histórico.

Aferimos que as dificuldades dos alunos surdos, encontradas no diagnóstico, foram decorrentes da carência em utilizar diferentes significados para as letras na linguagem algébrica e para as palavras na língua escrita. Respaldando nas concepções de álgebra, segundo Usiskin (1995), acreditamos também que a habilidade algébrica básica deve ser concebida como algo que ultrapassa a pura manipulação de símbolos.

Para ultrapassar essa manipulação simbólica, uma das principais recomendações, levantada também na revisão da literatura, foi o uso do computador como uma ferramenta eficaz no desenvolvimento da linguagem, o que justificou a escolha do *software* utilizado durante a sequência de atividades.

As atividades foram apresentadas em duas faces de acordo com a teoria adotada, uma em relação ao conteúdo estudado e a outra com relação aos registros de representação semiótica solicitados durante a sequência. Apesar das atividades terem sido preparadas com um grau de dificuldade que fosse aumentando conforme o conteúdo estudado, os alunos surdos apresentaram travas no desenvolvimento desde as primeiras atividades, o que gerou mudanças após a aplicação piloto.

A dificuldade dos alunos estava no plano do discurso, ou seja, na compreensão do enunciado apresentado que, segundo Duval (2009), "[...] sublinha tanto um tratamento cognitivo quanto um tratamento puramente linguístico" (p. 109). A compreensão do enunciado abrangia a sua organização sintática e a representação semiótica, o que nos fez buscar novas ferramentas para análises no plano do discurso.

Encontramos, na teoria adotada, as quatro operações referentes às funções discursivas: as operações de enunciação, designação, expansão e reflexão. Para que essas quatro operações fossem realizadas com êxito nas atividades, foi preciso criar uma tabela contendo os termos matemáticos na representação algébrica ou gráfica, a sua descrição em português e o seu sinal em Libras.

A mudança constante de sistemas semióticos acarretou uma mudança do conteúdo da representação que foi objeto da aprendizagem, tanto quanto o próprio objeto de conhecimento. Foi o que aconteceu e que gerou a necessidade da criação de uma tabela referente aos termos matemáticos com utilização da Libras.

Essa tabela serviu de referência para os alunos durante a resolução das atividades propostas e acreditamos que irá servir de modelo, assim como já é feito em outras disciplinas, para o estudo dos termos algébricos que não são comuns aos alunos surdos.

A tabela dos termos matemáticos permitiu também preencher as três funções meta discursivas: *comunicação*, *tratamento* e *objetivação* no funcionamento do pensamento, segundo a teoria de Duval (2009). Conforme descrito no nosso referencial teórico, essas três funções meta discursivas estão articuladas às três atividades cognitivas fundamentais ligadas à *semiósis,* que são: *formação, tratamento* e *conversão*.

Para entender essas três atividades cognitivas, foi preciso analisar o tratamento dos vários sistemas de linguagens, utilizados pelos alunos surdos, segundo as quatro funções discursivas que um sistema semiótico deve cumprir para que seja possível um discurso:

- ✓ a função apofântica de **enunciados** completos;
- ✓ a função referencial de **designação** de objetos;
- ✓ a função de **expansão** discursiva de um enunciado completo;
- ✓ a função metalingüística de **reflexividade** discursiva.

Essas funções discursivas estiveram inseparáveis das funções cognitivas durante as atividades de conversão que exploraram a relação entre *semiósis* e *noésis,* conforme pudemos observar nas análises. A questão: "Como se processará a construção da linguagem algébrica, em que reside a distinção entre registros de representação de objetos algébricos, quando se utiliza língua de sinais?" teve um leque de respostas de acordo com as nuanças referentes às funções discursivas e meta discursivas.

Devido à similaridade entre as unidades significantes dos termos matemáticos e da Libras, antes da tradução, os alunos realizavam, com o apoio da tabela dos termos matemáticos, o reconhecimento verbal do **enunciado** e principalmente o reconhecimento de expressões, algumas vezes, com outros significados fora da Matemática.

Verificamos que a ausência dos numerais no enunciado, para representar uma inequação, era o fator predominante para que a inequação não fosse reconhecida pelos alunos. O trabalho de reconhecimento, com uma operação de **designação,** das expressões contidas nos enunciados era realizado com sucesso, apenas com uma conversão congruente, isto é, com a correspondência termo a termo das unidades significantes presentes na representação da língua escrita e na representação algébrica, por exemplo "ordenada maior que zero" → "$y>0$".

Nas conversões não congruentes, como "o conjunto dos pontos externos à circunferência de raio cinco" → $x^2 + y^2 = 25$, o trabalho de reconhecimento foi realizado com a operação de **expansão** das unidades figurais, diâmetro e raio, relacionando-os a outras unidades figurais, segmento e metade do segmento.

Para os alunos chegarem à conclusão de que o raio estava elevado ao quadrado, na inequação da circunferência, foi imprescindível o estudo de relações entre grandezas presentes na equação geral da circunferência $(x - a)^2 +(y - b)^2 = r^2$. O significado de cada um dos parâmetros, centro (a; b) e raio r, com a variação desses valores, foi de extrema importância para realizar a conexão entre as unidades simbólicas da representação algébrica com as unidades visuais da representação gráfica e, consequentemente, as conexões das unidades semânticas entre a Libras e o português escrito.

As expressões algébricas passaram a ter sentido apenas depois que houve uma conexão entre as unidades visuais das representações gráficas e as unidades semânticas da Libras, para depois terem sentido no português escrito. Foi necessária uma visualização global, das unidades significantes da representação gráfica, para tornar claro o significado dos parâmetros, da equação geral da circunferência, para então converter a expressão algébrica para o português escrito.

Outro fator importante que constatamos foi a preocupação dos alunos em associar nomes aos gráficos ou expressões algébricas, como a da circunferência. Com o processo de generalização, os alunos perceberam que apenas alguns gráficos tinham determinados nomes e que a correspondência termo a termo entre as unidades significantes das representações envolvidas permitia realizar a conversão desejada.

A operação **reflexiva** estabeleceu-se ao associar o conceito de função com as desigualdades. Sem a quebra de sentido e denotação das expressões algébricas, os alunos converteram o registro simbólico $1/(x-1)<1$ para o registro gráfico da função $f(x) = 1/(x-1)$, que fossem menores que $g(x)=1$.

A escrita do domínio da função, como o conjunto de todos os valores que a variável independente pode assumir, marcou o caráter explícito de uma função. O domínio explicitou e integrou o enunciado, que primeiramente representava uma inequação, em um novo enunciado que declara e define uma função. Os alunos distinguiram o valor, ou seja, o *status* estabelecido do enunciado inicial implícito e modificaram o sentido desse segundo enunciado que estava sendo declarado pelo domínio.

No final das atividades, os alunos estavam reconstruindo, por conjecturas, seus próprios questionamentos e dúvidas das técnicas que vinham sempre utilizando e eram transpostas para as inequações. A resolução de uma inequação não significava apenas uma resolução algébrica; eles comparavam com a resolução gráfica, estabelecendo as conexões entre registros.

A representação na linguagem algébrica, para os surdos, não apresentava significados se não fosse trabalhada com o uso da Libras e suas significações em atividades que permitam distinguir a variável de incógnita, ou qualquer outra concepção de álgebra que uma letra pode carregar no estudo matemático. A álgebra é difícil para qualquer aluno, ouvinte ou surdo, muito mais para o surdo, quando existe a passagem brusca de um estudo estritamente aritmético para o algébrico, como geralmente acontece.

Cotejamos, com isso, que as concepções sobre álgebra, segundo Usiskin (1995), principalmente no caso de não congruência, são essenciais para a identificação das unidades significantes referentes às grandezas algébricas e às unidades visuais apresentadas no gráfico. A tomada de consciência dos parâmetros da equação/inequação ocorreu apenas com a visualização global do seu gráfico. A função meta discursiva de *objetivação* foi cumprida, por meio dessa visualização, mesmo sem as funções de *tratamento* algébrico e de *comunicação,* com a tradução em português escrito e a Libras.

Algumas vezes, no caso de conversão não congruente, a interface do computador eliminava a operação discursiva; sua utilização se reduzia a um tratamento instantâneo, em que o aluno digitava uma expressão algébrica e o gráfico aparecia na tela do monitor, sem a compreensão do enunciado. Por isso, algumas aulas foram realizadas sem o apoio do computador, com a construção do gráfico ou resolução algébrica realizada pelo próprio aluno em sala de aula. No entanto, não podemos negar as vantagens que o computador ofereceu, como a de motivar os alunos surdos com tarefas visuais que os desafiavam quando os problemas cresciam em dificuldade.

Outra vantagem que encontramos com o uso do *software* escolhido, nas atividades analisadas, foi a sobreposição do gráfico da parábola com a região que representa a solução da inequação no espaço bidimensional. Nesse caso, uma ideia aparentemente simples de desigualdade envolveu complexidades cognitivas consideráveis com uma mudança de olhar, ao considerar dois espaços de dimensões diferentes.

Com essa mudança de olhar, o aluno comparou a resolução algébrica de uma inequação com sua resolução gráfica e identificou o procedimento algébrico e automático que, muitas vezes, não levava a uma resolução coerente. Conforme as propostas dos PCNs, comprovamos que um novo enfoque no tratamento da álgebra pôde ser estabelecido com o *software*, a fim de que não se tornasse um exercício mecânico do cálculo e sim um esclarecimento que promovesse a compreensão dos conceitos a serem adquiridos.

Acreditamos também que ao apontar esse caminho, com a adoção do *software* e a conexão de diferentes sistemas semióticos, haverá contribuições para todos os alunos e não apenas para os surdos, fato observado já na introdução, na revisão da literatura.

Ressaltamos que, devido à complexidade de uma conversão não congruente exigir, muitas vezes, a composição de duas conversões sucessivas, o tempo para a realização desse tipo de atividade era maior que as outras atividades em que as conversões eram congruentes. Inferimos, com isso, que esse tempo de realização das atividades aumentava para os alunos surdos brasileiros, uma vez que eles realizavam constantemente a conversão da língua escrita para a Libras, muitas vezes, com conversões não congruentes.

Mesmo estimando-se um maior tempo de realização para as atividades de conversão não congruentes, a sequência das questões foi mantida, pela própria natureza da Engenharia Didática conforme Artigue (1990). A retomada dos conteúdos, sempre que necessária, fez com que os alunos estabelecessem idas e vindas entre as atividades dentro do contexto ali apresentado. Com esse tipo de sequência para as questões, os alunos tiveram também a oportunidade de responder as questões anteriores que não haviam entendido, além de permitir-lhes responder as questões de aulas anteriores, a que, porventura, houvessem faltado.

O desenvolvimento da sequência juntamente com a tabela dos termos matemáticos favoreceu a leitura e a escrita dentro de contextos acadêmicos da Matemática, e aumentou o repertório lexical e de aprendizagem. Na última atividade de institucionalização do aprendizado, a preocupação dos alunos estava em responder sua justificativa matematicamente, ou seja, na linguagem formal, mesmo que pedisse uma justificativa no português escrito. Nesta atividade, os alunos já reconheciam a diferença entre os diferentes tipos de representação, por isso, se preocupavam mais em escrever na linguagem formal da matemática.

A diferenciação de produções narrativas, explicações e justificações, desenvolvidas nas atividades, correspondentes a cada assunto, tornou-se imperativo para a releitura do pensamento dos alunos surdos e ajuste aos objetivos científicos desta investigação.

Além das conclusões das análises teóricas e metodológicas utilizadas na pesquisa, queremos apontar também aqui a atitude da professora regente da turma: foi um fator fundamental para que os alunos surdos se interessassem em situações complexas apresentadas em sala de aula.

A atitude da professora regente foi indiscutível para o processo didático, visto que a competência desse mediador humano exerceu influência direta na conquista dos resultados. Ela não só enfatizava o uso de uma adequada resolução de problema como também ela acreditava e conhecia a capacidade de seus alunos, estimulando-os a pensar e a discutir os problemas propostos.

Finalmente, concluiremos nossas análises com os resultados do estágio realizado com outros alunos surdos, também usuários da língua de sinais, mas que fazem parte de um processo inclusivo diferente do brasileiro. Mesmo com um estágio breve na Espanha, com duração apenas de quatro meses, foi possível realizar reflexões relevantes para os resultados encontrados com os alunos surdos de ambos os países, no que diz respeito aos aspectos cognitivos das representações semióticas presentes na álgebra.

Assim como a Libras, a Língua de Sinais Catalã (LSC), utilizada em Barcelona, apresentou vantagens em relação às línguas orais e que muitas vezes não são exploradas. Os alunos surdos, com dúvida em traduzir uma determinada língua ou registro, podiam recorrer a qualquer outro registro de representação, como ponto de partida e assim favorecer a conversão para o registro desejado.

O excelente trabalho de leitura e escrita que os alunos surdos pesquisados recebiam na Espanha, durante o processo de inclusão, favoreceu a realização das atividades cognitivas de *formação*, sem a necessidade de traduzi-las constantemente para uma língua de sinais. Os alunos reconheciam as unidades significantes e diferenciavam uma inequação, equação e função na linguagem algébrica, gráfica/geométrica, espanhol escrito, LSC e em outras línguas, de sinais e escritas, se fosse necessário.

As atividades cognitivas de *tratamento,* utilizadas por esses alunos na resolução de uma inequação, foram semelhantes às empregadas pelos alunos brasileiros; essencialmente pelo método algébrico com as mesmas propriedades, multiplicativas e aditivas, utilizadas para equações. Os alunos surdos na Espanha podiam interpretar bem o problema fornecido na linguagem escrita, no entanto não podiam aplicar um tratamento de resolução corretamente, por realizarem a transposição das mesmas regras utilizadas para resolver as equações sem os devidos cuidados com as desigualdades.

As atividades de *conversão* analisadas mostraram-se suficientes, na maioria dos registros, para os alunos de ambos países, mas faltando a conversão de um registro discursivo para um não discursivo e vice versa. Na Espanha, a insuficiência apresentou-se na conversão do registro algébrico de partida e o registro gráfico de chegada e de todos os registros de partida para o registro algébrico de chegada. Ao contrário, os alunos brasileiros não podiam realizar a atividade de conversão, apenas, quando o registro de partida era o gráfico.

Os aspectos do espanhol escrito, com a predominância de suas unidades semânticas, prevaleceram nas conversões para a LSC, constatando-se a influência marcante da leitura e escrita das línguas orais. A maioria dos alunos sinalizava em LSC as expressões algébricas, termo a termo, juntamente com a datilologia das palavras, para reforçar o que haviam representado graficamente ou o que eles haviam escrito em espanhol.

Ao contrário dos resultados encontrados com os alunos surdos brasileiros, na Espanha, a *linearidade* da leitura e escrita, presentes nas línguas orais, apresentou-se de maneira marcante durante as conversões das representações algébricas; fato também constatado na pesquisa de Souza (2008) realizada com alunos ouvintes brasileiros. Para os surdos pesquisados na Espanha, as expressões algébricas eram traduzidas em LSC, na maioria das vezes, como se lê e se escreve na língua corrente, sem a justaposição das mãos, como acontece com os alunos surdos brasileiros.

No entanto, as representações mentais, tanto dos surdos espanhóis quanto dos surdos brasileiros, dependiam exclusivamente da sua língua natural, a língua de sinais, para generalizar e abstrair as representações matemáticas. Por isso, os sinais algébricos em língua de sinais, tão importantes para qualquer aluno surdo, faltaram para os surdos que estudam na Espanha durante a resolução dos exercícios com o uso dos algoritmos e, também, durante as conversões e representações específicas, quando utilizavam a sua primeira língua.

É importante observar que os resultados obtidos com os surdos brasileiros e espanhóis foram diferentes, pelo fato de não apenas partilharem uma cultura diferente como vivenciarem uma inclusão educacional estruturalmente diferente.

A Espanha tem a tradição no oralismo para os alunos surdos que estudam neste país, com mais de 90% desses estudantes. Ao contrário, o Brasil está, praticamente, iniciando um processo educacional em que a língua de sinais é a primeira língua dos surdos, assim como na maioria dos países e, por isso, esperamos que mais resultados importantes possam surgir, além dos já encontrados nesta pesquisa.

Com os reflexos surgidos dos resultados aqui já encontrados, novas questões foram levantadas e que poderão servir de sugestões para novas pesquisas:

- ✓ “Quais os aspectos cognitivos das representações semióticas presentes na álgebra, agora, para os alunos surdos oralizados?”
- ✓ “Quais as diferenças entre os aspectos cognitivos das representações semióticas, presentes na álgebra, para alunos surdos sinalizantes e oralizados?”.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.AG. **Fundamentos da didática da matemática,** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. **Ingénierie didactique: Recherches em Didactique dês Mathématiques,** vol. 9, nº 3, pp. 281-307. França: La Pensée Sauvage, 1990.

AURÉLIO, B.H.F. Miniaurélio Século XXI Escolar. **O minidicionário da língua portuguesa,** 4. ed. rev. ampliada. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000.

BAGNI, G**. Inequalities and Equations: History and Didactics**, In. Proceedings of CERME–4. Sant Feliu de Guíxols: Bosch, M. (Ed.), 652–662, 2005.

BAUMGART, J. K. **História da Álgebra: uma Visão Geral.** Fonte: Tópicos de História da Matemática - http://www.somatematica.com.br/algebra.php, última visita em 13/11/11.

BERDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. Introduction. In: BERDNARZ, N. KIERAN, C. LEE, L., **Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching**. El. Kluwe Academic: Dordrecht, Holanda, Cap. 1, p. 3 – 12, 1996.

BISOGNIN, E.; TREVISAN, M.C.B.; BISOGNIN, V. **Integrando Álgebra, Arte e Geometria com o *Software Graphequation*,** Novas Tecnologias na Educação CINTED-UFRGS, V. 8 Nº 3, dezembro, 2010.

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1998.

__________ Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC/SEF, 2000.

__________ **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional** – LDB (Lei no 9394/96).

BRITO, L.F. **Por uma gramática de língua de sinais**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1995.

COLOMBO, A.A. ; FLORES, C.; MORETTI, M.T. **Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências**, Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v.16 – n.29 – jan./jun., 2008.

CORREDOR, O.L.L.; CALDERÓN, D.I. **Bilingualism of Colombian Deaf Children in the Teaching-Learning of Mathematics in the First Year of Elementary School,** Revista Colombiana Appl. Linguist. J, Vol 12, No 2, p. 9-24, 2010.

DADA, Z. **Matemática em Libras**, CAS/SED/MS, Campo Grande – MS
2009, http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg_4uA, última visita em 06/05/2012.

________ **Matemática em Libras**, RVCSD – Revista Vitual de Cultura Surda e Diversidade, Editora Arara Azul – EAA, Ltda, http://editora-arara-azul.com.br/novoeaa/revista/?p=991, última visita em outubro de 2012.

DITAFAFRAN, grupo - Educação Matemática e Tecnologia, **Plano de atividades para uso do software Graphequation,** http://mandrake.mat.ufrgs.br/~mat01074/20072/grupos/ditafafran/simetrias/index.htm, última visita em outubro de 2012.

DUVAL, R. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papirus, p. 11-33, 2003.

_________**Semiosis y pensamento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, Cali, Colômbia, 1999.

_________ **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et apprentissages Intellectuels). Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_________ **Gráficos e equações: a articulação de dois registros** (Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. In: Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education -21st, Cuernavaca, Morelos, Mexico, October 23 - 26, 1999). Tradução: Méricles Thadeu Moretti, REVEMAT, Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011a.

_________ **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**, - São Paulo: PROEM, 2011b.

EDUMATEC, *software Graphequation* http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_galeria_trabalhos/ativ_grapheq_2002/atividades_gal_trabalhos_grapheq2002.php, última visita em 02/05/2012.
ESPANHA (País). **Ley 27/2007, de 23 de octubre**, por la que se reconocen las lenguas de signos españolas y se regulan los medios de apoyo a la comunicación oral de las personas sordas, con discapacidad auditiva y sordociegas, BOE núm. 255, 2007.

EVES, H. **Uma Introdução à História da Matemática**, 4 ed. Holt Rinehart Winston, 1976.

FELIPE, T. A. **Libras em contexto**: Curso Básico, Livro do Estudante, 8ª edição – Rio de Janeiro: WalPint Gráfica e Editora, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A.; MIGUEL, A. **Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar.** Pro-Posições, v.4, n.1 [10], pp. 78-91, março 1993.

FLORES. C.R. **Registros de representação semiótica em matemática:**

história, epistemologia, aprendizagem, Bolema, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, pp. 77 a 102, 2006.

FRIZZARINI, S.T.F.; NOGUEIRA, C.M.I. **Uma avaliação diagnóstica da linguagem algébrica com alunos surdos fluentes em libras (língua brasileira de sinais),** Anais: XI EPREM, Apucarana, PR, 2011.

GENERALITAT DE CATALUNYA, **Centro de Recursos Educativos para Deficientes Auditivos de Catalunya Pere Barnils** – CREDAC, http://www.xtec.cat/serveis/creda/a8901335/es/index.html, última visita em 13/08/2013.

GESSER, A. **Libras? Que Língua é essa?: crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda** – São Paulo: Parábola Editorial, 2009.

GIMÉNEZ, J. et al. **Evaluacion reguladora y apoyo geometrico al alumnado deficiente auditivo en aulas inclusivas en la eso.** Un estudio de caso, Actas del VIII Simposio de la SEIEM (Sociedad Española de Investigación em Educación Matemática), set. 2004.

GIOVANNI, J.R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR, J.R. **A conquista da metemática: a + nova**, 6° série, São Paulo: FTD, p. 161-167, 2002.

GOLDFELD, M. **A criança surda. Linguagem e cognição numa perspectiva sóciointeracionista.** São Paulo: Plexus, 2002.

IEZZI, G. et al. **Matemática**, volume único, Atual Editora, São Paulo, 2002.

IMENES & LELLIS. **Microdicionário de matemática** – São Paulo: Scipione, 1998.

INES. **Dicionário da Língua Brasileira de Sinais**, web 2008, http://www.acessobrasil.org.br/libras/, última visita em 18/05/2012.

JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M.; CENTRURIÓN, M. **Matemática (Ensino fundamental)**, 6ª série, São Paulo: Scipione, p. 137,1999.

KARNOPP, L. B.; QUADROS, R.M. **Língua de Sinais Brasileira.** Rio Grande do Sul: Artmed, 1ª ed., 2004.

KOPCAK, G.; BURIGATO, S.M.M.S. **O Uso do Software Graphequation no Ensino Fundamental**, VII Encontro Sul-Mato-Grossense de Educação Matemática, Campo Grande, MS – 2004.

LEÓN, O.L.; CALDERÓN, D.I.; ORJUELA, M. **La relación lenguaje-matemáticas en la didáctica de los sistemas de numeración: aplicaciones en población sorda**, 10º Encuentro Colombiano de Matemáica Educaiva, ASOCOLME, Asociacion Colombiana de Matemática Educativa, Pasto, Colombia, 2009.

LEITE, M.D.; BORBA, R.E.S.R.; GOMES, A.S. **O Papel das Representações Simbólicas no Design de Software Educativo numa Proposta Inclusiva**, 2° SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008.

LIMA, E.L. et al. **A Matemática do Ensino Médio**, Coleção do Professor de Matemática, SBM, v.1, 1998.

LOPES, M.C. **Surdez & Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MACHADO, F.F. **Língua Brasileira de Sinais (Libras).** Ponta Grossa: UEPG;NUTEAD, 2011.

MARTÍN, I., ALVARADO, M., **Dicionari temàtic de llenguatge de signes català**, Impressió: GF, Catalunya, Espanha, 2004.

MANTOAN, M.T.E. A integração de pessoas com deficiencia: contribuições para uma reflexão sobre o tema – São Pulo: Memnon: Editora SENAC, 1997.

MOURA, A.R.L.; SOUZA, M.C. **O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes**. ZETETIKE – Cempem – FE – Unicamp – v.13 – n. 24 – jun/dez. Campinas, 2005.

MURIA, S.; ROSICH N., **Diseños de formación matemática para alumnado con déficit**, Barcelona, Proyecto PSO 000659 MEC- 2000-2003.

NOGUEIRA, C.M.I.; ZANQUETTA, M.E.M.T. **Surdez, bilingüismo e o ensino tradicional de Matemática: uma avaliação piagetiana**, ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008.

NOLLA, A., TÀPIAS, A. **La logopèdia**, Editorial UOC, Barcelona, España, 2010.

PACHECO, J.; ESTRUC, R. **Curso da Libras**, v.11, 2001, http://www. surdo. org.br, última visita em 16 de setembro de 2012.

PARLAMENT DE CATALUNYA, **Lei 17/2010, del 3 de juny, de la llengua de signes catalana**, Barcelona, 2010.

PAIVA, M. **Matemática**: volume único – 2. Ed. – São Paulo: Moderna, 2003.

PIMENTA, N.; QUADROS, R.M. **Curso de LIBRAS 1**, Iniciante, Coleção Curso de LIBRAS, 2ª ed.(DVD), Rio de Janeiro, LSB vídeo, 2007.

QUADROS, R.M. **Educação de surdos**. Rio Grande do Sul: Artmed, 1a ed., 1997.

____________, **Língua de sinais**. Rio Grande do Sul: Artmed, 2004.

____________ **Estudos surdos I.** Rio de Janeira : Arara Azul, 2006.

QUADROS, R.M.; CRUZ, C.R. **Língua de sinais** : Instrumentos de avaliação, Rio Grande do Sul: Artmed, 2011.

QUEIROS, E.F. **A escrita inicial de uma criança surda com implante coclear.** Dissertação. Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

RAMOS, C.R. **LIBRAS: A Língua de Sinais dos Surdos Brasileiros.** Rio de Janeiro: Editora Arara Azul Ltda, www.editor-arara-azul.com.br, última visita em set. 2012.

ROSICH, N.; NÚÑES, J.M.; CAMPOS, J.E.F. **Matemáticas y Deficiencia Sensorial**, Editora Síntesis, S. A. , Madrid, 1996.

SANTOS, L.M. **Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de álgebra**, dissertação da Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, 2005.

SACKS, O. **Vendo vozes: uma jornada pelo mundo dos surdos**. Rio de Janeiro, Imago, 1998.

SILVA, M.C.A. **Os surdos e as notações numéricas**, Maringá: Eduem, 2010.

SITE OFICIAL DO IMPLANTE COCLEAR, *O que é implante coclear?* em http://www.implantecoclear.com.br/, última visita em 08/03/2013.

SKLIAR, C. (Org.). **A surdez: um olhar sobre as diferenças.** Porto Alegre: Mediação, 1998.

SMITH, A. **History of Mathematics**, volume II, Dover Publications 1958.

SOUZA, R.M. **Entrevista concedida à Folha Dirigida –** São Paulo. 2007.

SOUZA, V.H.G. **O uso de vários registros na resolução de inequações Uma abordagem funcional gráfica.** Tese da Universidade Católica de São Paulo, SP, 2008.

STROBEL, K. **As imagens do outro sobre a cultura surda** – Florianópolis: Ed. da UFSC, 2008.

TANNER, R.C.H. **On the Role of Equality and Inequality in the History of Mathematics**, The British Journal for the History of Science, vol: no. 2, 1962.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da escola Média e Utilizações das Variáveis.** In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. (Org.). **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, p. 9-22,1995.

VALLES, E., YÁBAR, J.M., MARGALEF, N., **Matemàtiques, 4ESO**, Editorial Teide SA – Viladomat, Barcelona, 2008

WEAVER, D.; SMITH, A., **The History of Mathematical Symbols,** http://www.roma.unisa.edu.au/07305/symbols.htm#Inequality, última visita em 12/11/2011.

ZARFATY, Y.; NUNES, T.; BRYANT, P. **The Performance of Young Deaf Children in Spatial and Temporal Number Tasks**. Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 9(3):315-326, 2004.

ANEXO 1

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu?________É paralelo a qual eixo?_______.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation", para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu?_______. É paralelo a qual eixo? ______.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x _____________. E outras equações de retas paralelas ao eixo y _______________________________.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto, que será chamado de **A = (_____;_____).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? ______ com ______ .

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto, que será chamado de **I = (___;__)**.

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique por que você acha isso. ______________________________________.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique por que você acha isso. ______________________________________.

9. Troque o sinal “=” da equação $x = 2$ pelo sinal “>” disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras. ________________________.

10. ESCONDA o gráfico da inequação $x > 2$, clicando em “☐ Active” na janela *Relation#1*. Troque o sinal “=” da equação $y = 4$ pelo sinal “<”, disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras. ____________.

ATIVIDADE 2

1. Digite $x > 0$ e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite $y < 0$. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? _____________. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique por quê ____.

2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
   1º quadrante: ___ e ___. 2º quadrante:____ e ____. 3º quadrante: _____e _____.

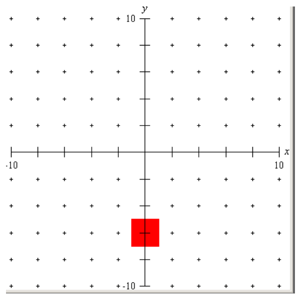
3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em “File” e em “New Graph”. Digite o intervalo $-5< y < 5$ (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO $-5 < x < 5$ (comprimento). Que figura apareceu? ________________________. Em qual quadrante? _________________________.
   (NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados. Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. ______________________ e _________________________.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite $-10 < y < -7$. Tecle *Tab* e digite a restrição $-10 < x < 10$. Que figura você obteve com estes intervalos? ________________________.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.

   Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados. ____ e ____.



7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.

   Verifique, com seu colega, quais medidas devem mudar, do eixo x ou do eixo y. ___.
   Escreva os novos intervalos. ____.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks,* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê. ____________________.

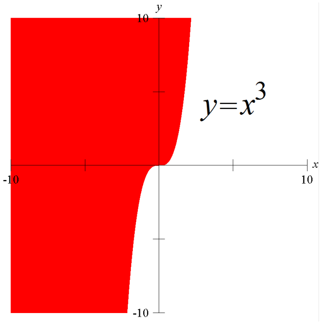
ATIVIDADE 3

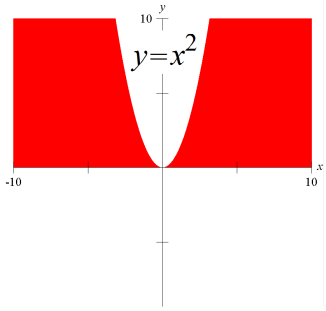
1. Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS, _________________________________.

2. Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.
   Em Português ____.

3. Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) Inequação:________________ b) Inequação:______________



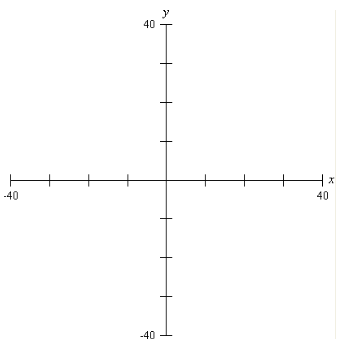


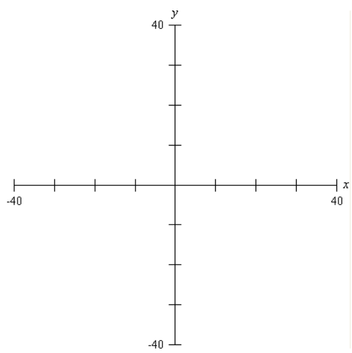
Em Português ____________________ Em Português: ____________________

4. Desenhe nesta folha o gráfico de cada expressão a seguir.

a) y = x

b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.





ATIVIDADE 4

1. Resolva algebricamente a inequação $\dfrac{1}{x-1} < 1.$

____

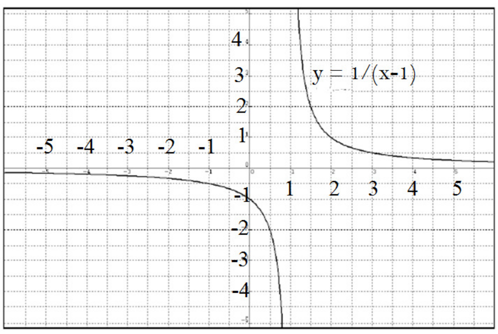
____

____

____

____

____



2. Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? ____________________

____.

Qual o domínio dessa função? D = {_____________________________}

3. Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfazem a essa restrição? {_________}.

4. Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais?________________________.

Por quê?____.

5. Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e 1 < x -1. Elas são equivalentes? _______________.

Por quê? ____.

6. Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? ____________________.

Por quê? ____.

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2 < 4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADA DOS DOIS LADOS"

$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$

$x < \pm 2$

$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? __________________.

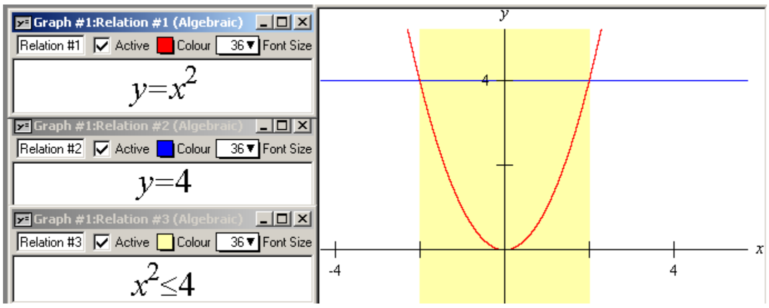
Por quê? ____.

b) Você concorda com a solução do colega? _______________.

Por quê? ____.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções.

Observe o gráfico e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= {______________________________}

3. Sua solução coincide com a solução do colega? _______________.

Justifique ____.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique ____

____.

ANEXO 2

RESPOSTAS ANALISADAS DOS ALUNOS

ATIVIDADE 1

A1

Nome: [redacted] série: 2Em

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? reta É paralelo a qual eixo? Y.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? reta.
   É paralelo a qual eixo? x.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x → y = 6 ; y = -7.
   E outras equações de retas paralelas eixo y → x = 3 ;.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (2 ; 6).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? y = 4 com y.

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I = (** x=2 **;** y=4 **).**

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: x 2.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: y 4.

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras direito vermelho.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras y = 4 . algo

A2

Nome: [redacted] **série:** 2º EM

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em “Continue” sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em “□ Colour”. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? é reta É paralelo a qual eixo? y.

2. Na barra de ferramenta clique em “Graph” e depois em “New Relation” para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em “□ Colour”. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? é reta.
   É paralelo a qual eixo? x.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em “Graph” e depois em “New Relation” e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x y=7; y=-7.
   E outras equações de retas paralelas eixo y x=-6, x=3.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (**x=2 **;** y=0 **).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? y=4 com x=0.
   x y

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I** = (2 ; 4).
   x y

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: só tem igual x, diferente número y.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: porque igual número y diferente numero x não é igual número x.

9. Troque o sinal “=” da equação x = 2 pelo sinal “>” disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras trocou sinal ante igual agora trocou maior direito cor vermelho cheio é adição

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em “□ Active” na janela *Relation#1.* Troque o sinal “=” da equação y = 4 pelo sinal “<” disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras trocou sinal ante igual trocou menor. Embaixo cor verde cheio é subtração.

A3

Nome: [redacted] **série:** 2ºEM

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? função / reta É paralelo a qual eixo? y.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? função / reta.
   É paralelo a qual eixo? x.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x ⇒ y = -9, y = 8.
   E outras equações de retas paralelas eixo y ⇒ x = 7, x = -4.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (** 2 **;** 0 **).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? y=4 com x=0.

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I = (** 2 **;** 4 **).**

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: A e I tem dois iguais são x = 2, porque ponto A tem 2 e ponto B também tem, então, dois são iguais.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: B tem Y=4, ponto I também, então, porque duas pontos são mesmo número.

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras número dois fica maior, pintou vermelha na direita também positivo.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1*. Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras baixo com pintou verde, tem esquerda e direita, negativo.

A4

Nome: ______________________ série: 2º Em

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
Que tipo de gráfico apareceu? Reta É paralelo a qual eixo? Y.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? Reta.
É paralelo a qual eixo? X.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x → Y = 4 ; Y = -7 ; Y = -9 ; Y = 3.
E outras equações de retas paralelas eixo y X = 3 ; X = 2 ; X = -5 ; X = 9.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (2 ; 0).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? Y com Y = 4.

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I = (2 ; 4).**

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: X = 2 não.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: Y = 4 não.

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras É maior que direito.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras Y = 4 ; X = 4

As

Nome: ______________________ **série:** 2ª Em

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? RETA É paralelo a qual eixo? Y.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? RETA.
   É paralelo a qual eixo? X.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x → Y=9, Y=-3 Y=3 e Y=-9.
   E outras equações de retas paralelas eixo y → X=-9, X=-3, X=3 e X=9.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (** 2 **;** 0 **)**.

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? Y=4 com X=0.

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I = (** 2 **;** 4 **)**.

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: A=(2,0) I=(2,4) / R=(2).

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: B=(4,0) I=(2,4) / R=(4).

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras ...9>, 8>, 7>, 6>, 5>, 4>, 3> 2>.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1*. Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras 4<, 3<, 2<, 1<, 0<, -1<, -2<, -3<, -4<, -5<, -6<, -7<, -8<, -9<, -10<.....

A6

Nome: ________________ **série:** 2Em.

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? Reta É paralelo a qual eixo? Y.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu? Reta.
   É paralelo a qual eixo? X.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x → Y=4 Y=7 Y=-9 Y=3.
   E outras equações de retas paralelas eixo y X=3 X=2 X=-5 X=9.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (2 ; 0).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? Y=4 com x=0 .

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I** = (2 ; 4).

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: I = x = (2, 4) e A = Y = (2, 0) igual 2.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: B = Y = 4, 4).

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras agarra, direita +.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1*. Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras Y<4 Car para baixo.

A7

Nome: [redacted] ________________________________ série: 2º Em

ATIVIDADE 1

1. Abrir o programa *Graphequation* e clicar em "Continue" sempre que aparecer a janela *Evaluation Reminder*. Digite x = 2 na janela *Relation#1* e ESCOLHA A COR vermelha clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico.
   Que tipo de gráfico apareceu? ________________________É paralelo a qual eixo? ____________.

2. Na barra de ferramenta clique em "Graph" e depois em "New Relation" para ABRIR NOVA JANELA. Digite y = 4 na nova janela *Relation#2* e ESCOLHA A COR verde clicando em "□ Colour". Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Que tipo de gráfico apareceu?______________________________.
   É paralelo a qual eixo? ____________________________.

3. ABRA NOVAS JANELAS *Relation#* clicando em "Graph" e depois em "New Relation" e digite outras equações de retas paralelas ao eixo x → y = -8 ________________________________.
   E outras equações de retas paralelas eixo y → x = -1 ________________________________.

4. Quais as coordenadas (x; y) do ponto de interseção da reta x = 2 (vermelha) com o eixo x? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **A = (** 2 **;** 0 **).**

5. O ponto **B = (0 ; 4)** é a interseção de qual reta com qual eixo? ____________ com ____________ .

6. Quais as coordenadas (x; y) do ponto em que a reta x = 2 (vermelha) se intercepta com a reta y = 4 (verde)? Escreva aqui esse ponto que será chamado de **I = (____;____).**

7. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **A** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso:____.

8. O que você observa de comum nas coordenadas do ponto **B** com o ponto **I**? Justifique porque você acha isso: ____.

9. Troque o sinal "=" da equação x = 2 pelo sinal ">" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique com suas palavras ____.

10. ESCONDA o gráfico da inequação x > 2, clicando em "□ Active" na janela *Relation#1.* Troque o sinal "=" da equação y = 4 pelo sinal "<" disponíveis no teclado. O que acontece com o gráfico? Explique

ATIVIDADE 2

A1

Nome: ______________________________ **série:**__________

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque $y < 0$ é negativa.

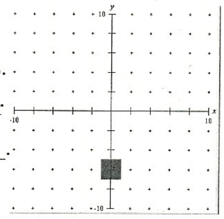
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
1º quadrante: $x > 0$ e $y > 0$. 2º quadrante: $x < 0$ e $y > 0$. 3º quadrante: $x < 0$ e $y < 0$.

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? quadrado. Em qual quadrante? todos.
(NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. $-4 < y < 4$ e $-4 < x < 4$

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? Retângulo.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades.
Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados $-1 < x < 1$ e $-7 < y < -5$.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? ______. Escreva os novos intervalos $-6 < x < -5$ $\quad -8 < x < -7$ $\quad 3 < x < 4$ $\quad 7 < x < 8$.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê [illegible].

A2

Nome: [redacted] **série:** 2º ANO

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque é y, porque tem negativo y.

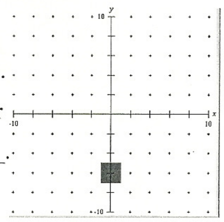
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
1º quadrante: $x>0$ e $y>0$. 2º quadrante: $x<0$ e $y>0$. 3º quadrante: $x<0$ e $y<0$.

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? quadrado. Em qual quadrante? COR VERMELHO.
(NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. $-4<x<4$ e $-4<y<4$.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? RETÂNGULO.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados $-7<y<-5$ e $-1<x<1$.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? x. Escreva os novos intervalos $-5<x<-4$, $8>x>7$, $5>x>4$.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e

me: [redacted] série: 2ºEM

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque y<0 é negativo .

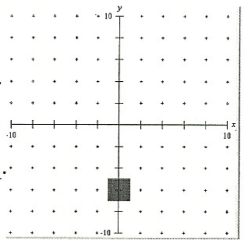
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
1º quadrante: x>0 e y>0. 2º quadrante: x<0 e y>0. 3º quadrante: x<0 e y<0.

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? quadrado. Em qual quadrante? Todos.
(NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. -4<y<4 e -4<x<4.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? retângulo.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados ______________ e ______________.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? ______. Escreva os novos intervalos ____.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê ____.

A4

Nome: [redacted] série: 2º Em

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque $Y<0$, $x>0$.

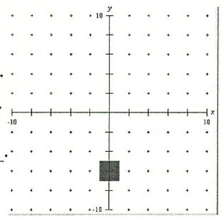
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
 1º quadrante: $x>0$ e $Y>0$. 2º quadrante: $x<0$ e $Y>0$. 3º quadrante: $x<$ e $Y<0$.
 4º $x>0$ e $Y<0$

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? quadrado. Em qual quadrante? 1, 2, 3, 4.
 (NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
 Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. $-4<Y<4$ e $-4<x<4$.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? Retângulo.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados $-7<Y<-5$ e $-1<x<1$.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
 Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? x. Escreva os novos intervalos $-8<x<-7$; $-6<x<-5$; $3<x<4$; $7<x<8$.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê COMPUTADOR.

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? ________. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque Y < 0.

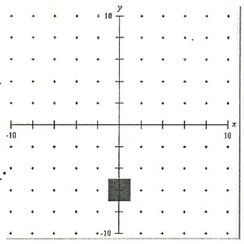
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
1º quadrante: X > 0 e Y > 0. 2º quadrante: X < 0 e Y > 0. 3º quadrante: X < 0 e Y < 0.
4º QUADRANTE: X > 0 e Y < 0

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? QUADRADO. Em qual quadrante? TUDO.
(NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. -4 < Y < 4 e -4 < x < 4.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? RETÂNGULO.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#.*



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados -1 < X < 1 e -7 < Y < -5.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? ______. Escreva os novos intervalos ______________________.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e descreva o que você vê ______________________.

A6

Nome: [redacted] **série:** 2º ANO

ATIVIDADE 2

1. Digite x > 0 e tecle *Tab* para ABRIR UMA JANELA DE RESTRIÇÃO e digite y < 0. Tecle *Enter* duas vezes para ver o gráfico. Qual quadrante ficou preenchido? 4. Alguma coordenada (x; y) neste quadrante pode ser negativa? Explique porque y, porque tem negativo.

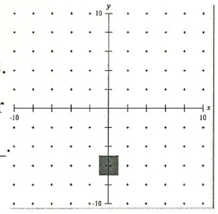
2. Digite em NOVAS JANELAS outras inequações com suas respectivas restrições para que o **1º, 2º e 3º quadrantes** fiquem preenchidos de cores diferentes. Escreva as inequações de cada quadrante:
1º quadrante: x>0 e y>0. 2º quadrante: x<0 e y>0. 3º quadrante: x<0 e y<0.

3. Feche todas as janelas e ABRA UM NOVO GRÁFICO, clicando na barra de ferramentas em "File" e em "New Graph". Digite o intervalo -5< y < 5 (altura). Tecle *Tab* e digite a RESTRIÇÃO -5 < x < 5 (comprimento). Que figura apareceu? quadrado. Em qual quadrante? Todos.
(NÃO APAGUEM os gráficos do item 3 ao item 8, pois formarão um desenho!)

4. ABRA UMA NOVA janela *Relation#2,* digite um intervalo e sua restrição para desenhar um quadrado dentro do quadrado anterior com uma unidade de diferença entre os lados dos dois quadrados.
Converse com seu colega para decidirem quais as medidas devem digitar. -4<x<4 e -4<y<4.

5. ABRA outra janela *Relation#3,* digite -10 < y < -7. Tecle *Tab* e digite a restrição -10 < x < 10. Que figura você obteve com estes intervalos? Retângulo.

6. Digite em OUTRA JANELA um intervalo com sua restrição para o quadrado da figura abaixo. Escolha a mesma cor do quadrado maior (item 3), clicando em "□ Colour" na janela *Relation#*.



Observe que os pontos do gráfico estão representados de duas em duas unidades. Verifique quais intervalos do eixo y e do eixo x devem ser digitados para formar o quadrado. Escreva os intervalos utilizados -7<y<-5 e -1<x<1.

7. Digite -9 < y < -8 com a restrição -8 < x < -7 para desenhar um quadrado. Depois, desenhe mais três quadrados de mesmo tamanho e ao lado deste, localizados dentro do retângulo do item 5.
Verifique com seu colega, quais as medidas que devem mudar, do eixo x ou do eixo y? x. Escreva os novos intervalos 7<x<8 e 3<x<4 e -5<x<-8 e -5<x<-4 e -8<x<-8.

8. Clique sobre o gráfico, para aparecer a janela *View Tools,* clique em □ *Ticks* para esconder os eixos. Você consegue ver algum desenho com todos os gráficos do item 3 ao item 8? Use sua imaginação e

ATIVIDADE 3

A1 Nome: ____________________ série: ________

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

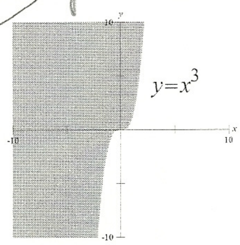
O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS, $y > x$.

2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português ____________________
Conjunto dos pontos.

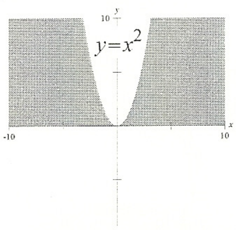
3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation*.

a) $y > x^3$



Em Português Conjunto dos pontos (plano) y ordenadas (y) É maior que

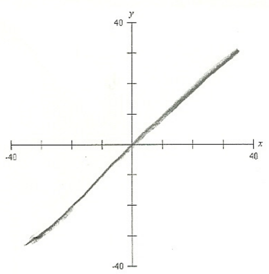
b) $y < x^2$ $y > 0$



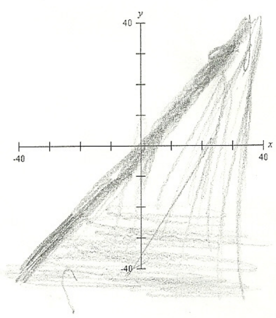
Em Português: conjunto dos pontos (plano) $y < x^2$ $y > 0$

4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) y = x



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS (y) SÃO MENORES (<) DO QUE AS ABSCISSAS (x).



// // //

Nome: [redacted] série:___________

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

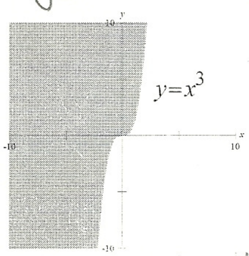
O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS. $y > x$ ordenada maior que abscissas

2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2>25$.

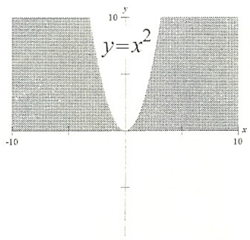
Em Português conjunto dos Pontos exterior circunferência é raio 5.

3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) $y>x^3$



b) $y < x^2$ tal $y>0$

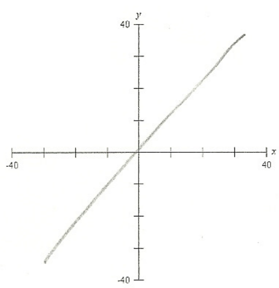


Em Português conjunto dos Pontos vertical é maior que hori zontal cima três

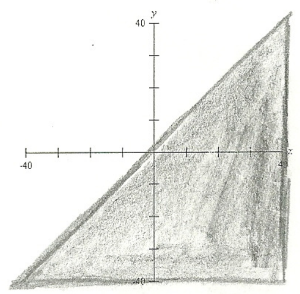
Em Português: Conjunto dos Pontos vertical é menor que horizontal, vertical é maior que zero

4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) $y = x$



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.



A3

Nome: [redacted] série: 2ªEM

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS. $y > x$ - ordenada maior que abscissa.

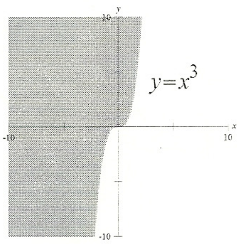
2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português Fora a circunferência

R) conjunto dos pontos exterior a circunferência, raio 5.

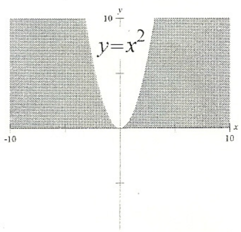
3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) $y > x^3$



Em Português conjunto dos pontos, ordenadas maior que abscissas elevador três ou cubo.

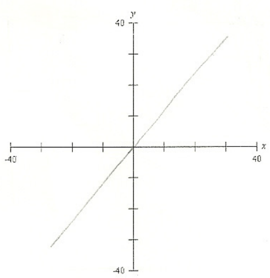
b) $y < x^2$, $y > 0$



Em Português: conjunto dos pontos, ordenadas menos que abscissas, elevador dois. Ordenadas maior que zero

4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

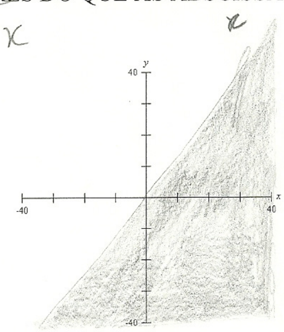
a) $y = x$



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.

y

$y < x$



A4

Nome: [redacted] série: 2ª Em

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

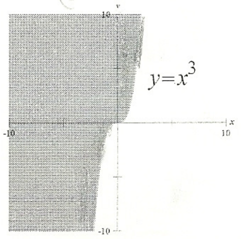
O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS, $y > x$ ordenado maior que abscissas.

2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português fora que porque circunferência.
(?) circunferência fora conjunto dos pontos dos plano, circunferência Raio 5

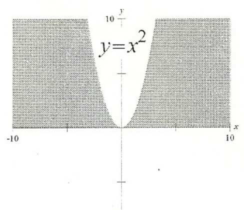
3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) $x \geq x^3$



Em Português O conjunto de todos de os pontos eixo dos ordenadas (y) é maior que eixo dos abscissa (x)

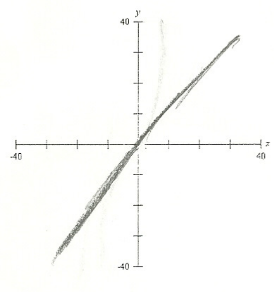
b) $y \leq x^2$ $y \geq 0$



Em Português: O conjunto de todos dos pontos ordenadas y é menor que < abscissas e maior que > zero

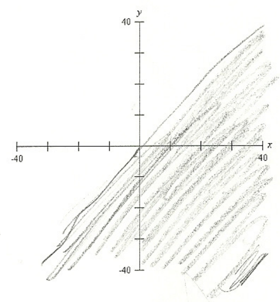
4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) y = x



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.

$y < x$



// // //

AS

Nome: série: 2º EM

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS. $Y \geq X$.

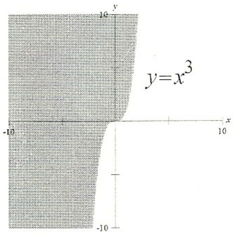
2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português CIRCUNFERÊNCIA

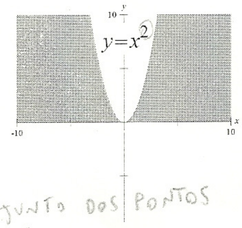
CONJUNTO DOS PONTOS DO PLANO FORA CIRCUNFERÊNCIA RAIO 5

3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation*.

a) $Y > X^3$



b) $Y < X^2$ / $Y > 0$

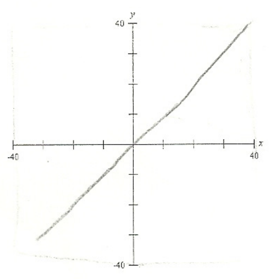


Em Português CONJUNTO DOS PONTOS DO PLANO, Y = EIXO DAS ORDENADAS, > = É MAIOR QUE, X = EIXO DAS ABSCISSAS, ³ = ELEVADO

Em Português: CONJUNTO DOS PONTOS PARÁBOLA, Y = EIXO DA ORDENADAS, < = É MENOR QUE, X = EIXO DAS ABSCISSAS, ² = ELEVADO / Y = EIXO DA ORDENADAS, > = É MAIOR, 0 = ZERO

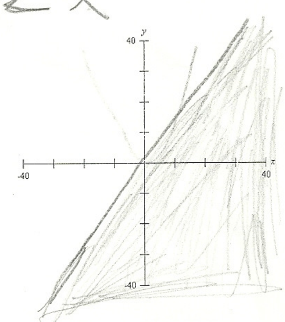
4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) y = x



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.

$Y \leq X$



A6

Nome: ______________________________ **série:** 2º EM

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

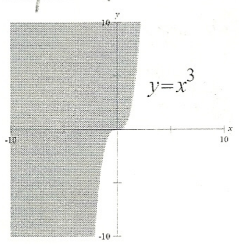
O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS. $y > x$.

2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português conjunto dos Pontos Fora EXTERIOR . circunferência é raio 5.

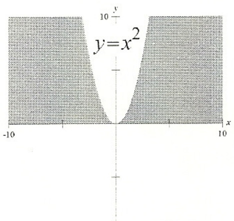
3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation*.

a) $y > x^3$



Em Português conjunto dos Pontos Fora y vertical > maior x horizontal

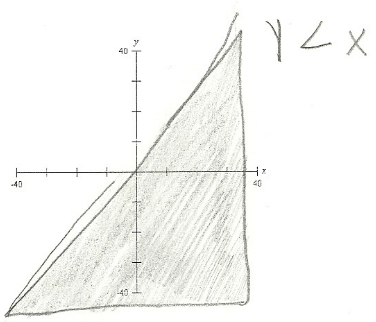
b) $y < x^2 . y > 0$



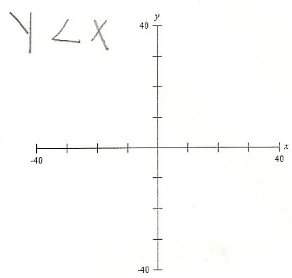
Em Português: conjunto dos Pontos Fora o Y = ordenadas < menor x abscissas dois e ordenadas maior zero

4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) $y = x$



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.



A7

Nome: [redacted] série: 1º Em

ATIVIDADE 3

1) Digite no *Graphequation* e depois escreva nesta folha a inequação que representa:

O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS NO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MAIORES QUE AS ABSCISSAS, $y > x$.

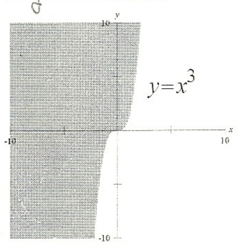
2) Digite no *Graphequation* e depois descreva em Português a inequação $x^2+y^2 > 25$.

Em Português Circunferência o ponto fora

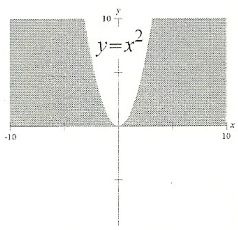
2 Conjunto dos pontos, circunferência e exterior, raio 5 .

3) Escreva nesta folha a inequação que represente a região no plano de cada gráfico a seguir. Faça tentativas no *Graphequation.*

a) $y > x^3$



b) $y<x^2$ / $y>0$

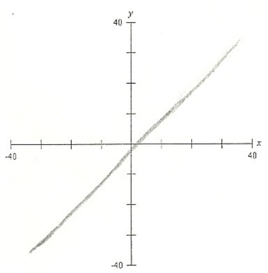


Em Português conjunto dos pontos e eixo dos ordenados, maior e abscissas, elevado três.

Em Português: conjunto dos pontos e menor dois, eixo dos ordenados e maior zero

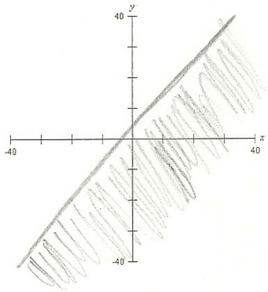
4) Desenhe nesta folha o gráfico de cada inequação a seguir.

a) y = x



b) O CONJUNTO DE TODOS OS PONTOS DO PLANO CUJAS ORDENADAS SÃO MENORES DO QUE AS ABSCISSAS.

$y < x$



// // //

ATIVIDADE 4

Nome: A1 Série: 2º EM

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

$\cancel{\frac{1}{x-1} < 1}$

$x - 1$

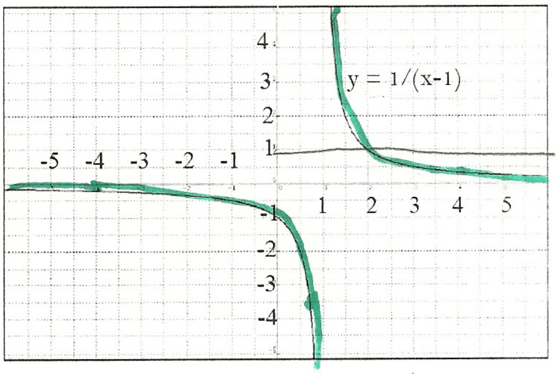
$1.1 < 1(x-1)$

$1 < 1x - 1$

$1 < x - 1$

$1 + 1 < x$

$2 < x$



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? x ~~1~~ diferente 1

Qual o domínio dessa função? D = { x diferente }

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $S = \{x \in R\ x < 1\ x > 2$

$S = \{x \in R / x < 1 / x > 2\}$

$\{x \in R\ x < 1\ x > 2\}$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? não.

Por que? $x < 2$.

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? não.

Por que? negando $x < 1$.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? não multiplicação.

Por que? $x < 1$ falta.

A2

Nome: ______________________________ **Série:** 2º EM

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

$\frac{1}{x-1} < 1$

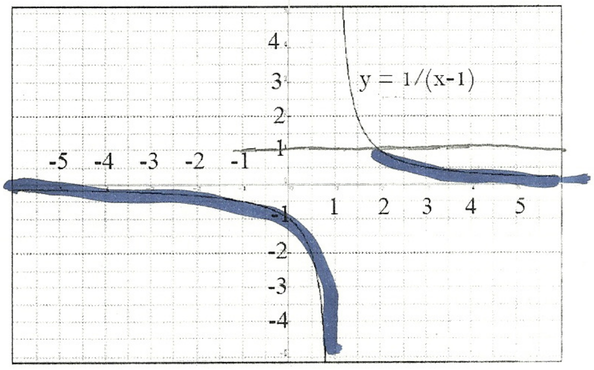
$1.1 < 1.(x-1)$

$1 < x-1$

$1+1 < x$

$2 < x$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? x diferente 1

Qual o domínio dessa função? D = {$x \in \mathbb{R} / x \neq 1$}

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? {$x \in \mathbb{R} / x < 1 / x > 2$}.

$\{x \in \mathbb{R} / 1 > x > 2)$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? não.

Por que? ① é diferente do ③ porque falta $x < 1$.

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? não.

Por que? ① é diferente do ② porque 1 tem pintado quase todo mas ② falta pintada.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? é errado regra técnica.

Por que? falta $x < 1$.

A3 //

Nome: ______________________ **Série:** 2ºGM

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

$\frac{1}{x-1} < 1$

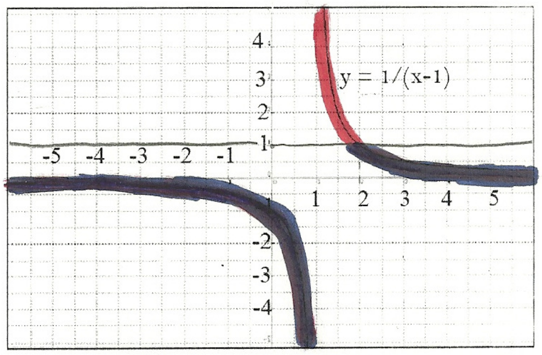
$1.1 < 1.(x-1)$

$1 < x - 1$

$1 + 1 < x$

$2 < x$

$\rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? x é numero diferente de Um.

Qual o domínio dessa função? D = { $x \in \mathbb{R} / x \neq 1$ }

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 1 , x > 2$ }.

$\{x \in \mathbb{R} / 1 > x > 2\}$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? Não.

Por que? falta $x < 1$.

5) Digite as inequações $\boxed{\frac{1}{x-1} < 1}$ (1º) e $\boxed{1 < x - 1}$ (2º). Elas são equivalentes? Não.

Por que? segundo falta $x < 1$.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? multiplicação em cruz.

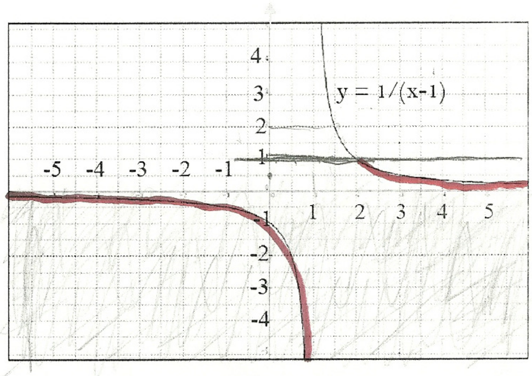
Por que? falta $x < 1$.

A4 //

Nome: ______________________ **Série:** 2º Em

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.



$\frac{1}{x-1} < 1$

$1 . 1 < 1 . (x-1)$

$1 < x-1$

$x-1 > 1$

$x > 1+1$

$x > 2$ $\{S = x \in IR / x > 2\}$

2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? Porque diferente 1 x

Qual o domínio dessa função? D = { $x \in R / x \neq 1$ }

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $x \in R / x < 1$ e $x > 2$ }.

$x \in R / 1 < x > 2$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? NÃO.

Por que? falta porque.

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e 1 < x -1. Elas são equivalentes? NÃO.

Por que? falta cor porque $1 < x-1$.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? Multiplicação em x cruz.

Por que? por que falta $x < 1$.

A5 //

Nome: ____________ **Série:** 2º EM

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

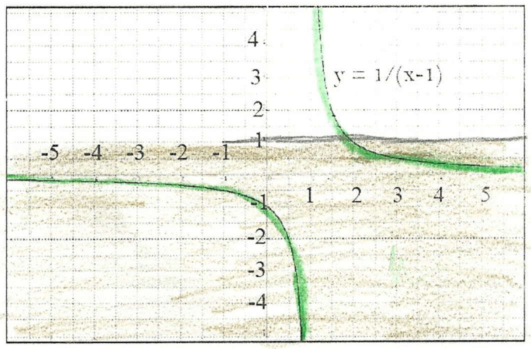
$\frac{1}{x-1} < 1$

$1 \cdot 1 < 1(x-1)$

$1 < x - 1$

$1 + 1 < x$

$2 < x$



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? NÃO 1 / CORRETO 2 3 4

$x \neq 1$

Qual o domínio dessa função? D = { $x \in \mathbb{R} / x \neq 1$ / $x \neq 2$ }

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $x \in \mathbb{R} / x < 1 / x > 2$ }.

$(x \in \mathbb{R} / 1 \geq x > 2)$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? NÃO.

Por que? $x > 2$ / $2 < x < 1$ NÃO IGUAIS.

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? NÃO - 1.

Por que? $1 < x - 1$ NÃO IGUAIS.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? MULTIPLICAÇÃO EM X CRUZ.

Por que? SÓ $x > 2$ FALTOU MENOS $x < 1$.

A6

Nome: [redacted] **Série:** 2º EM.

ATIVIDADE 4

1) Resolva algebricamente a inequação $\frac{1}{x-1} < 1$.

$\frac{1}{x-1} < 1$

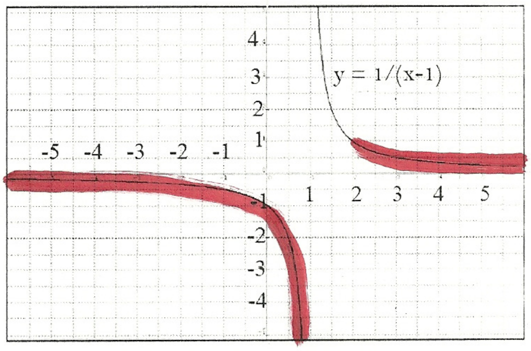
$1.1 < 1(x-1)$

$1 < x-1$

$1+1 < x$

$2 < x$

$S = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$



2) Digite a função h(x) = y = 1/(x-1) e observe o gráfico.

Por que x é um número real diferente de 1 nessa função? diferente ponto 1 x

Qual o domínio dessa função? D = { $x \in \mathbb{R} / x \neq 1$ }

3) Digite a inequação y < 1. Você irá colorir, no gráfico acima, ponto(s) que satisfaça(m) essa restrição.

Quais são os valores das abscissas que satisfaçam a essa restrição? { $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 1$ e $x > 2\}$.

$\{x \in \mathbb{R} / 1 > x > 2\}$

4) Compare as respostas das questões (1) e (3). São iguais? Não.

Por que? falta $x < 1$.

5) Digite as inequações $\frac{1}{x-1} < 1$ e $1 < x - 1$. Elas são equivalentes? Não.

Por que? conjunto falta $< x-1$.

6) Qual foi a técnica algébrica utilizada que acarretou o erro? $(x-1)$ multiplicação em x - luz.

Por que? $x \not< 1$ falta.

ATIVIDADE 5

A1

Nome: [redacted] **Série:** 2a

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

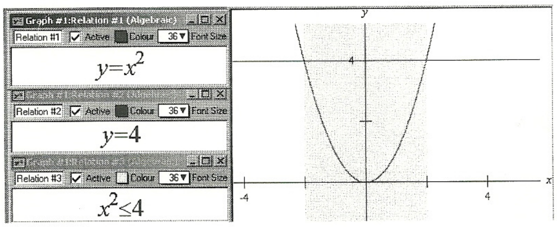
a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.

Por quê? x < ±2 e x² ≤ 4 diferente.

b) Você concorda com a solução do colega? NÃO.

Por quê? diferente.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções. Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= {____________________}

3. Sua solução coincide com a solução do colega? __________.

Justifique ______________________________.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique ______________________________

2

Nome: [redacted] **Série:** 2ºEM

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? não.

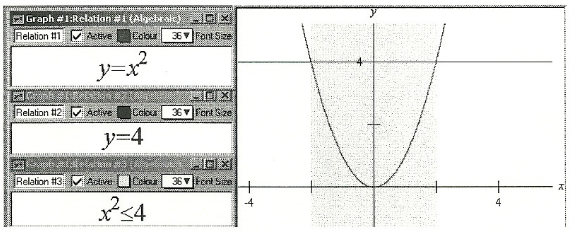
Por quê? é diferente 1º e 2º porque 1º tem mais 2º não. já parou.

b) Você concorda com a solução do colega? não.

Por quê? é diferente que $\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$ e $x < \pm 2$ não igual $x^2 \leq 4$ e $x < 2$

Amigo EU

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções. Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in \mathbb{R} / x < 2$ e $x > -2$ }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.

Justifique? amigo esta usar $x < \pm 2$ e nos faz só $-2 < x < 2$.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique ele está usar Raiz Quadra e errado.

A3

Nome: [redacted] **Série:** 2ºEM

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

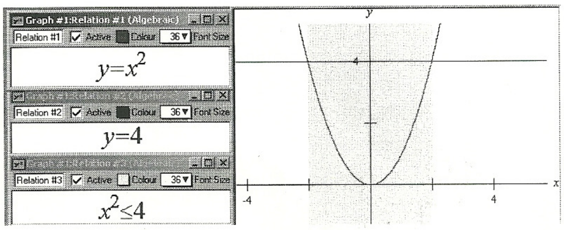
a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO

Por quê? tem um continua e outro só intervalo. 2 até -2

b) Você concorda com a solução do colega? Não

Por quê? Resposta do Aluno é diferente que do mim.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções. Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2$ }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO

Justifique Mim, resposta é o intervalo $-2 < x < 2$, Colega respostou sem o intervalo.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique Colega usou o extrair o raiz quadrados dois lados, mim não usei.

A4

Nome: ______________________ **Série:** __________

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

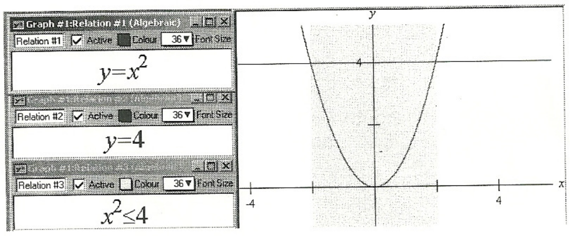
$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.
   Por quê? Diferente eixo das abscissas.

b) Você concorda com a solução do colega? não.
   Por quê? diferente eixo que.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções. Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in R$ $x \leq 2$ $x > -2$ }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.
   Justifique porque continua amigo x e x.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique Extraindo a raiz quadrada dos Dos lados

A5

Nome: ______________________ **Série:** 2º Bm

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.

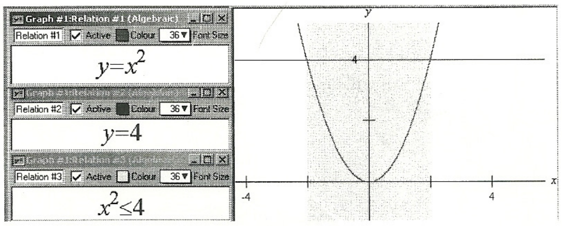
Por quê? DIFERENTE ① e ② DIFERENTE ① CERTO.

$x^2 < 4$

b) Você concorda com a solução do colega? NÃO.

Por quê? ① $x < \pm 2$ DIFERENTE ② $x^2 < 4$.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções. Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in R \mid -2 < x < 2$ }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO CONTINUA.

Justifique CERTO $-2 < x < 2$ CONTINUA.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS

A6

Nome: ______________________________ **Série:** 2º EM.

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? NÃO.

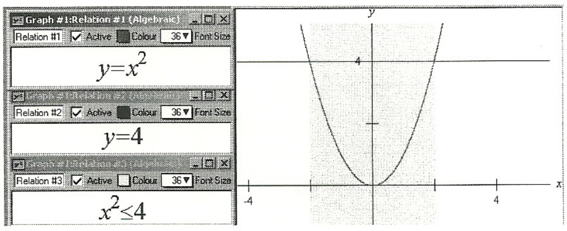
Por quê? intervalo no plano $x < \pm 2$.

b) Você concorda com a solução do colega? Não.

Por quê? diferente $x^2 \leq 4$ continua.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções.

Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { $x \in \mathbb{R} \mid x < 2$ e $x > -2$ }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.

Justifique amigo esta continua $-x < \pm 2$.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique Extraindo a Raiz quadradados Dois Lados.

A7

Nome: [redacted] **Série:** 2º em

ATIVIDADE 5

1. Para resolver a inequação $x^2<4$, um colega resolveu da seguinte forma:

"EXTRAINDO A RAIZ QUADRADADOS DOIS LADOS"

$$\sqrt{x^2} < \sqrt{4}$$

$$x < \pm 2$$

$$S = \{x \in R \mid x < \pm 2\}$$

Observe que, pela resolução do colega, a inequação $x < \pm 2$ deveria ser equivalente à $x^2 < 4$.

a) Digite as inequações $x < \pm 2$ e $x^2 < 4$. Elas são equivalentes? Não.

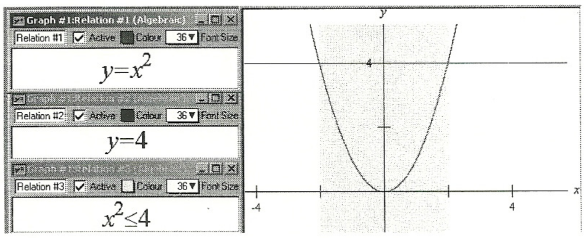
Por quê? Contuina -2.

b) Você concorda com a solução do colega? NÃO.

Por quê? não tem igual é diferente, porque contuina $x^2<4$.

2. Digite as funções $y = x^2$ e $y = 4$. Estamos separando cada membro da inequação $x^2 < 4$ em duas funções.

Observe o gráfico das duas funções e a região que representa a inequação $x^2 < 4$.



Determine a solução da inequação $x^2 < 4$, S= { x∈R/ -x 2 >-2 }

3. Sua solução coincide com a solução do colega? NÃO.

Justifique Contuina -2 amigo.

4. Qual foi o erro do colega? Justifique raiz dois lados extraindo.

ANEXO 3

ENTREVISTA REALIZADA POR EMAIL

26/04/2012
Núria Rosich
Para Silvia Teresinha Frizzarini
Hola Teresinha,

Gracias por responder a mis preguntas ahora me hecho una idea de tu situación. Por lo que cuentas entiendo que estás haciendo una tesis sobre las desigualdades entre estudiantes sordos, en tu país y extranjeros.

¿ Cuál es la situación española? En España existe la ley de integración desde hace más de 30 años. Existen personas sordas que optan por el lenguaje verbal (lectura labial) y los que han optado por el lenguaje gestual (de signos) y hay una minoría que conocen los dos.

En general los alumnos que tienen padres sordos optan por lenguaje gestual y se integran en escuelas donde en las clases hay un traductor de lenguaje verbal a signado. Y los que tienen padres oyentes en general optan por el lenguaje verbal y van a escuelas ordinarias y reciben 4 horas de clase de logopedia a la semana.

Esta situación esta cambiado actualmente debido a los implantes cocleares ya que desde muy pequeños se les están colocando las prótesis. Yo estoy en un grupo de investigación con varios colegas que estudian a los niños sordos en diferentes ámbitos.

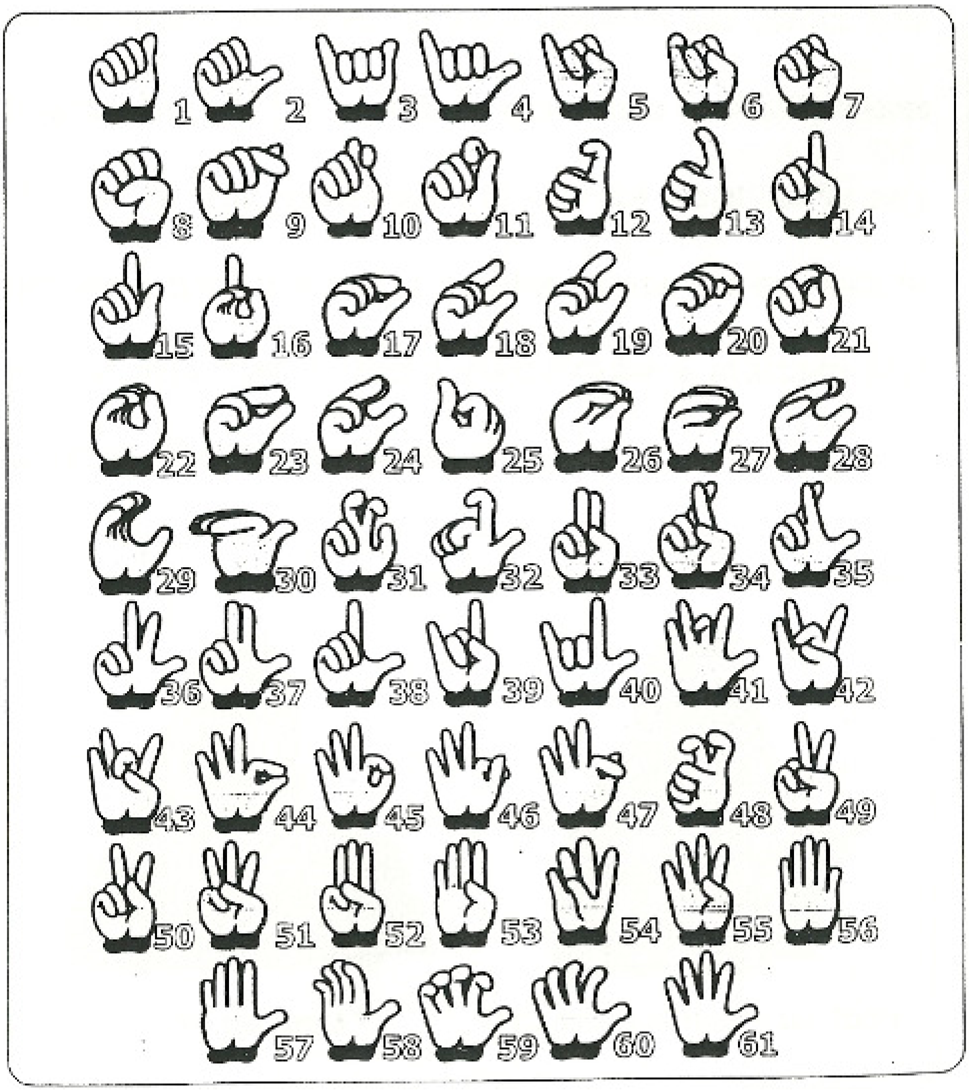
Espero haber aclarado tus dudas sobre la integración en España. Por lo que dices entiendo que tienes un director/a de tesis. No se muy bien tu demanda de si me pides que deseas venir a España y conocer como se hace la integración, o me pides que dirija o codirija la tesis?.

Un abrazo,

Núria Rosich

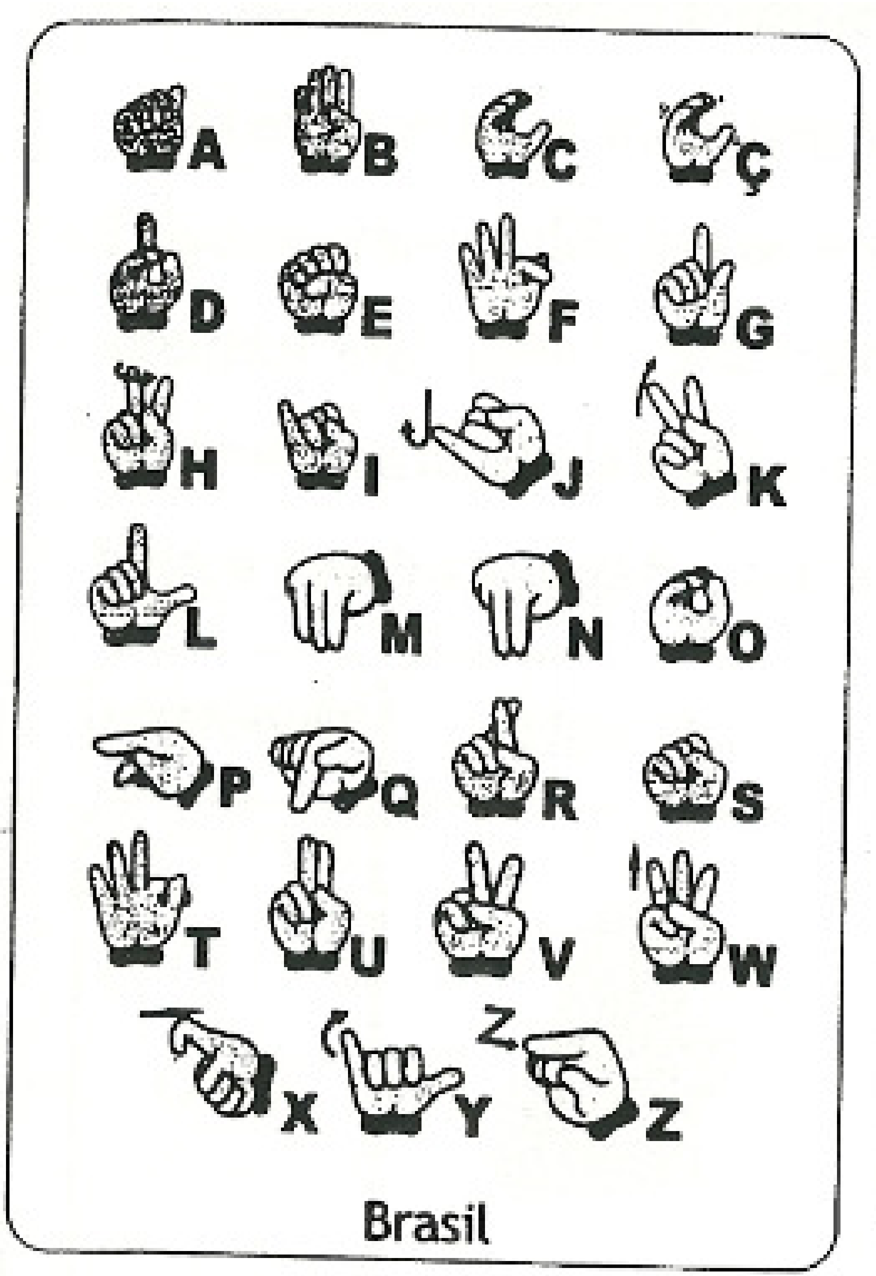
ANEXO 4

CONJUNTO DE CONFIGURAÇÕES DE MÃOS
(PIMENTA E QUADROS, 2007, p. 63).



ANEXO 5

ALFABETO MANUAL DO BRASIL
(PIMENTA E QUADROS, 2007, p. 65).

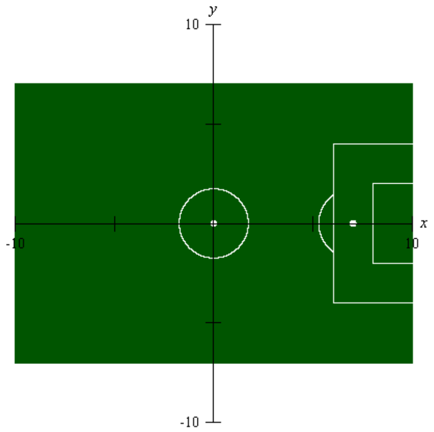


ANEXO 6 - ATIVIDADE EXTRA 1

Construção no G*raphequation*: campo de futebol

Nome:____Série:_____

Tente descobrir as sentenças matemáticas utilizadas para desenhar o campo de futebol:



Escrever sempre numa nova janela cada sentença utilizada:

1º) Retângulo verde "$-7<y<7$". Todas as linhas seguintes são brancas:

2º) Linha central sobre o eixo "$y=0$" (só aparece quando esconder os eixos)

3º) Circunferência central "$x^2 + y^2 = 3$"

4º) Circulo dentro da circunferência central "$x^2 + y^2 < 0.02$"

5º) Trave direita: "$x=6$" com a restrição "$-4<y<4$"

"$y=-4$" com a restrição "$x>6$"

"$y = 4$" com a restrição "$x>6$"

6º) Dentro da trave direita : "$x=8$" com a restrição "$-2<y<2$"

"$y=-2$" com a restrição "$x>8$"

"$y=2$" com a restrição "$x>8$"

7º) Circulo entre das duas linhas da trave: "$(x-7)^2 + y^2 < 0.02$"

8º) Semicircunferência da trave: "$(x-7)^2 + y^2 = 3$" com a restrição "$x<6$"

9º) Descobrir as outras sentenças matemática para completar o campo de futebol do lado esquerdo (escreva no verso da folha essas sentenças).

10º) Não será possível completar o desenho porque esta versão do programa só faz 15 relações (15 janelas para escrever as sentenças).

ANEXO 7 - ATIVIDADE EXTRA 2

Construção no *Graphequation*: bandeira do Brasil

Nome:____Série:_____

Desenhe a figura abaixo, utilizando as cores da bandeira do Brasil. Digite e escreva as inequações utilizadas.

Relation#1:____

Relation#2:____

Relation#3:____

Relation#4:____

Relation#5:____

Relation#6: ____

Relation#7:____

Sugestão: Utilize as equações da reta $y = 0.5x + 4$ e da circunferência $x^2 + y^2 = 4$.

Lembrando sempre de trocar os sinais que forem necessários:

- da equação para inequação: “=” para “>” ou “<”.
- do coeficiente angular crescente para decrescente: 0.5 para -0.5
- do coeficiente linear (onde corta o eixo y): em + 4 para – 4.

ANEXO 8

CONTRATO DA TRADUTORA NA ESPANHA

FEDERACIÓ DE PERSONES SORDES DE CATALUNYA
Hotel d'Entitats La Pau - 7a planta
C/ Pere Vergés 1 - 08020 Barcelona
Tel: 93 498 76 52 Fax: 498 76 53
CIF: G-08621922

FESOCA
FEDERACIÓ DE PERSONES SORDES DE CATALUNYA

Numero de Pressupost:	108-2013*P2050
Data:	04-06-13

A/A: Núria Rosich
ORGANITZACIÓ: UNIVERSITAT DE BARCELONA
Telf: Fax:
E-mail:nuriarosich@ub.edu

SERVEI D'INTERPRETACIÓ DE LLENGUA DE SIGNES

Data del servei: 4 de juny de 2013
Lloc del servei: IES Consel de Cent
Tipologia del servei: Prova de Matemàtiques

DESCRIPCIÓ DE LA DESPESA

Nombre d'intèrprets	Preu/fracció	Nombre de fraccions	COST TOTAL
dimarts 4 de juny 15:15 a 16.00h	48,61 € S.O Laborable	1	48,61
(Servei Ordinari fins a 3 hores 30 min)			48,61 €

I.R.P.F. inclòs
Exemta d' IVA, d'acord amb l'art. 20 de la Llei 37/1992

Desplaçament no inclòs, afegir si el servei és fora de Barcelona ciutat. En cas que el servei duri més temps del previst, caldrà afegir una fracció més. Si s'anul·la en el mateix moment es facturarà el 50% d'una fracció si a Barcelona i el 75% si és fora.

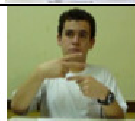
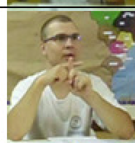
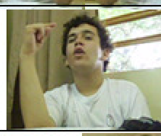
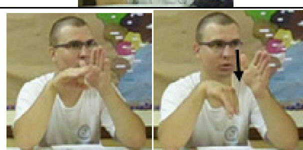
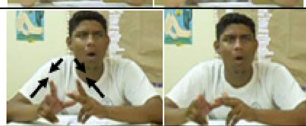
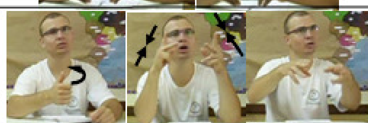
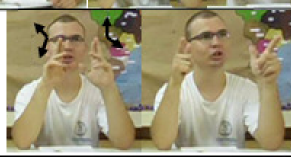
ACCEPTACIÓ DE PRESSUPOST

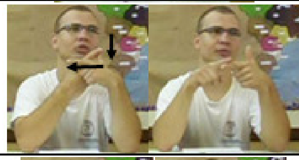
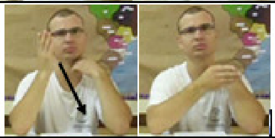
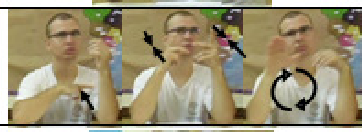
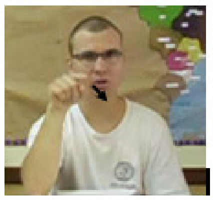
En el cas d'acceptació del pressupost, preguem ens feu arribar una còpia signada i segellada per fax o mail, amb les dades següents degudament complimentades.

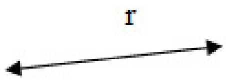
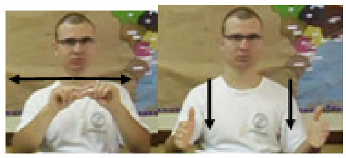
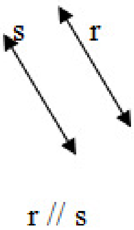
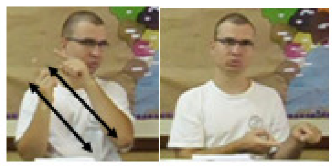
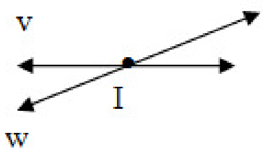
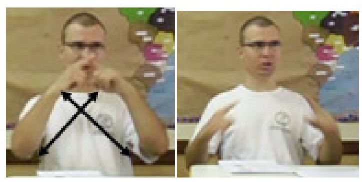
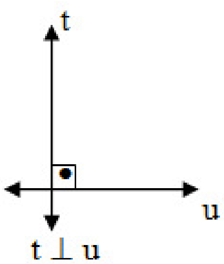
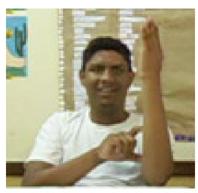
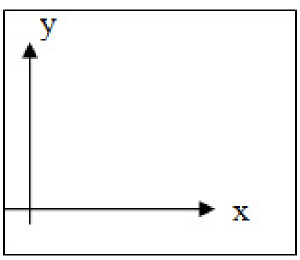
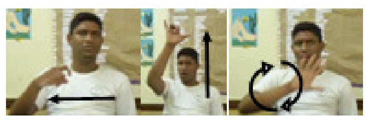
NOM DE L'ENTITAT: UNIVERSITAT DE BARCELONA CIF ENTITAT:
NOM DE CONTACTE: ESTEFANIA
ADREÇA: Passeig de la Vall d'Hebron NÚMERO: PLANTA I PORTA:
CP I POBLACIÓ: Barcelona
TELÈFON: 934035030 FAX: MAIL: nuriarosich@ub.edu

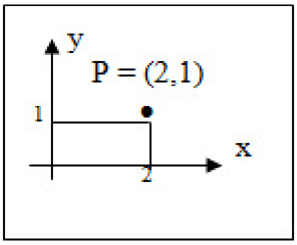
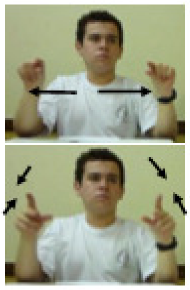
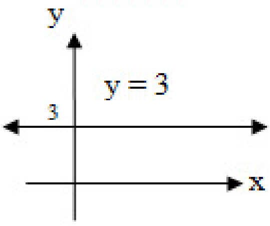
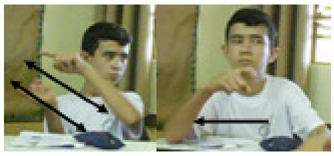
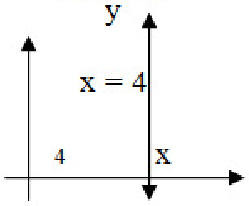
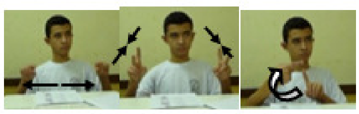
ANEXO 9

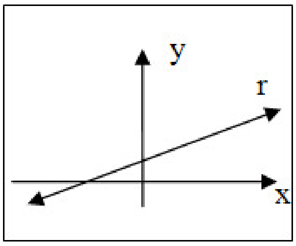
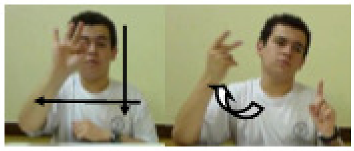
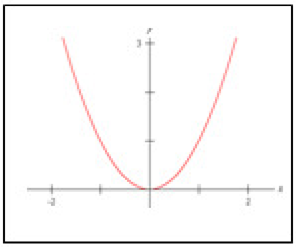
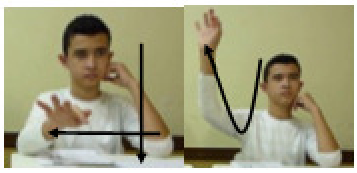
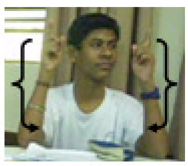
TABELA DOS TERMOS MATEMÁTICOS EM LIBRAS

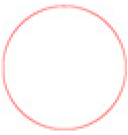
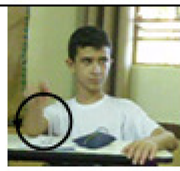
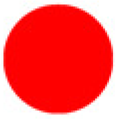
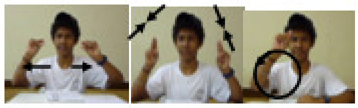
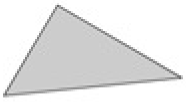
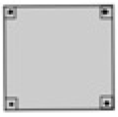
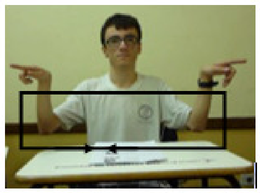
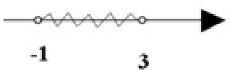
Linguagem MATEMÁTICA	Descrição em PORTUGUÊS	LIBRAS
$<$	É menor que	
$>$	É maior que	
$\leq$	É menor que ou igual a	
$\geq$	É maior que ou igual a	
$+$	Positivo	
$+$	Adição	
-	Negativo	
-	Subtração	
$=$	Igual	
$\cong$	Aproximadamente igual	
$\neq$	Diferente	

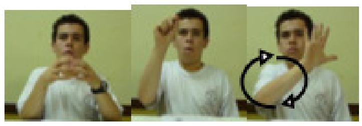
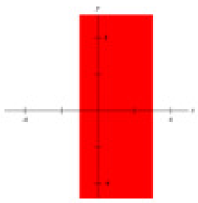
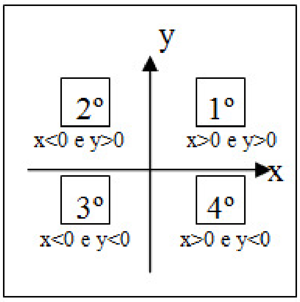
x ou .	Multiplicação	
÷ ou :	Divisão	
$\vert$	Tal que	
√	Raiz	
∈	Pertence	
∪	União	
∩	Interseção	
⊂	Contido	
...	Continua Infinitamente	
~	Semelhante	
P •	**Ponto P** – A marca de uma ponta de lápis bem fina no papel dá a ideia do que é um ponto. Toda figura geométrica é considerada um conjunto de pontos	

	**Reta** – Conjunto infinito de pontos alinhados de tal forma que os segmentos com extremidades em dois quaisquer desses pontos têm sempre a mesma inclinação.	
	**Segmento de reta**: é a parte da reta compreendida entre dois de seus pontos, que são chamados de extremos do segmento.	
	**Retas paralelas** mantêm sempre a mesma distância entre si (estão em um mesmo plano e não se interceptam).	
	**Retas concorrentes** se cortam ou se interceptam em um ponto. **Ponto de interseção** (I) das retas v e w.	
	**Retas perpendiculares** se interceptam formando um ângulo reto (90°).	
	**Plano Cartesiano:** Plano cujos pontos são localizados por meio de um sistema de coordenadas cartesianas **Eixo das abscissas(x)** (coordenada horizontal) **Eixo das ordenadas(y)** (coordenada vertical)	

	**Par ordenado (x, y)** é a representação do ponto no plano cartesiano. **x e y são as coordenadas do ponto.** **Ex.: P(2,1) é o ponto** cuja abscissa é dois e ordenada é um.	
Exemplo: $3x + 4y + 5 = 0$	**Equação**: sentença matemática na qual aparecem um sinal de igual e uma ou mais letras (quaisquer) que representam números desconhecidos chamados de incógnitas.	
Exemplo: 	**Reta paralela ao eixo x** Conjunto dos pontos do plano que tem ordenada (y) fixa. Ex.: Conjunto dos pontos cuja ordenada é sempre igual a 3.	
Exemplo: 	**Reta paralela ao eixo y** Conjunto dos pontos do plano que tem abscissa (x) fixa. Ex.: Conjunto dos pontos cuja abscissa é sempre igual a 4.	
$\mathbf{ax + b = 0}$ Exemplo: $2x – 9 = 0$	**Equação de 1° grau:** é toda equação com uma incógnita x (ou qualquer outra letra), em que a e b são coeficientes, com $a \neq 0$.	
$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ Exemplo: $3x^2+2x-1= 0$	**Equação de 2° grau**: é toda equação na incógnita x (ou qualquer outra letra), em que a, b e c são coeficientes, com $a \neq 0$. O maior expoente de x é 2.	

$f(x) = y$	**Função:** quando o valor de uma grandeza depende do valor de outra, dizemos que a primeira é função da segunda.	
$f(x) = y = ax + b$	**Função do 1º grau ou função afim**: é toda função em que x e y são variáveis indicando números reais e a e b são coeficientes reais, com $a \neq 0$	
	**Gráfico da função do 1º grau** ou função afim é uma reta.	
$f(x) = y = ax^2 + bx + c$	**Função de 2º grau:** é toda função de duas variáveis, por exemplo x e y, indicando números reais e a, b e c são coeficientes reais, com $a \neq 0$	
	**Gráfico da função de 2º grau**	
Exemplo: $3x + 2y > 8$	**Inequação:** sentença matemática na qual aparece um sinal de desigualdade ($>$, $<$ ou $\geq$, $\leq$) e uma ou mais variáveis (no plano) ou incógnitas (na reta).	
Exemplo: $S = \{x \in R \mid x > 2\}$	**Conjunto solução (de uma inequação)**: possíveis valores da variável que tornam a desigualdade verdadeira.	

	**Circunferência:** é o conjunto dos pontos do plano que têm uma distância fixa de outro ponto, chamado centro.	
	**Círculo:** figura formada por uma circunferência e por todos os pontos de seu interior.	
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$	**Equação da circunferência**	
	**Triângulo:** Polígono de 3 lados	
	**Quadrado:** quadrilátero que possui todos os ângulos internos retos e todos os lados iguais. Por isso, o quadrado é retângulo e também losango.	
	**Retângulo:** qualquer quadrilátero cujos quatro ângulos medem 90º.	
$]-1;3[=\{x \in R \mid -1<x<3\}$ 	**Intervalos reais:** subconjunto do conjunto dos números reais determinados por meio de desigualdades. Exemplo: Conjunto dos números reais compreendidos entre -1 e 3. Ou, conjunto dos números reais maiores que -1 e menores que 3. **Intervalo aberto** não estão incluídos os extremos.	

$[-1;3]=\{x\in R \mid -1\leq x\leq 3\}$ 	**Intervalo fechado:** estão incluídos os extremos.	
$\{(x, y)\in R^2 \mid x\in R$ e $y\in R\}$	**Conjunto dos pontos do plano**	
	**Intervalo no plano:** conjunto de todos os pontos no plano compreendidos entre as retas x =**-1 e y = 3**. Pode ser aberto ou fechado.	
	**1º Quadrante** - Conjunto dos pontos no plano cujas abscissas e ordenadas são positivas. **2º Quadrante** - Conjunto dos pontos no plano cujas abscissas são negativas e ordenadas são positivas. **3º Quadrante** - Conjunto dos pontos no plano cujas abscissas e ordenadas são negativas. **4º Quadrante** - Conjunto dos pontos no plano cujas abscissas são positivas e ordenadas são negativas.