

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ CENTRO DE CIÊNCIAS
EXATAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A
CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

ALEX LINO

O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE ENERGIA: SEUS
OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E SUAS INFLUÊNCIAS PARA O ENSINO
DE FÍSICA

MARINGÁ - PR

2016

ALEX LINO

O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE ENERGIA: SEUS
OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E SUAS INFLUÊNCIAS PARA O ENSINO
DE FÍSICA

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Marcos Cesar Danhoni Neves

Maringá - PR

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

L758d Lino, Alex
O desenvolvimento histórico do conceito de energia: seus obstáculos epistemológicos e suas influências para o ensino de física / Alex Lino. -- Maringá, PR, 2016.
359 f.: il. (algumas color.) figs.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2016.

1. Energia - Conceitos. 2. Obstáculos epistemológicos. 3. Ensino de física - Concepções alternativas. 4. Física - História da. I. Neves, Marcos Cesar Danhoni, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 530.7

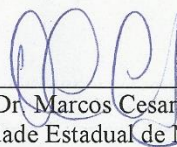
MRP-003545

ALEX LINO

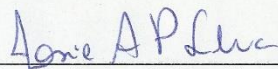
**O desenvolvimento histórico do conceito de energia:
*seus obstáculos epistemológicos e suas influências para o
Ensino de Física***

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em *Ensino de Ciências e Matemática*.

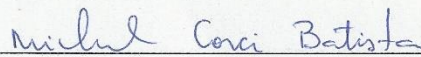
BANCA EXAMINADORA



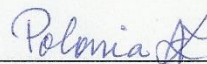
Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves
Universidade Estadual de Maringá – UEM



Profa. Dra. Josie Agatha Parrilha da Silva
Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG



Prof. Dr. Michel Corci Batista
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR



Profa. Dra. Polonia Altoé Fusinato
Universidade Estadual de Maringá – UEM



Prof. Dr. André Luis de Oliveira
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 19 de Dezembro de 2016.

DEDICATÓRIA

Dedico à toda minha família: ao meu maior amor Jessica, meus pais Osabel e Luiz, aos meus irmãos Júlio, Elaine e Gislaíne, e finalmente aos meus sobrinhos Gasmin, Luca, Felipe e Eduardo... Amo vocês!

AGRADECIMENTOS

Esta tese foi elaborada durante quatro anos, marcada por muitos encontros e desencontros, lugares que ficaram logo ali e lugares que ficaram longe. Mas independentemente das passagens e das distâncias, muitas pessoas de alguma maneira contribuíram para sua elaboração, e gostaria de recordá-las por meio de meus agradecimentos:

Ao Prof. Dr. Marcos Cesar Danhoni Neves, meu orientador, por ter me instruído de forma brilhante, pelas desconstruções e reconstruções e pelo apoio nos momentos necessários.

Ao Prof. Dr. Marco Mamone Capria, por ter me orientado no momento que estive na Itália, *La ringrazio molto*.

Aos membros de minha banca, Prof. Dr. Moacir Pereira de Souza Filho, Profa. Dra. Josie Agatha Parrilha da Silva, Prof. Dr. André Luis de Oliveira, Profa. Dra. Polônia Altoé Fusinato, Prof. Dr. Michel Corci Batista e Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes pelas riquíssimas discussões e contribuições que deram à esta pesquisa.

Ao PCM, incluindo professores, alunos e funcionários, que de alguma maneira contribuíram com a realização deste trabalho.

À CAPES, pelo fomento financeiro que viabilizou a realização do estágio sanduíche no exterior (PDSE).

Ao NEF (UNESP – Presidente Prudente) pelo espaço que me deram para a discussão das ideias deste trabalho.

À minha família por todo apoio e incentivo, principalmente nos momentos em que a distância se fez necessária.

Aos meus avós (vô Cidão e vó Arlete), que infelizmente partiram durante este importante percurso de minha vida. E à minha valente e guerreira vizinha Geralda.

Ai miei cari amici che ho lasciato in Italia: Dalila, Laura, Gino, Benedetta, Manuel, Ahmed, Mantocchi, Barbara e a tutti gli altri che ho conosciuto in questo bellissimo posto (senza dimenticare di nostro gato Dude). Grazie a tutti.

Aos meus importantes e necessários amigos: João Ricardo meu querido amigo de percurso acadêmico e de vida, apesar da distância neste período de doutorado, me incentivou e me inspirou na realização deste trabalho (te admiro muito irmão!). Aos amigos Gustavo e Viviane pelas descontrações

filosóficas, pelas viagens literais e não literais (mesmo naquele lugar que não se pode passar um pão pela janela do carro). Ao querido amigo Paulo Gabriel pelas discussões de segunda-feira (afinal, às vezes precisamos desabafar com um amigo que está passando pelos mesmos momentos de tensão). E aos amigos recentes do IFSP, *campus* de Ilha Solteira.

À minha companheira de longa data, única presente em todos os momentos mais especiais de minha vida, pessoa que me deu força e me incentivou; nas horas difíceis me dizia que daria tudo certo, me manteve calmo quando precisei de tranquilidade para continuar... Sem você, não seria possível Jessika Motta Zardetto, amo-te.

Por ter sido fonte de inspiração inesgotável...

Hey You

*Hey, you
Out there in the cold
Getting lonely, getting old
Can you feel me?*

*Hey, you
Standing in the aisle
With itchy feet and fading smile
Can you feel me?*

*Hey, you
Don't help them to bury the light
Don't give in, without a fight*

*Hey, you
Out there on your own
Sitting naked by the phone
Would you touch me?*

*Hey, you
With your ear against the wall
Waiting for someone to call out
Would you touch me?*

*Hey, you
Would you help me to carry the*

stone?

Open your heart, I'm coming home

*But it was only fantasy
The wall was too high, as you can see*

No matter how he tried, he could not break free

And the worms ate into his brain

*Hey, you
Out there on the road
Always doing what you're told
Can you help me?*

*Hey, you
Out there beyond the wall
Breaking bottles in the hall
Can you help me?*

*Hey, you
Don't tell me there's no hope at all
Together we stand, divided we fall*

Pink Floyd (The Wall - 1979)

LINO, A. **O desenvolvimento histórico do conceito de energia: seus obstáculos epistemológicos e suas influências para o ensino de física.** 2016. (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo principal a construção da epistemologia do conceito de energia, por meio de um estudo sobre seus obstáculos epistemológicos e suas relações com as concepções alternativas dos estudantes sobre o mesmo conceito. Com o apoio das teorias epistemológicas de Gaston Bachelard e Jean Piaget, discutimos sobre as possíveis relações entre a construção histórica e a construção cognitiva de um determinado conhecimento. Essas epistemologias apontam que existe um paralelismo entre essas duas vertentes. Nos preocupamos em analisar se as dificuldades encontradas na história da construção do conceito de energia podem ser comparadas às enfrentadas pelos estudantes. Para atingir nosso objetivo, foi necessário um estudo detalhado da história do desenvolvimento do conceito de energia, buscando evidenciar os mecanismos que nortearam a possibilidade de seu desenvolvimento, além de deixar claro quais foram os seus obstáculos históricos. Por meio de uma análise sobre as concepções alternativas dos estudantes referentes ao conceito de energia, que foram anteriormente verificadas por outros autores, foi possível constatar que existem equívocos que, comumente e com grande frequência, os alunos apresentam, mesmo sendo de diferentes níveis de escolaridade, culturas ou contextos, como por exemplo, a confusão que fazem entre os conceitos de força e energia, ou ainda, o pensamento de que a energia deva ter características materiais. Verificamos ainda que as dificuldades encontradas no estudo histórico do conceito apresentaram similaridades às concepções alternativas dos estudantes. A partir desta comparação foi possível identificar quatro obstáculos epistemológicos referentes ao conceito de energia: 1) a noção de força como obstáculo ao conceito, 2) a noção de ganhos sem perdas como obstáculo à sua conservação; 3) a restrição aos fenômenos particulares como obstáculo à sua generalização; 4) e a noção de substancialização. Identificamos também como esses obstáculos poderiam ser transpassados ou superados por meio do estudo histórico. Tal construção nos permitiu identificar os denominados mecanismos de superação dos obstáculos epistemológicos, que podem ser utilizados no Ensino de Física com o mesmo intuito de *desobstaculizar* os conhecimentos mal sedimentados.

Palavras chave: Conceito de Energia, Obstáculos Epistemológicos, Concepções Alternativas, História da Física.

LINO, A. **The historical development of the concept of energy: its epistemological obstacles and their influence to physics teaching.** 2016. (PHD) – Post Graduate Program in Education for Science and Mathematics, State University of Maringá, Maringá, 2016.

ABSTRACT

This paper aimed, as its main goal, the epistemological construction of the concept of energy, through a study about its epistemological obstacles and their relation with the alternative conceptions of students on the same concept. On the basis of epistemological theories of Gaston Bachelard and Jean Piaget, it was discussed the possible relations between the historical construction and cognitive construction of a certain knowledge. Such epistemologies suggest that there is a parallelism between these two strands. It was also analyzed if the difficulties found in the history of the construction of the concept of energy may be compared to the ones faced by students. In order to reach this goal, it was necessary a detailed study of the history concerning the development of the concept of energy, aiming to highlight the mechanisms that guide the possibility of its development, besides clarifying which were its historical obstacles. By an analysis about the alternative conceptions of students regarding to the concept of energy, which were previously analyzed by other authors, it was possible to verify that there are mistakes, which commonly and frequently, students present, independently of their different levels of education, culture or contexts, such as their misunderstanding between the concepts of force and energy, or yet, their belief that energy must have material characteristics. It was also verified that the difficulties found in the historical study of the concept presented similarities to the alternative conceptions of students. Bearing this in mind, it was possible to identify four epistemological obstacles related to the concept of energy: 1) The notion of force as obstacle to the concept, 2) the notion of gain without losses as obstacles to its conservation, 3) the restrictions to particular phenomena as obstacles to its generalization, 4) and the notion of substancialization. It was also identified how these obstacles could be surpassed or overcome by the historical study. Such construction enabled to identify the determined mechanisms of overcoming of epistemological obstacles, which may be used in physics teaching with the same intention of undo the obstacles badly settled.

Key words: Energy Concept, Epistemological Obstacles, Alternative Conceptions, Physics History.

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 – Resumos dos obstáculos epistemológicos tratados na obra A formação do Espírito Científico, de Gaston Bachelard	45
Quadro 2 - Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Valadares (1995).	57
Quadro 3 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Solbes e Tarín (1998).	58
Quadro 4 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Assis e Teixeira (2003).	59
Quadro 5 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Bucussi (2007).	60
Quadro 6 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Castro e Mortale (2012).	61
Quadro 7 – Relação de significados entre virtus impressa e impetus em relação ao tempo.....	84
Quadro 8 – Relação de significados entre virtus impressa e impetus em relação ao tipo de movimento	84
Quadro 9– Relação de significados entre virtus impressa e impetus em relação a sua dependência com outras grandezas físicas.....	84
Quadro 10 – Resumo sobre as principais contribuições abordadas no segundo capítulo.....	99
Quadro 11 – Resumo das principais contribuições abordadas no terceiro capítulo.....	138
Quadro 12 – Resumo das principais contribuições abordadas no quarto capítulo.....	235
Quadro 13 – Resumo das principais contribuições abordadas no quinto capítulo.....	277
Quadro 14 – Resumo das contribuições de Joule	315
Quadro 15 – Resumo dos obstáculos epistemológicos do conceito de energia e seus respectivos mecanismos de superação.	343
Tabela 1 - Dados obtidos por Carnot que compara a quantidade de calor com a potência motriz para algumas substâncias.	265
Tabela 2– Resultados da experiência de Colding.	318

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Movimento de um projétil segundo Aristóteles	71
Figura 2 - Plano inclinado de Galileu I.....	90
Figura 3 - Plano inclinado de Galileu II.....	92
Figura 4 - Pêndulo de Galileu	93
Figura 5 - Plano inclinado com indicação das acelerações	96
Figura 6 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados no segundo capítulo	101
Figura 7- Esquema utilizado por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração	107
Figura 8 - Circunferência utilizada por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração	108
Figura 9 - Esquemas de círculos utilizado por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração	109
Figura 10 - Dois corpos, A e B, estão apoiados em uma mesma haste e serão levados para as posições A' e B', respectivamente, por uma mesma força	110
Figura 11 - Alavanca.....	110
Figura 12 - Esquema que representa uma alavanca utilizada por G. de Nimore em suas demonstrações	113
Figura 13 - Representação dos braços de uma balança.....	114
Figura 14 - Plano inclinado de Stevin com 14 esferas	117
Figura 15 - Plano inclinado de Stevin com duas esferas.....	118
Figura 16 - Estudos sobre a impossibilidade do movimento perpétuo	120
Figura 17 - Balança romana	126
Figura 18 - Alavanca de Galileu	127
Figura 19 - Esquema que representa uma alavanca BCD.....	128
Figura 20 - Plano inclinado com dois corpos interligados por um fio	133
Figura 21 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2 e 3.....	139
Figura 22 - Estudo da colisão entre dois corpos realizada por Descartes	146
Figura 23 - Estudo das colisões de Huygens.....	149
Figura 24 - Esquema utilizado por Leibniz no estudo da medida da força.....	153
Figura 25 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2, 3 e 4.....	164
Figura 26 - Capa de Nouvelle Mécanique de 1725.....	172
Figura 27 - Esquema utilizado por Bernoulli em seu estudo sobre a velocidade virtual	173

Figura 28 - Balança de dois pratos.....	174
Figura 29 - Capa de Discours sur les loix de la communication du mouvement.....	175
Figura 30 - Esquema utilizado por Bernoulli para sua demonstração de que a <i>vis viva</i> é proporcional ao quadrado da velocidade.....	182
Figura 31 - Curva do comportamento da força com a distância.....	194
Figura 32 - Esquema utilizado por Bernoulli para o desenvolvimento da lei de conservação da <i>vis viva</i>	199
Figura 33 - Esquema utilizado por Bernoulli em uma aplicação do princípio de conservação da <i>vis viva</i>	200
Figura 34 - Esquema utilizado por Bernoulli para a demonstração de que a <i>vis viva</i> total é dependente apenas das posições inicial e final do corpo.....	202
Figura 35 - Esquema utilizado por Koenig em seu primeiro problema.....	204
Figura 36 - Esquema utilizado por Koenig em seu segundo problema.....	205
Figura 37 - Colisão entre dois corpos.....	208
Figura 38 - Esquema que representa um corpo K que é lançado ao centro fixo C.....	212
Figura 39 - Esquema na forma de pêndulos que Young utilizou para suas demonstrações.....	224
Figura 40 - Esquema que Young utilizou para suas demonstrações.....	227
Figura 41 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2, 3, 4 e 5.....	237
Figura 42 - Experimento de Thompson.....	248
Figura 43 - Tabela com os valores obtidos do experimento.....	249
Figura 44 - Esquema que representa as possíveis posições do pistão durante a expansão e compressão gasosa I.....	260
Figura 45 - Esquema que representa os movimentos possíveis do pistão durante a expansão e compressão gasosa II.....	263
Figura 46 - Ciclo de Carnot, elaborado por Clapeyron.....	273
Figura 47 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2, 3, 4, 5, e 6.....	279
Figura 48 - Eletróforo.....	295
Figura 49 - Motor eletromagnético de Joule.....	301
Figura 50 - Sistema de pesos acoplado à máquina magneto-elétrica.....	303
Figura 51 - Aparato experimental de Joule.....	305
Figura 52 - Aparato experimental de Joule II.....	306
Figura 53 - Aparato experimental de Joule III.....	307

Figura 54 - Aparato experimental de Joule IV	308
Figura 55 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos	327

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	18
INTRODUÇÃO	19
CAPÍTULO I: A TEORIA DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E AS CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS	32
1.1 A aproximação histórico-epistemológica ao Ensino das Ciências.....	33
1.2 Os obstáculos Epistemológicos na concepção de Bachelard	40
1.3 Os obstáculos epistemológicos no desenvolvimento de conceitos e na aprendizagem	46
1.4 As concepções alternativas em relação a um determinado conceito	50
1.5 Modelo para a identificação de um obstáculo epistemológico	55
1.6 Concepções alternativas: o caso energia	56
CAPÍTULO II: A VIRTUDE DA FORÇA NO MOVIMENTO, DA ANTIGUIDADE A GALILEU: UMA SÍNTESE HISTÓRICA DA GÊNESE DO CONCEITO DE ENERGIA	63
2.1 O conceito de movimento por Aristóteles.....	66
2.2 Comentários sobre o movimento aristotélico e o conceito de força impressa por Filopono, Avicenna e Francesco di Marchia	72
2.3 A teoria do <i>impetus</i> de Buridan e sua relação ao conceito de <i>virtus impressa</i>	81
2.4 A utilização do <i>impetus</i> na mecânica de Galileu	86
2.5 A força deve acompanhar o projétil para que exista continuidade do movimento	98
CAPÍTULO III: SOBRE O PRINCÍPIO DAS VELOCIDADES VIRTUAIS, A IMPOSSIBILIDADE DO MOVIMENTO PERPÉTUO E A FORÇA DE PERCUSSÃO.....	102
3.1 A lei da alavanca e a gênese do princípio das velocidades virtuais de Pseudo-Aristóteles ...	105
3.2 Geordano de Nemore e o princípio das velocidades virtuais em sua forma retilínea.....	112
3.3 A impossibilidade do movimento perpétuo e o princípio das velocidades virtuais no plano inclinado de Simon Stevin	115
3.4 O princípio das velocidades virtuais e a busca da medida da percussão de Galileu Galilei ..	122
3.5 Os ganhos sem perdas, como se pudessemos enganar a natureza	137
CAPÍTULO IV: O NASCIMENTO DO CONCEITO DE <i>VIS VIVA</i> E A DISPUTA DA VERDADEIRA MEDIDA DA FORÇA.....	140

4.1 Sobre as colisões e o princípio de conservação de Renè Descartes e Huygens.....	143
4.2 O nascimento de uma nova grandeza.....	150
4.3 Restrição aos fenômenos relacionados ao movimento	161
CAPÍTULO V: O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FORÇA VIVA.....	166
5.1 Johann Bernoulli: a introdução do termo energia	170
5.2 D’Alembert, Boscovich e Gravesande: o fim do conflito entre leibnizianos e cartesianos? .	185
5.3 Daniel Bernoulli: a relação do princípio das forças vivas à uma função de potencial	195
5.4 Johann Samuel Koenig: força viva e o princípio da mínima ação.....	203
5.5 Leonhard Euler: a origem das forças, a conservação do momento e da força viva.....	206
5.6 Joseph Louis Lagrange: equação do princípio de conservação	212
5.7 Lazare Carnot: a força viva latente e sua relação às máquinas.....	216
5.8 Thomas Young: a proposta da força viva como energia.....	219
5.9 J. Poncelet: princípio da transmissão do trabalho e sua relação ao conceito de força viva ...	228
5.10 G. Coriolis: força viva como metade de mv^2	231
5.11 Mecanismo para a superação da confusão entre força e energia	233
CAPÍTULO VI: CONTRIBUIÇÕES DA TERMODINÂMICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DAS “FORÇAS”	239
6.1 Lavoisier e a teoria materialista do calor	244
6.2 Benjamim Thompson e Humphry Davy: experimentando a natureza dinâmica do calor	246
6.3 Sadi Carnot: uma teoria científica para o funcionamento das máquinas térmicas.....	255
6.4 Clapeyron: divulgação e desenvolvimento do trabalho de Sadi Carnot	272
6.5 A substancialização do calor: energia como matéria	275
CAPÍTULO VII: O EQUIVALENTE MECÂNICO DO CALOR E A GENERALIZAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DAS FORÇAS	280
7.1 Julius Robert Mayer, o equivalente mecânico do calor e o princípio da conservação das forças	283
7.2 James Prescott Joule: a confirmação de um equivalente mecânico para o calor	298
7.3 Ludwig August Colding: interconvertibilidade entre as forças da natureza.....	317

7.4 Herman Von Helmholtz: princípio de conservação das forças.....	319
7.5 Energia	324
CAPÍTULO VIII: OS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DO CONCEITO DE ENERGIA .	328
8.1 A noção de força como obstáculo ao conceito de energia	329
8.2 A noção de ganhos sem perdas como obstáculo à própria conservação da energia.	331
8.3 Restrição aos fenômenos particulares como obstáculo à generalização do conceito de energia	335
8.4 A noção de substancialização como obstáculo ao conceito de energia	339
CONCLUSÃO	344
REFERÊNCIAS.....	350

APRESENTAÇÃO

A ideia da realização desta tese se iniciou durante minha experiência como docente. Em minhas lições de Física para alunos do Ensino Fundamental, Médio e Graduação, sempre me deparava com uma frequente aparição de enganos por parte dos alunos em relação ao conceito de energia. E o que mais me intrigava sobre essas concepções, era que de certo modo, apresentavam algumas similaridades, não importando a idade ou o nível de escolaridade dos estudantes. Aqui nasceu a motivação para pesquisar a razão dessas concepções, que eram comuns aos estudantes. A necessidade da pesquisa aumentou quando, procurando na literatura algumas concepções alternativas dos estudantes sobre o conceito de energia, observei que os mesmos enganos eram cometidos, em diferentes países, culturas, classes sociais e contextos.

Diante deste impasse, e por já ter tido conhecimento de algumas obras de Gaston Bachelard, principalmente durante o mestrado, pensei em investigar se essas concepções espontâneas eram de origem epistemológica, ou seja, eram oriundas do próprio conhecimento. Assim, iniciou-se a ideia de investigação dos obstáculos epistemológicos do conceito de energia e suas relações com as concepções alternativas dos estudantes sobre o mesmo conceito.

Para a investigação dos obstáculos epistemológicos do conceito de energia foi preciso recorrer à história de seu desenvolvimento. Esta foi a primeira parte da construção desta tese. E nossa preocupação foi a de historizar por meio da investigação das obras dos próprios contribuintes do desenvolvimento do conceito, tais como Aristóteles, Galileu, Leibniz, Carnot, Mayer, Joule, Helmholtz, entre muitos outros nomes importantes que veremos nesse trabalho. Então, surge um importante momento para a elaboração desta etapa.

Durante o doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM), pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), tive a oportunidade de uma bolsa de estudos da CAPES, pelo Programa Institucional de Bolsas de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE). O país escolhido foi a Itália, cidade de Perugia, na Università degli Studi di Perugia, sob a orientação do Professor Marco Mamone Capria, durante nove meses. Local onde pude me aprofundar na maior parte do desenvolvimento histórico do conceito de energia, seja pela orientação do Professor Capria, seja pelo vasto número de obras pesquisadas, que dificilmente seriam encontradas em bibliotecas no Brasil. Considero este momento de fundamental importância para a construção da tese, para minha formação e experiência profissional.

Após a construção da parte histórica, investigamos as concepções alternativas dos estudantes em relação ao conceito de energia e as comparamos com os entraves ocorridos historicamente. Relação que nos permitiu identificar alguns obstáculos epistemológicos do conceito.

INTRODUÇÃO

*Calore e lavoro sono come uccelli di passaggio:
non li troviamo mai a casa (CAPUOZZO, et al,
2004)*

A palavra *energia* está provavelmente entre as mais recorrentes no discurso público, seja porque nossa sociedade vive constantemente sob as ameaças da “crise energética”, seja porque a pesquisa de novas “formas de energia”, renováveis e não poluentes, está ao centro das preocupações de muitos pesquisadores, ou mesmo porque todos nós devemos periodicamente pagar por qualquer coisa que venha definido, nos boletos, como “consumo de energia”. A familiaridade da palavra, no entanto, não significa que o conceito seja igualmente claro.

De fato, o entendimento do conceito de energia é difícil. Vejamos, à exemplo, o que disse um dos grandes físicos e matemáticos ativos entre os séculos XIX e XX, Henri Poincaré:

Não nos resta mais do que um enunciado para o princípio da conservação da energia: *existe qualquer coisa que permanece constante*. Sob esta forma, ela é, por sua vez, além dos golpes da experiência e se reduz à uma espécie de tautologia. É claro que se o mundo é governado por leis, existirão quantidades que permanecerão constantes. Como o princípio de Newton, e por uma razão análoga, o princípio da conservação da energia, fundado sobre a experiência, não poderia mais ser invalidado por ela (POINCARÉ, 1968, p. 143, tradução nossa).

Mas poderíamos objetar tal informação, talvez essa represente um estado superado do desenvolvimento das ideias físicas. E, então, podemos ler aquilo que Richard Feynman, sessenta anos depois, disse em um dos mais celebres textos da Física do século XX:

É importante entender que na Física atual não temos um conhecimento do que a energia é. Não temos uma imagem da energia que entra em pequenas gotículas de tamanho definido. Não é assim. Entretanto, existem fórmulas para calcular qualquer quantidade numérica, e quando as somamos todas vêm [...] sempre com o mesmo número. É uma coisa abstrata enquanto não nos diz o mecanismo ou as *razões* para as várias fórmulas. [...] Assim, nós ao momento não entendemos esta energia como se fosse um contar de qualquer coisa, mas somente como uma quantidade matemática, o que é uma circunstância abstrata e bastante peculiar (FEYNMAN *et al.*, 1975, p. I-1, tradução nossa).

Não obstante a sua aparente concretude (se pagamos os boletos pelo consumo de qualquer coisa, aquela coisa deve ser muito concreta...), a noção teórica de energia é abstrata e bastante peculiar. E, à luz do estado atual da questão, que é em primeira aproximação aquilo que se obtém destas duas citações, temos o direito de esperar que o desenvolvimento histórico do conceito apresente muitas incoerências e tortuosidades, como veremos neste trabalho. E, além da visão histórica, o que poderíamos pensar sobre a aprendizagem deste conceito? Durante o ato de aprender, poderíamos pensar que os estudantes poderiam passar por essas mesmas incoerências e tortuosidades.

Na busca de uma resposta à questão anterior prosseguiremos a discussão enfatizando a complexidade desse conhecimento por meio da própria definição do conceito por diferentes fontes de conhecimento.

Primeiramente, entendemos que um conceito é constituído a partir das relações entre o ser humano e a natureza na busca do entendimento de um determinado fenômeno. No decorrer do desenvolvimento de um determinado fenômeno, os conceitos são produzidos, que podem ser a partir dos conhecimentos do mundo já existentes, das interações sociais e pelas transformações produzidas pelo homem numa importante construção de aprendizagens (MORTIMER, 2011). Assim, os conceitos estão sempre relacionados à relação entre fatos e conhecimentos, e está sujeito às transformações constantes, ocorridas pelo atributo de significados de um determinado fenômeno.

A palavra energia, em termos de sua terminologia, vem do grego *enérgeia* e significa trabalho, no sentido da capacidade de realização de um sistema, o próprio ato de trabalhar ou o potencial de trabalho.

Alguns dicionários apresentam o conceito com as seguintes definições:

- Capacidade dos corpos para produzir um trabalho ou desenvolver uma força. Modo como se exerce uma força; eficácia. Qualidade do que é enérgico; resolução nos atos; firmeza. Atividade diligente. Força física. Força moral. Vigor. Força em ação (MICHAELIS, online, 2016).

- Faculdade que possui um sistema de corpos para fornecer trabalho mecânico ou seu equivalente; força, potência: energia elétrica. Fig. Firmeza, rigor, determinação: agir com energia. Vigor, força física ou moral. É sinônimo de: força, pujança, robustez, vigor, virilidade e vontade (DICIO, online, 2016).

- [Física] Capacidade que um corpo ou um sistema físico tem de produzir trabalho. Fonte energética, como eletricidade, calor ou luz, que permite o funcionamento de algo. O mesmo que energia elétrica. [Figurado] Maneira vigorosa de agir, de dizer ou de querer; força anímica. Vitalidade física (PRIBERAM, online, 2016).

- [Física] Capacidade, potencial (que tem um sistema, um corpo, uma substância) de realizar um trabalho. [Figurado] Vigor físico, disposição para agir, fazer algo. Força moral; segurança, firmeza, rigor (AULETE, online, 2016).

Podemos notar uma série de definições que se repetem tanto no sentido físico da palavra quanto no sentido figurado. De forma geral, os dicionários apresentam uma definição próxima ao seu significado etimológico: *energia como capacidade de um corpo ou sistema de realizar um trabalho*. Esta definição não deixa de ser próxima também daquela que os livros de Ciências fornecem sobre a energia. Também podemos verificar na maioria dos dicionários, em sentido figurativo, uma certa repetição de significados, os quais são equívocos utilizados com frequência em nosso cotidiano. Os equívocos que nos interessam aqui são aqueles de natureza científica, e que podem ser obstáculos para a aprendizagem escolar do conceito.

Essas noções figurativas chegam à sala de aula, sendo trazidas, na maioria das vezes pelos próprios alunos, ou até mesmo pelo professor. Como exemplo, podemos citar as confusões entre o conceito de energia com outras grandezas físicas, como a força, a potência ou o calor.

Aqui vamos levar em consideração que antes da imposta definição no dicionário este conhecimento é construído socialmente, e nessas definições carrega intrinsecamente seus vícios de repetições devido sua costumeira utilização, além dos equívocos quando confrontados com a Ciência. Resta-nos saber a origem desses “erros” seriam de origem social, didática ou epistemológica?

A utilização da palavra energia no cotidiano nem sempre corresponde à sua definição no âmbito científico. É comum escutarmos expressões como “hoje gastei muita energia”, “preciso repor minhas energias”, “acordei sem energia”, “armazenar energia”, “produzir energia”, etc., às quais não apresentam significado científico. Neste sentido também podemos dizer o mesmo da maior parte das publicidades e propagandas que se referem ao termo, por exemplo, “esse alimento dá força e energia”.

Apesar de serem equívocos científicos, defendemos a ideia de que estes termos não devem ser eliminados completamente do nosso vocabulário. O estudante deve aprender a conviver com ambas as formas de pensar: o senso comum e o científico. Ele deve ser instruído a saber o correto, em relação ao que é aceito pela comunidade científica, mas deve também manter a sua capacidade de comunicação com as pessoas em geral. Esta ideia está baseada na epistemologia de Gaston Bachelard, em sua obra *A Filosofia do Não*. Sua principal ideia está elencada no fato de que um indivíduo pode ter diferentes formas filosóficas de pensar sobre um mesmo conceito, com diferentes intensidades, variando do positivismo ao realismo.

As principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem do conceito de energia transparecem com maior ênfase em suas complexas concepções alternativas e espontâneas. Associar energia com a vida ou com algumas manifestações dos seres vivos, confundir energia com outras grandezas físicas como a força, associação da energia com algum processo ou fenômeno particular, conceber a energia apenas àquilo que demonstra movimento ou alguma atividade, identificar a energia como algo concreto ou material, são apenas alguns exemplos das concepções que os estudantes podem fornecer sobre o conceito (DUIT, 1984; SEVILLA, 1986, GALLASTÉGUI; LORENZO, 1993; SOLOMON, 1985; WATTS, 1983; HIERREZUELO; MONTERO, 1988).

É interessante nos questionarmos se a maior parte dessas características de senso comum apresentadas pelos estudantes podem guardar uma relação com a história do desenvolvimento do conceito. A história também nos mostra dificuldades enfrentadas por aqueles que contribuíram com tal desenvolvimento e que parecem ser semelhantes às apresentadas pelos estudantes (PIAGET; GARCIA, 2011). Como exemplo desses movimentos históricos hoje compreendidos como

equivocos, podemos citar *a associação do conceito de energia à processos e fenômenos particulares, confusão com o conceito de força, sua materialização e sua relação única com o movimento.*

Veremos com mais detalhes na parte histórica deste trabalho como o conceito foi desenvolvido, e discutiremos a maioria das dificuldades enfrentadas pelos cientistas, mas, como exemplos, podemos verificar como a palavra energia foi utilizada na Filosofia e na Ciência longe de seu significado atual, com o objetivo de entendermos a complexidade do conceito, mesmo na Ciência.

O termo foi muito utilizado na filosofia aristotélica com um significado próximo de estado de potencialidade de um corpo, ou seja, um estado que permita que o corpo realize algo. Na filosofia escolástica, energia era muitas vezes designada pelos termos *virtus* e *vis*, o que significa virtude. O que justifica a sua atual utilização nos referidos significados.

Com um sentido muito vago, encontramos nas obras de Galileu a palavra energia sendo mencionada em seu livro *Duas Novas Ciências*, quando estudava o problema de percussão. Nesse trabalho podemos ler ao menos duas vezes a palavra energia, uma delas, no entanto, com um significado muito próximo ao de *intensidade de uma grandeza*, por exemplo, a *energia* do peso de um corpo, como a *intensidade* do peso de um corpo (GALILEI, 1958, p. 409-410). Não obstante, Galileu faz outra menção à palavra, mas desta vez diferenciando-a da força e da velocidade, mas não no sentido da intensidade como da primeira vez, quando diz: “a força e a energia de um peso de 100 libras, juntamente com sua velocidade adquirida em uma queda [...]” (GALILEI, 1958, p. 412). Inspirado nos estudos de Galileu sobre a percussão e a queda dos corpos, Leibniz elabora seu conceito de *vis viva*, atribuindo ao próprio Galileu e à Huygens, quando trabalhou com as colisões, a iniciativa de elaboração do conceito (LEIBNIZ, 1991).

Em continuidade ao trabalho de Leibniz sobre a *vis viva*, Johann Bernoulli, em 1717, introduz pela primeira vez a palavra energia, próximo ao significado atual, designando-a como o produto da força pelo deslocamento virtual (LINDSAY, 1975).

Thomas Young, em 1807, faz pela primeira vez a menção da palavra energia para designar força viva em virtude da confusão existente entre ela e a força newtoniana (YOUNG, 1807). Sob influência desses pensadores anteriores, o conceito receberá a denominação moderna definitiva somente a partir da década de 1850, com W. Thomson e W. Rankine.

Assim muitos foram os percalços enfrentados por todos aqueles que contribuíram de alguma forma com este conceito, e muitos são também revividos por aqueles que se dispõem a entendê-lo. Nesta perspectiva temos que discutir o conceito no âmbito do Ensino de Ciências.

O conceito de energia se introduz no ensino de maneira pouco esclarecedora, sem ter em conta as dificuldades dos alunos e sem levar em consideração que o termo faz parte da Ciência no geral, ou seja, não é somente estudada na mecânica por exemplo. Em consequência os alunos continuam

utilizando suas concepções de senso comum, não compreendem a conservação, a transformação, a transferência e a degradação da energia. Os alunos ainda associam energia somente ao movimento, assinalam a energia potencial a um corpo e não a um sistema, acreditam que a energia se gasta, confundem energia com força, não utilizam a conservação da energia espontaneamente para interpretar qualquer classe de fenômenos, etc. (SOLBES; TARÍN, 1998). Estas interpretações geralmente surgem como consequência da natureza do próprio conhecimento físico, justificando a necessidade de compreensão mais detalhada das concepções equivocadas que encontramos na história do desenvolvimento do conceito (VALADARES, 1995).

Já discutimos que a própria experiência cotidiana do estudante, na sua interação com as mídias em geral, se constitui como uma fonte destas concepções alternativas. Influenciadas epistemologicamente, alguma dessas concepções podem ser inerentes ao conhecimento, configurando, como ainda discutiremos, obstáculos epistemológicos. Estes podem estar presentes tanto nas próprias concepções dos professores como nos livros didáticos (VALADARES, 1995; SOLBES; TARÍN, 1998; ARAÚJO; NONENMACHER, 2009).

Ainda segundo Solbes e Tarín (1998) os professores, e também os livros didáticos, não levam em consideração as ideias prévias dos alunos, não generalizam o princípio de conservação da energia, realizam o ensino da energia fundamentalmente por meio da sua conservação e pouco por meio de sua transformação e degradação, não utilizam o conceito de energia para explicar fenômenos cotidianos, em raras ocasiões mostram que a conservação da energia é um princípio de toda a Física.

Os livros didáticos, como uma fonte de conhecimento, são considerados um importante instrumento de trabalho do professor, e que na maioria das vezes se registra seu uso como roteiro ou guia para a construção ou apresentação dos conceitos. De certa forma, esta fonte contribui com a formação das concepções dos estudantes.

Jacques e Filho (2008) apresentaram uma análise de seis livros didáticos sobre o conceito de energia da última série do Ensino Fundamental. A pesquisa permitiu inferir que o discurso dos livros didáticos remete principalmente à *substancialização* da energia, ou seja, a energia é apresentada ou induz os aprendizes à pensarem este conceito como algo material ou concreto presente no corpo.

Os livros didáticos, mesmo devendo favorecer a construção das noções de transformação, conservação e degradação da energia, características fundamentais para a compreensão científica deste conceito, utilizam um discurso predominantemente substancialista. Discurso este que tende a reforçar as principais ideias que os alunos já possuem e os distanciam ainda mais da interpretação científica vigente. Por ser um recurso muito utilizado em sala de aula, os livros desempenham uma grande influência na compreensão de conceitos, mas podem, como no livro investigado, reforçar as concepções alternativas dos estudantes (JACQUES E FILHO, 2008, p. 11).

Para além da introdução costumeira do conceito de energia, como a capacidade de realizar trabalho, segundo Silva e Lima (2012) os livros didáticos apresentam também o conceito de energia como algo simplificado em termos de sua concepção, com tratamento, na maioria das vezes, puramente quantitativo, não promovendo o aluno à aquisição de conhecimentos de forma significativa. O livro didático também apresenta o conteúdo de forma fragmentada, tanto no quesito disciplinar como interdisciplinar. Em termos da questão disciplinar, por exemplo, na Física o conceito é apresentado apenas nos capítulos referentes à mecânica, termodinâmica e eletromagnetismo, e assim se perdem as relações existentes no sentido de que a energia é sempre energia em qualquer uma das áreas. Esse modo de apresentar o conceito sem discussão e reflexão das relações existentes leva o aluno a perceber a energia em cada área como *diferentes energias*.

Araújo e Nonenmacher (2009), levando em consideração que energia é um tema do ensino de áreas como a Biologia, a Física e a Química, procuraram analisar como este conceito é apresentado nos livros didáticos dessas áreas. Realizaram a pesquisa em seis livros didáticos dessas disciplinas, os que eram mais utilizados pelos professores da região onde foi realizada a pesquisa. A análise revelou conceituações fragmentadas, diversificadas e distanciadas, como se para cada área existisse uma energia diferente. Esse tipo de apresentação, segundo os autores, pode gerar concepções que dificultam a aprendizagem do conceito.

Em contrapartida, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 2000) instruem os professores das áreas das Ciências da Natureza, em geral, a terem o objetivo de conduzir os alunos à condições que possibilitem o desenvolvimento de uma visão de mundo atualizada por meio da articulação e interdisciplinaridade entre os diferentes ramos da Ciência. Nesse documento, o estudo da energia, por exemplo, como um produto apenas de um único ramo da Ciência, pode desfavorecer a compreensão e o aprendizado significativo deste conhecimento.

O que podemos interpretar das orientações dos PCN, a esse respeito, é a sua defesa ao ensino unificador deste conhecimento, ou seja, aconselha uma abordagem de ensino sem fragmentação, já que é um conceito comum às distintas Ciências. E essa falta de unificação entre as distintas áreas

pode resultar em uma “colcha de retalhos energética”, a ser memorizada, das energias mecânica e térmica, luminosa, sonora, química, nuclear e tantos outros adjetivos, alguns pertinentes, outros não. Na Biologia e na Química, as energias não são menos importantes e nem menos variadas em suas designações e, no fundo, se trata da mesma energia da Física. Nas reações químicas em geral e na fotossíntese em particular, a energia tem o mesmo sentido utilizado na Física, mas raramente se dá um tratamento unificado que permita ao aluno compor para si mesmo um aprendizado coerente (BRASIL, 2002, p. 29).

Em geral os alunos têm dificuldades em perceber que a entidade energia é, em essência, a mesma que aparece em diferentes fenômenos da natureza, seja físico, químico ou biológico.

A confusão ou falta de percepção pode surgir ainda em uma mesma disciplina, como por exemplo no estudo dos diferentes ramos da Física. O aluno pode não relacionar que a energia estudada na mecânica é a mesma que é estudada na termodinâmica ou no eletromagnetismo. Tendo em vista a dificuldade de compreensão das inter-relações deste conceito, o ensino da energia deve ser tratado no âmbito social e cultural, tanto no conjunto das Ciências como em cada uma delas, além, é claro, de sua perspectiva histórica, levando sempre em consideração as concepções prévias dos estudantes.

E nesta relação do sujeito com o conhecimento, em sua experiência e vivência cotidiana ou no ambiente escolar, o estudante forma suas concepções alternativas acerca de um fenômeno. De certa forma, somos “bombardeados” de informações a todo momento, vindas de diversas fontes de conhecimento e isso faz com que formemos nossas próprias concepções, seja no âmbito escolar como fora deste ambiente, seja social, didática ou epistemologicamente.

No sentido de pensar as possibilidades de um ensino considerando os fatores abordados anteriormente, o estudo histórico com ênfase no processo de construção do conceito, pode contribuir para a compreensão dos obstáculos. Para o aluno, pode ser instrutivo que um dos máximos pensadores ocidentais possa ter cometido um erro que hoje seria severamente repreendido por um estudante. Para o estudante é motivo de conforto saber que os grandes cientistas também estão sujeitos ao erro, e mais ainda quando são questões de muita importância. Aliás, pode ser muito útil ao estudante saber que o mesmo autor que ocupa um lugar de importância nos manuais de história da filosofia, foi um cientista de primeira ordem (não, não se trata de um caso de homonímia). Talvez fosse produtivo explicar aos estudantes (e, antes ainda, que o professor de Física procurasse explicar a si mesmo) como esta dupla competência é hoje, em sua maioria, considerada um luxo inútil. Por isso, também, a História da Física se constitui como uma ajuda preciosa¹. Ela nos pode fornecer evidências de quais conhecimentos foram considerados entraves ao desenvolvimento do conceito, e quais mecanismos foram necessários para seu rompimento.

Nesta perspectiva, uma pergunta cuja resposta pode ser de grande valia para pensar o ensino de Física na perspectiva da abordagem histórica é a seguinte: os mesmos equívocos que são encontrados no processo de construção histórica do conceito de energia poderiam ser repetidos hoje pelos estudantes ao longo do estudo deste? Muitas pesquisas apontam que sim, alguns dos quais posteriormente referenciaremos. A construção deste conhecimento pode intrinsecamente carregar as suas dificuldades. E no ato da repetição de seu desenvolvimento, ou seja, em seu aprendizado, podem transparecer.

Defendemos que proporcionar aos estudantes a possibilidade de participarem das discussões históricas, que seja oportunamente simplificada (mas não deturpada), estimulando-os a imaginarem

¹ Por exemplo, nos informa que a Mecânica de Mach foi um livro capital na formação de Albert Einstein.

quais “conselhos” teriam dado aos grandes cientistas do passado, serviria para aumentar o grau de compreensão das noções físicas, dando-lhes, ao mesmo tempo, a experiência, preciosíssima, de como nasce uma hipótese científica e de quão pouco a pesquisa científica pode ser descrita em termos de “racionalidade instantânea”. Para os estudantes é muito útil entrar em contato com a dimensão da controvérsia na pesquisa científica, pois isso lhes prepara para confrontar com maior consciência as temáticas atuais, em vários campos científicos, sobre o qual o consenso dos cientistas é ainda incerto e precário.

Além disso, algumas pesquisas sobre o paralelismo entre o aprendizado e o desenvolvimento histórico dos conceitos têm mostrado que as versões “antiquadas” dos conceitos físicos geralmente são mais intuitivos para os estudantes; e que, a partir deles, podem realizar um genuíno crescimento cognitivo, ao invés de limitar-se àqueles exercícios de memória e imitação, que frequentemente a didática da Ciência se reduz, e que, de fato, deixam intactas as suas “convicções profundas” (PIAGET; GARCIA, 2011; VALADARES, 1995; HENRIQUE, 1996).

Nessa linha de argumentação, a História da Física tem o mérito de renovar o contato com experimentos e experiências elementares e acessíveis², mas que contenham o nascimento dos conceitos teóricos de máxima importância, e favoreçam uma sã e não artificial interdisciplinaridade.

Insistimos que de um ponto de vista pedagógico não é de todo necessário que os estudantes sigam os desenvolvimentos históricos em toda a sua complexidade. Basta selecionar episódios e textos que esclarecem as escolhas teóricas decisivas (e isso requer, no entanto, que o *professor* tenha um conhecimento não superficial da história do conceito, baseada, sobretudo, sobre as fontes primárias, eventualmente traduzidas). Se, depois, qualquer estudante fosse conquistado por este tipo de ensino ao estudo da História da Ciência no sentido próprio, pensamos que o professor não teria nada do que se arrepender.

Uma vez que aceitamos que devam existir dificuldades inerentes ao conhecimento, também podemos supor que sua epistemologia nos forneça subsídios para rompê-las didaticamente. Acreditamos que os mesmos mecanismos utilizados no desenvolvimento do conceito, no que diz respeito ao rompimento de um obstáculo, pode ser também utilizado no momento de sua aprendizagem. Neste sentido, nossa tese é a de que *os obstáculos epistemológicos do conceito de energia e seus mecanismos de rompimento são inerentes ao próprio conceito*.

Considerando a natureza emergente da reflexão e planejamento de um modelo de ensino que vise à concepção da História e Filosofia da Ciência para a formação de um cidadão em um contexto moderno, em uma época fortemente condicionada pela Ciência e Tecnologia, considerando a natureza

² Um bom exemplo, relativo à eletricidade, de utilização intensiva de exemplos simples e fundados historicamente, é dado por Assis (2010).

necessariamente crítica de um modelo formativo diante dos aspectos científicos, políticos, econômicos e sociais, e por fim, considerando a necessidade de modificação da concepção de Ciência imutável e inquestionável, o presente trabalho se propõe a responder as seguintes questões: *quais são os obstáculos epistemológicos referentes ao conceito de energia, no âmbito de seu desenvolvimento histórico e na sua relação com as concepções alternativas dos estudantes? Quais foram os mecanismos utilizados para a superação desses obstáculos?*

Para respondê-las levaremos em consideração os seguintes objetivos de pesquisa: realizar uma investigação histórica do desenvolvimento do conceito de energia enfatizando seus obstáculos epistemológicos e seus respectivos mecanismos de superação; e verificar globalmente se as concepções alternativas dos estudantes no ensino-aprendizagem do conceito de energia apresentam alguma semelhança com aquelas encontradas na história do conceito.

Estes objetivos poderão ser alcançados levando em consideração os seguintes procedimentos:

Inicialmente será estruturado um determinado caminho a ser seguido sobre a própria epistemologia do conceito de energia. Seremos guiados, principalmente por autores que já trabalharam com esta vertente, tais como Lindsay (1975), Elkana (1977), Kuhn (2011), entre outros que destacaremos ao longo do trabalho. Este percurso histórico levará em consideração a maior parte das contribuições de filósofos e cientistas que trabalharam no desenvolvimento deste conhecimento.

Iniciaremos nossa pesquisa com as contribuições dos filósofos da antiguidade. Investigaremos os mecanismos matemáticos e principalmente os físicos que possibilitaram a criação do conceito. Com o intuito de diminuir problemas de interpretações conceituais históricas de segundos autores, utilizaremos, sempre que possível, os próprios escritos dos contribuintes do conceito em estudo. Com este método de trabalho, deixaremos uma importante contribuição em relação às traduções de importantes trechos dessas obras que ainda não existem em português. Vamos procurar citar e traduzir trechos das obras mais importantes que aqui trabalharemos, deixando ao leitor a nossa interpretação, com suas respectivas justificativas.

Ao longo desse estudo investigaremos os possíveis obstáculos históricos pertinentes ao processo de desenvolvimento do conceito, seguindo o referencial epistemológico bachelardiano, que ainda trataremos no próximo capítulo. Buscaremos estes obstáculos identificando rupturas entre conhecimentos antigos e novos, ou ainda, nos conflitos entre teorias rivais.

Devemos também investigar as concepções dos estudantes em relação ao conceito de energia. Existem muitos trabalhos realizados no campo de pesquisa de concepções alternativas e encontramos excelentes pesquisas relacionadas às concepções dos alunos referentes ao conceito de energia. Trabalhos estes, realizados em diferentes países, contextos e culturas. O que notamos é que as concepções de energia fornecidas pelos estudantes se apresentam de forma bastante semelhante.

Existe uma regularidade das concepções alternativas apresentadas, apesar de terem sido pesquisadas em diferentes situações. Optamos por utilizar tais concepções já investigadas ao invés de realizar uma pesquisa com poucos alunos em apenas um contexto. Acreditamos que esta manobra teórica nos possibilitará um maior respaldo no resultado de nossa tese por, principalmente, intensificar a aparição global destas concepções. Assim, investigaremos tais concepções encontradas no ensino do conceito de energia por meio da análise de pesquisas da área.

Por fim, investigaremos se tais concepções se relacionam aos obstáculos encontrados no desenvolvimento histórico do conceito, caracterizando-os, de acordo com o referencial, como obstáculos epistemológicos do conceito de energia. Uma vez identificados e caracterizados, investigaremos os mecanismos que foram utilizados para suas respectivas rupturas. Assim, forneceremos um meio que pode ser utilizado didaticamente no ensino do conceito de energia seguindo o aceito paralelismo entre o desenvolvimento histórico e o cognitivo.

A estrutura da tese consiste nos seguintes capítulos:

No primeiro capítulo discorreremos sobre nosso referencial teórico e epistemológico. Esta parte do trabalho nos fornecerá subsídios para defendermos nossa tese e objetivos, além de possibilitar os mecanismos para a investigação dos obstáculos epistemológicos. Aqui discutiremos o paralelismo entre o desenvolvimento histórico e cognitivo do conceito científico, baseando-se principalmente nas pesquisas de Piaget e Garcia (2011) e Valadares (1995). Também procuraremos definir os obstáculos epistemológicos tomando como referencial a epistemologia de Gaston Bachelard (1996) e como esses obstáculos influenciam a aprendizagem científica na perspectiva de Brousseau (1983). O capítulo ainda tratará das concepções alternativas dos estudantes acerca do conceito de energia. Nesta parte do trabalho se encontra a definição de concepções alternativas e como estas influenciam a aprendizagem. Aqui também será analisado um grande número de trabalhos sobre concepções alternativas referentes ao conceito de energia de estudantes em diferentes níveis escolares, contextos e culturas. Daremos ênfase e classificação às concepções mais recorrentes no ensino-aprendizagem da energia.

No segundo capítulo iniciaremos nossa investigação histórica acerca do desenvolvimento do conceito de energia. Este capítulo tem como título *a virtude da força no movimento, da antiguidade a Galileu: uma síntese histórica da gênese do conceito de energia*. Nesta fase histórica, analisaremos quais foram os conceitos que deram origem ao nascimento da ideia de energia. Mostraremos como os conceitos de *antiperístases*, *virtus impressa*, *mail*, *virtus direlecta* e *impetus* foram desenvolvidos, sempre como uma virtude necessária para o movimento de um projétil. A análise desta parte histórica é de fundamental importância para entendermos a necessidade da criação do conceito de *vis viva*, posteriormente, por Leibniz.

O terceiro capítulo, tem a mesma ênfase do segundo, discutir ainda ideias que foram de fundamental importância para o desenvolvimento do conceito de energia. Com o título *sobre o princípio das velocidades virtuais, a impossibilidade do movimento perpétuo e a força de percussão*, analisaremos nos trabalhos notáveis de Pseudo-Aristóteles, Nemorario, Stevin e Galileu a noção que deram à ideia de velocidade virtual, além das paralelas contribuições de Stevin, Da Vinci e Cardano sobre a impossibilidade do moto perpétuo, e a corroboração de Galileu com sua análise da força de percussão.

O quarto capítulo discorre, principalmente, sobre como o conceito de *vis viva* (força viva) foi elaborado por Leibniz em meio a um conflito teórico contra o conceito de *momentum* de Descartes. Nesta fase histórica a grande discussão era saber qual a verdadeira medida da força em um movimento, *vis viva* ou *momentum*. Por isso o capítulo porta o seguinte título: *o nascimento do conceito de vis viva e a disputa da verdadeira medida da força*. Mostraremos como os conceitos discutidos no terceiro capítulo foram de fundamental importância para o início desta disputa e para a elaboração de dois importantes conceitos, o *momentum* de Descartes e a *vis viva* de Leibniz. O conceito de Descartes se desenvolveria, mais tarde, no que conhecemos hoje como quantidade de movimento, e o conceito de Leibniz, no conceito de energia cinética.

No entanto, ainda seria necessário um longo período até que o conceito de *vis viva* adquirisse as propriedades físicas e matemáticas do conceito de energia.

No quinto capítulo, *o desenvolvimento do conceito de vis viva*, abordaremos exatamente isso, ou seja, como o conceito de Leibniz adquiriu suas propriedades físicas e matemáticas se aproximando, de fato, ao conceito de energia cinética. Nesta fase histórica ainda encontramos importantes teoremas que serviram de base para a generalização do conceito de energia, que até então era estudado apenas no campo da mecânica. O conceito de velocidade virtual, discutido no quarto capítulo, será desenvolvido nesta fase, sendo de fundamental importância para a elaboração do conceito de trabalho, e o princípio de conservação da energia mecânica.

No sexto capítulo com o título *contribuições da Termodinâmica para o desenvolvimento do princípio da conservação das forças*, veremos como este princípio de conservação começou a ser utilizado para a investigação de fenômenos térmicos, que até então, era aplicado somente para fenômenos de características mecânicas. Trataremos de um segundo conflito teórico sobre a natureza do calor mostrando as duas interpretações existentes: calor como substância *versus* calor como movimento. Veremos como essa disputa contribuiu, posteriormente, para a generalização do princípio de conservação da energia. Estudaremos neste capítulo as teorias de Lavoisier sobre o calórico; os experimentos de Benjamim Thompson e Humphry Davy sobre a natureza dinâmica do calor; como Sadi Carnot desenvolveu sua teoria científica para o funcionamento das máquinas térmicas, mesmo

utilizando a teoria do calórico e veremos como deduziu o equivalente mecânico de calor em seus escritos póstumos; e por fim, veremos como Clapeyron desenvolveu o trabalho de Carnot dando importante contribuição à sua teoria.

No sétimo capítulo, e último da parte histórica deste trabalho, *O equivalente mecânico do calor e o princípio de conservação das forças*, mostraremos como, a partir da relação entre as ideias de causa e efeito, os fenômenos físicos começam a ser relacionados dando origem à uma lei generalizadora de conservação. Veremos como a ideia de constância das relações de transformação e a determinação experimental dos fatores de conversão deram uma explicação científica ao conceito de energia, por meio da unificação desses temas nas obras de Mayer, Joule, Colding e Helmholtz, nos anos de 1840. E veremos, por fim, como o conceito de energia adquire sua estrutura conceitual e seus significados em alguns trabalhos posteriores à década de 1850.

O oitavo capítulo discorrerá sobre os obstáculos epistemológicos que deduzimos da parte histórica deste trabalho. Como já mencionamos, também levaremos em consideração as concepções alternativas dos estudantes acerca do conceito de energia, e na relação entre as dificuldades dos estudantes e as encontradas historicamente, determinaremos os prováveis obstáculos epistemológicos ao conceito de energia. Também discutiremos, neste capítulo, os mecanismos que possibilitaram historicamente o rompimento desses obstáculos. E por fim, apresentaremos as conclusões referentes à esta pesquisa, enfatizando suas contribuições para o Ensino de Física.

CAPÍTULO I:

A TEORIA DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E AS CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS NO ENSINO DE CIÊNCIAS

Neste capítulo apresentaremos o referencial teórico e epistemológico deste trabalho. Discutiremos inicialmente a existência de um paralelismo entre o desenvolvimento histórico e cognitivo, ideia que nos fornecerá respaldo teórico na realização de uma outra relação: os obstáculos de origem histórica e as concepções alternativas dos estudantes. Essa abordagem nos fornecerá a construção de um mecanismo para identificação de obstáculos epistemológicos.

1.1 A aproximação histórico-epistemológica ao Ensino das Ciências

O Ensino de Ciências está atravessando um período de crise e de reflexão, mesmo depois das frequentes acusações de “analfabetismo científico” às pessoas em geral. É claro que se este tipo de déficit cultural fosse tão difuso como frequentemente se aceita, uma boa parte da responsabilidade deveria ser destinada à escola. Na realidade tais acusações são de certo modo injustificadas e referem-se à ideia de que quase sempre a virtude oposta, podemos dizer “alfabetismo científico”, se revelaria na propensão de aceitar, sem muitas verificações, os pareceres das autoridades científicas em cada campo politicamente sensível.

Quanto a nós, pensamos, ao invés, que um cidadão cientificamente consciente seria, em geral, mais resistente (e não menos) à imposição dos pareceres que não acompanham as apropriadas explicações e justificações, e mostraria um saudável ceticismo às autoridades que evitam o confronto público.

Com tudo isso, resta o problema de definir uma melhor maneira de trabalhar a construção de conceitos no campo científico, sobre como se pode fundar a consciência científica do cidadão.

Uma proposta de ensino que foi articulada por diversos prestigiosos cientistas, historiadores da Ciência e epistemólogos é o de ancorar o Ensino das Ciências aos seus respectivos desenvolvimentos históricos. Aqui vamos nos concentrar, principalmente, na Física.

É quase supérfluo enfatizar que este tipo de abordagem não se trata em introduzir, junto aos conceitos teóricos ou experimentais, datas e nomes sobre “descobertas”, e nem de reavivar a exposição de qualquer anedota curiosa. Compreender uma teoria científica não é como aprender as “instruções para uso” de um certo maquinário, mas colocar-se em condição de projetar o maquinário; e para projetar um maquinário deve-se entender quais funções devem ser desenvolvidas e porque algumas soluções aparentes dos problemas que surgem das projeções não são adequadas. Em outras palavras, se trata de permitir compartilhar com os estudantes o momento criativo da teoria, e não os limitar a serem apenas “usuários” da mesma.

Hoje vivemos em uma época cujas reivindicações culturais por parte da escola estão se tornando muito enfraquecidas³, na qual uma concepção instrumentalista de instrução científica se tornou aquela prevalecente: na opinião de muitos, a escola deveria transmitir conhecimentos voltados a favorecer um rápido ingresso no mercado de trabalho, e em particular, fornecer um conhecimento das teorias físicas que se prestem à uma rápida aplicação em contextos concretos. Embora seja

³ Existe um texto de física historicamente definido e destinado à escola secundária, o *Project Physics Course*, organizado por Holton, Rutherford e Watson (TPPC 1975). Foi concebido na década de 1960, e adaptado (e enriquecido) na edição italiana publicada em 1977 por Zanichelli (TPPC 1977). A edição original é inteira e gratuitamente disponível na *internet*, no endereço indicado na bibliografia. Para a história do projeto e a sua versão atual, ver Holton (2003).

duvidoso que esse objetivo possa ser alcançado, no caso das teorias físicas, sem que os estudantes tenham feito um esforço de genuína compreensão das teorias de aplicação, é somente na repetição de aplicações já conhecidas que a abordagem instrumentalista pode ter sucesso, mas não na idealização de novas aplicações.

As argumentações e construções teóricas que visam abolir a dimensão histórica é uma tentação recorrente na história da didática das Ciências. Retornamos a mais de um século para encontrarmos dois grandes cientistas-filósofos. O físico, epistemólogo e historiador da Física Pierre Duhem, em seu comentário de 1903 sobre *A mecânica no seu desenvolvimento histórico-crítico* de Ernest Mach, escrevia:

De alguns anos o nosso ensino secundário das ciências físicas tende sempre mais a rejeitar cada consideração histórica e a considera-la como um objeto de uma vaidosa e ociosa curiosidade. Aqueles que são esforçados a promover essa tendência teriam um grande interesse em mediar a obra do professor Mach, não duvido que essa leitura abalaria as suas convicções; ela contribuiria, penso, a dar a eles uma convicção de tudo oposta, cuja experiência do ensino ou dos exames conduziu mais de um professor: não tem uma compreensão completa e penetrante de uma lei Física quem não conhece, ao menos, em grande quantidade, os princípios errôneos que esta lei tem substituído e os esforços que teve de fazer para suplanta-los (DUHEM, 1903, p. 267, tradução nossa).

Estas considerações foram um comentário à seguinte citação de Mach:

Os elementos fundamentais das noções que a mecânica estuda são desenvolvidas quase completamente a propósito de pesquisas sobre casos muito especiais dos fenômenos mecânicos. A análise histórica destes problemas particulares permanece, por outro lado, o meio mais eficaz e mais natural de penetrar os elementos essenciais dos princípios, e ainda pode-se dizer que não é que através desse caminho se pode chegar a completa compreensão dos resultados gerais da mecânica (MACH, 1977, p.27, tradução nossa).

O comentário de Duhem também fornece uma primeira resposta àquela que é a principal, e mais natural, objeção que se faz as propostas de *historicizar* o ensino da Física: um estudo preciso de todas as falsas saídas e de todos os cegos caminhos no desenvolvimento histórico de uma certa noção, hoje considerada importante, implicariam em um excessivo investimento de tempo e esforço da parte dos professores e estudantes. Porém, é evidente que o ensino da Física situada em sua vertente histórica não consiste em substituir o objetivo de ensinar a Física com aquele de ensinar a História da Física; se tratará, suficientemente, de selecionar episódios do desenvolvimento de uma teoria ou de

um conceito que tenham deixado as suas presenças na teoria ou conceito, como atualmente concebidos⁴.

A apresentação de tais episódios tem, em primeiro lugar, uma importante função motivacional. De fato, muito frequentemente, os estudantes permanecem perplexos diante à exposição de certas noções, pois parecem “cair do céu”, ou mais precisamente, porque não conseguem entender como pode ter sucedido que alguém, por mais que genial, o possa ter pensado. Em geral, a reação – quase automática – do professor a este tipo de perplexidade é o de convidar o estudante a confiar e de fazê-lo pensar que aquela noção servirá a qualquer momento.

Com esta reação, no entanto, o professor, sem perceber, perde uma importante ocasião. A ocasião de se interrogar sobre aquela perplexidade, e mais precisamente sobre a origem da percepção da estranheza daquelas noções por parte do estudante. Quando uma certa noção, que pretende ser aplicada às experiências que fizemos ao menos em parte (como aquelas que prevalentemente se ocupam da Física elementar), nos parece estranho, isto quer dizer que a outra seria a maneira que confrontaremos as explicações daquelas experiências se alguém nos pedisse para fazê-la em um contexto extraescolástico. Logo, o estudante não chega à lição escolástica como tábua rasa. Este contexto foi bem explicado por Gaston Bachelard em 1938:

Acho surpreendente que os professores de ciências, mais do que os outros se possível fosse, não compreendam que alguém não compreenda. [...] Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de Física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana (BACHELARD, 1996, p. 23).

Para além da sugestão de que aquilo que o estudante leva para a aula seja simplesmente um obstáculo à correta compreensão, Bachelard captura um ponto importante: o professor que pensa poder produzir compreensão por meio da reiteração está, seguramente, errado; e se pode dizer ainda que essa estranha ilusão didática não seja, de tudo, rara.

Uma contraprova de uma Física pré-escolástica que o estudante tem, é fornecida por numerosas pesquisas experimentais de psicologia cognitiva (MCCLOSKEY et al, 1980; MCCLOSKEY, 1983), que propõem a um grupo de estudantes um quesito de Física elementar descontextualizado, isto é, sem indicar ou sugerir a qual capítulo do livro texto necessitaria fazer a pesquisa para responder, mas oferecendo uma escolha entre as diversas respostas, uma somente

⁴ Todavia, seria um erro considerar uma eventual mudança do interesse de um estudante de ciência da história e epistemologia como uma derrota educacional. Diversas considerações importantes a este respeito podem ser encontrados em Barretto Bastos Filho (2003).

correta, entre as quais, o ponto de vista do livro texto e as outras variavelmente incorretas. O fato interessante é que muitos estudantes que já estudaram o capítulo pertinente do livro texto, e que saberiam repetir as afirmações neste contidas, se oportunamente solicitados durante uma interrogação, respondem ao quesito de maneira errada. Mas não em maneira arbitrariamente errada.

Em geral, o experimento que consistisse em solicitar aos próprios estudantes como responderiam a um quesito razoavelmente simples, formulado sem permitir entender como o docente gostaria que respondessem, poderia ser feito, e, em geral, por todos os professores que quisessem verificar o grau real da compreensão de sua classe. A dupla e contraditória função do professor (o de ensinar e o de examinar), de fato, faz com que os alunos aprendam cedo a adivinhar cada indicio colocado, ainda que involuntariamente, à suas disposições, quais respostas lhes são semelhantes, e uma vez que tenham adivinhado, dirão aquilo que o professor gosta, independente das suas eventuais convicções. As suas verdadeiras opiniões se revelam, ao contrário, quando os estudantes podem fazer recurso somente a ele, para produzir uma solução a um problema⁵.

Como mencionado, os erros dos estudantes que não são colocados em condição de entender que coisa “se espera” que responda, têm uma lógica interna: neles é frequentemente identificada uma semelhança com teorias que no desenvolvimento histórico têm precedida àquelas hoje aceitas. O aspecto mais fascinante dessa imersão espontânea do passado é que se pode observar em estudantes normais que, de História da Física – pode ser dito com certeza – não sabem praticamente nada! Portanto, seus trajetos intelectuais abertos por vários séculos antes, não podem ser assimilados a tendência dos estudiosos a resgatar na memória noções conquistadas por meio de seus estudos.

Na sua última obra, de 1983, escrita em colaboração com o físico teórico Rolando Garcia, e significativamente intitulada *Psicogênese e História da Ciência*, o mais celebre psicólogo cognitivo do século passado, Jean Piaget, teorizou acerca de uma correspondência entre os estádios na construção de noções físicas (e matemáticas) com base nas crianças e os estádios do desenvolvimento histórico destas noções.

Piaget e Garcia (2011) defendem a ideia de que é possível que um problema se coloque nos campos da Epistemologia das Ciências e da Psicogênese. Um conhecimento não pode estar dissociado de seu contexto histórico, e por consequência, a história de uma noção fornece alguma indicação sobre seu significado epistêmico. Quer encarado numa perspectiva social ou individual, o conhecimento é uma construção humana em transformação permanente.

Estas duas epistemologias, de certa forma, podem ser análogas no âmbito da construção do conhecimento, seja no sentido histórico filosófico do conhecimento, seja no período de aprendizagem do conceito, quando o sujeito, partindo de níveis muito baixos, compostos por estruturas pré-lógicas,

⁵ Para um exemplo e a sua análise, ver Mamone Capria (2001, p. 24-30).

alcançará normas pré-científicas até a sua fusão com as do pensamento científico (PIAGET; GARCIA, 2011).

A construção por abstração reflexiva e generalização completiva, ao repetir-se indefinidamente, nível por nível, faz com que o desenvolvimento cognitivo resulte da interação de um mesmo mecanismo, mas constantemente alargado e renovado por uma alternância de adjunções de novos conteúdos e de elaborações de novas formas ou estruturas (PIAGET; GARCIA, 2011, p.17).

A principal razão do parentesco entre a epistemologia de um conceito e a epistemologia genética está no fato de os dois tipos de análises conduzirem, cedo ou tarde, independentemente da grande diferença dos materiais utilizados, a encontrar, em todos os níveis, o problema dos instrumentos e dos mecanismos semelhantes, não somente nas interações elementares entre sujeitos e objetos, mas, sobretudo no modo como o nível anterior condiciona a formação do seguinte, o que significa colocar os mesmos problemas gerais, comuns a qualquer desenvolvimento epistêmico (PIAGET; GARCIA, 2011).

Exemplos históricos podem mostrar-nos as convergências existentes entre as epistemologias, e a razão principal desta está na presença e participação ativa do sujeito no desenvolvimento do conhecimento. Piaget defende que a *assimilação* é a propriedade mais geral dessas atividades (PIAGET; GARCIA, 2011).

Segundo Piaget e Garcia as construções cognitivas

Não sucedem linearmente, mas dão lugar, estágio após estágio, a reconstruções do que precede, integrando o que se segue. Desse modo, as ideias construídas num nível superior de pensamento, mesmo quando se trata de ideias de um teórico, apoiam-se necessariamente numa subestrutura de ações que extraem a sua substância, expandindo-as a diversos graus [...] (PIAGET; GARCIA, 2011, p. 100).

A concepção sintetizada nesta citação não coincide com aquela descontínuista apresentada por Thomas Kuhn (1970) em seu livro sobre as revoluções científicas, uma vez que, segundo Piaget e Garcia as novas ideias *derivam as suas substâncias*, e não suplantam em um sentido radical, mas nem menos *se adicionam* simplesmente às velhas. Se não existe uma ruptura verdadeira e própria, desta forma, não deve existir, nem menos, um simples refinamento.

Neste sentido podemos dizer que a tese piagetiana defende a existência de um isomorfismo entre as construções do conhecimento físico por cada indivíduo e ao longo da história. Esse isomorfismo se apresenta em termos de mecanismos de conhecimento, ou ainda, mecanismos de abstração empírica e reflexiva.

Em verificação à esta tese, Piaget e Garcia (2011) apresentam um exemplo que reforça a existência de um paralelismo, em termos de conteúdo e mecanismos, entre as fases históricas

anteriores a Newton e as etapas da psicogênese. Neste caso particular estabeleceram uma correspondência entre quatro fases históricas e quatro fases da psicogênese que iniciaram com crianças de 7 a 8 anos. As quatro fases históricas correspondem: i) aos dois motores aristotélicos; ii) ao recurso a um único motor externo; iii) a descoberta do ímpeto e; iv) a descoberta da aceleração. Neste caso foi observado uma relação em termos de construção entre a evolução das noções no decorrer da história e no desenvolvimento psicogenético.

Os autores ainda ressaltam que essa relação somente é possível e compreensível por se tratar de conceitos pré-científicos, sendo absurda a generalização de tal paralelismo para teorias propriamente científicas.

Assim, o que devemos considerar em relação a este paralelismo é a existência comum do modo como o conhecimento é construído e não do percurso de sua construção. A tese de Piaget e Garcia se fundamenta e se estabelece pela homogeneidade do modo como o conhecimento científico é construído pelo ser humano e pela História da Ciência e não propriamente no conteúdo dessas noções.

Como Piaget e Garcia, Valadares (1995) também estabelece fortes indícios da relação existente entre a epistemologia genética e a epistemologia histórico-crítica. O autor afirma que a ideia dessa relação pode se tornar mais clara quando comparamos as concepções dos estudantes, ou suas manifestações de deficiências conceituais com as que foram sendo reveladas pelos cientistas ao longo da história da Física (VALADARES, 1995).

Neste trabalho que consistiu em uma tese de doutorado, Jorge António de Carvalho Valadares teve como um dos objetivos analisar quais características gerais apresentam as concepções alternativas dos estudantes de Física e investigar a gênese de tais concepções. Ainda, procurou identificar a existência de algum paralelismo entre a ontogênese e a filogênese das ideias físicas no domínio da mecânica. Essas propostas de investigações tiveram origem na seguinte argumentação: “se grandes cientistas tiveram concepções incorretas e assumiram, por vezes, atitudes dogmáticas, será de estranhar que o mesmo suceda com alunos e professores?” (VALADARES, 1995, p.20).

Para a construção de seu pensamento em defesa à sua tese, Valadares (1995) se apoia nos seguintes princípios: i) *o conhecimento físico de cada ser humano é uma construção pessoal e idiossincrásica*; ii) *o pensamento vulgar antecede o pensamento científico e constitui um obstáculo à construção deste*; iii) *há um isomorfismo entre a construção do conhecimento físico por cada indivíduo e a construção do conhecimento físico ao longo da história*.

O conhecimento físico é um processo que envolve abstrações empíricas e reflexivas que estão relacionadas à uma série de construções mentais por parte do sujeito cognoscente. Durante o ato de conhecer o sujeito terá de interferir no próprio objeto em questão, se servindo de construções prévias

da própria ciência. No entanto, por meio de suas idiossincrasias a apreensão do significado do objeto se torna um ato eminentemente pessoal. Assim o sujeito pode construir uma representação relacionando conceitos já pertencentes em sua estrutura de conhecimentos com outros conceitos que para ele serão novos (VALADARES, 1995).

Do ponto de vista psicológico, ideias prévias, sentimentos, emoções e vontade de conhecer são elementos fundamentais e decisivos no ato da aprendizagem, e a relação entre o “novo” e o “velho” conhecimento causa uma modificação idiossincrática no conceito. Do ponto de vista fisiológico o processo de informação que ocorre no cérebro, como resposta a um estímulo exterior, produz um registro não absolutamente idêntico ao estímulo que o originou (VALADARES, 1995).

Estas ideias corroboram com a de que o conhecimento físico não pode ser empiricamente puro, ou seja, se desenvolver longe da ação do sujeito, mas também não pode ser racionalmente puro, longe da influência do mundo exterior, pois o conhecimento do mundo físico é uma construção dialética entre estes dois extremos (VALADARES, 1995).

Este conhecimento se inicia de modo empírico, mas adquire níveis de racionalidade com o exercício da reflexão sobre o fenômeno científico. No entanto, podemos enfatizar que se inicia como relação de nosso conhecimento sensorial, espontâneo e assistemático, o que nos pode fornecer do ponto de vista científico, mas não de imediato, uma visão equivocada, ou até mesmo uma ilusão.

Mesmo a nível pessoal, cada ser humano começa sempre por ter um pensamento bastante empirista, concreto, altamente sensorial, assistemático, e só depois atinge a fase do pensamento mais racional, formal e abstrato. Historicamente sempre se verificaram passagens de um nível de pensamento ao outro. Quando o homem, ao ver os mastros dos navios aparecerem primeiro no horizonte, atingiu, racional e empiricamente (raciocinou e dispôs do referido dado), a conclusão, já elaborada para a época, de que a Terra é redonda, já estava em pleno *fluxo espontaneidade primitiva-Ciência* (VALADARES, 1995, p.163).

Estas passagens apresentam com muita frequência autênticos obstáculos epistemológicos gerados pelo próprio pensamento vulgar. Assim, ao longo da construção de um conhecimento físico, no confronto entre nosso conhecimento sensorial e o conhecimento científico, surgem dificuldades inerentes a este conhecimento, e somente com a superação destes obstáculos é que se dá o seu desenvolvimento e sua transformação.

Assim, o conhecimento físico é uma construção humana em transformação permanente, seja em sua perspectiva social ou individual (VALADARES, 1995). E neste desenvolvimento se verifica o paralelismo entre a história da evolução das ideias da Física com a epistemologia genética, que discorremos anteriormente em Piaget e Garcia (2011).

Não se trata de afirmar que o percurso da criança é o mesmo da Ciência no que toca a conteúdos. A homogeneidade verifica-se, sim, no que respeita ao modo como o conhecimento científico é construído pelo ser humano e pela história. Assim, por exemplo, houve, a nível do conhecimento histórico, barreiras difíceis de transpor no caminho para o pensamento científico. Essas mesmas barreiras surgem no ser humano. (VALADARES, 1995, p.226).

Considerando válida essa relação epistémica, apresentaremos em seguida duas ideias que formarão nosso instrumento de investigação e fundamentação, a teoria dos obstáculos epistemológicos e a teoria sobre concepções alternativas. Os obstáculos encontrados na história do desenvolvimento do conceito de energia serão confrontados com as concepções alternativas dos estudantes em relação ao mesmo conceito. Como ainda discutiremos mais aprofundadamente, este confronto nos possibilitará identificar os obstáculos definidos como epistemológicos, isto é, que são inerentes ao conhecimento, acerca do conceito de energia. Uma vez identificados esses possíveis obstáculos, poderemos encontrar, no mesmo construto histórico desse conhecimento, os mecanismos responsáveis por seu desenvolvimento em sentido de romper com tais dificuldades.

1.2 Os obstáculos Epistemológicos na concepção de Bachelard

Quando falamos em erros ou obstáculos à aprendizagem de um conceito, frequentemente nos vem em mente uma concepção pessimista de que este conhecimento, de fato, tende a atrapalhar ou a bloquear e que não tem serventia nenhuma para o processo de aprendizagem. Na maioria das vezes este pré-conceito tem fundamento na realidade, pois sem perceber, caímos nas armadilhas epistemológicas do conhecimento. Despreparados, não temos chances contra eles, pois esse processo faz parte de nossa racionalização, como também, do próprio conhecimento. É uma espécie de confronto entre a razão e o fenômeno. No entanto, não é algo impossível de ser rompido ou, em termos de obstáculo, ultrapassado; a própria História da Ciência fornece argumentos a esse favor.

Com a história, podemos aprender como uma ideia foi desenvolvida até alcançar seu *status* de conhecimento científico, e por ela, também podemos notar todas as dificuldades enfrentadas pelas pessoas que contribuíram com esta construção, pelo tal confronto mencionado anteriormente. Os fenômenos são intrínsecos à natureza e cabe ao ser humano encontrar meios para explicá-los. Eis, então, que começamos a refletir sobre um problema, e começamos a construir ideias a respeito. Estas ideias nem sempre serão as mesmas, podendo ser modificadas, desenvolvidas ou, até mesmo, abandonadas devido a uma outra potencialmente mais explicativa. Elas são dependentes de contextos e interesses sociais de cada época, que fornecem determinada contribuição. Sem esquecer que, na maioria das vezes, segue um método de trabalho, conhecido como método científico. Ao longo desses tempos, portanto, determinados conhecimentos, que satisfazem as condições impostas pelo método,

adquirem significados à razão do fenômeno. Assim, talvez possamos vir a prever quando o fenômeno irá ocorrer, quando irá acabar, poderemos, inclusive, explicar o porquê. Então, este conceito científico, que explica determinado fenômeno, é divulgado para a comunidade científica e transposto didaticamente nas escolas aos aprendizes da Ciência.

O problema não é tão simples e sem empecilhos quanto parece. De certa forma, já poderíamos ter tido contato com o fenômeno e tirado nossas próprias conclusões a respeito, antes mesmo dos ensinamentos do professor. E, assim, já poderíamos ter adquirido pré-conceitos influenciadores no aprendizado científico, ou seja, no primeiro contato com a explicação aceita pela Ciência. Esse é o primeiro obstáculo, relacionadas às ideias de senso comum adquiridas ao longo da experiência do indivíduo, que no confronto com o conhecimento escolástico podem surgir com um potencial de atrapalhar o aprendizado e o desenvolvimento do próprio conceito. Quando este conhecimento é externalizado pelo aprendiz ele é conhecido como erro relativamente ao conhecimento científico.

O que nos parece interessante é que ao olhar para a história da epistemologia do conceito que explica este determinado fenômeno, podemos notar, por parte de seus contribuintes, equívocos ou erros semelhantes aos cometidos ainda hoje pelos aprendizes da Ciência. Os equívocos são recorrentes, como se o conhecimento que está sendo aprendido tivesse um potencial de submeter o indivíduo a um obstáculo comum. Toda essa construção teórica sobre o papel dos obstáculos epistemológicos na formação do conhecimento científico é atribuída a Gaston Bachelard, como se apresenta a seguir.

Gaston Bachelard define obstáculo epistemológico como uma estagnação ou regressão ao ato de conhecer. É um conhecimento, uma concepção, e não uma dificuldade, ou uma falta de conhecimento. Nas palavras do autor, este ato de conhecer “dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito é obstáculo à espiritualização” (BACHELARD, 1996, p. 17).

O sujeito incessante na busca da objetividade almejada na construção do conhecimento científico, por meio de sua racionalização, encontra perturbações em sua trajetória investigativa. Em um determinado contexto, este obstáculo, ou esta perturbação, traz respostas adequadas resistindo às contradições com as quais ele é confrontado, impedindo o estabelecimento de um novo conhecimento. No entanto, fora desse contexto, este obstáculo concebe respostas falsas e, assim, pode ser identificado.

De certa forma, estes obstáculos podem se manifestar pela incapacidade de compreensão de determinados fenômenos, da dificuldade de resolver os problemas que este fenômeno apresenta com eficácia, ou ainda, pelos erros que, para serem superados, deveriam conduzir à elaboração e a aceitação de um novo conhecimento (BROUSSEAU, 1983).

O conhecimento científico é fecundo, e a partir da identificação e da organização os erros passados são corrigidos e superados, dando lugar a teorias cada vez mais elaboradas e desenvolvidas. Cada saber que o pensamento científico ultrapassa representa um obstáculo superado no processo de desenvolvimento da Ciência (PAIVA, 2005).

É impossível anular, de um só golpe, todos os conhecimentos habituais. Diante do real, aquilo que cremos saber com clareza ofusca aquilo que deveríamos saber. Quando o espírito se apresenta à cultura científica, nunca é jovem. Aliás, é bem velho, porque tem a idade de seus preconceitos. Aceder à Ciência é rejuvenescer espiritualmente, é aceitar uma brusca mutação que contradiz o passado (BACHELARD, 1996, p.18).

Segundo Bachelard (1996) devemos psicanalisar o conhecimento objetivo denunciando as suas irracionalidades coibindo a presença de exagerada subjetividade. Mais precisamente, detectar os obstáculos epistemológicos é um passo para fundamentar os rudimentos da psicanálise da razão. Assim, poderíamos erradicar do conhecimento científico, os olhares primeiros, as emoções e as fantasias que acompanham o indivíduo em sua relação com o mundo, o que resultam no desenvolvimento de uma ciência pessoal e pouco criteriosa. Desta forma, a psicanálise do conhecimento é fundamental para confrontarmos o senso comum com a Ciência, concretizando uma ruptura entre ambos.

No entanto, não basta adquirir um novo conhecimento para que o obstáculo desapareça, é indispensável incorporar a sua rejeição ao novo saber tomando consciência de sua inexatidão. Devemos compreender esse momento de estagnação quando o ato de conhecer confronta necessariamente com verdades antecedentes.

Bachelard ainda defende que a história do pensamento científico adquire pleno valor ao se aprofundar na noção de obstáculo epistemológico. O epistemólogo “deve captar os conceitos científicos em sínteses psicológicas progressivas e estabelecer uma escala de conceitos, a respeito de cada noção, mostrando como um conceito está relacionado e dá origem a outro” (BACHELARD, 1996, p. 22-23).

Na epistemologia de Bachelard o espírito científico é formado pela retificação dos erros e se fundamenta na aceitação de uma verdadeira ruptura entre o conhecimento sensível e conhecimento científico. Pois o conhecimento científico não pode ter sua base fundada sobre um conhecimento sensível. Mas partindo de uma percepção ingênua do fenômeno e superando uma série de obstáculos epistemológicos, o espírito atinge seu estágio científico. Assim se dá o progresso do pensamento científico.

Esses obstáculos epistemológicos, essa rede de preconceitos e maus hábitos de pensamento têm-se mostrado altamente persistentes, quer na história quer no percurso

científico de cada ser humano. Resistem ao conhecimento científico e afetam-no. A causa dessa resistência reside num "instinto conservativo", uma inércia intelectual que o ser humano e as sociedades humanas possuem que muitas vezes acaba por levar a melhor sobre o "instinto formativo". O conhecimento científico, como construção individual e social, passa a ser encarado como uma luta de instintos: de um instinto inovador contra um instinto conservador (VALADARES, 1995, p. 227).

Em síntese, a ideia de obstáculo epistemológico desenvolvida por Bachelard consiste, em última instância, na consolidação da ruptura entre a realidade percebida e a realidade construída, em outras palavras, todos os obstáculos convergem ao imediatismo. E tais obstáculos não são uma decorrência da complexidade dos fenômenos nem das limitações dos nossos sentidos, mas intrínsecos ao próprio ato de conhecer fundamentado por pré-conceitos conquistados no contato com os fenômenos. Dessa forma, essa epistemologia bachelardiana apresenta ótimos argumentos em favor a tese construtivista piagetiana, em relação ao paralelismo existente entre a construção do conhecimento científico, podendo ser individual ou social, e a história da construção deste mesmo conhecimento. Como exemplo, podemos citar um dos tipos de obstáculo epistemológico classificado por Bachelard em sua obra *A formação do espírito científico*, como a *experiência primeira*.

Esse é o primeiro obstáculo que deve ser superado pelo espírito científico. É o pensamento empírico, idealizado pelo aprendiz durante a sua vivência com o mundo. Nada mais é do que uma opinião, uma opinião que deve ser derrubada, vencida ou quebrada pelo pensamento científico. De acordo com Bachelard este primeiro obstáculo “é a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico” (BACHELARD, 1996, p.29).

Este obstáculo origina-se das observações dos fenômenos e das experiências sem reflexão, é um empirismo sedutor. Quando o aprendiz de Ciências encara pela primeira vez um fenômeno, ele faz uma simples observação e não se contenta em buscar explicações, ou melhor, se contenta por aquela simples e sedutora observação, é desta forma que esta opinião primeira se torna um obstáculo.

É tão agradável para a preguiça intelectual limitar-se ao empirismo, chamar um fato de fato e proibir a busca de leis! Ainda hoje os maus alunos de Física “compreendem” as fórmulas empíricas. Acham que todas as fórmulas, inclusive as que decorrem de uma teoria bem organizada, são empíricas. Pensam que as fórmulas não passam de um conjunto de números disponíveis, que basta aplicar a cada caso particular. (BACHELARD, 1996, p.37).

Este empirismo sedutor pode aparecer quando, durante uma aula, uma observação ou uma experiência, o aprendiz se satisfizer de imediato, simplesmente pela curiosidade do fato, ou ainda, por uma observação iludida. Ao invés de benéfico, esta curiosidade pode ser um obstáculo para a cultura científica. Por exemplo, se durante uma experiência realizada pelo professor em um

laboratório, para provocar interesse, ele procurasse sempre causar assombro, por meio de alguma combustão ou explosão, o aluno focará muito mais na explosão, no fogo, do que na explicação do fato empírico propriamente dito.

Devemos sempre tomar cuidado com este tipo de obstáculo, uma vez que sempre leva em consideração a opinião e a curiosidade do fato, e pode se tornar um empecilho para o aprendizado subsequente. Bachelard (1996, p. 45) descreve: “uma vez entregue ao reino das imagens contraditórias, a fantasia reúne com facilidade tudo o que há de espantoso. Faz convergir as possibilidades mais inesperadas”.

Muitas vezes, a explicação ou a racionalização é deixada de lado, ou então, baseia-se nesta primeira opinião, fazendo com que a imagem pitoresca provoque a adesão a uma hipótese não verificada, permitindo uma explicação intempestiva (BACHELARD, 1996).

Desta maneira, devemos sempre ter a construção racional bem explícita, a reflexão da experiência, para assim chegarmos a um pensamento científico, reavivando a crítica e expondo este conhecimento em contato com as condições que lhe deram origem. Segundo Bachelard (1996) esta é a racionalização da experiência.

Tal racionalização põe fim ao obstáculo primeiro, rompendo com este a inquietude do desprazer do *não aprendido*. Assim, o obstáculo primeiro pode ser definido como: “expressão de uma vontade de ter razão, fora de qualquer prova explícita, de escapar a discussão referindo-se a um fato que a pessoa pensa não estar interpretando, mas ao qual está dando um valor declarativo primordial” (BACHELARD, 1996, p.52).

Escapar deste obstáculo não é tarefa fácil, pois: “ao espetáculo dos fenômenos mais interessantes, mais espantosos, o homem vai naturalmente com todos os seus desejos, com todas as suas paixões, com toda a alma. Não é, pois, de admirar que o primeiro conhecimento objetivo seja um primeiro erro” (BACHELARD, 1996, p.68).

Com base na construção racional bem explícita, juntamente com a reflexão da experiência, poderemos chegar ao pensamento científico, evitando este tipo de obstáculo.

A seguir apresentamos o Quadro 1 com alguns dos obstáculos epistemológicos tratados por Bachelard (1996), em sua obra, *A formação do espírito científico*. Neste quadro podemos encontrar os tipos de obstáculos que foram abordados por Bachelard, uma breve explicação de seus significados, o momento em que podem, em geral, surgir e uma maneira de como podemos superá-los, o que chamamos de mecanismos de superação.

Quadro 1 – Resumos dos obstáculos epistemológicos tratados na obra *A formação do Espírito Científico*, de Gaston Bachelard

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS	RESUMO	MOMENTO QUE PODEM SURGIR	MECANISMO DE SUPERAÇÃO
OBSERVAÇÃO PRIMEIRA	É a opinião sem crítica científica. É o pensamento empírico idealizado pelo aprendiz durante a sua vivência com o mundo.	Quando durante uma aula, uma observação ou uma experiência o aprendiz se satisfazer de imediato simplesmente pela curiosidade do fato. Quando a imagem pitoresca provoca a adesão a uma hipótese não verificada permitindo uma explicação intempestiva.	Construção racional bem explícita, a reflexão da experiência, para assim chegarmos num pensamento científico reavivando a crítica e expondo este conhecimento em contato com as condições que lhe deram origem.
CONHECIMENTO GERAL	É a imobilidade do pensamento científico quando se satisfaz com uma única definição que se apoia em uma ideia muito geral e superficial do fenômeno. Este conhecimento reduz o fenômeno a um simples fato sem necessidade de aprofundamento.	Surge com as conclusões empíricas apreçadas de algum fenômeno. Quando o aluno se satisfaz com definições gerais de conceitos.	Será preciso então deformar os conceitos primitivos, estudar as condições de aplicação desses conceitos e, sobretudo, incorporar as condições de aplicação de um conceito no próprio sentido do conceito (racionalização).
VERBAL	Pela simples imagem do fenômeno fica caracterizado o conhecimento a tal ponto que não se sente a necessidade de explicá-lo. Associar aos conceitos concretos interpretações abstratas.	As analogias que utilizamos no ensino, neste sentido, podem correr o risco de se tornarem obstáculos verbais ao conhecimento científico por associar aos conceitos concretos interpretações abstratas, fazendo o aluno pensar que avançou em suas ideias, mas não é o que ocorre	Utilizar analogias ou imagens metafóricas depois da explicação dos conceitos científicos.
CONHECIMENTO UNITÁRIO	Atribui-se a qualidade de perfeição à ideia, fazendo com que generalize explicações para tudo. Valorização pré-concebida e abstrata das ideias da explicação, será o caso, portanto, não de um pensamento empírico, mas filosófico.	Pode surgir em um momento de preguiça intelectual, quando o aluno atribui a vários fenômenos a mesma explicação, ou seja, por um único pensamento ele o generaliza para vários outros.	Podemos evitá-lo através da verificação afincado do fenômeno, observando suas variáveis qualitativa e quantitativamente, mostrando que pode haver relações entre conceitos de fenômenos distintos, mas destacando as diferenças.
CONHECIMENTO PRAGMÁTICO	O pensamento pragmático acaba por ser um pensamento exagerado. Se caracteriza por explicar os fenômenos pela sua utilidade relativa ao homem.	Pode surgir em momentos de justificativa do porquê estudar aquele fenômeno, pois muitas vezes utilizamos da justificativa da utilidade dos fenômenos para poder estudá-los. Neste momento, pode ficar caracterizado a explicação do fenômeno, se tornando obstáculo a conhecimentos posteriores.	Na tentativa da comprovação da ideia nunca dar explicações exageradas no sentido metafísico e filosófico.

SUBSTANCIALISTA	É a atribuição de diversos poderes, virtudes e forças à substância. A explicação do fenômeno é dada pelos próprios adjetivos que se atribuem a substância.	Surge no momento em que o pensamento é guiado pelo que se vê e como se vê. É desta maneira que as qualidades designadas à substância são recebidas para a explicação dos fenômenos: <i>dos sentidos</i> .	Este obstáculo é muito difícil de ser superado, pois se apoia no empirismo que tem uma base não muito segura, que são as proposições de observação. Portanto, devemos mostrar aos alunos que nossas observações podem ser falhas e não garantem a conclusão da explicação do fenômeno.
ANIMISTA	Atribui vida ou características dos seres vivos aos fenômenos e objetos inanimados.	Quando se tenta atribuir um valor vital e indiscutível à explicação do fenômeno, pela simples sedução de uma afirmativa sem provas. Quando se acha a analogia coerente o autor pode atribuir uma força sem limites aos elementos inanimados, animando-os, ou seja, atribuindo vida	Deve-se tomar cuidado com as analogias que relacionam as características dos seres vivos aos objetos inanimados.
CONHECIMENTO QUANTITATIVO	O pensamento científico não deve se aliar a nenhum destes extremos, o extremo quantitativo e o extremo qualitativo, que entravam o pensamento por um todo. O extremo quantitativo é imediato e superficial se tornando subjetivo e obstáculo ao conhecimento qualitativo. O extremo qualitativo não faz ligação a um pensamento qualitativo de correlações entre objetos de um mesmo fenômeno, desta forma se tornando um obstáculo.	Este obstáculo pode surgir em um momento em que não é enfatizada, pelo professor ao aluno, a importância dos dois extremos, os conhecimentos que atribuem qualidade ao fenômeno e os conhecimentos que atribuem quantidade ao fenômeno.	Deve-se enfatizar sempre a importância de dados quantitativos e qualitativos para explicação por um todo de um fenômeno.

Fonte: Autoria própria (2016).

1.3 Os obstáculos epistemológicos no desenvolvimento de conceitos e na aprendizagem

Como vimos, os obstáculos epistemológicos na concepção de Bachelard são muito abrangentes no espectro científico. Ele elaborou sua epistemologia para uma gama de concepções e se preocupou mais com a existência desses obstáculos em suas relações com o ato de conhecer. Mais precisamente, se dedicou ao entendimento das rupturas entre o conhecimento comum e o conhecimento científico ao longo do tempo, nas dificuldades inerentes ao mau funcionamento da relação epistemológica entre sujeito e objeto.

Levando em consideração que a explicação do fenômeno físico depende de um grupo de indivíduos, e que estes desenvolvem conceitos científicos para tais explicações, por uma série de

fatores, como por exemplo, a falta de um método científico ou um modelo lógico matemático, nesses conhecimentos gerados, se impregnam entraves ou dificuldades que podem persistir mesmo depois de superados. Assim, quando novos indivíduos, seguindo o método científico de sua época, trabalham com este conhecimento, está sujeito aos inevitáveis obstáculos, podendo superá-los, ou até mesmo, gerar outros novos.

Aqui, estamos concentrados propriamente com estes obstáculos de origem epistemológica, que fazem parte de um determinado conhecimento científico e que podem reaparecer no momento da aprendizagem.

No âmbito da educação, Bachelard relata a importância do obstáculo pedagógico. Devemos sempre levar em consideração que os alunos chegam às aulas de Ciências com conhecimentos pré-estabelecidos em suas estruturas de conhecimento, referente aos seus conhecimentos empíricos. Estes podem, em algumas situações, ser obstáculos ao novo conhecimento que será ensinado pelo professor (BACHELARD, 1996).

Assim, devemos trabalhar para que um pensamento pré-estabelecido na estrutura de conceitos dos alunos não os leve ao não aprendido. É difícil explicar um princípio científico se antes não for criticado e desfeito o impuro complexo de intuições primeiras, ou seja, sem fazer antes a psicanálise dos erros iniciais. Dessa forma, o erro não pode significar um fracasso por parte de um determinado indivíduo, mas sim um passo importante para a busca do novo conhecimento, que deve acontecer por meio da ruptura entre o senso comum e o conhecimento científico.

Deve-se, assim, como na Ciência, organizar as ideias com o intuito de superar um obstáculo, consistindo em uma situação suscetível de desenvolvimento, segundo uma dialética conveniente. Desta forma a noção de obstáculo além de poder ser utilizada para analisar a gênese histórica de um conhecimento, pode ser utilizada no ensino ou no estudo do desenvolvimento de ideias espontâneas dos alunos, ideias suscetíveis a se tornarem um obstáculo à aquisição de novas.

Os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados historicamente nas dificuldades que os cientistas encontraram. Uma vez, conhecidas tais dificuldades, estas podem ser confrontadas analisando erros recorrentes, que se agrupam em torno de concepções, durante o aprendizado de determinado conceito. Pois a maioria desses obstáculos são encontrados e observados ainda hoje.

Brousseau, um educador matemático francês, aplicou a teoria do obstáculo epistemológico à didática da matemática. Teorizando sobre o processo de aprendizagem, buscou relacionar a teoria dos obstáculos com os processos de equilíbrio de Jean Piaget⁶ (Brousseau, 1983). Um indivíduo,

⁶ Este processo envolve dois mecanismos que se complementam, a assimilação e a acomodação. Um indivíduo, ao nascer, adquire uma sequência de estruturas lógicas que são aptas à se desenvolver nas várias etapas de sua vida. A assimilação

quando confrontado com um novo conhecimento, pode sofrer o processo de assimilação quando sua estrutura estiver apta à recepção. Mas pode sofrer acomodação quando um conhecimento, já presente na estrutura lógica cognitiva, for aparentemente contrário à nova ideia. Este conhecimento antigo pode ser interpretado como um obstáculo, que é definido por Brousseau como um conjunto de dificuldades intrínsecas a um conhecimento. O indivíduo resistindo à nova experiência ou situação em defesa ao conhecimento antigo, necessita de rupturas e acomodações para o prosseguimento da aprendizagem.

A ideia de Brousseau realmente faz um paralelo com a epistemologia científica de Bachelard, que como vimos, mostra uma sequência de desenvolvimento semelhante. A Ciência e a aprendizagem de um determinado conhecimento se desenvolvem por rupturas, ou por conflitos, entre senso comum e novo conhecimento.

Para Brousseau (1983) os obstáculos podem ser caracterizados e diferenciados por sua origem, podendo ser *epistemológicos, didáticos, ontogênicos ou culturais*.

As de origem epistemológicas são inerentes ao saber e podem ser identificados nas dificuldades que os cientistas encontraram, na história, para a utilização deste conceito; as didáticas são aquelas que parecem depender de uma escolha ou de um projeto de sistema educativo e provocados por uma transposição didática; as ontogênicas podem aparecer pelas limitações do sujeito em certo momento de seu desenvolvimento; e as culturais podem surgir quando um indivíduo tenta solucionar um problema com um conhecimento não reconhecido cientificamente (BROUSSEAU, 1983).

Ainda de acordo com Brousseau (1983), para estudar um obstáculo a partir da história é necessário:

- a) uma descrição deste conhecimento e o entendimento de sua utilização;
- b) a investigação de suas vantagens e desvantagens em relação às ideias concorrentes;
- c) explicar a quais práticas sociais, técnicas e concepções estavam relacionadas;
- d) a compreensão das limitações e das dificuldades dessa concepção e as razões pelas quais essa mesma concepção foi aceita por um determinado tempo;
- e) identificar o momento da ruptura do obstáculo e os vestígios de resistência à sua rejeição, explicando-a por sobrevivência de práticas, de linguagens e concepções que faziam parte do conhecimento anterior aceito;

é o processo de integração de uma nova experiência às estruturas já formadas. A acomodação pode ser entendida como uma ruptura entre conhecimento novo e conhecimento já estabelecido. As estruturas sofrem transformações para acomodar esta nova experiência.

f) procurar possíveis ressurgimentos ou voltas inesperadas, senão iguais, próximas conceitualmente.

Para que essas dificuldades apresentadas na epistemologia do conceito se caracterize como obstáculo à aprendizagem, devem ser investigadas, durante o processo de ensino-aprendizagem, equívocos semelhantes.

Um método possível para a investigação de um obstáculo a partir de situações escolares também foi elaborado por Brousseau (1983), devemos:

a) estabelecer uma situação fundamental correspondente ao conhecimento em causa;

b) pesquisar variáveis didáticas e as diferentes concepções criadas, em particular aquela suposta suficiente para explicar o padrão de erro;

c) e em seguida, identificar grupos de estudantes que apresentam em comum o mesmo conceito obstáculo.

Assim, a história é um importante mecanismo para a identificação desses obstáculos e para as ideias fundamentais que romperam com tais entraves ao conhecimento. Fazer o aluno vivenciar alguns episódios históricos de confrontos entre diferentes conhecimentos, ou melhor, de disputa entre conhecimento científico e senso comum, pode ser significativo para aprendizagem. No entanto, devemos ressaltar que está fora de questão reproduzir, no ensino, a história como um todo, mas pode ser reproduzido efeitos similares por meio de outros mecanismos. Por exemplo, em relação ao conceito de energia, pode ser utilizado um momento da história para a sua introdução no ensino, como a elaboração do conceito de força viva por Leibniz e a disputa contra os Cartesianos em relação ao conceito de quantidade de movimento, em saber qual seria a quantidade a ser conservada no movimento. Ou ainda, para a introdução do princípio de conservação da energia, reconstruir com os alunos as passagens de como Mayer, Joule, Colding e Helmholtz desenvolveram os princípios de interconvertibilidade.

Esta técnica de ensino de conceitos científicos tem um potencial significativo na superação das dificuldades que os alunos enfrentam quando submetidos a um conhecimento que, intrinsecamente, já possui um determinado obstáculo epistemológico.

Baseado na epistemologia de Gaston Bachelard e Brousseau, e considerando a possibilidade de repetições dos obstáculos históricos na aprendizagem de um determinado conhecimento científico, vamos em busca do entendimento do desenvolvimento do conceito de *energia*, ressaltando, em sua complexidade, os obstáculos epistemológicos de cada época, e os conhecimentos que foram fundamentais para as suas *desobstaculizações*. Lembrando que para caracterizar um determinado conhecimento como obstáculo epistemológico, devemos investigar se essas noções estão presentes e se repetem durante o aprendizado ou durante o contato vivencial do aprendiz com o conceito. Este

estudo será realizado por meio da investigação das concepções alternativas dos estudantes em relação ao conceito de energia.

1.4 As concepções alternativas em relação a um determinado conceito

De acordo com Giordan (1995) a observação do ensino e da divulgação científica permite distinguir três principais tradições. A primeira, está relacionada à transmissão frontal dos conhecimentos. O docente é o transmissor do conhecimento e o aluno seria uma espécie de depósito, e a relação entre eles seria exclusivamente linear. A segunda vertente, desenvolvida na década de 1950, está baseada em um treinamento promovido pelo professor ao aluno. O professor analisa se o estudante adquiriu tais competências, *a priori* pensadas, por meio de respostas externalizadas a partir de perguntas que provocaram sua manifestação. A terceira tradição está relacionada à pedagogia da construção. E nesta vertente leva-se em consideração as concepções espontâneas e as necessidades dos alunos.

Nestas tradições o papel do erro na aprendizagem tem pesos diferentes. Na primeira vertente o erro do estudante nem mesmo é levado em consideração. Na segunda tradição, fica claro que o erro é encarado simplesmente como um parâmetro para verificação de aprendizagem, ou para intensificar e classificar os níveis intelectuais dos estudantes. No entanto, o construtivismo encara o erro como um mecanismo de aprendizagem, por meio de sua superação. Leva-se em conta o que o aluno sabe antes do ensinamento, e, deste ponto, inicia-se a construção do conhecimento, por meio das modificações conceituais.

Observamos que o papel do erro na aprendizagem foi sofrendo modificações e adquiriu sua maior importância com a pedagogia do construtivismo. O erro, outrora encarado como algo ruim, passa a servir como um mecanismo de aprendizagem.

Podemos notar ainda que existe uma certa similitude entre o papel do erro na aprendizagem com o desenvolvimento da Ciência ou do método científico. Hoje existe uma visão de Ciência gerada pelas mídias e pessoas em geral que aceitam o conhecimento científico como absoluto, fundamentais e imutáveis. Dessa forma fica evidente que pensar que a Ciência seja passível de cometer erros é um ato de repúdio. A Ciência enquanto trabalho coletivo e não individual, envolve muito esforço intelectual e físico, ficando sujeita, muitas vezes, às falhas e aos fracassos. No entanto, apesar dessa visão simplista imposta pelas mídias, o erro tem, de fato, um papel importante no desenvolvimento científico, podemos aprender e extrair lições dos erros e das falhas cometidas.

O erro na Ciência nem sempre foi valorizado. Nos tempos do indutivismo e dedutivismo positivista de Francis Bacon, os parâmetros de uma teoria científica não levavam em consideração as

possibilidades de algo não ocorrer como previsto. A teoria era criada por meio da observação repetitiva de um fenômeno, e se um determinado episódio acontecia da mesma maneira, talvez por um par de vezes, aquilo era encarado como uma lei que, portanto, deveria suceder outras vezes no futuro (CHALMERS, 1993). O que queremos enfatizar é que neste método científico o erro não tem espaço para reflexão, já que, a teoria poderia ser contrariada por uma única observação diferente das anteriores.

Com o desenvolvimento da epistemologia na Ciência, o papel do erro adquire mais importância. Popper, por exemplo, explica que pode ser considerado uma teoria científica uma ideia que está sujeita a falseabilidade, que se permite ser questionada e, portanto, analisadas as suas possibilidades de erros e falhas (CHALMERS, 1993).

Nesta perspectiva do erro, Bachelard elabora sua teoria dos obstáculos epistemológicos, que submete o desenvolvimento de um conhecimento a partir da superação de uma ideia que é encarada como um erro para a comunidade científica.

Notamos que, quando o erro passa a ter um papel mais relevante e reflexivo, a Ciência deixa de ser dogmática e passa a ser dialógica. Dialógica no sentido de dar importância a ideias que, de princípio, parecem ser contraditórias. À estas ideias contraditórias a epistemologia começa a refletir e pesquisar suas origens e suas razões. Como no trabalho de Piaget e Garcia (2011) que inferem a existência de uma relação no desenvolvimento cognitivo de um indivíduo com o desenvolvimento de um conhecimento científico analisado historicamente. Os erros cometidos por grandes cientistas no desenvolver de um conhecimento científico, podem ser cometidos também por aqueles que estudam este mesmo conhecimento posteriormente.

Nesta perspectiva o construtivismo encara o erro como um fator relevante para a aprendizagem. A superação dessa ideia inaceitável para a comunidade científica, pode modificar as concepções prévias no estudante, que assimila o conhecimento construído.

As concepções alternativas⁷ podem ser interpretadas como estruturas conceituais que surgem durante um determinado processo de escolarização, ou ainda com a vivência de experiências físicas, sociais e culturais, que levam a interpretações da realidade que não estão inteiramente de acordo com as concepções cientificamente aceitas (BUCUSSI, 2007).

Estas ideias são desenvolvidas com base nas experiências vivenciadas e socializadas pelo indivíduo, construindo uma visão mais elaborada do senso comum (DRIVER et al, 1999). Alguns autores ainda defendem a ideia de que a origem dessas concepções é muito mais cultural do que da

⁷ Na literatura o termo pode se apresentar com diferentes designações, como por exemplo, concepções espontâneas, *misconceptions*, *spontaneous conceptions*, *preconceptions*, *alternative conceptions* ou *alternative frameworks* (VALADARES, 1995, p. 18).

própria interação com o mundo físico (BUCUSSI, 2007). Estas concepções podem tornar-se motivo de confusão e induzir a erros na interpretação e solução de problemas na Ciência, podendo até mesmo manter-se mesmo após vários anos de estudo formal da Física (VALADARES, 1995).

O conhecimento como conceito espontâneo, ou ainda conceito cotidiano, primeiramente ocorre na fase infantil a partir do desenvolvimento das habilidades no contato das experiências do dia a dia. Estas adquirem maior complexidade e significância a medida que o indivíduo interage com o meio externo na busca do entendimento de alguns fenômenos naturais e na interação com outros indivíduos. Desta maneira, estas construções são elaboradas pelo estudante para dar respostas às necessidades pessoais de interpretar os fenômenos naturais, que também podem resultar das interações socioculturais entre os indivíduos.

Essas concepções consistem em diferentes interligações de conceitos na estrutura cognitiva do estudante com fundamentação na própria natureza da Ciência e relacionadas com o processo de conhecimento, sendo principalmente provocados por três fatores de natureza predominantemente *epistemológica*, *psicológica* ou *sociológica* (VALADARES, 1995, p. 550-551):

1) *Epistemológica*: relacionado aos diversos obstáculos epistemológicos, analisados por Bachelard, desde o pensamento de senso comum ao pensamento holístico, passando pelo obstáculo realista ou substancialista, a crenças e convicções metafísicas, a não existência de um quadro conceitual rigoroso e inicialmente definido. *Em geral, este tipo de concepção está relacionado a todas dificuldades inerentes ao mau funcionamento da relação epistemológica sujeito-objeto.*

2) *Psicológica*: se referem à própria natureza da percepção humana, às deficiências da estrutura conceitual pré-existente, à influência da componente afetiva na racionalidade, ao efeito psicológico de preconceitos, às consequências psicológicas das más experiências da apreensão dos conceitos que formam a rede conceitual. *Em geral, tudo que influencia por via psicológica os complexos mecanismos da inteligência humana.*

3) *Sociológica*: se referem ao contexto social, as crenças e o hábitos, a linguagem, a existência de nichos culturais. *Em geral, todos os bloqueios de ordem social.*

Assim definida as concepções alternativas devemos enfatizar que falhas pontuais e *ad hoc*, ao contrário, não se fundamentam na natureza da Ciência, tendo causas perfeitamente aleatórias (VALADARES, 1995). Desta maneira, nem todos os erros externalizados pelos estudantes constituem uma concepção alternativa. No momento do aprendizado de algum conhecimento científico o saber alternativo do aluno pode se revelar persistente e resistir às mudanças cognitivas, o aprendiz, de certa forma, pode não aceitar o novo conhecimento, não o assimilando. Este saber, sim, pode ser uma concepção alternativa. Segundo Valadares (1995) o mesmo pode ocorrer com as concepções alternativas de professores, e as que surgiram no desenvolvimento da Ciência.

Segundo Carrascosa (2005) estas concepções alternativas, por vezes, são compartilhadas entre os estudantes em diferentes contextos por meio de ideias semelhantes utilizadas para a explicação de um fenômeno. Suas causas são inúmeras, mas podemos destacar, ainda segundo Carrascosa (2005), as seguintes:

- 1) as influências das experiências físicas;
- 2) a influência da linguagem cotidiana;
- 3) a existência de erros conceituais nos livros didáticos;
- 4) as próprias concepções alternativas dos professores transpassadas aos alunos;
- 5) e a utilização de estratégias de ensino e metodologias de trabalho pouco adequadas.

Em relação ao conceito de energia, sabemos que a palavra é comumente utilizada em nosso dia-a-dia. Propagandas sobre a energia dos combustíveis, alimentos de baixa caloria, perdas de energia em uma determinada atividade física, a confusão entre as palavras força, energia e potência, que são usados como sinônimos, são apenas alguns exemplos de como o termo pode ser empregado de forma equivocada, e que de certa forma, podem propiciar alguma concepção prévia em um estudante quando em contato com elas. Algumas sequências que os livros didáticos apresentam sobre a energia também pode constituir uma fonte de concepção alternativa equivocada, como a não relação entre os diferentes tipos de energia nos diferentes ramos da Ciência.

O conhecimento, por parte do professor, de tais concepções é de fundamental importância para o aprendizado do conceito. Romper com tais ideias iniciais para construir um determinado conhecimento científico em um estudante é extremamente complexo, como defendem as pesquisas sobre mudanças conceituais, e por essa razão, segundo Mortimer (2011) a concepção científica deve conviver com a concepção alternativa na estrutura cognitiva do aluno. De certa forma, podemos pensar em um conceito com diferentes concepções e em diferentes intensidades. Essa ideia foi elaborada por Mortimer (2011) no âmbito da didática da Ciência, baseada na teoria dos perfis epistemológicos de Gaston Bachelard. Assim, o indivíduo, mesmo conhecedor do conhecimento aceito pela comunidade científica, terá em sua estrutura cognitiva diferentes formas de pensar sobre tal conhecimento, dentre elas as concepções alternativas geradas ao longo de sua vida, pela experiência comum ou até mesmo, e principalmente, no momento da aprendizagem.

Como já discutimos em um momento anterior, um determinado conhecimento científico pode ter, inerentemente, suas próprias dificuldades ou seus próprios obstáculos. Quando um aluno, num determinado momento de aprendizagem não for orientado corretamente pelo professor, a dificuldade inerente ao conceito em estudo pode gerar uma determinada concepção alternativa. Dessa forma, inferimos uma sexta dentre as cinco causas já listadas anteriormente, que *o próprio conhecimento pode ser fonte de concepções alternativas*. Neste sentido, Valadares (1995) afirma que, como

consequência da natureza do próprio conhecimento físico, surgem concepções alternativas quer na construção histórica quer na construção pessoal desse conhecimento.

Em relação as características das concepções alternativas, Martínez (1999) e Carrascosa (2005) observam que estas:

- 1) têm caráter implícito, sendo a resposta dos estudantes uma das formas destas se manifestar;
 - 2) podem coexistir com outras concepções diferentes durante a explicação de um mesmo fenômeno;
 - 3) devem ser encaradas como um tipo de conhecimento sistematizado, mas qualitativamente diferente da sistematização do conhecimento científico;
 - 4) são questões do tipo probabilístico, ou seja, não se manifestam a partir de uma lógica determinista.
 - 5) se repetem insistentemente ao longo de diferentes níveis educativos;
 - 6) são ideias expressas de forma rápida, ausente de dúvidas, diferentes das aceitas pela Ciência
- Podemos acrescentar ainda uma outra característica dessas concepções espontâneas:
- 7) podem apresentar similitudes em diferentes indivíduos de diferentes contextos para a explicação de um mesmo fenômeno.

Devemos enfatizar ainda que apesar de haver importantes semelhanças nas concepções alternativas dos alunos com as dificuldades historicamente enfrentadas pelos cientistas, elas possuem algumas divergências. Em primeiro lugar as concepções utilizadas pelos alunos são aplicadas em fenômenos geralmente muito particulares, enquanto os cientistas procuram enquadrá-las em fenômenos mais gerais; em segundo que as concepções científicas revelam maior consistência, pois apoiam-se em maior reflexão, logo em sistemas conceituais mais solidamente estabelecidos; e em relação à sua espontaneidade, as concepções alternativas são mais espontâneas nos alunos do que na Ciência (VALADARES, 1995).

Nesta perspectiva devemos considerar que o pensamento de senso comum, como uma concepção alternativa, se comporta como um obstáculo à aprendizagem subsequente. Superar este obstáculo é questão fundamental para o desenvolvimento intelectual, no entanto, o indivíduo permanece com esta concepção em sua estrutura cognitiva. Ele deve aprender a conviver com este conhecimento, com sua concepção alternativa, e saber diferenciá-lo do saber aceito cientificamente.

Não defendemos nesta tese uma pedagogia sob a ótica de um modelo de mudança conceitual, nem tão pouco, que as concepções alternativas devam ser utilizadas em sua totalidade como estratégia de ensino, mas desconsiderá-la é um equívoco. Defendemos que as concepções alternativas desempenham um papel muito importante na aprendizagem, por sua forte influência na geração de obstáculos.

Utilizamos, então, as concepções prévias como um mecanismo de identificação de obstáculos epistemológicos, relacionando estes aos conhecimentos-obstáculos investigados na história do desenvolvimento do conceito.

1.5 Modelo para a identificação de um obstáculo epistemológico

Relacionando as ideias pertinentes às concepções alternativas e aos obstáculos epistemológicos propomos um modelo teórico geral para a sua identificação.

Vimos que os obstáculos de cunho epistemológico foram definidos por Bachelard como um conhecimento ou um conjunto de conhecimentos que entram o desenvolvimento do saber científico. Vimos também que esses obstáculos são inerentes ao conceito, tendo, portanto, momentos de ressurgimentos históricos, ou ainda, durante a própria aprendizagem do conceito.

Para que um obstáculo seja, de fato, de origem epistemológica, este, além de ser inerente ao conceito, deve ter uma relação epistêmica com a história e o desenvolvimento cognitivo. A sua identificação contribui ao ensino-aprendizagem de Ciências pelas evidências, também deixadas por esse estudo, dos mecanismos de superação. Nossa ideia se fundamenta na seguinte lógica: se os indivíduos estão sujeitos às mesmas dificuldades epistemológicas, encontradas no estudo histórico, então, devem estar sujeitos aos relativos mecanismos de superação.

Entendemos como mecanismos de superação de um obstáculo epistemológico àqueles pelos quais uma dificuldade pode ser transpassada, um meio que permite desobstaculizar um determinado conhecimento. No entanto, como já foi observado anteriormente, estes mecanismos de superação não são capazes de anular a concepção alternativa, assim como não foram capazes de apagar a história dessas contradições, já que as encontramos analisando os trabalhos dos personagens contribuintes desse desenvolvimento.

Necessitaríamos de uma pesquisa mais aprofundada para saber se estes mecanismos provocam alguma modificação nas concepções alternativas dos estudantes, mas sabemos, pelo paralelismo válido entre o construto histórico e cognitivo de um conhecimento, que estes mecanismos não apagam por completo os equívocos, estes ainda possuem uma espécie de propriedade persistente por sua inerência ao conhecimento.

Assim, temos pelo estudo do desenvolvimento histórico de um conceito a possibilidade de investigar as dificuldades que ocorreram, seus motivos, e seus respectivos mecanismos que fizeram parte da superação desses entraves cognitivos.

No entanto, vimos também que, para que este conhecimento possa ser identificado ou classificado como um obstáculo epistemológico, deve ser investigado o seu caráter de persistência, o

que pode ser enfatizado por meio das concepções alternativas dos estudantes que interagem com este determinado conceito.

Diante das ideias até aqui abordadas em relação a Bachelard (1996) e Brousseau (1983), propomos o seguinte procedimento para o estudo de um obstáculo epistemológico referente a um determinado conceito:

1) *Estudo histórico do desenvolvimento de um conceito* evidenciando:

- a) as dificuldades enfrentadas pelos personagens que contribuíram para este desenvolvimento;
- b) os meios que utilizaram para enfrentar tais dificuldades (mecanismos de superação);
- c) a persistência dessas dificuldades.

2) *Estudo das concepções alternativas dos estudantes* em relação a este determinado conceito que foi analisado historicamente. Essas concepções devem:

- a) ser estudadas e identificadas de modo global, em diferentes contextos;
- b) se repetir com frequência;
- c) ser comparadas com as dificuldades ocorridas historicamente.

3) Esta comparação e relação permitirá *identificar e classificar este conhecimento como um obstáculo epistemológico* quando forem símiles.

4) *Os mecanismos de superação identificados historicamente devem ser utilizados para o enfrentamento dessas dificuldades mais recorrentes por parte dos estudantes.* Quando necessário, estes mecanismos deverão ser transpostos didaticamente, no sentido de modificar e atualizar os conceitos e a linguagem para os parâmetros mais atuais.

1.6 Concepções alternativas: o caso energia

Desde a década de 1980, muitas pesquisas foram realizadas (dentre as quais ainda referenciaremos boa parte delas) com o intuito de investigar tais concepções alternativas de estudantes em relação ao conceito de energia. O que notamos após a leitura destes trabalhos é uma certa regularidade na apresentação dessas concepções por parte dos alunos pesquisados, independentemente de elas terem sido praticadas em diferentes países e culturas. Existem ainda fortes semelhanças entre as concepções dos estudantes e aquelas apresentadas por adultos que já passaram pelo processo formal de ensino (JACQUES e FILHO, 2008).

Há cerca de dez anos que as concepções dos alunos sobre a energia têm vindo a ser investigadas em vários países. Essas concepções têm revelado um padrão tão uniforme que é hoje possível falar-se com toda a propriedade de concepções alternativas dos alunos sobre energia, sem termos em conta o país, a língua, a idade, a escola e os mais diversos fatores relativos aos alunos (VALADARES, 1995, p. 326).

Poderemos notar, a partir das referências nas notas de rodapé, um número considerável de trabalhos que investigaram as concepções alternativas de estudantes, mas para que possamos classificá-las como uma concepção que satisfaça a noção de obstáculo, elas devem ter uma espécie de frequência de aparecimento, ou seja, devem ser comuns à maioria dos estudantes. Dessa forma, com o intuito de buscar concepções mais globais, ao invés de realizar uma pesquisa muito específica em um determinado local com o mesmo objetivo, analisaremos trabalhos que tiveram o escopo de apresentar concepções diversas sobre o conceito de energia dos estudantes. Dessa forma, poderemos verificar se de fato existe uma repetição desses obstáculos apresentados pelos estudantes, e assim, comparando com os obstáculos encontrados na história do desenvolvimento do conceito de energia, classificá-los como obstáculos de origem epistemológica e mostrar que tais dificuldades podem ser inerentes ao próprio conceito.

Um primeiro trabalho que encontramos na literatura, é uma tese de doutorado em Ciências da educação, pela Universidade Aberta de Lisboa de 1995, com o objetivo de analisar as concepções alternativas no ensino de Física à luz da filosofia da Ciência. O autor expõe algumas concepções alternativas de estudantes sobre o conceito de energia. Essas concepções são apresentadas no Quadro 2 se referenciando às pesquisas já realizadas desde a década de 1980 em diferentes contextos e países. As 7 concepções apresentadas, e os respectivos trabalhos correspondentes são (VALADARES, 1995, p. 327):

Quadro 2 - Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Valadares (1995).

Concepção Alternativa	Explicação
Energia como força ⁸ .	Confusão realizada entre os conceitos de força e de energia. A força aplicada ao projétil pelo projetante acompanha todo o movimento do corpo, ou seja, o corpo tem uma força associada ao movimento e não alguma determinada energia.
Visão antropomórfica da energia ⁹ .	O conceito de energia é associado aos objetos animados, e em particular ao homem. Considerando o exemplo de uma pessoa puxando uma caixa, uma resposta típica seria centrar na pessoa a energia do sistema, mas certamente não na caixa.
Energia como causa do movimento ¹⁰ .	Associar energia somente ao movimento. Se pedíssemos para um estudante dar um exemplo de energia, nesta concepção ele atribuiria a energia ao próprio movimento, como a relacionada à uma pessoa correndo, por exemplo.
Energia como combustível ¹¹ .	Relacionada como uma substância. Como a gasolina, o diesel ou qualquer outro combustível.

⁸ (DUI, 1981; WATTS; GILBERT, 1983; BROOK; DRIVER, 1984).

⁹ (STEAD, 1980; BLACK; SOLOMON, 1983).

¹⁰ (STEAD, 1980).

¹¹ (STEAD, 1980; DUI, 1981; WATTS, 1983).

Energia como reagente ou produto da reação ¹² .	Para ocorrer algumas reações é necessário o fornecimento de energia. Isso faz com que os alunos pensem que a energia é uma espécie de reagente.
Energia como fluido ¹³ .	Relacionada à uma substância e confundida com o agente transformador. Associar a energia com o vento, o sol ou a água por exemplo.
Energia como causa de as coisas sucederem ¹⁴ .	Ideia causal de energia. Por exemplo, um corpo cai porque ele tem energia.

Fonte: Aatoria própria (2016).

O autor também faz uma pesquisa sobre as concepções alternativas sobre a grandeza física calor, uma vez que pode ser confundida com frequência com o próprio conceito de energia. As investigações dessas concepções foram baseadas em pesquisas como as de Gilbert e Watts (1983), Gusne *et al.* (1987), e também nas próprias experiências do autor. Os alunos, com frequência, pensam que: (VALADARES, 1995, p. 329-330):

O calor é uma propriedade dos materiais.

- 1) O calor é uma forma de energia contida nos corpos.
- 2) O calor é um fluido que transita de um corpo para outro.
- 3) A temperatura de um corpo é o mesmo que o calor de um corpo.
- 4) A variação de temperatura é uma consequência e, portanto, uma manifestação do calor.
- 5) O frio é uma espécie de anti-calor que também se propaga.

Em um artigo dedicado a analisar o ensino e a aprendizagem do conceito de energia no Ensino Médio, Solbes e Tarín (1998), referenciam e discutem um outro trabalho sobre as dificuldades encontradas por estudantes durante a aprendizagem do conceito de energia (não publicado), realizado pelo próprio Tarín, em 1996. Esta pesquisa levou em consideração 38 artigos sobre o tema, entre as quais publicadas em importantes revistas como *Science Education*, *International Journal of Science Education e Enseñanza de las Ciencias*. Entre as concepções alternativas encontradas por estas pesquisas citamos as mais comentadas interpretações dos estudantes, como nos mostra o Quadro 3 (Solbes; Tarín, 1998, p. 387):

Quadro 3 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Solbes e Tarín (1998).

Concepção Alternativa	Explicação
Energia como trabalho ¹⁵ .	Fazem confusão entre as grandezas físicas trabalho e energia.
Energia como substância ¹⁶ .	Atribuem algum caráter material à energia.

¹² (CACHAPUZ; MARTINS, 1987).

¹³ (DUI, 1981; WATTS, 1983).

¹⁴ (OGBORN, 1986, 1990).

¹⁵ (DRIVER; WARRINGTON, 1985; DUIT, 1984).

¹⁶ (DUI, 1987a; DRIVER; WARRINGTON, 1985).

Energia como movimento, atividade ou processo ¹⁷ .	Concepção de energia como tudo aquilo que demonstra atividade ou movimento. Os estudantes não conseguem identificar outra forma de energia.
Energia ao seu consumo ou armazenamento ¹⁸ .	Consideram que a energia pode ser gasta ou armazenada.
Energia como fonte de energia ¹⁹ .	Confundem as formas de energia com suas fontes.
Energia potencial relacionada ao corpo ²⁰ .	Atribuem a energia potencial ao corpo e não à interação entre os corpos.
Energia com o calor.	Ignoram a variação de energia ²¹ , assinalam um caráter substancial ao calor ²² , consideram o calor como uma fonte de energia ²³ e confundem a quantidade de calor com a temperatura ²⁴ .
Não fazem referência ao princípio de conservação ²⁵ .	Não ativam os esquemas de transformação, conservação, transferência e degradação da energia.

Fonte: Autoria própria (2016).

Solbes e Tarín (1998) ainda fazem a observação de que o princípio de conservação da energia se introduz no ensino de uma forma pouco clarificadora, sem ter em conta as dificuldades dos alunos e sem mostrar que é um princípio que permeia toda a Física. Em consequência os alunos continuam utilizando suas concepções alternativas não compreendendo a conservação, transferência e degradação da energia.

Outro trabalho de semelhante natureza, elaborado por Assis e Teixeira (2003), teve como um dos objetivos principais da pesquisa investigar as concepções de energia do senso comum dos estudantes. E para cumprir com tal objetivo, também fizeram uma busca de pesquisas já realizadas sobre concepções alternativas de senso comum de estudantes sobre o conceito de energia. Dentre as concepções encontradas neste trabalho, podemos citar as seguintes (ASSIS; TEIXEIRA, 2003, p. 43-46):

Quadro 4 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Assis e Teixeira (2003).

Concepção Alternativa	Explicação
Energia como um fator causal ou funcional ²⁶ .	Como causa para que ocorra um processo e como produto de um processo.
Visão antropocêntrica da energia ²⁷ .	É algo que está em todos os fenômenos da natureza e associada ao homem.

¹⁷ (SOLOMON, 1983; DUIT, 1984; VIGLIETA, 1990).

¹⁸ (SOLOMON, 1985).

¹⁹ (CARR; KIRKWOOD, 1988; SOLOMON, 1985).

²⁰ (SOLBES; MARTIN, 1991).

²¹ (VAN HULS; VAN DEN BERG, 1993).

²² (ERICKSON, 1979, 1980).

²³ (VON ROON; VAN SPARNG; VERDONK, 1994).

²⁴ (ARNOLD, 1994).

²⁵ (DUIT, 1981, 1984).

²⁶ (TRUMPER, 1991, 1993; HENRIQUE, 1996, PÉREZ et al, 1995; DEPARTAMENT OF MATHS AND SCIENCE EDUCATION, 1994).

²⁷ (TRUMPER, 1993; HENRIQUE, 1996; SOUZA FILHO, 1987; PÉREZ et al, 1995; SOLOMON, 1985).

Associada ao movimento ²⁸ .	Concepção de energia como tudo aquilo que demonstra atividade ou movimento. Os estudantes não conseguem identificar outra forma de energia.
Associada à força ²⁹ .	Confusão realizada entre os conceitos de força e de energia.
É algo em potencial nos objetos ³⁰ .	Atribuem a energia potencial ao corpo e não à interação entre os corpos.
É algo que não se conserva ³¹ .	Não ativam os esquemas de transformação, conservação, transferência e degradação da energia.

Fonte: Autoria própria (2016).

Bucussi (2007) enumera algumas concepções alternativas de energia, adaptadas de pesquisas com estudantes de vários níveis³², com o objetivo de avaliar, em seu trabalho, como elas podem influenciar na formação da concepção científica do conceito de energia:

Quadro 5 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Bucussi (2007).

Concepção Alternativa	Explicação
Energia como vida.	Relação da energia com algumas manifestações específicas dos seres vivos.
Energia confundida com outras grandezas físicas.	Confusão com a grandeza força, potência, trabalho ou calor.
Energia relacionada ao movimento ou à atividade	Concepção de energia como tudo aquilo que demonstra atividade ou movimento. Os estudantes não conseguem identificar outra forma de energia.
Energia relacionada a alguns fenômenos físicos ou tecnológicos.	Identificação da energia como sendo o próprio fenômeno a ela associado, ou ao dispositivo responsável pelo processo de conversão.
Energia relacionada a algo concreto ou material.	Identificação da energia como a substância em si, como se houvesse um fluido a ser liberado.

Fonte: Autoria própria (2016).

Castro e Mortale (2012) também fizeram um levantamento das concepções alternativas de estudantes (e professores) publicada na literatura acadêmica nos últimos 20 anos. As concepções foram agrupadas em 10 categorias, das quais perceberam que os estudantes têm dificuldades em compreender o significado científico de energia, diferenciar suas formas e entendê-la como uma abstração, tendendo para uma visão materialista. Consultando a bibliografia foram encontrados cerca de 70 trabalhos tratando do assunto, dos quais apenas 10 deles explicitaram as concepções alternativas

²⁸ (HIGA, 1988; HENRIQUE, 1996; SOUZA FILHO, 1987; PÉREZ et al, 1995; DEPARTMENT OF MATHS AND SCIENCE EDUCATION, 1994; BLISS; OGBORN, 1985).

²⁹ (TRUMPER, 1993; HIGA, 1988; PÉREZ et al, 1995; DEPARTMENT OF MATHS AND SCIENCE EDUCATION, 1994; SOLOMON, 1985).

³⁰ (SOUZA FILHO, 1987).

³¹ (HENRIQUE, 1996; PÉREZ et al, 1995; DEPARTMENT OF MATHS AND SCIENCE EDUCATION, 1994; SOLOMON, 1985).

³² (DUI, 1984; SEVILLA, 1986; GALLASTÉGUI Y LORENZO, 1993; SOLOMON, 1985; WATTS, 1983; HIERREZUELO Y MONTERO, 1988).

no corpo do trabalho³³. Foram assinaladas 136 concepções alternativas que foram enquadradas dentro das seguintes categorias (CASTRO; MORTALE, 2012, p. 48-58):

Quadro 6 – Concepções alternativas sobre o conceito de energia segundo pesquisa realizada por Castro e Mortale (2012).

Concepção Alternativa	Explicação
Funcionalidade.	Energia vista como algo que possibilita o funcionamento de objetos.
Materialismo.	Energia interpretada como algo material, podendo estar contida em um objeto, ser produzida por um objeto, ou ainda, ser vista.
Movimento.	Se houver atividade há energia; concepções relacionadas à força e ao trabalho.
Fluxo.	Como algo que é transferido de um sistema.
Esoterismo.	Relacionada a aspectos religiosos ou místicos.
Energia nos seres vivos.	Como algo próprio dos seres vivos ou essencial para os processos vitais.
Transformação.	Transformação de uma forma em outra, é conservada ou degradada.
Reduccionismo.	Relação da energia com apenas uma de suas formas.
Origem.	Destacam a origem da energia.

Fonte: Autoria própria (2016).

O que notamos de todos esses trabalhos analisados é que os estudantes com experiências de aprendizagem completamente diferentes, em diversos países, diferentes culturas e contextos, *têm revelado ideias muito semelhantes* ao interpretarem o conceito de energia, como por exemplo, a concepção de que a energia se refira a algo exclusivo do movimento, que a energia seja algo material, ou ainda seja confundida com outras grandezas físicas, como a força, entre outras.

De modo geral as pesquisas foram realizadas com alunos de Ensino Fundamental e Médio, podendo, desta maneira, aparecerem em qualquer momento de estudo nestes níveis, como também em diferentes disciplinas das Ciências da Natureza, como Física, Química e Biologia. Enfatizamos que tais concepções, de acordo com as pesquisas, são genéricas e não têm um momento preciso que podem ser reveladas pelos alunos. Por exemplo, a concepção espontânea que confunde os conceitos de força e energia pode surgir tanto em um estudante do 9º ano do Ensino Fundamental como em um aluno da 3ª série do Ensino Médio. O que difere é o nível de instrução científica que cada aluno adquiriu, e que o professor, conhecedor deste nível de conhecimento, pode usar como um mecanismo de superação dessa dificuldade.

Assim, registramos aqui as concepções alternativas dos estudantes acerca do conceito de energia em diferentes níveis de ensino, as quais, no âmbito didático, podem orientar o professor para

³³ (ZUBILLAGA; GARCÍA, 2011; AMARAL, 2010; COIMBRA *et al*, 2009; FREITAS; MORAIS, 2009; HIRÇA *et al*, 2008; DEL CARLO, 2007; GODOI *et al*, 2006; BARBOSA; BORGES, 2006; SOLBES; TARÍN, 1998; WATTS, 1983).

certos aspectos do conceito, principalmente àquelas que se referem as resistências à aprendizagem. Devemos, em sequência, identificar quais destas resistências podem ser classificadas como obstáculos epistemológicos, investigando na história do desenvolvimento do conceito de energia resistências equivalentes ou similares. Este procedimento corroborará com nossa tese de que essas dificuldades são inerentes ao conhecimento.

Investigaremos também na história do desenvolvimento do conceito os mecanismos científicos que foram necessários para a superação destes obstáculos. Estes mecanismos, transpostos didaticamente poderão ser utilizados no ensino-aprendizagem do conceito aqui em estudo para superação de tais dificuldades, mas não para a modificação conceitual. Defendemos aqui que o indivíduo deve conviver com diferentes formas de pensar sobre o mesmo fenômeno físico, e uma delas, é sua concepção alternativa. A superação dessa concepção não implica modificação conceitual, mas o conhecimento do saber aceito cientificamente e a possibilidade de se desenvolver.

CAPÍTULO II:

A VIRTUDE DA FORÇA NO MOVIMENTO, DA ANTIGUIDADE A GALILEU: UMA SÍNTESE HISTÓRICA DA GÊNESE DO CONCEITO DE ENERGIA

Neste capítulo desenvolveremos as ideias concernentes ao movimento de projéteis e suas respectivas transformações ao longo do tempo investigando suas contribuições para a construção do conceito de energia. Analisaremos os trabalhos compreendidos cronologicamente do século III a. C., com Aristóteles, ao século XVI, com Galileu, passando por conceitos como antiperístases, virtus impressa, mail, virtus direlicta e impetus. Inicialmente apresentamos uma síntese do que será discutido com as obras de seus respectivos autores.

Para Aristóteles o movimento local era um processo que exigia uma força e uma resistência em contato substancial entre si, seja no movimento natural onde os corpos buscam seus lugares naturais, seja no movimento violento onde os corpos são forçados a deixarem seus lugares naturais. O espaço percorrido pelo corpo em um determinado tempo seria diretamente proporcional a força que produziria o movimento e inversamente proporcional a resistência que o impediria (essa, no entanto, necessária para ocorrer o movimento). É de fundamental importância dizer que a força na concepção de Aristóteles é muito diversa da concepção de Newton, pois para o primeiro a força produz movimento, e para o segundo a força produz uma variação da quantidade de movimento, ou ainda, uma aceleração.

O ar, ou qualquer que seja o meio em que o corpo se desloque, tem papel fundamental na propensão do movimento. Neste caso Aristóteles considera o meio como um motor do movimento. Este meio é o agente responsável por fornecer a força necessária para que o corpo se desloque, uma vez que este corpo já tenha se desligado da mão do arremessador. Assim, sem força não há movimento na concepção aristotélica, sendo essa força resultado de uma ação de um agente externo ao corpo por uma permuta de posições entre corpo e ar, fenômeno conhecido como *antiperístases* (ARISTÓTELES, 1995). Logicamente esta ideia é muito mais inteligível e satisfatória com a nossa percepção da natureza, pois é o que sentimos e observamos, isto deve ser dito, pois se deve mostrar que não foi por acaso que tal ideia tenha durado tanto tempo, a qual foi refutada apenas na idade média com o auxílio da Ciência Moderna.

Uma relação entre as grandezas consideradas para se obter a distância percorrida por um corpo foi sempre questão de crítica às concepções de Aristóteles, principalmente na tardia antiguidade e na época dos mecanicistas medievais. Aristóteles considerava que a velocidade de um projétil seria proporcional a relação entre força e resistência, no entanto, João Filopono (século VI) considerava que a velocidade seria a diferença aritmética entre a força e a resistência. Filopono ainda questiona o papel do ar no movimento, e refuta a ideia de o ar ser o motor que mantém a força no movimento. Assim, propõem que algo intrínseco ao corpo deveria existir durante seu deslocamento, fornecido pelo projetante. A esta grandeza que o corpo carrega, denominou *virtus impressa* (CLAGETT, 1981).

A principal modificação no conceito do movimento, a partir deste momento da história, está no fato de o corpo levar consigo algo intrínseco que possibilita este movimento, mesmo sem o contanto com projetor. Em Aristóteles a continuação do movimento acontecia, pois existiria sempre o ar empurrando o corpo, já a partir da *virtus impressa*, o projetor imprime ao projétil essa virtude transportada, sem a necessidade do meio para ocorrer o fenômeno. A principal questão que se apresenta neste momento é em relação à grandeza que o corpo transporta durante seu movimento,

que logicamente tem sua origem na mecânica aristotélica e que ganha força quando esta começa a ser questionada pelos filósofos e cientistas medievais.

Uma vez aceita a ideia de que o corpo tem uma virtude que é a causa da continuação do movimento, os filósofos começam a se questionar sobre o que causaria a extinção do movimento, ou seja, o que causaria a diminuição da *virtus impressa* e quais seriam as grandezas relacionadas a ela. Filopono aceitava a ideia de que a *virtus* diminuiria por si mesma, independente da resistência do ar, então, até mesmo no vácuo, segundo essa ideia, o movimento cessaria quando a *virtus* se extinguisse.

Avicenna, influenciado por Filopono, nos apresenta outra teoria a respeito do movimento, conhecida como a teoria do *mail*, cuja ideia se diferencia do conceito de *virtus impressa*, pelo fato de que sem a presença de uma resistência o *mail* duraria indefinidamente e também, em consequência, o movimento do corpo. Enquanto o conceito de *virtus impressa* apresenta uma postura anti-inercial, o *mail* apresenta uma concepção muito próxima do conceito de inércia da mecânica newtoniana (CLAGETT, 1981).

Seguindo na mesma perspectiva e influenciado também por Filopono, Francesco di Marchia desenvolve sua ideia refutando as concepções aristotélicas sobre o movimento. Segundo ele existiria uma força residual no projétil originada pelo projetor, e não somente no meio como Aristóteles propôs. Assim, existiriam dois resíduos de força que contribuiriam para a continuação do movimento, uma no corpo, denominada *virtus direlicta* e uma no meio que circunda o corpo, ambas originadas pela ação do primeiro motor (MARCHIA, 1981).

Jean Buridan cria uma nova teoria para o movimento de um projétil, conhecido como a teoria do ímpeto. Segundo Buridan o projetante imprime ao corpo um ímpeto que é responsável pela continuação do movimento, tendo o ar, a única função de resistir o movimento do projétil. Com Buridan se inicia uma espécie de medida dessa virtude responsável pela continuação do movimento. Apesar de não apresentar de fato essa medida, infere uma proporção do ímpeto com a quantidade de matéria e a velocidade do corpo. Quanto maior a quantidade de matéria e quanto maior a velocidade inicial imprimida, maior será o ímpeto que o corpo transporta. Esse ímpeto, sem a presença do ar, seria permanente, sendo assim, o movimento também seria contínuo (BURIDANO, 1981). Ideia que foi muito importante, principalmente para o desenvolvimento do conceito de quantidade de movimento de Descartes e conseqüentemente para a mecânica newtoniana.

O ímpeto também foi amplamente utilizado na mecânica de Galileu, não com o mesmo significado ontológico de Buridan. Galileu, durante a explicação dos experimentos do plano inclinado e do pêndulo, infere que algo se conserve no movimento, possibilitando que o corpo retome a sua posição de origem, a partir do ímpeto (GALILEI, 1935, 2011).

Em relação a essa ideia de conservação, Galileu deu sua importante contribuição encontrando uma expressão matemática que relaciona à altura de queda com a velocidade do corpo ao quadrado, que será a base para a elaboração do princípio de conservação da *vis viva* com Leibniz e um pouco antes utilizada também por Huygens, os quais discutiremos mais tarde.

Acreditamos que tais concepções foram muito importantes para o desenvolvimento do conceito de energia por dois motivos principais:

- 1) Assim como os conceitos de *virtus impressa*, *mail*, *virtus direlecta* e *impetus* são elaborados através do movimento do corpo em discussões sobre a causa de sua continuação, o conceito de energia surge também como tentativa da medida do movimento;
- 2) Tais concepções foram de fundamental importância para a elaboração de conceitos como *momentum* de Descartes e da *vis viva* de Leibniz, e durante as discussões sobre suas validades, ou seja, sobre qual seria a verdadeira medida do movimento, surge pela primeira vez a palavra energia relacionada à medida, principalmente com Johann Bernoulli, a qual se desenvolveria mais tarde nos conceitos de energia potencial e trabalho, e Thomas Young, ideia que se desenvolverá no conceito de energia cinética.

Assim, neste primeiro capítulo, mostraremos a partir dos escritos desses autores, como, a partir da ideia de movimento de Aristóteles, houve o desenvolvimento dos conceitos de *virtus impressa*, *mail*, *virtus direlecta* e *impetus*. E em posteriores capítulos, veremos como estas ideias influenciaram outros cientistas à buscarem a verdadeira medida do movimento, momento que resulta na elaboração do conceito de energia.

2.1 O conceito de movimento por Aristóteles

Conhecido como filósofo grego e fundador do Liceu de Atenas, Aristóteles (384 – 322 a.C.), escreveu amplamente sobre assuntos científicos, embora seja talvez mais conhecido e valorizado por seus trabalhos sobre lógica e outras áreas da filosofia. Buscamos abordar neste capítulo as concepções de Aristóteles sobre o movimento que resultaram na elaboração e desenvolvimento de significativos conceitos que, por sua vez, serão de importante influência na elaboração do conceito de energia.

Devemos salientar que, embora Aristóteles tenha usado o termo energia, não o utilizou com alguma relevância para a origem da ideia que, em longo prazo, se desenvolveu no nosso presente conceito. No entanto, seus conceitos sobre movimento são a gênese fértil de discussões e refutações futuras, para muitos conceitos físicos que utilizamos hoje.

Do ponto de vista da terminologia, é válido notar que a palavra $\epsilon\eta\epsilon\rho\gamma\epsilon\iota\alpha$, do latim *energia*, é percebida nos escritos da filosofia aristotélica com o significado, de acordo com os estudiosos, de

“estado realizado de potencialidades” (LINDSAY, 1975, p.24). Ou seja, um corpo tem energia quando se encontra em um estado que o permita realizar algo, como um movimento por exemplo.

Discutiremos aqui as ideias de movimento aristotélica sob duas óticas:

- 1) A ideia da origem de um movimento nas interações entre o projétil e projetante (móvel e movente);
- 2) A incorruptibilidade do movimento.

Na primeira abordagem encontramos o conceito de *antiperístases*, que será fonte de discussão de filósofos futuros, os quais tentarão refutar tal ideia, originando outros conceitos para a explicação do movimento; na segunda abordagem encontramos sua ideia de constância do movimento, a qual também será ideia influenciadora sendo posteriormente questionada e desenvolvida.

Para tanto, utilizaremos dois dos seus tratados metafísicos, *Physica* (Física) e *De Caelo* (Sobre o céu), escritos no século IV a.C.

No livro VIII de sua obra *Physica*, Aristóteles revela suas ideias sobre o movimento, definindo-o como uma espécie de alteração de local, nos mostrando também como imagina depender de um início, ou seja, de uma ação inicial, para que assim possam se tornarem eternos. Para ele, movimento é

a capacidade do móvel enquanto movido. É necessário, então, que existam coisas que podem mover-se segundo cada movimento. Mesmo deixando de lado a definição de movimento, todos admitiriam que, para que algo se mova, é desnecessário que possa se mover segundo cada movimento particular; assim, para que algo seja alterado deve ser alterável, para que seja deslocado, deve ser capaz de modificar sua posição [...] E sem dúvida será necessário que estas coisas tenham sido criadas em algum tempo, antes da qual não existiam ou seriam eternas (ARISTÓTELES, 1995, p. 270, tradução nossa).

No entanto, sempre dependente das ações de um sobre o outro, esta causa primária também deve ter sofrido um processo de modificação em seu estado. Assim o motor que move o corpo sofre também um movimento.

Agora, se cada uma das coisas móveis tiveram um início, então, com anterioridade a este movimento, deverá ter existido outra modificação ou movimento, aquele para o qual foi gerado, que pode ser movido ou mover. É supor que tais coisas tenham existido sempre com anterioridade ao movimento parece uma suposição absurda, por pouco que seja considerada, e parecerá, todavia, mais absurda conforme avançamos no nosso exame. Pois se, entre as coisas móveis e motrizes, supomos que em algum tempo, uma seja a primeira que move, e a outra, a primeira a ser movida, no entanto, em outro tempo (anterior) não existe, se não, o repouso, então será necessário que exista uma modificação anterior ao repouso, já que o repouso é a privação do movimento. Por conseguinte, deverá haver uma modificação anterior à primeira modificação (ARISTÓTELES, 1995, p. 270, tradução nossa).

Para Aristóteles sempre haverá um processo de modificação anterior ao primeiro, o que gerou movimento também deve ter sido movido, e conseqüentemente. Mas ele se questiona quanto à possibilidade da existência desses processos de modificação sem a existência relacional com o tempo, tentando provar a existência eterna do movimento. Sua lógica é baseada no seguinte princípio:

- a) como poderia existir um antes e um depois se não existisse o tempo?
- b) como poderia existir o tempo se não existisse movimento?
- c) porque se o tempo é o número do movimento, ou ainda, um tipo de movimento, e se sempre existiu tempo, então;
- d) é necessário que o movimento seja eterno.

Desta maneira, o movimento, segundo Aristóteles, não pôde ter um devir, pois implicaria a existência de um processo de modificação ao primeiro ato que o gerou. Aqui podemos inferir a possibilidade da gênese de um pensamento sobre a constância do movimento em meio as suas modificações, principalmente no que diz respeito a sua conservação. Esta conservação do movimento é pensada não com os significados que atribuímos hoje, mas de uma forma primitiva, principalmente no que diz respeito à interação entre dois corpos; quando esta existe, há um processo de modificação de ambas as partes, cujo pensamento resultou em um modelo de conservação (não que Aristóteles tenha tido tal intensão). Isso, de fato, pode ser melhor observado na seguinte citação:

O mesmo raciocínio pode ser feito sobre a indestrutibilidade do movimento, pois, assim como na geração do movimento se mostrou ter havido uma modificação anterior à primeira modificação, assim também, neste caso, terá uma modificação posterior à última modificação; pois uma coisa não cessa simultaneamente de ser movida e de ser móvel, como não cessa de ser queimada e de ser passível de ser queimada [...], nem quando uma coisa cessa de ser movente tem que cessar, ao mesmo tempo, de ser motriz [...] Mas se esta consequência é impossível, é claro que o movimento é eterno, e que não pode ter existido em um tempo e não em outro, o que parece ser algo mais do que fantástico (ARISTÓTELES, 1995, p. 270, tradução nossa).

Ainda sobre a infinitude do movimento e sua constância, Aristóteles finaliza seu pensamento na primeira parte do livro VIII de Física com o seguinte trecho:

Em suma: que sempre houve e sempre haverá movimento por todo o tempo, como é o princípio do movimento, e também como é o princípio do movimento eterno, e como é o único que pode ser eterno, e que o primeiro movente é imóvel, isto é o que estabelecemos (ARISTÓTELES, 1995, p.315, tradução nossa).

Em uma outra linha de pensamento, segundo Aristóteles, o movimento poderia ser explicado pelas ideias de potência e ato. Um corpo em potência é um corpo que tende a se modificar, e uma coisa em ato é algo que já está realizado. Um ser em potência só pode tornar-se um ser em ato mediante algum movimento. E este movimento vai sempre da potência ao ato. No entanto, essa

potência não se manifesta espontaneamente em ato, deve-se ter uma influência externa capaz de realizar a mudança, a qual Aristóteles denominou de *causa eficiente* (SANTOS, 2013).

No caso do movimento, a *causa eficiente* seria uma espécie de motor. Um corpo passa de um estado natural de repouso para um estado de movimento por meio do motor. Assim, qualquer movimento necessitaria de uma força externa agindo sobre o corpo de forma contínua, ou seja, durante todo o movimento; força esta que é aplicada pelo ar sobre o corpo.

Os projéteis se movem mesmo quando aquilo que lhes deu impulso não está mais em contato com eles, seja por antiperístases, como supõem alguns, ou porque o ar que foi empurrado, empurra-os com um movimento mais rápido do que o deslocamento dos projéteis. Mas no vácuo nenhuma dessas coisas podem ocorrer, e nem algo pode se deslocar a menos que seja transportado (ARISTÓTELES, 1995, p. 215, tradução nossa).

Desta forma, Aristóteles havia estabelecido o princípio de que o corpo mantém seu movimento apenas enquanto houver uma força externa nele atuando, cessada a força externa o corpo retornaria ao seu estado natural de repouso.

Segundo Echandía (1995), existem duas formulações distintas para a continuação do movimento de um projétil, dado por Aristóteles. A primeira está relacionada à virtude ou força cinética transmitida pelo movente ao meio que o projétil se move. A segunda consiste em admitir que esta virtude é transmitida do movente ao próprio projétil. A primeira ideia foi desenvolvida, e em parte modificada, pelo neoplatônico Simplício; e a segunda foi desenvolvida, principalmente, por Filopono no conceito de *virtus impressa*, e por João Buridan no conceito de *impetus*.

Ainda, Aristóteles não acreditava na existência do movimento no vácuo, e esta ideia exerceu muita influência em sua concepção sobre o tema. Ele explica o movimento como tendo a necessidade da existência de uma força atuando no corpo durante todo o percurso. Podemos verificar tal afirmação sobre a impossibilidade de movimento no vácuo, nas palavras de Aristóteles, quando, no livro IV de sua obra *Física*, salienta:

Dizem que o vácuo deva existir, sendo necessário para que exista movimento; mas o que parece, se estudarmos o assunto, é o oposto: que nenhuma coisa pode se mover se existe um vácuo; para como aqueles, que por uma razão parecida, dizem que a Terra está em repouso, assim, também, no vácuo as coisas devem estar paradas; pois não há lugar para onde as coisas possam se mover mais ou menos do que para outro; pois o vácuo, sendo vazio, não possui diferenças (ARISTÓTELES, 1995, p.138-139, tradução nossa).

Assim, propõe que o movimento dos projéteis se dê pela ação do ar circundante (ou qualquer outro meio em que o corpo que se movimenta está imerso) que recebe do projetante a capacidade de manter o projétil em movimento. Ele vê a necessidade de algo acompanhar o movimento do corpo, e

neste caso propõe a existência ininterrupta da força durante a projeção do corpo no ar, na verdade, esta força é a ação do ar sobre o corpo. Nasce aqui a ideia de que algo deva acompanhar este movimento, e não só acompanhar como estar presente, atuando no corpo. Apesar de ser um equívoco de Aristóteles, afirmar que a força acompanha o movimento (como ação do ar que impulsiona o projétil), esta é uma ideia importante neste momento da história, da qual acreditamos ser a gênese do conceito de energia, mais especificamente a energia cinética, termo que utilizamos hoje para designar a energia de movimento de um corpo, e que logicamente é uma grandeza que acompanha o corpo em seu deslocamento relativo à um outro corpo. É claro que explicaremos como essa noção, de que algo deva acompanhar o movimento, será desenvolvida.

Aqui inicia-se a ideia de que algo deva acompanhar o movimento de um corpo, algo que será desenvolvido em uma causa imanente (interna) do movimento. Em Aristóteles percebemos que a causa ainda não é interna ao corpo, essa deve ser explicada como a ação do ar sobre o projétil. Este pensamento se desenvolve em ideias importantes, como por exemplo, o conceito de *virtus impressa* com Filopono, *impetus* com Buridan, *vis viva* com Leibniz e o conceito de *momentum* com Descartes, ideias que foram fundamentais para o desenvolvimento do conceito de energia.

A explicação que Aristóteles deu para o movimento começa a ser questionada, pois para esta explicação haviam dois obstáculos, ou melhor, duas ideias que de certa forma eram contraditórias. A primeira delas está relacionada ao fato de existir uma impossibilidade de um corpo pesado ser movido pela ação do ar. O segundo pensamento contraditório ao aristotélico faz referência ao papel do ar no movimento de um corpo, o de dar movimento ao corpo (motor do movimento), e ao mesmo tempo, o de tirar movimento do corpo (opositor do movimento) (MARICONDA, 2011).

Ter essa concepção seria muito difícil para Aristóteles, uma vez que não imaginava a existência do vazio. Quando um corpo está em movimento deve ocupar o lugar do ar que está a sua frente, e este deve ocupar a posição anterior do corpo, não deixando espaços vazios. Assim, o ar, ocupando a posição anterior do corpo, o empurraria mais adiante, atribuindo-lhe movimento. Essa ação do ar sobre o corpo seria cada vez menos intensa, quando, de uma forma repentina, tanto o movimento do ar como o movimento do projétil cessariam simultaneamente.

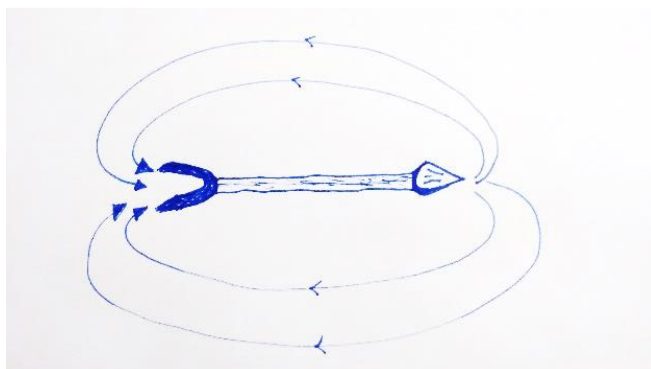


Figura 1 - Movimento de um projétil segundo Aristóteles

Fonte: Autoria própria (2016).

Essa era sua explicação, e como se pode notar, Aristóteles imagina o ar tendo o papel principal no movimento de um projétil, sem o ar, ou outro fluido, não haveria movimento.

Em síntese, Aristóteles parece descrever duas diferentes teorias, que implicam sempre na presença do ar como motor contínuo do movimento:

- 1) O ar realiza a continuidade do movimento do projétil por uma espécie de mútua substituição, de modo que o ar se posicione circularmente atrás dele para agir como um motor; teoria conhecida como *antiperístase*;
- 2) O ar não somente é colocado em movimento diretamente pelo motor originário, mas, graças a sua natureza especial, recebe simultaneamente o poder ou a força para agir como um motor, então, por este poder, se move juntamente com o projétil, o ar junto com o ar que é movido na origem do movimento, não só é movido, mas recebe o poder de agir como motor, assim o projétil é empurrado na direção para a qual se movia o motor originário.

Esta concepção teve uma duração de validade de mais ou menos dez séculos, quando João Filopono e outros trazem fortes argumentos contra a ideia aristotélica que rompem com a necessidade do ar no movimento do corpo, época na qual, se desenvolvem os conceitos de *virtus impressa*, *mail* e *impetus*.

Podemos individualizar diversas correntes para a solução do problema do movimento dos projéteis que refutam, principalmente, a concepção aristotélica (CLAGETT, 1981):

- 1) A primeira corrente elabora toda uma série de argumentação em apoio à uma teoria segundo a qual o motor originário imprime no projétil uma força que é a principal continuação do movimento do projétil. Este tipo de força impressa é temporária e se acaba pela resistência do ar ou por si mesma. O principal expoente desta corrente na primeira parte do século é João Filopono e Francesco di Marchia.
- 2) A segunda consiste em uma vigorosa refutação nominalista desta doutrina, bem como da opinião de Aristóteles da transmissão de uma potência do motor ao meio. Esta refutação,

tem como principal expoente Guglielmo Occam, que reduz o movimento (incluindo o movimento do projétil) a ocupação de uma série de posições sucessivas da parte do corpo, e não vê a necessidade de estabelecer uma causa ulterior para o movimento do projétil.

- 3) Uma terceira opinião – aquela de Jean Buridan – modifica a concepção da força impressa, exposta no ponto (1) refutando o caráter transitório e criando uma qualidade permanente denominada *impetus*, a qual, além disso, obtém uma rudimentar quantificação, seja em relação a matéria do projétil, seja em relação a velocidade comunicada.
- 4) A última tendência geral é caracterizada por uma alteração do *impetus*, que se torna ainda uma vez transitório ou não permanente com a adicional confusão sobre o quesito se isso produz movimento uniforme ou acelerado. A figura mais importante desta última corrente é o discípulo de Buridan, Nicola Oresme.

Dos quais, discutiremos apenas o primeiro e o terceiro pontos, pois, historicamente, foram mais significativos para o desenvolvimento do conceito que aqui estudamos.

2.2 Comentários sobre o movimento aristotélico e o conceito de força impressa por Filopono, Avicenna e Francesco di Marchia

Foram propostas algumas explicações alternativas que refutaram a ideia aristotélica de movimento, como o conceito de *virtus impressa*, primeiro com Hiparco de Nicéia, século II a. C., retomada por Filopono, século VI d.C., Avicenna, século XI, e mais tarde por Francesco di Marchia, século XIV.

No movimento a *virtus impressa* é atribuída ao corpo pelo projetante, uma espécie de “poder motriz incorpóreo”. A *virtus* existe no corpo durante seu movimento, é ela que o acompanha e não a ação do ar sobre o corpo, ou seja, para estes defensores da *virtus*, a força não acompanha o movimento, como pensava Aristóteles.

Dentre os citados sobre a *virtus impressa* iniciaremos por discutir as ideias de Filopono, filósofo grego cristão, teólogo, estudioso literário e comentador das obras de Aristóteles, que viveu em Alexandria no século VI de nossa era.

Filopono, em sua obra *Comentários sobre a Física de Aristóteles*, rejeita a ideia aristotélica de como os corpos se movimentam, pois não haveria a possibilidade de o ar circundante atribuir movimento ao corpo.

De acordo com Filopono, Aristóteles faz duas suposições referentes a influência do ar no movimento do corpo. A primeira diz que o ar que foi empurrado pelo corpo toma a posição inicial do corpo, por trás, empurrando-o mais adiante, efeito que ocorre até o ímpeto do projétil acabar. A

segunda diz que não é o ar da frente que toma a posição do corpo, mas o ar que ocupa os lados do corpo que toma seu respectivo lugar. Nas palavras de Filopono:

Supomos que a antiperístases tenha lugar segundo o primeiro método indicado acima, ou seja, que o ar empurrado para frente pela flecha se posicione posteriormente a flecha e a empurre por trás. Sobre a base desse assunto seria difícil dizer que coisa (não parecendo que seja qualquer força contrária), uma vez que o ar seja empurrado para frente, cause o movimento por trás, isto é, ao longo da haste da flecha e, uma vez que tenha atingido a parte posterior, a faça modificar uma vez a direção e a faça empurrar a flecha para frente. Pois, nesta teoria, o ar em questão deve realizar três movimentos distintos: ou seja, deve ser empurrado para a frente da flecha, então mover-se para trás e enfim modificar mais uma vez a direção e ir ainda para frente. E, todavia, o ar pode ser colocado em movimento facilmente, e uma vez em movimento percorre uma distância considerável. Como é, portanto, possível que o ar empurre a flecha ao invés de se mover na direção do impulso impresso, por sua vez, como por uma ordem, refaça o caminho já realizado? Além disso, como pode este ar, movendo-se para trás, evitar de se perder no espaço, mas ao invés golpear precisamente a extremidade posterior da flecha, e ainda empurrar a flecha e aderir a ela? Tal opinião é de tudo inacreditável e beira o fantástico... (FILOPONO, 1948, p. 221 - 222 apud CLAGETT, 1981, p.534, tradução nossa).

A ideia principal, aqui citada, da oposição do pensamento de Filopono à de Aristóteles é a de que seria muito improvável o ar, uma vez movido para frente, retornar de seu percurso original para mover a flecha, e ainda, voltar e colidir exatamente na parte de trás da flecha; algo muito improvável de se acontecer. Filopono ainda defende a ideia de que, se o ar realmente desse impulso ao corpo projetado, então, não haveria a necessidade de um projetante.

Existe uma segunda argumentação, segundo a qual o ar empurrado ao início (isto é, quando a flecha é golpeada) recebe um ímpeto ao movimento e se move mais rápido que o movimento natural [descendente] do objeto projetado, empurrando o projétil, com o qual permanece continuamente em contato, até que a força motriz originariamente impressa a esta porção de ar seja dissipada. Esta explicação, embora aparentemente mais plausível, não é na verdade muito diferente da primeira explicação referente a antiperístases, e a seguinte refutação vale, portanto, também para a explicação que recorre a antiperístases. Em primeiro lugar devemos voltar-nos a estes que sustentam as opiniões expostas a seguinte pergunta: “Quando alguém joga uma pedra com uma força, está movendo o ar que se encontra atrás da pedra que força esta última a mover-se em uma direção contrária à sua direção natural? Ou quem joga a pedra comunica também a ela uma força motriz? Agora, se ele não comunica tal força a pedra, mas move a pedra simplesmente empurrando o ar, e se a corda do arco empurra a flecha do mesmo modo, que vantagem tem para a pedra no fato de estar em contato com a mão, ou pelo *nock* da flecha pelo fato de estar em contato com a corda do arco? Por isso deveria ser possível, sem um tal contato, colocar a flecha no alto de um bastão, como se fosse uma linha fina, e colocar analogamente a pedra, e depois, com numerosas máquinas, colocar em movimento por trás desses corpos uma grande quantidade de ar. Agora é evidente que quanto maior a quantidade de ar colocada e quanto maior é a força com a qual esse é movido, tanto mais esse ar deveria empurrar a flecha ou a pedra, e tanto mais longe deveria jogar. Mas na verdade, se colocassem a flecha ou a pedra sobre uma linha ou sobre uma ponta totalmente desprovida de espessura, e se as colocasse em movimento todo o ar atrás do projétil com toda a força

possível, o projétil não se moveria nem por uma distância de um côvado (FILOPONO, 1948, p. 221 - 222 apud CLAGETT, 1981, p.534-535, tradução nossa).

Assim, Filopono, definitivamente, rejeita a ideia aristotélica da capacidade de o ar atribuir movimento, e, ao mesmo tempo, resistir ao movimento do corpo. Ele defende a ideia de que o projetante imprime uma força ao corpo que fica incorporada durante o movimento e gradativamente é diminuída pela resistência que o ar oferece, acrescentando que o ar, ou não contribui, ou contribui muito pouco com o movimento.

Destas considerações e de muitas outras podemos ver como é impossível que o movimento forçado seja produzido pelo método indicado. É necessário, ao invés, supor que uma força motriz qualquer incorpórea seja comunicada do projetante ao projetado, e que o ar colocado em movimento não contribua com nada ou muito pouco com o movimento do projétil. Se, pois, o movimento forçado se produza como sugeri, é de tudo evidente que se se comunica a uma flecha ou a uma pedra um movimento “contrário a natureza” ou um movimento forçado, o mesmo grau de movimento se produzirá muito mais facilmente em um vácuo que em um cheio de algo. E não terá necessidade de nenhum agente externo ao projetante ... (FILOPONO, 1948, p. 221 - 222 apud CLAGETT, 1981, p.535, tradução nossa).

Se o movimento do ar não move o projétil, mas ao invés resiste ao seu movimento, que coisa pode causar a continuação do movimento de um projétil? A Física newtoniana, refutando a necessidade da aplicação contínua de uma força, responde o questionamento em termos da inércia. Segundo a explicação de Filopono uma força cinética incorpórea é impressa no corpo (não no meio) e esta força impressa mantém o movimento do corpo até que não esteja consumida pela resistência ao movimento representada pelo peso do corpo e pela força de resistência do ar. Esta força motriz ou potência cinética vem identificada também como energia cinética incorpórea (CLAGETT, 1981).

Esta teoria segue uma postura anti-inercial, pois Filopono acreditava que, mesmo no vácuo, a *virtus* deveria diminuir, desta forma, fazendo cessar o movimento do corpo. Segundo esta ideia a velocidade do corpo seria proporcional à diferença entre a força motriz e a força resistiva do meio circundante.

Aqui existe uma outra divergência em relação ao pensamento aristotélico. Filopono acreditava que a velocidade no movimento de um corpo é determinada pela diferença aritmética (e não pela razão como foi proposto por Aristóteles em sua obra *Física*) entre a força motriz e a resistência do meio através do qual o corpo modifica sua posição.

Vamos retomar um pouco as ideias aristotélicas e compará-las com às de Filopono. Para Aristóteles, no movimento de um corpo, o meio:

Atravessado é causa, pois ele impede, sobretudo quando o corpo se move em sentido contrário, mas também se estiver em repouso; e é cada vez maior quanto menos fácil

for de dividi-lo, ou seja, quando o meio tiver uma densidade maior (ARISTÓTELES, 1995, p.215, tradução nossa).

E segue ainda explicando sobre a relação da densidade do meio com a resistência que lhe oferece: “suponha que A se desloque através do meio B no tempo C, e atravesse o meio D, que é mais rarefeito, no tempo E; se as distâncias de B e D são iguais, os tempos C e E serão proporcionais à resistência do meio” (ARISTÓTELES, 1995 p.215, tradução nossa).

Quanto maior a densidade do meio, maior será a resistência que esse meio oferece a passagem do corpo, e ainda, maior será o tempo para percorrer uma determinada distância. Em simbologia moderna, poderíamos escrever:

$$\frac{t_1}{t_2} \propto \frac{d_1}{d_2}$$

Em que t_1 seria o tempo necessário para o corpo percorrer uma determinada distância em um meio de densidade d_1 , e t_2 seria o tempo necessário para percorrer a mesma distância em um meio de densidade d_2 .

Sejam B água e D ar; quanto ao ar ser mais leve e menos corpóreo que a água, A passará mais rapidamente através de D do que através de B. Haverá, então, a mesma proporção entre as velocidades que aquela pela qual o ar se diferencia da água. (ARISTÓTELES, 1995, p.215b4-6, tradução nossa).

Para facilitar o entendimento, faremos sempre que necessário a transposição das ideias para uma terminologia matemática moderna. Em relação a ideia anterior, podemos escrever

$$\frac{v_1}{v_2} \propto \frac{d_2}{d_1}$$

Nesta proporção v_1 representa a velocidade do corpo no meio de densidade d_1 ; e v_2 a velocidade do corpo no meio de densidade d_2 .

Aristóteles ainda assume uma proporção entre a velocidade e o peso de dois corpos em um mesmo meio:

Vemos que corpos que possuem uma maior preponderância, de peso ou leveza, se forem semelhantes em outros aspectos, movem-se mais rapidamente em um mesmo meio; e na razão que as magnitudes têm entre si (ARISTÓTELES, 1995, p. 216, tradução nossa).

A proporção proposta por Aristóteles seria então:

$$\frac{V_1}{V_2} \propto \frac{P_1}{P_2}$$

Sendo v_1 a velocidade do corpo de peso ou leveza P_1 e v_2 a velocidade do corpo de peso ou leveza P_2 .

Levando esta proporção em consideração, para uma determinada distância, um corpo com o dobro do peso demoraria a metade do tempo para completar essa distância. Como, para Aristóteles, a razão dos tempos é inversamente proporcional à razão dos pesos, então, para uma determinada distância segue a relação

$$\frac{t_1}{t_2} \propto \frac{P_2}{P_1}$$

Assim pensava Aristóteles a respeito da influência da resistência do ar no movimento de um corpo, divergente, como queríamos demonstrar, em relação ao pensamento de Filopono que crera na relação da velocidade do corpo com a diferença entre a força motriz e a força de resistência.

Desta vez, apresentamos a ideia de Filopono em discordância a concepção aristotélica

Se no caso de um mesmo corpo se movendo através de dois meios diferentes, a razão entre os tempos necessários para os movimentos fosse igual à razão entre as densidades dos respectivos meios, então, como as diferenças da velocidade são determinadas não apenas pelo meio, mas também, pelos próprios corpos em movimento, a seguinte proposição seria uma conclusão razoável: “no caso de corpos de diferentes pesos, movendo-se através de um mesmo meio, a razão entre os tempos necessários para os movimentos é igual ao inverso da razão entre os pesos”. Por exemplo, se os pesos dobrarem, o tempo deveria ser a metade. Isto é, se um peso de duas libras percorrer a distância de um estádio através do ar em meia hora, um peso de uma libra deveria percorrer a mesma distância em uma hora. [...] Mas isto é completamente errôneo e nossa visão pode ser corroborada pela observação mais efetivamente que por qualquer tipo de argumento verbal. Se você deixar cair da mesma altura dois pesos, um deles muitas vezes mais pesado que o outro, verá que a razão dos tempos necessários para o movimento não depende da razão dos pesos, mas que a diferença dos tempos é muito pequena. E assim, se a diferença dos pesos não for considerável, isto é, se um for, digamos, o dobro do outro, não haverá diferença no tempo ou então ela será imperceptível, embora a diferença de peso não seja desprezível, com um corpo pesando duas vezes o outro. Se no caso de dois pesos diferentes se movendo no mesmo meio, a razão dos tempos necessários para o movimento não é igual ao inverso da razão dos pesos e, ao contrário, a razão dos pesos não é igual ao inverso da razão dos tempos, a seguinte proposição deve ser claramente razoável: “Se corpos idênticos se movem através de meios diferentes, como ar e água, a razão dos tempos necessários para os movimentos através do ar e da água, respectivamente, não é igual à razão das densidades do ar e da água, e vice-versa” (PHILOPONOS, 1581, 678-684, tradução Roberto de A. Martins e Cibelle Celestino Silva).

Como já discutimos, Filopono acreditava na proporção direta da velocidade em relação à diferença entre a força motriz (F_{motriz}) e a força de resistência que o meio oferece ($F_{resistência}$). Em símbolos:

$$V \propto (F_{motriz} - F_{resistência})$$

Nesta concepção, Filopono pôde inferir que o movimento de um corpo poderia ocorrer no vácuo onde a força de resistência é nula, mas com a condição de que, até mesmo em um movimento

sem resistência, a *virtus impressa* deveria diminuir no decorrer do percurso, a qual pode ser considerada uma concepção anti-inercial.

Podemos notar nesta discussão que acabamos de fazer um primeiro considerável desenvolvimento na concepção de movimento, no caso, os fatos históricos nos mostram uma primeira ruptura entre as ideias.

As discussões da possibilidade de ocorrência do movimento no vácuo e sobre a natureza do movimento:

foram retomadas, entre os Séculos X e XII, por filósofos islâmicos como Avicenna, Avempace e Averroes, que exerceram um papel importante na preservação da obra dos gregos e de sua introdução na cultura ocidental. É importante lembrar que durante a baixa idade média, a Igreja lutou para se organizar e estabelecer sua hegemonia espiritual, intelectual e econômica, no continente europeu, e as Escrituras tornaram-se a única fonte autorizada de referência, com conseqüente estagnação, e mesmo regressão do saber secular. Todavia, a partir do Século X as traduções árabes dos textos gregos, acrescidas de comentários de seus próprios filósofos, começaram a se difundir na Europa, por conta da expansão do império muçulmano até a península ibérica. (ZYLBERSTAJN, 2011).

Filopono aplicou sua teoria a todo o cosmos, diferentemente de Aristóteles que aplicou sua ideia apenas ao movimento forçado, movimento contido no mundo sublunar. Sua teoria exerceu grande influência nos debates acerca do movimento e de sua possibilidade no vácuo, quando foi retomada por Avicenna e Francisco de Marchia. Por meio destes filósofos, Jean Buridan, também foi influenciado, e elaborou sua teoria do ímpeto em discordância às ideias aristotélicas sobre o movimento.

Considerando que as opiniões de Filopono tenham exercido uma influência considerável entre os autores islâmicos em numerosos setores da mecânica, e particularmente em discussões sobre a dinâmica, o famoso médico e filósofo Ibn Sina (Avicenna, 980 – 1037) nos dá uma discussão do movimento dos projéteis em seu *Livro da cura da alma* (que também pode ser considerado um comentário sobre as obras de Aristóteles), no qual se revela a clara influência da precedente discussão de Filopono. Segundo Avicenna:

Quanto ao caso em que tem [movimento violento com a] separação do movimento [do motor], como os projéteis ou as coisas que vêm a rolar, os sábios estão em desacordo entre si. Alguns sustentam que a causa resida na tendência do ar que é empurrado a posição da parte posterior do projétil e a unir-se com uma força que o empurra contra o ar que fica em frente a ele. Outros dizem que aquele que empurra, empurra juntamente o ar e o projétil; mas o ar é mais receptivo ao impulso, e por isso é empurrado mais rapidamente e, portanto, empurra isto que foi colocado nele. Outros ainda consideram que a causa esteja na força que a coisa movida adquire do motor e que persiste nele por um certo tempo, até que seja cancelado pelo oposto atrito daquele [o meio] que o toca e que vem movido por ele. E quanto que a força vem enfraquecida

no projétil, a natural inclinação e a ação do atrito se fazem dominante sobre ele, e assim a força vem eliminada e conseqüentemente o projétil penetra na direção de sua natural inclinação [isto é, cai diretamente para a terra]. Os que sustentam o movimento do ar [como causa da continuação do movimento dos projéteis] disseram que não tem nada de estranho no fato que o movimento do ar adquira uma força tal que possa transportar rochas ou grandes corpos, pois é aceito que as vezes basta um [forte] rumor para quebrar o topo de uma montanha, e que existem montanhas as quais a fundação foi desmoronada pelos rumores. Mesmo o trovão demole edifícios solidamente construídos, perturbando os picos das montanhas e quebra rochas duras... [Mas] como podemos dizer que o ar vindo com um movimento circular por trás do projétil seja unido a ele e tenha empurrado para frente aquela que é oposta a ele? E que coisa atribuiu ao movimento para frente esta faculdade de aplicar sobre si mesmo e empurra isto que está atrás de si? [Ou] como podemos dizer que o motor transmitiu uma força ao movido? Pois a força não é nem “natural”, nem “psíquica”, nem “acidental” ... E se o motor está transmitindo a força, então deveria ser mais fortemente ativo ao início de sua duração, enquanto, na verdade, é aceito que é mais fortemente ativo na metade do movimento. Se a causa do movimento [do projétil] fosse o ar que transporta o projétil, então teremos uma causa para tal [aceleração em coincidência com a parte central da trajetória]. O ar vem de fato rarefeito pelo movimento e a sua velocidade aumenta, e com ele aquele do movimento [do projétil] Essa causa não foi encontrada [verdadeira]. Alguns, depois falaram a favor da doutrina da “geração”. Esses dizem que está na natureza do movimento que [um outro] movimento seja gerado deste; e que está na natureza da “propensão” que [uma outra] propensão seja gerada desta. Esses afirmam que o movimento cessa por um momento e que a ele sucede um período de calma; portanto um outro movimento vem gerado da propensão [ao movimento]. Esta teoria é absurda, pois certamente isto que é gerado não vem classificado como um *hadith* (qualquer coisa que acontece pela primeira vez) que segue a “isto que nunca foi”, e cada *hadith* é sucessivo a “isto que nunca foi”, pois de tal modo uma “qualquer coisa que acontece pela primeira vez” vem a ser a causa de qualquer coisa “ocorrida pela primeira vez”. Se a causa estivesse nesta [geração], seguiria necessariamente a coexistência do primeiro movimento com o segundo. Mas também se essa fosse a causa, viria a faltar – apesar de sua necessidade – uma causa durável para o movimento..., mas quando realizamos a verificação do argumento, encontramos que a opinião mais válida é que de acordo com os quais o movimento recebe uma tendência (*mail*) do motor. A tendência é isto que se percebe com os sentidos como resistência quando se esforça em reduzir o movimento natural ao repouso ou quando se procura de transformar um movimento violento em um outro (IBN SINA, 1885, p.154 – 155 apud CLAGETT, 1981, p.536-537, tradução nossa).

Esta e outras passagens sem dúvida são influenciadas pelas ideias de Filopono, todavia, necessita observar que, ao menos nesta passagem, Avicenna sustenta uma teoria que é em qualquer medida diferente da teoria da *virtus impressa* mantida por seu predecessor.

Avicenna começa nos apresentando quatro opiniões relativas a continuação do movimento dos projéteis, antes de passar àquele que ele considera. As primeiras duas teorias são aquelas que atribuem ao ar a manutenção do movimento, e são aquelas já expostas por Aristóteles. A terceira teoria é aquela segundo a qual o projetante comunica ao projétil uma força ou potência que garante a continuação do movimento e dura até que não venha superada da natural inclinação do projétil a cair e do atrito do meio. A quarta teoria descrita por Avicenna – a teoria da “geração” – considera o movimento como descontínuo: há momentos de movimento que se alternam a momentos de repouso

e a continuação do movimento do projétil de um momento para outro é garantida por uma propensão ao movimento que persiste depois de cada intervalo de repouso e consegue iniciar um ulterior movimento (CLAGETT, 1981).

Na teoria do *mail*, que é a quinta referida por Avicenna, se diz que o movimento dos projéteis continua, como uma sequela presente no móvel, por uma tendência (*mail*) transferida no projétil pela força aplicada pelo projetante originário. Se observa que esta tendência é percebida segundo ele como uma resistência adquirida pelo movimento.

Avicenna distinguia teoricamente o *mail* e a força motriz (*quwat muharrikat*), pois o *mail* é o instrumento da força. Cada força comunica a sua ação por meio do *mail*; e este pode, portanto, continuar a existir após a aplicação inicial de uma força e mesmo após a realização do movimento. O *mail* é algo permanente (mas destrutível), e algo de não sucessivo. Avicenna distinguia três categorias de *mail*: 1) *mail nafsani* ou *mail* psíquico, 2) *mail tabi'i* ou *mail* natural e 3) *mail qasri* ou *mail* não natural ou violento (CLAGETT, 1981). Avicenna usou também a expressão “força impressa” com o mesmo significado que usava o *mail*.

Uma observação muito importante é aquela segundo a qual sem a presença de resistência o *mail* duraria indefinidamente, e assim, o movimento desse gerado. Seria o caso de um corpo que se movesse no vácuo. Se o movimento violento do projétil fosse produzido por uma força que operasse no vácuo, deveria persistir, a menos que não se desse uma aniquilação ou um tipo qualquer de interrupção.

Segundo Avicenna: “quando uma força existe em um corpo, essa deve necessariamente persistir ou aniquilar-se. Mas se o movimento ainda continua essa persistirá de modo permanente” (IBN SINA, 1885, p.154 – 155 apud CLAGETT, 1981, p.539, tradução nossa).

Este argumento era já usado por Aristóteles, mas naturalmente sem nenhuma aplicação a uma teoria, como à do *mail* ou da força impressa.

Um problema central é aquele da medida cuja ideia de Filopono e dos autores islâmicos possam ter influenciado o desenvolvimento da versão latina da teoria da força impressa, ou seja, sobre a considerada teoria do ímpeto.

Passemos agora às considerações sobre o movimento de Francesco di Marchia (1290 – 1344), que foi um franciscano e filósofo italiano. Segundo Clagett (1981), em sua principal obra *In libros sententiarum*, datado de 1323, desenvolve quatro principais ideias sobre o movimento, refutando as considerações aristotélicas:

- 1) A persistência do movimento do projétil é causada primariamente por uma “força abandonada” (*virtus derelicta*) no projétil pelo motor. Uma força similarmente abandonada no meio ajuda o movimento. Assim, Francesco apresenta sua teoria como uma simples

correção da teoria aristotélica, limitando-se a transferir a principal potência impressa do meio ao projétil.

- 2) A *virtus derelicta* não é simplesmente permanente, como o calor do fogo, mas é transitória, dura somente um pequeno tempo, como o calor fornecido a um corpo pelo fogo. A *virtus derelicta* tem, portanto, caráter transitório como o *mail*.
- 3) A hipótese de uma *virtus derelicta* no projétil como principal continuador do movimento é preferível por duas razões a uma explicação fundada sobre uma força abandonada no meio: primeiro respeita melhor o princípio da economia, e em segundo lugar, rende melhor a razão das aparências ou dos fenômenos.
- 4) Admitindo a teoria da *virtus derelicta* se pode explicar o movimento dos céus, dizendo que nos céus foram impressas forças semelhantes por uma “inteligência”, destinada a fazer continuar o movimento deles “por qualquer tempo”. É obvio que não se fala aqui de uma força destinada a durar indefinidamente.

Mas qualquer que seja o sujeito desta virtude [o que é certo] ao menos [é que] uma tal virtude que determina a continuação do movimento uma vez que tenha sido iniciado deve ser colocada necessariamente ou no meio ou, a coisa para a qual maior proponho, no corpo movido. Necessita saber em proposito que a virtude que move um grave para o alto é dupla: uma é aquela que inicia o movimento, ou determina um grave a um certo movimento, e esta virtude é a virtude da mão; a outra virtude é aquela que prossegue e continua o movimento iniciado, e é causada ou abandonada (*derelicta*) mediante o movimento do primeiro. Se, de fato, não se considera uma outra virtude em relação a primeira, é impossível alegar uma causa para o movimento que segue, como se argumentou acima. E esta virtude, em qualquer sujeito que se atribua, continua e prossegue o movimento segundo a proporção e a maneira com qual foi determinado pelo primeiro; e esta é uma virtude neutra, sem um contrário, prossequindo o movimento segundo cada diferença de posição. E se alguém perguntasse de que tipo é esta virtude, se poderia responder que não é nem uma forma simplesmente permanente, nem simplesmente fluente, mas quase intermediária, permanecendo por qualquer tempo, como o calor gerado na água pelo fogo, que não tem uma existência simplesmente permanente como no fogo, nem simplesmente fluente, como a ação de se esquentar, mas tem uma existência permanente por um tempo determinado... (MARCHIA, 1981, p.555-556, tradução nossa).

Marchia esclarece, excluindo outras possibilidades, que a continuação do movimento é uma força residual dada pela força primária ou originária. Essa força residual no projétil não é nem simplesmente permanente nem fluente, mas em certo sentido um intermédio entre as duas possibilidades. Ela é permanente somente por um intervalo de tempo, e é, portanto, um conceito diferente do ímpeto de Jean Buridan, que é apresentado como uma qualidade permanente. Marchia preferia supor que a força residual estivesse no projétil e não no meio, com um melhor acordo com a experiência.

Diante de sua preferência pela teoria, cuja *virtus direlecta* no projétil tem a função principal de continuar o movimento, Marchia admitia que também deveria existir uma *virtus direlecta* no meio, o qual contribuiria também para a continuação do movimento.

Disto segue que, quando uma pedra ou qualquer grave ou ainda qualquer corpo leve que se move em um meio, se contribua por dois movimentos, ou seja, o movimento da pedra, que deriva imediatamente da virtude atribuída à pedra, e também o movimento do ar, que contribui também com ele, seja por um modo não imediato, ao movimento da pedra; de fato, seja o ar movido, seja tal virtude da pedra, causada nela pelo projetante, transportam a pedra (MARCHIA, 1981, p.556, tradução nossa).

De acordo com Clagett (1981), muitos autores dos séculos XIV, XV e XVI atribuíram uma função suplementar ao ar para a explicação da persistência do movimento, sem dúvida, com o objetivo de salvar as concepções aristotélicas.

Observamos ainda que Marchia sugere a possibilidade de que uma inteligência pudesse ter introduzido aos corpos celestes uma força do gênero, e que esta força pudesse ter garantido a continuação de seus movimentos por qualquer tempo. Para sustentar esta ideia sugere uma analogia com a roda do oleiro, a qual, continua a mover-se mesmo que após o motor originário tenha cessado a sua ação.

Diante disto segue que quando a inteligência cessasse de mover o céu, este continuaria ainda por qualquer tempo a mover-se ou a rotacionar-se graças a tal virtude que prossegue e continua o movimento circular, como resulta claro na roda do oleiro, que continua a girar por qualquer tempo depois que o primeiro movente cessou de movê-lo (MARCHIA, 1981, p.557, tradução nossa).

Veremos agora como a teoria do ímpeto de Buridan diferencia essas ideias, principalmente no fato da duração da força motriz incorpórea no movimento de um projétil.

2.3 A teoria do *impetus* de Buridan e sua relação ao conceito de *virtus impressa*

Filósofo medieval e padre secular, inspirado nas obras desses autores citados, na ideia de movimento aristotélica e principalmente na ideia de *virtus impressa*, Jean Buridan (1300 - 1358) elaborou sua teoria conhecida como teoria do ímpeto, a qual explicava o movimento de projéteis, em movimentos forçados e em queda livre. Esta teoria serviu como base para os trabalhos subsequentes, como a dinâmica de Galileu Galilei e o princípio da inércia de Isaac Newton, bem como para a ideia de quantidade de movimento de René Descartes e a ideia de *vis viva* de Leibniz.

Buridan, por meio de experimentos ideais desenvolveu uma crítica à ideia de movimento aristotélica, sobre o qual o ar impulsiona o corpo. Em sua obra *Subtilissime questiones super octo*

Phisicorum libros Aristotelis (Questões sobre os oito livros da Física de Aristóteles), publicado em 1509, investiga a possibilidade de um projétil, ao deixar a mão do lançador, ser movido pelo ar, como afirma Aristóteles e, não sendo o ar o agente do movimento, investiga o que poderia realmente mover este corpo em um determinado meio. Inicia sua discussão discordando de a possibilidade do ar mover o corpo:

pois este, devendo ser dividido, parece resistir muito [ao movimento]; além disso, se diria que o projetante moveria em princípio tanto o projétil como o ar nesse contíguo, e que aquele ar movido causa o movimento do projétil até uma certa distância, reaparecerá a dúvida sobre que coisa move aquele ar uma vez que o projetante tenha cessado de se mover. A dificuldade é, de fato, neste caso tão grande como para o movimento da pedra jogada (BURIDANO, 1981, p.562, tradução nossa).

Podemos notar, após a leitura do questionamento de Buridan, que ele dá ao ar o papel de resistir o movimento de um projétil e não o de atribuir movimento. Na tentativa de provar sua ideia e discordância ao pensamento aristotélico, recorre a três exemplos de movimento, os quais rejeitam definitivamente a possibilidade de *antiperístases* no movimento de um corpo.

A primeira refere-se ao movimento de um pião, o qual, durante seu movimento de rotação, não poderia ser impulsionado pelo ar, que por sua vez, apenas forneceria resistência ao movimento.

A primeira é aquela do pião e da roda, os quais se movem por muito tempo e não saem do lugar [dele ocupado]; por isso não existe a necessidade que o ar os siga para ocupar o lugar por eles abandonados. Por isso não se pode dizer [que eles sejam movidos pelo ar] desta maneira (BURIDANO, 1981, p.563, tradução nossa).

O segundo exemplo trata do movimento de uma lança com uma ponta muito aguda. Esta ponta, segundo Buridan, teria o poder de dividir o ar, que está a sua frente, em duas partes, e assim, este ar não teria a condição de impulsionar a lança mais à frente.

A segunda experiência é aquela de uma lança que tenha na parte de trás uma ponta tão aguda quanto àquela da frente; uma vez arremessada, tal lança não se moverá menos do que se não tivesse a ponta posterior aguda, e, no entanto, o ar que a segue não poderia empurrar tal como a ponta, pois seria facilmente dividido por sua agudeza (BURIDANO, 1981, p.563, tradução nossa).

No terceiro exemplo, um tanto mais criativo, cita a ideia do movimento de um barco em um rio. A ideia principal deste exemplo está no fato de que se houver uma pessoa no barco que está em movimento, esta não sentirá o ar impulsionando-os, mas fazendo resistência.

A terceira experiência é o fato que um navio impulsionado velozmente por um rio, ainda contra a corrente não se poderia parar bruscamente, mas continua a mover-se por muito tempo mesmo depois que seja cessado o impulso; e, no entanto, um

marinheiro em pé no convés não sente o ar atrás que o empurra, mas somente o ar da frente que o resiste. E ainda, se o mencionado navio fosse carregado de feno ou de lenha, e o homem se encontrasse atrás da carga e contígua a ela, se o ar tivesse tanto ímpeto de poder empurrar com tanta força o navio, aquele homem seria violentamente comprimido entre a carga e o ar, coisa que é revelada falsa pela experiência; ou ao menos, se a embarcação fosse carregada de feno ou de palha, o ar que a segue e a empurra dobraria os galhos que se encontrassem na parte de trás, mas mesmo isso é de tudo falso (BURIDANO, 1981, p.563, tradução nossa).

Neste exemplo, Buridan busca nos sentidos do ser humano o rompimento da ideia de o ar ser o agente responsável pelo movimento, afirmando que se o fosse, deveria ser sentido por uma pessoa que se move junto com o corpo, como no exemplo do barco, no entanto, isso não ocorre.

De acordo com a teoria de Buridan, o projetante transfere ao projétil uma espécie de qualidade, que se entende como permanente no movimento do corpo, o *impetus*, que é responsável pela continuação do movimento e que é reduzido devido à resistência que o meio oferece a passagem do corpo. Buridan associa a gravidade do corpo como algo que provoca resistência, similarmente ao meio circundante, como já afirmava Filopono. Assim,

Podemos, portanto, e devemos dizer que a pedra ou a um outro projeto vem impressa uma tal coisa, a qual é a virtude motriz daquele projétil, e isso parece melhor que recorrer a ação do ar para fazer mover o projétil. Parece, de fato, uma vez que o ar resista [ao movimento]. Me parece, por isso, que se deva dizer que o motor, movendo o móvel, lhe imprime um ímpeto ou uma certa virtude motriz (*vis motiva*) naquele móvel na direção na qual o motor o moveu, seja para o alto, seja para baixo, seja lateralmente, seja em círculo, e quanto mais rapidamente o motor move aquele móvel, tanto mais forte ímpeto lhe imprimirá. E por esse ímpeto é movida a pedra após o motor ter cessado de move-la. Mas por causa da resistência do ar e da gravidade da pedra, que a inclina em uma direção contrária àquela para a qual o ímpeto a move, aquele ímpeto se enfraquece (*remittitur*) continuamente. Por isso o movimento desta pedra se torna sempre mais lento e, enfim, aquele ímpeto se consome e se corrompe a tal ponto que a gravidade da pedra é certa e move a pedra para baixo no seu lugar natural (BURIDANO, 1981, p.564-565, tradução nossa).

Nesta citação podemos notar a discordância definitiva a ideia aristotélica. Buridan dá ao ar o papel de resistir o movimento e não de fornecer movimento ao corpo, uma vez que o responsável por atribuir movimento ao corpo é o projetante, aquele que imprime o *impetus* inicial.

Devemos destacar alguns aspectos importantes em sua teoria: (1) o projetante imprime ao corpo a ser lançado determinada força motriz (*vis motora*) ou ímpeto (*impetus*) na direção em que ele é movido; (2) quanto maior for o ímpeto cedido ao corpo, mais rápido esse corpo se moverá; (3) o ar diminui o ímpeto do projétil; (4) a gravidade do corpo provoca diminuição do ímpeto; e (5) quanto maior for a quantidade de matéria ou densidade do corpo, maior será o ímpeto adquirido.

Esta última característica pode ser confirmada com a seguinte citação:

E se alguém perguntar por que o projétil mais longe é a pedra e não a pena, e um pedaço de ferro ou chumbo bem adaptado à mão como a uma madeira, dirá que a causa disto reside no fato que a recessão de todas as formas e disposições naturais se faz na matéria e em razão da matéria; por isso quanto mais um corpo tem matéria, tanto mais, e mais intensamente, pode receber aquele ímpeto. Agora, em um [corpo] denso e grave, igualmente ao restante, tem mais matéria prima que em um raro e leve; por isso o denso e grave recebe mais daquele ímpeto, e mais intensamente, como acontece também que o ferro possa receber mais calor que uma quantidade igual de lenha ou de água. Uma pena recebe de fato tal ímpeto de modo fraco que logo vem consumido pela resistência do ar; e assim acontece que se uma leve lenha e um pesado ferro, tomados na mesma quantidade e dotados da mesma forma, venham movidos com igual velocidade por um projetante, o ferro chegará mais longe, pois nele se imprime um ímpeto mais intenso, que não se corrompe rapidamente como se corromperia um ímpeto mais fraco. E esta é também a causa pela qual é mais difícil reduzir ao repouso (quiete) uma grande roda movida velozmente em relação a uma pequena, de fato, na grande, igualmente ao restante, tem mais ímpeto. E pelo mesmo motivo poderia projetar mais longe uma pedra de uma libra ou de meia libra do que uma milésima parte da mesma. De fato, o ímpeto comunicado àquela milésima parte é tão pequeno que vem rapidamente oprimido pela resistência do ar (BURIDANO, 1981, p.565, tradução nossa).

Podemos notar características evidentes entre os conceitos de *virtus impressa* e *impetus*, ambas são pensadas como efeitos produzidos no corpo que se movimenta e são consideradas como causas da continuação do movimento, se opondo a ideia aristotélica do ar como impulsionador do movimento. No entanto existem divergências em suas concepções, como veremos em três aspectos, a seguir (MARICONDA, 2011, p. 569 - 570).

i) Em relação a sua duração no movimento:

Quadro 7 – Relação de significados entre *virtus impressa* e *impetus* em relação ao tempo

<i>Virtus impressa</i>	Esgotar-se-ia rapidamente por si mesma (ideia anti-inercial)
<i>Impetus</i>	Seria permanente se desconsiderado a resistência do ar.

Fonte: autoria própria (2016).

ii) Em relação ao tipo de movimento, violento ou natural:

Quadro 8 – Relação de significados entre *virtus impressa* e *impetus* em relação ao tipo de movimento

<i>Virtus impressa</i>	É utilizado para a explicação do movimento violento apenas.
<i>Impetus</i>	É utilizado tanto para a explicação do movimento violento como para o movimento natural (queda livre).

Fonte: autoria própria (2016).

iii) Em relação a sua dependência com outras características do corpo:

Quadro 9– Relação de significados entre *virtus impressa* e *impetus* em relação a sua dependência com outras grandezas físicas

<i>Virtus impressa</i>	Noção qualitativa, sem relação com outras grandezas.
<i>Impetus</i>	Dependente da quantidade de matéria (ou da densidade) e da velocidade do corpo.

Fonte: Autoria própria (2016).

De certa forma a teoria do *impetus* substitui, em parte, a teoria aristotélica sobre o movimento e a teoria de Filopono, pelo menos no que diz respeito à grandeza física que o corpo “transporta” durante seu movimento.

Segundo Aristóteles o ar impulsiona o corpo, desta forma, nesta teoria, a força acompanha o movimento do corpo, como uma ação externa, diferentemente, na teoria de Filopono a *virtus impressa* acompanha o movimento, e na de Buridan, o *impetus*; ambas pensadas como grandezas internas ao corpo.

Considerando o desenvolvimento desses conceitos e todas as contribuições aqui apresentadas, pode-se inferir que deste conjunto de ideias se dará a gênese do conceito de energia, ou pelo menos a ideia de energia cinética, que está relacionada ao movimento de um corpo. No entanto, antes de se desenvolver no conceito de energia, estas concepções se ramificarão em duas vias: a primeira está relacionada à *vis viva* (medida pelo produto entre a quantidade de matéria e a velocidade do corpo ao quadrado) de Leibniz, e a segunda, ao *momentum* (medida pelo produto entre a quantidade de matéria e a velocidade do corpo) de Descartes.

Apesar de ainda haver posterior desenvolvimento na teoria do ímpeto de Buridan, podemos notar três características similares nas ideias de ímpeto e de energia cinética, como hoje a entendemos: (1) seria permanente, ou seja, conservada, se desconsiderado a resistência de fatores externos, como a gravidade e a ação do ar; (2) existe em qualquer tipo de movimento; (3) está relacionado à quantidade de matéria e a velocidade do corpo.

Em (1) temos algumas divergências quanto a relação entre ímpeto e energia cinética, pois na Terra, ou próximo a algum astro, o corpo transformaria sua energia cinética em energia potencial gravitacional ou vice-versa, de certa forma, há uma alteração na intensidade da grandeza, mesmo se desconsiderado os efeitos do ar, no entanto, se desprezarmos mais uma influência no movimento, a da gravidade, as ideias podem ter relação, tanto o *impetus* como a energia cinética permaneceriam constantes no movimento sem a ação do ar (considerando, logicamente, que ainda não havia o conhecimento acerca da atração gravitacional na época de Buridan).

A relação (2) consiste na ideia de que há necessidade da existência de movimento tanto para o *impetus* como para a energia cinética, independentemente do tipo de movimento.

Em uma linguagem matemática e moderna sabemos que a energia cinética de um corpo pode ser calculada pela relação $\frac{m.v^2}{2}$, em que m é a massa do corpo, ou seja, a quantidade de matéria, como era definida na época, e v a velocidade do corpo, e como foi observado na relação (3), o *impetus* também tem essas dependências. No entanto, como veremos, muitos trabalhos foram desenvolvidos até que o entendimento do conceito de energia pudesse existir.

Não podemos deixar de comparar o ímpeto de Buridan com o ímpeto de Galileu e com a quantidade de movimento de Descartes e Newton, mesmo se em frente ao ímpeto, considerado como um tipo de força, esses são ontologicamente diversos. Mas embora o caráter ontológico do ímpeto o diferencie notadamente de tais conceitos sucessivos, todavia os termos de sua medida apresentados por Buridan podem fazer uma aproximação a quantidade de movimento, ou seja, aquela qualidade que em Buridan é uma força motriz, vem depois a ser descrita como a quantidade de movimento de Descartes e Newton (CLAGETT, 1981).

Como Avicenna e Francesco di Marchia, Buridan concebeu o ímpeto como uma qualidade permanente (embora, obviamente destrutível por agentes contrários); como tal, o seu ímpeto não é consumido simplesmente pelo fato de ser separado da origem do movimento, mas deve ser superado pela resistência do ar e da contrária tendência ao corpo.

Se diz explicitamente que o ímpeto duraria para sempre se não existissem os agentes contrários (os quais, obviamente estão presentes no mundo elementar); ele diz, de fato, que o ímpeto duraria ao infinito se não fosse diminuído e corrompido por uma resistência contrária.

O caráter de permanência que Buridan deu ao seu ímpeto se rende plausível aos seus olhos a explicação da eternidade do movimento dos céus mediante uma imposição divina de um ímpeto na época da criação do mundo:

... não se vê a necessidade de considerar tal inteligência, pois poderia sustentar que Deus, quando criou o mundo, moveu cada órbita celeste como o quis, e movendo-os imprimiu nesses, ímpetos que continuassem o movimento sem necessidade de sua posterior intervenção... E qualquer ímpeto impresso aos corpos celestes não se enfraquecem nem se corrompem, não existindo nos corpos inclinações e outros movimentos, nem existindo nesses uma resistência corruptiva ou repressiva daquele ímpeto (BURIDANO,1981, p. 551, tradução nossa).

O recurso dado ao ímpeto para explicar a persistência do movimento dos céus é o ponto no qual Buridan se aproxima muito da ideia inercial da mecânica newtoniana. Mas também, não podemos deixar de notar suas relações com o conceito físico de energia.

Para que esta última relação se fundamentasse, de fato, necessitaria ser aplicada a um princípio de conservação. Descreveremos, agora, a influência da teoria do ímpeto na mecânica de Galileu e a sua ideia de conservação no movimento.

2.4 A utilização do *impetus* na mecânica de Galileu

Galileu é considerado o criador da Física Moderna com o princípio do método da observação dos fenômenos, tais como eles ocorrem, sem que o cientista se deixe influenciar por conceitos extra

científicos. Nascido em Pisa, no dia 15 de fevereiro de 1564, estudou medicina nos anos iniciais de sua carreira, nesta mesma cidade italiana. No entanto, abandonou o curso de medicina e se dedicou exclusivamente à matemática e, em 1589, tornou-se catedrático dessa disciplina na Universidade de Pisa. Desde então começa a investigar os fenômenos físicos, tais como os relacionados, principalmente, aos movimentos dos corpos. Em 1612, publicou o *Discurso sobre as Coisas que Estão sobre a Água*, em 1613, *História e Demonstração sobre as Manchas Solares*, em 1623, *O Ensaíador*, e começa a redigir o *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, e em 1638, publicou clandestinamente o livro *Discurso a respeito de Duas Novas Ciências*. Depois de ter publicado sua última obra, perdeu a visão e quatro anos depois, morre, no dia 18 de janeiro de 1642.

As obras de Galileu serão investigadas com o objetivo da identificação de vestígios e prenúncios da ideia de energia ou de sua conservação, principalmente as que contêm os experimentos do pêndulo e do plano inclinado, nas quais o autor infere a existência da conservação de algo no movimento, relacionada ao conceito de *impetus*. Nestes experimentos ficou convencido de que, durante o movimento, enquanto o corpo desce a partir de uma determinada altura (seja no plano inclinado ou no movimento de um pêndulo), algo permanece constante em todos os casos. Esta constante, reconhecemos hoje, como a energia mecânica total do pêndulo, ou do móvel no plano inclinado. Nesta experiência Galileu veio muito perto à introdução da noção de energia como será mostrado em seus diálogos.

Esta noção parte do conceito de *impetus* na mecânica de Galileu que está relacionado à ideia de energia (como é entendida atualmente) por sua propriedade de se conservar³⁴ em meios que não se consideram a influência dos atritos. Isto será mostrado nos experimentos do plano inclinado e do pêndulo idealizados por Galileu e que se encontram nas obras *Diálogo sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo Ptolomaico e Copernicano*, e em sua outra importante obra, *Discurso a respeito de Duas Novas Ciências*.

Inicialmente será discutida a ideia de ímpeto na filosofia de Galileu e como essa se difere dos conceitos de Buridan. Em seguida, por meio dos experimentos ideais do plano inclinado e do pêndulo, se revelará o pensamento de Galileu relativo à ideia de *impetus* e como este conceito está vinculado à conservação de energia mecânica que foi desenvolvida mais tarde.

Começa-se por indagar sobre o que Galileu sabia a respeito dos conceitos já discutidos aqui anteriormente. Sobre os conceitos de *virtus impressa* e *impetus* Galileu,

³⁴ O *impetus* não é a grandeza que se conserva, mas é devido a ela que podemos inferir que algo seja conservado no movimento.

sem dúvida, conhecia esses desenvolvimentos como atesta o *De motu* (Do movimento), um texto composto em Pisa entre 1590 e 1593 e no qual o jovem Galileu faz um estudo das tentativas anteriores de resolver os problemas da queda livre dos corpos (movimento natural) e do movimento dos projéteis (movimento violento) (MARICONDA, 2011, p. 570).

Não se encontra nas obras de Galileu o termo *impetus* correspondente a um conceito matematicamente definido (o qual também não foi definido explicitamente na teoria de Buridan), como se pode observar nos diálogos que serão descritos; tampouco a uma discriminação suficiente dos fatores característicos para defini-lo sem ambiguidade. No entanto, se notam algumas características que a diferenciam da ideia de *impetus* de Buridan, principalmente no que diz respeito a sua influência na conservação do movimento e como este é adquirido pelo corpo.

Há muitas passagens nas obras de Galileu mencionando a ideia de *impetus* toda vez que se refere ao movimento do corpo. No *Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo Ptolomaico e Copernicano*, no trecho que será descrito a seguir, Galileu como Salviati, tenta provar que a velocidade e o ímpeto de um corpo, quando solto de uma determinada altura, têm a mesma intensidade quando chega ao solo independentemente da inclinação do plano que é solto, ou até mesmo quando solto na vertical.

Salviati – mova-se com qualquer velocidade um poderosíssimo móvel qualquer, que encontre um corpo qualquer, ainda que muito fraco e de resistência mínima, colocado em repouso; aquele móvel, ao encontrá-lo, jamais lhe conferirá imediatamente sua velocidade: sinal evidente disso é o escutar-se o som da percussão, que não se escutaria, ou para dizê-lo melhor, não aconteceria, se o corpo que estava em repouso recebesse, na chegada do móvel, a mesma velocidade daquele.

Sagredo – Acreditais, portanto que uma pedra, partindo do repouso e entrando no seu movimento natural em direção ao centro da Terra, passa por todos os graus de lentidão inferiores a qualquer grau de velocidade?

Salviati – Creio, como também estou seguro, e tenho tanta certeza, que posso também convencer-vos do mesmo.

Sagredo – Mesmo que toda a discussão de hoje eu não ganhasse outra coisa que esse conhecimento, consideraria ter obtido um precioso capital.

Salviati – Pelo que compreendo do vosso raciocínio, grande parte de vossa dificuldade consiste no fato de ter em um tempo, também ele brevíssimo, por aqueles infinitos graus de lentidão precedentes a qualquer velocidade adquirida pelo móvel naquele tal tempo: por isso, antes de tratar de outro assunto, tentarei afastar essa dúvida; o que deve ser coisa fácil, quando vos respondo que o móvel passa por todos os mencionados graus, mas a passagem é feita sem demorar em nenhum, de modo que, não requerendo a passagem mais que um só instante de tempo, e como qualquer pequeno tempo contém infinitos instantes, não faltarão instantes para atribuir a qualquer um dos infinitos graus de lentidão por mais breve que seja o tempo.

Sagredo – Até aqui eu entendo. Contudo, parece-me muito difícil que aquela bola de canhão (que tal imagino ser o móvel cadente), que se vê cair com tal precipitação que em menos de dez batidas de pulsos percorrerá mais de duzentas braças de altura, tenha o seu movimento composto por tal pequeno grau de velocidade, que, se tivesse continuado a mover-se com aquele grau sem acelerar-se mais, não a teria percorrido em todo um dia.

Salviati - Acrescentai até mesmo em todo um ano, nem em dez, nem em milhares de anos, como procurarei persuadir-vos e talvez sem vossa contradição, fazendo-vos algumas interrogações muito simples. Todavia, dissei-me se tendes alguma dificuldade em admitir que aquela bala, ao descer, vai sempre adquirindo maior ímpeto e velocidade.

Sagredo – Disso estou absolutamente certo (GALILEI, 2011, p. 107 – 108).

Interrompe-se, pelo momento, o diálogo entre Salviati e Sagredo, pois aqui observamos sua menção ao conceito de ímpeto. Galileu defende a ideia de que o ímpeto de um corpo aumenta durante a queda.

Pode-se inferir a existência de uma distinção feita por Galileu entre os conceitos de velocidade e ímpeto, pois cita essas grandezas separadamente, tanto o ímpeto do corpo, quanto sua velocidade, aumentam à medida que o corpo cai. Desta forma, descarta-se a possibilidade, a partir do diálogo, das duas grandezas mencionadas terem o mesmo significado físico, mas certamente, existe uma relação.

Galileu trata o ímpeto do corpo como um efeito do movimento e da velocidade não o concebendo como algo permanente no corpo, mas algo proporcional à velocidade do corpo, ou seja, sem velocidade o ímpeto seria nulo. Diferentemente, Buridan acredita no ímpeto como algo permanente ao corpo e que poderia ser diminuído apenas pela ação do ar.

Assim, o diálogo prossegue com Salviati argumentando que o ímpeto adquirido pelo corpo em um determinado movimento depende da altura em que foi solto, não importando a inclinação do movimento no plano. E quando são desprezadas as resistências externas, esse ímpeto adquirido pelo corpo, teria a capacidade de fazer esse corpo alcançar a mesma altura que havia inicialmente. Neste experimento ideal, Galileu se aproxima da ideia de conservação.

Salviati – E se eu disser que o ímpeto adquirido em qualquer lugar de seu movimento é tanto que seria suficiente para reconduzi-la àquela altura da qual partiu, concordaríeis comigo?

Sagredo – Concedê-lo-ia sem contradição sempre que se pudesse aplicar à bala, sem impedimento, todo seu ímpeto apenas naquela operação de reconduzir a si mesma, ou outra igual a si, àquela mesma altura; como aconteceria se a Terra fosse perfurada pelo centro e quando se deixasse cair a bala a partir de um afastamento de cem ou mil braças desse centro; acredito que ela passaria além do centro, afastando-se tanto quanto caiu: o que a experiência mostra acontecer com um peso pendente de uma corda, que removido da perpendicular, que é o seu estado de repouso, e deixado depois em liberdade, cai em direção à mencionada perpendicular e a transpõe por um espaço igual, ou somente aquele tanto a menos quanto foi o impedimento da oposição do ar e da corda ou de outros acidentes. Mostra-me o mesmo a água, que descendo por um sifão, volta a subir tanto quanto foi a sua descida.

Salviati – Discorremos com perfeição. E como sei que não tendes dúvida em conceder que a aquisição do ímpeto aconteça mediante o afastamento do término de onde parte o móvel e a aproximação ao centro para onde tende, teríeis dificuldade em conceder que dois móveis iguais, ainda que descendo por linhas diferentes sem nenhum impedimento, adquiram ímpetos iguais sempre que a aproximação seja igual?

Sagredo – Não entendo bem a questão?

Salviati – Explicar-me-ei melhor desenhando uma pequena figura. Assim, marcarei essa linha AB, paralela ao horizonte, e sobre o ponto B traçarei a perpendicular BC, juntando depois esta inclinada CA. Considerando agora que esta linha CA é um plano inclinado, perfeitamente polido e duro, sobre o qual desça uma bola perfeitamente redonda e de matéria duríssima, e que uma bola similar desça livremente pela perpendicular CB, pergunto se concederíeis que o ímpeto da bola que desce pelo plano CA, ao chegar ao término A, pudesse ser igual ao ímpeto alcançado pela outra no ponto B, depois da descida pela perpendicular CB.

Sagredo – Acredito resolutamente que sim, porque, com efeito, ambas se aproximaram igualmente do centro, e, pelo que concedi agora mesmo, seus ímpetos seriam igualmente suficientes para reconduzi-las à mesma altura.

Salviati – Dizei-me agora, o que acreditais que faria aquela mesma bala colocada sobre o plano horizontal AB?

Sagredo – Ficaria parada, não tendo esse plano qualquer inclinação.

Salviati – Contudo, sobre o plano inclinado CA desceria, mas com um movimento mais lento que pela perpendicular CB.

Sagredo – Estive quase a ponto de responder resolutamente que sim, parecendo-me mesmo necessário que o movimento pela perpendicular CB deva ser mais veloz que pela inclinada CA; todavia, se é assim, como poderá o móvel que cai pela inclinada, chegado ao ponto A, ter tanto ímpeto, ou seja, tal grau de velocidade, tal e qual o móvel cadente pela perpendicular terá no ponto B? Parece-me que estas duas proposições estão em contradição.

Salviati – Portanto, ainda mais falso, parecer-vos-á, se eu disser que as velocidades dos corpos que caem pela perpendicular e pela inclinada são absolutamente iguais. Entretanto, esta é uma proposição muito verdadeira, assim como também é verdadeira esta que diz que o móvel cadente movesse mais velozmente pela perpendicular que pela inclinada (GALILEI, 2011, p. 108 – 109).

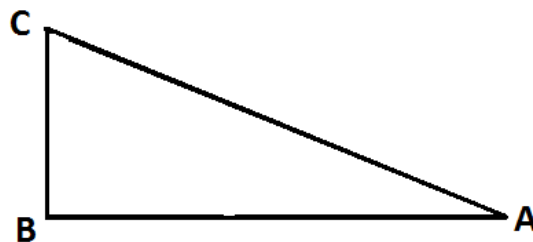


Figura 2 - Plano inclinado de Galileu I
Fonte: Galilei (2011, p.109).

Galileu nega que o *impetus* deva ser a causa do movimento, mas o aceita como efeito do movimento e da velocidade. Considera que o corpo pode adquirir ímpeto no movimento de dois modos: (1) por um projetante ou (2) uma queda livre sem a necessidade de um projetante (corpo descendo um plano inclinado sem atrito ou o movimento de um corpo pendular quando solto de uma determinada amplitude). Ideia que era antes considerada na teoria de Buridan (ímpeto) e na teoria de Filopono (*virtus impressa*) como algo exclusivamente produzido pelo projetante.

Nesse sentido a ideia de *impetus* se trata, em Galileu, como uma qualidade possuída por um corpo em movimento que lhe confere a propriedade de comunicar esse movimento a outro corpo (por uma colisão, por exemplo), ou até mesmo a propriedade de conservar esse movimento, quando diz

que “o ímpeto adquirido em qualquer lugar de seu movimento é tanto que seria suficiente para reconduzi-la àquela altura da qual partiu” (GALILEI, 2011, p.108).

Notamos nesta passagem a ideia de algo que se conserva no movimento, permitindo que o corpo seja reconduzido à altura da qual partiu. Podemos relacionar, neste exemplo de Galileu, o conceito de ímpeto com a ideia de energia cinética. Durante a descida do corpo, sua intensidade aumenta com o aumento de velocidade, e durante a subida, sua intensidade diminui até que o corpo atinja a altura que havia inicialmente.

Em outra passagem podemos notar uma relação do ímpeto com a possibilidade de aquisição de energia potencial gravitacional por parte do corpo cadente, quando diz que “são iguais os ímpetos dos móveis igualmente próximos do centro” (GALILEI, 2011, p.108). Sabemos que a energia potencial gravitacional está relacionada ao peso do corpo e à altura que este corpo se encontra do centro, e a ideia de ímpeto de Galileu sustenta ao corpo a possibilidade de adquirir essa mesma proporção.

Logicamente que Galileu não tinha as concepções de energia que temos hoje, mas se pode notar, a partir das relações que acabamos de fazer, que chegou muito perto desses conceitos, ou pelo menos, muito próximo da ideia de conservação.

Como expomos as noções de Galileu sobre o ímpeto e sua conservação, vale ressaltar sua concepção acerca da influência dos atritos no movimento.

Sobre a influência que o ar exerce no movimento do corpo, Galileu defende que este faz diminuir o ímpeto do corpo. Por exemplo, menciona que no movimento de um pêndulo, quando solto de uma determinada altura, este não conseguirá atingir a mesma altura do lado oposto pelo impedimento do ar sobre o corpo. Galileu acredita que o ar exerce sua influência de duas maneiras: “uma consiste em oferecer maior resistência aos móveis menos pesados que aos móveis muito pesados; a outra consiste em oferecer maior resistência à velocidade maior que à menor de um mesmo móvel” (GALILEI, 1935, p.204).

Galileu, em sua outra importante obra *Duas Novas Ciências*, também defende a ideia de que algo se conserve no movimento do corpo em queda livre (na vertical ou em um plano inclinado) ou ao longo do movimento de um pêndulo, algo pelo qual a cada ponto da sua queda o corpo possui, que seria o ímpeto capaz de reconduzi-lo à mesma altura a partir da qual iniciara a sua queda, ainda que por um caminho diferente.

Desta obra, será transcrito o trecho do diálogo sobre o experimento do plano inclinado e do pêndulo o qual tem o objetivo de provar que os graus de velocidade alcançados por um mesmo móvel e seu ímpeto, em planos diferentemente inclinados, são iguais quando as alturas desses planos

também são iguais, similarmente ao diálogo anterior, já discutido. Segue, inicialmente, a ideia de Sagredo sobre o experimento ideal:

Sagredo – na verdade parece-me que esta suposição é tão provável que merece ser aceita sem controvérsia, entendendo sempre que se removam todos os obstáculos acidentais e externos e que os planos sejam suficientemente sólidos e lisos e o móvel tenha uma forma perfeitamente esférica, de modo que tanto o móvel como o plano não possuam asperezas. Suprimidos todos os obstáculos e impedimentos, a luz natural mostra-me sem dificuldade que uma bola pesada e perfeitamente redonda, descendo ao longo das linhas CA, CD, CB, chegaria aos pontos A, D e B com ímpetus iguais (GALILEI, 1935, p. 133).

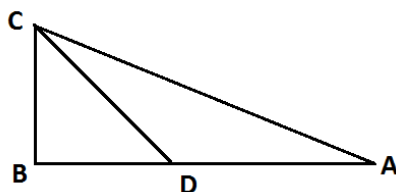


Figura 3 - Plano inclinado de Galileu II
Fonte: Galilei (1935, p.133).

No início do diálogo Galileu afirma que os ímpetus adquiridos são iguais independentemente do plano em que o corpo é solto, seja por CA, CD ou CB, ou seja, por qualquer caminho, quando um determinado corpo é abandonado de uma determinada altura ele chega ao ponto de referência BA com o mesmo ímpeto³⁵. Galileu segue o diálogo desenvolvendo o experimento do pêndulo, que acredita aumentar a probabilidade do entendimento de seu raciocínio anterior.

Salviati – seu raciocínio é muito plausível; mas, além do verossímil, quero por meio de uma experiência aumentar tanto sua probabilidade que pouco lhe faltará para ser uma demonstração necessária. Imaginem que esta folha de papel é um muro vertical e que de um prego fixado nele pende uma bola de chumbo de uma ou de duas onças, suspensa de um fio muito fino AB, com duas ou três braças de comprimento, perpendicular ao horizonte, e desenhem na parede uma linha horizontal DC que corta em ângulo reto a perpendicular AB, que estará separada da parede aproximadamente dois dedos. Conduzindo posteriormente o fio AB com a bola até AC, soltem essa bola: num primeiro momento veremos que ela desce descrevendo o arco CBD e ultrapasse o ponto B tanto que, percorrendo o arco BD, chegará quase à paralela traçada CD, não chegando a tocá-lo por um pequeno intervalo, o que é causado pela resistência que opõe o ar e o fio. Disto podemos perfeitamente concluir que o ímpeto adquirido pela bola no ponto B, ao transpor o arco CB, foi suficiente para elevá-la segundo um arco similar BD à mesma altura. Após efetuar e repetir a mesma altura muitas vezes esta experiência, fixemos no muro, próximo à perpendicular AB, como por exemplo, em E ou F, um prego que sobressai da parede cinco ou seis dedos, afim de que o fio AC, voltando a conduzir como antes a bola C pelo arco CB, encontre, quando chegar a B, o prego E, sendo a bola obrigada a descrever a circunferência BG com centro em E. Constataremos assim o que pode fazer o mesmo ímpeto que, engendrado no ponto B,

³⁵ Podemos, novamente, inferir a lucidez de Galileu quanto à relação do ímpeto com a velocidade do corpo, já que a velocidade com que o corpo chega ao solo só depende da altura à qual o corpo foi solto (em situações que são desprezadas a ação das forças de atrito), o que era conhecido por Galileu.

faz subir o móvel pelo arco BD até a altura da linha horizontal CD. Constatemos então com prazer que a bola chega até a linha horizontal no ponto G, e o mesmo aconteceria, se o prego estivesse fixado mais abaixo, por exemplo, no ponto F, caso em que a bola descreveria o arco BI, terminando sempre sua subida precisamente na linha CD. Se, enfim, o prego fosse fixado tão baixo, que a parte do fio que ultrapassa o prego não chegasse a alcançar a linha CD (o que aconteceria se o prego estivesse mais perto do ponto B que dá intersecção de AB com a horizontal CD), então o fio se chocaria com o prego, enrolando-se neste. Esta experiência não deixa lugar para duvidar da verdade da suposição: com efeito, sendo os dois arcos CB e DB iguais e simétricos, o momento adquirido durante a descida pelo arco CB é o mesmo que aquele adquirido pela descida segundo o arco DB; mas o momento adquirido em B segundo o arco CB é suficiente para erguer o mesmo móvel pelo mesmo arco de B até D. Assim, de modo geral, todo momento adquirido durante a descida por um arco é igual àquele que pode fazer subir o mesmo móvel pelo mesmo arco. Ora, todos os momentos que provocam uma subida através dos arcos BD, BG, BI são iguais, visto que são produzidos pelo mesmo momento adquirido durante a descida CB, como mostra a experiência; logo, todos os momentos que são adquiridos durante as descidas pelos arcos DB, GB, IB são iguais.

Sagredo – O raciocínio parece-me conclusivo e a experiência tão apropriada para a verificação do postulado, que podemos perfeitamente considerá-lo demonstrado (GALILEI, 1935, p. 133-135).

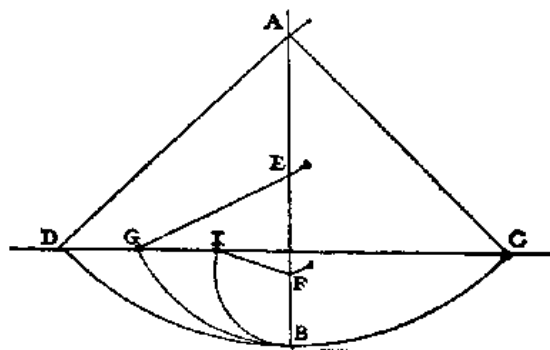


Figura 4 - Pêndulo de Galileu
Fonte: Galilei (1935, p. 134).

Evidentemente, Galileu não menciona nenhum aspecto de conservação no diálogo, no entanto deixa claro que a altura que o corpo tinha antes de começar a se mover pode ser reestabelecida pela aquisição do ímpeto (ou momento) durante a queda. O ímpeto adquirido pelo corpo durante a queda é suficiente para elevar o corpo até a mesma altura. Neste sentido, não há conservação do ímpeto ou do momento, pois sofrem aumento e diminuição durante o movimento, no entanto, parece que há algo se conservando que permite que o corpo atinja essa mesma altura inicial. Assim, a ideia de ímpeto de Galileu, nos aparenta estar mais relacionada ao atual conceito de energia cinética, pois aumenta, em proporção, com o aumento de velocidade.

Poderia, este experimento, ser explicado facilmente com a ideia de conservação de energia. No momento em que se desloca o pêndulo de uma determinada amplitude ele adquire energia mecânica na forma de energia potencial gravitacional. Esta energia potencial, à medida que o corpo se aproxima do ponto B, se transforma em energia cinética e chegando ao ponto B o móvel possui a máxima intensidade dessa energia e a mínima intensidade de energia potencial gravitacional. Após a

passagem pelo ponto B o corpo começa seu movimento ascendente e sua energia cinética começa a se transformar em energia potencial gravitacional, até o momento em que o corpo para na altura máxima (mesma altura inicial se forem desprezados os atritos do ar e do fio com o apoio).

Neste sentido, defende-se a ideia de que a aquisição de energia cinética está diretamente relacionada à aquisição de ímpeto no movimento do corpo no plano inclinado ou no movimento do pêndulo.

Galileu ainda mostra que se o prego fosse fixado mais próximo do ponto B, impossibilitando que o móvel atingisse a mesma altura inicial, o fio enrolaria no prego. Neste caso, o ímpeto adquirido pelo corpo durante a descida deveria sofrer sua diminuição, no movimento ascendente. Impossibilitado de realizar tal movimento, o fio enrola no prego até o ímpeto ser nulo, ou seja, até o corpo parar. Mesmo neste exemplo, existe uma ideia de conservação, pois o ímpeto não poderia simplesmente se extinguir, mas ao contrário, sempre causará um efeito no pêndulo. Este prego fixado bem próximo ao ponto B se comportaria como um obstáculo para o movimento do móvel em um plano inclinado. No caso da existência do obstáculo, Galileu mostra que este faz diminuir o ímpeto do corpo, impossibilitando que o corpo atinja a altura que havia inicialmente.

O diálogo segue com Salviati transpondo a justificativa do movimento do pêndulo para o movimento no plano inclinado.

Salviati – Não desejo, Sr. Sagredo, que nos ocupemos disso mais do que seria necessário, principalmente se consideramos que devemos servir-nos deste princípio para os movimentos que se realizam em superfícies retas, e não em superfícies curvas, nas quais a aceleração ocorre com graus muito diferentes daqueles que consideramos ocorrer nas superfícies planas. Assim, ainda que a experiência em questão nos mostre que a queda pelo arco CB confere ao móvel um momento tal que possa reconduzi-lo à mesma altura por qualquer um dos arcos BD, BG e BI, não podemos mostrar com a mesma evidência que o mesmo aconteceria quando uma bola perfeitamente redonda descesse por planos retos inclinados segundo as inclinações das cordas dos arcos considerados. Podemos mesmo supor que, formando-se no ponto B ângulos produzidos por esses planos retos, a bola que desce pela inclinação correspondente à corda CB, encontrando os obstáculos nos planos ascendentes segundo as cordas BD, BG e BI, perderia no choque parte de seu ímpeto e não poderia alcançar a altura na linha CD; mas, removido o obstáculo que prejudica a experiência, parece-me que nosso entendimento é capaz de compreender que o ímpeto (que efetivamente adquire força com a queda) seria suficiente para reconduzir o móvel à mesma altura. Admitamos, portanto, isto como postulado, cuja verdade absoluta nos será posteriormente estabelecida vendo outras conclusões, produzidas por tais hipóteses, corresponder e concordar exatamente com a experiência (GALILEI, 1935, p. 135).

Podemos reforçar a tese de que Galileu chegou próximo à noção de energia e de sua conservação por meio de uma demonstração matemática. Desenvolveremos uma relação (entendida como uma equação válida para a conservação de energia mecânica no plano inclinado) utilizando as ideias da cinemática de Galileu contidos em sua obra *Duas Novas Ciências*, com um mecanismo

matemático apropriado ao nosso entendimento e ao nosso tempo. Salienta-se aqui que a referida ideia de conservação era desconhecida por Galileu, mas que, no entanto, seus pensamentos sobre tal experimento ideal foram muito importantes para o desenvolvimento do conceito, as quais foram utilizadas e citadas em importantes obras posteriores, como exemplo podemos indicar Huygens, em 1669 (HUYGENS, 1967), e Leibniz, em 1686 (LEIBNIZ, 1991).

Para tal demonstração, serão utilizadas as equações para o movimento uniformemente variado, que se encontram na *terceira jornada sobre o movimento naturalmente acelerado* de Galileu (Galilei, 1935).

Inicialmente Galileu mostra que a velocidade do corpo em movimento naturalmente (ou uniformemente) acelerado é diretamente proporcional ao tempo de movimento.

Quando, portanto, observo uma pedra que cai de uma certa altura a partir do repouso e que adquire pouco a pouco novos acréscimos de velocidade, por que não posso acreditar que tais acréscimos de velocidade não ocorrem segundo a proporção mais simples e mais óbvia? Se considerarmos atentamente o problema, não encontraremos nenhum acréscimo mais simples que sempre aquele que se repete da mesma maneira. O que entenderemos facilmente, se considerarmos a estrita afinidade existente entre o tempo e o movimento: do mesmo modo, com efeito, que a uniformidade do movimento se define e se concebe com base na igualdade dos tempos e dos espaços (com efeito, chamamos movimento uniforme ao movimento que em tempos iguais percorre espaços iguais), assim também, mediante uma divisão do tempo em partes iguais, podemos perceber que os aumentos de velocidade acontecem com simplicidade; concebemos no espírito que um movimento é uniforme e, do mesmo modo, continuamente acelerado, quando, em tempos iguais quaisquer, adquire aumentos iguais de velocidade. Assim, qualquer que seja o número de partes iguais de tempo que tenha decorrido a partir do instante em que o móvel abandona o repouso e começa a descer, o grau de velocidade adquirido na primeira e segunda parte de tempo será o dobro do grau de velocidade adquirido pelo móvel na primeira parte; assim também, o grau que se obtém em três partes de tempo será o triplo e, na quarta parte, será o quádruplo do grau obtido na primeira parte; de modo que (para maior clareza) se o móvel continuar seu movimento com o grau ou momento de velocidade (*momentum velocitatis*) adquirido na primeira parte de tempo e conservar uniformemente essa velocidade, seu movimento será duas vezes mais lento que o obtido com o grau de velocidade adquirido em duas partes de tempo. Por este motivo acreditamos que não nos afastamos absolutamente da justa razão, se admitimos que a intensificação da velocidade (*intentionem velocitatis*) é proporcional a extensão do tempo; pelo que podemos definir o movimento, do qual devemos tratar, da seguinte maneira: chamo movimento igualmente, ou o que é o mesmo, uniformemente acelerado, àquele que, partindo do repouso, adquire em tempos iguais, momentos (*momenta*) iguais de velocidade (GALILEI, 1935, p.127).

Em símbolos, tem-se a seguinte notação

$$V \propto t$$

Em que v representa a velocidade de queda de um corpo em um tempo t determinado.

A constante de proporcionalidade entre as grandezas, para este tipo de movimento, é a aceleração. Considerando, como Galileu fez, para uma queda livre, a velocidade inicial sendo nula,

e, desprezando os atritos, tem-se a seguinte equação horária da velocidade de um corpo para o movimento uniformemente variado

$$V = a \cdot t \quad (1)$$

Em que a é a aceleração do plano inclinado local.

Outra equação que necessitamos é a relação entre o deslocamento do corpo e o tempo.

Se um móvel, partindo do repouso, cai em um movimento uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como os quadrados desses mesmos tempos (GALILEI, 1935, p. 136).

Nesta citação Galileu afirma que o deslocamento d de um corpo em queda livre é diretamente proporcional ao quadrado do tempo de queda t . Em símbolos

$$d \propto t^2$$

Acrescentando a constante de proporcionalidade, tem-se a equação horária dos espaços para o movimento uniformemente variado, considerando, novamente, os atritos desprezíveis e a velocidade inicial nula.

$$d = \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (2)$$

Considera-se nesta demonstração o plano inclinado da figura 5, em que h representa a altura do plano inclinado (AB), d o comprimento do plano (AC), θ o ângulo do plano no vértice C, \vec{g} o vetor aceleração gravitacional e \vec{a} a aceleração do plano inclinado.

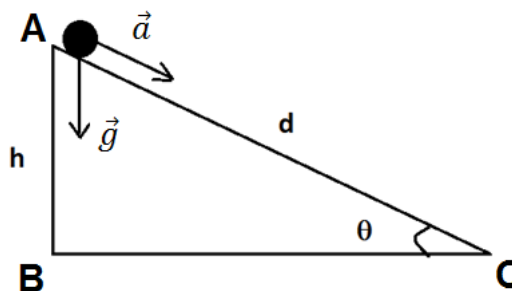


Figura 5 - Plano inclinado com indicação das acelerações
Fonte: Autoria própria (2016).

A aceleração do plano inclinado é igual ao produto da gravidade pelo seno do ângulo do vértice C:

$$a = g \cdot \text{sen}\theta$$

Assim, a equação (1) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$v = a \cdot t = g \cdot \text{sen}\theta \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v}{g \cdot \text{sen}\theta} \quad (3)$$

E a equação (2) se torna:

$$d = \frac{g \cdot \text{sen}\theta \cdot t^2}{2} \quad (4)$$

Do triângulo ABC, que representa o plano inclinado, vale a relação:

$$\text{sen } \theta = \frac{h}{d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{h}{\text{sen } \theta} \quad (5)$$

Fazendo a igualdade das equações (4) e (5), temos:

$$\frac{h}{\text{sen}\theta} = \frac{g \cdot \text{sen}\theta \cdot t^2}{2} \quad (6)$$

Fazendo a substituição do tempo da equação (3) na equação (6) obtêm-se a seguinte relação:

$$\frac{h}{\text{sen}\theta} = \frac{g \cdot \text{sen}\theta}{2} \cdot \frac{v^2}{g^2 \cdot \text{sen}^2\theta} \quad (7)$$

Por fim, simplificando a equação (7) e rearranjando os termos, encontramos a relação desejada³⁶:

$$g \cdot h = \frac{v^2}{2} \quad (8)$$

A multiplicação dos dois lados da equação (8) pela massa do corpo resulta na equação de conservação de energia mecânica para o plano inclinado:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

O produto $m \cdot g \cdot h$ é igual a energia potencial gravitacional (E_p) e $\frac{m \cdot v^2}{2}$ representa a energia cinética do corpo (E_C). Desta forma, a equação de conservação de energia é válida para o plano inclinado.

$$E_p = E_C \quad (9)$$

Essa igualdade garante que a energia potencial gravitacional do sistema inicial foi transformada em energia cinética no ponto mais baixo do plano. Sabe-se que no início do movimento o corpo se encontra em repouso, ou seja, sua energia cinética inicial é nula; e que no final do plano inclinado a energia potencial gravitacional do sistema é nula, pois o corpo não tem altura em relação ao solo. Como a energia mecânica é a soma das energias potencial gravitacional e cinética, conclui-se pela equação (9) que a energia mecânica inicial é igual à energia mecânica final do movimento.

Esta demonstração permite mostrar a proximidade dos pensamentos de Galileu com a ideia de conservação de energia, uma vez que foram utilizados seus próprios conceitos concernentes ao movimento uniformemente variado no plano inclinado.

Em suma, mostramos como os conceitos de movimento aristotélico, *virtus impressa* e *impetus* se relacionaram e constituíram uma base para o desenvolvimento do conceito de energia

³⁶ Devemos ainda ressaltar que essa foi a relação utilizada posteriormente nas obras que possibilitaram o desenvolvimento do conceito de força viva de Leibniz, a qual será denominada por Thomas Young, pela primeira vez, de energia.

posteriormente a Galileu. Estas ideias ainda se desenvolveram nos conceitos de *vis viva* e *momentum* antes da fundamental conservação da energia. No entanto, antes de estudarmos as controvérsias entre *vis viva* e *momentum*, no próximo capítulo, discutiremos o desenvolvimento do princípio das velocidades virtuais, pois, de fato, este, juntamente com o princípio da conservação da *vis viva* foram de fundamental importância para a elaboração do conceito de energia.

2.5 A força deve acompanhar o projétil para que exista continuidade do movimento

Por conta da contraposição usual entre a Física Moderna, nascida no século XVII, e aquela antiga e medieval, é que a primeira estabelecerá em primeiro plano a experiência; é importante começar com uma afirmação que não pareça estranha a ninguém sobre a base da própria experiência ordinária: a mais geral observação científica sobre os sistemas terrestres é que o movimento cedo ou tarde se acaba, a menos que o sustente com alguma potência motriz.

Poderíamos dizer em outras palavras que uma força é necessária para permitir a continuação de um movimento. Esta afirmação, que não se encontra em um texto de Física de hoje, ao invés, enuncia um princípio da dinâmica aristotélica. Segundo Aristóteles, mais precisamente, os movimentos terrestres são de dois tipos: aqueles que vão diretamente ao lugar natural de um corpo, e aqueles que têm uma outra direção. O lugar natural de um grave é o centro da Terra (que para Aristóteles é também o centro do Universo, mas essa é uma questão cosmológica que podemos negligenciar). Portanto, não é necessária uma explicação para o fato de um grave cair, mas é para o fato de um grave não cair, o que, todavia, não se move segundo uma trajetória vertical.

Supomos que um corpo não siga uma trajetória vertical. Isto pode acontecer, por exemplo, se existir qualquer outro corpo que impeça seu movimento vertical, como quando um grave é colocado sobre uma mesa. Mas isso acontece também em um outro fenômeno, muito comum e familiar desde a antiguidade mais remota: o lançamento de um projétil. Tal fenômeno contradiz, ao menos aparentemente, o princípio aristotélico antes enunciado; de fato, quando lançamos uma pedra com a mão, ela continua a mover-se, pelo menos um pouco, em uma direção não natural (por exemplo, horizontalmente) mesmo depois de ter deixado a mão, e sem que seja evidente uma força que o acompanhe.

Como este fato poderia se conciliar com a observação universal empírica antes mencionada, constituiu um problema por séculos, e o debate sobre tal problema teve uma função crucial no desenvolvimento da Física Moderna.

Aristóteles procurou obter uma conciliação dando ao ar um papel na manutenção do movimento. Ele mesmo, no entanto, oferece duas diferentes hipóteses para tal função, e, portanto, os

comentaristas de Aristóteles se encontraram de frente a um problema ao qual não era possível responder por meio de uma análise de seus textos. Além do ar ser advertido como uma fonte de *resistência* ao movimento, ele era fundamento de conservação, o que gerava um paradoxo de difícil solução.

Alguns autores na tradição aristotélica, em particular João Filopono (século VI d.C.) e João Buridan (século XIV d.C.), começaram a supor que no lançamento da pedra (para retornar ao nosso exemplo) a mão comunica ao projétil uma *virtude motriz* que perdura ainda depois que seja cessado o contato entre a mão e a pedra.

Vimos como essas ideias se desenvolveram, mas vamos resumi-las de forma breve:

Quadro 10 – Resumo sobre as principais contribuições abordadas no segundo capítulo

Aristóteles (antiperístases)	O ar concede movimento ao corpo e a força acompanha o movimento.
Filopono (<i>virtus impressa</i>)	Uma força cinética incorpórea é impressa no corpo e pode ser consumida por resistências como o peso e o atrito do ar.
Avicenna (<i>mail</i>)	Como a <i>virtus impressa</i> , a principal diferença está no fato de que esta pode ser indestrutível no vácuo, o que não era concebido na teoria de Filopono.
Marchia (<i>virtus direlecta</i>)	Sua função principal é a de dar continuidade ao movimento de um projétil, mas deveria também existir uma <i>virtus</i> no meio que deveria dar contribuição ao movimento do projétil.
Buridan (<i>impetus</i>)	Aplicado no projétil pelo projetante é reduzido devido à resistência do ar, mas no vácuo e ausente de influências gravitacionais, deveria ser indestrutível.
Galileu (conservação)	Utilização da noção de Buridan do <i>impetus</i> a um princípio de conservação.

Fonte: Autoria própria (2016).

Inferimos aqui a gênese de um conhecimento que se tornaria um primeiro obstáculo ao entendimento do conceito de energia: *a força deve acompanhar o projétil para que exista continuidade do movimento.*

Este foi, de fato, como vimos historicamente, um entrave ao conhecimento subsequente. A noção de que uma potência motriz deva acompanhar o movimento para que se mantenha é um pensamento, que podemos dizer, não tão imediato, mas que uma vez obtido aparenta estar clara e definida a explicação do fenômeno. Não estamos dizendo que este conhecimento não foi significativo para o desenvolvimento histórico por nós traçado, ao invés, foi fundamental, e seu rompimento é essencial para a continuação deste construto científico.

Esse obstáculo tem origem na observação primeira sem reflexão do fenômeno. Vimos que mesmo durante o desenvolvimento da ideia aristotélica, tal obstáculo persistiu nas ideias de Marchia que tentou salvá-la dando ao ar a função de fornecer movimento. Essa persistência deve ser

interpretada como uma condição para este conhecimento ser inferido como um obstáculo epistemológico. Veremos ainda, ao longo da história do conceito de energia, como este obstáculo estará presente e persistirá como um entrave ao desenvolvimento deste conhecimento, principalmente nas relações indevidas dos conceitos de força e energia.

Assim como o conceito de energia será desenvolvido, o obstáculo também adquirirá sua complexidade. De imediato sabemos que suas características estão relacionadas a qual grandeza deva acompanhar o movimento do corpo, ou a necessidade da ação da força para a continuidade do movimento.

Os mecanismos necessários para o rompimento desse obstáculo podem ser encontrados na própria história do desenvolvimento do conceito. Como vimos anteriormente, as indagações dos comentadores dos pensamentos aristotélicos serviram como base para a reflexão mais acentuada dos fenômenos sobre o movimento.

Desta maneira, acreditamos que seguir a história cronologicamente serviria como mecanismo para elucidação desse obstáculo. Primeiramente a reflexão sobre o verdadeiro papel do ar no movimento de um projétil, o questionamento do que, de fato, é fornecido ao projétil no momento de seu lançamento, se a força motora necessita acompanhar o movimento para sua continuidade, e a questão da conservação na indagação *até onde pode chegar o projétil com o ímpeto inicial impresso*, seriam ricas discussões auxiliadoras para o desenvolvimento deste inicial conhecimento-obstáculo.

A figura 6 representa um esquema de relações formado entre os conceitos discutidos neste capítulo. A partir deste esquema, queremos mostrar que o conceito de energia terá origem na busca pelo entendimento do causa continuação no movimento de um projétil. E, a partir da refutação das ideias de Aristóteles, se desenvolvem outros conceitos, como *virtus impressa*, *mail*, *virtus direlicta* e o *impetus*, todos pensados como uma virtude intrínseca ao corpo. E a partir desta virtude transportada pelo corpo durante seu movimento, Galileu infere um princípio de conservação.

Este esquema será ampliado ao longo do desenvolvimento histórico, onde acrescentaremos mais relações a medida que elas forem sendo discutidas, para que possamos ter uma melhor visualização do conjunto dos capítulos da parte histórica deste trabalho.

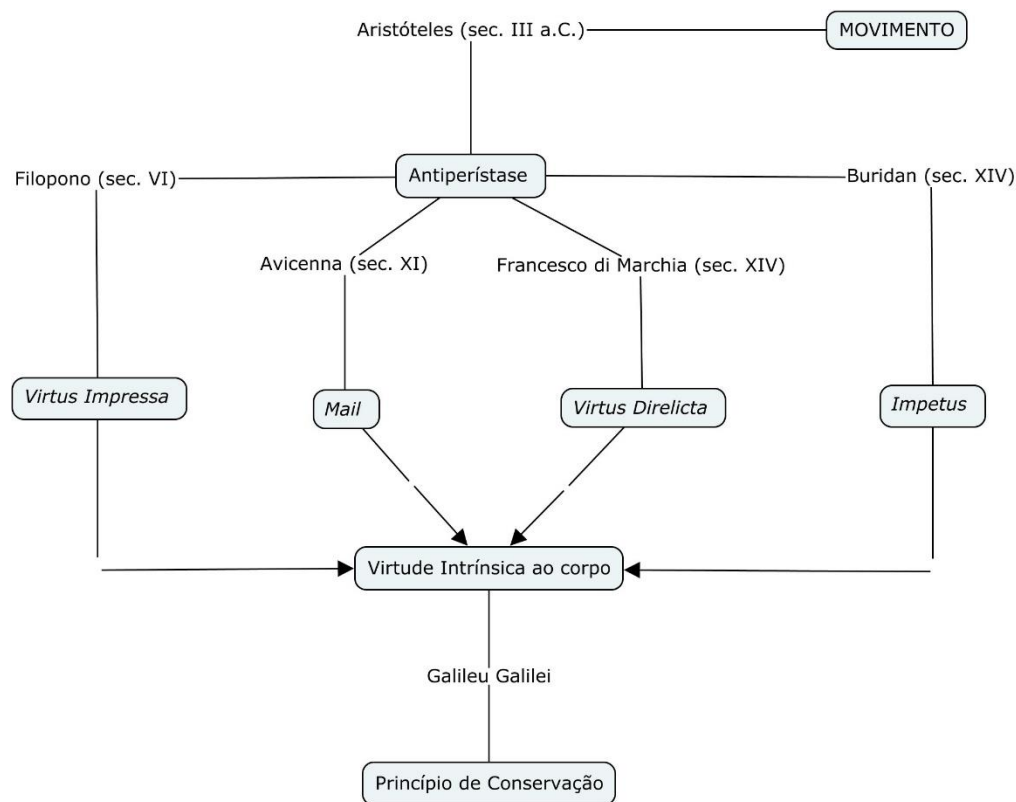


Figura 6 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados no segundo capítulo
Fonte: Autoria própria (2016).

No capítulo seguinte daremos continuidade ao nosso construto histórico do conceito de energia. As ideias pertinentes a este capítulo não devem ser interpretadas como continuação cronológica ao segundo. Isso, pois o desenvolvimento de um determinado conhecimento nem sempre apresenta uma linearidade temporal dos fatos. Assim, apresentaremos algumas ideias que acreditamos ser de fundamental importância para o desenvolvimento do conceito aqui em estudo. O objetivo deste terceiro capítulo é o de apresentar ideias pertinentes para o desenvolvimento posterior do conceito de energia, a partir da relação ao conceito de *vis viva* elaborado por Leibniz, assunto que será tratado no quarto capítulo.

CAPÍTULO III:

SOBRE O PRINCÍPIO DAS VELOCIDADES VIRTUAIS, A IMPOSSIBILIDADE DO MOVIMENTO PERPÉTUO E A FORÇA DE PERCUSSÃO

Neste capítulo discutiremos três noções que também serviram de base e forneceram fundamentos para o desenvolvimento do conceito de energia. O primeiro princípio que discutiremos deu origem ao conceito de trabalho e ajudou a desenvolver importantes teoremas quando relacionado à energia; o segundo foi fundamentalmente necessário para estabelecimento da ideia de conservação; e o terceiro ponto mostra o desenvolvimento dessas noções por meio do estudo da força de percussão.

O conceito de velocidade virtual tem origem nos trabalhos de estática, onde Stevin e Galileu foram os pioneiros a trabalharem, muito provavelmente, inspirados em um tratado sobre alavanca denominada Questões de Mecânica, atribuídos a um seguidor de Aristóteles, conhecido como Pseudo-Aristóteles.

O princípio de trabalho virtual, como outros grandes princípios da Física, teve uma longa história, antes de se tornar um princípio plenamente consolidado. Aristóteles, ou quem quer que tenha escrito os Problemas de Mecânica estava remotamente na origem desse princípio. Na realidade, Stevin não o formulou explicitamente, tampouco Galileu; embora Galileu tenha falado de uma certa velocidade potencial ou virtual, e mostrou saber fazer bom uso dessa noção (CINDRA, 2008, p.4).

Este princípio enuncia que a distância percorrida por uma força está para a distância percorrida pela resistência, assim como a intensidade da resistência está para a intensidade da força. Em símbolos:

$$F \cdot d_F = R \cdot d_R$$

Em que F representa a força motora, R a resistência, d_F a distância percorrida pela força e d_R a distância percorrida pela resistência.

Notamos aqui, uma relação do princípio das velocidades virtuais com a ideia de trabalho, que simplificada pode ser medido pelo produto escalar da força pela distância por ela percorrida, entendido como um princípio de conservação entre as duas forças. O que é transferido pela força F não pode ser maior do que é aproveitado pela força R. Desta forma, tal princípio, tem papel fundamental no desenvolvimento do conceito em estudo, já que trabalho é uma forma de medir as trocas e as transformações da energia em seus distintos tipos.

Esse termo “velocidade virtual” foi muito utilizado até o fim do século XIX em lugar do termo, que seria mais correto, “deslocamento virtual”. No entanto, como já mencionado, essa ideia se aproxima muito do conceito de conservação do trabalho, e por isso é comumente chamado de “trabalho virtual”.

Obviamente pode-se dizer que estamos ainda muito distantes, com Pseudo-Aristóteles, Stevin e Galileu, da doutrina moderna que Johann Bernoulli enunciou em 1717 sobre o princípio das velocidades virtuais, definindo-a como aquela que duas ou mais forças colocadas em equilíbrio obtêm quando se imprime a elas um pequeno movimento; ou se estas forças já estiverem em movimento. A velocidade virtual é o elemento de velocidade que cada corpo ganha ou perde, em relação a uma velocidade já obtida em um tempo infinitamente pequeno segundo a sua direção (CLAGETT, 1981).

Perceberemos ao longo das discussões como este conceito pode fornecer uma noção de conservação para o movimento, principalmente com Galileu, e que sem dúvida é de fundamental

importância para o desenvolvimento das comprovações matemáticas dos princípios de conservação da força viva.

Lagrange em seu trabalho *Mécanique Analytique* considera o princípio das velocidades virtuais como o princípio mais geral e fundamental da Ciência da estática e que o poderia aplicar de distintas maneiras, como se nota neste mesmo trabalho (CLAGETT, 1981).

Discutiremos nos trabalhos notáveis de Pseudo-Aristóteles, Nemorario, Stevin e Galileu a noção que deram a esta ideia, além das paralelas contribuições de Stevin, Da Vinci e Cardamo sobre a impossibilidade do moto perpétuo e da força de percussão com Galileu.

No trabalho intitulado *Problemas de Mecânica*, escrito por um autor conhecido como Pseudo-Aristóteles, que geralmente é aceito pelos estudiosos como um seguidor de Aristóteles, o autor procura por uma explicação para comportamento das máquinas nas propriedades do círculo. Ao discutir o comportamento do equilíbrio e da alavanca simples, ele habilmente emprega as propriedades do círculo. Em particular, indica a lei da alavanca em termos da rotação da alavanca sobre o ponto de apoio. Isto é interessante, do ponto de vista do desenvolvimento do conceito de energia, uma vez que emprega um modo dinâmico de olhar para um problema de equilíbrio, em contraste com o método estático empregado mais tarde por Arquimedes. Neste trabalho ele aprecia implicitamente o uso do princípio das velocidades virtuais para a explicação de seu entendimento da alavanca.

Giordano Nemorario, influenciado pelos trabalhos sobre a alavanca de Pseudo-Aristóteles, Arquimedes e Heron de Alexandria, nos mostra sua concepção dinâmica do equilíbrio utilizando o princípio das velocidades virtuais em sua forma retilínea, diferentemente de Pseudo-Aristóteles que o utilizou baseado no círculo.

Simon Stevin, também conhecido como Stevinus, em seu trabalho intitulado *De Beghinselen der Weegconst* publicado em 1586, defendeu a ideia da impossibilidade do movimento perpétuo e utilizou implicitamente o princípio das velocidades virtuais para sua explicação. É interessante que em toda a sua demonstração afirmou que seria absurdo acreditar no movimento perpétuo. Competentes estudiosos acreditam que Stevin estava familiarizado com as opiniões de Leonardo da Vinci e Girolamo Cardamo sobre o perpétuo movimento, embora ele não os tenha mencionado em sua demonstração, o que normalmente era praticado pelos medievais, ignorar referência específica aos trabalhos anteriores (Lindsay, 1975). Essas referências só existiam se o autor estivesse em desacordo com elas. O que poderia ter ocorrido, em relação a este fato, é que Stevin sabia que no seu tempo o absurdo da possibilidade de movimento perpétuo era tão bem conhecido que não exigia nenhum comentário. Poderemos notar forte relação entre os pressupostos de Stevin em sua demonstração da lei do plano inclinado e a ideia de energia, quando utilizou, para tanto, o princípio

da velocidade virtual. A concepção da impossibilidade de um moto perpétuo por uma máquina serviu, de fato, para a construção do conceito de energia, principalmente no século XVIII com as leis da termodinâmica.

Em *Le Mécanique* Galileu deixa claro seu entendimento sobre a função essencial de qualquer máquina, deixando-nos a explicação de que, na movimentação de uma resistência, o que se ganha em força se perde em velocidade, ideia que está vinculada ao princípio das velocidades virtuais, além de discutir, neste mesmo trabalho, a natureza da força de percussão. Anos mais tarde, em sua obra *Discurso e Demonstração Matemática Sobre as Duas Novas Ciências*, em uma jornada adjunta, discute novamente o problema da força de percussão, o qual será analisado também neste capítulo.

3.1 A lei da alavanca e a gênese do princípio das velocidades virtuais de Pseudo-Aristóteles

Pseudo-Aristóteles é o nome comumente dado ao autor da obra com o título *Questões de Mecânica*, dedicada ao estudo e explicação do comportamento das máquinas. Não se sabe ao certo quando foi escrito, mas, muito provavelmente, foi elaborado no século III a.C. (WINTER, 2007). É aceito pelos estudiosos clássicos que este autor era um seguidor de Aristóteles. Embora este trabalho tenha uma forma prática ao lidar com os mecanismos das máquinas, o que não é característica dos escritos de Aristóteles, a obra é, sem dúvida, uma tradição aristotélica e na verdade é geralmente incluído nas obras de Aristóteles (LINDSAY, 1975).

Aqueles que negam a obra à Aristóteles estão de acordo em atribuir o tratado a um aristotélico que o houvera escrito em uma época pouco posterior ao Filósofo. Alguns supõem, sem nenhuma prova, que pudesse ser um físico chamado Stratone, o qual assume a direção do Liceo em 287 a.C. (CLAGETT, 1981).

Sem dúvida é uma obra de máxima importância para a história da estática em um modo dinâmico de estudá-la, servindo de influência para outros escritos de mecânica que se preocupavam com o equilíbrio dos corpos e com o estudo das máquinas.

Nesta obra o autor procura por uma explicação do funcionamento das máquinas nas propriedades matemáticas da circunferência, discutindo o comportamento do equilíbrio da alavanca simples. Em particular, indica a lei da alavanca em relação a rotação desta sobre o ponto de apoio. Isto é interessante, do ponto de vista do desenvolvimento do conceito de energia, pois emprega um modo dinâmico para um problema de equilíbrio, método este que também será utilizado mais tarde por Galileu e Stevin. Para demonstrar sua ideia, Pseudo-Aristóteles, implicitamente em seu trabalho,

emprega o uso do princípio das velocidades virtuais, poderíamos dizer que a ideia começa a se fundamentar neste momento.

Ele parte da constatação de que quando se rompe o equilíbrio de uma balança, fazendo agir uma força em um dos braços, se provoca um movimento circular em torno de um fulcro. Pseudo-Aristóteles afirma que o movimento da balança deve ser pesquisado nas propriedades do círculo, assim como as alavancas e outros instrumentos redutíveis à balança.

Interpretamos em suas suposições, sobre o movimento de uma alavanca, que a extremidade do braço mais comprido deve, necessariamente, se mover mais rapidamente do que a extremidade do braço mais curto, o que o conduz diretamente para a lei da alavanca. Este distinto tato sobre o problema da compreensão do comportamento das máquinas foi um avanço notável que auxiliou o trabalho posterior de Heron de Alexandria³⁷ e para os comentaristas medievais sobre a mecânica da antiguidade, assim como, provavelmente tenha servido de inspiração aos trabalhos de Galileo, Stevin e Nemorario, no que se refere a utilização de tal princípio.

Para comprovar a proporção da necessidade de equilíbrio de uma alavanca, Pseudo-Aristóteles, primeiramente discute e comprova que um ponto mais afastado do centro de uma circunferência se move mais rapidamente que um ponto mais próximo ao centro, quando movidos juntos por um mesmo segmento de reta. Estes pontos se moverão juntos na circunferência mesmo que sejam deslocados pela mesma força, o que difere é a rapidez do movimento do mais afastado do centro em relação ao mais próximo.

Esta comprovação é iniciada por meio de uma questão, a saber, porque as balanças maiores são mais precisas que as menores, afirmando que o princípio fundamental desta está em uma outra questão, que será sujeita a comprovação: *por que no círculo o ponto mais afastado do centro se move mais depressa do que o mais próximo, se o mais próximo é movido pela mesma força?*

Ora, usamos a expressão "mais rápido" em dois sentidos. Pois se em um menor tempo ele tiver atravessado um igual espaço, nós dizemos que é mais rápido; e também se em um igual tempo atravessar um maior espaço. Ora, o raio maior descreve um círculo maior em um tempo igual; pois a circunferência externa é maior do que a interna (ARISTOTLE, 1913, p.848, tradução nossa).

³⁷ Houveram diferentes opiniões sobre o seu verdadeiro caráter. Alguns o consideram um mero ignorante que copiou os escritos de outros, sem realmente entendê-los. Outros foram convencidos através de seus escritos que ele era essencialmente um artesão, que teve sorte o suficiente para entender como os diversos dispositivos físicos funcionam na prática e na verdade pode ter sido inteligente o bastante para ter inventado alguns desses dispositivos. Outros ainda o consideram um matemático brilhante. Heron e seus contemporâneos estavam familiarizados com a natureza e operação das máquinas. Escreveu um tratado sobre as cinco máquinas simples, que sobreviveu na Coleção Matemática de Pappus de Alexandria (cerca de 300 d.C.) (LINDSAY, 1975).

Segue sua comprovação demonstrando que o raio da circunferência sofre dois deslocamentos distintos:

Ora, se dos dois deslocamentos de um corpo estiverem em qualquer proporção fixa, o deslocamento resultante deve ser necessariamente uma linha reta, e essa linha é a diagonal da figura feita pelas linhas traçadas nesta proporção (ARISTOTLE, 1913, p.848, tradução nossa).

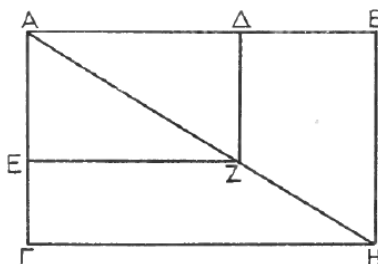


Figura 7- Esquema utilizado por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração
Fonte: Lindsay (1975, p.37)

Diante da figura 7, considera que exista uma proporção entre os deslocamentos AB e $A\Gamma$. Considera também que A seja levado à B e que a linha AB seja levada até $H\Gamma$. Novamente, A será levado à Δ e a linha AB para E ; então explica que se a proporção que existe entre os dois deslocamentos for mantida, $A\Delta$ terá, necessariamente a mesma proporção para AE como AB terá para $A\Gamma$. Então, o menor paralelogramo será semelhante ao maior e suas diagonais serão as mesmas, de modo que A estará na mesma linha que Z . Da mesma forma, explica que isto poderá ser mostrado, para qualquer ponto cujo deslocamento seja retido, em todos os casos em que o ponto A estiver na diagonal.

E o contrário também é verdadeiro. É evidente que se um ponto é movido ao longo da diagonal por dois deslocamentos, é necessariamente movido de acordo com a proporção dos lados do paralelogramo, pois, de outra forma, não será movido ao longo da diagonal (ARISTOTLE, 1913, p.848, tradução nossa).

Continua a explicar que se for movido por dois deslocamentos que não mantêm uma proporção fixa, durante algum intervalo de tempo, seu deslocamento não poderá ser uma linha reta, sendo, desta forma, uma curva. Pois

suponhamos que seja uma linha reta. Sendo esta traçada como uma diagonal, e os lados do paralelogramo completados, o ponto deve necessariamente ser movido de acordo com a proporção dos lados; pois isso já foi provado. Portanto, se a mesma proporção não for mantida durante algum intervalo de tempo, o ponto não descreverá uma linha reta; pois, se a proporção fosse mantida durante esse intervalo, o ponto descreveria necessariamente uma linha reta, pelo argumento acima. Assim, se os dois deslocamentos não mantêm uma proporção durante algum tempo, será produzida uma curva. Ora, é claro, a partir dessas considerações, que o raio de um círculo tem dois

deslocamentos simultâneos, e assim o ponto que está verticalmente acima do centro retorna à perpendicular e fica novamente acima do centro. (ARISTOTLE, 1913, p.848-849, tradução nossa).

Após demonstrar no paralelogramo, transpõe seus argumentos novamente para a circunferência, defendendo a ideia de que se não houver proporção entre os dois deslocamentos o corpo se moverá na circunferência descrita a seguir.

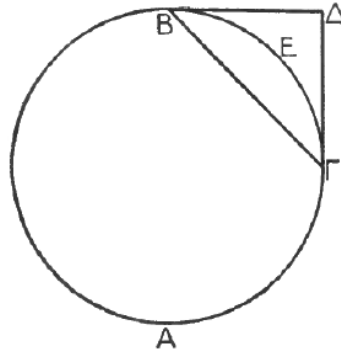


Figura 8 - Circunferência utilizada por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração
Fonte: Lindsay (1975, p.38).

Seja $AB\Gamma$ um círculo, e considere que o ponto B no topo seja deslocado até Δ por uma força, e chegue eventualmente até Γ pela outra força. Se então ele fosse movido na proporção de $B\Delta$ para $\Delta\Gamma$, ele se moveria ao longo da diagonal $B\Gamma$. Mas no caso presente, como não se moveu em tal proporção, move-se ao longo da curva BEG . E, se dois deslocamentos forem causados pelas mesmas forças, e se um deles sofre mais interferência e o outro menos, é razoável supor que o movimento que sofre maior interferência será mais lento do que o movimento com menor interferência; e isso parece acontecer no caso dos raios maior e menor dos círculos. Pois, por causa da extremidade do raio menor estar mais próxima do centro estacionário do que o maior, sendo por assim dizer puxado em uma direção contrária, para o meio, a extremidade do menor se move mais lentamente. Isso ocorre com todo raio, e ele se move em uma curva, naturalmente ao longo da tangente, e não-naturalmente para o centro. E o menor raio sempre se move mais com relação ao seu movimento não-natural; pois estando mais perto do centro retardador, ele está mais limitado. E fica claro que o menor de dois raios que têm o mesmo centro se move mais do que o maior em relação ao movimento não-natural, como se mostra naquilo que segue (ARISTOTLE, 1913, p.849, tradução nossa).

Utilizando a próxima 9 finaliza sua longa demonstração do motivo pelo qual um ponto mais distante do centro da circunferência se move mais rapidamente que um ponto mais próximo do centro.

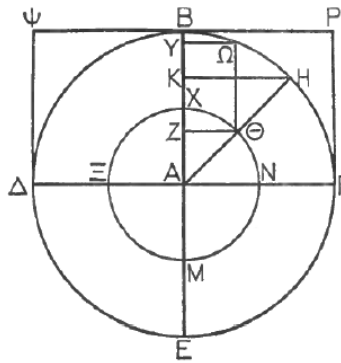


Figura 9 - Esquemas de círculos utilizado por Pseudo-Aristóteles para sua demonstração
Fonte: Lindsay (1975, p. 39).

Seja $B\Gamma E\Delta$ um círculo, e $XNME$ outro círculo menor dentro dele, ambos tendo o mesmo centro A , e sejam traçados os diâmetros $\Gamma\Delta$ e BE do círculo maior, e XM e NE no menor; e seja completado o retângulo $\Delta\Psi\Pi\Gamma$. Se o raio AB retorna à mesma posição de que começou, isto é, a AB , é claro que ele se move para si mesmo; e da mesma forma AX retornará a AX . Mas AX se move mais lentamente do que BA , como foi afirmado, porque a interferência é maior e AX é mais retardado. [...] Ora, o raio $A\Theta$ descreve o arco $X\Theta$ no mesmo tempo que a extremidade do raio BA descreveu um arco maior do que $B\Omega$ no grande círculo; pois o deslocamento natural é igual e o não-natural é menor, pois BY é menor do que XZ . Eles seriam proporcionais, se os dois movimentos naturais estivessem na mesma razão que os movimentos não-naturais. [...] E assim, a razão pela qual o ponto mais distante do centro se move mais rapidamente pela mesma força, e o maior raio descreve o maior círculo, fica claro pelo que foi dito; e assim fica também claro por que as balanças maiores são mais precisas do que as menores. Pois a corda pela qual uma balança é suspensa age como o centro, pois está em repouso, e os braços da balança de cada lado formam os raios. Portanto, pelo mesmo peso a extremidade da balança deve necessariamente se mover mais rapidamente na mesma proporção em que está mais distante da corda, e algum peso deve ser imperceptível aos sentidos nas pequenas balanças, mas perceptível nas grandes; pois não há nada que possa evitar que o movimento seja tão pequeno que seja invisível aos olhos. Enquanto na balança maior o mesmo peso faz o movimento visível. Em alguns casos o efeito é claramente visto em ambas as balanças, mas muito mais na maior, por causa da amplitude do deslocamento causado pelo mesmo peso ser muito maior na balança maior (ARISTOTLE, 1913, p.849, tradução nossa).

Utilizando do argumento de que o raio mais longo descreve um círculo maior, demonstrado anteriormente, Pseudo-Aristóteles mostra que, em uma alavanca, uma força pequena pode levantar uma grande resistência. Nesta demonstração chega em uma proporção entre forças e distâncias para que se dê o equilíbrio na alavanca, ou para que se possa, como dito anteriormente, mover um peso com mais intensidade que a força motora.

Para entendermos melhor a sua proposta, consideremos a seguinte circunferência de centro C , e dois pontos A e B em que são dispostos dois corpos sobre uma haste que será movida, por uma mesma força, de um ângulo de 90° , de tal forma que os corpos que estavam nas posições iniciais A e B , ocupem as posições A' e B' , respectivamente.

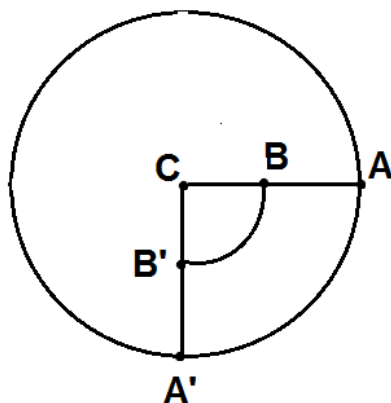


Figura 10 - Dois corpos, A e B, estão apoiados em uma mesma haste e serão levados para as posições A' e B', respectivamente, por uma mesma força
Fonte: Autorial própria (2016).

Podemos notar que o corpo A se moveu mais que o corpo B, pela mesma força aplicada na haste, simultaneamente.

Agora, consideremos uma alavanca com apoio em C, uma força aplicada em A e um peso, que será movido pela força, em B. Consideremos, ainda, que o peso B é mais intenso que a força aplicada em A, e que a distância AC é maior que BC.

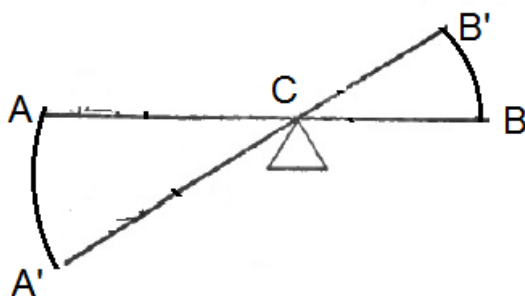


Figura 11 - Alavanca
Fonte: Autorial própria (2016).

A força aplicada em A irá mover o peso em B, até que A atinja o ponto A' e B o ponto B'. Assim como na circunferência descrita anteriormente, o ponto A sofrerá um deslocamento maior que o ponto B. E para garantir a proporção descrita por Pseudo-Aristóteles, em suas demonstrações, a força aplicada em A está para a resistência em B assim como a distância AA' está para BB', ou seja, em uma proporção inversa dos deslocamentos.

Será que a razão é que a alavanca age como a haste de uma balança presa por uma corda e dividida em duas partes desiguais? O fulcro, então, corresponde ao lugar da corda, pois ambos permanecem em repouso e agem como o centro. Ora, como um raio mais longo se move mais rapidamente do que um mais curto sob a pressão de um mesmo peso; e como a alavanca exige três elementos, a saber, o fulcro – que corresponde à corda da balança e que forma o centro – e dois pesos, aquele exercido pela pessoa que usa a alavanca e o peso que deve ser movido; assim sendo, o peso a ser movido está para o peso que o move, inversamente como o comprimento do braço

que carrega o peso está para o comprimento do braço próximo à força. Quanto mais longe se está do fulcro, mais facilmente se erguerá o peso; a razão sendo aquilo que já foi afirmado, a saber, que um raio mais longo descreve um círculo maior. Assim, com a ação da mesma força, o peso que está empurrando mudará mais sua posição do que o peso que ele move, porque está mais longe do fulcro (ARISTOTLE, 1913, p.850, tradução nossa).

A proporção mencionada por Pseudo-Aristóteles, é a de que a força está para a resistência em uma proporção inversa das respectivas distâncias do ponto de aplicação da força ao ponto de apoio da alavanca (fulcro) ou dos respectivos deslocamentos. Em símbolos, podemos escrever

$$\frac{F}{R} = \frac{d_R}{d_F}$$

Em que F é a força motora, R é a resistência a ser movida, d_F a distância percorrida por F e d_R a distância percorrida por R . Rearranjando os termos da igualdade, temos:

$$F \cdot d_F = R \cdot d_R$$

Esta relação significa que para uma maior velocidade, corresponde uma maior eficácia da ação do peso que é colocado na extremidade da alavanca. Isso ocorre, pois, a velocidade é uma função da distância ao centro de rotação, para um mesmo peso, a força é tanto mais eficaz quanto é mais distante do centro. Assim, se pode afirmar que o aumento da velocidade no movimento de rotação devido a uma maior distância do fulcro, permite que uma pequena força equilibre um grande peso.

Por meio da demonstração da velocidade dos pontos no círculo e de sua ideia na alavanca, podemos concluir a ideia fundamental de Pseudo-Aristóteles: *as forças se contrabalançam quando são inversamente proporcionais as velocidades*. Ideia que está relacionada ao princípio das velocidades virtuais, como mencionado no início deste capítulo.

O produto da força pela distância foi denominado, pela primeira vez, energia por Johann Bernoulli (1667 – 1748) em uma carta escrita a Pierre Varignon em 1717. É claro que esta ideia sofreu um grande desenvolvimento até chegar ao conceito de energia ou de trabalho, na interpretação do próprio Bernoulli.

O princípio que foi usado e aplicado no tratado pseudo-aristotélico difere pelo menos em duas perspectivas principais do uso correspondente moderno (CLAGETT, 1981):

- 1) O deslocamento virtual ou potencial não é considerado como infinitamente pequeno;
- 2) O deslocamento virtual é considerado ao longo de um arco e não ao longo de uma reta.

O deslocamento potencial é, de fato, vertical e retilíneo de acordo com a abordagem dinâmica da estática que a considera desta forma em relação ao cálculo do trabalho virtual implicado.

Quem primeiro intui este fato é Heron de Alexandria, sobre o deslocamento retilíneo, mesmo que não pudesse tirar proveito da intuição. O conceito preciso de velocidade virtual em termos de

deslocamento vertical, e sobretudo, aplicações em demonstrações matemáticas formais, não fizeram parte da mecânica pseudo-aristotélica e nem da heroniana, a qual foi o grande feito da mecânica medieval (CLAGETT, 1981).

Veremos ainda como a noção do princípio das velocidades virtuais foi abordado por Giordano Nemorario, Galileu Galilei e por Simon Stevin em contribuição ao desenvolvimento do conceito em estudo, e em um capítulo posterior, como essa ideia finalmente resultou no conceito de trabalho e posteriormente no princípio da conservação da energia.

3.2 Geordano de Nemore e o princípio das velocidades virtuais em sua forma retilínea

Conhecido ainda como Jordanus de Nemore foi frequentemente identificado como Giordano da Saxônia, matemático e físico do século XIII. Não se sabe ao certo nem sua data de nascimento e nem seu local de nascimento. Provavelmente Giordano é o nome de um mestre, ou de um maior representante de uma escola, que por volta do século XII, marcou significativo progresso no desenvolvimento da matemática e especialmente na estática. As atividades de Giordano já estavam concluídas em torno do ano de 1260, e provavelmente já muito antes, como podemos presumir pelo fato de que as duas principais obras de estática atribuídas a Giordano, os *Elementa* e o *De ratione ponderis*, além de outros entre as suas obras matemáticas, são elencados na *Biblionomia* de Riccardo de Fournival, um catálogo composto em 1246, ano em que Riccardo é citado como chanceler da catedral de Amiens, e em 1260, é mencionado como já morto (CLAGETT, 1981).

A Giordano, são atribuídos três principais tratados medievais de estática:

- i) *Elementa Jordani super demonstrationem ponderum*
- ii) *Liber de ponderibus*
- iii) *Liber de ratione ponderis*

Uma importante contribuição desses tratados à estática é sem dúvida o uso do princípio das velocidades virtuais ou do deslocamento virtual para demonstrar alguns teoremas de estática. Nos *Elementa* se encontra uma demonstração da lei da alavanca na qual se faz claramente o uso do princípio das velocidades virtuais aplicado aos deslocamentos verticais. Esta demonstração foi repetida sem modificação no tratado *De ratione ponderis*. A reprodução e demonstração de Giordano encontramos em Clagett (1981), a qual traduzimos em seguida:

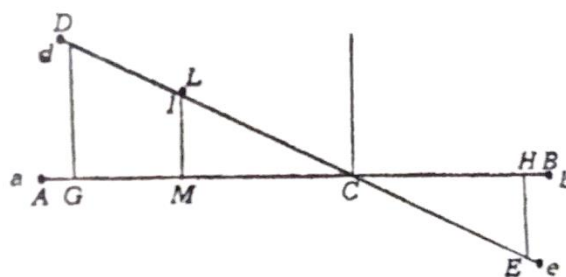


Figura 12 - Esquema que representa uma alavanca utilizada por G. de Nemore em suas demonstrações
Fonte: Clagett (1981, p.125).

Proposição 6. Se os braços de uma balança são proporcionais aos pesos aplicados a eles, no sentido que ao mais curto seja aplicado o peso mais grave, os corpos pendurados serão igualmente graves por localização.

Seja, como antes, um jugo ACB, e sejam os pesos a e b , e esteja b para a como AC está para BC. Digo que a balança não se moverá em alguma direção. Suponhamos, de fato, que desça da parte de B e que assuma a direção DCE no lugar de ACB. E se o peso d é igual ao peso a , e o peso e é igual a b , e a linha DG desce perpendicularmente [a linha AC] e a linha EH sobe perpendicularmente [a linha CB], é claro que, sendo os dois triângulos DCG e ECH semelhantes, DC estará para CE assim como DG para EH. E como DC está para CE como b está para a , DG estará para EH como b está para a . Seja, portanto, CL igual a CB e a CE, e l igual a b em peso, e desça a perpendicular LM. Como sabemos que LM e EH são iguais, DG estará para LM como b para a , e como l para a . Mas, como se mostrou, a e l está entre eles em proporção inversa aos seus movimentos contrários. Isto que é suficiente para levantar a em D será, portanto, suficiente para levantar l pelo intervalo LM. Sendo, portanto, l e b iguais, e sendo iguais LC e CB, l não seguirá em movimento contrário [ou seja, não será levantado de B], nem a seguirá b , C.V.D. (NEMORARIO, 1981, p.125, tradução nossa).

Podemos observar na demonstração de Giordano que uma alavanca, com pesos inversamente proporcionais aos seus braços estão em equilíbrio ou não estão em equilíbrio. Se supormos que não estão em equilíbrio, então um dos pesos descerá. Mas se um dos pesos desce, realizará a mesma ação, isto é, o mesmo trabalho, que se levantasse um peso igual a si mesmo e colocado a uma distância igual de seu percurso em sua descida. Mas pesos iguais a distâncias iguais estão em equilíbrio. Por isso um peso não terá força suficiente para levantar um peso igual a si de uma distância igual àquela de seu percurso em sua descida. E assim, ele não terá a força para realizar a mesma ação, isto é, de levantar um peso proporcionalmente menor por uma distância proporcionalmente maior.

Nesta demonstração não vemos explicitamente o princípio das velocidades virtuais, no entanto, Giordano afirma que se os pesos a e l , colocados do mesmo lado da alavanca, são proporcionais as suas distâncias verticais GD e ML quando a alavanca se mover, então *isto que é suficiente para levantar a em D será, portanto, suficiente para levantar l pelo intervalo LM*. Essa asserção implica na aceitação do princípio dos trabalhos virtuais.

Outra demonstração em que utiliza o princípio dos trabalhos virtuais, encontrada em continuação na mesma obra, é a seguinte:

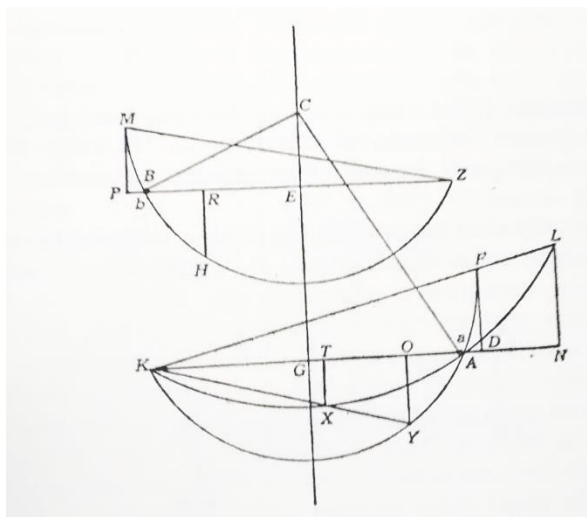


Figura 13 - Representação dos braços de uma balança
Fonte: Clagett (1981, p. 127).

Proposição 8. Se os braços de uma balança são desiguais e fazem um ângulo no centro do movimento [isto é, no fulcro] e se os seus extremos são igualmente pertos de um lado e do outro à vertical [passando pelo fulcro], pesos iguais pendurados desta forma pesarão igualmente.

Seja C o centro, e dos braços, AC seja o mais longo, BC o mais curto, desça perpendicularmente [verticalmente] CEG e de cima dela caiam dos dois lados à ângulo reto as duas linhas iguais AG e BE. Sendo os pesos a e b iguais, pendurados [ao extremo dos dois braços BC e CA], não se moverão das dadas posições. Passem, de fato, igualmente AG e BE em K e Z e sejam porções do arco MBHZ e KXAL, tangentes a tais pontos e com centro em C. Seja também a porção KYAF, semelhantes e iguais a parcela MBHZ; e sejam os arcos AX, AL iguais entre si e semelhantes aos arcos MB, BH; o mesmo é válido para os arcos AY, AF. Se, portanto, nesta posição a é mais pesado que b , desça a em X e seja levado b em M. Se tracem então as linhas ZM, KXY, KFL, e seja MP perpendicular a ZBP, e XT e FD [sejam perpendiculares] a KAD. E então MP é igual a FD, e esta é maior que XT; por isso b sobe de um intervalo vertical maior àquele da descida de a , isto que é impossível, sendo os dois pesos iguais. Desça então b em H e levante a para L, e sejam puxadas as perpendiculares HR a BZ, e LN e YO a KAN; LN será então maior que YO e por isso também maior que HR, por isso teremos igualmente uma consequência impossível... (NEMORARIO, 1981, p.126-127, tradução nossa).

Segundo Clagett (1981) esta é a primeira análise correta acompanhada de uma demonstração do caso da alavanca angular (Heron havia aplicado a lei da alavanca às alavancas irregulares, mas sem dar alguma demonstração). Uma outra grande importância desses textos se encontra na necessidade de usar a distância horizontal da vertical que passa pelo fulcro e não a distância do mesmo fulcro para determinar a força eficaz de um peso aplicado a extremidade de uma alavanca angular.

Como no caso anterior da alavanca retilínea, a base da demonstração desta proporção tem o princípio dos trabalhos virtuais. Supondo que a alavanca angular com pesos iguais suspensos a distâncias iguais em relação a vertical que passa pelo fulcro não esteja em equilíbrio, teremos que o trabalho resultante é maior que o trabalho empregado, ou que o peso b será levantado em relação ao

peso a de um intervalo vertical maior que aquele correspondente a descida de a , o que é impossível como afirma Giordano.

3.3 A impossibilidade do movimento perpétuo e o princípio das velocidades virtuais no plano inclinado de Simon Stevin

Simon Stevin (1548–1620), mais conhecido como Stevinus como uma versão latinizada de seu nome, nasceu em Bruges na Bélgica e morreu em Haia na Holanda, foi um matemático, físico e engenheiro, onde a maior parte de sua vida foi vivida durante as batalhas dos Países Baixos. Como engenheiro ele serviu ao Príncipe Maurice de Nassau (1576 – 1625) em conexão com as operações civis e militares. Em 1600, a pedido do Príncipe, fundou um curso de Engenharia na Universidade de Leyden, onde as aulas eram ministradas em holandês ao invés de latim. Sua contribuição para a Física foi principalmente relacionada com a estática e as propriedades dos fluidos, embora ele também tenha estudado o magnetismo terrestre calculando a diferença angular entre o polo magnético e o polo geográfico. Talvez o mais famoso trabalho de Stevin seja sua derivação da lei do plano inclinado. Neste trabalho ele se deparou totalmente com o método da dinâmica aristotélica, que guiou praticamente todos os investigadores medievais em relação ao comportamento das máquinas. Ele usou a ênfase de Aristóteles sobre as propriedades do círculo com importância no entendimento das máquinas. Stevin realmente foi um seguidor de Arquimedes em sua visão sobre a estática. Ele aceitava a ideia de que o equilíbrio estático é um caso especial da dinâmica e, por isso, frequentemente, se recusava em aplicar o método da dinâmica em seus trabalhos sobre o equilíbrio. Apesar disso, seu lidar com o problema do plano inclinado merece um importante lugar no desenvolvimento do conceito de energia. A razão está em sua negação à ideia da impossibilidade do movimento perpétuo na esfera terrestre (LINDSAY, 1975).

Em seu trabalho denominado *De Beghinselen der Weeghconst*, escrito em 1586, fez uma elegante demonstração da impossibilidade do movimento perpétuo. Nesta demonstração Stevin menciona que é um absurdo acreditar em tal movimento perpétuo.

Competentes estudiosos acreditam que Stevin estava familiarizado com as opiniões de Leonardo da Vinci e Cardan sobre o perpétuo movimento, embora ele não tenha feito referência a eles em sua demonstração (LINDSAY, 1975). Ele não se deu ao trabalho de fazer isso, nem para enfatizar a base para a crença desses dois antecessores talvez porque seja muito surpreendente quando se considera a tendência medieval de ignorar referência específica ao trabalho anterior, a menos que o autor estivesse em sério desacordo com eles. O que poderia ter ocorrido é que Stevin pensava que

no seu tempo o absurdo da possibilidade de movimento perpétuo era tão bem conhecido que não exigia nenhum comentário a outras referências.

Ernst Mach (1838-1916), psicólogo e filósofo da Ciência, em seu livro *História e Raiz do Princípio da Conservação da Energia* apresenta a discussão do plano inclinado com a demonstração completa de Stevin. Mach afirmou que a impossibilidade de movimento perpétuo é a base do desenvolvimento do conceito de energia. Mas mesmo ele não indicou por que Stevin tinha tanta certeza sobre a sua hipótese.

A Física, em seu desenvolvimento desde o século XVII, alcançou maior sucesso, com um olhar mais reflexivo aos fenômenos e para a construção das teorias. Hoje, é justo dizer que a maioria dos estudantes da teoria da mecânica são inclinados a ver a impossibilidade do movimento perpétuo, como consequência direta dos princípios da termodinâmica, que por sua vez repousam sobre o conceito de energia com base em fundamentos mais profundos. No entanto, ninguém pode questionar a ligação íntima entre o pressuposto de Stevin utilizado em sua demonstração da lei do plano inclinado e a ideia de energia. Embora Stevin tivesse proclamado ser um veemente anti-aristotélico, em seu tratado, no estudo da alavanca, ele efetivamente usou o princípio dos deslocamentos virtuais, uma vez que a ideia veio dos gregos.

Lagrange, em seu trabalho, *Mécanique Analytique*, de 1811, faz uma importante menção aos trabalhos de Arquimedes, Stevin, Galileu e Huyghens. O trabalho de Lagrange que será discutido em um capítulo posterior, mostra como podemos utilizar uma equação de energia para sistemas gerais de dinâmica. Ele desenvolveu tal equação a partir de alguns princípios de conservação, como o princípio de conservação da *vis viva*, conservação do movimento do centro de gravidade, conservação do momento de rotação e o princípio da ação mínima. Assim, nos referimos a obra de Stevin como um importante passo para o desenvolvimento do conceito de energia.

Stevin declarou muito claramente o princípio do trabalho virtual, no volume IV do seu trabalho conhecido como *Hypomnemata Mathematica*, que é uma versão mais completa do seu trabalho anterior em conexão com o estudo sobre o equilíbrio dos sistemas de roldanas, publicado em 1608. Em 1634, esta obra foi traduzida para o francês. Nesta obra, afirma que a distância percorrida por uma força está para a distância percorrida pela resistência, assim como a intensidade da resistência está para a intensidade desta força (DUGAS, 1988, p. 128).

Nesta mesma obra, em relação a sua posição sobre a impossibilidade do movimento perpétuo, faz uma demonstração geometricamente original. Inicia sua demonstração considerando um plano inclinado como na figura 14, com seus planos perpendiculares ao horizonte e sua base paralela ao horizonte, sendo o lado AB duas vezes o tamanho de BC.

Considere arranjado sobre o triângulo um conjunto de 14 esferas, iguais em peso e tamanho, e posicionadas em iguais distâncias uma das outras, tais como D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, amarradas em uma linha passando através de seus centros, então elas podem girar sob seus respectivos centros, e colocadas de maneira que existam duas esferas no lado BC e quatro esferas no BA, em seguida, como uma linha está para a outra linha, assim o número de esferas está para o outro número de esferas; também em S, T, V, considere existir três rígidos pontos fixos, nos quais a linha ou o fio podem deslizar, para que as duas partes do triângulo sejam paralelas aos lados AB, BC; de tal modo que o fio todo possa correr livremente e sem pegar nos lados AB, BC (STEVIN, 1634, p. 448, tradução nossa).

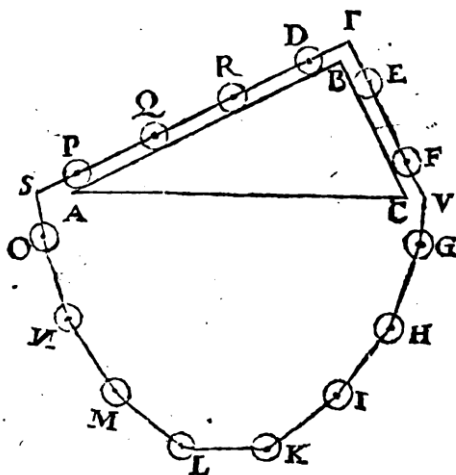


Figura 14 - Plano inclinado de Stevin com 14 esferas
Fonte: Stevin (1634, p.448).

Stevin inicia sua demonstração considerando quatorze esferas conectadas por uma linha, sendo que quatro esferas se encontram no lado maior e duas esferas no lado menor do triângulo. Ele demonstra no mesmo triângulo, que um corpo em AB estará em equilíbrio com um corpo em BC, somente se o corpo em AB tiver o dobro do peso do corpo em BC. E como, de fato, temos essa proporção no triângulo (AB está para BC, assim como as quatro esferas em AB estão para as duas esferas em BC), o sistema está em equilíbrio e, portanto, é inconcebível que ela comece a se mover espontaneamente. Se isso acontecesse, teríamos realmente um movimento perpétuo.

Se o poder das esferas D, R, Q, P não fossem iguais ao poder das duas esferas E, F de um lado seria mais pesada que o outro, assim, se fosse possível, os quatro corpos D, R, Q, P, serão mais pesados do que os dois corpos E, F, mas os quatro corpos O, M, N, L, são iguais aos quatro corpos G, H, I, K, portanto, o conjunto de oito corpos D, R, Q, P, O, N, M, L, será mais pesado, conforme eles são posicionados, que os seis corpos E, F, G, H, I, K, e uma vez que a parte mais pesada domina a parte mais leve, as oito esferas descirão e os outros seis subirão; considerando isto, e que D possa chegar no presente lugar de O, e assim para as outras restantes, de modo que E, F, G, H, virão onde P, Q, R, D estão no momento, e I, K, onde E, F encontram-se no momento. No entanto, o conjunto de esferas terá a mesma disposição de antes, e pelo mesmo raciocínio as oito esferas excederão os outros em peso, e em queda farão as outras oito posicionarem em seus lugares, e por isso este movimento não terá fim, o que é absurdo. A demonstração será a mesma do outro lado, assim a parte do esquema D, R, Q, P, O, N, M, L, estará em equilíbrio com a parte E, F, G, H, I, K, de modo

que se removermos dos dois lados pesos iguais , que são dispostas similarmente, assim como estão as quatro esferas O, N, M, L, de um lado e os quatro G, H, I, K, sobre o outro lado, as quatro esferas restantes D, R, Q , P, estarão e permanecerão em equilíbrio com as duas E, F , portanto E terá um duplo poder em relação ao poder de D , assim como o lado BA2 está para o lado BC1, então o poder de E está para o poder de D (STEVIN, 1634, p. 448, tradução nossa).

Devemos ressaltar a sua argumentação em relação ao movimento perpétuo, onde afirma que este movimento realmente seria um absurdo, devido sempre ao equilíbrio entre os corpos nos lados do triângulo. As quatro esferas do lado maior do triângulo sempre estariam em equilíbrio com as duas esferas do lado menor. Uma vez iniciado o movimento, outras esferas trocariam de lugar com as que estavam já inicialmente posicionadas nos locais indicados. No entanto, como as esferas são iguais em pesos e também espaçadas igualmente, o equilíbrio continua, um caso incompatível com o moto perpétuo.

Na continuação deste trabalho, Stevin faz demonstrações em relação ao equilíbrio de corpos em planos inclinados através de proporções entre pesos e distâncias, assim como foram utilizadas com Pseudo-Aristóteles, Nemorano, Galileu e Cardan.

Em sua mesma obra, em continuação a demonstração da impossibilidade do movimento perpétuo, comprova o equilíbrio entre dois corpos de massas diferentes no mesmo triângulo da situação anterior.

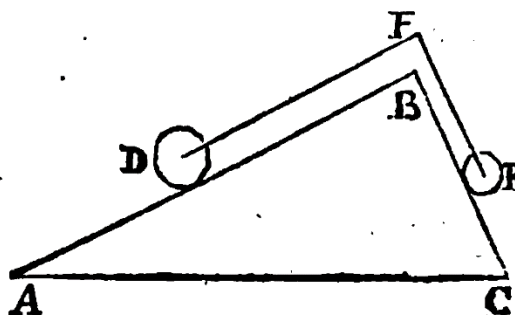


Figura 15 - Plano inclinado de Stevin com duas esferas
Fonte: Stevin (1634, p.448).

Considera do lado AB uma esfera D com o dobro do peso da esfera E que está do lado BC. E como AB está para BC, então a esfera D estará para E.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{D}{E}$$

Seja ABC um triângulo como antes, e AB duas vezes tão grande quanto BC, e seja D uma esfera em AB duas vezes tão massiva quanto E, que está em BC, em F que haja um ponto rigidamente fixo no qual a linha DFE pode deslizar livremente, para que DF, FE, sejam paralelas aos lados do triângulo ABC, puxadas a partir dos centros das esferas, é evidente que D, E , ainda estarão em equilíbrio, tal como antes P, Q , R , D , estavam em equilíbrio com E , F , pois como AB está para BC então a esfera D está para a esfera E (STEVIN, 1634, p. 448, tradução nossa).

O equilíbrio é estabelecido devido a proporção entre as distâncias e os pesos. Se o movimento fosse iniciado a distância percorrida pelo peso duplo também seria dobrado em relação ao peso E em BC. Podemos supor uma espécie de conservação do movimento e uma ideia primitiva de trabalho virtual, pois o sistema não tem um motivo para se mover devido ao balanceamento do produto entre força e deslocamento, relativo aos dois corpos. Desta forma, caso o movimento ocorresse, o trabalho realizado por um corpo sobre o outro seriam equivalentes.

É importante ressaltar que Stevin foi um típico representante do estilo de Ciência dos tempos modernos. Ele compreendeu a importância de um novo ideal de Ciência com a união indissolúvel da teoria e da práxis. Para ele a técnica seria sempre uma aplicação de conhecimentos teóricos (CINDRA, 2008, p.3).

Eis então a grande contribuição de Stevin para a mecânica e para o desenvolvimento do conceito de energia, pois suas ideias sobre o equilíbrio relacionadas ao trabalho virtual e a impossibilidade do movimento perpétuo foram discutidas e desenvolvidas por estudiosos futuros.

Ainda sobre a impossibilidade do movimento perpétuo podemos citar, como exemplo de que nesta época haviam já outras ideias a respeito, Leonardo da Vinci e Gerolamo Cardano.

Leonardo da Vinci (1492-1519), cientista, engenheiro e inventor, foi provavelmente um dos mais versáteis inventores do século XV na Europa. Suas realizações na arte e na Ciência anatômica, são tão bem conhecidas que dispensam comentários. Sua incansável e fértil mente o guiou para o projeto de muitos interessantes aparelhos baseado no conhecimento da mecânica. Suas ideias técnicas não foram na forma de tratados elaborados, mas foram, em sua maioria, anotados em rascunhos; os quais, em sua maioria foram preservados (LINDSAY, 1975).

Entre outros problemas mecânicos, Leonardo direcionou sua atenção para a possibilidade da construção de uma máquina de movimento perpétuo. Esta teve um evidente suporte no desenvolvimento do conceito de energia, pois se tal máquina fosse construída, a ideia da conservação da energia não teria valor algum.

Em seu trabalho conhecido como *Estudos sobre a impossibilidade do movimento perpétuo*, visualizou dois tipos de supostas máquinas de movimento perpétuo, ambas baseadas na ideia de rotação de uma roda. Teve razões para acreditar que ambas as máquinas não funcionariam como suposto, denotando a convicção da impossibilidade do movimento perpétuo.

Inicialmente mostra como funcionaria tal máquina de movimento perpétuo

Você pode ajustar-se para provar que ao equipar tal roda com muitos pontos de equilíbrio, cada parte, entretanto pequena que se movesse como o resultado do giro, de repente, faria outro peso cair, e por isso a roda estaria em movimento perpétuo (DA VINCI, 1955, p.802, tradução nossa).

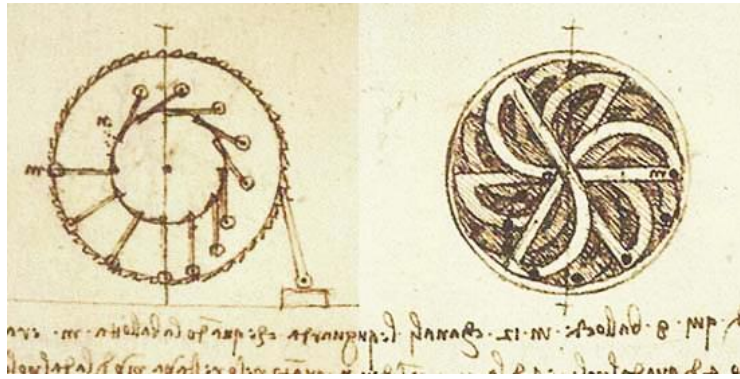


Figura 16 - Estudos sobre a impossibilidade do movimento perpétuo
Fonte: Da Vinci (1955, p.802).

No entanto, Leonardo adverte

Mas, por meio disso, você estaria se enganando, pois, como existem estes doze pedaços e apenas um se move para a percussão, e por esta percussão a roda pode fazer tal movimento, como pode ser uma vigésima parte de seu círculo, se depois você dar vinte e quatro pontos de equilíbrios o peso seria duplicado e a proporção da percussão do peso decrescente diminuiria pela metade, e por isso a metade do movimento seria diminuída e, conseqüentemente, se o primeiro foi um vigésimo do círculo, esta segunda seria um quadragésimo, e sempre iria em proporção, continuando até ao infinito [...] Qualquer que seja o peso que deve ser fixado à roda, peso que pode ser a causa do movimento desta roda, sem qualquer dúvida, o centro de tal peso permanecerá sob o centro do seu eixo. E nenhum instrumento que gira em torno do seu eixo, que pode ser construído por engenho humano, irá ser capaz de evitar este resultado. Especuladores do movimento perpétuo, quantas quimeras vãs vocês criaram em uma busca como essa? Vai e toma o seu lugar com os alquimistas (DA VINCI, 1955, p.802-803, tradução nossa).

Explicando de outra forma, em linguagem moderna, em relação a roda mostrada na figura 16, à medida que os pesos se distanciam do eixo ganham mais torque (torque é o produto escalar entre a força e a distância ao eixo de rotação) o que resultaria em ganho de movimento de rotação. No entanto também há um aumento do momento de inércia (que expressa o grau de dificuldade em alterar o movimento de um corpo em rotação, quanto maior o momento de inércia de um corpo, mais difícil é para fazê-lo girar; medida que, simplificada, é o produto entre a massa, que está em movimento de rotação, e a distância ao eixo de rotação elevado ao quadrado). Como o momento de inércia depende da distância elevada ao quadrado, enquanto o torque só depende da distância, à medida que o movimento ocorre, a dificuldade em rotacionar aumenta, fazendo com que a velocidade de rotação diminua até a roda parar.

Logicamente que o desejo da invenção de uma máquina de movimento perpétuo não parou com Leonardo, muitos outros tentaram em vão a sua invenção. No entanto, essas tentativas fracassadas resultaram em ideias e leis que possibilitaram o desenvolvimento do conceito de energia, principalmente através das leis da termodinâmica, a qual tem o objetivo de explicar a continuação do

movimento, diferentemente dos mecanicistas e dos aristotélicos que, respectivamente, tinham o objetivo de explicar a não continuação do movimento e a causa do movimento.

Neste sentido, devemos também mencionar o comentário de Cardano sobre a impossibilidade do moto perpétuo. Girolamo Cardano (1501-1576) foi um físico italiano, matemático, um versátil sábio que passou a maior parte da sua carreira profissional em Milão e outras cidades do norte da Itália. Ele escreveu sobre muitos assuntos, incluindo Medicina, Física e Matemática. Seu tratado sobre álgebra é considerado pelas competentes autoridades de ser o melhor tratado sobre o assunto até a época dele. Ele também escreveu com muito sucesso sobre probabilidade. As explorações de Cardano na Física não foram tão bem-sucedidas. Entretanto, em seu trabalho enciclopédico *De Subtilitate* prestou muita atenção no movimento e afirmou várias coisas que se podem considerar razoáveis em nossos dias. Entre outros assuntos, ele discutiu a possibilidade do movimento perpétuo e argumentou contra ele (LINDSAY, 1975).

Não podemos considerar Cardano um dos precursores do conceito de energia, porém, o que ele disse é de algum interesse, sobretudo no que diz respeito a impossibilidade do movimento perpétuo e por isso discutiremos uma breve seleção do Livro XVII do *De Subtilitate*.

Originalmente escrita em latim, em 1550, resgataremos um trecho traduzido para o inglês por Lindsay (1975). Este trecho é um comentário de Girolamo Cardano sobre o movimento perpétuo.

Cardano inicia seu discurso questionando se qualquer movimento pode continuar por si só sem uma causa geradora. Acredita, por influência aristotélica, que só pode haver movimento perpétuo no movimento natural nos céus e que, para acontecer com outro tipo, um corpo que chega ao fim de sua trajetória deve ser trazido de volta ao começo sem uma causa geradora. No entanto, quanto mais estes corpos são movidos, maior o período de tempo em que esse movimento é atenuado e consumido. Assim defende a impossibilidade de um movimento ser perpétuo na Terra.

Segue o trecho do comentário de Cardano:

Devemos agora ver se o movimento perpétuo é possível entre os movimentos artificialmente produzidos, uma questão de argumento atual. Não há dúvida de que o movimento natural nos céus é perpétuo. Acontece o mesmo com os rios; enquanto a água é fornecida pela fonte, eles fluem continuamente para baixo da inclinação de seus leitos. A existência de movimento perpétuo não deve ser solicitada em movimentos que são realmente perpétuos. Para todos os corpos naturais, quanto mais eles são movidos, maior o período de tempo que são os seus movimentos atenuados e consumidos. É, portanto, adequado perguntar se qualquer movimento que pode ser encontrado pode continuar por si só, sem uma causa geradora. Por exemplo, em relógios, no qual o movimento é indicado pelas batidas de uma hora, os pesos devem ser aumentados e existe atividade envolvida em mantê-las em execução. Pode haver três tipos de movimentos naturais de corpos pesados: ou para o centro, por si só (ou seja, o centro do universo), ou que não estão diretamente em direção ao centro, tal como no fluxo de rios, ou, finalmente, o movimento de natureza especial como a do ferro em direção a um ímã. Obviamente, é necessário que o movimento perpétuo deva

ser procurado nos dois primeiros tipos de movimento. Quando algo é puxado demais ou contraído demais, o movimento resultante é, com certeza, natural, mas não sem um aspecto violento. Estes dois casos são vistos nos pesos dos relógios. Em cada caso, no entanto, existe um princípio e um fim do movimento. Aquelas coisas que se movem em círculo nunca ficam constantemente, exceto no céu ou no ar, e elas têm a sua origem em coisas que se movem ao longo de uma linha reta. Para a água em si, como eu já disse, se move ao longo de uma linha reta. Para o movimento perpétuo existir, um corpo que chegou ao fim de sua trajetória deve ser trazido de volta ao começo. Mas não é possível que ele seja trazido de volta, salvo por utilizar-se de outra coisa. Portanto, a continuidade do movimento vem do que está de acordo com a natureza, ou não é uniforme. Aquilo que sempre diminui, a menos que seja continuamente renovado, não pode ser perpétuo (CARDAN, 1663 apud LINDSAY, 1975, p.74, tradução nossa).

Embora suas observações não são de forma alguma conclusivas, ele mostra um reflexo da noção de que o movimento terrestre não pode continuar sem a renovação de alguma fonte. Ele mostrou uma perspicaz consciência da improbabilidade de que consigamos algo por nada. Assim, se faz justo analisarmos tal concepção, por mais inconclusiva que seja, pois sabemos que existe sentido no que diz respeito ao movimento terrestre ser consumido no período de sua existência devido aos atritos causados no corpo pela ação de fatores externos. Sem renovação o movimento se esvai.

3.4 O princípio das velocidades virtuais e a busca da medida da percussão de Galileu Galilei

Galileu escreveu sua obra conhecida em língua italiana por *Le Meccaniche* (As Mecânicas) por volta do ano de 1600. Neste trabalho deixa claro sua compreensão sobre o funcionamento essencial de qualquer máquina, o que se ganha em força se perde em rapidez, ideia relacionada ao princípio das velocidades virtuais. Sobre tal tratado, Mariconda (2008) nos mostra um pouco de sua procedência histórica:

As mecânicas (Le meccaniche), consistiu originalmente de textos manuscritos, cujas cópias obtiveram ampla circulação na Europa na primeira metade do século xvii, tanto que o texto foi publicado em versão francesa por Marin Mersenne com o título *Les mechaniques de Galilée*, em 1634, um ano após a condenação de Galileu pelo Santo Ofício. Foi somente em 1649, sete anos após a morte de Galileu, que Luca Danesi publicou uma versão italiana, impressa em Ravena, mas, como procurasse fazer crer que havia compilado o tratado a partir dos escritos de Galileu, Danesi produziu alterações no texto, comprometendo seriamente sua autenticidade (MARICONDA, 2008, p.565).

O tratado de mecânica, muito provavelmente inspirado no trabalho de Pseudo-Aristóteles, pode ter sido efetuado com o objetivo de ensino na Universidade de Pádua entre os anos de 1592 e 1599, já que Galileu ministrava lições sobre as *Questões Mecânicas* nesta época. É importante considerar também que esta obra de Galileu tenha sido feita como exposições técnicas das máquinas

simples com o objetivo de serem utilizadas na instrução militar básica, já que tinha, nestes anos em Pádua, um maior interesse pelos problemas tecnológicos que pelos filosóficos (MARICONDA, 2008).

O que podemos certamente extrair deste trabalho com maior significado, é que Galileu dá um tratamento dinâmico à explicação do funcionamento das máquinas simples, utilizando para isso, implicitamente³⁸, o princípio das velocidades virtuais: é impossível obter o ganho em força e tempo conjuntamente, ou seja, o que se ganha em força se perde em velocidade.

A implicação da dimensão do tempo como grandeza física vinculada a explicação das máquinas, do ponto de vista técnico, a torna apta a avaliação quantitativa com a introdução da ideia de *rendimento*, o que do ponto de vista científico representa uma aproximação ao conceito de trabalho (MARICONDA, 2008).

Observamos em *As Mecânicas*, o início de uma noção de conservação que se manifesta de duas formas: a primeira consiste na insistência de Galileu em uma relação recíproca entre a força aplicada e a distância atravessada (que pode ser entendida como a velocidade do movimento), e a segunda diz respeito a tentativa de Galileu de encontrar um princípio para analisar a força de percussão (MARICONDA, 2008).

Em relação à primeira, Galileu se faz contra a ideia de que uma força pequena pode levantar um peso maior, sem que exista uma compensação da distância entre a força e o peso. Neste caso o peso maior deve ser arrastado por uma distância menor relativa a força aplicada através de uma máquina. Segundo os princípios de Galileu, o trabalho feito, em cada caso, também é o mesmo.

Assim, nessa concepção, as máquinas têm a função de transmitir e aplicar a força ou potência tão eficazmente quanto se deseja, permitindo desenvolver a avaliação quantitativa do desempenho em termos do produto da força motriz transmitida por sua velocidade. Esta ideia corresponde a um passo importante em direção a quantificação da potência de uma máquina, abrindo o caminho para a elaboração de conceitos tais como trabalho e energia, fundamentais para o desenvolvimento da engenharia moderna (MARICONDA, 2008).

O tratado apresenta também um passo importante para o desenvolvimento do conceito de inércia já que Galileu imaginou uma máquina ideal, a qual se reduz o atrito a zero. Essa imagem está relacionada ao quadro inercial, pois, uma vez que a máquina esteja em equilíbrio, com uma mínima força, entraria em movimento.

A obra escrita se divide em tópicos, nos quais Galileu tende a explicar a utilidade mecânica das máquinas e seus instrumentos. O texto se inicia com *Delle Utilità Che Si Traggono Dalla Scienza*

³⁸ Já que este princípio seria enunciado apenas no próximo século.

Mecanica E Dai Suoi Instrumenti (Sobre as Utilidades que são derivadas a partir da Ciência Mecânica e de seus instrumentos), onde mostra sua discordância em relação aos mecanicistas de sua época que mantinham a certeza de que eram capazes, por meio de máquinas ou ferramentas, de levantar pesos muito grandes com pequena força, como se estivessem enganando a natureza; uma vez que a primeira ideia que temos é a de que nenhuma resistência pode ser superada por uma força que seja menor do que ela. Para Galileu, a função da máquina é a de utilizar as técnicas e poderes que a natureza pode fornecer com o objetivo de obter os melhoramentos dos propósitos humanos.

Diante deste fato, Galileu parte para uma demonstração de que uma força pequena só poderá mover um peso de intensidade maior que ela, se este peso for dividido em pedaços menores de intensidade menor do que a própria força que irá movê-lo. Essa força repetirá o procedimento de carregar a parte da resistência repetidas vezes, no entanto, Galileu salienta que tal resistência percorrerá determinado espaço uma só vez. E para que tal força possa mover um peso de maior intensidade, sem a necessidade de dividir o peso em pedaços menores, deve-se recorrer à uma determinada máquina. Nas palavras do próprio Galileu

Tomando o nosso início, então, a partir dessa consideração, apresenta-se diante de nós a primeira das quatro coisas a serem consideradas: a primeira é o peso a ser transferido de um lugar para outro, o segundo é a força ou potência que obriga a movê-lo, o terceiro é a distância entre o início e o fim do movimento, e a quarta é o tempo em que a mudança deve ser feita, o qual é a mesma coisa que a rapidez e a velocidade do movimento, sendo este o movimento determinado para ser mais rápido do que o outro, que passa uma distância igual em menos tempo. Agora designando qualquer resistência determinada, e que delimita qualquer força, e registrando qualquer distância, não há dúvida de que o peso dado será conduzido pela força dada à distância dada, pois mesmo que a força seja muito pequena, pela divisão do peso em muitas partículas das quais não devem permanecer superior à força, e transferi-los um de cada vez, todo o peso será finalmente conduzido para o local apontado, nem pode ser razoavelmente dito desta operação, que este grande peso foi movido e alterado por uma força menor do que em si, mas sim por uma força que tem repetido muitas vezes o movimento e o espaço que terá sido atravessado apenas uma vez por todo o peso (GALILEI, 2002, p.45-46, tradução nossa).

Podemos notar que Galileu afirma que o fenômeno é realmente possível, mas garante que isto levará muito mais tempo, ou seja, o que se é ganho em força é perdido em velocidade. O que infere na relação da força com a rapidez do movimento, ou seja, o princípio das velocidades virtuais.

Continua sua explicação na perspectiva de mostrar que de fato a referida força menor não poderá transportar a resistência de maior intensidade, pelo mesmo deslocamento, no mesmo tempo, como foi possível quando se dividiu o corpo em pequenos pedaços de resistência menor que a própria força, que o fez repetidas vezes. E garante que, para que isso realmente aconteça, devemos recorrer a uma máquina, mas que mesmo assim, o tempo se tornará maior.

Desde que velocidade da força tenha sido maior do que a resistência do peso por tantas vezes quanto este peso for maior do que a força, uma vez que no momento em que a força motriz tem atravessado várias vezes o intervalo entre os pontos da extremidade do movimento, o corpo movido passou sobre ele, mas uma única vez, nem pode, portanto, dizer-se que a maior resistência foi superada por uma força menor, contra a constituição da natureza. Pode-se dizer que o arranjo natural tenha sido superado somente se a força menor pudesse transferir a maior resistência com a intensidade do seu movimento igual ao último deslocamento, que absolutamente afirmam ser impossível de realizar com qualquer máquina imaginada ou imaginável. Mas, uma vez que por isso possa acontecer mais vezes, tendo apenas uma pequena força, precisamos mover um grande peso de uma só vez, sem dividi-lo em pedaços, em tal ocasião, será necessário ter que recorrer à máquina, por meio do qual o peso dado será transferido através do espaço atribuído pela força dada; contudo isto não elimina a necessidade para que a mesma força possa deslocar e medir o mesmo espaço (ou um igual) tantas vezes quanto excede o referido peso. De modo que, no final da ação, vamos descobrir que o único resultado que ganharam com a máquina é o de ter transportado o dado peso em uma parte com a dada força para o fim determinado, peso que, dividido em pedaços, que deveriam ter sido transportados sem qualquer máquina pela mesma força, ao mesmo tempo, através da mesma distância. E isso deve ser considerado como uma das utilidades que são derivadas pela mecânica, pois, de fato, muitas vezes acontece que, com a escassez de força, mas não de tempo, devemos mover grandes pesos como unidades. Mas quem espera e tenta por meio das máquinas, obter o mesmo efeito, sem desacelerar o corpo móvel, certamente estará enganado, e demonstrará que ele não entende a natureza dos instrumentos mecânicos e as razões dos seus efeitos (GALILEI, 2002, p.46-47, tradução nossa).

A segunda vantagem dos instrumentos mecânicos, explica Galileu, está relacionado ao local em que a operação é realizada, na verdade, pela influência do local em aplicar resistência ao trabalho, levando assim, mais tempo ou menos tempo, para uma determinada força. Explica por meio de um exemplo que

para tirar água de um poço fazemos uso de um cabo simples, com um recipiente adequado para receber e conter água. Com isso, adquirimos uma quantidade de água determinada em um determinado período de tempo com a nossa força limitada, e qualquer um que possa pensar-se capaz pelas máquinas de qualquer tipo, para tirar com a mesma força ao mesmo tempo uma maior quantidade de água, estaria seriamente em erro; e ele estaria inventando o mais errado, o mais variado e a mais complicada das invenções que ele poderia deduzir (GALILEI, 2002, p.47, tradução nossa).

Neste exemplo, notamos novamente a menção de Galileu à ideia da impossibilidade de realizar um determinado trabalho mais rapidamente pela mesma força aplicada. Ou, como dito anteriormente, uma ideia que pode ser associada à conservação de algo no movimento. Sabemos que o custo ou consumo de energia, para o referido exemplo, será o mesmo para a mesma força, e caso necessite ser mais rápido, o consumo será maior.

Logicamente, não observamos menção nenhuma de Galileu a Essa explicação, já que o conceito ainda não existia, mas podemos inferir que houve, neste exemplo, assim como em outros

que ainda mostraremos, uma percepção quanto à conservação de algo através do princípio das velocidades virtuais.

A terceira, e talvez a maior vantagem fornecida a nós pelos instrumentos mecânicos é recorrida, como diz Galileu, pelas forças inanimadas, como por exemplo a força dada pela correnteza de um rio ou por um cavalo, as quais poderiam substituir a potência (*possanza*) ou a força de vários homens para um mesmo trabalho.

E nisto há muita utilidade, não por causa das rodas ou outras máquinas realizarem o transporte do mesmo peso com menos força ou uma maior velocidade, ou através de um intervalo maior do que poderia ser feito sem que tais instrumentos por uma igual, porém bem aplicada e bem organizada força, mas sim ao fato de a queda de um rio custa pouco ou nada, enquanto que a manutenção de um cavalo ou um animal semelhante, cuja potência excede o de oito ou mais homens é muito menos dispendioso do que seria de sustentar e manter tantos homens (GALILEI, 2002, p.48, tradução nossa).

Após discorrer sobre as vantagens dos instrumentos mecânicos, Galileu discute isoladamente o funcionamento da balança romana e da alavanca, com o objetivo de mostrar que o equilíbrio de pesos desiguais pode ser encontrado por uma proporção entre os pesos (ou forças) e suas respectivas distâncias em relação ao apoio.

Em princípio, falando da balança romana, muito amplamente utilizada como instrumento com o qual vários tipos de mercadorias são pesadas, embora extremamente pesado, pelo peso de um pequeno contrapeso (comumente chamado de romano), vamos provar que em tais operações nada mais é feito do que reduzir a um ato prático, precisamente o qual teorizamos acima. Supondo AB ser uma balança romana cujo apoio (chamado Trutina) está no ponto C, perto do qual uma pequena distância CA penda o corpo pesado D, e ao longo da maior distância CB (denominado parte oposta da balança romana) o romano E pode ir para frente e para trás, de peso reduzido, em comparação com o corpo pesado D, ainda, no entanto, capazes de se mover longe o suficiente da Trutina C de modo que a proporção existente entre os dois pesos D e E possam existir entre as distâncias FC e CA; e, então, o equilíbrio será atingido, pesos desiguais, sendo encontrados pendurados em distâncias inversamente proporcionais a eles (GALILEI, 2002, p.54-55, tradução nossa).

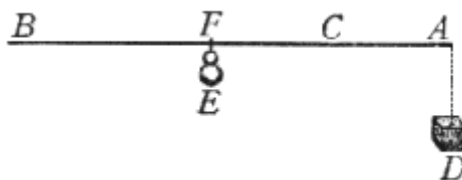


Figura 17 - Balança romana
Fonte: Galilei (2002, p. 54).

Neste caso teríamos a seguinte relação matemática:

$$(Peso D).AC = (Peso E).FC$$

Uma vez fixo o peso D e a distância AC, podemos equilibrar o sistema modificando a distância FC de tal maneira que, quanto maior for o peso em A maior deverá ser a distância que deve ser colocado o contrapeso em relação ao apoio C.

Segue seu argumento afirmando que a mesma proporção da balança é válida para a alavanca. A qual tem a utilidade de mover um grande peso com uma pequena força. Galileu mostra que essa pequena força, aplicada em uma das extremidades da alavanca, pode levantar um peso maior, colocado na extremidade oposta, desde que exista, como no caso da balança, uma proporção das forças para as distâncias.

Nem tão pouco é este instrumento diferente daquele outro denominado *vette*, ou vulgarmente alavanca, com o qual as pedras muito grandes e outros pesos são movidos com uma pequena força. Sua aplicação é de acordo com o próximo diagrama no qual a alavanca é denotada pela barra BCD, de madeira ou outro material sólido, o peso a ser levantado é A, e um suporte ou ponto de apoio firme sobre o qual a alavanca prensa e move é designada E. Colocando uma extremidade da alavanca sob o peso A, como se vê no ponto B, a força na outra extremidade D, embora pequena, será capaz de levantar o peso de A, desde que a proporção da distância BC a CD exista entre a força colocada em D e a resistência produzida pelo corpo pesado A sobre o ponto B. A partir do qual torna-se claro que, quanto mais perto o apoio E se aproxima da extremidade B, aumentando a proporção da distância DC para a distância CB, mais a força em D pode ser reduzida ao levantar o peso A (GALILEI, 2002, p.55, tradução nossa).

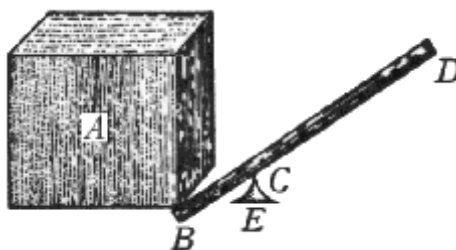


Figura 18 - Alavanca de Galileu
Fonte: Galilei (2002, p. 55).

Aqui podemos obter a seguinte relação:

$$(Força D).DC = (Peso A).BC$$

Em oposição ao argumento anterior, Galileu tem a intenção de provar que sem o auxílio do comprimento da alavanca a mesma força conseguirá mover o grande peso no mesmo intervalo de tempo, mostrando que a real vantagem deste instrumento é o de deslocar o corpo para um determinado ponto de uma só vez e não por repetidas vezes em tempos mais curtos, o que em suma totaliza o tempo do caso anterior.

Tomando novamente a mesma alavanca BCD, em que C é o suporte, e fazendo a distância CD cinco vezes a distância CB, por exemplo, deixe a alavanca mover-se até atingir a posição de ICG, quando a força terá passado através do espaço DI, e o peso

terá sido movido de B até G, e uma vez que a distância DC que foi assumida como sendo cinco vezes CB, é obvio pelo que tem sido demonstrado que o peso colocado em B pode ser cinco vezes o força motriz colocada em D. Mas se, por outro lado, tenha em mente o movimento feito pela força de D para J, enquanto o peso é transferido de B a G, devemos reconhecer também que a jornada DI é cinco vezes a do espaço BG. Além disso, se tomarmos a distância CL igual à distância CB e assumirmos a mesma força no ponto L, que estava no ponto D, e colocar no ponto B apenas a quinta parte do peso que foi movido antes, não há dúvida, que a força em L tendo-se tornado igual a este peso, em B, e os espaços de LC e CB sendo iguais, a referida força transferida através do espaço LM irá transferir um peso igual a si mesma através de outro intervalo igual a BG; e que repetindo esta mesma ação cinco vezes, ele irá transferir todos os elementos do referido peso para o mesmo ponto G. Mas, para repetir o espaço ML é, certamente, nem mais nem menos do que medir um único intervalo de tempo DI, cinco vezes este LM. Portanto para transferir o peso de B para G não requer menos força e nem menos tempo ou qualquer deslocamento mais curto em D, do que é exigido quando aplicado em L. E para resumir, a vantagem adquirida a partir do comprimento da alavanca CD não é senão a capacidade de mover de uma vez aquele corpo pesado, que poderia ser realizado apenas em partes pela mesma força, durante o mesmo tempo, e com um movimento igual, sem o benefício da alavanca (GALILEI, 2002, p.55-56, tradução nossa).

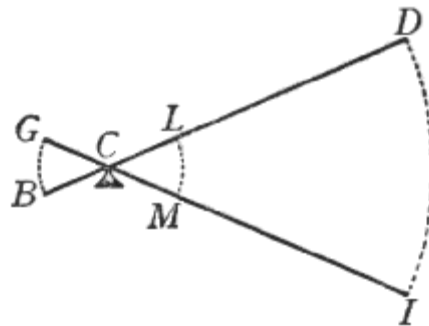


Figura 19 - Esquema que representa uma alavanca BCD
Fonte: Galilei (2002, p. 56).

Novamente, nestas citadas aplicações, podemos notar a utilização implícita do princípio das velocidades virtuais, a proporção da força com a distância e a ideia de que o que se ganha em força se perde em rapidez.

Galileu segue o tratado aplicando a mesma ideia anterior, sobre as vantagens mecânicas, para diferentes ferramentas e finaliza sua obra discutindo a causa da força de percussão. Nessa seção, Galileu parece estar ciente da necessidade de outra grandeza para explicar a causa dessa ação.

Sobre este estudo de Galileu consideramos que é de grande importância para o desenvolvimento do conceito de energia. Um pouco antes deste conceito ser desenvolvido, Leibniz em sua obra *Espécime dinâmico para admirar as leis da natureza relativas a força dos corpos e para descobrir suas ações mutuas e restitui-las as causas*, de 1695, introduz um novo conceito denominado por ele de *vis viva* (força viva), uma espécie de virtude que o corpo transporta durante seu movimento. Neste trabalho Leibniz defende a ideia de que foi Galileu, por meio de seus trabalhos sobre a força de percussão e queda livre, quem primeiro introduziu a ideia de força viva (LEIBNIZ, 1991). Justificando a nossa afirmação sobre a importância desse trabalho de Galileu.

Seguindo na investigação sobre a força de percussão, Galileu começa a indagar a seguinte situação: *por que um martelo pesado consegue afundar uma estaca em um chão firme quando este é percutido, mas quando simplesmente colocado sobre a estaca não a faz se mover?* Motivo de tal questionamento se faz presente uma vez que é o mesmo peso sobre a estaca nas duas situações.

Investigar o que é a causa da força de percussão é muito necessário por várias razões. Em primeiro lugar, porque neste, parece haver algo muito mais maravilhoso do que o que é percebido em qualquer outro instrumento mecânico, pois quando um prego é atingido penetrando em alguma madeira muito dura, ou um pedaço de pau que têm de penetrar na terra muito firme, cada um é impulsionado pela única força de percussão, sem a qual, colocando-se sobre o martelo, nem mesmo se moverá, mesmo quando, um peso muito mais pesado do que o martelo fosse colocado: efeito verdadeiramente maravilhoso, e o mais digno de especulação, em minha opinião, porque, até onde eu sei, nenhum dos que filosofou sobre isso antes de nós atingiu o objetivo, que podemos tomar como certíssimo sinal e argumento da obscuridade e dificuldade de tal especulação (GALILEI, 2002, p.76, tradução nossa).

Galileu diz que muitos, como Aristóteles, por exemplo, afirmam que a causa pode ser explicada pela haste do percussor. No entanto afirma que a causa deve ser encontrada em outro princípio. Tenta provar que um martelo quando percutido em uma estaca ou em um prego, o fazem mover mesmo se a intensidade dessa força de percussão seja menor que a resistência da estaca ou do prego. No entanto, neste caso, é necessário que o percussor tenha uma determinada velocidade para que ocorra a penetração de uma estaca em um chão firme ou de um prego em uma madeira.

Infere ainda uma proporção entre a velocidade do percussor e a intensidade da resistência a ser deslocada pela batida. Afirma que para uma força mover uma estaca, por exemplo, que tem a metade da intensidade da resistência a ser deslocada, deve percutir sobre o peso com o dobro da velocidade relativa ao caso da força percutida com igual valor à resistência.

Agora isso vai ser feito mantendo diante de nossos olhos o que tem sido visto a acontecer em todas as outras operações mecânicas, isto é, que a força, a resistência, e o espaço através do qual o movimento é feito, se vão, alternadamente, seguindo tal proporção, e com tais leis obedecendo, que uma resistência igual à força irá ser movida por essa força através de um espaço igual e com uma velocidade igual à de que ela se move. Da mesma forma, uma força que é a metade inferior de uma resistência poderá movê-la, desde que ela se mova com o dobro da velocidade, ou digamos, para o dobro maior da distância que passará a resistência movida. E em resumo, é visto em todos os outros instrumentos que qualquer grande resistência pode ser movida por qualquer pequena força dada, desde que o espaço, para o qual essa força se move, tenha aquela mesma proporção do espaço, para o qual se moverá a resistência, que entre essa grande resistência e a pequena força se encontram, e isso se dá segundo a necessária constituição da natureza (GALILEI, 2002, p.76-77, tradução nossa).

Ele parece perceber aqui que precisamos de um novo conceito além da força estática para explicar o que um golpe de martelo pode realizar, um conceito que está relacionado à ideia de energia

cinética do martelo. É claro que não introduz tal conceito, mas seu imenso tato é um significativo avanço para o seu desenvolvimento.

Por volta do ano de 1638, quase 40 anos após ter escrito *Le Mecaniche*, Galileu da continuidade à discussão da causa da força de percussão na sexta jornada de sua obra *Dois Novas Ciências*.

Segundo Adriano Carugo e Ludovico Geymonat (1958) era uma intenção de Galileu que a quarta jornada sobre o movimento de projéteis deveria ser seguida de uma outra jornada, na qual – como se presume pelas cartas trocadas entre Galileu e Lodovico Elzeviro, em 4 de janeiro de 1638 – deveria ser um tratado sobre a percussão. É de se considerar o motivo pelo qual alguns anos depois de ter escrito o tratado *Le Mecaniche*, Galileu tenha retomado o problema da percussão, estudando-o de um ponto de vista experimental, seja pela incompleta explicação no primeiro tratado, seja pela sua paixão em entender tal fenômeno (GALILEI, 1958).

Pelas cartas trocadas entre Dino Peri e Galileu, em abril de 1638, nota-se que Galileu, naquele tempo, apesar de se encontrar em um compassivo estado, estava, no entanto, internado na profundíssima especulação da força de percussão. Do mesmo, podemos encontrar também a confirmação da parte do próprio Galileu, que em sua carta enviada a Baliani, em 1 de agosto de 1639, exprime sua intenção de inserir a uma eventual nova edição de sua obra *Dois novas Ciências* outras especulações sobre a força de percussão, na investigação da qual consumiu muitas centenas e talvez milhares de horas de pesquisa. Seu desejo era de reduzi-la em uma fácil explicação para que outros pudessem ser capazes de o entender em pouquíssimo tempo (GALILEI, 1958).

Um outro importante fato, nessa mesma carta a Baliani, é que Galileu declara de não ter memória alguma sobre o tratado que escrevera (*Le Mecaniche*), do qual Baliani havia mencionado em uma carta anterior, datada de primeiro de julho de 1639, em particular sobre a força de percussão que estava ao final do tratado. No entanto em uma sucessiva carta, de primeiro de setembro de 1639, Galileu, que neste meio tempo havia recebido uma cópia do discurso da percussão que estava em *Le Mecaniche*, reconheceu que essa escritura era absolutamente dele, feita há mais de 40 anos (GALILEI, 1958).

Somente após a morte de Galileu que o escrito veio a ser publicado pela primeira vez, e isso aconteceu no ano de 1718, em uma reedição florentina das obras de Galileu, a qual tem o título *Giornata Sesta del Galileo, Della forza dela percorsa, Da aggiungersi a i Discorsi e alle Dimostrazioni mattematiche intorno alle due nuove scienze*. Assim, o diálogo de Galileu nos fez o conhecer, pelo qual aprofundaremos a discussão.

Por meio de um diálogo, dessa vez entre Salviati, Sagredo e Aproino busca evidências da causa da força de percussão com o seguinte questionamento:

Assim, imaginemos, por exemplo, um daqueles grandes pesos que para fincar grandes paus no terreno se deixam cair de certa altura sobre um desses paus, pesos esses que me parece são chamados de macacos, e suponhamos, por exemplo, que seu peso seja de 100 libras, que a altura da qual cai seja quatro braças e que a entrada da estaca no terreno duro, produzida por uma só percussão, seja de 4 dedos; e posto que se quiséssemos efetuar sem percussão a mesma pressão e entrada de 4 dedos procuraríamos por sobre a estaca um peso de mil libras, chamado peso morto, que operasse unicamente com sua gravidade, sem movimento anterior, pergunto se poderemos sem equívoco ou falácia afirmar que a força e energia de um peso de 100 libras, conjuntamente com a velocidade adquirida na queda de uma altura de quatro braças, é equivalente à gravidade de um peso morto de mil libras, de forma que a força da velocidade é equivalente a pressão de 900 libras de peso morto, obtidas pela subtração das cem libras do macaco às mil libras? (GALILEI, 1935, p.242).

O que Galileu quer questionar é se o peso morto que será colocado sobre a estaca terá sempre o mesmo efeito que o produzido pelo peso que cai da altura determinada. Assim, segue seu questionamento, supondo desta vez que o peso de 100 libras percutirá duas vezes sobre a estaca. A primeira vez, de uma altura de quatro braças o fincará quatro dedos no chão, e a segunda, da mesma altura, apenas dois dedos por encontrar um solo mais resistente. Pergunta se neste caso, mantendo o peso morto de mil libras sobre a estaca ele faria o mesmo efeito, ou seja, fincaria à estaca no solo seis dedos.

Sagredo responde com outro belo questionamento acerca do referido exemplo:

É preciso dizer decididamente que não. De fato, se na primeira vez em que se põe sobre a estaca o peso morto de mil libras, este finca à estaca quatro dedos e não mais, porque quereis que apenas retirando-o e, posteriormente, recolocando-o sobre a estaca volte a afundá-lo outros dois dedos? E por que não o fincou antes de ser removido, enquanto já lhe estava em cima? Pretendeis que apenas retirando-o e recolocando-o suavemente ele faria o que antes não podia fazer? (GALILEI, 1935, p.243).

Posteriormente ficam convencidos de que tal experiência não conseguirá a medida exata e indicada para a força de percussão, pois reiterando o golpe do peso sobre a estaca, esta, indefinidamente, afundará no chão, o que não acontece com o peso morto. Para que o peso morto produzisse o mesmo efeito, deveria ser aumentando sua intensidade a cada penetração da estaca no chão.

No contínuo diálogo e à procura da solução da medida da força de percussão, Sagredo convencido das demonstrações de Salviati, reitera que cada um dos golpes dado pelo percussor *trabalha*, ou seja, a cada golpe à estaca afunda mais no chão. Já o peso morto não pode realizar o mesmo tipo de *trabalho*, pois só poderá afundar a estaca uma vez (GALILEI, 1935).

Galileu ainda afirma que essa força de percussão pode ser imensa ou até mesmo infinita, pois se pode percutir, soltando o objeto da altura que se deseja, quantas vezes quiser.

Outro ponto importante que devemos mencionar desta jornada é a alusão de Galileu sobre a importância de se saber a medida do peso e da velocidade do movente para conhecer a medida da força de percussão.

É evidente que a propriedade da força do movente e da resistência do movido não é uma simples ação, mas é composta por duas ações, cujas energias devem ser medidas; uma delas é o peso, tanto do movente como do resistente, e a outra é a velocidade, segundo a qual aquilo deve mover-se e este ser movido (GALILEI, 1935, p.245).

E, em seguida, usa implicitamente o princípio das velocidades virtuais para explicar como podemos levantar um peso maior com um peso menor por meio de uma máquina; isso só será possível se o peso menor descrever um caminho maior no mesmo tempo em que o peso resistente segue um caminho menor, ou seja, o menor deve se mover mais rapidamente em relação ao maior, como já discutido em *Le Mecaniche*.

Por exemplo, na balança, para que o peso do contrapeso possa levantar outro dez ou quinze vezes mais pesado, é necessário que sua distância do fiel esteja afastada do centro, em torno do qual se dá o movimento, dez ou quinze vezes mais que a distância entre esse mesmo centro e o ponto de suspensão do outro peso; vale dizer, que a velocidade do movente é dez ou quinze vezes maior que a velocidade do movido. E posto que isso acontece em todos os outros instrumentos, podemos com certeza estabelecer que as gravidades e as velocidades de mesma proporção, mas alternadamente tomadas, se equivalem (GALILEI, 1935, p.245-246).

Esta passagem nos mostra que Galileu faz uso implicitamente do princípio das velocidades virtuais para tentar explicar a natureza da força de percussão. E realmente podemos notar que este princípio está relacionado ao conceito de energia como o entendemos hoje. Para melhor explicar, em termos matemáticos, vimos que Galileu menciona a proporção entre forças e velocidades, quando diz que “podemos com certeza estabelecer que as gravidades e as velocidades de mesma proporção, mas alternadamente tomadas, se equivalem” (GALILEI, 1935, p.246).

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2$$

Uma igualdade que representa uma constância no referido fenômeno, pois o produto entre a força e a velocidade não pode ser alterado, mas pode ser transmitido de um corpo para outro. Se pudermos ser um pouco mais atrevidos e trabalharmos um pouco mais com esta igualdade chegamos ao princípio da conservação da energia. Sabemos que o produto entre a força e a velocidade resulta na grandeza física *potência*, assim temos:

$$Pot_1 = Pot_2$$

De maneira simplificada, também sabemos que a potência é a razão entre o trabalho (ou energia) e o tempo:

$$\frac{E_1}{\Delta t} = \frac{E_2}{\Delta t}$$

Como o tempo da transmissão da energia para os dois corpos são iguais, podemos reescrever a equação para:

$$E_1 = E_2$$

O que nos mostra que a energia é conservada, ou transmitida de um corpo para outro. No exemplo da percussão, o que temos é a transmissão da energia do percussor para o percutido.

No entanto, mais uma vez enfatizamos que este tipo de pensamento é apenas uma aproximação das ideias de Galileu com a ideia de energia, já que tal conceito era desconhecido por sua parte. É notório, também, a dificuldade de Galileu em tentar explicar a força de percussão sem tal conceito. Podemos perceber que vaga entre vários exemplos, através do diálogo, usando diferentes conceitos, com o objetivo geral de encontrar a medida dessa força. Nos parece claro tal dificuldade, no entanto, sempre chega a tal princípio de conservação durante suas explicações.

Um outro experimento tratado como um exemplo nesta jornada, na tentativa de explicação do fenômeno da percussão, é o seguinte: deseja-se levantar um corpo mais pesado S no plano inclinado através de um corpo mais leve P. Os dois corpos estão conectados por meio de uma corda que passa por uma polia em C. Sabe-se que a distância AC é 10 vezes maior que a distância CB e que o peso de S é 10 vezes maior que o peso de P e que são desprezados os atritos.

Galileu afirma que o sistema inicialmente se encontra em equilíbrio e que quando se aplica uma força em P, por menor que seja, o sistema começa a se mover com P descendo e S subindo. A distância que P desce é a mesma distância adjacente que S sobe. No entanto, verticalmente, S sobe 10 vezes menos que P desce.

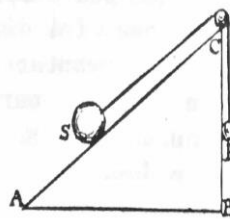


Figura 20 - Plano inclinado com dois corpos interligados por um fio
Fonte: Galilei (1935, p.253).

Este experimento surge na tentativa de eliminar um problema para a medida da força de percussão, a resistência que oferece o percutido. Isso, pois nos outros exemplos mencionados a resistência sempre se modificava. Por exemplo, a estaca, quando percutida afunda no solo, no entanto, conforme vai afundando, sua resistência aumenta por causa da rigidez do solo. Assim, com o objetivo de eliminar este problema, propõe o experimento já explicado.

Neste experimento, o corpo P irá percutir em S que, por sua vez, apresentará sempre a mesma resistência. Resistência constante, pois só depende do peso de S e da inclinação do plano, grandezas que são conservadas.

Deve-se aqui notar que, embora o espaço pelo qual se move o pequeno peso descendente (pelo que se poderia duvidar da verdade geral de todas as proposições mecânicas, a saber que uma pequena força não supera e move uma grande resistência senão quando o movimento daquela excede o movimento desta numa proporção inversamente proporcional a seus respectivos pesos), no presente caso, a descida do pequeno peso, que é uma descida perpendicular, deve ser comparada com a subida perpendicular do grande sólido S, vendo quanto ele se eleva perpendicularmente acima da horizontal, ou seja, deve-se considerar quanto ele sobe na perpendicular BC. Tendo, senhores, efetuado várias reflexões acerca da exposição daquilo que me resta tratar, e que representa a síntese da presente matéria, fixo a seguinte conclusão a ser, posteriormente, explicada e demonstrada (GALILEI, 1935, p.253).

Segue, mais uma vez, na busca da explicação da força de percussão, um exemplo em que utiliza implicitamente o princípio das velocidades virtuais. Demonstraremos que, sendo $AC = 10CB$ e $P_S = 10P_P$, o produto entre o peso de S e sua subida vertical será igual ao produto de P e sua descida vertical.

No plano inclinado vale a seguinte relação:

$$\text{sen}\theta = \frac{CB}{AC} = \frac{CB}{10CB} = \frac{1}{10}$$

Em relação as forças aplicadas nos corpos, na situação de equilíbrio, temos que o peso tangencial (na direção AC) aplicado em S é igual a tração na corda, e em P temos que o seu peso é igual a mesma tração, uma vez que é a mesma corda.

Considerando estes fatores podemos igualar o peso tangencial de S ao peso de P na situação de equilíbrio:

$$Pt_S = P_P$$

No entanto, o peso tangencial de S é o produto do seu peso pelo seno do ângulo do plano inclinado:

$$P_S \text{sen}\theta = P_P$$

Como $\text{sen}\theta = \frac{1}{10}$, então

$$P_S = 10P_P \rightarrow \frac{P_S}{P_P} = 10$$

Como mencionado por Galileu, o peso de S deve ser 10 vezes maior que o peso de P.

Se P descer uma distância d_P verticalmente, então, S sobe uma distância d_S verticalmente, no entanto, essa distância d_S será igual ao produto da subida subjacente de S (que é igual ao deslocamento de P) pelo seno do ângulo do plano inclinado.

$$d_S = \text{sen } \theta \cdot d_P = \frac{d_P}{10} \quad \rightarrow \quad \frac{d_P}{d_S} = 10$$

Igualdade que significa que se o corpo P se deslocar d , o corpo S, no plano inclinado, se deslocará $\frac{1}{10} \cdot d$, devido a inclinação do plano, como também mencionado por Galileu.

Assim, temos que a razão entre os pesos dos corpos é inversamente proporcional a razão de seus respectivos deslocamentos, resultando no princípio das velocidades virtuais.

$$P_S \cdot d_S = P_P \cdot d_P$$

Galileu deixa claro no final da sexta jornada do diálogo, que a característica essencial da percussão, consiste na capacidade de mover, qualquer resistência, podendo até mesmo ser imensa, mas por um limitado intervalo de tempo. Hoje, de fato, se reconhece comumente que a diferença substancial entre a força de percussão e outras forças ordinárias é que, a de percussão imprime ao ponto material, o qual é aplicada, um deslocamento insignificante e uma brusca variação de velocidade em um brevíssimo período de tempo, enquanto as forças ordinárias agem em continuidade e uniformidade em qualquer intervalo de tempo infinitesimal considerado.

Galileu não havia completamente se libertado da inexata concepção aristotélica, segundo a qual os efeitos da percussão seriam devidos aos pesos naturais, que se aumentavam enquanto o corpo caía. Entre suas várias informações sobre o argumento, encontramos, de fato, que considerava poder derivar a infinitude da percussão em acumular-se num só instante em infinitos momentos, cada um igual ao momento da gravidade absoluta do percursor.

Essa jornada ilustra uma fase interessante de clarificações científicas de um problema que Galileu e pesquisadores de sua época haviam se preocupado e que encontrará soluções na Ciência pós-galileana. Conhecimentos esses, que resultarão em novos conceitos e novas formas de se pensar nos fenômenos naturais. Ao nosso ver, estes pensamentos se fundamentaram em importância para a elaboração do conceito de energia, a partir do princípio das velocidades virtuais, não que Galileu tenha tido essa intenção, ao invés, esteve interessado exclusivamente em entender a natureza da força de percussão. Mas como mostramos, se utiliza de conceitos e ideias que se aproximam muito do princípio da conservação da energia.

Um último ponto sobre essa jornada diz respeito ao fato da menção da palavra energia nos diálogos. Duas citações que encontramos em língua italiana, com objetivo de eliminarmos problemas de traduções, se referem distintamente à palavra energia. Na primeira citação Galileu procura uma maneira de encontrar e medir a força de percussão através da medida da energia do peso e da velocidade do percursor.

Cercando la maniera del poter trovare e misurare la sua gran forza, ed insieme, se fusse possibile, risolvere né suoi principi e nelle sue prime cause l'essenza di cotale effeto, il quale mosso diversamente par che proceda, nell'acquisto della sua somma potenza, dal modo nel quale procede la moltiplicazione di forza in tutte le altre macchine meccaniche (dico meccaniche per escludere l'immenso vigore del fuoco), nelle quali si scorge ed assai concludentemente s'intende come la velocità di un debile movente compensa la gagliardia di un forte resistente che lentamente venga mosso; ma perché si scorge pur anco nella operazione della percorsa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla sua velocità, contro al movimento del resistente ed il suo poco o molto dovere essere mosso; fu il primo concetto dell'Academico di cercar d'investigare qual parte abbia nell'effeto ed operazione della percorsa, v. g., il peso del martello, e quale la velocità maggiore o minore colla quale vien mosso, cercando, se fusse possibile, di trovare una misura la quale comunemente ci misurasse ed assegnasse l'una e l'altra energia: e per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza (GALILEI, 1958, p. 409-410, grifo nosso).

Acreditamos que nesta citação a palavra energia não encontra o sentido do conceito que procuramos, mas em um significado de intensidade das grandezas peso e velocidade. No entanto, em um segundo momento menciona a palavra energia em um senso distinto do primeiro caso. Aqui Galileu estava por explicar o experimento que relaciona a força de percussão com a força de um peso morto que percutiriam sobre uma estaca fincada em um terreno. Ele questiona se um peso morto de 1000 libras colocado sobre uma estaca equivaleria a queda de um peso de 100 libras que percutiria à estaca quando solto de uma altura de quatro braças. Para tanto, questiona se a força e energia de um peso de 100 libras é equivalente a gravidade de um peso de 1000 libras.

E posto che la medesima pressura e fitta delle 4 dita, velendola noi far senza percorsa, ricercasse che le fusse soprapposto un peso di mille libbre, il quale operando con la sola gravità, senza moto precedente, chiameremo peso morto, domando se noi potremo senza equivocazione o fallacia affermare, la forza ed energia di un peso di 100 libbre, congiunto con la velocità acquistata nel cadere dall'altezza di quattro braccia, essere equivalente al gravitare di un peso morto di mille libbre, sicché la virtù della sola velocità importasse quanto la pressura di libbre novecento di peso morto, ché tante ne rimangono trattene dalle mille le cento della berta? (GALILEI, 1958, p. 412, grifo nosso).

Aqui, podemos notar, em relação a primeira citação, um significado distinto da palavra energia. Realmente, não poderemos saber ao certo o intuito de Galileu do significado em sua explicação, mas é claro sua similitude com o conceito que temos hoje.

Como mencionamos anteriormente, o estudo de Galileu sobre a percussão, sem dúvida, serviu de inspiração para a elaboração de um novo conceito muito importante para a Ciência. Através de Leibniz e seus seguidores surge neste momento da história o conceito de *vis viva* (força viva), como veremos no próximo capítulo, e ainda, a partir deste conceito, se fundamentará a explicação da percussão, tão almejada por Galileu.

3.5 Os ganhos sem perdas, como se pudéssemos enganar a natureza

Neste capítulo verificamos essencialmente uma dificuldade na explicação de fenômenos físicos que exigem um princípio de conservação para serem clarificados. A falta deste conhecimento forneceu dificuldades aos cientistas para entenderem fenômenos como o funcionamento das máquinas simples, por exemplo a alavanca. Mas seria essa dificuldade, de fato, uma falta de conhecimento? Pensamos a respeito desta questão, e refletindo sobre essa parte histórica, encontramos, ao invés, um pensamento gerador de tal dificuldade.

A ideia inicial é a de que exista um obstáculo impedor do desenvolvimento da noção de conservação. Encontramos neste capítulo a luta árdua, por parte dos cientistas, para desmistificar uma noção muito presente em suas épocas: a ideia de um moto perpétuo. O que leva à uma outra concepção muito próxima de que “é possível enganar a natureza por meio das máquinas simples”. Para ser mais claro, o pensamento era o de que se poderia obter mais força com menos força, mais potência com menos potência, mais trabalho com menos trabalho, sem perdas significativas. Como se “do nada” esse ganho pudesse ser introduzido na ação realizada pela máquina.

Até hoje podemos facilmente encontrar, dentre os estudantes de Ciências, àqueles que acreditam na possibilidade de uma máquina de movimento infinito, como se a natureza criasse indefinidamente uma certa quantidade de energia para vencer as forças opostas e não conservativas, mantendo a máquina em funcionamento eterno.

A intuição de que se pode obter vantagens sem perdas nas máquinas simples, como se pudéssemos enganar a natureza é um conhecimento obstáculo. E esse obstáculo conflita, principalmente, com a noção de conservação, impedindo seu desenvolvimento.

Devemos ressaltar que, historicamente e cognitivamente, a noção de conservação é antecessora ao obstáculo apresentado. No entanto, quando este conhecimento-obstáculo adquire significados para o indivíduo, impede a noção de conservação de ser desenvolvida, principalmente nos princípios da Ciência.

Muitas vezes nos deparamos, nas aulas de Física, com alunos que não compreendem o princípio de conservação, seja da energia ou de qualquer outra grandeza conservativa da natureza. E não nos perguntamos o porquê desta dificuldade. Não levamos em consideração que o aluno já traz de sua experiência cotidiana conhecimentos prévios, dentre os quais, relativo à dificuldade do desenvolvimento da noção de conservação. Neste sentido, o professor deve trabalhar e desenvolver este conhecimento, romper com este obstáculo. E novamente, os mecanismos podem ser encontrados na própria história do desenvolvimento do conceito.

Apresentamos um resumo das principais ideias deste capítulo, para que assim possamos delinear os mecanismos necessários para o rompimento deste obstáculo:

Quadro 11 – Resumo das principais contribuições abordadas no terceiro capítulo

Pseudo-Aristóteles	As forças se equilibram quando são inversamente proporcionais ao deslocamento. O deslocamento é considerado ao longo do arco de circunferência.
Geordano de Nemore	Utiliza deslocamentos retilíneos ao invés dos deslocamentos circulares.
Simon Stevin	Implicitamente utilizou o princípio das velocidades virtuais para a comprovação da impossibilidade do moto perpétuo.
Leonardo da Vinci	Discute a impossibilidade do movimento perpétuo nas máquinas.
Cardano	Mostra consciência da improbabilidade de que consigamos algo em troca de nada. Na terra os movimentos não são perpétuos.
Galileu	Demonstra, utilizando implicitamente, o princípio das velocidades virtuais, já bem próximo a um princípio de conservação, que a vantagem que temos no ganho da força, perdemos em rapidez ou distância.

Fonte: Autoria própria (2016).

O que observamos neste contexto histórico é que o obstáculo começa a ser superado quando se é demonstrado, por meio do princípio das velocidades virtuais, que não existem ganhos gratuitos na natureza, levando ao entendimento de dois fatores: i) o que se ganha em força se perde em velocidade; ii) não existe uma máquina que possa executar um movimento perpétuo.

Assim, seu mecanismo de superação pode ser o esclarecimento do funcionamento de algumas máquinas simples, por meio do contexto histórico, apresentando como se pensava a respeito do problema em cada época e enfatizando os dois fatores apresentados anteriormente.

O que esse desenvolvimento histórico também nos mostra é a dificuldade em explicar o fenômeno sem a utilização da noção de conservação da energia, mesmo tendo havido sua intuição, não foi aplicada explicitamente na resolução dos problemas.

Antes de iniciarmos o próximo capítulo, que tratará do nascimento da grandeza *vis viva* e *momentum*, a partir das noções de movimento que foram desenvolvidas no capítulo dois, verificaremos como nossa rede de significados se modificou com a inclusão das novas ideias abordadas até aqui. O esquema nos mostra que dependentemente do entendimento do conceito de movimento, iniciam-se os estudos sobre as máquinas simples. E a partir deste estudo surgem duas ideias fundamentais para o desenvolvimento do conceito de energia: o que viria a ser denominado, posteriormente, de princípio das velocidades virtuais, e o início do entendimento da impossibilidade do movimento perpétuo. O esquema também inclui o conceito de percussão relacionado a Galileu.

Acreditamos que a “percussão” deva fazer parte destas relações, pois, como vimos, este só viria a ser explicado, de fato, com o entendimento do conceito de energia.

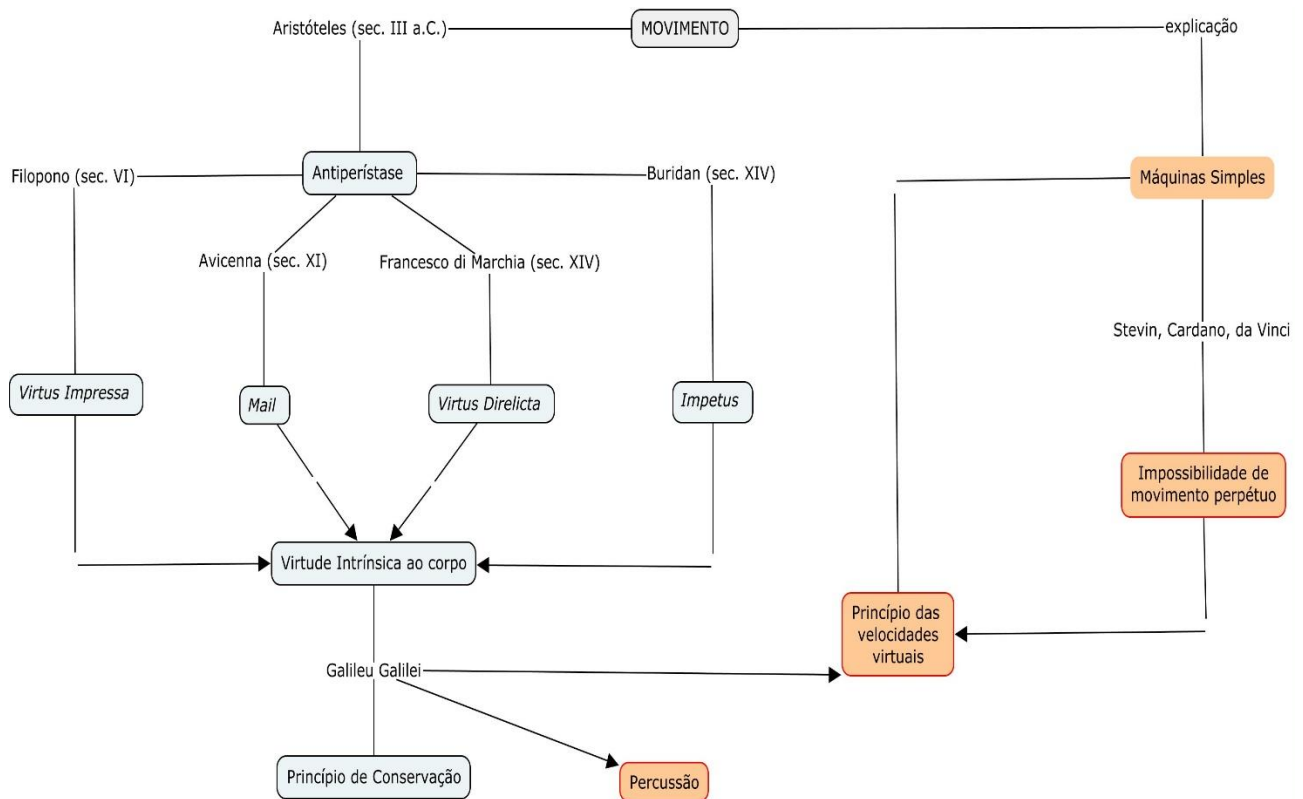


Figura 21 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2 e 3
Fonte: Autoria própria (2016).

Agora, verificaremos a ideia que fornecerá a relação fundamental para que essas concepções abordadas até aqui se desenvolvam no conceito de energia: a *vis viva* ou força viva.

CAPÍTULO IV:

O NASCIMENTO DO CONCEITO DE VIS VIVA E A DISPUTA DA VERDADEIRA MEDIDA DA FORÇA

Neste capítulo apresentaremos as importantes contribuições que deram Descartes, Huygens e Leibniz à tentativa da verdadeira medida da força, principalmente no que diz respeito ao surgimento de um novo conceito, por parte de Leibniz, conhecido como vis viva ou força viva, que mais tarde se desenvolveria no conceito que conhecemos hoje por energia cinética.

As antigas concepções dos gregos, como vimos no primeiro capítulo com Aristóteles, já continham em si uma ideia de conservação de algo no Universo, que por sua vez, eram consideradas como uma representação da perfeição divina. Podemos citar como exemplo a ideia de movimento de Aristóteles, que crera na impossibilidade de um devir do movimento. Quando um corpo coloca outro corpo em movimento, este primeiro também é movido, que respectivamente foi movido por um anterior, sempre com um processo de modificação ao primeiro. Para que tal situação tivesse um fim, ou melhor um início, deveria haver um primeiro motor que, quando fornecesse movimento, não entraria em movimento. A esta concepção de constância, lembramos de sua afirmação que “nunca houve uma época em que não houve movimento, e nunca existirá uma época em que não haverá movimento” (ARISTOTLE, 1975, p.31).

No entanto, com os avanços da Ciência que ocorreram a partir do século XV, principalmente a partir de Copérnico, Kepler e Galileu, o ser humano passa a perceber o Universo como o produto de uma evolução que não ocorre mais pela ação direta de um criador. Agora, as leis físicas, que nessa concepção eram criadas por Deus, podem ser explicadas matematicamente.

Em relação ao movimento, por meio dos capítulos anteriores, podemos perceber uma série de pontos de vistas distintos para sua explicação, no entanto, também vimos que, de certa forma, essas ideias estão epistemologicamente relacionadas. As primeiras ideias sobre o movimento de Aristóteles (*antiperístases*) estão relacionadas a uma força imanente ao próprio corpo que o acompanha durante todo o seu deslocamento. Como, nesta ideia, a força necessita se esgotar para que o movimento cesse, podemos dizer que aqui estão representadas as primeiras tentativas de se medir o moto de um corpo, pois essa força seria a medida do próprio movimento.

Essa concepção aristotélica, desenvolvida posteriormente por seus comentadores, de que a força é algo inerente ao corpo, se mantém até os estudos de Isaac Newton, no século XVII, quando esta passa a ser extrínseca ao corpo, ou seja, é interpretada como a ação de um corpo sobre o outro. Assim, por meio das leis de Newton, esclarecem-se alguns conceitos que de certa forma prejudicavam o entendimento do movimento, como por exemplo, as ideias de força, peso, massa e volume. O que explica historicamente os grandes conflitos, por parte de grandes pensadores, a saber a verdadeira medida da força no movimento.

A concepção de que algo acompanha o corpo durante seu movimento e a ideia de que este algo inerente ao corpo deveria ser a medida do movimento sofreu alterações ao longo da história. Quando as ideias de Aristóteles começam a ser discutidas novamente por seus comentadores, estas passam por um grande desenvolvimento. Como por Filopono, no século VI, que comprova que o ar tem uma função divergente no movimento de um corpo da qual pensara Aristóteles. No entanto explicou que para ocorrer movimento o projetante deve imprimir ao projetor uma força, a qual

denominou *virtus impressa* ou força impressa, que ficaria incorporada ao corpo durante todo seu trajeto, sendo diminuída pela resistência que o ar oferece e pelo próprio movimento, como se fosse uma espécie de combustível que esgotar-se-ia.

Também como uma crítica as concepções aristotélicas de movimento, Jean Buridan desenvolve a teoria do *impetus*. Similarmente a ideia de *virtus*, o ímpeto é transferido como uma qualidade pelo projetante ao projetado. O ímpeto dado ao corpo é responsável pelo movimento, que também é reduzido devido à resistência do ar. No entanto, existem algumas divergências em relação as duas concepções, principalmente ao aspecto inercial. A *virtus impressa* seria diminuída por si mesma, mesmo não existindo resistências externas, já o ímpeto seria permanente se desconsiderado a resistência do ar. No último caso, podemos notar uma importante característica inercial, que logicamente será desenvolvida por Galileu, Descartes e Newton até se tornar o conceito de inércia que entendemos hoje.

No entanto, um outro caminho importante que o desenvolvimento deste conceito seguiu foi sua utilização nos experimentos sobre o plano inclinado e o pêndulo de Galileu, quando, por meio da ideia de ímpeto, infere uma constância no movimento do corpo. Sendo ainda outros trabalhos de grande importância para o desenvolvimento do conceito de energia, como seus estudos sobre a força de percussão.

Levando em consideração a epistemologia da concepção de movimento traçada até aqui, daremos continuidade discutindo as importantes contribuições que deram Descartes, Huygens e Leibniz à tentativa da verdadeira medida da força, principalmente com o surgimento de um novo conceito, por parte de Leibniz, conhecido como *vis viva* ou força viva, que mais tarde se desenvolveria no conceito que conhecemos hoje por energia cinética.

No entanto, antes do surgimento do conceito de *vis viva*, Descartes elabora sua teoria do *momentum*, uma grandeza que estaria relacionada a massa e a velocidade do corpo, como na teoria do ímpeto de Buridan. Entre essas duas notamos realmente divergências, pois o *momentum* de Descartes é uma grandeza quantizada pelo produto da massa pela velocidade do projétil, e ainda, essa é uma grandeza que pode ser conservada em um sistema, a qual discutiremos com detalhes em seguida; já a grandeza de Buridan não era bem definida matematicamente e não havia uma ideia de conservação como na concepção cartesiana.

Em continuidade às concepções do movimento, no que se refere a grandeza transportada pelo corpo, poderemos notar aqui um desenvolvimento epistemológico. A partir de agora, além de alterações nas propriedades da grandeza notamos que elas começam a ser quantizadas, diferentemente do ímpeto de Buridan que, apesar de estar relacionado com a massa e a velocidade do corpo, não era,

de fato, quantizado como veremos com o princípio da conservação da quantidade de movimento de Descartes e a *vis viva* de Leibniz, a qual resultará no conceito de energia.

4.1 Sobre as colisões e o princípio de conservação de Renè Descartes e Huygens

René Descartes nasceu em La Haye em 31 de março de 1596. Ele era de uma família de riqueza e posição no país. Ele recebeu sua primeira educação na escola de La Flèche, onde permaneceu oito anos. Seus estudos abrangeram uma vasta gama, embora ele estivesse especialmente interessado em matemática. Após deixar a escola em 1612, ele passou alguns anos em Paris, preparando-se para a vida militar. Em Paris conheceu alguns dos matemáticos ilustres do seu tempo e foi levado gradualmente a retirar-se da vida social e se dedicar ao estudo intensivo. Ele abandonou a vida militar e voltou para casa com a idade de vinte e cinco anos. Depois de várias viagens e aventuras, ele foi para a Holanda, com a intenção de dedicar-se ao estudo da filosofia. O sistema de filosofia que ele desenvolveu nos vinte anos de sua vida na Holanda teve uma influência enorme sobre o pensamento da época. Fez talvez sua contribuição mais importante na invenção da geometria analítica. Na medida em que lidou com o sistema do universo finalmente foi subvertido pelo sistema newtoniano. E em 1649 Descartes aceitou um convite da rainha da Suécia para visitar Estocolmo e instruí-la em sua filosofia. O clima foi desfavorável para a sua saúde e morreu em Estocolmo, em 11 de fevereiro de 1650 (LINDSAY, 1975).

O seu interesse na Física, em especial, nos princípios da mecânica o fez dedicar atenção às colisões de corpos e, este estudo, o fez ciente da conservação do momento (massa vezes velocidade, denominada por ele “quantidade de movimento”) exibido em tais colisões. Isso estimulou, sem dúvida, o seu interesse na noção geral de conservação. Procurando por algo que pode permanecer constante em meio aos múltiplos movimentos encontrados na experiência humana, ele decidiu, muito plausivelmente, que a quantidade de movimento é a grandeza conservada. Em seu trabalho *Princípios da Filosofia*, Descartes afirmou sua crença de que Deus tivesse disposto de um modo o universo, tal que a quantidade total de movimento permaneceria para sempre constante.

A partir disso, foi apenas um passo para que Descartes e seus seguidores concluíssem que a força, como causa do movimento e da mudança no movimento, devesse ser devidamente medida pela variação (ou taxa de variação) de quantidade de movimento ou *momentum*. Isso pode muito bem ter influenciado Newton, quando escreveu seu livro *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*.

No entanto, esta mesma ideia certamente despertou considerável controvérsia quando em 1686 Leibniz supôs que na realidade fosse a *vis viva*, ou o produto da massa vezes o quadrado da

velocidade, a grandeza a ser conservada e que devesse, portanto, servir melhor como a medida da força no movimento.

A importância essencial da visão de Descartes era a sua ênfase na conservação da quantidade de movimento por meio das colisões entre corpos. Logicamente, não parece haver nenhuma razão para que este tipo de constância não tenha se tornado a fundamental na Física. A explicação disto está no fato do triunfo da conservação da energia que anos mais tarde seria desenvolvida.

Durante muitos anos, houve um debate sobre a questão de saber se a quantidade de movimento deveria ser medida pelo produto da massa pela velocidade ou pelo produto da massa pela velocidade ao quadrado. A primeira visão foi a de Descartes, a segunda de Leibniz. O curto trecho extraído dos Princípios da Filosofia de Descartes, Parte II, Seção 36, apresenta o seu ponto de vista sobre o movimento no sentido em que ele definiu que sempre permaneceria o mesmo ou seria sempre conservado por uma razão divina:

Depois de ter examinado a natureza do movimento, é necessário considerar a sua causa. E porque pode ser dupla, começaremos pela primeira e mais universal, a que produz geralmente todos os movimentos do mundo; a seguir consideremos a outra, a particular, que faz com que cada parte da matéria adquira o que antes não tinha. Quanto à primeira, parece-me evidente que só pode ser Deus, cuja onipotência deu origem à matéria com o seu movimento e o repouso das suas partes, conservando agora no universo, pelo seu concurso ordinário, tanto movimento e repouso como quando o criou. Com efeito, dado que o movimento não é mais do que um modo na matéria que se move, tem por isso uma certa quantidade que nunca aumenta nem diminui, se bem que em algumas das suas partes, uma vez haja mais e outras menos. Por conseguinte, *quando uma parte da matéria se move duas vezes mais depressa do que outra – sendo esta duas vezes maior do que a primeira –, devemos pensar que há tanto movimento na menor quanto na maior, e que sempre que o movimento de uma parte diminui, o da outra aumenta proporcionalmente*. Também sabemos que Deus é a perfeição, não só por ser de natureza imutável, mas sobretudo porque age de uma maneira que nunca muda: e isso é tão verdade que, excetuando os movimentos e as mutações que vemos no mundo – e nos quais acreditamos porque Deus assim os revelou, e sabemos que se manifestam ou são manifestadas na Natureza sem que se verifique qualquer mudança no Criador –, não devemos imaginar outros nas Suas obras, sob pena de Lhe atribuirmos inconstância. Donde se segue que Deus, tendo posto as partes da matéria em movimento de diversas maneiras, manteve-as sempre a todas da mesma maneira e com as mesmas leis que lhes atribuiu ao criá-las e conserva incessantemente nesta matéria uma quantidade igual de movimento (DESCARTES, 1985, p. 75-76).

No trecho em itálico podemos notar a quantização da quantidade de movimento mencionada por Descartes, quando diz que um corpo com uma massa m e uma velocidade $2v$ terá o mesmo movimento que um corpo de massa $2m$ e velocidade v . Ainda sabemos que a quantidade de movimento, por Descartes, é o produto entre a massa e a velocidade, pois, de fato, menciona a proporcionalidade entre as duas grandezas dizendo que para manter o movimento sempre com a

mesma quantidade, quando uma parte aumenta a outra diminui proporcionalmente. Assim temos que a quantidade de movimento (Q) pode ser descrita matematicamente como:

$$Q = m \cdot v$$

Devemos enfatizar que essa noção de quantidade de movimento não leva em consideração fatores vetoriais, sendo assim uma grandeza escalar.

Assim, seria a quantidade de movimento, de acordo com Descartes, a grandeza conservada por Deus no universo:

$$\sum m \cdot v = constante$$

Descartes desenvolveu uma teoria na qual o movimento é o único elemento apto a explicar a imensa variedade dos seres materiais e a infinita multiplicidade de suas qualidades. Em sua teoria o movimento seria inerente a matéria, mas não se funde com ela, ou seja, se poderia dizer que o movimento é um acidente “na” matéria e não “da” matéria. E, por conseguinte, em primeiro lugar, torna-se necessário que Deus imprima o movimento no Universo e, logo, que o conserve, posto que os corpos são tão incapazes de extingui-lo, uma vez recebido, como anteriormente o foram para produzi-lo. Aqui aparece a ideia da conservação do movimento ou, melhor dizendo, da quantidade de movimento, uma vez que saibamos quantificá-lo.

De acordo com Argüelles e Donís (1991) a ontologia de Descartes é dualística, e de algum modo tem que conseguir a interação entre os dois tipos de substâncias finitas, o pensamento e a extensão. Assim, o primitivo conceito relativista do movimento se resolve por um aspecto relativo e outro absoluto, o qual revela uma dupla perspectividade da noção: aos corpos que afetam e a Deus, que o produz diretamente e o conserva. Somente a magnitude absoluta intervém na definição da quantidade de movimento, cuja soma total se mantém constante em todo o universo.

Descartes também explica como os corpos podem transmitir seu movimento para outros corpos, mantendo, no final, conservada a quantidade de movimento que existia no início através da noção de impenetrabilidade. Em sua teoria, seria absurdo pensar que um corpo invada o lugar ocupado por outro. Assim, quando dois corpos animados com movimentos opostos se encontram em um ponto e se chocam, não podem prosseguir seus respectivos movimentos sem pôr em causa a sua própria essência em serem extensos e impenetráveis. Como os movimentos não podem conservar-se como tais, nem tão pouco perderem-se, de acordo com a lei de conservação, por força terão de trocar suas velocidades e produzir uma comunicação do movimento. Desta forma, deverão alterar a direção e/ou o sentido dos movimentos, ou seja, que um corpo ceda a outro toda ou parte da magnitude absoluta do movimento que possui.

Descartes, de fato, introduz um complemento em forma de sete regras que resolvem todos os casos que podem ocorrer na colisão entre dois corpos, no entanto o faz em condições ideais. A

primeira se refere à corpos iguais e velocidades iguais; a segunda a corpos desiguais e velocidades iguais; a terceira se refere a corpos iguais com velocidades desiguais; as quarta, quinta e sexta, ao choque de um corpo em movimento contra um corpo em repouso; e a sétima à corpos que estão em movimento no mesmo sentido. Mostramos aqui um exemplo de como Descartes determina de que modo os movimentos dos corpos são alterados quando se interceptam uns aos outros. Segue a primeira das sete regras que explicou na seção II, parte 46 dos *Princípios da Filosofia*:

A primeira consiste em que se esses dois corpos, por exemplo B e C, fossem exatamente iguais e se movessem com igual velocidade em linha reta um para o outro, quando se encontrassem repelir-se-iam mutuamente e cada qual voltaria para o lado donde tinha vindo sem perder nada da sua velocidade [pois não há aqui causa alguma que a possa retirar, embora evidentemente haja uma que os força a repelirem-se; e como essa causa é igual nos dois, ambos se repelem da mesma maneira] (DESCARTES, 1985, p. 81).



Figura 22 - Estudo da colisão entre dois corpos realizada por Descartes
Fonte: Descartes (1981, p.81).

Notamos neste exemplo que a colisão é considerada em um sistema ideal, sem perdas³⁹, uma colisão do tipo que conserva a quantidade de movimento total do sistema.

Devemos ressaltar que Descartes enunciou as leis do movimento e as regras dos choques guiado por critérios adicionais, tais como o princípio da parcimônia, ou o desejo de explicar certas qualidades básicas dos corpos, como dureza, coesão e elasticidade. Neste sentido, se pode dizer que o Filósofo francês sacrificou a mecânica ao mecanicismo, enquanto a maior parte dos personagens desta vertente, a partir de Huygens, se negaram a aceitar semelhante sacrifício (ARGÜELLES; DONÍS, 1991).

Alguns anos após a morte de Descartes, o problema do choque entre corpos começa a ser discutido novamente. A ideia de que se tratava de um desafio irrenunciável se difundiu rapidamente, de modo que em 1668, vinte quatro anos depois da aparição dos *Princípios* cartesianos, a *Royal Society* de Londres deu a Huygens, Wren e Wallis, três dos físicos mais famosos daquela época, a importante tarefa de encontrar e contribuir com alguma solução ao tema. Suas respostas, complementares entre si, lançaram uma luz definitiva sobre o assunto, a partir das seguintes premissas (ARGÜELLES; DONÍS, 1991):

³⁹ Diríamos sem perda de energia, porém, tal ideia ainda não era concebida.

- 1) Não desenvolveram uma explicação das causas que mantêm unidos os corpos macroscópicos e os dotam de suas qualidades mecânicas fundamentais, mas, aceitando como dadas essas propriedades, procuravam resolver o problema de averiguar como se resolve o conflito de vários corpos, quando seus movimentos respectivos os obrigam a entrar em disputa pela posição do lugar. Sem dúvida, para poder expor o problema do choque, se fez de um modo mais ou menos expreso a uma renúncia ao rígido continuísmo da teoria cartesiana da matéria.
- 2) A simplificação do caso elementar, centrado no conflito pontual entre duas massas pontuais dotadas de diferentes magnitudes, e que se deslocam com uma velocidade de aproximação variável. Para evitar os atritos se considera os corpos se movendo no vácuo. O que importa é o antes e o depois do choque, se tratando unicamente de prever as consequências da colisão a partir dessas condições prévias. No caso ideal, se consideram as velocidades dos corpos ao final do processo.
- 3) Outra suposição complementária é que as massas dos corpos não venham a ser alteradas pelo choque e a necessidade de não mesclar a comunicação do movimento com os fenômenos relativos à coesão e firmeza dos corpos, que complicariam o problema fazendo-o inabordável.
- 4) A única grandeza que será afetada será a velocidade de cada corpo, pois é o único meio que a natureza dispõe para evitar a interpenetração dos corpos em conflito.
- 5) Outro fator, de fundamental importância é a qualidade dos corpos que se distinguem em duros e macios. Assim acreditam que os corpos ao se chocarem se comportem de modos diferentes segundo sua capacidade de se restituírem. O corpo duro, que poderíamos também dizer elástico, cede pouco ao corpo que colidiu, no entanto, não é deformado permanentemente, ao invés, reage voltando a sua forma anterior. Já o corpo macio, permanece passivamente afetado por sua deformação, que se converte permanentemente por não poder fazer nada para se restituir.

Segundo o princípio da conservação de movimento de Descartes, a quantidade de movimento deve ser sempre conservada, assim, em uma colisão entre dois corpos, podemos expressar matematicamente o princípio da conservação da seguinte maneira:

$$m_A V_A + m_B V_B = m_A V'_A + m_B V'_B$$

Expressando, portanto, uma quantidade invariável do movimento antes e depois da colisão. Devemos ressaltar que esta quantidade de movimento cartesiana é puramente escalar, absoluta, a qual se pode somar aritmeticamente para calcular o que corresponde a um sistema de vários corpos.

Huygens e os mecanicistas posteriores, principalmente com Euler, observaram que não se pode separar a propriedade escalar da propriedade vetorial quando se analisa a quantidade de movimento de um sistema de corpos. Desta forma, se considera que ao invés de se utilizar a soma

escalar dos momentos deve se utilizar a soma vetorial ou a soma algébrica de suas componentes na direção de suas respectivas coordenadas ($\sum mv_x, \sum mv_y, \sum mv_z$).

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

Desta forma, são propostas duas soluções para o problema do choque, a primeira está relacionada a um tipo de colisão que conhecemos hoje por colisão inelástica. Após a colisão os corpos se mantêm unidos, ou seja, velocidade relativa nula. Este caso reduz uma incógnita ao problema, fazendo com que as velocidades finais dos dois corpos sejam iguais. De fato, neste caso a equação de conservação da quantidade de movimento se reduz a

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B) \vec{V}$$

A segunda está relacionada à colisão do tipo elástica, por meio da qual os corpos reconstituem sua forma primitiva, resultando em velocidades relativas de aproximação (antes da colisão) e afastamento (após a colisão) iguais.

Uma das formas de expressar a segunda condição foi encontrada pelo holandês Christiaan Huygens (1629 – 1695), a qual terá uma grande repercussão, principalmente pelo desenvolvimento de uma nova grandeza conhecida como *vis viva*, realizada, como ainda veremos, por Leibniz. Esta equação pode ser expressa de forma análoga ao princípio da conservação da quantidade de movimento em sua maneira escalar.

Segundo esta expressão, em uma colisão elástica, além de se conservar a quantidade de movimento do sistema, teríamos também a conservação da soma do produto das massas pelo quadrado de suas velocidades.

$$m_A V_A^2 + m_B V_B^2 = m_A V_A'^2 + m_B V_B'^2$$

Esta abordagem pode ser encontrada em um trabalho de Huygens de 1669, *Extrait D'une Lettre Sur La Rencontre Des Corps*, o qual estuda a colisão entre corpos. Neste trabalho ainda cita como contribuintes de tal estudo: Galileu Galilei, Rene Descartes, P. Fabri e M. Borelli

Eu vos envio, como prometi, as minhas propostas para o movimento de percussão, ou seja, o movimento que é produzido pelo encontro dos corpos. Este assunto já foi examinado por vários excelentes homens deste século, como Galileu, Descartes, P. Fabri recentemente pelo Sr. Borelli, que eu agora não relatarei vários sentimentos: Mas eu vou dizer apenas que minha teoria está perfeitamente, com a experiência que eu acredito, em boa demonstração fundada, como espero fazer bem à vista panorâmica ao público (HUYGENS, 1967, p. 179, tradução nossa).

Agora podemos expor o raciocínio que Huygens fez para analisar a colisão dos corpos e mostrar como, de fato, conseguiu desenvolver sua equação de conservação, que poderemos ver no ponto 6 da citação a seguir:

1. Quand un corps dur rencontre directement un autre corps dur, qui luy est égal & qui est en repos, il luy transporte tout son mouvement, & demeure immobile après la rencontre.
2. Mais si cet autre corps égal est aussi en mouvement, & qu'il foit porté dans la mesme ligne droite; ils font un échange réciproque de leurs mouvemens.
3. Un corps, quelque petit qu'il soit, & quelque peu de vitesse qu'il ait, en rencontrant un autre plus grand qui soit en repos, luy donnera quelque mouvement.
4. La règle générale pour déterminer le mouvement qui acquièrent les corps durs par leur rencontre directe, est telle.
Soient les corps A & B, desquels A soit meu avec la vitesse AD, & que B aille à fa rencontre ou bien vers le mesme costé avec la vitesse ou que mesmes il soit en repos, le point D en ce cas étant le même, que B, ayant trouvé dans la ligne AB le point C centre de gravité des corps AB, il faut prendre CE égale à CD, & l'on aura EA pour la vitesse du corps A après la rencontre, & EB pour celle du corps B, & l'une & l'autre vers le costé que montre l'ordre des points EA, EB: Que s'il arrive que le point E tombe en A ou en B, les corps A ou B feront réduits au repos.
5. La quantité du mouvement qu'ont deux corps, se peut augmenter ou diminuer par leur rencontre; mais il y reste toujours la mesme quantité vers le mesme costé, en soustrayant la quantité du mouvement contraire.
6. La somme des produits faits de la grandeur de chaque corps dur, multiplié par le quarré de sa vitesse, est toujours la mesme devant & après leur rencontre.
7. Un corps dur qui est en repos, recevra plus de mouvement d'un autre corps dur plus grand ou moindre que luy, par l'interposition d'un tiers de grandeur moyenne, que s'il en estoit frappé immédiatement: Et si ce corps interposé est moyen proportionnel entre les deux autres, il fera le plus d'impression sur celui qui est en repos (HUYGENS, 1967, p. 179-180).



Figura 23 - Estudo das colisões de Huygens
Fonte: Huygens (1967, p.180).

Sabemos que esta equação, de fato, é válida para colisões elásticas, as quais não têm perdas de energia. Se dividirmos os dois lados da equação por 2, notamos que esta se torna uma equação de conservação da energia cinética do sistema, ou seja, a energia cinética dos dois corpos antes da colisão será igual após a colisão. No entanto, devemos salientar que Huygens não sabia de tal princípio de conservação, o qual viria a ser desenvolvido anos mais tarde, porém, nos mostra uma brilhante solução para a colisão elástica. A equação então poderia ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2} = \frac{m_A V_A'^2}{2} + \frac{m_B V_B'^2}{2}$$

O que significa que a energia cinética do sistema antes da colisão é igual a energia cinética do sistema após a colisão:

$$E_{cinética}^{inicial} = E_{cinética}^{final}$$

Huygens, em 1673, publica sua obra *Horologium Oscillatorium*, no qual são tratados pela primeira vez argumentos de grande importância como a teoria do centro de oscilação, a invenção e a construção do relógio de pêndulo, a determinação da aceleração da gravidade g mediante as observações dos pêndulos, o teorema sobre a força centrípeta, etc. Nesta obra, enquanto estudava o centro de oscilação do pêndulo composto, enuncia um teorema que será idêntico ao de Leibniz sobre a conservação das forças vivas de um sistema. Este princípio o permitiu fazer a medida da duração do tempo de oscilação infinitamente pequeno de um pêndulo qualquer através da ideia de que o trabalho efetuado durante a queda do corpo seria igual a força viva. Um teorema que se assemelha muito a ideia de conservação da energia mecânica (MACH, 1977).

Oito anos após a morte de Huygens foi publicado sua obra conhecida como *De Moto*, o qual não se sabe ao certo a data de sua composição. Tudo indica que começou a escreve-la ao final da década de 1650 e a finalizou na década de 1670. Esta obra trata das leis das colisões entre corpos, e nela podemos observar no décimo primeiro teorema, novamente, o enunciado com uma demonstração sobre a conservação do mv^2 .

Proposição 11: se dois corpos colidem um contra o outro, e se a proporção de ambas as suas magnitudes e suas velocidades são dadas tanto em número como em linhas, então a soma de suas magnitudes multiplicadas pelo quadrado de suas respectivas velocidades é igual antes e depois da colisão (HUYGENS, 1974, p. 590, tradução nossa).

Esta é então a principal contribuição de Huygens para o desenvolvimento do conceito de *vis viva* de Leibniz. Porém, veremos ainda como o conceito de *vis viva* se desenvolverá na ideia de energia e em seus teoremas relacionados ao trabalho de uma força.

4.2 O nascimento de uma nova grandeza

Matemático e filósofo alemão, Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) foi um homem de negócios que se ocupou com uma série de problemas tanto de interesse teórico como prático. Ele inventou o cálculo diferencial e integral, independentemente de Newton e, praticamente ao mesmo tempo (com muitas controvérsias). Sua notação para derivadas e integrais tem sobrevivido ao nosso tempo. Ele fez contribuições para praticamente todos os ramos da Ciência, mas também era ativo na pesquisa metafísica, teologia, direito e engenharia. Como diplomata, serviu muitos governantes alemães e incentivou a fundação de sociedades científicas. A sua mente brilhante logo fez-se evidente com relação à matemática e a mecânica durante sua estadia em Paris de 1672 a 1676. Aqui, ele

naturalmente ouviu falar muito sobre a filosofia de Descartes, que, apesar do respectivo autor estar morto há mais de 25 anos, ainda dominava o pensamento científico na França. Leibniz, em seus estudos, encontrou muito para discordar das ideias de Descartes. Foi de fato no processo de ampliar o domínio da geometria analítica cartesiana de que Leibniz inventou seu tipo de cálculo. Mas ele desenvolveu uma oposição mais fundamental para a interpretação cartesiana da dinâmica, em que a força foi interpretada como medida da quantidade de movimento (momento) ou a sua taxa de variação, com a quantidade de movimento total no universo assumida como sendo constante. Leibniz inferiu que esta associação da força com a quantidade de movimento era, de fato, um engano cartesiano. Decidiu, então que era mais correto assumir que a força fosse algo inerente a um corpo que lhe permitiria realizar um trabalho, embora seja claro que ele não tivesse usado tal terminologia (LINDSAY, 1975).

Para Leibniz a força é o princípio do movimento, mas também é a causa do princípio da extensão, pois constitui o ser do extenso, o sujeito que se estende saindo fora de si, relaxando sua própria identidade sem acabar de rompê-la. Tudo isto é a força motriz, responsável pelo movimento e pela extensão e, por isso mesmo, está situada além do tempo e do espaço; não é extensa porque nela se encontra a fonte da extensão; é ativa porque gera a ação que faz trazer toda transformação, e também é passiva, como graças a ela os corpos se convertem em sujeitos pacientes de tais transformações, são movidos e opõem resistência, fazendo com que toda ação corresponda uma reação equivalente. Assim Leibniz acreditou ter encontrado um novo acesso ao mundo que está além da sensibilidade.

A polêmica em seu conjunto está em função do desenvolvimento do conceito de força nos séculos XVII e XVIII, e ainda se pode dizer que responde a uma necessidade urgente de conceptualização sistemática e rigorosa. A matematização da Física alterou por completo a forma de definir e entender os conceitos teóricos. O desenvolvimento e conflitos de diversos modelos de compreensão dos processos e interações naturais aumentaram ainda mais com importância e implicações em lidar com tais ideias. Leibniz não queria uma física extensional, e por isso se colocou contra a identificação que os cartesianos realizaram entre a quantidade de movimento e a capacidade de um móvel modificar o estado de outros corpos (ARGÜELLES; DONÍS, 1991).

Assim, podemos determinar que existiam dois eixos de pensamentos sobre a força, um primeiro que defendia a noção de *vis viva*, e um segundo que era de acordo com o pensamento de conservação da quantidade de movimento de Descartes e a ideia de força como agente externo ao corpo de Newton. Enquanto na concepção de Leibniz a força é intrínseca ao corpo, na de Newton significa ação externa de um corpo sobre outro.

Leibniz não aceitava a ideia de que o espaço e tempo, entes relacionais claramente não substanciais, fossem a referência absoluta do movimento e das interações físicas. Por isso redefiniu a noção de força de modo que fosse concebida aos corpos. A força seria algo que determinasse de modo autossuficiente, e, portanto, absoluto, o estado cinemático dos corpos e a comunicação dos impulsos, independentemente de qualquer referência a um marco espaço-temporal. Partindo dos princípios da mecânica racional, podemos dizer que a dinâmica de Leibniz introduziu uma *matriz energética* na noção de força (*vis viva*), definindo-a como a capacidade dos corpos em manter um esforço constante ao longo de uma determinada distância, podendo elevar, por exemplo, um peso a uma determinada altura (ARGÜELLES; DONÍS, 1991).

Assim, ao invés de considerar a força através do tempo, como o fez Descartes, considera-a dependente da distância. Noção que é extremamente útil para estudar determinados tipos de processos enriquecendo a capacidade de descrição e predição das teorias mecânicas. Esta noção de Leibniz supera, desta forma, em algumas situações, as limitações evidentes da Física newtoniana e cartesiana. Hoje sabemos que as duas são de grande importância para a resolução de problemas na mecânica.

Deixa assim sua importante contribuição para a derivação do conceito de energia cinética, ideia que representou na Física do século XIX um conceito chave e decisivo para a mecânica e outras partes da Física, como o eletromagnetismo e a termodinâmica.

Mas como Leibniz desenvolveu tal conceito, certamente inspirado nas observações de Huygens, sobre a colisão dos corpos, se inicia, de fato, pela já mencionada polêmica das forças vivas. Em um artigo publicado no *Acta Eruditorum* de Leipzig, em março de 1686, conhecido como *Breve demonstração do memorável erro de Descartes e outros sobre a lei natural, pela qual querem que a quantidade de movimento seja conservada por Deus sempre igual, a qual usam incorretamente na mecânica*, nos mostra uma refutação ao pensamento cartesiano da conservação da quantidade de movimento.

Inicia este artigo recorrendo ao que Descartes pensava sobre o movimento, o qual defendia ser medido pelo produto da massa pela velocidade:

Muitos matemáticos, ao verem que a massa e a velocidade se compensam entre si nas cinco máquinas simples, deduzem em geral a força motriz a partir da quantidade de movimento, ou seja, o produto da multiplicação da massa pela velocidade. Ou falando em termos mais geométricos, sustentam que as forças de dois corpos (de mesma espécie) que se movem e atuam igualmente, tanto em função de sua massa como de sua velocidade, são proporcionais às suas massas e velocidades. E assim, sendo consistente à razão que a soma da potência motriz da natureza seja a mesma e que não diminua, posto que observamos que não se perde e nem diminui a força de nenhum corpo sem que se transmita a outro, já que precisamente por isso o movimento mecânico perpétuo não se dê jamais, por conseguinte, sem um novo impulso exterior, nenhuma máquina, nem se quer o universo inteiro, pode aumentar a sua força, foi o

caso que Descartes, que considerava equivalentes a *força motriz* e a *quantidade de movimento*, sustentou que Deus conserva a mesma quantidade de movimento no mundo (LEIBNIZ, 1991, p. 3-4, tradução nossa).

Com o objetivo de refutar a ideia cartesiana, sugere um caso experimental supondo que seja necessária tanta força para elevar um corpo de massa m a uma altura de $4h$, como para elevar um corpo de $4m$ de uma altura h .

Eu, com o objetivo de demonstrar as diferenças que existem entre essas coisas, vou assumir, em primeiro lugar, que um corpo que cai de uma certa altura adquire uma força tal que torna a se elevar de novo, se sua direção é tal e nada externo o impeça: por exemplo, um pêndulo retornaria de modo preciso até a altura que partiu, se não fosse absorvido algo de seu impulso pela resistência do ar e outros escassos impedimentos similares, os quais não vamos considerar. Suponho também, em segundo lugar, que é necessária tanta força para elevar um corpo A de uma libra de peso até uma altura CD de quatro varas⁴⁰, como é necessário para elevar um corpo de quatro libras até uma altura EF de uma vara. Isto admitem tanto os cartesianos como outros filósofos e matemáticos de nossa época. Daqui se deduz que o corpo A, ao cair da altura CD, adquiriu exatamente a mesma força que o corpo B de EF. O corpo (A), de fato, após o deslocamento, vindo de C para D, onde tem a capacidade de voltar para C, pela suposição 1, ou seja, a força para elevar um corpo de uma libra (ou seja, o próprio corpo) a uma altura de quatro varas. E, do mesmo modo, o corpo (B), deslocado de E, chega a F, e pode voltar para E, pela suposição 1; ou seja, tem a capacidade de elevar um corpo de quatro libras (ou seja, o próprio corpo) até a altura de uma vara. Portanto, em virtude da suposição 2, são iguais as forças do corpo (A) que está em D e a do corpo (B) que está em E (LEIBNIZ, 1991, p. 4-6, tradução nossa).

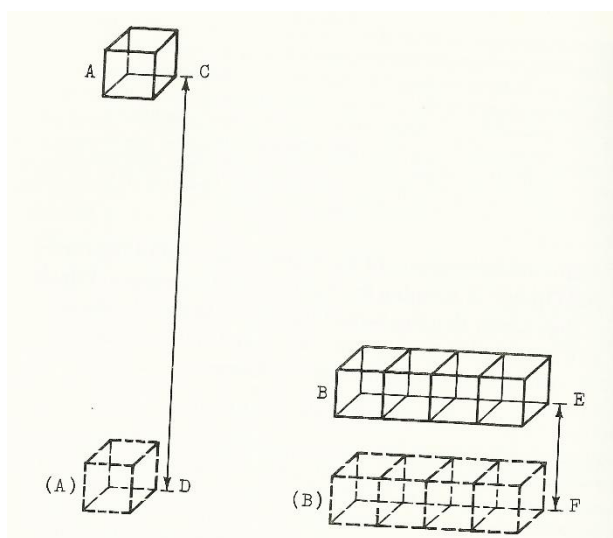


Figura 24 - Esquema utilizado por Leibniz no estudo da medida da força
Fonte: Leibniz (1991, p. 5).

Recorrendo a cinemática de Galileu, a qual pode determinar a velocidade de um corpo em uma queda de uma determinada altura, independente da massa, em que a altura é diretamente

⁴⁰ Antiga medida de comprimento, equivalente a um metro e vinte centímetros.

proporcional ao quadrado da velocidade, nos mostra que a quantidade de movimento dos dois corpos será diferente ao chegarem ao solo quando soltos das determinadas alturas.

Como a altura do corpo A é 4 vezes maior que a altura do corpo B, a velocidade do corpo A será o dobro da velocidade do corpo B. Lembrando que a quantidade de movimento pode ser medida pelo produto da massa pela velocidade, e ainda, que a massa do corpo B é quatro vezes maior que a do corpo A, teremos que a quantidade de movimento do corpo B será duas vezes maior que a do A.

Agora vamos ver se a quantidade de movimento é a mesma em ambos os casos. De fato, se encontrará aqui, contra o esperado, uma grande discrepância. O que mostro assim. Galileo demonstrou que a velocidade adquirida no espaço CD era o dobro da velocidade adquirida no espaço EF. Multipliquemos, pois, o corpo A, que é 1, por sua velocidade que é 2: o produto ou quantidade de movimento será 2; em continuação, multipliquemos o corpo B, que é 4, por sua velocidade que é 1: o produto ou a quantidade de movimento será 4. Por tanto, a quantidade de movimento do corpo A existente em D, é a metade da quantidade de movimento do corpo B existente em F e, no entanto, as forças encontradas pouco antes eram iguais em ambos os casos. Assim, existe uma grande diferença entre a força motriz e quantidade de movimento, de tal maneira que uma não pode ser estimada pela outra, e isso era o que havíamos proposto a demonstrar. Com o que se mostra, como deve ser calculada a força a partir da quantidade de efeito que pode produzir; por exemplo, a partir da altura a qual se pode elevar um corpo pesado de uma magnitude e espécie determinadas; mas não a partir da velocidade que pode imprimir a um corpo. Por tanto, não deve ser dupla a força necessária para dar ao mesmo corpo uma velocidade dupla, porém maior. Ninguém se admira de que nas máquinas simples: a alavanca, a roda, a polia, a cunha, o parafuso e similares, exista um equilíbrio quando a magnitude do corpo é compensada pela velocidade do outro que originou a disposição da máquina, ou quando os tamanhos (em corpos de mesma espécie) são recíprocos às velocidades, ou quando de um modo ou outro aparece a mesma quantidade de movimento. Sucede aqui, também, que a quantidade do efeito ou a altura de descida ou subida será a mesma, seja qual for o lado do equilíbrio para o qual deseja que se produza o movimento. Assim, sucede aqui de modo accidental que a força pode ser estimada a partir da quantidade de movimento. Mas outros casos existem, tais como os já descritos, em que os dois não coincidem (LEIBNIZ, 1991, p. 6-7, tradução nossa).

Como queria demonstrar, a força motriz não pode ser deduzida a partir da quantidade de movimento, ou seja, pelo produto da massa pela velocidade, mas sim, pela qual mais tarde denominará de *vis viva*, ou seja, pelo produto da massa pelo quadrado da velocidade. O que podemos observar facilmente, considerando a massa de B quatro vezes maior que a de A, e a velocidade de A duas vezes maior que a de B, o produto da massa pela velocidade ao quadrado dos dois corpos é, de fato, equivalente.

Após demonstrar o memorável erro de Descartes, faz uma crítica ao modo cartesiano de pensar sobre o fenômeno descrito, afirmando por final que a força está em relação composta ao corpo e a altura, ou seja, a massa e o quadrado da velocidade, e não à velocidade como muitos supunham ser.

Para o restante, não tendo nada mais simples que nossa prova, surpreende que não as tenham entendido Descartes e os cartesianos, apesar de serem homens instruídos. Mas a excessiva confiança em seu modo de pensar, os levou ao erro. Pois Descartes, por um defeito frequente nos grandes homens, eventualmente tornou-se um pouco demais confiante. Alguns cartesianos, no entanto, temeram que comesçassem a imitar muito os peripatéticos, daqueles que riam, isto é, que se acostumassem a invocar os livros do mestre, em lugar da verdadeira razão e da natureza das coisas. Deve ser dito, pois, que as forças estão em relação composta dos corpos (de mesma gravidade específica ou densidade) e das alturas que produzem a velocidade, a saber, aquelas das quais podem ser adquiridas tais velocidades ou, mais geralmente (pois as vezes não se produz ainda nenhuma velocidade), das alturas em transe de aparecer, e na verdade não das mesmas velocidades em geral, apesar de que isso pareça plausível à primeira vista e muitos tem acreditado, de onde têm surgido múltiplos erros, que se detectam nas obras matemático-mecânicas de Honorato Fabri e Claudio Dechales, assim como nas de Juan Alfonso Borelli e outros destacados mestres neste tema. Penso até que isto ocorra agora, já que faz pouco tempo que as Regras de Huygens sobre o centro de oscilação dos pêndulos, apesar de ser absolutamente verdadeira, foi colocada em dúvida por não poucos sábios ilustres (LEIBNIZ, 1991, p. 7-8, tradução nossa).

A sua refutação ao modelo cartesiano logo veio a sofrer diversas críticas, uma delas, para mencionar como exemplo, foi publicada em *Nouvelles de la République des Lettres*, em setembro de 1686, seis meses após a publicação de Leibniz, por Abbé François de Catelan. Este foi um personagem obscuro do qual se sabe apenas sobre sua admiração às polêmicas, já que se opôs a teoria de Huygens sobre o centro de oscilação e ao desenvolvimento do cálculo infinitesimal realizado por l'Hôpital (ARGÜELLES; DONÍS, 1991). Nesta crítica faz uma defesa a quantidade de movimento cartesiana inserindo o tempo como uma variável ao problema de queda. Lembrando do exemplo de Leibniz sobre a queda dos dois corpos, leva em consideração que o corpo de uma libra, subindo a altura de quatro varas levará um tempo igual a 2, enquanto o corpo de quatro libras, subindo à uma altura de uma vara, levará um tempo igual a 1; metade do primeiro. Supondo, então, tempos diferentes para os dois corpos

Assim, posto que os tempos são desiguais, não é estranho que as quantidades de movimento resultem desiguais nesta queda, mesmo que tivessem resultados iguais em sua queda a igualdade dos tempos seria completamente diferente desta. Suponhamos melhor, que estes dois corpos não se movam mais que ao mesmo tempo, quer dizer, que estejam suspensos por uma mesma balança e a distâncias recíprocas a sua magnitude: então resultarão iguais as quantidades opostas de seus movimentos, ou seja, as forças de seus pesos, seja pela multiplicação de suas massas por suas distâncias, seja pelas suas velocidades. A coisa sucede de outro modo quando os tempos são desiguais. Onde parece que não se equivoca aqui o Sr. Descartes e nenhum outro, e duvido muito que nenhum destes homens instruídos que contestaram fizeram pouco à regra do Sr. Huygens relativa ao centro de oscilação, mudem de sentimento a causa desta objeção de Leibniz (CATELAN in LEIBNIZ, 1991, p. 12, tradução nossa).

Leibniz, responde a crítica em uma carta destinada a Pierre Bayle⁴¹, publicada na mesma revista, em fevereiro de 1687, com o título *Réplica do Sr. L. ao Sr. Abbé de C. contida em uma carta escrita ao autor destas Nouvelles, em 9 de janeiro de 1687, relativo ao que disse Sr. Descartes de que Deus conserva sempre na natureza a mesma quantidade de movimento*. Nesta réplica, mostra que o tempo é uma medida que pouco importa para tais discussões, pois argumenta que o tempo necessário para o corpo adquirir a velocidade que têm não será fator que influenciará na colisão, ou nas trocas de movimentos.

De fato, o tempo não serve para nada nesta estimação. Ao ver um corpo de uma magnitude dada ir com uma velocidade dada, não se pode estimar sua força sem saber em que tempo e por qual razão possivelmente adquiriu a velocidade que tem? Me parece que se pode julgar aqui sobre o estado presente sem saber o passado. Quando têm dois corpos perfeitamente iguais e semelhantes, e que têm a mesma velocidade, mas adquirida pelo primeiro por um choque súbito, e no outro por algo de duração notável, se dirá que suas forças são diferentes? Isso seria como se dissesse que é mais rico um homem que levou mais tempo a ganhar o próprio dinheiro (LEIBNIZ, 1991, p. 15-16, tradução nossa).

Após sua observação a irrelevância ao tempo, demonstra que se toda a força em um corpo de 4 libras com 1 grau de velocidade for dada a um corpo de 1 libra, este não receberá uma velocidade de 4 graus seguindo o princípio cartesiano, mas de 2 graus somente, pois “assim os corpos ou pesos estarão em razão recíprocas das alturas que podem subir em virtude das velocidades que têm, pois, estas alturas são como o quadrado das velocidades” (LEIBNIZ, 1991, p.18, tradução nossa).

Após sucessivas demonstrações por meio dos choques entre dois corpos, nos dá uma nova interpretação ao princípio da quantidade de movimento, ou seja, que a força não deva ser estimada pelo produto da massa pela velocidade do corpo.

No entanto, parece que a força ou potência é algo real desde o presente, e o efeito não o é. Consequentemente terá que admitir nos corpos algo diferente da magnitude e da velocidade, ao menos que se queira negar aos corpos toda a potência de agir. Caso contrário, creio que ainda não concebemos perfeitamente a matéria e a mesma extensão (LEIBNIZ, 1991, p.24, tradução nossa).

Desta forma, inicia a conceber que algo diferente da quantidade de movimento deva estar presente no corpo durante seu movimento, intrínseca a ele, capaz de realizar as transferências nos choques, e de conservar-se. Tal grandeza será denominada por Leibniz de *vis viva*, a qual é medida pelo produto da massa pela velocidade ao quadrado.

⁴¹ Pierre Bayle (1647 – 1708) fundou em 1684 em Rotterdan (Holanda) a revista *Nouvelles de la République des Lettres*, que a dirigiu até 1687 (ARGÜELLES; DONÍS, 1991).

Este novo conceito será descrito pela primeira vez em 1695, em uma obra de Leibniz denominada *Espécime dinâmico para admirar as leis da natureza relativas a força dos corpos e para descobrir suas ações mutuas e restitui-las as causas*, publicado em *Acta Eruditorum* de Leipzig.

Leibniz começa por salientar que muitos homens ilustres em muitos lugares têm investigado os problemas da dinâmica da nova Ciência. Ele fornece uma análise elaborada de vários pontos de vista quanto à natureza da força mantida pelos filósofos desde os tempos antigos até o seu próprio. Depois de algumas páginas, ele finalmente enfatiza seu próprio ponto de vista, diferenciando dois tipos de virtudes que podem existir no corpo, a *vis viva* (força viva) e a *vis mortua* (força morta).

A partir daqui, a *Força* também é dupla: uma elementar, a qual também denomino *mortua*, considerado que nela ainda não existe movimento, mas somente a instigação ao mesmo, como é da bola no tubo ou da pedra no estilingue, mesmo quando ainda é retida por um vínculo; outra de fato é a força ordinária, associada ao movimento atual, a qual denomino *viva*. E, sem dúvida, um exemplo de força *mortua* é a própria força centrífuga, e também a força de gravidade ou centrípeta, e também a força pela qual um corpo elástico em tensão começa a cair. Mas na percussão, que nasce de um peso que cai durante algum tempo, ou de um arco que se recupera durante um tempo, ou de uma causa similar, a força é *viva*, e nascida das infinitas impulsões continuadas da força *mortua*. E isto foi o que quis Galileu quando, com enigmática forma de falar, denominou infinita a força de percussão, a saber, quando comparada com o esforço simples da gravidade. Embora o ímpeto está sempre unido à força *viva*, no entanto, se demonstrará, em continuação, que estas duas coisas se diferem (LEIBNIZ, 1991, p.63-64, tradução nossa).

Desta forma, a força viva é atribuída ao movimento do corpo, ou seja, a um corpo em movimento relacionamos esta virtude. Já a força morta seria como uma propensão do corpo em poder realizar o movimento, e quando este acontece, a força morta se transforma em viva. Já podemos notar uma clara similitude entre as virtudes de Leibniz às ideias de energia. A energia cinética muito se parece com a *vis viva*, pois está contida no movimento do corpo; e a energia potencial com a *vis mortua*, pois tem a propensão em realizar movimento. E ainda, quando diz que a *vis viva* é o resultado de impulsões dadas pela *vis mortua*, podemos notar já uma ideia de transformação, como ocorre da energia potencial para energia cinética por exemplo.

Como já mencionamos no capítulo anterior, Leibniz atribui a iniciativa da força viva a Galileu em seus estudos sobre a força de percussão, e a Huygens sobre a doutrina do movimento nas colisões (LEIBNIZ, 1991). No entanto, foi Leibniz quem a caracterizou em sua forma atribuída ao movimento do corpo, e nos mostrou como mensurá-la.

Em relação à medida da *vis viva*, por meio de um experimento que consiste no movimento de dois corpos em um pêndulo, nos mostra que a força viva é proporcional a massa e ao quadrado da velocidade.

Para obter isto, pois, considerar se esses dois corpos A e C, iguais em magnitude, mas distintos em velocidades, podem produzir algum efeito equivalente por suas causas e homogêneos entre si. Pois, assim as coisas que não podiam ser comparadas facilmente por si, pelo menos podiam ser comparadas cuidadosamente mediante seus efeitos. Por outro lado, presumi que o efeito deve ser igual à causa, se se produz o gasto ou consumo em todo seu valor: onde não importa em quanto tempo se produz. Suponha-se, pois, que os corpos A e C são graves, e que aplicam sua força na subida, o que se produzirá se no momento em que têm suas mencionadas velocidades, A simples e B dupla, se entende que se elevam nos extremos dos pêndulos verticais P₁A, E₁C. Por outro lado consta, pelas demonstrações de Galileu e outros, que, subindo o corpo A com a velocidade 1 a uma altura $\frac{1}{2}$ AH de um pé sobre a horizontal HR no máximo, em todo caso, o corpo C de rapidez 2 pode subir no máximo a uma altura $\frac{1}{2}$ CR de 4 pés. De onde se deduz que um grave de velocidade 2 é quadruplo em potência do que tem 1 grau de rapidez, considerado que precisamente com o consumo de todo seu valor pode realizar o quadruplo. Pois o que levanta uma libra (isto é, a si mesmo) a quatro pés, levanta precisamente quatro vezes uma libra a um pé. E do mesmo modo, em geral, se deduz que as forças dos corpos iguais estão para o quadrado de suas velocidades, e, por conseguinte, as forças dos corpos no universo estão em razão composta simples de seus corpos e dupla de suas velocidades (LEIBNIZ, 1991, p.77-78, tradução nossa).

Assim, Leibniz infere que a força viva pode ser descrita matematicamente pela seguinte expressão:

$$vis\ viva = m \cdot v^2$$

Em um outro trabalho de Leibniz, publicado pela primeira vez em 1860 por C.I. Gerhardt, que supôs que tivesse sido feito em 1691, denominado *Ensaio de Dinâmica sobre as leis do movimento, onde se mostra que não se conserva a mesma quantidade de movimento, mas a mesma quantidade de força absoluta ou a mesma quantidade de ação motriz*, refuta novamente a concepção cartesiana de conservação do momento e mostra que a verdadeira medida a ser conservada é a força viva.

Para tanto introduz uma teoria da ação motriz com o desejo de levar a discussão sobre a estimativa das forças em relação às ideias cartesianas, mostrando que a força não se identifica como a quantidade de movimento mesmo levando em consideração o tempo. Para Leibniz a ação motriz do movimento pode ser medida pelo produto da massa pela velocidade e pelo espaço, o que equivale, em dimensões, a *vis viva* multiplicada pelo tempo (ARGÜELLES; DONÍS, 1991).

$$ação\ motriz = m \cdot v \cdot s = m \cdot v \cdot v \cdot t = m \cdot v^2 \cdot t = (vis\ viva) \cdot t$$

Em consequência, como se conservam as forças vivas em todo momento, se multiplicarmos a soma das forças vivas de um sistema por intervalos de tempos equivalentes, obteremos forçosamente magnitudes iguais. Assim, utilizando o tempo, prova que a quantidade a ser conservada é o produto da massa pela velocidade do corpo ao quadrado.

No entanto, demonstrarei [...] que a soma dos produtos das massas pelos quadrados das velocidades se conserva na concorrência dos corpos. Portanto se provou que a Ação Motriz se conserva, sem falar de outras provas, pelas quais mostrei em outros

lugares que as forças se conservam e que as forças são como os produtos das massas pelos quadrados das velocidades, enquanto as Ações são os produtos das forças pelos tempos, de modo que se não se supera por outro lado esta estimativa e conservação da Força, é conhecido aqui [...] que se conserva a Ação Motriz; no entanto, está claro que as Ações Motrizes estão em razão composta das forças e dos tempos e, ao serem iguais os tempos, as ações motrizes são como as potências ou forças (LEIBNIZ, 1991, p.116, tradução nossa).

Segue seu raciocínio com o objetivo de reduzir a explicação em três equações, as quais são denominadas e explicadas por Leibniz como segue:

(1) *Equação Linear*, que expressa a conservação da causa do choque ou da velocidade respectiva:

$$v - y = z - x$$

O lado esquerdo da equação significa a velocidade relativa com que os corpos se aproximam antes do choque, e o lado direito representa a velocidade relativa de afastamento após o choque. Essa igualdade, de acordo com Leibniz, será válida para corpos bem elásticos. Hoje a conhecemos como equação do coeficiente de restituição da colisão, a qual tem o objetivo de identificar o tipo de colisão, que pode ser: a) elástica (quando o coeficiente é 1, ou seja, de fato, os lados da equação são equivalentes); b) parcialmente elástica (coeficiente de restituição tem um valor compreendido entre 0 e 1, ou seja, a velocidade relativa de afastamento é menor que a velocidade relativa de aproximação) e; c) inelástica (quando o coeficiente de restituição é igual a 0, resultando em velocidade relativa de afastamento nula).

(2) *Equação Plana*, que expressa a conservação do progresso comum ou total dos corpos:

$$av + by = ax + bz$$

Denomina *progresso* a quantidade de movimento que vai para o lado do centro de gravidade, de modo que, se o sentido do movimento dos corpos for contrário, a velocidade que o corpo contrário segue deve ser negativa, resultando um produto negativo na expressão. As letras *a* e *b*, representam a massa dos corpos; *v* e *y* representam as velocidades dos corpos antes da colisão; e *x* e *z* representam as velocidades após o choque. Aqui, apesar da semelhança com a conservação da quantidade de movimento escalar de Descartes, Leibniz nos dá sua noção vetorial. Desta forma, a equação pode ser conservada em qualquer tipo de colisão entre dois corpos, seja elástica ou não elástica.

(3) *Equação Sólida*, que expressa a conservação da força total absoluta ou da Ação Motriz:

$$avv + byy = axx + bzz$$

Leibniz inicia dizendo que como as velocidades estão elevadas ao quadrado, podemos eliminar o fator sentido do movimento dos corpos, pois um valor negativo ao quadrado será sempre positivo. Equação que expressa a conservação da *vis viva* nas colisões perfeitamente elásticas.

Leibniz segue este importante artigo mostrando como, de duas equações, se pode obter a terceira e assim poder provar sua validade.

A primeira equação ($v - y = z - x$) se transforma em ($v + x = z + y$); a segunda equação ($av + by = ax + bz$) passa a ser [$a(v - x) = b(z - y)$]. Multiplicando os termos, obtemos [$a(v - x)(v + y) = b(z - y)(z + y)$]. Desenvolvendo esta equação, finalmente obtêm-se a terceira equação ($av^2 + by^2 = ax^2 + bz^2$) (LEIBNIZ, 1991).

Em seguida, infere que a natureza necessita da elasticidade dos corpos para poder executar as grandes e belas leis, sendo a primeira a lei da conservação da força absoluta ou da ação motriz; e a segunda a lei da continuidade, em razão da qual, todas as modificações devem acontecer por trânsitos não designáveis e jamais a saltos. Admite, ainda, que por esses fatores a natureza não suporta corpos duros inelásticos (LEIBNIZ, 1991).

A principal razão admitida por Leibniz é que sem elasticidade na natureza não se conservariam a mesma força absoluta e o movimento se esgotaria gradualmente.

Leibniz encontra brilhantemente uma razão para as colisões não serem todas perfeitamente elásticas, salientando nesta explicação que parte da força viva pode ser absorvida pelas partículas dos corpos no momento da colisão.

No entanto, devem ser confessados que, ainda que os corpos devam ser assim naturalmente elásticos no sentido que acabo de explicar, não obstante, frequentemente a elasticidade não aparece suficientemente nas massas ou nos corpos que usamos, ainda quando estas massas estão compostas de partes elásticas e se pareçam a um saco cheio de bolinhas duras que cedem a um choque medíocre, sem reestabelecer o saco, como podem ser vistos corpos suaves ou que obedecem sem se reestabelecerem suficientemente. É que as partes não estão suficientemente ligadas para transferir sua modificação ao todo. Do que resulta que no choque de tais corpos uma parte da força é absorvida pelas partículas que compõem a massa, sem que esta força seja devolvida ao total; e isso deve suceder sempre que a massa oprimida não se reestabeleça perfeitamente. Ainda que, geralmente, acontece também que uma massa se mostre mais ou menos elástica de acordo com os diferentes tipos de choque, por exemplo, a água, que cede a uma pressão medíocre e faz rebotar uma bala de canhão (LEIBNIZ, 1991, p.122, tradução nossa).

Essa, de fato, é uma ótima aproximação do que entendemos hoje sobre as “perdas” de energia cinética nas colisões do tipo parcialmente elástica e inelástica.

Nesta mesma perspectiva faz algumas observações sobre as três equações no choque parcialmente elástico, mostrando que na primeira equação, hoje conhecida como fator de restituição da colisão, a velocidade relativa de afastamento diminui; e que parte da força viva é absorvida pelas partículas dos corpos fazendo com que a igualdade da terceira equação deixe de ser válida.

Entretanto, quando as partes dos corpos absorvem totalmente a força do choque, como quando se chocam duas peças de barro ou de argila, ou em parte, como se encontram duas bolas de madeira, que são muito menos elásticas que duas pedras de jaspe ou de aço temperado, quando digo, a força é absorvida pelas partes, tem outro tanto perdido

para a força absoluta e para a velocidade respectiva, ou seja, para as equações terceira e primeira, que não são cumpridas, posto que o que permanece depois do choque resulta menor do que havia antes do choque, pois uma parte da força é desviada para outro lado. Mas a quantidade de progresso, ou melhor, a segunda equação, não é afetada por isso. E até mesmo se mantém somente este progresso total quando os corpos seguem juntos depois do choque com a velocidade do seu centro comum, como fazem todas as esferas de barro ou de argila. Mas nas parcialmente elásticas, como duas esferas de madeira, também ocorre que os corpos se distanciem entre si após o choque, ainda que com uma diminuição da primeira equação, seguindo com esta força do choque que não foi absorvida. E, a partir de algumas experiências relativas ao grau de elasticidade dessa madeira, se poderá predizer o que acontecerá com as esferas feitas dela e todos os tipos de encontros ou choques. No entanto, esse declínio da força total ou este defeito da terceira equação não revoga em absoluto a verdade inviolável da lei da conservação da mesma força no mundo. Pois o que é absorvido pelas partículas não se perde absolutamente para o universo, ainda que se perda para a força total dos corpos concorrentes (LEIBNIZ, 1991, p.122-123, tradução nossa).

Ainda que seja de modo confuso, Leibniz vislumbra aqui um tema que resultará crucial na Física do século XIX: as diferentes formas de energia e suas transformações mútuas. A *vis viva*, ou como viria a ser chamada de energia cinética, pode ser empregada para alterar o equilíbrio de outras energias, como por exemplo a energia gravitacional, energia elétrica ou magnética. Sabemos, por meio do segundo princípio da termodinâmica, que nestas transformações de energia sempre se produzem um aumento de energia calorífica residual, como Leibniz salientou, logicamente, com os conhecimentos que existiam em seu tempo.

A disputa sobre a verdadeira medida da força começa a ter seu fim com D'Alembert, quando em 1743 publica seu *Tratado de Dinâmica*, onde consta um especial capítulo destinado a explicar que as disputas entre a quantidade de movimento e a força viva se resultaram por mero erro de terminologia. Veremos no próximo capítulo como D'Alembert e outros desenvolveram suas fortes opiniões sobre essa disputa e ainda veremos como o conceito de força viva foi desenvolvido em suas múltiplas aplicações a princípios dinâmicos.

4.3 Restrição aos fenômenos relacionados ao movimento

Observamos neste capítulo que o conceito de força viva nasce do estudo do movimento, e da busca sobre qual grandeza deve ser conservada no Universo. Sabemos também que a discussão tem seu princípio nas hipóteses fornecidas por Filopono, Buridan e outros, que podem ser consideradas como um primeiro passo para uma física inercial, passo dado como questionamento ao princípio aristotélico, já anteriormente citado, culpada de uma aderência excessiva à experiência ordinária.

Nos *Principia Philosophiae*, de 1644, Descartes enuncia um princípio diverso, que define como “primeira lei da natureza”, isto é, “que cada coisa permanece no estado em que está, até que nada o modifique”. A ilustração traz ao ponto o problema: “por que os corpos empurrados pela mão

continuam a mover-se depois que ela o abandonou? ”, e dá a resposta: “graças à primeira lei”. Eis o passo pertinente:

Presenciamos diariamente a prova desta primeira regra nas coisas que atiramos para longe; não há razão para continuarem a mover-se quando estão fora da mão que as lançou, a não ser que [de acordo com as leis da Natureza] todos os corpos que se movem continuem a mover-se até que o seu movimento seja travado por outros corpos (DESCARTES, 1997, p. 77).

E qual é a função do ar?

É evidente que o ar e os outros corpos líquidos, nos quais vemos estas coisas a moverem-se, gradualmente diminuem a velocidade do seu movimento: se abanarmos um leque agitadamente, a nossa mão consegue sentir a resistência do ar (o que também é confirmado pelo voo das aves). E na Terra o único corpo fluido que oferece tanta resistência aos movimentos dos outros corpos é o ar (DESCARTES, 1997, p. 77).

Mas, não obstante, a desaceleração produzida sobre os corpos pelos meios em que se movem, o movimento, se considerado quantitativamente associado às diversas massas que se deslocam, não se perde: para Descartes o produto entre a massa e a velocidade (em sentido escalar), somado por todos os corpos do Universo, permanece sempre constante. Se trata de uma tentativa de dar forma quantitativa à sua primeira lei, isto é, de responder à natural pergunta que dela surge: “que coisa exatamente se conserva quando dizemos que o estado de algo que se move permanece invariado? ”.

Já na perspectiva de Leibniz essa grandeza se refere à pesquisa de uma quantidade escalar que se conserva. Segundo Leibniz é conforme a razão assumir a conservação da força motriz total, que nem diminui (pois vemos que nenhuma força é perdida em um corpo sem que se transfira para um outro), nem aumenta (o movimento perpétuo não pode ser verificado em nenhum lugar, enquanto nenhuma máquina e, por isso, nem menos o Universo pode acrescentar a própria força sem um novo impulso externo). O erro de Descartes, segundo Leibniz, seria, portanto, ter identificado a quantidade de movimento como a grandeza que se conserva.

Para demonstrar o erro de Descartes, Leibniz parte de dois pressupostos, que diz compartilhados seja pelos cartesianos que por outros filósofos e matemáticos do nosso tempo (no segundo adotamos unidades modernas):

- 1) A força motriz adquirida por um corpo em queda livre de uma certa altura até o solo é a mesma necessária para leva-lo do solo até a mesma altura (como se vê, por exemplo, no caso do pêndulo, se desprezarmos as resistências);
- 2) Para levantar até uma altura de 4 metros um corpo A de 1kg é necessário a mesma força motriz que para levantar um B de 4 kg à altura de 1m.

De fato, o que podemos observar neste conflito é a introdução de dois importantes conceitos para a Física, mas que nascem, obviamente do estudo do movimento, ou melhor, da conservação do movimento. Desde Aristóteles já existia uma ideia primitiva de conservação: quando um corpo coloca outro em movimento, este primeiro também é movido. O processo tem início com um motor primeiro que fornece movimento, mas não é movido. Como se no início dos tempos esse fornecera movimento ao mundo. Nasce, assim, a ideia de que deva haver uma espécie de constância no movimento. O que restava saber era a qual grandeza esta ideia deve ser relacionada. Descartes e Leibniz deram as suas contribuições.

A ideia de Leibniz resultará no conceito de energia cinética, já a de Descartes na quantidade de movimento. Hoje sabemos que em sistemas isolados a quantidade de movimento do sistema, tomada com propriedades vetoriais, se conserva. Mas a energia cinética do sistema apenas em colisões do tipo elástica.

A questão da conservação levanta um último problema. Seja no caso da força viva que naquele da quantidade de movimento vetorial, ao momento de contato com o solo de um corpo em queda livre temos uma quantidade que desaparece, pelo menos em boa parte (o que é evidente, sobretudo, se não existe repercussão, isto é, no caso de colisão anelástica). Se quisermos salvar a ideia da lei de conservação leibniziana somos, portanto, forçados a criar uma hipótese de que a *vis viva* que é perdida seja redistribuída à nível microscópico. A hipótese que uma parte da *vis viva* seja absorvida pelas partículas que compõem a massa foi dada por Leibniz. Nos limitamos a observar aqui que tal hipótese teve consequências importantes também sobre a natureza dos constituintes da matéria (e em particular sobre a existência de corpos realmente “duros”) e para o conceito de calor.

Mas devemos pensar agora no motivo dessa não generalização. Observamos que o conceito de *vis viva*, e posteriormente o conceito de energia, nasce do estudo do movimento, e não seria de se estranhar que o conceito, pelo menos por algum tempo, ficasse restrito a este tipo de fenômeno. Pois, quando nos perguntamos, “o que tem virtude?”, a resposta rápida e grosseira seria: “o que tem movimento ou está relacionado ao movimento”.

Por isso seria comum restringirmos de imediato, sem reflexão, a ideia de energia ao movimento, pois o que podemos ver historicamente é sua gênese inserida e relacionada inicialmente a este tipo de fenômeno. Este pensamento retrai, ao menos um pouco, o desenvolvimento do conceito por restringi-lo à apenas um tipo de fenômeno. Como veremos nos próximos capítulos, há um caminho longo e tortuoso até à sua generalização a outros fenômenos da natureza, muitas reflexões e indagações serão ainda necessárias.

Desta forma, inferimos aqui outra possível resistência ao desenvolvimento do conceito de energia: a sua restrição aos fenômenos relacionados ao movimento. Ideia que causou uma certa

estagnação ao desenvolvimento do conceito, pois para a sua formulação, seria essencial a sua generalização, e que daria significado à uma lei de conservação, como no caso do conceito de energia quando estudado em casos dissipativos.

Levando em consideração as ideias desenvolvidas neste capítulo, nosso esquema de relações pode ser apresentado pela próxima figura, que nos mostra uma ampliação na rede de conceitos. Em busca da grandeza que deve ser conservada no Universo, Leibniz e Descartes elaboram os conceitos de *vis viva* e *momentum*, respectivamente. Podemos ainda verificar no esquema que o conceito de *momentum* satisfazia a condição de conservação tanto nos choques elásticos, como nos inelásticos. Já em relação ao conceito de *vis viva*, era observado apenas sua conservação nas colisões do tipo elástica. Veremos nos próximos capítulos que a investigação da não conservação da *vis viva* nos choques inelásticos possibilitará o entendimento de um dos processos de interconvertibilidade, em linguagem moderna, a perda de energia cinética é transformada parcialmente em calor.

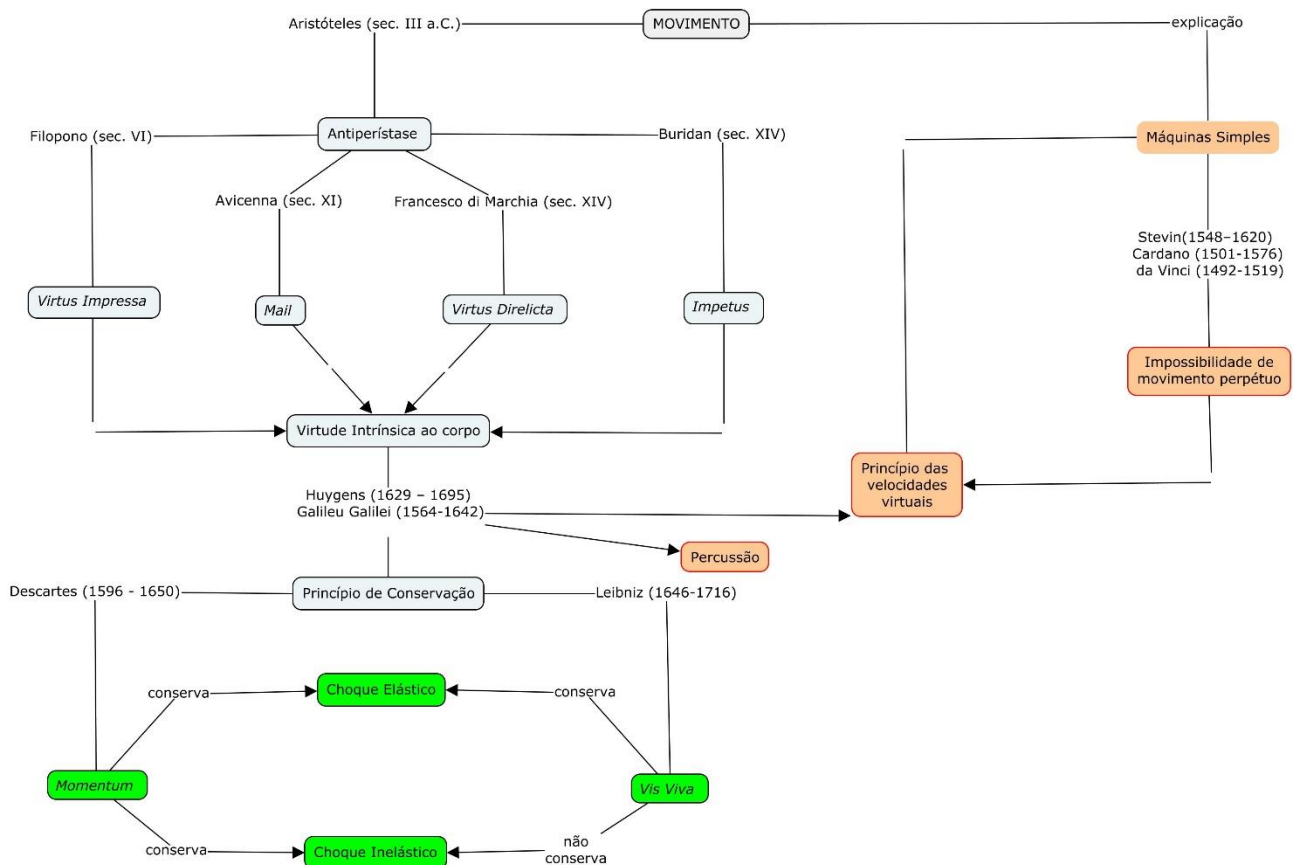


Figura 25 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2, 3 e 4
Fonte: Autoria própria (2016).

No próximo capítulo investigaremos na história como o conceito de *vis viva* foi adquirindo mais significados e foi sendo utilizado em importantes teoremas do movimento, mas ainda, como

podemos notar, não teríamos a sua generalização. Os defensores da conservação da força viva o utilizarão apenas nos fenômenos mecânicos.

A generalização do conceito apenas adquiriu força quando os cientistas relacionaram o princípio da conservação das forças vivas aos fenômenos térmicos, abrindo caminho para outros tipos de relação, como ao eletromagnetismo e aos fenômenos químicos.

A reflexão sobre as perdas de força viva em colisões deve ser encarada como um mecanismo de superação desta resistência. Devemos refletir o que ocorreu com a “perda” da quantidade nestas situações. E analisando, como Leibniz, que foram perdidas para o meio, pelo aumento da agitação térmica, já estamos abrindo um novo caminho para o estudo da energia, que neste caso está inserido nos processos térmicos.

Para o levantamento mais aprofundado dos mecanismos de superação desse obstáculo, deveremos discutir com mais detalhes como o conceito de *vis viva* foi inserido e relacionado a outros fenômenos da natureza.

CAPÍTULO V:

O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FORÇA VIVA

Discutiremos neste capítulo o desenvolvimento do conceito de força viva, principalmente pelas contribuições que foram dadas pelas aplicações desse conceito à explicação dos fenômenos físicos e às máquinas. Temos aqui, aproximadamente um século de desenvolvimento e aplicações, que iniciam no início do século XVIII com J. Bernoulli. Ainda veremos como a disputa sobre a verdadeira medida da força começa a se enfraquecer, principalmente pelo esclarecimento do conceito de força e suas diferenças ao conceito de vis viva.

Iniciarmos a examinar as ideias de conservação de Huygens e Leibniz é fundamental para percebermos as divergências que existem entre elas e para o prosseguimento da intenção do estudo. Em Huygens se fala da conservação em uma dada posição independentemente da trajetória seguida, como vimos. Já em Leibniz se fala da conservação durante um processo e não se faz referimento à caminhos livres ou vinculados. A *vis viva* é a capacidade de um corpo realizar trabalho quando está em movimento e a *vis mortua* é a capacidade de um corpo realizar trabalho quando um corpo em repouso está sujeito à gravidade. Atestando entre essas duas virtudes a capacidade de conservação, ou seja, um corpo pode adquirir movimento a partir das infinitas aplicações infinitesimais da *vis mortua* em um deslocamento vertical, podendo também ocorrer o inverso, a partir da *vis viva* adquirir uma determinada posição.

Como também vimos no primeiro capítulo, Galileu estabeleceu uma relação entre a altura de queda e a velocidade adquirida a partir dessa, sendo proporcional ao quadrado da velocidade, a qual certamente é confirmada e utilizada por Huygens e Leibniz. Em Huygens percebemos que seus resultados são, de modo geral, como expressão do princípio de que o efeito será igual à sua causa. O termo $m \cdot v^2$ depende das posições inicial e final e o significado de sua conservação é uma invariância em relação à caminhos diferentes (por exemplo, como na colisão entre dois corpos). Já a conservação de Leibniz exprime uma situação de causa-efeito, isto é, quantidades de virtudes trocadas a partir de uma situação estática à uma dinâmica, ou vice-versa. Ambas vinculadas à proporção de Galileu: $\frac{v^2}{2} = g \cdot h$.

No entanto, a confusão entre os conceitos de força e energia, que eram evidentes nesta época, e ainda, a falta de um claro modelo conceitual e analítico para a força ou para a grandeza que o corpo transporta durante seu movimento, impediram o desenvolvimento e aplicações desse princípio, e quando foi feito, sua maneira era de difícil entendimento. O produto da massa pela velocidade do corpo ao quadrado estava sendo bem desenvolvido pelos defensores da *vis viva*, no entanto, o problema do entendimento das diferenças entre os conceitos de força e energia, naquele momento, não permitiu o desenvolvimento da variação da *vis mortua* e o seu confronto com a variação da *vis viva*. Isso ocorreu lentamente, por um longo período de tempo. O que se entendia bem até o momento, em relação ao princípio da conservação, era a relação causal entre as duas grandezas, ou seja, que uma poderia ser convertida na outra, e ainda, não havia o entendimento claro da perda de força viva em colisões do tipo não elástica, apesar de ter sido explicado, em partes, por Leibniz.

Nos parece claro que Leibniz estava, de fato, próximo ao princípio da conservação da energia, no entanto a falta de esclarecimento, principalmente ao conceito de força, que para ele seria intrínseca ao corpo, o fez se afastar desse entendimento. Em termos modernos poderíamos considerar a *vis viva* como a energia cinética do corpo e a *vis mortua* relacionada à energia potencial, então o princípio de

conservação de Leibniz, no sentido de causa-efeito, e o princípio da conservação da energia mecânica, seriam equivalentes. Assim, diríamos que Leibniz teria perfeitamente intuito tal princípio sem saber formalizá-lo corretamente, pelo menos no que diz respeito à energia mecânica.

Havia, nessa mesma época, aqueles que defendiam um outro princípio de conservação, os Cartesianos, que acreditavam na quantidade de movimento como a grandeza a ser conservada no Universo, e essa ainda sendo a verdadeira medida da força. Dessa forma, dois princípios de conservação se distinguiam por duas grandezas, *vis viva* (Leibniz e Huygens) e *momentum* (Descartes).

Suas formalizações ainda por mais de cem anos foram desenvolvidas, as quais objetivavam eliminar as tendências filosóficas da Física Leibniziana e Cartesiana, um nome, sem dúvida, importante para este marco foi D'Alembert em seu trabalho *Traité de Dynamique*.

A partir deste ponto da história iniciam-se as tentativas em responder como as variações da *vis viva* estariam relacionadas ao princípio da conservação proposto por Huygens, e mais fundamentado, por Leibniz, e ainda, como este teorema da força viva poderia ser utilizado em conexão com a força externa e qual seria a função e o objetivo do *momentum* para as medidas do movimento. O que veremos, em continuação, será a busca destas questões, principalmente por Johann Bernoulli, D'Alembert, Euler, Daniel Bernoulli, Koenig, Young, L. Carnot, Lagrange, Poncelet, Coriolis, entre outros. Descrevemos agora um pequeno resumo das contribuições que esses deixaram ao princípio das forças vivas, sendo discutido, depois, em mais detalhes cada obra.

Johann Bernoulli (1667-1748) foi um importante defensor das ideias de Leibniz sobre a *vis viva*, escrevendo amplamente sobre ela, tentou demonstrar que esta seria a verdadeira medida da força aplicando o princípio de conservação para diversas situações mecânicas. Em uma carta destinada a Varignon introduz, pela primeira vez, próximo ao significado atual, a palavra energia para designar o produto da força pelo deslocamento virtual, definindo também o princípio das velocidades virtuais para uma situação de equilíbrio. Esta noção de energia de Bernoulli a entendemos hoje como o trabalho mecânico realizado por uma força em um corpo (BERNOULLI, 1717 apud VARIGNON, 1725; BERNOULLI, 1724).

D'Alembert em sua obra *Traité de Dynamique* (1743 e 1758) nos dá uma visão clara de que a disputa para a verdadeira medida da força é uma mera competição de palavras. Para ele a força seria algo externo ao corpo diferente das visões de Leibniz e Descartes, e que esta força poderia se relacionar à quantidade de movimento e à força viva. A variação da quantidade de movimento seria uma relação da força com o tempo, e a variação da *vis viva* seria uma relação entre a força e o espaço percorrido pelo corpo (D'ALEMBERT, 1975). Outros dois nomes importantes, que geralmente são esquecidos, e que ainda anteciparam as ideias de d'Alembert, foram Roger Boscovich, que escreveu

um importante trabalho denominado *Viribus Vivis*, escrito em 1745, e W. James Gravesande em seu *Mathematical Elements of Natural Philosophy*, de 1720. Nestas obras discutem, também, a validade das ideias de força viva e momento quando estas são relações da força no espaço e no tempo, respectivamente (HANKINS, 1965).

Daniel Bernoulli, em 1748, em seu trabalho *Remarques sur le principe de la conservation de forces vives pris dans un sens général*, relaciona o conceito de força viva com uma função de coordenadas da posição do corpo (função de potencial), mostrando como se obtém a força viva a partir da posição. Essa relação está muito próxima da equação da conservação da energia mecânica de um sistema. Ainda mostrou que a força viva total adquirida pelos corpos não depende da trajetória seguida, deixando claro que a variação da força viva é resultado da ação de uma força (BERNOULLI, 1975).

Johann Samuel Koenig, em 1751, em sua obra *De universal principio aequilibrum et motus in vi viva reperto...*, relacionou o princípio das forças vivas com o conceito de mínima ação, embora de forma confusa e em parte equivocada. Nessa mesma obra, derivou a lei de que o total de *vis viva* de um sistema é igual à *vis viva* do centro de massa do sistema mais a *vis viva* relativa ao centro de massa, uma ideia, que de fato, continuou a ser utilizada pelos mecanicistas posteriores (KOENIG, 1751 apud LINDSAY, 1975).

Em 1752, Leonhard Euler, em sua obra *Recherches sur l'origine des forces*, defende sua posição de que a força deva ser entendida como algo extrínseco ao corpo. E a partir do princípio fundamental da dinâmica newtoniana demonstra o princípio que, para as colisões do tipo não elásticas, a perda de força viva do sistema pode ser medida pelo dobro do produto entre a força e o deslocamento. Essa força é entendida como a trocada pelos corpos durante a colisão e este deslocamento, suas deformações em relação ao ponto inicial de contato. Ele ainda mostrou que o acréscimo de força viva é dependente apenas das posições inicial e final e não da trajetória percorrida (EULER, 1752 apud LINDSAY, 1975).

Joseph Louis Lagrange, em 1788, em seu trabalho intitulado *Mécanique Analytique*, descreve o princípio da força viva para um sistema dinâmico e mostra que se essa quantidade for somada a uma função de potencial, permanecerá sempre constante. Esta expressão é conhecida hoje como conservação da energia mecânica. No entanto, apesar de ter feito corretamente a demonstração matemática do princípio, não deu uma interpretação física para as grandezas (LAGRANGE, 1853).

Lazaret Carnot, em 1803, em sua obra *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*, contribuiu com a aplicação do princípio ao funcionamento das máquinas. Nos deixou um esclarecimento, ao menos em termos de nomenclatura, das grandezas mv^2 e mgh , as quais, até então eram entendidas com o mesmo significado de *vis viva*. À primeira propôs que continuasse a ser

chamada de força viva, mas a segunda que passasse a ser denominada de força viva latente. Ainda, apesar de não ter definido a grandeza trabalho, fez uma primeira relação entre esta e a força viva (CARNOT, 1803).

Thomas Young, em seu *Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts*, impresso em 1807, faz pela primeira vez a inserção do termo energia para designar força viva em virtude da confusão que se fazia entre ela e o conceito de força, que para ele, também deveria ser extrínseca ao corpo. Demonstrou que podemos estimar o valor da força relacionando-a à energia ou à quantidade de movimento. Afirmou ainda que o trabalho despendido na produção de qualquer movimento é proporcional à energia (YOUNG, 1807).

Em contribuição à ideia de trabalho e sua relação ao conceito de força viva podemos citar J. Poncelet, em sua obra *Cours de Mécanique Appliquée Aux Machines* (1824), e G. Coriolis, em seu *Du Calcul de L'effet des Machines* (1829). Ainda podemos encontrar neste trabalho de Coriolis a força viva definida, pela primeira vez, como metade do produto da massa pela velocidade do corpo ao quadrado (PONCELET, 1824; CORIOLIS, 1829).

Discutiremos, agora, em detalhes, as contribuições deixadas por estes, para assim podermos perceber o desenvolvimento do conceito ao longo das tentativas de sua aplicação, explicação e refutação.

5.1 Johann Bernoulli: a introdução do termo energia

Johann Bernoulli nasceu na Basileia em 1667 e faleceu em 1748, foi um dos membros de uma célebre família de grandes matemáticos, dos quais, seu filho Daniel Bernoulli, talvez fosse o mais conhecido por seus estudos na Física. Johann passou a maior parte de sua carreira profissional como professor na Universidade de Basel, e por algum tempo após a morte de Newton, em 1727, foi considerado o matemático mais importante da Europa. Ele logo se tornou um seguidor de Leibniz nas últimas reformulações da terminologia do cálculo diferencial e integral e defendeu-o contra Newton. Também endossou com entusiasmo a decisão de Leibniz para adotar a *vis viva* como a verdadeira medida da força de um corpo em movimento. No período de 1715 a 1730 Bernoulli escreveu extensamente, defendendo a ideia de *vis viva*. Em sua obra de 1724, intitulada *Discurso sobre as Leis da Comunicação do Movimento*, dedica vários capítulos a este conceito, tentando esclarecê-lo e comprova-lo matematicamente através de algumas situações dinâmicas de conservação.

Johann Bernoulli fez outra contribuição para a mecânica que, a longo prazo seria de igual importância ou talvez ainda maior do que a sua defesa e exploração do conceito de *vis viva*, na medida em que o desenvolvimento do conceito de energia é levado em consideração. Em uma carta pessoal

enviada, em 1717, para o matemático francês Pierre Varignon (1654-1722), Bernoulli enunciou de forma clara o princípio das velocidades virtuais ou trabalho virtual. Analisamos o desenvolvimento do princípio das velocidades virtuais no capítulo III, onde observamos sua gênese nas tentativas do entendimento do funcionamento de algumas máquinas simples e, principalmente na aplicação de uma dinâmica para sistemas em equilíbrio. De fato, este princípio foi enunciado brilhantemente por Johann Bernoulli.

Para tanto, Bernoulli aplicou o princípio das velocidades virtuais em um problema de equilíbrio de forças. Varignon ficou tão impressionado com a carta de Bernoulli que lhe pediu permissão para incluir o conteúdo em seu próprio trabalho, *Nouvelle Mécanique Sur la Statique*, publicado postumamente em 1725. Nesta carta fez uma sugestão importante em termos de nomenclatura. Johann introduziu o termo energia para se referir ao produto de uma força pelo deslocamento virtual de uma partícula sob a ação dessa força. Este uso da palavra energia, para designar o que mais tarde viria a ser chamado de trabalho, foi, muito provavelmente, a primeira introdução do termo em um sentido relacionado com o uso moderno da palavra. No entanto, é interessante notar que, em suas discussões sobre a *vis viva*, Bernoulli não fez uso da palavra energia, mesmo introduzindo novamente o princípio dos deslocamentos virtuais para sistemas em equilíbrio. Ele pode muito bem ter entendido que era prudente manter os problemas de estática separados dos de dinâmica, uma atitude comum no seu tempo. Coube a Thomas Young relacionar a palavra energia com a *vis viva* em 1803. No entanto, somente no meio do século XIX é que o termo seria entendido como, de fato, o conhecemos (LINDSAY, 1975).

Para seguirmos o desenvolvimento cronologicamente, inicialmente discutiremos a carta de Bernoulli a Varignon e, depois, mostraremos seus escritos sobre sua defesa ao conceito de *vis viva*.

A carta datada de 26 de janeiro de 1717, aborda duas importantes ideias, como já mencionamos: a primeira é a introdução da palavra energia que para ele seria o produto da força morta multiplicada pelo deslocamento infinitesimal (identificado como velocidade virtual); e a segunda, apresenta, dentro desta perspectiva, o enunciado do princípio das velocidades virtuais em uma aplicação de um sistema em equilíbrio.

Varignon, em sua obra, pede permissão a Bernoulli para publicar o trecho da carta em que este utiliza a ideia de energia para enunciar uma importante ideia inserida em um caso de equilíbrio de forças. Logicamente, Bernoulli concede a permissão.

Podemos encontrar este trecho na obra de Varignon, *Nouvelle Mécanique*, publicada em 1725, tomo II, páginas 174 a 176, em versão francesa.

NOUVELLE
MECANIQUE
ou
STATIQUE;

DONT LE PROJET FUT DONNÉ
EN M. DC. LXXXVII.

*Ouvrage posthume de M. VARIGNON, des Académies
Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse,
Lecteur du Roy en Philosophie au Collège Royal, & Pro-
fesseur des Mathématiques au Collège Mazarin.*

TOME SECOND.



A PARIS,
Chez CLAUDE JOMBERT, rue S. Jacques, au coin de la rue
des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXV.
Avec Approbation & Privilège du Roy.

Figura 26 - Capa de Nouvelle Mécanique de 1725

Fonte: Varignon (1725).

Conceber (diz ele) várias forças diferentes, que estão atuando ao longo de diferentes linhas ou direções com tendência para manter em equilíbrio um ponto, uma linha, uma superfície, ou um corpo; conceber também que nós impressionamos em todo o sistema de forças, um pequeno deslocamento, ou paralelamente a si mesma ao longo de qualquer direção, ou sobre qualquer ponto fixo, é fácil de ver que, através deste deslocamento, cada uma destas forças irá avançar ou recuar na sua direção, a menos que uma ou mais das forças tenham as suas direções perpendiculares à direção do pequeno deslocamento, em cada caso em que a força ou as forças não irão avançar nem recuar: para esses avanços ou recessões, os quais eu denomino de velocidades virtuais, são nada mais do que os montantes pelos quais cada linha de tendência aumenta ou diminui por causa do pequeno deslocamento, e estes aumentos ou diminuições são encontrados, traçando uma perpendicular a partir do final de cada linha de tendência que irá cortar a partir da linha de tendência de cada força na posição vizinha, a qual foi trazida pelo pequeno deslocamento, uma pequena porção que será a medida da velocidade virtual desta força (BERNOULLI, 1717 apud VARIGNON, 1725, p.175, tradução nossa).

Nesta primeira parte encontramos o que Bernoulli entende por velocidade virtual, sendo esta considerada como um deslocamento infinitesimal da força. Para cada deslocamento infinitesimal devido a ação da força no corpo, devemos ter um incremento de velocidade virtual no corpo devido à força, não podendo esta ser perpendicular ao deslocamento. Uma ideia que se aproxima muita da noção de trabalho na mecânica moderna, que será desenvolvida, alguns anos mais tarde, por Poncelet e Coriolis em uma importante relação ao princípio das forças vivas.

Bernoulli segue sua explicação dando um exemplo de aplicação para um sistema de forças em equilíbrio.

Por exemplo, seja P um ponto do sistema de forças que está em equilíbrio; seja F uma dessas forças, que empurra ou puxa o ponto P na direção FP ou PT, seja Pp uma pequena linha reta que o ponto P descreve em um pequeno deslocamento, no qual a linha de tendência FP leva para a posição fp, o que irá ser exatamente paralelo a FP, se o deslocamento do sistema é feito de modo que todos os seus pontos se movam paralelamente à uma determinada linha reta, ou, prolongada, fará com FP um ângulo infinitamente pequeno, se o deslocamento do sistema ocorre em torno de um ponto fixo. Agora trace PC perpendicular a fp, e você terá Cp representando a velocidade virtual da força F, de modo que $F \times Cp$ é o que eu denomino de energia. Nota-se que Cp é positivo ou negativo em relação a outras linhas semelhantes: é positivo, se o ponto P é empurrado pela força F e o ângulo FPp é obtuso, e negativo se o ângulo de FPp é agudo, mas, pelo contrário, se o ponto P é puxado pela força, Cp é negativo, se o ângulo de FPP é obtuso, e positivo, se é agudo (BERNOULLI, 1717 apud VARIGNON, 1725, p.175-176, tradução nossa).

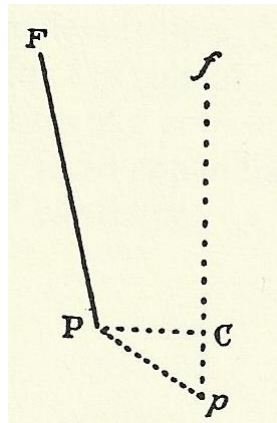


Figura 27 - Esquema utilizado por Bernoulli em seu estudo sobre a velocidade virtual
Fonte: Lindsay (1975, p. 134)

Mesmo ainda concebendo a força como algo inerente ao corpo, como ficará mais claro na análise de seu próximo trabalho, ele dá uma importante contribuição para o desenvolvimento do conceito de energia, seja por mero termo de nomenclatura, seja por uma primeira aproximação do princípio das velocidades virtuais à ideia de trabalho. Além de deixar claro que o produto da força pelo deslocamento é, para ele, energia, também mostra que esta força quando perpendicular ao deslocamento não contribui com a adição de velocidade virtual no corpo, devendo ser, portanto, paralela ao deslocamento.

Varignon ainda mostra a conclusão de Bernoulli por meio de uma proposição geral, e ainda segue com uma demonstração, a qual não mostraremos aqui, no entanto, se o leitor desejar se aventurar, poderá encontrá-la na mesma obra referida anteriormente.

Proposição Geral, Teorema XL

Em cada caso de equilíbrio de forças, de qualquer maneira que são aplicadas e, qualquer que seja as direções que atuam umas sobre as outras, direta ou indiretamente, a soma das energias positivas será igual à soma das energias negativas, tomadas como positivas (BERNOULLI, 1717 apud VARIGNON, 1725, p.176, tradução nossa).

Em relação ao princípio das velocidades virtuais, podemos interpretar a ideia de Bernoulli com um exemplo para melhor entendermos. Consideremos uma balança de pratos em uma situação em que são aplicadas duas forças quaisquer nas suas extremidades.

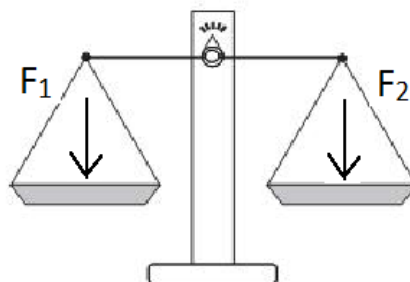


Figura 28 - Balança de dois pratos
Fonte: Autoria própria (2016).

De acordo com Bernoulli a força F_1 pode acrescentar uma velocidade virtual no sistema, ou seja, uma energia, a qual podemos considerá-la como tendo uma quantidade positiva. A força F_2 também pode acrescentar uma energia ao sistema, no entanto, sendo contrária, deveremos considerá-la negativa. O teorema afirma que o sistema somente estará em equilíbrio se a soma das energias inseridas no sistema pela força no deslocamento virtual for nula. Em outras palavras, imaginemos um deslocamento virtual d_1 realizado pela força F_1 e um deslocamento virtual d_2 realizado pela força F_2 . Se o produto entre a força e o deslocamento virtual, ou seja, a energia (nas considerações de Bernoulli), forem iguais, então, o sistema estará em equilíbrio.

Assim o teorema das velocidades virtuais ou deslocamentos virtuais ganha um significado mais amplo e mais claro em relação às explicações de Pseudo-Aristóteles, Nemorario, Stevin e Galileu, podendo ser denominado agora como teorema dos trabalhos virtuais. Podemos inferir mais uma vez, então, a importância do princípio para o desenvolvimento do conceito de energia. Agora notamos claramente que os balanceamentos de energia, resultados pelas duas forças, devem ser considerados para o equilíbrio do sistema, caso contrário, se uma força fornecer mais energia do que outra, o sistema entra em movimento. Enfim, existe neste princípio uma boa aproximação à ideia de trabalho, sendo este considerado o produto escalar da força pelo deslocamento por ela realizado.

Outra obra muito importante de Bernoulli, em consideração à sua defesa à *vis viva* como sendo a verdadeira medida da força pelo corpo transportada, é seu *Discurso sobre as Leis da Comunicação do Movimento*, publicado em Paris em 1724. Nesta obra desenvolveu o uso da *vis viva* em problemas de corpos em movimento defendendo a posição de Leibniz já comentada aqui. Esta obra é constituída de 14 capítulos, entre os quais discutiremos os capítulos V, IX e X, baseado nas observações de Lindsay (1975), como os mais significativos para o desenvolvimento do conceito.

1.

DISCOURS
SUR LES LOIX
DE LA COMMUNICATION
DU MOUVEMENT,

Qui a mérité les Eloges de l'Académie Royale des Sciences
aux années 1724. & 1726. & qui a concouru à l'occasion
des Prix distribués dans lesdites années.

Par M. JEAN BERNOULLI, Professeur des Mathématiques
à Bâle, & Membre des Académies Royales des Sciences de
France, d'Angleterre & de Prusse.



A PARIS, rue saint Jacques,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la rue des Mathurins,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.



Figura 29 - Capa de Discours sur les loix de la communication du mouvement

Fonte: Bernoulli (1724).

O capítulo V inicia uma breve defesa aos conceitos leibnizianos, seguido das explicações de força viva e força morta. Para Bernoulli, a *vis viva* é adquirida pelo corpo quando uma força atua nele fazendo-o adquirir uma velocidade que aumenta em graus infinitamente pequenos, se esta força é cessada o corpo mantém uma velocidade uniforme. Seguindo para isso a concepção de causa-efeito de Leibniz. A força proporciona ao corpo um movimento, de modo que, os pequenos graus de força acumulam-se e são conservados pelo corpo.

Em relação a causa-efeito nos mostra como um corpo pode adquirir *vis viva* a partir da força aplicada por uma mola, à medida que o corpo recebe novos graus de força (efeito) a causa que a produziu deve desaparecer, sendo esta causa a *vis mortua* acumulada na deformação da mola. Esta força “entrando” no corpo, ocasionada pela pressão da mola é denominada por ele de *vis viva*. Ou seja, a partir dos efeitos de transmissão infinitesimais, quando a *vis mortua* perde um grau de sua intensidade, a *vis viva* aumenta um grau. Afirma, ainda, que não deve haver a destruição de alguma dessas, mas apenas que existe um consumo, ou seja, uma transferência.

Este efeito também pode ocorrer em sentido inverso, por exemplo um corpo em movimento pode fazer contrair uma mola. Um corpo que adquiriu força viva a partir da força morta de uma mola pode fazer deformar a mola para o mesmo grau que havia anteriormente. Nas palavras de Bernoulli *a velocidade seria mais ou menos intensa como a energia da mola* (BERNOULLI, 1724).

1. Neste capítulo, proponho a examinar um dos assuntos mais importantes relativos ao movimento. Falo aqui da força dos corpos que G. W. Leibniz (1646 - 1716) denominou de *vis viva* (força viva), para distingui-la de uma outra força que tinha dado o nome de *vis mortua* (força morta). Em uma seção anterior deste trabalho já tive a oportunidade de definir o que eu entendi por *vis viva* e *vis mortua*, e determinar, de passagem, a verdadeira medida da *vis viva*. Meu objetivo aqui é explicar minuciosamente a natureza e as propriedades dessa força. Comprometo-me de bom grado, porque um grande número de filósofos, que são realmente muito iluminados, ainda confunde essas duas forças e não podem ser convencidos de seus erros.

2. Vimos no capítulo três que a *vis mortua* consiste em um esforço simples, e este esforço é tal que ela continua a existir, mesmo se um obstáculo externo a qualquer momento impeça a produção de movimento local no corpo em que a *vis mortua* é exercida. Um exemplo de uma tal força é um peso. Um corpo pesado sustentado por uma mesa horizontal continuamente tenta descer. E ela seria efetivamente capaz de descer, se a mesa não fornecesse um obstáculo que o detém. Assim, a gravidade produz uma *vis mortua* no corpo. O efeito disto é apenas momentâneo. A cada instante a gravidade exerce uma infinitamente pequena quantidade de velocidade⁴² no corpo em que atua, que é imediatamente absorvido pela resistência do obstáculo. Estes pequenos graus de velocidade perecem em seu nascimento e renascem em perecimento, e é nesta reciprocidade constante, neste ciclo de produção e destruição, que a força da gravidade é composta, quando é retida por um objeto imóvel. Esta força é denominada de *vis mortua*. Como para o obstáculo, quando ele resiste a força de gravidade, recebe uma força igual e oposta à força da gravidade que atua sobre o peso. *Vis mortua* tem essa propriedade peculiar que não produz nenhum efeito que dura mais do que si mesmo. Se o corpo pesado mantido pela mesa estava prestes a perder todo o seu peso, a qualquer instante, neste mesmo instante a mesa deixaria de ser pressionada para baixo.

3. A situação não é a mesma com a *vis viva*, a sua natureza é totalmente diferente. Ela não pode nem nascer nem perecer em um instante. Leva maior ou menor tempo para produzir a *vis viva* em um corpo que ele nem se quer tinha para começar. Também leva tempo para destruir a *vis viva* em um corpo que a tem. A *vis viva* é produzida gradualmente em um corpo quando, o corpo estando originalmente em repouso, por uma força que é aplicada e induz por pequenos graus um movimento local. Supomos, neste caso, que nenhum obstáculo retarde o movimento. Este movimento é adquirido em infinitamente pequenos graus e aumenta a uma finita e determinada velocidade, a qual continua uniforme até que a força que produz o movimento deixa de atuar no corpo. Assim, a *vis viva* produzida em um corpo em um tempo finito por uma força que nenhum obstáculo retarda é algo real. Isso é equivalente à parte da causa consumida na sua produção, uma vez que cada causa eficiente deve ser igual ao seu efeito.

4. O corpo que recebe a *vis viva*, se não retardado por qualquer obstáculo, proporciona resistência a ela apenas através da sua inércia, o que é sempre proporcional à sua massa, de modo que os pequenos graus de força exercida sobre o corpo são conservados e acumulam-se de modo a produzir finalmente um movimento local. Uma *vis viva* produzida por uma força contínua, sem qualquer obstáculo a retardando, pode ser comparada com uma superfície descrita pelo movimento de uma linha ou de um sólido descrito pelo movimento de uma superfície. Não há mais possibilidade de comparar *vis mortua* com a *vis viva* que comparar uma linha com uma superfície ou uma superfície com um sólido; eles são quantidades heterogêneas que realmente não admitem comparação.

5. Qualquer que seja a causa de uma força cuja duração da sua ação, finalmente produz o movimento, se for de uma quantia determinada, tal como o produzido, por exemplo, por uma mola esticada, o que por seu relaxamento emprega uma força para produzir uma velocidade real em um corpo que anteriormente não tinha nenhum, então eu digo,

⁴² Na versão de Lindsay (1975) o termo nos aparece como *energy*, porém, consultando o original de Bernoulli, em francês, observamos a palavra *vitesse*, que significa velocidade.

e o assunto é auto evidente, que na medida em que o corpo recebe novos graus de força, a causa que as produziu deve desaparecer completamente até que toda a força da mola é usada e transferida para o corpo, até que tenha sido, por assim dizer, reunidos no acúmulo de todos os pequenos graus que tenham sido produzidos sucessivamente. É esta força entrando no corpo colocado em movimento pelo uso da tensão da mola que pode propriamente ser chamado *vis viva*. É em virtude disto que o corpo se move de um lugar para outro com uma determinada velocidade. Mais ou menos intensa relativo a energia da mola.

6. Aqui, novamente, vemos a grande diferença entre *vis e viva* e *vis mortua*. Pressão ou tensão por si só, ou a *vis mortua*, que é recebida por um obstáculo fixo, produzida pelo esforço de uma mola ao tentar se esticar, não diminui a força da mola a nada, longe de se esgotar. Ar, por exemplo, comprimido num recipiente, faz um esforço contínuo para expandir, sem, no entanto, perder algo de sua força, porque as paredes do recipiente não podem ceder, elas apenas podem manter a pressão sem diminuir a elasticidade do ar. Por outro lado, a força da mola é usada para dar movimento a um corpo, isto é, para produção de *vis viva*. A produção do mínimo grau desta força requer a perda ou a destruição da força da mola para um grau equivalente. A primeira é a causa, o outro o efeito imediato. Mas a causa não pode desaparecer, no todo ou em parte, sem ser reencontrada no efeito da produção do qual foi empregada.

7. Daqui concluo que a *vis viva* de um corpo que foi produzida pelo relaxamento de tal mola é capaz de esticá-la novamente para o mesmo grau de força que tinha originalmente. E se supõe que esta *vis viva* é empregada para esticar duas, três, ou mais molas todas iguais umas às outras, mas mais fraca do que a primeira, eu digo que a primeira mola pode produzir um efeito de duas, três vezes, ou várias vezes maior do que qualquer uma das molas fracas. A igualdade que existe entre o efeito e a causa eficiente confirma o que acabo de dizer.

8. Esta igualdade consiste na conservação das forças de corpos que estão em movimento. É visto que a menor parte de uma causa positiva não pode ser permanentemente perdida e que isto pode, além disso, reproduzir um efeito somente à extensão de substituição de tal perda (BERNOULLI, 1724, p. 32-35, tradução nossa).

Neste mesmo capítulo, segue fazendo uma crítica aos cartesianos que acreditam que a verdadeira medida da força de um corpo em movimento deve ser igual ao produto da massa pela velocidade e que a origem desse erro está na confusão que fazem entre a força morta e a força viva, por crerem principalmente que esta força depende do tempo.

Segundo ele a confusão entre as virtudes consiste na aplicação errônea das forças em sistemas em equilíbrio. Bernoulli defende que a força morta deve ser aplicada em problemas de estática, a qual pode ser relacionada com a velocidade virtual para explicar o equilíbrio do sistema. Para poder comprovar sua ideia enuncia novamente o princípio das velocidades virtuais afirmando que, se um conjunto de forças F_i é exercido sobre um conjunto de corpos, sujeitos a restrições, e se pequenos deslocamentos possíveis δr_i são permitidos a cada corpo, o sistema estará em equilíbrio se for nulo a somatória dos produtos das forças pelos respectivos deslocamentos virtuais ou velocidades virtuais δv_i :

$$\sum F_i \cdot \delta r_i = 0 \quad \text{ou} \quad \sum F_i \cdot \delta v_i = 0$$

Confirmando sua defesa à força viva, ele ainda diz que foi Leibniz o primeiro a notar que a força deve ser medida pelo produto da massa pela velocidade do corpo ao quadrado, através da noção

de Galileu de que a altura é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade. Por meio dessa relação, Leibniz conclui que a altura que o corpo pode subir deve ser considerado como a medida de sua força. Bernoulli ainda afirma que caso a concepção de quantidade de movimento como medida da força fosse válido deveria existir um movimento perpétuo inconcebível nesta mecânica. Diante dos fatos, Bernoulli aceita o desafio de demonstrar a verdadeira forma de estimar a quantidade da força no movimento, concluindo, desta maneira, o capítulo V.

9. Uma vez que as pessoas têm muito tempo trabalhado sob a opinião de que a quantidade de movimento, isto é, o produto da massa de um corpo multiplicada pela sua velocidade, é a medida da força de um corpo, eles têm erroneamente acreditado que a quantidade de movimento no universo deve ser constante.

10. A origem deste erro, como já sugeri, está em confundir a natureza da *vis mortua* com a *vis viva*. O princípio fundamental da estática exige que no equilíbrio de forças, os momentos estão em razão composta, das forças absolutas, e de suas velocidades virtuais. Este princípio foi estendido além do que foi justificado por aplicá-lo para corpos com velocidades reais.

11. É apenas nos últimos 30 ou 40 anos que algumas pessoas têm percebido que as duas forças são de natureza totalmente diferentes, não possuindo qualquer relação umas com as outras como uma linha tem para uma superfície ou uma superfície para um sólido. Leibniz foi o primeiro a notar que esta força não era de forma alguma igual ao produto da massa pela velocidade, mas que era medida pelo produto da massa multiplicada pelo quadrado da velocidade.

12. A novidade do ponto de vista de Leibniz atraiu adversários. Ele confirmou sua visão, mostrando a concordância perfeita que existe entre esta e a lei de Galileu de um corpo em queda por gravidade; uma lei geralmente aceita. Leibniz poderia ver que um peso, com duas unidades de velocidade pode elevar-se quatro vezes tão alto quanto um peso com uma unidade de velocidade, que iria aumentar nove vezes tão alto se tivesse três unidades de velocidade, e assim por diante. Finalmente, ele mostrou que as alturas a que corpos pesados são capazes de serem levantados são sempre proporcionais aos quadrados de suas velocidades. Ele manteve que a altura a que o peso pode subir, pode ser tomado como uma medida da força do corpo. Ele concluiu que a *vis viva* de um corpo é proporcional à massa multiplicada pelo quadrado da velocidade.

13. Mas os adversários de Leibniz não estavam satisfeitos com sua hipótese relativas às alturas que ele afirma, fornecem a medida das forças. Eles abordam os casos e insistem entre outras coisas que não se deve negligenciar o tempo que o peso leva para atingir sua altura. Por exemplo, um peso que, com o dobro da velocidade aumenta quatro vezes mais a altura de acordo com eles deve ser considerado como tendo uma força de apenas duas vezes, uma vez que tem o dobro do tempo a subir. Estes senhores acreditam que eles são justificados em sustentar que na estimativa de forças é necessário considerar não só a altura atingida, mas também o tempo gasto. Eles estão convencidos que a força de um corpo é composta por duas entidades, a entidade direta da altura e a entidade inversa do tempo. Eles não percebem que o tempo não tem nada a ver com o assunto do seu litígio, uma vez que é fácil ter um corpo pesado elevado a diferentes alturas ao mesmo tempo. Neste contexto, a pessoa precisa apenas pensar em uma cicloide. Sabemos que todos os arcos que começam com o ponto mais baixo são isócronos, isto é, realizados ao mesmo tempo.

14. Leibniz respondeu às objeções de seus críticos, mas não fez nenhum progresso contra preconceitos em favor da visão comum e errônea de que a força de um corpo em movimento é igual à quantidade de movimento, ou seja, o produto da massa vezes a velocidade. Foi em vão que ele apontou para os seus adversários que, se a opinião

mantida fosse para valer, pode-se trazer um movimento perpétuo puramente mecânico, o que de acordo com Leibniz deve ser absolutamente impossível. Mas seus oponentes preferiram admitir a possibilidade de um movimento perpétuo, em vez de abandonar uma opinião realizada por um longo tempo, a fim de aceitar uma nova, que eles consideravam como uma espécie de heresia na Ciência Física.

15. Pouco antes da morte de Leibniz, suas opiniões foram completamente rejeitadas na Inglaterra e de fato tratadas com desprezo. Eles foram atacados em uma coleção de cartas entre Clarke e Leibniz emitidas em duas impressões com notas. Eles foram atacados, eu digo, para verter o ridículo sobre os pontos de vista deste grande homem relativo a *vis viva*, mas não sem emocionante extrema surpresa por parte daqueles que reconheceram a verdade dos pontos de vista de Leibniz.

16. É verdade que o número de adeptos de Leibniz ainda é muito pequeno no resto da Europa. Eu sou talvez o primeiro em cerca de 28 anos. Não é que as deduções de Leibniz se tem parecido forte o suficiente para me causar a aceitação de seus pontos de vista. Admito, uma vez que suas deduções eram indiretas e não se baseavam fundamentalmente sobre o assunto em mãos, elas não foram capazes de me convencer. Mas elas estimularam meu pensamento, e foi só depois de uma meditação longa e séria que eu finalmente encontrei o meio de convencer a mim mesmo por deduções diretas para além de toda a dúvida; Leibniz, a quem comuniquei essas coisas, me desejou boa sorte. Meus esforços serviram para atrair alguns seguidores para ele e para reconciliar a seus pontos de vista alguns dos que já havia sido envolvido em uma longa disputa com ele, por fim estar plenamente convencido de seu raciocínio.

17. Quanto a mim, eu aceito com prazer a ocasião de dar a conhecer as minhas descobertas aos ilustres membros da *Royal Academy os Sciences* (Academia Real de Ciências) e considero uma honra apresentar o meu trabalho para o seu julgamento. Eles são os juízes com mentes igualmente brilhantes e penetrantes e são incapazes de partidarismo e preconceito. A equidade é a única lei em sua decisão. Eu me sinto lisonjeado de que eles vão se dar ao trabalho de examinar com cuidado o que eu tenho a honra de propor que a verdadeira forma de estimar a quantidade da força de um corpo em movimento. Esta questão é uma questão complexa. Exige ainda mais atenção uma vez que filósofos e matemáticos bem conhecidos o trataram com desprezo. Se este discurso tem a sorte de agradar meus juízes, devo estar disposto a adicionar várias observações úteis que a falta de tempo me impediu de comunicar aqui. O assunto em questão é abundante. Ele mereceria um trabalho completo. Eu incluí aqui os aspectos mais essenciais (BERNOULLI, 1724, p. 35-38, tradução nossa).

Nos capítulos seguintes estive sujeito a demonstrar que a *vis viva* pode ser medida pelo produto da massa do corpo por sua velocidade ao quadrado, mas somente no capítulo IX demonstra que esta proporção deve ser a verdadeira medida da força transportada no movimento de um corpo.

Inicia sua demonstração através de um exemplo de um corpo em movimento que deformará uma sucessão de molas, e que as deformações das molas dependerão da velocidade deste corpo. Seu objetivo é o de mostrar que se um corpo com velocidade v pode deformar em x uma mola de determinada constante elástica, então o mesmo corpo com o dobro de velocidade conseguirá deformar a mesma mola em $4x$.

Aqui, ainda se mostra clara a confusão entre os conceitos de força e de energia (ou força viva). Já se sabia que a força de uma mola é diretamente proporcional à sua deformação (x) e sua constante elástica (k), podendo ser medida pela seguinte expressão:

$$F = K \cdot x.$$

No exemplo de Bernoulli, se considerarmos a *vis viva* como uma força, teríamos a seguinte igualdade:

$$vis\ viva = F \rightarrow m \cdot v^2 = k \cdot x$$

Podemos observar que, para um mesmo corpo de massa m e, para uma mesma mola de constante k , a deformação é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade, ou seja, se dobrarmos a velocidade a mola se deformará o quádruplo, como afirmou Bernoulli.

No entanto, somente para confirmar a confusão entre as grandezas, levemos em consideração que a *vis viva* seja a energia cinética do corpo dada por $m \cdot \frac{v^2}{2}$, e que a mola pode armazenar uma energia potencial $k \cdot \frac{x^2}{2}$.

Se considerarmos que toda energia cinética do corpo seja transferida para a mola na forma de energia potencial elástica, teremos:

$$k \cdot \frac{x^2}{2} = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

Igualdade que nos mostra que, em termos de energia, a velocidade é diretamente proporcional à deformação da mola, ou seja, se dobrarmos a velocidade a deformação da mola também será dupla.

Assim, podemos ver, de fato, que Bernoulli considerava a *vis viva* como a medida da força que está sujeita a mola devido à deformação ocasionada pelo corpo em movimento. Para tanto comprova que um corpo com 1 unidade de velocidade tem a capacidade de deformar 1 mola, e com 2 unidades de velocidade tem a capacidade de deformar igualmente 4 molas de mesma constante elástica. Afirma que a deformação das 4 molas é o efeito total da força no corpo representada pelas 2 unidades de velocidade. Para que isso seja verdadeiro de acordo com o que a experiência mostra, a *vis viva* do corpo com 2 unidades de velocidade deve ser 4 vezes maior que a *vis viva* do mesmo corpo com 1 unidade de velocidade. Chegando à conclusão de que que a *vis viva* do corpo é diretamente proporcional ao produto de sua massa pela velocidade ao quadrado.

Segue a demonstração realizada por Bernoulli do capítulo IX que consiste no seguinte título: *Demonstração geométrica geral do teorema de que a quantidade de Vis Viva é proporcional ao produto da massa pelo quadrado da velocidade.*

1. Proponho-me a dar aqui uma demonstração geral forte o suficiente para além de toda exceção e, que acredito ser capaz de convencer os partidários mais obstinados do parecer comum. Esta demonstração também se baseia na decomposição do movimento. Provarei que quando um corpo tem velocidade com precisão suficiente necessária para deformar uma mola, contra a qual ele atinge de forma perpendicular, o mesmo corpo com o dobro da velocidade não pode dobrar duas, mas quatro molas iguais à primeira, com uma velocidade três vezes maior, serão capazes de dobrar nove molas, e assim por diante.

2. A fim de serem convencidos da verdade disto, tomemos o caso de um corpo C (ver figura) que atinge obliquamente uma mola colocada em L com velocidade CL. Que o ângulo de obliquidade CLP seja de 30° , de modo que a perpendicular CP se torne igual a $CL/2$. Considere a velocidade $CL = 2$. Que a resistência da mola de L seja tal que, ao dobrá-la, é preciso exatamente uma unidade de velocidade no corpo C, quando C atinge perpendicularmente. Supomos que o corpo C se mova sobre um plano horizontal. Este que está sendo dado, digo que depois que o corpo C atingi a mola L obliquamente com velocidade $CL = 2$ unidades, uma velocidade que por causa da composição de movimentos é composta por $CP = 1$ unidade e $PL = \sqrt{3}$ unidades, o corpo C irá perder totalmente seu movimento perpendicular ao longo de CP e manterá apenas o seu movimento ao longo de PL. Por isso, o corpo C, depois de ter usado o seu movimento ao longo de CP ao dobrar a primeira mola L, continuará a mover-se na direção PLM com velocidade $LM = PL = \sqrt{3}$. Vamos imaginar colocado em M uma segunda mola como a primeira, com o ângulo de obliquidade igual LMQ, de tal forma que a perpendicular LQ seja igual a 1. É claro que o movimento ao longo de LM, sendo composto de dois movimentos ao longo de LQ e QM com o movimento ao longo de LQ, será inteiramente utilizado até dobrar a mola M, o movimento ao longo de QM continuará na direção QMN com velocidade $MN = QM = \sqrt{2}$. Imagine colocado em N uma terceira mola igual a cada uma das anteriores e imagine que o corpo se encontra a um ângulo de 45° (MNR), de modo que MN (perpendicular à linha ao longo da qual a mola em N é dirigida), torne-se igual a 1. É claro que o movimento ao longo de MN, composto de movimentos ao longo MR e RN, consumirá o primeiro desses movimentos ao longo de MR na deformação da mola em N, e, conseqüentemente, seu outro movimento ao longo de RN continuará com uma velocidade $NO = RN = 1$. O corpo C irá, então, manter uma velocidade de 1 unidade na direção RNO, depois de ter deformado as três molas L, M, e N, e é com esta velocidade que C irá deformar a quarta mola O contra a qual é assumido atingir perpendicularmente.

Parece de tudo isto que o corpo C com 2 unidades de velocidade tem a capacidade de deformar quatro molas, cada uma das quais para ser deformada requer uma unidade de velocidade em C. Mas a deformação destas quatro molas é o efeito total da força do corpo C movendo-se com 2 unidades de velocidade. Toda esta velocidade do corpo C é consumida na deformação destas quatro molas, uma após a outra. A deformação de uma única mola é o efeito total da força de um mesmo corpo C em movimento com 1 unidade de velocidade. A resistência de cada mola é tal que destrói precisamente uma unidade de velocidade no corpo C. Uma vez que os efeitos totais são combinados como as forças que produzem estes efeitos, é necessário que a *vis viva* do corpo C movendo com 2 unidades de velocidade deva ser quatro vezes a *vis viva* do mesmo corpo movendo-se com uma unidade de velocidade.

3. Nós podemos demonstrar da mesma maneira que um triplo, quádruplo, e quádruplo, da velocidade dá a um corpo C, uma força de 9, 16, e 25 vezes maiores, respectivamente, pois, neste caso, será capaz de dobrar antes de parar 9, 16 e 25 molas iguais. O método de demonstração é semelhante ao caso especial que acabamos de discutir. Eu tiro de tudo isto, a conclusão geral de que a *vis viva* de um corpo é proporcional ao quadrado da velocidade e não à própria velocidade (BERNOULLI, 1724, p. 51-53, tradução nossa).

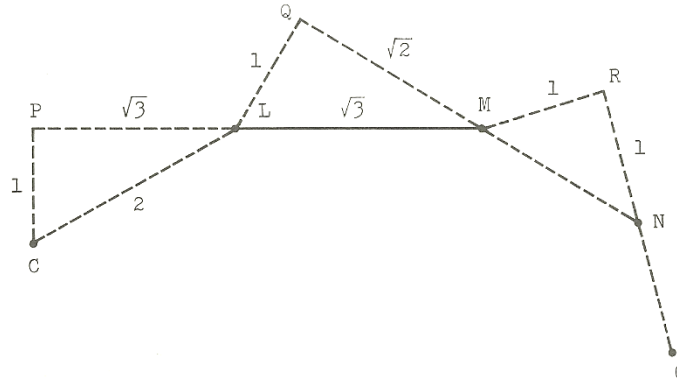


Figura 30 - Esquema utilizado por Bernoulli para sua demonstração de que a vis viva é proporcional ao quadrado da velocidade.

Fonte: Lindsay (1975, p. 127)

No capítulo X, Bernoulli enuncia as três leis do movimento para as colisões de corpos duros, ou seja, colisões do tipo elástica.

A primeira se refere a conservação da velocidade relativa:

$$x - y = b - a$$

1) Sendo a e b as velocidades iniciais dos corpos A e B, respectivamente, e x e y as suas velocidades finais. Sendo, desta forma, as velocidades relativas antes da colisão e depois da colisão iguais, temos que a colisão deve ser do tipo perfeitamente elástica, com um fator de restituição igual à 1.

2) A segunda é a conservação da quantidade de direção, que é definido como sendo a conservação da massa dos dois corpos, multiplicado pelo seu centro de gravidade comum. Na formulação de Bernoulli teremos:

$$A + B \frac{Aa + Bb}{A + B} = A + B \frac{Ax + By}{A + B}$$

Em que A e B representam a massa dos dois corpos. Esta expressão pode ser simplificada da seguinte forma:

$$Aa + Bb = Ax + By$$

O que representa a conservação da quantidade de movimento do sistema. Não se sabe ao certo porque Bernoulli não usou o termo mais simples, *conservação da quantidade de movimento*, ao invés da *conservação da direção do movimento*; talvez por sua defesa extrema ao conceito Leibnizianos.

3) E a terceira lei é a conservação da vis viva, a qual, certamente, é válida apenas para colisões elásticas. Bernoulli, de fato, não trata dos outros tipos de colisão. Esta terceira equação, de acordo com Bernoulli, pode ser deduzida pelas outras duas equações, comprovando, assim, sua validade, como já havia demonstrado, da mesma maneira, Leibniz e Huygens (lembrando que Huygens não a interpretava como vis viva).

$$Aa^2 + Bb^2 = Ax^2 + By^2$$

Neste capítulo ele não acrescenta nada de inovador ao conceito de *vis viva*, senão em enunciar as leis que outrora foram enunciadas por Huygens e Leibniz. Bernoulli ainda faz uma crítica a Huygens ao final do capítulo dizendo que este, mesmo encontrando matematicamente o produto da massa pela velocidade ao quadrado, não conseguiu perceber a importância que teria para as leis da natureza. Sendo, desta maneira, um tanto injusto, pois, como vimos, Huygens estabeleceu suas leis muito antes das ideias de Leibniz sobre a *vis viva* serem divulgadas. Huygens ainda pensava de um modo tradicional, orientado pela mecânica de Galileu e Descartes e não viu nenhuma razão para atribuir significado físico especial para o aparecimento de mv^2 em seus trabalhos sobre as colisões e sobre o centro de oscilação do pêndulo. No entanto, seus trabalhos foram de fundamental importância para o desenvolvimento do princípio de conservação de energia, o qual, ainda, por muitas vezes foi lembrado nos trabalhos futuros relacionados ao princípio da força viva.

A seguir mostramos o desenvolvimento do capítulo X de Bernoulli que tem o título *Em relação às três leis que são sempre observadas na colisão direta de dois corpos; Uma dessas leis dadas sempre terá uma conexão necessária com as outras duas.*

1. Vamos agora acrescentar ao que foi dito no capítulo anterior, algumas reflexões sobre as três leis que sempre são obedecidas por corpos duros, que eu denomino perfeitamente rígidos, quando eles colidem uns com os outros. A primeira dessas leis afirma a conservação da velocidade relativa, antes e após a colisão. Se alguém encontra a velocidade relativa pela obtenção da diferença das velocidades absolutas dos corpos; se os corpos estão viajando na mesma direção e a soma dos corpos estão indo em direção oposta.

A segunda é a lei da conservação da quantidade de direção, ou conservação da soma das massas dos dois corpos, multiplicado pela velocidade do seu centro de gravidade comum.

A terceira lei é a conservação da *vis viva*. Só faria a lei obscura, se eu fosse tentar deriva-la aqui. Todo mundo considera, como um axioma incontestável, que nenhuma causa eficiente possa ser destruída no todo ou em parte, mas que produza um efeito igual a sua (aparente) perda. A ideia que temos de *vis viva*, uma entidade existente em um corpo em movimento, é de algo absoluto e independente que se manteria no corpo, mesmo se o resto do universo fosse destruído. Em seguida, é claro que, se a *vis viva* de um corpo diminui ou aumenta em uma colisão com outro corpo, a *vis viva* do outro corpo vai aumentar ou diminuir na mesma proporção, esse aumento é o efeito imediato da redução na outra. Isto implica necessariamente a conservação da quantidade total de *vis viva*, ou que a quantidade total permanece constante durante a colisão.

2. Mas, embora evidente e certo que esta lei seja através da própria ideia envolvendo a *vis viva*, o que não está claro até agora é a maneira de medir essa força. Tem havido um preconceito geral a favor da ideia de que esta força é proporcional ao produto da massa pela velocidade. É esse preconceito que tem levado a uma falsa visão do significado da conservação da quantidade de movimento. As pessoas têm abandonado esta concepção errada apenas depois de algumas autoridades conhecidas demonstrarem que a quantidade de movimento pode ser aumentada ou diminuída na colisão de um corpo, sem de fato demonstrar, entretanto, o verdadeiro método de medir a *vis viva*.

Leibniz foi o primeiro a descobrir que a *vis viva* é medida pelo produto da massa pelo quadrado da velocidade. Mas, como vimos, algumas pessoas concordaram com o seu

raciocínio. Creio ter estabelecido a verdade do seu raciocínio de forma tão evidente que, doravante, estará além de toda discussão.

3. Devemos acrescentar algumas reflexões sobre a natureza da lei tríplice. As três leis de conservação envolvidas são: (1) conservação da velocidade relativa, (2) conservação da quantidade de direção, e (3) a conservação da soma do produto da massa pelo quadrado da velocidade. Se admitirmos duas dessas leis, a terceira, necessariamente, segue, matematicamente. Eu demonstrei da seguinte maneira. Sejam A e B dois corpos e tenham suas velocidades antes da colisão, A e B, respectivamente. Sejam as suas velocidades após a colisão, x e y, respectivamente. Assumimos para a primeira que, tanto antes como após a colisão os corpos se movem na mesma direção. A primeira lei da conservação proporciona, então, a relação

$$a - b = y - x \quad (1)$$

A segunda proporciona

$$Aa + Bb = Ax + By \quad (2)$$

Eu, então, deduzi a terceira lei de conservação da seguinte forma. Por transposição, de termos em (1), obtemos

$$a + x = b + y \quad (3)$$

Por transposição similar de termos em (2), obtemos

$$Aa - Ax = By - Bb \quad (4)$$

Multiplicando os dois lados de (3) e (4), finalmente nos proporciona

$$Aa^2 + Bb^2 = Ax^2 + By^2 \quad (5)$$

A fórmula (5) expressa perfeitamente o que se busca, ou seja, a conservação da soma dos produtos da massa pelo quadrado da velocidade⁴³.

4. A partir deste cálculo, parece que a preservação da soma dos produtos das massas pelo quadrado das velocidades tem uma ligação necessária com os outros dois princípios de conservação. Qualquer pessoa com um pouco de habilidade matemática poderia ter tirado essa conclusão de uma só vez, sem talvez apreender seu significado fundamental e utilidade. Para tal pessoa o resultado pode aparecer como meramente uma parte estéril da matemática. Este é, aparentemente, o que aconteceu com M. Huygens, o grande matemático e gênio da primeira ordem.

A partir desta proposição, ele demonstrou um teorema (ver a longa demonstração dada em seu artigo *De motu corporum ex percussione*, Prop XI), mas de alguma forma não conseguiu perceber que a conservação da *vis viva* está escondido nele. Huygens sem dúvida ignorou o fato de que a força de um corpo em movimento é proporcional ao produto da massa e do quadrado da velocidade, ou se não ignorou isso ele se recusou a admitir esta proposição. Sem recorrer direto à natureza e seus primeiros princípios, os teoremas mais importantes degeneraram numa simples especulação.

5. Agora que esta verdade é estabelecida além de todo ataque, só se pode admirar a perfeita conformidade que reina entre as leis da natureza e os resultados das matemáticas, uma conformidade tão constantemente observada em todas as circunstâncias que parece quase como se a natureza tivesse consultado os matemáticos por estabelecer as leis do movimento. Para isso poderia muito bem ter sido possível que as forças de corpos em movimento não fossem realmente proporcionais aos produtos das massas pelo quadrado das velocidades, e que a natureza fora agregada de outra maneira. Nesse caso, a ordem matemática teria sido violada. *Vis viva*, esta fonte única de continuidade do movimento no universo, não teria sido conservada, nem, conseqüentemente, seria a igualdade da causa eficiente, e seus efeitos têm sido mantidos; em uma palavra, o todo da natureza teria caído no caos (BERNOULLI, 1724, p. 53-56, tradução nossa).

⁴³ Bernoulli continua: *Podemos ver facilmente que se considerarmos a ou b, como x ou y, negativos, para considerar o movimento dos corpos A e B em sentidos contrários, tanto antes como depois do choque, esta hipótese não vai alterar nada nos sinais dos termos da equação encontrada $Aaa + Bbb = Axx + Byy$, pois as dimensões de suas letras estão em número par, todos os termos desta equação* (BERNOULLI, 1724, p. 55).

Em suma, notamos neste trabalho as principais contribuições de Bernoulli para o desenvolvimento do conceito de energia, principalmente por três motivos: (1) Seu desenvolvimento e enunciado claro do princípio das velocidades virtuais; (2) a introdução do termo energia significando o produto da força pela velocidade virtual e; (3) sua defesa ao conceito de *vis viva* como a medida da força no movimento do corpo, no que se refere ao seu esclarecimento em definições e aplicações em situações dinâmicas e às confusões com o conceito de *vis mortua* (como motivo do erro dos cartesianos). De certa forma, Bernoulli ampliou a esfera de aplicações do princípio apreciando mais sua fertilidade do que as suas evidências.

Nesta perspectiva, no conflito entre leibnizianos e cartesianos, Roger Boscovich, Gravesand e D'Alembert serão os pioneiros na tentativa da solução do problema mostrando que as duas grandezas podem dar suas contribuições se relacionando de determinada forma com a força, mas definitivamente, que elas não podem ser propriamente a força intrínseca ao corpo.

5.2 D'Alembert, Boscovich e Gravesande: o fim do conflito entre leibnizianos e cartesianos?

Jean Le Rond, conhecido como d'Alembert (1717-1783), matemático francês, físico e filósofo, passou praticamente toda a sua vida em Paris, onde nasceu e foi criado por pais adotivos. Embora tenha sido criado com o intuito de uma carreira clerical, ele se afastou da religião em favor da Ciência e da medicina, em seguida, ele abandonou os estudos nos últimos campos em favor da matemática, em que ele era autodidata. Ele pertence a um grupo de célebres cientistas do século XVIII, que inclui Euler, Bernoulli, Clairault, e Lagrange, os quais desenvolveram a matemática para sua utilização na resolução de problemas físicos. D'Alembert desenvolveu seu interesse na mecânica no início de sua carreira. Tornou-se particularmente preocupado com os movimentos de partículas sujeitas a restrições, um assunto que Newton tinha dado pouca atenção. Em 1743 d'Alembert publicou sua primeira obra importante, *Traité de Dynamique*, no qual ele apresentou o seu famoso princípio, por ele designado "Um princípio geral para encontrar os movimentos de vários corpos que reagem uns sobre os outros de qualquer forma". Este princípio, muito mal interpretado por muitas pessoas na Ciência do século XIX e início do século XX, foi, provavelmente, a maior contribuição de d'Alembert para a mecânica. Lord Kelvin indagou que d'Alembert chegou a este princípio a partir de uma apreciação clara da terceira lei do movimento de Newton. De qualquer forma, d'Alembert fez muitas aplicações bem-sucedidas de seu princípio, o qual foi empregado, mais tarde, com sucesso por Lagrange em seu elaborado tratamento analítico da mecânica (LINDSAY, 1975).

Como vimos, argumentos sobre a força de um corpo em movimento produziram uma disputa acirrada entre os cartesianos e leibnizianos. Para d'Alembert a mecânica é uma Ciência de efeitos e esta não tem nada a ver com suas causas. A força do movimento não tem o significado além do efeito que o corpo movente produz, não podendo, assim, ser de alguma forma intrínseca ao corpo, como os seguidores desta vertente pensavam. Este efeito depende do comportamento do corpo e diferentes efeitos poderão ocorrer dependendo do tipo de colisão, como por uma mola, um corpo em repouso, um corpo elástico ou ainda sujeitos a influências gravitacionais. A massa e a velocidade de um corpo em movimento uniforme não podem determinar completamente o efeito e, portanto, não pode medi-lo. Este argumento é a base para a resposta de d'Alembert para a famosa controvérsia da *vis viva*, com os Cartesianos defendendo que a força do movimento seria a medida do produto da massa pela velocidade e para os Leibnizianos seria o produto da massa pelo quadrado da velocidade.

Para d'Alembert toda a controvérsia foi nada mais que uma disputa de palavras, muito indigna, ocupada pelos filósofos por muito tempo. Em alguns casos, como nas colisões elásticas a *vis viva* é conservada, em outros somente a quantidade de movimento é conservada e, no entanto, não são medidas da força do movimento. De acordo com d'Alembert, geômetras usando os dois diferentes métodos obtiveram as mesmas respostas corretas, e, portanto, o argumento sobre o método “correto” é desnecessário. O seu ataque em relação à força do movimento foi uma valiosa exposição da confusão envolvendo o conceito, no entanto ainda assim não resolveu a controvérsia da *vis viva*. Isso porque este conceito é mais que uma conveniente expressão matemática para a solução de alguns problemas de mecânica. Leibniz estava certo em assumir que somente algo como a *vis viva* poderia ser conservada no universo e que este era um fundamental princípio da mecânica. Somente no século XIX o desenvolvimento do conceito de energia pode resgatar as ideias sobre a *vis viva* (HANKINS, 1968).

No prefácio de seu importante trabalho *Traité de Dynamique*, d'Alembert apresenta uma importante discussão sobre a controvérsia da *vis viva*. No entanto, essa discussão foi reformulada em uma nova edição do mesmo trabalho, sendo a primeira publicada no ano de 1743 e a segunda em 1758. Discutiremos a interpretação de d'Alembert nas duas edições.

Na versão que foi publicada em 1743, como fatores importantes, distingue a força morta da força viva caracterizando a controvérsia como apenas uma disputa de palavras. Apresenta duas válidas medidas para a força em dois casos diferentes: i) a medida mdv para o caso de equilíbrio, representado como a força morta e; ii) a medida mv^2 para o caso de movimento desacelerado, em que o número de obstáculos superados pelo corpo deve ser proporcional ao quadrado da velocidade (ILTIS, 1970).

D'Alembert rejeita a concepção de que a força seja algo inerente ao corpo em movimento, como uma ideia metafísica e obscura, na verdade, em toda sua obra tenta eliminar tais aspectos filosóficos de sua mecânica, os quais, para ele, seriam inúteis. Em sua opinião a força deveria apenas expressar algum efeito, ideia que certamente foi influenciada pela mecânica newtoniana.

Desprezando a ideia de força intrínseca e já relacionada à uma noção newtoniana, d'Alembert afirma que a força só pode ser medida a partir dos obstáculos ou das interferências que o corpo encontra, ou melhor, pela resistência que oferece a esses obstáculos. Sendo assim uma ideia respeitosa às contribuições newtonianas sobre a força, que diz que essa é a ação de um corpo sobre o outro e que pode ser medida pela variação de movimento do corpo. No caso, para d'Alembert essa seria apenas uma das formas de se medir a força, ainda sendo interpretada como força morta.

Desta forma, infere três tipos de obstáculos que podem existir: i) obstáculos que podem aniquilar totalmente o movimento; ii) obstáculos que têm exatamente a resistência necessária para interromper o movimento, aniquilando-o por um instante, como no caso de um equilíbrio; iii) obstáculos que aniquilam o movimento pouco a pouco, como no caso de um movimento retardado (ILTIS, 1970).

Como o primeiro tipo, por aniquilar todo o movimento, não pode ser utilizado para medir a força, deveremos, segundo d'Alembert, utilizar o caso do equilíbrio e do movimento retardado. No caso do equilíbrio é utilizado por ele o princípio das velocidades virtuais: o equilíbrio entre dois corpos só pode ocorrer se o produto de suas massas pelas suas velocidades virtuais for igual, sendo, desta forma, a quantidade de movimento a grandeza que pode representar a força nestas situações. Já no caso dos movimentos desacelerados é considerado que os obstáculos são proporcionais ao quadrado da velocidade do corpo. Como por exemplo, se um corpo tem 1 grau de velocidade podendo deformar uma mola, com o dobro de velocidade poderá deformar igualmente 4 molas como a primeira (como já demonstrado por J. Bernoulli). Desta forma, nestes tipos de movimento a medida da força pode ser obtida proporcionalmente ao quadrado da velocidade, ou seja, pela *vis viva*.

Na segunda edição, de 1758, ele adiciona um terceiro significado, sendo válidas às medidas da força: i) força morta; ii) espaço percorrido uniformemente em um tempo dado (mv) e; iii) espaço percorrido até a total extinção do movimento (mv^2). No primeiro caso o efeito é reduzido à uma simples tendência que não é propriamente uma medida, uma vez que não produz movimento. Na segunda, o espaço percorrido uniformemente considerando o tempo para o atravessar, pode ser interpretado e medido por meio da quantidade de movimento. No terceiro, o efeito é o espaço percorrido pela extensão total do movimento, estando este efeito para o quadrado da velocidade, a força pode ser medida pela *vis viva* (ILTIS, 1970).

D'Alembert expressou a firme convicção de que é loucura pensar na força como algo inerente a um corpo. Se isso significa alguma coisa, a força deve ser considerada como uma causa externa de movimento. Deste ponto de vista, em sua concepção, a controvérsia foi uma ilusão, uma contenda sobre a terminologia e os dois pontos de vista eram apenas maneiras diferentes de expressar a mesma coisa. Ele ainda salientou que a mudança na quantidade de movimento está ligada ao efeito produzido por uma força com o tempo, enquanto que a mudança na força viva está relacionada ao efeito de uma força ao longo do espaço, sendo estes efeitos produzidos por uma mesma causa, a qual pode ser entendida como a força.

Desta forma, concebendo a força como a causa, os efeitos podem ser superados. No entanto, d'Alembert deixa claro que este algo intrínseco ao corpo, de fato, não é muito bem entendido, e não deve ser interpretado como a força, pois esta seria algo externo. Os dois pontos de vista serviriam, por tanto, para analisar de diferentes formas uma situação mecânica, seja de equilíbrio ou de movimento. Assim, na opinião de d'Alembert a escolha deve ser livre, e a disputa poderia não ter sido tão extensiva se os filósofos que trataram do problema tivessem tomado um pouco de cuidado sobre a disputa entre “palavras”.

Hoje podemos exemplificar esse ponto de vista por dois teoremas, os quais podem ser aplicados independentemente:

(1) A variação do momento (Δp) de uma partícula é a integral do tempo da força resultante:

$$\Delta p = \int F \cdot dt$$

(2) A variação da metade da força viva é a integral do espaço (ds) da força resultante:

$$\frac{vis\ viva}{2} = \int F \cdot ds$$

O primeiro, que mede a variação da quantidade de movimento de um corpo, deve ser uma relação da força com o tempo, como os cartesianos defendiam. Na mecânica atual conhecemos esta relação por teorema do impulso; e a segunda que mede a variação da força viva, deve ser uma relação entre a força e a distância, como os leibnizianos defendiam, o qual é conhecido como teorema da energia cinética. No entanto, mesmo que o enunciado claro dessas leis não tenha sido realizado por d'Alembert sabemos que, de fato, a sua mecânica contribuiu muito para o desenvolvimento destas relações. Como veremos, a mecânica necessitaria ainda de muitos esclarecimentos.

Em sequência, mostraremos o trecho do *Traité de Dynamique* de D'Alembert, onde desenvolveu as suas ideias que foram discutidas até aqui.

Tudo que nós vimos distintamente no movimento de um corpo é que o corpo atravessa uma certa distância e que ele leva um certo tempo para atravessar essa distância. É a

partir desta única ideia que todos os princípios de mecânica devem ser traçados, se quisermos demonstrá-los de modo claro e preciso; então ninguém precisa se surpreender que por essa razão eu tenho direcionado meus pensamentos para longe das causas do movimento por considerar somente os movimentos que eles produzem, e que eu tenho inteiramente forças inerentes em corpos em movimento, entidades obscuras e metafísicas que podem somente lançar dúvidas na Ciência, que é por si só clara.

É por esta razão que eu tenho pensado ser melhor não levar em consideração o famoso questionamento da *vis viva*. Por trinta anos os matemáticos têm se dividido nas opiniões relacionadas à se a força de um corpo em movimento é proporcional ao produto da massa pela velocidade, ou ao produto da massa pela velocidade ao quadrado; por exemplo se um corpo duas vezes tão grande quanto um outro, e que tem três vezes tanta velocidade, tem dezoito vezes tanta força ou seis vezes tanta. Não obstante as disputas para as quais estas questões tem sido lançadas, sua perfeita inutilidade para a mecânica induziu-me a não fazer menção a isso no presente trabalho: eu acredito portanto que eu não deveria passar por cima de tudo no silêncio de uma opinião, a qual Leibniz tomou crédito para si mesmo pela descoberta, a qual o grande Bernoulli tem desde então estudado de forma tão sã e bem sucedida, a qual MacLaurin tem feito de tudo para derrubar, e sobre a qual os escritos de tantos matemáticos ilustres tem excitado o interesse do público. Então, sem cansar o leitor acerca dos detalhes de tudo isto que tem sido dito sobre o questionamento, pode não ser incabível afirmar brevemente os princípios nos quais ele pode ser resolvido.

Quando falamos da força dos corpos em movimento, ou nós não temos nenhuma ideia clara do que a palavra significa ou que só pode significar, em geral, a propriedade dos corpos moventes pelos quais superam os obstáculos que encontram, ou os resistem. Portanto, não é pela distância que um corpo percorre com movimento uniforme, ou pelo tempo que leva para percorrer essa distância, ou, finalmente, pela simples, única e abstrata consideração de sua massa e velocidade que podemos imediatamente estimar a força, é unicamente pelos obstáculos que um corpo encontra e pela resistência que esses obstáculos oferecem a ele. Quanto maior o obstáculo que um corpo pode superar, ou que ele pode resistir, podemos dizer que maior é a sua força, desde que, sem querer expressar por esta palavra uma entidade hipotética que reside no corpo, usamos a palavra apenas como uma forma abreviada da expressão de um fato, assim como dizemos que um corpo tem o dobro de velocidade do que um outro em vez de dizer que em tempos iguais ele percorre o dobro da distância, sem a intenção de dizer com isto que a palavra velocidade representa uma entidade inerente ao corpo. Isto estando compreendido, é evidente que, ao movimento do corpo, se podem opor três tipos de obstáculos, obstáculos impenetráveis, que destroem completamente o movimento seja ele qual for, ou obstáculos que têm precisamente a resistência necessária para destruir o movimento do corpo e que o destrói imediatamente, no caso do equilíbrio; ou, finalmente, os obstáculos, que destroem o movimento pouco a pouco, no caso do movimento retardado. À medida que os obstáculos impenetráveis destroem similarmente todos os tipos de movimentos, eles não podem ajudar-nos a descobrir a força e, por conseguinte somente no equilíbrio ou no movimento retardado que devemos olhar para a medida desta força. Agora, todos concordam que há equilíbrio entre dois corpos, quando os produtos das suas massas pelas suas velocidades virtuais, isto é, as velocidades com as quais tendem a mover-se, são iguais. Portanto, no caso do equilíbrio o produto da massa pela velocidade, ou o que é o mesmo, a quantidade de movimento, pode representar a força. Todos concordam também que em movimento retardado o número de obstáculos a superar é proporcional ao quadrado da velocidade, assim, por exemplo, um corpo que tem comprimido uma mola com uma certa velocidade, pode, com o dobro da velocidade, comprimir ou de uma só vez ou em sucessão, não duas, mas quatro molas como a primeira, nove molas com três vezes a velocidade, etc. A partir deste fato, os defensores da *vis viva* concluem que a força dos corpos que realmente estão se movendo, é em geral, proporcional ao produto da massa pelo quadrado da velocidade. Quando consideramos

o assunto, qual inconveniente pode haver em ter a medida de forças diferentes nos dois casos de equilíbrio e de movimento retardado, uma vez que, se pensarmos apenas nos termos com ideias claras, a palavra força deve ser usada apenas para significar o efeito produzido pela superação de um obstáculo ou por sua resistência. Deve, contudo, ser admitido que a opinião de quem considera força como o produto da massa pela velocidade pode ser válida para não só no caso do equilíbrio, mas também no caso de movimento retardado, se, neste último caso, medirmos a força, não pela quantidade absoluta dos obstáculos, mas pela soma das resistências desses mesmos obstáculos. Porque não há dúvida de que esta soma das resistências é proporcional à quantidade de movimento, uma vez que, como todos admitem, a quantidade de movimento que um corpo perde a cada instante, é proporcional ao produto da resistência pela infinitamente curta duração do instante, e que a soma destes produtos é, evidentemente, a resistência total. Toda a dificuldade é para decidir se devemos medir a força pela quantidade absoluta dos obstáculos ou pela soma de suas resistências. Parece ser mais natural medir a força desta última forma, por um obstáculo é somente um momento, enquanto que resiste, e pode adequadamente ser dito que a soma das resistências é o obstáculo superado: além disso, estimando a força desta maneira temos a vantagem de uma medida comum da força tanto para o equilíbrio quanto para o movimento retardado, no entanto como não temos ideia clara e distinta do significado da palavra força, exceto quando restringir o uso da palavra para expressar um efeito, eu acredito que devemos deixar todo mundo livre para fazer sua própria escolha, e então não haverá nada em questão, exceto uma ou outra discussão metafísica fútil ou uma disputa sobre palavras ainda mais indignas da consideração dos filósofos.

O que temos agora dito deveria ser suficiente para tornar a questão clara para os nossos leitores. Mas uma outra consideração muito natural deveria ser levada em consideração. Se um corpo tem uma simples tendência para se mover com uma certa velocidade, tendência esta que é detida por um obstáculo, se o corpo se move realmente uniformemente com esta velocidade, ou, finalmente, se começa a mover-se com a mesma velocidade, a qual é gradualmente consumida e anulada por algum motivo ou outro: nestes casos, o efeito produzido pelo corpo é diferente, mas o corpo considerado por si só não tem nada mais, em um caso do que no outro, apenas a ação da causa, que produz o efeito é aplicado de maneira diferente. No primeiro caso, o efeito reduz-se a uma simples tendência, que, propriamente falando, não tem nenhuma medida exata, uma vez que nenhum movimento é produzido, no segundo caso, o efeito é a distância percorrida uniformemente em um determinado tempo, e este efeito é proporcional à velocidade e, no terceiro caso, o efeito é a distância percorrida pela extensão total do movimento antes de ser anulada, e este efeito é proporcional ao quadrado da velocidade. Agora esses efeitos diferentes são evidentemente produzidos por uma única e mesma causa, de modo que aqueles que disseram que a força às vezes é proporcional à velocidade, e às vezes ao quadrado, só podem estar falando do efeito quando se expressam daquela maneira. Estes efeitos diferentes que vêm todos da mesma causa podem nos ajudar, como podemos observar, de passagem, ao perceber a falta de precisão na declaração tantas vezes propostas como um axioma, que as causas são proporcionais aos seus efeitos.

Finalmente, mesmo aqueles que não são capazes de voltar aos princípios metafísicos da questão da *vis viva* verão facilmente que este é apenas uma disputa sobre palavras, se considerarem que as duas partes em litígio estão em todos os outros aspectos inteiramente de acordo sobre os princípios fundamentais do equilíbrio e do movimento. Se colocarmos o mesmo problema na mecânica antes de dois matemáticos, um dos quais se opõe ao outro partidário da *vis viva*, suas soluções para o problema, se eles estiverem corretos, sempre concordarão; a questão da justa medida da força é, portanto, totalmente inútil na mecânica e sem qualquer objetivo real. Sem dúvida, não teria levado ao nascimento de tantos volumes, se os cuidados tivessem sido tomados para distinguir entre o claro e as características obscuras do mesmo. Se for tomado dessa forma, ninguém teria necessidade de mais do que algumas linhas para resolver a questão, mas parece que a maioria daqueles que têm discutido o assunto

não estão dispostos a discuti-lo em poucas palavras (D'ALEMBERT, 1975, p. 135 – 138, tradução nossa).

No último capítulo de seu tratado, intitulado *Sobre o princípio da conservação das forças vivas*, discute a conservação da *vis viva* para colisões elásticas e inelásticas. Nas colisões do tipo elástica nos mostra que, de fato, a força viva dos corpos tem o mesmo valor, antes e depois da colisão. No entanto, em uma colisão do tipo inelástica, a força viva dos corpos não se conserva, ela sofre uma alteração em seu valor final. Esta diminuição, para d'Alembert seria igual ao efeito das forças trocadas entre os corpos, o que é, em moderna terminologia, o trabalho realizado pelas forças.

Esta, então, é a importante contribuição que deu d'Alembert para a disputa sobre a verdadeira medida da força, principalmente no que diz respeito à utilização mútua dos dois princípios, uma vez que só foi possível após o esclarecimento do conceito de energia em meados do século XIX.

Devemos salientar ainda que d'Alembert não foi o primeiro a tentar esclarecer a controvérsia da *vis viva*, e nem o primeiro a denominar a controvérsia como uma mera disputa de palavras como afirma C. Iltis (1970). Podemos citar dois nomes que contribuíram com a controvérsia: W. James Gravesande e Roger Boscovich.

W. James Gravesande (1688 – 1742), em seu *Mathematical Elements of Natural Philosophy*, de 1720, fez uma análise da mecânica newtoniana e, como uma das principais ideias, descreve como as forças na superação de obstáculos podem ser medidas. Nesta obra mostra a sua posição clara a favor da *vis viva*. Ele ainda mostrou como a “ação do poder” pode ser medida pelo produto entre as forças impressas e as distâncias percorridas. Esta grandeza é equivalente em termos modernos ao trabalho mecânico de uma força (HANKINS, 1965).

Ele elaborou um experimento que consistia em deixar cair de uma certa altura corpos de diferentes massas em superfície de argila, onde deixavam suas marcas. Essas marcas, de certa forma, poderiam determinar a medida da força viva. Através desse experimento, percebeu, mais cedo do que d'Alembert que o termo “força do movimento” poderia ser ambíguo, uma vez que a sua medida se dava por meio dos efeitos que ela produzia. Assim, existiriam duas maneiras de se medir a “força”, uma através da quantidade de movimento e outra pela *vis viva* (HANKINS, 1965).

Em seu experimento, considerou duas esferas de massas desiguais que golpeavam a superfície de argila com a mesma quantidade de movimento. Para que as duas esferas tivessem a mesma quantidade de movimento, a de massa menor deveria ter uma velocidade maior. Ele observou que a esfera de maior velocidade causava uma impressão maior na superfície de argila. Assim, quanto maior a *vis viva*, maior seria o efeito deixado na superfície. Por uma série de similares experimentos ele mostrou que dois diferentes efeitos podem ser medidos em uma colisão do tipo inelástica, que seriam: i) a modificação da velocidade dos corpos e; ii) a compressão dos corpos em colisão. Enquanto o

primeiro efeito é proporcional à velocidade simples, o segundo é proporcional ao quadrado da velocidade.

Quando um cilindro entra em um corpo suave e perde sua força, a tendência das partes daquele corpo permanece a mesma; e uma vez que a mesma superfície está a agir, que é sempre o mesmo número de partes que resistem, e a intensidade da pressão é sempre a mesma, mas a velocidade da superfície que comprime e é pressionada mudanças em cada instante, como resultados dos esforços que destroem as forças dos corpos em momentos iguais que seguem são desiguais e proporcionais à velocidade. Assim, eles são proporcionais às distâncias percorridas em tempos iguais. Agora, a soma de todos os esforços sendo iguais a todas as forças perdidas, segue-se que esta força é proporcional à soma de todos os pequenos espaços percorridos, que é proporcional ao quadrado da velocidade (GRAVESANDE apud HANKINS, 1965, p. 290, tradução nossa).

Em sua obra *Remarques sur la force des corps*, de 1729, publicado no *Journal Littéraire*, afirmou ainda que a controvérsia seria mais que uma mera disputa de palavras:

Quanto ao termo "força", vou tentar expor a ambiguidade da palavra, assim como na palavra "movimento"; será visto que há mais mal-entendido do que diferença real entre aqueles que discutem sobre a medida da força e ... [então] eu vou passar para o problema do impacto onde ele será visto que o que era antes apenas uma disputa de palavras torna-se agora uma disputa sobre coisas reais (GRAVESANDE apud HANKINS, 1965, p. 287-288, tradução nossa).

Outro importante trabalho, nesta perspectiva, foi elaborado por Roger Boscovich (1711 – 1787), denominado *Viribus Vivis* (1745), que também antecipou a segunda versão do tratado de d'Alembert.

Neste artigo Boscovich fornece claramente elementos para diferenciar os dois tipos de medida da força, como a quantidade de movimento dependente de uma função do tempo e a força viva como uma função dependente da distância percorrida. Mesmo que d'Alembert não o tivesse mencionado, talvez tenha servido de inspiração para a elaboração de sua segunda edição (1758) do Tratado, já que apresenta alterações no prefácio em relação à primeira versão (1743), no sentido proposto por Boscovich (1745).

Sua posição contra a *vis viva* como medida da força era clara, pois, de fato, negava a existência de uma tal força ativa na matéria. Além de negar que a *vis viva* era um agente ativo na matéria, ele também a rejeitou como uma medida válida para a força do movimento. Apesar de ter mostrado em sua obra que a força do movimento poderia ser medida tanto pela velocidade como pelo quadrado da velocidade como dependentes de uma integral do tempo e um integral do espaço, respectivamente, Boscovich acreditava que a quantidade de movimento fosse a real medida da força e que a *vis viva* era apenas um método válido para determinação das grandezas em questão.

Boscovich manifestava a opinião de que as únicas forças que poderiam existir seriam as forças mortas trocadas mutuamente em uma colisão entre dois corpos. Para ele nada poderia ser passado de um corpo para o outro e nem a força ativa e nem a *vis viva* poderiam existir em um objeto em movimento. Logicamente, ele não podia negar a existência da conservação da *vis viva* para as colisões elásticas, mas certamente negava que esta quantidade representasse qualquer coisa de real.

A principal crítica à conservação da *vis viva* de Leibniz era devido à sua aparente não conservação para colisões do tipo inelásticas. No entanto, devemos lembrar das argumentações de Leibniz de que nestas situações uma parte da *vis viva* seria absorvida pelas partes dos corpos, mantendo-se, desta maneira constante. A conservação da *vis viva* de Leibniz era baseada em uma física que permitia que os corpos se tocassem e que para tanto ele postulou uma matéria infinitamente fluida não contendo partes menores. Desta forma, não acreditava em ação à distância. Boscovich, em oposição ao argumento de Leibniz, negava contato real entre dois corpos durante uma colisão.

Tentando refutar a teoria de Leibniz, Boscovich elabora uma elegante teoria, que, ao invés, inconscientemente, deu uma explicação plausível para a conservação da *vis viva*. Leibniz assumia que os corpos em colisão realmente se tocavam, por outro lado, Boscovich negava o contato real entre as partículas, inserindo uma nova noção de força explicada pelo movimento de massas pontuais em um campo de força, desta forma a ação à distância seria a única força a agir em seu sistema.

O último constituinte da matéria, os supostos átomos, devem ser considerados como pontos privados de dimensão, mas dotados de massa, em torno aos quais, existem uma espécie de campo de força. Esses “átomos” estão sujeitos às três leis da dinâmica podendo, desta forma, atraírem-se ou repelirem-se com uma intensidade que depende da distância que os separa.

De acordo com Boscovich toda matéria é composta por pontos de massa não prolongados. Estes pontos exercem forças uns sobre os outros, no entanto, esta força pode variar de acordo com a distância entre as partículas. Para distâncias muito pequenas há uma enorme força de repulsão a qual aumenta até o infinito, prevenindo que entrem em contato. Como a distância é aumentada, as forças alternam entre repulsão e atração e finalmente seguem a lei do quadrado da atração gravitacional para grandes separações. Ele ilustrou sua teoria por uma famosa curva. Para certas distâncias onde a força altera de repulsão para atração os pontos de massa estarão em equilíbrio estável. Boscovich chamou essas distâncias de pontos de coesão e os usou para explicar a coesão e a estrutura da matéria. Tal teoria provê uma perfeita explicação de como o *movimento* de corpos em colisão podem ser "absorvidos pelas pequenas partes". Se cada corpo é composto de pontos de massa, quando os pontos são deslocados - talvez por uma colisão - de seus pontos de coesão, eles estarão sujeitos a restaurar a força e estarão sujeitos a oscilar em torno de um ponto limite de coesão. Em colisões inelásticas, ele acreditava que as partículas seriam deslocadas até que elas atingissem novos pontos de coesão, desta

forma a “energia” seria armazenada uma vez que o movimento poderia ser recuperado se as partículas recuperassem suas posições originais, como em uma colisão do tipo elástica (HANKINS, 1965).

Sua curva nos mostra como a força entre as partículas varia da repulsão para a atração em relação à distância, onde C representa os pontos de coesão.

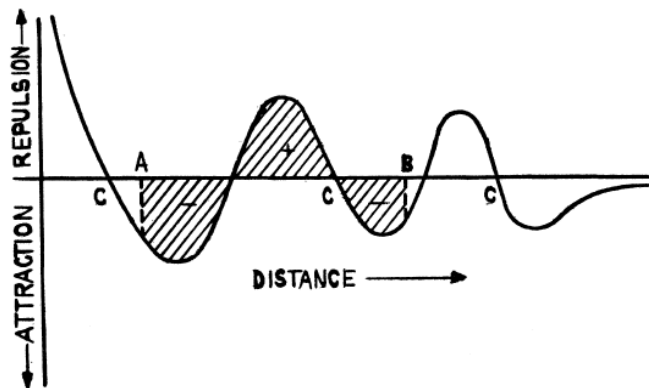


Figura 31 - Curva do comportamento da força com a distância
 Fonte: Hankins (1965, p.294).

Se uma partícula for deslocada de um ponto de coesão, por exemplo de A para B, a variação da velocidade pode ser determinada, uma vez que a área do gráfico é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade. A parte assintótica da curva representa a impossibilidade do contanto entre as partículas.

Em notação moderna, a partir da curva mostrada, podemos escrever:

$$\int_A^B F \cdot dx = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

Admiravelmente Boscovich derivou esta expressão para a conservação da energia potencial e energia cinética, logicamente que não com esta terminologia moderna. Ela ainda nos dá a possibilidade de explicação da perda da força viva em colisões não elásticas. Em qualquer caso relativo de movimento de dois pontos de massas, os pontos podem perder energia cinética, mas quando eles retornam as suas posições originais, a energia cinética é restaurada. De fato, ele nos mostra que em seu sistema a *vis viva* é sempre conservada, embora seja frequentemente “armazenada” na forma de energia potencial. Não há nenhuma maneira, em seu sistema, da energia ser perdida pelos atritos e pelas colisões inelásticas. De qualquer forma, mesmo mostrando por meio de sua teoria a conservação da *vis viva*, ele nos deixa claro que o uso do quadrado da velocidade é apenas um método de cálculo e não propôs nenhuma lei mais geral de conservação para essa quantidade (HANKINS, 1965).

Em todas essas explicações, Boscovich cometeu o erro de lidar com as partículas de matéria como se fossem corpos graves, sujeitos ao atrito, impacto, etc. Somente sua última sugestão sobre a perda das partículas mais ativas é compatível com a sua teoria.

Se tivesse ficado no campo dos pontos e forças, ele poderia ter sido forçado à posição de Leibniz e à conservação da energia. Devemos lembrar que no sistema de Boscovich só há energia potencial e cinética. Ele explica luz, calor, eletricidade, reação química, e movimento mecânico tudo em termos de forças e pontos. A questão de "transformar" um tipo de energia em outro não se aborda. Os pontos e as forças reduzem todas as formas de energia ou "atividade" para uma, ou seja, reduz todos os tipos de força a uma. Podemos supor que, se Boscovich estivesse do outro lado da controvérsia da *vis viva*, ele teria seguido o exemplo de Leibniz e os ditames de seu próprio sistema que apontariam diretamente para a conservação da energia (HANKINS, 1965, p. 297, tradução nossa).

Em consideração aos trabalhos discutidos até aqui, podemos notar que a controvérsia da *vis viva* foi realmente mais que uma mera disputa entre palavras. Hoje sabemos realmente que estas grandezas, de fato, podem ser utilizadas em conjunto para a solução de problemas mecânicos. O trabalho árduo desses cientistas contribuiu muito para o desenvolvimento e para o esclarecimento desses conceitos.

A raiz da controvérsia, que agora se pode notar mais claramente, certamente nasce de dois principais fatores, sendo o primeiro a falta de um esclarecimento entre os conceitos de força e *vis viva* (energia), e o segundo sendo a falta de compreensão da não conservação da *vis viva* para colisões do tipo inelásticas.

Claramente d'Alembert não foi o único a esclarecer a confusão, os experimentos de Gravesande revelaram dois diferentes efeitos mensuráveis em colisões do tipo inelásticas, o qual concluiu que as variações do movimento são proporcionais às quantidades de movimento dos corpos e a deformação das esferas ou as impressões que elas causam em superfícies macias são proporcionais à *vis viva*. E mesmo sem dar importância significativa à conservação da *vis viva*, Boscovich elaborou um modelo satisfatório para explicá-la em situações de colisão.

A lei da conservação da energia teve que esperar as descobertas dos equivalentes de energia para uma variedade de fenômenos, com os físicos do século XIX, para que assim se constituísse como uma das mais importantes leis de conservação da natureza (HANKINS, 1965).

5.3 Daniel Bernoulli: a relação do princípio das forças vivas à uma função de potencial

Daniel Bernoulli (1700 – 1782), filho de J. Bernoulli, nasceu na Holanda, mas viveu a maior parte de sua vida na Suíça. Sendo um homem de extraordinária versatilidade, fez grandes contribuições para a medicina, Matemática e Física. De 1725-1733, ele trabalhou com Euler na Academia de Saint Petersburg. Ele ensinou anatomia, botânica e fisiologia na Universidade de Basel onde tornou-se professor de Física em 1750, um cargo que ocupou durante o resto de sua vida. O pai de Daniel, Johann, como já vimos, tornou-se um adepto ao conceito de *vis viva*, anteriormente

introduzido por Leibniz, e não seria de se estranhar que Daniel seguisse os mesmos passos do pai no apoio ao mesmo princípio e em particular a sua conservação nos movimentos dos corpos. Por meio de um importante trabalho realizado em 1748, Daniel desenvolveu uma expressão na qual a variação da *vis viva* de um sistema que se move entre duas posições estava relacionado ao produto de uma força pelo seu deslocamento. Tal deslocamento seria independente da trajetória seguida pelo corpo, mas que dependeria apenas das posições inicial e final, considerando um sistema que se move devido uma força central newtoniana. Ele efetivamente configura a equação de energia (embora não com este nome) para os casos especiais de queda livre e para a lei de atração gravitacional. Considerando que foi feito 40 anos antes da publicação de *Mécanique analytique* de Lagrange, este foi o trabalho de extraordinária importância para o desenvolvimento da mecânica. É verdade que d'Alembert em seu *Traité de Dynamique* (1743) também tratou da conservação da *vis viva*, mas a análise de Bernoulli é muito mais clara e fácil de seguir (LINDSAY, 1975).

Daniel Bernoulli em sua obra *Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général*, originalmente publicado em *Memories del'Academie Royale des Sciences et Belas-Letras*, em 1748, como contribuição ao desenvolvimento do conceito aqui em estudo, fez uma série de aplicações do teorema da *vis viva* para sistemas de corpos que agem uns sobre os outros movidos pela ação da força gravitacional o que, de fato, é uma importante marca deste trabalho, ideia que ainda não havia sido relacionada ao conceito de força viva. Para tanto, utiliza uma função escalar de coordenadas, ou seja, uma função de potencial, que já vinha sendo trabalhada tanto pelo próprio Bernoulli, como por Euler.

Vamos descrever inicialmente como esta ideia de potencial surgiu para depois inferirmos sua utilização no trabalho subsequente de D. Bernoulli.

O potencial como armazenamento de força viva em um sistema elástico foi mencionado pela primeira vez por cartas trocadas entre D. Bernoulli e Euler. Havia certamente um debate entre os dois sobre a questão do potencial, o qual teve origem em uma carta de Euler enviada a Bernoulli datada de 5 de maio de 1739:

Não duvido do fato de que a curva elástica não satisfaça uma propriedade de máximo ou de mínimo. De fato, uma tal curva, formada pela natureza, terá uma propriedade deste gênero, assim como a catenária, a lanteira; mas a expressão que se deve fazer máximo, na elasticidade do primeiro relance me pareceu obscura, no entanto, sinto que esta deva ser a quantidade de força potencial que se insinua na curvatura, mas estaria curioso em aprender, do ensaio que me havia prometido, como se pode exprimir esta quantidade (EULER apud DE GRAVE, 2008, p. 33-34, tradução nossa).

Sobre esta elasticidade desconhecida por Euler, Daniel responde em 20 de outubro de 1742 que a força potencial, isto é, a quantidade que se faz mínima na elasticidade deve ser igual a $\int \frac{ds}{r^2}$. Assim ele escreve:

Poderia refletir sobre a seguinte questão: não se poderia deduzir a curvatura ABC [a elasticidade] dos princípios da mecânica, sem recorrer à alavanca. Eu exprimiria a força viva da lamina naturalmente encurvada por $\int \frac{ds}{r^2}$, assumindo que o elemento ds seja constante e indicando com r o raio de curvatura. Como ninguém ainda estendeu o método dos isoperímetros como você, vocês resolveriam este problema, que requer que $\int \frac{ds}{r^2}$ seja um mínimo (BERNOULLI apud DE GRAVE, 2008, p. 34, tradução nossa).

Hoje realmente sabemos que esta integral mede a energia mínima de deformação da lamina (HEYMAN, 1998).

Alguns anos depois, na obra já mencionada, *Remarques sur le principe de la conservation des forces vives*, utiliza sua noção de potencial para uma situação dinâmica diferentemente da elástica que havia proposto inicialmente, embora essa medida não seja referida por ele como potencial.

Analisaremos agora o desenvolvimento das ideias de D. Bernoulli em relação às suas contribuições para o conceito. Ele inicia este trabalho discutindo o uso correto da força viva, afirmando que não se deve utilizar mais o conceito como produto da massa pela distância de queda do centro de gravidade, como Leibniz inicialmente havia proposto como uma das provas de que esta seria a verdadeira medida da força. No entanto, ainda segue a acreditar em sua conservação e a pretende demonstrar para uma situação de corpos sujeitos a gravidade uniforme. Para tanto, Bernoulli faz algumas considerações iniciais e nos mostra a lei da conservação da força viva.

Se vários corpos formam um sistema arbitrário de tal maneira que nenhum deles pode mover-se independentemente dos outros, e cada um está sujeito a uma arbitrariedade alternante gravidade, a conservação da *vis viva* pode ser encontrada como se segue. Considere que o sistema consista nas massas m, m', m'', m''', e assim por diante, e considere que as suas velocidades sejam v, v', v'', v''', e assim por diante. Considere agora um único corpo, como independente do sistema, e que este deixe um certo ponto sem ser afetado pela gravidade, um ponto ao qual o corpo pode retornar por um caminho arbitrário. Então é fácil de avaliar qual velocidade o corpo deve ter quando livre do sistema. Considere que as velocidades sejam denominadas de u, u', u'', u''', e assim por diante (BERNOULLI, 1975, p. 143, tradução nossa).

Então descreve a seguinte equação

$$mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \dots = mu^2 + m'u'^2 + m''u''^2 + \dots$$

O que significa que se uma partícula participante do sistema aumentar em certa quantidade sua *vis viva*, outra obrigatoriamente deve diminuir na mesma quantidade para que o sistema mantenha a quantidade total conservada. Quando um número arbitrário de massas puntiformes se move sob a

influência de uma força devido somente às ações mutuas, ou ainda, sob a ação de forças para um centro fixo, a soma da quantidade de *vis viva* para todas as massas puntiformes é a mesma a cada instante no qual os pontos têm a mesma posição relativa entre eles ou em relação ao centro fixo, independente do caminho seguido ou da modificação da velocidade durante o movimento.

Bernoulli segue com o objetivo de demonstrar que a lei pode ser aplicada à diversas situações, não apenas para um sistema de muitos corpos, mas também para um único corpo, quando se necessita relacionar o movimento com sua *vis viva*.

Utilizando a equação de queda livre de Galileu, $v^2 = 2g \cdot h$, e considerando que a intensidade da gravidade seja de uma unidade, relaciona a altura de queda das partículas do sistema com as velocidades adquiridas e mostra que a quantidade de força viva total pode ser medida pelo produto entre a massa do sistema e o dobro da distância vertical do centro de queda.

Começo com a suposição de uma gravidade uniforme e paralela. O quadrado da velocidade adquirida neste caso é, como é bem conhecido, proporcional ao deslocamento, e uma vez que este se mantenha independente do trajeto do corpo, há sempre uma conservação da *vis viva* no que diz respeito à altura da qual a queda ocorre. Partindo deste pressuposto, se tivermos um sistema de corpos em geral com massas m, m', m'' , e assim por diante, e assumirmos que a aceleração da gravidade é igual a unidade, e que as distâncias verticais de queda são x, x', x'' , e assim por diante, temos que

$$u^2 = 2x, \quad u'^2 = 2x', \quad u''^2 = 2x'', \quad \dots$$

E a equação geral na seção 2 se torna

$$mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \dots = 2mx + 2m'x' + 2m''x'' + \dots$$

Assim, o total de *vis viva* é igual ao produto da massa total do sistema, com o dobro da distância vertical do centro de queda (BERNOULLI, 1975, p. 143-144, tradução nossa).

Em seguida Bernoulli considera que a gravidade seja dirigida para um ponto central fixo, substituindo os deslocamentos verticais de queda pelos deslocamentos em relação ao centro de gravidade. Enfatizando que, não importando por qual caminho siga a partícula, o sistema manterá conservada o total da *vis viva*.

A relação entre a *vis viva* e a força externa é tomada em relação à variação da primeira, sendo esta variação independente da trajetória, mas dependente apenas da distância relativa ao centro de atração. Assim, se uma partícula inicialmente à uma distância d do centro de gravidade e com uma determinada *vis viva* se deslocar por um caminho arbitrário, sujeita à ação de uma força, mas retornar para uma posição qualquer, cuja distância continue sendo d , a quantidade de *vis viva* será a mesma, ou seja, será conservada. Em uma linguagem moderna, sobre a ideia de Bernoulli, poderíamos dizer que o trabalho realizado ao longo de um caminho fechado é nulo.

Quando, no entanto, por uma força suplementar a força da gravidade é feita variável, a situação no que diz respeito à distância ao centro gravitacional deve ser tratada da seguinte forma: um único corpo terá sempre a mesma *vis viva* se ele mover a partir de uma dada distância a partir do centro de gravidade de volta a esta mesma distância, independente do caminho que se segue. Se o centro de gravidade está em E na Figura [32], se o corpo inicia o seu movimento em A, e se atingir o ponto C pelo arbitrário caminho ABC, para a determinação da velocidade em C, precisamos apenas desenhar a linha reta AE, e com E como centro desenhar o arco CD. A velocidade em C será a mesma que a obtida em D por queda vertical, na direção do centro E. Por conseguinte, é fácil de determinar a velocidade e a *vis viva* do corpo, não importando qual a forma da lei de gravitação. Se o corpo está a uma distância x de E e se a força da aceleração é ξ , temos

$$u^2 = -2 \int \xi dx$$

Se investigarmos sob as mesmas premissas um sistema de arbitrários corpos moventes cujas distâncias a partir de E são x, x', x'', e assim por diante, respectivamente, e cujas acelerações são ξ , ξ' , ξ'' , e assim por diante, respectivamente, mantenho que a lei geral da conservação da *vis viva* será agora representada pela seguinte equação:

$$mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \dots = -2m \int \xi dx - 2m' \int \xi' dx' - 2m'' \int \xi'' dx'' - \dots$$

Na integração dos vários termos deve-se inserir as constantes de integração de acordo com as condições iniciais e também as constantes para os valores iniciais da *vis viva*, no caso do movimento não ter iniciado a partir do repouso.

Considere que a aceleração seja inversamente proporcional à distância a partir de E e que as distâncias iniciais sejam, a, a', a''; assumimos que o sistema é iniciado a partir do repouso, e que a aceleração para a distância b é igual à unidade. Então

$$\xi = \frac{b^2}{x^2}, \quad \xi' = \frac{b^2}{x'^2}, \quad \xi'' = \frac{b^2}{x''^2}, \dots$$

A lei da conservação da *vis viva*, então, produz

$$mv^2 + m'v'^2 + m''v''^2 + \dots = 2m \left(\frac{b^2}{x} - \frac{b^2}{a} \right) + 2m' \left(\frac{b^2}{x'} - \frac{b^2}{a'} \right) + 2m'' \left(\frac{b^2}{x''} - \frac{b^2}{a''} \right) + \dots \text{ (BERNOULLI, 1975, p. 144-145, tradução nossa).}$$

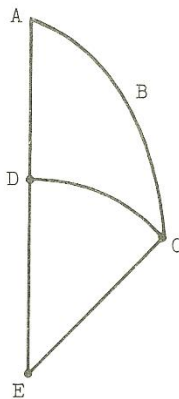


Figure 1

Figura 32 - Esquema utilizado por Bernoulli para o desenvolvimento da lei de conservação da *vis viva*
Fonte: Lindsay (1975, p. 144)

De fato, essa última igualdade demonstrada representa uma lei de conservação de energia mecânica, com os termos do lado esquerdo representando a energia cinética do sistema e os termos do lado direito representando a energia potencial gravitacional do sistema. Este potencial é extraído

da função escalar das coordenadas das posições iniciais e finais das partículas. Neste caso, na linguagem de Bernoulli, a variação da força viva representa a variação do potencial.

Poderíamos, ainda, interpretar a equação de D. Bernoulli em termos da grandeza física trabalho. Para uma partícula inicialmente em repouso temos:

$$m \cdot v^2 = -2m \int \xi \, dx \quad \rightarrow \quad \frac{m \cdot v^2}{2} = - \int m \cdot \xi \, dx$$

Como o produto da massa pela aceleração pode representar a força, podemos ainda escrever:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = - \int F \cdot dx$$

O que nos mostra que a diminuição de energia do sistema é realizada pelo trabalho (que é a integral da força pelo deslocamento) da força sobre a partícula, equivalente ao teorema da energia cinética.

Bernoulli continua fazendo a análise da conservação da força viva, mas agora para dois centros de forças que agem em uma partícula que se deslocará por um caminho arbitrário entre dois pontos. Considera uma partícula que sai do ponto G e vai ao ponto H devido a ação de dois centros de forças que estão em A e B. Desenha-se os arcos GE e HC com centro em B e depois os arcos GF e HD com centro em A. Estabelecendo que a distância BH seja igual a x e que AH seja igual a y , e assumindo-se que a aceleração para B seja ξ e que para A seja η , então a velocidade final do corpo, denominada u , pode ser obtida a partir da soma das duas ações:

$$u^2 = -2 \int \xi \, dx - 2 \int \eta \, dy$$

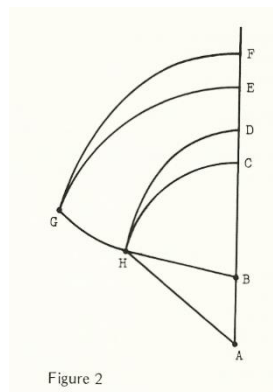


Figura 33 - Esquema utilizado por Bernoulli em uma aplicação do princípio de conservação da *vis viva*
Fonte: Lindsay (1975, p. 146)

Multiplicando pela massa os dois lados da equação, encontraríamos novamente a equação da *vis viva* (ou teorema da energia cinética).

Todos estes resultados referentes à *vis viva* e sua conservação surpreendente tem me estimulado a investigar o que acontece se os próprios centros de atração mudarem de

posição. Isto pode acontecer de infinitas maneiras. Entretanto, para não ser muito zeloso em questões que podem ser respondidas de modo simples, discuto somente um caso. Será considerado que os corpos se atraem com uma força inversamente variável ao quadrado da distância, um caso que eu critico com a maior satisfação, visto que ele pode lançar nova luz ao sistema de Newton (BERNOULLI, 1975, p. 146, tradução nossa).

Como mencionado, Bernoulli tratará o caso da atração mútua entre dois corpos sujeitos à gravidade, de uma maneira que ainda Newton não havia realizado. Seu objetivo, desta vez, é de mostrar como se pode obter a *vis viva* do sistema a partir de suas posições, ou seja, de uma função de potencial. Novamente encontrará uma equação de conservação da energia do sistema, sem fazer menção a terminologia que demos aqui.

Considere dois corpos. Embora suas massas sejam desiguais, sua atração um pelo outro será a mesma. Cada partícula de um atrairá cada partícula do outro e a atração mútua será sempre determinada pelo produto das duas massas. Todo o resto permanece como antes. Se uma massa aumenta 10 vezes e a outra 20 vezes, a atração mútua será aumentada 200 vezes. Para o resto, assumimos que cada pedaço de matéria sempre exerce a mesma atração, uma hipótese que eu não considero certa para toda matéria do universo. Sem dúvida não há contradição na hipótese de que a força atrativa e a inércia da matéria do Sol são diferentes da força atrativa da inércia e da matéria dos planetas. Se considerarmos que a massa dos planetas é muito menor que a massa do Sol, o último não pode mudar sua posição apreciavelmente para posições diferentes dos planetas. Talvez tal hipótese corresponda melhor com uma observação astronômica que leva a outro sistema ao invés do de Newton. Se quiséssemos considerar que os corpos tivessem atrações diferentes para cada um a massa ainda teria que ser multiplicada por suas atrações. Devemos aqui aderir a primeira hipótese considerando que é a mais simples. Para expressar todas as quantidades através de seus valores próprios assumimos que a massa μ a uma distância p produz uma unidade de aceleração que é a aceleração natural da gravidade. Portanto μ pode denotar a massa da Terra e p o seu raio. Considere dois corpos tendo massas M e m , respectivamente e considere sua separação x . Eles, então, se atrairão com uma força

$$\frac{\rho^2}{x^2} \cdot \frac{Mm}{\mu}$$

A aceleração que M obterá será

$$\frac{\rho^2}{x^2} \cdot \frac{m}{\mu}$$

E que para m será

$$\frac{\rho^2}{x^2} \cdot \frac{M}{\mu}$$

Se os dois corpos podem mover-se livremente, de modo que eles se movam um em direção ao outro, em uma linha reta, e se a sua separação inicial é a , então

$$vis\ viva\ de\ M = \frac{2Mm}{\mu} \cdot \left[\left(\frac{m}{M+m} \right) \cdot \left(\frac{\rho^2}{x} - \frac{\rho^2}{a} \right) \right]$$

Consequentemente, a *vis viva* total de um sistema de dois corpos é

$$\frac{2Mm}{\mu} \cdot \frac{\rho^2}{x} - \frac{\rho^2}{a}$$

Eu agora mantenho que esta quantidade permanece inalterada, não importando como as duas entidades vão desde a separação original a até à separação x .

Na figura [34], considere que ABC seja uma curva arbitrária ao longo do qual o corpo M pode mover-se livremente. Considere que a outra curva DEF seja uma curva arbitrária semelhante para o corpo m . Inicialmente, os corpos estão em A e D, respectivamente. Considere que passem por caminhos arbitrários até que tenham atingido B e E, respectivamente. Considere que AD seja igual a a e BE igual a x . Mantenho que a *vis viva* total dos dois corpos quando eles chegarem em B e E, respectivamente, será sempre

$$\frac{2Mm}{\mu} \left(\frac{\rho^2}{x} - \frac{\rho^2}{a} \right)$$

A *vis viva* total é dependente somente da separação inicial e final e não do caminho [...]

A lei geral discutida acima é válida, sem exceção, para cada lei arbitrária de gravitação. É só por uma questão de produzir uma fórmula simples e evitar sinais de integral que eu tenho restringido atenção para o caso do inverso do quadrado. A natureza nunca nega a validade da grande lei da conservação da *vis viva*, e é isso que eu desejo expor. Se o sistema não iniciar a partir do repouso, o que temos calculado como a *vis viva* obtida no ponto final alcançado, deve ser considerado como o aumento da *vis viva*. Eu tinha a esperança de aplicar a nova teoria a vários problemas, mas outro trabalho me impediu. Talvez seja o assunto do próximo trabalho, terei a honra de apresentar à Academia (BERNOULLI, 1975, p. 146-148, tradução nossa).

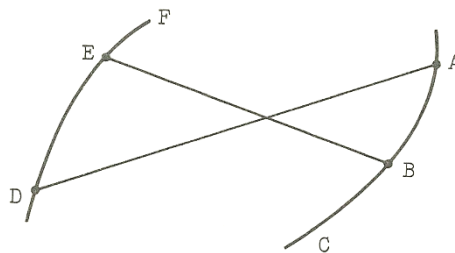


Figure 3

Figura 34 - Esquema utilizado por Bernoulli para a demonstração de que a *vis viva* total é dependente apenas das posições inicial e final do corpo
Fonte: Lindsay (1975, p. 148)

Aqui Bernoulli traz uma importante abordagem para os problemas de atração, uma vez que ainda não eram tratados desta forma, em consideração às velocidades dos corpos e às suas posições. Mais uma vez afirma que a *vis viva* total do sistema é dependente apenas dos pontos inicial e final e não do caminho percorrido pelos corpos.

Para mostrar como Bernoulli estava correto em suas afirmações, a equação final da *vis viva* demonstrada também pode ser feita pelo teorema da energia cinética. Devemos considerar os limites de integração como a para a posição inicial e x para a posição final, e a força de atração proposta por Bernoulli como $F = \frac{\rho^2}{x^2} \cdot \frac{Mm}{\mu}$.

Substituindo a força na expressão do teorema da energia cinética, temos:

$$\Delta E_C = - \int_a^x F \cdot dx = - \int_a^x \frac{\rho^2}{x^2} \cdot \frac{Mm}{\mu} \cdot dx = \frac{2Mm}{\mu} \left(\frac{\rho^2}{x} - \frac{\rho^2}{a} \right)$$

Em suma, podemos notar aqui as importantes contribuições de D. Bernoulli para o desenvolvimento do conceito de energia, quando objetivou em aplicar o teorema à diferentes situações de movimento. Ele deixou nesses trabalhos uma ênfase muito clara à utilização da variação da força viva como resultado da ação de uma força, igualando-a à uma função de potencial, a qual hoje podemos denominá-la de energia potencial gravitacional. Ainda deixou claro que a variação da *vis viva* é independente do caminho tomado pelo corpo dependendo apenas dos pontos iniciais e finais, ideia que contribuirá muito com o desenvolvimento dos teoremas de força viva que ainda apareceriam.

5.4 Johann Samuel Koenig: força viva e o princípio da mínima ação

Johann Samuel Koenig (1712-1757) foi um matemático e físico alemão, que, na verdade, passou pouco de sua vida profissional em seu país natal, viajando extensivamente e residente na Suíça, França e Holanda. Embora treinado por Johann e Daniel Bernoulli em Basel, ele achava difícil começar um trabalho acadêmico e passou grande parte de sua vida praticando lei. Em 1744, ele finalmente conseguiu um cargo de professor de matemática e filosofia na Universidade de Franeker na província de Friesland, na parte norte da Holanda. Esta universidade foi fundada em 1585, mas foi fechada em 1811 por Napoleão. Em 1749 Koenig foi transferido para Haia para se tornar um conselheiro privado e bibliotecário, embora evidentemente ele manteve seu cargo de professor, pelo menos por título. Ele morreu em Amerongen nos Países Baixos após uma vida bastante curta, mas ativa (LINDSAY, 1975).

Devemos lembrar de Koenig, pois ele é considerado um grande defensor do princípio das forças vivas, e o aplicou em diferentes situações. Em uma dessas tentativas, aplicou o princípio em conexão com a ideia de *ação* para uma situação de equilíbrio estático. Embora estivesse equivocado em algumas passagens, este trabalho de Koenig trouxe uma nova visão de possibilidade de aplicação do princípio, e ainda nos deixou uma forma correta de se relacionar força viva total do sistema com a força viva do centro de massa.

Inicialmente vamos esclarecer o conceito *ação* que Koenig utilizou em seu trabalho. Leibniz definiu esta grandeza, a qual chamou de *ação*, como o produto entre massa, velocidade e o elemento de deslocamento ou ainda o produto entre a *vis viva* e o elemento de tempo. De acordo com Mainzer (1983), Koenig havia descoberto uma carta de Leibniz para J. Hermann, datada de 16 de outubro de 1708, na qual fez uma importante observação de que sua expressão da *ação* poderia ser mínima ou máxima.

$$\int m \cdot v \cdot ds = \int m \cdot v^2 \cdot dt$$

Mais tarde, Maupertuis (1744) declararia que este princípio seria o fundamental *princípio de economia* pelo qual a natureza poderia agir. Ele aplicou o princípio para três diferentes problemas, entre os quais, um de colisão inelástica, colisão elástica e um sobre o equilíbrio de uma alavanca. Sua teoria gerou controvérsias entre os cientistas da época, entre os que o defenderam podemos citar Euler (1746), e entre os quais o atacaram, podemos citar Koenig (1751), o qual publicou uma investigação que causou grande controvérsia sobre o princípio da mínima ação.

Em seu trabalho publicado na *Nova Acta Eruditorum*, em Leipzig, em 1751, denominado *De universal principio aequilibrii et motus in vi viva reperto, deque nexa inter vim vivam et actionem, ut riusque mínimo*, defendeu a utilização da *vis viva* ao princípio da mínima ação, afirmando ainda que o conceito de *vis viva* poderia ser aplicado diretamente para resolver problemas de equilíbrio estático. Ele fez duas aplicações do princípio: 1) por meio de uma alavanca com dois pesos em suas extremidades, tenta determinar pelo princípio da *vis viva* a razão dos pesos a partir do ponto de apoio para que exista o equilíbrio; 2) para o mesmo experimento, tenta determinar a posição do ponto de apoio da haste para que tanto a *vis viva* como a *ação* tenham valores máximos ou mínimos.

Vejamos sua solução para a primeira situação:

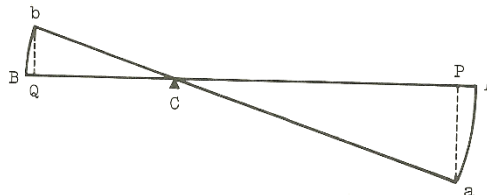


Figura 35 - Esquema utilizado por Koenig em seu primeiro problema
Fonte: Lindsay (1975, p. 151)

Que seja suposto que a linha não esteja em equilíbrio, mas que A abaixe até a, ao passo que no processo B move-se para b. Tratar A e B como massas, os seus respectivos pesos serão g_A e g_B , onde g é a aceleração da gravidade. Que as distâncias de A e B a partir de C sejam CA e CB , respectivamente, também iguais a Ca e Cb , respectivamente. Vamos denotar Ca por a e Cb por b por simplicidade. Deixe que a descida da massa A (=aP) seja indicado por x . Devido à semelhança dos triângulos CaP e CbQ , segue-se que

$$Qb = (aP) \cdot \frac{bc}{ac}$$

Por tanto,

$$Qb = \frac{b}{a} x$$

Consequentemente, a *vis viva* de todo o sistema ACB será a *vis viva* da massa A produzida por sua descida livre através de aP menos a *vis viva* destruída pela ascensão livre de B através de Qb. Este será

$$g_A x - g_B \frac{b}{a} x = \frac{g x}{a} (Aa - Bb)$$

É considerado que esta rede de *vis viva* deve desaparecer para o sistema estar em equilíbrio, temos

$$Aa = Bb$$

Isto significa que as distâncias de A e B, a partir do ponto de apoio são inversamente proporcionais às massas de A e B, respectivamente. Daí um teorema fundamental da estática foi encontrado pelo método de *vis viva* (KOENIG,1751 apud LINDSAY, 1975, p. 152, tradução nossa).

Nesta solução podemos encontrar ao menos duas falhas cometidas por Koenig, a primeira se refere à não utilização da *vis viva* como o produto da massa pela velocidade do corpo, embora tenha a utilizado em proporção com a altura⁴⁴. O segundo argumento equivocados está em dizer “destruição da *vis viva*” através da subida do corpo B na haste, pois sabemos que, de fato, estando inicialmente em repouso, à medida que o corpo B adquire movimento, aumenta sua *vis viva*. A única possibilidade de destruição da *vis viva* seria sua redução à zero, ou seja, a aniquilação do movimento. Podemos observar que Koenig chega a resposta justa em relação ao equilíbrio, mas o que estava fazendo era resolver o problema por meio do princípio dos trabalhos virtuais, que não envolve diretamente o princípio da *vis viva*. O princípio dos trabalhos virtuais já era bem conhecido, o qual fora enunciado pela primeira vez por J. Bernoulli em 1717. Não é de se admirar que Koenig tenha sofrido muitos ataques sobre o uso da *vis viva* para situações de equilíbrio estático, principalmente por Euler, um defensor de que o princípio somente poderia ser usado em situações de movimento.

Apresentamos, desta vez, a solução de Koenig ao seu segundo problema:

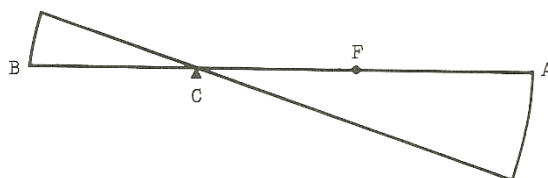


Figura 36 - Esquema utilizado por Koenig em seu segundo problema
Fonte: Lindsay (1975, p. 154)

Referindo-se à figura, considere $AB = a$, $AC = z$; assim $BC = a - z$. Considere que a velocidade de translação num ponto F arbitrário sobre a haste seja designada por c (em que $CF = l$). Uma vez que as velocidades dos pontos sobre a haste são proporcionais às distâncias de C, os quadrados das velocidades serão proporcionais aos quadrados das distâncias correspondentes.

Por isso

$$l^2 : z^2 = c^2 : \frac{c^2 z^2}{l^2}$$

Em que $c^2 z^2 / l^2$ é, portanto, o quadrado da velocidade do corpo A.

Analogamente,

$$l^2 : (a - z)^2 = c^2 : \frac{c^2 (a - z)^2}{l^2}$$

E $\frac{c^2 (a - z)^2}{l^2}$ o quadrado da velocidade do corpo B. Assim, a *vis viva* do sistema será

⁴⁴ Segundo a relação de Galileu, em que o quadrado da velocidade adquirida por um corpo em queda livre é diretamente proporcional à altura de queda, ideia também utilizada por Leibniz.

$$\frac{c^2}{I^2} [z^2 A + (a - z)^2 B]$$

Por causa da igualdade dos tempos, esta também será a ação. Para encontrar o valor de z que faz com que essa quantidade um máximo ou mínimo, diferenciamos em relação a z e definimos o resultado igual a zero. Assim

$$\frac{d}{dz} \left\{ \frac{c^2}{I^2} [z^2 A + (a - z)^2 B] \right\} = \frac{c^2}{I^2} [2zA - 2(a - z)B]$$

Quando igualamos a zero, esta se torna

$$z = \frac{aB}{A + B}$$

Isto mostra que o ponto C, em questão, é o centro de gravidade do sistema e também que a *vis viva* (bem como a ação) para a rotação em torno do ponto C é um mínimo. A posição de C está também sobre os quais A e B estão em equilíbrio estático, na medida em que a rotação está em causa (KOENIG, 1751 apud LINDSAY, 1975, p. 154-155, tradução nossa).

Aqui, podemos observar que a utilização da *vis viva* é correta, no entanto, tentando relacionar o resultado para a condição de equilíbrio, igualou a total de *vis viva* à zero, o que pode ser considerado errôneo, uma vez que o sistema está em movimento. Essa foi outra falha cometida por Koenig e que seria alvo de ataque. No entanto, a conexão do resultado ao centro de gravidade é de interesse. Podemos dizer que Koenig derivou a lei de que o total de *vis viva* de um sistema de partículas é igual à *vis viva* do centro de massa do sistema mais a *vis viva* relativa ao centro de massa, um resultado que é frequentemente usado na mecânica moderna. Além disso, Koenig merece créditos por suas tentativas de aplicação do princípio da força viva para diferentes situações que se pensava serem improváveis (LINDSAY, 1975).

5.5 Leonhard Euler: a origem das forças, a conservação do momento e da força viva

Leonhard Euler, matemático e físico sueco, nasceu na Basileia em 15 de abril de 1707 e morreu em São Petersburgo no dia 18 de setembro de 1783. Euler passou praticamente toda a sua carreira profissional em Berlim e São Petersburgo nas academias científicas dessas cidades. Ele foi sem dúvida um dos mais prolíficos de todos os cientistas matemáticos (LINDSAY, 1975).

Tendo em vista a preeminência reconhecida de Euler no desenvolvimento da matemática e da física matemática, é oportuno e essencial dedicar alguma atenção às suas ideias a respeito da *vis viva*, que já havia sido introduzido por Leibniz bem antes do seu nascimento. Isto é particularmente importante à luz da grande influência de Euler sobre o trabalho de outros filósofos naturais da Europa ao longo do século XVIII, e mesmo além.

Euler contribuiu com a discussão sobre a *vis viva* em seu tratado *Vera Viris existimandi ratio* (Verdadeiro caminho para medida da força). Este trabalho foi publicado originalmente em *Opera*

Postuma 2, em 1862, no entanto alguns historiadores acreditam que este tratado tenha sido elaborado no final da década de 1720, bem antes dos tratados de d'Alembert terem sido publicados.

Neste, Euler faz referência à controvérsia travada entre os Cartesianos e Leibnizianos sobre a maneira correta de se medir a força de um corpo em movimento. Um importante fato é que neste artigo Euler acredita que a força seja algo inerente ao corpo em movimento, como acreditavam os envolvidos na disputa. Neste curto trabalho de quatro páginas escrito em latim, Euler analisa os dois pontos de vista e, ao final, mantém o argumento de que Leibniz estaria correto, mostrando que, de fato, já no início de sua carreira estava familiarizado com os conceitos de quantidade de movimento e *vis viva*. No entanto, em nenhum lugar deste trabalho ele utiliza os termos quantidade de movimento ou *vis viva*, contentando-se em se referir à estas, respectivamente, como massa vezes velocidade e massa vezes velocidade ao quadrado.

Utut autem clare isti viri illustrissimi dogmatis sui ob oculos Cartesianorum posuerint, nihilominus semper hi in sua sententia pertinaciter perstant, et sese Leibnitio opponunt. Quos inter magnam adhibuit diligentiam ad Leibnitii sententiam refutandam professor quidam Hollandus Maclaurin nomine, in schediasmate egregio illo si diis placet, quo sententiam suam super communicationem motus coporum perfecte dororum exponit, qui non solum existimationem virium ex quadrato celeritatis refutare conatur, verum praeterea asseverat esse contradictorii quid, dicere vires corporum esse in duplicata ratione celeritatis, idqui tali paralogismo, cujus vel tyronum in geometria pudeat (EULER, 1862, p. 39).

Em um outro trabalho denominado *Mechanica sive Motus Scientia Analytice Exposita*, publicado originalmente em 1736, Euler modifica sua ideia de que a força seja algo inerente ao corpo. Chegou à conclusão de que as forças são entidades externas que podem causar movimento ou alteração no movimento dos corpos, segundo a tradição newtoniana (LINDSAY, 1975).

Alguns anos mais tarde, Euler elabora um novo trabalho denominado *Recherches sur l'origine des forces*, publicado originalmente em *Memories de l'academie des sciences de Berlin*, em 1752. Apesar de não ter usado a terminologia, nesta obra ele deduziu duas importantes expressões a partir das equações da dinâmica de Newton, a primeira em relação a conservação da quantidade de movimento e uma segunda em relação a energia.

Já no início deste trabalho reafirma de forma clara sua posição em relação à uma força como ação externa e não intrínseca ao corpo.

c'est je n' imagine ce cas que pour mettre le corps à labri de toutes les causes étrangères, qui pourraient agir sur lui; e come ces causes se trouvent hors du corps que je veux considérer, rien n'empêche, que je fasse abstraction de ces causes étrangères, ou que je le suppose anéantis. C'est pourquoi il reviendra au meme de laisser exister tous les autres corps, pourvú qu'on les regarde comme depouillés de toutes forces, par lesquelles ils pourraient agir sur le corps en question (EULER, 1752, p. 420).

Concentrando sua atenção aos problemas de colisão entre dois corpos se convence que, de fato, as forças trocadas entre os corpos são as únicas que podem ser encontradas na natureza. Em uma abordagem sobre colisão linear simples, utilizou uma equação diferencial de segunda ordem, equivalente a segunda lei de Newton, para demonstrar as leis de conservação do momento e da força viva.

Para tanto, inicia sua discussão fazendo algumas considerações sobre o problema a ser estudado. A figura 37 mostra dois corpos que se movem na mesma direção linearmente, os quais podem ser corpos elásticos ou não elásticos. O corpo A se move mais rapidamente que o corpo B, para que assim possa ocorrer a colisão de modo que o primeiro corpo se encontre no ponto A e o segundo no ponto B. Considerando ainda que a distância AC seja α e que a distância BC seja β , teremos que a distância entre os centros dos dois corpos será:

$$AB = \alpha + \beta$$

Passado um tempo t suficiente para os corpos se deformarem, com o centro de A se movendo uma distância x e o centro de B se movendo uma distância y , a nova distância entre seus centros, desta vez, será:

$$ab = \alpha + \beta + y - x$$

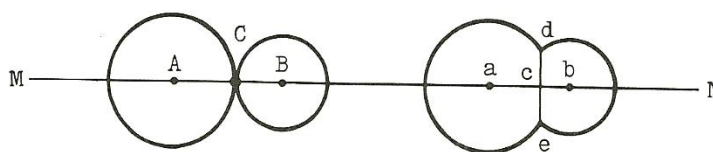


Figura 37 - Colisão entre dois corpos
Fonte: Lindsay (1975, p. 139)

Considerando $x > y$, e $z = x - y$, a quantidade de z medirá a deformação do impacto, ou a diferença entre as distâncias de AB e ab.

Euler prossegue sua demonstração, considerando que a velocidade do corpo A em a após a colisão se torne v e a velocidade do corpo B em b se torne u .

Supõe-se também que a velocidade v de A após o impacto seja maior do que a velocidade u de B, de modo que os corpos ainda são obrigados a agir um sobre o outro, para evitar a penetração de um pelo outro. Considere que a força com a qual os dois corpos agem sobre si seja igual a P . Uma vez que o plano de contato dos dois corpos (de) é perpendicular à reta MN, o corpo A em a sofrerá a ação da força P na direção ca , e o corpo B em b sofrerá a ação da mesma força P na direção cb (EULER, 1752 apud LINDSAY, 1975, p. 140, tradução nossa).

Ou seja, as forças trocadas, de ação e reação, serão iguais em intensidade, direção, porém terão sentidos contrários, de acordo com a terceira lei de Newton.

Esta força P , no decorrer do impacto, será proporcional à distância entre os centros dos corpos, que após ter definido a medida z , escreve $\alpha + \beta - z$. Essa distância se torna menor a medida que acrescentamos um elemento de tempo dt , assim, a distância passa a ser $\alpha + \beta - z - dz$. É necessário que a força P seja precisamente tão intensa que ao atuar sobre os corpos, diminua neste tempo os seus centros na distância $\alpha + \beta - z - dz$.

Para saber o valor correto da força P , é necessário apenas empregar os princípios das mecânicas. Considere a massa do corpo A igual a A e a do corpo B igual a B . As velocidades u e v serão alterados no tempo dt para du e dv , respectivamente, de modo que

$$Adv = -Pdt \quad \& \quad Bdu = Pdt$$

Considerando que o corpo A em a é empurrado para trás pela força, sua velocidade será diminuída, e seu diferencial será negativo. Da mesma forma, o diferencial de B vai ser positivo (EULER, 1752 apud LINDSAY 1975, p. 140, tradução nossa).

Podemos notar que Euler usa a equação referente a segunda lei de Newton, que se refere a força como produto da massa pela taxa de variação da velocidade do corpo, em uma notação que, de fato, Newton nunca usou; Euler foi um dos primeiros a escrevê-la de forma analítica.

Mesmo sem a terminologia, Euler demonstra na sequência a conservação da quantidade de movimento somando as duas equações mostradas anteriormente.

Se somarmos as duas equações, obtemos

$$Adv + Bdu = 0$$

De modo que, com a integração, obtemos

$$Av + Bu = \text{constante}$$

Esta equação é válida independentemente do valor da força P , mesmo se, de fato, fosse indeterminada. A cada instante durante a colisão, a expressão $Av + Bu$ mantém o mesmo valor e, por isso, também é igual ao valor vigente no momento de impacto: $Aa + Bb$. Assim, tem-se a equação

$$Av + Bu = Aa + Bb$$

Isto representa uma propriedade geral em conexão com todos os casos de colisão, de acordo com o grande princípio de que o movimento do centro de gravidade comum não é alterado pela ação sofrida pelos corpos no impacto (EULER, 1752 apud LINDSAY, 1975, p. 140-141, tradução nossa).

Assim, como Leibniz e J. Bernoulli, Euler denomina tal princípio como conservação do centro de gravidade, e não se sabe realmente ao certo o motivo, mas talvez pela influência dos trabalhos de Leibniz.

Podemos notar também que a maneira como Euler demonstra a equação da conservação do momento é utilizada na maioria dos livros de Física atuais. Inicia-se uma discussão sobre um sistema de corpos, e sobre as forças trocadas entres eles, depois se escreve as equações das forças para os corpos, as quais, somando-as resulta em um valor nulo, segundo a terceira lei de Newton. Desta soma

se extrai que a somatória da quantidade de movimento do sistema antes da colisão é igual durante e após a colisão.

Tendo em mente que apenas a equação da conservação dos centros de gravidade não é suficiente para encontrar as velocidades finais dos corpos, busca uma nova equação acrescentando, desta vez, as diferenças espaciais, de modo que:

$$dt = \frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$$

Já que o tempo da duração da colisão é equivalente para os dois corpos. Substituindo este valor encontrado nas equações das forças trocadas $Adv = -Pdt$ e $Bdu = Pdt$, obtemos

$$A v dv = -P dx \quad \& \quad B u du = P dy$$

Isolando a força P nestas expressões, obtemos

$$P = -\frac{A v dv}{dx} \quad \& \quad P = \frac{B u du}{dy}$$

Como $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$, ou $\frac{v}{dx} = \frac{u}{dy}$, pode-se também escrever

$$P = -\frac{A u dv}{dy} \quad \& \quad P = \frac{B v du}{dx}$$

Mas essas equações, por si só não nos ajudam a avaliar P. Para isso precisamos de um outro integrante, que obtemos através da adição de ambos os lados da

$$A v dv = -P dx \\ B u du = P dy$$

Para obter

$$A v dv + B u du = -P dx + P dy$$

Uma vez que $dx - dy = dz$, se torna

$$A v dv + B u du = -P dz$$

Se integrarmos esta equação, obtemos

$$A v v + B u u = constante - 2 \int P dz$$

Uma vez que o instante do impacto $z = 0$, $v = a$, e $u = b$, podemos escrever

$$A v v + B u u = A a a + B b b - 2 \int P dz \text{ (EULER, 1752 apud LINDSAY, 1975, p. 141-142, tradução nossa).}$$

Os limites da integral proposta por Euler é de 0 à z. No lado esquerdo da equação temos a *vis viva* final do sistema, os primeiros termos do lado direito da equação representam a *vis viva* inicial do sistema, e o termo com a integral representa o trabalho realizado (τ), em linguagem moderna.

Poderíamos escrever a equação de Euler da seguinte maneira:

$$\Delta(vis\ viva)_{sistema} = -2 \int P dz \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta(vis\ viva)_{sistema}}{2} = -\tau$$

Essa é uma importante expressão que explica ao menos matematicamente, em qualquer tipo de colisão, a perda de *vis viva*. Essa perda pode ser medida pelo dobro do produto entre a força e o deslocamento que faz durante a deformação dos corpos na colisão.

Hoje sabemos que a energia cinética (E_C) de um corpo em movimento pode ser medida pela metade da *vis viva* e que, de fato, o trabalho realizado por uma força sobre um corpo pode variar sua energia. Assim, podemos escrever a equação de Euler, em uma linguagem moderna como:

$$\Delta E_C = \tau_{força\ resultante}$$

Ou ainda, que a variação da energia cinética do sistema é igual ao trabalho realizado na colisão, o que equivale à perda de energia do sistema em colisões do tipo não elástica. Pela primeira vez temos uma solução matemática para a não conservação da *vis viva* em colisões não elásticas, onde a integral definida mede a energia dissipada na colisão. Desta forma, Euler vislumbra uma importante etapa para o desenvolvimento do conceito de energia mecânica.

O motivo da falta da terminologia da *vis viva*, possivelmente foi devido a seu descontentamento pela atribuição de Leibniz à verdadeira medida da "força" inerente em corpos em movimento, uma visão que Euler não podia mais aceitar. Ele pode muito bem ter notado que seria confuso usar o nome de força viva em conexão a um problema de colisão no qual a força P foi efetivamente tratada como externa aos corpos e entrou em jogo apenas devido ao impacto.

Outra importante contribuição de Euler que abriu caminho para o desenvolvimento do conceito de energia diz respeito a não dependência da variação da energia com a trajetória percorrida pelo corpo.

Galileu sabia que a velocidade adquirida por um corpo em queda depende apenas da altura vertical e não da trajetória percorrida. Huygens em seu trabalho sobre os pêndulos encontrou que a força viva do sistema de massas depende apenas da altura vertical percorrida, e que o centro de massa do pêndulo, quando solto de uma determinada altura, pode atingir a mesma do lado oposto. Euler contribuiu com uma outra importante ideia. Se um corpo K é lançado para um centro fixo C, segundo uma lei qualquer, o incremento de força viva, no caso de movimento retilíneo, pode ser calculado em função da posição inicial r_0 e a posição final r_f . E quando A passa da posição inicial para a final, se verifica sempre o mesmo incremento de força viva, independente da forma da trajetória. Desta maneira, aos elementos radiais de deslocamento correspondem elementos de trabalho que não variam em relação a posição anterior (MACH, 1977).

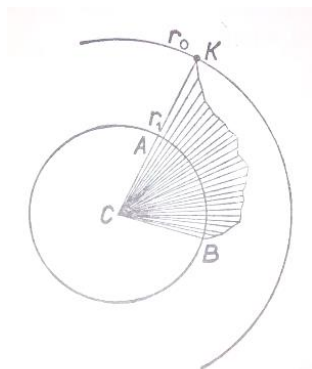


Figura 38 - Esquema que representa um corpo K que é lançado ao centro fixo C
Fonte: Mach (1977, p. 358).

5.6 Joseph Louis Lagrange: equação do princípio de conservação

Joseph Louis Lagrange nasceu em Turim na Itália em 1736, local onde viveu seus primeiros trinta anos de vida e onde ocorreu sua inicial formação. Em 1766 mudou-se para Berlim onde trabalhou, até o ano de 1782, na Academia de Berlim. O resto de sua vida passou em Paris, até o ano de sua morte em 1813, por isso é considerado um matemático francês, já que a maior parte de seus trabalhos foram originalmente escritos nesse idioma (LINDSAY, 1975).

Com Lagrange o conceito de potencial ganha mais força nos estudos da mecânica, fazendo-se relacionar com a quantidade de força viva. Ele derivou sua famosa equação partindo das leis de Newton, pelas formulações de Euler, fazendo uso de uma singular função escalar que poderia determinar a dinâmica do problema.

$$L = T - V$$

Onde T é o que podemos chamar de energia cinética (em sua época era conhecida ainda como força viva), V a energia potencial (a qual era conhecida apenas como uma função dependente das posições ocupadas pelo corpo em estudo) e L a função lagrangiana. Apesar de Lagrange se concentrar apenas na conservação da força viva em sua relação, esta abriria caminho para a solução de muitos problemas que os matemáticos do seu tempo esperavam poder ainda resolver.

Este assunto podemos encontrar em seu famoso trabalho *Mécanique Analytique*, publicado em Paris originalmente em 1788, e uma segunda edição publicada em 1811, um pouco antes de sua morte, que ocorreu na mesma Paris em 1813. Utilizamos aqui uma edição de 1853.

Na segunda parte, denominada *La Dynamique*, primeira seção *Sur Les Différents Principes De La Dynamique*, temos uma discussão sobre a força viva, onde discorre sobre os quatro princípios que têm sido de importância para a mecânica: conservação da força viva, conservação do centro de gravidade (ou do momento), conservação do momento de rotação e o princípio da mínima ação.

No parágrafo quatorze desta seção inicia seus argumentos sobre a conservação da força viva. Explica que o princípio foi deduzido pela primeira vez por Huygens em seu trabalho sobre o pêndulo, embora não tivesse dado o mesmo significado de como é atribuído no contexto em questão. Com J. Bernoulli, afirma que o princípio ganha um significado diferente, o qual distinguiu a noção de força morta da força viva, sendo esta última conservada em um sistema de corpos que agem uns sobre os outros, permitindo resolver problemas que até então não poderiam ser resolvidos pelos métodos convencionais. Segue em seu contexto histórico dizendo que Daniel Bernoulli ampliou ainda mais o princípio, o qual deixou claro que poderia ser estendido para o movimento de corpos sujeitos a atrações mútuas, ou atraídos para centros fixos por parte das forças proporcionais às funções arbitrárias das distâncias (LAGRANGE, 1858).

Finaliza o parágrafo dizendo que a grande vantagem do princípio é que ele

Fornece imediatamente uma equação que relaciona as velocidades dos corpos do sistema em questão e as variáveis que determinam a sua posição no espaço; quando, devido à natureza do problema, todas estas variáveis se reduzem a uma única, esta equação é suficiente para resolvê-la completamente; e este é o caso do centro de oscilação. Em geral, a conservação da *vis viva* sempre fornece uma primeira integral das equações diferenciais do movimento de cada problema, muitas vezes de grande utilidade (LAGRANGE, 1853, p. 226, tradução nossa).

Nos parágrafos seguintes desta mesma seção enuncia os outros três princípios da mecânica: conservação do centro de gravidade, conservação do momento de rotação e o princípio da mínima ação. Nas seções seguintes discute em detalhes várias propriedades do movimento segundo os quatro princípios enunciados. E na terceira seção da segunda parte, Lagrange discute as propriedades do movimento em relação ao princípio da força viva, deduzindo, então, o que chamou de *formula geral da dinâmica* como sendo:

$$S \left\{ \frac{d^2x}{dt^2} \delta x + \frac{d^2y}{dt^2} \delta y + \frac{d^2z}{dt^2} \delta z \right\} m + S \{ P \delta p + Q \delta q + R \delta r + \dots \} m = 0$$

Em que x, y e z representam coordenadas retangulares dos diferentes corpos do sistema e δx , δy , e δz são os deslocamentos virtuais sujeitas às restrições do sistema. P, Q e R são os componentes retangulares das forças acelerativas, dado que atuam de forma a atrair cada corpo em direção ao centro para o qual as forças são dirigidas. As variáveis p, q, e r são as coordenadas retangulares dos corpos em relação a este mesmo centro. As quantidades δp , δq e δr são os deslocamentos virtuais associadas com p, q, e r, respectivamente. A expressão geral para a massa de cada partícula é m, que, naturalmente, pode ser diferente para as várias partículas. Lagrange usa o símbolo S para designar a soma de todas as partículas e todas as forças, o que seria equivalente ao símbolo Σ . Reproduzimos

agora uma tradução dos parágrafos 33 e 34, onde Lagrange demonstra o que denominou de *princípio da conservação da força viva*, a partir da equação anterior, que iremos discutir posteriormente.

33. Em geral, não importa de que forma os diferentes corpos que compõem um sistema estão dispostos ou unidos entre si, desde que o arranjo seja independente do tempo, isto é, as equações de condição relacionadas às coordenadas dos diferentes corpos não contêm a variável t , é claro que na fórmula geral da dinâmica sempre se pode supor as variações de δx , δy , e δz iguais às diferenciais dx , dy e dz , que representam os deslocamentos efetivos dos corpos no instante dt , deve ser entendido que as variações de que estamos falando podem representar quaisquer deslocamentos arbitrários dos corpos do sistema no mesmo instante, dadas as disposições mútuas.

Esta fórmula pode fornecer apenas uma única equação, mas, que é independente da forma do sistema, que tem a vantagem de dar uma equação geral para o movimento de qualquer sistema arbitrário.

Substituindo [...] no lugar das variações δx , δy , e δz , as diferenciais dx , dy e dz , por conseguinte também as diferenciais dp , dq , dr , etc., ao invés de δp , δq e δr , aqui dependentes de δx , δy , e δz , produz a equação geral para qualquer sistema de corpos

$$S \left\{ \frac{dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z}{dt^2} + Pdp + Qdq + Rdr + \dots \right\} m = 0$$

34. Se a expressão $Pdp + Qdq + Rdr$ é integrável, que ocorre quando as forças P , Q , R , etc., tendem aos seus centros fixos ou aos corpos do mesmo sistema, e são funções das distâncias p , q , r , etc., podemos escrever

$$Pdp + Qdq + Rdr + \text{etc.} = d\pi$$

A equação anterior se torna

$$S \left\{ \frac{dx d^2x + dy d^2y + dz d^2z}{dt^2} + d\pi \right\} m = 0$$

Onde a integral é

$$S \left\{ \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2dt^2} + \pi \right\} m = H$$

Em que H denota uma constante arbitrária, igual ao valor do lado esquerdo da equação em qualquer instante.

Esta última equação expressa o princípio conhecido como a conservação das forças vivas. De fato, $dx^2 + dy^2 + dz^2$, sendo o quadrado do espaço que os corpos percorrem no instante dt , $\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}$ será o quadrado da velocidade, e $\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2} \cdot m$ será a força viva. Portanto $S \left(\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2} \right) m$ será a soma das forças vivas de todos os corpos, ou a força viva total do sistema; e podemos ver, pela equação em questão, que esta força viva é igual à quantidade $2H - 2S\pi m$, que depende simplesmente de forças acelerativas que agem sobre os corpos, e não de todas as suas conexões mútuas, assim a força viva do sistema é, em cada instante, a mesma como aquela que os corpos teriam adquirido se, animados pelo mesmo poder, foram movidos livremente cada um pela sua linha descrita. Isto é o que se tem justificado dando o nome de *conservação das forças vivas* para esta propriedade do movimento (LAGRANGE, 1853, p. 267-268, tradução nossa).

A importância de discutir essa demonstração se dá devido a uma instrução analítica geral do que viria a ser chamado de equação da energia mecânica para um sistema de partículas, embora Lagrange tenha se referido a ela como a conservação da força viva.

A equação $S \left\{ \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{2dt^2} + \pi \right\} m = H$ pode ser reescrita, para melhor entendimento, da seguinte maneira:

$$S \left\{ \frac{m}{2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] + m\pi \right\} = H$$

O termo $S \left\{ \frac{m}{2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}$ representa, de um ponto de vista moderno, a energia cinética total do sistema, já que a derivada segunda da posição em relação ao tempo é a velocidade; enquanto $S\{m\pi\}$ representa a energia potencial, já que esta foi definida como sendo medida pelo produto da força pelo elemento de deslocamento ($Pdp + Qdq + Rdr + etc. = d\pi$). Então, a soma entre a energia cinética e a energia potencial dá a medida da constante H, a qual representa a energia mecânica do sistema, sendo esta invariável quando são desprezadas as resistências que o meio oferece. Mas essa não é a interpretação conceitual que deu Lagrange, para ele, esta significa conservação da força viva no sentido que deu Huygens, como independente dos vínculos do sistema e da trajetória. Assim, a conservação da força viva é para específicas posições e não durante o processo. Esta seria constante em todo o processo caso o valor da função do potencial π não sofresse alteração.

Sabemos que J. Bernoulli já havia introduzido o termo energia para representar a função potencial, apesar disso, ele não a utilizou e somente se refere à sua equação demonstrada como princípio da conservação da força viva.

Uma análise histórica indica que houve pouco progresso no desenvolvimento analítico do uso da ideia fundamental de energia mecânica após Lagrange até o trabalho de Hamilton nos anos de 1834-35. Não devemos esquecer, de fato, a contribuição do P. S. Laplace (1749 – 1827), que mostrou em 1783⁴⁵ que a função da energia potencial V de Lagrange satisfaz a equação $\frac{\delta^2 V}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta z^2} = 0$. Esta foi generalizado por volta do ano de 1817 por S.D. Poisson (1781-1840) para $\frac{\delta^2 V}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta z^2} = -4\pi\rho$, em que ρ indica a densidade de atração de matéria como uma função da posição. Poisson também aplicou essas equações para os problemas de eletricidade estática. Mais uma vez os desenvolvimentos analíticos que levaram à criação do conceito de energia foram provando ser de importância na compreensão dos fenômenos físicos (LINDSAY, 1975).

O autor, em seguida, passa a mostrar como o conceito de *vis viva* pode ser aplicado a problemas de movimento de rotação. Ao introduzir o princípio de ação mínima, ele indica como isso pode ser expressado em termos de *vis viva*, substituindo uma integral do espaço por uma integral do tempo. Finalmente, ele adota o que hoje reconhecemos como terminologia dinâmica moderna e

⁴⁵ Apesar do trabalho de Lagrange ter sido publicado apenas em 1788, ele vinha divulgando suas ideias desde 1773.

introduz o símbolo T para denotar uma metade da *vis viva* total e o símbolo V no lugar de $S\pi m$, ou seja, o que hoje chamamos a energia potencial. No entanto, nada é dito sobre um significado físico real para V , mas a base matemática é cuidadosamente definida para a associação posterior do conceito de energia mecânica com a quantidade $T + V$. A diferença $T - V$, chamamos agora de função lagrangiana (LINDSAY, 1975).

É claro que, apesar da não utilização da terminologia que faz referência às energias do sistema, Lagrange foi, essencialmente, consciente do papel importante que esta desempenha no desenvolvimento das equações fundamentais que governam o movimento de sistemas dinâmicos.

5.7 Lazare Carnot: a força viva latente e sua relação às máquinas

Outro importante nome que devemos citar é o de L. Carnot, que além de contribuir com a aplicação do princípio da força viva para as máquinas chegou muito perto de enunciar o princípio da conservação da energia.

Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753-1823), nasceu em Nolay na França, foi um engenheiro francês que se tornou um dos líderes militares da Revolução Francesa e serviu brevemente como ministro da guerra de Napoleão. Ele era o pai de Sadi Carnot, quem alcançou maior reconhecimento científico com a termodinâmica. L. Carnot ao iniciar seus estudos às máquinas tentou aplicar princípios científicos ao seu comportamento. Em uma das primeiras obras intitulada *Essai sur les Machines in General* (1786) e em uma versão revisada e ampliada com o título de *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement* (1803), originalmente escrita em francês, esforçou-se em aplicar os conceitos de *vis viva* relacionando-a ao comportamento de máquinas considerando-as como dispositivos de transmissão de atividade mecânica, ou o que chamamos hoje de transmissão de energia. É interessante analisarmos o trabalho de Carnot em vista de sua contribuição aos futuros engenheiros que ainda utilizariam e desenvolveriam o princípio da força viva para o melhoramento das máquinas térmicas (LINDSAY, 1975).

No primeiro capítulo deste trabalho denominado *Noções preliminares, hipóteses admitidas como leis gerais do equilíbrio e do movimento, consequências dedutíveis dessas hipóteses*, encontramos o tópico *Des forces mouvants et des forces vives* (sobre as forças moventes e forças vivas) onde será discutido sua noção de *vis viva* e sua tentativa de aplicação às máquinas (CARNOT, 1803).

Inicia esta parte explicando o significado das forças moventes e vivas. Para ele força movente ou força motriz são responsáveis por gerar movimento e são utilizadas nas máquinas para superar as

resistências. Sendo o agente denominado motor, ou aquele que produz a força para o movimento, que por sua vez, é denominada força motriz (CARNOT, 1803).

Força viva é explicada como medida do produto da massa do corpo pelo quadrado de sua velocidade, mas ainda pode ser determinada pelo produto entre o peso do corpo e a altura que descreverá em uma queda livre. Aqui, ele propõe uma importante modificação de nomenclatura, mantendo força viva (em francês *force vive*) para o produto $m.v^2$, e chamando de força viva latente (*force vive latente*) o produto mgh .

Até então, como vimos, havia uma confusão entre essas duas medidas, uma vez iniciada por Leibniz e utilizada pelos defensores da *vis viva*. Aqui temos talvez, pela primeira vez, uma distinção destas duas grandezas. Sabemos que, de fato, a força viva se desenvolverá no conceito de energia cinética, e a força viva latente no conceito de energia potencial gravitacional.

Além da proposta da nomenclatura, L. Carnot faz uma importante relação entre as ideias de força viva e trabalho realizado (*travail*). Para tanto avalia o trabalho realizado por um homem para elevar um peso a uma determinada altura. Infere que um homem que levanta um peso de 100 kg a uma altura de 1000 metros realiza o mesmo trabalho que um outro que eleva um peso de 200kg a uma altura de 500 metros.

Na verdade, L. Carnot não define a grandeza trabalho como o produto do peso pela altura a ser elevado, mas chega muito próximo a isso em seu exemplo. A definição de trabalho, como o conhecemos hoje, será dada apenas em 1829 com G. Coriolis em seu trabalho *Du Calcul de L'effet des Machines*, como ainda veremos.

Carnot ainda fornece uma importante relação entre a *vis viva* adquirida por um corpo com a altura pela qual deve ser levantado. Ele admite que a força (no caso, seria aqui o trabalho) para levantar um peso P a uma altura H deva ser PH , encontrando a seguinte relação:

$$PH = \frac{MVV'T}{dT}$$

Em que V é a velocidade do corpo no tempo T e V' é a velocidade do corpo no tempo dT . Uma vez que T e dT são quantidades homogêneas, o produto pode ser escrito como:

$$PH = mu^2$$

Em que u é uma média proporcional entre as velocidades V e V' , relação que mostra a origem natural da força viva. Ou podemos interpretar como a variação da força viva sofrida pelo corpo foi devido ao trabalho realizado pela força peso.

Carnot ainda faz um pequeno comentário sobre a disputa que ocorreu entre os que acreditavam na força como produto da massa pela velocidade ou o produto da massa pelo quadrado da velocidade, ressaltando, novamente que foi uma mera disputa de palavras.

Introduzimos aqui a tradução desta importante parte da obra de L. Carnot, *Des forces mouvants et des forces vives*, que está contido em sua obra publicada em Paris, em 1803, *Principes Fondamentaux de L'équilibre et du Mouvement*, páginas 33 a 37, parágrafos 53 a 59.

53. Chamamos forças "MOVENTES" (*mouvantes*) ou forças motrizes ou forças comparáveis aos pesos, na medida em que eles são aplicadas às máquinas para superar a resistência ou para produzir movimentos de qualquer espécie; como muitas vezes empregamos para o propósito dos homens, animais, água corrente, o vento, as nascentes, a água retornada do vapor pelo calor, e assim por diante, é para estes agentes, ou melhor, para os efeitos imediatos que eles produzem sobre os corpos a que são aplicados, que damos o nome de forças moventes. O agente é denominado o motor (*le moteur*), e a pressão que se exerce ou o movimento que imprime, chamamos de força motriz.

54. O mecânico não investiga as causas primeiras que produzem o movimento; ele não examina como a vontade de um homem ou de um animal faz seus corpos mudarem do repouso para o movimento ou restaura-los espontaneamente para o repouso: ele só vê o fenômeno resultante, e consideram apenas o movimento produzido. Seu único objetivo é descobrir como o movimento, uma vez iniciado, é mantido, se propaga, ou é modificado, deixando de lado todas as novas influências externas. Assim, mecânicos não baseiam os seus cálculos em tudo na força facultativa do motor, mas apenas sobre a força efetiva que o motor produz, o que temos chamado apenas de força movente.

55. Denominamos *vis viva* (força viva) de um corpo o produto de sua massa multiplicada pelo quadrado de sua velocidade. E aqui vamos examinar este novo tipo de quantidade. A experiência mostra, como acabamos de observar, que os homens, animais e outros tais agentes podem exercer forças comparáveis ao peso, ou de fato por seu próprio peso ou por esforços espontâneos de que são capazes. Mas duas maneiras igualmente naturais existem para avaliar a ação que eles efetivamente exercem. A primeira consiste em ver qual carga um homem, por exemplo, pode carregar ou qual esforço, avaliada em termos de peso, ele pode exercer, enquanto permanece em repouso. Então, a força do homem é uma força de tensão equivalente para tal e tal peso e às vezes é chamado de força morta (*vis mortua*).

56. O segundo método de avaliação da força de um homem, cavalo, ou semelhante, é examinar o trabalho que é capaz de fazer num dado momento, em um dia, por exemplo, do trabalho estável. Deste ponto de vista, para uma avaliação precisa como no caso anterior, que podemos ainda comparar o resultado do trabalho feito com o efeito do peso. Pois isso é natural para avaliar este trabalho, quer pelo peso levantado num determinado momento ou pela altura a que o peso é elevado. Isto é o que se quer dizer quando se diz que um cavalo é igual, na medida em que a força está em causa, para sete homens. Não se deve dizer que se sete homens estavam para puxar em uma direção e o cavalo em oposição não haveria equilíbrio. Deve-se dizer que sim, com o trabalho constante do cavalo por ele mesmo irá levantar a quantidade de água a partir do fundo de um poço de profundidade dada como sete homens juntos no mesmo tempo. Quando se emprega trabalhadores, o nosso interesse é em saber o que eles são capazes de fazer na forma de trabalho de um tipo análogo ao de que acabamos de falar, em vez de saber como uma grande carga que podem transportar sem se mover. Esta nova forma de olhar para a força é então pelo menos tão natural e tão importante quanto a primeira. E, uma vez que faz sentido em dizer que para levantar um peso de 100 kg de uma altura de 1,000 metros é o mesmo neste método de avaliar a força como para levantar um peso de 200 kg de uma altura de 500 metros, segue-se que as forças deste ponto de vista devem ser consideradas em proporção direta com o peso a ser levantado e as alturas em que são levantados, ou outros trabalhos semelhantes a estes. É sobre isso que a noção de *vis viva* se baseia.

57. Seja M uma massa e P o seu peso. Seja g a aceleração da gravidade, dt o elemento tempo, e H a altura para a qual P deve ser levantado. Em consequência da nova forma de olhar para as forças, a força que deve ser empregada para levantar P a altura H será PH . Mas uma vez que H é o espaço percorrido, que pode ser expressa como o produto de uma velocidade V e um tempo T . Por outro lado, temos

$$P = gM = \frac{g \cdot dt \cdot M}{dt}$$

Mas gdt é a velocidade V' ; consequentemente

$$PH = \frac{MVV'T}{dT}$$

Uma vez que dt e T são duas quantidades homogêneas, PH será o produto de uma massa multiplicada pelo produto de duas velocidades ou o quadrado da velocidade proporcional média de V e V' . Assim, a força PH é resolvida para o produto da massa multiplicada pelo quadrado de uma velocidade, que pode ser escrito por Mu^2 , onde u é a média proporcional entre V e V' . Temos aqui a origem natural da noção de *vis viva*. Tem havido uma grande controvérsia sobre a questão de se a força de um corpo em movimento deve ser representada pelo produto da massa pela velocidade ou pelo produto da massa multiplicada pelo quadrado da velocidade. Como foi visto, isto reduz a uma disputa sobre palavras. Desde que raciocinamos logicamente, de acordo com a definição que adotamos, a conclusão será sempre a mesma, uma vez que começamos sempre a partir da mesma base.

58. Pelo simples nome *força ou poder*, ou força, para ser exato, entendemos quantidade de movimento (*momentum*) e força motriz, ou, se quiser, a força do impacto e força de tensão, uma vez que estão sujeitas as mesmas leis da decomposição. Mas quando queremos designar uma força viva (*vis viva*), devemos sempre adicionar o termo que a caracteriza, "viva".

59. Acabamos de ver que a força viva (*vis viva*) pode levar tanto a forma Mu^2 (isto é, uma massa multiplicada pelo quadrado de uma velocidade) ou a forma PH (isto é, uma força motriz multiplicada por uma distância). No primeiro caso, estamos lidando com a *vis viva* propriamente dita. No segundo caso, provavelmente deve usar o termo *latente vis viva* (*latent vis viva*) (CARNOT, 1803 apud LINDSAY 1975, p. 163-164, tradução nossa).

5.8 Thomas Young: a proposta da força viva como energia

Thomas Young (1773-1829), foi um versátil médico inglês que também deu muita atenção em sua formação aos estudos da Física, nasceu em Somersetshire, mas passou a maior parte de sua vida profissional em Londres. Ele era um médico muito bem-sucedido, mas seus interesses científicos eram enormes. Ele talvez seja mais conhecido por seus trabalhos na Física em seus estudos sobre a interferência da luz, na qual adotou a teoria ondulatória para explicar o fenômeno da difração (LINDSAY, 1975).

No ano de 1800 Thomas Young aceitou um convite para lecionar Filosofia Natural na *Royal Institution* da Grã-Bretanha. No entanto, este cargo de professor na Universidade o estava atrapalhando em seus trabalhos referentes à medicina. Um pouco antes de se demitir, no ano de 1802 proferiu mais de 30 palestras, as quais foram publicadas em 1807, em dois volumes, com o título *Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts*. Obra que continha temas desde leis da mecânica à temas referentes à Biologia (LINDSAY, 1975). Analisaremos aqui, sua oitava

palestra, denominada *Sobre as Colisões*, onde consta um estudo sobre o princípio de conservação da força viva e do momento nas colisões elásticas e inelásticas. Nesta discussão, Young insere o termo energia para indicar a força viva. Devemos ressaltar que esta não foi a primeira vez que a palavra surgiu. Vimos que J. Bernoulli utilizou energia para designar o produto entre a força e o deslocamento virtual, já Young utiliza o termo para designar o produto entre a massa e o quadrado da velocidade do corpo. Enquanto a noção de J. Bernoulli se desenvolveria no conceito de trabalho e de energia potencial, a atribuição de Young se desenvolveria mais tarde na energia cinética.

Em sua oitava leitura inicia fazendo algumas considerações a respeito das colisões que serão tratadas. Young ressalta que o princípio geral que será estabelecido será em relação ao centro de gravidade e que o seu lugar não deve ser afetado por qualquer ação recíproca dos corpos constituintes do sistema. Outro ponto importante que Young discute é sobre a força que os corpos trocam em uma colisão. Para ele a força era, de fato, algo extrínseco aos corpos que deveriam agir uns sobre os outros durante o tempo de contato tendendo a separá-los. Em geral, essa força deve ser proporcional ao grau de compressão ou da deformação dos corpos, como propusera Euler anteriormente.

Em seguida menciona que podem existir os dois tipos de colisões que já eram conhecidos, as colisões elásticas e inelásticas. Nas elásticas os corpos tendem a restituírem as suas formas originais, devendo ser iguais as velocidades relativas de aproximação e de afastamento. Já nas colisões inelásticas os corpos podem permanecer unidos após a colisão, ou retornarem com velocidade relativa de afastamento menor que a de aproximação.

Young propõe que o estudo do fenômeno das colisões pode ser mais facilmente interpretado por meio de corpos suspensos por fios, como pêndulos. E em seguida menciona uma série de exemplos de colisões elásticas e inelásticas com este tipo de abordagem.

Sua conclusão é de que, em todos os casos de colisão, podendo ser do tipo elástico ou inelástico, existe a conservação da quantidade de movimento. Podendo ainda ser demonstrado que em tipos de colisões perfeitamente elásticas existe também a conservação da soma das forças vivas dos corpos. Neste momento Young faz uma importante modificação de nomenclatura, denominando de energia o que antes era chamado de *vis viva* ou força viva, ou ainda, o produto da massa do corpo pelo quadrado de sua velocidade.

Em seguida, discute novamente o conceito de força, diferenciando-o da grandeza que o corpo transporta durante seu movimento. Essa “força” que antes era estimada pelo produto da massa com o quadrado da velocidade, em suas palavras, merece uma denominação distinta. Temos, assim, um forte esclarecimento entre as duas grandezas, força e energia.

Para exemplificar seu ponto de vista faz um exemplo de como podemos estimar o valor da força, podendo ser tanto pelo momento do corpo como pela energia do corpo.

Considera uma esfera de determinada massa colidindo contra uma superfície macia, por exemplo, de argila. Dependendo de sua massa e velocidade irá penetrar mais ou menos na argila. Considera ainda que uma esfera com massa m e com velocidade $2v$ pode penetrar uma distância $4d$ na argila, e uma esfera de mesmo tamanho com massa $m/4$ e velocidade $2v$ pode penetrar a mesma quantidade. No entanto, para a segunda esfera a força de resistência da argila deve destruir o movimento em um tempo mais curto, considerando forças resistivas iguais.

Para facilitar o entendimento, vamos calcular a energia e o momento das duas esferas. Sendo o momento (p) igual ao produto entre a massa do corpo e a sua velocidade e a energia (E) igual ao produto entre a massa e o quadrado da velocidade, temos:

$$\text{Corpo 1: } E_1 = 4mv^2 \quad p_1 = 2mv$$

$$\text{Corpo 2: } E_2 = mv^2 \quad p_2 = \frac{mv}{2}$$

Confirmando que o corpo 1 tem mais energia e mais momento comparado ao corpo 2. Como as duas esferas penetraram na argila na mesma intensidade, a força de resistência deve ser igual para as duas, no entanto, o movimento da esfera 2 que tem o menor momento será destruído em um tempo mais curto. Sendo assim, vale a relação:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \text{ou} \quad \Delta p = \int F \cdot dt$$

Ou seja, para que a força seja igual nos dois casos, o movimento do corpo de maior momento deve ser destruído em um maior tempo, já que a variação da quantidade de movimento é diretamente proporcional ao tempo.

Agora, em outra situação, se considerarmos a distância que deve ser percorrida pela força retardadora para aniquilar o movimento do corpo, devemos considerar a energia que o corpo transporta. Valendo a relação:

$$F = \frac{dE}{ds} \quad \text{ou} \quad \Delta E = \int F \cdot ds$$

Para a mesma força nos dois casos, o movimento do corpo de maior energia deve ser aniquilado percorrendo uma distância maior, já que a variação da energia do corpo é diretamente proporcional ao deslocamento.

Neste trabalho, devemos ressaltar que Young não escreve tais equações, mas as podemos interpretar de suas explicações, uma vez que essas já haviam sido elaboradas por Daniel Bernoulli e Euler, e muito provavelmente eram conhecidas por Young.

Em continuação, Young faz uma importante relação do conceito de energia à ideia de trabalho consumido. Afirma que o trabalho dispendido na produção de qualquer movimento é proporcional à energia e não ao momento do corpo. Para justificar cita um exemplo de um corpo em queda livre. Sabendo que a altura de queda livre é proporcional ao quadrado da velocidade, para que um corpo

adquirir o dobro da velocidade devemos quadruplicar a altura inicial, custando, desta forma, quatro vezes mais trabalho.

Podemos conferir, que de fato Young estava correto em sua afirmação. Em um corpo em queda livre, quando são desprezados os atritos, onde age apenas a força peso, somente esta realiza trabalho sobre o corpo. Sabendo que o trabalho da força peso pode ser medido pelo produto entre o peso do corpo e a altura de queda, temos que, para uma altura h , o trabalho deve ser mgh , quadruplicando a altura também quadruplicamos o trabalho, este se tornando $4mgh$.

Desta vez, considerando a energia, como sendo o produto entre a massa e o quadrado da velocidade do corpo, como a definiu Young, para a altura h o corpo adquire uma velocidade v e uma energia igual a mv^2 ; para uma altura $4h$ o corpo deve adquirir uma velocidade de $2v$ e uma energia de $4mv^2$. Sendo assim, a energia no segundo caso será quatro vezes maior que a do primeiro caso, mostrando que realmente existe uma relação entre o trabalho e a energia do corpo. Assim, realizaríamos quatro vezes mais trabalho para dobrar a velocidade de um corpo, como afirmou Young.

Ao final desta palestra faz um ótimo exemplo utilizando as ideias de momento e energia para explicar por que o martelo que bate em uma bigorna que está sobre o peito de uma pessoa não a machuca. Aqui seria dada uma das soluções para os problemas de percussão que Galileu não encontrou, pois de fato, em sua época ainda faltavam o esclarecimento de conceitos como força, momento e energia. Aqui Young nos mostra de forma simples a diferença entre elas e como as podemos utilizar.

Inicia o exemplo explicando que em uma colisão elástica entre dois corpos, sendo um desses muito maior que o outro, mesmo o pequeno transferindo sua quantidade de movimento, o maior adquirirá pouca energia.

Faremos um exemplo para melhor entendermos as ideias de Young. Consideremos dois corpos, o primeiro de massa de 1 kg se movendo com uma velocidade de 10 m/s e o segundo de massa de 1000 kg inicialmente em repouso. Considerando ainda que ocorrerá uma colisão unidimensional do tipo perfeitamente elástica, e que se conservem a quantidade de movimento e a energia cinética do sistema, teremos que as velocidades finais dos corpos serão: para o primeiro corpo $-9,98$ m/s, e para o segundo 0,02 m/s. O sinal negativo indicando que haverá um recuo do primeiro corpo. Calculando a força viva, ou melhor, a energia dos dois corpos, encontramos para o corpo 1 aproximadamente $99,6 \text{ kg}/(\text{m/s})^2$ e para o corpo 2 apenas $0,04 \text{ kg}/(\text{m/s})^2$. Essa será então a justificativa de Young para o seu exemplo. Se o peso do martelo for muito menor que o da bigorna, o martelo transferirá pouca energia a bigorna, que por sua vez, terá pouca energia (entre outros fatores) para machucar as costelas da pessoa.

E finalmente, finaliza sua palestra considerando os casos quando os corpos não colidem contra seus centros de gravidade alinhados, podendo sofrer desvios de direção e ainda, rotação.

Com o objetivo de melhor análise, e principalmente, por ser um importante momento da história para o desenvolvimento do conceito de energia, inserimos nesta parte do trabalho uma tradução completa da oitava palestra de Thomas Young, de 1807, denominada *On Collision*, encontrada no volume 1 de sua obra.

Palestra VIII: Sobre Colisão

Tendo investigado as leis e as propriedades dos movimentos e repouso de corpos únicos sob a operação de uma ou mais forças, e para o equilíbrio dessas forças em diferentes circunstâncias, estamos próximos de examinar alguns casos simples dos movimentos dos vários corpos móveis atuando mutuamente um sobre outro. Em todos os problemas deste tipo, é de extrema importância lembrar que o princípio geral já estabelecido a respeito do centro de inércia [gravidade] que seu lugar não é afetado por qualquer ação recíproca ou mútua dos corpos que constituem o sistema.

Sempre que dois corpos agem uns sobre os outros, de modo a modificar a direção de seus movimentos relativos, por meio de qualquer força que preserve sua atividade sem diminuir as distâncias iguais de cada lado, as velocidades relativas com que os corpos se aproximam ou recuam um do outro, será sempre igual às distâncias iguais. Por exemplo, a velocidade de um cometa, quando ele passa perto da Terra em sua descida para o sol, é a mesma que a sua velocidade de ascensão em seu retorno, embora em diferentes distâncias a sua velocidade tem sofrido mudanças consideráveis. Neste caso, a força atua continuamente, e atrai os corpos em direção um ao outro; mas a força que atua na colisão, quando um corpo colide ou impele o outro, age apenas durante o tempo de mais ou menos o contato íntimo, e tende a separar os corpos uns dos outros. Quando essa força é exercida tão poderosamente ao causar a separação dos corpos como ao destruir a velocidade com que eles se encontram, os corpos são denominados de perfeitamente elástico: quando os corpos se encontram sem uma reação deste tipo, eles são chamados de parcialmente inelásticos. Marfim, metais e goma elástica, são altamente, e quase perfeitamente elásticos: argila, cera misturada com um pouco de óleo, e outros corpos macios, são quase inelásticos, e os efeitos de corpos inelásticos podem ser imitados por aqueles elásticos, se nós os fizermos aderir após um impulso, de modo a destruir o efeito da força de repulsão que tende a separá-los.

Quando dois corpos se aproximam um do outro, suas formas são em algum grau alteradas, e maior é a velocidade. Em geral, a força repulsiva exercida é exatamente proporcional ao grau no qual um corpo é comprimido, e quando um corpo colide com outro, esta força continua a aumentar até que o movimento relativo tenha sido destruído, e os corpos estão por um instante em repouso em relação um ao outro; a ação repulsiva então procede com uma intensidade que é gradualmente diminuída, e se os corpos são perfeitamente elásticos eles reassumem a sua forma primitiva, ao se separarem com uma velocidade igual àquela com a qual eles antes se aproximaram. Estritamente falando, a repulsão começa um pouco antes do momento do real contato, mas somente em uma distância que em casos comuns é imperceptível. A mudança da forma de uma substância elástica durante a colisão, é facilmente demonstrada ao se jogar uma bola de marfim em uma laje de mármore ou um pedaço de ferro macio tingido com chumbo preto ou tinta de impressão; ou ao sofrer uma queda de várias alturas: o grau de compressão será então indicado pela magnitude do ponto preto que aparece na bola. Pode ser mostrado, a partir das leis do pendulo que na suposição de que a força é proporcional ao grau de compressão, seu maior esforço é em relação ao peso do corpo atingido, como a altura da qual o corpo deve ter caído, para adquirir sua velocidade, para a metade da profundidade da impressão.

Ao fazer experimentos no fenômeno da colisão, é mais conveniente suspender os corpos empregados por fios, na forma de pêndulos; suas velocidades podem então ser facilmente medidas ao observar as cordas dos arcos através das quais eles descem ou sobem, considerando que a velocidade adquirida em descida através de arcos circulares são sempre proporcionais às suas cordas; e para este propósito, o aparato é fornecido com um arco graduado que é comumente dividido em partes iguais, embora seria um pouco mais correto posicionar as divisões nos finais dos arcos dos quais as cordas são expressas pelos números correspondentes [figura 39].

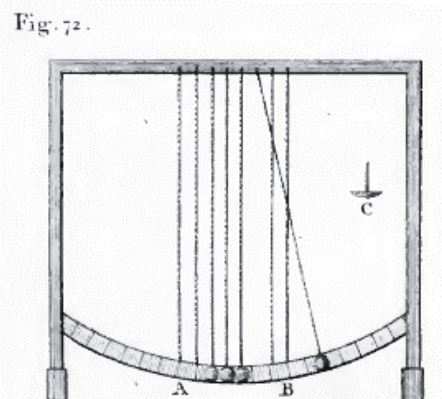


Figura 39 - Esquema na forma de pêndulos que Young utilizou para suas demonstrações

Fonte: Young (1807).

O caso mais simples de colisão de corpos elásticos é quando duas bolas iguais descem através de arcos iguais, de modo a se encontrarem com iguais velocidades. Elas retrocedem uma da outra após a colisão com a mesma velocidade e sobem aos pontos nos quais elas antes descendiam, com uma pequena dedução pela resistência dos corpos ao redor.

Quando uma bola em repouso é atingida por outra bola igual ela recebe uma velocidade igual à da bola que a atingiu e essa bola permanece em repouso. E se duas bolas iguais se encontram ou se ultrapassam com qualquer velocidade desigual seus movimentos serão trocados cada um elevando a uma altura igual àquela com a qual a outra descendeu.

O efeito da colisão acontece tão rapidamente que, se várias bolas iguais forem dispostas em uma linha reta em contato aparente uma com a outra, e outra bola bater na primeira delas, todas elas vão receber em sucessão a velocidade toda da bola em movimento antes que elas comecem a agir sobre as sucessivas; então elas vão transmitir toda a velocidade para as bolas seguintes, e permanecem totalmente em repouso, de modo que somente a última bola se deslocará.

Da mesma forma, se duas ou mais bolas iguais, em contato aparente, estiverem em movimento, e colidirem contra qualquer número de outros colocados em uma linha, a primeira das bolas em movimento primeiramente conduzirá a mais distante, e depois, a segunda, a penúltima, da linha de bolas que estavam em repouso: de modo que o mesmo número de bolas voarão juntas de um lado, como desceram para atacar a linha de bolas, do outro lado; as outras permanecem em repouso.

Se a linha de bolas, ao em vez de estarem frouxas ao contanto e estivessem firmemente unidas, teriam sido impelidas com uma velocidade menor, e a bola “colisora” teria sido refletida. Pois, quando um corpo elástico menor ataca um maior, ricocheteia com uma velocidade menor do que a primeira velocidade, e o corpo maior prossegue também com uma velocidade menor do que a do corpo que o atacou. Mas, se um corpo maior atinge um menor, ainda continua com uma velocidade menor, e o corpo menor avança com uma maior.

O *momentum* comunicado por um corpo elástico menor para um maior é maior do que o seu próprio, e quando o primeiro corpo é de uma grandeza, comparativamente insignificante, ele ricocheteia com uma velocidade quase tão grande como a velocidade do seu impulso, e o segundo corpo adquire um impulso quase duas vezes

tão grande como o do primeiro. Quando um corpo maior atinge um menor, eles se comunicam somente com tanto momento eles perdem.

Na comunicação de movimento entre corpos inelásticos, a necessidade (a falta) de uma força repulsiva, capaz de separá-los com uma velocidade relativa igual, é, provavelmente, devido a uma mudança permanente da forma; tais corpos recebem e retêm uma depressão no ponto de contato. Quando a velocidade é muito pequena para produzir essa mudança na forma, os corpos, no entanto inelásticos, podem geralmente ser observados recuando um pouco.

Corpos que são perfeitamente inelásticos, permanecem em contato após a colisão; devem, portanto, continuar com a mesma velocidade que o centro de inércia [gravidade] tinha antes da colisão. Assim, se duas bolas iguais se encontram, com velocidades iguais, elas permanecem em repouso; se uma está em repouso, e a outra a atinge, elas prosseguem com a metade da velocidade da bola, que estava pela primeira vez em movimento. Se eles são de dimensões desiguais, a velocidade conjunta é tanto menor do que a da esfera colidora, pelo fato do peso desta bola ser menor do que a soma dos pesos de ambas as bolas. E de um modo semelhante podem ser determinados os efeitos de quaisquer velocidades dadas em qualquer esfera.

Segue-se imediatamente a partir das propriedades do centro de inércia [gravidade] que, em todos os casos de colisão, seja de corpos elásticos ou inelásticos, a soma dos momentos de todos os corpos do sistema, que é de suas massas ou pesos multiplicados pelos números que expressam suas velocidades, é a mesma, quando reduzido para a mesma direção, depois de sua colisão mútua, como era antes de sua colisão. Quando os corpos são perfeitamente elásticos, pode também ser demonstrado que a soma das suas energias ou forças ascendentes, nas suas direções respectivas, permanecem também inalteradas.

O termo energia pode ser aplicado, com grande propriedade, para o produto da massa ou o peso de um corpo pelo quadrado do número que expressa a sua velocidade. Assim, se um peso de uma onça (*ounce*) se move com a velocidade de um pé por segundo, podemos chamar a sua energia de 1; se um segundo corpo de duas onças tem uma velocidade de três pés por segundo, sua energia será duas vezes o quadrado de três, ou 18. Este produto tem sido denominado de força viva ou a força crescente [a *vis viva*], uma vez que a altura da subida vertical do corpo seja proporcional a ela; e alguns tenham considerado como a verdadeira medida da quantidade de movimento; mas, embora esta opinião fosse muito rejeitada universalmente, ainda assim, a força estimada, bem merece uma denominação distinta. Após as considerações e manifestações as quais tenham tido como premissa o assunto de forças, não pode haver dúvida razoável no que diz respeito à verdadeira medida do movimento; nem pode haver muita hesitação ao permitir ao mesmo tempo, que, desde que a mesma força, continua por um tempo duplo, é conhecida por produzir o dobro da velocidade, uma força dupla deve também produzir uma velocidade dupla no mesmo tempo. Apesar da simplicidade deste ponto de vista sobre o assunto, Leibnitz, Smeaton, e muitos outros têm escolhido para estimar a força de um corpo em movimento pelo produto da sua massa pelo quadrado de sua velocidade; e embora não podemos admitir que esta estimativa de força seja apenas isso, ainda pode ser permitido que muitos dos sensíveis efeitos do movimento, e até mesmo a vantagem de qualquer potência mecânica, no entanto, pode ser empregada, geralmente são proporcionais a este produto, ou para o peso do corpo em movimento, multiplicado pela altura a partir da qual deve ter caído, de modo a adquirir a velocidade dada. Assim, uma bala, movendo-se com uma velocidade dupla, irá penetrar a uma profundidade quádrupla em argila ou sebo: uma esfera de igual tamanho, mas de um quarto do peso, em movimento com uma velocidade dupla, irá penetrar a uma profundidade igual, e com uma menor quantidade de movimento, vai fazer uma escavação igual num tempo mais curto. Isto parece à primeira vista um pouco paradoxal: mas, por outro lado, estamos para considerar a resistência do barro ou sebo como uma força uniformemente retardada, e será óbvio que o movimento, o qual pode destruir em um curto tempo, deve ser menor do que aquele que requer um tempo mais longo para a sua destruição. Assim, também quando

a resistência, oposta por qualquer corpo à força que tende a freá-lo, espera-se ser superado, o espaço através do qual pode ser dobrado antes da quebra a ser efetuada, assim como a força exercida em todos os pontos do espaço, o poder de qualquer corpo para freá-lo é proporcional à energia do seu movimento, ou a seu peso multiplicado pelo quadrado da sua velocidade.

Em quase todos os casos das forças empregadas na mecânica prática, o trabalho (*labour*) dispendido na produção de qualquer movimento, é proporcional, não para ao momentum, mas para a energia que é obtida; uma vez que estas forças são raramente consideradas como forças uniformemente aceleradas, mas geralmente atuam em alguma desvantagem quando a velocidade já é considerável. Por exemplo, se isto é necessário para obter uma certa velocidade, por meio da descida de um corpo pesado de uma altura a que o carregamos por um lance de escadas, devemos subir, se quisermos dobrar a velocidade, um quádruplo número de passos, e isso vai nos custar quase quatro vezes mais trabalho. Da mesma maneira, se pressionarmos com uma dada força a extremidade menor de uma alavanca, de modo a mover um peso a uma distância maior do outro lado do ponto de apoio, uma certa porção da força é gasta na pressão que é sustentada pelo fulcro, e de modo algum produziremos o mesmo momentum como teria sido obtido pela ação imediata de uma força igual em um corpo a ser movido.

Uma bola elástica de duas onças de peso, movendo-se com uma velocidade de 3 pés por segundo, possui uma energia, como já vimos, que podem ser expressada por 18. Se colide com uma bola de 1 onça que está em repouso, sua velocidade será reduzida para um pé por segundo, e a bola menor irá receber uma velocidade de quatro pés: a energia da primeira bola irá, em seguida, ser expressada por 2 e a da segunda por 16, fazendo em conjunto 18, como antes. O momentum da bola maior após a colisão é 2, e a da menor 4, e a soma destes é igual ao momentum original da primeira esfera.

Supondo que a magnitude de um corpo elástico que está em repouso para ser infinita, receberá duas vezes o momentum de um corpo pequeno que o atinge; mas a sua velocidade e, conseqüentemente, a sua energia, será insignificante, uma vez que a energia é expressa pelo produto do momentum pela velocidade. E se o corpo maior for de uma magnitude finita, mas ainda muito maior do que o menor, a sua energia vai ser muito pequena do que o menor, o qual repercute com uma velocidade não muito menor do que a sua velocidade inicial, sendo pouco diminuída. É por esta razão que um homem, tendo uma bigorna pesada colocada sobre o peito, pode suportar, sem muito transtorno, o golpe de um grande martelo sobre a bigorna, enquanto um golpe muito mais leve do martelo, agindo imediatamente sobre seu corpo teria fraturado as costelas, e destruído sua vida. A bigorna recebe um momentum quase duas vezes tão grande quanto a do martelo; mas a sua tendência para superar a força dos ossos e para esmagar o homem, é apenas proporcional a sua energia, o que é quase tanto menor do que a do martelo, como quatro vezes o peso do martelo é menor do que o peso da bigorna. Assim, se o peso do martelo for 5 libras, e a da bigorna 100, a energia da bigorna seria menor do que [somente] um quinto tão grande quanto a do martelo, além de algumas outras diminuições, em virtude da falta de elasticidade perfeita, e a partir do efeito da superfície maior da bigorna na divisão da pressão ocasionada pelo golpe, de modo a permitir uma maior porção do peito a cooperar na resistência.

Quando um corpo atinge outro, numa direção que não passa através do seu centro de gravidade, o efeito produzido envolve a consideração do movimento de rotação, uma vez que, neste caso, o corpo é feito para girar sobre um eixo. Mas isso pode nunca acontecer quando o corpo for esférico, e sua superfície perfeitamente polida; uma vez que todos os impulsos devam, então, serem perpendiculares à superfície, e, por conseguinte, devam ser dirigidos para o centro do corpo. Se o movimento de uma bola, a qual atinge outra, não for dirigido para o seu centro, a superfície de contato deve ser oblíqua em relação ao seu movimento, e a segunda esfera receberá apenas um impulso numa direção perpendicular a esta superfície, enquanto a primeira recebe, a partir da sua reação, um impulso igual na direção contrária, a qual é combinada com o seu movimento primitivo. A magnitude deste impulso pode ser determinada resolvendo o

movimento da primeira bola em duas partes, uma em paralelo com a superfície de contato e o outro perpendicularmente; a primeira parte restando sempre inalterada, a segunda sendo modificada pela colisão. Se, por exemplo, as bolas forem iguais, a segunda parte do movimento seria destruído, e o movimento restante seria na direção da superfície de contato, e perpendicular ao da bola impelida.

Assim segue-se que, se quisermos impulsionar uma bola de bilhar em uma determinada direção, pelo golpe de uma outra bola, só temos que imaginar uma terceira bola a ser colocada em contato com a primeira, imediatamente atrás dela na linha do requerido movimento, e para visar o centro desta bola imaginária: a primeira bola, então, será impelida na direção desejada, e a segunda também continuará a se mover em uma direção perpendicular a ela.

Por uma similar resolução do movimento de uma bola elástica, podemos determinar o seu caminho, quando é refletida a partir de um obstáculo fixo. Essa parte do movimento, o qual está numa direção paralela à superfície do obstáculo, não foi diminuída: o movimento perpendicular é alterado para um movimento igual em sentido contrário, e o resultado conjunto destes constitui um movimento, numa direção, que é igualmente inclinado para a superfície, com o primeiro movimento, mas no lado oposto da perpendicular. Desse também temos um exemplo familiar nos movimentos de bolas de bilhar; pois podemos observar que a bola ressalta do coxim, em um ângulo igual àquele de sua chegada; e se quisermos que a nossa bola, após reflexão, deva golpear outra, colocada em uma determinada situação, podemos supor uma terceira bola a ser situada a uma distância igual, do outro lado do coxim, e visamos essa bola imaginária: nossa bola, então, atingirá a segunda bola, após a reflexão, com um impulso direto.

Aqui supomos que a reflexão ocorra quando o centro da bola chegar no coxim, enquanto que, de fato, a superfície só entra em contato com ela; se quisermos ser mais precisos, podemos colocar a bola imaginária, a uma distância igual além do centro de uma bola, encontrando-se em contato com a parte mais próxima do coxim, em vez de medir a distância a partir do próprio coxim [figura 40].

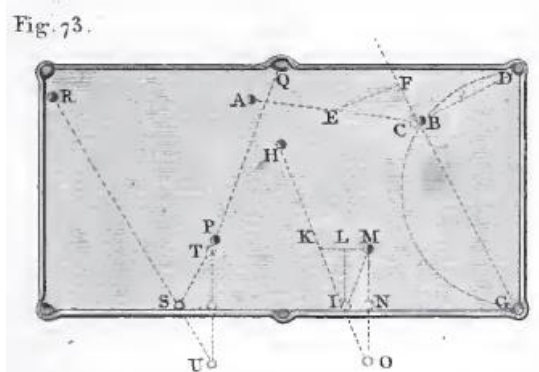


Figura 40 - Esquema que Young utilizou para suas demonstrações

Fonte: Young (1807).

Quando o número de corpos, que se encontram, é maior, e suas magnitudes e seus movimentos são diversificados, o cálculo dos efeitos de colisão torna-se muito complicado, e o problema é dificilmente aplicável a qualquer finalidade prática. Aqueles que desejam prosseguir a investigação como um divertimento matemático, encontrarão toda a assistência de que necessitam nas obras profundas e elegantes de Maclaurin (YOUNG, 1807, p. 75-82, tradução nossa).

5.9 J. Poncelet: princípio da transmissão do trabalho e sua relação ao conceito de força viva

Outro nome importante que devemos citar como contribuinte para a reelaboração do princípio da conservação da força viva é o francês J. Poncelet (1788-1867), quando o fez, a partir do ano de 1824, enquanto ministrava suas lições em um curso sobre as ciências das máquinas, em Metz na França. Dessas lições, no ano de 1874 se imprime em Paris uma edição de sua obra *Cours de Mécanique Appliquée Aux Machines* aos cuidados de M. Kretz (PONCELET, 1874).

Podemos dizer que entre suas contribuições estão incluídas: i) uma definição clara da grandeza física trabalho, apesar ainda de haver um engano em adotar para sua medida a unidade *kg.m*; ii) o enunciado do princípio da transmissão de trabalho em relação à variação da força viva do sistema e; iii) aplicação do princípio para as máquinas.

Em relação a uma versão do trabalho de 1832, no prefácio Kretz informa que à primeira seção da primeira versão, foi adicionado a exposição do princípio das forças vivas (PONCELET, 1874).

Já na primeira seção do trabalho, denominado *Considérations Générales Sur Les Machines Em Mouvement*, Poncelet nos mostra uma importante ideia sobre o termo trabalho, *travail* em francês. Diz que a força ou o poder dos motores das máquinas podem ser avaliadas pelo trabalho, o qual pode ser medido pelo produto de um peso por sua altura de levantamento.

A unidade de trabalho se relaciona à elevação vertical dos corpos pesados. É a partir dessas considerações, e muitas outras que saberemos, que esta unidade, é o efeito que consiste na elevação dos corpos pesados. Nada mais fácil, por outro lado, que avaliar em números o trabalho em questão: pois, se considerarmos por uma unidade o trabalho consistindo à elevar uma unidade de peso à uma unidade de altura, que seja óbvio para elevar à uma altura qualquer H um peso dado P , este processo é repetido tantas vezes quanto o efeito parcial corresponde à unidade de trabalho, uma vez que existe uma unidade de comprimento para H e uma unidade de peso para P ; o produto PH é então a medida natural do efeito ou do trabalho *útil* total da força motriz que, por sua ação, à elevar o peso à altura H ; pouco importa, além disso, a maneira como a velocidade do corpo é variada, em intensidade ou direção: pois o efeito em questão não contém em si algo mais que a força vertical constante, medido em P , e cujo ponto de aplicação descreve um certo caminho H em sua própria direção (PONCELET, 1874, p. 2-3, tradução nossa).

Após definir a grandeza trabalho Poncelet adota para a sua unidade o quilograma vezes metro (*kg.m*), que de certa forma podemos perceber a sua confusão entre peso e massa, algo comum em sua época. Para Poncelet a grandeza em questão pode ser medida por métodos diferentes, dependendo de fatores como: se a força é constante, se a força é variável e a orientação da força em relação ao deslocamento.

Para a força constante agindo na direção do deslocamento o trabalho deve ser medido simplesmente pelo produto do peso pelo comprimento do caminho atravessado. Chamando de Q o peso do corpo e q o tamanho do caminho percorrido, teríamos

$$\text{Trabalho} = Q \cdot q$$

Já para uma força variável devemos recorrer à integral do peso do corpo pelo elemento de deslocamento:

$$\text{Trabalho} = \int Q \, dq$$

E ainda para uma força qualquer orientada em uma determinada direção que faz um ângulo com o deslocamento, poderíamos calcular o trabalho pela expressão:

$$\text{Trabalho} = \int Q \cos \alpha \, ds$$

Considerando α o ângulo entre a força e o deslocamento e $Q \cdot dq = Q \cdot \cos \alpha \cdot ds$.

Além de sua definição de trabalho estar corretamente enunciada, Poncelet a relaciona à variação de força viva do sistema. Nomeando de φ a força motriz capaz de imprimir a um corpo, em um elemento de tempo dt , um acréscimo de velocidade dv ; e de o elemento de deslocamento descrito pelo ponto de aplicação da força, então, a quantidade de trabalho elementar que será desenvolvido no mesmo tempo dt pode ser descrita como:

$$\int \varphi \, de$$

Considerando os limites de integração sendo as velocidades inicial e final do corpo, e ainda, que $\frac{de}{dt} = v$, escreve a relação e discute quando a quantidade de trabalho poderá ser positiva ou negativa:

$$\int \varphi \, de = \int m \frac{dv}{dt} \, de = \int m v \, dv = \frac{1}{2} (mv^2 - mv'^2)$$

para a expressão da quantidade de trabalho uma vez que a posição de impressão, onde o corpo possui a velocidade v' até a posição onde conquista a velocidade v , pode também ser, como vimos, positiva ou negativa, conforme v será maior ou menor que v' , ou conforme a força f tende a acelerar ou a retardar constantemente o movimento primitivamente adquirido pelos corpos, o acréscimo instantâneo dv da velocidade tendo neste último caso um sinal contrário à v (PONCELET, 1874, p. 13, tradução nossa).

Em seguida, a partir da equação demonstrada, enuncia, o que chamamos hoje de princípio da transmissão de trabalho, sendo o aumento de força viva devido ao trabalho imprimido por uma força motriz e a diminuição de força viva devido ao trabalho de uma força de resistência imprimida:

De fato, a equação acima exprime, quando supomos $v' = 0$, que corresponde ao caso em que o movimento começa com a ação da força, que a *força viva adquirida pelos corpos é igual ao dobro da quantidade de trabalho total que é imprimido por esta força* (PONCELET, 1874, p. 13, tradução nossa).

Ou ainda, considerando a equação $\sum Qdq - \sum mvdv = 0$, explica que

A soma dos trabalhos elementares desenvolvidos, tanto pelas forças diferentes que produzem as modificações do movimento que das forças de inércia que nascem dessas modificações são constantemente iguais a zero (PONCELET, 1874, p. 17, tradução nossa).

As forças de inércia são consideradas por Poncelet como $mvdv$, e quando são iguais em quantidade aos trabalhos desenvolvidos, o sistema manterá seu equilíbrio. Considerando ainda que a velocidade inicial de uma massa qualquer m seja v' (ou ainda na primeira posição do sistema) e v a velocidade em uma outra posição qualquer, Poncelet exprime que entre duas posições quaisquer o acréscimo da soma das forças vivas de diferentes massas é igual ao dobro da soma das quantidades de trabalho, positiva ou negativa, impressas no mesmo intervalo de tempo, por todas as distintas forças de inércia que agem no sistema.

$$\sum \int_{q'}^q Qdq = \sum \int_{v'}^v mvdv = \frac{1}{2} \sum (mv^2 - mv'^2)$$

Equação que, de fato, exprime o que entendemos hoje por teorema da energia cinética e que foi denominada por Poncelet de *Principe des Forces Vives*.

Poncelet ainda se propõe, nas páginas seguintes do mesmo trabalho, a aplicar o princípio enunciado anteriormente ao funcionamento das máquinas. Por exemplo, estabelece uma equação geral ao movimento das máquinas relacionando-a ao princípio das forças vivas e às forças de resistência, demonstrando a validade da seguinte expressão:

$$\sum mv^2 - \sum mv'^2 = 2 \sum \int Fdf - 2 \sum \int Rdr - 2 \sum \int Qdq \pm 2 \sum \int mgdh$$

Em que a integral de Fdf representa o trabalho elementar das forças motrizes; Rdr é o trabalho elementar das resistências prejudiciais ou passivas de toda natureza; Qdq o trabalho das resistências úteis das partes da máquina; e $mgdh$ o trabalho dos pesos de diversos elementos materiais do sistema que a máquina deve mover. Assim, essa equação nos fornece um balanceamento das contribuições das forças que são aplicadas sobre o sistema. Também podemos observar, por essa equação, a existência de uma relação de conservação.

Essa equação geral será aplicada à diversos casos de movimento da máquina, considerando as vantagens e desvantagens da presença dos atritos e das colisões que ocorrem com as partes da máquina. Esse é, com certeza, um importante contributo dos trabalhos de Poncelet para a Física no

que diz respeito ao desenvolvimento do conceito de energia e suas grandezas derivadas, como o trabalho e a potência.

Poncelet ainda afirma que a quantidade mv^2 , considerada por outros como a força viva, é uma expressão imprópria, pois devem ser consideradas outras forças que agem no sistema, como as forças de pressão. Para ele esta é uma definição abreviada longe de qualquer condição metafísica. Considerar desta maneira, irá evitar a confusão que se faz entre a força viva e a quantidade de trabalho que se consideram aos fenômenos e aos efeitos físicos distintos, pois, numericamente falando, elas são de mesma ordem e têm uma medida em comum (PONCELET, 1874).

5.10 G. Coriolis: força viva como metade de mv^2

G. Coriolis (1792 – 1843) também deu importantes contribuições aos problemas relacionados a força viva. Em 1829 publicou *Du Calcul de L'effet des Machines*, em que vem pela primeira vez utilizada a noção de trabalho em sentido técnico e pela primeira vez vem definida a força viva como metade do produto da massa do corpo pelo quadrado de sua velocidade. Certamente influenciado principalmente pelos trabalhos de L. Carnot e Poncelet discutidos anteriormente (CORIOLIS, 1829).

Sobre o trabalho e a força viva Coriolis nos mostra as seguintes modificações:

Eu designo por quantidade de trabalho o que é comumente chamado de poder mecânico, a quantidade de ação ou efeito dinâmico, e proponho o nome de *dynamode* para a unidade dessa quantidade [...] Eu mesmo me permiti uma ligeira inovação chamando de força viva o produto do peso pela altura devido à velocidade. Esta força viva é apenas a metade do produto do que tem, até agora, designado por esse nome, isto é, a massa pelo quadrado da velocidade (CORIOLIS, 1829, p.iii, tradução nossa).

Assim, ele se propõe a indicação do trabalho dinâmico, ou simplesmente trabalho, a quantidade que se dá pela integral do produto da força na direção do deslocamento pelo próprio deslocamento. Aqui, a palavra trabalho está relacionada à ideia de um esforço exercido por um caminho percorrido simultaneamente. Ele dá uma ênfase importante de que não se deve levar apenas em consideração o trabalho da força motora, mas também os trabalhos das forças resistentes.

O princípio da transmissão de trabalho, também foi enunciado por Coriolis, em que o trabalho resistente é sempre igual ao trabalho motor menos a quantidade cuja soma das forças vivas é aumentada no sistema (CORIOLIS, 1829).

$$\sum \int Pds - \sum \int P'ds' = \sum \frac{pv^2}{2g} - \frac{\sum pv_0^2}{2g}$$

Em que P representa a força motora, P' a força de resistência, p o peso do corpo, g a aceleração da gravidade, v e v_0 as velocidades final e inicial, respectivamente. Em seguida Coriolis explica sua aplicação

Assim em qualquer espécie de máquina, onde a soma das forças vivas é susceptível à um máximo que atinge em um tempo determinado, há praticamente igualdade entre o trabalho motor e o trabalho resistente, calculados um e o outro por um tempo considerável em comparação com o que é preciso para a máquina adquirir sua velocidade máxima. A partir desse ponto de vista, como veremos adiante, que o princípio de transmissão de trabalho encontra sua aplicação continua das máquinas projetadas para operar em diversas fabricações usando os motores contínuos, como as quedas d'água, vapor, e os animais (CORIOLIS, 1829, p. 23, tradução nossa).

Após outros argumentos de aplicação da expressão que deduziu, Coriolis explica a origem de sua ideia por considerar a força viva como metade do produto da massa do corpo pelo quadrado de sua velocidade. Do princípio que deduziu, que é aplicável a qualquer espécie de sistema de pontos em movimento, considerando apenas um ponto móvel e desprezando as resistências dos atritos, um corpo de massa m e velocidade v pode produzir um trabalho igual a $\frac{mv^2}{2}$ quando age sobre outro corpo até perder toda a sua velocidade. Assim um corpo tem a possibilidade de realizar um máximo de trabalho igual à sua força viva, que passa a ser representada como $\frac{mv^2}{2}$ (CORIOLIS, 1829).

A força viva passa a significar a quantidade de trabalho disponível por um corpo. Aqui encontramos um importante desenvolvimento do conceito que será resultado da quantidade de energia potencial, ou energia armazenada pelo sistema.

Essa relação do trabalho com a força viva ainda é descrita por Coriolis como função da posição do corpo. Sendo a força viva medida pela expressão $\frac{mv^2}{2}$, ou ainda, $\frac{pv^2}{2g}$; pela relação de Galileu, sabemos que, para um corpo em queda livre, a altura de queda é proporcional a velocidade do corpo ao quadrado, ou seja, $h = \frac{v^2}{2g}$.

Sendo a quantidade total de trabalho possuída por um corpo igual a $\frac{pv^2}{2g}$, esta pode ser descrita pelo produto do peso do corpo e a altura percorrida. Assim, podemos escrever:

$$\text{Trabalho} = mgh = \frac{mv^2}{2}$$

Notamos aqui uma equivalência entre a força viva (energia cinética) e a força viva latente (energia potencial), ou seja, essa expressa o princípio da conservação da energia mecânica para um sistema em que não agem forças de resistência.

De fato, o valor ph , para Coriolis, é a quantidade de trabalho que um corpo pode realizar quando solto da altura h . Ele ainda explica que o produto ph que mede o trabalho para elevar o corpo a uma determinada altura é válido apenas quando as velocidades inicial e final do corpo forem iguais

(CORIOLIS, 1829). Sua justificativa é encontrada na equação da força viva. Considerando o trabalho realizado pela força motora como $\int Pds$, o trabalho resistente como ph , então será válida a relação:

$$\int Pds - ph = \frac{pv^2}{2g} - \frac{pv_0^2}{2g}$$

Assim, se as velocidades forem, de fato, iguais, a expressão se reduz para:

$$\int Pds = ph$$

O que significa que o trabalho da força motora é igual ao trabalho da força de resistência, ou seja, o trabalho realizado para elevar um corpo a uma determinada altura pode ser medido pelo produto entre seu peso e a altura elevada.

Em suma, com Coriolis, podemos notar que a força viva aparece em sua forma latente ao trabalho, em outras palavras, a quantidade de força viva que um corpo tem é o trabalho máximo que um corpo pode realizar. Apesar de próximo à ideia de conservação da energia não sentiu que pudesse haver algo, além das grandezas, a ser conservado, pois não conseguiu chegar a uma concepção da indestrutibilidade do trabalho.

5.11 Mecanismo para a superação da confusão entre força e energia

A primeira publicação da grande obra de Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, foi realizada em 1686, em Londres. Nessa obra encontramos, em um dos capítulos que descrevem os axiomas ou leis do movimento, as suas famosas três leis. A primeira, ou lei da inércia, foi enunciada da seguinte maneira: “todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que ele seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele” (NEWTON, 2008, p.53).

A segunda lei da natureza, ou, como a conhecemos, princípio fundamental da dinâmica é descrita como segue: “a mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é imprimida” (NEWTON, 2008, p.54).

E a terceira lei, hoje conhecida como lei da ação e reação foi apresentada dessa forma: “a toda ação há sempre oposta uma reação igual ou, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas” (NEWTON, 2008, p.54).

Nas três leis do movimento existem três grandezas físicas que são fundamentais para o seu entendimento: *quantidade de movimento*, *inércia* e *força*. Brilhantemente, Newton as definiu anteriormente aos enunciados das leis da natureza. Para ele a *quantidade de movimento* pode ser obtida a partir do produto entre a velocidade do corpo e a sua quantidade de matéria ou massa, assim

como já definido por Descartes (NEWTON, 2008). A principal diferença está no tratamento vetorial dado por Newton.

A inércia (*vis inertiae*) ou *vis insita*, ou ainda, força inata da matéria é definida como o poder de resistir à mudança de estado, seja repouso ou movimento retilíneo uniforme (NEWTON, 2008).

Já a força é definida como:

uma ação exercida sobre um corpo a fim de alterar seu estado, seja de repouso, seja de movimento uniforme em uma linha reta. Essa força consiste apenas na ação, e não permanece no corpo quando termina a ação. Pois um corpo mantém todo novo estado que ele adquire, somente por sua inércia. Mas as forças imprimidas têm origens diferentes, tais como de percussão, de pressão e de força centrípeta (NEWTON, 2008, p. 41).

Newton nada fala sobre a força viva, mas deixa claro o significado físico de força. Primeiramente deve ser encarada como sendo a ação de um corpo sobre outro, e em segundo lugar não deve permanecer no corpo, ao invés, deve deixar de existir quando a ação termina. Assim, o corpo continua seu movimento por inércia.

Apesar de não encontrarmos em Newton a utilização da ideia de força viva, ele utiliza o princípio das velocidades virtuais para a comprovação de sua terceira lei. Ele enfatiza a ideia de que as forças inatas são inversamente proporcionais às velocidades. E para tanto fornece alguns exemplos em que o princípio pode ser utilizado, como no movimento dos braços de uma balança, em uma polia ou combinações de polias, nos relógios ou instrumentos semelhantes e nas máquinas em geral. Estes exemplos seguem a ideia de que diminuindo a velocidade podemos aumentar a força (NEWTON, 2008).

Em outros casos também podemos perceber a sua perspicácia quanto a noção de conservação de algo no movimento, quando por exemplo, utilizou o pêndulo para comprovar que as forças trocadas entre dois corpos que colidem neste movimento são iguais em intensidades (NEWTON, 2008).

O que podemos dizer, em relação ao desenvolvimento do conceito de energia, que a sua principal contribuição foi o esclarecimento do conceito de força. O que restava, no entanto, era a sua distinção ao conceito de força viva.

Como vimos neste capítulo, ainda era evidente a não utilização da ideia newtoniana, e a confusão era explícita. No entanto, ao longo de tantas aplicações do princípio das forças vivas aos fenômenos de origem mecânica, os conceitos começaram a ser diferenciados, já que apareciam, por muitas vezes, ambos em uma mesma expressão. Assim, os teoremas que relacionavam a ideia de trabalho, apesar de a favor à conservação da *vis viva*, contribuíram para este esclarecimento.

Mesmo ainda no âmbito da mecânica, notamos o desenvolvimento do conceito de energia, considerado nesta parte histórica como força viva ou força viva latente, principalmente quando houve o esclarecimento da diferenciação entre os conceitos.

Inferimos anteriormente que esta confusão foi um entrave ao desenvolvimento subsequente do conceito, mas neste capítulo podemos observar os mecanismos que foram essenciais para o rompimento deste obstáculo.

Como fizeram, os defensores do princípio das forças vivas, utilizaram as noções de ganhos e perdas de energia (*vis viva*) com a ideia de trabalho. A reflexão sobre as perdas ou ganhos de força viva no movimento de um corpo pode contribuir com a elucidação desse obstáculo, como ocorreu historicamente.

Apesar de, a partir desse ponto histórico, as noções já estarem diferenciadas e existirem definições particulares e relacionais, a confusão ainda persistirá, se não em sentido físico, ao menos em questão de nomenclatura. Os cientistas ainda insistiram na força como energia. Outro forte indício de que este conhecimento é um obstáculo ao desenvolvimento subsequente.

De fato, a história nos mostra aqui como este esclarecimento deve cronologicamente ocorrer, mas a principal ideia seria a utilização dos teoremas que contribuem para o fortalecimento das relações entre força e energia. Pensar no efeito da força no movimento do corpo, no sentido de ganhos ou perdas de energia cinética pode contribuir para essa elucidação.

De forma breve, apresentamos cronologicamente as principais contribuições dos cientistas que foram discutidas neste capítulo com o objetivo de deixar mais claro o desenvolvimento e nossas inferências anteriores.

Quadro 12 – Resumo das principais contribuições abordadas no quarto capítulo

Johan Bernoulli	Em 1717 introduz a palavra energia para designar o produto da força pelo deslocamento infinitesimal. Em 1724 infere que a <i>vis viva</i> pode ser adquirida pela ação de uma força sobre o corpo. Também mostra que <i>vis mortua</i> pode se transformar em <i>vis viva</i> .
D'Alembert	Com seu tratado de 1743/1758 inicia o esclarecimento sobre as diferenças entre os conceitos de força, quantidade de movimento e <i>vis viva</i> , concebendo a força como causa. Tanto a quantidade de movimento quanto <i>vis viva</i> podem ser utilizadas para medir a força, quando relacionadas com o tempo e a distância, respectivamente.
Daniel Bernoulli	Em 1748 desenvolveu uma expressão que relaciona a variação da <i>vis viva</i> com o produto entre a força e o deslocamento. Com ele a função potencial começa a ser desenvolvida matematicamente e relacionada a <i>vis viva</i> . Também deixou claro que a variação da <i>vis viva</i> é devido a ação de uma força.
Koenig	Em 1751 derivou a lei de que o total de <i>vis viva</i> de um sistema de partículas é igual a <i>vis viva</i> do centro de massa. Tentou, sem sucesso, aplicar o princípio da <i>vis viva</i> para problemas de equilíbrio.
Euler	Em 1752, tomando como base a mecânica newtoniana, demonstra matematicamente que a perda de <i>vis viva</i> em uma colisão não elástica é devido a força de interação entre os corpos. A medida da deformação dos corpos multiplicada pela força fornece a variação da <i>vis viva</i> .

Lagrange	Em 1788 induz que deve existir conservação da <i>vis viva</i> somente se não houver variação no valor da função potencial. Também introduz uma equação que satisfaz a conservação da energia mecânica do sistema. Apesar de não ter deixado explicação física dessa quantidade, fornece um início de uma ideia de que uma quantidade matemática deva se manter constante em sistemas que são desprezados as resistências.
Lazaret Carnot	Em 1786 aplica o princípio da conservação da <i>vis viva</i> para as máquinas. Faz diferenciação entre a força e <i>vis viva</i> , e fornece uma sugestão de nomenclatura para a quantidade <i>peso x altura</i> , denominando-a de força viva latente. Ainda nos deixa uma relação entre a <i>vis viva</i> e a força latente, como podendo uma transformar na outra.
Young	Em 1807 utilizou o termo energia para designar <i>vis viva</i> . Define força como algo extrínseco ao corpo podendo ser estimada em relação ao momento ou à energia. Afirma que o trabalho gasto na produção de qualquer movimento é proporcional à energia e não ao momento do corpo. Utiliza suas ideias para explicar o problema de percussão que Galileu deixara em aberto.
Poncelet	Em 1824 fornece uma definição da grandeza física trabalho; enuncia o princípio de transmissão de trabalho em relação a variação de <i>vis viva</i> ; aplica o princípio antes enunciado para o funcionamento das máquinas.
Coriolis	Em 1829 utiliza o termo <i>vis viva</i> como metade da quantidade que até então era utilizada (mv^2). A <i>vis viva</i> passa a significar a quantidade de trabalho disponível em um corpo. Faz ainda uma relação entre a <i>vis viva</i> e a <i>vis viva latente</i> , chegando muito próximo da equação de conservação da energia mecânica.

Fonte: Autoria própria (2016).

O que podemos observar, de fato, é que a confusão entre força e *vis viva*, adquirida na disputa da “verdadeira medida da força”, entre leibnizianos e cartesianos, começa a ser esclarecida e distinguida quando as grandezas se relacionam pelos teoremas do trabalho⁴⁶. E estes teoremas surgiram, certamente, das reflexões sobre o que causaria variação na *vis viva* de um corpo.

A próxima imagem representa as relações das ideias desenvolvidas até aqui, e nos mostra como o princípio de conservação da força viva e a ideia de trabalho se fundamentam a partir do questionamento do motivo da não conservação da força viva em colisões não elásticas.

⁴⁶ Teorema da energia cinética e teorema da energia potencial, como o conhecemos hoje. Vimos que durante o desenvolvimento do conceito, a relação entre o princípio das velocidades (trabalhos) virtuais e a *vis viva*, chegou a ser denominado princípio de conservação da força viva.

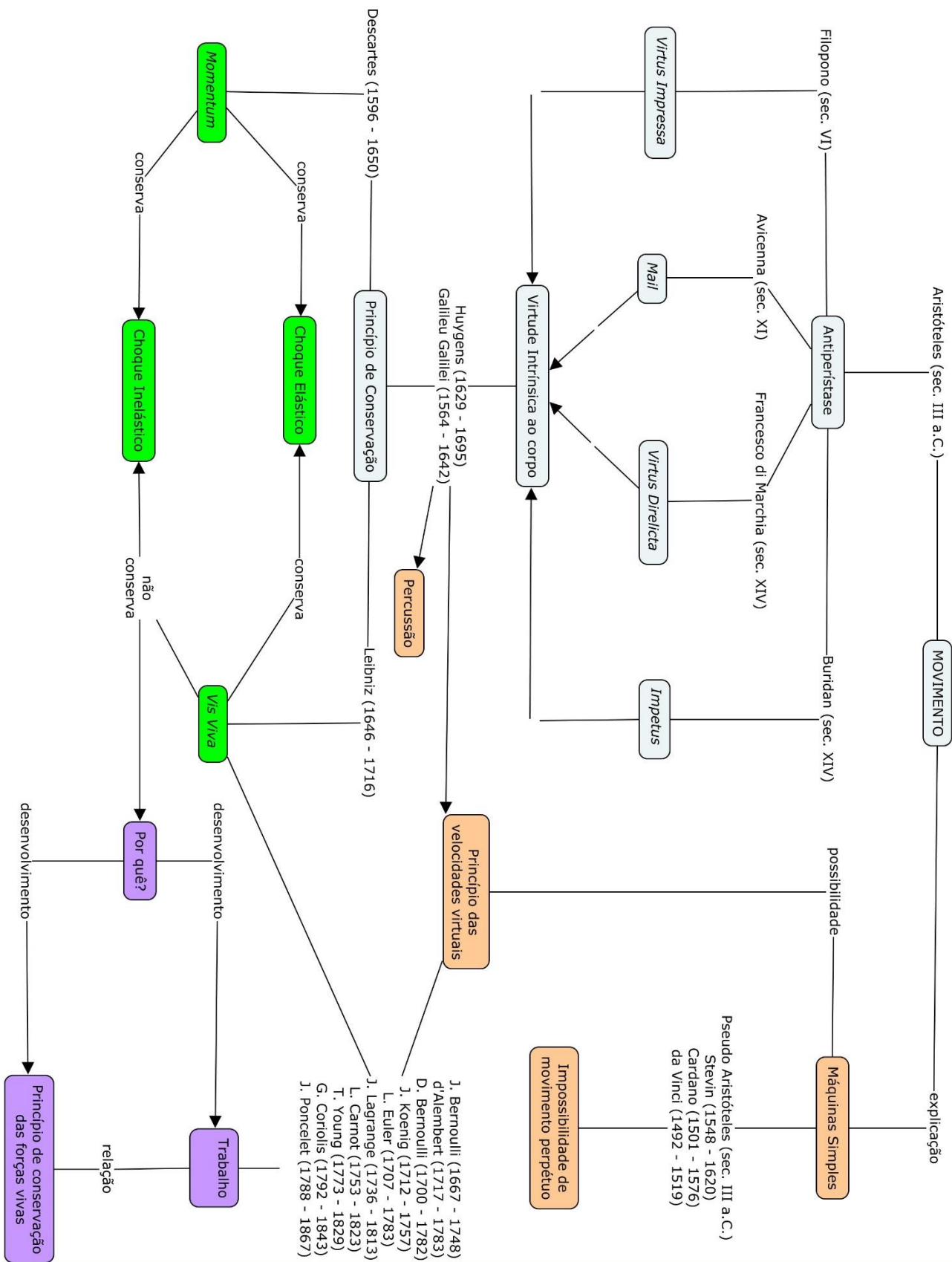


Figura 41 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos abordados nos capítulos 2, 3, 4 e 5
 Fonte: Autoria própria (2016).

Enfim, percebemos ao longo desse estudo histórico um mecanismo que contribuiu a elucidar as distinções necessárias entre os conceitos de força e energia (em seu sentido de força viva). Desta forma, a própria relação entre os conceitos, seria a chave para desfazer a confusão inicial. A partir desse esclarecimento, o conceito de energia estaria sujeito a novos significados, e embarcando em um novo ramo da Ciência, a termodinâmica, por onde alcançaria o *status* de um dos mais importantes princípios de conservação da natureza. Assim, veremos agora, como a Ciência do calor contribuiu com o desenvolvimento do conceito aqui em estudo.

CAPÍTULO VI:

CONTRIBUIÇÕES DA TERMODINÂMICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DAS “FORÇAS”.

Nos capítulos anteriores vimos como o conceito de força viva foi desenvolvido ao longo de mais de vinte séculos de história e vimos também como ele pode ser aplicado aos fenômenos da mecânica por meio do princípio das forças vivas. Este princípio, de fato, nos faz aproximar de uma ideia de conservação quando se relaciona a grandeza trabalho como o fez brilhantemente Lagrange em sua expressão que iguala a uma constante a soma entre força viva e uma função potencial. Chegamos em um ponto do desenvolvimento do conceito que devemos ter em mente as principais contribuições e o que ainda faltava para chegar a sua interpretação atual. Veremos aqui a contribuição que o estudo da Ciência do calor deixou.

Com Lagrange já podemos observar grande semelhança da sua relação matemática com a atual equação de conservação da energia mecânica. No entanto, não nos deixou claro o significado físico de cada termo, ou seja, energia cinética, energia potencial e energia mecânica (como a soma entre as últimas grandezas). E ainda faltava uma generalização dessa equação, uma vez que essa poderia ser aplicada apenas aos problemas de mecânica. Faltava certamente uma explicação e uma aproximação dessa ideia para outros tipos de fenômenos físicos e químicos.

Começa-se a construir, então, uma ponte de ideias que relacionará o princípio da força viva com outros fenômenos da natureza, e essa construção se inicia com a concepção de calor e se dá através do nascimento de uma nova Ciência: a termodinâmica.

A concepção de um mundo que poderia ser explicado pela mecânica, implica em um atraso significativo da termodinâmica, pois a vemos, de fato, ser construída apenas no início do século XIX. As máquinas térmicas já existiam no fim do século XVIII e início do século XIX, mas, apesar de serem térmicas, a Ciência de seu funcionamento era baseada unicamente em princípios mecânicos. Muitas vezes, os engenheiros buscavam o aprimoramento dessas máquinas sem uma Ciência previamente estabelecida. Somente a partir das ideias de S. Carnot, a relação entre Ciência do calor e funcionamento das máquinas começa a ser estabelecida.

A termodinâmica trará uma grande contribuição para o desenvolvimento do conceito de energia, uma vez que a grandeza calor se relacionará à ideia de energia mecânica, e a partir dessa relação, poderá ser visto um princípio de conservação para todos os tipos de energias ou “forças” (como era interpretado pelos enunciadores da lei da conservação).

Essa ideia faz sentido quando começamos a pensar no calor como movimento das partículas de um corpo e a relacionamos com a força viva, e ainda, pela associação da possibilidade do aumento de calor com o esforço físico. A primeira relação será feita pelos cientistas que buscavam a explicação da natureza do calor e a segunda se dará pela busca ao entendimento das máquinas com o intuito de seu melhoramento. Dessa forma, iniciam-se as tentativas de encontrar uma relação entre os tipos de “forças” da natureza através de um equivalente mecânico, como ainda veremos.

Sobre a primeira, no final do século XVIII haviam duas escolas de pensamento rivais que interpretavam distintamente a natureza do calor. Existiam aqueles que defendiam a natureza do calor como sendo uma *substância* e aqueles que defendiam a ideia de que calor seria apenas o *movimento das partículas* constituintes de um corpo.

De certa forma, devemos enfatizar que tais concepções sobre a natureza do calor, apesar de distintas, foram complementares ao longo do desenvolvimento da termodinâmica. Tal afirmação pode ser justificada historicamente quando analisamos as obras de célebres cientistas contemporâneos que tiveram sucesso com seus trabalhos mesmo optando por um dos dois pensamentos. Em contraposição,

seus experimentos não foram definitivamente satisfatórios na tentativa de comprovar se calor, de fato, é movimento ou substância, apesar de que na época de suas realizações, foram aceitos e considerados corretos.

A existência de concepções distintas sobre a natureza do calor pode ser ainda justificada levando em consideração experiências elementares que podem ser explicadas pelas duas teorias. Por exemplo, o simples aquecimento de uma determinada quantidade de água dentro de um recipiente de metal. Neste podemos observar o caótico movimento da água no momento de sua ebulição, mas não observamos o mesmo com o metal. Levando em consideração uma concepção de senso comum, se calor é movimento, deveríamos também presenciar o movimento das partículas do recipiente, o que não pode ser visto. No entanto, seu aquecimento poderia ser explicado pela teoria do calor como substância, já que podemos sentir que realmente aumentou sua temperatura quando colocado em contato com um corpo mais quente. Poderíamos inferir que o corpo mais quente tenha transferido algo para o metal, já que observamos, também, o aumento de seu volume. Se ele se tornou maior, porque não dizer que absorveu *algo substancial* do corpo mais quente? Assim, o próprio senso comum pode nos mostrar que ambas as ideias podem dar uma explicação satisfatória a um determinado fenômeno físico.

Sobre tais escolas de pensamentos aparentemente rivais, Lavoisier e Laplace, em 1780, compõem um importante trabalho denominado *Mémoire Sur La Chaleur*, dividida em quatro artigos, entre os quais, o primeiro se destina a uma nova maneira de se medir o calor; o segundo diz respeito aos resultados das principais experiências que fizeram com esse modo; o terceiro se refere às consequências dessa experiência; e no quarto tratam da combustão e da respiração.

No primeiro artigo encontramos uma importante descrição sobre as duas distintas opiniões que haviam a respeito do calor, que era explicado, ora como uma substância, ora como movimento das partículas da matéria.

Os físicos estão em desacordo sobre a natureza do calor. Alguns o consideram como um fluido difundido por toda a natureza, o qual se encontra em todos os corpos por haver penetrado mais ou menos neles, à razão de sua temperatura e de sua disposição particular em retê-lo e pode combinar-se com eles e, nesse caso, deixa de atuar sobre o termômetro e de se comunicar de um corpo a outro, em um estado de liberdade que permite manter o equilíbrio entre os corpos, que forma o que chamamos de *calor livre*. Outros físicos pensam que o calor não é senão o resultado de um movimento insensível das moléculas da matéria. Sabemos que todos os corpos, mesmo os mais densos, estão cheios de um grande número de poros ou de pequenos vazios, cujo volume pode exceder significativamente o do material que contêm; esses espaços vazios deixam às suas partes insensíveis a liberdade de oscilar em todo sentido, e é natural pensar que essas partes estão em contínua agitação, que, se esta aumenta até um certo ponto, pode chegar a desuni-las e a decompor os corpos. É esse movimento interno o que, segundo os físicos que mencionamos, constitui o calor (LAVOISIER; LAPLACE, 1780, p. 285, tradução nossa).

Assim teríamos duas posições distintas sobre a natureza do calor, uma materialista que o considera como algum tipo de substância e outra que o considera como resultado do movimento da matéria. Para a vertente materialista teríamos os seguintes principais defensores: Gassendi (1592-1655), Black (1728 – 1799) e Lavoisier (1743-1794), que mais tarde elaboraria a teoria do calórico. Os principais defensores do calor como movimento seriam: Bacon (1561-1626), Boyle (1627-1691), Hooke (1635-1703), Daniel Bernoulli (1700-1782), Benjamin Thompson (1753-1814) e Humphry Davy (1778-1829) (LINDSAY, 1975; SILVA, et al, 2013).

Lavoisier e Laplace (1780) explicam como o calor era interpretado como movimento associando-o ao princípio de conservação das forças vivas. Os seguidores dessa vertente pensavam no calor como a própria força viva que resultava do movimento das partículas de um corpo.

Para desenvolver esta hipótese, devemos observar que, dentro de todos os movimentos nos quais não há ponto de mudança brusca, existe uma lei geral que os geômetras designam sob o nome de *princípio de conservação das forças vivas*; esta lei consiste em que, em um sistema de corpos que agem uns sobre os outros de uma maneira qualquer, a força viva, que quer dizer a soma dos produtos de cada massa pelo quadrado de sua velocidade, é constante. Se os corpos são animados por forças aceleradoras, a força viva é igual àquela que estava na origem do movimento, mais a soma das massas multiplicadas pelo quadrado das velocidades devidas à ação das forças aceleradoras. Na hipótese que examinamos, o calor é a força viva que resulta dos movimentos insensíveis das moléculas de um corpo; ela é a soma dos produtos da massa de cada molécula pelo quadrado da velocidade (LAVOISIER; LAPLACE, 1780, p. 285-286, tradução nossa).

Ideia que podemos considerar como um bom início para o desenvolvimento da relação entre a Ciência do calor e o princípio das forças vivas. Mas devemos observar que ainda se afasta da concepção física do conceito de calor por ainda considerá-la como algo intrínseco ao corpo⁴⁷. De fato, se aproximaria mais da concepção moderna de energia interna.

No entanto, aqui temos, possivelmente, uma primeira aplicação do princípio da conservação das forças vivas para um outro tipo de fenômeno físico⁴⁸, que pode ser considerado de grande importância para a sua generalização.

Ainda por meio deste princípio explicam a possibilidade do equilíbrio térmico entre dois corpos que estão inicialmente a diferentes temperaturas, observando, ainda, que deve haver conservação da quantidade de *vis viva*. Quando estes dois corpos são colocados em contato

as quantidades de movimento que eles comunicarão reciprocamente serão então desiguais; a força viva do mais frio aumentará na mesma quantidade que a força viva

⁴⁷ Sabemos que calor é a quantidade de energia térmica transferida de um corpo para outro motivado pela diferença de temperatura entre eles.

⁴⁸ Apesar do estudo de Leibniz sobre as colisões não elásticas e as perdas de *vis viva* para o aumento de movimento das partículas dos corpos que colidiram, não se aprofundou em sua ideia.

do outro diminuirá, e este aumento terá lugar até que as quantidades de movimento comunicadas de uma parte a outra sejam iguais; neste estado a temperatura dos corpos atingirá a uniformidade (LAVOISIER; LAPLACE, 1780, p. 286, tradução nossa).

Por meio deste escrito ficam claras as tentativas realizadas pelos cientistas de relacionar o princípio das forças vivas à ideia de calor segundo um princípio de conservação.

Ainda como uma justificativa da consideração do calor como força viva, explicam como um corpo pode se aquecer mais facilmente pela radiação solar dependente da absorção de tal “força” transportada pelos raios. Se considerarmos apenas o impulso que os raios de luz transportam, ou seja, o momento ($m.v$), não conseguiremos explicar seu aquecimento, pois como a massa dessas partículas é muito pequena teria um valor praticamente nulo. Mas se considerarmos a força viva, que pode ser medida como mv^2 , teremos um valor mais significativo em relação à primeira. Por exemplo, se considerarmos um corpo branco e um corpo negro, sabemos que quando expostos à radiação solar, por um mesmo intervalo de tempo, o corpo negro se aquece mais. A luz quando refletida pelo corpo deve levar consigo a sua quantidade de força viva que transportava, mas quando absorvida, deveria permanecer no corpo. Sendo o corpo negro um bom absorvedor de radiação e o corpo branco um bom refletor, o corpo negro se aquecerá mais facilmente por ter absorvido grande quantidade de força viva transportada pela radiação solar (LAVOISIER; LAPLACE, 1780). Esta então seria uma outra associação significativa da força viva com outros tipos de “energia”, neste caso, a luz.

Se faz necessário ressaltar que neste trabalho os autores não adotam nenhuma posição em favor das vertentes sobre a natureza do calor. Independentemente de sua natureza inferem que é aceito que calor é uma grandeza que se conserva.

Se por uma combinação ou por uma modificação de estado qualquer houver uma redução de calor livre, este calor vai reaparecer quando todas as substancias retornarem ao estado anterior, e, reciprocamente, se, pela combinação ou pela modificação de estado, existir um aumento de calor livre, este calor desaparece pelo retorno das substâncias ao seu estado primitivo. [...] Todas as variações de calor, reais ou aparentes, vividas por um sistema de corpos, em mudança de estado, se reproduzem por uma ordem inversa, quando o sistema retorna ao seu estado inicial (LAVOISIER; LAPLACE, 1780, p.287-288, tradução nossa).

Ideia que podemos aqui inferir como um possível ponto de partida para a elaboração e o desenvolvimento da primeira lei da termodinâmica, como um princípio de conservação de energia, a qual, no caso mostrado pelos autores, era apenas uma conservação de calor em modificações de estado de um sistema de corpos. Fica claro que, para chegarmos a primeira lei, ainda faltava a relação da energia interna do sistema com a grandeza trabalho e, ainda, o esclarecimento da natureza do calor.

Ainda seguindo na linha de discussão dos trabalhos que deram status à teoria do calor, em suas duas visões, temos a obra de Joseph Black (1728-1799), intitulada *Lectures on the elements of*

chemistry. Essa obra foi publicada de seus manuscritos, com origem em algumas palestras dadas entre os anos de 1766 e 1797, na Universidade de Edimburgo, as quais dirigia muita atenção à natureza do calor. Esses manuscritos tiveram sua publicação em 1807. Ambos os pontos de vista sobre a natureza do calor são considerados, mas deixa claro no final de seu trabalho sua consideração de que, tratar o calor como uma substância peculiar, é mais provável de ser aceita (BLACK, 1807).

Diante destas duas perspectivas que acabamos de abordar, começasse a busca por uma interpretação mais clara da natureza do calor. Passemos agora a verificar algumas dessas tentativas e como foram, de fato, utilizadas em seguimento ao desenvolvimento da termodinâmica.

6.1 Lavoisier e a teoria materialista do calor

Realmente, pensar no calor como uma substância faz sentido, e muitas vezes ainda o fazemos implicitamente nos estudos de calorimetria quando calculamos a “quantidade de calor transferida de um corpo a outro”. Se, de fato, não refletirmos sobre o que estamos calculando, ou se não instigarmos tal reflexão em nossos alunos, com frequência pode-se imaginar esta quantidade como um fluxo de substância passando de um corpo a outro. Aliás, a ideia parece iludir bem nossos sentidos, parece até mais fácil entender ou explicar um exercício de equilíbrio térmico entre dois corpos com esta ideia. Imaginar um fluxo de partículas saindo de um corpo e entrando em outro. Tanto é comum que podemos encontrar na História da Ciência teorias inteiras desenvolvidas com a ideia de calor como substância, por exemplo, na teoria de S. Carnot e E. Clapeyron, como ainda veremos. Teorias essas que, em parte, utilizamos até hoje. Assim, faz sentido, e fez, pensar no calor como uma partícula. Veremos, em seguida, como Lavoisier elaborou sua teoria em consideração a natureza do calor como uma substância. Mas devemos levar em consideração que já haviam ideias referentes a concepção materialista do calor.

Um bom representante da visão materialista foi Pierre Gassendi (1592-1655), filósofo e matemático francês, que ainda fazia pesquisas sobre os fenômenos da natureza, por exemplo, participou em experimentos para medir a velocidade do som no ar. Ele era convicto de que o calor consistia em um tipo especial de partícula que poderia penetrar nos interstícios dos átomos da matéria ordinária (LINDSAY, 1975).

Para Gassendi o calor poderia produzir aquecimento, queima, e a sensação de dor, por sua entrada nos poros da pele e a penetração em todas as partes do corpo. Caracterizava o calor como uma partícula que deveria ter massa, forma, e movimento que poderia penetrar nos corpos. Dando uma explicação puramente qualitativa, e fazendo referência aos filósofos gregos, como Demócrito e Epicuro, usa o termo *átomo de calor* ou *átomo calorífico*, pois eles possuem o poder de gerar o calor

nos corpos quando são incorporados. Explica que a sensação que sentimos de um corpo quente é devido à emissão dessas partículas caloríficas, que podem, ainda, gerar a chama ou o fogo dependendo de sua intensidade de emissão (LINDSAY, 1975).

Na busca de uma melhor interpretação para a natureza do calor, em 1789, Lavoisier escreve seu *Traité Élémentaire de Chimie*, onde elabora sua teoria do calórico, desta vez, como um defensor da teoria materialista do calor. Teoria que, apesar de cobrir a explicação da maior parte dos fenômenos térmicos, não explicava como o atrito poderia “excitar” o calor em um corpo⁴⁹.

Para Lavoisier o calórico seria um fluido cujas partículas se repelem entre si e são atraídas pela matéria. Essa força de repulsão poderia contrabalancear as atrações gravitacionais entre as partículas e impedir o colapso da matéria. Essa teoria, assim, forneceria uma solução clara ao problema da expansão no aquecimento e a contração no resfriamento. O átomo seria circundado por uma nuvem de calórico cuja densidade diminuiria com a distância mais rapidamente que a força de atração gravitacional (ELKANA, 1977).

Segundo Lavoisier (1789), não podemos designar e expressar causa e efeito pela mesma grandeza, em palavras mais justas, o calor que sentimos, que seria a causa, pelo efeito do acúmulo dessa substância no corpo, não podem ser designados pela mesma coisa. Portanto,

nós designamos a causa do calor, o fluido elástico que o produz, pelo nome de calórico (*calorique*). Independentemente do fato de que esta expressão preenche nosso objeto no sistema que adotamos, tem ainda outra vantagem em que ele pode se adaptar a todos os tipos de opiniões; uma vez que, a rigor, não somos obrigados a supor que o calórico é um material real: é suficiente, como será melhor compreendido pela leitura que se segue, que deveria ser alguma causa repulsiva que empurra as moléculas da matéria, e pode, assim, prever os efeitos de uma maneira abstrata e matemática (LAVOISIER, 1789, p. 5, tradução nossa).

Lavoisier ainda explica que esta substância age nos corpos penetrando nos espaços vazios e, dependendo da quantidade de calórico que o corpo tem, podemos definir seu estado físico por uma relação entre as forças de repulsão e atração. As forças de repulsão são exercidas entre os calóricos e as forças de atração são exercidas entre os átomos do corpo.

O que acabamos de dizer deve ser suficiente para corrigir a ideia de que devemos atribuir à palavra calórico. Mas a tarefa mais difícil permanece, para fornecer ideias precisas quanto a maneira como o calórico age sobre os corpos. Uma vez que este material sutil penetra nos poros de todas as substâncias que conhecemos, e uma vez que não existam vasos de onde ele seja incapaz de escapar, e que são, portanto, incapazes de mantê-la sem perda, pode-se aprender as suas propriedades apenas através de seus efeitos, que para a maior parte são fugazes e difícil de entender. No caso de coisas que não se podem ver nem sentir, é preciso estar em guarda contra os

⁴⁹ Ideia que será utilizada por Benjamin Thompson a favor de sua interpretação do calor como movimento das partículas constituintes de um corpo.

erros da imaginação, que sempre tendem a saltar à frente para além do que é verdade e que tem que se esforçarem para ficar dentro do círculo estreito que os fatos os circunscrevem.

Acabámos de verificar que o mesmo corpo se torna sólido, líquido ou fluido aeriforme de acordo com a quantidade de calórico que tenha penetrado, ou, para dizer de forma mais rigorosa, dependendo se a força de repulsão dos calóricos é igual à atração das moléculas, ou mais forte do que esta, ou mais fraca do que esta (LAVOISIER, 1789, p.6-7, tradução nossa).

A teoria do calórico tinha um enorme poder de explicação que cobria a maior parte dos fenômenos térmicos notados nesta época. Podemos citar alguns pontos que contribuíram a favor da teoria do calórico: a) os cálculos de escoamento do fluxo de calórico, passando de um corpo a outro, eram aparentemente mais simples nesta interpretação, ao invés de considerar o movimento simultâneo de um grande número de partículas; b) o calórico era considerado um elemento que participava das reações químicas; c) o êxito de sua aplicação em algumas teorias, principalmente na obra sobre o rendimento das máquinas térmicas de Sadi Carnot, de 1824 (PÁDUA, *et al*, 2008). Acrescentamos ainda outro que está relacionado ao pensamento de Ciência realista dos fenômenos da natureza, pois temos sempre a necessidade de concretizar o abstrato, ou seja, o que não podemos ver.

No entanto, esta linha de pensamento não explicava como o atrito poderia gerar calor. Sabemos que, dois corpos, quando atritados por algum tempo aumentam suas temperaturas. De acordo com a teoria do calórico, o aumento de temperatura é resultado da absorção de calórico. Para melhor entendermos, podemos imaginar a perfuração de um cilindro de metal por uma broca. Neste caso haverá aquecimento tanto da broca como do cilindro de metal. E quanto mais tempo atritarmos um contra o outro, mais altas serão suas temperaturas. Duas questões surgem neste momento: 1) de onde veio o calórico em excesso, já que os dois corpos se aqueceram? 2) Um corpo pode ter tanto calórico assim para transferir a outro corpo e não se esfriar, parecendo, neste caso, ser uma fonte inesgotável? É claro que ainda não era clara a ideia da interconvertibilidade de trabalho em calor, que neste caso, esse excesso de “calor” seria produzido por uma ação mecânica.

Existia, ainda, a dificuldade em relacionar a teoria do calórico aos fenômenos da irradiação, que somente cinquenta anos depois adquiriria sua interpretação com os experimentos sobre as transformações diretas ou indiretas do calor em efeitos mecânicos (ELKANA, 1977).

6.2 Benjamim Thompson e Humphry Davy: experimentando a natureza dinâmica do calor

Em defesa a ideia de calor como movimento, anteriormente a B. Thompson e Davy, podemos encontrar a proposta de 1620 de Francis Bacon, um grande defensor dessa vertente. A partir da

observação de que fortes percussões geravam aumento de temperatura, ele chegou a ideia de que calor deveria ser interpretado como o movimento interno das pequenas partículas que constituem o corpo (PÁDUA; PÁDUA; MARTINS, 2009).

Robert Boyle também descreve o calor pelo movimento das partes que constituem um corpo. Ele mostra através de algumas experiências propostas que o calor deveria ter sua origem no efeito mecânico da matéria, denominando de corpos quentes aqueles que possuem grande agitação de suas partículas. Estes sensíveis experimentos são explicados enfatizando a sua concepção da natureza do calor. O primeiro que podemos citar diz respeito a observação da movimentação da água de acordo com a sua temperatura; quando está fria à vemos calma, mas quando a sentimos quente podemos observá-la inquieta. Do aquecimento da água, além de sua agitação, afirmou que se pode observar movimentos confusos, bolhas e ruídos. Essa água quente quando é colocada em contato com outro corpo, por exemplo, manteiga ou óleo coagulado, pode fazê-los derreter. Outro exemplo que podemos citar diz respeito a observação indireta da movimentação das partículas de um corpo quente. Em um ferro muito aquecido não podemos ver a movimentação de suas partes, mas quando gotas de água ou de saliva são colocadas em contato, pode-se inferir seu movimento pelo ruído e agitação que as gotas fazem (LINDSAY,1975).

Desta forma, anteriormente aos trabalhos de Thompson já existiam certas opiniões a favor da natureza dinâmica do calor. No entanto, apesar dos experimentos sensíveis nos mostrar, de alguma maneira, que calor pode ser constituído pelo movimento das partes de um corpo, existiam outros experimentos, também sensíveis, que mostravam o inverso, que calor poderia ser concebido como uma substância. Necessitava, então, de uma prova mais contundente de alguma dessas vertentes. Hoje sabemos, pela termodinâmica, que calor é uma forma de energia que é transferida através das fronteiras de um sistema motivado pela diferença de temperatura entre o sistema e suas vizinhanças, fluindo da temperatura mais alta para a mais baixa, e que ainda pode ser associado ao movimento caótico das moléculas. No entanto, esta interpretação somente viria após a década de 1850. Até a sua interpretação contemporânea, as duas noções ainda seriam utilizadas, e, de certa forma, contribuiriam para o desenvolvimento da termodinâmica e do conceito de energia.

Paralelamente ao trabalho de Lavoisier sobre o calórico, Benjamin Thompson (Conde Rumford), vinha trabalhando em sua teoria do calor como movimento. De origem britânica e carreira militar, Rumford sempre teve seus estudos relacionados às questões práticas, como as armas de fogo, canhões e o desenvolvimento de novos aparelhos.

Em 1798 Rumford escreve *An Inquiry concerning the Source of the Heat wich is Excited by Friction*, onde apresenta quatro experimentos, que, segundo ele, seriam as provas necessárias para a comprovação da natureza do calor, o qual estaria relacionado ao movimento das partes da matéria.

Devemos enfatizar que Rumford já vinha trabalhando nesta ideia desde 1778, enquanto estudava a pólvora e as armas de fogo. Nesta época já havia observado que a temperatura dos projéteis, ao deixarem o canhão, era muito alta, e isso não ocorreria simplesmente pela explosão, mas também, pelo atrito causado pelo movimento da bala no cano da arma. E a partir desse momento iniciou suas investigações sobre a produção de calor por atrito, deixando-nos sua conclusão sobre a natureza do calor por meio de seu trabalho de 1798.

Inicia seu artigo mencionando a proveniência de sua instigação quanto ao fenômeno da geração de calor por atrito na perfuração das armas de metal. Estava surpreendido pela alta quantidade de calor adquirido pelo metal, em um curto intervalo de tempo, ao ser perfurado por uma broca. Rumford acreditava que a meditação sobre tal efeito poderia contribuir de alguma forma com o esclarecimento da natureza do calor, investigando se, de fato, podemos interpretá-lo como um fluido ígneo. Assim, propõe a investigação da seguinte questão: “de onde vem o calor efetivamente produzido na operação mecânica mencionada?” (THOMPSON, 1870, p. 471–472).

Por meio de alguns experimentos com a perfuração do metal verificou se tal grande quantidade de calor provinha da ação mecânica. Thompson certamente já tinha em mente que o grande aumento de temperatura era fornecido pela fricção da broca com o metal, no entanto, precisaria comprovar tal fato. Então, por meio de refutações começou a investigar se o calor poderia ser proveniente das lascas metálicas que eram separadas pela ação da broca. Depois verificou se o ar que circundava o aparato poderia tê-lo fornecido. E para eliminar a ação do ar, colocou imerso o aparato em água e verificou se essa, por sua vez, seria a substância responsável pelo fornecimento de calor (THOMPSON, 1870).

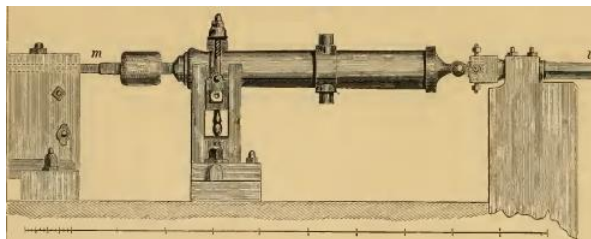


Figura 42 - Experimento de Thompson
Fonte: Thompson (1870, p. 492)

O primeiro experimento consistia em determinar a quantidade de calor gerado pelo atrito da ação da broca no cilindro de metal, cuja pressão que fazia contra ele era equivalente a um peso de 1000 libras e que girava em uma taxa de aproximadamente 32 rotações por minuto, em um mecanismo que utilizava o trabalho de cavalos. Para evitar perdas de calor o aparato foi protegido inteiramente por um revestimento, impossibilitando o contato com o ar frio do ambiente. Após 960 revoluções o trabalho foi interrompido com o termômetro marcando um valor de 130°F. Em seguida, com o

objetivo de verificar a quantidade de calor que escapava do cilindro, anotou os valores da queda de temperatura com o tempo.

		The Heat, as shown by the thermometer, was
Thus at the end of 4 minutes	.	126°
after 5 minutes, always reckoning from the first observation	.	125
at the end of 7 minutes	.	123
12 "	.	120
14 "	.	119
16 "	.	118
20 "	.	116
24 "	.	115
28 "	.	114
31 "	.	113
34 "	.	112
37½ "	.	111
and when 41 minutes had elapsed	.	110

Figura 43 - Tabela com os valores obtidos do experimento
Fonte: Thompson (1870, p. 477).

Thompson afirmou, por meio dos valores encontrados, que a quantidade de calor fornecida, que equivaleria a elevar a temperatura de 70°F, 113 lb do cilindro de metal, seria capaz de derreter 6,5lb de gelo, ou ferver aproximadamente 5 lb de água.

Retirando todo o pó de metal que foi liberado durante a perfuração, que foi equivalente a uma massa de aproximadamente 837 *grains*, investiga se esse calor pode ter sido proveniente dessas lascas metálicas ocasionada pela modificação de sua capacidade de calor. Tal quantidade de calor deveria ter sido proveniente das partículas de metal que se soltaram se, e somente se, sua capacidade térmica tivesse sido modificada. Isso porque, de acordo com a teoria do calórico, quando um corpo fornece uma quantidade de calor a outro corpo, perde um determinado número de calórico, situação que faria diminuir sua capacidade calorífica.

Como estas lascas metálicas têm uma massa muito baixa relativa à massa total do cilindro, o que equivaleria a 1/948 da massa total do sistema, essa capacidade de calor não pôde, segundo Thompson, ser sensivelmente modificada, visto a alta variação de temperatura sofrida pelo sistema durante a produção de atrito.

Visto que as lascas metálicas não puderam fornecer a quantidade de calórico mencionada, começa a investigar, a partir de um segundo experimento se o ar foi o responsável pela transferência de calor, ou ainda, de calórico.

O experimento consistia em eliminar o contato do ar com a broca e o cilindro no ponto de perfuração. Thompson isolou o sistema, de tal forma que impedisse que o ar entrasse em contato com o furo do cilindro. Fazendo todas as medições, como no primeiro experimento, não conseguiu

verificar modificações significativas na quantidade de calor gerado pela fricção com o isolamento do ar.

O terceiro e quarto experimentos consistiram em verificar se a geração de calor por atrito poderia ser impedida ou modificada quando o cilindro estivesse imerso na água. Desta forma, emergiu o cilindro em um caixa contendo água deixando sem contato apenas a parte que a broca perfura o cilindro. Verificou que, tanto a água, como o cilindro eram aquecidos, de tal maneira que o calor não poderia ser proveniente da água, senão, unicamente, pela fricção.

Após fazer essa série de experimentos com o intuito de investigar a possibilidade de proveniência do calor, que não gerado pelo atrito, forneceu a seguinte conclusão, e que se faz interessante lermos em suas palavras:

Ao meditar sobre os resultados de todas estas experiências, somos naturalmente levados a essa grande pergunta que tantas vezes tem sido objeto de especulação entre os filósofos; a saber:

O que é Calor? Existe alguma coisa como um *fluido ígneo*? Existe alguma coisa que pode com propriedade ser chamado *calórico*?

Vimos que uma quantidade considerável de calor pode ser excitada na fricção de duas superfícies metálicas, e fora dado em fluxo constante ou fluxo *em todas as direções*, sem interrupção ou intervalo, e sem quaisquer sinais de diminuição ou exaustão.

De onde veio o calor que foi continuamente dado dessa maneira nas experiências anteriores?

Foi fornecida pelas pequenas partículas de metais, destacados das massas sólidas maiores, ao ser friccionadas? Isso, como já vimos, não poderia ter sido o caso.

Foi fornecido pelo ar? Isso não poderia ter sido o caso; pois, em três experiências, a máquina a ser mantida imersa em água, o acesso do ar da atmosfera foi completamente evitado.

Foi fornecido pela água que cercaram a máquinas? Que isso poderia não ter sido o caso é evidente: *em primeiro lugar* porque essa água estava continuamente *recebendo Calor* do maquinário, e não poderia, ao mesmo tempo *dar*, e *receber calor* da mesma entidade; e, *em segundo lugar*, porque não havia decomposição química de qualquer parte desta água. Teve qualquer lugar tal decomposição tomada (que, na verdade, não poderia ter sido o esperado), um de seus componentes fluidos elásticos (provavelmente ar inflamável) deve, ao mesmo tempo ter sido posto em liberdade, e, ao fazer a sua fuga para o atmosfera, teria sido detectado; mas embora eu frequentemente tenha examinado a água para ver se algumas bolhas de ar se levantavam através dela, e tinha até feito os preparativos para captura-las, a fim de examiná-las, se algo devesse aparecer, não pude perceber; nem havia qualquer sinal de decomposição de qualquer natureza, ou outro processo químico, acontecendo na água.

É possível que o Calor poderia ter sido fornecido por meio da barra de ferro ao fim do qual a broca de aço sem corte foi fixada? Ou pelo pequeno pescoço da arma de metal pelo qual o cilindro oco uniu-se ao canhão? Estas suposições aparecem mais improváveis ainda que qualquer uma das anteriores mencionadas; pois o Calor ia continuamente, ou *para fora da máquina* por ambas as passagens, durante todo o tempo que o experimento durou.

E, no raciocínio sobre este assunto, não devemos esquecer de considerar essa circunstância mais notável, que: a fonte do Calor gerado pelo atrito, nestas experiências, apareceu evidentemente ser *inesgotável*.

Difícilmente, é necessário acrescentar, que qualquer coisa, que qualquer corpo *isolado*, ou sistema de corpos, podem continuar a fornecer *sem limitação*, não pode,

possivelmente, ser uma *substância material*; e parece-me ser extremamente difícil, se não impossível, formar qualquer ideia distinta de qualquer coisa capaz de ser excitada e comunicada, da maneira pela qual o Calor estava sendo excitado e comunicado nestes experimentos, a não ser que seja MOVIMENTO.

Estou muito longe de pretender saber como, ou por quais meios ou dispositivos mecânicos, qual tipo particular de movimento nos corpos, o qual foi suposto em constituir o Calor que é excitado, continuado e propagado; e eu não devo presumir os problemas para a sociedade com meras conjecturas, em especial sobre um assunto que, durante tantos milhares de anos, os filósofos mais iluminados têm se esforçado, mas em vão, de compreender.

Mas, embora o mecanismo de Calor deve, de fato, ser um daqueles mistérios da natureza que estão além do alcance da inteligência humana, isto não deve, de nenhuma maneira, nos desencorajar ou mesmo diminuir o nosso ardor, em nossas tentativas de investigar as leis das suas operações. Até que ponto podemos avançar em qualquer um dos caminhos que a Ciência abriu para nós, antes que nos encontramos envoltos nessas névoas espessas que por todos os lados destinam ao horizonte do intelecto humano? Mas como amplo e quão interessante é o campo que nos é dado para explorar!

Ninguém, certamente, em seus sentidos sóbrios, jamais pretendeu compreender o mecanismo da gravitação; e, contudo, as descobertas sublimes que do nosso imortal Newton permitiu fazer, pela simples investigação sobre as leis da sua ação!

Os efeitos produzidos no mundo pela agência do Calor são provavelmente *tão extensos* e tão importantes, como aqueles que são devidos à atração das partículas de matéria em relação umas às outras; e não há dúvida, mas suas operações são, em todos os casos, determinadas por leis igualmente imutáveis.

Antes de terminar este ensaio, não poderia deixar de observar que, embora, ao tratar do assunto que procurei investigar, não fiz nenhuma menção dos nomes dos que têm passado sobre o mesmo chão antes de mim, nem do sucesso de seus trabalhos, essa omissão não foi devido a qualquer falta de respeito para com os meus predecessores, mas foi apenas para evitar prolixidade, e para ter mais liberdade para prosseguir, sem interrupção, o curso natural de minhas próprias ideias (THOMPSON, 1870, p. 488–491, tradução nossa).

De suas conclusões, devemos refletir sobre sua afirmação de que a fonte de calor pareceria inesgotável nessas experiências. Poderíamos questioná-lo afirmando que os corpos apresentam um número muito grande de calórico, o qual foi fornecido ao maquinário, e, por essa razão, aparentemente foi inesgotável, o que também não é passível de comprovação. O problema certamente reside no fato da não relação da transferência de calor com o esforço mecânico, que por sua vez, existe um limite. Isso implica, ainda, que sua racionalização sobre o fenômeno se fundamenta na não existência de um princípio de conservação, principalmente por sua afirmação de que a fricção entre dois corpos seria uma fonte inesgotável.

Os experimentos de Rumford, certamente, explicariam uma vasta gama dos problemas de natureza térmica da época. Além de sua “comprovação” da não existência do calórico, demonstrou que o movimento do próprio líquido é responsável pelo transporte de calor, e ainda que mesmo em uma temperatura constante nos fluidos existia um movimento interno, e com uma brilhante argumentação demonstrou que não deveria existir o zero absoluto como um resultado de sua teoria que afirmava o calor como um movimento (ELKANA, 1977). Mas devemos ainda acrescentar, que essas ideias não consideraram uma lei de conservação, a qual necessitaria ainda de uma relação com

a ação mecânica, ou o trabalho, e que somente seria fundamentada, anos depois, por meio dos estudos das máquinas térmicas.

Outro personagem importante que contribuiu com a teoria dinâmica do calor foi Humphry Davy, quem levou a química a um novo patamar na Inglaterra no século XVIII. Em sua obra publicada em 1799 *An Essay on Heat, Light and the Combinations of Light*, também afirma que o calor não pode ser uma substância material, mas sim uma forma de movimento, e que ainda considerou ter demonstrado.

A matéria tem o poder da atração. Através deste poder, as partículas tendem a se aproximar, e a existir em um estado de contiguidade. As partículas de todos os corpos que conhecemos podem tornar-se mais próximas umas das outras através de meios peculiares, isto é, a gravidade específica de todos os corpos pode ser aumentada se diminuirmos suas temperaturas. Portanto (se supomos a impenetrabilidade da matéria), as partículas dos corpos não estão em contato. Deve haver sobre os corpúsculos dos corpos um outro poder que impede o seu contato; podemos chamá-lo de repulsão. Os fenômenos da repulsão têm sido explicados pela maior parte dos filósofos químicos em termos de um fluido elástico peculiar, ao qual tem sido dado o nome de calor latente, ou ainda de calórico. Os modos de existência dos corpos, sólido, fluido e gasoso dependem, de acordo com os caloristas, da quantidade de fluido que entra em sua composição; esta substância se insinua por entre os corpúsculos e os separa, impedindo seu verdadeiro contato, sendo esta, segundo eles [caloristas], a causa da repulsão.

Já outros filósofos, insatisfeitos com as evidências produzidas a favor da existência deste fluido, e atentos à geração de calor por atrito e percussão, propõe que ele [calor] seja movimento.

Supondo que, para a filosofia, a descoberta da verdadeira causa do poder repulsivo é muito importante, eu me propus a investigar esta parte da Ciência química através de experimentos: a partir destes experimentos, cujos detalhes narrarei a seguir, eu concluo que o calor, ou o poder da repulsão, não é matéria (DAVY, 1799, p. 1-2).

A teoria do calor de Davy se fundamenta em um experimento de atrito entre dois blocos de gelo. Inicialmente estes blocos de gelo se encontram em uma temperatura inicial de $-1,6^{\circ}\text{C}$ e são atritados entre si até que se transformem em água a uma temperatura de $1,7^{\circ}\text{C}$. Como sabemos o calor específico da água é maior que o do gelo, assim se o aumento de temperatura fosse devido a existência do calórico deveria haver diminuição do calor específico na transformação do estado sólido para o estado líquido. Esta ideia se justifica pela teoria do calórico, pois haveria um consumo dessa substância como condição necessária para ocorrer a transformação. No entanto, como o calor específico da água é maior que o do gelo, Davy conclui que o aumento de temperatura foi devido exclusivamente ao atrito, ou seja, há uma transferência de movimento para as partículas.

Obtive dois paralelepípedos de gelo a temperatura de 29° [Fahrenheit, próximo a $-1,6^{\circ}\text{C}$], longo seis polegadas [15 cm], alto duas [5 cm] e profundo dois terços de polegada [1,7 cm]; estes são conectados por um fio de ferro a duas barras de ferro. Em virtude de um mecanismo peculiar, as suas superfícies foram colocadas em contato e mantidas em um esfregamento contínuo e violento por alguns minutos. Os dois paralelepípedos foram convertidos quase inteiramente em água, a qual foi recolhida,

e sua temperatura resultou ser de 35° [F, próximo a 1,7°C] após ser mantida em uma atmosfera a baixa temperatura por alguns minutos. A fusão ocorreu apenas ao plano de contato entre os dois pedaços de gelo e nenhum outro corpo foi esfregado a não ser o gelo. Deste experimento é evidente que o gelo, mediante esfregamento, vem convertido em água e que, segundo a suposição por nós feita, a sua capacidade [de calor] vem diminuída; mas é bem notado que a capacidade de calor da água é muito maior do que a do gelo; e ao gelo, antes que possa ser convertido em água, é necessário adicionar uma quantidade absoluta de calor. O esfregamento, como resultado, não diminui a capacidade térmica dos corpos.

Deste experimento resulta evidente também que o aumento de temperatura em resultado do esfregamento não pode derivar da decomposição de gás oxigênio no contato, uma vez que o gelo não tenha nenhuma atração pelo oxigênio. Devido ao aumento de temperatura consequente ao atrito não pode derivar da diminuição da capacidade [térmica] ou da oxidação dos corpos agentes, a única suposição que permanece é que isso derive da adição de uma quantidade absoluta de calor que deve ser obtido pela atração dos corpos em contato. O esfregamento deve induzir, portanto, alguma mutação nos corpos, permitindo-os de atrair calor dos corpos que estão em contato (DAVY, apud ELKANA, 1977, p. 107-108, tradução nossa).

Segundo ELKANA (1977) existem as seguintes implicações sobre o experimento de Davy: a) sendo uma de suas primeiras obras, foi elaborado sem um *background* científico adequado, sobre a base de uma aceitação apriorística da teoria dinâmica do calor; b) as suas provas experimentais se mostram duvidosas, pois não podem ser reproduzidas; c) com o passar do tempo o próprio Davy se mostrou duvidoso sobre a validade desse experimento e de sua conclusão.

Apesar de elegante, ambicioso, e que, de certa forma, refuta a teoria do calórico, devemos mostrar as dificuldades da reprodução desse experimento, de modo chegar em seus mesmos resultados: i) se os blocos de gelo estiverem cobertos por uma fina camada de água, devido a uma pequena fusão, o atrito será tão pequeno que dificilmente produzirá um trabalho; ii) se os blocos de gelo estiverem sem essa camada de água, é possível que fiquem grudados um ao outro; iii) sabemos que para existir um atrito considerável, deve existir uma força normal que assegure a coesão das duas superfícies; iv) se o ambiente se encontrar a temperatura de fusão, existe a possibilidade do recongelamento da água derretida pelo atrito; v) a quantidade de calor necessária para fundir um pequena quantidade de gelo é muito grande quando comparada ao atrito gerado entre os dois blocos (ELKANA, 1977).

Davy, mais tarde, repudiaria seu próprio artigo, e modernas investigações lançariam dúvida sobre as alegações defendidas neste ensaio. No entanto, este trabalho marca o início da defesa de Davy para a interpretação do calor como movimento. Neste sentido, vale a pena também comentarmos uma nota de Davy anexada em um artigo que Michael Faraday publicou em 1823. Esse artigo foi publicado em *Philosophical Transactions of the Royal Society*, com o título *On Fluid Chlorine*, e com a nota de Davy: *Note on the condensation of Muriatic Acid Gas into the liquid form*.

Nesse trabalho Faraday mostra como fez para liquefazer o gás cloro por aquecimento em um recipiente fechado por meio de um método proposto por Davy. Segundo a teoria, o aquecimento em um recipiente fechado aumenta o movimento molecular, fazendo com que as partículas fiquem mais próximas, de modo que, por sua atração natural, tenha a possibilidade de produzir a modificação do estado físico gasoso para o estado líquido. Por outro lado, de acordo com a teoria do calórico, quando um corpo é aquecido adquire mais partículas de calórico, as quais envolvem as moléculas do gás. Como vimos anteriormente, as partículas de calórico são auto repulsivas, tendendo, desta forma, separarem as moléculas do gás aquecido, ao invés de aproximá-las. Apesar de não mencionarem nada a respeito da natureza do calor, pode-se inferir um modelo dinâmico do calor, já que a teoria do calórico se apresenta contrária à sua explicação (LINDSAY, 1975).

É interessante que, mesmo depois da divulgação destas ideias sobre a natureza dinâmica do calor, que de certa forma, comprovariam esta tese, o calórico ainda seria utilizado em diversos outros trabalhos científicos de grande importância para o desenvolvimento da termodinâmica e, por sua vez, para o desenvolvimento do conceito de energia. O que nos mostra que, apesar da genialidade e do sucesso dos trabalhos de Thompson e Davy, estes não seriam, de fato, decisivos a pseudodisputa entre as vertentes. Como um exemplo, podemos citar o trabalho de Sadi Carnot, de 1824, o qual partiu do princípio de conservação da quantidade de calórico para desenvolver o funcionamento teórico de eficiência máxima de uma máquina térmica.

Mas, afinal, qual é a diferença entre as duas teorias do calor, ou seja, no que se diferencia afirmar que calor pode ser interpretado como uma substância material ou força viva das partículas da matéria?

As diferenças vimos com Lavoisier e Rumford, mas o que percebemos de semelhante entre as duas é que podemos dizer que o conceito de calórico é uma tentativa teórica de afirmar que quando o calor não é mais sensível, ele é disperso, mas não eliminado definitivamente. Este não foi introduzido em forma axiomática e rígida, como próprio Lavoisier afirma, é um conceito fluido, que pode ser alterado ainda se a sua denominação permanece inalterada. E também o conceito de “movimento”, quando se consideram as transformações em quantidades diversas, como o calor, não é mais o movimento sensível e macroscópico, não é mais o mesmo movimento, perfeitamente reversível, do qual se ocupa a mecânica clássica.

Uma questão surge neste momento da história: como podemos explicar as relações existentes entre fenômenos visivelmente distintos, mas que podem ser relacionados de alguma forma na natureza? Como por exemplo, a transformação da força viva de um corpo em queda livre em aumento de temperatura após sua queda em uma superfície qualquer, ou ainda, o calor liberado pela queima do carvão se transformando no movimento de uma máquina. Certamente o esclarecimento dessa

questão viria com o estudo das máquinas térmicas, diante da possibilidade de interconvertibilidade entre calor e trabalho.

Assim, podemos perceber que a termodinâmica contribui por mostrar-nos as possibilidades de equivalência entre os tipos de “forças” da natureza, iniciando com a relação entre movimento e calor, a qual abre caminho para novos equivalentes. Não podemos ainda esquecer que o conflito entre as duas teorias de calor proporcionara ideias concernentes a conservação de algo em meio as modificações. Seja o calórico que a força viva, estas devem ser conservadas durante os processos de modificação dos estados dos corpos.

6.3 Sadi Carnot: uma teoria científica para o funcionamento das máquinas térmicas

Podemos dizer que a termodinâmica foi a nova Ciência do século XIX, mais precisamente o ano de 1824 marcou seu nascimento com a obra do engenheiro francês Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796 – 1832). Este trabalho é considerado um dos mais importantes da Termodinâmica, principalmente pela possibilidade de desenvolvimento das duas primeiras leis dessa Ciência. Provavelmente, ele foi o primeiro a entender de forma significativa o papel do calor no funcionamento das máquinas térmicas, apesar de ainda ter usado a teoria do calórico, fato que não permitiu a inclusão de um princípio de interconvertibilidade, se afastando do modelo de conservação da energia, adotado apenas anos depois.

A primitiva termodinâmica era definida como sendo a Ciência que lidava com os efeitos mecânicos devido aos fenômenos de calor, ou ainda, do calor produzido por agentes mecânicos. Naquele tempo o objetivo principal dos engenheiros era o de realizar a melhoria das máquinas térmicas, que ofereciam um número muito grande de dados empíricos para calcular o calor de evaporação, ou pressão de vapores de diferentes substâncias como função da temperatura. A eficiência de uma máquina térmica era calculada a partir do trabalho obtido pelo vapor produzido. No entanto, ainda faltava uma teoria científica que explicasse o funcionamento dessas máquinas e que as possibilitasse de se tornar mais eficientes.

Mas a questão que devemos nos ater neste momento estão relacionadas às contribuições que o trabalho de Carnot forneceu ao desenvolvimento da termodinâmica, principalmente no que diz respeito a implementação de uma teoria científica para as máquinas, ideia fundamental para o desenvolvimento do conceito de energia nos moldes da teoria dinâmica do calor.

Sadi Carnot nasceu em Paris no ano de 1796, local onde se tornou oficial de carreira. Em 1816 abandonou o exército para dedicar-se aos estudos das máquinas térmicas. Em sua obra intitulada *Réflexions Sur La Puissance Motrice Du Feu Et Sur Les Machines Popres A Développer Cette*

Puissance, publicada originalmente em Paris, em 1824, teve como principal objetivo construir uma teoria científica para as máquinas térmicas que permitissem responder as seguintes questões: a) a potência motriz⁵⁰ do calor é limitada?; b) o aperfeiçoamento da máquina tem um limite?; c) existe alguma outra substância melhor que o vapor de água para desenvolver a potência motriz da máquina? (CARNOT, 1824).

Apesar de seu modelo ser construído baseando-se na conservação da quantidade de calórico, existem algumas passagens que demonstram uma aproximação à uma lei de conservação, ou seja, a primeira lei da termodinâmica, principalmente em seus escritos posteriores à essa obra, publicado anos mais tarde, após a sua morte, por seu irmão. Nas *Reflexões*, apresentaremos sua aproximação a ideia de conservação, mesmo que não seja tão esclarecedora devido a inexistência de uma explicação e interpretação física. Já em seus póstumos manuscritos, a ideia se sustenta por seu abandono definitivo a teoria do calórico, considerando calor como movimento.

Para a segunda lei da Termodinâmica, Carnot contribuiu com a formulação da ideia de que não é possível produzir trabalho mecânico com uma máquina térmica sem que exista a transferência de calor de um corpo quente a um corpo frio. Este enunciado foi o ponto de partida para os trabalhos de William Thomson e Rudolf Clausius, na década de 1850, para a primeira moderna formulação da segunda lei.

Além dessas importantes realizações científicas, em termos práticos o trabalho de Carnot contribuiu com uma teoria que possibilitasse a economia de combustíveis para as máquinas térmicas e a otimização do funcionamento dessas máquinas.

Para um melhor entendimento dessas contribuições veremos, desta vez, como Carnot desenvolveu sua teoria para o alcance de seus objetivos, comentando algumas passagens de sua obra.

Carnot inicia as suas *Reflexões* contextualizando a importância e os avanços das máquinas térmicas, afirmando que seu estudo teórico é de interesse, pois sua importância é imensa e suas aplicações aumentam a cada dia, estando estas destinadas a produzir uma grande revolução no mundo civilizado. Se rendeu conto da importância que as máquinas térmicas estavam dando, principalmente à Inglaterra, constatando que o assunto não estava sendo tratado em termos suficientemente gerais (CARNOT, 1824).

Ainda em sua introdução contextual podemos ler seu problema de estudo que está focado em fornecer uma metodologia científica para as máquinas de fogo, uma vez que afirma que seu avanço e aperfeiçoamento estão sendo conduzidos quase por acaso

⁵⁰ Carnot a utiliza como medida do trabalho realizado pela expansão ou compressão do gás a uma determinada pressão, com o produto $p dv$. O termo significa trabalho, mas somente veio a ser sugerida com esse nome alguns anos depois por Poncelet e Coriolis.

Com frequência se tem debatido a questão de saber se a potência motriz do calor é limitada; se os aperfeiçoamentos das máquinas de fogo têm um limite, que a natureza das coisas impede transpassar por qualquer meio, ou se pelo contrário, estes aperfeiçoamentos são suscetíveis a uma extensão indefinida. Também se tem buscado durante muito tempo, e hoje ainda se busca, se não existiram agentes que sejam melhores que o vapor de água para desenvolver a potência motriz do fogo; se o ar atmosférico, por exemplo, não poderia apresentar grandes vantagens para isso. [...] As máquinas que não recebem seu movimento do calor, aquelas que têm por motor a força dos homens ou animais, caídas de água, correntes de ar, etc., podem ser estudadas em seus mais pequenos detalhes mediante a teoria mecânica. Todos os casos estão previstos, todos os movimentos imagináveis estão apresentados à princípios gerais solidamente estabelecidos e aplicáveis em todas as circunstâncias. Este é o caráter de uma teoria completa. Entretanto, para as máquinas de fogo falta uma teoria semelhante. (CARNOT, 1824, p.6-8, tradução nossa).

Desta forma, Carnot achou necessário uma teoria que satisfizesse as explicações do funcionamento das máquinas térmicas, assim como a mecânica pode explicar o funcionamento dos motores movidos por fontes diferentes, como por exemplo, pelos ventos, pelas correntes de água ou pela ação animal.

O funcionamento da máquina, ou a produção de movimento, se fundamenta na teoria da conservação do calórico, como já havíamos mencionado anteriormente. Carnot explica que o movimento da máquina é devido, exclusivamente, a passagem do calórico do corpo mais quente para o corpo mais frio. O calórico desenvolvido pela combustão atravessa as paredes da caldeira e se incorpora ao vapor que, por sua vez, move o cilindro promovendo uma determinada potência motriz. Em seguida o vapor entra em contato com o condensador se liquefazendo. A água do condensador terá, desta forma, absorvido o calórico desenvolvido pela combustão. Segundo Carnot, a possibilidade de conservação está no fato de que o ar que foi queimado sai pela chaminé da máquina depois de ter realizado o trabalho com uma temperatura menor relativa a qual adquiriu durante a combustão, e ainda, a água do condensador aumenta a temperatura após ter realizado a sua função (CARNOT, 1824).

A produção de potência motriz nas máquinas a vapor, não é devido ao consumo real de calórico, *mas ao seu transporte de um corpo quente a um corpo frio*, ou seja, ao reestabelecimento de seu equilíbrio que se supõe quebrado por qualquer causa, por uma ação química como a combustão, ou por qualquer outra (CARNOT, 1824, p. 10-11, tradução nossa).

Carnot enfatiza que a produção de potência motriz desenvolvida na máquina está vinculada a existência de duas fontes de calor a temperaturas diferentes, e que o vapor de água, ou qualquer outra substância que se utilize, tem a função de transportar o calórico, seja pela modificação de seu estado físico, bem como, por dilatação e contração (no caso de corpos que não modificam o estado). Desta forma, existindo uma diferença de temperatura é possível produzir potência mecânica, não pelo consumo do calórico, mas pelo seu transporte do corpo quente ao corpo frio. Ou seja, existe a

necessidade da existência de dois corpos a diferentes temperaturas para que haja a possibilidade de produção de trabalho. Ainda, em outras palavras, não se pode realizar trabalho motor, tendo a máquina, apenas uma fonte térmica.

Evidentemente o calor não pode ser a causa do movimento senão em virtude das modificações do volume ou da forma que ele submete aos corpos; estas modificações não são devidas a constância da temperatura, mas as alternâncias de calor e frio; assim, para esquentar uma substância qualquer, necessita-se de um corpo mais quente que ele, para esfriar necessita de um corpo mais frio. Necessariamente o primeiro desses corpos adquire o calórico para transmitir ao segundo por meio da substância intermediária. Isso reestabelece, ou pelo menos, trata de reestabelecer o equilíbrio do calórico (CARNOT, 1824, p.14, tradução nossa).

A partir de então inicia-se a investigação de suas questões iniciais com o seguinte ensaio: se dispõe de um corpo A mantido a temperatura de 100° e de outro corpo B a temperatura de 0° ; considera-se que uma quantidade de potência motriz pode ser produzida por uma determinada quantidade de passagem de calórico do corpo mais quente ao corpo mais frio.

Diante destas considerações se pergunta se esta quantidade de potência motriz é limitada e se existe alguma substância de trabalho (por exemplo, vapor de água, ar, mercúrio, álcool) que pode apresentar alguma vantagem na produção de potência motriz. O funcionamento se dará da seguinte maneira:

- 1) O corpo A fornece o calórico para formar vapor com a mesma temperatura de A;
- 2) O vapor se expandirá dentro do cilindro provido de um pistão se esfriando espontaneamente (devido a dilatação) até que atinja a temperatura do corpo B;
- 3) O vapor em contato com B se condensará, ao mesmo tempo que será exercida uma pressão constante sobre ele até se transformar em água por completo, sem modificar a temperatura de B.

Carnot ainda afirma que seu ciclo pode ser operado em sentido inverso: tomando calórico do corpo B pode-se fazer com que se atinja a vaporização da água com ajuda de uma determinada pressão (exercendo uma força, ou seja, realizando um trabalho sobre o pistão); com essa pressão, se faz o vapor atingir a temperatura do corpo A, continuando a compressão até que se liquefaça.

Essa operação inversa é possível apenas mediante o equilíbrio da quantidade de calórico, ou seja, sua conservação. Esta ideia foi motivo de discussão por historiadores e filósofos da termodinâmica, uma vez que existiu a controvérsia do significado físico do calórico utilizado por Carnot. Esta complicação histórica teve início quando, na edição de 1911 da *Encyclopedia Britannica*, H. Callendar sugeriu que o calórico de Carnot fosse de fato a grandeza física que veio mais tarde a ser denominada como *entropia* (ELKANA, 1977). Este fato certamente nasce quando interpretamos o ciclo de Carnot baseado nas ideias modernas já fundamentadas pela termodinâmica. Por exemplo, sabemos que um sistema térmico ideal reversível conserva a entropia do sistema. Como

Carnot idealizou sua máquina pela condição de conservação do calórico, e que esta poderia ser reversível, se faz justa a analogia feita por Callendar. Se não, ao menos podemos dizer que a ideia de Carnot sobre o equilíbrio do calórico para o ciclo de uma máquina é inédita, engenhosa, e possibilitou o desenvolvimento de outras ideias e conceitos na Física, como o conceito de entropia.

Voltando a obra, Carnot faz uma importante ressalva sabendo da impossibilidade de existência de um movimento perpétuo e de uma geração infinita de força motriz: “o máximo de potência motriz resultante do emprego do vapor também é o máximo de potência motriz realizável por qualquer meio que seja” (CARNOT, 1824, p.21-22). Ou seja, para uma máquina funcionando sob duas fontes térmicas a diferentes temperaturas, para um determinado intervalo de temperatura, deveria existir um rendimento teórico insuperável. A necessária condição de máximo “é que nos corpos que são utilizados para realizar a potência motriz do calor não deva ocorrer nenhuma modificação de temperatura que não possa ser devido a modificação de volume” (CARNOT, 1824, p.23, tradução nossa).

Dessa forma, em seu ciclo, as variações de temperatura seriam exclusivamente devido às variações de volume do vapor, e que o máximo de trabalho que uma quantidade de calor poderia operar em um ciclo seria obtido quando todo o calórico fosse absorvido à temperatura mais alta e transferido à temperatura mais baixa.

No entanto as coisas não podem ocorrer rigorosamente como temos suposto. Para determinar o caminho do calórico de um corpo a outro, necessita-se primeiramente um excesso de temperatura; mas este excesso pode ser suposto tão pequeno como se queira, em teoria poderia ser suposto nulo, sem destruir a exatidão do raciocínio (CARNOT, 1824, p. 25, tradução nossa).

Para que o ciclo se repita deve-se fazer com que a temperatura da água retorne ao seu valor inicial, e isso deve ser realizado colocando-a em contato com o corpo A. No entanto, Carnot encontra a seguinte dificuldade: “desta forma existiria contato entre corpos de temperatura diferentes, e portanto, perda de potência motriz; seria impossível realizar a operação inversa, de devolver ao corpo A o calórico empregado para elevar a temperatura do líquido” (CARNOT, 1824, p. 26, tradução nossa).

A dificuldade enfatizada por Carnot reside no fato de que a inversão do ciclo só será possível mediante a conservação do calórico. A solução ao problema é dada logo em seguida, supondo que a diferença de temperatura entre os corpos A e B seja também infinitamente pequena: “a quantidade de calor necessário para levar o líquido a sua temperatura inicial seria também infinitamente pequena e desprezível em relação à necessária para originar o vapor, quantidade sempre finita” (CARNOT, 1824, p. 27, tradução nossa).

Finalmente, levando em consideração as expostas noções preliminares, para explicar o ciclo que uma máquina deve ter para que atinja a maior eficiência possível imagina um fluido elástico, que neste caso será o ar, dentro de um recipiente cilíndrico $abcd$, provido de um pistão cd ; os corpos A e B deverão ser mantidos a temperaturas constantes, devendo ser a temperatura do corpo A superior a do corpo B (CARNOT, 1824). O esquema é representado pela figura 44 e descrito como se segue:

- 1) *Contato do corpo A com o ar dentro da capacidade $abcd$, ou com a capacidade da parede, parede que suporemos transmitir facilmente o calórico. Por este contato o ar se encontra a mesma temperatura do corpo A; cd é a posição atual do pistão.*
- 2) *O pistão se eleva gradualmente e atinge a posição ef . O contato ocorre sempre entre o corpo A e o ar, o qual é mantido a uma temperatura constante durante a rarefação. O corpo A fornece o calórico necessário para manter a temperatura constante.*

Esta pode ser considerada a primeira fase do ciclo. A expansão é realizada com a temperatura do corpo A e se trata de uma transformação isotérmica.

- 3) *O corpo A é removido, e o ar não se encontra mais em contato com um corpo capaz de fornecer calor; apesar disto o pistão continua movendo-se e passa da posição ef para a posição gh . O ar é rarefeito sem receber calórico e sua temperatura diminui. Imaginemos que diminui deste modo até que seja igual à do corpo B; neste momento o pistão para ocupando a posição gh .*

Esta é a segunda fase que é realizada com o fluido isolado do ambiente externo com o qual não pode trocar calor. A expansão segue por inércia diminuindo a temperatura do fluido até que se torne igual à do corpo B. Nesta fase temos uma expansão adiabática.

- 4) *O ar é colocado em contato com o corpo B; é comprimido pelo retrocesso do pistão que é movido da posição gh a posição cd . Este ar permanece a uma temperatura constante pelo seu contato com o corpo B ao qual cede o seu calórico.*

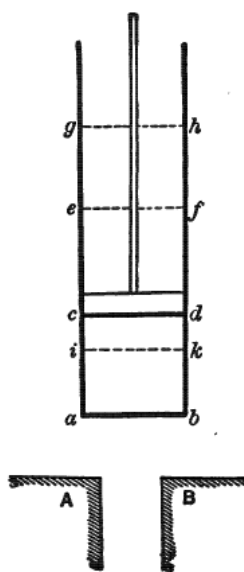


Figura 44 - Esquema que representa as possíveis posições do pistão durante a expansão e compressão gasosa I
Fonte: Carnot (1824).

Nesta terceira fase o mecanismo prevê o reestabelecimento da fase inicial. O fluido sofre compressão do exterior após o contato do cilindro com o corpo B. O condensador B fornece a garantia de uma transformação a temperatura constante, ou seja, temos uma isotérmica neste momento.

- 5) *O corpo B é separado, e continua-se a compressão do ar, que se encontra ainda isolado, elevando sua temperatura. A compressão continua até que o ar adquira a temperatura do corpo A. Durante este tempo o pistão passa da posição cd a posição ik.*

A quarta fase é a compressão do ar sem trocas de calor com o ambiente externo e aumento de temperatura pelo reestabelecimento do calórico. Aqui temos uma compressão adiabática.

- 6) *O ar é mais uma vez colocado em contato com o corpo A; o pistão retrocede da posição ik a posição ij; a temperatura permanece invariável.*
7) *O período descrito sob o número 3 se renova para sucessivamente os períodos 4, 5, 6, 3, 4, 5, 6, 3, 4, 5, e assim sucede.*

Assim, o ciclo de Carnot é constituído, em geral, de quatro fases, sendo duas transformações isotérmicas e duas adiabáticas, permitindo, desta forma, uma máxima eficiência da máquina térmica.

Ainda deve ser considerado que: a) a força elástica varia durante as modificações de volume e de temperatura; b) a temperatura é maior no movimento de dilatação do que na compressão; c) a força elástica é maior quanto maior for a temperatura e; d) a potência motriz produzida na dilatação é maior do que a consumida para produzir compressão. Carnot enfatiza que se não houver, de fato, quebra do equilíbrio do calórico, o modo estabelecido rende a máxima eficiência que uma máquina térmica possa ter.

Deste modo se obterá um excesso de potência motriz da qual poderá ser disposto para um uso qualquer. Em consequência, o ar serviu como máquina de fogo; nós temos, de fato, a empregado do modo mais vantajoso possível posto que não se tem feito nenhum reestabelecimento inútil do equilíbrio do calórico (CARNOT, 1824, p. 35, tradução nossa).

Com objetivo de melhor explicar sua tese, Carnot faz uma elegante analogia aproximando o fenômeno do calor em estudo com o da queda d'água:

Pelas noções já estabelecidas, se pode comparar com muita exatidão a potência motriz do calor com a de uma queda de água: cada um tem um máximo que não pode ser excedido, qualquer que seja, a máquina empregada para receber a ação da água, e qualquer seja a substância empregada para receber a ação do calor. A potência motriz de uma queda de água depende da altura e da quantidade de líquido; a potência motriz do calor também depende da quantidade de calórico empregado e o que chamaremos de altura de sua caída, ou seja, a diferença de temperatura dos corpos entre os quais se faz a troca de calórico. Na água, a potência motriz é rigorosamente proporcional a diferença do nível entre o reservatório superior e inferior. No calórico, a potência motriz aumenta, sem dúvida, com a diferença de temperatura entre o corpo quente e o corpo frio (CARNOT, 1824, p.28, tradução nossa).

Após a descrição do ciclo de eficiência máxima, Carnot inicia suas investigações a respeito da substância empregada para transferir o calórico. Aqui se deseja saber se a produção de potência

motriz é modificada com a substância de trabalho. Para tanto, calculou o trabalho produzido por três substâncias diferentes (ar, vapor de água e álcool) operando entre duas temperaturas fixas, a partir de uma mesma quantidade de calor recebida pelo corpo de temperatura inferior.

Inicia o primeiro cálculo utilizando o ar como substância de trabalho sob pressão atmosférica. A ideia deve ser fundamentada, para tanto, em seu ciclo anteriormente descrito, com A à temperatura de $0,0001^\circ$, e B à temperatura de 0° . Sempre em referência ao processo cíclico descrito anteriormente, o corpo A deve fornecer a quantidade calórica em duas situações distintas: 1) calor para elevar a temperatura de 1kg de ar de 0° a $0,0001^\circ$; 2) e o calor para manter essa temperatura durante a sua dilatação. Não obstante, quando comparadas, a primeira transferência de calor será insignificante em relação à segunda, e por essa razão, Carnot a despreza durante o cálculo.

Carnot considerou, por meio dos dados de M. Poisson e Gay-Lussac, que o ar aquecido deveria aumentar seu volume de $\frac{1}{116} + \frac{1}{267}$ do seu valor primitivo (CARNOT, 1824). Considerou que, por meio da regra de Gay-Lussac, para esse aumento de volume existiria um incremento de pressão de $\frac{1}{267000}$ em relação a pressão atmosférica, a qual seria 10,4 metros de coluna de água (mca). E ainda que, 1kg de ar a 0° ocupa um volume de $0,77 \text{ m}^3$ (CARNOT, 1824). Levando os dados em consideração, Carnot calculou a variação de pressão e a variação de volume sofrido pelo ar. Encontrou os seguintes valores:

$$\text{variação de pressão } (\Delta p) = \frac{1}{267000} \cdot 10,4 \text{ mca}$$

$$\text{variação de volume } (\Delta V) = \left(\frac{1}{116} + \frac{1}{267} \right) \cdot 0,77 \text{ m}^3$$

Sabendo que a potência motriz poderia ser calculada pelo produto entre essas duas quantidades, obteve o seguinte valor:

$$\text{potência motriz } (W) = \Delta p \cdot \Delta V = 0,000000372 \text{ m}^3 \cdot \text{mca}$$

Restava então saber qual o valor da quantidade de calor necessária para produzir tal potência motriz. Segundo Carnot, por meio dos experimentos de Delaroche e Bérard sobre o calor específico dos gases, se sabia que o calor específico do ar seria igual a 0,267 vezes o valor da água. Carnot considera como uma unidade a quantidade de calor necessária para elevar de 1° a temperatura de 1kg de água (CARNOT, 1824). Assim, a quantidade de 0,267 seria a quantidade de calor necessário para elevar de 1° a temperatura de 1kg de ar.

Como a potência motriz foi calculada para uma queda de temperatura de $0,001^\circ$, e temos a quantidade de calor para uma queda de 1° (mil vezes maior) de temperatura, Carnot multiplica a quantidade de trabalho encontrada anteriormente por 1000. Desta forma, 0,267 unidade de calor pode gerar 0,000372 unidade de potência motriz. “Assim 1000 unidades de calor, passando de um corpo

mantido a temperatura de 1° a um outro corpo mantido a temperatura de 0° , produzirão, atuando sobre o ar, 1,395 unidade de potência motriz” (CARNOT, 1824, p. 82, tradução nossa).

Em seguida, elabora um outro procedimento para o cálculo do equivalente calor-potência motriz em seu ciclo, desta vez, para o vapor de água como substância de trabalho. Considera um cilindro com um pistão móvel e dois corpos A e B a diferentes temperaturas. Dentro do cilindro existe, inicialmente confinado no volume $abcd$, 1kg de água em estado líquido. Sabendo que a temperatura do corpo A é de 100° e a do corpo B é de 99° , se realiza o seguinte procedimento:

- 1) Contato da água com o corpo A, movimento do pistão da posição cd para a posição ef , formação de vapor a temperatura do corpo A para preencher o vácuo produzido pela extensão do volume.
- 2) Remoção do corpo A, contato do vapor com o corpo B, precipitação e uma parte desse vapor, diminuição de sua força elástica, retorno do pistão da posição ef a posição ab , liquefação do resto do vapor através do efeito de pressão combinada com o contato do corpo do corpo B.
- 3) Remoção do corpo B, novo contato da água com o corpo A, retorno da água à temperatura deste corpo, repetição do primeiro período, e assim sucessivamente (CARNOT, 1824, p. 82-83, tradução nossa).

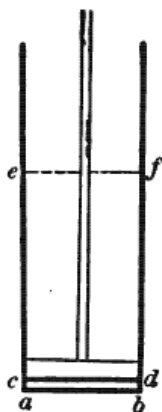


Figura 45 - Esquema que representa os movimentos possíveis do pistão durante a expansão e compressão gasosa II

Fonte: Carnot (1824).

Da mesma forma que foi feito para o ar, a quantidade de potência motriz deverá ser calculada pelo produto entre o volume do vapor pela diferença entre as pressões dos estados a temperatura do corpo A e a do corpo B.

Neste processo o calor transferido será utilizado para aquecer a água de 99° a 100° e para transformá-la em vapor durante a expansão. Como no caso anterior, Carnot despreza a quantidade de calor durante o aquecimento, utilizando apenas a quantidade necessária para a vaporização.

Para as temperaturas consideradas já se sabia que a pressão de saturação seria igual a 0,36 metros de coluna de água ou 26 milímetros de mercúrio. E também que o volume de vapor é 1700 vezes o volume da água, desta forma, para 1kg de água, teríamos $1,7 \text{ m}^3$ (CARNOT, 1824).

Então, como no caso anterior, a potência motriz pode ser encontrada pelo produto da multiplicação entre as duas quantidades:

$$W = \Delta p \cdot \Delta V = 1,7 \cdot 0,36 = 0,612 \text{ m}^3 \cdot \text{mca}$$

Já se sabia também que para vaporizar 1kg de água, estando já a 100°, seriam necessárias 550 unidades de calor (CARNOT, 1824). Desta forma, essa seria a correspondência entre as duas quantidades, 550 unidades de calor produziram, neste caso, 0,612 unidade de potência motriz. “Assim, 1000 unidades de calor transportados de um corpo mantido a 100° a outro corpo mantido a 99° produzem, agindo sobre o vapor de água, 1,112 unidades de potência motriz” (CARNOT, 1824, p.84-85, tradução nossa).

Este valor se difere em aproximadamente $\frac{1}{4}$ do valor encontrado para o ar como substância de trabalho. Carnot ressalta que esta variação é devida a diferença nos intervalos de temperatura usados, no caso, de 1° a 0° para o ar e, de 100° a 99° para a água. Para uma comparação mais precisa, os cálculos deveriam ser realizados na mesma faixa de temperaturas, ou seja, a força motriz desenvolvida pelo vapor formado em 1° e condensado a 0°.

O cálculo é realizado por Carnot, e o novo valor encontrado é de 1,290 unidade de potência motriz para 1000 unidade de calor agindo sobre o vapor no intervalo de temperatura de 1° a 0° (CARNOT, 1824).

O procedimento é repetido para o álcool trabalhando entre as temperaturas de 78,7° a 77,7°, e o valor obtido é de 1,230 unidade de trabalho para 1000 unidades de calor (CARNOT, 1824).

Os resultados obtidos permitiram demonstrar que partindo da mesma quantidade de calor se produziria sempre a mesma quantidade de potência motriz, independente da substância de trabalho empregada. E que, independentemente da fase de expansão ou compressão isotérmica, a quantidade de calor absorvido ou rejeitado não depende da natureza do gás. Apenas quatro anos depois, em 1828, Pierre-Louis Dulong encontrou experimentalmente a mesma conclusão, mas no momento de comunicar os seus resultados à Academia de Ciências, por meio de seu trabalho, intitulado *Reserches sur la Chaleur Spécifique des Fluides Élastiques*, não mencionou o nome de Carnot (FOX, 1992).

Segundo TRUESDELL (1980), na teoria de Carnot, calor e trabalho são, de fato, interconvertíveis, mas não uniformemente, pois, como vimos anteriormente, o fator de conversão é dependente da temperatura. Essa ideia se encontrará, também, nos trabalhos de Clapeyron.

Continuando a discussão desses dados em relação ao equivalente mecânico de calor (EMC), segundo KIPNIS (2014), o que Carnot trouxe para a discussão sobre o EMC foi a generalidade de sua abordagem, tentando provar um limite para o trabalho mecânico obtido pela máquina térmica e a independência da substância de trabalho utilizada pelo motor. De fato, ele queria calcular o máximo

teórico equivalente mecânico de calor de uma máquina térmica funcionando com base a duas fontes térmicas a diferentes temperaturas.

Como vimos anteriormente, Carnot supôs que a quantidade de calor transferido durante o ciclo seria proporcional a diferença de temperatura entre os corpos quente e frio. Baseado nesta equação, calculou a quantidade de trabalho produzido pela transferência de uma unidade de calor. No entanto, como demonstraremos em seguida, este valor é muito diferente daqueles que foram encontrados por Mayer e Joule, e por essa razão não foi considerado um verdadeiro equivalente mecânico do calor (KIPNIS, 2014).

Para analisarmos o valor do EMC de Carnot, vamos, inicialmente, fazer as transformações de unidades, com o objetivo de clarificar o estudo.

Para o calor era considerado como unidade a quantidade necessária para elevar de 1°C a temperatura de 1kg de água. No entanto, utilizamos como unidade (denominada caloria) a quantidade de calor necessária para elevar de 1°C (de 14,5°C a 15,5°C) 1 grama de água. Desta forma, uma unidade de calor (uc) de Carnot representa 1000 calorias

$$1 \text{ uc} = 1000 \text{ cal} \quad \rightarrow \quad 1000 \text{ uc} = 1000000 \text{ cal}$$

Como unidade de potência motriz, ou trabalho, Carnot utiliza o metro cúbico vezes metro de coluna de água ($m^3 \cdot mca$). Para transformar esse produto na unidade atual de trabalho, que é o Joule (J), devemos apenas transformar a unidade de pressão mca em N/m^2 . Considerando que 1 mca equivale a 9806,38 N/m^2 , então, uma unidade de trabalho (ut) tem a seguinte equivalência:

$$1 \text{ ut} = 1 \text{ m}^3 \cdot mca = 9806,38 \text{ m}^3 \cdot \frac{N}{m^2} = 9806,38 \text{ J}$$

Vimos que Carnot encontrou os seguintes valores de trabalho em correspondência com a quantidade de calor:

Tabela 1 - Dados obtidos por Carnot que compara a quantidade de calor com a potência motriz para algumas substâncias

Substância	Varição de temperatura	Quantidade de calor (uc)	Quantidade de potência motriz (ut)
Ar	De 1°C a 0°C	1000	1,395
Água	De 100°C a 99°C	1000	1,112
Água	De 1°C a 0°C	1000	1,290
Álcool	De 78,7°C a 77,7°C	1000	1,230

Fonte: Carnot (1824).

Destes dados utilizaremos o do ar e da água, ambos trabalhando na faixa de temperatura de 1°C a 0°C. Fazendo uma média desses dois valores obtemos que, para 1000 unidade de calor, teremos 1,342 unidade de trabalho. Fazendo a conversão, obtemos:

$$1,342 \text{ ut} = 13.160,16 \text{ J}$$

Como 1000 unidades de calor correspondem em média a 1,342 unidade de trabalho, segundo Carnot, teremos em unidades modernas:

$$1000000 \text{ cal} = 13.160,16 \text{ J}$$
$$0,013 \text{ J/cal}$$

Valor realmente muito distante e muito baixo relativo aos que foram encontrados por Mayer e Joule, como ainda veremos.

Ainda em *Réflexions*, em uma nota de rodapé⁵¹ existe uma importante demonstração de Carnot sobre a dependência da potência motriz com a queda de calórico. Em uma passagem de sua demonstração analítica existe uma expressão que se aproxima à ideia da primeira lei da termodinâmica, e que, como poderemos ver, pode ser interpretada como uma equação de conservação que satisfaz as condições do problema.

Seja e a quantidade de calor para manter a temperatura do gás durante sua dilatação: dr será a potência por caída de quantidade e de calórico da temperatura $t+dt$ a t . [...] Denominando s a quantidade de calor necessária para levar o ar sobre o que temos operado, do volume 1 a temperatura de 0° ao volume V a temperatura t , a diferença entre s e e será a quantidade de calor necessário para levar o ar, sob o volume 1, da temperatura 0° a temperatura t° . Esta quantidade depende somente de t ; denominando-a U ; será uma função qualquer de t : temos $s = e + U$ (Carnot, 1824, p.75 – 77, tradução nossa).

De fato, podemos ler esta expressão como uma equação de conservação de energia. A queda de calórico, ou simplesmente calor transferido, é igual ao trabalho realizado na expansão, mais o que restou para aumentar a temperatura do gás, o que se aproxima muito à ideia de energia interna do gás (função dependente da temperatura).

No entanto, não encontramos nenhuma interpretação Física da equação mencionada na obra de Carnot. Essa análise realmente cai em contradição com o argumento de Carnot sobre a conservação do calórico, o que, todavia, deveria ser transformado em potência motriz e aumento de temperatura da substância de trabalho, ideia que não faz menção na obra de 1824. No entanto, existem algumas passagens que nos deixam mais algumas evidências de sua aproximação a um princípio de convertibilidade, e este se dá pela impossibilidade de um movimento perpétuo da máquina. Essa ideia

⁵¹ Nesta obra, Carnot utilizou fórmulas matemáticas apenas em notas de rodapé e apêndices. O seu texto foi, de fato, dirigido para um público popular, como também enfatiza ELKANA (1977).

está relacionada a uma estrutura formal de demonstração por absurdo e nos pode fornecer mais alguns argumentos a favor de uma ideia geral de conservação.

A partir de nossas primeiras operações, houve ao mesmo tempo produção de potência motriz e transferência do calórico do corpo A para o corpo B; pelas operações inversas, há ao mesmo tempo gasto de potência motriz e retorno do calórico do corpo B ao corpo A. Mas se tivéssemos agido, em cada caso, com a mesma quantidade de vapor, e se não fosse produzida nenhuma perda de potência motriz nem de calórico, a quantidade de potência motriz produzida no primeiro caso seria igual àquela gasta no segundo, e a quantidade de calórico passada, no primeiro caso, do corpo A ao corpo B, seria igual à quantidade que passa de volta, no segundo, do corpo B ao corpo A, de modo que poderíamos fazer um número indefinido de operações alternativas desse tipo sem que se tenha, no balanço global, nem potência motriz produzida nem calórico transferido de um corpo ao outro.

Agora, se existem meios de empregar o calor mais vantajosamente que aqueles que temos feito uso, isto é, se fosse possível, por qualquer método, de fazer produzir pelo calórico uma quantidade de potência motriz maior que havíamos feito pela primeira série de operações, bastaria tomar uma parte dessa potência para recuperar, pelo método que acaba de ser indicado, o calórico do corpo B ao corpo A, do refrigerador à caldeira, para restaurar as coisas a sua condição inicial, para então recomeçar uma operação inteiramente símile à primeira e assim por diante: este seria, não somente o movimento perpétuo, mas uma criação indefinida de força motriz sem consumo nem de calórico nem de qualquer outro agente. Uma similar criação [...] é inadmissível. Se deve, portanto, concluir que a máxima potência motriz resultante do emprego do vapor é também o máximo da potência motriz realizável com um meio qualquer. (CARNOT, 1824, p. 19-21, tradução nossa).

A situação realmente se apresenta bastante duvidosa, pois sabemos que Carnot utiliza o princípio de conservação do calórico em sua teoria, no sentido de Lavoisier. Sendo assim, no seu ciclo não haveria perda ou destruição dessa quantidade. E sabemos que para existir um princípio de conservação, essas grandezas devem ser interconvertíveis, ou seja, deveria haver “destruição” de uma determinada quantidade de calórico.

Essa discussão ganha força quando analisamos as notas póstumas de Carnot que foram publicadas por seu irmão H. Carnot somente em 1878, 46 anos após sua morte. Sadi Carnot morreu muito jovem, no ano de 1832, com a idade de 36 anos. Estas notas póstumas de Carnot foram denominadas *Notas sobre Matemática, Física e outros assuntos*. Elas consistem em notas arbitrárias, listas de referências e dados, questões, especulações e experiências a serem feitas, com o que quase parecem ser rascunhos acabados com parágrafos completos⁵² (MENDOZA, 1988).

Nestes escritos Carnot indica, principalmente, sua posição a favor de uma teoria dinâmica do calor. Nela encontramos significativas modificações em sua teoria, como por exemplo, uma passagem claramente formulada à teoria dinâmica do calor, e uma formulação quase clara do princípio da

⁵² Raveau sugeriu uma ordem cronológica baseada no desenvolvimento do pensamento e da linguagem, a qual foi seguida por Mendoza (MENDOZA, 1988).

conservação da energia. Destas notas resulta claro que Carnot conhecia muito bem as obras de Rumford e Davy, a lei de conservação da força viva e entendia muito bem o caráter matemático que era implícito a esta (ELKANA, 1977).

Segundo Fox (1992), no momento da redação das *Reflexões*, Carnot já havia começado a nutrir dúvidas sobre sua teoria do calor, e hoje sabemos, graças às suas anotações, que antes de morrer, não só se afastou da ideia de calórico, mas se aproximou àquela que atualmente reconhecemos como uma versão restrita do primeiro princípio da conservação da energia. Nestas notas podemos ler:

O calor é resultado do movimento vibratório das moléculas? Se isto é assim, **quantidade de calor é simplesmente quantidade de potência motriz**. Enquanto a potência motriz é utilizada para produzir movimento vibratório, a quantidade de calor deve ser imutável; que parece seguir dos experimentos com calorímetros; mas quando se passa para os movimentos de extensão sensível, a quantidade de calor já não pode permanecer constante [...] **Calor é simplesmente potência motriz**, ou melhor, o movimento que tem modificada sua forma. Este é um movimento entre as partículas dos corpos. Onde quer que haja destruição de potência motriz, existe ao mesmo tempo produção de calor em quantidade exatamente proporcional à quantidade de potência motriz destruída. **Reciprocamente, onde existe destruição de calor, existe produção de potência motriz**. Podemos estabelecer como proposição geral que a potência motriz é, em quantidade, invariável na natureza; que é, melhor dizendo, jamais produzida ou destruída. É verdade que modifica sua forma, isto é, produz as vezes um tipo de movimento, as vezes outro – mas jamais é aniquilado. Este princípio resulta, por assim dizer, da mecânica; de fato, **o raciocínio mostra que não pode haver perda de vis viva ou, o que é a mesma coisa, de potência motriz** se corpos agem uns sobre os outros, sem tocar diretamente um ao outro, sem real colisão [...] **De acordo com as ideias que tenho formado sobre a teoria do calor, a produção de uma unidade de potência motriz necessita de uma destruição de 2,70 unidades de calor** (CARNOT, 1988, p. 86-92, tradução nossa, grifo nosso).

Nesta passagem deixou claro sua posição a favor da teoria dinâmica do calor abandonando a ideia da conservação do calórico e adotando o princípio de conversão. Por sua vez, o princípio de conversão entre calor e potência motriz está baseado na impossibilidade de perdas de força viva das partículas da matéria, se aproximando muito do princípio de conservação de energia. Vimos nos capítulos anteriores que o princípio de conservação das forças vivas já era bem estabelecido, o que ainda restava fazer era generalizá-lo para outros campos da Ciência, considerando que era aceito como um princípio da mecânica. Não afirmamos que Carnot o tenha feito, mas sua obra serviria, certamente, de grande inspiração para a busca de uma equivalência.

Em sua obra de 1824, Carnot enfatizava que a queda do calórico do corpo mais quente ao corpo mais frio produziria a potência motriz, sem necessidade de sua destruição. No entanto, surpreendentemente, em suas notas póstumas, enfatiza que a possibilidade de produção de potência motriz está relacionada ao consumo ou destruição do calor. E ainda, que este processo pode ocorrer

em sentido inverso, ou seja, o consumo de trabalho pode produzir calor. Esta modificação de ideia somente foi possível graças ao abandono da teoria do calórico.

Podemos observar ainda neste manuscrito um novo valor para o equivalente mecânico do calor, este tendo, desta vez, o valor de 2,70 unidades de calor para cada unidade de potência motriz. Em unidades modernas, teríamos o valor de 3,63 J/cal⁵³. Valor muito próximo ao encontrado por Robert Mayer em 1842. De fato, Carnot antecipa a conclusão de Joule e outros que chegariam apenas na década de 1840. Infelizmente, não encontramos nestas notas o método de dedução realizado por Carnot para o cálculo deste equivalente.

No entanto, a partir de *Réflexions*, podemos deduzir este valor e dar uma hipótese de seu procedimento, um método muito próximo do que foi utilizado por Mayer, alguns anos depois. Carnot sabia que a diferença entre calor específico a pressão constante e calor específico a volume constante seria a quantidade de calor necessária para produzir a expansão do gás a pressão constante e que esta quantidade seria igual para todos os gases, e ainda, que esta quantidade seria invariável qualquer fosse a densidade do gás, desde que sua quantidade de massa restasse inalterada (CARNOT, 1824).

Sobre isso, uma importante reflexão é feita por Carnot: “o que causaria, de fato, a diferença entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante?” Respondendo em seguida: “O calórico para produção, no segundo caso, do aumento de volume” (CARNOT, 1824, p. 58).

De acordo com essas citações, Carnot sabia que a diferença entre os calores específicos a pressão e a volume constante seria equivalente ao trabalho realizado pelo gás em sua expansão. Somente isto não bastaria para o cálculo, pois alguns dados ainda seriam necessários para a sua realização. Carnot sabia que:

- a) O aquecimento direto sob constante pressão deve, de acordo com a regra de M. Gay-Lussac, aumentar o volume do ar em 1/267 acima do que seria a 0°⁵⁴.
- b) A pressão atmosférica é equilibrada à 10,40 metros de coluna de água⁵⁵.
- c) O volume ocupado por um quilograma de ar à 0° é igual a 0,77 m³⁵⁶.
- d) De acordo com as experiências de MM. Delaroche e Bérard sobre o calor específico dos gases, que o do ar é, para pesos iguais, 0,267 o da água⁵⁷.
- e) Se a primeira das duas capacidades é expressa por uma unidade, a outra pode ser expressa pelo número $\frac{267}{267+116}$, ou ainda próximo de 0,700; sua diferença 1 – 0,700 ou 0,300, irá, evidentemente, expressar a quantidade de calor para produzir o aumento de volume do ar em seu aquecimento de 1° sob pressão constante⁵⁸.

⁵³ Lembrando que uma unidade de trabalho equivale a 9806,38 J; e que uma unidade de calor equivale a 1000 cal.

⁵⁴ (CARNOT, 1824, p. 44).

⁵⁵ (CARNOT, 1824, p. 80).

⁵⁶ (CARNOT, 1824, p. 80).

⁵⁷ (CARNOT, 1824, p. 81).

⁵⁸ (CARNOT, 1824, p. 45).

Assim, o trabalho realizado pelo gás devido apenas à sua expansão, a pressão atmosférica, pode ser calculado pelo produto entre essa pressão e a variação de volume

$$W = p \cdot \Delta V$$

$$W = 10,40 \text{ (mca)} \cdot 0,77 \cdot \frac{1}{267} \text{ (m}^3\text{)}$$

$$W = 0,02999 \text{ m}^3 \cdot \text{(mca)} \cong 0,030 \text{ m}^3 \cdot \text{(mca)}$$

A diferença, para o ar, entre os calores específicos à pressão constante (c_p) e a volume constante (c_v) será:

$$c_p - c_v = 0,267 - 0,267 \cdot \left(\frac{267}{267 + 116} \right) = 0,08086 \text{ uc}$$

Desta forma, para produzir 0,030 unidades de potência motriz necessitaria de 0,0806 unidades de calor. O equivalente mecânico do calor seria então:

$$\frac{0,08086 \text{ uc}}{0,03000 \text{ ut}} = 2,69533 \frac{\text{uc}}{\text{ut}} \cong 2,7 \frac{\text{uc}}{\text{ut}}$$

Valor equivalente ao enunciado por Carnot em suas notas póstumas. E para melhor analisar o valor do equivalente mecânico enunciado, podemos transformar as unidades utilizadas em sua época para unidades modernas, como segue:

$$1 \text{ ut} = 2,7 \text{ uc}$$

$$9806,38 \text{ J} = 2700 \text{ cal}$$

$$\text{equivalente mecânico do calor} = \frac{9806,38}{2700} = 3,63 \text{ J/cal}$$

Agora, o motivo pelo qual Carnot não publicou tal resultado ainda é um mistério. Talvez tenha sido por sua forte crença a teoria de conservação do calórico, uma vez que seu ciclo tenha sido elaborado sob esta concepção. E a percepção de seu erro talvez o tenha levado a pensar que todo seu trabalho realizado em 1824 não valeria de nada. Em suas notas podemos perceber seu abandono definitivo a teoria do calórico e sua defesa afincado à teoria dinâmica do calor. Se, de fato, Carnot tenha realizado tais notas entre os anos de 1824 e 1832, podemos dizer que ele foi o primeiro a calcular o equivalente mecânico de calor⁵⁹, passando à frente de Mayer e Joule. Esta ideia em conjunto com a equação de conservação⁶⁰ que mencionamos, colocaria Carnot como um dos percursores da primeira e segunda leis da termodinâmica.

Ainda segundo Fox (1992), o motivo pelo qual Carnot não tenha publicado nada após o ano de 1824, foi devido à sua contradição que existia entre as *Reflexões* e suas novas ideias da convertibilidade entre trabalho e calor. No entanto, é evidente e consentido por historiadores da

⁵⁹ Utilizando os valores que eram conhecidos em sua época há uma discrepância entre seu resultado e o que foi obtido por Joule, alguns anos depois, e que é aceito atualmente.

⁶⁰ $s = e + U$ (CARNOT, 1824, p.75-77).

Ciência, filósofos e cientistas, que sua teoria ajudou no desenvolvimento da termodinâmica sendo utilizado como princípio por muitos nos anos seguintes de sua elaboração.

Vale ressaltar, mesmo sabendo de sua importância, que *Réflexions* foi pouco conhecida na primeira década da sua origem, até o interverho de Clapeyron, com seu trabalho de reelaboração da teoria de Carnot em moldes matemáticos. Através do qual, Lord Kelvin pode ser considerado o primeiro a reconhecer sua importância.

Em síntese, Carnot, em *Réflexions*, além de deixar uma teoria para o funcionamento das máquinas térmicas, que até então não existia, contribuiu com o nascer de inúmeras ideias físicas, principalmente, com as duas primeiras leis da termodinâmica. Suas principais contribuições podem ser pontuadas da seguinte forma:

- 1) Se existir diferença de temperatura é possível produzir potência motriz;
- 2) O máximo de potência motriz resultante do emprego de uma determinada quantidade de vapor é também o máximo de potência motriz realizável por qualquer que seja o meio.
- 3) A potência motriz do calor é independente dos agentes que são utilizados no transporte do calor; essa quantidade é fixada somente pelas temperaturas dos corpos entre os quais se faz o transporte do calórico.
- 4) Quando um gás passa, sem modificar a temperatura, de um volume e uma pressão determinados a outro volume e outra pressão igualmente determinados, a quantidade de calórico absorvida ou rejeitada será sempre a mesma qualquer seja a natureza do gás escolhido como sujeito da experiência.

E ainda, em relação a uma teoria sobre a uma maior eficiência para uma máquina térmica, podemos enfatizar os seguintes pontos:

- 1) A temperatura da substância de trabalho deve ser elevado para o maior grau possível, a fim de garantir uma comensurável faixa de temperatura;
- 2) O arrefecimento deve ser realizado até o ponto mais baixo da escala que pode ser encontrada praticável.
- 3) É necessário que o resfriamento do gás se deva espontaneamente pela sua rarefação, ou seja, para maior eficiência a expansão deve ser adiabática.

Em seus escritos posteriores encontramos:

- 1) Abandono à concepção da teoria do calórico, aceitando uma teoria dinâmica para o calor;
- 2) Princípio de convertibilidade entre potência motriz e calor;
- 3) Enunciado do valor de um equivalente mecânico do calor de 3,63 J/cal, bem próximo do valor atual.

6.4 Clapeyron: divulgação e desenvolvimento do trabalho de Sadi Carnot

Como já havíamos exposto anteriormente, *Réflexions* passou inobservado, por mais ou menos uma década, até que fosse recapturado por Benoît Paul Émile Clapeyron (1799-1864). Ele deu às ideias de Carnot elegantes expressões matemáticas, além de uma interpretação gráfica de seu ciclo, o qual permitiu calcular mais facilmente a quantidade de trabalho resultante nele produzido. É importante ressaltar que a interpretação gráfica de Clapeyron é utilizada até hoje para o ciclo de Carnot. Esta obra de Clapeyron foi publicada em 1834 na *Journal de l'École Royale Polytechnique*, com o título *Mémoire sur la Puissance Motrice de la Chaleur* (CLAPEYRON, 1834).

Além de divulgar e ampliar a obra de Carnot, em *Mémoire* podemos ainda encontrar ideias importantes para o desenvolvimento da termodinâmica, como por exemplo, uma concepção clara do princípio de interconvertibilidade entre calor e potência motriz, enunciado informal de um princípio de conservação de energia e uma ênfase de que a teoria do calórico e a teoria da *vis viva* não são consideradas mutuamente exclusivas.

Na primeira parte de sua obra, Clapeyron faz uma explanação, de poucas páginas, sobre a teoria de Carnot, a qual serviu de base para complementação de suas ideias. Como principais argumentos expõe (CLAPEYRON, 1834):

- a) As demonstrações de Carnot são fundadas no absurdo da possibilidade de criação de potência motriz ou calor do nada;
- b) Quando um gás modifica seu estado, sem modificar sua temperatura, a quantidade de calórico absorvido ou cedido é sempre a mesma, qualquer que seja a natureza do gás escolhido no experimento;
- c) A diferença entre calor específico a pressão constante e a volume constante é a mesma para todos os gases;
- d) Quando um gás varia seu volume, sem modificar sua temperatura, a quantidade de calor absorvido ou cedido pelo gás está em progressão aritmética se o aumento ou diminuição de volume está em progressão aritmética.

Na segunda parte podemos ler sua interpretação do ciclo de Carnot para eficiência máxima de uma máquina térmica operando em duas fontes a diferentes temperaturas. Como Clapeyron não modifica as passagens que Carnot idealizou para o ciclo, não reproduziremos a explicação, que é análoga à encontrada em *Réflexions*, mas mostraremos somente sua inovadora interpretação gráfica.

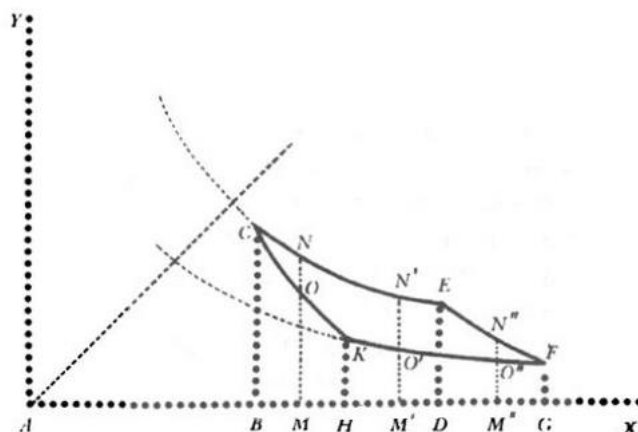


Figura 46 - Ciclo de Carnot, elaborado por Clapeyron
Fonte: Clapeyron (1834).

Neste gráfico o eixo das ordenadas corresponde à pressão, e o eixo das abscissas corresponde ao volume do gás. O ciclo é constituído de uma expansão isotérmica CE; uma expansão adiabática EF; uma compressão isotérmica FK; e uma compressão adiabática KC. Clapeyron mostra que a potência motriz resultante pode ser calculada pela área do gráfico CEFK.

No entanto, a redução de volume do gás de AG a AB terá consumido uma quantidade de ação mecânica que, pelos mesmos argumentos dados acima será representada pelos dois trapézios FGHK e KHBC. Se subtrairmos esses dois trapézios a partir dos dois primeiros CBDE e EDFG que representa a quantidade de ação desenvolvida durante a expansão do gás, a diferença, que será igual a um tipo de paralelogramo curvilíneo CEFK, representará a quantidade de ação mecânica desenvolvido pelo ciclo de operações que acabamos de descrever, até o fim, em que o gás atinge precisamente o seu estado original (CLAPEYRON, 1834, p. 158-159, tradução nossa).

Seguindo ainda os argumentos de Carnot, afirma que, repetindo a mesma operação na ordem inversa, pode-se fazer passar calor do corpo frio ao corpo quente, mas que esse resultado somente pode ser realizado pela absorção de uma quantidade de ação, ou seja, se for realizado trabalho sobre o gás.

Nesta obra ainda podemos encontrar significativas modificações na teoria de Carnot. Clapeyron se fundamenta nos axiomas propostos em *Réflexions*, no entanto, parece não aceitar o princípio de conservação da quantidade de calórico, ou ao menos se mostra confuso sobre isso. Devemos enfatizar que Clapeyron ainda utiliza para sua obra o modelo da teoria do calórico. A ideia se mostra dual em sua concepção, uma vez que afirma que calor e potência motriz são grandezas de mesma natureza, e que se pode substituir uma pela outra, desde que exista perda de força viva, ou seja, movimento das partículas. Caso a perda não exista, de acordo com Clapeyron, poderia existir a possibilidade de criação de força ou calor gratuitamente e sem limite. Já no início de seu trabalho faz a seguinte observação

É sempre possível utilizar a passagem de calórico e um corpo quente a um corpo frio para produzir uma força mecânica; [...] O resultado é que há perda de *vis viva*, de força mecânica ou quantidade de ação sempre que há um contato imediato entre dois corpos a diferentes temperaturas e o calor passa direto de um para outro; portanto, em qualquer mecanismo destinado a produzir potência motriz do calor, existe uma perda de força sempre que há uma comunicação direta de calor entre dois corpos com diferentes temperaturas, e segue-se que o efeito máximo só pode ser produzido por um mecanismo em que o contato é feito somente entre corpos a temperaturas iguais (CLAPEYRON, 1988, p. 98-99, tradução nossa).

A modificação significativa na teoria de Carnot⁶¹ é baseada no princípio da interconvertibilidade das grandezas e não na conservação do calórico, apesar de não ter dado uma explicação satisfatória sobre isso. E ainda, a adição da grandeza força viva para a teoria o levou ainda mais longe. A proposta permitiu a relação entre as teorias do calórico e o princípio da conservação da *vis viva*. Esta última era, até então, aplicada apenas aos princípios da mecânica e sua aplicação permitiu a generalização de um princípio de conservação. Permitiu que se estendesse da mecânica para outros campos da Ciência. O princípio de conservação e interconvertibilidade, pode ser melhor traduzido pelo seguinte parágrafo:

A partir do que foi proposto antes, segue-se que uma quantidade de ação mecânica, e uma quantidade de calor que pode passar de um corpo quente a um corpo frio, são quantidades de mesma natureza e que é possível substituir uma pela outra, da mesma maneira como na mecânica um corpo é capaz de cair de uma certa altura e uma massa mover com uma determinada velocidade são quantidades de mesma ordem, que podem ser transformadas uma na outra por meios físicos (CLAPEYRON, 1834, p.162, tradução nossa).

Em linguagem física moderna, poderíamos traduzir esse trecho como segue: *assim como energia potencial pode se transformar em energia cinética na queda de um corpo de uma determinada altura, assim também, calor pode ser transformado em ação mecânica ou vice-versa, pela diferença de temperatura existente entre eles.*

De certa forma, poderíamos dizer que esta ideia tenha sido inspirada pela analogia feita por Carnot em *Réflexions*, sobre a comparação entre a queda de calórico do corpo mais quente ao corpo mais frio, e uma queda d'água, de um plano mais elevado a um menos elevado.

De acordo com Mendoza este extraordinário parágrafo é uma afirmação inequívoca da Primeira Lei da Termodinâmica e serve para enfatizar que a teoria do calórico e a teoria da *vis viva* não são consideradas mutuamente exclusivas (MENDOZA, 1988).

De fato, podemos ver o início de uma formalização do princípio de conservação de energia, ou da primeira lei da termodinâmica, como ainda podemos ler neste outro parágrafo:

⁶¹ Aqui, referimos apenas à obra de Carnot, *Reflexions*, e não à suas notas póstumas.

Por conseguinte, baseamos nossa pesquisa sob o seguinte princípio: calórico passando de um corpo a outro mantido a uma temperatura menor pode dar origem a produção de uma determinada quantidade de ação mecânica; há uma perda de *vis viva* sempre que houver contato entre os corpos a diferentes temperaturas. O máximo efeito é produzido quando a passagem do calórico do corpo quente ao corpo frio é efetuado por um dos métodos descritos acima (CLAPEYRON, 1834, p.163, tradução nossa).

Realmente, o princípio de conservação seria melhor descrito desconsiderando a ideia do calórico e adotando um modelo de movimento para o calor. De fato, esta ideia ainda necessitaria ser desenvolvida, o necessário abandono da teoria do calórico e o desenvolvimento de uma teoria dinâmica do calor seriam, então, a peça para completar o quebra-cabeça da primeira Lei da Termodinâmica e, por consequência, em generalização a um princípio de conservação de energia.

Desta forma, com a teoria de Carnot e sua ampliação por Clapeyron, inicia uma aproximação entre a teoria do calórico e o princípio de conservação das forças vivas. A teoria do calórico, começa, então, a perder força, uma vez que deveria ser explicada pela movimentação das partículas, pela associação da *vis viva*, e a ideia de interconvertibilidade começa a ser mais aceita, principalmente pela busca de um equivalente mecânico do calor. Mas, esta ideia seria esclarecida apenas na década de 1850 por William Thompson e Rudolf Clausius.

6.5 A substancialização do calor: energia como matéria

Quando a explicação e o entendimento de um fenômeno exigem alto grau de abstração, é comum ao pensamento humano substancializar o reflexível. De certa forma, isso ocorreu com o conceito de calor, como vimos historicamente pela vertente que o interpretava como uma substância: a teoria do calórico.

A interpretação do calor como uma substância afastava a sua relação com a força viva, pois, como uma substância pode ser o próprio movimento? De certa forma, para que o princípio de conservação da energia pudesse ser elaborado, deveria existir, antes, a ideia de interconvertibilidade entre as grandezas físicas movimento e o que até então era chamado de calórico. Desta maneira, para que a transformação pudesse ocorrer, o calor, interpretado como uma partícula, deveria se transformar em movimento, e o efeito contrário também deveria ocorrer, movimento se transformar em calórico.

Esta teoria ganha força e aceitação, principalmente por dois motivos:

- i) A substancialização do abstrato é mais corriqueira na tentativa de entendimento de um fenômeno da natureza;
- ii) O sucesso que algumas teorias obtiveram com a utilização da ideia do calórico.

Esta vertente foi importante para a Ciência, em relação ao seu desenvolvimento, mas não podemos negar, também, que obstaculizou os possíveis avanços de significados do conceito de energia, pois:

- i) Para a sua generalização a outros fenômenos da natureza, o princípio das forças vivas deveria ser aplicado a outros ramos da Ciência, como a termodinâmica, por exemplo;
- ii) Impedia a relação do movimento das partículas com os efeitos térmicos, conhecimento essencial para a elaboração da primeira lei da termodinâmica, que pode ser entendido como o princípio de conservação da energia.

Assim, inferimos neste momento histórico a existência de um conhecimento-obstáculo ao processo de desenvolvimento do conceito de energia: *a noção de calor como substancia*.

Este obstáculo também está relacionado às tentativas de tornar concreto qualquer tipo de energia. Quando dizemos que um corpo tem energia, podemos passar a impressão de que algo esteja contido no corpo como substancia. Ou quando mencionamos as trocas de energia entre corpos, caso que nos leva a refletir na “coisa” concreta, propriamente dita, que foi perdida por um, e adquirida pelo outro.

Assim, substancializar a energia nos afasta do seu entendimento, da sua ampliação significativa e de seu desenvolvimento, seja no âmbito do nosso próprio conhecimento como no campo científico.

Podemos verificar na história do desenvolvimento do conceito as provas pertinentes a este obstáculo, principalmente nas obras de Carnot e Clapeyron. Nelas vimos que a utilização da teoria do calórico os fez afastar do princípio de interconvertibilidade entre as grandezas em estudo, e que, por sua vez, também os afastou do princípio de conservação da energia.

Nossa tese adquire mais significado quando estudamos os escritos de Carnot, que foram publicados posteriormente à sua morte. Na sua obra de 1824 a utilização do princípio de conservação do calórico o impediu de enunciar o princípio de conservação, pois sabemos que para existir este princípio, o calórico deveria ser convertido em trabalho, ou seja, deveria haver “destruição” de uma certa quantidade. A “destruição” de calórico era inconcebível na primeira teoria de Carnot.

No entanto, em suas notas póstumas, mostrou claramente o seu abandono à teoria do calórico, modificando sua opinião, desta vez considerando o calor como movimento. Esta interpretação do calor como força viva, permitia a interconvertibilidade entre as grandezas quantidade de calor e potência motriz. Assim, Carnot infere a possibilidade de conversão destas grandezas. A força viva é considerada como a energia do sistema, quando afirma que não pode haver perdas desta quantidade, mas apenas conversão em trabalho na máquina.

A utilização do calor como movimento ainda possibilitou a enunciação de um valor de 3,63 J/cal para o equivalente mecânico, muito próximo do apresentado por Mayer, alguns anos depois.

No trabalho que estudamos de Clapeyron, observamos também, que mesmo de forma confusa, a utilização do calor no princípio de interconvertibilidade, deveria ser interpretado como movimento para ter sentido físico. Apesar de dizer utilizar a teoria do calórico, a introdução da grandeza força viva o permitiu inferir que calor e potência motriz são grandezas de mesma natureza, podendo existir a possibilidade de conversão de uma pela outra, desde que se perdesse uma certa quantidade de força viva.

Já percebemos neste capítulo que o caminho para a superação deste obstáculo está na utilização da ideia de força viva para a explicação dos fenômenos térmicos. Veremos no próximo capítulo como os cientistas encontraram o mecanismo para a superação deste obstáculo, e como esta superação os levou ao enunciado do princípio de conservação de energia. Não podemos nos esquecer que um outro obstáculo ainda deveria ser superado, aquele que fazia a restrição do conceito à apenas alguns fenômenos da natureza, o impedindo de abarcar em outros campos.

Mas antes, apresentamos, de forma breve, uma síntese das principais ideias estudadas neste capítulo:

Quadro 13 – Resumo das principais contribuições abordadas no quinto capítulo

Lavoisier e Laplace	Em 1780 apresentaram um importante trabalho que trouxe uma síntese dos pensamentos que existiam, até a época, sobre a natureza do calor: calor como força viva ou calor como substância.
Lavoisier	Em 1789 elabora sua teoria do calórico, que seria um fluido cujas partículas se repelem entre si e são atraídas pela matéria. A teoria fornecia soluções claras para os problemas de expansão e contração térmica. No entanto, não explicava como o atrito poderia gerar aumento de temperatura nos corpos friccionados.
Benjamin Thompson	Em 1798 mostrou que o calor está relacionado ao movimento das partes da matéria por meio de um experimento de atrito. Suas ideias não consideraram uma lei de conservação, pois o calor gerado pelo atrito parecia ser inesgotável. Faltava claramente a sua relação com a ação mecânica.
Davy	Em 1799 afirmou ter demonstrado experimentalmente uma teoria em defesa do calor como movimento. Apesar de suas conclusões terem sido um tanto duvidosas, foram de grande importância para o desenvolvimento da teoria dinâmica do calor.
Sadi Carnot	Em 1824 elaborou uma teoria que explicava fisicamente o funcionamento das máquinas térmicas e que permitia seus melhoramentos em termos de rendimento. Utilizou a ideia de calórico se afastando de um princípio de interconvertibilidade. Em seus escritos publicados em 1874, abandonou a ideia de calórico e considerou o calor como movimento, ideia que possibilitou a inferência, de forma clara, de um princípio de interconvertibilidade entre força viva, calor, e potência motriz.
Clapeyron	Em 1834 deu às ideias de Carnot elegantes expressões matemáticas e novas interpretações. Utilizou a força viva em sua teoria, ideia que o permitiu alcançar uma concepção clara de um princípio de interconvertibilidade entre as grandezas em estudo.

Fonte: Autoria própria (2016).

Este desenvolvimento de ideias nos permite deixar mais completo nosso esquema de relação histórica para o desenvolvimento do conceito de energia, como está representado na Figura 47. A introdução do movimento como explicação do calor, e a partir dessa ideia, a criação de uma teoria que explicava o funcionamento das máquinas térmicas, permitiu que o princípio de conservação da força viva em sua relação com o trabalho, pudesse ser aplicado para esse novo ramo da Ciência. Este princípio antes formulado resultará no princípio de conservação da energia, mas antes deveria passar por um processo de generalizações, ou seja, abarcar outros ramos da Ciência.

O que podemos notar é que a termodinâmica possibilitou a generalização de um processo de interconvertibilidade. A partir da ideia de que a perda de força viva é resultado de uma potência mecânica (trabalho), o calor se torna uma grandeza também passível de ser convertida. Assim iniciam-se as buscas pelos equivalentes mecânicos do calor, e a busca desse entendimento originará a tão esperada generalização de um princípio de interconvertibilidade entre grandezas físicas de diferentes ramos da Ciência. Não somente o calor pode ser convertido em movimento ou trabalho, mas começa-se a perceber que outras “forças” da natureza estão regidas por uma mesma lei. Veremos no próximo capítulo como ocorreu a formulação do princípio de conservação das forças.

CAPÍTULO VII:

O EQUIVALENTE MECÂNICO DO CALOR E A GENERALIZAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DAS FORÇAS

Todavia, por mais importante que pareça a constatação dos fatos que certas ideias, muito antes de serem confiadas à humanidade como um fruto maduro, crescem em grande silêncio nas mentes de singulares espíritos eminentes, assim não se pode atribuir de modo unilateral o mérito da descoberta àqueles que talvez não suspeitassem da possibilidade do desenvolvimento do germe contido em uma ideia deles ocasionalmente expressa (PLANCK, 1887). Veremos neste capítulo como se formulou o princípio de conservação da energia a partir de quatro mentes brilhantes.

Entre os princípios de conservação, o da energia foi um dos últimos a ser desenvolvido. Antes, os princípios de conservação da carga e da massa já eram conhecidos. Em relação à carga elétrica, seu princípio é uma generalização da observação experimental de sua produção e neutralização, que era entendida como uma redistribuição de fluido elétrico. O princípio de conservação da massa, desenvolvido no início do século XIX também foi obtido a partir de uma generalização experimental, pois se observava facilmente que em uma reação química a massa da substância não sofria modificação.

Já o caso da energia, a situação era um pouco mais complexa, pois, aparentemente, existiam muitos fenômenos físicos e químicos que não se relacionavam. Por exemplo, os fenômenos elétricos relacionados aos térmicos, ou os mecânicos aos elétricos. Diferentemente da massa e da carga, que são entidades físicas de um único tipo, a energia poderia ser interpretada de diversas maneiras. Assim, existia a necessidade, antes do surgimento do princípio, da verificação da interconvertibilidade entre os diversos tipos de energia, que até meados do século XIX era conhecido como força.

Como vimos no capítulo anterior, com o desenvolvimento das máquinas térmicas e, principalmente, com a elaboração de uma teoria científica que, a partir de então, descrevia o funcionamento dessas máquinas, houve a possibilidade do entendimento da conversão de calor em trabalho. Não podemos esquecer, também, que a busca pelo entendimento do conceito de calor proporcionou uma relação direta dos fenômenos térmicos aos mecânicos. E sem dúvida, a inserção do conceito de força viva aos fenômenos térmicos rompeu com a ideia de calórico, fato que propiciou o surgimento da termodinâmica e a lei de conservação da energia.

No entanto, existia ainda a necessidade de se estabelecer em forma quantitativa a conversão de energia em suas diversas formas, que já havia sido uma atividade iniciada por Sadi Carnot, mesmo sem explicações físicas mais aprofundadas, foi, sem dúvida, fonte de inspiração para os cientistas posteriores.

O século XIX havia herdado do campo da mecânica duas tradições que seriam relacionadas nessa mesma época: a mecânica newtoniana e a mecânica analítica. A mecânica newtoniana era de caráter vetorial e dava ênfase às forças, baseada no tempo, no espaço e na massa, tinha o objetivo de medir a ação de uma força através da quantidade de movimento. A mecânica analítica dava ênfase às quantidades escalares, como a força viva e funções de potenciais. Era baseada nos conceitos de espaço, tempo, massa e energia.

Mas uma herança ainda mais antiga daria para o século XIX o *status* do desenvolvimento definitivo do conceito de energia: *o princípio de conservação*. Os filósofos gregos forneceram um princípio de conservação de uma certa substância, a conservação da capacidade de ação, o que quer dizer a ideia de impossibilidade de criar ou destruir, ou ainda que de alguma coisa poderia nascer

qualquer outra coisa. No movimento, desde Aristóteles, já existia a tentativa de estabelecer regras para definir uma conservação de algo inerente ao projétil, no interior da modificação.

Essa ideia de conservação não será abandonada até o século XIX, mas será discutida e pensada com novos mecanismos dependentes de cada época. Como vimos no capítulo II a necessidade de estabelecer uma propriedade intrínseca ao movimento de um corpo relacionado a um pensamento de conservação em meio às modificações, começa a dar origem a ideia do que realmente se conserva. Fato que marcou esse momento foi o primeiro grande conflito entre duas teorias rivais: *vis viva* ou *momentum*? Poderemos dizer, sem dúvida, que não houve nenhum perdedor nessa disputa; a teoria de Descartes deu origem ao princípio de conservação da quantidade de movimento, e a de Leibniz viria a ser desenvolvida, e em seu desenvolvimento, como vimos no capítulo V, surgiram vários indícios, principalmente matemáticos, do princípio de conservação da energia, o que até então era conhecido como princípio de conservação da força viva.

Outra ideia importante e significativa para a origem do princípio de conservação de energia no século XIX, que também foi discutida em capítulos anteriores, foi a impossibilidade de criação e desintegração, ou a impossibilidade de um motor perpétuo. Essa ideia estaria relacionada a impossibilidade da prestação de um trabalho sem sua correspondente compensação. O resultado da explicação dessa lei se deveu a resultados de trabalhos como as leis do equilíbrio de pesos em planos inclinados de Stevin, a lei de queda livre e movimento de corpos em planos inclinados de Galileu, o importante trabalho *Le Mécanique* ainda de Galileu, as ideias de Huygens sobre a força viva, e a teoria de Carnot sobre seu ciclo de rendimento máximo.

Restava a missão de relacionar esses fenômenos em uma grande lei generalizadora. Os cientistas do século XIX assumiriam que em todo sistema físico deva existir uma relação de causa e efeito entre o desaparecimento de um determinado fenômeno e o aparecimento de um outro, e que a causa e o efeito, mesmo qualitativamente distintos, fossem quantitativamente iguais.

Desta forma, veremos como a ideia de constância das relações de transformação e a determinação experimental dos fatores de conversão deram uma explicação científica ao conceito de energia, por meio da unificação desses temas nas obras de Mayer, Joule, Colding e Helmholtz, nos anos de 1840.

Sem nos preocupar com o primeiro “descobridor” do princípio de conservação de energia, veremos como esses quatro grandes cientistas deram suas contribuições. Poderíamos dizer ainda, que estes foram importantes pioneiros enunciadores do princípio de conservação, já que tal ideia vinha sendo desenvolvida por muitos séculos.

Veremos como Mayer, a partir de concepções metafísicas, com pouco espaço dado à experiência, chegou ao seu enunciado do princípio. Como Joule e Colding, dando mais ênfase aos

experimentos, chegaram ao mesmo princípio. E finalmente, como Helmholtz, um dos máximos expoentes da concepção mecanicista, chegou ao princípio de conservação fazendo relação ao modelo físico newtoniano.

7.1 Julius Robert Mayer, o equivalente mecânico do calor e o princípio da conservação das forças

Em 1842 o médico alemão, Julius Robert Mayer, sustentado por observações realizadas durante um serviço médico a bordo em um navio mercantil holandês, em viagens para as Índias Orientais, nos forneceu um enunciado muito importante sobre a unificação das “forças” da natureza baseada na teoria mecânica do calor. Ele fez diversas observações fisiológicas que lhe deram a ideia de que a manutenção da temperatura corporal requer que qualquer coisa seja consumida. Neste caso, hoje sabemos, que essa conservação de temperatura se dá às custas de um consumo de energia proveniente dos alimentos que ingerimos (LINDSAY, 1975).

Em sua primeira grande obra, datada de maio de 1842, publicada na *Anallen de Chemie und Pharmacie*, com o título *Sobre as forças de natureza inorgânica*, Mayer traz fortes argumentos filosóficos sobre a existência de um princípio de conservação na natureza. Neste trabalho, Mayer expos os pontos principais de sua teoria, fundadas sobre a igualdade quantitativa das causas e de seus respectivos efeitos. Ele ainda indicou um equivalente mecânico para o calor, no entanto, sem fazer alguma demonstração. Em geral, ele estabeleceu a base de um princípio de indestrutibilidade das forças e de suas transformações.

O objetivo principal deste artigo foi a busca pelo significado físico de força (*krafte*, em alemão) e como ela, em seus diferentes tipos, se relacionam entre si. Mayer, utilizando um método filosófico dedutivo, ao invés de utilizar construção empírica, generalizou que nenhum efeito pode ser originado sem uma causa, ou ainda, que é impossível que uma causa permaneça sem efeito. Para Mayer, causa e efeito serão entidades de mesma natureza, sendo, em um certo sentido, iguais entre si.

Forças são causas. A elas se aplica imediatamente o princípio fundamental: a causa é igual ao efeito. Se a causa c tem o efeito e , então $c = e$. Se e , por sua vez, é a causa de outro efeito f , $e = f$, e assim por diante: $c = e = f = \dots$. Decorre da natureza desta equação, numa cadeia causal deste tipo, nenhum membro ou parte de um membro pode ser nulo. Essa propriedade de todas as causas denominamos indestrutibilidade. Se uma dada causa c trouxe seu efeito igual; e, então c não existe mais: c tornou-se e . Se depois da produção de e , parte ou toda de c ainda sobrou, a parte que sobrou pode ser a causa de outros efeitos. O efeito total de c excederia e o que contradiria a hipótese $c = e$. Como c transformou-se em e , e e em f , etc., segue que devemos considerar estas quantidades como diferentes manifestações do mesmo objeto. A capacidade de

assumir diferentes formas é a segunda característica essencial de todas as causas (MAYER, 1842, p.1).

Desta forma, considerando a força como uma causa diferente da matéria, ela pode assumir três propriedades: *são objetos quantitativamente indestrutíveis, qualitativamente transformáveis e imponderáveis*. A última propriedade é justificada no seguinte caso: na natureza existem dois tipos diversos de causas, a matéria e a força; a matéria é caracterizada pelo seu peso e por sua impenetrabilidade, enquanto a força, ao invés, pela ausência de peso e penetrabilidade⁶².

Podemos fazer uma relação com o enunciado atual do princípio de conservação da energia, que diz: *a energia não se perde e nem se cria, mas se transforma*. A primeira parte (a energia não se perde e nem se cria) pode ser comparada à propriedade da indestrutibilidade das forças de Mayer e a segunda parte (mas se transforma) à notada propriedade do poder de transformação em seus diversos tipos. Desta forma, apesar de não merecidamente reconhecido como tal, podemos dar o *status* à Mayer de ter sido o primeiro enunciador da lei de conservação da energia. O que faltava, como ainda veremos, era um modelo matemático desta lei, o que será trazido por Helmholtz alguns anos depois, baseado na mecânica newtoniana.

A tese de Mayer, utilizando como ferramenta a filosofia, admitiria como lema principal *causa aequat effectum* (a causa é igual ao efeito), ou ainda, *ex nihilo nil fit* (nada vem do nada).

É importante ressaltarmos que Mayer sabia distinguir a força no sentido de Leibniz e de Newton⁶³. As forças tratadas em seu artigo estão, certamente, relacionadas às forças vivas de Leibniz, ou seja, no sentido do conceito de energia. Neste primeiro artigo restringe as forças da natureza à três tipos diversos:

- 1) *Força de queda*: que seria a causa que provoca a subida ou a descida de um peso, em sentido equivalente ao conceito atual de energia potencial gravitacional. A magnitude da força de queda é tomada como proporcional ao produto entre a massa do corpo e ao deslocamento acima do chão.
- 2) *Movimento*: com o significado próprio de força viva, seria o equivalente à nossa energia cinética. Mayer, em termos de medida, ainda usa a *vis viva* (mv^2) ao invés de $mv^2/2$.
- 3) *Calor*: definido como vibração térmica e passível de convertibilidade entre as outras duas formas de força mencionadas anteriormente.

⁶² Matéria e energia seriam, de fato, relacionadas como possibilidade de causa e efeito apenas no próximo século, com Albert Einstein

⁶³ Para Mayer a força newtoniana é uma causa matemática e não uma causa física. A causa matemática de Newton é a medida da aceleração do movimento de um corpo dada pelo produto entre a massa e a derivada da velocidade em relação ao tempo. No entanto, ele dá à sua força uma propriedade de causa física, como por exemplo a medida de um movimento dada pelo produto entre a massa e a velocidade do corpo ao quadrado (ainda como *vis viva* de Leibniz) (LINDSAY, 1975).

Devemos enfatizar que Mayer, neste primeiro artigo, se exime da questão da essência da natureza do calor, deixando apenas alguns indícios da possibilidade de agitação térmica, mas afirmou com convicção que calor, movimento e força de queda podem se transformar um no outro segundo proporções numéricas determinadas.

Primeiramente nos mostra como a força de queda pode ser transformada em movimento:

Uma causa que provoca a subida de um peso é uma força. O seu efeito, o peso levantado, é também uma força. Em termos mais gerais, isto significa que a separação espacial de objetos ponderáveis é uma força. Como esta força produz a queda do objeto, vamos chamá-la de *força-de-queda*, ou a força associada a quedas. Força-de-queda e queda, ou, de forma mais geral, força-de-queda e movimento são forças relacionadas entre si como causa e efeito. São forças que podem ser transformadas uma na outra; são duas manifestações da mesma entidade. Por exemplo, um peso em repouso no chão não é uma força; não é a causa de um movimento nem a causa da elevação de algum outro peso. No entanto, ele se torna uma causa deste tipo se for erguido acima do chão. A causa, o deslocamento do peso em relação à terra, e o efeito, a quantidade de movimento que é produzida, guardam uma relação constante entre si, como mostra a mecânica (MAYER, 1842, p.1).

No entanto, diferentemente de uma queda livre, ou de um lançamento vertical, em que, em nomenclatura moderna, a energia potencial gravitacional é convertida em cinética e vice-versa, temos muitos outros exemplos em que o movimento parece desaparecer sem explicação. Por exemplo, quando damos um impulso em um corpo e este inicia a deslizar sobre uma superfície horizontal, mas para depois de um tempo devido às forças opositoras. É dado movimento ao corpo, e depois de um tempo este tende ao repouso. E em inúmeros outros casos percebemos o movimento desaparecer sem que outro movimento surja ou sem que o corpo seja levantado, ou elevado à certa altura. Eis que, para que exista um princípio de conservação das forças, o movimento não pode ser inexplicavelmente extinguido do nada, ele deve ter sido convertido em alguma outra forma.

Mayer investiga este problema, afirmando que nunca houve uma tentativa séria de demonstrar os resultados do desaparecimento do movimento⁶⁴ e inicia a sua própria tentativa.

Em inúmeros casos, nós vemos o movimento desaparecer sem que outro movimento surja, ou que algum peso seja levantado. Entretanto, uma vez que uma força existe ela não pode tornar-se nula, mas deve reaparecer em alguma outra forma. Surge a questão: que outras formas podem adquirir as forças que denominamos força-de-queda ou movimento? Só a experiência pode fornecer informação sobre este ponto. Para fazer experimentos úteis neste assunto, devemos escolher instrumentos que, embora causem o desaparecimento do movimento, sofram o mínimo de variação devido aos objetos sob investigação. Por exemplo, se esfregamos dois discos metálicos um contra o outro, provocamos o desaparecimento do movimento e por outro lado observamos o aparecimento de calor. Temos a questão: o movimento é a causa do calor? Para

⁶⁴ Logicamente, na ignorância de trabalhos que vinham sendo desenvolvidos nesse sentido, como os de Joule na Inglaterra e Colding na Dinamarca.

estarmos seguros desta relação, devemos discutir ainda a seguinte questão: nos inúmeros casos em que o aparecimento de calor é observado ao cessar de um movimento, não haveria nenhum outro efeito deste desaparecimento do movimento, além do surgimento do calor? O calor não teria outra causa, que não o desaparecimento do movimento? (MAYER, 1842, p.2).

Seguindo o exemplo de Mayer, vamos considerar um material m , que ao ser esfregado vai ser transformado em um outro n . Para tanto, devido ao atrito foi consumida uma quantidade de movimento que podemos denominar de v . Então, vale a relação $m + v = n$. Agora, se quisermos que n seja transformado para m , ou seja, considerando a transformação inversa, o movimento deve reaparecer de alguma forma. Se não pudermos encontrar nenhum outro efeito associado ao desaparecimento do movimento, além do calor, e no caso inverso, no surgimento do calor, não pudermos encontrar a causa no movimento, e como não existe um efeito sem uma causa, Mayer prefere supor que o calor tem origem no movimento ao contrário de que exista causa sem efeito ou efeito sem causa.

Considerado a possibilidade de conversão entre calor e movimento e vice-versa, para Mayer faltava um argumento convincente de que força de queda poderia ser transformada em calor, e este último em força de queda. Mayer explica que o calor pode aparecer se as partículas de um corpo se aproximam umas das outras, ou seja, um corpo aumenta sua temperatura quando comprimido. Dessa forma, a compressão produz o calor. Levando em consideração que o que vale para as pequenas partículas e para os pequenos espaços também deve valer para corpos grandes e espaços mensuráveis, reflete sobre a queda de um corpo:

A queda de um peso representa uma diminuição do volume da Terra e, portanto, deve guardar alguma relação com o calor produzido. Este calor deve ser exatamente proporcional à magnitude do peso e à distância da superfície da Terra. Essas considerações nos levam de forma simples à relação entre força-de-queda, calor e movimento (MAYER, 1842, p.3).

Assim Mayer defende a possibilidade de interconvertibilidade entre as forças de queda, movimento e calor, mas enfatizando um ponto importante que, para que uma das forças se converta na outra, ela deve inicialmente *deixar de ser* a sua forma primitiva, por exemplo, para que calor se transforme em movimento ele deve deixar de ser calor.

Se força-de-queda e movimento são equivalentes ao calor, é natural que o calor seja equivalente a força-de-queda e ao movimento. Assim como o calor surge como resultado de um decréscimo de volume ou do cessar de um movimento, o calor desaparece como causa do aparecimento de um de seus efeitos: movimento, expansão do volume, elevação de um peso (MAYER, 1842, p.3).

Alguns exemplos do princípio de interconvertibilidade de Mayer são dados em seguida, mostrando seu grande poder de explicação dos fenômenos que envolvem as tecnologias de sua época:

Nos moinhos operados por rodas d'água, o movimento aparece e desaparece, em decorrência do decréscimo de volume que a Terra sofre continuamente com a queda da água; esse movimento produz uma significativa quantidade de calor. E ao contrário, o motor a vapor transforma calor em movimento e levantamento de pesos. A locomotiva a vapor e o trem que a acompanha podem ser comparados a um aparelho de destilação: o calor produzido na caldeira é transformado em movimento, que se transforma de novo em calor (ao menos em parte) nos eixos das rodas (MAYER, 1842, p.3).

Restava, então, investigar qual seria a quantidade de calor que corresponderia a uma determinada quantidade de força de queda e movimento, ou, em outras palavras, a determinação de um equivalente mecânico para o calor. Essa investigação se fazia necessária, pois a força de queda e o movimento já eram mensuráveis com a mesma unidade de medida, mas ainda permanecia desconhecida a equivalência com a unidade de calor.

Mayer deseja descobrir a que altura acima da terra devemos elevar um certo peso para que sua força de queda seja equivalente ao aquecimento do mesmo peso de água de 0°C a 1°C. Essa ideia provavelmente surge de uma experiência enunciada por Mayer do aquecimento de uma determinada quantidade de água contida em um recipiente pela sua forte agitação.

A produção de calor do atrito não pode ser explicada pela diminuição do volume dos corpos friccionados entre si. É bem sabido que é possível fundir dois pedaços de gelo esfregando-os entre si no vácuo⁶⁵, mas tente alguém derreter uma pedra de gelo através de uma simples compressão. Se chacoalharmos violentamente a água, esta sofre um aquecimento, como o autor verificou. A água aquecida (em torno de 12°C ou 13°C) sofre um acréscimo de volume. De onde vem o calor que pode ser produzido em qualquer quantidade se agitarmos a água várias vezes, no mesmo dispositivo? A hipótese de vibração térmica se inclina na direção de adotar o princípio de que o calor é o efeito de movimento, mas não aceita essa relação causal em toda a sua importância, mas coloca o foco principal nas próprias vibrações (MAYER, 1842, p.2-3).

Desta forma, Mayer prefere admitir que o calor deva ser proveniente do movimento, ao invés de admitir que exista alguma causa sem seu respectivo efeito.

Nessa obra sua explicação sobre o equivalente mecânico do calor é bem sucinta, não nos deixando o método matemático utilizado. A base deste cálculo, cujos detalhes serão tratados somente em seu artigo posterior, estão relacionados à ideia da diferença entre a quantidade de calor que deve ser fornecido para uma determinada quantidade de ar para um aquecimento a pressão constante e a

⁶⁵ Experimento de Davy realizado em 1799.

volume constante. A diferença entre estas duas quantidades de calor deveria ser igual ao trabalho realizado pelo gás durante a sua expansão.

A ideia de Mayer é a seguinte:

Aplicando os princípios que desenvolvemos aqui às relações de volume e calor de um gás, nós encontramos uma equivalência entre o decréscimo da altura da coluna de mercúrio que comprime um gás e a quantidade de calor associada à compressão. Se adotamos para a razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante o valor de 1.421, verificamos que a queda de uma altura de cerca de 365 metros corresponde ao aquecimento de igual massa de água de 0°C a 1°C. Se comparamos este resultado com a eficiência de nossos motores a vapor mais eficientes, vemos que apenas uma pequena parte do calor gerado na caldeira é de fato transformado em movimento ou em levantamento de pesos. Isto poderia justificar a tentativa de produzir movimento de outras maneiras que não através do uso da reação química entre o carbono e o oxigênio. A alternativa talvez fosse a transformação direta de eletricidade obtida quimicamente em movimento, de forma eficiente (MAYER, 1842, p.4).

Apesar de ter deixado uma pista sobre a relação entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante, de fato, podemos observar que não há uma explicação sensata para o cálculo de seu equivalente mecânico. Mayer ressalta apenas que a quantidade de calor necessária para aquecer uma determinada quantidade de massa de água de 1°C, é equivalente a queda da mesma quantidade de massa de uma altura de 365 metros.

Para esclarecermos os valores obtidos por Mayer, levemos em consideração uma massa de água de 1000 gramas com calor específico igual a 1cal/g°C. Para o aquecimento dessa quantidade de água de 1°C, temos:

$$Q = mc\Delta T = 1000.1.1 = 1000 \text{ cal}$$

E para o trabalho realizado pela força peso, na queda de um corpo de 1000 gramas (1kg), de uma altura de 365 metros, temos:

$$W = F \cdot d = 1 \cdot 9,8 \cdot 365 = 3577 \text{ J}$$

Assim, 1000 calorias corresponderiam a um trabalho de 3577 Joules, em unidades modernas. Portanto, seu equivalente mecânico seria de aproximadamente 3,6 J/cal. Valor que será confirmado em seu próximo trabalho, publicado no ano de 1845.

Tal trabalho, denominado *O movimento orgânico em suas relações com o metabolismo*, Mayer estende sua teoria da interconvertibilidade entre as forças para outros ramos da Ciência da natureza, de forma muito mais detalhada.

Mayer, no início de sua obra, traz novamente a definição de “força” e as propriedades físicas em que ela será fundamentada. A base de suas investigações está relacionada novamente à *causa e efeito*, e, como escrito por Mayer, *Ex nihilo nil fit. Nil fit ad nihilum*, que significa, “Nada vem do

nada. Nada ocorre do nada” (MAYER, 1872, p. 5). Princípio que é considerado uma das leis fundamentais da Ciência, baseado na ideia de que nenhuma ação pode ser perdida de graça na natureza.

Mayer, utilizando estes lemas, tanto no trabalho de 1842 como no de 1845 (um pouco mais amplo, por englobar também os seres vivos), está teorizando e tendo como foco uma interpretação da experiência. Realmente não podemos esperar que observando os fenômenos da natureza poderemos encontrar o conceito de energia. Mas podemos notar, como Mayer, que algo deve conservar em meio às modificações e transformações. Questão já levantada até mesmo por Aristóteles e desenvolvida por Galileu.

A causa e efeito são entidades físicas iguais em suas naturezas, ou seja, a causa deve ser igual ao efeito. Se uma “força” é uma causa, então, o efeito também deverá ser uma “força”. Lembrando que o significado de “força” para Mayer está longe do conceito de força newtoniano.

Chamamos força uma entidade que através de seu consumo produz movimento. Força como uma causa de movimento é uma entidade indestrutível. Nenhum efeito surge sem uma causa. Nenhuma causa desaparece sem um efeito correspondente (MAYER, 1973 apud LINDSAY 1975, p.285, tradução nossa).

Neste sentido, para Mayer a função da Física seria a de construir os significados das “forças” que existem na natureza e investigar as possíveis transformações entre elas, pois em todos os lugares a experiência confirma que as várias formas de “forças” podem ser transformadas umas nas outras. Realmente, aqui podemos notar que Mayer acredita, de fato, que existe uma única “força” na natureza, mas que pode se apresentar em diversas formas, e, como causa e efeito devem ser iguais, as mudanças de seus tipos podem ser guiadas pelos princípios da interconvertibilidade e equivalência. Ainda neste trabalho, Mayer trará a explicação das transformações das “forças”, e por meio de exemplos, como podem ser relacionadas. Mas antes, enuncia como ativa na natureza inorgânica seis diversas formas de “forças”⁶⁶ que podem se transformar mutuamente uma na outra segundo determinados equivalentes: força de queda (ou força de gravidade), movimento, calor, magnetismo, eletricidade e diferença química.

A primeira das “forças” explicadas é denominada de movimento, que posteriormente viria a ser chamada de energia cinética. Essa “força” é capaz de dar movimento ao corpo, ou seja, um corpo que tem movimento carrega consigo esta energia. Mayer ainda faz uma explanação desta força para as colisões, dizendo que a *força viva* do sistema resta sempre constante, antes e depois da colisão. É claro que Mayer se referiu às colisões do tipo perfeitamente elástica.

⁶⁶ Lembrando que em seu artigo de 1842 já havia enunciado as três primeiras: força de queda, movimento e calor.

Logo, podemos levar em consideração que a magnitude dessa “força” pode ser medida pela equação da força viva que, como veremos, foi considerada ainda como $m \cdot v^2$.

A segunda forma das “forças” é a “força de queda”. Essa é explicada pela elevação de um corpo de determinada massa à uma certa altura. Ela explica como um corpo adquire movimento quando solto desta altura. Segundo Mayer, causa e efeito devem ser de mesma natureza, então, se pela queda de um corpo de uma determinada altura ele adquire movimento, o movimento, que foi o efeito e a queda (força de queda) que foi a causa, devem ser “forças” que se manifestam no corpo nessa mesma ação. Dessa forma, a força de queda se transformou em movimento, já que uma “força” não pode vir do nada a não ser de uma outra “força”. Mayer também explica que, assim como a força de queda foi transformada em movimento, o movimento pode ser transformado em força de queda. A magnitude da força de queda é medida pelo produto entre o peso e a altura (mgh). Em terminologia moderna a força de queda é equivalente a energia potencial gravitacional.

Se a força de queda é transformada em movimento ou vice-versa, o efeito mecânico total mantém um valor constante. Esta lei é um caso especial do axioma da indestrutibilidade da força e é conhecido na mecânica como o princípio da conservação da força viva. Como exemplos, podemos considerar a queda livre a partir de qualquer altura, queda ao longo de caminhos prescritos, oscilações do pêndulo, movimentos dos corpos celestes (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975, p.288, tradução nossa).

Duas considerações de Mayer nesta citação merecem nota, primeiramente o princípio de conservação da energia, enunciado de forma clara e perfeitamente correta, e em segundo lugar, a sua relação com o princípio da conservação das forças vivas. Esta última é, de fato, uma terminologia ruim, pois sabemos que na maioria dos casos a força viva do sistema varia e não se conserva, mesmo se a soma da força viva com a força de queda se mantém constante em uma determinada situação.

A terceira forma de “força” explicada por Mayer é o calor. Em suas palavras “calor é uma forma de força, ele pode ser transformado em efeito mecânico” (MAYER, 1973 apud LINDSAY 1975, p.289).

A sua explicação é dada por meio de um exemplo sobre o movimento de um trem. Se ao trem é dado uma determinada velocidade, esse movimento pode ser alcançado pelas despesas de alguma “força”. Poderia ter adquirido essa velocidade pela descida de um plano inclinado adequado, mas vamos supor que não. Se esse movimento não veio da força de queda, de onde veio? Mayer afirma que tal quantidade de “força” de movimento somente poderia ter sido originada do calor.

O dispêndio de calor ou a transformação de calor em movimento se baseia no fato de que a quantidade de calor que é absorvido pelo vapor é continuamente maior do que aquela que é cedida quando o vapor é condensado e esgotado no ambiente. A diferença

é o calor transformado em atividade mecânica (trabalho) (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975, p.289, tradução nossa).

Em outras palavras, a energia cinética do trem é igual ao calor aproveitado na queima do carvão pela expansão e compressão do vapor no motor, ou à diferença entre calor total produzido e o calor rejeito para o ambiente externo. Assim, calor é transformado em movimento.

Apesar de ter dado o valor em seu artigo anterior, existia a necessidade de saber a equivalência do calor com as outras formas de “força”, e desta vez seria demonstrado. Mayer investiga qual é a quantidade de calor que deve ser dispendida para produzir uma determinada quantidade de ação mecânica, ou seja, trabalho.

Inicialmente é discutido a possibilidade da medida dessa equivalência pelas despesas de calor em um determinado motor. No entanto, Mayer chama a atenção para a dificuldade em fazer tais medidas devido as perdas de calor que não são efetivamente utilizadas na transformação de uma ação mecânica. Uma vez que a maior parte do calor dissipado e inutilizado pode ser apenas aproximadamente estimado, até mesmo um resultado parcialmente confiável seria difícil de ser reproduzido (MAYER, 1872).

Assim Mayer busca uma outra maneira de se medir o equivalente mecânico do calor. Seu procedimento é a explicação para o valor encontrado em seu trabalho de 1842. É digno de nota seu procedimento:

O problema pode ser resolvido de forma mais simples e precisa, por meio do cálculo da quantidade de calor latente, absorvida por um gás que se expande sob pressão constante: quantidade que será designada por y . Se o calor absorvido pelo gás de aquecimento por t °C a volume constante é x , o calor necessário para aquecer o gás através da mesma gama de temperatura a pressão constante será $x+y$. Se, no último caso, o peso levantado é P , então $y = Ph$.

Um centímetro cúbico de ar atmosférico, a 0 °C e 0,76 metro de pressão barométrica pesa (tem uma massa de) 0,0013 grama. Se ele é aquecido de 1 °C, o ar expande-se pela parte de 1/274 do seu volume e ao mesmo tempo eleva uma coluna de mercúrio, de secção transversal de 1 centímetro quadrado e 76 centímetros de altura por 1/274 metros. O peso desta coluna é 1033 gramas. O calor específico do ar (o da água é tomado como unidade), a partir do trabalho de Delaroché e Berard, é 0,267. A quantidade de calor que um centímetro cúbico de ar absorve, a fim de ir de 0 °C a 1 °C a pressão constante é conseqüentemente igual ao calor, através do qual (0,0013) (0,267) = 0,000347 grama de água teria a sua temperatura aumentada de 1 °C. De acordo com Dulong, que a maioria dos físicos seguem, a quantidade de calor que o ar absorve ao aquecer-se de 1 °C a volume constante, para uma quantidade à pressão constante é proporcional a 1: 1.421. Se usarmos este valor, calculamos o calor necessário para aquecer 1 centímetro cúbico de ar de 1 °C a volume constante como $0,00037 / 1.421 = 0,000244$.

A diferença $(x + y) - x = y$ é, por conseguinte, $0,000347 - 0,000244 = 0,000103$ unidades de calor. Pela despesa disto, 1033 gramas de mercúrio são elevados de 1/274 centímetro. Assim uma unidade de calor é equivalente a elevação de 367 metros de 1 grama.

O mesmo resultado será obtido, se em lugar de ar atmosférico aplica-se um cálculo semelhante para qualquer outro gás simples ou complexo (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975, p. 291-293, tradução nossa).

Antes de esclarecermos o raciocínio de Mayer, devemos fazer algumas observações ao seu procedimento. Primeiramente o valor da relação entre os calores específicos à pressão constante e à volume constante foi considerado como 1,421, e devemos salientar que o valor 1,41, em vez de 1,421, está em melhor acordo com os valores modernos da razão entre os calores específicos. A unidade de calor que foi utilizada por Mayer é equivalente à unidade caloria (LINDSAY, 1975). Notamos também uma pequena diferença entre os valores apresentados em relação às alturas de queda equivalentes ao aquecimento: no trabalho de 1842, Mayer apresenta que uma unidade de calor é equivalente à elevação de 365 metros de altura, mas em seu trabalho de 1845 esta medida é apresentada como 367 metros. No entanto, nos dois trabalhos foram utilizados os mesmos valores para a razão entre os calores específicos à pressão constante e à volume constante⁶⁷.

O raciocínio segue da seguinte maneira: imagine que forneceremos uma quantidade de calor para uma determinada quantidade de gás preso em um recipiente, projetado com um êmbolo móvel.

- 1) Se quisermos aquecer o gás mantendo sua pressão constante, este deverá obrigatoriamente aumentar o seu volume. Desta forma, aqui, o calor será responsável pelo aquecimento do gás e pela sua expansão. Devemos lembrar que a expansão do gás está relacionada a realização de trabalho.
- 2) Se quisermos aquecer um gás mantendo seu volume constante, este deverá, obrigatoriamente, aumentar a sua pressão. Neste caso, o calor é utilizado apenas para o aquecimento do gás. Aqui, não houve realização de trabalho.
- 3) Levando em consideração as duas situações anteriores, se quisermos elevar a temperatura de uma determinada quantidade de gás de 1°C, na primeira situação, deverá ser fornecido uma quantidade maior de calor, pois parte desta quantidade inicial será transformada em trabalho.

Deste raciocínio, Mayer relaciona o excesso de calor com o movimento realizado pelo gás, em outras palavras, o trabalho realizado pelo gás é a diferença dos calores a pressão constante e a volume constante.

Agora, como Mayer calculou que 1 caloria é equivalente ao levantamento de 1kg de peso à uma altura de 367 m?

Da citação anterior verificamos que o procedimento tem a finalidade do aquecimento de 1°C de 1 cm³ de ar. Durante o aquecimento ele se expande 1/274 partes de seu volume inicial e aumenta

⁶⁷ Para exatidão desta pesquisa consultamos os originais em alemão *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur* (MAYER, 1842, p. 158) e *Die organische Bewegung in ihren Zusammenhänge mit dem Stoffwechsel* (MAYER, 1845, p. 15).

a pressão correspondente à elevação de 1/274 metro de uma coluna de mercúrio de 76 cm iniciais e área de base de 1 cm².

Vamos imaginar, dessa forma, um gás confinado em um recipiente e acoplado a ele um tubo com mercúrio e com as especificações dadas por Mayer. Inicialmente o gás estará em equilíbrio com a coluna de mercúrio, ou seja, o gás equilibrará uma coluna de mercúrio de 76 cm. Quando o gás é aquecido de 1°C seu volume irá expandir e a nova pressão fará a coluna de mercúrio aumentar 1/274 cm. Desta forma, o levantamento da referida coluna de mercúrio será igual ao trabalho realizado pelo gás na expansão. Como já temos o deslocamento, desta vez, basta calcularmos o peso da coluna de mercúrio que será empurrada pelo gás para calcularmos o trabalho. Sabendo que a densidade d do mercúrio é de 13,58 g/cm³ e que o volume V de mercúrio pode ser obtido pelo produto entre a área da base do cilindro A e a altura da coluna h , temos:

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = d \cdot A \cdot h \rightarrow m = 13,58 \cdot 1 \cdot 76 \approx 1033 \text{ g}$$

O trabalho calculado por Mayer foi o seguinte:

$$W = F \cdot d = 1033 \cdot \frac{1}{274} = 3,77 \text{ G.cm} = 0,0377 \text{ G.m}$$

Aqui, G é o grama-força, e 1 KG é equivalente à 9,8 N.

Em notação moderna, que seria o Joule (J), temos:

$$W = 0,000369 \text{ J}$$

O valor 0,0377 G.m seria, então, o trabalho realizado pelo gás. Dessa forma, restava saber a quantidade de calor causadora desse levantamento e fazer a relação entre essa quantidade e o trabalho produzido.

Nas condições apresentadas por Mayer foi considerado que 1cm³ de ar equivale a 0,0013 g de massa e o calor específico do ar à pressão constante igual a 0,267, considerando o da água como uma unidade. De fato, temos para a unidade de calor específico a cal/g.°C, que coincide com a unidade usada atualmente.

Sabendo que a razão entre os calores específicos é de 1,421, temos:

$$\frac{c_p}{c_v} = 1,421 \rightarrow c_v = \frac{0,2267}{1,421} = 0,188 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

Da nossa premissa de que o trabalho é igual à diferença entre o calor à pressão constante Q_p e à volume constante Q_v , temos:

$$W = Q_p - Q_v = mc_p \Delta T - mc_v \Delta T$$

$$W = 0,0013 \cdot 1 \cdot (0,267 - 0,188) = 0,000103 \text{ unidade de calor}$$

Dessa forma, nas unidades de Mayer, teremos que 0,0377 G.m de trabalho é equivalente à 0,000103 unidades de calor, aproximadamente 367 G.m/cal. Observando a relação, uma unidade de

calor é equivalente à 367 grama-força metro, ou equivalente ao levantamento de um corpo de 1 grama de 367 metros de altura.

Em notação moderna, 0,000369 J de trabalho é equivalente à 0,000103 calorias, o que nos leva ao valor de aproximadamente 3,6 J/cal. Vale ressaltar que foi um dos primeiros cálculos do equivalente mecânico do calor e que esse valor é muito próximo do que consideramos correto atualmente. No entanto, seu método será motivo de controvérsias, tendo como principal opositor James Prescott Joule, que apresentará sua opinião, como ainda será mostrado.

Em seus cálculos, Mayer assumiu que o calor específico do gás não sofreu alteração com a modificação de sua densidade durante o processo. E essa consideração levantará um problema na disputa sobre o correto equivalente mecânico do calor.

Na visão de Joule a independência do calor específico com a densidade não foi demonstrado por Mayer. Outro problema apresentado por Joule é que não estava claro se todo o trabalho gasto na compressão foi transformado em calor sensível, pois existe a possibilidade de que parte desta quantidade fosse consumida para trazer as moléculas do gás mais próximas umas das outras, ou seja, aumento de energia potencial, em nomenclatura moderna. Destas formas, Joule argumentou que o equivalente mecânico do calor não poderia ser obtido teoricamente (JOULE, 1849).

Mas Mayer se defendeu desta acusação se referindo à um experimento de Joseph-Louis Gay-Lussac de que um gás que se expande inicialmente de um recipiente para outro totalmente evacuado de mesmo tamanho experimenta um resfriamento do primeiro recipiente igual ao aquecimento do segundo. Desta experiência, Mayer argumenta que o resultado mostra que não há alteração do calor específico durante a expansão (MAYER, 1849).

No entanto, a conclusão seria outra. De fato, Gay-Lussac interpretou o resultado como prova de que o calor específico do gás diminuiu com a sua densidade (PLANCK, 1887).

A conclusão da controvérsia é que Joule estava certo sobre o problema do equivalente mecânico do calor encontrado por Mayer.

A quarta forma de força apresentada por Mayer é a eletricidade. Apesar de não a definir, podemos, a partir dos exemplos apresentados, relacioná-la à energia potencial elétrica. Mayer tenta provar que uma determinada ação mecânica pode se transformar em eletricidade e vice-versa.

O primeiro exemplo apresentado está relacionado a um eletróforo, uma máquina simples de indução eletrostática. Um eletróforo tem uma base resinosa envolta por um material isolante e uma tampa de material condutor com uma haste de material isolante. Vamos imaginar esse sistema como um cilindro, considerando a base apoiada na superfície e a tampa passível de aproximação e afastamento verticalmente relativo, sempre através desse cilindro. Mayer considerou seu eletróforo como ideal, ou seja, a tampa poderia se mover livremente sem perdas pelos atritos.

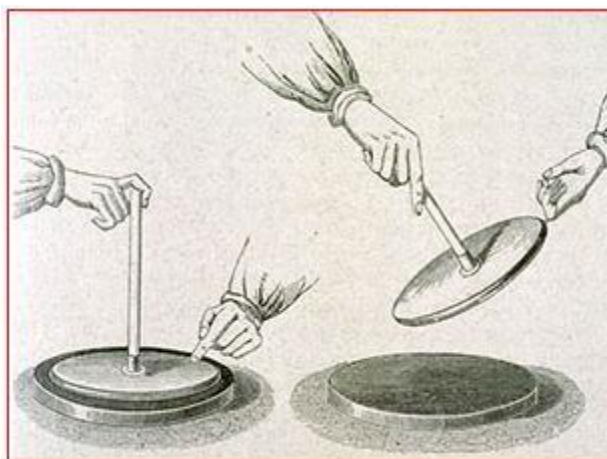


Figura 48 - Eletróforo

Fonte: <http://web.ccead.puc-rio.br/condigital/mvsl/linha%20tempo/Volta/eletroforo.html>

Se alguém levantar a tampa de uma altura h relativa à base não eletrificada, o trabalho realizado contra o peso será de $P.h$. Com a base eletrificada a tampa será atraída e o trabalho realizado deverá ser maior para a mesma altura h . Podemos dizer que será igual a $P.h + p$. No entanto, quando a tampa estiver sobre a base ela exerce um efeito elétrico maior do que quando estiver na altura h . Assim, no levantamento da tampa o trabalho deverá ser maior que $P.h + p$, vamos considerar esse acréscimo como x . Denominando de z o efeito elétrico na base e de z' o efeito elétrico na altura h , o efeito mecânico exercido no levantamento deverá ser igual ao correspondente efeito elétrico.

Mayer, desta maneira conclui que $x = z + z'$, ou seja, o efeito mecânico foi transformado neste efeito elétrico.

A conclusão é simples. Não se recebe nada do nada. A eletricidade da base do eletróforo não pode por si só gerar a produção contínua de energia elétrica, uma vez que se mantém inalterada no total. A energia mecânica que desaparece em cada repetição do processo de carregamento não pode ter simplesmente desaparecido. O que devemos fazer para escapar deste duplo paradoxo? Admitir que o efeito mecânico é transformado em eletricidade. A base do eletróforo, como a alavanca ou a retorta, não é nada mais do que um instrumento que o experimentador usa para provocar uma metamorfose (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975, p. 299, tradução nossa).

Em analogia à produção de eletricidade, Mayer afirma que o magnetismo também pode ser obtido pela despesa de energia mecânica. Um determinado ímã pode desempenhar o papel do eletróforo e, através da magnetização de uma barra de ferro, resultam as mesmas relações de atração das consideradas para o caso da eletricidade. Sua conclusão é: “despesa de efeito mecânico pode produzir uma tensão elétrica ou magnética” (MAYER, 1975, p. 300).

A última força comentada por Mayer é a força química. Ela pode ser identificada nas reações químicas, tanto na separação de certos materiais como na combinação de outros.

Se alguém junta placas de zinco e cobre com pegas isolantes e, em seguida, os coloca em contato e imediatamente depois os separa, a chapa de zinco será encontrado com

um potencial positivo e a placa de cobre com um potencial negativo. Antes do contato os metais estavam neutros (não eletrificados), após o contato eles foram carregados opostamente. A fim de permitir a sua separação, um gasto de energia mecânica é necessário, tal como algo análogo no caso do eletróforo, discutido anteriormente. Outras circunstâncias prevalecem se as placas permanecem em contato. No lugar de energia mecânica, entra a energia química. Com as despesas da separação química do metal e do oxigênio surge um somatório de todos os efeitos, como já considerado em detalhe. Por meio da alavanca nós podemos transformar uma dada força de queda em outra. Nós sacrificamos um determinado deslocamento espacial, a fim de trazer um outro deslocamento espacial. A maravilhosa alavanca dos químicos é a pilha voltaica. Fenômenos de redução e desenvolvimento de calor e energia mecânica, o qual vemos surgir como efeitos da pilha, devem a sua origem às despesas de alguma forma de energia, para o dado deslocamento do metal e do oxigênio, do sal e do ácido. A equivalência da causa e efeito é revelado de forma mais eficaz pelo aparelho de gás de Grove (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975, p. 304-305, tradução nossa).

Uma vez enunciado as principais forças da natureza, Mayer afirma que o resultado do estudo pode ser reunido em uma única lei geral: “em todos os processos físicos e químicos o valor da força permanece constante” (MAYER, 1975, p. 305).

Vemos pela primeira vez na história o enunciado preciso da lei de conservação da energia, basta substituímos a palavra *força* por *energia*. Vale ressaltar que o conceito de *força* (*Kraft*) de Mayer está em comum acordo com o conceito de energia.

O esquema a seguir fornece um resumo das principais formas de energia consideradas por Mayer, assim como encontrado em sua obra:

I.	Forças de queda	}	Simples ou Vibrantes
II.	Movimento		
III.	Calor		
IV.	Magnetismo		
	Eletricidade (corrente galvânica)		
V.	Separação química de certos materiais	}	Forças químicas
	Combinação química de outros determinados materiais		

Ainda são apresentados 25 exemplos experimentais para demonstrar as transformações de uma forma de força em outra (MAYER, 1973 apud LINDSAY, 1975):

1. A transformação de uma força de queda em outra por meio da alavanca.
2. A transformação da força de queda (energia potencial) em energia de movimento, seja por queda livre ou queda ao longo de um caminho prescrito.
3. A transformação de um movimento em um segundo movimento. Isto pode realizar-se completamente através da colisão frontal de partículas elásticas com mesma massa ou parcialmente através de colisão e fricção.

4. A transformação de energia de movimento em força de queda (energia potencial), através do movimento de uma partícula para cima a partir da superfície da terra. Tal transformação de ambas as formas de energia pode realizar-se periodicamente como na vibração de um pêndulo e nos movimentos centrais dos planetas.

5 e 6. Transformação de energia mecânica em calor na compressão de fluidos elásticos, e por colisão e fricção. A absorção de luz consiste em uma transformação de movimento vibracional em calor.

7 e 8. A transformação de calor em energia mecânica resulta da expansão dos gases sob pressão, em motores a vapor, e na energia de vibração na radiação a partir de corpos aquecidos.

9. A transformação de um tipo de calor para o outro por meio de condução.

10. A transformação de calor em reações químicas. Se os compostos são decompostos por calor eles são formados com o desenvolvimento de calor. Exemplos são a combinação de ácido sulfúrico com água e a combinação de cal com água.

11. A transformação de energia química em calor como na combustão.

12, 13, 14. A transformação de energia química em corrente galvânica e a subsequente transformação da corrente em energia química, bem como a transformação da corrente em energia química na pilha voltaica.

15, 16, 17. A transformação de eletricidade em calor e energia mecânica: no brilho de um fio condutor de corrente, na faísca elétrica, os movimentos de atrações elétricas e eletromagnéticas, por descargas elétricas, especialmente no flash do relâmpago.

18. Uma transformação parcial de uma corrente elétrica para outra dando origem a uma corrente induzida.

19. A transformação direta de calor em eletricidade no fenômeno termoelétrico e na produção de frio através do efeito Peltier.

20, 21. A transformação de energia mecânica em eletricidade pela fricção e indução.

22-25: A transformação de energia mecânica em energia química, indiretamente, através da transformação da energia dada em eletricidade e calor.

Temos aqui um importante trabalho na História da Ciência, pois além de trazer o enunciado formal de um princípio de conservação e interconvertibilidade, traz aplicações destes em diversos fenômenos naturais, e ainda, demonstra a equivalência entre calor e trabalho. Assim Mayer conclui sua tese de que: *causa aequat effectum*.

Ainda que hoje sabemos da importância do trabalho de Mayer, ele não foi reconhecido pela comunidade de físicos da época, talvez por ter sido considerado insuficiente seu conhecimento em matemática. Nos primeiros anos de suas publicações não exerceram influência alguma sobre a difusão

e o desenvolvimento do princípio que sofreria progressão independente, provavelmente, tão rapidamente quanto foi, pois, as mesmas ideias emergiam de formas diversas, com origens diversas e diferentes motivações.

Somente duas décadas depois, por meio das conferências do físico John Tyndall, surge mundialmente o reconhecimento pelos trabalhos de Mayer.

7.2 James Prescott Joule: a confirmação de um equivalente mecânico para o calor

Joule nasceu em 1818 na cidade de Salford, próximo à Manchester, Inglaterra, e morreu em Trafford, em 1889. Foi educado em casa, por sua família de cervejeiros, até o ano de 1834, quando foi enviado para estudar com John Dalton, em Manchester. Neste período em Manchester aprendeu geometria e aritmética. Seu fascínio pelas máquinas começou quando se tornou gerente da fábrica de cerveja, durante a substituição dos motores a vapor pelos elétricos, recém inventados. Sua curiosidade começou a instigá-lo à investigação da produção de calor por essas máquinas e sua relação com outros poderes da natureza, como a ação mecânica, a queda dos corpos e a eletricidade. Da investigação dessas relações encontrou a lei que hoje leva o seu nome, que diz que a produção de calor por uma corrente elétrica é proporcional à resistência elétrica do condutor e ao quadrado da corrente (efeito Joule). Incansáveis trabalhos também foram realizados e publicados com o intuito de fornecer um equivalente mecânico para o calor. Estes trabalhos datam do início de sua carreira científica, meados de 1840, até o ano de 1878. Outra importante contribuição que Joule deixou, no ano de 1847, diz respeito à enunciação, comparável à de Mayer, de um princípio de conservação e convertibilidade das forças da natureza (LINDSAY, 1975).

Observaremos como de suas concepções iniciais e imprecisas, lentamente, em um desenvolvimento gradual conseguiu desenvolver uma clara e completa consciência da validade do princípio, principalmente no que diz respeito à sua generalização. Sua ideia se fundamenta na negação da possibilidade de aniquilação de qualquer força na natureza, ou seja, nenhum trabalho pode ser produzido sem um efeito correspondente. Desta forma, para Joule, as forças fundamentais da natureza seriam indestrutíveis. Esses efeitos como a eletricidade, o magnetismo, a queda de corpos e a variação de volume de uma amostra gasosa serão fontes de estudo na busca de um equivalente mecânico para o calor.

Seu interesse pelo fenômeno do calor teve origem em um trabalho publicado em dezembro do ano de 1840, na *Philosophical Magazine*, com o título *On the Heat involved by Metallic Conductors of Electricity, and in the Cells of Battery during Electrolysis*. Nesse trabalho Joule teve o objetivo de investigar o calor produzido pela ação voltaica.

O experimento de Joule consistia em fazer passar corrente elétrica através de uma bobina imersa em um recipiente com determinado volume de água. Com auxílio de um termômetro fez medidas da temperatura da água em determinados intervalos de tempo durante a passagem de corrente elétrica pelo aparato. Fez medidas com fios de diferentes tipos de metais, como de ferro e de cobre, por exemplo, e com diferentes espessuras e formatos. Suas observações estavam voltadas à relação entre a quantidade de corrente elétrica que passava pelo fio com o aumento de temperatura da água que estava contida dentro do frasco.

Após várias medidas, Joule chegou à seguinte conclusão:

Quando uma determinada quantidade de eletricidade voltaica passa através do condutor metálico por um determinado intervalo de tempo, a quantidade de calor liberado é sempre proporcional à resistência que apresenta, qualquer que seja seu comprimento, espessura, forma, ou tipo de condutor metálico (JOULE, 1884, p.64, tradução nossa).

Outras importantes conclusões foram dadas após uma série de experimentos de eletrólise através de correntes elétricas galvânicas passando por diferentes substâncias:

1. Se os eletrodos de um par galvânico de determinada intensidade forem conectados por qualquer simples corpo condutor, o total de calor voltaico gerado por todo o circuito (desde que nenhuma ação local ocorra no par) será, qualquer que seja a resistência à condução, proporcional ao número de átomos (quer de água ou de zinco) devido a geração de corrente. Pois, se a resistência à condução ser diminuída, a quantidade de corrente vai ser aumentada na mesma proporção, e, portanto, de acordo com a lei (68), a quantidade de calor que, assim, que pode ser gerada num dado tempo também será proporcionalmente aumentada; enquanto que, naturalmente, o número de átomos que seria eletrolisado no par vai ser aumentado na mesma proporção.
2. O calor voltaico total que é produzido por qualquer par, é diretamente proporcional à sua intensidade, e o número de átomos que são eletrolisados nele. Pois a quantidade de corrente é proporcional à intensidade do par, e conseqüentemente a quantidade de calor desenvolvido em um determinado momento é proporcional ao quadrado da intensidade do par, mas o número de átomos de eletrólise é proporcional, ao mesmo tempo, à razão simples somente da corrente, ou da intensidade do par.
3. Quando por qualquer arranjo voltaico, quer simples ou composto, passa uma corrente elétrica através de qualquer substância, seja um eletrólito ou não, o calor total voltaico, que é gerado por um determinado tempo, é proporcional ao número de átomos que são eletrolisados em cada célula do circuito, multiplicada pela intensidade virtual da bateria (JOULE, 1884, p.77-78).

Tais análises o levaram a conceber a lei de que o calor gerado pela eletricidade é sempre proporcional à resistência do material condutor e à corrente elétrica, iniciando sua concepção de conversão entre as “forças” da natureza, a conversão de eletricidade em calor.

No ano seguinte, em 11 de novembro de 1841, publica *On the Electric Origin of the Heat of Combustion*, com o objetivo principal de provar que o calor de combustão, utilizado na formação de um eletrólito, é uma consequência da resistência da condução de eletricidade. Deu uma explicação sobre o calor liberado pela combustão de determinados corpos, com a hipótese de sua origem na resistência da condução de eletricidade entre o oxigênio e os combustíveis, no momento de sua união. Mostrou ainda que o calor produzido pela união de dois átomos é proporcional à força eletromotriz da corrente que passa entre eles, ou seja, da intensidade de suas afinidades químicas, outra forma de conversão entre os dois tipos de “forças”.

Já em seu trabalho publicado em 24 de janeiro de 1843 com o título *On the Heat evolved during the Electrolysis of Water* nos traz as seguintes conclusões da reunião desses dois últimos trabalhos:

1. Numa célula eletrolítica, existem três obstáculos distintos ao fluxo de uma corrente voltaica. O primeiro destes é a resistência à condução normal; a segunda é a resistência à eletrólise sem a necessidade de alterações químicas, resultantes simplesmente de repulsão química; e a terceira é a resistência à eletrólise acompanhada por alterações químicas.
2. No primeiro caso o calor é liberado, exatamente como em um fio, de acordo com o valor da resistência e o quadrado da corrente; e é assim que uma parte do calor que pertence às ações químicas da bateria é desenvolvida. Na segunda, uma reação na intensidade da bateria ocorre; e onde quer que exista, o calor é desenvolvido exatamente equivalente à perda de potência de aquecimento da bateria, resultante da sua intensidade reduzida. Mas a terceira resistência difere da segunda na medida em que o calor devido à sua reação se torna latente, e é, assim, perdida pelo circuito.
3. O calórico de todo o circuito é exatamente contabilizado por todas as modificações químicas.
4. O poder de aquecimento e o poder mecânico de uma corrente são, por equivalência da eletrolise em qualquer célula de bateria, proporcional a intensidade ou à força eletromotriz. Logo, o poder de aquecimento e o poder mecânico de uma corrente são proporcionais um ao outro.
5. A máquina eletromagnética permite converter poder mecânico em calor por meio da corrente elétrica induzida. E eu tenho pouca dúvida de que, por meio da interposição de um motor eletromagnético em um circuito de uma bateria, uma diminuição de calor desenvolvido pelo equivalente de mudança química surgiria como consequência, e está em proporção ao poder mecânico obtido.
6. A eletricidade pode ser considerada um grande agente para a realização, organização e conversão de calor químico (Joule, 1884, p.119-120, tradução nossa).

A conclusão geral é a de que a quantidade de calor produzido por uma corrente elétrica em um circuito é idêntica àquela que pode ser obtida pela oxidação direta dos metais ativos na corrente, e por isso, afirmou que o calor químico é essencialmente de origem elétrica.

Nestes trabalhos, Joule deixa sua primeira importante contribuição que relaciona dois fenômenos até então distintos: *os efeitos térmicos de uma corrente são equivalentes aos efeitos*

químicos. E assim, pela primeira vez traz a observação de que na natureza a aniquilação de trabalho não ocorre sem um efeito correspondente.

A partir desta ideia Joule inicia uma incessante pesquisa a respeito dos efeitos mecânicos do calor em diversos fenômenos.

Seu subsequente trabalho foi publicado em 21 de agosto de 1843 com o título *On the Calorific Effects of Magneto-Electricity, and on the Mechanical Value of Heat*. O artigo é dividido em duas partes. A primeira parte com o título *on the calorific effects of magneto-electricity* procura analisar se o calor é obtido pela sua transferência ou pode ser gerado.

Já no início do trabalho Joule expressa sua opinião sobre a natureza do calor, considerando-o um estado de vibração e não uma substância, como interpretado pela teoria do calórico. Essa questão é fundamentada com a ideia de que na corrente galvânica induzida por um sistema eletromagnético não há produção de calor, mas uma transferência de calor da bobina para o sistema, pois se observa o resfriamento da bobina (JOULE, 1884).

Se o calor é um estado de vibração, como acredita, ele poderá ser induzido por uma ação mecânica. A sua investigação dos efeitos caloríficos da eletricidade induzida por um motor eletromagnético se inicia com o seguinte procedimento: fez girar um pequeno eletroímã imerso em um recipiente com água; nos polos do eletroímã foi acoplado um galvanômetro para medir os efeitos da eletricidade, e com um termômetro as modificações da temperatura da água.

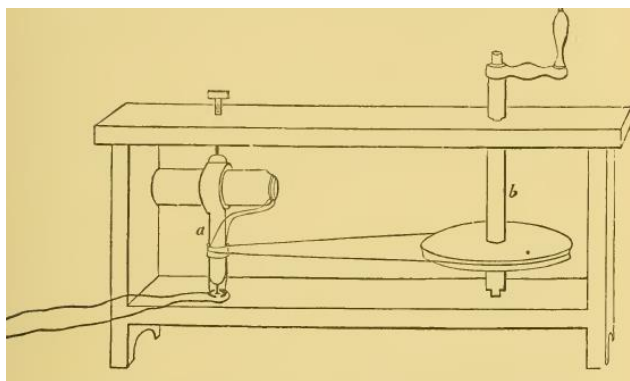


Figura 49 - Motor eletromagnético de Joule
Fonte: Joule (1884, p. 125).

Após várias medidas obteve a conclusão de que “o experimento constitui prova decisiva de que o calor desenvolvido pela bobina da máquina é regido pelas mesmas leis que governam o calor gerado pelo dispositivo voltaico” (JOULE, 1884, p. 138), ou seja, que de fato o calor pode ser gerado ou destruído pela máquina magneto-elétrica.

Desta vez, com o intuito de analisar o calor desenvolvido pelas correntes voltaicas quando são neutralizadas ou balanceadas por indução magnética, acoplou ao aparato inicial uma bateria. Então, girando a roda em uma determinada direção, poderia se opor ao sentido da corrente voltaica, ou,

quando girada em sentido inverso, poderia aumentar a intensidade da corrente voltaica. Assim, poderia analisar as influências da ação mecânica no sistema.

Agora, o aumento ou diminuição dos efeitos químicos que ocorrem na bateria durante um determinado tempo é proporcional ao efeito magneto-elétrico, e o calor liberado é sempre proporcional ao quadrado da corrente; por conseguinte, o calor devido a uma determinada ação química está sujeito a um aumento ou a uma diminuição diretamente proporcional à intensidade da magneto-eletricidade auxiliando ou opondo-se à corrente voltaica.

Temos, portanto, na magneto-eletricidade um agente capaz, por meios mecânicos simples, de destruir ou gerar calor (JOULE, 1884, p.145-146, tradução nossa).

Como a máquina do aparato experimental gera corrente elétrica por meio de indução eletromagnética, que por sua vez, é gerada por movimento, Joule conclui, como podemos ler na citação anterior, que o calor desenvolvido pela corrente voltaica é uma consequência de ação mecânica, ou seja, do trabalho. Esta ideia implica uma importante prova para a relação entre efeito mecânico e calor.

Na segunda parte do trabalho, denominada *on the mechanical value of heat*, faz uma tentativa de relação numérica absoluta entre calor e potência mecânica, ou seja, buscou encontrar um equivalente mecânico para o calor, necessidade que surge após sua observação sobre a convertibilidade entre ação mecânica e efeito térmico.

Depois de provar que o calor é gerado pela máquina magneto-elétrica, e que, por meio do poder indutivo do magnetismo que pode diminuir ou aumentar controladamente o calor devido a alterações químicas, tornou-se um objetivo de grande interesse inquirir se uma razão constante existia entre ele e a potência mecânica adquirida ou perdida. Para esta finalidade foi apenas necessário repetir algumas das experiências anteriores, e para determinar, ao mesmo tempo, a força mecânica necessária, a fim de girar o aparelho (JOULE, 1884, p. 149, tradução nossa).

Um sistema de pesos foi acoplado à máquina magneto-elétrica. Mediante a queda dos pesos, fez rotacionar ao redor de um eixo, suspenso verticalmente, uma espira de indução entre dois fortes polos magnéticos fornecidos pela máquina. Essa espira estava imersa em um tubo de vidro, cheio de água, servindo, dessa forma, como um calorímetro. Joule controlava a corrente gerada a partir da velocidade constante de queda dos pesos, em concordância com as revoluções que causava na máquina. Confrontou o calor produzido na espira pela corrente induzida, com o trabalho mecânico produzido pela queda dos corpos.

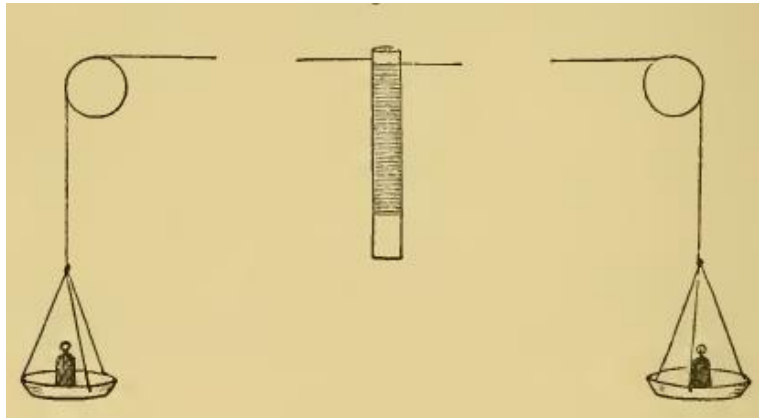


Figura 50 - Sistema de pesos acoplado à máquina magneto-elétrica
Fonte: Joule (1884, p. 150).

Após repetir trezes vezes o experimento, e admitindo que houve uma diferença considerável entre alguns dos resultados, adotou o resultado médio para o equivalente mecânico do calor e obteve o seguinte resultado:

A quantidade de calor capaz de aumentar a temperatura de 1 libra de água de 1 grau na escala Fahrenheit é igual a, e pode ser convertida em uma força mecânica capaz de levantar perpendicularmente de uma altura de 1 pé um peso de 838 libras (JOULE, 1884, p. 156, tradução nossa).

Seu resultado foi um pouco mais alto que o valor hoje aceito. Para fazermos a correspondência com o valor moderno do equivalente mecânico do calor, faremos as seguintes transformações:

- 1 libra = 0,4536 kg
- 1 pé = 0,3048 m
- Variação de 1° F = 0,555 °C

A quantidade de calor necessária para esquentar de 1 °F, 1 lb de água, considerando o calor específico da água como 1 cal/g°C, será:

$$Q = mc\Delta T = 453,592 \cdot 1 \cdot 0,555 = 251,995 \text{ cal}$$

Já o trabalho realizado para levantar uma massa de 838 lb de uma altura de 1 pé, considerando a aceleração gravitacional como 9,8066 m/s², será:

$$W = mgh = 838 \cdot 0,4536 \cdot 9,8066 \cdot 0,3048 = 1136,1887 \text{ J}$$

Desta forma o equivalente mecânico do calor encontrado por Joule, em unidades modernas pode ser representado pelo número:

$$\frac{W}{Q} = 4,5 \text{ J/cal}$$

Um pouco acima do valor aceito atualmente, o equivalente mecânico do calor ainda seria obtido por vários outros métodos mais eficientes, pelo próprio Joule.

Ao final deste mesmo trabalho, se mostra a favor, assim como Mayer, da teoria da indestrutibilidade das forças da natureza, e ainda estende sua noção para o calor gerado pelo corpo humano⁶⁸

[...] está satisfeito (pelos experimentos realizados) que os grandes agentes da natureza são, por decreto do Criador, *indestrutíveis*, e que quando qualquer força mecânica é gasta, um exato equivalente de calor é sempre obtido. [...] É indiscutível que o calor seja produzido por tal fricção (fricção do sangue nas veias das artérias), mas deve ser entendido que a força mecânica consumida é uma parte da força de afinidade que causa a união do sangue venoso com o oxigênio (JOULE, 1884, p.158, tradução nossa).

Na conclusão do trabalho Joule traz outra ideia importante, explicando o calor latente como uma força de afinidade, em alguns casos podendo se transformar em calor efetivo:

Observarei, em conclusão, que os experimentos relatados no presente trabalho, não contradizem, embora eles certamente pouco modificam, os pontos de vista que eu já havia entretido em relação à origem elétrica do calor químico. Eu havia me esforçado em provar que quando dois átomos se combinam, o calor desenvolvido é exatamente igual àquele que teria sido desenvolvido pela corrente elétrica devido a ação química, e, portanto, proporcional à intensidade da força química que causa a combinação dos átomos. Agora, me aventuro em atestar mais explicitamente, que isso não é precisamente a atração de afinidade, mas sim a força mecânica gasta pelos átomos caindo um em relação ao outro, o que determina a intensidade da corrente e, conseqüentemente, a quantidade de calor desenvolvido; de modo que temos uma hipótese simples pela qual podemos explicar por que o calor é desenvolvido tão livremente na combinação de gases, e pelo qual, de fato, podemos explicar o calor latente como um poder mecânico preparado para a ação como um relógio de mola (JOULE, 1884, p. 158-159, tradução nossa).

Desta forma, dois átomos quando combinados poderiam liberar certa quantidade de calor. Tal calor dependeria do estado físico da matéria, pelo distanciamento entre os átomos. No estado gasoso, esta quantidade de calor desenvolvida seria maior do que se as substâncias estivessem no estado líquido, pois o espaçamento entre dois átomos no estado gasoso é maior, e assim, como Joule afirmou, a “queda” de um átomo em relação ao outro seria maior. Com esta inferência, Joule nos fornece uma importante contribuição sobre uma noção de como o aumento ou a diminuição de temperatura na combinação entre duas substâncias pode ocorrer.

Em sequência a este último feito, Joule apresenta a *Royal Society*, em maio de 1845, um trabalho com o título *On the Changes of Temperature produced by the by the Rarefaction and Condensation of Air*. Sua principal contribuição nesta pesquisa foi a de confrontar o trabalho despendido pela compressão do ar com o conseqüente aumento de temperatura. Ele verificou que este aumento de temperatura se deve ao trabalho externo realizado, e não à variação da capacidade térmica do gás, pela modificação de suas variáveis de estado, como se pensava até então.

⁶⁸ Joule chegou à essa ideia por meio de conversas com seu amigo John Davis, e se baseou na fisiologia de von Haller (Joule, 1884).

Neste sentido, devemos enfatizar que Mayer já havia considerado que nenhum trabalho interno é produzido pela variação de volume do gás, quando em seus trabalhos de 1842 e 1845 encontrou o equivalente mecânico do calor. No entanto, não havia demonstrado. Como veremos em seguida, Joule demonstra tal independência.

Como vimos nos trabalhos anteriores, Joule já havia obtido uma relação entre o calor e outras formas ordinárias de ação mecânica. Demonstrou experimentalmente que o trabalho (denominado de poder mecânico) realizado em uma máquina magneto-elétrica é convertido em calor liberado pela corrente de indução através da bobina e que a força motriz do motor eletromagnético é obtida em detrimento do calor devido às reações químicas da bateria utilizada. Baseado nestas descobertas, neste primeiro trabalho de 1845, Joule apresenta seu objetivo principal que é o de obter um equivalente mecânico mais preciso por meio das mudanças de temperatura de um gás resultantes das correspondentes variações de densidades. Quando o gás sofre rarefação a sua temperatura diminui e na condensação sua temperatura aumenta.

Seu aparato experimental pode ser representado pela seguinte figura:

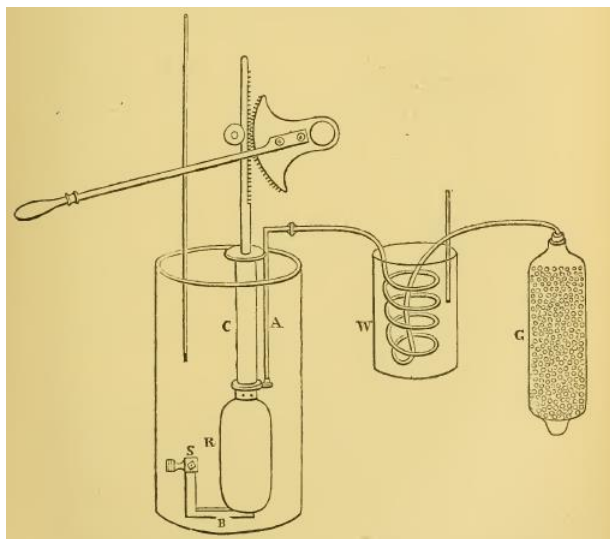


Figura 51 - Aparato experimental de Joule
Fonte: Joule (1884, p.173).

No recipiente cilíndrico maior, cheio de água, é imerso uma bomba condensadora C, um receptor de cobre R, um tubo para admissão de ar A, o conjunto S e B uma válvula de abertura e um termômetro de alta precisão que poderia determinar até 200 partes de 1°F. Outros dois termômetros foram utilizados para verificar as temperaturas da sala e do recipiente W. O recipiente G contém partes de cloreto de cálcio com a função de retirar a umidade do ar.

Quando a bomba de condensação inicia seu funcionamento, Joule observa que a temperatura da água do cilindro aumenta. A sua conclusão foi a seguinte:

O aumento de temperatura observado foi em parte devido à condensação do ar, e em parte também ao atrito da bomba e ao movimento da água durante o processo de agitação. Para verificar o valor desta última fonte de calor o tubo A foi fechado e a bomba foi funcionada com a mesma velocidade e pelo mesmo tempo anterior, e depois a água foi agitada precisamente como da primeira vez. O consequente aumento de temperatura indicou o calor devido à fricção (JOULE, 1884, p. 176, tradução nossa).

Por meio deste primeiro experimento de condensação Joule chega à conclusão de que a ação mecânica do levantamento de 823 libras de um pé de altura deve ser aplicada à condensação do ar para aumentar a temperatura de 1°F uma libra de água. O que corresponderia, em unidades modernas, à 4,4 J/cal, um valor um pouco mais baixo que seu primeiro equivalente mecânico do calor, encontrado em relação a sua última tentativa.

Após fazer uma série de repetições do experimento, e ainda, levando em consideração o atrito produzido pela fricção durante a condensação, Joule apresenta um importante desenvolvimento de sua ideia sobre a interconvertibilidade entre calor e trabalho.

[...] não se pode suspeitar que o “calor latente” interfere de alguma forma, me parece que o calor desenvolvido foi simplesmente uma manifestação, sob outra forma, de poder mecânico consumido no ato da condensação (JOULE, 1884, p. 180, tradução nossa).

Ainda seguindo o mesmo artigo de Joule, encontramos um segundo experimento que consistia em rarefazer o ar sem a produção de trabalho.

Neste experimento Joule fez passar ar de um recipiente para outro inicialmente vazio. Seu aparato é representado pela seguinte figura:

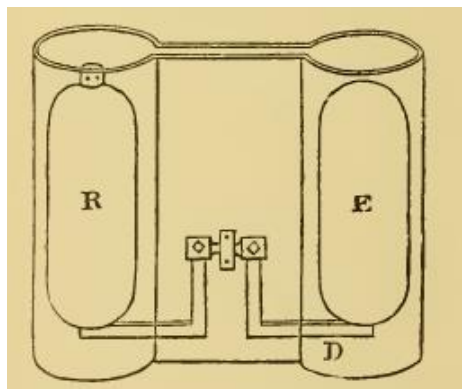


Figura 52 - Aparato experimental de Joule II
Fonte: Joule (1884, p. 180).

O ar seco era mantido dentro do recipiente de cobre R, com uma pressão de aproximadamente 22 atmosferas, enquanto o recipiente E estava evacuado. Os dois recipientes de cobre estavam imersos em um recipiente maior contendo uma determinada quantidade de água. Estavam, ainda, interligados por uma válvula de abertura D, por meio da qual o ar poderia passar do recipiente R para o E.

Joule, utilizando seu termômetro de alta sensibilidade fez medidas da temperatura da água antes da válvula ser aberta e após sua abertura quando estabelecido o equilíbrio do gás dentro dos recipientes.

Sua conclusão foi a de que “nenhuma modificação de temperatura ocorre quando o ar se expande de tal modo que não haja realização de ação mecânica” (JOULE, 1884, p. 182).

Em seguida os recipientes de cobre foram imersos em recipientes contendo água, mas desta vez separados. A válvula de abertura também foi imersa em um recipiente contendo água. Assim Joule poderia verificar as modificações da temperatura da água nos três aparatos.

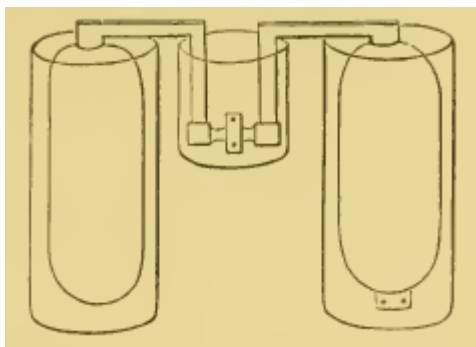


Figura 53 - Aparato experimental de Joule III
Fonte: Joule (1884, p. 183).

Novamente, um dos recipientes continha ar seco condensado enquanto o outro estava evacuado. Após a abertura da válvula e restituído o equilíbrio do gás, Joule fez medidas das temperaturas da água dos três recipientes. Foi observado que no recipiente em que o ar se expandiu a temperatura da água diminuiu enquanto nos outros dois recipientes houve aumento de temperatura. A principal conclusão de Joule é que a soma das variações de temperatura foi próxima de zero. Desta forma, pela expansão do gás, houve realização de trabalho que foi convertido em calor nos recipientes em que a água aumentou de temperatura. Nas palavras de Joule: “o calor foi desenvolvido nos ramos em que houve aumento de temperatura” (JOULE, 1884, p. 183).

Em seu próximo experimento foi analisado a rarefação do ar com a produção de trabalho. O receptor foi novamente preenchido com ar seco comprimido e imerso em outro recipiente maior completo com água. O sistema foi conectado a um outro recipiente contendo água. A figura 54 representa a montagem do experimento de Joule.

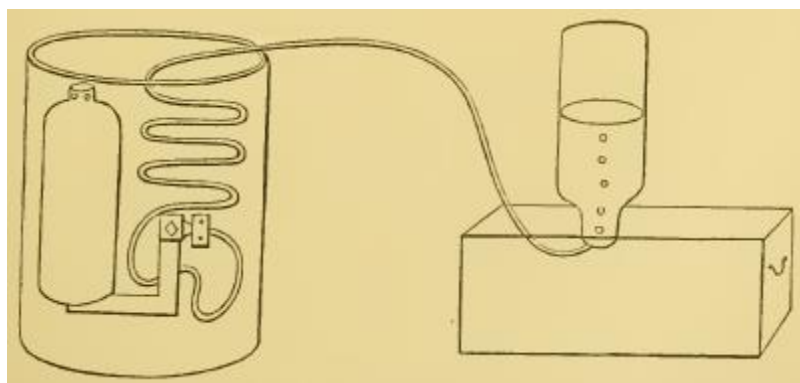


Figura 54 - Aparato experimental de Joule IV
Fonte: Joule (1884, p. 183).

Quando a válvula foi aberta o ar comprimido se expandiu, passando pelo tubo e entrando no recipiente com água. Neste caso houve realização de trabalho pela variação de volume da água. Foi observado uma diminuição da temperatura da água que continha o recipiente com ar comprimido. Ao mesmo tempo que houve diminuição de calor no recipiente com o tubo de ar comprimido, foi produzida uma força mecânica no outro recipiente contendo água, que, de acordo com Joule, “para cada grau de calor perdido, foi gerado uma força suficiente para levantar 820 lb à uma altura de um pé” (JOULE, 1884, p. 185). Dessa forma, neste terceiro experimento, houve rarefação do ar com diminuição da temperatura da água envolvente, com a realização de trabalho no outro recipiente.

Podemos verificar que, pelos três experimentos, Joule nos mostrou as transformações que ocorreram com a energia, implicitamente por um princípio de conservação. No primeiro experimento foi realizada a condensação do gás e verificado o aumento de temperatura da água; no segundo experimento, sem a realização de trabalho, não se verificou variação de temperatura quando se fazia comprimir o ar em um recipiente pela rarefação em outro interligado; e no terceiro, notamos que, pela rarefação do ar, houve diminuição da temperatura com realização de trabalho.

É importante enfatizarmos também que estas variações de temperatura eram devidas ou produzidas apenas pelo trabalho externo e não pela variação da capacidade térmica do gás. Esta ideia favorecia à teoria dinâmica do calor, pois se o calor fosse considerado uma partícula, sua perda ou ganho durante a variação de volume do gás, modificaria, pela variação de quantidade, a capacidade térmica do gás, segundo a teoria do calórico elaborada por Lavoisier.

Joule conclui com o seguinte pensamento sobre a natureza do calor:

Estes resultados são inexplicáveis se o calor for considerado uma substância. Se fosse assim, a mesma quantidade de calor teria sido absorvida pela rarefação que ocorreu nos experimentos. [...] os resultados são, portanto, tais como podem ter sido deduzidos à priori a partir de qualquer teoria em que o calor é considerado como um estado de movimento das partículas constituintes dos corpos. Pode ser facilmente entendido como a força mecânica gasta na condensação do ar pode ser transmitida para essas

partículas assim como o rápido aumento de seu movimento, e assim poder produzir o fenômeno do aumento de temperatura (JOULE, 1884, p. 185-186, tradução nossa).

Por esses experimentos também foi possível determinar o equivalente mecânico do calor, valor que foi crucial para a confirmação e aceitação de suas inferências descritas anteriormente, devido sua proximidade com o valor encontrado em seus experimentos com a magnetoeletricidade. Devemos ressaltar também que o valor encontrado e exibido foi uma média dos valores dos três últimos experimentos que descrevemos anteriormente.

O equivalente mecânico de calor determinado pela variada série de experimentos dadas por esse trabalho são, 823, 795, 820, 814 e 760. A média dos três últimos, que considero menos passíveis de erros, é 798 lb, um resultado muito próximo de 838 lb, equivalente que deduzi a partir de minhas experiências magnéticas, para confirmar, de forma notável, a explicação dos fenômenos descritos nesse trabalho, e para proporcionar um novo e, ao meu ver, um poderoso argumento em favor da teoria dinâmica do calor que teve origem com Bacon, Newton e Boyle, e foi, em um período posterior, muito bem apoiada pelas experiências de Rumford, Davy e Forbes (JOULE, 1884, p. 187, tradução nossa).

Desta forma, Joule deseja pôr fim a discussão sobre a natureza do calor, contrariando a tese do calórico e aceitando a teoria dinâmica.

Nesse mesmo artigo, Joule traz uma importante discussão sobre a sua aceitação à teoria dinâmica do calor que vai contra, à até então aceita, teoria das máquinas de vapor, construída por Sadi Carnot e Clapeyron, que utilizava ainda a ideia do calórico como fundamento. A ideia aceita era a de que o calórico deveria passar de uma fonte quente para uma fonte fria, sem perdas, para gerar trabalho mecânico. Joule aceita que “esta teoria, contudo ingênua, se opõe aos princípios aceitos da filosofia, pois leva a conclusão que *vis viva* pode ser destruída por uma disposição imprópria do aparato” (JOULE, 1884, p. 189).

Joule está se referindo à seguinte ideia de Clapeyron:

Por conseguinte, baseamos nossa pesquisa sob o seguinte princípio: calórico passando de um corpo a outro mantido a uma temperatura menor pode dar origem a produção de uma determinada quantidade de ação mecânica; há uma perda de *vis viva* sempre que houver contato entre os corpos a diferentes temperaturas. O máximo efeito é produzido quando a passagem do calórico do corpo quente ao corpo frio é efetuada por um dos métodos descritos acima (CLAPEYRON, 1834, p.163, tradução nossa).

O erro de Carnot consistiu no fato de que ele se baseava em uma equivocada concepção do tipo de processo no qual se deve procurar a compensação do trabalho produzido, uma concepção que estava condicionada à dominante teoria do calor.

Joule insiste em não aceitar qualquer teoria que defenda algum tipo de aniquilação de força, não no sentido newtoniano do conceito. Inferindo que sua teoria está livre dessas perdas, e seguindo

um princípio de conservação e conversão, traz uma importante correção à teoria das máquinas térmicas de Carnot:

Podemos inferir que o vapor, enquanto em expansão no cilindro, perde calor em quantidade exatamente proporcional à força mecânica que é comunicada por meio do pistão, e que na condensação do vapor o calor que foi convertido em poder [mecânico] não é devolvido. Supondo que não haja perdas de calor por radiação, a teoria aqui desenvolvida exige que o calor emitido no condensador deve ser menor do que o comunicado à caldeira pela fornalha, na exata proporção equivalente de poder mecânico desenvolvido (JOULE, 1884, p. 189, tradução nossa).

Assim, como entendemos hoje, há uma conversão de energia na máquina térmica, quando o calor gerado pela fonte quente é, em parte, convertido em trabalho. Joule chegou muito próximo da formulação da primeira lei da termodinâmica. O que restava, de acordo com o próprio autor, eram as devidas provas que seriam apresentadas em uma futura comunicação.

Em seu próximo trabalho, também publicado na *Philosophical Magazine*, em junho de 1845, com o título *On the Existence of an Equivalent Relation between Heat and the ordinary Forms of Mechanical Power*, Joule se dispôs a apresentar um melhor resultado do equivalente mecânico do calor dando maior precisão ao seu aparato experimental. Desta vez seu objetivo era o de transformar trabalho mecânico em calor pela ação do atrito.

Seu aparato consistia em uma roda de pás de metal dentro de um recipiente com água, que poderia ser comunicado movimento por meio da queda de pesos conectados por polias. Os pesos descendo lentamente com uma velocidade de um pé por segundo comunicavam movimento às pás, que por sua vez, encontravam grande resistência devido a água. A altura de queda dos pesos era de aproximadamente 12 jardas. Depois dessa experiência ter sido repetida por 16 vezes foi medido o aumento de temperatura da água com um termômetro de alta precisão. Afim de eliminar os efeitos de arrefecimento e aquecimento da atmosfera, Joule repetiu 9 vezes toda a experiência descrita acima.

Reduzindo seu resultado para a capacidade térmica de uma libra de água, Joule verificou que “para cada grau de calor desenvolvido pelo atrito da água, foi gasto um poder mecânico equivalente ao levantamento de um peso de 890 lb à altura de um pé” (JOULE, 1884, p. 203).

Levando em consideração todos os seus valores de equivalentes mecânicos apresentados até a data deste último trabalho e as pequenas divergências entre essas medidas, Joule assume 817 lb como a média dos três últimos experimentos, até que experiências mais acuradas pudessem ser realizadas (JOULE, 1884).

Como consequência e confirmação de seus resultados, mostra que pode inferir a diferença de temperatura da água na parte superior e na parte inferior de uma cascata: “se meus dados estiverem corretos, uma queda de 817 pés de altura gerará um grau de calor, e a temperatura do rio Niágara

aumentará cerca de um quinto de um grau por sua queda de 160 pés” (JOULE, 1884, p. 204, tradução nossa).

Em unidades modernas seu equivalente mecânico seria de aproximadamente 4,39 J/cal.

Ainda como importância para o desenvolvimento do conceito de energia, no que diz respeito às permutações de suas formas, que até então já estavam sendo bem formuladas teoricamente, porém imprecisas quantitativamente, Joule traz uma ideia de relação entre calor, *vis viva* e trabalho mecânico.

Admitindo a correção do equivalente que nomeei, é obvio que a *vis viva* das partículas de uma libra de água à 51° é igual à *vis viva* de uma libra de água à 50° mais a *vis viva* que seria adquirida por um peso de 817 libras depois de cair de uma altura perpendicular de um pé (JOULE, 1884, p. 204, tradução nossa).

Até aqui o que Joule buscava era um melhor valor para equivalente mecânico do calor, no entanto, estava abrindo o caminho para algo ainda mais importante, o que seria a generalização de um princípio de convertibilidade e conservação das forças da natureza. Com Joule, acreditamos que isso foi possível pela diversidade de experimentos que vinha fazendo, os quais utilizavam diferentes formas da, até então, chamada força da natureza.

Um trabalho que viria a coroar a enunciação de um princípio mais geral foi publicado em maio de 1847⁶⁹, pela *Manchester Courier*, com o título *On Matter, Living Force, and Heat*. O trabalho teve o objetivo de esclarecer as diferenças entre a matéria, a *vis viva*, o calor e outras forças, além de deixar claro a natureza dessas grandezas por meio de um princípio de convertibilidade e conservação.

Joule inicia sua tarefa com a definição de matéria com o objetivo claro de diferenciá-la das demais grandezas, utilizando para tanto a noção de impenetrabilidade e extensão. Também afirma, por meio dos princípios newtonianos, que a matéria está sujeita às forças de atração e à inércia. Dessa forma a matéria é uma substância que ocupa lugar no espaço e é incapaz de penetrar em outro corpo, e está sujeita aos princípios da mecânica newtoniana (JOULE, 1884).

Para que as suas chamadas forças da natureza pudessem adquirir um sentido próximo ao atual conceito de energia, seria importantíssima a diferenciação dessas com a noção de força newtoniana. Essa diferenciação é apresentada em seguida por Joule juntamente com a definição de *vis viva*:

Desses fatos é evidente que a força gasta para colocar um corpo em movimento é transportada pelo próprio corpo, e existe com ele e nele, ao longo de todo o curso de seu movimento. Essa força possuída por corpos em movimento é denominada pelos filósofos da mecânica como *vis viva* ou força viva. O termo pode ser considerado inadequado por alguns, na medida que não há vida, propriamente falando, em questão, mas é útil, a fim de distinguir a força de movimento da que é estacionária em seu caráter, como a força de gravidade (JOULE, 1884, p. 266-267, tradução nossa).

⁶⁹ A leitura desse mesmo trabalho foi realizada um pouco antes de sua publicação em *Saint Anne's Church Reading Room* em Manchester (JOULE, 1884).

Definindo matematicamente a força viva como o produto da massa do corpo por sua velocidade ao quadrado, exemplifica vários casos de como esta pode ser adquirida por um corpo.

Quando pelo impacto, por uma colisão elástica, por exemplo, um corpo de determinada massa e força viva colide com outro de igual massa em repouso, o primeiro corpo transfere toda a sua força viva ao segundo permanecendo em repouso. Com este exemplo afirma que *a força viva pode ser transferida de um corpo a outro*. A força viva também pode ser adquirida pela ação da gravidade através do espaço. Um corpo quando solto de uma determinada altura adquire força viva quando chega ao chão proporcionalmente ao seu peso e à altura da qual caiu. Ou ainda, pode ser comunicado força viva comprimindo uma mola. Afirma Joule que, neste caso, produzimos uma atração molecular entre as partículas da mola através da distância que são forçadas, que é análogo ao caso da atração gravitacional por meio de uma determinada distância. Assim, “podemos dizer que o primeiro é de igual valor, ou equivalente ao último” (Joule, 1884, p. 268).

Afirmando que a força viva é uma das qualidades mais importantes que a matéria pode dotar, complementa que é absurdo assumir que esta quantidade possa ser simplesmente destruída sem produzir um equivalente de atração através de determinada distância. Joule ainda acredita que a força viva é igualmente manifestada pela natureza desde sua criação, o que ocorre são apenas transformações.

O senso comum poderia contradizer as afirmações anteriores de Joule, pois vemos comumente a extinção da força viva pelo retardamento, devido as forças opostas, de inúmeros movimentos naturais, como os ventos ou as correntezas, por exemplo. Então, por que afirmar tal conservação temporal? Um olhar mais treinado e curioso para o fenômeno poderia dar a resposta, como próprio Joule fez. Sabemos que o movimento pode ser extinto pelo atrito, mas também sabemos que, por seu desaparecimento, surge uma superfície mais aquecida. O contrário também pode ser observado, pois se adquire movimento nas máquinas por meio da queima do carvão. Assim, “para qualquer força viva que é aparentemente destruída um equivalente que é produzido no processo de tempo pode ser convertido em força viva. Este equivalente é o calor” (Joule, 1884, p. 269).

Joule ainda afirma, brilhantemente, que o calor produzido é proporcional ao trabalho empregado na fricção, ou seja, a força viva que é absorvida pelo corpo se converte em aumento de temperatura pelo aumento de vibração das partículas constituintes do corpo atritado.

A regra geral, portanto, é que, onde quer que a força viva seja aparentemente destruída, sendo por percussão, fricção, ou quaisquer outros meios semelhantes, um equivalente exato de calor é restaurado. O inverso dessa proposição também é verdadeiro, ou seja, o calor não pode ser absorvido ou reduzido sem a produção de força viva, ou seu equivalente de atração através do espaço. Assim, por exemplo, na máquina à vapor será encontrado que o poder adquirido será às custas do calor do fogo [...]. Mas não

há espaço para duvidar de que o experimento poderia demonstrar a veracidade da minha afirmação, eu mesmo provei que uma conversão de calor em força viva ocorre durante a expansão do ar, que é análogo à expansão do vapor no interior do cilindro da máquina à vapor (JOULE, 1884, p. 270, tradução nossa).

Joule ainda continua estendendo e generalizando seu princípio para outras formas de energia, fazendo relação com seu equivalente mecânico do calor, obtido em seu trabalho anterior e dando uma ênfase maior à ideia de conservação no processo de conversão:

Todos os três, portanto, calor, força viva e a atração através do espaço (podendo também adicionar a luz, sendo coerente com o objetivo do presente trabalho) são mutuamente convertíveis um no outro. Nessas conversões nada pode ser perdido. A mesma quantidade de calor será sempre convertida na mesma quantidade de força viva. Podemos, portanto, expressar a equivalência, em linguagem clara, aplicável em todos os momentos e em todas as circunstâncias. Assim, a atração de 817 lb através da distância de um pé é equivalente e convertível em uma força viva, possuída por um corpo, com o mesmo peso se deslocando com uma velocidade de 8 pés por segundo, e esta força viva é novamente convertível em uma quantidade de calor que pode elevar a temperatura de uma libra de água de um grau Fahrenheit (JOULE, 1884, p. 271, tradução nossa).

Para Joule, o conhecimento deste equivalente de calor se mostra necessário devido à sua aplicação na resolução de inúmeras importantes questões, como na máquina à vapor, no movimento da Terra ao redor do Sol, no movimento incandescente das estrelas cadentes, nas correntes de ventos e nos diversos movimentos dos seres vivos. Por exemplo, na máquina à vapor pode ser determinado sua eficiência medindo a quantidade de calor produzido pela queima do carvão encontrando a quantidade de trabalho produzido ou convertido; os animais são como uma máquina, embora determinados a cumprir outros fins, são capazes de mais trabalho com o mesmo gasto de combustível, quando comparados com a melhor máquina artificial (JOULE, 1884).

De fato, os fenômenos da natureza, seja mecânico, químico ou vital, consistem quase inteiramente em uma contínua conversão da atração através do espaço, força viva e calor, uma na outra. Dessa forma a ordem é mantida no universo, nada é perturbado, nada se perde, mas toda a maquinaria, complicada como é, funciona adequada e harmoniosamente bem (JOULE, 1884, p. 273, tradução nossa).

Em sua conclusão Joule explica que calor, de fato, deve ser interpretado como movimento das partículas constituintes de um corpo, mas este é denominado de calor sensível e deve ser diferenciado de calor latente. Este último deve ser relacionado à uma força de atração existente entre as partículas de um corpo. Se um corpo recebe calor latente suas partículas se tornam mais distanciadadas umas das outras, mas se o corpo perde calor latente, então, essas partículas ficam mais próximas. Enquanto calor sensível está relacionado às modificações de temperatura do corpo pela modificação vibracional, o calor latente é capaz de modificar o estado físico de uma substância. Joule explica,

ainda, que quando um corpo comunica calor a outro, “este está comunicando ímpeto ou força viva às suas partículas” (JOULE, 1884, p. 274).

Após este trabalho, uma série de outros experimentos viriam a ser publicados com o objetivo de buscar, ainda, um melhor valor para o equivalente mecânico do calor.

Em junho de 1847 Joule publica *On the mechanical equivalent of Heat as determined by the Heat involved by the friction of fluids*. Utilizando o mesmo aparato experimental de seu trabalho de junho de 1845, com alguns aperfeiçoamentos, fez a medida do equivalente mecânico do calor utilizando água e depois óleo. Para água obteve o valor de 781,5 libras-pé⁷⁰ (4,202 J/cal) e para o óleo 782,1 libras-pé (4,205 J/cal), obtendo uma média de 781,8 libras-pé (4,203 J/cal) (JOULE, 1884).

Em agosto de 1847 publica um artigo em francês com o título, *Expériences sur L'identité entre le calorie et la force mécanique. Determination de l'équivalent par la chaleur dégagée pendant la friction du mercure*. Como o próprio título menciona, utiliza o mercúrio como o fluido de seu experimento e encontra que o calor capaz de aumentar a temperatura de 1 g de água de 1°C é igual à uma força mecânica capaz de elevar um peso de 432,1 g à 1 m de altura, o que seria, em unidades modernas à aproximadamente 4,23 J/cal (JOULE, 1884).

Um ano depois, é publicado *On the mechanical equivalent of heat, and the constitution of elastic fluids*, trabalho que refez os experimentos anteriores, por meio de uma série de quarenta repetições com água, mercúrio e óleo, considerando 782 libras-pé o valor mais correto para o equivalente mecânico do calor (JOULE, 1884). Ainda neste trabalho concebe que três pontos devem ser estabelecidos:

- 1) O calor é um efeito mecânico e não uma substância, comprovado por seus próprios experimentos e por meio das ideias de Davy e Rumford.
- 2) O efeito térmico da condensação e rarefação do ar são equivalentes à uma força mecânica (trabalho mecânico) despendida e adquirida, respectivamente, prova de que o calor dos fluidos elásticos consiste na *vis viva* de suas partículas.
- 3) O zero de temperatura determinado pela expansão dos gases é de 491°F abaixo do ponto de congelamento da água.

Em 1850 publica *On the mechanical equivalent of Heat*. Neste trabalho Joule faz uma retrospectiva histórica das concepções acerca do calor e dos valores do equivalente mecânico encontrados até essa data. Inicia seu trabalho com duas citações muito importantes, uma de Leibniz sobre a definição de *vis viva*, e outra de Locke um dos pioneiros na defesa do calor como movimento (JOULE, 1884).

⁷⁰ Unidade utilizada por Joule para designar a equivalência entre calor e trabalho, neste caso, 781,5 libras levantadas da altura de um pé equivaleriam ao calor necessário para aumentar de 1 °F uma libra de água.

Ainda em continuação às concepções de defesa da teoria dinâmica do calor, faz uma observação sobre os experimentos de geração de calor por meio de atrito de Rumford. Joule menciona que Rumford foi um dos primeiros a estimar a quantidade de força mecânica requerida para produzir uma certa quantidade de calor. Em seu experimento que pretendeu mensurar a quantidade de calor gerado pela máquina a partir do derretimento de gelo fundente forneceu uma medida do equivalente. Rumford estimou que o calor necessário para elevar a temperatura de 1° F uma libra de água pode ser representado por uma ação mecânica de 1034 libras-pé. Este valor foi considerado por Joule um equivalente muito próximo do que havia obtido⁷¹, pois Rumford não havia estimado o calor perdido para o ambiente e para o seu aparto experimental. Em favor a esta mesma teoria, também mencionou Davy e seu experimento de atrito com blocos de gelo.

Ainda faz referência a Dulong, quem diz ter provado que o efeito calorífico é, sob certas condições, proporcional à força gasta⁷², e Faraday que mostrou as relações existentes entre magnetismo, eletricidade e luz permitindo avançar à ideia de que essas entidades imponderáveis são apenas expoentes de diferentes formas de força. Neste mesmo sentido, ainda aponta Mayer, Grove e Seguin, como pesquisadores que também deram importantes contribuições para o desenvolvimento da lei geral de conservação da, até então denominada, força.

Em seguida, começa a tratar cronologicamente seus próprios feitos, mostrando suas descobertas mais importantes que também contribuíram com o desenvolvimento da lei de conservação, conversão da força e, principalmente, da obtenção do equivalente mecânico do calor.

Quadro 14 – Resumo das contribuições de Joule

Ano	Feito
1840	Estabeleceu a relação entre calor e afinidade química
1843	Observou que o calor desenvolvido pela magneto-eletricidade é proporcional à força absorvida; Observou que a força da máquina eletromagnética é derivada da força de afinidade química na bateria, força que estaria envolvida na forma de calor; Encontrou o valor de 838 libras-pé como o equivalente mecânico do calor.
1844	Observou que o calor absorvido e desenvolvido pela rarefação e condensação do ar é proporcional à força desenvolvida e absorvida nessas operações.
1845 e 1847	Com seu experimento de atrito nos fluidos os seguintes valores para o equivalente mecânico do calor: 781,5 libras-pé para a água; 782,1 libras-pé para o óleo; 787,6 libras-pé para o mercúrio.

Fonte: A autoria própria (2016).

⁷¹ 772 libras-pé seria o valor considerado como válido, a partir deste trabalho.

⁷² As pesquisas de Dulong mostraram que volumes iguais de todos os fluidos elásticos, tomados com a mesma temperatura e mesma pressão, quando comprimidos ou dilatados para a mesma fração de seus volumes, liberam ou absorvem a mesma quantidade de calor (Joule, 1884).

Após sua contextualização histórica, descreve minuciosamente seu famoso experimento da fricção dos fluidos pela queda de corpos com o objetivo de estimar um melhor valor para o equivalente mecânico do calor. Seu experimento de fricção consistia em relacionar a queda de pesos com o aquecimento por atrito através de pás girantes de determinado fluido. A partir da queda de pesos, por meio de polias de conexão, era possível acionar um sistema de pás dentro de um cilindro contendo determinado fluido. A movimentação dessas pás causaria um atrito que, conseqüentemente, resultaria em um aquecimento da substância utilizada. Assim Joule pode fazer uma relação do calor adquirido pelo fluido com a ação mecânica devida à queda dos corpos.

Utilizando água, mercúrio e ferro fundido encontrou, respectivamente, os valores de 772,692 libras-pé, 774,083 libras-pé e 774,987 libras-pé. Apesar de apresentar todos os valores, Joule considera o da água como correto, uma vez que o equivalente mecânico dos metais sempre fornecia valores um pouco mais altos em relação ao da água. Joule justifica que este aumento no valor do equivalente para os metais foi devido à absorção de certa quantidade de calor pela abrasão das partículas do metal durante o atrito, o que não poderia ocorrer sem a absorção de uma determinada quantidade de força para a superação da atração de coesão (JOULE, 1884).

No final Joule apresenta o valor de 772 libras-pé (4,15 J/cal) como o mais correto para o equivalente mecânico do calor. Suas duas conclusões são:

- 1º) Que a quantidade de calor produzida pela fricção dos corpos, seja sólido ou líquido, é sempre proporcional à quantidade de força gasta. E,
- 2º) Que a quantidade de calor capaz de aumentar a temperatura de uma libra de água (pesada no vácuo, e tomada entre 55° e 60°) por 1°F requer para isto o consumo de uma força mecânica representada pela queda de 772 libras através do espaço de um pé (JOULE, 1884, p.328, tradução nossa).

Ainda outros dois trabalhos foram realizados com o intuito de aprimorar o valor do equivalente mecânico do calor nos anos de 1867 (*Determination of the dynamical equivalente of heat from the thermal effects of electric currents*) e 1878 (*New determination of mechanical equivalente of heat*) encontrando o valor de 772,55 libras-pé. O valor aceito, hoje, é 778,16 libras-pé.

Não obstante à equivalência entre as energias, Joule pode contribuir com a formulação de um princípio geral para a sua conservação. Devemos enfatizar que o processo ainda exigiu um longo tempo de amadurecimento e comprovações, muitos outros cientistas ainda viriam a contribuir para a formulação do princípio.

7.3 Ludwig August Colding: interconvertibilidade entre as forças da natureza

Colding (1815-1888) foi um engenheiro dinamarquês, desenvolveu sua vida profissional como engenheiro hidráulico e no final de sua carreira se tornou engenheiro chefe da cidade de Copenhague. Iniciou seus estudos na *Royal Technical University* em 1837 e no início da década de 1840 iniciou suas pesquisas sobre as possibilidades das relações existentes entre calor e trabalho mecânico. Seu primeiro experimento de geração de calor por meio de fricção é datado de 1842 (LINDSAY, 1975).

Seus resultados iniciais não foram publicados, no entanto, como registro e comprovação de seus feitos, ele comunicou seus resultados em uma conferência feita na Academia Dinamarquesa de Ciências, em 1843. Apesar de não ter sido publicado este trabalho o levou a aprimorar suas investigações com equipamentos cada vez mais sofisticados, encontrando, até mesmo, um equivalente mecânico para o calor, valor muito próximo ao de Mayer.

Devemos enfatizar que Colding, ao menos nestes anos iniciais de suas pesquisas, não conhecia os trabalhos de Joule e Mayer, que também não conheciam os trabalhos de Colding.

Sobre a validade da comunicação dos resultados de Colding foi publicada uma carta pela Academia Dinamarquesa de Ciências, em 4 de janeiro de 1844. Nela encontramos a ideia principal da tese de Colding sobre a conversão do calor gerado pelo atrito das máquinas em outras formas de forças⁷³ da natureza. A tese de Colding era a de que *as forças que parecem perdidas nas máquinas podem produzir efeitos internos nos corpos, como calor e eletricidade por exemplo, e estes efeitos poderiam permanecer em uma relação causal com as forças perdidas*. Isso foi confirmado com uma série de experimentos sobre calor produzido por fricção. Suas ideias não somente eram válidas como também recebeu um incentivo da Academia para prosseguir com suas investigações (LINDSAY, 1975).

Isso nos fornece uma evidência clara de que Colding já estava pesquisando, antes de 1844, os fenômenos relacionados à interconvertibilidade entre as forças da natureza, fato que o coloca entre os enunciadores do princípio de conservação da energia.

Em 1847 finalmente publica um trabalho intitulado *Investigações das Forças Gerais da Natureza e suas Mutuas Dependências*. Colding estava convencido de que as experiências o mostraram que diferentes forças da natureza estão conectadas umas com as outras: “experiências indicam que cada força através de uma atividade é capaz de produzir outras forças que, por sua vez, podem se tornar atividades” (COLDING, 1851 apud LINDSAY, 1975, p. 362).

Nesse trabalho, Colding observa que:

⁷³ Notamos aqui que Colding dava ao conceito de energia a nomenclatura usual de sua época.

1. Âmbar pode ser eletrificado pela fricção, adquirindo propriedades de atrair outros corpos;
2. Quando um gás confinado em um recipiente à volume constante é aquecido, pode produzir uma força de expansão, podendo até mesmo colocar uma máquina em funcionamento;
3. Gases se aquecem quando comprimidos, podendo até mesmo produzir luz;
4. Calor é produzido quando cargas elétricas de sinais opostos são combinadas e forças químicas na combinação de substâncias produz calor;
5. Reações químicas podem produzir correntes elétricas, que por sua vez, pode produzir calor e luz.

Nas palavras de Colding, “todos esses e muitos outros trabalhos relacionados aos efeitos naturais das forças, umas sobre as outras, são providas pela experiência” (COLDING, 1851 apud LINDSAY, 1975, p. 362).

Colding ainda confirma que muitos pesquisadores contribuíram com evidências, por mais simples que fossem. O primeiro artigo nesta perspectiva que chamou atenção foi o trabalho de Clapeyron, que discutimos no capítulo anterior, *On the motive power of heat*, baseado no princípio de Sadi Carnot de que é absurdo desenvolver força de movimento ou calor do nada. Menciona também os trabalhos de Laplace, Poisson e Clapeyron sobre o calor desenvolvido pelos gases, mas não diz nada a respeito das pesquisas de Mayer e Joule.

Colding recorda de sua apresentação à Academia, em 1º de novembro de 1843, sobre seus primeiros resultados em relação à investigação das perdas de forças e a noção geral sobre as conexões entre os diferentes tipos de forças naturais, e ainda, os resultados sobre os experimentos de calor produzido por fricção.

Seus experimentos consistiam em atritar uma barra de bronze sobre vários outros corpos, como zinco, chumbo, ferro e madeira. A partir da fricção gera-se calor que, pelo aumento de temperatura, fazia dilatar os corpos. As dilatações foram medidas em cada caso, e com ajuda de um dinamômetro conectado ao corpo deslizante foi possível mensurar o trabalho realizado.

Seus resultados estão representados pela seguinte tabela:

Tabela 2– Resultados da experiência de Colding

Experimento n°	Material deslizante	Material friccionado	Carga em libras	Fricção em termos de uma unidade de fricção	Calor desenvolvido em termos de uma unidade de calor
1	Bronze	Bronze	88,75	2,75	2,77
2	Bronze	Bronze	53,5	0,179	1,83
3	Bronze	Bronze	31	1,00	1,00

4	Zinco	Bronze	53,5	1,84	2,08
5	Zinco	Bronze	31	1,24	1,20
6	Chumbo	Bronze	31	1,77	1,76
7	Ferro	Bronze	53,5	1,74	1,80
8	Madeira	Bronze	53,5	1,68	1,66

Fonte: (COLDING, 1851 apud LINDSAY, 1975, p. 364).

Colding conclui: “diante destes resultados percebo justificado a conclusão de que quantidades de calor produzidas são proporcionais às desaparecidas forças moventes” (COLDING, 1851 apud LINDSAY, 1975, p. 364).

Ainda neste mesmo trabalho, Colding fornece um equivalente mecânico para o calor após introduzir em detalhes treze diferentes resultados. Colding se expressou na forma de que o calor preciso para aumentar a temperatura de 1 libra de água de 1°C é equivalente ao trabalho do levantamento de 1185,4 libras de água de 1 pé de altura. Nas unidades dinamarquesas este equivalente representa 3,58 J/cal, um valor muito próximo do fornecido por Mayer em 1842 (LINDSAY, 1975).

7.4 Herman Von Helmholtz: princípio de conservação das forças

Herman Ludwig Ferdinand von Helmholtz nasceu em Potsdam, Alemanha no ano de 1821, se formou em medicina em Berlim no ano de 1842 no Instituto Real Friedrich-Wilhelm para Medicina. Trabalhou como médico militar em Potsdam e em 1849 assumiu a direção da cadeira de fisiologia da Universidade de Königsberg. Foi nomeado professor de Física da Universidade de Berlim em 1870 (ELKANA, 1974).

De acordo com Elkana (1974) Helmholtz foi o primeiro que descreveu o princípio da conservação da energia em todas as suas generalidades e termos matemáticos. Como vimos, os trabalhos de Mayer, Colding e Joule não abordaram os problemas de conservação baseados em um modelo físico e matemático que pudesse generalizá-lo em todas as suas peculiaridades. Antes de Helmholtz não houve nenhuma lúcida formulação matemática do princípio, mesmo que nos casos de Mayer e Colding, em seus primeiros trabalhos, ainda tenha havido uma preocupação da generalização filosófica do princípio de conservação das forças. Joule viria a dar sua principal contribuição, neste sentido, apenas em abriu de 1847, com seu trabalho *On Matter, Living Forces and Heat*, mesmo assim, sem os importantes termos matemáticos abordados por Helmholtz no mesmo ano.

A teoria de Helmholtz resultou em uma formulação do princípio de conservação da energia baseado na impossibilidade de movimento perpétuo e no modelo Newtoniano de forças dependentes

somente das posições. Assim Helmholtz definiu basicamente duas formas de energia, que quando somadas deveriam se conservar, neste caso a energia cinética (força viva) e a energia potencial (forças de tensão).

Helmholtz ainda foi fortemente influenciado por Liebig e seus trabalhos sobre o princípio de conservação das forças de 1841, o qual era baseado na principal ideia de que uma força não pode ser gerada do nada.

Assim, em 23 de julho de 1847, Helmholtz leu seu trabalho intitulado *Über die Erhaltung der Kraft* (Sobre a conservação da Força) perante a Sociedade Física de Berlim. Houve uma primeira tentativa de publicação, neste mesmo ano, pela *Annalen der Physik* de Christiaan Poggendorff, no entanto foi recusado com a justificativa de que utilizava matemática indevida com o intuito de relacionar vários ramos distintos da Física, e ainda, a de que não havia um tato suficientemente experimental.

Segundo Elkana (1974) Helmholtz esteve comprometido com duas crenças:

- 1) Todos os fenômenos da Física são reduzíveis à processos mecânicos;
- 2) Existe uma entidade básica na natureza que é conservada.

O programa que foi executado sistematicamente por Helmholtz em seu trabalho segue os seguintes argumentos (ELKANA, 1974):

- 1) A força Newtoniana é um conceito fundamental na mecânica;
 - 2) A Física é reduzível à mecânica;
 - 3) O fundamental conceito na fisiologia é a “força da vida”; a fisiologia é reduzível à Física, isto é, à mecânica;
 - 4) Existe uma entidade básica na natureza que deve ser conservada, denominada *Kraft* (força);
 - 5) A formulação Lagrangiana da mecânica é matematicamente equivalente à Newtoniana;
- conceitualmente temos: a formulação Lagrangiana tem como entidade fundamental a energia mecânica que deve ser conservada.

Seguindo este programa, Helmholtz conclui que a entidade básica “força”, que é conservada na natureza, deve ser equivalente em dimensão e forma à energia mecânica. Este é a generalização do princípio de conservação da energia.

O trabalho de Helmholtz é iniciado com uma introdução mostrando os objetivos da pesquisa teórica em Física, no qual são firmados pressupostos metafísicos em relação aos fundamentos da realidade natural e das limitações do entendimento (SOUZA FILHO, 1995). Sua introdução traz a explicação das transformações das forças naturais baseado em duas máximas (HELMHOLTZ, 1853):

- 1) Não é possível por qualquer combinação de corpos naturais derivar uma quantidade ilimitada de força mecânica;

2) A hipótese de que todas as ações da natureza podem ser em última análise forças atrativas ou repulsivas, cuja intensidade depende exclusivamente das distâncias entre os pontos em que as forças são exercidas.

Para Helmholtz a matéria e a força não devem ser separadas na aplicação das ideias, pois afirma que a matéria só é perceptível por suas forças, e não por si só, sendo que todas as forças da natureza podem ser descritas por posição e movimento.

A próxima seção de seu trabalho é dedicada à explanação do princípio da conservação da *vis viva*. Até então a *vis viva* era considerada como produto da massa do corpo pela velocidade ao quadrado, mas Helmholtz inicia com uma importante e significativa modificação:

A quantidade de trabalho que é produzido e consumido pelo levantamento de um peso m até uma altura h , como é conhecido, pode ser representado por mgh , em que g representa a força da gravidade. Para levantar ser levantado à uma altura h , o corpo m requer uma velocidade $v = \sqrt{2gh}$ e pode atingir essa mesma velocidade pela queda da mesma altura h . Assim temos $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$; e conseqüentemente podemos definir a metade do produto mv^2 , que é conhecido na mecânica sob o nome de *vis viva* do corpo m , no lugar da quantidade de trabalho. Por uma questão de melhor acordo com a maneira habitual de medir a intensidade das forças, eu proponho chamar a quantidade $\frac{1}{2}mv^2$ como quantidade de *vis viva*, pela qual é idêntica à quantidade de trabalho (HELMHOLTZ, 1853, p. 119, tradução nossa).

Após este ajuste, o princípio é enunciado considerando que pode ser aplicável a todos os tipos de forças e ser demonstrado pelo princípio das velocidades virtuais.

O princípio da conservação da força viva, como é conhecido, declara que quando um determinado número de pontos materiais é posto em movimento exclusivamente por forças exercidas uns sobre os outros, ou pelas quais são dirigidas para os centros fixos, a soma total da *vis viva*, em todos os momentos quando os pontos ocupam a mesma posição, é a mesma, quaisquer que tenham sido seus caminhos ou suas velocidades durante os tempos de intervenção (HELMHOLTZ, 1853, p. 119, tradução nossa).

Helmholtz ainda demonstra matematicamente a validade do princípio utilizando o princípio das velocidades virtuais e a segunda lei de Newton que relaciona a força resultante com a taxa de variação de velocidade.

Para sua demonstração considera inicialmente um ponto material de massa m que se move sob a influência de forças que estão relacionadas a um sistema fixo. Considera ainda que o tempo t deve ser tomado como uma variável primitiva, as ordenadas x , y e z definidas no sistema fixo e q como a velocidade tangencial. Assim, as componentes de q seriam: $u = \frac{dx}{dt}$; $v = \frac{dy}{dt}$; $w = \frac{dz}{dt}$.

As componentes da força resultante que age sobre o ponto material foram definidas como:

$$X = m \cdot \frac{du}{dt} ; Y = m \cdot \frac{dv}{dt} ; Z = m \cdot \frac{dw}{dt}.$$

A velocidade tangencial é definida em função do tempo t e das coordenadas x , y e z :

$$d(q^2) = \frac{d(q^2)dx}{dx} + \frac{d(q^2)dy}{dy} + \frac{d(q^2)dz}{dz} \quad (1)$$

A velocidade tangencial também pode ser descrita por suas componentes:

$$q^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

Derivando esta última expressão obtemos:

$$d(q^2) = 2udu + 2vdv + 2wdw$$

Substituindo as componentes da velocidade por suas respectivas derivadas da posição em relação ao tempo; considerando as igualdades $du = \frac{Xd t}{m}$, $dv = \frac{Ydt}{m}$ e $dw = \frac{Zdt}{m}$, temos:

$$d(q^2) = \frac{2X}{m} dx + \frac{2Y}{m} dy + \frac{2Z}{m} dz \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) em (2), temos que:

$$\frac{d(q^2)}{dx} = \frac{2X}{m}; \quad \frac{d(q^2)}{dy} = \frac{2Y}{m}; \quad \frac{d(q^2)}{dz} = \frac{2Z}{m}$$

Estas equações representam fisicamente que a variação da força viva de um sistema é igual ao trabalho resultante realizado. Neste ponto Helmholtz observa que se a velocidade pode ser descrita pelas coordenadas da posição, então as forças são, em intensidade e orientação, puramente funções da posição da massa em relação ao sistema fixo. Então a força (intensidade e orientação) exercida por um sistema sobre um corpo só é afetada pela posição que o corpo ocupa relativamente ao sistema.

Em seguida Helmholtz demonstra que: “em sistemas para os quais o princípio da conservação das forças pode ser aplicado, em toda a sua generalidade, as forças elementares que agem sob os pontos materiais devem ser forças centrais” (HELMHOLTZ, 1853, p. 121, tradução nossa).

Poderíamos dizer, em outras palavras, que forças centrípetas conservam a força viva do sistema, pois não realizam trabalho.

Em seguida, Helmholtz demonstra matematicamente o princípio da conservação da força. Considera uma força ϕ que age em uma direção r , sendo positiva quando for de atração e negativa quando de repulsão. Assim define as componentes da força como:

$$X = -\frac{x}{r}\phi; \quad Y = -\frac{y}{r}\phi; \quad Z = -\frac{z}{r}\phi$$

A variável r pode ser escrita em função das coordenadas, como:

$$rdr = xdx + ydy + zdz$$

Inserindo esses valores na equação (2), temos:

$$md(q^2) = -\frac{2\phi}{r}(xdx + ydy + zdz)$$

$$\frac{md(q^2)}{2} = -\phi dr$$

Considerando Q e q as velocidades tangenciais da partícula em duas posições diferentes quaisquer e R e r as posições correspondentes em relação ao sistema, temos finalmente a relação matemática que define o princípio de conservação das forças:

$$\frac{1}{2}mQ^2 - \frac{1}{2}mq^2 = - \int_r^R \phi dr$$

O lado esquerdo da igualdade representa a variação da força viva da partícula de massa m e o lado direito representa a soma das intensidades das forças que atuam entre as posições R e r .

Chamando as forças que tendem a mover o ponto m , antes que o movimento tenha realmente ocorrido, de tensões, em oposição com o que na mecânica é chamado de *vis viva*, então a quantidade $\int_r^R \phi dr$ seria a soma das tensões entre as distâncias r e R , e a lei acima seria assim expressa: o acréscimo de *vis viva* de um ponto material durante seu movimento sob a influência de uma força central é igual à soma das tensões que correspondem à alteração de sua distância (HELMHOLTZ,1853, p. 122, tradução nossa).

As tensões definidas por Helmholtz viriam a ser, posteriormente, definidas por Rankine como energia potencial, sendo considerada como a quantidade de tensões disponíveis, e a quantidade de força viva como energia atual. Então, a equação definida anteriormente forneceria o seguinte enunciado⁷⁴: “considerando o movimento de um ponto sob a influência de uma força central dirigida para um centro fixo, a soma das energias atuais e energias potenciais permanecem constante” (HELMHOLTZ,1869, p. 74, tradução nossa).

Em seguida Helmholtz demonstra a validade de sua lei enunciada anteriormente para um sistema de n partículas, resultando na seguinte expressão:

$$- \sum \left[\int_{r_{ab}}^{R_{ab}} \phi_{ab} dr_{ab} \right] = \sum \left[\frac{1}{2} m_a Q_a^2 \right] - \sum \left[\frac{1}{2} m_a q_a^2 \right]$$

O lado esquerdo representa a soma das tensões consumidas (energias potenciais) e o lado direito a soma das forças vivas de todo o sistema (energia cinética).

Em todos os casos de movimento de pontos materiais livres sob a influência de forças atrativas e repulsivas, cuja intensidade depende unicamente da distância, a perda de tensão é sempre igual ao ganho de força viva, e o ganho de tensão é a perda de força viva. Por conseguinte, a soma das tensões e forças vivas é sempre constante. Nesta forma mais geral podemos distinguir nossa lei como o princípio de conservação das forças (HELMHOLTZ,1853, p. 124).

Em outras palavras, a soma das energias cinéticas e energias potenciais permanece constante.

⁷⁴ Esse enunciado não se encontra na primeira edição de 1847, os termos utilizados eram de tensões e forças vivas, para energia potencial e atual, respectivamente.

Se os pontos permanecem em equilíbrio, Helmholtz observa que seu princípio anteriormente enunciado se transforma no princípio das velocidades virtuais:

$$\sum [\phi_{ab} dr_{ab}] = 0$$

Ainda sobre esta situação Helmholtz observa que as forças internas e externas devem satisfazer-se entre as condições de equilíbrio, ou seja, se quaisquer sistemas de corpos forem levados ao equilíbrio pela ação de forças, o equilíbrio não poderá ser destruído se: 1) se imaginarmos os pontos individuais do sistema em suas atuais posições sendo firmemente unidas umas à outra e 2) se removermos as forças que os pontos exercem uns sobre os outros (HELMHOLTZ,1853).

Podemos dizer ainda que o princípio enunciado por Helmholtz não viola o princípio da impossibilidade do movimento perpétuo, pois, assim como ele afirmou, existe uma quantidade máxima de trabalho que pode ser obtido, sendo assim uma quantidade limitada devido a conservação da soma entre força viva e tensão (HELMHOLTZ,1853).

Em seguida Helmholtz fornece uma série de aplicações do princípio da conservação da força em teoremas da mecânica, como: movimento sob a influência de forças gravitacionais, transmissão de movimento através de corpos incompressíveis sólidos e fluidos, e movimento de corpos perfeitamente elásticos sólidos e fluidos.

Helmholtz, posteriormente, adota os termos elaborados por W. Rankine de energia potencial ou latente e energia atual ou sensível.

7.5 Energia

Como vimos na introdução deste trabalho o termo energia significa etimologicamente uma atividade e era utilizado na linguagem comum dos séculos XVIII e XIX. Anteriormente à estas épocas já encontramos o termo em alguns trabalhos como nos de Galileu. Johann Bernoulli, em 1717 introduziu o termo energia para designar o produto de uma força pelo deslocamento virtual. Em 1807, Young o utiliza com o propósito de evitar uma confusão muito comum em sua época, que estava relacionada aos conceitos de força viva e força. Young definiu a energia como o produto da massa de um corpo por sua velocidade ao quadrado. Mayer ainda usou a palavra energia para designar alguns efeitos mecânicos.

Mesmo tendo sua presença em todos estes trabalhos muito importantes, somente em 1851 Thomson introduz o termo energia pela primeira vez na relação calor e movimento (THOMSON, 1851).

Em 1853 W. Rankine define energia potencial ou latente para substituir o termo de tensão (utilizado por Helmholtz) e energia atual ou sensível para designar a conhecida força viva, que viria ainda a ser nomeada de energia dinâmica por se tratar da energia de movimento de um corpo (RANKINE, 1853).

Em 1862, Thomson e Tait substituem o termo energia atual por energia cinética (THOMSON; TAIT, 1862).

Maxwell publica um trabalho denominado *Theory of Heat*, em 1872, onde define energia como a capacidade de um corpo realizar trabalho, definição que encontramos até hoje na literatura (COELHO, 2012).

Uma outra definição viria a ser dada por Oliver Lodge em 1879, o qual considerou a energia como uma transferência (LODGE, 1879).

Em 1887, Planck diz que a energia não pode ser localizada em um sistema, e, portanto, não pode ser interpretada como uma substância (PLANCK, 1887). Em 1894, Hertz também defende que a energia não pode ser entendida como uma substância (COELHO, 2012).

Em suma, depois de caracterizada matematicamente e, em partes, fisicamente, ao menos no que diz respeito à sua utilização, podemos encontrar na literatura quatro espécies de definições de energia:

- 1) Capacidade de realizar trabalho;
- 2) Como uma transferência;
- 3) Como um princípio matemático;
- 4) Como uma equivalência.

Podemos entender o desenvolvimento do conceito de energia como um processo de construção de um modelo que nos ajuda a entender os processos de transformação da realidade. Segundo Mortimer (2011) um modelo é uma imagem que construímos da realidade e que nos auxilia em seu entendimento. E neste sentido devem existir aspectos em comum entre o modelo criado e a realidade, já que uma transformação que ocorre na realidade pode ser representada por meio de um modelo. Não queremos dizer que o modelo deva ser interpretado como uma cópia exata da realidade, mas apenas uma representação desta, que se evidencia em processos de transformação. Na realidade sabemos que existe interação entre corpos, uns exercem forças sobre os outros, e esta interação causa modificação do estado de um corpo. Então, criamos um modelo para explicar a modificação do estado de um corpo, daqui surge o conceito de energia.

Desta maneira podemos interpretar a realidade como a ação entre corpos, ou a troca de forças, e um modelo relacionado à energia para explicar essas interações: *a energia como um modelo explica as transformações da realidade*.

Finalmente chegamos no que conhecemos hoje por conceito de energia. Como a própria história de seu desenvolvimento nos mostra, ele emerge da possibilidade de interconvertibilidade entre diferentes “forças da natureza” e de um princípio de conservação da soma entre energia cinética e potencial. Assim entendemos a energia, por seus processos de conversão e por um princípio baseado em uma quantidade imutável. Não sabemos ao certo o que é, e assim, não poderemos defini-la como gostaríamos, mas podemos deixar, por este trabalho, nossa contribuição no que diz respeito ao seu desenvolvimento, e as tortuosidades enfrentadas por inúmeras pessoas, que de sua maneira, puderam fazer parte dessa história. Sabendo que estas dificuldades são inerentes ao conceito, podemos identifica-las e ainda encontrar seus mecanismos de superação, tema que será abordado no próximo capítulo. Em seguida, completamos nosso quadro de relações estrutural do desenvolvimento do conceito de energia. Interpretando as relações, na figura 55 podemos notar que a Termodinâmica, em seus primórdios, instiga o início da busca por outros processos de conversão. Quando os processos de interconvertibilidade são conhecidos, começasse a entender que existe uma grandeza na natureza que deve ser quantitativamente conservada. A relação entre o trabalho e o princípio de conservação da força viva, juntamente com os conhecidos processos de conversão da energia force subsídios suficientes para Helmholtz demonstrar matematicamente o princípio de conservação da energia.

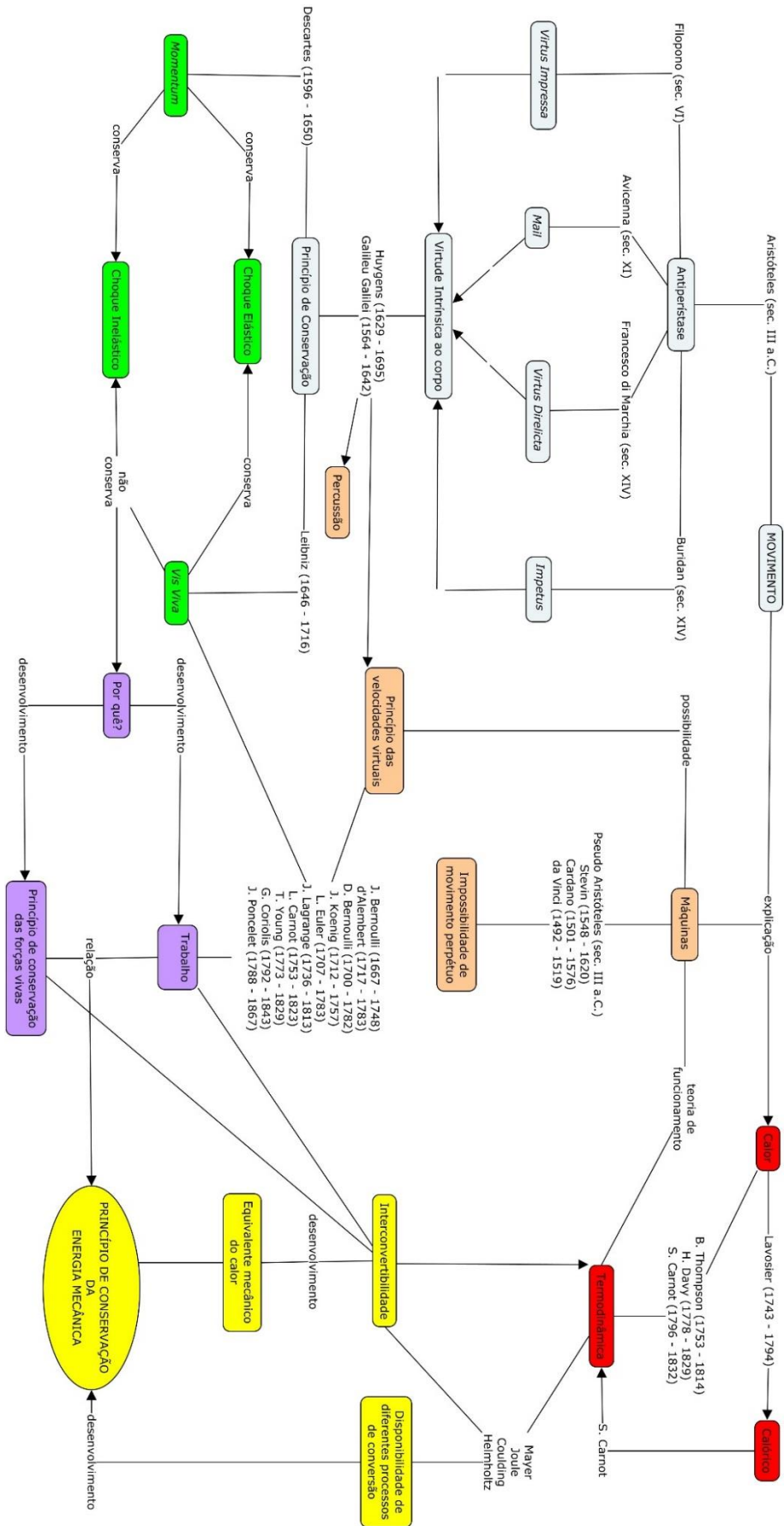


Figura 55 - Esquema da relação de desenvolvimento entre os conceitos
 Fonte: Autoria própria (2016).

CAPÍTULO VIII:

OS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DO CONCEITO DE ENERGIA

Neste capítulo faremos a relação entre os obstáculos encontrados na história do desenvolvimento do conceito de energia com as concepções alternativas dos estudantes. E assim, poderemos indicar, a partir do estudo realizado até aqui, quatro obstáculos epistemológicos que são inerentes ao conceito de energia.

Como discutimos em nosso referencial teórico, para que um conhecimento seja identificado como um obstáculo epistemológico, este deve persistir na estrutura cognitiva dos indivíduos que interagem com um determinado conceito. Tal resistência, pode ser identificada quando os indivíduos externalizam suas tentativas de entendimento. No entanto, essas dificuldades devem ter semelhanças significativas àquelas que encontramos na história do desenvolvimento deste mesmo conceito.

Para determinarmos estes obstáculos, em nosso estudo histórico, evidenciamos, ao final de cada capítulo (II ao VI), conceitos, conhecimentos ou conjuntos de ideias que de alguma maneira conflitaram ou geraram certa resistência ao desenvolvimento do conceito de energia. Verificamos ainda se estas ideias persistiram por algum tempo ou se retornaram em algum ponto histórico posterior, assim como se estas resistências estavam presentes nas concepções alternativas dos estudantes (capítulo I, seção 1.6). O que podemos adiantar é que algumas das dificuldades que são encontradas pelos alunos para a compreensão de um conceito, mantêm certas correspondências com os obstáculos que a própria Ciência precisou superar e elucidar. É claro que o nível de complexidade das concepções dos alunos é diferente daquelas enfrentadas pelos cientistas, mas apresentam suas similitudes.

Sabemos também que, uma vez que identificamos tais obstáculos epistemológicos e tendo em vista como a Ciência superou e elucidou o problema, podemos favorecer quanto ao método de rompimento dessas resistências durante a aprendizagem, por meio dos mesmos mecanismos de superação, transpostos didaticamente.

De modo geral, em nosso estudo histórico do desenvolvimento do conceito de energia, encontramos 4 ideias, ou 4 tipos de conhecimentos, que se apresentaram como resistências ao seu desenvolvimento: 1) a noção de força como obstáculo ao conceito, 2) a noção de ganhos sem perdas como obstáculo à sua conservação; 3) a restrição aos fenômenos particulares como obstáculo à sua generalização; 4) e a noção de substancialização. Os quais, discutiremos e retomaremos separadamente cada um deles a seguir.

8.1 A noção de força como obstáculo ao conceito de energia

A primeira dessas resistências se refere a confusão entre os conceitos de força e energia. Verificamos como essa confusão nasceu da necessidade de explicar a continuação do movimento de um projétil quando arremessado por um projetante, uma concepção que certamente nasce do senso comum, simplesmente pela observação do fenômeno sem reflexão. É intuitivo pensar que exista a necessidade da força para a continuação do movimento, como o fez Aristóteles, atribuindo ao ar o papel de fornecer impulso constantemente ao projétil para a continuação de seu movimento.

Houve ainda muita persistência desse obstáculo, uma vez que, até mesmo os enunciadores do princípio de conservação, utilizaram a palavra força se remetendo à grandeza a ser conservada. Desta maneira, para os cientistas que trabalharam com o conceito, existiu uma persistência à confusão, o que corrobora com a nossa indução de que essa noção pode se constituir um obstáculo.

Outro ponto histórico importante, que fortalece a nossa inferência, foi o momento do esclarecimento e diferenciação dessas duas grandezas físicas. Essa diferenciação possibilitou o desenvolvimento do conceito, como vimos, na inserção dos princípios de conservação da força viva, em sua relação com a potência motriz. A questão a ser investigada, *o que faria a força viva de um sistema diminuir*, e a sua descoberta, *pela ação de uma força*, nos mostrou que os dois conceitos deveriam ter significados físicos diferentes.

Verificamos anteriormente ao estudo histórico as concepções alternativas dos estudantes em relação ao conceito de energia, e nesta pesquisa verificamos que é comum entre os alunos a confusão entre os conceitos de força e energia (VALADARES, 1995; ASSIS; TEIXEIRA, 2003; BUCUSSI, 2007; CASTRO; MORTALE, 2012). A própria concepção cotidiana, que é expressa nos dicionários em relação à definição de energia, faz alusão clara à ideia de força.

Essa confusão pode ser evidenciada em concepções como:

- *Muita energia produz força para o corpo se mover* (GODOI, COIMBRA, MASCARENHAS, 2006).
- *Energia é a intensidade da força* (GODOI, COIMBRA, MASCARENHAS, 2006).
- *Força e energia são as mesmas coisas* (GODOI, COIMBRA, MASCARENHAS, 2006).
- *O que faz o corpo se mover é a força e não a energia* (GODOI, COIMBRA, MASCARENHAS, 2006).
- *Energia é força* (COIMBRA, GODOI, MASCARENHAS, 2009).
- *Energia é um tipo de usina que produz energia elétrica a partir da força da água* (DEL CARLOS, 2007).
- *Energia tem diferentes forças* (ZUBILLAGA, GARCÍA, 2011).
- *Energia é uma força que faz com que nos movimentemos* (FREITAS, MORAIS, 2009).

Assim, seja pela aparição histórica, seja pela persistência nas concepções alternativas dos estudantes, e ainda, em relação aos nossos referenciais teóricos e epistemológicos, podemos afirmar que a confusão que se faz entre os conceitos de força e energia se constitui certamente em um obstáculo epistemológico. Sendo este obstáculo inerente ao conhecimento, seu mecanismo de superação também deve ser encontrado na própria construção deste conceito.

O mecanismo para a elucidação desse obstáculo pode ser análogo ao realizado historicamente. Vimos que a diferenciação entre os conceitos ocorreu por meio do desenvolvimento dos teoremas

que relacionaram a ideia de conservação da força viva com o trabalho, e foram essenciais para o rompimento dessa dificuldade, permitindo a ampliação de significados para a energia.

O entendimento dessa diferenciação se iniciou com os desenvolvedores do conceito de força viva e sua relação com a mecânica de Newton. A investigação aprofundada da não conservação da força viva, em, por exemplo, colisões não elásticas, possibilitou a descoberta de que a força agindo em uma determinada distância, faria diminuir a quantidade de energia. Da mesma maneira, se quiséssemos entender como poderíamos aumentar a energia do sistema, deveríamos recorrer ao mesmo teorema, ou seja, aplicando uma força no corpo, durante uma certa distância, poderíamos novamente variar a quantidade de energia. Assim, o resultado final possibilitou o entendimento diferenciado dessas duas grandezas. A evidencia dessa indagação ocorreu quando, por parte de alguns cientistas, houve a necessidade de implementação de modificação de nomenclatura, principalmente por meio de Thomas Young no início do século XIX.

Hoje entendemos que força é uma grandeza física que mede a ação de um corpo sobre o outro, e a energia, de modo geral, é a medida da capacidade de modificação do estado de um corpo, ou a capacidade que um corpo tem de realizar trabalho.

Mas, mesmo com a diferenciação entendida e com a proposta de uma modificação de nomenclatura, alguns cientistas ainda persistiam em denominar a energia de força. Somente com a generalização do princípio de conservação, quando se iniciou a aplicação das ideias a diversos tipos de “força da natureza”, é que finalmente ficaram definidas as nomenclaturas que utilizamos ainda hoje, apesar de já conhecidas as diferenças de seus significados físicos.

Durante o desenvolvimento de um conceito físico, este adquire mais significados, dentre os quais, alguns podem se tornar obstáculos. Não foi diferente com o conceito de energia, como vimos historicamente, algumas dificuldades foram surgindo, obstáculos que representaram momentos que proporcionaram estagnação ao seu desenvolvimento.

8.2 A noção de ganhos sem perdas como obstáculo à própria conservação da energia.

O segundo obstáculo que inferimos, que também pode ser relacionado ao primeiro, diz respeito à noção de conservação. A ideia de que podemos adquirir mais força com menos força, como se pudéssemos enganar a natureza, esteve presente na história do desenvolvimento do conceito de energia. Esta ideia ainda esteve presente nas tentativas de elaboração de máquinas de movimento perpétuo. É claro que se fosse possível a existência de tal máquina, o princípio de conservação de energia não teria sido necessário, e seu desenvolvimento seria inútil.

A noção de conservação sendo inerente ao desenvolvimento cognitivo, como afirmam as teorias de Jean Piaget, se referem a conservação da substância, que aparecem após um longo período de construções mentais que se sucedem à construção da invariante do objeto sólido, na fase do pensamento sensório-motor. No entanto, mesmo tendo a noção da conservação na estrutura cognitiva, quando a quantidade trabalhada pelo indivíduo é abstrata, como a energia, pode ser mais difícil sua assimilação e seu aprendizado.

Algumas pesquisas mostram que os estudantes têm muita dificuldade em entender e aplicar o princípio de conservação da energia (SOLBES; TARÍN, 1998). Resta-nos saber qual o motivo desta dificuldade e sua origem, o que nos ajudaria a solucionar tal problema. Podemos encontrar na história do desenvolvimento do conceito, um indício de como nasceu esta dificuldade, e buscar, por este mesmo caminho, seu mecanismo de elucidação.

De acordo com a contextualização histórica abordada, nos parece que a questão da conservação foi uma noção que se desenvolveu sem muitos empecilhos. Desde Aristóteles já se tinha a ideia de que algo deve ser conservado em meio as modificações. Galileu já sabia, que, se desprezados os atritos do plano inclinado, um corpo quando solto de uma determinada altura adquire ímpeto suficiente para fazê-lo chegar do outro lado do plano com a mesma altura, ideia que também foi utilizada para a explicação do movimento dos pêndulos simples. Observamos aqui que, sem a inserção do conceito de força, a explicação destes fenômenos tendia para uma ideia de conservação. No entanto, quando se iniciam os estudos das máquinas simples, e as tentativas de explicar seus funcionamentos, a ideia de força se torna fundamental, já que algumas delas tinham o objetivo de levantar corpos muito pesados com pouca força. O que não poderíamos observar, ao menos de imediato, nessas máquinas, seria alguma conservação de força, já que nelas poderíamos intensificá-la, elevando ou movimentando pesos muito mais intensos do que a própria força motora. De certa forma, ganhamos força pela máquina. Essa noção, sem reflexão, parece nos afastar de um princípio de conservação, pois a força aplicada na máquina foi intensificada. De certa forma, a quantidade que “entrou” não foi a mesma que “saiu”. Esta ideia, em junção com a confusão entre os conceitos de força e energia, pode nos fazer afastar da noção de conservação.

Quando se tem a ideia de que podemos adquirir ganhos sem perdas, em termos de esforço físico, como em algumas máquinas simples, o entendimento do princípio de conservação se torna desnecessário intelectualmente, resultando em um obstáculo ao desenvolvimento subsequente. Vimos historicamente que essa ideia foi um entrave ao princípio de conservação, e a sua elucidação permitiria o avanço de seus significados.

Assim, inferimos um segundo obstáculo ao conceito de energia, que está relacionado a um conhecimento que nos impede de entender o princípio de sua conservação, o conhecimento de que

podem existir ganhos sem perdas, como se pudéssemos enganar a natureza. Podemos afirmar, diante do estudo histórico que realizamos, que sem o estabelecimento do princípio de conservação o conceito de energia não teria sido desenvolvido, já que sua elaboração se tornou possível pelo seu estudo nos fenômenos conservativos e pelos seus princípios de interconvertibilidade.

Desta maneira acreditamos ter sucedido a gênese desse obstáculo, o qual ainda seria motivo de resistência futura ao desenvolvimento do conceito de energia. Vimos que o conflito entre as teorias da *vis viva* e do *momentum*, foi resultado de tentativas de comprovação para a grandeza a ser conservada por Deus no Universo, o conhecido conflito entre Leibnizianos e Cartesianos. A partir dessas tentativas se desenvolveu o conceito de *vis viva*, momento em que surgiu o *princípio de conservação das forças vivas*.

Também vimos historicamente que a relação entre o princípio da conservação das forças vivas e a busca pelo entendimento do calor foi um ponto crucial para o estabelecimento do princípio de conservação da energia. Por sua vez, o princípio de conservação das forças vivas foi estabelecido pelo princípio das velocidades virtuais, o que nos mostra que, sem a superação do obstáculo da conservação, o conceito de energia não viria a ser desenvolvido, ou ao menos teria seguido alguma outra via desconhecida e mais complexa.

A noção de conservação também pode ser contradita pela observação de um determinado fenômeno, e esta observação primeira seria então um pensamento obstáculo. Por exemplo, quando empurramos um corpo em um plano horizontal, este visivelmente adquire movimento, que, pela rugosidade da superfície, se perde rapidamente. Se movimento é energia, então um primeiro pensamento sem reflexão certamente venceria, e diríamos em seguida: a energia se perdeu, pois, cessou o movimento. Uma investigação mais afincada desvendaria o falso desaparecimento de energia. Tanto o corpo, como a superfície se aqueceram; eis então a transformação de energia, comprovando que de fato não se perdeu.

Para que a ideia de conservação da energia pudesse ser estabelecida, essas perdas deveriam ser investigadas, já que em muitos fenômenos físicos não era observado a tão defendida conservação da quantidade de força viva do sistema. Considerando como a energia cinética do sistema, é fácil pensarmos em exemplos em que ela não se conserva, como o já citado anteriormente.

Historicamente, sabemos que esta investigação foi iniciada por volta do ano de 1840, com as pesquisas de Mayer e de Joule. Mas, por que tanto tempo se passou para que houvesse a necessidade dessa aparente simples investigação? Acreditamos que essa resposta está relacionada ao obstáculo da observação primeira, particularmente ao que discutimos aqui. Se, de fato, não vemos forças se conservarem, existe algo que deva ser conservado em meio aos fenômenos da natureza? Para que o

princípio de conservação pudesse ser desenvolvido e conseqüentemente o conceito de energia, esta noção das aparentes perdas também deveria ser superada.

Existem, portanto, certos conhecimentos, próximos epistemologicamente, que resistem à ideia de conservação. As perdas, os ganhos e os consumos de energia devem ser pensados para que a conservação possa fazer significado em relação às suas transformações. E o motivo dessa *não reflexão* ainda está na confusão que se faz com o conceito de força, e na ideia de que se pode obter ganhos sem perdas.

Como algumas pesquisas apontam, muitas vezes a noção de conservação não é utilizada pelos estudantes de Ciências para resolver problemas em alguma área que necessite do conceito de energia (ASSIS; TEIXEIRA, 2003; SOLBES; TARÍN, 1998). Em relação à noção de conservação os estudantes apresentam concepções como:

- *A energia se gasta, se esgota* (DUIT, 981).
- *Produzir ou consumir energia* (HENRIQUE, 1996).
- *A energia pode surgir de repente de algo que não tinha energia* (SOLOMON, 1985)
- *A energia não se conserva porque se transforma* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *Existem energias que se conservam e outras não* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *A energia se conserva até um certo ponto* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *A energia é uma propriedade dos corpos e pode se gastar* (LOPES, 2004).
- *A energia não se conserva, pois não se pode reutilizar indefinidamente* (LOPES, 2004).
- *Os alunos entendem mais facilmente ganhos do que perdas de energia. Ignoram que se um sistema ganha energia então outro, que com ele interage, perde energia* (LOPES, 2004).

Podemos ainda encontrar facilmente, dentre estes estudantes de Ciências, aqueles que acreditam deliberadamente nas máquinas de movimento perpétuo, ou aqueles que ainda acreditam em poder construí-las. Fatos que nos mostram um conhecimento opositor muito utilizado ainda hoje pelos estudantes. Ora, se este conhecimento foi um dia utilizado, como vimos historicamente, e ainda hoje persiste, de fato, deve ser encarado como um obstáculo epistemológico.

Também vimos na parte histórica deste trabalho como esta dificuldade pôde ser enfrentada e elucidada. Estes dois primeiros obstáculos epistemológicos que investigamos têm alguns mecanismos em comum, já que também têm sua origem em comum. Primeiramente, o entendimento do conceito de força, e que esta grandeza não se conserva na natureza, seriam os pontos de partida.

Com a utilização de exemplos com as máquinas simples, poderíamos refletir na comprovação de que é possível elevar um peso fazendo uma força dez vezes menor, por exemplo. Muito provavelmente, para o estudante que confunde força com energia, quando indagado, responderia que estaríamos utilizando menos energia. Neste momento, com o objetivo de *desobstaculizar* este

conhecimento, poderíamos utilizar o mesmo mecanismo histórico: o teorema das velocidades virtuais, ou teorema dos trabalhos virtuais⁷⁵. Por este teorema, sabemos que, em relação ao que se ganha em força se perde em velocidade ou distância. Assim, de acordo com o nosso exemplo, para elevar um peso fazendo uma força dez vezes menor, a força menor só foi possível de ser feita às custas de um deslocamento dez vezes maior em relação ao peso levantado. Assim, notaríamos que o produto entre a força e o deslocamento percorrido seria igual ao produto entre o peso levantado e seu respectivo deslocamento.

Com este mecanismo dois fatores seriam evidenciados: i) a energia utilizada não é proporcional apenas à força, mas ao produto da força pelo deslocamento a ela associado; ii) essa quantidade deve ser constante. O que, por sua vez, nos leva a refletir sobre algo constante no fenômeno, além de nos elucidar em relação ao significado diferenciado da força.

Este mecanismo foi historicamente significativo para a identificação de um princípio de conservação nas máquinas simples, afastando o pensamento da possibilidade de existência de máquinas de movimento perpétuo, fato que pode ser utilizado didaticamente com os mesmos objetivos.

E também, como Mayer, Joule e seus contemporâneos fizeram, a investigação do evidente desaparecimento de energia em alguns fenômenos, não se restringindo aos mecânicos, seria outro mecanismo importante para o fortalecimento da ideia de conservação. Este mecanismo está vinculado às possibilidades de transformações de energia em diferentes fenômenos físicos. Por exemplo, quando o atrito entre duas superfícies faz diminuir a energia cinética de um corpo, quando a corrente elétrica passando por um fio o faz esquentar, quando a luz emitida por uma vela aquece uma superfície escura, dentre outros exemplos com o mesmo potencial de analisar as transformações de energia. O objetivo seria mostrar ao estudante comprovações contrárias às suas concepções de não conservação.

8.3 Restrição aos fenômenos particulares como obstáculo à generalização do conceito de energia

Outra noção que nasceu do desenvolvimento dos significados do conceito de energia foi sua generalização aos fenômenos mecânicos, ou poderíamos dizer, sua restrição aos fenômenos relacionados ao movimento. Fizemos nossa análise a partir das dificuldades que essa ideia possibilitou ao desenvolvimento do conceito de energia.

⁷⁵ Transpondo didaticamente esse princípio para a ideia de trabalho, como o produto da força na direção do deslocamento pelo deslocamento.

Vimos historicamente que o entendimento do conceito surge com o princípio de conservação. Começou-se a observar que certa quantidade de algo deveria permanecer inalterada em diversos processos físicos. Esta ideia não ficou restrita à mecânica, mas avançou e foi aplicada aos fenômenos térmicos, eletromagnéticos, químicos e luminosos. Se esta ideia permanecesse somente no campo da mecânica, certamente o conceito geral de energia não seria desenvolvido, ou ao menos, seria muito diferente do que entendemos hoje. Assim, a não ocorrência de um princípio de conservação generalizado seria um entrave ao desenvolvimento subsequente a este conhecimento.

Entendemos a generalização de um conceito, como a expansão em termos de aplicação do princípio para outros campos da Ciência.

Poderíamos pensar de forma diferente ao exposto anteriormente, apenas em termos de significado, seguindo o pensamento de Gaston Bachelard, generalizar um conhecimento que possui amplos significados para apenas um campo científico, é um mecanismo do pensamento humano que obstaculiza a reflexão.

Ainda segundo Bachelard o obstáculo do conhecimento geral surge com as conclusões empíricas apressadas de algum fenômeno. Este conhecimento reduz o fenômeno a um simples fato sem necessidade de aprofundamentos, por exemplo, o simples fato de observar que dois ou três corpos quando soltos caem em direção ao centro da Terra, fica satisfeita a sadia doutrina da gravitação (BACHELARD, 1996).

Esta lei generalizante banaliza o conhecimento posterior, desestimulando-o. Parece que com os conhecimentos generalizados se perde a ligação entre conceitos mais específicos de alguma teoria ou a explicação mais específica dos fenômenos (BACHELARD, 1996).

Voltando ao conceito de energia, observamos que, devido a sua gênese relacionada aos fenômenos do movimento, não seria estranho encontrarmos em sua história algum tipo de restrição a este campo.

Vimos que com Leibniz o conceito de *vis viva* foi desenvolvido com o objetivo de medir a “força” transportada pelo corpo no movimento, a medida da força seria, portanto, o produto da massa do corpo por sua velocidade ao quadrado. O conceito foi desenvolvido pelos defensores desta grandeza, como a verdadeira medida do movimento, e o princípio da conservação da *vis viva* foi assim gerado. Este princípio afirmava que a grandeza a ser conservada no Universo deveria ser a força viva. Ao longo de aproximadamente um século o princípio se manteve restrito aos fenômenos do movimento, ou à mecânica. E devido a este longo tempo, inferimos que esta restrição obstaculizou o desenvolvimento do conceito de energia em termos de sua generalização a outros fenômenos da natureza.

Vimos historicamente a insistência nos estudos do movimento em defesa à aplicação do princípio de conservação das forças vivas. Com a junção do princípio das velocidades virtuais nestes estudos, principalmente pelas contribuições de Euler e Bernoulli, se desenvolveu também uma ideia do que viria a ser conhecida mais tarde como a energia potencial do sistema. No entanto, nessa fase histórica, estes conceitos se restringiam aos fenômenos mecânicos. Podemos perceber que até mesmo o conceito de potencial enfrentou a resistência desse obstáculo em seu desenvolvimento, pois, pela observação do fenômeno, não se tem, ao menos de imediato, sua relação à virtude do movimento.

Quando o conceito de força viva começa a ser utilizado para explicar os efeitos térmicos, é que se iniciam as pesquisas em relação aos processos de conversão, mesmo ainda se tratando de movimento, já que uma das ideias iniciais de calor o tratava como o movimento das partículas de um corpo.

Dessa forma, restringir a energia a ideia de movimento, ou à virtude de um corpo, é algo comum e inerente a este conhecimento. E isto, de fato, está ligado ao parâmetro das definições na Ciência. É comum ao pensamento humano se satisfazer de imediato com as definições.

Em relação ao ensino de Física, podemos dizer que as definições acabam por ser, na maioria das vezes, obstáculo ao conhecimento geral, pois só por ela pode existir a satisfação da explicação do fenômeno. Com isso não há instigação à investigação com mais afinco em relação ao fenômeno em estudo, perde-se o questionamento e o ato de aprender significativamente se desfaz.

Dada a definição de algum conceito, ela tenderá a se tornar um conhecimento geral, como uma intuição primeira ou um conceito imóvel.

Para o aprendiz o conceito que está sendo aprendido pode se tornar conhecimento geral por sua qualidade em destaque, por sua impressão sedutora imediata, pois acha-se que com ela está tudo explicado. Bachelard salienta: “o que é qualidade em destaque – coesão ou divisão – torna-se a generalidade que basta para explicar tudo. É ela que se explica e é por ela que se explica, seguindo o círculo sem fim do empirismo primitivo” (BACHELARD, 1996, p.85).

Com o conceito de energia não é diferente, existe intrínseco a este conceito uma forma de pensa-lo que nos leva a ficar satisfeitos com sua explicação por meio de definições restritivas. Queremos dizer que, por abranger uma gama de fenômenos físicos, quando restringimos o conceito à apenas um fenômeno, se perdem seus significados científicos, além de se desfazer a necessidade de avanço intelectual em sua reflexão. Assim, essa restrição obstaculiza a generalização.

Muitas pesquisas retificam que os estudantes apresentam concepções alternativas que identificam a energia com tudo aquilo que demonstra atividade, movimento ou algum tipo de exercício físico, em geral algo que é percebido ter movimento. Vejamos agora algumas concepções dos estudantes que estão baseadas em sua restrição definida ao movimento:

- *Energia mecânica é algo relacionado com força e movimento* (FREITAS; MORAIS, 2009).
- *O carro quando está em movimento tem energia* (FREITAS; MORAIS, 2009).
- *Energia é uma força que faz com que nos movimentemos* (FREITAS; MORAIS, 2009).
- *Sem energia não há movimento* (FREITAS; MORAIS, 2009).
- *Movimento e calor são energia* (GODOI; COIMBRA; MASCARENHAS, 2006).
- *Muita energia produz força para o corpo se mover* (GODOI; COIMBRA; MASCARENHAS, 2006).
- *Energia possibilita movimentos* (GODOI; COIMBRA; MASCARENHAS, 2006).
- *Energia é movimento* (BARBOSA; BORGES, 2006).
- *O ciclista tem energia porque consegue movimentar a bicicleta* (BARBOSA; BORGES, 2006).
- *Onde não há movimento não há energia* (BARBOSA; BORGES, 2006).
- *Energia é só cinética e potencial* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *A energia está associada ao movimento* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *Um trem tem energia* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *Um corpo que está parado não tem energia* (SOLBES; TARÍN, 1998).
- *Uma pessoa tem energia para movimentar algum objeto* (WATTS, 1983).
- *Um objeto não tem energia, pois não se move sozinho* (WATTS, 1983).
- *Pessoas correndo tem energia* (WATTS, 1983).

Essas concepções espontâneas mostram que os estudantes tendem a generalizar o conceito de energia, entendendo-o como algo relacionado apenas ao movimento. Desta forma, é comum ao pensamento generalizar a energia ao movimento, como ocorreu historicamente, o que nos parece algo inerente a este conceito, e que nos leva a inferir o terceiro obstáculo epistemológico referente a um pensamento que restringe o conceito a um fenômeno particular.

Como discutimos anteriormente, esta ideia restritiva obstaculiza a generalização, impedindo o indivíduo de pensar o conceito em diferentes campos e fenômenos da Ciência, afastando-o até mesmo do entendimento do princípio de conservação.

Bachelard nos dá um meio para escapar deste impasse:

[...] será preciso então *deformar* os conceitos primitivos, estudar as condições de aplicação desses conceitos e, sobretudo, incorporar *as condições de aplicação de um conceito no próprio sentido do conceito*. É nesta última necessidade que reside, a nosso ver, o caráter dominante do novo racionalismo, correspondente a uma estreita união da experiência com a razão. (BACHELARD, 1996, p.76).

Nesta estreita união entre a experiência e a razão, como disse Bachelard, está a chave para a elucidação deste obstáculo. Sabemos que, a partir da história, o conceito de energia adquire significados diferentes, fora da mecânica, quando se iniciam as investigações das perdas de força viva nos fenômenos relacionados ao movimento dos corpos. Recorrendo a experiência podemos investigar o que ocorre com as perdas de energia cinética, em casos em que a força de atrito age sobre o corpo. Neste caso, energia cinética é convertida em energia térmica. Assim, estamos estudando as condições de aplicação deste conceito, estamos deformando o conceito primitivo no sentido de refletir sobre seus aspectos físicos.

Vimos que este tipo de investigação possibilitou que o estudo da energia pudesse ser enquadrado em outros fenômenos físicos.

Para romper com este obstáculo devemos mostrar ao estudante que efeitos de origem diversos podem gerar movimento, ou o movimento pode gerar efeitos diversos, inclusive que tais efeitos podem ser correspondentes sem levar em consideração o movimento. Como os primeiros trabalhos da década de 1840 nos mostraram, que o movimento poderia gerar calor, calor gerar movimento, eletricidade gerar calor, reações químicas gerar eletricidade, luz gerar calor, entre outras, são exemplos de como o conceito pode ser *deformado*.

Por meio das correspondências entre fenômenos distintos pode ser entendido que o movimento é apenas um tipo das multiformas da energia. Esse foi o mecanismo histórico que possibilitou a generalização do conceito. E defendemos aqui, que este também pode ser o mesmo meio para que os estudantes rompam com este obstáculo.

8.4 A noção de substancialização como obstáculo ao conceito de energia

Paralelamente ao desenvolvimento da energia em relação aos fenômenos mecânicos e sua restrição ao movimento, surge um importante conflito conceitual sobre a natureza do calor, e uma das vertentes o considerava como algo material sendo que esta idealização também contribuiu com o pensamento da energia como substância.

Apesar dos trabalhos de Joule já terem dado uma prova para a natureza dinâmica do calor, eles ainda não eram muito conhecidos pelos cientistas, por isso na década de 1850 ainda existiam dúvidas sobre o tema. Durante o encontro da associação Britânica, em 1847, William Thomson conheceu os trabalhos de Joule. Thomson ainda aceitava a tese de Carnot com relação à interpretação do calor como substância. A explicação do funcionamento das máquinas ainda era realizada sob as custas da queda do calórico da fonte quente para a fonte fria, e não era visto como transformações de

energia ou transformações das “forças da natureza”, como o termo ainda era utilizado. Desta maneira Thomson ainda acreditava que a transformação de calor em trabalho seria impossível.

Esse problema foi resolvido por Clausius, em 1850, conciliando as ideias de Joule com as de Carnot. Neste trabalho Clausius concebe o calor como movimento e não como calórico (COELHO, 2012).

Após este rearranjo de teorias, Thomson publica uma série de trabalhos⁷⁶ sobre a teoria dinâmica do calor, definindo o conceito de energia e introduzindo dois tipos de reservas energéticas, o estático e o dinâmico, ideias que dariam origem, em 1862, aos conceitos de energia cinética e potencial (THOMSON; TAIT, 1862).

Em 1853, Rankine apresenta dois termos similares aos de Thomson, a energia atual (ou sensível) e a energia potencial (ou latente), quantidades que, quando somadas, deveriam ser conservadas na natureza. Rankine também define energia como o estado de uma substância capaz de realizar trabalho, que por sua vez, era definido como a variação de um acidente através de um esforço (RANKINE, 1853).

Em 1885 Lodge publica um artigo intitulado, sobre a identidade da energia, definindo uma trajetória para as transformações energéticas, uma extensão do trabalho de Poynting de 1884. De acordo com esta teoria a energia não deveria ser concebida no corpo, mas no meio em que o circunda (LODGE, 1885).

Em 1887, Planck fornece uma ideia de que a energia se comporte como uma espécie de reserva e levanta a questão novamente se a energia deve ser interpretada como uma substância (PLANCK, 1887).

No ano de 1894, Hertz afirma que a Física ainda não estava bem desenvolvida para dar uma definição segura sobre a natureza da energia. Mas, devido às utilizações do conceito de energia para a explicação dos fenômenos que era abordado na época, ele considera que a energia era concebida como substância (COELHO, 2012).

O que estes fatos nos mostram é que até mesmo na comunidade científica ainda existiam dúvidas sobre a natureza da energia. De fato, nem mesmo hoje sabemos qual é a sua natureza, mas sabemos que se afasta de uma interpretação substancial.

Como vimos, alguns episódios históricos nos mostraram que a interpretação do calor como uma espécie de substância obstaculizava o desenvolvimento do princípio de conservação de energia.

⁷⁶ *On the Dynamical Theory of Heat; with numerical results deduced from Mr Joule's Equivalent of a Thermal Unit, and M. Regnault's Observations on Steam* (THOMSON, 1851), *On a universal tendency in Nature to the dissipation of Mechanical Energy* (THOMSON, 1852), *On the mechanical antecedents of motion, heat, and light* (THOMSON, 1854).

E até mesmo hoje, como poderíamos entender este princípio a considerando uma substância que se transforma em diferentes tipos?

Em relação à esta concepção existem ainda confusões entre a energia e sua fonte, como por exemplo, a gasolina é a energia que faz mover um carro. Essa idealização nos afasta do entendimento das transformações, ou do princípio de conservação, já que nesta frase a substância, gasolina, está se transformando no movimento do carro.

No ensino, geralmente, essa confusão surge quando o estudante relaciona o conceito de energia com as suas fontes como o combustível, o sol, o vento, ou a água por exemplo. Esse pensamento fornece um caráter concreto ao conceito que é, de fato, abstrato.

Esse obstáculo, que é inerente ao conceito, pode nascer na busca pelo entendimento da grandeza energia, como um mecanismo de nosso pensamento de substancializar o abstrato ou de dar características da substância, ou do que é concreto, ao fenômeno físico.

Assim, o fenômeno será explicado com os sentidos do indivíduo, por meio de um pensamento que é guiado pelo que se vê e como se vê. Se não podemos ver, nem sentir e nem tocar a energia diretamente, então emprestaremos características de uma substância que são aceitáveis aos nossos sentidos. É desta maneira que as qualidades designadas à substância são recebidas para a explicação do fenômeno: dos sentidos (BACHELARD, 1996).

Interpretamos dessa forma, que a noção de energia como substância se comporta como um obstáculo à sua interpretação e à explicação dos fenômenos que a ela estão relacionados.

Mostramos em seguida algumas concepções alternativas de estudantes sobre o conceito de energia ao qual está relacionado o obstáculo da substancialização:

- *Energia é materializada: armazenada em determinados corpos e transferida em certos processos* (HENRIQUE, 1996).
- *Energia é como uma substância* (SOUZA FILHO, 1987).
- *Energia é como um ingrediente ou um depósito* (PÉREZ et al, 1995).
- *Petróleo é uma forma de energia* (ZUBILLAGA; GARCIA, 2011).
- *O calor é uma substância que fica presa dentro de um corpo* (AMARAL, 2010).
- *Alimento é energia* (COIMBRA; GODOI; MASCARENHAS, 2009).
- *Combustível é energia* (COIMBRA; GODOI; MASCARENHAS, 2009).
- *Gasolina é uma forma de energia* (COIMBRA; GODOI; MASCARENHAS, 2009).
- *A energia pode ser vista a olho nu* (HIRÇA; ÇALIK; AKADENIZ, 2008).
- *A energia pode ser vista no microscópio* (HIRÇA; ÇALIK; AKADENIZ, 2008).
- *A energia pode ser vista por um eletro-microscópio* (HIRÇA; ÇALIK; AKADENIZ, 2008).
- *O CO₂ é a energia para a planta crescer* (HIRÇA; ÇALIK; AKADENIZ, 2008).

- *O CO₂ e a água são energias necessárias para a planta crescer* (HIRÇA; ÇALIK; AKADENIZ, 2008).
- *Potássio é energia* (BARBOSA; BORGES, 2006).
- *Energia é algo que tem existência material* (BARBOSA; BORGES, 2006).
- *Energia é algo que fica no interior do organismo* (SOLBES; TARÍN, 1998).

Assim, vemos também que a confusão é bastante presente nas concepções alternativas dos estudantes, dando maior ênfase a nossa inferência sobre o obstáculo da substancialização.

Mas, devemos também mostrar como esta dificuldade pode ser superada, e para isso buscamos, como nos casos anteriores, na história do desenvolvimento do próprio conceito seu mecanismo de superação.

Pela atual complexidade do entendimento do conceito de energia, acreditamos que a superação desse obstáculo não é tarefa simples. Como os próprios trabalhos de Joule não foram conclusivos para o debate sobre a natureza do calor, ao menos historicamente, devemos buscar, também, mecanismos nos trabalhos posteriores à Joule, os quais utilizaram um modelo físico dinâmico para o calor.

Sabemos que o principal entrave que este obstáculo causa é o entendimento de um princípio de interconvertibilidade e de conservação. Sadi Carnot se afastou da descoberta desses princípios por utilizar a teoria do calórico. Thomson também não contribuiria para o desenvolvimento da termodinâmica se permanecesse em acordo com as ideias de Carnot. Somente após o abandono da teoria do calórico é que foi possível a elaboração de uma teoria definitivamente dinâmica para os processos térmicos e o nascimento de uma nova e importante grandeza física, a entropia, com os trabalhos de Clausius.

A energia assim adquiriria seu status abstrato e seu entendimento se tornava consolidado por meio dos processos de transformação e, principalmente, por sua conservação. Devemos salientar que, mesmo entendendo a energia por meio dos princípios de conservação e de interconvertibilidade, a interpretação de sua natureza substancial ainda voltaria a ser questionada.

Então, entendemos que o mecanismo de superação deste obstáculo deve estar relacionado ao entendimento desses processos de transformação e conservação. Mostrar ao estudante que a energia é uma grandeza que deve ser conservada por meio de suas transformações, pode fazê-lo afastar de um pensamento substancial da energia, ou ajudá-lo a superar este obstáculo. Isso pode ser feito pelo esclarecimento das diferenças entre as fontes de energia e os tipos de energia que existem na natureza, aplicando este pensamento em situações de interconvertibilidade e conservação.

O Quadro 15 nos mostra um resumo dos quatro obstáculos epistemológicos referentes ao conceito de energia que foram abordados anteriormente. Nele encontramos uma breve explicação do significado desses obstáculos, bem como seus respectivos mecanismos de superação.

Quadro 15 – Resumo dos obstáculos epistemológicos do conceito de energia e seus respectivos mecanismos de superação.

Obstáculo Epistemológico	Significado	Mecanismo de Superação
<i>A noção de força como obstáculo ao conceito de energia.</i>	Se refere a confusão conceitual entre as grandezas físicas força e energia.	A diferenciação das grandezas ocorre por meio da inserção da grandeza física trabalho, por meio dos teoremas que proporcionam o entendimento do que ocorre com a energia devido a ação de uma força (os conhecidos teoremas da energia cinética, potencial e mecânica).
<i>A noção de ganhos sem perdas como obstáculo à conservação da energia.</i>	Ideia que podemos adquirir mais força com menos força por meio de algumas máquinas simples, relacionado ainda à confusão entre força e energia, gera o engano de que podemos obter mais energia com menos energia, se afastando do entendimento de sua conservação.	Utilização do teorema dos trabalhos virtuais na explicação do funcionamento das máquinas simples. A conservação do produto entre força e deslocamento, mas não simplesmente da força. E a investigação das perdas de energia em sistemas dissipativos.
<i>A restrição aos fenômenos particulares como obstáculo à generalização do conceito de energia.</i>	Restringir a energia a um fenômeno particular. Na maioria das vezes é comum essa restrição associando energia somente ao movimento.	Investigação de fenômenos que existe clara conversão de energia cinética em outro tipo de energia, enquadrando o conceito a outros campos da Física. Mostrar que efeitos de origem diversos podem gerar movimento, mas também que movimento pode gerar outros efeitos energéticos.
<i>A noção de substancialização como obstáculo ao conceito de energia.</i>	Pensamento de que a energia ou o calor se comportem como algo material ou com as mesmas propriedades físicas da matéria.	Investigação de processos de interconvertibilidade, ressaltando as diferenças do que é fonte de energia e os tipos de energia que estão sendo transformados.

Fonte: Autoria Própria (2016).

CONCLUSÃO

“A opinião pensa mal, não pensa, traduz necessidades em conhecimentos” (BACHELARD, 1996).

Verificamos na denominada parte histórica do trabalho as contribuições de diferentes personagens que foram importantes para o desenvolvimento do conceito de energia. Optamos por iniciar esta parte discutindo a influência dos trabalhos de Aristóteles para o nascimento de algumas grandezas físicas que foram fundamentais para a elaboração do conceito de *vis viva* por Leibniz. A ideia de Aristóteles se refere basicamente ao que causa continuação do movimento de um projétil quando arremessado por um projetante. Apesar de Aristóteles acreditar que o ar seria a causa da continuação desse movimento, o tema foi motivo de discussão durante a mecânica medieval, momento em que surge conceitos como *virtus impressa*, *mail*, *virtus direlecta* e *impetus*, todos pensados com o propósito de explicar a causa da continuação do movimento.

Assim chegamos nas contribuições que Galileu forneceu para o desenvolvimento do conceito de energia, um importante estudo que deixamos por meio desta tese. Utilizando o conceito de *impetus*, Galileu inferiu que deveria haver conservação de algo no movimento de um corpo, como por exemplo, um pêndulo ou um corpo em um plano inclinado, já que era observado que este corpo tinha a capacidade de retornar à posição inicial sem auxílio de impulsos externos.

A partir destas ideias e do estudo do fenômeno de queda livre mostramos como Galileu nos deixou suas equações cinemáticas, as quais foram de fundamental importância para o desenvolvimento do conceito de força viva, principalmente por Leibniz e Huygens.

Outras contribuições muito importantes deixadas por Galileu para o desenvolvimento do conceito de energia foram seus estudos sobre a força de percussão e a utilização do princípio das velocidades virtuais para a explicação do funcionamento de algumas máquinas simples. Neste episódio vimos que, apesar de Galileu ter utilizado o termo energia algumas vezes, certamente faltava seu entendimento para a tão almejada explicação do fenômeno de percussão. Ao longo da parte histórica, ficou claro que para a explicação dos fenômenos de percussão serem realizadas, seria necessário acrescentar as ideias concernentes ao conceito de energia.

Vimos também como o conceito de velocidade virtual foi desenvolvido e posteriormente utilizado pelos desenvolvedores do conceito de força viva, justificando, desta maneira, sua relevância ao desenvolvimento da energia. Nessa parte do trabalho, ainda abordamos alguns pensadores que eram contrários à existência de um movimento perpétuo, outra fundamental ideia que possibilitou o desenvolvimento do princípio de conservação.

Outra importante contribuição desta tese foi o estudo da elaboração do conceito de *vis viva* por Leibniz, e ainda, como essa se desenvolveu até adquirir os significados do que entendemos hoje como energia. Vimos que a partir das contribuições deixadas por Aristóteles e seus comentadores, sobre o que de fato explica a perpetuação do movimento, iniciou-se a disputa sobre a verdadeira medida da força. Esta força seria pensada como a propriedade adquirida pelos corpos projetados

fornecida pelo projetante. Nesta perspectiva foram abordadas as contribuições trazidas por Descartes, Leibniz e Huygens, e a partir do conceito de *vis viva* demos continuidade a nossa pesquisa sobre o desenvolvimento desse conceito. Desta maneira deixamos nossa contribuição com o estudo e análise de importantes e fundamentais trabalhos de Leibniz para o desenvolvimento do conceito de energia.

Em sequência, fizemos uma extensa pesquisa a trabalhos que resultaram no desenvolvimento da grandeza elaborada por Leibniz. Dessa pesquisa verificamos que o conceito de *vis viva* resultaria, posteriormente, no conceito de energia cinética, e ainda, verificamos o desenvolvimento de importantes teoremas que foram fundamentais para a elaboração do princípio de conservação de um conceito mais generalizado e não restrito aos fenômenos mecânicos. Neste momento histórico mostramos como ocorreu a relação do princípio das velocidades virtuais e o princípio da conservação da força viva. Essa relação possibilitou o entendimento das causas da variação da força viva de um sistema. Hoje conhecemos essa relação como teorema da energia cinética.

Esse teorema, ainda em sua forma primitiva, foi utilizado por Helmholtz, anos mais tarde, em sua justificativa matemática para o enunciado do princípio de conservação da energia, ou da “força”, como ainda era conhecida.

Mostramos as conexões existentes entre as ideias desenvolvidas que fulminaram na elaboração do conceito de energia e seu princípio de conservação. O que restava, nesse momento da história, era o desenvolvimento de outros ramos da Ciência, diferentes da mecânica, como a termodinâmica e o eletromagnetismo, por exemplo.

O estudo do calor trouxe sua contribuição para o desenvolvimento do conceito de energia, que está relacionado às possibilidades de interconvertibilidade entre força viva, calor e trabalho mecânico. Nesse contexto, vimos como Carnot elaborou sua teoria para descrever o funcionamento das máquinas térmicas. Notamos ainda como Carnot se afastou do princípio de conservação da energia por ainda utilizar em sua teoria a ideia de calor como substância. No entanto, por meio de seus escritos póstumos, vimos como Carnot modificou sua ideia em relação à natureza do calor, aceitando-o como movimento, fato que, além de possibilitá-lo explicar o fenômeno por meio das interconvertibilidades entre movimento, calor e ação mecânica, capacitou-o em fornecer um equivalente mecânico para o calor.

Assim, chegamos ao ponto histórico, na década de 1840, que foi marcado pelos enunciados do princípio de conservação da força, por quatro personagens, dos quais, três deles foram independentes, ou seja, não sabiam da existência dos trabalhos uns dos outros: Mayer, Joule e Colding. No entanto, talvez por ter tido um conhecimento físico mais abrangente que os outros, Helmholtz, ao final desta década, enunciou o princípio de conservação da energia e trouxe, de forma inédita, sua comprovação matemática. O que restava era apenas uma modificação de nomenclatura,

o que já havia sido proposto anos antes por Young. Neste sentido, Lord Kelvin e Rankine foram os responsáveis por atribuir a nomenclatura que utilizamos atualmente.

Além do estudo histórico aprofundado do desenvolvimento do conceito de energia, buscando elucidar algumas dificuldades no Ensino de Física concernentes à aprendizagem deste conhecimento, deixamos outra importante contribuição analisando as dificuldades mais recorrentes dos estudantes e se estas dificuldades teriam alguma relação com o desenvolvimento histórico do mesmo conhecimento.

Desta maneira, percebemos que a causa de algumas dentre as inúmeras dificuldades reside no próprio campo de significados do conceito, ou seja, são intrínsecas a este conhecimento.

Encontramos na história quatro ideias que representaram entraves ao desenvolvimento do conceito e verificamos que as mesmas podem estar presentes na estrutura cognitiva daqueles que, de certa forma, buscam o entendimento deste conhecimento. O que não podemos garantir é se esse número de obstáculos se limita a esses analisados por nós neste trabalho.

Este trabalho evidenciou, o fato já proposto por Piaget e Garcia (2011), da existência de um paralelismo entre o construto histórico e o cognitivo. E deixamos a contribuição de que, se de fato essas dificuldades são inerentes ao conhecimento, seus mecanismos de elucidação também devem ser.

A teoria de Bachelard (1996) nos forneceu subsídios para a pesquisa dos obstáculos epistemológicos concernentes ao conceito de energia. Vimos que um obstáculo deve ser interpretado como um conhecimento que induz ao erro. No entanto, esse erro não pode ser notado momentaneamente pelo próprio indivíduo, e desta maneira entrava o desenvolvimento dos significados desse conceito, inicialmente no âmbito cognitivo e, conseqüentemente, em seu contexto histórico. E assim, o desenvolvimento científico se dá pelas rupturas destes obstáculos epistemológicos.

Brousseau (1983), relacionando a teoria dos obstáculos epistemológicos de Bachelard com a teoria de equilíbrio de Piaget, afirmou que o indivíduo pode se desenvolver cognitivamente por meio das rupturas intelectuais que faz com o senso comum. Neste caso, o senso comum poderia ser identificado também como um conhecimento presente na estrutura cognitiva do indivíduo, se aproximando da ideia de obstáculo. Como se este conhecimento, já presente na estrutura da pessoa, obstaculizasse a assimilação do novo conhecimento aceito cientificamente. Brousseau infere a existência de obstáculos de origem epistemológica, didática, ontogênica e cultural. Dentre os citados, estávamos preocupados em determinar quais seriam os de origem epistemológica em relação ao conceito de energia. Para que um obstáculo possa ser caracterizado como de origem epistemológica,

deve ser inerente ao saber, e deve ser identificado nas dificuldades que os cientistas enfrentaram no desenvolvimento do contexto. Portanto, devem ser identificadas historicamente.

A partir das ideias de Brousseau (1983) e Bachelard (1996), geramos um modelo para nos auxiliar na identificação de um obstáculo epistemológico. Em síntese, devemos inicialmente resgatar as dificuldades enfrentadas pelos contribuintes do desenvolvimento do conceito em estudo, e verificar se estas estão presentes também nas concepções alternativas dos estudantes. Esse é um modo de identificar se existem dificuldades inerentes ao conhecimento. Desta maneira, se fez necessário dedicarmos algumas páginas para a discussão das concepções alternativas dos estudantes referentes a um conceito qualquer e, posteriormente, ao conceito de energia.

Assim, a identificação das concepções alternativas dos estudantes é importante para a determinação dos obstáculos, pois estas podem nos mostrar que existem dificuldades semelhantes às encontradas historicamente, e confirmar a sua inerência ao conceito.

Mas qual seria a importância da identificação de obstáculos de origem epistemológica para o ensino de Física?

De um modo geral, poderíamos estender a nossa resposta para qualquer conceito científico no que concerne a sua aprendizagem. Vimos que os estudantes podem apresentar comumente os mesmos equívocos em relação a um determinado conceito. Se esses equívocos forem de natureza epistemológica, o professor poderá auxiliar em suas rupturas a partir dos mecanismos de elucidação desses obstáculos. Permitindo, assim, encarar o ensino por meio da construção dos significados de um determinado conceito pelas rupturas entre novo conhecimento e concepção alternativa (como um obstáculo epistemológico). Os resultados de aprendizagem podem ser analisados em função da própria transformação dos alunos, à medida que superam tais obstáculos, e não em função, simplesmente, da quantidade de conhecimentos que podem memorizar. Assim, conhecer quais foram os obstáculos para o desenvolvimento de determinados conhecimentos, pode ser muito útil para compreender as dificuldades dos estudantes, pois com os mecanismos adequados, o professor pode auxiliar na *desobstaculização* destes entraves, e conseqüentemente na construção deste conhecimento no âmbito da aprendizagem.

A construção histórica do desenvolvimento do conceito de energia nos permitiu identificar como foram elucidados tais obstáculos. Esses mecanismos históricos podem ser utilizados como um artifício no ensino do conceito de energia, quando transpostos didaticamente. Essa adequação da transposição didática é pertinente pois, como vimos na construção histórica deste trabalho, muitos termos utilizados no mecanismo de determinada época sofreram modificações até chegarem ao atual entendimento.

Neste âmbito, a pesquisa nos permitiu inferir que duas propriedades são inerentes a um determinado conhecimento: i) suas dificuldades; e ii) fatores pertinentes e necessários para transpassar tais dificuldades. Dessa maneira, pode-se afirmar que os obstáculos epistemológicos e seus mecanismos de superação são inerentes a um determinado conceito científico.

O estudo histórico de um determinado conceito científico pode evidenciar seus obstáculos e mecanismos de elucidação quando confrontados com as concepções dos estudantes desse próprio conceito. Nossa principal contribuição esteve inserida neste contexto.

O trabalho também fornece subsídios para diferentes investigações neste campo de estudo. A investigação do desenvolvimento do conceito de energia na Física Contemporânea, como tal conceito adquire seus diferentes significados na Física Quântica e na Teoria da Relatividade, é um exemplo de possibilidade de extensão deste trabalho. Poderíamos também analisar a aprendizagem dos alunos a partir do método de utilização dos mecanismos de superação e ainda analisar como as diferentes concepções de energia se comportam na estrutura cognitiva dos alunos por meio dos perfis epistemológicos.

REFERÊNCIAS

- AMARAL, A.P. C. **A atividade prática abordada por meio de situações-problema, visando a promoção da aprendizagem significativa dos conceitos relacionados aos processos de transmissão de energia térmica, no ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.
- ARAÚJO, Maria Cristina Pansera de; NONENMACHER, Sandra. Energia: Um Conceito Presente Nos Livros Didáticos De Física, Biologia E Química Do Ensino Médio. **Poiésis: Revista Do Programa De Pós-Graduação Em Educação – Mestrado – Universidade Do Sul De Santa Catarina**, Tubarão, v. 2, n. 1, p.1-13, jan. 2009.
- ARISTÓTELES. **Física**. Madrid: Editorial Gredos, 1995. Tradução e notas: Guillermo R. de Echandía.
- ARISTOTLE. **The works of Aristotle translated into English**. Ed. W. D. Ross. Vol. II – Physica. Trad. R. P. Hardie, R. K. Gaye. Oxford: Clarendon Press, 1930.
- ARISTOTLE. **Physics**. Australia: Ebooks@adelaide, 2014. Translated by R.P. Hardie and R.K. Gaye. Disponível em: <<http://ebooks.adelaide.edu.au/a/aristotle/physics/index.html>>. Acesso em: 08 ago. 2014.
- ARISTOTLE. *Mechanica*. In: A., W. D. Ross M. et al (Org.). **The works of Aristotle**. Oxford: Clarendon Press, 1913. p. 847-858.
- ASSIS, André Koch Torres. **The Experimental and Historical Foundations of Electricity**. Montreal: Apeiron, 2010. 268 p.
- ARNOLD, M. Children's and lay adults' views about thermal equilibrium. **International Journal of Science Education**, 16(4), pp. 405-419, 1994.
- ASSIS, Alice; TEIXEIRA, Ode Pacubi Baierl. Algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de energia. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 9, n. 1, p.41-52, jan. 2003.
- BACHELARD G. **La formation de l'esprit scientifique**, Paris: Vrin, 1938.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuições para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 1996.
- BARBOSA, J. P. V.; BORGES, A. T. O entendimento dos estudantes sobre energia no início do Ensino Médio. **Cad. Brás. Ens. Fís.**, vol. 23, n.2, 2006, p.182-217.
- BARRETTO Bastos Filho J. **Il giudizio dei 'pari' e dei 'dispari'**, pp. 75-92, in: Mamone Capria 2003.

- BERNOULLI, Johann. **Discours sur les lois de la communication du mouvement**. Paris: Paris, 1724. 121 p.
- BERNOULLI, Daniel. Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 16. p. 143-148.
- BERTOLDO, Leandro. **Teoria do Ímpeto**. São Paulo: Clube de Autores, 2012. 168 p.
- BLACK, Joseph. **Lectures on the elements of chemistry**. Philadelphia: Mathew Carey, 1807.
- BLACK, P.; SOLOMON, J., Life-world and science world-pupils 'ideas about energy, Entropy in the School, Vol.1, **Roland Eotvos Physical Society**, Budapest, 1983.
- BRASIL (2002) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ ensino médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC.
- BROOK, A.; DRIVER, R., Aspects of secondary students 'understanding of energy, **Edit. Driver and Millar**, University of Leeds, 1984.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, Grenoble, v. 4.2, p.164-198, 1983.
- BUCUSSI, Alessandro Aquino. INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE ENERGIA. **Textos de Apoio Ao Professor de Física**, Porto Alegre, v. 17, n. 3, p.1-32, jan. 2007.
- BURIDANO, Giovanni. Questioni sugli otto libri della Fisica di Aristotele. In: CLAGETT, Marshall. **La Scienza della Meccanica nel Medioevo**. 2. ed. Milano: Giangiacom Feltrinelli, 1981. p. 562-568.
- CACHAPUZ, A.; MARTINS, I., **High School student 's ideas about energy of chemical reactions, in Proceedings of the Second International Seminar Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics**, pp. 60-66, Ithaca, NY, ComeU University, 1987.
- CANEVA, K. L.: 1993, Robert Mayer and the Conservation of Energy, **Princeton University Press**, Princeton, New Jersey.
- CAPUOZZO, L.; GRILLI, A. Drago e M.. Analisi critica della termodinamica formulata da Carnot, Clausius e Kelvin. **Il Giornale di Fisica**, [s.l.], v. 45, n. 4, p.207-224, 24 nov. 2004. SIF. <http://dx.doi.org/10.1393/gdf/i2004-10015-5>.
- CARDAMO, Girolamo. **De Subtilitate: TOMO I: Libri I-VII**. Milano: Francoangeli, 2004. 720 p. Edizione critica a cura di: Elio Nenci.
- CARDAN, Jerome. De Subtilitate. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 7. p. 74.

CARNOT, Lazare. **Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement**. Paris: Imprimerie de Crapelet, 1803.

CARNOT, Lazare. Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 19. p. 163-164. Translated: R. Bruce Lindsay.

CARLO, Sandra del. **Conceitos de física na Educação básica e na Academia: Aproximações e Distanciamentos**. Universidade de São Paulo, São Paulo. P.12-36 Tese (Tese de Doutorado), 2007

CARNOT, Sadi. **Réflexions Sur La Puissance Motrice Du Feu Et Sur Les Machines Popres A Développer Cette Puissance**. Paris: Chez Bachelier, Libraire, 1824.

CARNOT, Sadi. **Riflessioni sulla potenza motrice del fuoco**. Torino: Bollati Boringhieri, 1992. Notas: Robert Fox.

CARNOT, Sadi; CLAPEYRON', É.; CLAUSIUS, R.. **Reflections on the motive power of fire: and other papers on the second law of thermodynamics** by É. Clapeyron and R. Clausius. New York: Dover Publications, Inc., 1988. Edited with an introduction by E. Mendoza.

CARR, M. y KIRKWOOD, V. (1988). Teaching and learning about energy in New Zealand secondary school junior science classrooms. *Physics Education*, 23, pp. 87-91.

CHALMERS, A. **O que é a ciência, afinal?** Ed. Brasiliense: São Paulo, 1993.

CINDRA, José Lourenço. Um esboço da história do conceito de trabalho virtual e suas aplicações. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Guaratinguetá, v. 30, n. 3, p.1-12, set. 2008.

CLAGETT, Marshall. **La Scienza della Meccanica nel Medioevo**. 2. ed. Milano: Giangiaco­mo Feltrinelli, 1981. Traduzione dagli originali in lingua inglese e in lingua latina di Libero Sosio.

CLAPEYRON, E. Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur. **Journal de L'ecole Royale Polytechnique**, Paris, v. 14, n. 1, p.153-191, jan. 1834.

COELHO, Ricardo Lopes. Conexões filosóficas do conceito de energia. **Ensaio­s Filosóficos**, Rio de Janeiro, v. 5, n. 1, p.8-21, abr. 2012.

COHEN, Morris R.; DRABKIN, Israel E. (eds.). **A source book in Greek science**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1958. Pp. 217-223.

COIMBRA, D.; GODOI, N.; MASCARENHAS, Y. P. Educação de jovens e adultos: uma abordagem transdisciplinar para o conceito de energia. **Enseñanza de las Ciencias**, vol. 8, n.2, 2009

CORIOLIS, G. **Du Calcul de L'effet des Machines**. Paris: Carilian-goeury, 1829.

DAVY, Humphry. Ensaio sobre o Calor, a Luz e Combinações de Luz. **Contribuições Ao Conhecimento Físico e Médico, Principalmente do Oeste da Inglaterra**, Londres, v. 1, n. 1, p.1-3, jan. 1799. Tradução: Vera Bohomoletz Henriques. Disponível em: <http://fig.if.usp.br/~vera/histo_cien/Davy.doc>. Acesso em: 12 jan. 2016.

D'ALEMBERT, Jean. **Traité de Dynamique**. 2. ed. Paris: Johnson Reprint Corporation, 1968. (The sources of Science, N° 72). Introduction and Bibliography by Thomas L. Hankins.

D'ALEMBERT, Jean Le Rond. **Traité de Dynamique**. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 14. p. 135-138.

DESCARTES, René. **Princípios da Filosofia**. Lisboa: Edições 70, 1985. Tradução de João Gama.

DEPARTMENT OF MATHS AND SCIENCE EDUCATION. Teaching and Learning o Energy. In: UNIVERSITY OF BOTSWANA IN-SERVICE FOR SCIENCE AND MATHS TEACHERS, 1994, Botswana. **Workshop for science teachers of senior senior secondary school**. University of Botswana (Botswana): Printed by Printing & Publishing Company Botswana Limited, 1994, p. 1-24.

DUHEM P. Analyse de l'ouvrage de Ernst Mach: La mécanique. Étude historique et critique de son développement, **Bulletin des Sciences Mathématiques**, vol. 27,1903, pp. 261-83.

DUGAS, RENÉ. **A History of Mechanics**. New York: Dover Publications, 1988.

DUIT, R, Students notions about the energy concept before and after Physics instruction, in Proceedings of the intemational workshop on « Problems Concerning Students' Representation of Physics and Chemistry Knowledge», Ludwigsburg, Germany, ed. Jung, Pfundt and Rnoneck, pp. 268-319, 1981

DUIT, R. Learning the energy concept in school: empirical results from the Philippines and west Germany. **Physics Education**, London, v. 19, n. 2, p. 59-66, Mar. 1984.

DUIT, R. Should energy be illustrated as something quasi-material? **European Journal of Science Education**, 9(2), pp. 139-145, 1987.

DRIVER, R. y WARRINGTON, L. Students' use of the principle of energy conservation in problem situations. **Physics Education**, 20, pp. 171-176, 1985.

DRIVER, R.; ASOKO, H.; LEACH, J.; MORTIMER, E. SCOTT, P. Construindo conhecimento científico na sala de aula. **Química nova na escola**, n. 9, 1999, p.31-40.

ELKANA, Y. **The discovery of the conservation of energy**. Massachusetts: Harvard University Press, 1974.

ELKANA, Y. **La scoperta della conservazione dell'energia**. Italia: Feltrinelli, 1977. 280 p. Traduttore: L. Sosio.

“energia.” **Dicio**. 2016. <http://www.dicio.com.br/energia/>. Acesso em: 4 abr. 2016.

“energia.” **Priberam da Língua Portuguesa**. 2016. <https://www.priberam.pt/DLPO/energia>. Acesso em: 4 abril 2016.

“energia.” **Aulete Digital**. 2016. <http://www.aulete.com.br/energia>. Acesso em: 4 abr. 2016.

- “energía.” **Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa. 2016.**
<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=energia>. Acesso em: 4 abr. 2016.
- ERICKSON, G. Children’s conceptions of heat and temperature. **Science Education**, 63(2), pp. 221-230, 1979.
- ERICKSON, G. Children’s viewpoints of heat: A second look. **Science Education**, 64(3), pp. 323-336, 1980.
- EULER, Leonhard. **Recherches sur l'origine des forces**. Berlim: Acad. Sciences Berlin, 1752.
- EULER, L. *Vera viris existimandi ratio*, in *Opera Postuma*, 1862, vol. 2, p. 39-42.
- EULER, Leonhard. Recherches sur l'origine des forces. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 15. p. 139-142. Translated: R. Bruce Lindsay.
- ÉVORA, Fátima Regina Rodrigues. **A revolução Copernicana Galileana: origem significado e inserção na história do pensamento científico-filosófico antigo e medieval**. 1987. 347 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Filosofia, Unicamp, Campinas, 1987.
- FEYNMAN, Richard P; LEIGHTON, Robert B; SANDS, Matthew. **La física di Feynman - The Feynman lectures on physics**. Amsterdam: Inter European Editions, 1975.
- FILOPONO, Giovanni. In Aristotelis physicorum libros commentaria. In: COHEN; DRABKIN. **Source book in Greek science**. New York: Macgraw Hill, 1948. p. 221-222.
- GALILEI, Galileu. **Dois novas ciências**. São Paulo: Nova Stella, 1935. 288 p. Tradução e notas: Letizio Mariconda e Pablo R. Mariconda.
- GALILEI, Galileo. **Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze**. Torino: Editore Boringhieri, 1958. 887 p. Note di: Adriano Carugo, Ludovico Geymonat.
- GALILEI, Galileo. **Le Meccaniche**. Italia: Leo S. Olschki Editore, 2002. 170 p. Edizione Critica e saggio introduttivo di Romano Gatto.
- GALILEI, Galileu. **Diálogo sobre os dois máximos sistemas de mundo ptolomaico e copernicano**. 3. ed. São Paulo: Editora 34, 2011. 887 p. Tradução, introdução e notas: Pablo Rubén Mariconda.
- GALLÁSTEGUI OTERO, J. R. E LORENZO BARRAL, F. M. “El café tiene cafeína y nos despierta, nos da energía”: Concepciones sobre la energía química, una buena razón para poner de acuerdo a los profesores de física y química y ciencias naturales. **Enseñanza de las Ciencias**, 11(1), 20-25, 1993.
- GILBERT, J., WATTS, D., Concepts, Misconceptions and Alternative Conceptions: Changing Perspectives, **Science Education**, 10, pp. 61-98, 1983.

GRAVE, Patricia Radelet de. Euler e i Bernoulli. **Accademia Delle Scienze**, Torino, v. 1, n. 16, p.7-41, jan. 2008.

GODOI, N.; COIMBRA, D.; MASCARENHAS, Y. P. **Estudo exploratório de uma abordagem interdisciplinar para o conceito de energia**. X Encontro De Pesquisa Em Ensino De Física, Londrina/PR, 2006. Disponível em:

http://www.cienciamao.if.usp.br/dados/epenf/_estudoexploratoriodeumaa.trabalho.pdf. Acesso em: 30 Mar.2016

HANKINS, Thomas L. Eighteenth-Century Attempts to Resolve the Vis viva Controversy. **The University Of Chicago Press On Behalf Of The History Of Science Society**, Chicago, v. 56, n. 3, p.281-297, out. 1965.

HELMHOLTZ, H. **Mémoire sur la Conservation de la Force**. Paris: L'École de Médecine, 1869.

HELMHOLTZ, H. **On the Conservation of Force**, Scientific Memoirs. *Natural Philosophy*, v. 1, part 2, Taylor & Francis, p. 114-162.

HENRIQUE, K. F. **O pensamento físico e o pensamento do senso comum: a energia no 2º grau**. São Paulo, Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Instituto de Física, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

HEYMAN, Jacques. **Elements of the theory of structures**. New York: Cambridge University Press, 1996.

HEYMAN, Jacques. **Structural Analysis: A history approach**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

HIERREZUELO, J. M; MONTERO, A. M. **La ciencia de los alumnos: su utilización en la didáctica de la física y química**. Barcelona: Ed. Laia, 1988.

HIGA, T. T. **Conservação de Energia: estudo histórico e levantamento conceitual dos alunos**. São Paulo, Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Modalidade em Física) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1988.

HIRÇA, N. ÇALIK, M. AKDENIZ, F. Investigating grade 8 students' conceptions of "Energy" and related concepts. **Journal of Turkish Science Education**, vol. 5, 2008, p. 75-87.

HOLTON G. The Project Physics Course, Then and Now, **Science and Education**, vol. 12, pp. 779-86, 2003.

HUYGENS, Christiaan. **OEUVRES COMPLETES DE CHRISTIAAN HUYGENS**. Amsterdam: Swets & Zeitlinger N.v., 1967.

HUYGENS, Christiaan. Christiaan Huygens' The Motion of Colliding Bodies. **The University Of Chicago Press On Behalf Of The History Of Science Society**, Chicago, v. 68, n. 4, p.574-597, dez. 1977. Tradução: Richard J. Blackwell.

HUYGENS, Christiaan. **The motion of colliding bodies**. Chicago: The University Of Chicago Press On Behalf Of The History Of Science Society, 1974. Translated by Richard J. Blackwell. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/230011>>. Acesso em: 17 set. 2014.

ILTIS, C. 1970, D'Alembert and the vis viva controversy. **Studies in History and Philosophy of Science**, Part A 1: 135-144.

ILTIS, C. 1971: Leibniz and the *Vis Viva* Controversy, **Isis**, vol. 62, pp. 21-35.

JACQUES, Vinicius; ALVES FILHO, José de Pinho. O CONCEITO DE ENERGIA: OS LIVROS DIDÁTICOS E AS CONCEPÇÕES ALTERNATIVAS. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 11, 2008, Curitiba. p. 1 - 12.

JOULE, James Prescott. Sur l'équivalent mécanique du calorique. **C. R. Acad. Sci.**, Paris, v. 28, n. 1, p.132-135, jan. 1849.

JOULE, James Prescott. **The scientific papers of James Prescott Joule**. London: London: The Society, 1884. 706 p.

JOURNAL DES SÇAVANS DU LUNDY: EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. HUGENS À L'AUTEUR DU JOURNAL SUR LES REGLES DU MOUVEMENT DANS LA RENCONTRE DES CORPS. Paris, 08 mar. 1669.

KENNY, A. **Uma nova história da filosofia ocidental** - vol. II: Filosofia medieval. Edições Loyola, São Paulo, 2008.

KIPNIS, Nahum. Thermodynamics and Mechanical Equivalent of Heat. **Sci & Educ**, [s.l.], v. 23, n. 10, p.2007-2044, 1 maio 2014. Springer Science Business Media.

KOENIG, Samuel. De universali principio aequilibrii et motus in vi viva reperto, deque nexa inter vim vivam et actionem, ut riusque minimo. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 17. p. 149-157.

KUHN, Thomas S. **A tensão essencial**. São Paulo: Editora Unesp, 2011. 408 p. Tradução: Marcelo Amaral Penna-Forte.

LAGRANGE, Joseph Louis. **Mécanique Analytique**. Paris: Imprimeur-libraire, 1853.

LAVOISIER, Antoine Laurent; LAPLACE, Pierre Simon. Mémoire sur la chaleur. **From The Mémoires de L'academie Royale Des Sciences**, Paris, v. 1, n. 1, p.355-408, jan. 1780.

LAVOISIER, Antoine Laurent. **Traité élémentaire de chimie**. Paris: Chez Chuchet, Libraire, 1789.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. **Escritos de dinâmica**. Madrid: Tecnos, 1991. (Colección Clásicos del Pensamiento). Estudio preliminar y notas de Juan Arana Cañedo-Argüelles; Traducción de Juan Arana Cañedo-Argüelles y Marcelino Rodríguez Donís.

LINDSAY, R. Bruce. *Energy: Historical Development of the concept*. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. 369 p.

LODGE, O. J. An attempt at a systematic classification of the various forms of energy, **Philosophical Magazine**, v. 8, 277-286, 1879.

LODGE, O. J. On the identity of energy: in connection with Mr Poynting's paper on the transfer of energy in an electromagnetic field; and the two fundamental forms of energy, **Philosophical Magazine**, v. 19, 482-494, 1885.

MACH, Ernst. **La Meccanica nel suo sviluppo storico-critico**. Torino: Boringhieri, 1977. Traduzione, introduzione e note di Alfonsina D'Elia.

MAMONE, C. M. (org.). **Scienza e democrazia**, Napoli, Liguori, 2003.

MARICONDA, Pablo Rubén. As mecânicas de Galileu: as máquinas simples e a perspectiva técnica moderna. **Scientiæ Studia**, São Paulo, v. 6, n. 4, p.565-606, jan. 2008.

MARCHIA, Francesco di. Sulle Sentenze di Pietro Lombardo. In: CLAGETT, Marshall. **La Scienza della Meccanica nel Medioevo**. 2. ed. Milano: Giangiacomo Feltrinelli, 1981. p. 553-557.

MAYER, Julius Robert. Sobre as forças da natureza inorgânica. **Anallen de Chemie Und Pharmacie** 42, Liebig, v. 1, n. 1, p.1-4, jan. 1842. Tradução: Vera Bohomoletz Henriques. Disponível em: <http://fig.if.usp.br/~vera/histo_cien/Mayer1.doc>. Acesso em: 12 jan. 2016.

MAYER, Julius Robert. Réclamation de priorité contre M. Joule, relativement à la loi de l'équivalence du calorique. **Comptes Rendue Hebdomadaires Des Séances de L'académie Des Scianges**, Paris, v. 2, n. 12, p.534-535, dez. 1849.

MAYER, Jules Robert. **Mémoire sur le mouvement organique**. Paris: Librairie de G. Masson, 1872. Traduit de l'allemand et suiv d'une note sur l'unité des forces et la définition de l'électricité par Louis Pérard.

MAYER, Julius Robert. The motions of organisms and their relation to metabolism. In: LINDSAY, R. Bruce. **Energy: Historical Development of the Concept**. Stroudsburg, Pennsylvania: Dowden, Hutchinson & Ross, 1975. Cap. 29. p. 284-307.

NEMORARIO, Giordano. Sulla Teoria del Peso. In: CLAGETT, Marshall. **La Scienza della Meccanica nel Medioevo**. 2. ed. Milano: Giangiacomo Feltrinelli, 1981. p. 125-128. Tradução: Libero Sosio.

MCCLOSKEY, M. Fisica intuitiva, **Le Scienze**, giugno, pp. 108-18, 1983.

MCCLOSKEY, M., Caramazza A., Green B. Curvilinear Motion in the Absence of External Forces: Naive Beliefs About the Motion of Objects, **Science**, vol. 210, pp. 1139-41, 1980.

MORTIMER, Eduardo Fleury. **Linguagem e formação de conceitos no ensino de ciências**. 2. ed. Belo Horizonte: Editora Ufmg, 2011. 373 p.

NEVES, Marcos Cesar Danhoni; SILVA, Josie Agatha Parrilha da (Org.). **Evoluções e Revoluções: o mundo em transição**. Maringá: Massoni, 2008. 297 p.

OGBORN, J. Energy and fuel: the meaning of 'the go of things', **School Science Review**, pp. 30-35, 1986

OGBORN, J., Energy, change, difference and danger, **School Science Review**, Vol. 72, No 259, Dec. 1990.

PÁDUA, Antonio Braz de et al. Termodinâmica clássica ou termodinâmica do equilíbrio: aspectos conceituais básicos. **Semina: Ciências Exatas e da Terra**, Londrina, v. 19, n. 1, p.57-84, jan. 2008.

PÁDUA, Antonio Braz de; PÁDUA, Cléia Guiotti de; MARTINS, Ricardo Spagnuolo. A natureza do calor: passados dois séculos, será que a teoria do calórico ainda é de alguma forma uma idéia atraente ou, até mesmo, útil? **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**, Londrina, v. 30, n. 1, p.3-18, jan. 2009.

PAIVA, Rita. **Gaston Bachelard, a imaginação na ciência, na poética e na sociologia**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2005. 232 p.

PÉREZ-LANDEZÁBAL, M. C., FAVIERES, A., MANRIQUE, M., J. & VARELA, P. La energía como núcleo en el diseño curricular de la física. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 13 (1), p. 55-65, 1995.

PIAGET, Jean; GARCIA, Rolando. **Psicogênese e História das Ciências**. Petrópolis, Rj: Editora Vozes, 2011. 375 p. Tradução de: Giselle Unti.

PLANCK, Max. **DAS PRINCIP DER ERHALTUNG DER ENERGIE**. Leipzig: Druck Und Verlag von B.g. Teubner, 1887.

PHILOPONOS, Ioannes. Aristotelis Physicorum libri quatuor, cum Ioannis Grammatici cognomento Philoponi, commentariis. Trad. Giambattista Rasario. Venetiis: apud haeredem Hironymi Scoti, 1581.

POINCARÉ, Henri. **La science et l'hypothese**. Paris: Flammarion, 1968. 252 p.

PONCELET, J. **Cours de Mécanique Appliquée Aux Machines**. Paris: Gauthier-villars, Imprimeur-libraire, 1874.

RADELET-DE-GRAVE, Patricia. **Euler e i Bernoulli**. Torino: Accademia Delle Scienze di Torino, 2008. Tradução de Erika Luciano.

RANKINE, W. On the general Law of the Transformation of Energy, **Philosophical Magazine**, v. 34, 106-117, 1853.

SANTOS, Maria Eduarda Bandeira Cardoso dos. A Relação Entre Ato E Potência Na Metafísica De Aristóteles. **Revista Húmus**, São Luís, v. 3, n. 7, p.111-121, abr. 2011.

SEVILLA, C. S. Reflexiones en torno al concepto de energía: implicaciones curriculares. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 4, n. 3, p. 247-252, nov. 1986.

SILVA, Ana Paula Bispo et al. Concepções Sobre A Natureza Do Calor Em Diferentes Contextos Históricos. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 30, n. 3, p.492-537, dez. 2013.

SILVA, Douglas Pereira Gomes da. **O Ensino de Energia e o Livro Didático de Física: Um Olhar Através do Construtivismo Humano**. 2012. 224 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

SOLBES, J.; MARTÍN, J. Análisis de la introducción del concepto de campo. **Revista Española de Física**, 5, pp. 34-40, 1991.

SOLBES, J.; TARÍN, F. Algunas dificultades en torno a la conservación de la energía. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 16, n. 3, p. 387-397, nov. 1998.

SOLOMON, J. (1983). Learning about energy: how pupils think in two domains. **European Journal of Science Education**, 5(1), pp. 49-59.

SOLOMON, J. Teaching the conservation of energy. **Physics Education**, London, v. 20, n. 4, p. 165-170, July 1985.

SOUZA FILHO, Osvaldo Melo. A Física de Helmholtz e suas bases filosóficas. **Sociedade Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 13, p.53-63, jun. 1995.

SOUZA FILHO, O. M. **Evolução da ideia de conservação da energia: um exemplo de história da Ciência no ensino de física**. São Paulo, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Modalidade em Física). Instituto de Física, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1987.

STEAD, B., Energy, Learning in Science Project, **University of Waikato**, New Zealand, 1980.

STEVIN, Simon. **Les Ouvres Mathematiques**. Leyde: Chez Bonaventure & Abraham Elsevier, Imprimeurs Ordinaires de L'université, 1634.

THOMPSON, Benjamin. **The complete works of Count Rumford**. Bostons: American Academy Of Arts And Sciences, 1870.

THOMSON, W. On the Dynamical Theory of Heat; with numerical results deduced from Mr Joule's Equivalent of a Thermal Unit, and M. Regnault's Observations on Steam, **Transactions of the R. S. of Edinburgh (1853)**, v. 20, 261-98; 475-482, 1851.

THOMSON, W. On a universal tendency in Nature to the dissipation of Mechanical Energy, **Proc. R. S. of Edinburgh**, v. 3, 139-142, 1852.

THOMSON, W. On the mechanical antecedents of motion, heat, and light. In: **Thomson**, 1884, p. 34-40, 1854.

Thomson, W. & Tait, P. **Energy, Good Words**, v. 3, 601-607, 1862.

TPPC 1975: **The Project Physics Course**, a cura di G. Holton, F. J. Rutherford, F. G. Watson <https://archive.org/details/projectphysicscollection>. Acesso em: 10 dez. 2014.

TPPC 1977: **The Project Physics Course**, edição italiana, Bologna, Zanichelli
www.catalogo.zanichelli.it/Pages/Opera?id_opera=0000000000570. Acesso em: 10 dez. 2014.

TRUMPER, R. Being constructive: an alternative approach to the teaching of the energy concept part two. **International Journal of Science Education**, vol. 13, n. 1, p. 1-10, 1991.

TRUMPER, R. Children's energy concepts: a cross-age study. **International Journal of Science Education**, vol. 15, n. 2, p. 139-148, 1993.

TRUESDELL, C. **The Tragicomedy of Classical Thermodynamics**. Berlim: Springer, 1980.

VALADARES, Jorge António de Carvalho Sousa. **Concepções Alternativas no Ensino da Física à Luz da Filosofia da Ciência**. 1995. 821 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciências da Educação, Universidade Aberta de Lisboa, Lisboa, 1995.

VAN HULS, C. y VAN DEN BERG (1993). Teaching energy: a systems approach. **Physics Education**, 28, pp. 146-153.

VARIGNON, P. **Nouvelle mecanique ou statique, dont le projet fut donne**. Paris, 1725. v. 2.

VIGLIETTA, L. (1990). A more «efficient» approach to energy teaching. **International Journal of Science Education**, 12(5), pp. 491-500.

VINCI, Leonardo da. **The notebooks of Leonardo da Vinci**. New York: George Braziller, 1955. Arranged, Rendered into English an Introduced by Edward Maccurdy.

VON ROON, P.H., VAN SPRANG, H.F. y VERDONK, A.H. (1994). Work and Heat: on a road towards thermodynamics. **International Journal of Science Education**, 16(2), pp. 131-144.

ZUBILLAGA, A. G.; GARCÍA, F. G. Un módulo instruccional para un aprendizaje significativo de la energía. **Enseñanza de las Ciencias**, V. 29, n. 2, 2011, p. 175-190.

ZYLBERSZTAJN, A. **A evolução das concepções sobre força e movimento**. Disponível em: <<http://www.fsc.ufsc.br/~arden/evolucaohist.pdf>>. Acesso em: 14 out. 2013.

WATTS, M. Some alternative views of energy. **Physics Education**, London, v. 18, n. 5, p. 213-220, Sept. 1983.

WATTS, M; GILBERT, J., Enigmas in school science: students' conceptions for scientifically associated words, **Research in Science and Technological Education**, Vol.1, n°2, pp. 161-171, 1983

WATTS, D., A study of schoolchildren 's alternative frameworks of the convcept of force, **European Journal of Science Education**, 5, pp. 217-230, 1983

WINTER, Thomas Nelson. The Mechanical Problems in the Corpus of Aristotle. **Faculty Publications, Classics And Religious Studies**, Nebraska-lincoln, v. 1, n. 68, p.1-37, out. 2007.

YOUNG, Thomas. **A course of lectures on natural philosophy and the machanical arts**. London: Joseph Johnson, St. Paul's Church Yard, By William Savage, Bedford Bury, 1807. 892 p. (Volume 1).