

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA**

**MARIA EMILIA MELO TAMANINI ZANQUETTA**

**UMA INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS SURDOS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: o cálculo mental em questão**

**Maringá  
2015**

MARIA EMÍLIA MELO TAMANINI ZANQUETTA

**UMA INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS SURDOS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: o cálculo mental em questão**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática Orientador

Orientadora: Profª. Drª. Clélia Maria Ignatius Nogueira

Maringá  
2015

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)**

Z33i	<p>Zanquetta, Maria Emilia Melo Tamanini Uma investigação com alunos surdos do ensino fundamental: o cálculo mental em questão / Maria Emilia Melo Tamanini Zanquetta.- - Maringá, 2015. 259 f. : il. : color., figs.</p> <p>Orientadora: Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira. Tese (doutorado)- Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2015.</p> <p>1. Educação de surdos - Ensino fundamental. 2. Cálculo mental. 3. Surdos - Educação matemática. I. Nogueira, Clélia Maria Ignatius, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação para Ciência e a Matemática. III. Título.</p>
	CDD. 21. ed.371.912 MGC-001821

**MARIA EMÍLIA MELO TAMANINI ZANQUETTA**

**Uma investigação com alunos surdos do Ensino Fundamental: *o cálculo mental em questão***

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Profa. Dra. Sheila Denize Guimarães  
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS

Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes  
Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN

Profa. Dra. Tânia dos Santos Alvarez da Silva  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Profa. Dra. Veridiana Rezende  
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR

Profa. Dra. Regina Maria Pavanello  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

*Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino.  
Esses que-fazeres se encontram um no corpo do outro.  
Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando.  
Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago.  
Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo.  
Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade.*  
(FREIRE, 1996, p. 32)

*Dedico aos Surdos, aos meus pais e  
à minha mãe intelectual Clélia Maria,  
que me permitiram seguir por essa trajetória  
e que merecem todo o meu reconhecimento*

## **AGRADECIMENTOS**

---

*A generosidade se fez presente no percurso acadêmico do doutorado, dando alento intelectual e emocional.*

*Apresento minha expressiva gratidão:*

*A Deus - pelo cuidado, inspiração e proteção, que nunca tem me faltado.*

*Ao meu marido José Luís e nossos filhos Maria Luísa e João Vítor - pelo apoio, compreensão, colaboração, “cheirinhos”, beijos e abraços durante os momentos e intervalos de estudos.*

*Aos meus pais - pela presença diária e suporte emocional.*

*À minha orientadora Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira - pela paciência, e dedicação, pelo compartilhamento nas diversas atividades e, em especial, na presente tese.*

*Aos professores doutores Sheila Guimarães, Solange Hassan, Tânia Alvarez, Veridiana Rezende e Regina Pavanello - pela atenção dada e pelas valiosas e doutras contribuições apresentadas no exame de qualificação.*

*Aos três sujeitos da pesquisa - por contribuírem de forma ímpar e por tudo que me ensinaram, bem como a seus pais, por autorizarem a participação de seus filhos.*

*A todos os meus amigos da ANPACIN (a lista seria grande se fosse nomear todos) minha família ANPACIN - pela acolhida carinhosa, pelo crédito e disponibilidade que possibilitaram o desenvolvimento desta pesquisa.*

*Ao CAES/surdez - que prontamente me recebeu para dar continuidade à pesquisa.*

*Aos amigos e participantes do GEPSEM e do Projeto de Apoio à Difusão da Libras, em especial, a Marília Ignatius, Daniele Miki, Beatriz Ignatius e Viviane Girotto - pela disponibilidade e paciência na caminhada pela língua de sinais.*

*Aos meus irmãos intelectuais: Minha parceira Lucilene, por ser sua presença fundamental em todos os momentos dessa tese; Fábio e Sílvia, por compartilharem comigo os ideais do saber.*

À minha família numerosa - pela compreensão da ausência nos momentos que deveria estar presente; pelo interesse e participação dando de forma inesperada o apoio a esta caminhada, pelo incentivo nas horas de desânimo e pelo companheirismo. De cada um eu tive, em algum momento, o apoio necessário.

Aos meus amigos da área da surdez, em especial ao casal Sander, Deborah, Ana Lúcia, Gisela, Valéria e Eliane - pela disponibilidade de dialogarmos sempre nesta área.

Aos professores do doutorado PCM dos quais tive o privilégio de ser aluna no Mestrado e Doutorado – pela competência e entusiasmo, características contagiantes, especialmente à Dra. Marta Bellini, Dr. Valdeni Franco, Dra. Clélia e Dra. Regina Pavanello .

Aos amigos pessoais, todos - pelo afeto que os movem e pelos momentos de descon(cen)tração, tão deliciosos quanto fundamentais para esta empreitada; em especial àqueles que fizeram deste um trabalho menos solitário: Carmem, Natália, Magda, Patrícia, casais Beni, casal Franco, Osmarina, Aleksandra, e Milene.

A família Ignatius Nogueira, pela acolhida em seu lar.

Aos amigos e colegas que fiz no PCM, Evelyn, Leila, Janira, Guilherme, Carla, Bruno, Luciano, Talita, Mariana, Marlôva, José e Bárbara - pelo apoio e companheirismo durante essa etapa de formação.

Às secretárias do PCM, Sandra, Isabela e Marta - pela disponibilidade e orientações.

Às professoras Ercília e Raquel - pelo (re)aprendizado da língua estrangeira.

À SEEDE/PR - pela permissão do afastamento de dois anos para o meu aperfeiçoamento profissional.

A todos os que, de maneira direta ou indireta, facilitaram a caminhada rumo ao doutorado.

---

## RESUMO

ZANQUETTA, M. E. M. T. **Uma investigação com alunos Surdos do Ensino Fundamental:** o cálculo mental em questão. 2015. (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015

Esta pesquisa objetivou *identificar as possibilidades didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental, de forma dialógica, em Libras, com alunos surdos fluentes*, aqui considerados como sujeitos que compreendem e interagem com o mundo por meio de experiências visuais, sendo a língua de sinais, a Libras, a mais importante dessas experiências. O trabalho partiu da seguinte questão investigativa: Quais as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental? A pesquisa foi sustentada teoricamente na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud; em pesquisas que trataram da especificidade referente à Libras e que abordam o Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH); em pesquisas realizadas sobre cálculo mental e sobre o Sistema de Numeração Decimal (SND) e as operações elementares do Campo Conceitual Aditivo. A opção metodológica foi a Engenharia Didática, com a aplicação de uma sequência didática composta por dois blocos: o do SND e o Aditivo. Os sujeitos de pesquisa foram três alunos surdos que cursavam o final do 6º ano no início da pesquisa. As principais constatações foram: os sujeitos surdos ainda estavam em processo de construção do SND; a noção dos números “ad infinitum” relacionada não apenas à extensão da sequência numérica, mas, principalmente, à consolidação das regras deste sistema; a indiferenciação da numeração falada para a numeração escrita constituiu um desafio a ser vencido no bloco do SND; que o surdo, ao realizar a contagem, exige a combinação de diversos elementos, como o gesto da mão para indicar, o olhar e novamente a mão para sinalizar os números e isso, em certos casos, pode dificultar a contagem. As principais estratégias utilizadas se concentraram nisto: identificação da contagem a partir do primeiro número anunciado (não realizando uma sobrecontagem); realização da sobrecontagem com e sem o auxílio dos dedos; o uso da contagem regressiva com e sem auxílio dos dedos; a recorrência a cálculos incorporados no seu repertório numérico; a reprodução mental do algoritmo; a mobilização de regras automatizadas; a aplicação das propriedades dos números e das operações e a realização do cálculo com base na percepção de algumas regularidades dos números anunciados. A dinâmica instaurada favoreceu a atenção, o autocontrole e autoconfiança dos sujeitos surdos diagnosticados com TDAH.

**Palavras-chave:** Cálculo mental. Campo aditivo. Educação de Surdos. Sistema de Numeração Decimal.

---

---

## ABSTRACT

ZANQUETTA, M.E.M.T. **A research with deaf students at Elementary School students: mental calculation issue.** 2015. (PhD) - Post Graduate Program in Education for Science and Mathematics, State University of Maringá, Maringá, 2015

This research aimed to *identify the didactic and pedagogical possibilities of a systematic work with mental calculation, in a dialogic way using Sign Language (Libras) with fluent deaf students*, considered here as individuals who understand and interact with the world through visual experiences, being the Sign language the most important of these experiences. The investigative question was "What are the strategies used by deaf students in teaching situations of mental calculation?" The research was theoretically supported on Vergnaud's Theory of Conceptual Fields; on researches addressing the specificity regarding Sign Language and those addressing Attention Deficit Hyperactivity Disorder (ADHD); on researches on mental calculation and the Decimal Numbering System (DNS), and the elementary operations of the Additive Conceptual Field. The methodology chosen was Didactic Engineering, with the implementation of a didactic sequence composed of two blocks: the DNS and the additive. The research subjects were three deaf students who attended the end of the 6th year at the beginning of the research. The main results were: subjects were still at the building process of DNS, with the notion of the numbers "ad infinitum" related not only to the extension of the numerical sequence, but mainly to the consolidation of the rules of this system; that differentiating between spoken numbering and numbering writing was a challenge to be overcome at the DNS block; the deaf, when counting, require a combination of several elements, such as the hand gesture to indicate, the look and the hand again to signal the numbers and that, in some cases, can make counting difficult. The main strategies they used focused on the following: we observed counting from the first number uttered (not performing an overcounting); perform overcounting with and without the aid of fingers; perform countdown with and without the aid of fingers; use embedded calculations in their numeric repertoire; mentally reproduce the algorithm, using automated rules; apply numbers and operations properties and perform calculations based on the perception of some regularities of the announced numbers. The dynamics employed favored attention, self-control, and self-confidence of deaf individuals diagnosed with ADHD.

Keywords: Mental calculation. Additive Field. Deaf Education. Decimal Numbering System.

---

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 - Descrição dos esquemas mobilizados.....	55
Quadro 2 - Relação entre componente nocional e teorema-em-ação .....	71
Quadro 3 - Exemplo da descrição da resposta de Flane.....	91
Quadro 4 - Síntese da metodologia da pesquisa .....	102
Quadro 5 - Dados da Luísa.....	106
Quadro 6 - Notas (média) da Luísa na disciplina de Matemática .....	106
Quadro 7 - Dados do João .....	107
Quadro 8 - Notas (média) na disciplina de Matemática.....	107
Quadro 9 - Dados da Maria .....	108
Quadro 10 - Notas (média) na disciplina de Matemática.....	108
Quadro 11 - Relação das atividades conforme os blocos contemplados .....	109
Quadro 12 - Terminologia matemática .....	113
Quadro 13 - Relação das atividades por período de aplicação.....	164
Quadro 14 - Resumo de indicativos de teoremas em ação mobilizados pelos sujeitos no decorrer da sequência didática, bem como as estratégias utilizadas. ....	239

---

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cálculo mental .....	20
Figura 2 - CM.....	29
Figura 3 - Ponto de articulação.....	29
Figura 4: a) quarta-feira; b) quarto ano e c) quatro .....	30
Figura 5 - a) fácil e b) difícil .....	30
Figura 6 - $7 + 8 = 15$ .....	32
Figura 7 - Nove mil .....	33
Figura 8 - Nove mil e cinco.....	34
Figura 9: Contar .....	38
Figura 10 - Sinal de quantidade .....	39
Figura 11 - Sinal de classes .....	39
Figura 12 - Sinal de adicionar .....	40
Figura 13 - Sinal de menos1 .....	41
Figura 14 - Sinal de menos2.....	41
Figura 15 - Sinal de menos 3.....	42
Figura 16 - 73 configuração de mão .....	42
Figura 17 - Sinal de soma/mais.....	43
Figura 18 - Livro didático .....	44
Figura 19 - Representação do número 569 em libras.....	54
Figura 20 - Números .....	115
Figura 21 - Adição1 .....	115
Figura 22 - Adição2 .....	115
Figura 23 - Algarismo .....	115
Figura 24 - Antecessor .....	116
Figura 25 - Bilhão .....	116
Figura 26 – Barra .....	116
Figura 27 - Cálculo mental .....	116
Figura 28 – Centena Ex.: 1 .....	116
Figura 29 - Centena Ex.: 2.....	117
Figura 30 - Centena inteira.....	117
Figura 31 - Cinco .....	117
Figura 32 - Cinco mil .....	117
Figura 33 – Cubinho.....	117
Figura 34 – Cubo (material dourado) .....	117
Figura 35 - Classe dos bilhões.....	118
Figura 36 - Classe dos milhões.....	118
Figura 37 - Classe do milhar .....	118
Figura 38 - 4 <sup>a</sup> Classe .....	119
Figura 39 - 3 <sup>a</sup> Classe .....	119
Figura 40 - 2 <sup>a</sup> Classe .....	119
Figura 41 - 1 <sup>a</sup> Classe .....	119
Figura 42 – Dezena Ex.:1 .....	119
Figura 43 - Dezena Ex.: 2.....	119

Figura 44 - Dezena inteira .....	120
Figura 45 - Decompor .....	120
Figura 46 - Dez mil .....	120
Figura 47 - Dois mil .....	120
Figura 48 - Dez .....	120
Figura 49 - Dois (1).....	120
Figura 50 - Dois (2).....	120
Figura 51 - Infinito .....	121
Figura 52 - Milhão .....	121
Figura 53 – Mil .....	121
Figura 54 – Menor.....	121
Figura 55 - Maior .....	121
Figura 56 – Menos .....	122
Figura 57 – Mais .....	122
Figura 58 - Números .....	122
Figura 59 - Nove .....	122
Figura 60 - Nove mil .....	122
Figura 61 - Oito.....	122
Figura 62 - Oito mil.....	122
Figura 63 - Ordem.....	123
Figura 64 -3 <sup>a</sup> ordem – das centenas .....	123
Figura 65 - 2 <sup>a</sup> ordem – das dezenas .....	123
Figura 66 - 1 <sup>a</sup> ordem – das unidades.....	123
Figura 67 - 1 <sup>a</sup> ordem da unidade de milhar.....	124
Figura 68 - Octilhão .....	124
Figura 69 – Placa (material dourado) .....	124
Figura 70 - Quatro .....	124
Figura 71 - Quatro mil.....	124
Figura 72 - Quatrilhão .....	125
Figura 73 – Quantidade .....	125
Figura 74 - Quintilhão .....	125
Figura 75 - Sistema de Numeração Decimal .....	125
Figura 76 – Seis.....	126
Figura 77 - Seis mil .....	126
Figura 78 - Sextilhão .....	126
Figura 79 - Sete .....	126
Figura 80 - Sete mil .....	126
Figura 81 - Septilhão .....	126
Figura 82 - Sucessor.....	127
Figura 83 - Subtração 1 .....	127
Figura 84 - Subtração 2 .....	127
Figura 85 – Três .....	127
Figura 86 - Três mil .....	127
Figura 87 - Trilhão .....	127
Figura 88 - Um mil.....	128
Figura 89 - Um (1) .....	128
Figura 90 - Um (2) .....	128
Figura 91 – Unidade Ex.: 1 .....	128

Figura 92: Unidade Ex.: 2 .....	128
Figura 93 - Super trunfo países .....	129
Figura 94 - Fichas sobrepostas .....	130
Figura 95 - QVL.....	131
Figura 96 - Material dourado.....	131
Figura 97 - Prato de papelão.....	132
Figura 98 - Um milhão e cinquenta .....	138
Figura 99 - Digitalização de algarismo por algarismo de 1.000.005 em Libras (1) .....	139
Figura 100 - Digitalização de algarismo por algarismo de 1.000.005 em Libras (2) .....	140
Figura 101 – Dezena .....	143
Figura 102 - Centena.....	143
Figura 103 - 56 + 6 (opção 1).....	149
Figura 104 - 56 + 6 (opção 2).....	149
Figura 105 - 56 + 6 (opção 3).....	149
Figura 106 - Cálculo mental .....	168
Figura 107 - Valor de cada algarismo .....	172
Figura 108 - Sinalizando CM 3 e indicando a posição que o 4 ocupava na dezena .....	172
Figura 109 - Representação no quadro "444", "40" .....	172
Figura 110 - Mil e cinco .....	184
Figura 111 – “5 + 6” (Ex.: 1).....	200
Figura 112 –"5 +6" (Ex. 2).....	200
Figura 113 - Dezena inteira .....	206
Figura 114 - Exemplo da estratégia de João .....	208
Figura 115 – Adição.....	216
Figura 116 - Representação da sequência numérica .....	220
Figura 117 - Centena (Ex.: 1).....	244
Figura 118 - Centena (Ex.: 2).....	244

---

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

**Conferir somente no final**

**AEE** - Atendimento Educacional Especializado

**ASL** - American Sign Language

**CAES** – Centro de Atendimento Especializado na Área da Surdez

**Card** - Cardinal

**CM** – Configuração de mão

**CNM** – Componentes não manuais

**D/E** – Ouvido direito e esquerdo

**DSM-IV** - Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fourth Edition

**dB** – Decibéis

**FENEIS** - Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos

**GIEPEM** - Grupo Interdisciplinar de Estudos em Educação Matemática

**GEPSEM** – Grupo de Estudos e Pesquisas em Surdez e Ensino de Matemática

**IDUM** - Instituto Brasileiro de Defesa de Medicamentos

**INES** – Instituto Nacional de Educação de Surdos

**L** - Localização

**LAFI** – Laboratório para formação de instrutores surdos e/ou intérprete

**LSDB** – Língua de Sinais dos Centros Urbanos Brasileiros

**LSF** – Língua de sinais francesa

**M** – Movimento

**O** - Orientação

**P** – Pesquisadora

**PA** – Ponto de articulação

**PCN** – Parâmetros Curriculares Nacionais

**PPP** – Projeto Político Pedagógico

**NS** – Neurossensorial

**SEED/PR** – Secretaria de Estado da Educação do Paraná

**TDAH** – Transtorno de déficit de atenção/hiperatividade (TDHA)

**TEMA** – Teste de Habilidade de Matemática

**TILS** – Tradutor intérprete de Língua de Sinais

---

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>A ESPECIFICIDADE DA PESQUISA .....</b>	<b>23</b>
2.1 A LIBRAS .....	24
2.2 ENSINO DE MATEMÁTICA PARA SURDOS: NÚMEROS E OPERAÇÕES	44
2.3 TDAH .....	56
2.4 A SÍNTESE.....	61
<b>O CÁLCULO MENTAL E OS CONCEITOS ENVOLVIDOS.....</b>	<b>63</b>
3.1 O CÁLCULO MENTAL .....	64
3.2 OS CONCEITOS EXPLORADOS.....	74
3.3 APONTAMENTO DE REFLEXÕES E DIRECIONAMENTO DE AÇÕES ...	78
<b>A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....</b>	<b>81</b>
4.2 A SÍNTESE DESSA TEORIA PARA A PESQUISA.....	92
<b>A PESQUISA .....</b>	<b>94</b>
5.1 PROBLEMA DE PESQUISA E OBJETIVOS.....	95
5.2 ENGENHARIA DIDÁTICA .....	95
5.3 CAMPO DE PESQUISA.....	103
5.3.1 A escola especial.....	103
5.3.2 O CAES (Centro de Atendimento Especializado na Área da Surdez) .....	104
5.3.3 PERFIL DOS ALUNOS PARTICIPANTES .....	106
5.3.1 Luísa.....	106
5.3.2 João .....	107
5.3.3 Maria.....	108
5.4 AS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	108
5.5 TERMINOLOGIA MATEMÁTICA EM LIBRAS.....	111
5.1.1 A terminologia nos materiais de referência.....	112
5.1.2 Os sinais matemáticos na pesquisa .....	114
5.6 RECURSOS DIDÁTICOS .....	128
<b>A SEQUÊNCIA DIDÁTICA: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>133</b>
6.1 ATIVIDADES PROPOSTAS: ANÁLISE “A PRIORI” .....	134

6.1.1 Bloco do Sistema de Numeração Decimal: atividades propostas (análise “a priori”)	134
6.1.2 Bloco aditivo: atividades propostas (análise “a priori”) .....	148
6.2 ATIVIDADES PROPOSTAS: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS .....	163
6.2.1 Bloco do Sistema de Numeração Decimal: análise e discussão .....	167
6.2.2 Bloco Aditivo: análise e discussão .....	199
6.2.3 Repensando a análise e discussão dos dados individualmente .....	229
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>237</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>248</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>256</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>257</b>
<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>259</b>

---

## **SEÇÃO 1**

### **INTRODUÇÃO**



Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão a Libras

A trajetória desta pesquisadora na educação de surdos na Educação Básica – iniciada em 1992, e, em específico, como professora de Matemática desde 1996 - foi marcada por muitas inquietações que, ao longo deste percurso, se configuraram em pesquisas. Um exemplo foi o trabalho de dissertação de mestrado intitulado “A abordagem bilíngue e o desenvolvimento cognitivo dos surdos: uma análise psicogenética”, no ano de 2006.

Nas décadas anteriores ocorreram muitas conquistas e mudanças no cenário educativo do surdo do Paraná, como: mudança da abordagem oralista para o bilinguismo na década de 1990; também nessa década, pelo menos na escola em que a pesquisadora trabalha, a oficialização da escolaridade em 1994; a oficialização da Libras em 2002, a crescente discussão sobre a proposta inclusiva, a questão do implante coclear, e, dentro desse cenário, as pesquisas que por muito tempo estiveram centradas em uma preocupação com a questão linguística. Recentemente, constatamos crescente aumento de pesquisas envolvendo a

Matemática e a educação de surdos, como as de Tito e Nogueira (1989), Nogueira e Zanquette (2008), de Barbosa (2009, 2011), Kritzer (2009), Nunes, Evans, Barros e Burman (2011), de Zanquette, Nogueira e Andrade (2013). O principal resultado das pesquisas citadas é que o desempenho acadêmico dos surdos apresenta desvantagem com relação aos seus pares ouvintes, no que se refere à compreensão dos conceitos matemáticos.

Nogueira, Borges e Frizzarini (2013), ao tratarem do ensino de número e do Sistema de Numeração Decimal, para surdos, apontam “[...] a necessidade de estratégias metodológicas diferenciadas, particularmente para suprir as lacunas no conhecimento prévio de crianças surdas ocasionadas pela interação prejudicada com o meio” (p.173).

Outro ponto discutido no contexto escolar dos surdos é a questão dos termos matemáticos. Quanto a isso, Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013) abordam o desconhecimento dos professores de surdos a respeito dos sinais matemáticos divulgados por pesquisadores, como Capovilla e Raphael (2002). Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013) ressaltam também que não há preocupação de uma uniformização da sinalização para a mesma escola, pois cada professor ‘convenciona’ um sinal com sua turma, “[...] o que acaba dificultando a comunicação quando os alunos passam de um ano para outro e acabam com outro profissional ou quando vão estudar em grupo e cada participante utiliza um sinal diferente” (ZANQUETTA, NOGUEIRA, UMBEZEIRO, 2013, p. 203).

Nogueira e Zanquette (2008) e Borges e Costa (2010) apontam que, na educação de surdos, os professores destacam apenas o aspecto visual como diferencial no encaminhamento metodológico e estratégico das aulas; no resto, permanecem as mesmas características.

Outro fator importante destacado por Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013, p. 187) “[...] é que, mesmo ensinando Matemática da maneira pensada para os ouvintes, os professores de surdos consideraram que a disciplina de Matemática é aquela em que seus alunos apresentam menos dificuldade”. Cukierkon (1996) conjecturou que é porque os professores acreditam que existe uma proximidade linguística entre a Libras e a linguagem matemática.

De acordo com pesquisas realizadas por Nogueira e Machado (1996); Zanquette (2006) - a educação oferecida aos surdos, independente da abordagem adotada (oralismo ou bilinguismo), não favorece o desenvolvimento das estruturas lógico-formais. Dessa forma, mesmo mais de 50 anos depois dos estudos de Furth (1968), para quem o surdo seria “concret minded”, isto é, ficaria restrito ao período operatório concreto, em função não apenas da sua dificuldade de comunicação, mas, principalmente, como consequência do ensino a ele oferecido, a realidade educacional do surdo não sofreu alterações significativas.

De forma análoga, o ensino tradicional de Matemática ofertado aos ouvintes não favorece o desenvolvimento das estruturas lógicas elementares, e nem por isso eles são considerados “concret minded”. Entretanto, diferente de seus pares surdos, as crianças ouvintes, por possuírem a interação com o meio, são menos dependentes da escola e avançam em seu desenvolvimento cognitivo, apesar de uma eventual condução pedagógica insatisfatória. Porém, independente dessa dependência do ambiente escolar que auxilia o desenvolvimento cognitivo dos ouvintes, diversas pesquisas buscaram estratégias didático-pedagógicas que favoreçam o pensamento reflexivo.

Nessa perspectiva, no ano de 2010, as discussões no GIEPEM (Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática), sobre a temática cálculo mental, proporcionaram reflexões sobre a ação educativa da pesquisadora, uma vez que pouco desenvolvia atividades sistematizadas sobre cálculo mental com seus alunos. Com a possibilidade de cursar o doutorado, consideramos ser a temática relevante para uma investigação mais aprofundada.

Nos referenciais teóricos sobre o assunto, encontramos pesquisas, todas com sujeitos ouvintes, destacando principalmente as possibilidades didático-pedagógicas desta metodologia.

Na leitura realizada, a expressão cálculo mental é definida de diferentes maneiras, entretanto, apesar dessas diferenças, nos resultados das pesquisas realizadas por Gonçalves e Freitas (2008); Gómez (1994); Gomes (2007); Guimarães e Freitas, (2007, 2010); Boulay, Le Bihan e Violas (2004); Guimarães (2009); Gonçalves (2008); Parra (1996); Douady (1994); Mendonça e Lellis (1989); Ananias (2010); Grando (2000) – há consenso quanto à importância do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática.

Guimarães (2009), por exemplo, aponta que a prática regular com o cálculo mental deveria ser incorporada na atuação pedagógica dos professores, pois favorece o “[...] conhecimento das concepções numéricas dos alunos e contribui para o desenvolvimento de um ensino mais efetivo” (p.5).

Parra (1996) destaca em seus estudos, já na década de 1990, que o trabalho com o cálculo mental deveria estar presente no decorrer dos anos de escolarização, por influenciar na capacidade de resolver problemas, por ampliar o conhecimento numérico e por favorecer o estabelecimento de uma melhor relação do aluno com a Matemática.

Considerando, então, as recomendações dos pesquisadores para a adoção do cálculo mental como prática rotineira no ensino de Matemática para ouvintes, e considerando as pesquisas que apontam o baixo desempenho acadêmico dos surdos nesta disciplina, emergiu,

o problema desta pesquisa: *Seria o cálculo mental uma prática pedagógica adequada aos alunos surdos?*

A razão para a dúvida sobre a pertinência da estratégia metodológica se deve ao fato de que o surdo se orienta pela visão, sua organização perceptual se dá pela visão. Em consequência, hoje se entende a surdez como uma “experiência visual”, conforme estabelecido no Decreto nº 5626 e, assim, o surdo é considerado diferente do ouvinte, porque todos seus mecanismos de processamento da informação e todas as formas de compreender o mundo se constroem como experiência visual, acarretando uma maneira de processamento cognitivo diferente do ouvinte. Nem pior, nem melhor. Diferente.

Em face desta caracterização inicial do sujeito de nossa investigação, uma indagação complementa o problema desta pesquisa, qual seja: *Quais as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental?*

Das leituras realizadas dentre as diferentes concepções sobre o cálculo mental, estabelecemos a seguinte definição para este procedimento nesta investigação: *conjunto de estratégias mobilizadas de cabeça ou memória, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido que faz (ou não) uso dos dedos para obter resultados exatos ou aproximados*<sup>1</sup>. A representação desta expressão em Libras é:



**Figura 1** - Cálculo mental

Fonte: GEPSEM e do Projeto de Apoio à Difusão da Libras/UEM<sup>1</sup>

Obs.: o sinal é apresentado numa sequência de imagens, para mostrar todo o movimento.

O passo seguinte foi direcionarmos a escolha com qual conteúdo matemático iríamos trabalhar nesta investigação. Envolvida como professora de Matemática desde os anos iniciais até o Ensino Médio em uma escola especializada para surdos, constatamos que, ano após ano, o Sistema de Numeração Decimal (SND) e as quatro operações aritméticas básicas são retomados, praticamente, todos os anos, isto é, desde os anos iniciais até o final do Ensino Fundamental. Retomamos, porque acreditamos que este conhecimento não esteja consolidado.

---

<sup>1</sup> Os participantes desse grupo são professores universitários e do Ensino Fundamental das disciplinas de Libras e Matemática.

Quanto ao conhecimento do SND, uma prática nossa neste contexto escolar e, acreditamos, dos demais professores, é abordar o SND até a primeira ordem da classe do milhar.

Ao considerarmos o exposto sobre o SND e as quatro operações com os números naturais, optamos por esses conteúdos para serem objetos de nossa investigação, isto porque, segundo Gómez (1994), o cálculo mental concorre para a compreensão e o significado do número, além de favorecer a compreensão de números de ordens altas, ao permitir sua manipulação de forma global e não de forma isolada. Além disso, e ainda segundo Gómez (1994), o cálculo mental colabora para o enriquecimento e flexibilização da experiência e da compreensão algorítmica, ao lidar com regras histórico-culturais relacionadas a propriedades estruturais básicas (associatividade e distributividade). Também busca soluções alternativas e formas abreviadas de cálculo, bem como a atenção aos passos do procedimento.

Optamos por realizar a investigação com uma turma do 6º ano, pois, além dos argumentos acima, este conteúdo constava na Proposta Político-Pedagógica da escola para o 6º ano, em 2012, ano em que iniciamos esta pesquisa, mais especificamente, em relação ao SND: linguagem numérica (histórico); comparação entre o SND e outros sistemas de numeração (romano, egípcio, babilônico); decomposição e composição de um número em ordens de classes e quanto às operações com os números naturais: utilização das operações em diversas situações-problema.

Como aporte teórico elegemos a Teoria dos Campos Conceituais, sobretudo porque se trata de uma teoria cognitivista que permite compreender o desenvolvimento dos conceitos no decorrer da aprendizagem escolar (VERGNAUD, 1990). Assim, recorremos a esta teoria para a construção da análise “*a priori*”, com a descrição dos possíveis teoremas em ação que poderiam ser mobilizados, bem como as possíveis estratégias a serem adotadas pelos sujeitos investigados. Em consonância com o aporte teórico adotado, a Engenharia Didática, foi nossa opção teórico-metodológica.

Na busca de pesquisas que tratavam do cálculo mental com os conceitos que queríamos trabalhar e de uma análise aprofundada, consideramos que a pesquisa de Guimarães (2009) subsidiaria também a nossa investigação, pois, compartilhávamos também a opção de fundamentação teórica e teórico-metodológica.

Dessa forma, e em conformidade com nossos aportes teóricos, elaboramos uma sequência didática de cálculo mental, que foi aplicada a três sujeitos surdos (Luísa, João e Maria – nomes fictícios), os quais, no início da investigação, cursavam o final do 6º ano, e que, ao finalizarmos, estavam no início do 8º ano.

Para a apresentação da investigação realizada, desde o momento do surgimento do problema central de pesquisa, organizamos esta tese em sete seções, das quais a presente se refere à introdução.

Na *Seção 2*, *Seção 3* e *Seção 4*, apresentamos a construção de parte importante da engenharia didática: a “análise preliminar”, quando se busca não apenas o embasamento teórico, mas se procura conhecer o que já existe de resultados relacionados ao problema de pesquisa.

Assumimos, como diretriz para este trabalho, destacar a especificidade de nossos sujeitos, pois é nela que reside o ineditismo desta investigação. Assim, na *Seção 2*, intitulada “A especificidade da pesquisa”, abordamos o surdo (sua língua, a Libras; o ensino de Matemática, em especial dos conteúdos números e operações, destinada a esses sujeitos), e abordamos também, teoricamente, o Transtorno de Deficit de Atenção e Hiperatividade - TDAH, uma vez que dois dos colaboradores de nossa pesquisa apresentam este transtorno associado à surdez.

Na fase *Seção 3*, discutimos o cálculo mental, os conceitos abordados na sequência didática (Sistema de Numeração Decimal e Bloco Aditivo), apoiando-nos teoricamente em investigações relacionadas ao tema e realizadas com sujeitos ouvintes. Nesta seção, o destaque é o trabalho de Guimarães (2009).

A *Seção 4* aborda a Teoria dos Campos Conceituais, e, na *Seção 5*, caracterizamos a investigação, descrevendo os quatro passos da Engenharia Didática, o objetivo, o campo de pesquisa, a apresentação do perfil dos sujeitos envolvidos e a terminologia matemática em Libras e finalizamos com a apresentação dos recursos didáticos utilizados em nossa investigação.

Na *Seção 6*, registramos as atividades da sequência didática, acompanhada da descrição, e análise dos dados coletados, ou seja, nesta seção apresentamos as três últimas fases da engenharia didática.

Para finalizar, a *Seção 7* traz as “Considerações finais”, com as respostas estabelecidas pela investigação às questões norteadoras para o desenvolvimento desta tese, bem como sugestões para encaminhamentos para a educação de surdo, seguidas das referências e apêndices.

---

## SEÇÃO 2

### A ESPECIFICIDADE DA PESQUISA



Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão a Libras

Esta seção está subdividida em quatro subseções. A primeira discorre sobre Libras. Na segunda, buscamos expor sobre pesquisas relativas ao ensino de Matemática para surdos, em especial às referentes a número e operações, conteúdos abordados nesta investigação. Na terceira, por considerar que há dois sujeitos diagnosticados TDAH, pesquisamos subsídios teóricos para melhor compreender esses sujeitos. Finalizando, apresentamos uma síntese do que foi abordado em cada subseção.

## 2.1 A LIBRAS

---

A especificidade desta pesquisa se concentra na diferença explicitada em seus sujeitos: alunos surdos. Quais seriam as principais particularidades desses sujeitos? Quais as principais consequências do não ouvir? Ou, em uma linguagem mais atual, o que significa ser um sujeito que se constitui pela experiência visual?

Moura (2013) estabelece como essa diferença se evidencia quando se considera o mundo da linguagem:

[...] O que é importante para nós aqui é compreender o que acontece quando a criança não ouve. Aquilo que se passa de forma natural com a criança ouvinte não ocorre da mesma forma com criança surda. [...] Ela não consegue entender o que é transmitido pela linguagem, mesmo que ouça um pouco. Os surdos podem ouvir um pouco, muito ou quase nada, mas de qualquer maneira, para eles o mundo dos sons e o mundo da linguagem são diferentes daquele percebido pela criança ouvinte. Ela pode perceber um ou outro som, mas não poderá fazer as associações que a criança ouvinte faz de forma tão natural (MOURA, 2013, p. 13-14).

Assim, consideramos que a língua de sinais, esta língua tão exótica para os ouvintes, seja o símbolo maior dessa diferença, ou seja, a principal e mais contundente diferença entre surdos e ouvintes é a linguística, sendo todas as demais decorrentes desta. Importa, pois, tratarmos desta língua, no caso do Brasil, a Libras, língua de sinais da comunidade surda brasileira.

A Libras é uma língua que se “[...] encontra em pleno uso e em constante desenvolvimento, como todas as línguas vivas, e que conhecê-la profundamente exige dedicação e estudos constantes” ( HARRISON, 2013, p. 36).

A origem da língua brasileira de sinais pode ser estabelecida em consonância com a história da primeira escola especializada para surdos no Brasil, o Instituto Nacional dos Surdos-Mudos, criada no século XIX, e atualmente denominada Instituto Nacional de Educação dos Surdos (INES). A língua brasileira de sinais foi influenciada pela língua de sinais francesa (LSF) trazida para o Brasil pelo professor surdo francês Hernest Huet, um dos responsáveis pela criação da escola e assim, a Libras, “[...] surgiu a mistura da língua de sinais francesa com os sistemas já usados pelos surdos de várias regiões do Brasil, e a Libras foi então se configurando” (GÓES; CAMPOS, 2013, p.69).

Seguindo os passos internacionais do Congresso de Milão (1880) que proibiu a utilização de sinais na educação de surdos, o INES em 1911 proibiu oficialmente o uso da língua de sinais em seu espaço escolar. Observamos uma lacuna de 30 anos entre o Congresso de Milão e a proibição no Brasil, isso porque houve resistência por parte dos profissionais e dos surdos brasileiros. Buscando resolver a questão, o INES chegou a enviar um professor para o exterior para conhecer a proposta do Congresso de Milão e, embora o parecer do professor fosse contrário à proibição dos sinais, a instituição não conseguiu resistir à tendência mundial e adotou o oralismo como já acontecia na Europa. De acordo com Goldfeld (1997), a filosofia oralista objetiva integrar o surdo (considerado naquele contexto como deficiente auditivo) na comunidade de ouvintes, exigindo desses sujeitos o desenvolvimento da oralidade. A abordagem oralista era considerada, internacionalmente, como referencial nas práticas educativas, não sendo questionada por quase um século.

No entanto, mesmo com proibição oficial da utilização da língua de sinais no INES, a maioria dos alunos surdos sempre se manteve firme na defesa desta língua.

Conta a história que a língua de sinais no Brasil sobreviveu principalmente graças a esses surdos que estudavam no INES em regime de internato. As conversas em Libras só eram possíveis longe dos olhos de professores e vigilantes, à noite, à luz de velas, embaixo das camas e das mesas, nos refeitórios, banheiros ou corredores (FENEIS, 2011, p.13).

Na década de 1960 com o fracasso da proposta oralista, começam a surgir estudos sobre as línguas de sinais, pelo trabalho pioneiro de William Stokoe, que, em 1960, realizou o primeiro estudo linguístico de uma língua de sinais, a American Sign Language (ASL), trabalho esse que:

[...] deu ensejo à pesquisa sobre as línguas de sinais de todo o mundo, além de fornecer subsídio científico para que os movimentos surdos de diversos países pudesse reivindicar respeito à sua língua e, posteriormente, que ela fosse utilizada na educação de surdos, aceitando sua condição de sujeitos bilíngues membros da comunidade minoritária (HARRISON, 2013, p.34).

Entretanto, mesmo com a comprovação de que as línguas de sinais constituem verdadeiros idiomas, elas não retornam de imediato ao cenário educacional. Surge, na década de 1970 – no Brasil, e se fortalece a partir de 1980 – a abordagem da Comunicação Total, que, como o próprio nome anuncia, utiliza todos os recursos disponíveis em prol de uma efetiva comunicação.

A filosofia da Comunicação Total tem como principal preocupação os processos comunicativos entre surdos e surdos, e entre surdos e ouvintes. Essa filosofia também se preocupa com a aprendizagem da língua oral pela criança surda, mas acredita que os aspectos cognitivos, emocionais e sociais, não devem ser deixados de lado em prol do aprendizado exclusivo da língua oral. Por esse motivo, esta filosofia defende a utilização de recursos espaço-visuais como facilitadores da comunicação (GOLDFELD, 1997, p. 35).

Reily (2013) aponta que nessa época a língua de sinais esteve subordinada à língua portuguesa.

[...] sendo assim, foram inventados sinais para designar artigos, preposições, pronomes relativos e advérbios, o que não quer dizer que a língua de sinais não tenha esses recursos, mas, por ser uma língua espaço-visual, eles se processam de forma diferente, geralmente na utilização do espaço e de pontos referentes (REILY, 2013, p.145).

No Brasil, juntamente com o advento da Comunicação Total, na década de 1980, têm início os estudos linguísticos sobre a Língua Brasileira de Sinais, com o trabalho da pesquisadora Lucinda Ferreira Brito, que estudou, particularmente, a língua de sinais desenvolvida por uma tribo indígena, os Urubu-kaapor. Posteriormente, esses estudos foram ampliados para a língua das comunidades surdas urbanas e ganha a adesão de um importante grupo de pesquisas, do estado de Pernambuco, liderado pela linguista Tânya Amara Felipe de Souza.

Em 1987 foi fundada a FENEIS (Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos), com o objetivo de defender os direitos das pessoas surdas. Em 1988, a presidente da FENEIS, Ana Regina Campelo, apresenta na Assembleia Constituinte uma petição para que a Libras fosse reconhecida como língua oficial do Brasil. Esse reconhecimento aconteceu somente anos mais tarde, em 2002.

Influenciada pelo fracasso do oralismo no contexto escolar dos sujeitos surdos, pelos estudos da língua de sinais começa a ganhar corpo no Brasil a proposta já adotada em diversos países do mundo a abordagem bilíngue, que “[...] propõe a tornar acessível à criança duas línguas no contexto escolar. Os estudos têm apontado para essa proposta como sendo a mais adequada para o ensino da criança surda” (QUADROS, 1997, p.27). Esta abordagem tem como pressuposto “[...] que o surdo deve ser Bilíngue, ou seja, deve adquirir como língua materna a língua de sinais, que é considerada a língua natural dos surdos e, como segunda língua, a língua oficial de seu país” (GOLDFELD, 1997, p.39).

A década de 1990 foi marcante para a educação de surdos brasileiros, pois houve uma grande mobilização dos profissionais da área da surdez reivindicando mudança neste cenário.

Muitos foram os congressos, seminários, passeatas nas ruas e em plenárias governamentais em defesa da língua de sinais e do bilinguismo.

Dentre esses, podemos citar: o II Congresso Latino Americano de Bilinguismo para Surdos em 1993, no Rio de Janeiro, no qual a Língua Brasileira de Sinais foi denominada Libras, em substituição à LSCB (Língua de Sinais dos Centros Urbanos Brasileiros), pois a LSCB era o termo utilizado em pesquisas linguísticas e a Libras era o termo utilizado pela comunidade surda; a oficialização da Libras em muitos estados, como no estado do Paraná, em 1998, pela Lei nº 12.095; a mudança de propostas de trabalho em muitas escolas oralistas, com estudos para uma proposta bilíngue, como a escola cenário da presente investigação.

Paralelamente a essas discussões sobre a Libras e o bilinguismo na educação de surdos, outras questões mobilizavam a educação brasileira, como o discurso das políticas inclusivas, no que diz respeito à acessibilidade.

Ao lado de um movimento mundial para melhorar a participação e o acesso de todas as pessoas aos bens sociais, surge uma ampla legislação que gradualmente faz com que as pessoas com deficiência, entre elas os surdos, tenham respaldo para suas exigências. Pode-se citar, como exemplo, a Lei de Acessibilidade (Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000), que determina a eliminação de barreiras físicas e de comunicação nos setores público e privado, garantindo, no caso das pessoas surdas, a presença do intérprete de Libras e a correção diferenciada de provas e avaliação escritas por alunos ou candidatos surdos (HARRISON, 2013, P. 33).

Após muita luta, como as mobilizações já explicitadas, e após dois anos da promulgação da Lei de Acessibilidade, em 2002 a língua brasileira de sinais foi oficializada pelo Decreto-Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002.

Art. 1º - É reconhecida como meio legal de comunicação e expressão a Língua Brasileira de Sinais – Libras e outros recursos de expressão a ela associados.  
 Parágrafo único - Entende-se como Língua Brasileira de Sinais – Libras a forma de comunicação e expressão, em que o sistema linguístico de natureza visual - motora, com estrutura gramatical própria, constituem um sistema linguístico de transmissão de idéias e fatos, oriundos de comunidades de pessoas surdas Brasil (BRASIL, 2002).

Em 2005 foi regulamentada pelo Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005, composto por nove capítulos. No primeiro capítulo registram-se as seguintes definições:

Art. 2º Para os fins deste Decreto, considera-se pessoa surda aquela que, por ter perda auditiva, comprehende e interage com o mundo por meio de

experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais - Libras.

Parágrafo único. Considera-se deficiência auditiva a perda auditiva bilateral, parcial ou total, de quarenta e um decibéis (dB) ou mais, aferida por audiograma nas freqüências de 500Hz, 1.000Hz, 2.000Hz e 3.000Hz (BRASIL, 2005).

Nos capítulos subsequentes do Decreto, encontramos determinações: quanto à formação necessária para ser professor e/ou instrutor de Libras e a do intérprete de Libras; quanto à Libras como disciplina obrigatória nos cursos de Pedagogia, Fonoaudiologia e Licenciaturas, bem como os prazos para que as determinações entrem em vigor no Brasil; criação dos cursos de Licenciatura em Letras/Libras para a formação de professores e do Bacharelado em Letras/Libras, para a formação do intérprete.

Esse Decreto favoreceu a criação de novas oportunidades profissionais e acadêmicas para os surdos, como o acesso a outros níveis educacionais (Ensino Superior, Mestrado, Doutorado) e outras perspectivas profissionais, como professores de Libras no Ensino Superior, por exemplo.

Esse novo cenário profissional do surdo tem exigido novos conhecimentos tanto da “Libras culta”, de seus aspectos fonológicos, morfológicos e sintáticos, como também de outros contextos acadêmicos e científicos, promovendo uma ampliação de vocabulário. Além disso, muitas pesquisas envolvendo o aspecto pragmático da Libras têm sido desenvolvidas, caracterizando, o papel desempenhado por esta língua nos contextos mais variados.

Percebemos um aumento de grupos de estudos e pesquisas no Brasil cujo objeto de interesse é a educação de surdos, em geral, e a Libras, em particular, a exemplo dos dois grupos dos quais participamos: o GEPSEM e o Projeto de Apoio à Difusão da Libras.

Conforme estabelecido na Lei nº 10.436, a Libras possui estrutura gramatical própria, com todos os elementos constitutivos das línguas orais e seu estudo linguístico se efetiva nos níveis fonológico, morfológico, sintático, semântico e pragmático.

Para conversarmos em Libras ou em qualquer língua de sinais, não basta apenas conhecer os termos em Libras; é preciso aprender as regras de combinação desses sinais em frases.

Góes e Campos (2013) discorrem que um significado em Libras pode ser, então, criado a partir dos parâmetros formacionais ou unidades mínimas: a configuração de mãos (CM); o ponto de articulação (PA) ou locação (L); o movimento das mãos (M); a orientação (O) e os componentes não manuais (CNM).

O morfema na língua de sinais é formado por fonemas encaixados com o conjunto de parâmetros, configuração de mão, movimento e locação de mão, e não carregam significados isoladamente. É como se fossem fonema de Libras, sendo os fonemas cada um dos parâmetros, que interligados formam um morfema com um sentido, que combinados configuram signos em Libras. Desse modo, se organizam os modelos fonológicos e morfológicos dos sinais. (GÓES e CAMPOS, 2013, p.74).

Configuração da mão (CM): é o ponto de partida da articulação do sinal, isto é, a forma que a mão assume para fazer o sinal. Pode ser feita pela mão dominante (direita ou esquerda) ou utilizar as duas mãos do sinalizador. Segundo o dicionário digital da Língua Brasileira de Sinais<sup>2</sup>, atualmente são considerados 73 configurações. Entre os materiais de divulgação existe uma divergência no total de CM (46, 61, 63, 64, 74, 75, 79, 81). Uma mesma configuração de mão possibilita a produção de vários sinais.



**Figura 2 - CM**

Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

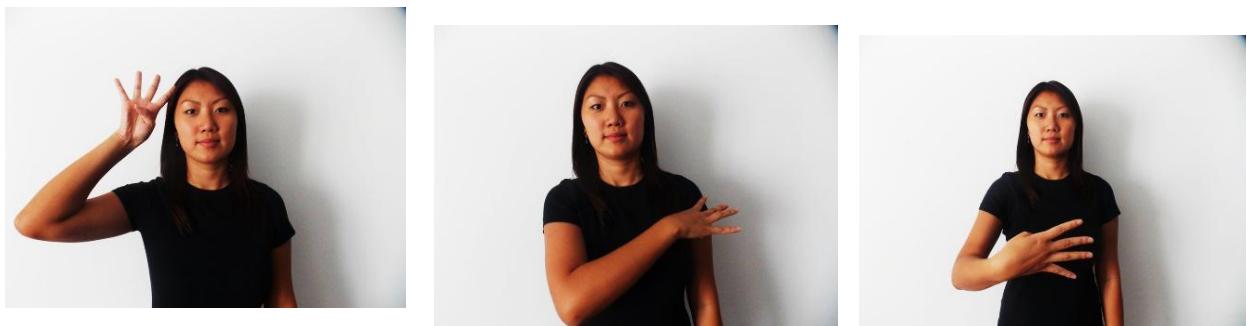
Ponto de articulação (PA): designado também por localização, é o lugar onde incide a mão predominante configurada, isto é, a área em que o sinal é articulado, podendo ou não tocar o corpo. Este pode ser produzido em quatro regiões principais: cabeça, mão (braço), tronco e espaço neutro.



**Figura 3 - Ponto de articulação**

Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

<sup>2</sup> Organizado pela Acessibilidade Brasil. Disponível: [www.acessobrasil.org.br](http://www.acessobrasil.org.br)

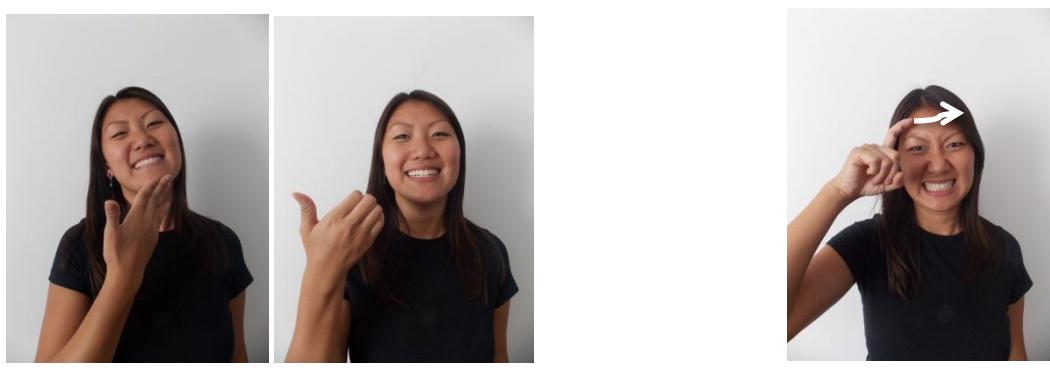


**Figura 4: a) quarta-feira; b) quarto ano e c) quatro**  
Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Movimento (M): Para que seja realizado o sinal, é preciso haver um objeto e um espaço. As mãos do enunciador representam o objeto, enquanto o espaço em que o movimento se realiza é a área em torno do corpo dessa pessoa, do alto das coxas até a parte superior da cabeça. O movimento pode ser analisado mediante sua direção (unidirecional, bidirecional, multidirecional e não direcional); seu tipo (retilíneo, circular, helicoidal, semicircular, sinuoso e angular).

A Orientação (O): é a direção da mão na realização de determinado sinal. Consideram-se seis direções para a palma da mão: para cima, para baixo, para dentro (para o corpo do sinalizador), para fora (para frente do corpo do sinalizador), para a direita, para a esquerda. Os sinais podem ter uma direção e a inversão desta pode significar ideia de oposição, de contrário ou concordância número-pessoa.

Expressão facial e/ou corporal: Esses são considerados componentes não manuais. Envolve movimentos da face, dos olhos, da cabeça e do tronco que permitem a diferenciação de significados, bem como a marcação da construção sintática da língua.



**Figura 5 - a) fácil e b) difícil**  
Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Falar com as mãos ou sinalizar é combinar esses parâmetros que formam os sinais e estes formam as frases em um contexto.

Entre as características dessa língua de modalidade viso-espacial, se faz necessário conhecer alguns conceitos como a iconicidade e a simultaneidade que como discorre Albres (2013), antes pouco ou nada eram vistos em línguas orais; “[ ....] olhar sobre as línguas de sinais e pela sua diversa modalidade gestual-visual se fez construir em detalhadas análises; e conscientização da possibilidades de comunicação em Libras, usando esses recursos da língua (p. 97)”.

Quanto à simultaneidade, Albres (2013) expõe que os linguistas descobriram que as línguas orais são caracterizadas por um alto grau de linearidade e que a língua de sinais exige alto grau de simultaneidade.

Em línguas orais, o que pensamos pode ser expresso por palavras. Vigotski exemplifica com: “Quando desejo comunicar o pensamento de que hoje vi um menino descalço, de camisa azul, correndo rua abaixo, não vejo cada aspecto isoladamente: o menino, a camisa, a cor azul, a sua corrida, a ausência de sapatos. Concebo tudo isso em um só pensamento, mas expresso-o em palavras separadas”<sup>3</sup> Complementa que “em sua mente, o pensamento está presente em sua totalidade e num só momento, mas na fala tem que ser desenvolvido em uma sequência”<sup>4</sup>. Por causa da linearidade na língua oral, não se pode produzir mais de um elemento linguístico de cada vez: um som tem que vir depois do outro. Há outras linguagens, por exemplo, a pintura, cujos significantes não são lineares e, portanto, se apresentam simultaneamente a quem vê<sup>5</sup> (ALBRES, 2013, p.101).

Na língua de sinais, a linearidade também está presente, mas a simultaneidade, como já apontado, é marcante, isto é, analisam-se elementos produzidos ao mesmo tempo (ALBRES, 2013).

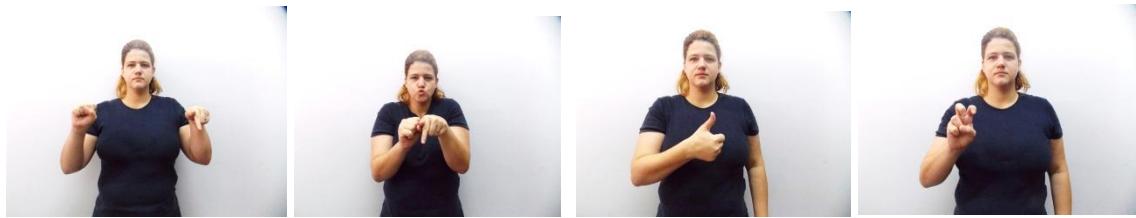
Exemplificando: ao falarmos e registrarmos, na língua portuguesa temos uma sequência de palavras “sete mais oito é igual a quinze” e em Libras podemos sinalizar o sete com a mão esquerda e o oito com a mão direita e em seguida aproximar as mãos, isto é, justapondo-se (que indica que está juntando) e sinalizar 15.

---

<sup>3</sup> (p.186). VIGOTSKI, L. S. Pensamento e palavra. IN: \_\_\_\_\_. *Pensamento e linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

<sup>4</sup> Id. Ibid., (p.186).

<sup>5</sup> (p. 64) FIORIN, J. L. *Linguagem e ideologia*. São Paulo: Ática, 2006 (Série princípios)



**Figura 6 -**  $7 + 8 = 15$

Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Albres (2013) explana que “[...] pesquisas revelam que em conversas entre surdos é usado um alto grau de simultaneidade e, quando precisam se comunicar com ouvintes (ainda não fluentes em Libras), recorrem a uma forma mais linear de apresentar os sinais” (p. 101).

Frizzarini (2014), ao investigar o ensino e a aprendizagem da Álgebra para alunos fluentes em Libras, sustentada na teoria das representações semióticas de Duval, apontou que: “[...] ao contrário das línguas orais, com uma organização sequencial e linear, as línguas de sinais, de maneira geral, incorporavam as unidades simultaneamente” (p.220). E continua a autora: “Muitas vezes, a configuração das mãos justapõe dois sinais, assim como na linguagem matemática, ao contrário da língua portuguesa em que as palavras se organizam sequencialmente: ‘conjunto dos pontos’, ‘é maior ou igual a’ e ‘xis elevado a três’ ou ‘xis elevado ao cubo’” (p. 221).

Quanto ao aspecto de iconicidade, os estudos revelam o avanço da arbitrariedade na evolução e na criação de novos sinais. Exemplificando: podemos considerar a representação do número 9.000 em Libras de duas maneiras: a primeira digitalizando algarismo por algarismo, onde qualquer pessoa poderá identificar esse número, e a outra simplesmente sinalizando nove mil, onde somente quem conhece a Libras saberá o que estamos querendo comunicar, considerando o aspecto arbitrário.

a)



Nove

ponto

zero

zero

zero

(indicando mil)

b)

**Figura 7 - Nove mil**

a) digitalização de algarismo por algarismo em Libras incluindo o ponto que demarca a classe do milhar: “nove, ponto, zero, zero, zero”; b) nove mil

Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Albres (2103) constatou que os “traços icônicos têm diminuído, passando à convenção de traços arbitrários ou de grande influência da língua portuguesa pela inicialização” (p. 135).

Esse fato importante, pois revela a ação das línguas em contato, principalmente pelo desenvolvimento acadêmico dos surdos. Wilcox & Wilcox<sup>6</sup> nos lembram que a evolução da ASL nos últimos 75 a 100 anos mostra que o grau de iconicidade também tem diminuído. Capovilla & Raphael constataram que, em seu dicionário de Libras, apenas 10% dos 1.515 sinais compilados na primeira edição são inicializados, mas considera que “tem sido documentado que a frequência de inicialização de sinais tende a aumentar ao longo da evolução dessas línguas”<sup>7</sup> (ALBRES, 20013, p.146).

Ao realizarmos a digitalização de algarismo por algarismo de um numeral em Libras, podemos considerar que estamos “soletrando”, de acordo com uma das características da Libras denominada de soletração digital (datilologia), como o uso do alfabeto manual, em situações de nomes próprios, por exemplo. Assim, ampliamos este conceito de “datilologia” para a sinalização dos algarismos que constituem um numeral.

Quanto a esse aspecto, consideramos dois pontos para esta pesquisa: a primeira, nossa preocupação em evitar a datilologia dos termos matemáticos presentes nesta sequência didática, pois consideramos que não faria sentido nenhum para os alunos; assim buscamos estudá-los e não usar a datilologia desses termos. O segundo aspecto foi que no decorrer dessa investigação, após um estudo da língua de sinais, constatamos que em Libras a “datilologia” não era a única forma de representar os numerais.

<sup>6</sup> WILCONX, S.; WILCONS, P.P. *Aprender a ver*. Rio de janeiro: Arara Azul, 2005 (Coleção cultura e diversidade).

<sup>7</sup> (p.28). CAPOVILLA, F. C.; RAPAHEL, W. D. *Dicionário enciclopédico ilustrado trilíngue da Língua Brasileira de Sinais*. São Paulo: EDUSP/FAESP/Fundação Vitae/ FENEIS/ Brasil Telecom, 2001, 2v.

Para nós, esta foi uma surpresa, pois em nosso universo profissional nunca havíamos sido “apresentada” a essa forma arbitrária de representação de números da classe dos milhares e superiores como zeros intercalados. Talvez isso seja devido ao fato de que tais números, os “números grandes”, não estejam tão presentes no cotidiano escolar, conforme nossa investigação constatou. Um exemplo desta forma de representação de numerais é apresentado a seguir, considerando o número 9.005:



**Figura 8** - Nove mil e cinco  
Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Isso nos levou à reflexão se os sujeitos investigados conheciam essa forma de representar e se isso teria alguma interferência quanto à construção do SND. Nossa hipótese inicial (posteriormente confirmada) era de que eles não conheciam tal representação, pois, segundo Moura (2013), é no espaço escolar que a criança surda poderá adquirir a língua, pois a grande maioria são filhas de pais ouvintes. E para que isso possa acontecer,

[...] todos os que se encontram ligados à educação do surdo devem ter o cuidado de usar a Libras sempre que estiverem frente a seus alunos surdos, mesmo que conversando com ouvintes<sup>8</sup>. Apesar de essa prática parecer simples, nas atividades diárias, ela pode ser muito difícil de ser seguida. Por exemplo, o professor pode não se achar capaz de usar língua de sinais ou pode sentir que suas ideias são mais bem transmitidas quando ele as escuta [...] Apesar de esse sentimento ser completamente natural, o comportamento que advém dele – falar – deve ser evitado sempre. Devemos lembrar que a Libras é uma língua com características próprias, diferente do português, e que é impossível falar e sinalizar ao mesmo tempo (p.19).

Ao realizarmos uma comunicação em Libras simultaneamente com o português oral, estaremos realizando uma comunicação total, pois é impossível nos comunicarmos em duas línguas com estruturas gramaticais diferentes.

Quanto à Libras no contexto escolar do surdo, Frizzarini e Nogueira (2014), ao investigarem o ensino e aprendizagem da Álgebra para alunos fluentes em Libras, investigação essa sustentada, como afirmamos anteriormente, na teoria das representações

---

<sup>8</sup> Comunicação pessoal de Logiodice em 1998, em visita à New York School for the Deaf.

Semióticas de Duval, apontam algumas vantagens que a Libras tem em relação às línguas orais no ensino de Álgebra e que essas deveriam ser exploradas.

[...] Os alunos apresentaram um grau de liberdade maior ao traduzirem para Libras, isto é, os alunos não ficaram presos a um único registro; a Libras, por ser uma língua visual/motora, permitiu utilizar tanto as unidades visuais, do registro gráfico, quanto as simbólicas, do registro algébrico, para traduzir as expressões algébricas na língua de sinais (FRIZARINI, NOGUEIRA, 2014, p. 386).

Com a Libras, mesmo com um léxico matemático reduzido, é possível descrever todo um cenário da situação que se deseja representar. A partir de seus cinco parâmetros, a situação representada pode ter muitas variações com uma simples troca de movimento (M) ou ponto de articulação (PA), por exemplo (FRIZARINI, 2014, p.123).

Devido à proibição por longos anos e ter sido retomada apenas recentemente (no séc. XX), a Libras ainda é uma língua em construção. Apresenta renovações e evoluções constantes e muitos termos estão sendo adicionados de acordo com a necessidade do meio e de seus usuários.

Um contexto em que a Libras se faz presente e que provavelmente presenciaremos muito é quanto ao aspecto indicativo da língua de sinais, isto é, direcionamos as formas pronominais usadas como referentes presentes, ou pronomes demonstrativos. Por exemplo: quando a pessoa que fala aponta para si olhando para quem fala, esse sinal significa eu. Ao apontar e ao olhar para o interlocutor, o sinal indica você ou tu.

Ao considerarmos os referentes na Libras, isto é, “[...] os sinalizadores estabelecem os referentes associados à localização no espaço, sendo que tais referentes podem estar fisicamente presentes ou não” (NOGUEIRA, CARNEIRO e NOGUEIRA, 2012, p.121) (o exemplo acima é um exemplo de referente presente ) e [...] “quando os referentes estão ausentes da situação de enunciação, são estabelecidos pontos abstratos no espaço” (NOGUEIRA, CARNEIRO e NOGUEIRA, 2012, p.122) . Esta construção gramatical é um exemplo da evolução da Libras, nem sempre acompanhada pelos professores ouvintes de surdos.

Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013) registraram que os professores (surdos e ouvintes) e intérpretes sempre questionam a falta de muitos sinais na interação com o aluno surdo, nas aulas de Matemática; assim, na maioria das vezes utilizam a datilologia ou acabam “combinando” um sinal para os termos envolvidos.

Um exemplo do que afirmamos é descrito a seguir, durante um minicurso ministrado por um dos autores, promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná para cerca de 40 profissionais (professores ouvintes, professores surdos e intérpretes) da região de Maringá, no norte do estado, a professora ministrante indagou aos cursistas qual sinal utilizavam para a palavra *equação* e praticamente apareceram 40 sinais diferentes, mesmo entre profissionais que atuam no mesmo nível de ensino de uma mesma escola! Atribuímos este fato ao desconhecimento dos estudos para estabelecimento, divulgação e uniformização de sinais matemáticos realizado por pesquisadores e professores e da existência de dicionários como o de Capovilla e Raphael (2002), além de um profundo desinteresse em se estabelecer, pelo menos, para cada escola, uma sinalização comum. O resultado disto é que no contexto escolar, alunos e professores “convencionam” o uso de sinais o que acaba dificultando a comunicação quando os alunos passam de um ano para outro e acabam com outro profissional ou quando eles vão estudar em grupo e cada participante utiliza um sinal diferente (ZANQUETTA, NOGUEIRA, UMBEZEIRO, 2013, p. 203).

Como nesta investigação muitos termos matemáticos seriam explorados e por estarmos vivenciando uma evolução e ampliação do léxico da Libras, consultamos materiais disponíveis de divulgação desses termos, buscando fazer um levantamento da nomenclatura da sequência didática que possuía sinais arbitrados ou convencionados. Como nem sempre existia uma padronização dos sinais para os termos matemáticos em questão, inclusive alguns deles sequer possuíam sinais convencionados, contamos com o apoio dos participantes do GEPSEM e do Projeto de Apoio à Difusão da Libras para escolher qual dos sinais disponíveis para um mesmo termo seria utilizado na investigação e mesmo para convencionar representações para os termos não encontrados.

Foram consultadas também pesquisas que analisam os materiais de divulgação da Libras disponíveis em materiais impressos, onlines e em DVDs.

Sofiato e Reily (2013), ao realizarem uma análise crítica das imagens em dicionários de língua de sinais, apontam que “[...] de um lado existe ainda a necessidade de produção de materiais de língua de sinais na forma de material impresso, e, de outro, o processo de registro dessa língua numa dimensão visual e quiroarticulatória é altamente complexa” (p. 160).

As autoras destacam que muitos dos dicionários existentes foram elaborados por ouvintes e que estes acabam estruturando os dicionários, considerando suas experiências com o dicionário da língua oral.

Das análises dos dicionários da área da surdez, Sofiato e Reily (2013) ressaltam que a legenda sempre está presente nos dicionários com a finalidade de “[...] explicar ao leitor a forma de realização dos sinais associado à imagem que geralmente vem junto. A associação da imagem e da legenda é vista como uma solução neste tipo de material” (p.157) e

complementam: “[...] mas não podemos afirmar que a realização dessa estratégia garante a realização eficaz dos sinais por todos” (p.157).

Outro destaque dado por Sofiato e Reily (2013) é que alguns ilustradores dos dicionários apresentam como estratégia uma sequência de imagens que revelam a evolução do movimento durante a produção de um determinado sinal. Contudo muitos elementos da língua de sinais são perdidos para uma compreensão real.

E mais:

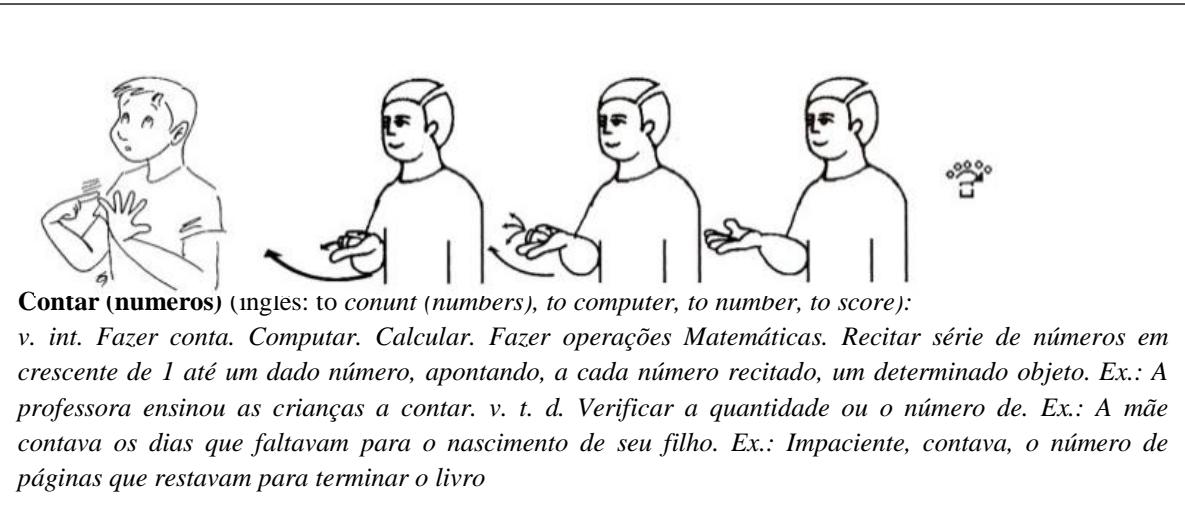
A elaboração de obras impressas de línguas de sinais é um problema que vem sendo demonstrado desde as primeiras formas de representação dessas língua ao longo da história. E diante disso, alguns estudiosos da área e até mesmo instituições que se dedicam ao trabalho educacional de surdos decidiram enfrentar essa dificuldade de forma “inovadora” mediante a elaboração de dicionários virtuais, geralmente em forma de CD-ROM. O uso de tal tipo de recurso para a representação da língua de sinais favorece alguns aspectos relacionados aos parâmetros que constituem a língua, tais como: a melhor visualização das configurações de mão exigidas para a realização do sinal desejado; a ênfase da expressão facial e corporal durante a realização de um determinado sinal; a compreensão da trajetória do movimento necessário a alguns sinais; a “localização das mãos” que fica mais evidenciada, pois existe uma cena da qual o modelo faz parte, embora se evidencie apenas a região da cabeça, do pescoço e do tronco (SOFIATO; REILY, 2013, p. 158).

No estudo dos materiais disponíveis, procuramos também analisar e considerar os aspectos acima expostos.

O primeiro material consultado foi o Dicionário Trilíngue. Material de referência elaborado por Capovilla e Raphael (2001), é um dicionário impresso trilíngue, com os verbetes em português, inglês e signwriting<sup>9</sup>, além de uma representação dos sinais por meio de desenho em uma sequência de figuras. É apresentado na ordem alfabética do português, com sua tradução para o inglês (entre parênteses). Seus verbetes trazem o significado dos sinais em português, exemplos de frases em português e a explicação de como os sinais são realizados (considerando a CM(s), a L e o M).

---

<sup>9</sup> A escrita dos sinais empregados pelo surdo – signwriting – é uma invenção de Valerie Sutton. A criadora do signwriting considera sua invenção um patrimônio da comunidade surda internacional, já que o código se propõe a representar qualquer uma das diferentes línguas de sinais existentes no mundo. Esse código “[...] poderia ser capaz de permitir a ela (criança surda) escrever diretamente sob controle do processo interno (sinalização interna), exatamente como faz a criança ouvinte com a sua fala interna” (CAPOVILLA e RAPHAEL, 2001. p. 34).



**Figura 8 - Contar**

Fonte: Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Segundo Faulstich (2006), o Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilingüe da Língua de Sinais Brasileira é uma obra.

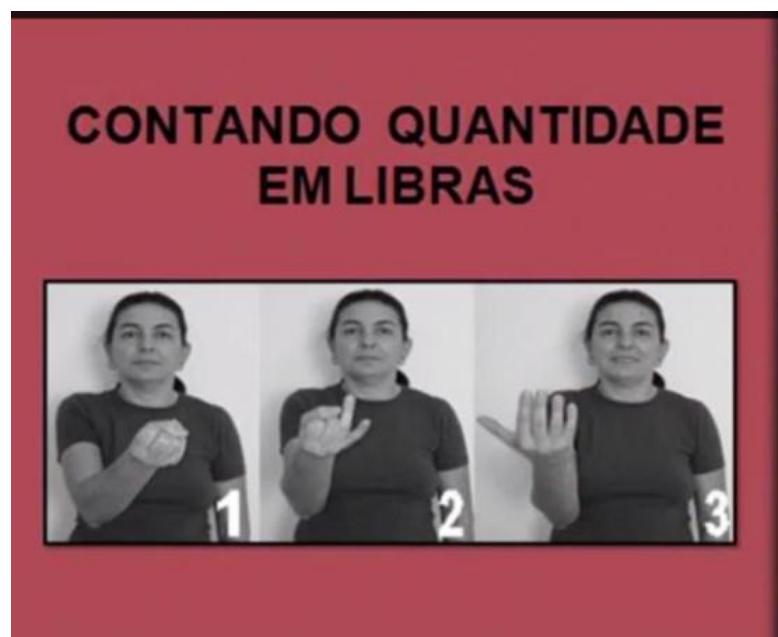
[...] complexa porque procura dar conta não só da proposta lexicográfica em três línguas, português, inglês e libras, mas também de uma série de textos com diretrizes relativas à educação e surdez e à tecnologia em surdez, constituindo-se, portanto, em um misto de dicionário e de manual descritivo-explicativo. É uma obra com relevante contribuição aos que se interessam pelo estudo da educação de Surdos e àqueles que se aperfeiçoam no ensino de Libras no Brasil. O trabalho de pesquisa e de construção do dicionário foi feito por pesquisadores ouvintes com a colaboração de profissionais Surdos (FAULSTICH, 2006, p.197).

Em 2012, foi lançada a sua terceira edição, com o título “*Novo Deit-Libras Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilingue*”, tendo sido incluída uma nova pesquisadora como autora, Aline Cristina L. Mauricio.

O segundo material consultado foi o *Dicionário virtual*, disponível no “you tube”.

Este material foi elaborado por Zanubia Dada, que é surda, professora de Matemática e de Libras. Estão disponíveis dois materiais dessa mesma autora: um do ano de 2009 e outro de 2012.

Segundo Dada (2009), o resultado apresentado é fruto de um trabalho com seus alunos surdos e os sinais em Libras dos termos matemáticos foram convencionados a partir da conceitualização matemática.

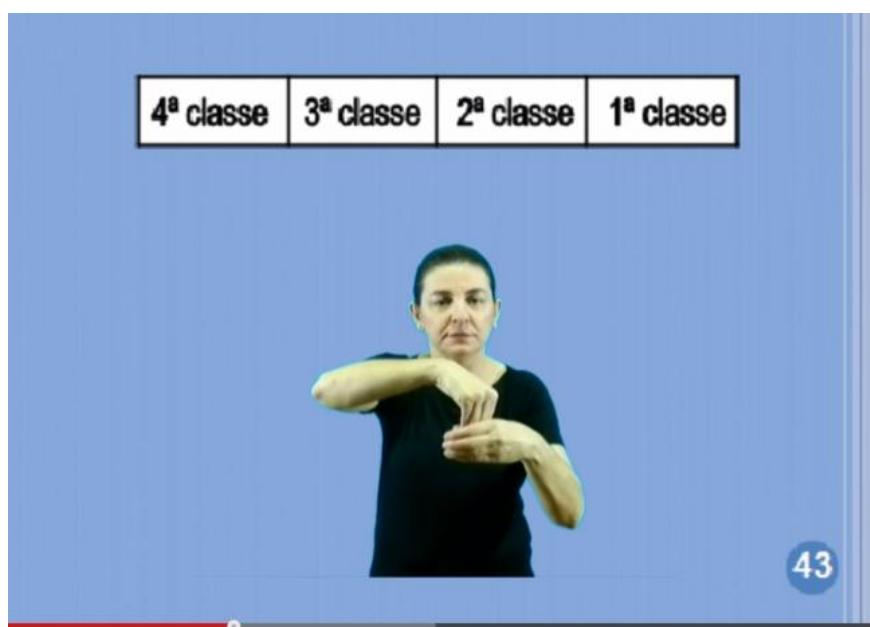


**Figura 10** - Sinal de quantidade

Fonte: Dada (2009)

Quanto ao material de 2009, Dada usou a estratégia de apresentar uma sequência de imagens estáticas, revelando a evolução do movimento durante a produção de um determinado sinal.

No material de 2012, Zanúbia Dada utiliza imagens com movimentos, favorecendo a compreensão dos sinais e enriquecendo sobremaneira o trabalho anterior.



**Figura 11** - Sinal de classes

Fonte: DADA ( 2012)

Outro material consultado foi O *Acessobrasil* (2008), também um dicionário virtual elaborado pelo INES, que é disponibilizado para as escolas em CD pelo Ministério de Educação e Cultura (MEC).



**Figura 12** - Sinal de adicionar  
**Fonte:** Acessobrasil (2008)

O material consultado foi o virtual e disponível<sup>10</sup> online. Para realizarmos uma consulta, temos três opções: por assunto, ou pela palavra (ao escolher uma letra do alfabeto) ou pela busca por um sinal pela CM.

Se a consulta for realizada por assunto, encontramos vinte e um assuntos disponíveis: alimento/bebida, animal/inseto/peixe/ave, ano sideral, aparelho/máquina, casa, cor/forma, corpo, esporte/diversão, família, fruta, higiene/saúde, legume/verdura, matéria/substância, nenhum, numeral/dinheiro, país/estado/cidade, planta/flor/natureza, profissão/trabalho, sentimentos, transporte/veículo, e vestuário/complemento.

Se a consulta for por palavra, o dicionário mostrará as possibilidades encontradas para aquela busca.

Por exemplo: escrevemos menos, e obtemos três opções e cada uma com a acepção, o exemplo em português, o exemplo em Libras, um vídeo com a produção do sinal, a origem do sinal, a classe gramatical e a CM

<sup>10</sup> <http://www.acessobrasil.org.br/libras/>

**Palavras**

- MENOR2
- MENOS1**
- MENOS2
- MENOS3
- MENOSPREZAR
- MENSAL
- MENSTRUAÇÃO
- MENSTRUAR
- MENTE

**Acepção**

Exceto; salvo.

**Vídeo**

**Exemplo**

Todos gostam de ver filme, menos você.

**Exemplo Libras**

TOD@ GOSTAR VER FILME MENOS VOCÊ.

**Vídeo**

**Classe Gramatical**

PREP.

**Origem**

nacional

**Mão**

**Figura 13** - Sinal de menos1

Fonte: Acessobrasil (2006)

**Palavras**

- MENOR2
- MENOS1
- MENOS2**
- MENOS3
- MENOSPREZAR
- MENSAL
- MENSTRUAÇÃO
- MENSTRUAR
- MENTE

**Acepção**

Em menor quantidade.

**Vídeo**

**Exemplo**

Antes eu comia muito pão, agora como menos.

**Exemplo Libras**

ANTES EU COMER MUIT@ PÃO AGORA EU COMER MENOS.

**Vídeo**

**Classe Gramatical**

ADV.

**Origem**

nacional

**Mão**

**Figura 14** - Sinal de menos2

Fonte: Acessobrasil (2006)

The screenshot shows a digital dictionary for Libras. On the left, a list of words in Portuguese is shown, with 'MENOS3' highlighted in green. The middle section contains the definition: 'O que se tira de alguma coisa; o que está relacionado à operação de diminuir.' Below this is an example in Portuguese: 'Você sabe quanto é sete menos seis?' To the right, there is a video window showing a woman's hands performing the Libras sign for 'menos'. Below the video are buttons for 'Tocar Novamente' (Play Again) and 'Repetir' (Repeat). Further down, it shows the grammatical class 'PRON. INDEFIN.' and the origin 'nacional'. A small image of a hand is also present.

**Figura 15 - Sinal de menos 3**

Fonte: Acessobrasil (2006)

Mas, se optarmos pela CM, abrirá uma tela com 73 possibilidades.

The screenshot shows the homepage of the LIBRAS Dicionário da Língua Brasileira de Sinais. The title is at the top, followed by a navigation bar with 'Ordem', 'Alfabética', 'Por Assunto', 'Mão', and 'Busca'. Below is a large grid of 73 small images of hands in various configurations, representing different signs. To the right of the grid, there is a search bar labeled 'Pesquisa em Libras' and a button 'voltar' (back).

**Figura 16 - 73 configuração de mão**

Fonte: Acessobrasil ( 2006)

O quarto material consultado foi o livro impresso “De sinal em Sinal: Comunicação em Libras para aperfeiçoamento do ensino dos componentes curriculares”, das autoras Neiva de Aquino Albres e Sylvia Lia Grespan Neves.

Ambas são profissionais e pesquisadoras na área da educação de surdos. É um livro didático, organizado em nove temas e apresenta 500 sinais para a área da educação.

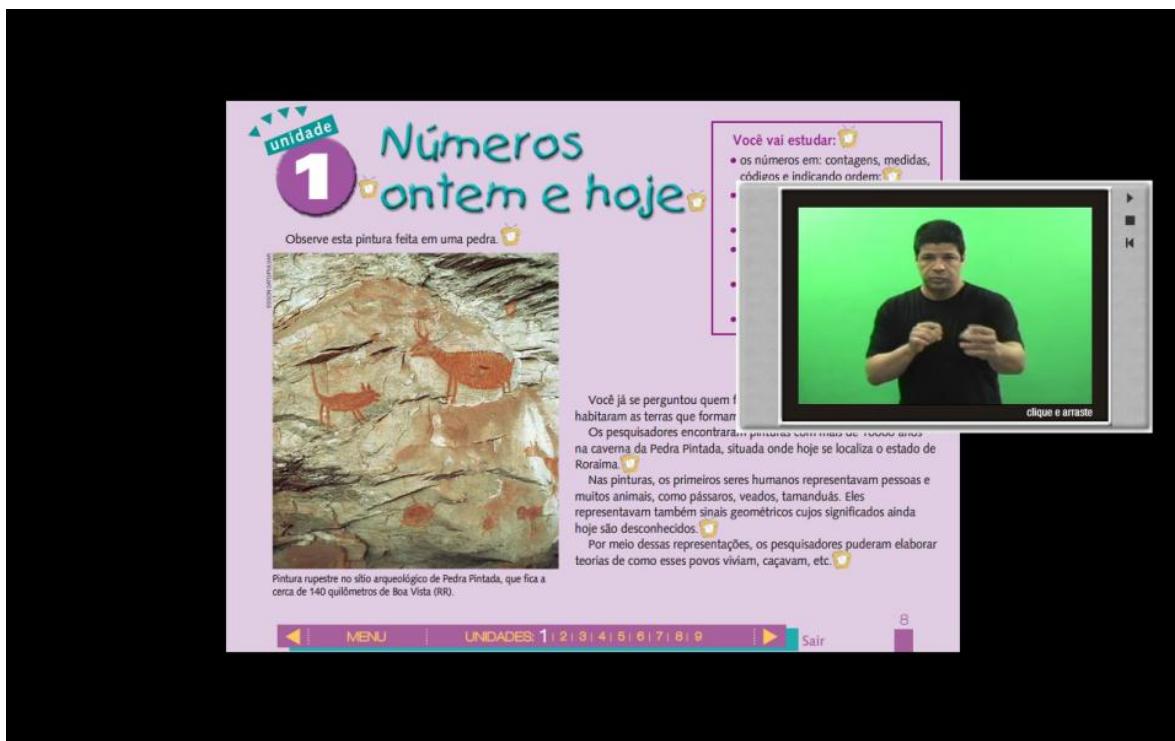
Cada termo vem com a legenda abaixo.



**Figura 17** - Sinal de soma/mais  
Fonte: Albrez e Neves ( 2006, p. 53)

O último material consultado foi o livro digitalizado, traduzido para Libras pela Editora Arara Azul do livro impresso da Coleção Pitanguá (1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série) da Editora Moderna. Segundo Ramos (2013), a Editora Arara Azul tem investido em estudos, pesquisas e projetos que resultaram na produção de livros digitais.

No ano de 2008, o material foi distribuído gratuitamente pelo MEC/FNDE. De acordo com Ramos (2013), essa foi uma ação inédita no mundo, “[...] ou seja, não existe nenhum outro país que tenha produzido e distribuído gratuitamente para seus alunos surdos materiais didáticos bilíngues, como foi feito pelo MEC/FNDE” (RAMOS, 2013, p.7). Em 2013, uma nova coleção de 1º a 5º ano foi distribuída com o livro digital: a Coleção Ápis, da Editora Ática, também em parceria com a Editora Arara Azul.



**Figura 18 -** Livro didático

Fonte: Coleção Pitanguá (2008, 3<sup>a</sup> série, p. 8)

Encerramos aqui nossa abordagem sobre a Libras e direcionamos nossos estudos para o ensino e a aprendizagem de Matemática para surdos.

## 2.2 ENSINO DE MATEMÁTICA PARA SURDOS:

### NÚMEROS E OPERAÇÕES

No início da presente investigação, realizamos um levantamento sobre as pesquisas relacionadas a números e operações na educação de surdos tanto na literatura brasileira como na literatura estrangeira.

No que se refere à Matemática e surdez, a presente investigação se sustenta, teoricamente, em: Kritzer (2009); Nunes, Evans, Barros e Burman (2011); Silva (2010); Vargas (2011) e Peixoto (2013).

Kritzer (2009) relatou que, independente da habilidade em Matemática medida (em provas, em tarefas que envolvem raciocínio, pensamento lógico e solução de problemas), os estudantes surdos ou com dificuldade de audição continuam apresentando níveis de habilidades abaixo de seus colegas ouvintes, mesmo com uma atenção redobrada nas pesquisas na área da Matemática. Há pouca informação sobre quando precisamente esse insucesso começa, pois, segundo Kritzer (2009), a maioria dos estudos envolveu uma população já em idade escolar ou acima. Por essa razão, propôs uma investigação que inicialmente teve o seguinte questionamento: "É possível que crianças surdas estejam sendo deixadas para trás antes mesmo da entrada do ensino formal?"<sup>11</sup>" (KRITZER, 2009, p. 410).

Isso desencadeou outros três:

- 1- Como, quando avaliadas no Teste de Habilidade Matemática Inicial (TEMA-3), crianças com problemas auditivos entendem conhecimentos matemáticos prévios (ex.: numeração, comparação numérica, cálculo, conceitos, alfabetização Matemática, fatores numéricos)?
- 2- Que aspectos de conhecimentos informais (ex.: nomes dos números, fatores numéricos, cálculos, conceitos) da Matemática são os mais desafiadores para crianças com problemas auditivos?
- 3- O que a natureza das respostas e/ou comportamento de crianças que têm alto e baixo conhecimento matemático quando completam os testes mais difíceis revelam sobre seus conceitos informais sobre Matemática? (KRITZER, 2009, p. 416).

A investigação foi realizada em sete escolas dos Estados Unidos, com 29 crianças surdas, entre quatro e seis anos, que não haviam iniciado o período de escolarização formal, para as quais foi aplicado o teste (TEMA-3) individualmente, em seções de aproximadamente 40 minutos. O TEMA-3 é um instrumento padronizado daquele país e permite ao pesquisador avaliar o conhecimento matemático informal (numeração, número de comparações, cálculos, conceitos) e o formal (a alfabetização numeral, fatos, número de cálculo, conceitos), enfim avaliar a capacidade matemática relacionada à compreensão numérica (KRITZER, 2009).

Embora a pesquisadora fosse proficiente em Inglês e em American Sign Language (ASL), consultou um professor surdo de ASL do Departamento de Linguística de uma universidade para discutir a apresentação do teste em ASL, e de um pesquisador na área da surdez e especialista na área da Matemática, para se certificar de que o teste mantinha a integridade matemática, quando apresentado visualmente.

---

<sup>11</sup> O primeiro ano marca o início da escolaridade formal nos Estados Unidos.

Kritzer (2009) apontou que uma das limitações do seu estudo foram as diferenças linguísticas dos participantes, uma vez que cinco das crianças realizaram a prova em língua oral e com o auxílio de sinais, e as outras vinte e quatro integralmente em ASL.

Um dos desafios de apresentar o teste usando o ASL foi que vários itens do teste não se prestam a uma tradução em forma visual. Por exemplo, um dos itens exige que as crianças mostrem um número específico de dedos. Considerando que isto seria confuso para crianças que fazem uso da língua dos sinais, esse item foi modificado para todos os participantes. Na versão modificada, as crianças deveriam mostrar um número específico de símbolos, não dedos. Uma vez que os números de 1-5, apresentados em ASL, incluem uma aspecto de cardinalidade (por exemplo, o sinal para “2” é feito com dois dedos), existia a possibilidades de crianças surdas terem vantagem para responder este item (KRITZER, 2009, p. 419).

Kritzer (2009) descreve, no entanto, que esse fato não contribuiu para uma vantagem na pontuação final do teste. Da análise feita por Kritzer (2009) resultou que somente um participante atingiu a pontuação acima da média do grupo; considerado como caso isolado, foi retirado do grupo de análise. Treze dos participantes alcançaram pontuação mediana, sete participantes atingiram pontuação abaixo da média, sete ficaram com uma pontuação considerada baixa e um deles obteve uma pontuação muito baixa. Assim, em relação à apropriação de seus desempenhos de acordo com o esperado para as suas respectivas idades e baseando-se nos resultados com crianças ouvintes, os resultados foram: quatro participantes tiveram pontuação equivalente à de crianças de um a quatro meses acima de suas idades, seis participantes tiveram uma pontuação de dois a seis meses abaixo, sete participantes uma pontuação de sete meses abaixo de suas idades e onze participantes uma pontuação de um ano ou mais (12 a 22 meses) abaixo das pontuações esperadas para suas idades.

Dada a distribuição abaixo da média dos escores do TEMA-3 obtidos a partir da amostra, níveis “altos” e “baixos” de sucesso não poderiam ser efetivamente avaliados por meio da escala de normatização estabelecida pelo TEMA-3 (como apenas uma criança marcou ponto acima da média). Por esta razão, um sistema diferente de classificação foi utilizado para categorizar os participantes neste estudo com base nos escores dos testes obtidos a partir da amostra em análise. Após a remoção da criança que pontou acima da média, os participantes foram classificados em três grupos da seguinte forma: [...] 6 participantes receberam pontuações na variedade “alta”, 15 participantes receberam pontuação na variedade “média”, e 7 receberam pontuações na variedade “baixa” (KRITZER, 2009, p. 426).

Kritzer (2009), ao considerar a importância da interação social em sua análise, buscou uma relação entre o desempenho dos sujeitos investigados com a língua utilizada no ambiente familiar. Das seis crianças classificadas com habilidades “altas” em Matemática, uma tinha

pais ouvintes e as outras cinco eram filhas de pelo menos um dos pais surdos; dos sete participantes considerados como de habilidade matemática “baixa”, cinco tinham pais ouvintes e dois apresentavam pelo menos um dos pais surdos. Concluiu que falar a mesma língua que os pais contribui com a formação matemática inicial, no entanto não garante a boa qualidade dessa formação.

Apesar de as crianças surdas com pais surdos terem apresentado um desempenho significativamente “melhor” no TEMA-3 do que os participantes com pais ouvintes, este “melhor” não foi suficiente para colocá-los em uma classificação mais elevada do que a média, de acordo com as pontuações padrão estabelecida pelo teste. **Uma implicação importante desta descoberta é que a exposição à linguagem pode não ser suficiente para garantir o sucesso na Matemática às crianças surdas** (KRITZER, 2009, p.428, grifo nosso).

Kritzer (2009) aponta que as crianças surdas não têm o mesmo acesso a conversas, no seu dia a dia, que as crianças ouvintes; isso limita sua exposição a oportunidades de aprendizagem matemática. Como exemplo, afirma que, mesmo sem ter consciência, os pais de crianças ouvintes contribuem para o aprendizado informal de conceitos e competências matemáticas como, por exemplo: ao contar grãos, brincar com jogos, leituras de placas de carro, enfim, ao desenvolver as atividades rotineiras (KRITZER, 2009).

Para reforçar o explicitado, Kritzer (2009) comenta dados de outra investigação, na qual se propôs a observar durante um dia inteiro o relacionamento de pais ouvintes com crianças surdas e constatou que os pais fizeram um número limitado de referências à Matemática nos domínios de número e/ou contas, quantidade, tempo e/ou sequência e categorização, mesmo quando proposta uma atividade direcionada.

Como considerações importantes de sua investigação, Kritzer (2009) ressalta que não basta a exposição a uma língua com fluência para a aprendizagem, uma vez que isto “[...] pode não ser suficiente para garantir o sucesso nas habilidades Matemáticas para as crianças surdas; o mais importante, no entanto, é aquilo que é feito com a língua” (KRITZER, 2009:420). No ambiente da criança surda, seja familiar ou escolar, importa que fluam perguntas cognitivamente desafiadoras, que incentivem a criança a pensar. E para essas crianças se faz necessária uma adequação dos currículos escolares, pois as crianças surdas não começam a vida escolar com o mesmo conhecimento prévio que o de seus colegas ouvintes, o que também é ressaltado na pesquisa de Nunes, Evans, Barros e Burman (2011), que afirmam que os surdos não apresentaram comprometimento intelectual que interfira no processo numérico dessas crianças, mas salientam que existe um atraso delas com relação a crianças

ouvintes da mesma faixa etária. As pesquisadoras destacam ainda que a preocupação da família da criança surda antes da escolaridade está centrada em questões linguísticas, não se preocupando com a estimulação do raciocínio matemático, o que acarreta uma dificuldade com conhecimentos que são socialmente transmitidos.

Nunes, Evans, Barros e Burman (2011) traçam como objetivo de sua investigação analisar os efeitos sobre a aprendizagem de Matemática dos seguintes conceitos: composição aditiva de números, correspondência um-a-muitos, e compreensão da relação entre adição e subtração no início da escolaridade das crianças surdas. Esses conceitos não constituem parte do conteúdo programático do currículo de Matemática para os anos iniciais e são geralmente apreendidos informalmente mediante a interação com o meio, antes que a criança inicie sua escolarização. Assim, no caso das crianças surdas, se esses conceitos não forem trabalhados formalmente na escola, elas não terão uma base cognitiva para a compreensão da maioria dos conteúdos matemáticos que compõem o currículo.

As pesquisadoras destacam alguns conceitos em que as crianças se apoiam, como, por exemplo, em relação à aprendizagem da escrita numérica, que depende tanto da compreensão da composição aditiva como do raciocínio multiplicativo.

A fim de compreender, por exemplo, que o número 242 representa  $200 + 40 + 2$ , os alunos precisam compreender que um número pode ser formado pela soma de outros, ou seja, precisa compreender a composição aditiva de números. Além disso, para compreender que o valor do 2 na posição inicial, à esquerda, não é o mesmo que tem na posição final, à direita, a criança precisa compreender a correspondência um-a-muitos: na posição final, o 2 está em correspondência um-a-um com os elementos que representa, mas na posição inicial no número 242, o 2 está em correspondência com centenas (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p.10).

Participaram da investigação de Nunes, Evans, Barros e Burman (2011), inicialmente (pré-teste), 75 alunos surdos britânicos ingressantes na escola (primeiro e segundo ano), na faixa etária de seis a sete anos, dos quais 30 foram recrutados para o grupo de intervenção e 45 para o grupo controle. No final da pesquisa (pós-teste), o grupo de intervenção contava com 24 alunos e com 42 o grupo controle. Os professores desses alunos também participaram da intervenção, desenvolvendo as atividades referentes aos três conceitos investigados e anteriormente citados.

Os autores apontaram que, pela natureza quase experimental da pesquisa, as crianças foram avaliadas num pré-teste individual por uma das pesquisadoras treinada e usuária da língua britânica de sinais, sendo as instruções dadas na língua utilizada pela escola, oral ou de

sinais. Essa avaliação consistia em três medidas que “[...] predizem o desempenho em Matemática das crianças em estudo longitudinal: uma medida de seu raciocínio matemático, uma avaliação de suas habilidades cognitivas, e uma avaliação de sua memória de trabalho” (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p. 5).

Como mencionado, havia dois grupos: o de intervenção e o de controle. Para a implantação do programa, os professores que trabalharam com o grupo de intervenção participaram de um dia intensivo de formação, antes do início do ano, e durante toda a intervenção os professores mantiveram contato com uma das pesquisadoras ou por telefone, visitas ou email. Os professores do grupo de controle participaram da mesma formação somente após o pós-teste.

Nunes, Evans, Barros e Burman (2011) destacaram que o direcionamento das atividades era o de explorar o aspecto visual, envolvendo os três conceitos em diferentes níveis e não em uma sequência; “[...] as atividades relacionadas aos diferentes conceitos e com níveis semelhantes de dificuldade são intercaladas no programa” (p.6).

Inicialmente, foram apresentados problemas que poderiam ser solucionados com o apoio de materiais manipulativos e, em uma fase posterior, problemas apresentados como histórias ilustradas. O papel do professor nesta investigação ia além de simplesmente indagar respostas; ele deveria solicitar aos alunos para que explicassem como chegaram a essas respostas (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011).

A fim de exemplificar as atividades desenvolvidas durante a intervenção, as autoras destacam que, para promover o conceito de composição aditiva, focalizaram dois aspectos deste conceito: o valor relativo e a combinação de valores diferentes para compor um só valor. Quanto ao valor relativo, “[...] por exemplo, no decorrer de um jogo as crianças trocam uma moeda de dois centavos por duas moedas de um” (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p. 6) e, quanto à composição de quantidades, as atividades envolveram a compra de objetos por valores determinados, usando moedas que constituíam a quantia exata.

Um exemplo apresentado pelas pesquisadoras para desenvolver a compreensão da relação entre adição e subtração envolvia “[...] problemas baseados em estórias de situações aditivas em que pode faltar a informação sobre a quantidade inicial, a transformação, ou a quantidade final” (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p. 7).

Os problemas que continham o conceito de correspondência um-a-muitos envolveram situações nas quais as crianças deveriam encontrar o produto ou o quociente, por exemplo: “[...] explica-se às crianças que vamos organizar uma festa e cada criança que vier vai ganhar dois balões; temos 18 balões; pergunta-se à criança quantos convidados podemos ter”

(NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p. 7). Para responder, cada criança recebeu 18 figuras representando um balão e deviam organizar os balões de forma a responder a questão.

Para o fechamento do trabalho, as pesquisadoras aplicaram uma avaliação (pós-teste) - o Indicador de Desempenho na Escola Primária (Performance Indicator in Primary School), que foi adaptado por uma pesquisadora surda integrante do grupo de um teste padronizado para crianças ouvintes. Esse pós-teste tinha 22 itens que incluíam vários aspectos do currículo: números ordinais, identificar e completar sequências visuais, identificação de moedas, leituras de gráficos, somas, subtrações, multiplicações e divisões problemas com as operações de adição e subtração e questões elementares sobre frações (Quanto é metade de 6?) (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011).

Os resultados da intervenção que conduziram o desenvolvimento desses três conceitos no ambiente escolar indicaram uma “[...] diferença entre os dois grupos de um pouco mais do que meio desvio padrão. Essa diferença é importante em termos educacionais, uma vez que as crianças não haviam recebido mais horas de aulas de Matemática” (NUNES, EVANS, BARROS e BURMAN, 2011, p. 7). Assim, uma intervenção precoce que focalize os três conceitos envolvidos pode efetivamente ser implantada pelos professores e proporcionar um melhor resultado em Matemática por seus alunos.

Vargas (2011), também intrigada com os dados de pesquisa que trouxeram que as crianças surdas apresentam baixo desempenho em Matemática, o que indica que possivelmente essas crianças estejam em desvantagens na Matemática inicial em relação aos seus pares ouvintes, traçou como objetivo investigar a composição aditiva e contagem com crianças surdas e promover um trabalho de intervenção.

Para tanto, centrou seus estudos com duas crianças surdas com idade de 6 anos, que estavam no 1º ano do Ensino Fundamental. Selecionadas por testes de habilidades cognitivas, idade, ano escolar, perda auditiva e domínio da Libras; uma era filha de pais ouvintes e tinha entrado em contato com a língua de sinais aos dois anos de idade e a outra filha de pais surdos, portanto, sinalizante nativo.

Vargas (2011) tinha como hipótese de pesquisa que a criança surda, filha de pais surdos, sinalizante nativo, desenvolveria uma compreensão das regularidades do sistema de contagem e da composição aditiva mais rapidamente do que a criança surda, filha de pais ouvintes.

As duas crianças eram de escolas diferentes e participaram individualmente de oito encontros de intervenção, sendo submetidas também a um pré-teste e a dois pós-testes, sendo

um denominado de intermediário no último dia da intervenção, e outro denominado de final, após três meses. A aplicação de toda pesquisa foi realizada pela própria pesquisadora, que está envolvida na educação de surdos há 30 anos.

Para o pré-teste e pós-testes, Vargas (2011) utilizou um protocolo de avaliação, assim constituído:

Tarefa de Compra (NUNES; BRYANT, 2007)<sup>12</sup>; pelos Princípios de Contagem (GELMAN; GALISTEL, 1978)<sup>13</sup> e pela parte inicial do teste de procedimentos de contagem de Geary et al (2000)<sup>14</sup>, adaptado por Corso (2008)<sup>15</sup> e com alterações da investigadora, em função das características das crianças investigadas (VARGAS, 2011, p.64).

A parte de intervenção, como descrita, constituiu de oito sessões individuais e compreendeu três atividades de composição aditiva, quatro de procedimento de contagem e uma que Vargas (2009) denominou de adição de fatos básicos em Libras.

Como Vargas (2011) não buscava somente o produto final, no qual havia a intencionalidade de compreender as pequenas aprendizagens, e como sua fundamentação teórica estava pautada em Vergnaud, “[...] os esquemas construídos pelas crianças repousam sobre o conhecimento implícito ou explícito da contagem e da composição aditiva, aspecto que foi verificado durante as situações didáticas oferecidas (VARGAS, 2011, p. 124). A pesquisadora complementou que, embora Vergnaud não explice quais conceitos iniciais são necessários para a composição aditiva, “[...] compreende-se a necessidade de domínio de outros conceitos, quais sejam, princípios e procedimentos de contagem, equivalência e invariância da ordem, constituindo assim, o campo conceitual aditivo” (VERGNAUD, 1996 apud VARGAS, 2011, p.124).

Da análise dos resultados, Vargas (2011) destacou que não houve diferença significativa das aprendizagens entre as duas crianças, sendo uma filha de pais surdos e a outra filha de pais ouvintes; evidenciou um processo de construção da composição aditiva e evolução dos procedimentos de forma não linear; observou que há uma relação de desenvolvimento paralela entre composição aditiva e avanços na habilidade de procedimentos de contagem e que a proposta de intervenção se mostrou eficaz. “Ao longo desta pesquisa, foi

<sup>12</sup> NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 1997.

<sup>13</sup> GELMAN, R.; GALLISTEL, C.R. *The child's understanding of number*. Harvard, Mass.: Harvard University Press, 1978.

<sup>14</sup> GEARY, D.C.; HAMSON, C.O.; HOARD, M.K. Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disabilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, San Diego, n. 77, p. 236-263, 2000.

<sup>15</sup> CORSO, L. *Dificuldades na leitura e na escrita: um estudo dos processos cognitivos em alunos da 3<sup>a</sup> a 6<sup>a</sup> série do Ensino Fundamental*. 2008. 218f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre

possível verificar que o ensino da Matemática para crianças surdas tem muita semelhança com o ensino de Matemática para crianças ouvintes. O processo e a construção dos conceitos e habilidades são equivalentes. A diferença está na forma, sendo mais visual” (VARGAS, 2011, p.138).

Vargas (2011), a partir dos dados, sugere que as instituições escolares que trabalham com surdo devem fazer um trabalho de orientação com as famílias, no sentido de envolver os seus filhos em ambientes de Matemática informal e que os professores devem propor a seus alunos um ambiente rico de situações de matematização.

Outra pesquisadora é Silva (2010), fonoaudióloga que trabalhou com surdos durante 24 anos e sempre quis aprofundar seus estudos na área, na busca de compreender como se dá o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos surdos. Assim, em sua pesquisa de mestrado (2009), teve como objetivo de investigação compreender como ocorre a construção da escrita numérica por crianças surdas bilíngues, bem como as hipóteses elaboradas pelas crianças acerca desse conhecimento.

[...] as “representações externas” – notações numéricas – são também comunicações das ideias Matemáticas construídas internamente pelo sujeito, em um processo integrado pela complementaridade e interdependência do desenvolvimento cognitivo (SILVA, 2010, p.48).

Os dados foram coletados por meio de entrevistas com 11 crianças surdas de cinco a nove anos de idade, alunas de uma escola de Educação Especial de Surdos, usuárias da Libras e sem comprometimento mental, mediante o método clínico crítico piagetiano. Cada criança passou por duas sessões de uma hora cada. Segundo Silva (2010), apesar de conhecer algumas expressões, vocábulos e o alfabeto digital, considerava insuficientes para estabelecer uma comunicação integral, requisito primordial para a coleta de dados. Assim, contou com a presença e participação de um intérprete de Libras, ciente da dinâmica da pesquisa.

Os estudos teóricos metodológicos que deram sustentação à investigação realizada por Silva (2010) foram de autores que tratam dessa temática com crianças ouvintes, como Sinclair (1990)<sup>16</sup>, Brizuela (2006)<sup>17</sup>, Lerner Sadovky (1996)<sup>18</sup>, Danyluk (1998)<sup>19</sup>, Orozco (2005)<sup>20</sup> e Teixeira (2005)<sup>21</sup>; alguns deles também subsidiaram as discussões na presente investigação.

---

<sup>16</sup> SINCLAIR, A. A notação numérica na criança. In: SINCLAIR, H. et al. *A produção de notações na criança: linguagem, números, ritmos e melodias*. São Paulo: Cortez, 1990.

<sup>17</sup> BRIZUELA, B.. *Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações*. Tradução Isadora Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Quanto às provas utilizadas, a pesquisadora descreveu três grupos de investigações: o primeiro, sobre o repertório numérico; o segundo, sobre a contagem, a cardinalidade, a ordinalidade, da classificação, da seriação, e dos tipos de notação; e o terceiro, da sequência numérica, da comparação e do valor posicional (SILVA, 2010).

[...] a escrita numérica e o conceito de número podem se efetivar de forma independente, mas que, dialeticamente, ambos se intercambiam de forma a favorecer suas elaborações, abordamos nos protocolos das provas aplicadas algumas qualidades do número, haja vista que a sua construção não é linear, não apresenta “[...] um ponto de partida absoluto” (NOGUEIRA, 2002, p. 192). É uma construção sincrônica e solidária entre os elementos que, necessariamente, partilham a existência do número: a conservação de quantidade, a correspondência termo a termo, a cardinalidade e a ordinalidade numéricas (SILVA, 2010, p. 124).

Silva (2010) iniciou sua investigação com uma entrevista semiestruturada, orientada por 28 questões, que foram determinando outras no decorrer do contato com as crianças. Exemplos: “Onde você mora tem números?; Você conhece o número da sua casa”? (SILVA, 2010, p. 125). Nos encontros seguintes, utilizou alguns materiais, como o jogo de boliche, cartelas com números (unidades, dezenas, algumas centenas e alguns milhares).

De acordo com Silva (2010), como os números em Libras são representados pela justaposição dos símbolos utilizados, por exemplo: 569 (Fig 1), ou seja, “[...] os sinais referentes aos algarismos são expressos na mesma ordem em que são escritos” (p.222), os surdos quase não apresentam dificuldade com a escrita numérica de números de ordem menores que 1.000, o que não acontece com os ouvintes, para quem a língua falada se constitui um fator complicador.

<sup>18</sup> LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. et al. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

<sup>19</sup> DANYLUK, O. S *Alfabetização Matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil*. Porto Alegre: Sulina, 1998.

<sup>20</sup> OROZCO, M. H. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (Org.). *Desenhos, palavras e números: as marcas da Matemática na escola*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2005.

<sup>21</sup> TEIXEIRA, L.R.M. As representações da escrita numérica: questões para pensar ensino e aprendizagem. In: MORO, M. L.F.; SOARES, M.T.C. (Org). *Desenhos, palavras e números: as marcas da Matemática na escola*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2005. P.19-40



569

**Figura 19** - Representação do número 569 em libras

Fonte: Arquivo do GEPSEM e do Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras/UEM.

Os surdos se apropriam de imediato da escrita convencional dos números para, num outro momento, compreenderem que em nosso sistema de numeração a quantidade de algarismos se vincula à magnitude do número representado e que o valor do número é determinado pela posição que cada algarismo ocupa – valor posicional. Seria esse um processo facilitador da compreensão do conceito do número? (SILVA, 2010, p. 214).

Os resultados de investigação de Silva (2010) demonstraram que a elaboração das hipóteses sobre a escrita numérica pela criança surda são semelhantes às identificadas nas crianças ouvintes (SILVA, 2010).

Para Silva (2010), a Libras se constitui em fator fundamental para a construção da escrita numérica e que a escola é um espaço privilegiado para tal, pois é nesse contexto que o uso constante desta língua ocorre, o que vem favorecer as trocas simbólicas para a construção conceitual dos surdos da pesquisa.

Como última pesquisa desta subseção, é apresentada a de Peixoto (2013), que objetivou identificar esquemas mobilizados por alunos surdos usuários da Língua Brasileira de Sinais no cálculo da multiplicação, a partir do conceito de esquema de Gérard Vergnaud (2009). Os sujeitos envolvidos foram três alunos com idades de 19, 22 e 24 anos, todos surdos profundos, sendo dois estudantes do Ensino Fundamental e um do Ensino Médio.

A pesquisadora propôs uma tarefa escrita no papel, com o seguinte enunciado: “Fazer as operações indicadas (primeiro mentalmente; se não conseguir, faça no papel): a)  $32 \times 3$ , b)  $65 \times 3$ ” (PEIXOTO, 2013, p. 23). Para a aplicação, a pesquisadora contou com a colaboração de uma intérprete de língua de sinais e uma professora de Matemática; a sessão durou cerca de duas horas/aula por aluno.

Peixoto (2013) descreve como cada sujeito resolve as questões propostas. Como exemplo, segue a descrição de como um dos sujeitos efetivou a operação  $32 \times 3$ .

Na multiplicação 32x3, a aluna levantou três dedos da mão esquerda, depois sinalizou 6, 7, 8, 9 até o 10. Em seguida, sinalizou desculpa, levantando novamente três dedos da mão esquerda; moveu levemente esta configuração três vezes, e, com a mão direita, sinalizou 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 até o 18 (Figura 7), assim sinalizou 18 para a intérprete com expressão de dúvida. A intérprete sinalizou como? Então ela recomeçou, apontando para o 3x3 no papel e sinalizando 3+3+3. Como não conseguiu fazer mentalmente, após algumas tentativas, pediu para fazer o cálculo no papel [...] enquanto registrava, expressava a quantidade nos dedos (PEIXOTO, 2013, p. 27).

Segundo a análise de Peixoto (2013), a aluna utilizou o esquema de correspondência termo-a-termo (sinal-a-dedo) coordenando, com a contagem, mesmo que tenha se perdido. Os seguintes conceitos-em-ato foram evidenciados: a multiplicação como soma de parcelas iguais, bijeção, cardinal de um número e a organização dos algarismos no algoritmo.

Peixoto apresenta o quadro que segue em relação aos esquemas mobilizados pelos três sujeitos.

**Quadro 1 - Descrição dos esquemas mobilizados**

ALUNOS	CONCEITOS-EM-ATO	TEOREMAS-EM-ATO
RODRIGO	Multiplicação como uma adição de parcelas iguais; composição de naturais; bijeção (sinal-a-sinal ou sinal-a-dedo); cardinal de um número; organização dos algarismos no algoritmo; contar a partir de.	Propriedade comutativa da multiplicação de naturais.
LUILA	Multiplicação como uma adição de parcelas iguais; composição de naturais; bijeção (sinal-a-sinal); cardinal de um número; organização dos algarismos no algoritmo.	
HENRIQUE	Multiplicação como uma adição de parcelas iguais; bijeção (sinal-a-sinal ou sinal-a-dedo); cardinal de um número ; organização dos algarismos no algoritmo; contar a partir de.	Propriedade comutativa da multiplicação de naturais.

Fonte: PEIXOTO, 2013, p.18

Peixoto (2013) aponta que os esquemas explicitados revelaram o estágio de compreensão dos conceitos envolvidos e a ação cognitiva atual dos sujeitos. A pesquisadora

destaca que todos os alunos “[...] levantavam o dedo em sincronia com os sinais de números em Libras, diferentemente de crianças ouvintes que geralmente usam a fala para se referir ao número de objetos representados” (PEIXOTO, 2013, p.18).

Peixoto (2013) finaliza apresentando que existem semelhanças e diferenças nos esquemas mobilizados entre surdos e surdos e entre surdos e ouvintes e que eles merecem maiores investigações, para poder auxiliar o professor na mediação dos conhecimentos matemáticos com seus alunos.

Embora se constate nos últimos anos (2000- 2015) um crescente número de pesquisas na área da Educação Matemática em que os sujeitos são alunos surdos, seus resultados parecem não estar chegando ao contexto escolar, segundo verificaram Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013).

É preciso à atuação conjunta de todos os atores deste processo se quisermos vislumbrar um ensino de Matemática para surdos condizente com o que apontam os resultados das pesquisas realizadas. Só assim, tais pesquisas assumem significado e, mais do que isso, passam a ser úteis. **Quiçá um dia, a exemplo do que Sá (1999) chamou de “Virada linguística”, tenhamos uma “Virada numérica” na educação dos surdos** (p.209, grifo nosso).

Para complementar os estudos acerca das especificidades da investigação, buscamos subsídios sobre o TDAH, pois dois dos três alunos surdos sujeitos dessa pesquisa possuem este diagnóstico (com laudo médico), segundo dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola.

### 2.3 TDAH

---

O Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade (TDAH) tem sido estudado detalhadamente desde o século XIX e tem sofrido várias alterações em seu nome (BARKLEY, 2008). Mas sua etiologia ainda é uma incógnita e existem diferentes visões para esta questão, das quais, as principais são a visão organicista e a histórica cultural.

Encontrada na maioria dos manuais e livros que tratam sobre o assunto, a visão organicista apresenta uma compreensão hegemônica e sustentada na taxonomia do DSM-IV<sup>22</sup> (2003), que classifica o TDAH em três tipos: o primeiro com predomínio dos sintomas de

---

<sup>22</sup> Manual de Diagnóstico e Estatística da Associação Norte-Americana de Psiquiatria, IV revisão

desatenção; o segundo com predomínio dos sintomas de hiperatividade/impulsividade e o terceiro é o combinado (desatenção e hiperatividade/impulsividade em um mesmo caso).

O DSM-IV (2003) aponta como principais características predominantes de um sujeito com sintomas de desatenção, entre outras: não prestar atenção em detalhes; cometer erros por pequenos descuidos; ter grande dificuldade na questão de organização de tarefas ou atividades; ter grande dificuldade em seguir regras e em fazer os deveres escolares; perder objetos facilmente; apresentar esquecimento de tarefas diárias e distrair-se facilmente com estímulos alheios.

Quanto ao tipo predominante de hiperatividade/impulsividade: mexer-se muito na carteira (agitação dos pés e das mãos); ter dificuldades em brincar ou realizar atividades em silêncio; ficar se levantando direto da carteira, andando pela sala; ter dificuldade de esperar sua vez; dar respostas precipitadas; interromper conversas; demonstrar muita agitação e falar excessivamente (DSM-IV, 2003).

E quanto ao tipo combinado, o indivíduo se caracteriza em inúmeros dos itens de ambos os tipos citados anteriormente.

A idade escolar é o momento mais comum para as crianças apresentarem sinais marcantes de TDAH, sendo que na sua grande maioria ocorre por volta dos nove anos de idade.

Quando uma criança é encaminhada para um consultório clínico, após reclamações da escola e dos pais, normalmente para que o diagnóstico seja realizado, tanto pais como professores são convidados a responder um questionário denominado SNAP-IV<sup>23</sup>, segundo a Associação Brasileira de Déficit de Atenção (ABDA), a tradução foi validada pelo GEDA – Grupo de Estudos do Déficit de Atenção da UFRJ e pelo Serviço de Psiquiatria da Infância e Adolescência da UFRGS. São 18 questionamentos e para cada um o respondente pode assinalar: nem um pouco; só um pouco; bastante e demais. Para avaliação considera-se que se existir pelo menos 6 itens marcados como “BASTANTE” ou “DEMAIS” de 1 a 9, então existem mais sintomas de desatenção que o esperado numa criança, adolescente ou adulto se existir pelo menos 6 itens marcados como “BASTANTE” ou “DEMAIS” de 10 a 18, então existem mais sintomas de hiperatividade e impulsividade que o esperado numa criança ou adolescente.

Na visão organicista, entre as possibilidades de tratamento/acompanhamento é indicada a terapia medicamentosa e, se possível, o acompanhamento terapêutico (na maioria

---

<sup>23</sup> Swanson, Nolan e Pelham-IV

das vezes cognitivo comportamental) com a família e a escola recebendo orientações. Entretanto, na maioria das vezes observa-se somente o uso do medicamento.

Os dois sujeitos desta investigação usavam Ritalina, durante o período de investigação. Segundo Leite (2010, p.12), “[...] estima-se que o medicamento mais usado atualmente é o Metilfenidato, comercialmente conhecido como Ritalina”, de acordo com o Instituto Brasileiro de Defesa de Medicamentos (IDUM)”.

A mesma pesquisadora apontou que no ano de 2008 a utilização desse medicamento no Brasil cresceu 1.616%, com a venda de cerca de 1.147.000 caixas. Quanto ao uso do medicamento Rohde e Benczik (1999), afirma-se que mais de 70% das crianças com TDAH que o usam corretamente apresentam uma melhora significativa em seu comportamento.

Almeida e Carvalho (2011) registraram que “[...] crianças que possuem TDAH agem impulsivamente, incomodam, exageram nas brincadeiras e muitas vezes acabam estigmatizadas por professoras e alunos, que muitas vezes perdem a paciência e acabam gritando, marcando ou excluindo esta criança” (p.2). Dessa forma, por não terem um entendimento e controle das normas sociais e do momento certo para parar com determinados comportamentos e atitudes, muitos alunos com TDAH acabam sendo rotulados de mal-educados, “burros”, avoados, que estão sempre no mundo da lua, entre vários outros rótulos, passando a conviver com a discriminação, a baixa estima e o isolamento no ambiente escolar. “Na ânsia de tentar remediar seus atos e conquistar a todos, acabam fazendo palhaçadas, falando impulsivamente etc” (ALMEIDA; CARVALHO, 2011, p. 2).

Nesse contexto, esse transtorno tem se configurado num fator de risco para o baixo desempenho escolar e para os altos índices de abandono, em função das dificuldades na participação das atividades propostas em sala de aula, no relacionamento com os demais estudantes e em função das repreensões e exclusão.

Dupaul e Stoner (2003) apontam outras dificuldades dos alunos com TDAH:

[...] apresentam risco de dificuldades significativas em uma variedade de áreas funcionais. É como se problemas de desatenção, impulsividade e hiperatividade servissem como um “ímã” para outras dificuldades que, em alguns casos, são mais graves que os déficits principais do TDAH. Dessas dificuldades, os três correlatos mais frequentes do TDAH são o fraco desempenho acadêmico, altas taxas de desobediência e agressividade e perturbações nos relacionamento com colegas (DUPAUL, STONER, 2003, p. 5).

No contexto escolar, segundo Matos (2005), o professor precisa ter conhecimento sobre o transtorno, pois somente assim será “[...] capaz de modificar as estratégias de ensino,

de modo a adequá-las ao estilo de aprendizagem e às necessidades da criança” (MATTOS, 2005, p.96).

Dupaul e Stoner (2003) discorrem que, apesar do progresso na identificação e no tratamento de estudantes com TDAH nas escolas nas últimas décadas, muito há de se fazer, como direcionar a atenção aos alunos diagnosticados com TDAH no fim do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, pois a atenção dada atualmente é pouca. Segundo os mesmos autores, os alunos no Ensino Médio “[...] tipicamente exibem diversos problemas de ajuste em áreas do funcionamento acadêmico, social e comportamental. Dada a maior ênfase sobre a independência e a responsabilidade individual pelo próprio comportamento na adolescência” (p.245); ressaltam a importância de determinar tipos de atendimentos para auxiliar esse aluno.

Seguindo a visão organicista, no Brasil, psiquiatras, neuropediatras, pediatras, neurologistas, psicólogos, neuropsicólogos, fonoaudiólogos, pedagogos, e psicopedagogos compartilham que, se a criança for devidamente tratada por uma equipe multidisciplinar e medicada, ela pode ter avanços na aprendizagem e no convívio social e escolar.

No entanto, o diagnóstico do TDAH ainda causa controvérsias, ao considerar, de um lado, aqueles que apoiam a existência de tal doença e a eficácia do medicamento e, do outro, profissionais que criticam e negam tanto a eficácia do medicamento quanto a própria existência do transtorno. Tais críticas se sustentam na complexidade e insuficiência no diagnóstico, o que praticamente inviabiliza a definição do transtorno, na pequena quantidade de estudos epidemiológicos confiáveis, e no desconhecimento dos fatores envolvidos na ação medicamentosa (ASBAHAR; MEIRA, 2014).

Eidt e Tuleski (2010) sugerem que, “[...] para fazer frente a esse processo de medicalização dos comportamentos humanos, é preciso transferir a discussão do âmbito médico e/ou clínico para o âmbito educacional” (p.139).

Neste contexto educacional, segundo as autoras, é necessário refletir sobre as consequências sociais do capitalismo e ressaltam.

[...] que o desenvolvimento do capitalismo e, mais recentemente, que a reorganização desse modo de produção vêm gerando uma sociedade impaciente e imediatista, o que implica uma reestruturação de ações, comportamentos, afetos e sentimentos, e se concebemos que nos indivíduos estão consubstanciadas as características humanas comuns a cada época histórica, como mostra a psicologia histórico-cultural, entende-se que os transtornos mentais e de comportamento, entre eles o TDAH, precisam ser analisados em suas múltiplas determinações, uma vez que expressam as contradições da sociedade atual (EIDT, TULESKI, 2010, p.142).

Eidt e Tuleski (2010) exemplificam que na sociedade atual exigem-se adultos que façam mil e uma coisas ao mesmo tempo, isto é, estimula-se para serem polivalentes; no entanto, na infância ou adolescência, quando a [...] “ hiperatividade invade os limites alheios é considerado patológico. ‘Sejamos, pois, hipoativos na infância e hiperativos na maturidade, desde que produtivos, eis o paradoxo!’” (EIDT; TULESKI, 2010, p. 142).

Ao considerarmos a perspectiva histórico-cultural, no caso das crianças que têm dificuldade em controlar a atenção, um dos focos centra-se na compreensão das funções psicológicas superiores que se desenvolvem pela apropriação da cultura humana.

Bonadio e Mori (2013), ao compartilharem dessa linha de pesquisa, destacam que o professor é muito mais importante que o medicamento. As pesquisadoras, ao investigarem sobre a função psicológica superior da atenção voluntária no contexto escolar, indicam que

[...] práticas pedagógicas, em que sua maioria, não são propícias ao desenvolvimento da atenção voluntária dos alunos, não apenas daqueles que são acompanhados do rótulo de TDAH, mas também dos demais. Na prática pedagógica dos professores identificamos alguns elementos favorecedores do desenvolvimento da atenção, como atividades curtas, organização da sala e, afetividade entre professor e aluno. Por outro lado, verificamos também fatores prejudiciais, como aulas não planejadas, atividades longas como forma de manter a sala em silêncio, falta de expectativa e de significado dos conteúdos trabalhados em sala (BONADIO; MORI, 2013, p.227).

E complementam:

[...] a constância na atenção como um dos aspectos a serem considerados, quando buscamos desenvolver a atenção voluntária; como também, a necessidade de apresentar aos alunos atividades curtas e variadas de um mesmo conteúdo, possibilitando a fixação da atenção deste por mais tempo, a organização da sala e da aula com atividades geradoras de expectativa e interesse, ou seja, uma aula com objetivos definidos, organizada e intencional ((BONADIO; MORI, 2013, p. 227-8).

Considerando essas características do TDAH, os questionamentos dessa investigação foram reforçados e complementados: *Seria possível a ação pedagógica com cálculo mental com pré-adolescentes TDAH?*

Para finalizar esta seção, buscamos sintetizar a contribuição das quatro subseções para a presente tese.

## 2.4 A SÍNTESE

---

Esta seção possibilitou reflexões e direcionou a pesquisa em vários aspectos.

Quanto à Libras, reforçaram-se os questionamento de pesquisas, bem como direcionaram nossa atenção para um estudo mais aprofundado dessa Língua e a Matemática. Dentre alguns pontos, destacamos os estudos de Frizzarini e Nogueira (2014): que devem ser exploradas algumas vantagens que a Libras tem em relação às línguas orais no contexto escolar; com Silva (2010), a discussão de os números em Libras serem representados pela justaposição dos seus símbolos e isso poderia ser um facilitador da compreensão do conceito do número para o sujeito surdo; com Peixoto (2013), a constatação que existem semelhanças e diferenças nos esquemas mobilizados entre surdos e surdos e ouvintes.

O material disponível da terminologia matemática em Libras possibilitou o estudo com o GEPSEM e com os participantes do Projeto de Apoio à Difusão da Libras sobre a terminologia matemática utilizada nesta pesquisa, que é apresentada na Seção 6.

A atenção e o cuidado dados a todos os pesquisadores estudados, como forma de condução das investigações com o sujeito surdo, favoreceu a comunicação entre pesquisador e sujeito. A constante busca dos pesquisadores de discutirem com professores surdos os encaminhamentos e as indagações aos sujeitos se constituíram em diretrizes para a presente investigação. Essas constatações foram o motivo de compartilhar esse trabalho com o GEPSEM, com os participantes do Projeto de Apoio à Difusão da Libras, com os professores da Educação Básica da escola em que a pesquisa foi desenvolvida, com intérpretes e com outros pesquisadores. Essas ações constituíram-se em rotina, em um constante movimento de ir e vir.

A diferença linguística dos surdos destacada em algumas pesquisas determinou o direcionamento e subsidiou o encaminhamento da investigação com os três sujeitos desta pesquisa, que apresentavam diferenças linguísticas entre si. Luísa, filha de pais surdos, com perda profunda, frequentava a escola bilíngue desde os dois anos (mesmo tendo saído por duas vezes) e transitava entre a Libras e a Língua Portuguesa oral; João, filho de pais ouvintes, com perda profunda, também frequentava a escola desde os dois anos e usava somente a Libras e Maria, com uma perda moderada, frequentava a escola desde os sete anos e transitava entre a Libras e a Língua Portuguesa oral. Ao serem questionados pela pesquisadora qual língua preferiam para se comunicar, Luísa relatou que as duas e dependia com quem; João respondeu que a Libras e Maria, a Língua Portuguesa Oral.

Duas pesquisas, a de Kritzer (2009) e a de Vargas (2011), relataram resultados de investigações com sujeitos surdos, filhos de pais surdos, subsidiando a análise do desempenho de um dos nossos sujeitos.

As pesquisas na área da surdez e Matemática apontam que não existe um comprometimento intelectual nos surdos que interfira no processo numérico; no entanto eles ainda apresentam desvantagens, ao considerar sujeitos ouvintes da mesma faixa etária. Entre os motivos para estas desvantagens destaca-se a não preocupação quanto à estimulação do raciocínio matemático no contexto familiar (Matemática informal), o que acarreta dificuldades com conhecimentos que são socialmente transmitidos. Outros motivos são as dificuldades de comunicação, a ausência de perguntas cognitivamente desafiadoras (seja no meio educacional e familiar); e a não existência de um currículo diferenciado, bem como uma padronização dos sinais matemáticos.

O estudo do TDAH, nesta seção, permitiu reflexões sobre o assunto e uma análise mais atenta para esta especificidade, encontrada em dois dos três sujeitos da pesquisa.

O exposto até agora reforça a escolha para a intervenção proposta nesta investigação, isto é, um trabalho sistematizado com o cálculo mental como estratégia metodológica para o ensino de Matemática, cujo tratamento teórico será exposto na próxima seção.

---

## SEÇÃO 3

### O CÁLCULO MENTAL E OS CONCEITOS ENVOLVIDOS



Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão da Libras

Esta seção, subdividida em três subseções, aborda teoricamente as especificidades matemáticas desta investigação. A primeira tem a intenção de apresentar o conceito de cálculo mental, suas características e potencialidades no campo educacional; a segunda trata de pesquisas que trazem os conceitos matemáticos explorados na sequência didática, como o SND e as operações; e a terceira subseção traz as reflexões e tomadas de decisões para a realização desta pesquisa.

### 3.1 O CÁLCULO MENTAL

---

Na busca de estabelecer o conceito de cálculo mental para a presente pesquisa, constatamos que, mesmo com diferentes definições nas pesquisas realizadas por Freitas e Gonçalves (2008); Gómez (1994); Gomes (2007); Freitas e Guimarães (2007, 2009); Boulay, Le Bihan e Violas (2004); Guimarães (2009); Golçalves (2008); Parra (1996); Douady (1994); Mendonça e Lellis (1989); Ananias (2010); Grando (2000) - há um consenso quanto à importância do cálculo mental para a aprendizagem da Matemática, e os pesquisadores incentivam a sua prática regular no contexto escolar. Destacamos a seguir alguns pontos consensuais, segundo Gómez (1994).

A – O cálculo mental concorre para a compreensão e o significado do número, caso se considerar a forma como é constituído: de comandos e fatores, do valor de posição e das ordens de unidade, das formas equivalentes provenientes da estrutura decimal e dos contextos culturais (dúzias, moedas). Também ajuda a dominar os números grandes, vendo-os globalmente, e não de forma isolada.

B – O cálculo mental auxilia o estudante na sua concepção com os procedimentos de cálculo e sua implicação com a Matemática.

C – O cálculo mental colabora para o enriquecimento e flexibilização da experiência e da compreensão algorítmica, ao lidar com regras histórico-culturais relacionadas a propriedades estruturais básicas (associatividade e distributividade). Também busca soluções alternativas e formas abreviadas de cálculo, bem como a atenção aos passos do procedimento.

D – O cálculo mental beneficia o desenvolvimento de capacidades cognitivas, ao favorecer a variedade e a liberdade dos procedimentos, a reflexão para decidir e escolher.

E – O cálculo mental incentiva a análise de situações numéricas; ativa a capacidade para relacionar, comparar, selecionar; leva ao aprofundamento dos conhecimentos matemáticos intuitivos que antecipam a formalização.

F – O cálculo mental conduz a uma visão participativa da Matemática, pois oportuniza uma grande variedade de jogos na Matemática recreativa; cria motivação, visto que rompe com a rotina

Gómez (1994) alerta, todavia, para não considerar o cálculo mental como panaceia para resolução dos problemas de Matemática escolar, apesar de ser um poderoso auxiliar no ensino desta disciplina.

Gómez (1994) discute também sobre o significado do termo cálculo mental e de outros termos que envolvem o cálculo em si, tais como:

A – *Cálculo de lápis e papel ou métodos de colunas*: refere-se ao cálculo com o algoritmo escrito padrão e com dados exatos; é o cálculo numérico conhecido como as “quatro operações”.

B – *Cálculo abreviado*: diz-se do cálculo escrito com dados exatos e métodos alternativos, com adaptações particulares que levam à simplificação.

C – *Cálculo mental*: designa o cálculo de cabeça – sem ajuda externa – com dados exatos. Gómez (1994) observa que usar o termo “mental” para se referir somente ao cálculo sem apoio escrito não é muito apropriado.

[...] Alguns autores (Trafton, 1978)<sup>24</sup> reservam esta denominação para os métodos alternativos, porém nós tomamos no sentido mais amplo, que inclui a adaptação mental dos artifícios formais e os métodos de recontagem. Poderia dizer que usar o termo “mental” para se referir ao tipo de cálculo sem apoio escrito não é muito apropriado. No sentido exato, em todo cálculo se faz uso da mente, mas, na prática, o significado que se dá ao cálculo mental pode se considerar como estabelecido e aceito universalmente. Assim, quando se fala de métodos de cálculo mental, deve ser entendido que se trata dos métodos histórico-intrínsecos usados na literatura e que não se servem de outros dispositivos além da própria elaboração simbólica (GÓMEZ, 1994, p. 38-39)

D – *Cálculo estimado*: ocorre quando se operam os números como aproximações subjetivas dos dados, a fim de conseguir resultado próximo do real.

E – *Cálculo aproximado*: aqui os números são operados como aproximações objetivas. Gómez (1994) explicita que “[...] enquanto o cálculo estimado é uma questão de conjecturas, o cálculo aproximado é uma questão de precisão”(p. 40).

F – *Aritmética mental*: diz respeito tanto ao cálculo mental ou ao cálculo por estimativa, pois pode conter respostas exatas (cálculo mental) ou cálculos aproximados (estimativas).

Mendonça e Lellis (1989) relatam que as pessoas, no seu dia a dia, estão perdendo a familiaridade com os números; elas não conseguem fazer estimativas ou mesmo resolver pequenas questões, como: “Será melhor pagar de uma vez só com 10% de desconto ou em duas vezes sem desconto?” (p. 51), recorrendo rapidamente à calculadora. Os autores defendem o uso do cálculo mental como um recurso privilegiado para questões como esta e ressaltam que, naquela época (1989), os números estavam presentes em todos os meios de comunicação. Essa constatação é válida para os tempos atuais, pois somos bombardeados por

---

<sup>24</sup> TRAFTON, P.R. Estimation and mental Aritmetic Important Components of computation. Em M. N. Suydam y R.E. Reys (eds). **Developnig Computational**. Reston, VA –NCTM. p. 196-213, 1978

uma grande quantidade de informações numéricas, o que implica saber lidar com os números e saber operar com eles.

Além de destacarem a importância do cálculo mental no dia a dia das pessoas, Mendonça e Lellis (1989) ressaltam que no contexto escolar ele pode contribuir para aprendizagem de conceitos matemáticos, para o desenvolvimento do raciocínio e para a formação emocional do aluno, recomendação que, 15 anos após a realização da pesquisa, continua pertinente e necessária.

Os autores explanam sobre essas contribuições, exemplificando: quando um aluno do 6º ano efetua  $325 + 123$ , “[...] decompondo os números e somando as ordens iguais ( $325 + 123 = 300 + 20 + 5 + 100 + 20 + 3 = 400 + 40 + 8 = 448$ ), ele utiliza o princípio aditivo e o princípio do valor posicional da escrita dos números, avançando na compreensão do Sistema de Numeração Decimal” (MENDONÇA, LELLIS, 1989, p.52).

Ao mencionarem sobre o desenvolvimento do raciocínio, eles destacam a importância da atitude adequada do professor, que, além do momento de “treino de cálculos”, deve investigar os métodos de cálculos dos alunos e incentivá-lo a compartilhar seus raciocínios, favorecendo a troca de ideias e desenvolvimento da autonomia (MENDONÇA, LELLIS, 1989).

Quanto ao aspecto emocional, Mendonça e Lellis (1989) abordam que o progresso em atividades com o cálculo mental vem acompanhado de atitudes mais positivas diante da Matemática, pois, quando se enfrentam e vencem desafios, aumenta-se a autoconfiança, e, quando um aluno inventa um novo processo (novo pelo menos para ele), vem uma sensação que a Matemática não é inatingível, acompanhada de sentimento que é capaz de criar, nesse domínio. Os mesmos autores ressaltam que o uso contínuo de atividades que envolvem o cálculo mental aumenta a capacidade de concentração dos alunos nas aulas.

Como conclusão, os autores, no final da década de 1980, explicitam:

Todo este conjunto de ideias nos leva a concluir que o cálculo mental está em perfeito acordo com as modernas concepções de ensino, que favorecem o raciocínio e a compreensão, propondo uma aprendizagem resultante da ação do próprio aluno. Podemos perceber ainda a importância do cálculo mental como recurso pedagógico para a aprendizagem da Matemática (MENDONÇA, LELLIS, 1989, p.52).

Parra (1996) apresenta um resumo sobre o ensino de cálculo (particularmente o cálculo mental), sob a influência de diferentes concepções pedagógicas. Na escola tradicional, o domínio das quatro operações constituiu-se como um pilar no qual se valorizava a rapidez e

o acerto das respostas; são priorizados exercícios de memorização de resultados de cálculos numéricos. Com a escola nova, começou, ao menos no discurso, a desvalorização da memória e a valorização da compreensão. Com o Movimento da Matemática Moderna, a valorização do cálculo escrito não foi abalada, mas o cálculo mental foi desconsiderado, pois novas noções (conjuntos) eram consideradas mais relevantes e ocupavam tempo das aulas. A autora destaca que: “[...] os momentos apresentados podem ser olhados como dominados por antagonismos (memória/compreensão, significado/técnicas, até o ensino e a aprendizagem pareciam antagônicos), o que não acontece quando se observa a partir de enfoque mais perceptivo” (PARRA, 1996, p. 19).

Nas últimas décadas do século XX, as pesquisas em Psicologia e Didática da Matemática influenciaram muitos pesquisadores nas investigações sobre os procedimentos das operações e o ensino do Sistema de Numeração Decimal no contexto escolar. Nessa perspectiva, Parra (1996), assim como Mendonça e Lellis (1989), consideram que o trabalho com o cálculo mental vem ao encontro das propostas das didáticas daquela época. As razões para a valorização desta estratégia metodológica apresentada por Parra (1996) são, todavia, atemporais, como: 1<sup>a</sup>. As aprendizagens no terreno do cálculo mental influem na capacidade de resolver problemas; 2<sup>a</sup>. o cálculo mental aumenta o conhecimento no campo numérico; 3<sup>a</sup>. o trabalho de cálculo mental habilita para uma maneira de construção do conhecimento que, ao nosso entender, favorece uma melhor relação do aluno com a Matemática; 4<sup>a</sup>. o trabalho de cálculo pensado deve ser acompanhado de um aumento progressivo do cálculo automático (PARRA, 1996).

Nessa perspectiva, no ensino brasileiro, em nível de documento nacional de referência, os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998) estabelecem que não existe um melhor e único caminho para se trabalhar com a questão de número e operações. Entre as diversas referências de cálculo mental, neste documento há para o terceiro ciclo (que atualmente corresponde ao 6º e 7º ano) ênfase nos “[...] cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) - envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados” (BRASIL, 1998, p.71).

Em consonância com os documentos, verificamos que nos livros didáticos o trabalho com o cálculo mental está cada vez mais presente, sendo um dos itens a ser avaliado pelo Guia do Livro Didático (BRASIL, 2012, p.249) .

No entanto, nos PCN (BRASIL, 1998) expõe-se que a aprendizagem dos números naturais não se consolida ao longo do Ensino Fundamental por diversos fatores, entre eles,

“[...] ausência de um trabalho com estimativas e com cálculo mental e o abandono da exploração dos algoritmos das operações fundamentais” (1998, p. 97).

Segundo Gomes (2007, p. 13), “[...] a mera presença de atividades de cálculo mental, associadas ou não à calculadora, nas propostas curriculares e nos livros didáticos, não tem garantido sua realização de forma adequada” Esta situação acontece também em outros países, como na Espanha. Gómez (1994), em pesquisa realizada ainda na década de 1994, constatou que, apesar de todos os argumentos favoráveis ao cálculo mental, persistiam no meio educacional algumas reticências quanto ao seu uso pelos professores espanhóis. As razões estabelecidas por Gómez (1994), para a não consolidação do cálculo mental, independem, a nosso ver, de tempo e espaço, conforme destacamos a seguir.

**A – Relação com as crenças inapropriadas:** o cálculo mental torna-se um obstáculo à aprendizagem por estar ligado à memória; pode ser substituído pela calculadora.

**B – Falta de um resultado esperado pelos professores:** há o equívoco de que o insucesso escolar em cálculo mental resulta da falta de preparação de alunos e professores ou de ausência de propostas significativas.

**C – Consequências de planejamento oficial:** aspectos negativos levam professores a considerarem o cálculo mental como secundário ou desnecessário, tais como: pressão de programas, reduzido horário de aulas de Matemática, massificação escolar.

**D – Efeitos dos sentimentos negativos do professor, como a própria dificuldade e o medo do fracasso diante de seus alunos, como:** cálculo mental não é para mente infantil, ou é mais simples cálculo com lápis e papel, ou que, só qualificados, os de memória boa animam-se pelos números.

**E – Efeito contrário que causam algumas práticas do modelo educacional dominante:** ênfase em testes de “ver quem responde antes”, currículo que mede pelas provas, não deixar lugar para intervenções livres - são alguns dos entraves.

**F – Efeito contraproducente de supervalorizações equivocadas,** como: pânico do erro na supervalorização do sucesso, pressão do tempo na supervalorização da rapidez.

**G – Efeito contrário que provocam antigas teorias obsoletas:** por exemplo, associar o cálculo mental à inteligência.

**H – Efeito adverso do ambiente social:** a crença de que o uso de fazer cálculos mentais relaciona-se a profissões de pouco prestígio (empregados de lojas, garçons etc.).

**I – Falta de investigação atual:** constata-se pouco empenho de pesquisa no setor e inexistem boas formas de como avaliar.

*J – Falta de materiais atualizados:* verifica-se a presença de livros que podem se tornar obsoletos ou que dão pouca atenção ao desenvolvimento da habilidade de cálculo mental.

Apesar de distanciados no tempo, existe consenso entre os trabalhos de Parra (1996), Mendonça e Lellis (1989), Ananias (2010), Grando (2000), como a constatação de que o uso de jogos é um recurso importantíssimo para o trabalho com o cálculo mental.

[...] por um lado, permitem que comece a haver na aula um trabalho independente por parte dos alunos: estes aprendem a respeitar as regras, a exercer papéis diferenciados e controles recíprocos, a discutir, a chegar a acordos. Por outro lado, proporcionam ao professor maiores oportunidade de observação, a possibilidade de variar as propostas de acordo com os níveis de trabalho dos alunos e inclusive trabalhar mais intensamente com aqueles que mais necessitem. Estes jogos (com baralhos, dominó, dados, loterias, memória, etc. ) utilizados em função do cálculo mental, podem ser um estímulo para a memorização, para aumentar o domínio de determinado cálculos (PARRA, 1996, p.229).

Para Parra (1996), ao utilizar o jogo, é a intervenção do professor que conduz os alunos no estabelecimento de vínculos entre os diferentes aspectos explorados com este recurso lúdico.

Outro ponto em comum entre Parra (1996), Gómez (1994), Ananias (2010), Guimarães (2009), Gonçalves (2008) é a necessidade de mais pesquisas sobre o tema: “[...] o cálculo mental, em particular, tem sido pouco teorizado, e fica muito a pesquisar em relação a seu papel na construção dos conhecimentos matemáticos” (PARRA, 1996, p. 194).

Em função de nosso opção pela Teoria dos Campos Conceituais como suporte para as análises das informações coletadas nesta investigação, optamos por pesquisas que conjugassem tema (cálculo mental) e apoio teórico (Campos Conceituais). Destacamos aqui as de Gonçalves (2008) e de Guimarães (2009).

Gonçalves (2008) realizou um estudo com seis alunos da escola pública de Juiz de Fora, na faixa etária de 11 anos, que estavam cursando o 4º ano do Ensino Fundamental, na busca de identificar os invariantes operatórios mobilizados na resolução de problemas matemáticos. Tinha como foco o cálculo mental e sua principal fundamentação teórica foi a Teoria dos Campos Conceituais.

Para o pesquisador para cálculo mental: “[...] é aquele cálculo realizado sem nenhum aparato material como lápis, papel ou algum tipo de instrumento de cálculo” (GONÇALVES, 2008, p.31), porém ele considerou o uso dos dedos como apoio ao cálculo mental, considerando que isso não o descharacterizava, “[...] pois é um *artifício* alternativo que

acompanha as pessoas e que pode ser usado de acordo com a vontade de cada um” (GONÇALVES, 2008 , p.31).

Gonçalves (2008) apresentou aos sujeitos problemas que envolviam gastos em dinheiro com passagens, em deslocamentos em transporte coletivo urbano. As atividades descritas por Gonçalves (2008) compreenderam as seguintes situações-problema: “*Quanto tempo dura o turno de aula?*”; “*Qual o troco de 2 reais ao se pagar uma passagem de ônibus no valor de 1,30?*”; “*Qual o troco de 5 reais quando 1 pessoa vai e volta ao centro da cidade, dado que cada passagem é 1,30?*”; “*Quantos drops de 0,50 é possível comprar com 2,40?*”; *Qual a menor quantidade de moedas necessárias para ir e voltar ao centro da cidade?*”; *Qual é o gasto de 3 pessoas para ir e voltar ao centro da cidade considerando que o valor de uma passagem é 1,30?*”; *Quantos colegas podem descer (apenas descer) para o centro da cidade com 7,00 considerando o preço da passagem 1,30?*”; “*É possível duas pessoas irem e voltarem ao centro da cidade com 5 reais?*”; “*Quantas notas de 5 reais são necessárias para totalizar 150 reais?*” “*Quantas notas de 10 reais são necessárias para integralizar 200 reais?*”; “*Quantas notas de 100 reais integralizam o total de 2000 reais?*”; ”*Quanto de dinheiro foi obtido com as notas produzidas por cada um?*”

A investigação de Gonçalves (2008) foi realizada mediante duas ações: 1) uma atividade com todo o grupo, realizada na biblioteca da escola; 2) entrevistas posteriores, com duplas de alunos, também na biblioteca.

Após a análise, Gonçalves (2008) organizou em um quadro os invariantes operatórios identificados. Na seção 4, quando abordamos a Teoria dos Campos Conceituais, especialmente os invariantes operatórios, apresentamos um quadro com dados da pesquisa de Gonçalves, com os seguintes itens: “[...] situação problema; o esquema utilizado pelo sujeito; os teoremas-em-ação; os conceitos-em-ação subjacentes aos teoremas-em-ação”. Ao descrever os teoremas-em-ação, o pesquisador aborda as falas, gestos e ações, denominados por ele de fragmentos de referência, em consonância com a Teoria de Vergnaud..

Gonçalves (2008) assim se pronuncia a respeito das estratégias mobilizadas pelos sujeitos da sua investigação.

[...] que as estratégias de decomposição e composição exigem dos alunos um conhecimento completo do sistema decimal; em diversos momentos percebemos o uso das estratégias de forma integrada com variações criadas pelos próprios alunos; na grande maioria dos casos percebeu-se que as estratégias de cálculo tinham uma base no conhecimento escolar, como o sistema de numeração decimal e as propriedades das operações, mas a forma com o que os alunos procediam dificilmente é aquela como resolvem problemas na escola. A análise dos invariantes operatórios mostrou que

existem semelhanças e diferenças entre as estratégias utilizadas pelos alunos na escola e em situações fora da escola (GONÇALVES, 2008, p.8).

Apresenta também em um quadro a descrição da correlação entre os componentes nacionais (conceitos-em-ação) e os teoremas-em-ação dos esquemas utilizados na resolução dos problemas (GONÇALVES, 2008).

**Quadro 2 - Relação entre componente nocial e teorema-em-ação**

RELAÇÃO ENTRE COMPONENTE NOCIONAL E TEOREMA-EM-AÇÃO	
COMPONENTE NOCIONAL	TEOREMAS-EM-AÇÃO
Relação 1 para 10 (p. exemplo)	Bijeção
Estado inicial	Recorrência
Estado inicial de parcelas a adicionar Iteração aditiva a partir de um referente Parcelamento aditivo de quantidades diferentes	Composição aditiva de valores iguais Composição aditiva de valores diferentes
Valor limite	Composição aditiva por aproximação
Iteração aditiva por agrupamento	Composição aditiva com agrupamento
Equivalência entre números de ordem de grandezas diferentes	Correspondência entre partes (decimal ou inteira de números diferentes)
Valor limite	Correspondência
Equivalência de denominadores	Atribuição de resultado equivalente
Relação de um para um, relação parte/parte, relação parte/todo	Decomposição
Relação aditiva parte/todo	Recomposição
Correlação	Bijeção
Parcelamento subtrativo	Composição subtrativa

Fonte: GONÇALVES, 2008, p. 203

O pesquisador destacou dois pontos do seu trabalho que podem contribuir com o ensino de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental: o primeiro é a constatação do aumento das possibilidades de comparação dos usos dos invariantes na solução de diversos problemas e o segundo é a hipótese de que o professor da escola básica,

ao conhecer as estratégias de solução do problemas, poderá compreender os usos cotidianos que os alunos fazem da Matemática (GONÇALVES, 2008).

Quanto ao cálculo mental em específico, Gonçalves (2008) defende que este pode ser o ponto de partida mas também o ponto de chegada para o ensino de Matemática, ao apontar que “[...] um dos objetivos da educação Matemática significativa é promover a autonomia dos alunos” (GONÇALVES, 2008, 224).

A pesquisa de Guimarães (2009) subsidiou grande parte da presente investigação, pois seus resultados orientaram as análises “a priori” das atividades da sequência didática aplicada.

A pesquisadora teve como objetivo “[...] investigar a natureza do cálculo mental e suas contribuições para a aprendizagem dos conceitos aditivos e multiplicativos de alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em situações didáticas vivenciadas de forma dialógica” (GUIMARÃES, 2009, p. 226).

Segundo Guimarães (2009), os três principais motivos que a levaram a desenvolver a pesquisa foram: 1º) Mesmo quando os materiais didáticos trazem as atividades relacionadas ao cálculo mental, os professores acabam realizando-as via algoritmo escrito, sendo que fazia parte desse grupo de professores, estimulando as “regrinhas” para facilitar o cálculo, sem a compreensão dos alunos. 2º) Devido aos muitos anos de experiência docente com essa faixa etária, observou que os alunos, ao longo dos primeiros anos do Ensino Fundamental, vivenciam diversas situações relacionadas ao Sistema de Numeração Decimal e às operações aditivas e multiplicativas. No entanto eles continuam sem saber realizar a leitura de um número que atingisse a classe dos milhares ou mesmo realizar multiplicações por mil usando o algoritmo convencional. 3º) A constatação, via prática docente, de que alguns alunos não conseguiam resolver problemas envolvendo as operações aditivas e multiplicativas, mesmo após identificar a operação necessária para resolvê-los, simplesmente por não dominarem a técnica do algoritmo ensinado pela escola e não conseguirem criar uma estratégia alternativa.

A Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações subsidiaram teoricamente as pesquisas de Guimarães (2009) e, quanto à metodologia adotada, a escolha recaiu sobre a Engenharia Didática, o que nos aproximou sobremaneira, pois nossas opções teórica e metodológica convergem.

Para o desenvolvimento da sua investigação, Guimarães (2009) considerou cálculo mental como “[...] um conjunto de estratégias mobilizadas de cabeça ou de memória, que faz (ou não) uso dos dedos para obter resultados exatos ou aproximados, podendo ser utilizado, no mesmo sentido, a expressão cálculo oral” (GUIMARÃES, 2009, p. 25). E, baseando-se em

Lethielleux (2001)<sup>25</sup>, a autora ressaltou que “[...] não nos reportaremos aos procedimentos que ‘põe a operação dentro da cabeça’ como cálculo mental, pois esse recorre a um algoritmo preestabelecido e consiste em efetuar mentalmente um procedimento de cálculo escrito” (GUIMARÃES, 2009, p.25).

A investigadora expôs que o cálculo mental, diferentemente do cálculo escrito, possibilita que o aluno seja mais autônomo, ao ter liberdade na escolha do caminho a ser realizado sem um algoritmo pré-determinado; outro ponto é que o cálculo mental estimula o raciocínio, pois o aluno constantemente é desafiado, ao buscar um melhor procedimento de cálculo. Quanto à questão da escolha de um procedimento pelo aluno, este é determinado em função das habilidades e conhecimentos que ele possui, como também da possibilidade de memorização (GUIMARÃES, 2009).

Para a consecução da pesquisa, Guimarães (2009) apresentou uma sequência didática com três blocos: sistema de numeração (9 atividades), operações aditivas (16 atividades) e operações multiplicativas (17 atividades). Ressaltou a autora que num movimento, ao longo da engenharia didática, esta permite um ir-e-vir que tem “[...] intuito de verificar a estabilidade das estratégias empregadas. Isso porque, mesmo nas atividades multiplicativas que compõem o terceiro bloco, observaremos a presença de conhecimentos do Sistema de Numeração Decimal, suas propriedades e regularidades” (p.43).

Guimarães (2009) trabalhou sua proposta de pesquisa com a turma toda, que no início estava no 2º semestre do 4º ano. Todavia apenas três grupos (inicialmente com 12 alunos, terminando com 9 alunos) foram acompanhados para análise e discussão da proposta da sequência didática. Todos eram alunos de uma escola particular de Campo Grande/MS.

A pesquisadora descreveu que as atividades escolhidas buscaram evidenciar e ampliar o repertório numérico, o qual incluía a mobilização de propriedades aditivas e multiplicativas.

Guimarães (2009) apresentou a sequência didática com as atividades agrupadas de acordo com a semelhança e desafios; justificou a escolha de cada uma delas e suas possíveis resoluções, bem como os possíveis teoremas em ação mobilizados pelos alunos. A pesquisadora apresenta a análise e discussão de cada bloco após a descrição dos mesmos; ela dialoga com os autores da sua fundamentação teórica e ilustra com trechos das falas dos sujeitos envolvidos.

Quanto aos resultados de sua investigação, Guimarães (2009) registra:

---

<sup>25</sup> LETHIELLEUX, C. *Le calcul mental au cycle des apprfondissements*, Collection Pratique pédagogique, Armand Colin, Paris: Bordas, 2001.

1) As principais estratégias mobilizadas pelos alunos se concentram em cinco grupos (reproduzir mentalmente o algoritmo, realizar a sobrecontagem com o auxílio dos dedos, usar regras automatizadas, usar propriedades dos números e das operações e realizar cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados); 2) a verbalização permitiu a troca de informações e conhecimentos, revelando, muitas vezes, o modo particular de cada um ver e fazer a Matemática; 3) ouvindo, raciocinando e falando sobre cálculo mental os alunos incorporaram novas estratégias ao repertório numérico; 4) os teoremas mobilizados do grupo foram adicionados gradativamente ao repertório do grupo pesquisado, à medida que os mesmos eram introduzidos nas discussões (p.5).

Guimarães (2009) complementa que “[...] a dinâmica instaurada em sua pesquisa deveria ser incorporada à prática dos professores, pois favoreceu o conhecimento das concepções numéricas dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de um ensino mais efetivo” (p.231).

Para ela, além do conflito sociocognitivo<sup>26</sup> desencadeado, quando o aluno faz uma comparação entre a estratégia empregada por ele e a empregada por outros em situação de cálculo mental, o estado de desequilíbrio provocado pelo problema proposto permite a construção de novos esquemas. Tais esquemas ajudarão o aluno a enfrentar outros desafios e automatizar o cálculo. Contudo essa automatização é o resultado de um processo atingido após várias sessões de estudo, nas quais o aluno é desafiado a estimar valores, testar hipóteses, comparar diferentes procedimentos e descobrir estratégias variadas de cálculo (GUIMARÃES, 2009).

### 3.2 OS CONCEITOS EXPLORADOS

---

Esta subseção apresenta pesquisas que trazem os conceitos matemáticos explorados na sequência didática em relação aos blocos: o Sistema de Numeração Decimal e aditivo.

Kammi (1990), ao considerar o interesse das crianças de 4 a 6 anos quanto à contagem, defende que o professor deve conhecer a diferença entre contar de memória e contar com significado numérico. “Embora devam existir números falados e escritos no meio

---

<sup>26</sup> O conceito de conflito sociocognitivo combina o papel motor dos conflitos na aprendizagem, que Piaget desenvolvera, com o de um lugar central das interações sociais, que se encontra igualmente em Wallon e Vygotsky (ASTOLFI, MesmoDAROT, GINSBURGER-VOGEL e TOUSSAINT 1997, p.45).

ambiente para que a criança possa interessar-se por eles, compreendê-los só pode ser decorrência da estrutura mental que ela constrói a partir de seu interior” (p.41).

Nogueira, Bellini e Pavanello (2013) discorrem que as crianças, no seu cotidiano, têm contato com as palavras-número e que este conhecimento (cadeia verbal) é desenvolvido por etapas.

1. A *recitação*, isto é, quando as palavras-número são simplesmente repetidas e não diferenciadas no meio da sequência.
2. A “*lista indivisível*”, quando as palavras-número são diferenciadas, mas a contagem apenas pode começar do princípio da lista.
3. A *cadeia divisível*, quando a contagem pode começar em qualquer lugar da cadeia e também contar ao contrário.
4. A *cadeia enumerável*, quando as palavras-número da sequência adquirem um significado cardinal, o que permite a criança contar n elementos a mais, a partir de qualquer número (Nogueira, Bellini e Pavanello, 2013, p. 83).

Segundo Kammi (1990), não é possível “ensinar” número, “[...] o objetivo para ‘ensinar’ o número é o da construção que a criança faz da estrutura mental de número” (p.41).

Para Kammi e Declark (1986), a criança “constrói” o número por abstração reflexiva.

A distinção entre os 2 tipos de abstração pode parecer sem importância enquanto a criança está aprendendo números pequenos, vamos dizer, até 10. Quando ela chega a 999 e 1.000, contudo, fica claro que é impossível aprender todos os números inteiros a partir de conjunto de objetos ou fotografias. Números são aprendidos não por abstração empírica de conjuntos já feitos, mas por abstração reflexiva à medida que a criança constrói relações. É possível entender números tais como 1.000.002 mesmo sem tê-lo visto antes ou contado 1.000.002 objetos, dentro ou fora de um conjunto, porque essas relações são criadas pela mente (KAMII; DECLARK, 1996, p. 32).

Para Kammi (1990), Kammi e Declark (1986), o valor posicional é difícil de ser compreendido por crianças que estão nos primeiros anos do Ensino Fundamental, pois agrupar e lidar com grandes quantidades já é um problema, contudo coordenar as quantidades agrupadas e o sistema de numeração é um problema totalmente diferente.

Um sistema de numeração é um conjunto de símbolos e de regras utilizados para representar os números. O sistema de numeração que utilizamos é o Sistema de Numeração Decimal – SND, de origem indo-árabica, que possui dez símbolos (algarismos), a saber: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0 e as seguintes regras:

- 1) O sistema é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número dez é chamado de base do sistema;

- 2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral;
- 3) O sistema é multiplicativo, isto é, em um numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência de base. Por exemplo, 543, o algarismo 5 representa o número  $5 \times 10^2$ , que é múltiplo de  $10^2$ ; o algarismo 4 representa  $4 \times 10$ , que é múltiplo de 10 e o algarismo 3 representa  $3 \times 10^0$ , que é múltiplo de  $10^0$ .
- 4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior. Por exemplo,  $543 = 500 + 40 + 3$  ( Nogueira, Bellini e Pavanello, 2013, p. 84-85).

As representações numéricas utilizando o SND ainda podem valer-se de pontos e de vírgulas, dependendo do país, entretanto esses sinais não são considerados como símbolos do SND, conforme Brizuela (2006): “[...] os pontos e as vírgulas usadas nos números não são considerados uma parte do sistema numérico escrito. Entretanto, esses símbolos são essenciais à maneira de representarmos os números e ao entendimento dos números escritos por parte das crianças” (p.59).

A autora ressalta que os sinais de pontuação são arbitrários e que o uso do ponto ou da vírgula nos números não é consistente: por exemplo, no Brasil usa-se o ponto para representar o 1.000 e nos Estados Unidos emprega-se a vírgula (1,000).

Carvalho (2010), ao fazer uma retrospectiva histórica sobre o sistema de numeração, destaca como foi complexa sua construção pela humanidade, “[...] e, de uma forma ou de outra, as crianças acabam refazendo esse caminho quando estão apropriando das regularidades dessa grande invenção” (p.19).

As expectativas acerca da aprendizagem do SND, para crianças no final do 5º ano, de acordo com Pires (2013), podem ser resumidas da seguinte forma: “Compreender e utilizar as regras do Sistema de Numeração Decimal, para leitura e escrita, comparação, ordenação e arredondamento de números naturais de qualquer ordem de grandeza” (p.122).

Conforme Nogueira, Bellini e Pavanello, (2013), o processo de construção do Sistema de Numeração Decimal é complexo, apesar do forte apelo social desse conhecimento. Uma construção frágil do SND provoca dificuldades na aprendizagem da aritmética nos anos iniciais.

Kamii e Livingston (1995) advertem para o fato de se trabalhar com o algoritmo no primeiro ano, pois isso pode confundir a criança quanto ao valor posicional, com o seguinte pensamento: que cada coluna pode ser uma unidade . Um outro aspecto apontado pelas autoras foi que, ao levar a criança a depender do lápis e papel, esta acaba com uma única formalização, não contribuindo para o desenvolvimento da autonomia.

Quando não ensinamos algoritmos à criança e, em vez disso, a encorajamos a pensar e inventar procedimentos de cálculo, seu raciocínio segue um caminho diferente daquele dos algoritmos convencionais. Em adição, subtração e multiplicação, por exemplo, os algoritmos operam da direita para a esquerda, enquanto as crianças inicialmente vão sempre da esquerda para a direita. Na divisão, ao contrário, os algoritmos ditam procedimentos da esquerda para a direita, enquanto o aluno da 3<sup>a</sup> série segue sempre da direita para a esquerda [...] os exemplos acima mostram claramente que, quando a criança é obrigada a seguir algoritmos, ela tem que abrir mão de sua maneira própria de pensar numericamente. Já que não há como conciliar o “ir da direita para a esquerda” com o “ir da esquerda para a direita”, a criança acaba por se submeter ao professor e abandonar suas próprias idéias. Esta razão já é suficiente para justificar o mal causado pelo ensino dos algoritmos (KAMII e LIVINGSTON, 1995, p. 57).

Para Kamii (1992), “[...] autonomia significa ser governado por si mesmo” (p.75); insistentemente nas suas obras discorre sobre a autonomia.

Além do mais, quando circulo por uma sala de 1<sup>a</sup> série, em que as crianças estão trabalhando em suas páginas de exercícios de aritmética, e paro para perguntar a alguma delas como foi que conseguiu um determinado resultado, sua reação típica é a de pegar borracha e apagar como louca, mesmo quando sua resposta está perfeitamente correta! Já na primeira série as crianças aprendem a desconfiar de seu próprio pensamento. As crianças que são desencorajadas assim de pensar autonomamente construirão menos conhecimento do que aquelas que são mentalmente ativas e autoconfiantes (KAMII, 1990, p 115).

Essa discussão se faz necessária quando se fala em Matemática e educação de surdos. Quanto à primeira, este assunto parece ser difícil de ser compreendido, pois, ao considerar que os conteúdos como a questão do número, SND e as operações, esses aparecem no currículo aparentemente de forma hierárquica, cumulativa, que tem que ser vencida ano após ano de escolaridade; não há espaço para se pensar no trabalho como a questão da autonomia. Quanto à segunda, Nogueira e Nosella (2003) e Nogueira (2004) ressaltam a importância do contexto escolar para o surdo no desenvolvimento da autonomia, pois constataram que tanto a família como a comunidade não são ambientes que favoreçam a autonomia desse sujeito. Zanquette, Nogueira, Umbezeiro (2013) entrevistaram professores dos anos iniciais de surdos sobre a questão da autonomia e destacam que os professores “[...] possuem concepções equivocadas a respeito desse importante conceito, pois demonstraram que, mesmo de maneira inconsciente, sua ação pedagógica no ensino de Matemática tende a estabelecer comportamentos heterônomo de seus alunos” (209).

Quanto a esse aspecto, a presente investigação reveste-se de mais importância em função de o cálculo mental ser apontado como uma estratégia metodológica que favorece o desenvolvimento da autonomia, como descrito no início desta seção.

Lerner e Sadovsky (1996), ao estabelecerem as relações entre os procedimentos das crianças para a obtenção dos resultados das operações e o conhecimento quanto ao sistema de numeração, descrevem:

Trata-se de uma relação recíproca: por um lado, os procedimentos das crianças colocam em ação – além das propriedades das operações – o que elas sabem do sistema e, por outro lado, a explicação desses procedimentos permite avançar para uma maior compreensão da organização decimal. As regularidades que são possíveis detectar a partir do trabalho com as operações também fazem sua parte: contribuem para melhor o uso da notação escrita, ajudam a elaborar estratégias mais econômicas, nutrem as reflexões que se fazem na aula (LERNER, SADOVSKY, 1996).

As seguintes propriedades das operações de adição foram abordadas nas atividades da sequência didática da presente investigação:

- Comutativa: No conjunto dos números naturais, a adição é comutativa, pois a ordem das parcelas não altera a soma, ou seja, ao somar a primeira parcela com a segunda parcela, obtém-se o mesmo resultado da soma da segunda parcela com a primeira.
- Associativa: A adição no conjunto dos números naturais é associativa, porque na adição de três ou mais parcelas de números naturais quaisquer é possível associar as parcelas de quaisquer modos, ou seja, com três números naturais, somando o primeiro com o segundo e ao resultado obtido somar-se a um terceiro, obtém-se um resultado que é igual à soma do primeiro com a soma do segundo com o terceiro.

Além das propriedades da adição, a compensação (acréscimo e retirada de uma mesma quantidade) também esteve presente nas atividades.

### 3.3 APONTAMENTO DE REFLEXÕES E DIRECIONAMENTO DE AÇÕES

---

Do aprofundamento teórico sobre Cálculo Mental, algumas decisões para a presente investigação foram tomadas.

Como decisão, temos o estabelecimento da definição de cálculo mental para esta pesquisa, apresentada na Seção 1 e aqui retomada: “*um conjunto de estratégias mobilizadas de cabeça ou memória, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido que faz (ou não) uso dos dedos para obter resultados exatos ou aproximados*”.

Além das contribuições apontadas na Seção 1, nas pesquisas relatadas nesta seção em relação à importância de um trabalho sistematizado com o Cálculo Mental, outras surgiram, como: favorece a troca de ideias e o desenvolvimento da autonomia, proporcionando um avanço qualitativo do raciocínio; aumenta a coragem em enfrentar desafios e criar novos processos de cálculos (novo pelo menos para o aluno); aumenta a capacidade de concentração dos alunos nas aulas; concorre para a compreensão do conceito e dos diferentes significados do número; favorece o domínio de números de ordens muito altas; corrobora para a compreensão e o enriquecimento e a flexibilização dos procedimentos algorítmicos.

Os estudos realizados nesta seção contribuíram para o estabelecimento da atitude da pesquisadora durante as seções de intervenção, determinando que, mais que simplesmente fazer um questionamento e esperar as respostas, deveria incentivar cada sujeito a compartilhar com os demais como haviam pensado.

Desde as discussões iniciais no GIEPEM, ao analisar nossa própria prática docente e dos colegas em nosso entorno, refletimos constantemente sobre o porquê no contexto escolar não se observavam práticas com o cálculo mental; dos estudos realizados e compartilhados nesta seção, obtivemos algumas respostas. Entretanto em nossa pesquisa bibliográfica no Brasil e no exterior, outra constatação presente em praticamente todas as pesquisas analisadas, independente da distância no espaço e no tempo, é a de que essa temática tem sido pouco teorizada e outras investigações deveriam ser realizadas em relação a seu papel na construção dos conhecimentos matemáticos. Esta pesquisa intentou contribuir nessa direção.

A leitura e releitura da sequência didática da pesquisa de Guimarães (2009), no que diz respeito à análise “a priori” e “a posteriori”, foram de fundamental importância para a construção da análise “a priori” desta investigação.

Conhecer a forma como Gonçalves (2008), Guimarães (2009) e Peixoto (2013) apresentaram as informações coletadas como seus resultados subsidiou e definiu a formatação dos dados da análise desta pesquisa, com a opção de apresentar a descrição da fala dos sujeitos e dialogar com ela, não colocando em forma de tabela.

A subseção “os conceitos explorados” foi de muita importância; houve um aprofundamento teórico pessoal da pesquisadora, bem como favoreceu a análise “a priori” e análise dos dados e discussão dos resultados.

As pesquisas de Gonçalves (2008) e Guimarães (2009), que possuem o mesmo referencial teórico adotado na Teoria dos Campos Conceituais, enriqueceram os estudos realizados sobre esta teoria, abordada na próxima seção.

---

**SEÇÃO 4****A TEORIA DOS  
CAMPOS CONCEITUAIS**

Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão a Libras

Nesta seção, apresentamos o referencial teórico de nossa investigação: os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, os quais subsidiaram a elaboração e as análises das atividades da sequência didática.

#### 4.1 A TEORIA

---

Gérard Vergnaud é um psicólogo francês, reconhecido internacionalmente por ser um dos precursores da Didática da Matemática na França com a elaboração da proposta da Teoria dos Campos Conceituais. Apesar de ter feito seu doutorado como orientando de Piaget, recebeu influências de outros teóricos, como Vygotsky.

[...] Nem Vygotsky nem Piaget se interessaram suficientemente pelo que eu chamo de “epistemologia de conceito”, ou seja, pela relação existente entre um conceito e os problemas práticos e teóricos aos quais esses conceito dá uma resposta. O estudo dessa relação é um trabalho do qual se encarregaram os didatas. Em didática da Matemática, reflete-se muito sobre as condições que vão fazer com que determinado conceito seja apresentado como necessário (VERGNAUD, 1998, p.26).

A Teoria dos Campos Conceituais proporciona um quadro apropriado para o estudo do desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem de temas complexos, como a ciência e a tecnologia (VERGNAUD, 1996) e “[...] toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento” (VERGNAUD, 1994, p. 41), bem como considera o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação.

A Teoria dos Campos Conceituais foi elaborada inicialmente para explicar os processos da conceitualização das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espacô e da álgebra (VERGNAUD, 1993). Mas ela não é específica da Educação Matemática; pode-se verificar sua contribuição em outras áreas, tais como: Biologia, Física, Psicologia, entre outras.

Quanto à Educação Matemática, Vergnaud (1998) destacou dois pontos: a educação de cidadãos de diferentes classes sociais e Matemática. As questões sociais não modificam a natureza do conhecimento matemático em si, mas têm grande influência nas formas desse conhecimento chegar a cada sala de aula, pois cada professor tem sua visão sobre o ensino da Matemática e mesmo sobre a Matemática, e essas influências chegam aos alunos.

Quanto ao contexto escolar, Vergnaud (2009) confere “[...] à criança e à atividade infantil sobre a realidade papel decisivo no processo educativo” (p.15).

Os conhecimentos que essa criança adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, criança, é capaz de fazer sobre a

realidade, com as relações que é capaz de discernir, de compor e de transformar, com os conceitos que ela progressivamente constrói (VERGNAUD, 2009, p.15).

O papel do professor deve ser o de estimular e utilizar essas atividades da criança e, para isso, ele deve ter um conhecimento claro das noções a ensinar, pois só assim poderá compreender as dificuldades deparadas pela criança e as etapas pelas quais esta passa (VERGNAUD, 2009).

[...] mesmo quando se trabalha numa classe de crianças de oito anos, por exemplo, nessa mesma classe há crianças muito mais rápida e outras mais lentas e, se não há uma visão de longo prazo da conceitualização acontece que o professor não é capaz de propor a seus alunos a variedade de situação necessárias, nem de levar a ajuda necessária a cada um deles. Isso quer dizer que é necessário ter uma visão bastante ampla do processo de conceitualização (VERGNAUD, 1998, p. 25).

De modo particular, para a presente pesquisa foram realizados vários estudos: epistemológicos; históricos, didáticos; documentos curriculares; livros didáticos e pesquisas referentes ao cálculo mental e os conceitos explorados nos dois blocos desenvolvidos, o Sistema de Numeração Decimal e o campo aditivo.

Nos anos iniciais de escolarização, a noção de número é considerada a mais importante e Vergnaud (2009) explicita:

Longe de ser uma noção elementar, ela se apoia em outras noções, tais como a de aplicação, de correspondência biunívoca, de relação de equivalência, de relação de ordem. Na criança pequena, ele é indissociável da noção de medida. Enfim, é a possibilidade de fazer adições que dá à noção de número seu caráter específico em relação as noções sobre as quais ela se baseia (p. 125).

A representação escrita do número não pode ser confundida com o conceito de número. Por exemplo: o número seis pode ser escrito de diversas maneiras: 6 em escrita indo-arábica ; VI, em escrita romana, etc. Assim, pode-se ter o mesmo número com todas as suas propriedades (cardinal de conjuntos de seis elementos, número par, múltiplo de três, sucessor de 5, antecessor de 7, etc). Mas o número é um conceito do qual existem vários sistemas de escritas possíveis e, no nosso caso, a representação posicional de base dez é um desses sistemas (VERGNAUD, 2009).

Nos seus estudos, Vergnaud (2009) aponta dificuldades pelas crianças na aquisição do conceito de número, dificuldades que se situam “[...] essencialmente, no plano do conceito.

Porém, elas se combinam rapidamente com dificuldades próprias do sistema de numeração e com as operações que o acompanham” (p 167). E complementou:

Ao contrário, o sistema de numeração é um suporte da conceitualização, e seria, por exemplo, uma falta de bom senso falar dos grandes números ou dos números decimais sem o amparo de sua representação escrita. Mesmo durante os dois primeiros anos do ensino básico, quando ocorrem as primeiras aquisições das estruturas numéricas, a escrita do número é quase imediatamente associada ao próprio número, de tal forma que, com frequência, um é confundido com o outro (VERGNAUD, 2009, p. 167).

O mesmo autor adverte que é preciso distinguir com cuidado o número de sua representação escrita, no caso de se querer estudar com profundidade os diferentes obstáculos superados para a aquisição deste conceito pela criança.

Vergnaud (1996b, p.13), ainda tratando do contexto escolar, destacou que “[...] um dos problemas do ensino é desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória do conhecimento, isto é, o saber-fazer, e a forma predicativa do conhecimento, isto é, saber explicitar os objetos e suas propriedades” (p.13). Argumenta com isso a dificuldade que as pessoas têm em explicar suas ações, simplesmente fazem.

De acordo com o estabelecido nas seções anteriores, o cálculo mental apresenta-se como uma estratégia didático-pedagógica que pode favorecer o pensamento reflexivo.

Para efeito desse resumo teórico abordamos apenas os elementos da Teoria dos Campos Conceituais considerados neste trabalho: conceito, situações, esquema e invariantes operatórios.

A Teoria dos Campos Conceituais considera que há uma série de fatores que influenciam e, consequentemente, interferem na formação e no desenvolvimento dos *conceitos* e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problema.

Na Teoria do Campo Conceitual são estabelecidas três justificativas quanto à questão da obtenção de conhecimento: primeiramente, um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação; faz-se necessária no contexto escolar a diversidade de atividades de ensino que permita o aluno estar em contato com um conceito em diversas situações; temos também que uma situação não está relacionada a um só conceito, isso implica ter uma visão integradora do conhecimento e, por último, que a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo longo (VERGNAUD, 1990).

Magina *et al.* (2001) apontam que, em geral, os pesquisadores e professores apresentam dificuldades em entender que a compreensão de um conceito envolve mais de um conceito, por mais simples que seja (MAGINA *et al.*, 2001).

Vergnaud (1990) considera que a conceitualização é o núcleo do desenvolvimento cognitivo. Ele define conceito como uma tríade estabelecida pelas situações, invariantes e representações. Assim,  $C = (S, I, R)$ , sendo: o conjunto das *situações* ( $S$ ) que tornam o conceito útil e significativo por meio de situações, (o conjunto das situações é reconhecido como o referente do conceito, as situações podem ser entendidas como sendo os problemas que o sujeito deve resolver); o conjunto dos invariantes ( $I$ ) (objetos, propriedades e relações), que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações; os invariantes representam o *significado* do conceito e o conjunto das representações simbólicas ( $R$ ), linguística, gráfica ou gestual que possam ser usadas para representar situações e procedimentos; esse conjunto é identificado como o *significante* do conceito.

A título de exemplificação, uma criança tem brinquedos dentro de uma caixa para contar e chega à representação do 11 (numeração indo-árabe) ou XI (numeração romana). Conclui-se que a ideia dessa quantidade (significado) pode ser representada pelos signos 11 ou XI.

A linguagem tem função tripla: “[...] ajuda à designação, e portanto à identificação das invariantes: objetos, propriedades, relações, teoremas; ajuda ao raciocínio e à inferência; ajuda à antecipação dos efeitos e dos objetivos, à planificação e ao controle da ação” (VERGNAUD, 1996, p. 180). Assim, além da função da comunicação e representação, a linguagem auxilia o pensamento e a organização da ação.

A linguagem tem, antes de mais, uma função de comunicação, e a aprendizagem da Matemática é uma aprendizagem muito fortemente socializada. Mas esta função de comunicação não pode exercer-se utilmente a não ser que se apoie nessa outra função da linguagem que é a sua função da representação. Em relação apoia-se, por sua vez, na função de representação, mas aquilo que é então representado são, simultaneamente, os elementos da situação considerada, a ação, e as suas relações. A linguagem e os símbolos matemáticos desempenham, pois, um papel relevante na conceptualização e na ação. Sem os esquemas e as situações, permaneceriam vazios de sentido (VERGNAUD, 1996, p. 191).

Vergnaud (1996) considera que não são todas as circunstâncias que um sujeito faz acompanhar a sua ação por uma atividade da linguagem, “[...] mas antes, quando tem necessidade de planificar e de controlar uma sequência de ações insuficientemente dominada” (p.180), e exemplifica:

[...] uma atividade automatizada não é acompanhada de palavras, mesmo em voz baixa: as crianças que, aos 9 anos perceberam perfeitamente como se calcula um estado inicial conhecendo o estado final e a transformação, não

falam. Aqueles para os quais isso é ainda um problema são muito mais prolixos (p. 181).

Mas o mesmo autor destaca que, antes de calcular de forma automatizada, o sujeito provavelmente, em alguma etapa anterior, verbalizou, mesmo que em silêncio, o que deveria fazer e a atividade da linguagem o favoreceu para a realização da resolução do cálculo. Assim, ocorre que a atividade da linguagem favorece a organização temporal da ação, a descoberta das relações pertinentes e o seu controle (VERGNAUD, 1996).

Para este autor, a atividade da linguagem exprime ainda outros aspectos, como: os sentimentos do sujeito; a implicação desse na tarefa ou no juízo emitido; a sua avaliação da plausibilidade de uma hipótese ou de uma conclusão ou ainda a relação destes elementos entre si (VERGNAUD, 1996).

Para Vergnaud (1990), os conceitos somente são significativos por serem decorrentes de situações e, como já abordado, um único conceito não se refere somente a um tipo de *situação* e, reciprocamente, esta não pode ser analisada com um só conceito.

Vergnaud (1996) estabelece que situações na Teoria dos Campos Conceituais assumem o sentido que lhes é dado habitualmente pelos psicólogos: “[...] os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com as quais eles se confrontam” (p. 171).

O conceito de situação abrange duas ideias principais: a de variedade e a de história. A primeira implica a existência de várias situações dentro de um mesmo campo conceitual e a segunda relaciona-se aos conhecimentos elaborados mediante situações que são enfrentadas e dominadas pelo sujeito. Para Vergnaud (1990, 1996) esta combinação não foi facilmente reconhecida pelo professor ou investigador em didática.

[...] comprar bolos, fruta ou bombons, pôr a mesa, contar as pessoas, ou lugares postos à mesa, jogar ao berlinde<sup>27</sup> são, para uma criança de 6 anos, atividades favoráveis ao desenvolvimento das conceptualizações Matemáticas relativas ao número, à comparação, à adição e à subtração. No entanto, na maior parte destas atividades, a vida apenas oferece um pequeno número de casos entre os problemas possíveis (VERGNAUD, 1996, p.171).

Segundo Vergnaud (1996), essas situações cotidianas precisam de uma classificação sistemática, que muitas vezes não está presente somente nelas.

---

<sup>27</sup> Ou bola de gude.

Em princípio, contudo, qualquer situação pode ser remetida para uma combinação de relações de bases com dados conhecidos e desconhecidos, que correspondem a outras tantas questões possíveis. A classificação destas relações de base e das classes de problemas que se podem gerar a partir delas é um trabalho científico indispensável. Nenhuma ciência se constitui sem um trabalho de classificação sistemática. Esta classificação permite, por outro lado, abrir o campo dos possíveis e ultrapassar o quadro, demasiadamente limitado, das situações habituais da vida. (VERGNAUD, 1996, p.172).

Nas estruturas aditivas, podem ser identificadas seis relações de bases; “[...] a composição de duas medidas numa terceira; a transformação de uma medida inicial numa medida final; a relação de comparação entre duas medidas; a composição de duas transformações; a transformação de uma relação e a composição de duas relações” (Vergnaud, (1996, p. 172). Essas relações permitem resolver todos os problemas de adição e de subtração da aritmética básica. Segundo o pesquisador francês, essa classificação não resulta apenas de considerações matemáticas mas de considerações psicológicas e matemáticas. São considerações psicológicas porque a forma como cada sujeito age diante de cada situação depende dos *esquemas* que ele possui.

Uma flagrante complexidade didática deriva do fato que os alunos não se desenvolvem todos da mesma maneira. Há alunos que compreendem bem umas coisas e outras não, o que implica uma individualização da ajuda por parte do professor. Provavelmente, esse é hoje o desafio mais importante ao magistério em todos os países do mundo (VERGNAUD, 2003, p. 50)

Piaget foi quem introduziu o conceito de esquema, para dar conta das formas de organização, tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. E Vergnaud (1996c, p. 201) define esquema como “[...] a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações”, organização esta que é constituída mediante a interação do sujeito com seu entorno, físico ou social. Acontece então a relação sujeito-objeto para Piaget, e, para Vergnaud, sujeito-em-situação, ou seja, a conduta e a organização do sujeito em situação.

Vergnaud (1990, p. 136) estabelece duas classes de situações com as quais o sujeito pode se deparar:

- Classes de situações que o sujeito dispõe em seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação.

- Classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

Para este autor, o conceito de esquema interessa às duas classes de situações, contudo ressalta que não funcionam do mesmo modo. Na primeira, ocorre uma mesma classe de situações, condutas amplamente automatizadas, organizadas através de um esquema único e, na segunda, tem-se o desencadeamento sucessivo de vários esquemas, que podem entrar em competição, para conseguir atingir o objetivo desejado; esses devem ser acomodados descombinados e recombinados, sendo que esse processo é necessariamente acompanhado por descobertas (VERGNAUD, 1990, 1993a).

Para Vergnaud (1993a, p. 2), “[...] é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória”. E mais, as próprias competências matemáticas são sustentadas por esquemas organizadores do comportamento.

[...] os esquemas são objetos do mesmo tipo lógico que os algoritmos. Faltalhes eventualmente efetividade, ou seja, a capacidade de chegar a bom termo após um número finito de passos. Os esquemas são, em geral, eficazes, mas nem sempre efetivos. Quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência a leva, seja a mudar de esquema, seja a modificar o esquema. Podemos dizer, como Piaget, que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação (VERGNAUD, 1993a, p. 3).

A maior parte de nossos esquemas não são algoritmos, contudo os algoritmos são esquemas, pois os algoritmos matemáticos são a forma de organização da atividade (VERGNAUD, 1996).

Como ilustração, Vergnaud (1993a) destaca que o algoritmo da adição de números inteiros geralmente é apresentado com a seguinte regra:

- Começar pela coluna das unidades, primeira à direita;
- continuar pela coluna das dezenas, depois a das centenas, etc.;
- calcular a soma dos números em cada coluna. Se a soma dos números de uma coluna é inferior a dez, inscrever esta soma na linha do total (linha de baixo). Se for igual ou superior a dez, escrever apenas o algarismo das unidades desta soma e reservar o das dezenas, levando-o ao alto da coluna situada imediatamente à esquerda, para soma-los aos demais dessa coluna.
- e assim sucessivamente, caminhando da direita para a esquerda, até acabarem as colunas (VERGNAUD, 1993a, p .4).

Esta regra é difícil ou quase impossível de ser entendida e explicitada pelas crianças; mesmo que elas saibam resolver as operações propostas, sempre há muito de implícito nos esquemas. Sem a numeração de posição e a conceitualização a ela associada, o esquema-algoritmo não pode funcionar. “Percebe-se isto entre os alunos mal sucedidos, que não sabem conciliar informações recebidas em termos de dezenas, centenas, milhares. Um esquema apoia-se sempre em uma conceitualização implícita” (VERGNAUD, 1993a, p.4).

Como já abordado, define-se esquema como “[...] uma totalidade organizada, que permite gerar uma classe de condutas diferentes, em função das características particulares de cada uma das situações da classe à qual se dirige” (VERGNAUD, 1996, p.180). Isso só é possível, segundo o autor, porque o esquema comporta quatro elementos indispensáveis:

- *Invariante operatório* (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação) que dirigem o reconhecimento, pelo sujeito, dos elementos pertinentes da situação e a tomada da informação sobre a situação a tratar.
- *Antecipações e previsões* da meta a atingir, efeitos esperados e eventuais etapas intermediárias.
- *Regras de ação* do tipo “se...então...”, que permitem gerar a sequência das ações do sujeito e, ao mesmo tempo, resultam da operações inferenciais.
- *Inferências* (ou raciocínios) que permitem “calcular” as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatórios de que o sujeito dispõe.

Dos quatro elementos mencionados, somente os invariantes operatórios são indispensáveis na articulação entre uma situação que o sujeito enfrenta e o esquema que este possui para poder resolvê-la.

Vergnaud (1990) compara os conhecimentos explícitos com a ponta de um “iceberg” da conceitualização; sem a parte oculta dos *invariantes operatórios* esta nada seria. Os invariantes operatórios geralmente são implícitos, no entanto podem ser explicitados, mesmo que isso seja difícil.

Os invariantes operatórios ou conhecimentos em ação são de dois tipos: os teoremas em ação e os conceitos em ação. Vergnaud (2009a) define teorema em ação como “[...] uma proposição tida como verdadeira na ação em situação” (p.23) e conceito em ação como “[...] um conceito considerado pertinente na ação em situação” (p.23). São de naturezas distintas, isto é, o primeiro pode ser verdadeiro ou falso (tipo proposição) e o segundo não é passível de ser verdadeiro ou falso (tipo função proposicional); ele apenas é pertinente ou não para a situação.

Para ilustrar o que vem a ser o teorema em ação, Vergnaud (1996, 1993a) exemplificou que uma criança entre os cinco e sete anos descobre que não é necessário contar tudo para encontrar o cardinal de  $A \cup B$ , depois de ter contado A e B. Esse conhecimento pode ser expresso pelo seguinte teorema em ação:  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$  desde que  $A \cap B = \emptyset$  e conclui que a “[...] ausência de quantificador dá a entender que este teorema não é universalmente válido para as crianças. Tem alcance meramente local, como para pequenas coleções” (VERGNAUD, 1993a, p. 163).

Outro exemplo é que muitos alunos entre os oito e 10 anos compreendem que se uma quantidade de objetos a ser comprada for multiplicada por 2, por 3, por 5, por 10, por 100 ou por um número simples, o valor a ser pago será 2, 3, 4, 5, 10 ou 100 vezes superior (VERGNAUD, 1996, 1993a). Esse conhecimento pode ser expresso pelo seguinte teorema em ação:  $f(nx) = nf(x)$  para o  $n$  inteiro e simples.

Um terceiro exemplo é exposto por Guimarães (2009), na análise “a priori” da atividade que envolve a multiplicação por 10, 100 e 1000. Descreve o seguinte teorema em ação que os alunos podem mobilizar: “[...] quando multiplicamos por 10 basta acrescentar um zero à direita do último algarismo, por 100 acrescentamos dois zeros e por 1000 três zeros” (165). Isso foi confirmado por um dos seus sujeitos (A9) em conversa com a pesquisadora e o sujeito A8, no seguinte fragmento:

P: [...] trezentos e vinte e um vezes dez?  
 A8: Três mil duzentos e dez.  
 A9: Só colocar um zero no final.

Para exemplificar os conceitos em ação, consideram-se o conceito de cardinal e de coleção, os de estado inicial, de transformação e de relação quantificada que são indispensáveis para a conceitualização das estruturas aditivas, e não são proposições. (VERGNAUD, 1996, 1993a). Esses conceitos são poucas vezes explicitados pelos alunos, embora sejam construídos por eles na ação.

Gonçalves (2008) exemplifica alguns teoremas em ação mobilizados na seguinte situação problema: “Qual o troco de 5 reais quando 1 pessoa vai e volta ao centro da cidade, dado que cada passagem é 1,30?”, com os seus respectivos conceitos. Isso consistia de trabalho que envolvia o cálculo mental; segue um trecho.

Flane diz “vai sobrar 2 reais né?”. Eu digo “quer dizer, se vai dar 5 ...”. Flane completa “eu tiro 2 e vai sobrar 2”. (...) Flane continua “de 5 tira 2, já vai sobrar 2 mais alguns centavos” (...) Flane olha para os dedos, começa a contar pelo polegar da mão direita dizendo “70, 80, 90, 100”, até atingir o

anelar e tenta uma resposta logo em seguida dizendo “sobra 2 e ...”. Percebendo a dúvida, retorno e digo “você ganhou 5 reais, ida e volta ...” e Flane diz que “acho que vai sobrar 2 e 40” (GONÇALVES, 2008, p. 133).

O quadro abaixo sintetiza este exemplo.

**Quadro 3 - Exemplo da descrição da resposta de Flane**

SITUAÇÃO-PROBLEMA	ESQUEMA	TEOREMA-EM-AÇÃO	CONCEITO-EM-AÇÃO
Calcular o troco no pagamento de duas passagens de ônibus ida e volta a 1,30 cada, tendo 5 reais.	Calcular a soma dos valores de 2 passagens e calcular a diferença entre o gasto com 2 passagens e o valor de referência de 5 reais.	<p>Flane Ref.: “de 5 tira 2, já vai sobrar 2 mais alguns centavos” [...] começa pelo polegar da mão direita dizendo “70, 80, 90, 100” até atingir o anelar [...] dizendo “sobra 2 e ... [...]” acho que vai sobrar 2,40”;</p> <p>-decomposição do 5 (5 reais) em 3 partes distintas, <math>2 + 2 + 1</math>;</p> <p>-correspondência entre a parte inteira de 2,60 e uma das partes de 2 reais do total de 5 reais;</p> <p>-correspondência entre a parte decimal do valor de referência 0,60 e a dezena inteira 60;</p> <p>- bijeção entre dezenas e gesto indicativo com dedos;</p> <p>- composição aditiva de parcelas de 10 a partir do referente 60;</p> <p>-atribuição de resultado equivalente entre a quantidade de dedos (4) e a quantidade de dezenas (4) que formarão os 0,40 do troco;</p> <p>-recomposição aditiva da parte 2,00 com a parte decimal 0,40, totalizando 2,40.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- relação parte/todo;</li> <li>- equivalência entre quantidades de mesmo valor com referentes diferentes;</li> <li>- equivalência entre números de ordens de grandeza diferentes;</li> <li>- correlação entre 1 (dedo) e 10 (dezena);</li> <li>- estado inicial de parcelas a adicionar,</li> <li>- valor limite,</li> <li>- iteração aditiva <math>+10+10\dots</math>;</li> <li>- equivalência de denominadores de conjuntos de grandeza diferentes;</li> <li>- relação aditiva parte/todo a partir de valores mistos (decimal e inteiro).</li> </ul>

Fonte: Gonçalves (2008, p.133-134)

Os teoremas-em-ação e conceitos em ação, como já abordado, são de natureza distinta, no entanto se constroem em estreita interação, “A relação entre funções proposicionais e proposições é uma relação dialética: não há proposição sem funções proposicionais, nem função proposicional sem proposições” (VERGNAUD, 1993, p. 7).

Foram descritos dois tipos de invariantes lógicos: os invariantes do tipo proposição e o de função proposicional, porém temos um terceiro, que é do tipo argumento: “[...] quem fala em função proposicional e proposição fala em argumento (VERGNAUD, 1993, p. 7). Em Matemática, os argumentos podem ser números ( $8+2=10$ ); objetos materiais (o carrinho está dentro da caixa); personagens (Isadora é mais alta que Guilherme), relações (“maior que” é uma relação antissimétrica) e mesmo proposições (“5 é um divisor de 10” é a recíproca de “10 é um múltiplo de 5”).

#### 4.2 A SÍNTESE DESSA TEORIA PARA A PESQUISA

---

Com esta seção, buscamos apresentar os principais pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, com foco nos conceitos e princípios que serviram de alicerce para a presente pesquisa, dos quais destacamos alguns.

Como já abordado, trata-se de uma teoria cognitivista que permite compreender o desenvolvimento dos conceitos no decorrer da aprendizagem escolar (VERGNAUD, 1990).

As competências e conhecimentos são construídos pelos educandos pelas experiências ao compartilhar um grande número de situações; dentro e fora do contexto escolar. Esperava-se que, ao serem defrontados com uma nova situação (nesta investigação), os três sujeitos poderiam cada um a seu modo, adaptar seus conhecimentos a essa nova situação. Esse conhecimento tanto poderia estar explícito (poderiam expressá-lo) ou implícito (podendo estar em ação, não conseguindo expressá-lo), mas esperava-se que os questionamentos propostos na sequência didática poderiam levá-los a refletir sobre sua ação.

Ressaltamos a importância do papel do professor, neste caso o do pesquisador, que tem o compromisso de “incentivar” cada sujeito. Para tanto, precisa ter claro o que quer ensinar ou identificar, pois somente assim poderá compreender as dificuldades separadas pelos pré-adolescentes investigados e as etapas de desenvolvimento dos conceitos em questão pelos quais estes passam.

Além dos pontos acima citados, a Teoria dos Campos Conceituais subsidiou a construção da análise “*a priori*”, com a descrição dos possíveis teoremas-em-ação que poderiam ser mobilizados pelos sujeitos investigados, bem como as estratégias possíveis de serem adotadas.

Na experimentação: a natureza do conhecimento matemático em si não pode ser modificado pelas questões sociais, no entanto influencia como esse conhecimento chega à escola e a cada escola. Assim, mesmo utilizando atividades da sequência de Guimarães (2009) nesta investigação, não significa que foram alcançados os mesmos resultados, pois estes podem ser influenciados por fatores sociais, como o fato de as pesquisadoras serem diferentes, e que, mesmo que esta pesquisadora procurasse conduzir como Guimarães (2009) conduziu sua pesquisa, há a possibilidade de experiências diferentes e ações didáticas outras ao lidar com o ensino de Matemática e mesmo com a Matemática. E mais, entre outros fatores sociais, os sujeitos da presente investigação são surdos e usuários da Libras e, como explicitamos anteriormente, organizam seu mundo a partir de experiências visuais, além de possuírem a interação com o entorno prejudicada em função da dificuldade de comunicação, o que os tornam, praticamente, dependentes das atividades escolares, para, por exemplo, terem contato com números de ordens elevadas. Isso ficou evidente no decorrer da pesquisa, com a sequência didática necessitando ser alterada em função das especificidades dos sujeitos, o que nos fez abandonar uma questão de pesquisa inicialmente assumida, a de cotejar os resultados advindos desta investigação com os obtidos por Guimarães (2009).

Na próxima seção, buscamos apresentar o desenvolvimento da investigação segundo o suporte teórico metodológico adotado: a Engenharia Didática.

---

## SEÇÃO 5

### A PESQUISA



Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão a Libras

Esta seção objetivou apresentar o modo como a investigação foi configurada. Iniciamos com a retomada do problema de pesquisa apontando os objetivos traçados. Na continuidade e em consonância com o todo o aporte teórico, segue a apresentação da pesquisa no transcorrer das quatro fases da Engenharia Didática. Complementamos com a apresentação da descrição do campo da pesquisa, dos perfis dos sujeitos envolvidos, das atividades, da terminologia matemática em Libras tratada nessa investigação e dos recursos didáticos.

## 5.1 PROBLEMA DE PESQUISA E OBJETIVOS

Na busca de possíveis respostas ao nosso problema de pesquisa, a saber: Seria o cálculo mental uma prática pedagógica adequada aos alunos surdos? e de sua questão complementar: *Quais as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental?* foram estabelecidos os objetivos.

Objetivo geral:

- *Identificar as possibilidades didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental de forma dialógica em Libras com alunos surdos fluentes.*

Objetivos específicos:

- *Identificar os teoremas em ação mobilizados pelos alunos surdos durante a solução das atividades propostas.*
- *Identificar as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental.*
- *Discutir a aprendizagem e/ou consolidação dos conceitos presentes na sequência didática de atividades envolvendo o cálculo mental.*
- *Identificar e explorar pedagogicamente os sinais em Libras para a terminologia matemática presente na sequencia didática.*
- *Identificar as possibilidades didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental de forma dialógica com alunos surdos diagnosticados TDAH.*

---

## 5.2 ENGENHARIA DIDÁTICA

A pesquisa configura-se como uma abordagem qualitativa, tendo como princípio a Engenharia Didática. “Vista como metodologia de investigação, que se caracteriza antes de mais nada por um esquema experimental baseado em <<realizações didácticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (ARTIGUE, 1996, p. 196).

Engenharia Didática é um termo utilizado nas pesquisas da Didática da Matemática desde o início dos anos de 1980, com o objetivo de descrever uma forma do trabalho didático, que pode ser comparado ao trabalho de um engenheiro, o qual, para realizar um projeto com

precisão, “[...] se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico do seu domínio mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos mais complexos” (ARTIGUE, 1996, p.193).

Quando se reporta ao campo educativo, é preciso considerar o professor que tem como pressuposto sistematizar uma sequência de atividades que permita explorar determinado conteúdo em determinado contexto educativo; sendo que o contexto educativo, por sua vez, deve considerar a tríade professor, aluno e o saber. Essas relações são observadas numa engenharia didática e, no caso da presente pesquisa, a do saber matemático (cálculo mental), a do aluno surdo e a do pesquisador (professor).

Artigue (1996) descreve quatro fases integrantes do processo experimental da engenharia didática: análises preliminares; concepção e análise “*a priori*” das situações didáticas; experimentação; análise “*a posteriori*” e validação. Cada uma dessas fases pode ser retomada e aprofundada ao longo do trabalho de pesquisa, em função de necessidades emergentes. Por exemplo, a fase das “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las; este deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa.

A *análise preliminar*, que fundamentou a construção da engenharia didática, constituiu-se, no quadro teórico, em conhecimentos didáticos já adquiridos anteriormente e também em estudos, contemplando o estabelecido por Artigue (1996, p.198), a saber:

- a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
- a análise do ensino habitual e seus efeitos;
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam sua evolução;
- a análise do campo de constrangimentos no qual virá a situar-se a realização didática efetiva;
- e, naturalmente, ter em conta os objetivos específicos da investigação.

Conforme exposto, esta fase esteve em constante construção e permeou todo o trabalho, desde os estudos acerca das especificidades da pesquisa, a saber, o sujeito surdo, a Libras. Destacamos a seguintes referências: Harrison (2013); Góes e Campos (2013); Goldfeld (1997); FENEIS (2011); Reily (2013); Quadros (1997), Brasil (2005); Albre (2013) Frizzarini (2014); Frizzarini e Nogueira (2014), Zanquette, Nogueria e Umbezeiro (2013) e Sofiato e Reily (2013). Quanto a terminologia matemática em Libras, ressaltasse fontes, como: Capovilla e Raphael (2009); Dada (2009, 2012); Acessobrasil, (2006); Coleção

Pitanguá (2009), Albre e Neves (2008). Pesquisas sobre a Matemática e a surdez encontramos em Kritzer (2009); Nunes, Evans, Barros e Burman (2011); Silva (2010); Vargas (2011) e Peixoto (2013). Para complementar a especificidade desse trabalho, abordamos também teoricamente o TDAH, pautada nos seguintes autores: Barkley (2008); Leite (2010); Rohde e Benczik (1999), Almeida e Carvalho (2011); Dupaul e Stoner (2003); Mattos (2005); Asbhar e Meira (2014); Eidt e Tuleski (2010) e Bonadio e Mori (2013).

Como o foco desta investigação está no cálculo mental, foram analisados vários referenciais teóricos: Gómez (1994); Guimarães (2009); Gonçalves (2008); Parra (1996); Douady (1994); Mendonça e Lellis (1989). Foi dado destaque ao trabalho de Guimarães (2009) por ter sido adotado como referência na construção da presente pesquisa. Complementando esse esboço teórico, abordamos pesquisas que tratam dos conceitos envolvidos na sequência didática, isto é, a natureza do número, o SND, as operações elementares e suas propriedades. Essas pesquisas trazem as discussões com sujeitos ouvintes, como Kamii (1990, 1992, 2002); Kamii e Declark (1986); Kamii e Livingston (1995); Lerner e Sadovsky (1996); Brizuela (2006); Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009); Carvalho (2010); Barreto (2011); Pires (2013); Nogueira, Bellini e Pavanello (2013). Em seguida, apresentamos o levantamento teórico sobre os Campos Conceituais.

Ressaltamos que esta foi a ordem que adotamos para apresentar o que foi estudado, a partir da redação final desta tese, uma vez que os conhecimentos sobre surdez, Libras, Teoria dos Campos Conceituais e Engenharia Didática antecedem até mesmo o delineamento do problema de pesquisa.

Não se pode deixar de registrar que, nesta mesma fase, para se conhecer os sujeitos, foi realizado um levantamento de dados (APÊNDICE A) sobre os alunos e a escola - dados esses fornecidos pela equipe pedagógica, pelos professores do ano anterior e o da disciplina de Matemática no ano de 2012, pelas pastas individuais do arquivo da escola, que continham parte da história de cada aluno e o PPP (Projeto Político-Pedagógico da escola).

A segunda fase, a *concepção e análise “a priori”*, ocorre quando “[...] o investigador toma a decisão de agir sobre determinado número de varáveis do sistema não fixadas pelos constrangimentos: *variáveis de comando*, que ele supõe serem variáveis pertinentes para o problema estudado” (ARTIGUE, 1996, p. 220).

Essas variáveis podem ser de ordem geral ou dependentes do conteúdo didático estudado. No presente caso, o conteúdo matemático (cálculo mental e os conceitos envolvidos) foi abordado segundo três dimensões: a dimensão epistemológica associada às características do saber em jogo; a dimensão cognitiva associada às características cognitivas

dos sujeitos ao qual se dirige o ensino e a dimensão didática associada às características do sistema de ensino no qual os sujeitos estão inseridos (ARTIGUE, 1996).

O objetivo da análise *a priori* é, pois, determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos. Para isso, funda-se em hipóteses; será a validação dessas hipóteses que estará, em princípio, indiretamente em jogo no confronto, operando na quarta fase, entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* (ARTIGUE, 1996, p. 205).

Na fase “*a priori*”, há uma parte descritiva e outra de previsão; nela, a análise tem como foco características de uma situação a-didática que se pretende criar e desenvolver durante a experimentação. Segundo Artigue (1996) faz-se necessário:

- Descrever cada escolha efetuada e as características da situação a-didática decorrentes de cada escolha;
- analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação;
- prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise “*a priori*” permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, se tais comportamentos esperados ocorreram; isso se deve à consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.

Conforme já antecipamos, nesta fase de análise “*a priori*”, o presente trabalho seguiu a proposta elaborada por Guimarães (2009). A opção por esse material foi por tratar de conceitos que estariamos explorando na intervenção, além de estar bem fundamentado e ter sido uma experiência com alunos ouvintes do Ensino Fundamental que adotou o mesmo quadro teórico e metodológico pelos quais havíamos optado assim que emergiram os primeiros esboços do problema de pesquisa. Guimarães (2009), no seu trabalho, contemplou três blocos: Sistema de Numeração Decimal, aditivo e multiplicativo e, conforme explicitamos anteriormente, adaptações foram realizadas; a primeira delas foi a adoção de apenas os dois primeiros blocos de atividades. Para a adaptação das atividades para a Libras e as especificidades dos sujeitos, a primeira tarefa foi fazer um levantamento dos termos matemáticos envolvidos na sequência didática que estão sistematizados em Libras, busca realizada em fontes, como: Capovilla e Raphael (2009); Dada (2009, 2012); Acessobrasil (2006); Coleção Pitanguá (2009), Albres e Neves (2008) e em discussões permanentes com profissionais da área da Matemática e surdez da Educação Básica e universitária, sendo esses surdos e ouvintes participantes do *Grupo de Estudos e Pesquisas em Surdez e Ensino de*

*Matemática* (GEPSEM) e do Projeto de Extensão de Apoio e Difusão à Libras/UEM, no decorrer dos anos de 2012, 2013 e 2014.

A escolha de realizar a pesquisa com alunos do 6º ano foi por considerar que o tema SND e operações com números naturais já haviam sido abordados em anos anteriores e que eles também estavam presentes na proposta curricular do 6º ano.

Assim, não estaríamos fugindo do “programa” estabelecido para os sujeitos colaboradores, ao mesmo tempo em que não estaríamos trabalhando com conteúdos matemáticos desconhecidos para os alunos, podendo focalizar nossa atenção para a questão do Cálculo Mental. As justificativas para esta escolha, deixaram, em grande parte, de serem foram corroboradas pelo desenvolvimento da investigação. Primeiro, porque esta demandou muito mais tempo do que o inicialmente previsto, com os alunos estando já no 8º ano, quando do encerramento da aplicação das atividades e, segundo, porque os sujeitos não tinham conhecimento suficiente nem do SND e nem das propriedades da adição.

Assim, a sequência didática inicialmente considerada teve novos direcionamentos, que surgiram da descrição de cada atividade, da análise do que poderia estar em jogo nesta situação e os possíveis comportamentos dos alunos diante da situação. A sequência didática não permeou somente momentos de cálculo mental; foram necessárias atividades que complementassem as discussões sobre o Sistema de Numeração Decimal, por exemplo.

Como terceira fase, acontece a *experimentação*. É quando se coloca em funcionamento a sequência didática construída. As informações obtidas na experimentação resultam normalmente do registro das observações durante a realização da sequência didática; da produção dos alunos na sala de aula ou fora dela, e às vezes são completadas por dados obtidos pela utilização de metodologias externas como questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino.

No caso da presente investigação, a implementação ocorreu por meio de sessões de estudo de no máximo 15 minutos, utilizando as estratégias e técnicas de cálculo mental; ocorreram alguns encontros em que não se tratou somente do cálculo mental, estendendo-se por um período de meia-hora.

No espaço de escolarização, apresentamos a proposta de pesquisa, no final do ano de 2011, para a escola especial de surdos de uma cidade do interior do estado do Paraná, que adota como proposta educacional uma abordagem bilíngue, para ser desenvolvida com a turma que iniciaria o 6º ano em 2012. Informaram que seria uma turma com quatro alunos.

Entre a apresentação da pesquisa para a escola e a apreciação do projeto pelo COPEP (Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos) e a autorização dos

pais, somente foi dado início à pesquisa no início do segundo semestre de 2012 e com a sequência didática no mês de outubro. Esta demora entre o início da investigação e a aplicação da sequência didática ocorreu porque inicialmente tínhamos como objetivo analisar tanto as possibilidades pedagógicas quanto o avanço cognitivo dos sujeitos surdos, proporcionado por um trabalho sistematizado com o cálculo mental, razão pela qual foram aplicadas provas piagetinas durante os três primeiros meses do segundo semestre de 2012, pertinentes à faixa etária dos sujeitos, seguindo o Método Clínico Piagetiano. Porém, conforme nossos estudos se aprofundavam e mais discutíamos com outros pesquisadores, esta parte de nossa investigação, em função de sua complexidade, foi desconsiderada e focalizamos nossa atenção nas possibilidades pedagógicas deste trabalho.

Ao iniciar a pesquisa de campo, havia apenas três alunos, pois um havia mudado de cidade. A intervenção foi realizada no período de escolaridade, normalmente nas primeiras aulas do dia letivo, em comum acordo com o professor da disciplina. Consistiu de uma a duas sessões semanais durante o final do segundo semestre do primeiro ano de pesquisa (2012) e de uma, duas ou três sessões semanais até o final do mês de abril de 2013, com atividades coletivas. No decorrer da investigação, uma das alunas transferiu-se para um contexto inclusivo. Após reflexões sobre a pertinência ou não de se manter a aluna como sujeito de investigação, uma vez que não poderíamos contar com sua participação nas atividades coletivas, optou-se por sua permanência e, do momento da sua saída até o seu retorno, após os novos trâmites burocráticos, transcorreram três meses. Esse fato alterou a dinâmica da pesquisa de campo.

Na escola especial, continuamos com as sessões que se estenderam até do início o mês de março de 2014.

Para a aluna que tinha sido transferida para a escola inclusiva, as sessões foram realizadas no espaço do atendimento do CAES, isto é, no contraturno escolar, e constituíram-se de diálogo entre pesquisadora e aluna. As sessões foram no máximo de 15 minutos, de uma a duas vezes semanais, entre os meses de julho a dezembro de 2013 e mais quatro seções no ano de 2014.

A Libras foi a língua utilizada para a comunicação entre os sujeitos da pesquisa; para uma aluna, a comunicação oral se fez necessária em alguns momentos. Os encontros foram filmados com duas câmeras, localizadas em diferentes pontos da sala, para possibilitar a transcrição e o esclarecimento de qualquer dúvida durante a análise. Neste texto, foram transcritos apenas os excertos considerados significativos para a análise e discussão.

Conforme já antecipado, havia como proposta inicial contemplar os três blocos, mas no decorrer da presente pesquisa, que compreendeu outubro de 2012 a março de 2014, apenas os blocos do Sistema de Numeração e aditivo foram considerados.

Para a coleta de dados, seguimos os procedimentos descritos por Guimarães (2009). A pesquisadora compartilhava com o grupo a questão e um aluno por vez era interrogado sobre o procedimento de cálculo utilizado; os demais acompanhavam e eram interrogados em caso de contestação ou solicitação, para que explicassem o procedimento adotado. Com isso, buscamos criar, como pesquisa de referência, “[...] em cada sessão um espaço de debate ao redor das estratégias, desencadeando conflitos tanto cognitivo como sócio cognitivo” (p.23). A atenção de todos foi cobrada no decorrer da sessão, com a intenção de que durante diálogos “[...] entre os alunos as regularidades dos números e as propriedades das operações sejam percebidas” (p.23). Quanto ao registro, foi combinado que somente a pesquisadora iria registrar no quadro, quando se fizesse necessário, mas algumas vezes, no transcorrer das sessões, foi necessário que os alunos utilizassem algum registro escrito.

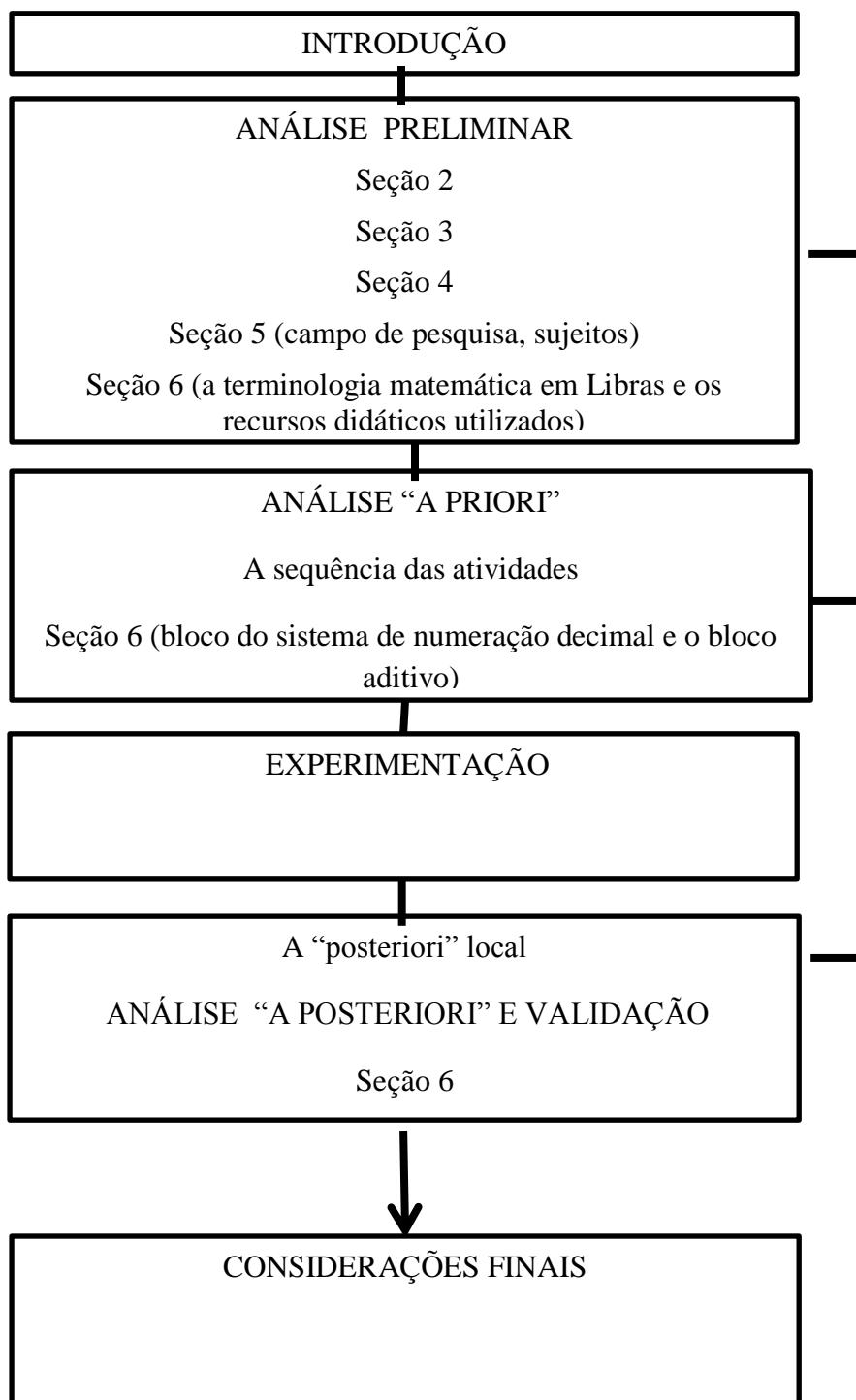
Como aponta Guimarães (2009), ao conduzir dessa forma, por um lado, além de exigir dos alunos uma certa disciplina quanto ao respeito da ordem estabelecida, não é permitido escrever durante o cálculo, “[...] pois impede o desenvolvimento de procedimentos mentais. Por outro, permite ao professor uma leitura rápida de todos os registros realizados pela turma” (p.23).

E, como última fase, ocorreram a *análise “a posteriori”* e a *validação*. Após cada sessão, realizamos uma análise “a posteriori” local, confrontando os dados com as análises “*a priori*” feitas inicialmente, a fim de fazer ajustes, caso necessário.

A validação constituiu uma das singularidades dessa metodologia: pode ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Assim, a cada sessão eram confrontados os resultados da atividade com o que tinha sido proposto na análise “*a priori*”, considerando os fundamentos teóricos, as hipóteses e a problemática da pesquisa. Muitas vezes, foram necessários novos encaminhamentos, o que é chamado de “processo de complementação”. Isso validou o que constituiu a sequência didática adotada, permitindo as considerações finais.

O diagrama retrata em síntese todos os passos desta tese.



**Quadro 4 -** Síntese da metodologia da pesquisa

Fonte: Arquivo da autora

## 5.3 CAMPO DE PESQUISA

---

Como abordado, no decorrer da pesquisa dois foram os espaços de campo de pesquisa. Segue uma descrição.

### 5.3.1 A escola especial

A escola especial está localizada no interior de um município ao Norte do Estado do Paraná. Criada em 1981, por uma organização não governamental de caráter filantrópico, sem fins lucrativos, é mantida com verbas federal, estadual e municipal. Na época de sua criação, o único objetivo da instituição estava em oferecer a reabilitação da audição e da fala aos seus alunos; no início da década de 1990, iniciou-se a preocupação com a escolaridade, mas de maneira informal. Somente em 1995 se regularizou a vida acadêmica dos alunos, com o apoio do Departamento de Educação Especial do estado do Paraná; criou-se a escola de Ensino Fundamental. No ano seguinte, iniciaram os estudos sobre o bilinguismo, sendo esta abordagem adotada desde então, isto é, utilização da Libras como primeira língua e a Língua Portuguesa como segunda língua.

Nossa escola tem no Bilinguismo – Bi culturalismo o suporte para sua proposta de educação e comunicação para sujeitos surdos. A proposta Bilíngue que utilizamos como referencial teórico de nosso trabalho se fundamenta entre outros, nos seguintes autores: Skliar (1996,1997,1998), Góes (1996), Quadros (1997) e Lacerda (2000). Estes autores caracterizam o Bilinguismo para a educação de sujeitos surdos como modelo que apresenta a Língua de Sinais e a Língua Materna (ou pátria) no mesmo contexto escolar, constituindo duas culturas, as quais têm seus representantes exercendo “papéis pedagógicos diferentes” (Skliar, (1997)). Tais autores também não deixam de citar a declaração da UNESCO (1951 e 1954) sobre o Bilinguismo na educação que afirma “direito que a criança tem em receber a educação na sua língua” (PROPOSTA POLITICO PEDAGÓGICA, 2012).

Em 2000, a escola começou oferecer o ensino médio. Assim, a escola passa a atender a Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio, e programas específicos no contraturno, de duas a três vezes semanais, como: laboratório de português como segunda língua; teatro; laboratório de redação; inclusão digital: informática; prática esportiva; dança; laboratório de Matemática e investigação científica.

A matriz curricular é composta pela Base Nacional Comum e pela parte diversificada, sendo incluída a disciplina de Libras; para o ensino médio, é ofertado o LAFI (Laboratório para Formação de Instrutores Surdos e/ou Intérprete da Língua de Sinais).

Segundo a Proposta Político-Pedagógica, os conteúdos propostos para cada etapa de escolaridade foram selecionados com base no currículo da educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental da prefeitura municipal de Maringá, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, e pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná, para os anos finais do Ensino Fundamental e ensino médio. Para aprovação, o aluno tem que obter uma média final 6,0, após os quatro bimestres.

No início de 2012, havia 64 alunos matriculados. Atualmente, há 19 alunos na educação infantil e nos primeiros anos do fundamental (mantida pela prefeitura desde 2012, constituindo uma outra escola) e 24 alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e médio.

A escola está inserida dentro de uma universidade e o seu bloco conta com o seguinte espaço físico: 10 salas de aula; uma secretaria, uma sala da equipe pedagógica; uma biblioteca; uma ludoteca; banheiros para professores e para alunos; uma sala de ritmo; uma sala de audiometria; uma sala para o atendimento psicológico; um laboratório de ciências; almoxarifado; cozinha; refeitório; um espaço aberto e uma quadra esportiva.

### **5.3.2 O CAES (Centro de Atendimento Especializado na Área da Surdez)**

Quanto à escola do ensino comum, esta é tida como referência em relação ao atendimento ao aluno surdo no contexto inclusivo desde a década de 90 e, desde 2012, esses alunos frequentam um período no ensino regular e no contraturno são atendidos no CAES.

No estado do Paraná, o atendimentos do AEE (Atendimento educacional especializado) dos alunos surdos é oferecido pelo Centro de Atendimento Especializado na Área da Surdez – CAES, amparado pela Instrução nº 002/2008- SUED/SEED<sup>28</sup>, e tem como principal finalidade a garantia, no contraturno, do ensino da Libras e da Língua Portuguesa, como segunda língua para alunos surdos, obrigatoriamente desde a educação infantil (PARANÁ, 2008).

---

<sup>28</sup> SUED – Superintendência da Educação; SEED – Secretaria de Estado da Educação

No ano de 2012, no CAES foram atendidos três alunos; no ano de 2013, cinco alunos, e no ano de 2014, sete alunos.

O CAES destina-se ao atendimento de pessoas surdas que, em função da perda auditiva - 41 decibéis (dB) ou mais – “[...] comunicam-se e interagem com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura, principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais – Libras” (PARANÁ, 2008, p. 1).

Os CAES podem ser municipais, estaduais ou particulares, sendo determinados pela dependência administrativa e pelo vínculo dos professores bilíngues que neles atuam.

No espaço do CAES, os alunos surdos são atendidos por meio de cronograma (não se deve ultrapassar de duas horas diárias) e contam com o trabalho de dois professores especializados: um professor surdo e um professor ouvinte, que tenha preferencialmente a formação em Letras.

O professor surdo tem a função de trabalhar com a língua de sinais. Pode agrupar os alunos de forma que aconteça o encontro entre as crianças e jovens surdos. Também é responsável pela difusão e ensino da Libras na escola e na comunidade.

Entre as funções atribuídas ao professor ouvinte, há o trabalho com as práticas de letramento, de modo a complementar seu processo de escolarização. Se for necessário, ele deverá realizar “atendimento ao aluno *‘in loco’*, na sala de aula regular, oferecendo orientações ao professor regente sobre formas de comunicação apropriadas, sugestões de adequações curriculares e estratégias metodológicas visuais, no processo de ensino e aprendizagem” (PARANÁ, 2008, p.3).

Outro aspecto, apesar de o espaço do CAES não ter como objetivo o do “reforço escolar”, segundo relato dos professores, os alunos procuram este espaço quando precisam para tarefas, trabalhos e estudar para avaliação e mesmo os professores do ensino comum entram em contato para pedir que os professores do CAES retomem alguns conteúdos escolares.

No primeiro semestre de 2014, a Resolução nº 2308/14 determinou a mudança de denominação deste espaço para “Sala de Recurso Multifuncional Surdez, área da surdez, Ensino Fundamental (anos iniciais e/ou final) e Ensino Médio”.

### 5.3 PERFIL DOS ALUNOS PARTICIPANTES

---

Cada participante desta investigação carrega sua própria história, impossível de ser considerada no todo. Entretanto alguns elementos são necessários para a compreensão das atividades e desempenho no desenvolvimento da pesquisa.

#### 5.3.1 Luísa

**Quadro 5** - Dados da Luísa

Grau e perda auditiva:	Surdez sensório-neural profunda –D/E
Uso de prótese auditiva	Sim
Comunicação:	Oralidade e Libras
Frequenta essa escola desde:	24/11/2003 (saiu durante 1 ano quando estava na 1ª série – inclusão)
Saiu dessa escola:	2º bimestre de 2013
Idade inicial da pesquisa:	11 anos 6 meses
Idade final da pesquisa:	13 anos
Pais:	Surdos

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola especial

**Quadro 6** - Notas (média) da Luísa na disciplina de Matemática

	Média dos anos iniciais	Média no 6º ano	Média no 7º ano	Média no 8º ano (1º trimestre)
Matemática	7,5	8,5	8,0	10,0

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola especial e escola comum

No ano de 2012 e 2013 participava em dois dias no contraturno (Português como L2; Teatro; Escrita e Leitura; atualidades e Laboratório de Matemática). No relato da professora regente da turma da 4ª série/5º ano, e que foi confirmado pela professora do 6º ano de Matemática, sempre havia necessidades de se proporcionar atividades extras para esta aluna, pois ela terminava rapidamente as atividades dadas para toda a turma; a professora da 4ª série/5º ano informou também que, quanto à escrita da Língua Portuguesa, a aluna tinha autonomia nas suas produções. Foi esta aluna que, no segundo bimestre de 2013, mudou de escola, transferindo-se para uma escola do ensino comum da rede pública estadual.

Esta aluna participou das seguintes atividades em grupo: sequência didática de atividades 1, 2, 3, 4, 5, 6 e as atividades complementares 1, 2 e 3. Após mudar de contexto escolar, bem como o contato da presente pesquisadora com a escola (parte burocrática), ela retornou para a pesquisa com sessões individuais de uma a duas vezes semanais a partir do mês de julho de 2013.

Esta aluna faltava muito nos atendimentos do CAES, porém durante o decorrer do segundo semestre de 2013 melhorou muita sua assiduidade; segundo o relato da professora do CAES, foram necessárias reuniões com pais e com a aluna, com a equipe pedagógica e professores do CAES para uma conscientização da importância do espaço.

### 5.3.2 João

**Quadro 7 - Dados do João**

Grau e perda auditiva:	Surdez sensório-neural profunda – D/E
Comunicação:	Somente Libras (não mantinha um diálogo prolongado, segundo dados da escola).
Frequenta essa escola desde:	16/12/2003
Idade inicial da pesquisa:	10 anos e 9 meses
Idade final da pesquisa:	12 anos e 3 meses
Pais:	Ouvintes

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola Especial

**Quadro 8 - Notas (média) na disciplina de Matemática**

	Média dos anos iniciais	Média no 6º ano	Média no 7º ano	Média no 8º ano (1º bimestre)
Matemática	7,2	7,5	7,5	8,2

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola especial

Foi diagnosticado TDAH, predominante com transtorno de déficit de atenção (faz uso de medicamento).

Nos anos de 2012 e 2013, participava em dois dias no contraturno (Português como L2; Teatro; Escrita e Leitura; atualidades e Laboratório de Matemática). No relato da professora regente da turma da 4ª série/5º ano e que foi confirmado pela professora do 6º ano de Matemática, este aluno precisava constantemente de auxílio na realização das atividades

que envolvessem a produção de leitura e escrita da Língua Portuguesa, enquanto conseguia realizar, sem maiores auxílios, as atividades de Matemática.

### 5.3.3 Maria

**Quadro 9 - Dados da Maria**

Grau e perda auditiva:	Surdez sensório-neural moderada- D/E
Comunicação:	Oralidade e Libras (prevalece a oralidade)
Uso de prótese auditiva	Sim
Frequenta essa escola desde:	21/02/2008
Idade inicial da pesquisa:	10 anos e 9 meses
Idade final da pesquisa:	12 anos e 3 meses
Pais:	Ouvintes

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola Especial

**Quadro 10 - Notas (média) na disciplina de Matemática**

	Média dos anos iniciais	Média no 6º ano	Média no 7º ano	Média no 8º ano (1º bimestre)
Matemática	6,8	6,4	7,4	6,5

Fonte: Dados fornecidos pela equipe pedagógica da escola especial

É diagnosticada TDAH, predominante com transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (faz uso de medicamento).

Nos anos de 2012 e 2013, participou em dois dias no contraturno (Português como L2; Teatro; Escrita e Leitura; atualidades e Laboratório de Matemática). No relato da professora regente da turma do 4<sup>a</sup> série/5<sup>º</sup> ano, e que foi confirmado pela professora do 6º ano de Matemática, ela solicita o auxílio da professora constantemente nas realizações das atividades matemáticas; quanto à leitura e produção escrita tinha mais autonomia

## 5.4 AS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

---

Nesta subseção discutimos a elaboração da sequência didática, que se constituiu no instrumento de coleta de informação para a presente pesquisa. Tomamos como referencial a investigação realizada por Guimarães (2009) com crianças ouvintes; procurando adaptar as atividades ali realizadas em consideração às particularidades dos pré-adolescentes surdos. No

que se refere propriamente aos comandos das atividades, as adaptações realizadas foram puramente linguísticas, já que a língua utilizada para o desenvolvimento deste trabalho foi a Libras. Todavia, no que se refere aos “conteúdos” abordados, apesar de as crianças surdas estarem cursando dois anos adiantados em relação aos sujeitos de Guimarães (2009), houve necessidade de recuar em relação ao ponto de partida, de maneira que foram elaboradas outras atividades, denominadas de atividades complementares. Dessa forma, para complementar e consolidar conhecimentos relativos ao Sistema de Numeração Decimal, além de novas atividades não estritamente relacionadas ao cálculo mental, objeto da investigação, mas à escrita de números, por exemplo, recorremos também a recursos didáticos. Destacamos, todavia, que esses materiais foram acionados somente nessas atividades.

Para o bloco aditivo, foi possível manter as mesmas atividades propostas por Guimarães (2009), porém, novamente, as particularidades dos sujeitos surdos investigados entram em cena, como a forma dos enunciados, já mencionada anteriormente, por exemplo.

Quanto ao tempo de aplicação e extensão da sequência de atividades: Guimarães (2009), em um tempo de aplicação de um ano e dois meses, aplicou uma sequência didática composta por três blocos (SND, aditivo e multiplicativo); enquanto nossa investigação demandou um ano e quatro meses para a aplicação de dois desses blocos, pois as atividades complementares demandaram muito tempo de realização da intervenção. Além disso, as crianças colaboradoras exigiram muito mais tempo na realização das atividades do que os sujeitos de Guimarães (2009). Assim, em função do limite de prazo imposto pelo Programa de Pós-Graduação, houve restrição da sequência aos dois blocos iniciais da sequência referência de nossa investigação.

Ao considerarmos Maria, fixamos as primeiras aulas do dia para a realização da pesquisa, pois algumas tentativas de realizar na terceira aula não surtiram efeito, visto que normalmente esta aluna estava “muito passiva”, provavelmente pelo efeito do medicamento.

As atividades foram organizadas em dois blocos, conforme ilustrado a seguir. As atividades denominadas como “atividades complementares” foram elaboradas para a presente investigação, enquanto as demais, conforme já destacado, foram adaptadas de Guimarães (2009).

**Quadro 11** - Relação das atividades conforme os blocos contemplados

PRIMEIRO BLOCO: Atividades envolvendo o Sistema de	<b>Atividades 1 e 2:</b> contagem progressiva e regressiva. <b>Atividades 3 e 4:</b> Leitura dos números expressos em algarismos, utilizando a leitura
---	---

Numeração Decimal	corrente e reprodução do algarismo por algarismo em Libras.
	<b>Atividades 5 e 6:</b> O antecessor e sucessor de um número dado.
	<b>Atividades 7, 8 e 9:</b> A que números correspondem os valores abaixo? Ex.: 5 dezenas; Quantas dezenas existem nos números abaixo? e quantas centenas existem nos números abaixo?
	<b>Atividade complementare 1:</b> No número 235, qual o valor do algarismo 2? O objetivo dessa atividade é retomar os aspectos do SND: ser decimal e posicional.
	<b>Atividade complementar 2:</b> Explorar o seguinte questionamento: Qual o maior número que você conhece?; e Qual o maior número que você acha que existe?
	<b>Atividade complementar 3:</b> Contagem progressiva e regressiva (uma variação da atividade 1 e 2).
	<b>Atividade complementar 4:</b> Explorar o seguinte questionamento: Onde você vê ou já viu números “grandes”/”maiores”? Com quem você já conversou sobre esses números “grandes”/”maiores”?
	<b>Atividade complementar 5:</b> Contar objetos
	<b>Atividade complementar 6:</b> Escolha um número e sinalize para o seu amigo da direita se você quer que ele sinalize um número maior ou menor que o seu.
SEGUNDO BLOCO:  Atividades aditivas	<b>Atividade 1:</b> Calcule somas que envolvam somente os algarismos 1 a 9.
	<b>Atividade 2:</b> Complete para chegar a dez
	<b>Atividades 3 e 4 :</b> Complete para chegar à dezena/centena superior.
	<b>Atividades 5, 6, 7 e 8:</b> Conte de n em n, dado n, contagens estas progressivas e regressivas.
	<b>Atividades 9 e 10:</b> Some números de dois algarismos com números de um algarismo ou vice-versa e Some números de três algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.
	<b>Atividade 11:</b> Subtração (operações que envolvem números de 1 a 20)
	<b>Atividade 12:</b> Subtraia para chegar à dezena inteira inferior ao número dado.
	<b>Atividade 13:</b> Subtraia (números que envolvam no minuendo valores formados até a centena e no subtraendo apenas unidades).
	<b>Atividade 14:</b> Calcule a diferença (números que no minuendo não necessitam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuem o valor da ordem das unidades ou o valor da ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo).

	<p><b>Atividade 15:</b> Somar (números em que as parcelas envolvam até a ordem da unidade de milhar e que as dezenas sejam inteiras).</p> <p><b>Atividade 16:</b> Somar</p> <p><i>Grupo 1:</i> soma dos algarismos das unidades inferior a 10;</p> <p><i>Grupo 2:</i> soma dos algarismos das unidades superior a 10;</p> <p><i>Grupo 3:</i> soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.</p>
	<p><b>Atividade 17:</b> Subtrair de uma quantidade (não ultrapassar a ordem da unidade de milhar) um número inteiro nas centenas.</p>

Cabe ressaltar que as atividades propostas foram desenvolvidas num movimento de ir-e-vir, durante todo o processo de coleta de informações, ou seja, na elaboração e aplicação da sequência didática, principalmente durante as discussões com os participantes do GEPSEM e do Projeto de Extensão Apoio à Difusão da Libras, já anteriormente mencionadas, e com os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da escola especial. A descrição e análise das atividades que compõem a sequência didática instrumento de coleta de informações desta investigação constam da próxima seção.

## 5.5 TERMINOLOGIA MATEMÁTICA EM LIBRAS

---

Uma vez construída a sequência didática, procuramos estabelecer a terminologia matemática em Libras nela envolvida, com intuito de não repetir o que consideramos um equívoco, a saber, apenas “combinar” com os sujeitos os sinais utilizados na aplicação das atividades. Para isso, fizemos um levantamento dos termos matemáticos presentes nas atividades da sequência didática, apresentados no Quadro 12 e, consultamos a bibliografia disponível (Capovilla e Raphael (2009); Dada (2009, 2012); Acessobrasil (2008); Coleção Pitanguá (2009), Albres e Neves (2008). Entretanto, as referências encontradas não foram suficientes para esta tarefa; além disso, encontramos diferenças entre os sinais para um mesmo termo. Na tentativa de complementar essas informações, recorremos a professores universitários surdos de Libras e, mesmo assim, ainda restaram diversos sinais para os quais não havia sinais estabelecidos, pelo menos oficialmente. Dessa forma, procuramos estabelecer os sinais não disponíveis com o GEPSEM, que, conforme já anunciamos, é composto de professores de Matemática com conhecimento de Libras e que desenvolvem pesquisas sobre o

ensino de Matemática para surdos, e com os participantes do Projeto de Apoio à Difusão da Libras da Universidade, sede tanto do programa de pós-graduação como da escola campo de pesquisa, que são os professores surdos de Libras (nível superior) e intérpretes.

Foram realizadas reuniões conjuntas em que os conceitos matemáticos expressos pelos termos em questão eram discutidos e explicitados para os professores surdos e intérpretes, passando-se então para a busca de classificadores em Libras que melhor representassem o referido conceito. Apresentamos, a seguir, o quadro da terminologia matemática presente na sequência didática e os sinais em Libras.

### **5.1.1 A terminologia nos materiais de referência**

<b>A</b>	<b>I</b>	<b>P</b>
Algarismo	Infinito	Placa (material dourado)
Adição	M	
Antecessor	Mil	
	Milhão	<b>Q</b>
<b>B</b>	Menor	Quatro
Bilhão	Maior	Quatro mil
		Quatrilhão
<b>C</b>	Mais (sinal matemático)	Quintilhão
Cálculo mental	Menos (sinal matemático)	
1 <sup>a</sup> classe		Quantidade
2 <sup>a</sup> classe	<b>N</b>	
3 <sup>a</sup> classe	Número	
4 <sup>a</sup> classe	Nove	<b>S</b>
Classe da unidade	Nove mil	SND
Classe do milhar		Subtração
Classe dos milhões	<b>O</b>	Seis
Classe dos bilhões	Ordem	Sete
Centena	1 <sup>a</sup> ordem	Sextilhão
Centena inteira	2 <sup>a</sup> ordem	Septilhão
Cubo (material dourado)	3 <sup>a</sup> ordem	
Cubinho (material	4 <sup>a</sup> ordem	<b>T</b>
dourado)	Oito	Três
Cinco	Oito mil	Três mil
Cinco mil	Octilhão	Trilhão
	1º ordem da unidade de	
<b>D</b>	milhar	
Dezena		<b>U</b>
Dezena inteira		Unidade
Decompor		Um
Dois		Um mil
Dez		
Dez mil		

**quadro 12 - Terminologia matemática**

Fonte: Arquivo da autora

Termos matemáticos encontrados no Dicionário Trilíngue (Capovilla e Raphael, 2002): adição, adicionar, bilhão, calcular, cálculo, contar (números), diminuir (abaixar, reduzir), divisão, juntar, maior, mais (sinal matemático), Matemática, menos, mil, milhão, multiplicação, número, número zero, número um, número dois, número três, número quatro, número cinco, número seis, número sete, número oito, número nove, número dez, número onze, número doze, número treze, número quatorze, número quinze, número dezesseis, número dezessete, número dezoito, número dezenove, número vinte, número trinta, número

quarenta, número cinquenta, número sessenta, número setenta, número oitenta, número noventa, número cem, somar, subtração, subtrair, total.

Do dicionário virtual de Dada (2009) foram coletados os seguintes sinais: números ordinais, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, contando quantidade em libras, quantidade, adição, subtração, multiplicação, divisão, sucessor, antecessor, tabuada, dobro, triplo; no material de Dada (2013), encontramos a seguinte terminologia: números, quantidades, zero, um dois, três, quadro valor lugar, 1<sup>a</sup> classe, 2<sup>a</sup> classe, 3<sup>a</sup> classe, 4<sup>a</sup> classe, classe da unidade simples, classe dos milhares, classe dos bilhões, ordem, centena, dezena, unidade, quatro operações, adição, subtração, multiplicação, dobro e triplo.

No dicionário *online* Acessobrasil (2006), foram localizados os seguintes sinais: adicionar, acrescentar, aumentar a quantidade, somar, subtrair, multiplicar, número, mil.

No livro “De sinal em sinal” de Albres, Neves (2008), a seguinte terminologia foi colhida: cubo (material dourado), placa (material dourado), barra (material dourado), e cubinho (material dourado), unidade (ábaco), dezena (ábaco), centena (ábaco), unidade de milhar (ábaco), Matemática, operações, soma/mais, menos, multiplicação, adição, subtração, divisão, unidade, dezenas, centenas, milhar, dobro, triplo.

No livro didático da Coleção Pitanguá (1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> série), na busca dos termos matemáticos em Libras, constatamos dois diferentes sinais para uma mesma terminologia, como: unidade, dezena e centena, ao serem sinalizadas por pessoas diferentes e alguns termos foram simplesmente expressos por datilografia, como: algarismo, milhar. Termos retirados nesta coleção: números, contar, quantidade, sequência, adição, subtração, igual, maior, comparar, código, juntar, dezena, unidade, antecessor, sucessor, maior que, material dourado (barra), operação, comparar, centena, calcular, material dourado, reagrupamento, decomposição, calcular mentalmente, calculo mental, total, dezenas inteiras, juntar.

### **5.1.2 Os sinais matemáticos na pesquisa**

Após a consulta dos materiais de referência, nos anos de 2012 e 2013, toda essa terminologia foi discutida com os participantes do GEPSEM e do “Projeto de Extensão Apoio à Difusão da Libras”. Também muitas questões da sequência didática foram apresentadas ao grupo, antes de serem apresentadas aos alunos surdos.

Ao considerar a língua brasileira de sinais, a linguista Felipe (2007) diferencia os números “cardinais” (por ex.: número da casa, telefone) dos números que indicam

“quantidades” (por exemplo.: idade, contar objetos). Entretanto, a denominação estabelecida por Felipe (2007) para esta diferenciação não é matematicamente adequada, pois a cardinalidade de um conjunto A se refere ao número de elementos do conjunto A, isto é, a quantidade de elementos desse conjunto.

O fato é que em Libras existem sinais diferentes para os números de um até quatro, e nos seus compostos (onze, doze, treze [...]), quando esses exprimem quantidades e quando são apenas algarismos em contexto de representação numérica.

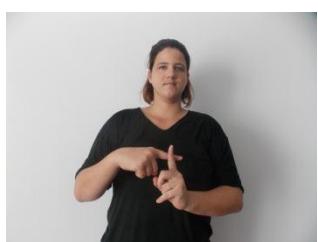


**Figura 20 - Números**

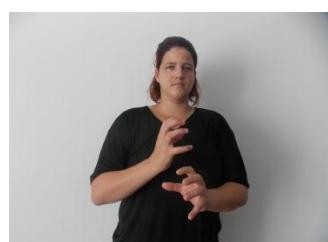
Fonte: GEPSEM e do Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras

Após esse processo, estabelecemos os seguintes sinais para utilização durante a aplicação das atividades.

**A**



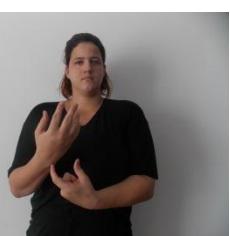
**Figura 21 - Adição1**



**Figura 22 - Adição2**



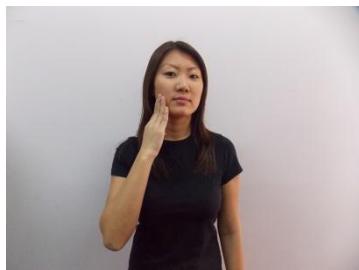
**Figura 23 - Algarismo**



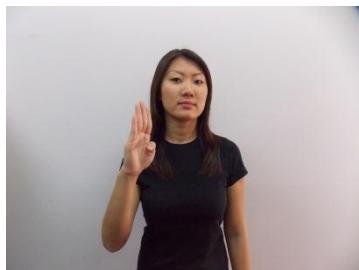


**Figura 24 - Antecessor**

B



**Figura 25 - Bilhão**



**Figura 26 – Barra  
(material dourado)**

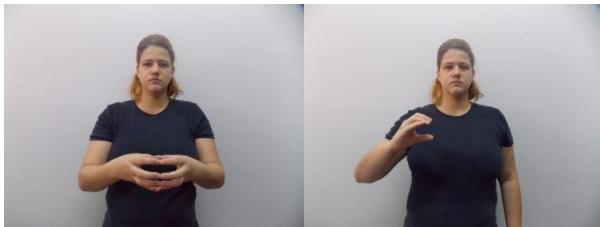
C



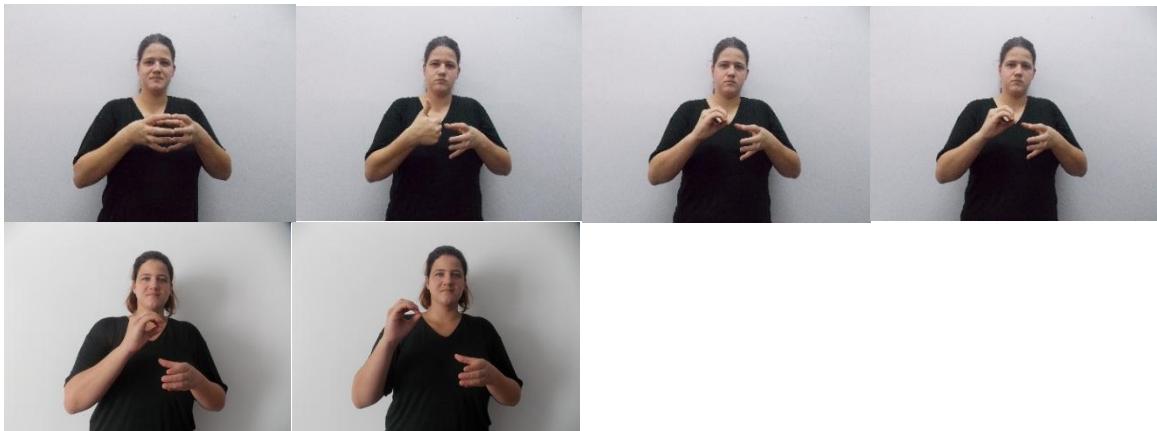
**Figura 27 - Cálculo mental**



**Figura 28 – Centena Ex.: 1**



**Figura 29** - Centena Ex.: 2



**Figura 30** - Centena inteira



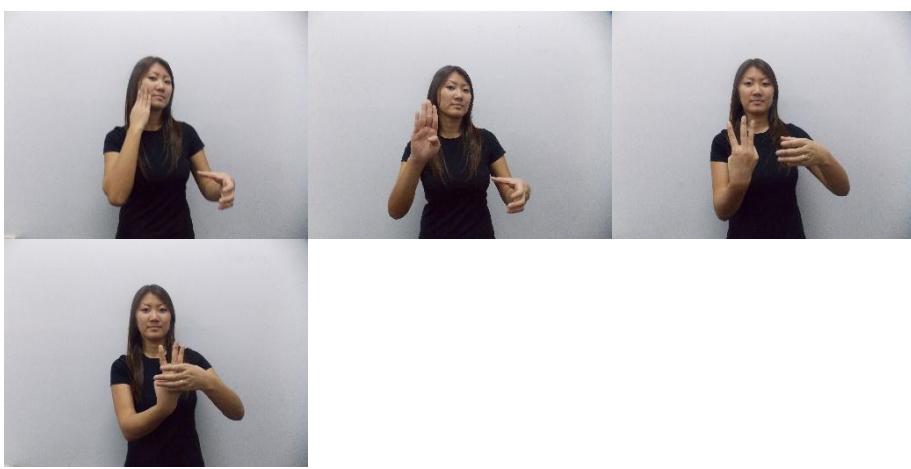
**Figura 31** - Cinco

**Figura 32** - Cinco mil

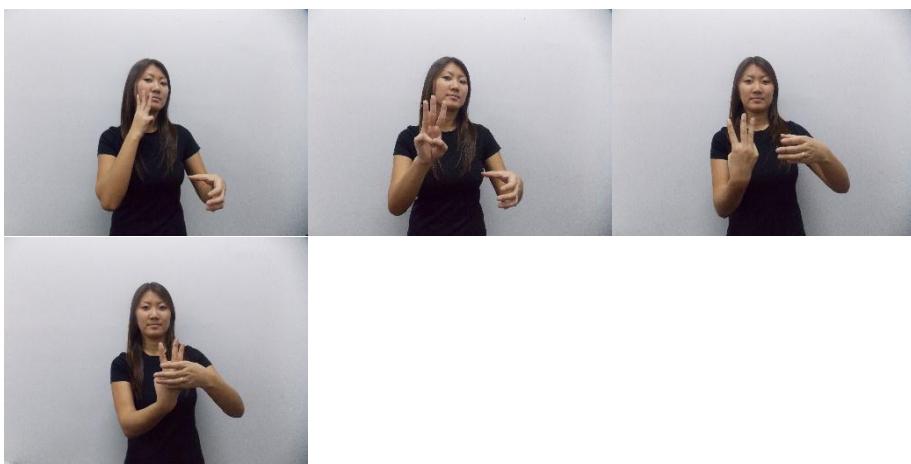
**Figura 33** – Cubinho  
(material dourado)



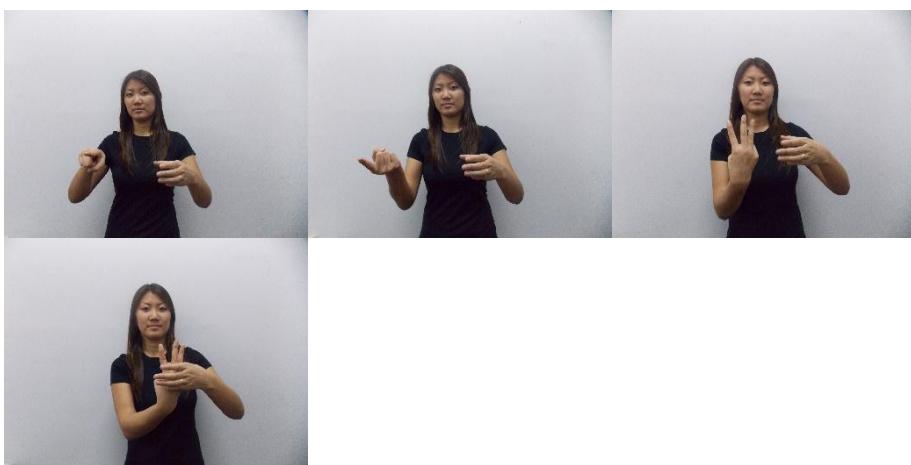
**Figura 34** – Cubo    (material dourado)



**Figura 35** - Classe dos bilhões



**Figura 36** - Classe dos milhões



**Figura 37** - Classe do milhar



**Figura 38 - 4<sup>a</sup> Classe**



**Figura 39 - 3<sup>a</sup> Classe**

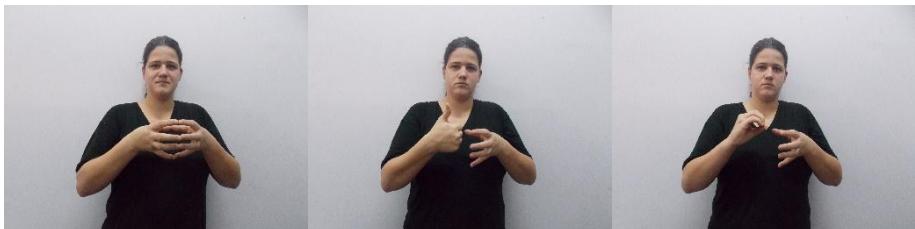


**Figura 40 - 2<sup>a</sup> Classe**

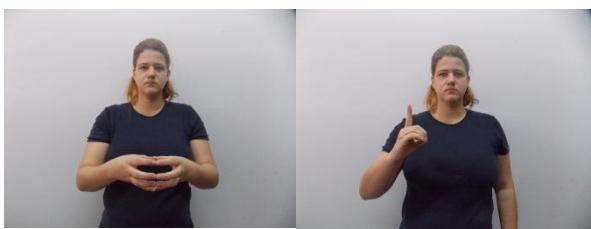


**Figura 41 - 1<sup>a</sup> Classe**

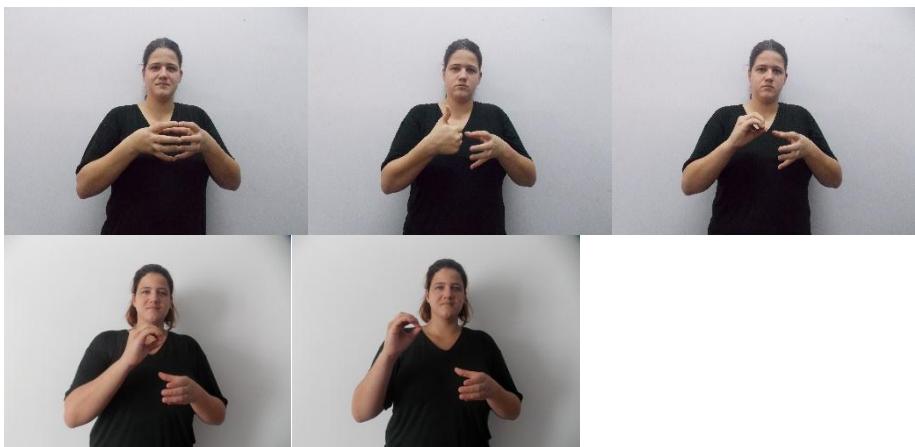
**D**



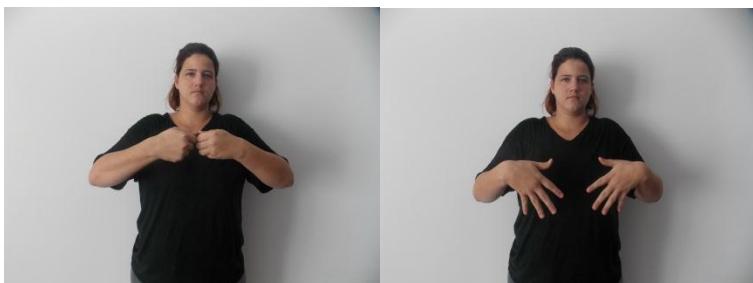
**Figura 42 – Dezena Ex.:1**



**Figura 43 - Dezena Ex.: 2**



**Figura 44 - Dezena inteira**



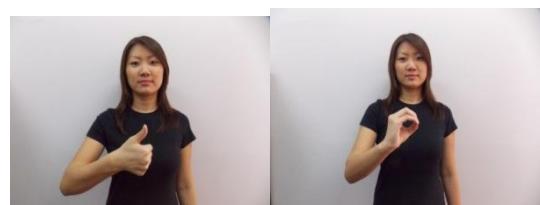
**Figura 45 - Decompor**



**Figura 46 - Dez mil**



**Figura 47 - Dois mil**



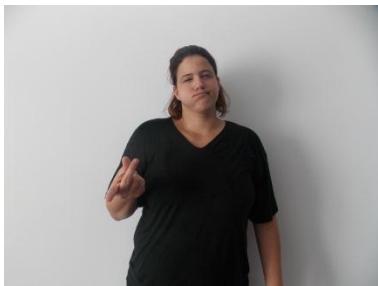
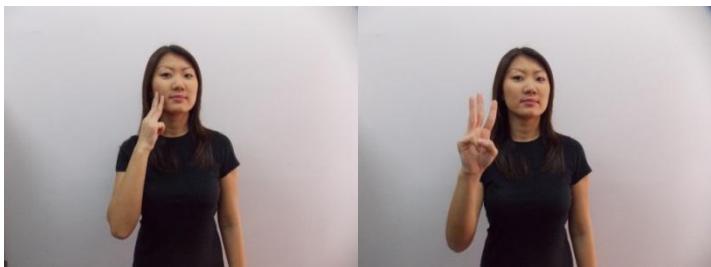
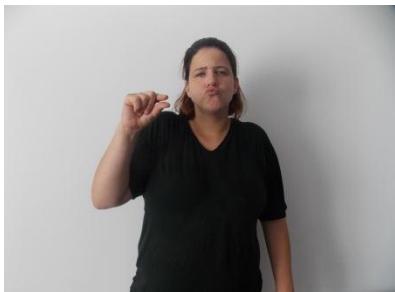
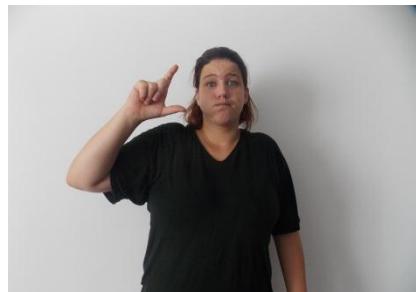
**Figura 48 - Dez**



**Figura 49 - Dois (1)**

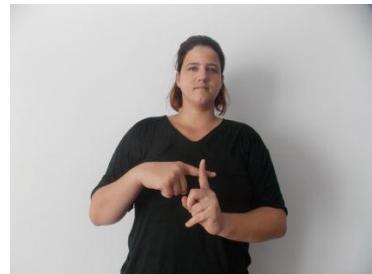


**Figura 50 - Dois (2)**

**I****Figura 51 - Infinito****M****Figura 52 - Milhão****Figura 53 – Mil****Figura 54 – Menor****Figura 55 - Maior**



**Figura 56 – Menos**  
(sinal matemático)



**Figura 57 – Mais**  
(sinal matemático)



**Figura 58 - Números**



**Figura 59 - Nove**



**Figura 60 - Nove mil**

O



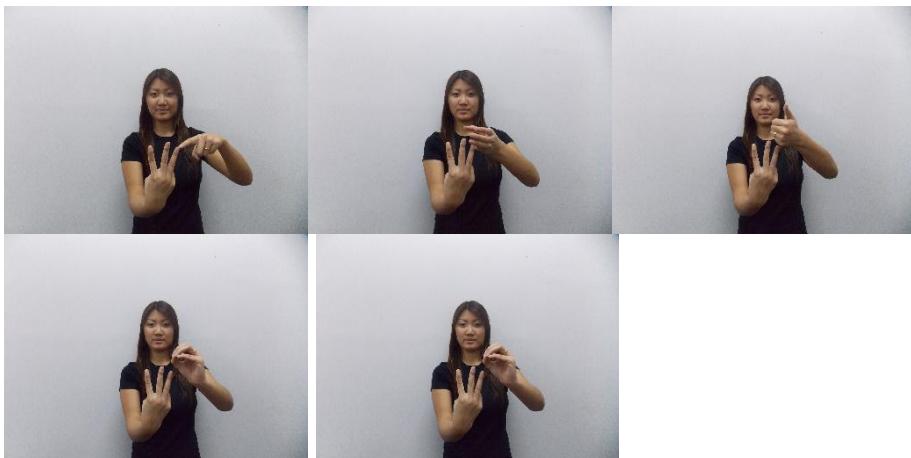
**Figura 61 - Oito**



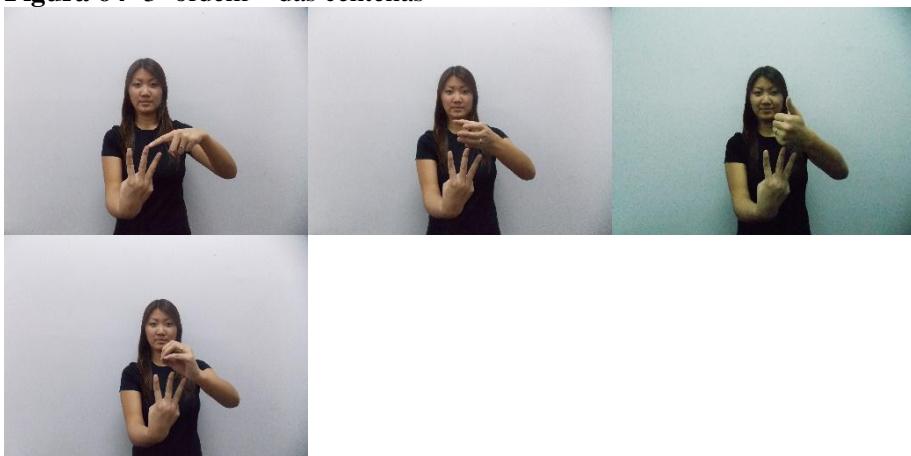
**Figura 62 - Oito mil**



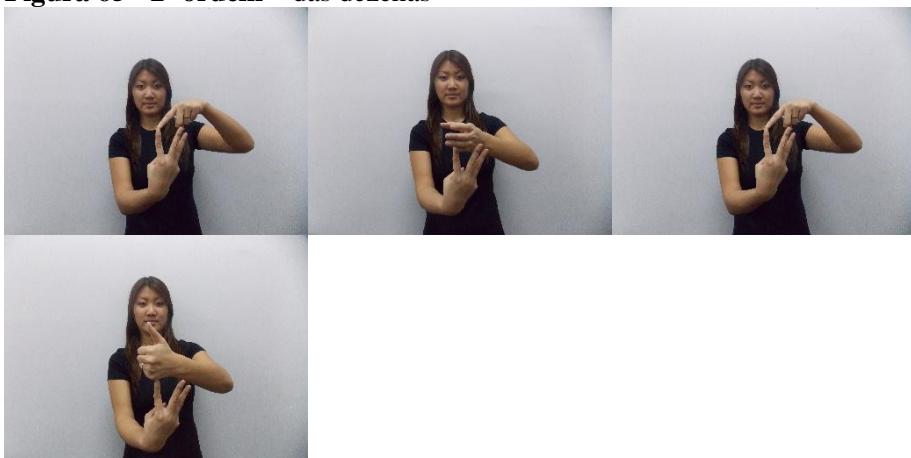
**Figura 63 - Ordem**



**Figura 64 - 3<sup>a</sup> ordem – das centenas**



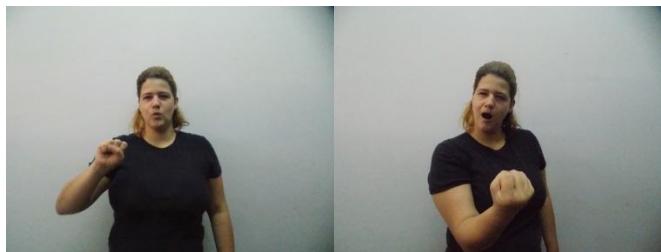
**Figura 65 - 2<sup>a</sup> ordem – das dezenas**



**Figura 66 - 1<sup>a</sup> ordem – das unidades**



**Figura 67 - 1<sup>a</sup> ordem da unidade de milhar**



**Figura 68 - Octilhão**

## P



**Figura 69 – Placa (material dourado)**

## Q



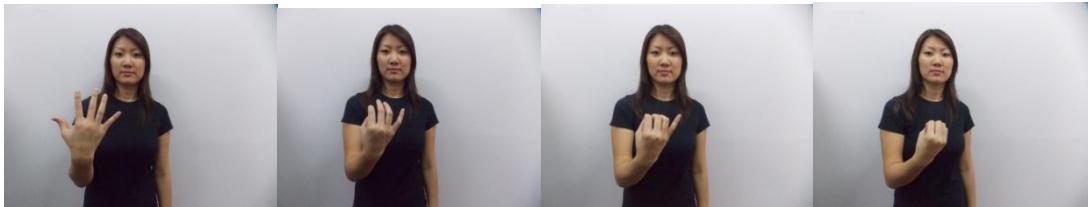
**Figura 70 - Quatro**



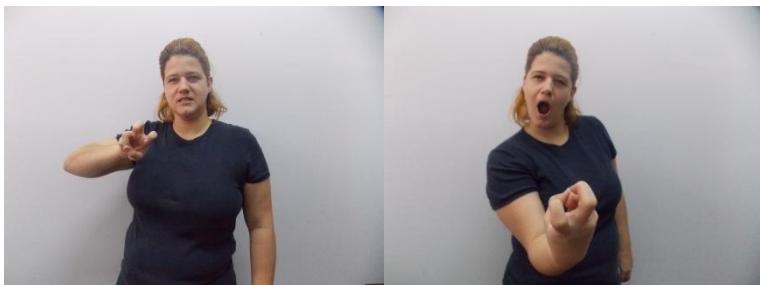
**Figura 71 - Quatro mil**



**Figura 72 - Quatrilhão**

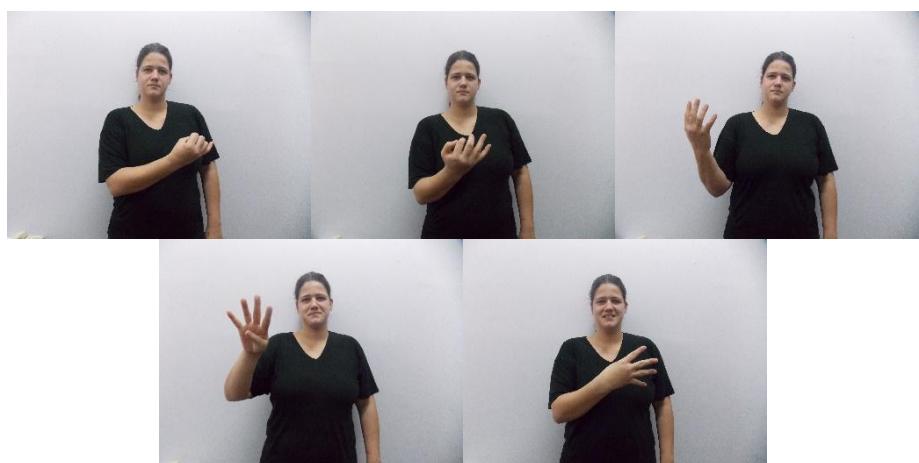


**Figura 73 – Quantidade**



**Figura 74 - Quintilhão**

S



**Figura 75 - Sistema de Numeração Decimal**



**Figura 76 - Seis**



**Figura 77 - Seis mil**



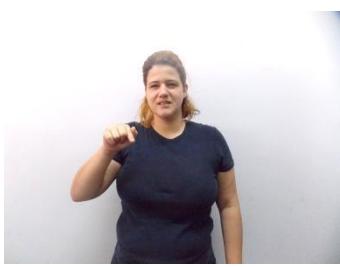
**Figura 78 - Sextilhão**



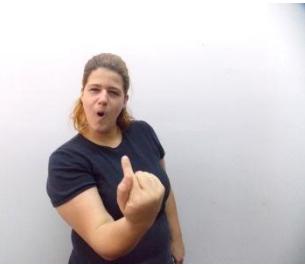
**Figura 79 - Sete**



**Figura 80 - Sete mil**

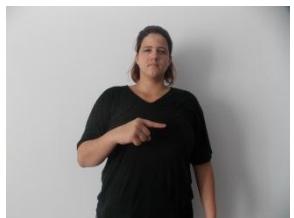


**Figura 81 - Septilhão**

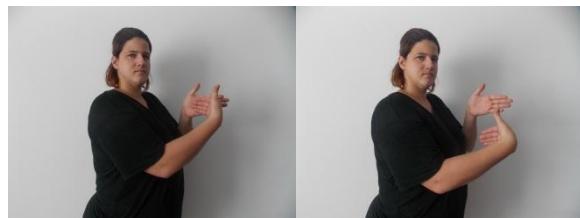




**Figura 82 - Sucessor**



**Figura 83 - Subtração 1**



**Figura 84 - Subtração 2**

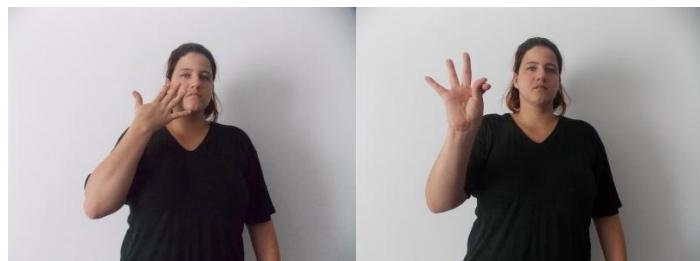
T



**Figura 85 – Três**

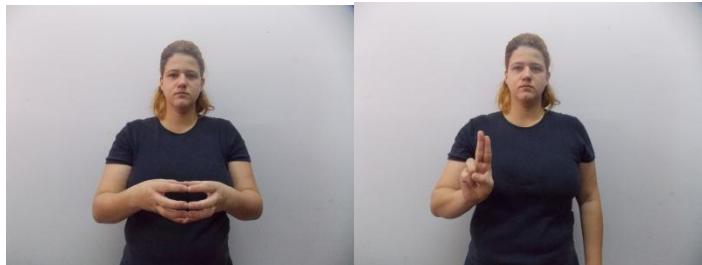


**Figura 86 - Três mil**



**Figura 87 - Trilhão**

U

**Figura 88 - Um mil****Figura 89 - Um (1)****Figura 90 - Um (2)****Figura 91 – Unidade Ex.: 1****Figura 92: Unidade Ex.: 2**

## 5.6 RECURSOS DIDÁTICOS

---

No decorrer da sequência da didática, em especial para Maria, em algumas atividades apenas o diálogo e o apoio com o registro no quadro não foram suficientes para a compreensão da atividade proposta.

Além disso, detectamos dificuldades, dos sujeitos investigados, com números de ordens elevadas, exigindo uma ação direcionada neste sentido. Com esta intenção, tentamos simplesmente ampliar o diálogo, mas não avançamos, razão pela qual optamos por buscar recursos que poderiam auxiliar nesta compreensão.

Selecionamos, então, materiais manipuláveis ou virtuais, tais como: ficha sobreposta, jogo do supertrunfo, pesquisas na internet, quadro valor de lugar, material dourado e jogo do prato de papelão. Três foram utilizados em mais de uma sessão: as fichas sobrepostas, o jogo supertrunfo e o quadro valor de lugar.

### **Jogo do supertrunfo: Países**

*Material:* São 32 cartas com ilustrações de mapas, bandeiras e outras informações sobre cada país, como, por exemplo, população, extensão territorial, etc..

*Objetivos:* leitura e comparação de números de ordens elevadas.

*Regras:* O jogador que está na sua vez escolhe uma das características da sua carta de cima e lê para os demais. Ex.: população. Em seguida, os outros jogadores leem, cada um na sua vez, o valor que está na sua carta de cima. Dentre as características temos: a área, população (milhões), pessoa  $km^2$ , expectativa de vida (anos), renda “per capita” (US\$). Ganha aquele que tiver o maior valor. O vencedor da rodada recebe as cartas dos outros jogadores, coloca-as atrás do seu monte de cartas e escolhe uma característica que está na carta seguinte.



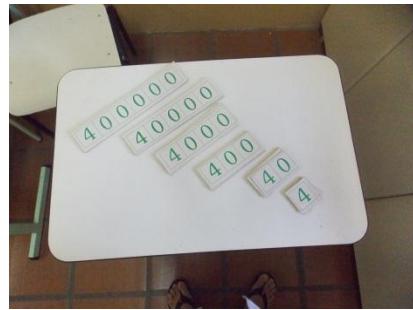
**Figura 93 - Supertrunfo países**

Fonte: Arquivo da autora

### **Fichas sobrepostas**

*Objetivos:* Explorar a relação entre a escrita de um número no Sistema de Numeração Decimal e sua decomposição em classes e ordens do sistema.

*Material:* Conjunto de fichas que permitem representar números, composto de dez quadrados para a ordem das unidades, cada um com um dos algarismos 1,2,3,4,5,6,7,8,9 e 0; dez retângulos para a ordem das dezenas, cada um numerado com as dezenas exatas 00, 10,20,30,40,50,60,70,80, e 90 dez retângulos para a ordem das centenas, com as centenas exatas e assim sucessivamente.



**Figura 94** - Fichas sobrepostas  
Fonte: Arquivo da autora

*Regra:* Para escrever um número sobrepõem-se as fichas. Por exemplo, para o número 4.523, usam-se as seguintes fichas:

4	0	0	0
5	0	0	
2	0		
3			

Que, sobrepostas, resultam:

4	5	2	3
---	---	---	---

### Quadro valor lugar (quadro posicional)

*Material:* Composto de uma tabela em que as colunas se referem às ordens e classes dos números: unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar, centenas de milhar e assim sucessivamente. Usamos o quadro de giz para representar a tabela.

*Objetivos:* Explorar a compreensão do Sistema de Numeração Decimal e das técnicas operatórias.

*Regras:* Os numerais são representados da direita para a esquerda.



**Figura 95 - QVL**

Fonte: Arquivo da autora

Guimarães (2009) também utilizou esse recurso e concluiu que auxilia na compreensão de que colocar um ponto a cada três algarismos para organizar o número facilita a leitura e que este ponto também indica a mudança de classe.

### ***Material dourado***

O uso do material dourado proporciona explorar algumas relações numéricas “abstratas”, como as descritas nas atividades 7, 8 e 9 do primeiro bloco, pois estas relações passam a ter uma “imagem concreta”.



**Figura 96 - Material dourado**

Fonte: Arquivo da autora

### ***Jogo do prato de papelão***

Este recurso objetiva explorar o valor posicional.

*Material:* Um prato grande de papelão no qual são traçados três diâmetros, produzindo 6 setores. Em cada setor, são marcadas letras: U – unidade; D – dezena; C – centena e UM – unidade de milhar; DM – dezena de milhar; CM – centena de milhar.

*Desenvolvimento:* Pega-se um punhado de feijão e joga-se aleatoriamente sobre o prato. A seguir, escreve-se o numeral, respeitando os setores onde caíram os feijões e a quantidade deles. Por exemplo: Foram jogados 9 feijões e caíram 3 em U; 2 em D; 3 em C e 1 em M. O numeral é 1323.



**Figura 97 -** Prato de papelão  
Fonte: Arquivo da autora

---

## SEÇÃO 6

### A SEQUÊNCIA DIDÁTICA: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS



Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão a Libras

Considerando o problema de pesquisa, as indagações complementares, os objetivos traçados e os levantamentos preliminares obtidos nas seções anteriores, realizamos a elaboração da sequência didática descrita nesta seção, bem como a análise e discussão dos dados.

Subdividida em duas subseções, a primeira trata da descrição das atividades propostas, isto é, a análise “a priori” do bloco do SND e do Bloco Aditivo, e a segunda apresenta a análise e discussão dos dados dos dois blocos.

## 6.1 ATIVIDADES PROPOSTAS: ANÁLISE “*A PRIORI*”

---

Nesta subseção temos a análise “a priori” da presente investigação.

### 6.1.1 Bloco do Sistema de Numeração Decimal: atividades propostas (análise “a priori”)

Este bloco conta com 15 atividades, das quais as nove primeiras foram adaptadas das primeiras atividades descritas no trabalho de Guimarães (2009), considerando a análise “a priori”, “a posteriori” e a validação do trabalho de Guimarães (2009), bem como toda análise preliminar realizada com os estudos teóricos efetuados nesta investigação. Quanto às demais atividades, denominadas de complementares, a primeira foi pensada e escrita após análise “a priori” estabelecida e as demais foram pensadas e escritas após a análise “a posteriori” local da sequência didática que estava em andamento.

**Atividade 1:** *Contagem progressiva sinalizada a partir de um determinado número e interromper a contagem ao sinal da pesquisadora.*

Ex.:

66 a 73	117 a 125	971 a 989	29.367 a 29.378
57 a 64	487 a 495	1.007 a 1.013	99.997 a 100.011
88 a 93	887 a 896	1.248 a 1.254	2.200.994 a 2.201.004
96 a 105	798 a 806	11.206 a 11.215	5.000.995 a 5.001.008

**Atividade 2:** *Contagem regressiva sinalizada a partir de um determinado número e interromper a contagem ao sinal da pesquisadora.*

Ex.:

35 a 18	701 a 685	1.015 a 1.001	49.377 a 49.359
21 a 9	994 a 981	3.293 a 3.279	79.003 a 78.989
78 a 61	563 a 548	11.003 a 10.989	1.000.004 a 999.988
112 a 93	452 a 439	25.004 a 24.988	3.000.002 a 2.999.987

Como as atividades 1 e 2 envolvem a contagem sinalizada, com o objetivo de possibilitar a compreensão das mudanças relacionadas ao agrupamento, troca e posição, realizamos e apresentamos a análise “a priori” conjuntamente.

Tivemos como proposta iniciar por números que compreendessem a classe das unidades; números esses localizados próximos aos “nós”, devendo a contagem não ser exaustiva para os alunos. Ex.: 238 a 257. Ir avançando na proposta da contagem das classes seguintes: milhar, milhões, e assim sucessivamente.

Lerner e Sadovsky (1996) apontam que as crianças, nas passagens dos “nós”, interrompem a contagem ou passam para qualquer outra ordem do SND que conhecem. Prevista na análise “a priori” de Guimarães (2009) e confirmada nos dados de sua experimentação, a interrupção ocorre na contagem nos intervalos próximos aos nós, principalmente quando esta atinge a classe do milhar em diante, por não se conseguir realizar a mudança de ordem dos números.

Esta hipótese também foi considerada na análise “a priori” desta investigação, apesar de os nossos sujeitos estarem cursando 6º ano. Isso porque eles poderiam não estar acostumados a realizar contagens sinalizadas com números que envolvessem a classe de milhar e do milhão, e assim sucessivamente, bem como perceber as regularidades do SND.

Apesar de algumas controvérsias que existem em relação ao trabalho pedagógico com números da classe dos milhões, em função da sua pouca exposição na vida cotidiana, o que se objetiva é identificar se as crianças possuem o SND consolidado, isto é, se compreendem suas regularidades e as aplicam “*ad infinitum*”. Além disso, segundo Lerner e Sadovsky (1996), ao se trabalhar com tais números, em especial, dando oportunidade para os alunos construírem suas representações, propicia-se a consolidação do SND, pois a sequência numérica estendida e sua representação escrita são construídas simultaneamente.

A contagem progressiva a partir de um número arbitrário favorece a construção da sequência numérica, pois esta é organizada pela composição aditiva  $2+1=3$ ;  $3+1=4$ , e assim sucessivamente. Consideramos os resultados de Guimarães (2009) na expectativa das estratégias para uma contagem progressiva e dos teoremas a serem mobilizados pelos sujeitos surdos, a saber, o recurso à sobrecontagem.

[...] uso da sobrecontagem (contagem a partir de um certo número diferente de um), acompanhando de uma pausa quando fosse o momento da troca do 999 para o 1000, para desse modo calcular a soma  $999 + 1$ , até mesmo organizando o algoritmo mentalmente ou para recordar a sequência numérica e descobrir o número seguinte, pautando-se no seguinte teorema em ação:  
*Para descobrir o próximo número da sequência basta acrescentar mais uma unidade ao último anunciado* (GUIMARÃES, 2009, p.46).

Entre os erros esperados para essas atividades destacamos os relacionados às trocas, quando o último número anunciado for o 9, pois estão localizados próximos aos “nós”,

principalmente quando envolver números de três ordens para cima, como 999 para 1.000, pois envolve mudança de ordem e de classe. Os sujeitos investigados podem anunciar que depois do 999 vem o número 900 e 100, ao realizar a decomposição do número anunciado em 900 +99 e somar “+ 1” ao 99 = 100, não mobilizando corretamente a estratégia ao não fazer a adição de 900 com 100 para obter 1.000. Guimarães (2009, p.48) observa: “Contudo, isso implica perceber que o *e* representa uma coordenada aditiva, possuindo o mesmo significado da expressão *mais*, fato que não acontece espontaneamente”.

Outro teorema em ação que poderia ser mobilizado: *Como todos os algarismos são nove basta acrescentar o um como primeiro algarismo e substituir os demais por zero.*

Quanto à contagem regressiva, há o seguinte teorema em ação que poderia ser mobilizado e que foi confirmado nos estudos de Guimarães (2009): “[...] Para descobrir o antecessor de um número basta tirar uma unidade ao último anunciado” (p. 54). Consideramos que poderíamos observar que os sujeitos ao realizarem tal contagem independente da grandeza do número, interromperiam essas próximas aos “nós” com uma maior frequência que a contagem progressiva.

A leitura dos excertos da pesquisa de Guimarães (2009) que traziam os diálogos entre alunos (ouvintes) e os da pesquisadora, ricos em vocabulário, constantemente proporcionavam reflexões e criavam expectativas de como seria o diálogo entre os alunos (surdos), a pesquisadora e o conhecimento matemático em jogo, por exemplo, se usariam ou não a terminologia tratada no contexto escolar, como: unidade, dezena, centenas, unidade de milhar [...].

Essas expectativas se justificam em função da especificidade linguística de nossos sujeitos, uma vez que, embora já existam à disposição alguns materiais que apresentam os sinais para vários termos matemáticos, pesquisas, como a de Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013), destacam a falta de vocabulário específico matemático em Libras.

Silva (2010), ao investigar crianças surdas entre 5 a 9 anos, descreve:

Na classificação, seriação e com os números especiais: o zero e os “nós”, as notações infantis são elaboradas de acordo com comparações que se encaminham para generalizações das hipóteses infantis, o que nos permite supor que a abstração se encontra presente no pensamento e próxima das invenções elaboradas pelos surdos pesquisados. A nosso ver, o desenvolvimento notacional destas crianças segue a mesma trajetória que a das crianças ouvintes, desde que tenham fluência em Libras (p. 221).

Ao considerar o estudo de Silva (2010) quanto ao destaque da fluência em Libras e à vida escolar dos sujeitos investigados, registramos que Luísa, além de ser filha de surdos,

frequentava a escola que tem uma proposta bilíngue desde os dois anos (mesmo saindo duas vezes); João também frequenta a escola que tem como proposta bilíngue também desde os dois anos e Maria somente teve contato com a Libras aos sete anos.

Também há de se considerar a modalidade de comunicação de cada sujeito: Luísa tem uma perda auditiva profunda e utiliza preferencialmente a Libras embora seja oralizada; João tem uma perda profunda e somente sinaliza para se comunicar; Maria tem uma perda moderada e usa a língua oral e a Libras.

A partir desse contexto, com essa diferença linguística, consideramos a Libras em primeiro lugar, não descartando a possibilidade da oralidade em alguns momentos da pesquisa, alternando-a em momentos distintos. Assim, ao descrevermos as falas de Maria, buscaremos identificar se ela oralizou ou sinalizou.

Como Guimarães (2009), a apresentação e a realização se faria de forma “verbalizada”//sinalizada, pois em primeiro lugar objetiva-se o cálculo mental e não o escrito. E, como ressaltou Guimarães (2009, p. 45), “[...] por compreendermos que na oralidade é possível verificar, com maior eficiência e rapidez, o nível de conhecimento da sequência dos números por parte dos alunos”.

A apresentação das atividades em Libras pela pesquisadora e sua rapidez em sinalizar os números da classe do milhão em diante poderia ocasionar necessidade de repetição ou, ainda, a solicitação, por parte dos sujeitos, de representação escrita. Além disso, não se esperava dificuldades com a “representação” em Libras, em função do recurso prioritariamente utilizado de se digitalizar cada algarismo de um numeral.

**Atividade 3:** *Leia os números expressos em algarismos, utilizando a leitura corrente.*

Ex.:

867	11.005	2.000.000.003
1.050	2.000.003	4.000.020.001
2.005	11.002.007	123.000.123.001
7.111	45.006.060	3.000.000.000.005

**Atividade 4:** *Reproduza algarismo por algarismo em Libras.*

Ex.:

456	32.009	4.000.000.010
3.135	4.124.234	7.000.030.002
2.003	12.005.009	124.000.242.001
10.005	32.009.090	4.000.000.080.000

Guimarães (2009, p.46) justifica a inserção de atividades desse tipo na sua sequência didática “[...] para verificar a leitura correta dos números, bem como para discutir as mudanças de classe e ordens no trabalho com grandes números”. Essas discussões permitem mobilizar o seguinte teorema em ação: “Para saber a classe a qual um determinado número pertence basta identificar a quantidade de algarismos existentes no mesmo”.

Quanto a isso, as pesquisadoras Lerner e Sadovsky (1996) apresentam que a numeração escrita não corresponde à numeração verbalizada e que no SND a quantidade de algarismos está vinculada ao numeral representado. Essa discussão também é efetivada por Vergnaud (2005):

Em termos científicos, pode-se dizer que, na fala, a concatenação dos significantes da linguagem não é isomorfa à concatenação dos significados numéricos. Logo, é necessário fazer a distinção entre significados da língua corrente e os invariantes operatórios matemáticos, melhor expressos pela numeração de posição (VERGNAUD, 2005, p.7).

A princípio, essas atividades tinham sido descartadas para esta pesquisa, pois não acreditávamos que haveria problemas na sinalização desses números, uma vez que, segundo Silva (2010),

[...] para os surdos todos os números são transparentes, no sentido de que “se escreve como se fala”, ou dito de outra forma, os sinais referentes aos algarismos são expressos na mesma ordem em que são escritos. Esta transparência numérica se consubstancia em um fator que possibilita e desencadeia o pensamento e a construção dos elementos conceituais subsidiados por ela, fato que pode favorecer os surdos em detrimento dos ouvintes, pois este últimos recebem a interferência da linguagem numérica oral não-posicional e devem realizar uma transcodificação para a escrita numérica posicional (p.222).

Esse argumento, entretanto, se aplica quando se considera representação, em Libras, de cada algarismo que compõe o numeral, que coincide com a representação em Libras dos números inferiores a uma unidade de milhar ou mesmo da classe posterior que não compreenda o zero intercalado.

Na representação dos números em Libras com zero intercalado, este sofre alterações, como, por exemplo, a representação do número 1.000.050 em Libras.



**Figura 98 - Um milhão e cinquenta**

Fonte: GEPSEM e Projeto de Extensão de Apoio à Difusão a Libras

Significa “um milhão e cinquenta (1 milhão 50)” e não está sendo digitalizado como “um, ponto, zero, zero, zero, ponto, zero, cinco, zero”, correspondente à representação escrita do numeral em questão, conforme ilustrado nas fotos a seguir.



**Figura 99** - Digitalização de algarismo por algarismo de 1.000.005 em Libras (1)  
Fonte: GEPSEM e do Projeto de Extensão Apoio à Difusão da Libras

A última forma de representação era a utilizada pela pesquisadora em suas ações didáticas até o momento da investigação, pois a mesma sequer conhecia essa outra forma de sinalização. Ao discutir esta questão com o GEPSEM e com os participantes do Projeto de Extensão de Apoio à Difusão e Apoio da Libras, ficou constatado que essa é uma prática comum, particularmente no ensino de crianças, em que é dada ênfase na digitalização de algarismo por algarismo em Libras, considerando-se os pontos. Assim, fizemos a opção de manter a atividade como oportunidade de apresentar, digamos assim, a “forma culta” de representar números em Libras para ordens elevadas.

Outra variação que também deve ser considerada é que os sujeitos podem, ao invés de colocar os pontos, atribuir o sinal de milhões e mil.



**Figura 100 -** Digitalização de algarismo por algarismo de 1.000.005 em Libras (2)  
Fonte: GEPSEM e do Projeto de Extensão de Apoio à Difusão a Libras

Pode ser que, ao considerar os números acima da unidade de milhar e com zeros intercalados, isso venha corroborar as pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996), quanto à influência da numeração verbalizada com sua representação escrita, ou, no caso da presente pesquisa, da numeração sinalizada com a sua forma escrita, particularmente no caso de numerais que apresentam o algarismo zero intercalado.

Guimarães (2009) discute o uso do ponto somente a partir da atividade 4, destacando que isso não tinha sido previsto na sua análise “a priori”, porém apresentou-se como fundamental em diversos encontros futuros, sendo a questão retomada constantemente. Quanto a essa investigação, essa expectativa aparece no momento das análises “a priori” já nas duas primeiras atividades, em função da representação dos numerais por digitalização, com a sinalização de ponto ou mesmo atribuindo os sinais de mil, milhão, etc., o que permite que o SND esteja bem demarcado quanto ao uso da pontuação. Entretanto, a dificuldade dos alunos apareceu apenas a partir da terceira atividade, quando passamos a explorar a

representação dos números de ordens elevadas em Libras, abandonando a prática da digitalização algarismo por algarismo dos numerais.

Conversamos no GEPSEM e com os participantes do Projeto de Apoio e Difusão da Libras sobre essas demarcações explicitadas acima e os únicos exemplos apontados pelo grupo em que elas não são utilizadas é em relação a ano. Por exemplo: 2013.

Assim, um aspecto que propomos, desde as primeiras atividades, foi explorar a questão do uso ou não do ponto no SND, o qual poderia mobilizar os seguintes teoremas em ação: Coloca-se o ponto para facilitar a leitura; coloca-se o ponto a cada três algarismos e coloca-se o ponto para marcar mudança de classe (GUIMARÃES, 2009).

#### **Atividade 5 - *Que número vem depois?***

Depois de 99, qual é o próximo número?

Ex.:

89	75.879	109.999	1.000.999
199	79.999	999.989	33.000.999
1.019	58.989	999.999	4.000.000.999
15.789	19.999	199.889	11.000.000.999

#### **Atividade 6 - *Que número vem antes de 10?***

Ex.:

200	3.090	11.001	492.790
500	500.900	300.800	1.000.000
1.000	100.000	590.090	10.000.000

Guimarães (2009) apresenta estas atividades como a oitava e nona na sua sequência didática. Justificamos a alteração nesta pesquisa, pois esta atividade retoma os conceitos descritos nas atividades 1 e 2, e entendemos ser conveniente que nossos sujeitos vivenciassem mais situações, antes de iniciarem as atividades seguintes, envolvendo outros conceitos.

Quanto à escolha dos números, são próximos aos “nós” e, como em todas as atividades, a proposta inicial é começar pelos números pequenos e, gradativamente, ir apresentando os números maiores sendo que, caso a classe atingisse a ordem da centena de milhar em diante, o registro poderia ser apresentado no quadro pela pesquisadora.

#### **Atividade 7 - *A que números correspondem os valores abaixo?***

Ex.:

9 dezenas	100 dezenas	5 centenas	15 dezenas e 5 unidades
10 dezenas	248 dezenas	20 centenas	30 dezenas e 8 unidades
50 dezenas	1.000 dezenas	248 centenas	4 centenas e 7 unidades
45 dezenas	1.250 dezenas	1.100 centenas	8 centenas e 9 unidades

**Atividade 8 - Quantas dezenas existem nos números abaixo?**

Ex.:

52	975	1.500
74	500	4.263
100	867	2.358
180	1.000	6.467

**Atividade 9 - Quantas centenas existem nos números abaixo?**

Ex.:

200	1.758	1.980
950	9.960	9.965
500	1.250	8.800
1.000	4.480	7.000

A proposta foi trabalhar inicialmente com números pequenos, para a compreensão da atividade. Provavelmente na atividade 7 dois significados devem ser retomados: o da dezena e centena.

O estudo de Guimarães (2009) apontou a dificuldade inicial na compreensão da atividade e destacando que atividades como essas são importantes para a compreensão de decomposição dos números em dezenas, centenas.

Essa discussão possibilita a mobilização do seguinte teorema em ação: *Para descobrir o número anunciado, soma-se de 10 em 10 até obter a composição solicitada e, se for o caso, soma-se de 100 em 100 até obter a composição solicitada.*

Também, para a realização dessa atividade, Guimarães (2009) constatou que os alunos mobilizaram as regras ensinadas na escola, ora usando “o algoritmo da multiplicação armado mentalmente” (p.68), ora “o acréscimo do zero ao final do número anunciado” (p.68). Ao considerar que os alunos sabiam a quantidade de zeros que deviam acrescentar, levantou a hipótese de terem resolvido atividades semelhantes nas aulas de Matemática, mas não conseguiam explicar os motivos que os levavam a inserir aquela determinada quantidade. Guimarães (2009) reinvestiu nessa discussão até conseguir “[...] atingir uma explicação que extrapolasse o emprego da regra e que fosse compreendida pela classe” (p. 69).

Diante do exposto, considerando nossos sujeitos, dentre as estratégias que eles podem mobilizar estariam regras ensinadas na escola, como:

- Multiplicar por 10 (no caso das dezenas) ou por 100 (no caso das centenas) os números anunciados;
- fazer uso do seguinte teorema em ação: para descobrir o número formado por uma quantidade de dezenas ou de centenas basta acrescentar um ou dois zeros à direita, respectivamente, sem necessariamente vincular essa estratégia à multiplicação.

A mobilização da estratégia de multiplicar por 100, segundo Guimarães (2009), foi induzida pela primeira vez pela pesquisadora, o que consideramos que talvez acontecesse também conosco.

Essa atividade foi levada a uma discussão da pesquisadora dessa investigação com o grupo GEPSEM e o Projeto de Apoio à Difusão da Libras. A mesma apresentou os sinais de unidade, dezena e centena e levou à discussão o questionamento da atividade 7.

A discussão levantou a hipótese de que os sinais utilizados pela pesquisadora de unidade, dezena e centena carregavam significado, em função de sua iconicidade, o que poderia facilitar a compreensão do sujeito surdo.



**Figura 101 – Dezena**



**Figura 102 - Centena**

Por exemplo: Ao serem indagados “A que número corresponde 5 dezenas?”.

O sinal acima utilizado pela pesquisadora poderia facilitar o sujeito surdo investigado a acrescentar um zero de imediato, respondendo 50. Entretanto, as palavras unidade, dezena e

centena também carregam significados; as línguas apresentam similaridades nesta questão, não se constituindo a Libras, neste caso, uma facilitadora da compreensão do aluno.

Para a realização das atividades 8 e 9, o aluno precisaria ir além da compreensão do significado de dezena e centena, pois teria que descobrir a quantidade de dezenas ou centenas existentes no número questionado.

O seguinte teorema em ação verdadeiro poderia ser mobilizado, para a atividade 8: *Para determinar a quantidade de dezenas de um número, despreza-se o último algarismo da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de dezenas.* E para a atividade 9: *Para determinar a quantidade de centenas de número, desprezam-se os dois últimos algarismos da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de centenas,* e assim, analogamente, para determinar milhares, dezenas de milhar.

Para o sujeito surdo que não recebe influência do português oral, essas atividades podem ser realizadas corretamente com mais facilidade até do que para o sujeito ouvinte, entretanto isso não significa a compreensão. Exemplificando: O surdo, ao ser indagado quantas dezenas teria o número 58, responderia mais facilmente, pois ele desprezaria o último número e sinalizaria 5.

É bastante comum que as crianças, de maneira geral, (às vezes, até mesmo professores) confundam a quantidade de dezenas ou centenas de um número, com o algarismo que ocupa esta posição no numeral. Teixeira (2002)<sup>29</sup> justifica que isso ocorre porque normalmente na escola o trabalho com composição e decomposição de números baseia-se em uma segmentação linear de numeração escrita. Acreditávamos que essa estratégia pudesse ser mobilizada pelos sujeitos da presente investigação.

As análises “a posteriori” local desse bloco de atividades estabeleceram a necessidade de atividades complementares, que foram elaboradas procurando respeitar o formato, mas com objetivos agora especificamente didático-pedagógicos e como instrumento de pesquisa. Assim, não estivemos preocupados com o cálculo mental, mas, especificamente, com os conteúdos relativos ao Sistema de Numeração Decimal, em algumas situações, inclusive, recorrendo a recursos didáticos que favorecessem a construção e consolidação dos conceitos envolvidos.

---

<sup>29</sup> TEIXEIRA, L. R. M. Como os professores interpretam os erros dos alunos das séries iniciais sobre sistema de numeração. In: I SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2002, Curitiba. *Anais...* Curitiba: UTP, 2002.

**Atividade complementar 1 - No número 235, qual o valor do algarismo 2?**

Ex.:

489	2.345	14.567
561	1.569	34.897
325	3.765	121.560
892	4.567	1.234.456

Os sujeitos ouvintes e os surdos que recebem influência do português oral, ao serem questionados sobre o valor do algarismo 2 no número 235, podem responder duzentos, mas o surdo que não recebe influência do português oral, pode sinalizar o 2, pois o fato de os números em Libras serem “transparentes” favorece a escrita dos números e não a compreensão do valor posicional. Assim, o objetivo dessa atividade foi retomar os dois principais aspectos do SND: ser decimal e posicional. Um dos teoremas em ação verdadeiros que pode ser mobilizado é *o de que, em um numeral, cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência de base 10.*

**Atividade complementar 2 - Explorar o seguinte questionamento: Qual o maior número que você conhece? e “Qual o maior número que você acha que existe?”**

Após a análise “a posteriori” local e validação dos primeiros encontros, observamos uma não familiarização dos sujeitos investigados com números que envolvessem a classe de milhar em diante. Buscando entender esse fato, analisamos a proposta curricular da escola, cenário da investigação, e constatamos que estes conteúdos estão previstos, todavia a nossa observação enquanto docente da escola e as informações obtidas junto aos professores dos Anos Iniciais, nos levaram a concluir que, na prática, se trabalha com números apenas até a ordem dos milhares, com a justificativa de que números maiores não estão muito presentes no cotidiano da criança.

Entretanto, segundo Barreto (2011), a noção de números “altos” ou “baixos” está relacionada ao domínio do SND que as crianças possuem. Quanto maior for a compreensão delas em relação ao Sistema de Numeração Decimal, mais serão os números apontados como grandes quantidades. Além disso, considerando que nossos sujeitos não possuem interação adequada com seu entorno, adquirir noções de números “altos” fora do contexto escolar seria praticamente impossível e, assim, o objetivo dessa atividade foi verificar a compreensão dos sujeitos investigados quanto à série numérica.

**Atividade complementar 3 - *Contagem progressiva e regressiva a partir de um número dado.***

Esta atividade é uma variação da atividade 1 e 2 com os mesmos objetivos e com as mesmas possibilidades de estratégias a serem mobilizadas pelos sujeitos investigados.

Consideramos essa atividade pertinente após explorar a contagem progressiva e regressiva em várias sessões e para que não ficasse cansativo ao considerar os nossos sujeitos (a questão do TDAH). Tínhamos como hipótese que esta atividade direcionaria ainda mais a atenção.

Como proposta, iniciaríamos a contagem por um dos sujeitos e dar-se-ia a sequência da contagem para o amigo da direita, incluindo a pesquisadora.

**Atividade complementar 4 - Explorar o seguinte questionamento: Onde você vê ou já viu números “grandes”/”maiores”? Com quem você já conversou sobre esses números “grandes”/”maiores”?**

Esta ação visou à ampliação do contato com os números grandes bem como a retomada de que, dependendo do contexto, os números têm a função cardinal, ordinal, de medida e de codificação, afinal, “[...] os algarismos representam uma variedade muito grande de conceitos numéricos e quantitativos e são igualmente usados de outras maneiras” (SINCLAIR,1990, p. 74).

Quando refletimos sobre nossas expectativas quanto à realização desta atividade, preparamos recursos como o “jogo do supertrunfo”, descrito quando abordamos os materiais didáticos, e o acesso à internet, para serem mobilizados em função das respostas dos alunos, o que, de fato, acabou acontecendo, e isso motivou a elaboração da próxima atividade.

**Atividade complementar 5 - *Contar objetos***

A análise “a priori” dessa atividade deu-se da atividade da análise “a posteriori” local do jogo supertrunfo, pois um dos alunos demonstrou dificuldade em manusear as cartas simultaneamente e representar as quantidades em Libras. Afinal, uma das mãos é usada para

representar os sinais e fica praticamente impossível manusear as cartas com uma mão só, não permitindo para o surdo um comportamento de contagem análogo ao da criança ouvinte, que manuseia o objeto ao mesmo tempo em que verbaliza a quantidade. Essa poderia ser a razão para que o aluno surdo aparentemente não conseguisse contar as cartas do jogo.

Pensamos então em duas ações para identificar a contagem: uma, seria realizar a contagem das cartas do baralho e, a outra, a contagem de *n* objetos (brinquedos e peças de jogos grandes), que facilitassem o manuseio.

Segundo Vergnaud (1993), numa atividade que envolve a contagem há três elementos em jogo: a cardinalização, a capacidade de recitar nesta ordem e a capacidade de estabelecer correspondência entre a recitação e os objetos, sendo que o estabelecimento dessa correspondência é facilitado pela simultaneidade entre o manuseio do objeto e a verbalização da quantidade, o que, conforme exposto, pode ser um complicador para os surdos sinalizadores.

Uma das atividades pensadas seria oferecer determinada quantidade de cartas para realizarem a contagem e, depois, outra quantidade, sempre solicitando o total, e assim sucessivamente. Isso já estaria antecipando ações de atividades propostas no bloco aditivo. Vergnaud (1996b, p.14) aponta esquemas que podem ser mobilizados: ao serem dadas inicialmente cinco cartas para uma criança e, depois, mais seis e solicitar o total. Uma criança de cinco anos iniciará a contagem desde o começo e contará uma a uma; já uma criança de sete não retomará o todo, ela irá resumir a primeira informação cinco, que é número cardinal do primeiro conjunto e fará uma sobrecontagem.

Vergnaud (1996b) chamou esse procedimento de teorema de equivalência. Isso quer dizer que para uma criança é equivalente fazer a soma das duas partes ou recountar o produto. Ao recorrer à sobrecontagem, observa-se

[...] uma grande economia, uma economia inventada muito tarde na história da humanidade. A criança não é capaz de explicitar esse conhecimento. Mas não se pode compreender essa competência nova se na sua cabeça não existe esse conhecimento. Um dos problemas da psicologia cognitiva é o de reconstituir os conhecimentos implícitos na ação (p.13).

Vergnaud (1993a) estabelece que o seguinte teorema em ação verdadeiro pode ser mobilizado em situações de contagem  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$ , desde que  $A \cap B = \emptyset$ .

Analogamente, outra estratégia que poderia ser mobilizada, decorrente desse mesmo teorema, é a decomposição em grupos; por exemplo, ao ser solicitado que conte quantas

cartas há, o sujeito poderia realizar o seguinte agrupamento: 4 grupos de 5 e um grupo de 4 e sinaliza 24.

**Atividade complementar 6 - Escolha um número e sinalize para o seu amigo da direita se quer que ele sinalize um número maior ou menor que o seu.**

Esta atividade teve como objetivo mobilizar o seguinte teorema-em-ação: *se A é menor do que B, então B é maior do que A, ou seja, a propriedade antissimétrica  $A < B \Leftrightarrow B > A$ .*

### 6.1.2 Bloco aditivo: atividades propostas (análise “a priori”)

---

O segundo bloco da sequência didática compreendeu as atividades aditivas (adições e subtrações) - totalizando 17 atividades. Assim como no primeiro bloco, nossa referência de pesquisa foi Guimarães (2009). No entanto, neste bloco, não há acréscimo de atividade ou mudança na ordem da sequência didática. Acreditamos que isso já se configura como um resultado positivo da intervenção realizada com o bloco numérico.

Como as atividades foram previstas por Guimarães (2009), a meta a ser atingida com a aplicação das atividades propostas no bloco aditivo também foi a prevista pela pesquisadora em questão, a saber:

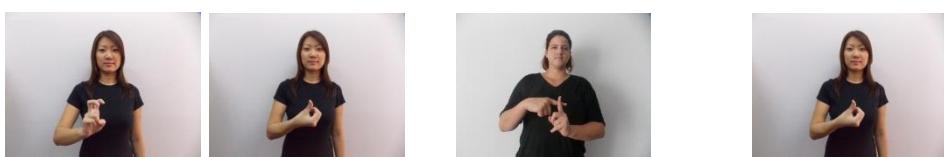
[...] investigar o conhecimento sobre as propriedades das classes e ordens da escrita do Sistema de Numeração Decimal (composição e decomposição aditiva) e das operações envolvidas (comutatividade, associatividade) e possíveis teoremas em ação mobilizados pelos alunos ao desenvolver estratégias para agilizar o cálculo mental dos fatos fundamentais da adição e da subtração (GUIMARÃES, 2009, p.80).

O bloco aditivo não apresenta o formato dos problemas aditivos sugeridos pela Teoria dos Campos Conceituais, contudo são trazidos “[...] indícios das relações de base desse campo conceitual, principalmente em relação às equações correspondentes às categorias parte-parte-todo e transformação de estados” (GUIMARÃES, 2009, p. 17).

Por ser este o segundo bloco, a expectativa era que o uso do registro escrito não se fizesse tão presente como no primeiro, bem como a necessidade de utilização de outros recursos pedagógicos.

Como este bloco envolveria a adição e a subtração, teríamos que tomar o devido cuidado de que sinal usar, pois, dependendo da forma da sinalização das atividades, poderíamos estar induzindo ao algoritmo canônico.

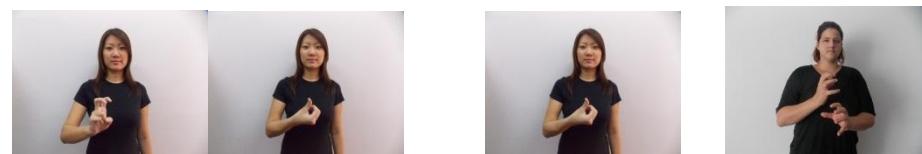
Discussões constantes foram realizadas no GEPSEM e com os participantes do Projeto de Apoio à Difusão da Libras, com a intenção de se adotar o sinal mais adequado à cada situação. Por exemplo:  $56 + 6$



**Figura 103 -**  $56 + 6$  (opção 1)



**Figura 104 -**  $56 + 6$  (opção 2)



**Figura 105 -**  $56 + 6$  (opção 3)

A opção 1 poderia sugerir o algoritmo canônico e poderia influenciar nas estratégias escolhidas pelos sujeitos investigados. Este seria um desafio constante em toda nossa investigação e demandaria uma contínua avaliação dos sinais adotados para “repassar” os comandos em Libras, uma vez que, apesar de apresentarmos as atividades na forma escrita, a sua aplicação seria dialógica e, assim, ao mesmo tempo em que atentávamos para a ação e a resposta do sujeito, era necessário cuidar de nossa própria sinalização.

### **Atividade 1 - Calcule as somas.**

$$\begin{array}{r} 1+7 \\ 4+6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4+8 \\ 5+7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1+9 \\ 4+9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2+7 \\ 8+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9+8 \\ 8+8 \end{array}$$

2+9	9+9	7+6	7+4	6+5
9+6	9+3	5+6	3+7	6+7
6+6	7+7	5+5	4+4	3+3

A proposta desta atividade é explorar todas as possibilidades de adições que envolvam os números de 1 a 9. Ex.:  $9 + 1$ ;  $7 + 8$ .

Esta atividade é conhecida como tabela da adição ou tabuada da adição. Segundo Vergnaud (2009), “[...] jamais deve ser ensinada às crianças como algo a decorar. **Há sempre tempo, quando a regra da adição é bem compreendida**, de privilegiar a base dez e de fazer então, as crianças memorizarem, por meio de exercícios diversos, a tabuada de adição correspondente” (**grifo nosso**, p. 173).

Para a realização desta atividade, há estratégias que podem ser mobilizadas pelos sujeitos surdos ou ouvintes; como:

- Recorrer ao uso da sobrecontagem sem o auxílio dos dedos.
- Recorrer ao uso da sobrecontagem com o auxílio do dedos.
- Recorrer a resultados disponíveis em seu repertório.
- Recorrer à propriedade comutativa,

Ex.: Ao serem indagados:  $3 + 7$ , eles poderiam resolver  $7 + 3$ , isto é, contar a partir do número maior.

- Decompor um dos valores visando obter uma dezena.

Ex.: Ao serem indagados:  $9 + 5$

$$\begin{array}{ll}
 9 + (1 + 4) & \text{ou} & (4 + 5) + 5 \\
 (9 + 1) + 4 & & 4 + (5 + 5) \\
 10 + 4 & & 4 + 10 \\
 14 & & 14
 \end{array}$$

- Recorrer à compensação (em torno de uma dezena e a conservação da quantidade).

Ex.: Diante da seguinte adição:  $9 + 5$

$$\begin{array}{l}
 (9 + 1) + 5 \\
 10 + 5 \\
 15 - 1 \\
 14
 \end{array}$$

- Recorrer ao reagrupamento em torno da decomposição de parcelas iguais.

Ex.:  $7 + 8$

$$(7+7)+1$$

$$14+1$$

$$15$$

Assim como para o estudo de Guimarães (2009), esperávamos que as adições propostas “[...] fiquem disponíveis em momentos posteriores e se tornem automatizadas, agilizando os cálculos que envolvam essas somas” (GUIMARÃES, 2009, p.81).

**Atividade 21 --** *Complete para chegar a dez.*

3	8
5	4
7	2
1	6

Como a ação anterior, esta também envolve a soma de algarismos entre 1 a 9, porém agora somente para obter dez. Esta atividade retoma o princípio do sistema de numeração decimal - a base dez.

Possibilitam-se várias estratégias a serem mobilizadas pelos sujeitos ao realizarem esta atividade, como:

- Recorrer ao uso da sobrecontagem com o auxílio dos dedos.
- Recorrer ao uso da sobrecontagem sem o auxílio dos dedos.
- Estar disponibilizado na memória.
- Realizar uma subtração, com o auxílio das duas mãos abertas (retirar a quantidade anunciada).
- Recorrer à propriedade comutativa (contar a partir do número maior).

Compartilhamos com Guimarães (2009) que, se iniciarmos as atividades com números maiores, como o 7 para chegar ao 10, os sujeitos investigados responderiam com mais rapidez.

**Atividade 3 -** *Complete para chegar à dezena superior: O que devemos fazer para chegar a 20 a partir de 14?*

Números utilizados na atividade:

27	125	748
32	310	779
33	491	

**Atividade 4 - Complete para chegar à centena superior: O que devemos fazer para chegar a 400 a partir de 398?**

Números utilizados na atividade:

128	425	633
320	450	1.630
235	491	2.128

5.450

Para esta atividade, aventamos a possibilidade de compartilhar com o grupo o sinal de dezena inteira e centena inteira, bem como de explanar o seu significado.

Essas atividades envolvem dois questionamentos. Para realizar a atividade proposta, o aluno terá que identificar primeiro qual é a dezena ou a centena superior<sup>30</sup> e, em seguida, encontrar o valor que falta.

Dos dados de Guimarães (2009) e também da análise “a priori” da pesquisadora e retomando o enunciado da atividade 3: “Complete para chegar à dezena superior: O que devemos fazer para chegar a 20 a partir de 14?”, isto é, quanto falta para chegar à dezena superior?, os seguintes teoremas-em-ação verdadeiros podem ser mobilizados pelos sujeitos:

Para descobrir a dezena superior:

- *Acrescentar mais uma dezena ao número dado e, em seguida, acrescentar ao valor das unidades desse número o que falta para atingir a dezena superior exata.*

Por exemplo: Se  $24 + 10 = 34$ , então a dezena superior é 30 e 24 para chegar a chegar a 30 é 6.

Para descobrir quanto falta para chegar à dezena superior:

- *Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades ou completar os valores desses algarismos, para obter uma dezena.*

Por exemplo: Se dado o número 24, subtrai-se 4 de uma dezena, obtendo 6.

*Então, 24 para chegar a dezena superior basta acrescentar 6.*

---

<sup>30</sup> A dezena inteira compreende o menor número formado por uma quantidade exata de dezenas e o maior número que o número dado e a centena inteira compreende o menor número formado por uma quantidade exata de centenas e o maior número que o número dado (GUIMARÃES, 2009, p. 88).

Para o sujeito surdo determinar a dezena superior exata, dentre as estratégias previstas temos:

- Recorrer ao uso da sobrecontagem com o auxílio dos dedos.
- Recorrer ao uso da sobrecontagem sem o auxílio dos dedos.
- Estar disponibilizado na memória.
- Realizar uma subtração, com o auxílio das duas mãos abertas (retirar a quantidade anunciada).

Na atividade 4, propomos seguir os mesmos encaminhamentos da atividade 3.

Seguindo as orientações de Guimarães (2009), nossa proposta foi apresentar os números com o zero na ordem das unidades, para que os alunos se “[...] familiarizassem com a atividade para depois inserir valores diferentes de zero nessa ordem, pois o aparecimento de outras ordens pode interferir na resolução” (p.101). Assim, um ou outro teorema em ação a ser mobilizado pelo sujeito surdo dependeria da ordem de grandeza do número proposto.

- *Se acrescentar uma centena ao número dado, é possível descobrir a centena superior; então basta completar o número dado para descobrir quanto falta para chegar à centena superior.*
- *Subtrair de uma centena os valores dos algarismos das dezenas e/ou unidades ou completar os valores desses algarismos para obter uma centena.*

Dentre as estratégias previstas que conduziriam ao acerto, temos:

- Realizar o uso da sobrecontagem com os dedos em torno de agrupamentos de dez em dez até obter a centena superior.
- Fazer a soma de uma centena ao número para descobrir qual a centena superior e a partir dessa informação realizar a sobrecontagem em torno de agrupamentos de dez em dez.

**Atividade 5 - Conte de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal** (para parar a contagem).

$(n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ .

A partir de: números que compreendam somente a ordem da dezena

18	21
23	24
52	68
36	72

**Atividade 6 -** Conte de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 20, 30, 50, 100$ ).

A partir de: números que compreendam somente a ordem da centena

234	986
458	873
136	327
436	785

**Atividade 7 -** Faça contagem regressiva de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ )

A partir de: números que compreendam somente a ordem da dezena

45	64
32	65
74	52
38	81

**Atividade 8 -** Faça contagem regressiva de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 100$ )

A partir de: números que compreendam somente a ordem da centena

496	534
265	324
125	102
579	643

Como nas atividades 1 e 2 do bloco do Sistema de Numeração Decimal, as atividades supracitadas (5, 6, 7 e 8) envolvem a contagem progressiva e regressiva, agora com intervalos acima de 1. As atividades propostas por Guimarães (2009) apontam intervalos acima de 2, porém para a presente pesquisa consideramos os intervalos acima de 1.

Nogueira, Bellini e Pavanello (2013, p. 84) esclarecem:

É só depois, com cerca de 7-8 anos, que a criança é capaz de contar para frente; para trás; em intervalos (de dois em dois, de três em três) etc. Esse tipo de atividade é muito importante, pois contar para frente está na base da adição, para trás, sustenta a subtração. A contagem em intervalos para frente

apoia a multiplicação e a contagem em intervalos para trás, sustenta a divisão, evidenciando a estreita vinculação entre o SND e as operações.

Esta atividade, além dos objetivos propostos no bloco do Sistema de Numeração Decimal, segundo Guimarães (2009), objetiva também “[...] verificar se os alunos reinvestem as propriedades dos números e das operações utilizadas anteriormente (comutatividade, compensação, decomposição), apresentando estabilidade” (p.84).

Como a proposta para essas atividades é não realizar uma contagem exaustiva, compartilhamos com Guimarães (2009), pautada em Lethiellieus (2001)<sup>31</sup>, que se iniciar com números quebrados e não com dezenas e centenas inteiras poderia facilitar a identificação do uso do cálculo mental refletido<sup>32</sup> (sem modelo padrão). Ao considerar as contagens que envolvam intervalos com “[...] dezenas e centenas inteiras talvez demandasse um tempo maior para o aparecimento desse tipo de cálculo, haja vista que a contagem poderia se apoiar em resultados completamente memorizados e disponíveis imediatamente ou nas regularidades da sequência dos algarismos” (p.85).

Considerando os resultados da pesquisa de Guimarães, entre as estratégias que poderiam ser mobilizadas para as atividades 5 e 6 temos:

- O uso da sobrecontagem com o auxílio dos dedos, quando a contagem estiver nos intervalos entre 2 e 9.
- Cálculos efetuados de maneira automatizada. Exemplificando: contar de três em três a partir de 18 (21, 24, 27, 30, 33, 36...)
- Recorrer à propriedade associativa ou à decomposição do número visando a obter uma dezena, tendo em vista que isso facilita o cálculo. Exemplificando: Ao contar de 3 em 3 a partir do 18, os alunos poderão acrescentar 2 ao 18 para obter 20 e depois somar a quantidade restante, que neste caso é o 1.
- Identificando regularidades existentes nos intervalos, como, por exemplo, na contagem de 5 em 5: ao iniciar a contagem por 14, na sequência 19, 24, 29, 34, 39, ..., 49, ....
- Identificar regularidades nas contagens de 10 em 10, isto é, pode-se somar sempre mais um na ordem das dezenas, isto é, que se altera o valor da dezena

---

<sup>31</sup> LETHIELLEUX, C. *Le calcul mental au cycle des apprfondissements*, Collection Pratique pédagogique, Armand Colin, Paris: Bordas, 2001.

<sup>32</sup> O cálculo refletido é aquele que o aluno não dispõe de um modelo padrão, de um algoritmo memorizado para efetuar o cálculo proposto, no qual se evidencia a presença de um método original e pessoal para encontrar o resultado (ERMEL, 1991 apud Guimarães, 2009, p, 90).

permanecendo o mesmo valor para a unidade e que o valor da centena somente será alterado quando a dezena chegar ao valor 9.

- Para a atividade 6, identificar regularidades nas contagens de 100 em 100, que poderão somar sempre mais um na ordem das centenas, isto é, altera-se o valor da centena permanecendo o mesmo valor para dezena a unidade e que o valor da unidade de milhar somente será alterado quando a centena chegar ao valor 9.

Guimarães (2009) ressalta que a contagem de cinco em cinco foi associada à tabuada e ao conteúdo de divisibilidade, como mostra o excerto de um dos seus sujeitos: “[...] tem uma regrinha que (pausa) uma conta (pausa) um negócio que chama divisibilidade do cinco que termina em cinco e em zero” (p.114). Isso, também foi considerado no nosso estudo.

Quanto às atividades que compreendem a contagem regressiva as seguintes estratégias poderiam ser mobilizadas pelos sujeitos surdos, após análise dos resultados de pesquisa de Guimarães (2009) com as suas expectativas iniciais.

- Retornar à dezena inteira e subtrair as unidades.

Exemplificando:  $64 - 3$

$$60+(4-3)$$

$$60+1= 61$$

- Fazer decomposições aditivas do número a subtrair tendo como critério o fato de gerar um número múltiplo do valor anunciado para n.

Exemplificando: Contagem regressiva de 6 em 6, a partir de 32.

$$32 - 6$$

$$(20+12) -6$$

$$20 +(12-6)$$

$$20+6=26$$

- Efetuar decomposições aditivas do número a subtrair e ligação com a passagem por um número inteiro de dezenas.

Exemplificando:

$$71-3$$

$$71- (2+1)$$

$$(71-1) -2$$

$$70-2=68$$

- Usar a sobrecontagem e a contagem regressiva com ou sem o auxílio dos dedos.

- Realizar cálculos de maneira automatizada:

$$68 - 3 = 65$$

$$65 - 3 = 62$$

**Atividade 9** - Some números de dois algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.

6+58	48+9	8+35
47+7	7+52	73+6
73+8	2+50	28+2
8+56	49+4	1+97

**Atividade 10** - Some números de três algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.

138+3	125+6	6+199
255+4	165+8	7+509
3+157	5+136	9+215
5+164	292+8	999+2

Essas duas atividades retomam conhecimentos mobilizados na primeira atividade, porém agora de forma ampliada, pois se tem como proposta a soma de números que contemplam a ordem da dezena ou das centenas com números de uma ordem (unidade) (GUIMARÃES, 2009).

Guimarães (2009) discorreu que, para a realização da atividade, seus sujeitos recorreram aos conhecimentos mobilizados na tabela da adição (atividade 1). Esta é uma expectativa também considerada em nosso estudo.

A investigadora infere que, do ponto de vista coletivo, foi “[...] possível verificar que os alunos foram incitados a comparar, ao longo das sessões, diferentes estratégias e começaram a fazer escolhas por uma que possibilitasse maior agilidade” (p.118).

Das análises de Guimarães (2009) e da descrição da sua sequência didática, indicamos as estratégias que poderiam ser mobilizadas pelos sujeitos da pesquisa, como:

- Realizar a sobrecontagem com ou sem o auxílio dos dedos.
- Recorrer ao uso da propriedade comutativa e contar a partir do número maior.
- Usar a decomposição de um dos valores e o uso em seguida da propriedade associativa.
- Usar a decomposição de um dos valores, de modo a obter uma dezena inteira.

- Recorrer à compensação (uso da propriedade comutativa ligada à compensação).
- Usar a contagem automatizada.
- Somar uma unidade ao valor da dezena e diminuir uma do valor da unidade.
- Fazer a montagem do algoritmo canônico.

**Atividade 11 - Subtraia** (propor operações que envolvam números de 1 a 20)

7-1	15-8	18-9
7-2	12-6	16-8
9-5	16-9	14-7
8-4	18-6	17-8

Esta atividade resulta na denominada tabela de subtração, e justifica-se a escolha de subtrações que envolvam somente números entre 1 a 20, devido ao fato de inicialmente “[...] identificar as relações que os alunos estabelecem entre os números de 1 a 20, possibilitando a mobilização de propriedades da subtração” (GUIMARÃES, 2009, p. 88) e, também, como auxiliar na memorização de alguns resultados que poderão ser mobilizados nas atividades seguintes (GUIMARÃES, 2009).

Para tanto, o teorema em ação que se espera que os alunos surdos mobilizem, e já confirmado nos estudo de Guimarães (2009), é que “[...] basta decompor o número do subtraendo em duas partes, de modo que uma contenha o mesmo valor da unidade expresso no minuendo. Em seguida, realizar as subtrações, sendo que a primeira compreende as unidades iguais” (p.122).

Outra estratégia que poderia ser mobilizada é completar o valor do menor número anunciado para obter o maior. Guimarães (2009) aponta que essa estratégia foi confundida com a decomposição associada à compensação.

Entre outras estratégias esperadas, também espera-se que recorram a cálculos incorporados no seu repertório numérico; à decomposição, visando a obter uma dezena inteira, e à compensação.

**Atividade 12 - Subtraia para chegar à dezena inteira inferior ao número dado: 58.**

(Quanto subtrair do 58 para que chegue na dezena inteira inferior?)

62	751
58	1345
63	1234
175	2687

Como já havíamos explorado na atividade 3 o que era dezena inteira, prevíamos não precisar retomar este conceito. Mas aqui, como na atividade 3 deste bloco, primeiramente o aluno identificaria a dezena inteira inferior, para depois realizar o solicitado. Essa atividade envolveu números até a classe da unidade de milhar e objetivou recuperar o significado de dezena inteira inferior.

Guimarães (2009) infere que, apesar de seus sujeitos perceberem que bastava subtrair o valor da unidade mais uma dezena para obter a dezena inteira inferior ao número dado, esses dados são apresentados mostrando diferentes níveis de domínio do SND.

Para esta atividade, é previsto o seguinte teorema em ação a ser mobilizado:

- *Subtrair o valor da unidade mais uma dezena para obter a dezena inteira inferior ao número dado.*

Por exemplo, para chegar à dezena inteira inferior ao número 58, basta subtrair uma dezena e oito unidades, resultando 40.

O enunciado desta atividade foi compartilhada no GEPSEM e com os participantes do grupo de Apoio à Difusão da Libras, para os devidos cuidados de como deveria ser questionado, para que não estivéssemos direcionando a resposta.

### **Atividade 13 - Subtraia.**

(Propor números que envolvam no minuendo valores formados até a centena e no subtraendo apenas unidades).

98-5	285-7
167-9	150-6
46-8	314-8
74-9	85-3

Justificamos a escolha desses números para que possamos retomar a tabela da subtração. Os estudos de Guimarães (2009) nos permitiram inferir que uma ou outra das estratégias a seguir poderia ser mobilizada, dependendo do número proposto.

No caso de o algarismo da ordem das unidades do minuendo ser maior que o expresso no subtraendo:

- Decomposição aditiva do minuendo para subtrair os valores da ordem das unidades. Exemplo:

$$87 - 2$$

$$(80 + 7) - 2$$

$$80 + (7 - 2)$$

$$80 + 5 = 85$$

Ao considerar o algarismo da ordem das unidades do minuendo menor que o expresso no subtraendo:

- Decomposição do valor do minuendo.

Por exemplo:

$$84 - 9$$

$$(70+14)-9$$

$$70+ (14-9)$$

$$70+5 = 75$$

Mas também pode aparecer:

- A decomposição do valor expresso no subtraendo, de modo que um dos valores seja igual ao da unidade do minuendo.

Por exemplo:

$$84-9$$

$$84-(5+4)$$

$$(84-4) -5$$

$$80-5 = 75$$

Podem também ser mobilizadas outras estratégias, como: o uso dos dedos; recorrer a cálculos disponíveis na memória e a utilização da contagem regressiva.

#### **Atividade 14 - Calcule a diferença.**

(Propor números que no minuendo não necessitam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuem o valor da ordem das unidades ou o valor da ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo).

$$\begin{array}{r} 27 - 22 \\ 850 - 30 \\ 332 - 322 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 418-13 \\ 637-33 \\ 59-55 \end{array}$$

925- 15

240-40

Quanto a essa atividade, Guimarães (2009) relata que observou diferentes teoremas mobilizados: “[...] se os algarismos das dezenas são iguais, então basta subtrair as unidades dos números dados” (134); “[...] se os algarismos das unidades são iguais, então basta subtrair os algarismos das outras ordens dos números dados (134); se os valores dos algarismos das dezenas e/ou unidades do subtraendo são menores que os do minuendo, então o resultado da operação será sempre o valor algarismo da centena do minuendo mais o valor obtido pela subtração dos outros algarismos dos números dados” (p.137).

### **Atividade 15 - Somar (números de dezenas inteiras).**

(Propor números em que as parcelas envolvam até a ordem da unidade de milhar e que as dezenas sejam inteiras).

80 + 110	730+50
460 + 30	1.280+580
350 + 400	520+700
3.450 + 20	220+70

Pretendemos, com esta atividade, retomar as propriedades mobilizadas em atividades anteriores.

Segundo Guimarães (2009), os alunos recorreram às seguintes estratégias, que trouxeram as propriedades mobilizadas nas atividades anteriores: a decomposição dos valores anunciados em centenas inteiras; a decomposição dos valores em centenas e dezenas e a propriedade comutativa.

Ao considerar os resultados dessa atividade na pesquisa de Guimarães (2009) e da descrição da sua sequência didática, percebe-se que, ao desprezarem o zero, dois teoremas em ação podem ser mobilizados.

- *Se os valores dos algarismos das unidades dos números anunciados é zero, então basta somar os outros algarismos e acrescentar o zero à ordem das unidades.*
- *Se o valor do algarismo da ordem das unidades e das dezenas de uma das parcelas é zero, então basta somar os outros e acrescentar, no resultado, o zero na ordem das unidades e/ou dezenas.*

**Atividade 16 - Somar.**

*Grupo 1: soma dos algarismos das unidades inferior a 10;*  
 $25 + 812$        $745+44$        $67+721$        $484+123$        $71 + 424$

*Grupo 2: soma dos algarismos das unidades superior a 10;*  
 $645 + 38$        $56 + 245$        $336 + 37$

*Grupo 3: soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.*  
 $126 + 84$        $38 + 287$        $567 + 45$

Composta por três grupos, esta atividade visou identificar o nível de estabilidade das estratégias mobilizadas nas atividades propostas anteriormente (GUIMARÃES, 2009). Esperávamos que as estratégias ligadas às propriedades dos números e das operações, como a decomposição, foram mobilizadas pelos nossos sujeitos.

Uma variável constatada por Guimarães (2009) no decorrer dessa atividade e que interferiu na sua realização foi a ordem de grandeza dos números envolvidos, ou, simplesmente, o “tamanho dos números”.

[...] interferiu na agilidade dos cálculos, tendo em vista que todos os algarismos das ordens das dezenas e das unidades eram diferentes de zero. Essa característica exigia, por um lado, um esforço maior da memória, que buscava na repetição constante do cálculo proposto um auxílio para encontrar o resultado exato e por outro, provavelmente instigou a reproduzir mentalmente o algoritmo, principalmente quando o cálculo era registrado no quadro (p.142).

Variável também considerada nesta investigação de onde o seguinte teorema em ação foi considerado para ser mobilizado nesta atividade: *Se apenas um dos números anunciados possui a ordem das centenas, então basta somar os valores dos algarismos das outras ordens e acrescentar ao resultado o valor corresponde à ordem das centenas.*

*Consideramos também os seguintes teoremas em ação. Para o primeiro grupo, quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades inferiores a 10, então não precisamos realizar trocas. Para o segundo grupo, quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades superiores a 10, então temos que realizar trocas, e, para o terceiro grupo, quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades ou dezenas for superior a 10, então temos que realizar trocas.*

**Atividade 17-** *Subtrair de uma quantidade (não ultrapassar a ordem da unidade de milhar) um número inteiro nas centenas.*

325 - 100	1.502 – 100	3.080 – 100
370 – 200	1.000 - 700	652 – 400
548 – 200	1.366 – 300	2.899- 500

Esta é a última atividade do bloco aditivo. Guimarães (2009), para esta atividade, constatou a interferência da variável “tamanho dos números”, bem como a solicitação pelos sujeitos do registro escrito para a investigadora, quando sentiam dificuldade em armazenar o cálculo proposto; esse registro contribuiu para o emprego mental do algoritmo. Com esta informação, iniciaríamos então com números que envolvessem as mesmas ordens do SND, procurando registrar o menos possível no quadro e tomando cuidado em como solicitar o cálculo em Libras, evitando que seja representado um algoritmo estabelecido.

Esperávamos observar a mobilização do seguinte teorema em ação: *Se for pedido para retirar centenas inteiras do número dado, então basta lidar com os dois valores como se fossem números redondos e ao final acrescentar o valor desprezado.*

Guimarães (2009, p. 143) destaca que outras estratégias também foram mobilizadas ligadas às propriedades dos números e das operações, como a decomposição; assim consideramos que isso poderia ocorrer com os sujeitos colaboradores da nossa pesquisa.

## 6.2 ATIVIDADES PROPOSTAS: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

---

Nesta subseção, realizamos a análise e discussão dos dados dos dois blocos da presente investigação. Buscamos, organizar no quadro 13 as atividades de acordo com os meses em que foram realizadas. No entanto, como já abordamos na seção 5, com a finalidade de verificar as estratégias empregadas, as atividades foram realizadas num movimento de ir-e-vir ao longo da sequência didática. Procuramos organizá-lo subdividindo a coluna de atividades em duas a partir do mês de julho de 2014, em função da saída do sujeito Luís da escola cenário da investigação.

**Quadro 13 - Relação das atividades por período de aplicação**

<b>ANO</b>	<b>MÊS</b>	<b>ATIVIDADE</b>
2012	OUTUBRO	<p><b>Atividades 1 e 2:</b> Contagem progressiva e regressiva.</p> <p><b>Atividade complementar 1:</b> No número 235, qual o valor do algarismo 2?</p> <p><b>Atividade complementar 2:</b> Explorar o seguinte questionamento: Qual o maior número que você conhece?; e “Qual o maior número que você acha que existe?”.</p>
	NOVEMBRO	<b>Atividades 1 e 2:</b> Contagem progressiva e regressiva.
	DEZEMBRO	<p><b>Atividades 1 e 2:</b> Contagem progressiva e regressiva.</p> <p><b>Atividade complementar 3:</b> Contagem progressiva e regressiva (uma variação da atividade 1 e 2).</p>
2013	FEVEREIRO	<p><b>Atividades 3 e 4:</b> Leitura dos números expressos em algarismos, utilizando a leitura corrente e reprodução do algarismo por algarismo em Libras.</p>
	MARÇO	<p><b>Atividades 3 e 4:</b> Leitura dos números expressos em algarismos, utilizando a leitura corrente e reprodução do algarismo por algarismo em Libras.</p>
	ABRIL	<p><b>Atividades 5 e 6:</b> O antecessor e sucessor de um número dado.</p>
	MAIO Obs.: Para <i>João</i> e <i>Maria</i>	<p><b>Atividade complementar 4:</b> Explorar o seguinte questionamento: Onde você vê ou já viu números “grandes”/“maiores”? Com quem você já conversou sobre esses números “grandes”/“maiores”?</p> <p><b>Atividade complementar 5:</b> Contar objetos.</p>
	JUNHO Obs.: Para <i>João</i> e <i>Maria</i>	<p><b>Atividade complementar 6:</b> Escolher um número e sinalizar para o seu amigo da direita se você quer que ele sinalize um número maior ou menor que o seu.</p> <p><b>Atividades 7, 8 e 9:</b> A que números correspondem os valores abaixo? Ex.: 5 dezenas. Quantas dezenas existem nos números abaixo? e Quantas centenas existem nos números abaixo?</p>
	JULHO	<p><b>Luísa</b></p> <p><b>Atividades 7, 8 e 9:</b> A que números correspondem os valores abaixo? Ex.: 5 dezenas, Quantas dezenas existem nos números abaixo? e Quantas centenas existem nos números abaixo?</p> <p><b>João e Maria</b></p> <p><b>Atividade 1- Bloco Aditivo:</b> Calcular somas que envolvam somente os algarismos 1 a 9.</p>
	AGOSTO	<p><b>Luísa</b></p> <p><b>Atividades 7, 8 e 9:</b> A que números correspondem os valores abaixo? Ex.: 5</p>

		<p>dezenas; Quantas dezenas existem nos números abaixo? e quantas centenas existem nos números abaixo?</p> <p><b>João, Maria e Luísa</b></p> <p><b>Atividade 1:</b> Calcular somas que envolvam somente os algarismos 1 a 9</p> <p><b>Atividade 2:</b> Completar para chegar a dez.</p> <p><b>Atividades 3 e 4 :</b> Completar para chegar à dezena/centena superior.</p>
SETEMBRO		<p><b>João, Maria e Luísa</b></p> <p><b>Atividades 3 e 4 :</b> Completar para chegar à dezena/centena superior.</p> <p><b>Atividades 5, 6, 7 e 8:</b> Contar de n em n, dado n; contagens estas progressivas e regressivas.</p>
OUTUBRO		<p><b>João e Maria</b></p> <p><b>Atividades 5, 6, 7 e 8:</b> Conte de n em n, dado n; contagens estas progressivas e regressivas.</p> <p><b>João, Maria e Luísa</b></p> <p><b>Atividades 9 e 10:</b> Some números de dois algarismos com números de um algarismo ou vice-versa. - Some números de três algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.</p>
		<p><b>Luísa</b></p> <p><b>Atividade 11:</b> Subtração (operações que envolvem números de 1 a 20).</p>
NOVEMBRO		<p><b>João e Maria</b></p> <p><b>Atividade 11:</b> Subtração (operações que envolvem números de 1 a 20).</p> <p><b>João, Maria e Luísa</b></p> <p><b>Atividade 12:</b> Subtrair para chegar à dezena inteira inferior ao número dado.</p> <p><b>Atividade 13:</b> Subtrair (números que envolvam no minuendo valores formados até a centena e no subtraendo apenas unidades). /</p> <p><b>Luísa</b></p> <p><b>Atividade 14:</b> Calcular a diferença (números que no minuendo não necessitam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuem o valor da ordem das unidades ou o valor da</p>

		ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo).	
	DEZEMBRO	<p><i>Luísa</i></p> <p><b>Atividade 15:</b> Somar (números em que as parcelas envolvam até a ordem da unidade de milhar e que as dezenas sejam inteiras).</p> <p><b>Atividade 16:</b> Somar</p> <p><i>Grupo 1:</i> soma dos algarismos das unidades inferior a 10;</p> <p><i>Grupo 2:</i> soma dos algarismos das unidades superior a 10;</p> <p><i>Grupo 3:</i> soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.</p>	<p><i>João e Maria</i></p> <p><b>Atividade 14:</b> Calcular a diferença (números que no minuendo não necessitam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuem o valor da ordem das unidades ou o valor da ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo).</p> <p><b>Atividade 15:</b> Somar (números em que as parcelas envolvam até a ordem da unidade de milhar e que as dezenas sejam inteiras).</p>
2014	FEVEREIRO	<p><b>Atividade 16:</b> Somar</p> <p><i>Grupo 1:</i> soma dos algarismos das unidades inferior a 10;</p> <p><i>Grupo 2:</i> soma dos algarismos das unidades superior a 10;</p> <p><i>Grupo 3:</i> soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.</p>	
		<p><i>Luísa</i></p> <p><b>Atividade 17:</b> Subtrair de uma quantidade (não ultrapassar a ordem da unidade de milhar) um número inteiro nas centenas.</p>	
	MARÇO		<p><i>João e Maria</i></p> <p><b>Atividade 16:</b> Somar</p> <p><i>Grupo 1:</i> soma dos algarismos das unidades inferior a 10;</p> <p><i>Grupo 2:</i> soma dos algarismos das unidades superior a 10;</p> <p><i>Grupo 3:</i> soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.</p> <p><b>Atividade 17:</b> Subtrair de uma quantidade (não ultrapassar a ordem da unidade de milhar) um número inteiro nas centenas.</p>

Fonte: Arquivo da autora

### **6.2.1 Bloco do Sistema de Numeração Decimal: análise e discussão**

Ao elaborarmos a sequência didática desta pesquisa, conforme já explicitado, nos baseamos em Guimarães (2009), entretanto, ao considerarmos as “transparências” dos números em Libras, entendemos ser necessária a proposição de mais uma atividade (além das nove propostas por Guimarães (2009)), que denominamos *atividade complementar 1*.

Estimamos que com duas sessões semanais desenvolveríamos as dez atividades e, assim, encerrariam a aplicação deste bloco ainda no ano de 2012, entretanto isso não ocorreu, devido a dificuldades que surgiram já no início da aplicação da sequência.

As *atividades 1, 2, 3, 4, 5, 6* e as *atividades complementares 1, 2 e 3* foram desenvolvidas coletivamente com os três sujeitos, enquanto as *atividades 7, 8 e 9* e as *complementares 4, 5 e 6* não contaram com a participação da Luísa. Esta aluna desenvolveu apenas as atividades regulares da sequência didática (7, 8 e 9) posteriormente, de maneira individual.

Para a apresentação da análise e discussão dos dados coletados, temos a sequência das atividades em que todos os três participantes estavam envolvidos; na sequência, as *atividades complementares 4, 5 e 6*, em que somente João e Maria estiveram envolvidos, para então apresentar as *atividades 7, 8 e 9*, finalizando o bloco do Sistema de Numeração Decimal.

No primeiro contato com os três sujeitos da pesquisa no mês de agosto de 2012, ao explanar sobre o trabalho a ser desenvolvido, escrevemos a palavra cálculo mental e indagamos se eles sabiam o significado. A compreensão que tinham da expressão era palavra por palavra, isoladamente, sem entender o contexto, porque, ao sinalizarem a expressão, utilizaram o sinal que indica comprometimento mental para a palavra mental, associado ao sinal adequado para “cálculo”, conforme ilustra a fala de **Luísa**: “*Cálculo, mental, mental*” - com uma expressão que não estava entendendo o contexto - e de **Maria**: “*Cálculo mental, eu não sou mental não*” (oralizou), ao associar a palavra a um comprometimento intelectual. Na sequência, explanamos que tinha outro significado e apresentamos os sinais convencionados com os participantes do GEPSEM e do projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras/UEM.



**Figura 106 - Cálculo** mental

Fonte: GEPSEM e do Projeto de Extensão de Apoio à Difusão da Libras/UEM

Apesar do contato inicial com os sujeitos ter acontecido em agosto de 2012, a aplicação das atividades didáticas teve início somente no mês de outubro, pois, conforme já abordamos anteriormente, nesses dois meses iniciais aplicamos provas piagetianas que acabaram sendo desconsideradas no decorrer da investigação.

**Atividade 1:** Contagem progressiva sinalizada a partir de um determinado número e interromper a contagem ao sinal da pesquisadora.

Ex.:

66 a 73	117 a 125	971 a 989	29.367 a 29.378
57 a 64	487 a 495	1.007 a 1.013	99.997 a 100.011
88 a 93	887 a 896	1.248 a 1.254	2.200.994 a 2.201.004
96 a 105	798 a 806	11.206 a 11.215	5.000.995 a 5.001.008

**Atividade 2:** Contagem regressiva sinalizada a partir de um determinado número e interromper a contagem ao sinal da pesquisadora.

Ex.:

35 a 18	701 a 685	1.015 a 1.001	49.377 a 49.359
21 a 9	994 a 981	3.293 a 3.279	79.003 a 78.989
78 a 61	563 a 548	11.003 a 10.989	1.000.004 a 999.988
112 a 93	452 a 439	25.004 a 24.988	3.000.002 a 2.999.987

**Atividade complementar 1:** No número 235, qual o valor do algarismo 2?

Ex.:

489	2.345	14.567
561	1.569	34.897
325	3.765	121.560
892	4.567	1.234.456

**Atividade complementar 2:** Explorar o seguinte questionamento: Qual o maior número que você conhece? e “Qual o maior número que você acha que existe?”

A análise e discussão das informações coletadas durante a aplicação das **atividades 1 e 2** são apresentadas em conjunto, porque as mesmas, conforme previsto na análise “a priori”, foram desenvolvidas simultaneamente. Com o objetivo de favorecer a reflexão sobre as ações realizadas, sempre indagávamos “*Como você sabe qual era o próximo número da sequência?*” ou “*Como você pensou?*”.

No primeiro encontro, após os sujeitos realizarem a contagem progressiva e a regressiva a partir de um número dado (entre 1 e 99), ao indagarmos “*Como você sabe qual era o próximo número da sequência?*” ou “*Como você pensou?*”, obtivemos como respostas: Maria (oralizou): “*Tá na cabeça*”; Luísa (sinalizou): “*Eu pensei*” e João também sinalizou “*Eu sei*”. Em outro momento, Luísa sinaliza: “*Eu sei, a professora ensinou*” (apontou para a professora de Matemática que estava como observadora da dinâmica), o que indica que, para números com tal ordem de grandeza, a contagem está automatizada, conforme previsto na análise “a priori”. Ao avançarmos para números da ordem das centenas, Luísa segue sem dificuldades nas duas formas de contagem, entretanto o mesmo não acontece com João e Maria, conforme ilustra exemplo a seguir.

Ao ser solicitada a prosseguir a contagem a partir de 798, Maria iniciou sinalizando: “799, 799”, e ficou parada por uns instantes, balançando a cabeça como se não soubesse até que sinaliza “7100”. Ampliamos o questionamento para o grupo e Luísa sinalizou: “800” e João ficou observando um pouco e respondeu “800”.

Anotamos a resposta de cada um no quadro e realizamos a seguinte indagação: “*Como eles haviam pensado para saber o sucessor de 799?*” Todos ficaram observando e responderam “*não sei*”. Acreditamos que isso ocorreu porque ainda não haviam identificado a regularidade da notação numérica. Maria constatou que sua resposta está diferente da dos amigos e permaneceu pensativa, com os olhos voltados para o quadro.

Durante o diálogo indagamos se sabiam o que era unidade, dezena, centena registrando as palavras no quadro, e qual era o sinal para cada um desses termos. Maria (oralizou): “*um, dez, cem*”; Luísa e João (sinalizaram): “*1, 10 e 100*” Indagamos: “*Qual o sinal para unidade, dezena e centena?*” Todos sinalizaram: “*1, 10, 100*”.

Como os sinais em Libras para a palavra “um” e o numeral 1 são iguais, da mesma forma, para dez e 10 e para cem e 100, registramos no quadro a escrita das palavras um, dez e cem e também os numerais 1, 10 e 100 e indagamos, apontando para as palavras escritas no

quadro se o sinal de “1” se referia à palavra “um” ou à palavra “unidade”. Eles responderam: “*Sim*”, para ambas as palavras; isso se repetiu para dezena e centena. Apresentamos, então, os sinais convencionados para cada termo (unidade, dezena e centena).

Retomamos a escrita das respostas de cada um no quadro, anotando em cima de cada algarismo que constitui o numeral 799 as iniciais de sua ordem correspondente, conforme segue:

CDU  
7 9 9

Solicitamos para explicarem novamente como haviam pensado para indicar o sucessor de 799. Luísa respondeu que os números continuavam e fez o sinal de 1.000 (dando a entender até mil). João e Maria permaneceram quietos. Do registrado, inferimos que Luísa iniciou sua primeira ação em explicitar como havia pensado. Não exploramos nesse exemplo o valor de cada algarismo. Indagamos então como seria para indicar as ordens dos algarismos dos numerais 800 e 7.100. Luísa antecedeu o grupo e apontou para o zero e sinalizou unidade, aponta para o outro zero e sinaliza dezena e aponta para o oito e sinaliza centena e complementa que 7.100 é outro número e não a sequência de 799. Indagamos que número era e ela respondeu: “*Sete mil e cem*”, (digitalizando algarismo por algarismo em Libras, incluindo o ponto que marca o mil em Libras).

Ao representarmos o numeral 7.100 no quadro e indicarmos a ordem de cada algarismo, ampliamos e retomamos o vocabulário para as classes dos números e suas respectivas ordens. No final deste encontro, solicitamos para perguntarem aos professores que trabalhavam com a disciplina de Matemática da escola e também para o professor de Libras qual sinal eles usavam para unidade, dezena e centena. O retorno obtido foi de que para dezena, por exemplo, um professor de Matemática utilizava o mesmo sinal que a pesquisadora (“sinal de grupo e 10”); outro professor utilizava o “sinal de grupo e d” apresentando a influência da Língua Portuguesa pela inicialização, como apontada por Albres (2013), trazendo um traço arbitrário para o sinal. O professor de Libras sinalizou somente “10”, que foi a forma de representação também utilizada pelos alunos, evidenciando não terem se apropriado da representação utilizada pelos professores de Matemática. Ao analisarmos os sinais para esta terminologia utilizados pelos professores, confirmamos os resultados de Zanquette, Nogueira e Umbezeiro (2013), quando afirmam que não existe uma padronização, nem mesmo na escola pesquisada, dos sinais matemáticos, o que seria necessário para uma comunicação na comunidade escolar sem maiores entraves.

A nossa expectativa quanto ao uso da terminologia apropriada, após sua apresentação aos alunos, era de que eles a utilizariam em suas explicações.

No segundo encontro, continuamos desenvolvendo as **atividades 1 e 2**, considerando números da ordem das centenas.

Como abordamos na análise “a priori” da **atividade complementar 1**, a representação dos números em Libras, sinalizando algarismo por algarismo, é igual à sua representação escrita, então, como identificar se os alunos compreendiam o valor posicional de cada algarismo? Além do mais, esta atividade poderia auxiliar também as hipóteses de Maria quanto à construção do SND (o valor posicional e decimal), que não tinha sido explorado quando apresentamos os sinais para unidade, dezena e centena. Além disso, para desenvolver a atividade complementar 1, estaríamos tratando também de outro conceito o de algarismo que não sabíamos se era conhecido ou não.

*João* realizava a contagem a partir de 487, sinalizando lentamente. Quando se aproximou dos “nós”, parou por uns instantes e prosseguiu a sua contagem; consideramos que ele procurou recuperar na memória a sequência numérica.

**Pesquisadora:** 489: Qual o valor do algarismo 4?

**João:** 4.

**Pesquisadora:** Você sabe o que é algarismo?

**João:** Não.

**Pesquisadora:** Alguém sabe?

**Luísa:** Não.

**Maria:** Não.

Ao verificarmos que não sabiam o que era algarismo, inferimos que João poderia ter respondido 4 por não ter compreendido o questionamento feito. Escrevemos 444 no quadro e perguntamos: “*Tudo é quatro?*”.

**Todos responderam:** Sim.

**Pesquisadora:** O valor desse 4 é 4? (apontando para o quatro da unidade)

**Todos responderam:** Sim.

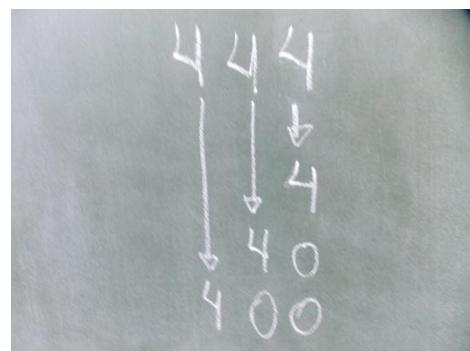
**Pesquisadora:** O valor desse 4 é 4? (apontando para o quatro da dezena)

*Luísa* se antecipou e respondeu rapidamente: “40”. E continuou sinalizando que já fizeram muitos exercícios desses nas aulas de Matemática.

**Pesquisadora:** O valor desse 4 é 4? (apontando para o quatro da centena):

**Luísa e João** responderam: “400”, Maria permaneceu sem se manifestar.

Representamos como nos livros didáticos o valor de cada algarismo, o que pareceu reforçar as aulas de Matemática.



**Figura 107 -** Valor de cada algarismo  
Fonte: Arquivo da autora

Em seguida, representamos o número utilizando um QVL, para destacar a posição ocupada pelo algarismo “4” (unidade, dezena e centena), no numeral 444.

Retomamos sinalizando “444” com a mão direita; na sequência, fizemos a CM que representa o três (indicando as três casas decimais), mantendo o sinal e com a mão esquerda representamos 4 e o aproximamos do indicador da mão direita (CM em 3), para indicar que este “4” ocupava a posição das unidades (sinalizando “unidade”) e que seu valor era 4; fizemos a mesma coisa para a ordem das dezenas, aproximando o “4” sinalizado com a mão esquerda, do dedo médio da direita e sinalizando o “0” no indicador, destacando que o valor deste “4” era 40 . Procedemos analogamente para a centena.



**Figura 108 -** Sinalizando CM 3 e indicando a posição que o 4 ocupava na dezena

**Figura 109 -** Representação no quadro "444", "40"

Fonte: Arquivo da autora

Ao analisarmos o registro no quadro e a explanação da pesquisadora temos que, como apontado por Albres (2013), a maneira utilizada pela pesquisadora para explicar o valor posicional dos algarismos se sustenta na simultaneidade, traço marcante da língua de sinais e da linguagem da pintura, neste caso da representação no quadro, além de se valer também do referente, outro aspecto relevante da Libras, quando destaca a posição ocupada pelo algarismos “4” do numeral 444.

Retomamos o sinal de algarismo com o grupo e o questionamento com o *João*.

**Pesquisadora:** 489: Qual o valor do algarismo 4?

**João:** 400.

**Pesquisadora:** Como você sabe? (deu uma pausa).

João fez o mesmo procedimento realizado pela pesquisadora anteriormente, com exceção de sinalizar unidade, dezena ou centena, na sua explicação.

Os três adolescentes não conheciam nem a palavra nem o sinal para “algarismo”, no entanto constatamos, neste excerto, que como explicitado por Luísa, eles faziam atividades semelhantes em sala de aula e João compreendia o aspecto posicional do SND.

Temos seguinte teorema em ação mobilizado: *Em um numeral, cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência de base 10.*

Entretanto, mesmo compreendendo o valor posicional, João, realizava suas contagens de maneira bastante lenta; ele sempre necessitava de um apoio, na forma de recordar o último número sinalizado, para então prosseguir com sua contagem, conforme ilustra a situação a seguir. João é solicitado a realizar a contagem a partir de 887, continua sinalizando lentamente algarismo por algarismo em Libras e, quando chega em 898, para de contar e sinaliza que não sabe. Ao retomarmos o último número que ele sinalizou, ele imediatamente retoma a contagem 899, 900, 901. Indagamos: “Como você pensou?”. João respondeu: “*Sei, número*”. Quanto à Luísa, esta realizou todas as contagens com tranquilidade, mas nas suas explicações de como sabia qual era o próximo número retomou a sua explicação inicial: “*Eu sei*”.

Na contagem regressiva foram as mesmas atitudes. Maria continuava parando quando chegava próxima aos “nós” conforme excerto a seguir: “204, 203, 202, 202, 201, 201” parava, precisando da nossa intervenção para dar continuidade, quando não utilizava uma estratégia equivocada quanto ao SND, precisando de ajuda do grupo. João continuava contando como se estivesse em “câmera” lenta, dando sempre breve paradinha próximo aos “nós” e continuava. Luísa contava tranquilamente.

Na análise “a priori”, havíamos previsto que na contagem regressiva os sujeitos fariam um intervalo maior nas passagens pelos nós que na contagem progressiva, por não estarem acostumados com tal atividade; isso não ocorreu, pois a “paradinha” aconteceu com a mesma intensidade, na contagem progressiva e regressiva. Uma conclusão possível é que os sujeitos não estavam habituados a realizar contagens.

Quanto aos milhares, fizemos uma tentativa, no primeiro encontro, de explorar a contagem a partir de números que envolviam unidade de milhar. Os três sujeitos mostraram-se espantados e a reação foi unânime: nas respostas, em um primeiro momento, tanto o corpo “falou” encolhendo-se na carteira, bem como sinalizaram e verbalizaram expressões “*Como?*” e “*Não sei*”. Esta atitude fez com que recuássemos na apresentação desta classe em diante, para uma nova tentativa somente no terceiro encontro.

Neste, ao retomarmos os questionamentos com os nossos sujeitos, somente Luísa e João estavam presentes. O espanto, ou melhor explicitando, a reação do corpo foi mais amena ao serem solicitados para realizarem a contagem. Consideramos que a prática instaurada nos primeiros encontros permitiu que isso ocorresse. Solicitamos para Luísa realizar a contagem a partir de 1.007; apresentamos algarismo por algarismo em Libras. Ela iniciou a contagem: “1.008, 1.009 (pausa) e 2.000” e parou. João interveio: “1.010”. Luísa corrigiu-se, repetindo “1.010”. Perguntamos para Luísa porque ela mudou de opinião e ela respondeu que 1.010 era o certo. Indagamos por que havia sinalizado 2.000 depois de 1.009, ao que ela respondeu: “*Pensei nove último*” complementou “2.000”, caracterizando sua segunda tentativa em explicitar seu raciocínio.

João, embora se saísse melhor auxiliando suas colegas, quando solicitado a realizar contagens a partir da ordem de unidades de milhar, procedia com as mesmas dificuldades, a saber, contagem lenta, precisando de apoio para relembrar o último número contado. E, ao passarmos para a dezena de milhar, ele sequer tentou realizar a contagem. Isso fica evidenciado no exemplo a seguir: Quando solicitamos para João iniciar a contagem a partir dos 32.996, ele parou, ficou uns minutos em silêncio e respondeu “*Não sei*” e nem tentou. Luísa interveio, motivando João dizendo “*Que era fácil*” e exemplificou com os números, como: “96, 97, 98, 99, 100 e 996, 997, 998, 999, 1.000” e complementou que os números sempre continuavam.

**Pesquisadora:** *Como assim, eles continuam?*

**Luísa:** “0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 acabou 10, 11, 12, 13..., 19, acabou 20, 21, 22 continua, continua”.

Solicitamos a contagem a partir de outros números para João, todavia ele permanecia sem querer tentar. Então nos propusemos a contar juntamente com ele e este sinalizava algarismo por algarismo lentamente.

No quarto encontro, agora com todos presentes. Como Maria não estava presente no encontro anterior, retomamos a contagem a partir de unidades de milhar. Maria iniciou a contagem, sinalizando a partir de 1.248: “1.249, 1.500”. Ao registrar no quadro sua resposta, ela rapidamente oralizou “1.050”.

**Pesquisadora:** *Por que você mudou?*

**Maria:** *Porque estou vendo.*

Recorremos novamente ao QVL, explorando ordens e classe, valor posicional de cada algarismo.

Luísa, neste encontro, ao realizar a contagem, continuava parando próximo aos nós; algumas respostas nas mudanças de ordem e classe não eram “corretas”, mas, mal começávamos questionar, ela se corrigia. João continuava inseguro para realizar a contagem.

Após estes quatro encontros, realizamos uma “análise a posteriori” local, considerando também as informações prestadas pela equipe pedagógica da escola especial e pelos professores desses sujeitos, descritas na Seção 5. Concluímos que, no que se refere à Luísa, tanto as atividades seguintes da sequência didática elaborada, quanto à dinâmica de aplicação, estavam adequadas e ela conseguiria avançar sem grandes dificuldades. Quanto ao João, se conseguíssemos fazê-lo vencer sua timidez e insegurança, ele, mesmo com algumas dificuldades, poderia avançar. Já Maria necessitava de atividades específicas que favorecessem a (re)construção do SND, bem como o “auxílio” de recursos didáticos. Considerando que essa retomada do SND também favoreceria João, redirecionamos a pesquisa acrescentando à sequência didática as atividades *complementares 2, 3, 4, 6*, bem como os recursos didáticos apontados na seção 6.

Segundo Vergnaud (1998), a natureza do conhecimento matemático em si não pode ser modificado pelas questões sociais, no entanto influencia como esse conhecimento chega à escola e a cada escola. Estávamos utilizando as atividades da sequência de Guimarães (2009) nesta investigação, porém precisamos redirecioná-la, pois em sua aplicação houve influência de diversos fatores, como o fato de as pesquisadoras serem diferentes, de os sujeitos da presente investigação serem surdos e usuários da Libras. Esses sujeitos organizam seu mundo a partir de experiências visuais, além de possuírem a interação com o entorno prejudicada em função da dificuldade de comunicação. Ao não interagirem plenamente com o meio, os surdos se tornam, praticamente, dependentes das atividades escolares, para, por exemplo, terem

contato com números de ordens elevadas; o que, em nossa *análise a “posteriori” local*, mostrou não ser verdadeiro no caso dos sujeitos de nossa investigação, em função de a prática escolar a que foram submetidos enfatizar apenas números até unidade de milhar.

Ao constatarmos uma não familiarização dos sujeitos investigados com números que envolvessem a classe de milhar em diante, entendemos ser necessário compreender qual conhecimento esses sujeitos, que estavam cursando naquele momento o final do sexto ano de escolarização, possuíam da sequência numérica e realizamos a seguinte indagação: “*Qual o maior número que você conhece?*”. Esse questionamento às vezes foi substituído por este: “*Qual o maior número que você acha que existe?*”. Denominamos esta intervenção de **atividade complementar 2**. Segue excerto do primeiro encontro.

**Pesquisadora:** *Qual o maior número que você conhece?*

**Maria :** 200 mil (falou).

**João:** 1.003 (um ponto zero zero três)

**Luísa:** 1 continua (fez o 1 e o sinal de continuar).

**Pesquisadora:** (Apontou para Luísa) *O número continua ou para?*

**Luísa:** Para, (em seguida) continua.

Quanto a isso, Barreto (2011), ao investigar o conhecimento que as crianças de 3.<sup>a</sup> série possuíam acerca do SND, solicitou para elas que deveriam pensar em quantidades que consideravam muito altas, a maior que conhecessem; este número deveria ser indicado oralmente e em seguida registrado.

A quantidade considerada como muito alta esteve diretamente relacionada com o desempenho apresentado pelos alunos nas outras atividades da pesquisa. Os alunos que apresentaram melhor desempenho em outras atividades da entrevista [conheciam mais sobre o SND] se referiram a números superiores a dez mil; os que apresentaram desempenho inferior indicaram quantidades inferiores a dez mil (BARRETO, 2011, p. 76).

Ao analisarmos os números escolhidos pelos sujeitos surdos individualmente, (João tinha respondido 1.003, Luísa que os números tendiam “ad infinitum” e Maria 200.000), estes contrariam os resultados de Barreto (2011), pois João dava indícios de uma melhor compreensão quanto ao SND, do que Maria. Provavelmente esta “contradição” se origina do fato de Maria, por possuir uma interação auditiva com seu entorno social em função de uma perda moderada, ter tido mais oportunidades de contato com números “altos”.

Não foram exploradas nesse encontro as respostas dos sujeitos e solicitamos que conversassem em casa sobre qual o maior número que seus familiares ou amigos conheciam.

No encontro seguinte, ao retomarmos o questionamento, somente uma aluna tinha conversado a respeito; os outros dois tinham esquecido. Luísa sinalizou que tinha conversado com sua avó em casa e ela falou que os “*Números não tinham fim*”. Solicitamos para ela explicitar o que seria “*Não ter fim*” para seus colegas e ela explicou: “*Continua, continua, continua, continua [...]*”. Logo em seguida perguntamos para os outros dois qual o maior número que eles achavam que existia.

**João:** 1.003

(um ponto zero zero três)

**Maria:** Dez mil. (oralizou)

Naquele momento, a explicação de Luísa ainda não fazia sentido para os demais; eles poderiam ter simplesmente repetido a sua, mas mantiveram suas convicções anteriores, com Maria até diminuindo o número anteriormente indicado.

Embora mantivéssemos estas indagações durante o desenvolvimento das diferentes atividades da sequência didática, em quase todos os encontros, e sempre obtivéssemos respostas com as mesmas características, com Luísa indicando ter clareza de que a sequência numérica “não tinha fim” e os demais admitindo a existência de “um maior número”, em um dos encontros, já no mês de abril de 2013, com todos os sujeitos presentes, retomamos esta questão. João e Maria continuavam com as mesmas respostas e Luísa respondeu “*1 e continua, continua, ...*”. Decidimos intervir mais especificamente nesta questão e registramos 1 no quadro e começamos a colocar algarismos 0 (zero), à direita deste 1, sempre indagando a cada zero registrado qual número havia sido obtido. Em seguida, perguntávamos se era possível acrescentar mais um zero ou se era preciso “parar por ali”. Algumas dúvidas foram surgindo quanto à leitura do número, como a retomada do porquê de se separar os algarismos de três em três, se conseguimos realizar a leitura dos números sem o ponto. Nenhum dos sujeitos afirmou que era “preciso parar” de se acrescentar zeros.

Quando indagados por que separam os números com um ponto, se isto é necessário ou não, Luísa: (sinalizou) a CM três e sinalizou o ponto (como se fosse ocupando três posições e marca um ponto indicando mil) e novamente repete a CM três e sinalizou “*milhão*”, repetindo novamente a CM três e faz um ponto, sinalizando “*bilhão*”; repete novamente e apenas sinaliza o ponto, já que não conhecia o sinal para “*trilhão*”, quando interferimos:

**Pesquisadora:** *Mas por que três posições e o ponto?*

**Luísa:** Igual você “*falou*”: *unidade, dezena e centena e depois mil e tem unidade, dezena, centena*.

Conforme previsto na análise “a priori”: colocou-se o ponto para facilitar a leitura; colocou-se o ponto a cada três algarismos e colocou-se o ponto para marcar mudança de classe.

Constatamos do trecho acima que Luísa utilizou a terminologia matemática em Libras ao se referir ao SND, procurando organizar em ordens e classes. Os sujeitos deram indicativos da compreensão do que havia sido explicitado por Luísa e indagaram quais eram os sinais para trilhão, quatrilhão, quintilhão, e etc. Relatamos que havíamos discutido com o grupo GEPSEM e apresentamos os sinais.

Essa questão, quanto ao uso ou não do ponto, na representação escrita dos numerais, já havia sido discutida e foi retomada em outras atividades, uma vez que, para os sujeitos surdos, respostas relativizadas, do tipo “pode ser usado ou não”, “depende de quem escreve”, não costumam ser bem aceitas. Eles sempre esperam respostas dicotômicas, do tipo “o certo é...”

No mês de maio/2013, mesmo após a exposição e apresentação dos sinais para trilhão, quatrilhão, etc; quando estavam presentes somente João e Maria, novamente a resposta de João para o “maior número que ele conhecia”, continuava sendo 1.003 e de Maria 200 mil (na maioria das vezes usando a oralidade). Registramos no quadro essas respostas e repetimos o procedimento anterior, de acrescentarmos zeros à direita do número, indagando qual o número resultante e se poderíamos continuar ou parar por ali. Retomamos a leitura com os sujeitos apresentando novamente dúvidas sobre a maneira de se separar cada três algarismos no numeral por um ponto em sua representação escrita. Após a exploração dessas ações, indagamos novamente qual era o maior número que eles conheciam.

João respondeu “*I e continua*”, prolongando o sinal de continua, para indicar que não terminava. Podemos inferir que os diálogos das atividades propostas até aquele mês possibilitaram e mobilizaram um desequilíbrio e uma ampliação do esquema.

Maria, no final do encontro, também indicava compreender a continuidade da sequência numérica, entretanto, em encontros posteriores voltou a considerar qualquer número da classe do milhar. Conjeturamos que, naquele momento em que indicou uma compreensão acerca da continuidade da série numérica, ela possa ter percebido nossa aprovação em relação a João, quando este demonstrou ter compreendido e simplesmente repetiu a resposta dele por entender que aquela era a resposta “esperada”; é igualmente provável que, no decorrer da atividade, Maria momentaneamente desequilibrou seus esquemas numéricos.

Mendonça, Lellis (1989), Gomez (1994), Gonçalves (2008), Guimarães (2009) e Kammi (1990) afirmam que, ao incentivar os alunos a compartilharem como pensaram,

desenvolve-se a troca de ideias e a autonomia. Isso se torna relevante ao considerarmos dois dos nossos sujeitos TDAH.

Constamos que somente no mês de agosto/2013 as respostas de Maria firmaram-se, falando que os “números continuam” e, na maioria das vezes, apontava para o quadro, sinalizando no espaço “*I, 0, 0, 0, 0 e continua*”.

Confirmam-se os resultados de Barreto (2011): de que a noção de números “altos” ou “baixos” depende do domínio que as crianças possuem do SND. Quanto maior for a compreensão delas em relação ao Sistema de Numeração Decimal, maiores serão os números apontados como grandes quantidades.

Ao analisarmos as respostas dos sujeitos à indagação “Qual é o maior número que existe?” durante o desenvolvimento da pesquisa, até concluírem que a sequência numérica tende ao infinito, verificamos que Luísa admitiu este fato já na primeira indagação, João somente no mês de maio/2013, quando já haviam sido exploradas as atividades 1, 2, 3 e 4 e as complementares 1, 2, 3 e 4 e Maria somente no mês de agosto/2013, época em que já estávamos explorando atividades do bloco aditivo. Esta constatação corrobora, portanto, os resultados de Barreto (2011), uma vez que essas respostas condiziam com um maior conhecimento quanto ao SND.

Como estava intrigada com as respostas, fizemos uma investigação complementar, realizada de maneira informal. Esta investigação paralela foi efetuada no início do ano de 2013 com 50 crianças ouvintes do 1º ao 5º de escolas públicas e particulares (cinco alunos da educação infantil, dez alunos do 1º ano, dez alunos do 2º ano, dez alunos do 3º ano, dez alunos do 4º ano e cinco alunos do 5º ano). Perguntamos qual seria o maior número que achavam que existia. Em seguida, solicitamos que representassem este número por escrito. A maioria dos alunos da Educação Infantil e primeiro ano responderam “mil”, mesmo alguns não sabendo registrar corretamente este número. Dois alunos do 1º ano falaram ‘infinito, além’; mas ao representar colocaram o número 1 com alguns zeros, e outro registrou “100001000001000010000” e falou que continuava. Seis alunos do 2º ano; oito alunos do 3º ano; dez alunos do 4º ano e os cinco alunos do 5º ano responderam “infinito” e que não caberia o registro no caderno, pois é infinito. Uma aluna do 4º ano usou o símbolo do infinito.

Também, paralelamente, realizamos esta mesma pergunta (com a colaboração do professor responsável no contraturno do Laboratório de Matemática) para todas as crianças surdas da mesma faixa escolar (quatro alunos da Educação Infantil, três do 2º ano, quatro do 3º ano, uma do 4º ano e uma do 5º ano) na escola em que a pesquisa está sendo realizada e nenhum aluno respondeu infinito ou que não tinha fim; um aluno do 3º e uma do 4º

apresentaram em suas respostas números da ordem da unidade de milhar. Podemos inferir que as experiências desses alunos neste contexto estão restritas aos números até a classe de milhar, embora esses alunos estejam em contato com números acima desta classe em jogos de computador e celulares, mas que não são apreendidos por esses alunos como números, uma vez que não “aparecem” nas aulas de Matemática.

No final do mês de novembro/2012 ainda estávamos envolvidos com a **atividade 1 e 2**, quando questionada para explicitar como “*sabia qual era o número que vinha depois de 999*”, Luísa explicou que sabia que depois do 999 vem o 1.000, com a seguinte explicação: 99 (com a mão esquerda) sobrepõe com 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 (com a mão direita); acabou, então vem 1.000 (fez sinal por sinal de cada algarismo, incluindo o ponto).

Podemos inferir que o seguinte teorema em ação, previsto na análise “a priori” foi mobilizado por Luísa: *Para descobrir o próximo número da sequência basta acrescentar mais uma unidade ao último anunciado*. E assim, após dois meses, com as discussões proporcionadas, Luísa conseguiu explicitar suas ideias cada vez mais detalhadas.

Em outro momento, Luísa usa essa mesma explicação, ainda com mais detalhes, sinalizando 990 com a mão esquerda e marca o último zero, paralisando no espaço, e sinaliza, com a mão direita 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, verticalmente, para indicar 991,992,...999. Em seguida, acrescenta um zero à direita de onde havia “congelado” a sinalização do 990, substitui cada um dos 9 por zero e sinaliza o “1” mais à esquerda. Neste momento, Luísa mobilizou o seguinte teorema em ação: *Como todos os algarismos são nove basta acrescentar o um como primeiro algarismo e substituir os demais por zero*.

Em uma contagem regressiva a partir do 112, Luísa demonstrou que sua construção do SND estava consolidada, conforme ilustra o excerto a seguir:

**Luísa:** 111, 110, 109, [...] 99, 98, 97, 96, 95, 94, 93, 92.

**Pesquisadora:** Explique como você pensou para saber que número está na sequência regressiva.

**Luísa:** Pensei.

**Pesquisadora:** Explique.

**Luísa:** Exemplo 99 (marcou com a mão esquerda o nove que ficou parado e com a mão direita fez rapidamente movimentos descendentes) “8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0”. Quando chegou ao zero, explicitou: *Muda 9 para 8* ( repetiu com a mão direita) 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0.

Possivelmente o teorema em ação mobilizado: *Para descobrir o antecessor de um número basta tirar uma unidade ao último anunciado*.

Maria, como já abordamos, é uma aluna que usa a Libras e a Língua Portuguesa oral para se comunicar. Durante a investigação, houve dias em que usou somente a Libras, outros em que a oralidade prevaleceu, bem como em alguns dias alternou a Libras e oralidade, e, ainda, momentos em que usou as duas simultaneamente.

Segue um trecho de um dos encontros em que usou a oralidade e Libras simultaneamente. Solicitamos para realizarem a contagem a partir de 971, (usamos em um primeiro momento a oralidade com ela e em seguida olhamos para o *João* e para *Luísa* e sinalizamos).

Maria oralizou: “*Novecentos e setenta e um*”; simultaneamente representou algarismo por algarismo em Libras: “*90071*” (nove, zero, zero, sete, um,) . Continuou a sequência, oralizando e sinalizando ao mesmo tempo, até que, antes da nossa interferência, *Luísa* intervém: “*Não é 90074*” (nove, zero, zero, zero, sete, quatro), é “*974*” (nove, sete, quatro); *você* (aponta para Maria) *está mostrando outro número*”. Maria para um pouco e oraliza e sinaliza com o auxílio de Luísa: “971, 972, 973, 974”.

Do registro anterior, constatamos que Maria oralizava corretamente a sequência numérica, mas o mesmo não ocorria com sua sinalização. Isso indica que Maria provavelmente representaria estes números por escrito da mesma forma que sinalizou, o que seria equivalente ao procedimento de uma criança ouvinte, que registra como ouve, ou seja, 900 e 70 e 1.

Como intervenção, exploramos o fato com o registro no quadro dos dois números e solicitamos que *Maria* lesse o número escrito no quadro: 90071. Maria oralizou: “*Novecentos e setenta e um*”. Quando solicitamos para fazer a leitura do número 971, Maria também disse: “*Novecentos e setenta e um*”. Antes de continuar a conversa, compartilhamos sinalizando para Luísa e João o que Maria respondeu e novamente direcionamos a pergunta para Maria: “*Como, iguais os dois números?*” Maria olhou para o quadro, falou baixinho e continuou a conversa, sem uma efetiva compreensão naquele momento, mesmo tendo explorado, por exemplo, com o grupo o valor de cada algarismo, ao considerar o numeral “971”, explorando a leitura do “90071”.

Lerner e Sadovsky (1996) realizaram pesquisas com crianças de 6 a 8 anos e Guimarães (2009) com crianças que estavam no 4º ano e apontam que estas podem não fazer a diferenciação entre a fala e a escrita do número. Maria estava no final do 6º ano e vivia momentos de mostrar suas hipóteses sobre a construção do SND.

Mesmo explorando as hipóteses de forma dialógica e argumentativa com o grupo em outros encontros, como já explicitado, as respostas de Maria oscilavam ora em respostas

consideradas adequadas quanto ao SND ora em respostas equivocadas. Na busca de um recurso didático que pudesse auxiliar o trabalho com Maria, exploramos o uso das fichas sobrepostas.

Em encontro posterior, explicamos para o grupo que iríamos somente sinalizar com um de cada vez, contudo na verdade o objetivo era trabalhar em específico com Maria.

Colocamos as seguintes fichas à disposição de Maria: 9000; 900; 90; 9; 800, 80, 8, 700, 70, 7, 600, 60, 6, 5, 6, 3, 2, 1 - e solicitamos que ela fizesse a leitura de cada uma; procuramos chamar atenção e fazer a comparação com o valor posicional. Em seguida, pedimos para Maria pegar o 800 e depois o 60 e depois o 7 e perguntamos: “*Que número forma se colocarmos uma ficha sobre a outra*”. Maria oralizou: “*Oitocentos e sessenta e sete*”. Registrados no quadro 867, solicitamos a leitura do número e perguntamos o valor de cada algarismo. Em seguida, colocamos as fichas uma ao lado da outra, resultando 800607, que registramos também no quadro. Perguntamos: “*Que número é?*” Maria separou as fichas e oralizou, apontando para cada ficha: “Este é oitocentos, este é sessenta e este é sete”. Colocou novamente as fichas na forma 800607 e oralizou: “*Aqui é outro número*”. Indagamos: “*Que número?*” e **Maria**: “*Não sei*”. E o diálogo prosseguiu, aberto para o grupo, sendo explorados outros exemplos.

Combinamos com a turma que iríamos deixar as fichas sobrepostas à disposição, sendo que Maria por algumas vezes recorreu a elas ao longo da aplicação da sequência didática. Quanto à Luísa, ela não recorreu nenhuma vez a este material; João fez uso das fichas em outros momentos.

**Atividade complementar 3:** *Contagem progressiva e regressiva a partir de um número dado.*

Como estávamos envolvidos com atividade de contagem progressiva e regressiva por muitos encontros, propusemos uma variação desta, que denominamos **atividade complementar 3**.

No mês de dezembro/2012, sinalizamos que era para alguém escolher um número. Um ficou “jogando” para o outro, até que Maria falou: “*20 mil*”. Então sinalizamos: “*Pode começar a contar*” (apontando para Maria) e ela oralizou: “*Eu não*”.

**Pesquisadora:** *Amei o número que você escolheu, é um número grande; começa, sim!*

Maria fez um sim com a cabeça.

Explicamos que seria realizada a contagem na sequência: Maria iria começar a contagem, depois João, depois Luísa e nós na sequência, voltaria para Maria e continuaria a contagem até um aviso nosso para encerrá-la. Maria, mesmo com toda a sua dificuldade, propôs o número e não era um número baixo.

Com esta atividade, considerando que dois dos nossos sujeitos são diagnosticados TDAH, objetivamos dar ainda um foco maior na atenção; pois a contagem seria coletiva. Consideramos que este objetivo foi alcançado, pois os sujeitos permaneceram atentos ao número sinalizado por quem o antecedia para poder prosseguir a contagem e também consideramos a iniciativa de Maria positiva, por ter sido ela a propor o primeiro número.

**Atividade 3:** *Leia os números expressos em algarismos, utilizando a leitura corrente.*  
Ex.:

867	11.005	2.000.000.003
1.050	2.000.003	4.000.020.001
2.005	11.002.007	123.000.123.001
7.111	45.006.060	3.000.000.000.005

**Atividade 4:** *Reproduza algarismo por algarismo em Libras.*  
Ex.:

456	32.009	4.000.000.010
3.135	4.124.234	7.000.030.002
2.003	12.005.009	124.000.242.001
10.005	32.009.090	4.000.000.080.000

As **atividades 3 e 4** começam a ser aplicadas no início do ano letivo de 2013. Tinham como um dos objetivos possibilitar a exploração das três maneiras de representar em Libras os números da classe dos milhares em diante, como descrito na análise “a priori”.

Escrevemos no quadro 10.000.000 e solicitamos que eles representassem em Libras.

**João:** *Um, zero, ponto, zero, zero, zero, ponto, zero, zero, zero.*

**Luísa:** *Dez milhões.*

**Maria:** *Dez milhões. (oralizou e sinalizou)*

Indagamos qual seria a maneira mais fácil de representar e eles responderam que era a utilizada por Maria e Luísa. Escrevemos no quadro 1.005 e solicitamos que representassem este número em Libras.

**João:** Um, ponto, zero, zero, cinco.

**Luísa:** Um, ponto (deu ênfase, oralizando mil), zero, zero, cinco.

**Maria:** Um, ponto, zero, zero, cinco

Indagamos para os três se não havia outra forma de representar em Libras e todos sinalizaram que não. Então relatamos que havíamos conversado com surdos adultos e eles tinham feito a seguinte representação em Libras:

**Pesquisadora:** Mil e cinco



**Figura 110 - Mil e cinco**

Fonte: GEPSEM e Projeto de Apoio à Difusão da Libras/UEM

Mesmo após algumas sessões, constatamos que predominava ainda a representação algarismo por algarismo de um número em Libras, principalmente pelo João.

Esta forma de representar os números em Libras, algarismo por algarismo, fazia com que João, em uma contagem progressiva a partir de um número da classe dos milhares, representasse adequadamente os números, como ilustra a situação a seguir:

João, ao realizar a contagem progressiva a partir de 10.000, representa: “1, 0, ., 0, 0, 0” (10.000); “1, 0.,, 0, 0, 1” (10.001). Entretanto, quando na **atividade 4**, sinalizamos “10 mil e um” e solicitamos para que João representasse este número, João respondeu “1,0, .,0,0,0,1” (10.0001), reproduzindo os resultados de Lerner e Sadovsky (1996), de que como a numeração falada não é condizente com a forma escrita, muitas crianças escrevem como pronunciam. No trecho acima, João “escreveu como se pronuncia”; a numeração sinalizada não é condizente com a forma escrita.

Guimarães (2009) também, ao realizar as atividades 3 e 4, constatou em sua pesquisa que a numeração falada não condizia com a numeração escrita e ressaltou que esta deveria ser explorada no contexto escolar.

Ao registrarmos no quadro, indagamos para João por que tinha sinalizado 10.0001. Ele respondeu: “Havia pensado que eu tinha falado 10.000 depois 1”. Neste momento, recorremos ao QVL e às fichas sobrepostas para retomar a discussão sobre ordens e classes.

Em outro encontro, escrevemos 5.236.457 no quadro e solicitamos para que representassem em Libras.

**Luisa:** “Cinco milhões, dois, três, seis, mil, quatro, cinco, sete”.

**João:** “Cinco, ponto, dois, três, seis, ponto, quatro, cinco, sete”.

Retomamos aqui outro aspecto a ser considerado e que envolve os números e suas possíveis representações em Libras: mesmo que os sujeitos sinalizem a palavra milhões, mil ou mesmo usando ponto para separar a classe, percebemos visualmente a demarcação de três algarismos entre uma e outra classe, o que corroborou com os estudos de Silvia (2010), abordado na análise “a priori”.

#### **Atividade 5:** *Que número vem depois?*

Depois de 99, qual é o próximo número?

Ex.:

89	75.879	109.999	1.000.999
199	79.999	999.989	33.000.999
1.019	58.989	999.999	4.000.000.999
15.789	19.999	199.889	11.000.000.999

#### **Atividade 6:** *Que número vem antes de 10?*

Ex.:

200	3.090	11.001	492.790
500	500.900	300.800	1.000.000
1.000	100.000	590.090	10.000.000

Iniciamos esta atividade propondo números da classe das unidades, mas rapidamente avançamos para as demais. Diferentemente dos sujeitos de Guimarães (2009), que explicitavam e de forma recorrente, “o acrescentar 1”, praticamente desde o início da aplicação da sua sequência didática, foi somente nesse momento, com seis meses de realização de atividades envolvendo sucessor de um número que a iteração “+1” foi explicitada. Com nossos sujeitos também a consciência dessa iteração induziu a representação mental do algoritmo convencional, destacada por Guimarães (2009), conforme ilustra o fragmento a seguir:

**Pesquisadora:** Qual número vem depois de 89?

**Maria:** 90 (sinalizou)

**Pesquisadora:** Como você sabe? (sinalizou)

**Maria:** Eu pensei (mostrou a cabeça)

**Pesquisadora:** Como você pensou, explique?

**Maria:**  $89 + 1$  é  $90$  (*Monta a operação no espaço horizontalmente*)

Observamos também que Maria, ao explicitar como havia pensado, demonstra o algoritmo como é usualmente explorado no contexto escolar.

Em um dos encontros no final do mês de abril, João assume, por iniciativa própria, o papel da pesquisadora e nos indaga:

**João:** *Dez mil, e depois?*

**Pesquisadora:** Você quer Libras ou algarismo por algarismo?

**João:** Algarismo por algarismo?

**Pesquisadora:** 10.001

**João:** Certo, explique como sabe.

**Pesquisadora:** Sei (dei a mesma resposta que ele normalmente dava).

**João:** Explique como pensou. Você sabe.

**Pesquisadora:** Vou dar dois exemplos: o primeiro dez mil mais um é igual a dez mil e um e o segundo exemplo é igual ao que Luísa explica (com a mão esquerda: um zero ponto zero zero e com a mão direita completa com um outro zero e depois dá a sequência 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Em um dos exemplos, apresentados na resposta para o João, explicitamos o teorema em ação previsto para a atividade. A conversa se estendeu e com novos questionamentos, envolvendo a turma; transformou-se, podemos dizer, em um desafio. No início, colocaram números muito grandes, classe dos bilhões, o que é positivo, pois estavam conversando livremente sobre números “grandes”, explorando a sequência numérica estendida. A atenção estava direcionada para a resposta do amigo, às vezes discordando dele. Muitas vezes solicitaram a nossa interferência.

Essa atitude espontânea de João de inverter os papéis e formular a questão, que foi compartilhada com os demais sujeitos, indica que, em uma prática regular de atividades em que se permite falar de Matemática, se trabalhe com a parte emocional, desenvolvendo a autoconfiança (GÓMEZ, 1994).

Importante para qualquer aluno uma prática em que se fale de matemática e se trabalhe com a parte emocional e autoconfiança, mais essenciais no caso de João e Maria que são diagnosticados TDAH; normalmente são sujeitos com características de baixa autoestima e com rendimento escolar abaixo do esperado, falam impulsivamente (no caso de Maria) como apontado por Almeida e Carvalho (2011). Constatamos este perfil ao considerarmos nossos

sujeitos nas primeiras atividades desta investigação, porém vem se modificando a cada atividade, isto é, a cada conquista.

Quanto à **atividade 6**, que envolvia o antecessor de um número, uma das estratégias explicitadas foi a que tinha sido compartilhada por *Luísa* já na primeira atividade, com uma pequena variação.

**Pesquisadora:** Qual número vem antes de 3.090?

**João** (repetiu para confirmar): *Três, mil, zero, nove, zero?* (algarismo por algarismo em Libras e o sinal de mil acentuado).

**Pesquisadora:** Sim.

**João** rapidamente respondeu: “*Três, mil, zero, oito, nove*” (algarismo por algarismo em Libras e o sinal de mil acentuado).

**Pesquisadora:** Como você pensou?

**João:** Pensei (apontou para a cabeça, como se falasse que estava dentro da cabeça)

**Pesquisadora:** Mas, você sabe explicar como?

Segue o procedimento de **João**: com a mão esquerda sinaliza “3, mil, 0, 9, 0” e congela o zero. Com a mão direita justapõe um zero ao último zero representado pela mão esquerda e a retira, ficando somente a mão direita representando o zero; num movimento para baixo fez o 9, e retomando a mão esquerda sinaliza 9 (referente ao valor posicional do 90); num movimento para baixo fez 8 (referente ao valor posicional do 80), “congelou” e novamente com mão direita representa o 9 e na sequência 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, sinalizando “ *acabou, 79*” (indicando estar no 80 e que o antecessor seria 79).

### Atividades complementares: 4, 5 e 6

Estas atividades foram desenvolvidas apenas por João e Maria. Luísa, no início de maio, mudou de escola e, mesmo quando retornou à pesquisa, em julho, consideramos que não precisava dessas três atividades da sequência didática.

**Atividade complementar 4:** Explorar o seguinte questionamento: Onde você vê ou já viu números “grandes”? Com quem você já conversou sobre esses números “grandes”?

Ao realizarmos a indagação acima, ambos “falaram” que estávamos trabalhando nos nossos encontros com números “grandes”. Voltamos ao questionamento: “*Onde mais?*”

Quanto à primeira indagação, Maria falou que já ouviu as pessoas falarem, e quando indagamos: “*Quem falou?*”, Maria (oralizou): “*Não sei*” e João fez um sinal de negação com a cabeça.

Somente com essas respostas não tínhamos como fazer uma análise; precisávamos envolvê-los em outras situações, para identificar os seus conhecimentos.

Neste momento, avisamos que iríamos para sala de informática e, ao chegarmos nos sentamos ao redor de um microcomputador. Solicitamos que escrevessem no “google”-pesquisa um número muito grande. João digitou 200.000.000. Em seguida conversamos, explorando o resultado encontrado no “google” no ícone “web”: “A população do Brasil já ultrapassou os 200.000.000 de habitantes?” e no ícone do “google” imagem: uma figura que tratava de um “site” que tinha 200,000,000 de acesso, bem como uma imagem que trazia a reprodução de muitas notas de dinheiro.

Quanto à conversa sobre população, os dois acabaram referindo-se à aula de Geografia e que a professora já havia tratado da população de vários países. Então reforçamos e retomamos o questionamento desta atividade, sendo que eles já haviam conversado com a professora de Geografia sobre números “grandes”. Também mencionaram aulas de História em que a professora apresentou números que eles consideraram “grandes”, como a data do descobrimento do Brasil. Em nenhum momento recorreram a exemplos das aulas de Matemática.

Quanto à figura que trazia a figura do total de acessos, a primeira discussão foi que não era o mesmo número, pois estava com vírgula e não ponto. Ao entrar no “site”, apareceu uma propaganda americana. Aproveitamos e voltamos à questão da pontuação quanto a questão da arbitrariedade dos sinais de pontuação apontados por Brizuela (2006), explanando que no Brasil se usa ponto e nos EUA é usada a vírgula. Em relação à figura de muito dinheiro, Maria falou que já tinha visto em um filme que as pessoas tinham roubado muito dinheiro. Aqui reforçamos que este muito dinheiro poderia ser milhões, bilhões.

Em outro encontro, novamente no laboratório de informática, perguntamos se gostavam de jogar no computador e os dois responderam que sim. “*Qual jogo? Podem mostrar?*”. Os dois jogos envolviam a contagem dos pontos com números que atingiam pontuação acima da classe das unidades. Aproveitamos para mostrar para eles que, além das aulas de Geografia, eles já tinham visto números “grandes” nos jogos também.

Para continuar a explorar esse contato com grandes números, e aproveitando que eles haviam mencionado as aulas de Geografia, planejamos usar o jogo supertrunfo: Países. Nas sessões seguintes e como não havia muito tempo para nos dedicarmos ao jogo, solicitamos às

professoras de Matemática, de Geografia e de Libras para explorarem alguns conceitos e sinais em Libras, como: países, área ( $km^2$ ); população (milhões); pessoas por  $km^2$ ; expectativa de vida (anos); renda “per capita” (U\$\$.).

A situação de jogo favoreceu a mobilização do teorema em ação *descrito na análise “a priori” da atividade complementar 6: se A é menor do que B, então B é maior do que A, ou seja, a propriedade antissimétrica  $A < B \Leftrightarrow B > A$ .* Além disso, novamente abriu-se o diálogo sobre os “grandes” números, que podem ser escritos de forma abreviada, como, por exemplo, os dados da população da Coréia do Sul trazia 48,3 (população em milhões). Pires (2013) afirmou que, com frequência, principalmente nos meios de comunicação, os grandes números são escritos de forma abreviada, tais como: 2,5 bi (dois bilhões e quinhentos milhões).

#### ***Atividade complementar 5: Contar objetos***

Esta atividade, como descrito na análise “a priori”, deu-se da análise “a posteriori” local da atividade com o jogo do supertrunfo; não tínhamos como objetivo analisar a contagem das cartas.

João e Maria, ao final do jogo, ao contarem as cartas para ver quem tinha ficado com mais, Maria fala rapidamente que João não sabe contar. O seguinte diálogo, entre Maria e a Pesquisadora transcorreu somente de forma oral.

***Pesquisadora:*** João não sabe? (espantada)

***Maria:*** Não.

***Pesquisadora:*** Como você sabe?

***Maria:*** João disse.

Depois, Maria explicou que João tinha ficado nervoso no dia anterior, pois não conseguiu contar as cartas de outro jogo na aula de Libras.

João estava tão entretido com a contagem que nem percebeu o nosso diálogo oral com Maria. Vale destacar que, por experiência como professora em sala de aula com alunos surdos com diferentes perdas auditivas, esse momento de diálogo oral entre os alunos que usam a oralidade ou tem a perda moderada com seus professores é uma prática habitual. Geralmente o aluno com perda profunda muitas vezes não percebe o diálogo e não participa da conversa; somente é inserido se solicitado por ele ou o professor ou o outro aluno que compartilha. Esta prática constitui-se um desrespeito aos surdos profundos, pois suas experiências são visuais,

necessitando do professor, um autopolicamento para evitá-las. Deduz-se que este agir, bem como outras atitudes semelhantes no contexto do surdo, fazem com que ele não tenha as mesmas oportunidades de interação, nem participe de várias oportunidades comunicativas.

A indagação de espanto “*Como assim, não sabe contar?*” não foi somente nossa. A professora de Matemática, que sempre se manteve como observadora durante a aplicação da sequência didática, quando viu, estava ao lado de João, além de afirmar e falar para Maria que ele sabia.

Observamos como João contava. Ele sinalizava carta por carta e perdia-se com a contagem. Após o 10, chegou a retomar toda a contagem e em outra tentativa de contagem parou por um instante, como se estivesse pensando no número em que tinha parado e continuou, mas logo se perdeu na contagem novamente; não conseguia coordenar as cartas do baralho e realizar a contagem em Libras. Quando percebemos que estava “agoniado”, intervimos e perguntamos: “*Quer ajuda?*” João nos deu as cartas; fomos colocando uma a uma sobre o chão e ele foi contando tranquilamente, sinalizando carta por carta.

A atividade seguinte, que envolveu a contagem, foi no espaço da sala da brinquedoteca. Demos o seguinte comando: “*Escolha 15 brinquedos e coloque aqui* (apontando para a mesa)”. Todos os brinquedos eram peças grandes.

João demorou um pouco para começar colocar os objetos sobre a mesa, enquanto Maria rapidamente os colocava. Ao pôr o quinto brinquedo, direcionou o seu olhar para nós e sinalizou 5. Sinalizamos: “5 ; *falta quanto para 15?*”. João continuou colocando os objetos sobre a mesa, sem sinalizar; quando estavam 12 objetos sobre a mesa, pegou mais dois e colocou sobre a mesa como se tivesse terminado. Maria, como estava contando os objetos, oralizou e sinalizou que tinha 14 e João contou novamente para confirmar, indicando apenas com o dedo cada objeto, sem sinalizar, e pegou mais um brinquedo e sinalizou “15”.

Neste mesmo encontro, agora com cartas de baralho, demos uma quantidade de cartas e solicitamos que cada um contasse. João: “17”. Realizou da seguinte maneira, com as cartas sobre a mesa: pegava carta por carta, com a mão esquerda; pegava uma carta do monte e ia colocando em um outro monte e com a mão direita sinalizava os números, carta a carta. Demos mais uma quantidade de cartas e João realizou uma sobrecontagem a partir de 17, segurando todas as cartas no mesmo procedimento, e finaliza: “28”. Quando demos mais uma quantidade de cartas a João, este demonstra um pouco de insegurança na contagem e sinaliza “34”. Ao oferecermos mais carta, João mobilizou o seguinte teorema em ação  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$ , desde que  $A \cap B = \emptyset$ .

Quando continuamos oferecendo mais cartas, João ficou estático por uns instantes, sem saber o que fazer e contou tudo de novo, desde o início, porque não se lembrava do último número.

Para João, prevaleceu coordenar a mão direita que sinalizava com a mão esquerda com a mudança da carta para um monte; não foi uma tarefa fácil de coordenação motora. Como previsto na análise “*a priori*”, houve dificuldade na combinação da cardinalização com a recitação da ordem das cartas e com a capacidade de estabelecer a correspondência entre a recitação e os objetos (VERGNAUD, 1993).

Segundo Vergnaud (1993), para uma criança ouvinte “[...] chegar a contar, existe a combinação de diversos elementos, como o gesto da mão, o olhar, a boca, a fala” (p.79).

Para o sujeito surdo também, como o gesto da mão para indicar, o olhar e novamente a mão para sinalizar os números; dependendo do que está contando, pode dificultar a contagem.

Em outro momento, que envolveu a contagem das cartas no final do jogo do supertrunfo, ele estava com 18 cartas e para contar usou o agrupamento de 5 em 5 e depois 3 e sinalizou 18. Esta estratégia também estava prevista na análise “*a priori*”: *a decomposição do 18 em partes 5+5+5+3*.

Quanto à Maria, ao realizar a contagem normalmente a fez em voz alta. Nas atividades em que oferecíamos pouco a pouco uma quantidade de cartas e estes tinham que compartilhar o total, Maria, nas suas primeiras estratégias, recomeçava a contar desde a primeira carta. Chamamos sua atenção para observar como João utilizava a sobrecontagem. Ficamos preocupadas com a estratégia adotada por Maria de iniciar a contagem desde o início, pois, segundo Nogueira, Bellini e Pavanello (2013), a criança que não faz o uso da sobrecontagem não tem a compreensão de dezena. Observamos em outras situações que ela variava suas estratégias; algumas vezes fazia a contagem desde o início, porém o uso da sobrecontagem predominava.

A oportunidade de observar várias situações em que João e Maria estiveram envolvidos com o mesmo objetivo oportunizou constatar que os conhecimentos implícitos em sua ação variaram muito. Incentivar o contar “interiorizado” tem que ser mais frequente no contexto desses educandos.

Intrigada com o ocorrido, compartilhamos a situação com o grupo de professores dos anos iniciais da escola. As discussões levaram os professores a realizarem atividades de contagem de cartas de baralho com seus alunos. Dos relatos da professora dos anos iniciais, somente dois alunos realizam a contagem “mental” internalizada sem sinalizar; os demais,

que usam somente a Libras, tiveram a mesma dificuldade em movimentar o baralho e sinalizar. Uma professora relatou que uma aluna do 2º ano distanciou uma carta da outra, ocupando toda a mesa, para depois contar. As professoras realizaram também a atividade de dar aos poucos as cartas e solicitar a contagem; somente os mesmos alunos que usaram a contagem internalizada usaram a sobrecontagem.

Segundo Vergnaud (1990), para a compreensão de um conceito é necessário entender que este envolve outros conceitos e que se faz necessário vivenciar diferentes situações ao longo do tempo.

**Atividade complementar 6:** Escolha um número e sinalize para o seu amigo da direita se você quer que ele sinalize um número maior ou menor que o seu.

Nesta atividade tanto a pesquisadora como os dois sujeitos envolvidos tiveram que escolher um número e solicitar à pessoa que estava à sua direita se queria que a pessoa sinalizasse um número menor ou maior que o escolhido. Tanto por parte dos sujeitos como da pesquisadora os números variaram muito entre números muito altos e números muito “baixos”; até os números negativos acabaram surgindo no diálogo, conforme ilustra o excerto a seguir.

Avisamos que queríamos um número menor que 2. Na sequência, João respondeu: “- 2”. Como não esperávamos essa resposta, indagamos: “- 2”? João sinalizou, usando as duas mãos: com a mão direita fez que os números continuavam aumentando e com a outra eles continuavam diminuindo, reforçando o sinal para “continua”. Ele estava se referindo à reta numérica do SND, que envolve os números positivos e negativos.

Quando foi realizada esta atividade, João estava na metade do segundo bimestre do 7º ano e já tinha iniciado a aprendizagem dos números negativos (dado fornecido pela professora de Matemática da turma). Mesmo que estivesse reproduzindo uma informação de sua professora de Matemática, ele tinha a compreensão de que a sequência numérica tende ao infinito também para números menores do que zero.

Isso mostra que o teorema em ação previsto na análise “a priori”: *se A é menor do que B, então B é maior do que A, ou seja, a propriedade antissimétrica  $A < B \Leftrightarrow B > A$*  foi mobilizado pelo sujeito investigado, indo além do esperado pela pesquisadora, ou seja, “ad-infinitum”.

## Atividade 7, 8 e 9

Antes de iniciarmos a análise e discussão dessas atividades, relembramos que João e Maria permaneciam na escola de surdos e Luísa, estava no ensino comum, retomando a pesquisa com sessões individuais após praticamente quase três meses. Mesmo as atividades sendo realizadas separadamente, constantemente mencionávamos para João e Maria as estratégias adotadas por Luísa e vice-versa. Outro destaque a ser feito foi o comportamento de João e Maria após a saída de Luísa. Percebemos uma “disputa” sutil sobre quem iria ocupar a posição de líder que era ocupada por Luísa.

Maria, como usa a oralidade e como considera que “ouve”, em três encontros ao longo da sequência didática acabou verbalizando que sabia responder porque escutava e oralizava, e, ao dirigir-se a João, dizia que ele não sabia. Podemos inferir que Maria se considerava “superior” a João; o que pode ser uma influência da “supremacia ouvintista”, tão presente no contexto social dos surdos. Entretanto, a atuação de João, no decorrer das atividades, levou Maria a expressar: “*Nossa, você sabe e eu não*”; “*Ele entende e sabe explicar*”. João, por sua vez, que já ao longo da sequência didática procurava expor como tinha pensado, começou ainda mais a participar e compartilhar com a saída de Luísa.

## Atividades: 7, 8 e 9

### Atividade 7 - A que números correspondem os valores abaixo?

Ex.:

9 dezenas	100 dezenas	5 centenas	15 dezenas e 5 unidades
10 dezenas	248 dezenas	20 centenas	30 dezenas e 8 unidades
50 dezenas	1.000 dezenas	248 centenas	4 centenas e 7 unidades
45 dezenas	1.250 dezenas	1.100 centenas	8 centenas e 9 unidades

Ao iniciarmos a **atividade 7**, retomamos o conceito de dezena e centena. Consideramos que, ao realizar a indagação em Libras utilizando o sinal de dezena e centena, isso seria um facilitador para que fosse de imediato acrescentado um zero quando questionados, por exemplo, qual o valor de 6 dezenas. No entanto não foi isso que aconteceu, havendo necessidade de se retomar que uma dezena é dez, duas dezenas são vinte, três dezenas são trinta, e assim analogamente para as centenas. O registro no quadro possibilitou

que, em uma das indagações para que eles explicassem como havia pensado, João utilizasse o próprio sinal de dezena como resposta.

Segue um excerto.

**Pesquisadora:** *Quanto são 9 dezenas?*

**João:** 90

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

**João:** É fácil; você perguntou dezena, coloca 1 zero (apontando para o zero do sinal dezena).

João, ao utilizar esta estratégia, mobilizou o seguinte teorema em ação previsto na análise “a priori”: *Para descobrir o número formado por uma quantidade de dezenas ou de centenas basta acrescentar um ou dois zeros à direita, respectivamente, sem necessariamente vincular essa estratégia à multiplicação.*

João havia estabelecido acrescentar a quantidade de zeros de acordo com cada ordem: se dezena, acrescentava um zero; se centena, dois zeros. Maria, por sua vez, contava de 10 em 10, ou de 100 em 100, mobilizando outro teorema em ação: *se somar de 100 em 100 ou de 10 em 10 obtém-se a composição solicitada.* Já Luísa oscilava entre as estratégias utilizadas pelos outros dois.

Ao ser questionada sobre números formados por uma quantidade de dezenas expressa por dois algarismos, Maria procurou aplicar a mesma estratégia já adotada por ela anteriormente, conforme trecho a seguir.

**Pesquisadora:** *Quanto são 50 dezenas?*

Maria (oralizou) “*Dez, vinte, trinta...*” (com apoio dos dedos na contagem das dezenas). Ao chegar em cento e oitenta, Maria se demonstrou cansada. Neste momento, intervimos, indagando sobre quantas dezenas existem no número cento e oitenta. Maria permaneceu quieta e, então registramos no quadro.

Anotamos no quadro, em uma coluna, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 e, em outra coluna, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180. Nossa intenção com esta maneira de registro em duas colunas foi no sentido de permitir um raciocínio por parte do aluno no qual não fosse necessário representar todos os números até que se chegasse às 50 dezenas, ou seja, em cada uma de nossas colunas já teríamos um total de 10 dezenas, o equivalente ao número 100 e poderíamos antecipar o número correspondente a 50 dezenas, sem a necessidade da representação em cinco colunas. Com a tabela exposta até o número 180, perguntamos: “*Quantas dezenas até agora?*”

**Maria,** juntamente com **João:** 18.

Retomamos e indagamos quanto eram 50 dezenas. Rapidamente, João respondeu “500”, e Maria permaneceu quieta. Com a insegurança de Maria, percebemos a necessidade de dar continuidade ao registro na forma de tabela, ampliando nossa sequência para além do 180 e alcançando o número 500. João e Maria comentaram que o procedimento de preencher tabelas para se agrupar os números de 10 em 10 era muito demorado e, nesse sentido, João relatou que seria mais fácil pensar colocando um zero no final do número que representa a quantidade de dezenas solicitada.

Chamamos a atenção para o quadro, perguntando: *“Quantas dezenas existiam no número 500?”*

**João:** 50 dezenas.

Como não houve manifestação de Maria, decidimos realizar, coletivamente, a contagem do número de dezenas apresentadas em cada coluna, ou seja, 10. Assim, contamos 10 dezenas na primeira coluna e reforçamos o fato de que estas 10 dezenas correspondiam ao número 100. Analogamente, exploramos a segunda coluna, alcançando um total de 20 dezenas que correspondiam ao número 200, e assim sucessivamente, até chegarmos ao número 500. Indagamos se, ao invés de ficarmos somando, eles poderiam fazer de outra forma.

**João:** Acrescenta um zero no final.

**Pesquisadora:** O que é o zero?

**João:** Zero da dezena.

O que procurávamos com nossa intervenção era que a multiplicação por 10 (se dezena) ou por 100 (se centena) fosse mobilizada. Como não obtivemos sucesso imediato, optamos pelo diálogo sobre o uso da multiplicação na contagem.

Retomando a discussão iniciada pela exploração no quadro, questionamos.

**Pesquisadora:** Ao invés de ficar somando um por um, qual outra operação posso usar para facilitar?

João e Maria fizeram o sinal de multiplicação.

**Pesquisadora:** Usando a multiplicação, como faço para saber quanto são 230 centenas?

**João:** Multiplica por 100, que é igual colocar dois zeros.

Constatamos que ele compreendia que, ao multiplicar por 100, resultaria no acréscimo de dois zeros ao final do número solicitado.

Também com **Luísa** o diálogo da multiplicação foi direcionado por nós, sem a necessidade do uso do quadro, conforme excerto a seguir:

**Pesquisadora:** Que número são 80 centenas?

**Luísa:** Oito mil (sinalizou)

**Pesquisadora:** Como você pensou?

**Luísa:** Centena, dois zeros.

Comentamos com Luísa que Maria usou a estratégia de ir somando de 100 em 100, tentando chegar a oito mil. Luísa sinalizou que era mais fácil colocar só os zeros, porque o número “era grande”.

Concordamos com Luísa, mas dissemos que, ao invés de ficar somando de 100 em 100, Maria poderia ter também realizado uma operação mais rápida, e a questionamos sobre qual seria esta operação. Luísa respondeu: “*Multiplica por 100, mas é igual a colocar dois zeros*”, mobilizando o seguinte teorema em ação: *Quando multiplicamos por 10 basta acrescentar um zero à direita do último algarismo do número, por 100 acrescentamos dois zeros.*

No decorrer da exploração desta atividade, percebemos que Maria ainda parecia não estar firme em suas convicções. Optamos, com isso, também pelo uso do material dourado. Como a abordagem de tal material também ocorreu nas atividades seguintes, optamos aqui por descrever como se deu tal abordagem nas atividades 8 e 9.

#### **Atividade 8 - Quantas dezenas existem nos números abaixo?**

Ex.:

52	975	1.500
74	500	4.263
100	867	2.358
180	1.000	6.467

#### **Atividade 9 - Quantas centenas existem nos números abaixo?**

Ex.:

200	1.758	1.980
950	9.960	9.965
500	1.250	8.800
1.000	4.480	7.000

Em um dos momentos da *atividade 7*, já havíamos iniciado simultaneamente a discussão sobre as *atividades 8 e 9* com Maria e João, ao indagarmos quantas dezenas existem no número 180. Agora, quando indagados quantas centenas existiam no número 52, responderam: “5”. Ao questionarmos como haviam pensado, deu-se o seguinte diálogo:

**João:** 52 (tampando o dois que representava o algarismo da unidade).

**Pesquisadora:** E 975?

**João:** 97.

**Maria:** 7.

Da mesma forma como foi apontado na análise “*a priori*”, Maria considerou que a posição que o algarismo ocupava correspondia ao valor da dezena, ou seja, como o 7 ocupa a posição da dezena, ela se esqueceu de considerar também o fato de que o 9, da posição das centenas, também representa 90 dezenas.

Decidimos utilizar as conclusões de Maria em encontro anterior, quando a mesma havia concluído que o número 500 possui 50 dezenas. Com tal lembrança, registramos no quadro os números 975 e 500 e indagamos a Maria por que ela tinha respondido “7” para 975 e 50 para 500, já que o número 975 é maior que o 500, ficando o mesmo com uma quantidade menor de dezenas. Após um instante de silêncio, Maria reviu seus procedimentos de raciocínio. Segundo ela, no caso do número 500, tinha contado de 10 em 10, até chegar a 50 dezenas e que para o 975 ela simplesmente entendeu que o cinco representa o total de unidades e o sete o total de dezenas. Então questionamos qual ela achava que estava certo. Houve novo silêncio e Maria solicitou que repetíssemos a pergunta.

João interveio e tampou o último zero do 500 e o cinco do 975 e afirmou: “É, fácil”.

*Constatamos que com essa estratégia João mobilizou o seguinte teorema em ação: Para determinar a quantidade de dezenas de um número, despreza-se o último algarismo da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de dezenas.*

Novamente buscamos trabalhar com Maria utilizando o material dourado, no intuito de que, com a manipulação do mesmo, bem como a visualização da exploração, pudéssemos alcançar um maior sucesso na compreensão da atividade e dos questionamentos feitos.

Solicitamos a Maria que pegasse a quantidade de peças no material dourado que representasse o número 975 (usando a regra de utilização do mínimo de peças possível). Maria pegou 9 placas (centenas), sete barrinhas (dezenas) e cinco cubinhos (unidades). Na sequência, explicamos à Maria que iríamos trocar estas peças pré-selecionadas apenas por dezenas. Maria começou a realizar as trocas de placas por barrinhas (cada placa foi trocada por 10 barrinhas). Já na segunda troca, Maria oralizou que cada placa tinha dez barrinhas e continuou a contagem sem a necessidade das trocas. De 10 em 10, Maria chegou à conclusão de que o número 975 possui 97 dezenas. Ressaltamos que esta antecipação na contagem, sem a necessidade da continuação das trocas, possui analogia com o uso da tabela e sua exploração

no quadro, conforme descrito anteriormente. Entendemos, neste caso, que o material dourado facilitou a compreensão de uma ideia que, sem ele, não havia sido completamente entendida.

Realizamos mais alguns questionamentos com o apoio do material dourado para determinarmos quantas dezenas ou quantas centenas existiam em outros números dados.

Em outro encontro, sem o apoio do material dourado, indagamos:

**Pesquisadora:** Quantas centenas tem o número 875?

**João:** Repete; você fez dezena ou centena?

**Pesquisadora:** Centena.

**João:** Centena é 8.

**Pesquisadora:** Quantas centenas há no número 200? (dirigindo-se para **Maria**)

**Maria:** 2.

**Pesquisadora:** Como você sabe?

**Maria:** Você perguntou centena, 2 placas (reportou-se ao material dourado).

**Pesquisadora:** Quantas centenas tem o número 1.250? (perguntou para **João** e também registrou no quadro).

**João:** Centena (mostrou o 12 e tampou os dois últimos números).

*Temos então o seguinte teorema em ação mobilizado: Para determinar a quantidade de centenas de número, desprezam-se os dois últimos algarismos da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de centena.*

Maria também utilizou a estratégia de João de esconder os números. Indagamos se ela sabia quantas dezenas tinha o número 2.358. Ela questionou se tínhamos perguntado dezena ou centena.

**Pesquisadora:** Dezena.

**Maria:** (pausa) 235 (tampando o número 8).

**Pesquisadora:** Como você sabe?

**Maria:** Você falou dezena; então tira o último número.

Maria claramente passou a adotar outra estratégia, diferente da pensada por si mesma no início das atividades, com a contagem de “10 em 10”. Neste momento, ela demonstrou um convencimento de que a estratégia já utilizada por João estava correta e era a mais adequada. Destacamos, porém, a necessidade de um encaminhamento diferenciado para que Maria alcançasse a compreensão de outras estratégias mais facilitadoras.

Quanto à Luísa, da mesma forma que Maria nesta atividade, inicialmente também considerou que o algarismo que estava ocupando a posição, por exemplo, das dezenas, representaria o total de dezenas solicitado, sem considerar que o algarismo que ocupava a

posição das centenas também deveria ser considerado como uma quantidade de dezenas. Nossa diálogo proporcionou também à Luísa a mobilização da estratégia de eliminar o último algarismo quando se questionava o total de dezenas presentes em um número composto por três ordens.

Nossa experiência durante a aplicação das atividades permite inferir que houve dificuldades na compreensão inicial da atividade. Houve a necessidade do registro no quadro em alguns momentos para auxiliar na compreensão da atividade. O sinal de dezena e centena foi previsto na análise “a priori” como facilitador da compreensão da atividade 6, mas isso não ocorreu de imediato. O zero do sinal dezena somente foi utilizado após o entendimento da atividade. Consideramos também que o uso do material dourado foi essencial como apoio para Maria como suporte para a compreensão de nossas indagações. Verificamos, ainda, que os três sujeitos estavam buscando comparar suas estratégias e escolhendo uma que possibilitasse maior rapidez em suas respostas e explicações.

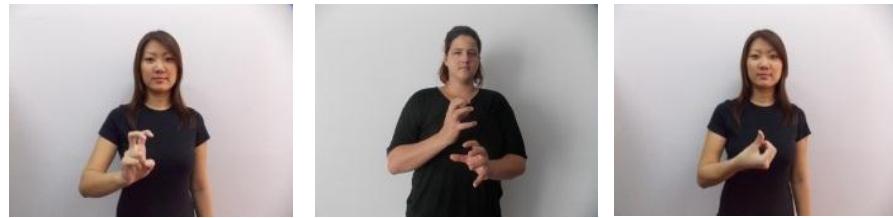
### **6.2.2 Bloco Aditivo: análise e discussão**

Este bloco iniciou no segundo semestre de 2013 e, para finalizar, realizamos algumas sessões no começo de 2014. A descrição das atividades segue a mesma sequência proposta nas atividades da análise “a priori”.

#### **Atividade 1 - Calcule as somas.**

1+7	4+8	1+9	2+7	9+8
4+6	5+7	4+9	8+3	8+8
2+9	9+9	7+6	7+4	6+5
9+6	9+3	5+6	3+7	6+7
6+6	7+7	5+5	4+4	3+3

A proposta desta atividade foi a de explorarmos todas as possibilidades de adições que envolvam os números de 1 a 9. Na solicitação as adições, usamos duas possibilidades de sinalização, conforme figuras a seguir:



**Figura 111** – “5 + 6” (Ex.: 1)

Fonte: Projeto de Apoio à Difusão da Libras



**Figura 112** – “5 + 6” (Ex. 2)

Fonte: Projeto de Apoio à Difusão da Libras

Constatamos que no início da atividade todos recorreram ao uso da sobrecontagem, com o auxílio dos dedos. Quanto a isso, Guimarães (2009) aponta que é, “por um lado, pelo fato de os números serem pequenos e, por outro, porque os dedos estão incorporados nas práticas de contagem” (p.99). Além, disso, compartilhamos com a autora quanto ao fato de que o uso do dedo não descaracteriza o cálculo mental, pois apoia as contagens, ordenações e comparações. No entanto, acreditamos que um trabalho “[...] sistemático envolvendo o cálculo mental contribui para o aparecimento de estratégias mais sofisticadas, ligadas às propriedades dos números e operações (GUIMARÃES, 2009, p.230).

Por outro lado, observamos que o uso da sobrecontagem sem o apoio dos dedos também foi uma estratégia utilizada por todos, o que fica claro quando solicitávamos que explicassem como haviam somado; confira este excerto:

**Pesquisadora:** *Quanto é 8 + 6?*

**Luísa:** (pausa) 14.

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

**Luísa:** 9, 10, 11, 12, 13, 14.

Novas estratégias aparecem nas explicações dos nossos sujeitos além da sobrecontagem; por exemplo, recorrer aos resultados disponíveis em seu repertório, como o caso de **Maria** ter compartilhado “*Igual à tabuada*”. Isso ocorreu principalmente nos cálculos que envolviam parcelas iguais.

**Pesquisadora:** *Quanto é 7 + 7?*

**Maria:** 14; é fácil, igual à tabuada.

João, nas suas explicações, buscou resultados disponíveis em seu repertório, recorrendo ao reagrupamento em torno da decomposição de parcelas iguais e acrescentando 1, conforme relato a seguir:

**Pesquisadora:** *Quanto é 8 + 9*

**João:** 17

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

João, simultaneamente, sinalizou 8 com a mão esquerda e 8 com a mão direita, justapondo-as; manteve o 8 sinalizado na mão esquerda e, com a mão direita na mesma altura, sinalizou 16 e, novamente com a mão direita num movimento para cima, sinalizou 17. Inferimos que este não usou nenhuma expressão como adição/mais, igual e mais um. No entanto, os movimentos das mãos permitiram a seguinte leitura:  $8 + 8 = 16$ ,  $16 + 1 = 17$ .

Por estar num contexto no qual o diálogo em Libras flui de maneira satisfatória, constatamos em nossos diálogos um alto grau de simultaneidade, com destaque para o caso das interações com João e Luísa. Nesse sentido, Albres (2013) entende que em um diálogo entre pessoas com maior fluência em Libras, os surdos utilizam-se de um alto grau de simultaneidade de sinais, sendo que, em casos contrários (sem a fluência), a sinalização se aproxima mais de uma linearidade, ou seja, o uso sinal a sinal.

Ressaltamos também que João, ao usar essa estratégia do reagrupamento em torno da decomposição de parcelas iguais e acrescentando 1, não realizou uma organização mental do algoritmo canônico da adição.

Ao compartilhamos com Luísa as estratégias dos amigos, ela nos fez esta ponderação: “*Parece que o João ficou mais inteligente, depois que eu saí!*” Destacamos esta observação feita por Luísa pelo fato de que João não se mostrou tão participativo no início da sequência didática, momento em que os três surdos ainda estavam participando de nossa pesquisa em um mesmo momento.

Nas adições propostas, a estratégia de decompor uma das parcelas, transformando-a em uma soma de outras duas parcelas e visando obter uma dezena, foi utilizada pela primeira vez por Luísa nesta atividade, conforme melhor explicitado a seguir.

**Pesquisadora:** *Quanto é 7 + 5?*

**Luísa:** 12

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

Com a mão esquerda, Luísa sinalizou “7” e, com a mão direita, mostrou os cinco dedos da mão. Ao aproximar as duas mãos, ela agrupou três dedos da mão direita com o sinal representativo do 7, indicando que sua estratégia foi a de agrupamento de dez como

facilitador de seu cálculo mental. Além disso, com o queixo, Luísa apontou para os dois dedos que sobraram dentre os cinco da mão direita. Com o algoritmo a seguir, buscamos representar o raciocínio de Luísa:

$$\begin{aligned} & 7 + 5 \\ & 7 + (3 + 2) \\ & (7 + 3) + 2 \\ & 10 + 2 \\ & 12 \end{aligned}$$

Guimarães (2009) aponta que, como a base de nosso sistema de numeração é dez, a consideração de tal base facilita a adição, o que fica explícito na estratégia de Luísa.

Quando compartilhamos a estratégia de Luísa com João e Maria, no caso de João, este recorreu a essa estratégia bem como à da compensação, conforme excerto a seguir:

**Pesquisadora:**  $9 + 7$

**João:**  $16$

**Pesquisadora:** Explique como você pensou?

Após uma pausa, João sinalizou o “9” com a mão esquerda e, com a direita, sinalizou o “7”. Depois disso, ele conservou o sinal da mão esquerda (9) e sinalizou o “1” com a mão direita, aproximando ambas as mãos. Na sequência, João mostrou as duas mãos abertas mostrando sete dedos e abaixou um dedo, mantendo seis abertos, sinalizando “16”. Com o algoritmo a seguir, buscamos exemplificar o raciocínio de João:

$$\begin{aligned} & 9 + 7 \\ & (9 + 1) + 7 \\ & 10 + 7 \\ & 10 + (7-1) \\ & 10 + 6 \\ & 16 \end{aligned}$$

Consideramos que João mobilizou o seguinte teorema em ação: *quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades superiores a 10, então temos que realizar trocas.*

Maria, mesmo tendo compartilhado das estratégias de João e Luísa, ainda permanecia com o uso da sobrecontagem. Não observamos em nenhuma vez a necessidade de realizar a contagem desde o primeiro número, estratégia essa apontada no bloco do SND. Consideramos tal fato um avanço, pois, como já abordado neste texto e de acordo com Nogueira, Bellini e

Pavanello (2013), a criança que não faz o uso da sobrecontagem ainda não tem a compreensão de dezena.

Constatamos que os sujeitos participantes recorreram à propriedade comutativa nas solicitações, contando a partir do maior número, como no exemplo a seguir:

**Pesquisadora:**  $4 + 7?$

**Maria:** *Oito, nove, dez, onze* (sinalizou e oralizou).

**Pesquisadora:** *Por que você começou a contar do 7 e não do 4.*

**Maria:** *Porque é mais fácil.*

Quanto às adições que envolveram a soma dez, João se lembrou de uma brincadeira comum entre seus colegas de sala nas aulas de Matemática. Nessa brincadeira, envolvendo dois participantes, quando um deles mostra as duas mãos com uma determinada quantidade de dedos levantados, o outro participante deve falar o mais rápido possível quanto estaria faltando para se completar uma dezena. Tal estratégia das mãos abertas também foi apontada em nossa análise “*a priori*” para a atividade 2, ou seja, a de realizarem uma subtração com o auxílio das duas mãos abertas.

**Atividade 2:** *Complete para chegar a dez.*

3	8
5	4
7	2
1	6

Esta atividade girou em torno da seguinte indagação: “*Quanto falta para dez?*”. A pesquisadora anunciava um número menor ou igual a 10 e o participante deveria informar quanto faltava para se alcançar o número 10.

Em suas estratégias, João reportou-se à atividade das “mãos abertas”, em que, mesmo respondendo muitas vezes rapidamente quando o questionávamos, conferia com as mãos suas respostas ou explicitava que essa era a estratégia pensada. Também explicou muitas vezes que tal estratégia estava “na cabeça”, sendo a mais fácil. Consideramos, nesse caso, como um cálculo já automatizado por João.

Estratégias que já vinham sendo compartilhadas entre os sujeitos na *atividade 1* foram utilizadas nesta atividade por Maria, tanto em suas explanações como nas ações, sendo que até então prevalecia o uso da sobrecontagem com ou sem o auxílio dos dedos. Maria começou aqui também a usar a estratégia de realizar a subtração, com o auxílio das mãos abertas

(retirar a quantidade anunciada), que foi compartilhada por João, mobilizando o seguinte teorema em ação: *Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades ou completar os valores desses algarismos para obter uma dezena.*

Constatamos que Luísa recorreu algumas vezes à estratégia da mão aberta e retirar a quantidade anunciada, mas na maioria das vezes dava indícios dessas somas estarem automatizadas e disponíveis na memória.

**Atividade 3 - Complete para chegar à dezena superior: O que devemos fazer para chegar a 20 a partir de 14?**

Números utilizados na atividade:

24	45	698
27	125	748
32	310	779
33	491	

**Atividade 4 - Complete para chegar à centena superior: O que devemos fazer para chegar a 400 a partir de 398?**

Números utilizados na atividade:

128	425	633
320	450	1.630
235	491	2.128
		5.450

Nos dois contextos da pesquisa, tanto com Luísa, quanto com João e Maria, iniciamos com a indagação sobre se *sabiam o que era dezena inteira superior*. Como não conheciam o sinal que estávamos utilizando para representar *dezena inteira*, explanamos com o auxílio do registro no quadro e realizamos algumas atividades, baseando-nos nos números 24, 32 e 45.

Retomamos o questionamento inicial da **atividade 3**, ainda em seu enunciado, explanando que os sujeitos precisariam encontrar a dezena superior do número dado. Por exemplo, para o número 24, deveriam encontrar o número que faltava para se chegar a essa dezena inteira superior, o 30.

Para Maria ainda prevaleceu o uso da sobrecontagem com e sem o uso dos dedos, porém observamos outras estratégias, como da contagem regressiva.

**Pesquisadora: 27. Qual a dezena superior e quanta falta?**

**Maria:** (pausa) 3.

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

**Maria:** (oralizou) *Eu sei que é 30 e sinaliza 30, 29, 28.*

Em nossa análise “a priori”, não consideramos estratégia da contagem regressiva. Consideramos que as atividades do SND que envolveram a contagem regressiva podem ter auxiliado Maria a utilizar tal estratégia. Consideramos que o teorema em ação mobilizado foi: *Para descobrir o antecessor de um número basta tirar uma unidade ao último anunciado.*

Constatamos que João respondia à indagação da atividade 3 com muita rapidez e, quando solicitado a explicar como havia pensado para descobrir o quanto faltava para chegar à dezena superior, mobilizou o seguinte teorema em ação previsto na nossa análise “a priori”: *subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades.* Suas respostas variaram em responder que era fácil (apontando que estava “na cabeça”) ou recorria à subtração, com o auxílio das duas mãos abertas (retirando a quantidade anunciada). Esta estratégia já fora utilizada nas atividades anteriores.

**Pesquisadora:** 33. *Qual a dezena superior e quanta falta?*

**João:** 7 (rapidamente).

**Pesquisadora:** *Explica como você pensou?*

Na resposta, João mostrou as duas mãos e subtraiu três, sinalizando, por fim, o “7”. Tal atitude indica que ele buscou em seu repertório de cálculo uma estratégia mais rápida.

Como ele respondia o quanta faltava para a dezena superior sempre considerando 10, perguntávamos constantemente para ele qual era mesmo a dezena superior solicitada, a fim de verificar se ele realmente sabia.

Luísa usou a estratégia da sobrecontagem com e sem auxílio dos dedos. Além disso, constatamos que muitos resultados já estavam disponíveis em seu repertório de memória, para determinar quanta faltava para a dezena inteira superior, principalmente quando partia de números na ordem de unidade maior que 7. Tal fato corroborou o previsto na análise “a priori” da *atividade 2*.

Relatamos a seguir o caso de um número apresentado aos participantes e que, para se responder qual seria a dezena superior, havia a necessidade de mudança no algarismo representativo tanto da dezena quanto da centena.

**Pesquisadora:** 491. *Qual a dezena superior e quanta falta?*

**João:** Nove.

**Maria:** Nove (sinalizou).

**Pesquisadora:** *Qual a dezena superior?*

**João:** (pausa) 500.

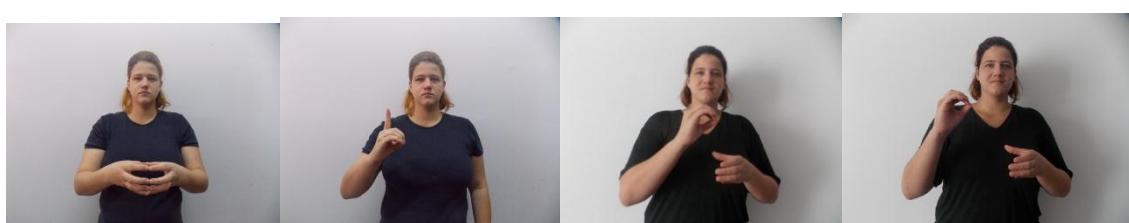
**Pesquisadora:** Como sabia?

**João:** Acabou o 9, então 0 (indicando o algarismo 9 da dezena) e acabou o 4, então 5.

Com a explicação “acabou o 9, então 0” e “acabou o 4, então 5”, João explicitou a estratégia apontada nas atividades do bloco do SND incialmente por Luísa, quando esta apresenta que em cada ordem temos dez algarismos. Além disso, ele deixa clara a ideia de compensação, sendo que, com dez dezenas, podemos realizar uma troca por uma centena.

Na **atividade 4**, que envolveu a formação de centenas inteiras, ao apresentarmos o questionamento, Luísa rapidamente percebeu que havia um zero a mais com relação à atividade anterior e deduziu que estávamos falando de centena. Para Maria e João, como ambos não haviam demonstrado compreensão da atividade já no início, fizemos os dois sinais (dezena e centena) e novamente usamos o registro no quadro para marcar que agora iríamos determinar a centena superior, bem como teriam que determinar quanto faltava para se alcançar a centena superior.

Iniciamos com números com zero na ordem das unidades, como exposto na análise “a priori”, para que houvesse melhor familiarização com a atividade. Perguntamos para Maria e João: “*Dado o número 320, qual a centena superior e quanto falta?*”. João solicitou se tínhamos questionado dezena ou centena superior exata. Isso nos fez novamente avaliar o sinal que usávamos para dezena e centena, pois, muitas vezes, ao longo de toda a sequência didática que usamos, estes sinais foram solicitados para que fossem repetidos. Consideramos que o uso do sinal de dezena como “sinal de grupo e a letra d” facilitaria a compreensão.



**Figura 113 - Dezena inteira**

**Pesquisadora:** Dado o número 320, qual a centena superior e quanto falta?

**João:** (rapidamente) 400 (pausa) falta 8.

**Maria:** (oralizou e com o apoio dos dedos) Trezentos e trinta, trezentos e quarenta, trezentos e cinquenta, trezentos e sessenta, trezentos e setenta, trezentos e oitenta, trezentos e noventa e quatrocentos.

Antes que Maria falasse o quanto falta para a centena superior, João, atento a ela, adiantou-se, possivelmente até mesmo para corrigir sua resposta:

**João:** Não é 8, é 80.

Podemos inferir que João, ao perceber a estratégia de Maria de contar de 10 em 10, reviu os dados para sua resposta. Pedimos para ele explicar por que mudou de ideia e João simplesmente explicou que havia um zero a mais na resposta.

Nas explicitações seguintes do seu raciocínio, constatamos que João desprezava os valores das unidades e trabalhava somente com os valores das centenas e dezenas. Por exemplo, no caso do número 320, entendendo que a centena superior exata seria o número 400, ele considerou em sua análise os números 32 e 40. Ele chegou a sinalizar “*zero fora*”, ao considerar o zero da unidade, mas acrescentava-o novamente quando em sua resposta. Destacamos que, para que sua estratégia de cálculo mental fosse válida, ele tinha clareza de que o número da ordem das unidades deveria ser zero. Quando solicitado para explicar como havia pensado, sinalizava que “*estava na cabeça*” ou novamente mostrava as mãos abertas, subtraindo o solicitado e acrescentando o zero.

Quando realizamos o mesmo questionamento à Luísa, dado o número 320, ela respondeu “80”. Ao ser solicitada que explicasse como havia pensado acerca de quanto faltava para se chegar à centena superior, respondeu:

**Luísa:** 80 mais 20 é igual a 100.

A resposta foi dada por Luísa por meio de sinais, sendo que, nesta resposta, a participante utilizou o sinal de adição que indicava o símbolo de “+”. Constatamos que o cálculo estava automatizado. Diferentemente de João, que trabalhou em torno para completar uma dezena, Luísa raciocinou em busca de completar uma centena. Mobilizando o seguinte teorema em ação: *Se aumentar uma centena ao número dado, é possível descobrir a centena superior; então basta completar o número dado para descobrir quanto falta para chegar à centena superior.*

Na mesma atividade, mas em outros questionamentos que envolviam número que não apresentavam o número zero na ordem da unidade, todos os participantes demoraram um pouco mais para chegar a uma conclusão e responder o solicitado, como previsto na análise “a priori”.

Com o número 524 exposto no quadro, João observou durante um bom tempo e afirmou:

**João:** Percebi.

**Pesquisadora:** Percebeu o quê?

Autorizado a ir no quadro explicar seu raciocínio, ele, ao considerar a das unidades, sinalizou “6”. Considerando a ordem das dezenas, sinalizou “7”. Por fim, considerando a

ordem da centena, sinalizou que “não é 6”, afirmando ser um “5” e sinalizando, finalmente, faltar 76 para a centena superior exata. Decidimos explorar melhor seu raciocínio, o qual ainda não estava para nós suficientemente compreendido. Apontamos para o 4 e perguntamos como ele havia pensado no 6, ao que ele respondeu, mostrando as mãos abertas e separando quatro dedos de um lado e seis para o outro; apontamos para o número dois e repetimos o questionamento, ao que João sinalizou “Três mais sete dez” (com as mãos abertas e baixando 3). Entendemos que ele, ao sinalizar três, já tinha adicionado uma dezena ao dois posicionado na ordem das dezenas, ao invés de, e o que seria mais comum entre os estudantes, transformar o zero da ordem das dezenas do número 600 em nove; quando apontamos para o “cinco” (da centena) ele sinalizou que não seria mais o “seis” ao referir-se ao seis do seiscentos. João não conseguiu explicar por que não era seis. Em questionamentos envolvendo outros números, João afirmou que sabia que sempre haveria valores iguais para a ordem da centena. Inferimos que, ao considerar a ordem da unidade e dezena, ele fez agrupamento de dez, e ao considerar a ordem da centena, este igualava os números, subtraindo um dos algarismos da ordem da centena do minuendo. Buscamos, com o esquema abaixo, ilustrar melhor o raciocínio de João:



**Figura 114** - Exemplo da estratégia de João  
Fonte: Arquivo da autora

Com essa estratégia o seguinte teorema em ação foi mobilizado: *Subtrair de uma centena os valores dos algarismos das dezenas e/ou unidades ou completar os valores desses algarismos para obter uma centena.*

Essa estratégia de João foi utilizada também por Maria, após algumas tentativas e explicações de João. Destacamos o fato de que, ambos, demonstrando entusiasmo com o raciocínio, solicitaram se poderiam mostrar para sua professora de Matemática.

Corroboramos com Mendonça e Lellis (1989) quanto à importância dos aspectos emocionais, pois, quando há uma prática regular com o cálculo mental, esta leva a atitudes

mais positivas diante da Matemática. Ainda segundo os autores, quando se enfrentam e se vencem desafios matemáticos, aumenta-se a autoconfiança, e, quando um aluno inventa um novo processo (novo pelo menos para ele), tem uma sensação de que a Matemática não é inatingível, única, acompanhada do sentimento de capacidade de criação nesse campo de conhecimento.

Em um encontro seguinte, João e Maria solicitaram se podiam realizar operações de subtração. Sinalizamos que “*Sim*”, pois queríamos constatar como realizavam tais operações com o registro escrito. Propusemos operações, como: “400 - 348; 700 - 325”. Para nossa surpresa, ao realizarem o registro no quadro, usando a estratégia do “empresta um” (típica de quando os alunos se utilizam dos algoritmos canônicos), os sujeitos erraram os cálculos, sendo que, nestes momentos, não interferíamos no resultado.

Buscando nos remeter à atividade 4 e sua maneira particular de perguntar acerca das mesmas operações aqui erradas pelos sujeitos com o uso do algoritmo canônico, solicitamos: “*Dado o número 348, qual a centena superior e quanto falta?*” Sem registrarmos no quadro, e para a surpresa deles, o resultado foi diferente. João e Maria perguntaram sobre qual das resoluções (mental ou algorítmico registrando) estava certa, ao que sinalizamos que era o cálculo realizado mentalmente. João sinalizou: “*Sei de cabeça*” (ri). “*Escrevendo errei, como?*” Em busca do entendimento pelos sujeitos de seu erro, confrontamos as estratégias adotadas.

Do exposto, compartilhamos com Guimarães (2009) das seguintes indagações que foram formuladas no decorrer da sua investigação: “Por que será que isso acontece? Por que os alunos não confiam de imediato no cálculo realizado quando esse é muito rápido? Será que essa desconfiança é decorrente do pouco uso do cálculo mental nas aulas de Matemática?” (p.126). Entre suas reflexões acerca de tais perguntas, compartilhamos também de que as respostas poderiam estar relacionadas ao ensino escolar, que muitas vezes ignora os esquemas mentais dos alunos, que somente priorizam os algoritmos canônicos.

Como exposto na análise “a priori”, os teoremas propostos foram mobilizados e as estratégias utilizadas modificaram-se de acordo com o tamanho do número proposto.

**Atividade 5 - Conte de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal** (para parar a contagem).

( $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ).

A partir de: números que compreendam somente a ordem da dezena

23	24
52	68
36	72

**Atividade 6 -** Conte de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 20, 30, 50, 100$ ).

A partir de: números que compreendam somente a ordem da centena

234	986
458	873
136	327
436	785

**Atividade 7 -** Faça contagem regressiva de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ )

A partir de: números que compreendam somente a ordem da dezena

45	64
32	65
74	52
38	81

**Atividade 8 -** Faça contagem regressiva de  $n$  em  $n$ , até verem o sinal (para parar a contagem).

( $n=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20, 100$ )

A partir de: números que compreendam somente a ordem da centena

496	534
265	324
125	102
579	643

A primeira estratégia utilizada por todos os sujeitos ao iniciarmos este bloco de atividades, foi a sobrecontagem com o auxílio dos dedos, como nos exemplos a seguir:

**Pesquisadora:** Conte de 4 em 4 a partir de 52.

Maria sinalizou a configuração de mão (CM) que indica o quatro com a mão esquerda e para cada dedo realizou uma bijeção, sinalizando “53, 54, 55, 56”. Ao chegar no último, cinquenta e seis, ela indicou que aquele era o solicitado e retomou a sobrecontagem.

**Pesquisadora:** João, conte de 9 em 9 a partir de 36.

João inicialmente usou a mesma estratégia que Maria, mas logo se perdeu. Então, com o dedo indicador da mão direita, apontou para a cabeça e sinalizou “36” próximo de sua cabeça, como se estivesse “guardando” em sua memória tal número, o qual serviria de apoio para a continuidade de sua contagem. Depois disso, ele abriu as duas mãos mostrando nove dedos e foi abaixando cada dedo de uma vez e, quando chegou no nono dedo, sinalizou quarenta e cinco, e novamente com o dedo indicador apontou para a cabeça, sinalizou quarenta e cinco e continuou a sobrecontagem. Diferentemente de Maria, João realizou uma contagem internalizada sem o auxílio tanto da oralização quanto da sinalização, o que constatamos estar estabilizado em suas ações.

Maria, ao realizar uma contagem que envolveu intervalos de 8 em 8, como tinha observado João, usou a mesma estratégia das mãos de aproximar os sinais que representavam os números de sua cabeça. No entanto, ela não realizou sobrecontagem internalizada, oralizando número a número até abaixar os oito dedos. Constatamos que quando o número envolvia intervalos menores que cinco, Maria sinalizava e, no caso de intervalos maiores que cinco, ela oralizava.

Retomamos aqui a discussão tratada na atividade complementar 5, quanto à dificuldade do sujeito surdo quando não realiza uma contagem internalizada. Exige-se uma combinação: o gesto da mão para indicar, o olhar e novamente a mão para sinalizar os números e, dependendo do que está contando, há dificuldades em realizar tal contagem.

No primeiro encontro da proposta dessa atividade com Luísa, ela somente realizou a estratégia da sobrecontagem, assim como João e Maria.

Ao considerarmos o primeiro encontro desta atividade, nenhum cálculo foi realizado com uma contagem rápida, bem como nenhuma outra estratégia foi explicitada além da sobrecontagem.

Para o segundo encontro, nosso objetivo era de que novas estratégias fossem abordadas pelos sujeitos, como a percepção de regularidades nas contagens; para tanto, caso o diálogo não bastasse, usaríamos o registro no quadro. No caso de Luísa, tal registro não foi necessário.

Luísa, ao ser solicitada a contar de 3 em 3 a partir de 21, respondeu rapidamente “21, 24, 27, 30, 33”. Indagamos como havia contado rapidamente, ao que ela afirmou ser “*Igual tabuada*”.

**Pesquisadora:** E a partir do cento e vinte e um?

**Luísa:** 121, 124, 127, 130.

**Pesquisadora:** Como você contou também rápido?

**Luísa:** É igual, só muda que é cem agora.

Constatamos que Luísa estabeleceu uma regularidade com o resultado final da tabuada, ou seja, mesmo que o número fosse 121, ela considerou o 21 e respondeu às indagações da mesma forma.

Ao fazer este mesmo questionamento (mesmo número, 21) para João e Maria, eles realizaram a sobrecontagem. Anotamos no quadro verticalmente a sequência de números falados por eles como resposta à contagem (21, 24, 27....). Ao observarem a sequência, deu-se o seguinte diálogo:

**João e Maria:** Parece tabuada.

**Pesquisadora:** Por que parece tabuada?

**Maria:** É igual a resposta

João apontou para o 21 e sinalizou “+ 3”, apontou para o 24 e sinalizou “+3”, prosseguindo até 33.

**Pesquisadora:** E se fosse a partir do 121?

João e Maria realizaram a estratégia da sobrecontagem e novamente realizamos o registro no quadro (121, 124, 127, 130, 133) ao lado da sequência anterior do caso do número 21. Os dois observaram as anotações no quadro e João rapidamente tampou o um e sinalizou “Igual”.

**Pesquisadora:** João, conte de 3 em 3 a partir do 321.

**João** (rapidamente): 324, 327, 330, 333, 336, 339.

**Pesquisadora:** Como você contou rápido, como você sabia?

**João:** É igual o final (apontando para o quadro).

Pedimos a Maria para realizar a contagem a partir do número 521, considerando o mesmo intervalo. Ela observou atentamente o quadro e oralizou: “*Quinhentos e vinte e quatro, quinhentos e vinte e sete, quinhentos e trinta, quinhentos e trinta e três, quinhentos e trinta e seis*”. Indagada como ela tinha ido tão rápido, essa respondeu: “*É só olhar no quadro*”.

Ao registrarmos a palavra “rapidamente” em nossos comentários anteriores acerca do raciocínio de João, somos levados ao entendimento de que, em um período de quase um ano de nossa intervenção, houve um desenvolvimento significativo por parte deste quanto à sua autoconfiança em manifestar seu conhecimento matemático e em participar das atividades.

Solicitamos para Maria realizar a contagem de 2 em 2 a partir do 12, ao que ela respondeu rapidamente:

**Maria:** 14, 16, 18, 20 (e parou).

**Pesquisadora:** *Por que parou?*

**Maria:** *Acabou a tabuada.*

**Pesquisadora:** *Acabou?*

**Maria:** (pausa) 22, 24, 26, 28 (sinalizando).

**Pesquisadora:** *Porque você continuou?*

**Maria:** *Por que continuam os números.*

Nesta última pergunta, nossa intenção foi a de permanecermos explorando números que são múltiplos do número que representava o intervalo solicitado (ou seja, 12 é múltiplo de 2, assim como os demais – 14, 16....). Podemos perceber que, ao alterarmos o intervalo de contagem (de 2 em 2), ainda assim nota-se que a sujeito entende a ideia de regularidade da tabuada. A estratégia de considerar números múltiplos, foi deixada de lado na questão lançada em seguida. Para João, solicitamos que fizesse a contagem a partir do 123 considerando o mesmo intervalo de 2 em 2 (ou seja, 123 já não se trata de um múltiplo de 2).

**João:** 125, 127, 129, 131, 133, 135; *não é igual à tabuada1* (referindo-se ao final da tabuada do 2).

Também foi realizado o registro no quadro e, em nosso diálogo com João e Maria, chegamos juntos à seguinte conclusão: se fosse solicitado contar a partir de um número par, todos os finais seriam pares, e se fosse solicitado a contar a partir de um número ímpar, todos os finais seriam ímpares.

Os três sujeitos, a partir do terceiro encontro, quando solicitados para realizarem a contagem, buscavam alguma regularidade, possivelmente pelo fato de que no encontro anterior também se buscou regularidades.

Ao serem solicitados a contar de 10 em 10 a partir de números não múltiplos de 10, os três realizaram a contagem sem interrupções, mesmo quando houve mudança no número que representasse alguma ordem (por exemplo, de 398 para 408, em que houve mudança nas ordens da dezena e da centena), ou, também, nos casos de mudança de classe (como, por exemplo, de 997 para 1.007, caso em que mudamos da classe das unidades para a classe de milhar). Consideramos tal fato como um avanço para todos os sujeitos, com destaque para Maria, ao nos reportarmos ao bloco de atividades do SND. Isto implicou estar com a sequência numérica consolidada.

Quanto solicitados a explicar como sabiam das mudanças mencionadas no parágrafo anterior, tivemos as seguintes respostas:

**João:** *Soma sempre mais um na dezena.*

**Luísa:** *Muda somente a dezena e ficando igual a unidade.*

Constatamos que ambos utilizaram a terminologia dezena em Libras, sendo que João, dentre os três, recorreu pouquíssimas vezes à terminologia tratada na sequência didática. Também notamos que os sujeitos partem para outras estratégias, associando a regularidades, como a decomposição do intervalo a ser adicionado e reagrupamento na soma, conforme trecho a seguir:

**Pesquisadora:** *Conte de 11 em 11 a partir de 124.*

**Luísa:** (pausa) 124, 135, 146, 157.

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

**Luísa:** *Sempre mais um e mais dez* (por exemplo: 124 + 1 +10).

Ao realizarmos esta mesma indagação para João e Maria, estes solicitaram para que realizássemos o registro da pergunta no quadro. Após terem observado a anotação no quadro, João mostrou as duas mãos abertas (indicando 10) sinalizando 134. Em seguida, repetiu o movimento com a mão direita (indicando 1) e sinalizando 135.

Na contagem de 100 em 100 a partir de 2.856, todos realizaram a contagem novamente sem interrupções, mesmo que Maria fosse um pouco mais devagar no processo com relação a João. Entendemos que as estratégias estavam automatizadas. Quando solicitados para explicarem como haviam pensado, a estratégia adotada foi a apontada na análise “a priori”.

Propusemos as *atividades 7 e 8*, que envolviam a contagem regressiva, somente depois que realização de todas as contagens progressivas, diferentemente do encaminhamento que dado nas atividades 1 e 2 (SND).

Ao contar de 5 em 5 a partir de 125, Maria afirmou que se tratavam da tabuada do 5, cujos números terminavam ou em 0 ou em 5. Ela determinou tal regularidade antes mesmo de realizar a contagem.

Na contagem de 10 em 10, 100 em 100 e 2 em 2, todos os sujeitos a realizaram sem interrupções, o que nos levou a constatar que os cálculos estavam automatizados. Todos recorreram também ao uso da sobrecontagem, com ou sem o auxílio dos dedos. Maria, também aqui, procurou também associar aos resultados da tabuada. Quanto a João e Luísa, suas estratégias variaram.

Ao analisarmos as estratégias de cada sujeito em situações de cálculo mental nesta pesquisa, entendemos que, por mais que as estratégias tenham sido compartilhadas, a escolhida e aplicada em determinada situação foi mais por iniciativa própria do que pela estratégia do outro, sendo que o sujeito mudou sua estratégia de cálculo somente após sentir-se seguro quanto ao entendimento maior da estratégia alheia.

Assim como em atividades anteriores, João utilizou a estratégia da sobrecontagem com o uso dos dedos, mesmo que tal contagem tenha se caracterizado como de maneira já internalizada por ele. Em outro exemplo, ao ser solicitado a contar de 7 em 7 a partir de 81, João iniciou sinalizando o 81 próximo à parte frontal à direita da cabeça (como se registrasse tal número em sua memória) e, com as mão abertas, indicou sete dedos. Abaixando um por um, ele sinalizou “74” e assim sucessivamente. Por duas vezes João questionou se contava também o número inicial ou começava do seguinte (por exemplo, a partir do 74, se ele deveria contar também este número ou começava a partir do 73), mas, antes de qualquer intervenção de nossa parte, ele sinalizou o número próximo à parte frontal da cabeça e rapidamente contou a partir do número seguinte (ou seja, a partir do 73).

Ao ser solicitado a realizar a contagem a partir de 579 com intervalos de 11 em 11, João também faz a contagem, porém por meio de outra estratégia, sinalizando “568, 557, 546, 535”. Ao ser solicitado para explicar, ele respondeu: “568 - 10 - 1”.

Luísa usou estratégia semelhante para realizar a contagem de 9 em 9 a partir de 77, sinalizando lentamente “68, 59, 50, 41”. Ao solicitarmos para que ela explicasse como havia pensado, ela sinalizou “77 – 10 é 67, mas é nove +1”.

Tanto Luísa quanto João recorreram à estratégia da compensação, visto que subtraíam uma dezena e recorriam a compensação, já que as parcelas eram ou superiores (+1) ou inferiores (-1).

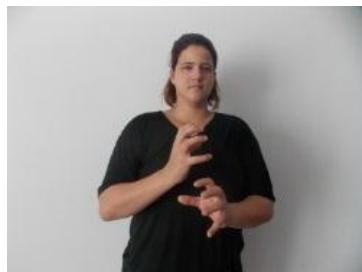
**Atividade 9** - Some números de dois algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.

6+58	48+9	8+35
47+7	7+52	73+6
73+8	2+50	28+2
8+56	49+4	1+97

**Atividade 10** - Some números de três algarismos com números de um algarismo ou vice-versa.

138+3	125+6	6+199
255+4	165+8	7+509
3+157	5+136	9+215
5+164	292+8	999+2

As atividades 9 e 10 envolveram a soma de dois ou três algarismos com números de um algarismo ou vice-versa. Como previsto na análise “a priori”, possibilitou o uso de estratégias das atividades anteriores neste mesmo bloco. Um cuidado que tomamos foi com os sinais utilizados no enunciado das atividades, pois, como já abordamos, poderíamos induzir os sujeitos a uma operação canônica. Procuramos então sinalizar os números de uma parcela com uma mão e os números da outra parcela com a outra mão e utilizamos o sinal ilustrado a seguir para indicar a operação de adição:



**Figura 115 – Adição**

Fonte: Projeto de Apoio à Difusão da Libras

Mesmo com o cuidado na sinalização dos enunciados, quando pedimos para Maria realizar a adição “6 + 58”, ela montou tal operação verticalmente no espaço, colocando a parcela superior como sendo o 58. Além disso, Maria não somente representou verticalmente como também procedeu à adição seguindo a regra tradicional mais utilizada pelas escolas, com o famoso “vai um”, realizando uma sobrecontagem a partir do número 8.

João, ao ser solicitado a realizar a adição “47 + 7”, respondeu conforme excertos a seguir:

**João:** (pausa) 54.

**Pesquisadora:** Como você pensou?

**João:** Sei que  $7 + 7$ , 14, + 4, 54.

Registraramos no quadro como ele havia sinalizado:  $7 + 7 = 14$ ;  $14 + 4 = 54$ .

**Pesquisadora:** “É isso”?

**João:** Não, está errado, porque dezoito é a resposta (referindo-se a soma  $14 + 4$ , levantou-se e aproximou-se do quadro e apontou para o 4 do 47) soma esse.

**Pesquisadora:** Esse 4 é 4 ou 40?

**João:** 40.

**Pesquisadora:** Então como fica?

**João:**  $7+7$ , 14;  $14 +40$ , 54.

Solicitamos para que Maria também realizasse a mesma adição. Ela novamente armou a operação verticalmente no “espaço” e, ao realizar  $7 + 7$ , sinalizou o 4 no campo da resposta e na ordem da unidade e oralizou “vai 1”. Decidimos retomar a questão do valor posicional de cada número das parcelas, com vistas a verificar a compreensão de Maria em relação ao uso do “vai um”. Para uma maior exploração, registramos no quadro a operação que Maria tinha feito por meio de explicação oral e sinalização. Apontamos para o  $7 + 7$  e solicitamos a resposta:

**Maria:** 14.

Registrados no quadro o número 14 ao lado da operação, e perguntamos:

**Pesquisadora:** E agora?

**Maria:** Vai 1 (apontando para o 1 do 14).

**Pesquisadora:** Esse 1 (apontando) é 1 ou 10?

**Maria:** Dez (respondeu apontando para o 4, justificando que seria, analogamente, 40).

João interveio apontando para o registro dele e comparou, sinalizando que era “igual” e complementou com a afirmação de que  $10 + 40$  é igual a 50. Feito isso, voltou-se para Maria e perguntou: “Entendeu?” Maria fez um sim com a cabeça.

Ao propormos outras operações para Maria, prevaleceu a estratégia de armar a operação verticalmente no espaço, mas, ao falar o “vai 1”, ela se antecipava oralizando que já sabia que o 1 representava 10.

Compreendemos no decorrer das sessões que a dinâmica instaurada estava possibilitando aos sujeitos uma melhor compreensão tanto do significado das propriedades das operações como do SND. Tal transformação no pensamento dos sujeitos também ocorreu na pesquisa de Guimarães (2009) e de Gómez<sup>33</sup> (1995).

João já havia demonstrado que o cálculo  $7 + 7$  já estava por ele automatizado. No encontro seguinte, ao solicitarmos que respondesse a outras operações, ele o fazia com muita agilidade. Perguntamos como ele estava conseguindo responder tão rápido.

**João:** Estudei em casa  $5 + 5$ ;  $5 + 6$ ;  $7 + 8$ , igual à aula passada (consideramos que estava se referindo a tábua da adição, a atividade 1 deste bloco).

João direcionou-se para Maria e sinalizou: “Estuda em casa que irá ficar mais fácil”.

Maria, neste mesmo encontro, ora se apoiava no registro da operação solicitada verticalmente no espaço, ora mostrava que alguns cálculos estavam disponíveis em seu repertório de memória, já sem se apoiar tanto na sobrecontagem.

---

<sup>33</sup> Gómez, Bernardo. Tipología de los errores de cálculo mental en el contexto educativo. **Enseñanza de las ciencias**, 13. 3. p. 313-325, 1995.

Ao solicitarmos que Luísa respondesse à adição “ $138 + 3$ ”, ela, já tendo respondido corretamente 141, expôs como havia pensado: “ $8 + 2 = 10 + 1 = 11$ ”. E complementou: “*141*”. Luísa recorreu à propriedade comutativa, contou a partir do número maior e decompôs um dos números para obter uma dezena inteira.

No encontro seguinte, compartilhamos com Maria e João a estratégia de Luísa. Desse diálogo, João afirmou: “*Pensar dez*”. E complementou: “*É mais fácil saber aqui de memória (apontou para a cabeça)*”. João estava recorrendo aos cálculos que estavam memorizados. Ao considerarmos as atividades anteriores, João constantemente recorreu à estratégia de obter uma dezena exata. Já nesta atividade, prevaleceram cálculos automatizados.

Corroboramos com Guimarães (2009, p.128-129), quando afirma que “as estratégias de cálculo se desenvolvem não pela compreensão intuitiva, mas é resultado da compreensão dedutiva da criança acerca do número e das propriedades do sistema de numeração, que permite a ela escolher uma estratégia em detrimento de outra”.

#### **Atividade 11 - Subtraia** (propor operações que envolvam números de 1 a 20)

7-1	15-8	18-9
7-2	12-6	16-8
9-5	16-9	14-7
8-4	18-6	17-8

Na aplicação desta atividade, constatamos diferentes estratégias, como no exemplo a seguir de um diálogo com João. Ao ser questionado sobre quanto seriam  $18 - 9$ , ele sinalizou: “*9*”. Ao ser indagado sobre como havia pensado, João afirmou: “*9 + 9 são 18*” (ele sinalizou com as duas mãos simultaneamente, cada uma representando um número 9, justapondo-os, dando a entender que seria uma adição, sinalizando por fim 18). Notamos que ele usou a estratégia da operação inversa, sendo esta a mais adotada por ele nessa atividade. Além disso, por meio dessa estratégia, ele também reforçou a ideia de que várias operações já estavam por ele memorizadas.

Quando questionado sobre como havia pensado a operação  $17 - 8$ , João sinalizou: “*9*”. Em suas explicações, ele sinalizou um número 8, com a mão esquerda e outro número 8 com a mão direita, justapondo-as. Feito isso, sinalizou na sequência o número 16 com a mão direita e, num movimento para cima, sinalizou o número 17, o que consideramos como uma adição de “ $+1$ ” ao número 8.

Outra estratégia adotada por João se apresentou quando o número que aparecia na ordem da unidade e que representava o minuendo maior que o do subtraendo. Nestes casos,

João explicou muitas vezes que os cálculos estavam memorizados e, em outras vezes mais, apresentou a estratégia do uso das duas mãos com os dedos abertos (subtraindo o valor solicitado).

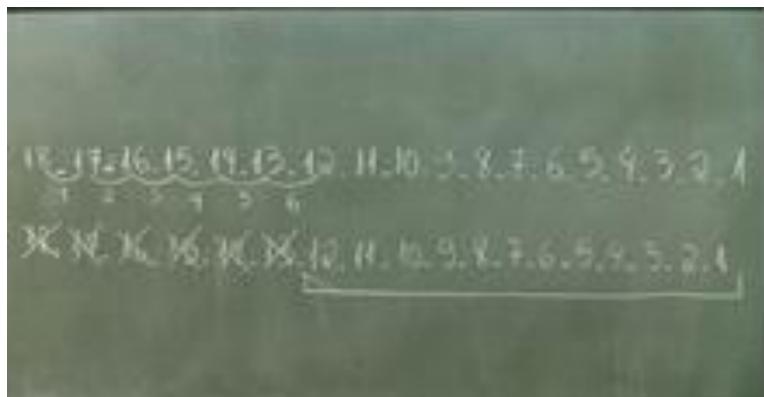
Nas primeiras indagações para Maria, esta usou a estratégia da sobrecontagem a partir do menor número. Já em outros momentos, variou com o uso da contagem regressiva e, quando a operação envolvia números apenas da ordem da unidade, realizou a operação com as duas mãos abertas, indicando o valor do minuendo e abaixando a quantidade de dedos relativa ao subtraendo. Diferentemente de João e Luísa, Maria, em suas ações ainda no momento de responder às perguntas, já dava indícios mais claros sobre como tinha operado seus cálculos. No caso dos outros dois sujeitos, eles simplesmente anunciam a resposta, o que necessitava de uma intervenção maior por parte da pesquisadora sobre como eles haviam pensado. Quanto a isso, Vergnaud (1996) aponta que, antes de calcular de forma automatizada, o sujeito, provavelmente em alguma etapa anterior, verbalizou, mesmo que em silêncio, o que deveria fazer e a atividade da linguagem o favoreceu para a realização da resolução do cálculo. Percebe-se que a atividade da linguagem favorece a organização temporal da ação, a descoberta das relações pertinentes e o seu controle.

Maria, em nenhum momento desta atividade, armou a operação verticalmente no espaço similar, como havia realizado na atividade anterior. Em uma das contagens, em que ela operava uma contagem regressiva para responder à subtração  $18 - 6$ , João interveio sinalizando que ele se confundia ao realizar a contagem regressiva, referindo-se a não saber se, no início de sua contagem, ele considerava o número 18 (18, 17, 16, ..... ou 17, 16, 15, .....). Esta dúvida já havia surgido na atividade 8, no entanto, não havíamos aberto para discussão.

Solicitamos a Maria que explicasse novamente como havia pensado, e ela sinalizou e oralizou que “18 está na cabeça”. Em seguida, ela abriu a mão indicando seis dedos e oralizou, correspondendo a cada dedo que ia abaixando a subtração de “1”: “dezessete, dezesseis, quinze, quatorze, treze, doze”. Em outro momento, Maria realizou uma subtração com a estratégia de contagem regressiva; na atividade atual Maria não começou a subtrair considerando o número solicitado (18), sendo que, em outra situação, o fez (atividade 4). Temos, então, que em momento diferentes usou as duas estratégias.

Decidimos registrar no quadro uma maneira possível de explicação da dúvida de João. Com duas fileiras de sequências numéricas que se iniciavam pelo número 18, terminando no número 1, procedemos duas maneiras diferentes de contagem regressiva, sendo que a primeira considerava o número 18 e a segunda não. Quando incluímos o número, neste caso o 18

(riscando os números 18, 17, 16, 15, 14, 13), restaram 12 números na sequência. Da mesma forma, quando começamos a contagem pelo número 17, mas sem riscar e sim considerando que da passagem do número 18 para o 17 já houve uma subtração de 1 unidade, a resposta também seria 12. A figura a seguir representa as duas sequências utilizadas.



**Figura 116** - Representação da sequência numérica  
Fontes: Arquivo da autora

Com as duas alternativas de nossa explicação, João sinalizou que sempre iria considerar o número inicial em sua memória, procedendo da maneira como explicada na figura anterior (primeira sequência de números descrita), alegando que tal procedimento tornaria a operação mais fácil.

Luísa oscilou entre diferentes estratégias, ora usando a sobrecontagem a partir do menor número para o maior, ora realizando a contagem regressiva, ora realizando os cálculos de maneira automatizada. No entanto, prevaleceu a decomposição visando à obtenção de uma dezena inteira e a compensação acompanhada da propriedade associativa, conforme explicação a seguir referente à subtração 16 - 9. Luísa, com a mão aberta, mostrou os dez dedos, abaixou nove e sinalizou sete. Ao ser questionada sobre o porquê da resposta 7, ela sinalizou: “1 + 6”. Conforme esquema a seguir:

$$\begin{array}{r}
 16 - 9 \\
 (10 + 6) - 9 \\
 (10 - 9) + 6 \\
 1 \quad + 6 \\
 7
 \end{array}$$

Identificamos o seguinte teorema em ação *Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades inferior ao expresso no subtraendo, é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.*

**Atividade 12 - Subtraia para chegar à dezena inteira inferior ao número dado: 58.**

(Quanto subtrair do 58 para que chegue na dezena inteira inferior?)

62	751
58	1345
63	1234
175	2687

Na *atividade 12*, que envolveu o questionamento “*Quanto subtrair do número dado para chegar na dezena inteira inferior?*”, nossa suposição era de que não precisaríamos retomar o significado de dezena inteira, o que realmente ocorreu. Somente retomamos o novo sinal (com a inicial da palavra “d”) como combinado na atividade anterior que tinha envolvido o sinal para dezena e centena inteira.

Luísa, ao ser solicitada para determinar quanto faltava para chegar à dezena inteira inferior a partir de 58, sinalizou: “*Fácil, 40, então 18*”. Verifica-se que o sujeito expôs primeiramente o valor da dezena inteira para em seguida sinalizar o solicitado. Questionada como havia pensado, Luisa explicou: “*Dez mais oito*”. Após algumas indagações com outros números, observamos que ela não sinalizava mais a dezena inteira inferior, indo direto à resposta solicitada. Em uma de nossas indagações, constatamos uma regra estabelecida por Luísa, e que foi dita por ela da seguinte maneira: “*Sempre dez mais último*”. Indagamos o que era o último, ao que ela se referiu, ao “*número da unidade*”.

João e Maria, assim como Luísa, também explicitaram a dezena inteira inferior para depois determinar o solicitado. João, após algumas indagações, também não sinalizou mais a dezena inteira inferior, indo direto à resposta. Já Maria em todas as respostas oralizou/sinalizou a dezena inteira inferior para depois responder o solicitado.

João, ao ser solicitado para explicitar como havia pensado para determinar quanto faltava para chegar à dezena inteira inferior a partir de 63, sinalizou “*Dez mais três*” o que se configurou como uma estratégia semelhante à de Luísa.

A estratégia utilizada por todos demonstrou a mobilização do seguinte *teorema em ação*: *Subtrair o valor da unidade mais uma dezena para obter a dezena inteira inferior ao número dado*.

**Atividade 13 - Subtraia.**

(Propor números que envolvam no minuendo valores formados até a centena e no subtraendo apenas unidades).

98-5	285-7
167-9	150-6
46-8	314-8
74-9	85-3

Como abordamos na análise “a priori”, a escolha desses números é para que se possa retomar a tabela da subtração.

Quando as operações envolveram algarismo da ordem das unidades do minuendo maiores do que o expresso no subtraendo, constatamos as seguintes estratégias.

Percebemos que muitos cálculos estavam memorizados, ao considerarmos as respostas como “Fácil”, “Sei”, “Está na cabeça”. Algumas vezes bem como não percebíamos em suas ações a estratégia adotada, a não ser quando indagávamos como haviam efetuado.

Dentre as estratégias compartilhadas pelos nossos sujeitos, a decomposição aditiva do minuendo para subtrair os valores da ordem das unidades foi uma estratégia adotada por todos. Segue um excerto de Luísa, ao ser solicitada para explicar como havia pensado para efetuar “98 – 5”.

*Luísa: Sei que 8 – 5 é 3, então 93.*

Pensando na estratégia de Luísa, reorganizamos suas ideias e representamos aqui no seguinte esquema:

$$\begin{aligned} & 98 - 5 \\ & (90 + 8) - 5 \\ & 90 + (8 - 5) \\ & 90 - 3 = 93 \end{aligned}$$

Consideramos que o seguinte teorema em ação foi mobilizado: Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades superior ao expresso no subtraendo, não é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.

O uso da contagem regressiva foi feito por João e Maria, sendo que João não manifestou mais a dúvida quanto por qual número iniciar a contagem. Um dos diferenciais notados entre João e Maria foi o fato de que, no caso do primeiro, este já apresentava respostas imediatas devido à automatização de estratégias e, no caso de Maria, esta não partia

diretamente às respostas, sendo que suas ações ao pensar nas operações deixavam explícitas suas estratégias.

Maria foi à única que usou a estratégia de sobrecontagem a partir do menor número para chegar ao maior, considerando apenas a ordem das unidades.

Quando as operações envolveram algarismos da ordem das unidades do minuendo menor que o expresso no subtraendo, verificamos a decomposição do valor do minuendo, como no excerto de Luísa descrito a seguir.

Solicitada para responder à operação “ $167 - 9$ ”, após uma pausa para pensar, Luísa respondeu: “ $158$ ”. Indagamos como havia pensado para resolver e ela afirmou saber que “ $17 - 9 = 8$ , então  $158$ ”. Constatamos, no decorrer desta atividade, que Luísa sempre explicitava o primeiro cálculo, sendo que o “então” somente é exposto como o resultado final. Inferimos que ela realizou, mesmo sem saber explicar,  $150 + 8 = 158$ . Como aponta Vergnaud (1993a), sempre há muito de implícito nos esquemas.

Quando indagamos Maria com uma primeira operação desta atividade, ela, ao constatar que o número da ordem da unidade do minuendo era menor que o do subtraendo, novamente armou a operação no “espaço” e realizou a operação reproduzindo o algoritmo canônico da subtração, inclusive com o “empresta um”. Mobilizando o seguinte teorema em ação: *Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades inferior ao expresso no subtraendo é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.*

João também utilizou estratégias que já havia explicitado na atividade 4, conforme excerto a seguir:

**Pesquisadora:**  $285 - 7$

**João:** 872

**Pesquisadora:** *Como?*

**João:** 278

**Pesquisadora:** *Como você pensou?*

João sinalizou a operação novamente, só que agora representou verticalmente e complementou que sabia que  $7 + 8 = 15$ , que não é 8 (considerando o 8 que representa o algarismo da dezena do minuendo), sinalizando 7. Ou seja, João utilizou, implicitamente, a decomposição do número 285 na adição  $270 + 15$ , para que tivesse condições de subtrair o número 8 do subtraendo. Em sua explicação, João ainda deixa claro que preferiu realizar a operação inversa, operando a adição  $7 + 8$ , ao invés da subtração  $15 - 7$ .

**Atividade 14 - Calcule a diferença.**

(Propor números que no minuendo não necessitam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuem o valor da ordem das unidades ou o valor da ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo).

$27 - 22$	$418-13$
$850 - 30$	$637-33$
$332 - 322$	$59-55$
$925- 15$	$240-40$

A atividade 14, denominada de “*Calcule a diferença*”, compreendeu operações com números que no minuendo não necessitavam de decomposições das dezenas em unidades e, por outro, possuíam o valor da ordem das unidades ou o valor da ordem das dezenas semelhante ao expresso no subtraendo.

Ao constatarem a regularidade dos números anunciados quando os valores dos números eram iguais para ordens iguais, os sujeitos calcularam com maior agilidade, operando somente com os valores diferentes. A resposta mais frequente antes de darem a resposta do solicitado foi:

**João:** Fácil, fácil, fácil, percebi.

**Luísa:** Fácil.

**Maria:** Sei.

O “percebi” de João nos indicou que este havia constatado alguma regularidade, a qual facilitou o cálculo a ser desenvolvido. Em suas explicações, João afirmou: “Números iguais, Zeros”.

Solicitamos para Luísa calcular  $418 - 13$ , ao que ela respondeu rapidamente: “405”. Questionada como havia pensado, respondeu: “Fácil, sei que 1 e 1 é 0, 8 – 3 é 5 e 4 fica 4”. Neste caso, Luísa mobilizou o teorema em ação: *Se os algarismos das dezenas são iguais, então basta subtrair as unidades dos números dados.*

Maria, na operação  $59 - 55$ , respondeu rapidamente “4”, esperou um pouco e respondeu novamente “4”. Consideramos que esta duvidou do seu cálculo, necessitando de sua confirmação, mesmo sem ser questionada. Solicitada a explicar como pensou, Maria armou a operação horizontalmente, oralizando “cinco, cinco, igual” (ao considerar o algarismo cinco da ordem da dezena) e abriu as duas mãos mostrando nove dedos, abaixou cinco, ficando quatro. Entendemos que Maria mobilizou, com esta estratégia, o seguinte

teorema em ação: *Se os algarismos das unidades são iguais, então basta subtrair os algarismos das outras ordens dos números dados.*

**Atividade 15 - Somar (números de dezenas inteiras).**

(Propor números em que as parcelas envolvam até a ordem da unidade de milhar e que as dezenas sejam inteiras).

$$\begin{array}{r}
 80 + 110 \\
 460 + 30 \\
 350 + 400 \\
 3.450 + 20
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 730+50 \\
 1.280+580 \\
 520+700 \\
 220+70
 \end{array}$$

A atividade 15 envolveu cálculos com números em que as parcelas variavam até a unidade de milhar e que as dezenas eram inteiras. Novamente tomamos o cuidado em não usar o sinal de adição que representa o símbolo de “+”.

João, na primeira solicitação desta atividade que envolveu o cálculo  $350 + 400$ , repetiu o número proposto e sinalizou “zero fora” (o zero das unidades), sinalizando “ $35 + 40$ ,  $75$ ,  $750$ ” (desprezou o zero e considerou novamente quando anunciou o solicitado). Essa estratégia de desprezar o zero e retomá-lo mobilizou o seguinte teoremas-em-ação: *Se os valores dos algarismos das unidades dos números anunciados é zero, então basta somar os outros algarismos e acrescentar o zero à ordem das unidades.*

Retomando com Maria.

**Pesquisadora:**  $220 + 70$ .

**Maria:** (após uma pausa, sinalizou)  $80$ ,  $90$ ,  $290$ .

Inferimos que a estratégia adotada por Maria foi a de realizar a decomposição do  $220$  ( $200 + 20$ ) e utilizar a propriedade comutativa. Em outro cálculo, ela representou a operação no espaço (vertical) como: “ $730 + 90$ ”;  $860 + 360$ . Percebemos que Maria recorria ao algoritmo vertical nos casos em que, com a soma dos números de uma mesma ordem (dezena com dezena, centena com centena), a resposta era superior ou igual a uma centena (mudando de ordem). Nas situações em que tal característica não era percebida de antemão, Maria resolia a operação diretamente.

Luísa, quando solicitada para calcular  $1.280 + 580$ , pediu que registrássemos no quadro (esta solicitação também foi realizada por Maria e João, quando tentavam realizar e não conseguiam em uma, duas, três tentativas, perguntados para repetir o cálculo solicitado). Luísa apontou para o “ $80$ ” da primeira parcela e o “ $80$ ” da segunda parcela e respondeu: “ $160$ ,

860, 1.860". Dos números anunciados por Luísa, podemos considerar que esta realizou a decomposição das parcelas ( $1.280 + 580$ ) da seguinte maneira:

$$1.200 + 500 + 80 + 80$$

$$1.200 + 500 + 160$$

$$1.000 + 200 + 500 + 160$$

$$1.000 + 860$$

$$1.860$$

### **Atividade 16 - Somar.**

*Grupo 1: soma dos algarismos das unidades inferior a 10;*

$$25 + 812 \quad 745+44 \quad 67+721 \quad 484+123 \quad 71 + 424$$

*Grupo 2: soma dos algarismos das unidades superior a 10;*

$$645 + 38 \quad 56 + 245 \quad 336 + 37$$

*Grupo 3: soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.*

$$126 + 84 \quad 38 + 287 \quad 567 + 45$$

A atividade 16, denominada *somar*, compreendeu três grupos: o primeiro com soma dos algarismos das unidades inferiores a 10; o segundo com a soma dos algarismos das unidades superior a 10 e o terceiro com a soma dos algarismos das unidades e das dezenas superior a 10.

Constatamos que, por envolver cálculos em que todos os algarismos das ordens das dezenas e das unidades foram diferentes de zero, os três sujeitos analisavam por um tempo maior o solicitado, em busca, acreditamos, de qual a melhor estratégia para a solução. Ressaltamos também que, no caso do grupo 2 e 3 desta atividade, dentre as estratégias utilizadas os sujeitos recorreram à reprodução mental do algoritmo. Guimarães (2009) afirma que isto também ocorreu com os seus sujeitos, principalmente quando o cálculo era registrado no quadro. Nossa proposta era de que iríamos utilizar de tal tipo de registro o mínimo possível, mas, no decorrer da atividade, ao constatar que os sujeitos perguntavam muitas vezes o que tínhamos solicitado ou mesmo repetir sinalizando várias vezes, em alguns momentos o uso da registro no quadro foi uma alternativa.

Maria, ao realizar as operações do segundo e terceiro grupo, reproduziu o solicitado armando a operação no espaço verticalmente, realizando os cálculos no sentido da direita para esquerda e sinalizando o resultado final. Identificamos a mobilização dos seguintes teoremas em ação: *Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades superiores a 10, então temos que realizar trocas e quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades ou dezena for superior a 10, então temos que realizar trocas.*

Constatamos, porém, outras estratégias de sua parte, como: quando ao analisar os números das parcelas e ao verificar que a soma das unidades e dezenas eram menores de dez, Maria oralizava “*Essa fácil*”. Percebemos que tais cálculos estavam disponíveis no seu repertório de memória. Consideramos o seguinte teorema em ação mobilizado: *Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades inferiores a 10, então não precisamos realizar trocas.*

Observamos também que João analisava os números efetuando os algarismos individualmente e considerando depois o todo do cálculo antes de dar sua resposta. Segue um excerto do nosso diálogo:

**Pesquisadora:** 645 + 38.

**João:** Sei, 8 + 5 igual 13; 3 + 4 igual 7 e 6 + nada igual 6 então 683.

Da estratégia de João, organizamos o seguinte esquema:

$$\begin{array}{r}
 645 + 38 \\
 \hline
 & 13 \\
 & | \\
 & 7 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Consideramos que João mobilizou o seguinte teorema em ação: *Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades superiores a 10, então temos que realizar trocas.*

Dentre as estratégias para o primeiro grupo, Luísa explicitou a seguinte, conforme excerto a seguir:

**Pesquisadora:** 71 + 424.

*Luísa: 71 mais 24, igual 95, então 495.*

Já quanto às operações do segundo e terceiro bloco, Luísa procurou organizar seus cálculos com a mesma estratégia de João.

Entendemos que, nos casos, principalmente, de João e Luísa, os sujeitos mobilizaram o seguinte teorema em ação: *Se apenas um dos números anunciados possui a ordem das centenas, então basta somar os valores dos algarismos das outras ordens e acrescentar ao resultado o valor corresponde à ordem das centenas, e considerando cada grupo*

**Atividade 17-** *Subtrair de uma quantidade (não ultrapassar a ordem da unidade de milhar) um número inteiro nas centenas.*

325 - 100	1.502 – 100	3.080 – 100
370 – 200	1.000 - 700	652 – 400
548 – 200	1.366 – 300	2.899- 500

A atividade 17 foi a última atividade deste bloco, bem como da sequência didática proposta. A proposta foi a de subtrair de uma quantidade (não ultrapassando a ordem da unidade de milhar )um número inteiro nas centenas. Como exposto na análise “a priori”, iniciamos com operações que envolviam números de mesma ordem.

João, ao ser solicitado a subtrair 548 – 200, repetiu o solicitado e esperou um pouco para responder: “Fácil, trezentos e quarenta e oito”. Ao solicitarmos para expor como havia pensado, João respondeu que sabia: “5 – 2, igual a 3” e complementou “348”, (estava se referindo aos algarismos da ordem da centena). Inferimos que ele considerou o 5 e o 2 como algarismos isolados e acrescentou o valor desprezado da ordem da dezena e unidade diferentes de zero.

Em seguida, solicitamos para Maria que resolvesse a operação 370 – 200. Ela sinalizou que sabia que “3 – 2 = 1” e, na continuidade, respondeu 170. Consideramos que Maria usou a mesma estratégia de João. Tal estratégia demonstrou a mobilização do seguinte teorema em ação: *Se for pedido para retirar centenas inteiras do número dado, então basta lidar com os dois valores como se fossem números redondos e ao final acrescentar o valor desprezado.*

Quando os cálculos envolviam números da classe de milhar, constatamos outra estratégia, como verificado no exemplo a seguir. Solicitamos a Maria que resolvesse a operação 1.366 – 300. Ela repetiu o solicitado e indagou se foi isso que havíamos pedido.

Com a confirmação, Maria repetiu o número do minuendo e sinalizou da direita para esquerda “*Seis, seis, zero, um*” e oralizou “*Um mil e sessenta e seis*”. Consideramos que esta se apoiou no número no espaço 1.366 e realizou a subtração da direita para esquerda, como se mentalmente construísse o algoritmo canônico.

Ao solicitarmos para Luísa realizar a subtração “ $3.080 - 100$ ”, ela respondeu rapidamente “*2.980*”. Indagada como havia pensado, Luísa sinalizou “*Fácil*”, sinalizou “*3.080*” e, num movimento que demonstrava estar realizando uma contagem regressiva com intervalos de 100, sinalizou “*2.980*”.

### 6.2.3 Repensando a análise e discussão dos dados individualmente

#### *Luísa, 11anos 6 meses [...] 13anos*

Luísa é surda profunda, iniciou a pesquisa com 11 anos e 6 meses. Filha de pais surdos, comunica-se tanto oralmente quanto em Libras. Passou por uma experiência num contexto inclusivo (1º ano) e, segundo seus professores dos Anos Iniciais, havia sempre a necessidade de proporcionar-lhe atividades extras.

Nas primeiras atividades, constatamos que Luísa apresentava maior familiarização com o SND, bem como não demonstrava tantos equívocos, se comparada a Maria e João.

Ao considerarmos os dados iniciais de Luísa, levantamos a hipótese de que isso possa ter corroborado para seu desempenho. Afinal, por ser filha de pais surdos e que falar a mesma língua deles, segundo Kritzer (2009), contribui para a formação matemática inicial; por ter estudado num contexto inclusivo, mesmo que tivesse sido por um ano, teve uma experiência diferente dos outros dois sujeitos quanto ao ensino e aprendizagem do SND; por executar atividades extras de seus professores, estas também poderiam ter auxiliado; e, embora seja surda profunda, o fato de se comunicar pela Libras e oralidade aumenta suas possibilidades comunicativas e de aprendizagem.

No primeiro encontro, ao questionarmos se preferia usar a oralidade ou a Libras, respondeu que dependia com quem. Observamos que, no decorrer da pesquisa, pouquíssimas vezes utilizou a oralidade.

No início da aplicação da sequência didática, quando solicitada a explanar sobre como sabia ou como havia pensado qual era o próximo número da sequência, somente obtínhamos as respostas “*sei*”, “*não sei*”. Contudo, no decorrer dos três meses das *atividades 1 e 2* do

bloco do SND, evidenciamos que a dinâmica instaurada proporcionava que a cada encontro os esquemas se modificassem.

“[...] sinalizou que os números continuavam e fez o sinal de 1.000”.

“[...] Pensei nove último”, complementou “2000”.

“[...] 96, 97, 98, 99, 100 e 996, 998, 999, 1.000”.

“[...] 99 (com a mão esquerda) sobrepõe com 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 (com a mão direita); acabou, então vem 1.000 (fez sinal por sinal de cada algarismo, incluindo o ponto)”.

“[...] sinalizando 990 com a mão esquerda, marca o último zero, paralisando no espaço, e sinaliza, com a mão direita 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, verticalmente, para indicar 991, 992, ... 999. Em seguida, acrescenta um zero à direita de onde havia “congelado” a sinalização do 990, substitui cada um dos 9 por zero e sinaliza o “1” mais à esquerda”.

“[...] Exemplo: 99 (marcou com a mão esquerda o nove que ficou parado e com a mão direita fez rapidamente movimentos descendentes) “8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0”. Quando chegou no zero, explicitou: *Muda 9 para 8* ( repetiu com a mão direita) 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0”.

Identificamos que Luísa tinha sido instigada a “pensar” sobre seus pensamentos e tomava consciência do seu estilo de pensamento ao fazer reflexões sobre a própria atividade (VERGNAUD, 2003).

Ressaltamos que, mesmo que outras explicações permeassem nossas discussões, como a explicitada por Maria, o “[...] acrescentar mais um ao último algarismo”, foi a estratégia de Luísa que prevaleceu para todos os sujeitos em suas explanações.

Consideramos que a dinâmica instaurada na aplicação da sequência didática, como apontado por Gómez (1994), beneficia o desenvolvimento de capacidades cognitivas, ao favorecer a variedade e a liberdade dos procedimentos, a reflexão para decidir e escolher.

Nas atividades do bloco do aditivo identificamos que, de início, recorreu ao uso da sobrecontagem com ou sem o apoio dos dedos e que no decorrer das sessões recorreu a outras estratégias, como: a contagem regressiva com ou sem apoio dos dedos, a cálculos automatizados, cálculos incorporados no seu repertório numérico; à mobilização de propriedades dos números e das operações; à realização de cálculos baseando-se na percepção de regularidades dos números anunciados e poucas foram as vezes em que realizou o algoritmo canônico.

No início da aplicação da sequência didática, bem como no decorrer da mesma, exploramos os termos matemáticos em Libras, pois tínhamos como hipótese que os usariam em suas explanações; foi Luísa quem mais recorreu a essa terminologia.

Ao analisarmos a postura de Luísa no decorrer dos encontros, ela sempre se mostrou participativa, colaborativa, envolvida com tudo e com todos, como quando interveio na contagem de Maria (esta havia oralizado “Novecentos e setenta e um” e sinalizou “90071”).

***João, 10 anos e 9 meses [...] 12 anos e 3 meses***

João é surdo profundo, filho de pais ouvintes, comunica-se somente pela Libras; e, no início dessa investigação, não mantinha um diálogo prolongado. Foi diagnosticado TDAH, predominante de “déficit” de atenção (faz uso de medicamento). Segundo seus professores, não precisava de auxílio nas atividades matemáticas, somente em atividades que envolviam a leitura e escrita.

Nos primeiros meses de pesquisa, João manteve a seguinte postura: quando chegávamos à sala de aula, organizava as cadeiras, sentava alinhando-se na carteira e virava o boné; durante as sessões, sinalizava sempre lentamente e constantemente precisava da nossa intervenção para dar continuidade à atividade.

Quando (re)direcionamos a pesquisa a partir do quarto encontro, organizamos atividades que poderiam reforçar a dinâmica instaurada a fim de auxiliar João a vencer sua insegurança.

Ao analisarmos a trajetória de João nesta investigação, consideramos dois aspectos: o emocional e o conhecimento matemático.

Quanto ao aspecto “emocional”, constatamos significativas mudanças de postura: quando na *atividade 5* do bloco do SND conduziu a atividade; quando na *atividade 4* do bloco aditivo auxiliou Maria; quando explicitava suas estratégias para o grupo, quando relatou que em casa estudou a tabela da adição (sem termos solicitado), quando começou responder “rapidamente”; quando expôs uma dúvida quanto à contagem regressiva abordada nas *atividades 7 e 8* do bloco aditivo; quando analisava a situação para responder considerando a estratégia do amigo ou propondo outra; e quando manteve um diálogo prolongado em muitas situações, quando na atividade 4 do bloco do SND inverteu os papéis, assumindo o controle da aplicação das atividades. Consideramos que a dinâmica para João favoreceu a sua autonomia, bem como a autoconfiança, corroborando com os pesquisadores apontados na nossa análise preliminar, que defendem a prática regular do cálculo mental em sala de aula, o que, para um aluno diagnosticado TDAH como João, foi imprescindível, pois normalmente são sujeitos com características de baixa autoestima, conforme apontado por

Almeida e Carvalho (2011). Perfil constatado em João no início desta investigação que se modificou ao longo da mesma.

Quanto ao conhecimento matemático, no primeiro bloco destacamos os seguintes pontos: Suas experiências de representação dos números em Libras era a de algarismo por algarismo – o que corroborava com estudos de Silva (2010). Quando na *atividade 2* deparou-se com outra forma de representação dos números em Libras, a forma da sua numeração sinalizada não foi condizente com a forma escrita; constatado nas pesquisas com crianças ouvintes, como as de Lerner e Sadovsky (1996) e Guimarães (2009), pois elas escrevem como pronunciam. Também Vergnaud (2005) aponta que se faz necessário fazer a distinção [...] entre significados da língua corrente e os invariantes operatórios matemáticos, melhor expressos pela numeração de posição (p.7).

A atividade *complementar 5*, foi elaborada “especialmente” para João, pois, segundo como apontado na análise e discussão dessa atividade, teríamos que verificar como João realizava a contagem considerando diferentes situações.

Conforme já explicitado, segundo Vergnaud (1993), para uma criança ouvinte “[...] chegar a contar, existe a combinação de diversos elementos, como o gesto da mão, o olhar, a boca, a fala” (p.79); para João também, como: o gesto da mão para indicar, o olhar e novamente a mão para sinalizar os números. Dependendo do que estava contando João teve dificuldades em realizar tal contagem; no entanto, as diversas situações nos proporcionaram constatar que ele usou a sobrecontagem, o agrupamento de elementos, bem como realizou uma contagem internalizada.

Quanto a manter uma regularidade em suas respostas sobre a sequência numérica tender “ad infinitum”, isso aconteceu somente depois de ter realizado as *atividades 1, 2, 3 e 4* e as *complementares 1, 2, 3 e 4*, que favoreceram a consolidação do conhecimento do SND. Com a questão do “ad infinitum” consolidada, João ampliou seu conhecimento, ao considerar que os números negativos também tendem ‘ad infinitum’, como apresentado na *atividade complementar 6*.

Quanto à Libras, constatamos, que entre os três sujeitos, foi o que menos explicitou a terminologia matemática nesta língua considerada para esta pesquisa (apontada na seção 6) nas suas explanações; no entanto demonstrou saber descrever todo o cenário da situação que desejava representar, se valendo, particularmente dos aspectos morfológicos e sintáticos da Libras, como a simultaneidade e os referentes. Provavelmente por ser um falante exclusivo desta língua, João foi quem mais explorou as possibilidades cognitivas de seu idioma natural,

questão que merece uma avaliação mais profunda, em um momento em que se discutem as modalidades de educação para surdos.

No bloco aditivo, entre as estratégias: realizou a sobrecontagem com e sem o auxílio dos dedos, recorreu à contagem regressiva com e sem auxílio dos dedos; mobilizou cálculos incorporados ao seu repertório numérico; mobilizou propriedades dos números e das operações; realizou cálculo baseado na percepção de algumas regularidades dos números anunciados e poucas foram as vezes em que realizou o algoritmo canônico. Constatamos que, na maioria das vezes, realizou o cálculo agrupando as ordens de cada número e reorganizando no final como o explicitado na análise da atividade 16.

*“Sei, 8 + 5 igual 13; 3 + 4 igual 7 e 6 + nada igual 6 então 683”.*

$$\begin{array}{r}
 645 + 38 \\
 \hline
 & 13 \\
 & 7 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Muitas das estratégias somente foram constatadas após solicitação para explicitar como havia pensado ou como sabia.

***Maria, 10 anos e 9 meses [...] 12 anos e 3 meses***

Maria é surda moderada, filha de pais ouvintes, comunica-se em Libras e pela oralidade. Diagnosticada TDAH, predominante com transtorno de déficit de atenção e hiperatividade, Segundo seus professores, eles eram solicitados constantemente para as realizações das atividades matemáticas em sala de aula, em função da insegurança e heteronomia da aluna.

Quanto a Maria transitar pela Libras e a oralidade, procuramos realizar a análise de suas respostas considerando esse viés. No primeiro encontro quando questionamos se preferia Libras ou a oralidade, respondeu que a oralidade. Constatamos, ao longo da sequência didática, que variou entre essa preferência: ora usou somente usou a oralidade, ora somente a Libras, ora simultaneamente as duas. Isso levou a um desafio de “autopoliciamento”, pois tínhamos, de um lado, que respeitar quando Maria solicitava que falássemos, bem como

tínhamos que tomar cuidado com os demais para não perderem o que estávamos falando. Mesmo com esse “autopolicamento” destacamos o diálogo entre nós no início da análise e discussão da *atividade complementar 5* que, consideramos, constituiu-se um desrespeito a João.

Outro ponto relevante ao considerarmos esse contexto educacional do surdo foi a seguinte fala de Maria que revela possuir instalada em seu subconsciente, a ideia da “supremacia ouvintista”: dizia ela que sabia porque escutava e falava, o que foi “desmisticificado” ao longo da aplicação da sequência didática.

Consideramos que por transitar pelas duas línguas, em alguns momentos usou a oralidade porque facilitaria sua estratégia, como observado em dois excertos apresentados na *atividade 5* do bloco aditivo; como não realizava uma contagem internalizada, quando envolveu apenas intervalos de quatro em quatro, sinalizou, porque conseguia realizar uma bijeção entre os quatro dedos (que indicavam o intervalo solicitado); quando envolveu intervalos de oito em oito, mostrou os oito dedos, mas não sinalizou, oralizou; teve dificuldades. Novamente indicamos a dificuldade do sujeito surdo que ainda não tem uma contagem internalizada de sinalizar e realizar a contagem, pois isto exige uma combinação de ações: o gesto da mão para indicar, o olhar e novamente a mão para sinalizar os números e, dependendo do que está sendo contado, surgem empecilhos decorrentes de uma língua visomotora.

Em outro momento, em que se expressou simultaneamente em Libras e na Língua Portuguesa oral, conforme destacamos na análise e discussão da *atividade 1*, ao realizar a contagem a partir de 971, Maria oralizou: “*Novecentos e setenta e um*”; simultaneamente representou algarismo por algarismo em Libras: “*90071*” (nove, zero, zero, sete, um,); e assim, Maria oralizava corretamente a sequência numérica, mas o mesmo não ocorria com sua sinalização. Isso indica que Maria, provavelmente, representaria estes números por escrito da mesma forma que sinalizou, o que seria equivalente ao procedimento de uma criança ouvinte, que registra como ouve, ou seja, 900 e 70 e 1, corroborando com os estudos de Lerner e Sadovsky (1996), bem como os de Guimarães (2009) que apontam que as crianças podem não fazer a diferenciação entre a fala e a escrita do número.

Como abordamos no início da análise e discussão do SND, após a análise “a posteriori local” das quatro primeiras atividades (re)definimos nossa investigação, principalmente para auxiliar Maria, pois considerávamos que precisava de outras atividades para este bloco de atividades, bem como pensarmos em questões ligadas ao diagnóstico do TDAH predominante com transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (Maria fazia uso de medicamento).

Almeida e Carvalho (2011) apontam que são crianças com baixa autoestima, falam impulsivamente, têm um rendimento abaixo do esperado, características que observamos em Maria no início de nossa intervenção.

Considerando Vergnaud (2009, p.15), para quem, no contexto escolar a atividade de cada criança tem um papel decisivo, pois os conhecimentos que “[...] adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, criança, é capaz de fazer sobre a realidade, com as relações que é capaz de discernir, de compor e de transformar, com os conceitos que ela progressivamente constrói” e considerando também que o papel do professor nesse contexto é o de incentivar os alunos, entendemos ser necessário ampliarmos a quantidade de atividades do bloco do SND. Mas, para isso era necessário ter um conhecimento claro das noções a ensinar, pois só assim poderemos compreender as dificuldades deparadas pela criança e as etapas pelas quais esta passa (VERGNAUD, 2009). A importância do papel do professor como formulador das atividades e responsável pela adoção da metodologia a ser utilizada fica reforçado ao considerarmos a questão do TDAH, pois, segundo Bonadio e Mori (2013), o professor é muito mais importante que o medicamento, visto que é preciso proporcionar atividades que favoreçam esses sujeitos.

Apontamos aqui uma das nossas primeiras escolhas quanto à aula em que estaríamos desenvolvendo a sequência didática. Ao considerarmos a atenção útil de Maria, após algumas sessões, fixamos as duas primeiras aulas do dia para a aplicação de nossa sequência didática, pois nas tentativas de realizar na terceira aula, ela se apresentou apática (talvez efeito do medicamento).

Assim, ao analisarmos a trajetória de Maria nesta investigação, apresentamos também dois aspectos: o emocional e o conhecimento matemático.

Quanto ao aspecto emocional, percebemos as seguintes posturas e mudanças: no decorrer das sessões buscou autoanalisar suas respostas, não respondia impulsivamente; respeitou a vez do outro; no decorrer da aplicação da sequência didática compartilhou sem receio de mostrar suas estratégias de cálculos; dialogava tanto com a pesquisadora como com os outros sujeitos quando estes intervinham para auxiliá-la; parava para analisar os enunciados a fim de decidir entre uma ou outra estratégia.

Quanto ao conhecimento matemático, em relação ao bloco do SND a sua maior dificuldade esteve centrada: na contagem dos números próximos aos “nós”; na indiferenciação entre numeração “falada” para numeração escrita; em não manter uma estabilidade como na estratégia de sobrecontagem (como a descrita na atividade complementar 5); a não compreensão que uma sequência numérica tende a “ad infinitum” .

Consideramos que a dinâmica instaurada no decorrer dos seguintes anos de escolaridade (final do 6º, 7º e início 8ºano) de Maria possibilitou vivenciar momentos de mostrar suas hipóteses sobre a construção do SND, bem como das operações de adição e subtração.

Da análise e discussão do primeiro bloco conclui-se que o re(direcionamento) foi uma decisão que atendeu as necessidades de Maria. Podemos destacar três estabilidades em suas ações, como: quando afirmou que os números tendiam “ad infinitum”; quando manteve uma contagem sem interrupções no “nós” e o uso da sobrecontagem.

No bloco aditivo, as estratégias utilizadas foram: Contar a partir do primeiro número anunciado (não realizando uma sobrecontagem); realizou a sobrecontagem com e sem o auxílio dos dedos; recorreu à contagem regressiva com e sem auxílio dos dedos; a realização do algoritmo canônico e, no decorrer das atividades, outras estratégias também foram mobilizadas: recorreu a cálculos disponíveis em seu repertório; mobilizou as propriedades dos números e das operações e realizou cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados.

---

**SEÇÃO 7****CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Fonte: GEPSEM e do Projeto de Apoio à Difusão a Libras

Finalizando, buscamos apresentar respostas ao problema de pesquisa: *Seria o cálculo mental uma prática pedagógica adequada aos alunos surdos? Quais as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental?* Para isso, retomamos os objetivos da pesquisa, as contribuições da metodologia e da fundamentação teórica adotadas, juntamente com reflexões e encaminhamentos para que ocorra uma possível “virada numérica” na educação de surdos.

- Na busca de possíveis respostas ao problema de pesquisa, estabelecemos os seguintes objetivos, o geral: *Identificar as possibilidades didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental de forma dialógica em Libras com alunos surdos fluentes*, e cinco específicos: *identificar os teoremas em ação mobilizados pelos alunos surdos durante a solução das atividades propostas; identificar as estratégias utilizadas pelos alunos surdos em situações didáticas de cálculo mental; discutir a aprendizagem e/ou consolidação dos conceitos presentes na sequência didática de atividades envolvendo o cálculo mental; identificar e explorar pedagogicamente os sinais em Libras para a terminologia matemática presente na sequência didática e identificar as possibilidades didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental de forma dialógica com alunos surdos diagnosticados TDAH.*

A Engenharia Didática adotada como estratégia metodológica neste trabalho permitiu um movimento de ir-e-vir no decorrer da sequência didática, favorecendo a coleta de informações e a elaboração e reelaboração da sequência didática, principalmente durante as discussões e reflexões realizadas com os participantes do GEPSEM e do Projeto de Apoio à Difusão da Libras e com os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da escola especial. Desta forma, a construção desta investigação, sua aplicação e a análise de seus resultados, em alguns momentos foi coletiva.

Como instrumento principal para a coleta das informações, elaboramos uma sequência didática composta por dois blocos: o primeiro, com atividades relacionadas ao SND, e o segundo com atividades cujo tratamento implicava adições e subtrações, baseadas na investigação realizada por Guimarães (2009). A presente pesquisa foi desenvolvida com três sujeitos surdos que, no início da sequência didática, cursavam o final do 6º ano e, no seu final, iniciavam o 8º ano do Ensino Fundamental.

A revisão de literatura, possibilitou embasamento teórico sobre o assunto tratado, reflexões, direcionamentos, indagações, respostas e confirmações no diálogo estabelecido com os dados desta investigação.

A Teoria dos Campos Conceituais subsidiou a construção da análise “a priori”, com a descrição dos possíveis teoremas em ação que poderiam ser mobilizados pelos sujeitos investigados, bem como as estratégias possíveis de serem adotadas. Também, na análise, pudemos compreender o desempenho de cada sujeito no decorrer da sequência didática, permitindo, portanto, nos aproximar de uma resposta à questão de pesquisa.

Dentre as principais estratégias utilizadas pelos nossos sujeitos no decorrer da sequência didática, identificamos: a contagem a partir do primeiro número anunciado (não

realizando uma sobrecontagem); a sobrecontagem com e sem o auxílio dos dedos; a contagem regressiva com e sem o auxílio dos dedos; recorrer a cálculos incorporados no seu repertório de memória; reproduzir mentalmente o algoritmo; mobilização de regras automatizadas; aplicação das propriedades dos números e das operações (decomposição, composição, comutatividade, associatividade, compensação) e realização de cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados.

Constatamos que, ao serem defrontados com uma nova situação, cada sujeito, a seu modo, adaptou seus conhecimentos a essa nova situação. Consideramos que com as indagações propostas pela pesquisadora, como: “explique como você pensou?” ou “como você sabe?”, os alunos foram instigados a “pensar” sobre suas ações e a tomar consciência do seu estilo de pensamento ao fazer reflexões sobre a própria atividade (VERGNAUD, 2003).

As estratégias e os possíveis teoremas em ação mobilizados pelos alunos estão apresentados no quadro 14.

**Quadro 14** - Resumo de indicativos de teoremas em ação mobilizados pelos sujeitos no decorrer da sequência didática, bem como as estratégias utilizadas.

Estratégias apontadas	Possíveis teoremas em ação mobilizados
Contar a partir do primeiro número anunciado (não realizando uma sobrecontagem)	Não foi possível identificar teorema em ação correspondente a esta estratégia.
Realizar a sobrecontagem com e sem o auxílio dos dedos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B)</math>, desde que <math>A \cap B = \emptyset</math>.</li> <li>• Se somar de 100 em 100 ou de 10 em 10 obtém-se a composição solicitada.</li> </ul>
Realizar a contagem regressiva com e sem o auxílio dos dedos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades</li> </ul>
Cálculos incorporados no seu repertório numérico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades ou completar os valores desses algarismos para obter uma dezena.</li> </ul>
Organização mental do algoritmo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para saber o próximo número da sequência basta acrescentar mais uma unidade.</li> <li>• Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades inferior ao expresso no subtraendo, é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</li> <li>• Quando o número anunciado envolver a soma dos</li> </ul>

	<p><i>algarismos das unidades superior a 10, então temos que realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades ou dezena for superior a 10, então temos que realizar trocas, alterando o valor das dezenas e centenas.</i></li> </ul>
Mobilizar regras automatizadas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Para descobrir o próximo número da sequência, basta acrescentar mais uma unidade ao último anunciado.</i></li> <li>• <i>Como todos os algarismos são nove, basta acrescentar o um como primeiro algarismo e substituir os demais por zero.</i></li> <li>• <i>Para descobrir o antecessor de um número, basta tirar uma unidade ao último anunciado.</i></li> <li>• <i>Se somar de 100 em 100 ou de 10 em 10, obtém-se a composição solicitada.</i></li> <li>• <i>Em um numeral, cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência de base 10</i></li> <li>• <i>Para determinar a quantidade de dezenas de um número, despreza-se o último algarismo da direita. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de dezenas</i></li> <li>• <i>Para determinar a quantidade de centenas de um número, desprezam-se os dois últimos algarismos da direita do número anunciado. O número formado pelos algarismos restantes representa a quantidade de centenas.</i></li> <li>• <i>Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades.</i></li> <li>• <i>Quando multiplicamos por 10, basta acrescentar um zero à direita do último algarismo do número, por 100 acrescentamos dois zeros.</i></li> </ul>
Usar propriedades dos números e das operações (decomposição, composição comutatividade, associatividade, compensação)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Se A é menor do que B, então B é maior do que A, ou seja, a propriedade antissimétrica <math>A &lt; B \Leftrightarrow B &gt; A</math></i></li> <li>• <math>A+B=B+A</math></li> <li>• <math>A+(B+C)=(A+B)+C</math></li> <li>• <i>Se <math>A-B=C</math> então <math>A-B+D=C+D=E \Leftrightarrow A-B=E-D</math></i></li> <li>• <i>Se <math>A+B=C</math> então <math>A+B+D=C+D=E \Leftrightarrow A+B=E-D</math></i></li> </ul>
Realizar cálculos baseando-se na percepção de algumas regularidades dos números anunciados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Coloca-se o ponto para facilitar a leitura; coloca-se o ponto a cada três algarismos e coloca-se o ponto para marcar mudança de classe.</i></li> <li>• <i>Para descobrir o número formado por dezenas ou centenas, basta acrescentar um ou dois zeros à direita, respectivamente, sem necessariamente vincular essa estratégia à multiplicação.</i></li> <li>• <i>Se acrescentar uma centena ao número dado, é possível</i></li> </ul>

	<p><i>descobrir a centena superior; então basta completar o número dado para descobrir quanto falta para chegar à centena superior.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Subtrair de uma dezena os valores dos algarismos da ordem das unidades ou completar os valores desses algarismos para obter uma dezena.</i> <i>Se os algarismos das dezenas são iguais, então basta subtrair as unidades dos números dados.</i></li> <li>• <i>Se os algarismos das unidades são iguais, então basta subtrair os algarismos das outras ordens dos números dados e acrescentar zero ao resultado na ordem da unidade.</i></li> <li>• <i>Se os valores dos algarismos das unidades dos números anunciados é zero, então basta somar os outros algarismos e acrescentar o zero à ordem das unidades.</i></li> <li>• <i>Se apenas um dos números anunciados possui a ordem das centenas, então basta somar os valores dos algarismos das outras ordens e acrescentar ao resultado o valor correspondente à ordem das centenas.</i></li> <li>• <i>Se for pedido para retirar centenas inteiras do número dado, então basta lidar com os dois valores como se fossem inteiros e ao final acrescentar o valor desprezado.</i></li> <li>• <i>Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades superior ao expresso no subtraendo, não é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</i></li> <li>• <i>Quando o número anunciado no minuendo tiver um valor numérico na ordem das unidades inferior ao expresso no subtraendo, é preciso realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</i></li> <li>• <i>Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades for inferior a 10, então temos que realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</i></li> <li>• <i>Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades superior a 10, então temos que realizar trocas, alterando o valor da ordem das dezenas.</i></li> <li>• <i>Quando o número anunciado envolver a soma dos algarismos das unidades ou dezena for superior a 10, então temos que realizar trocas, alterando o valor das dezenas e centenas.</i></li> </ul>
--	--

Fonte: Arquivo da autora

Foi possível constatar que a dinâmica instaurada de cálculo mental (dialógica) favoreceu a troca de ideias e o desenvolvimento da autonomia, proporcionando um avanço qualitativo do raciocínio; aumentou a coragem em enfrentar desafios e criar novos processos

de cálculos (novo pelo menos para o aluno); aumentou a capacidade de concentração dos alunos nas aulas; concorreu para a compreensão do conceito e dos diferentes significados do número; favoreceu o domínio de números de ordens elevadas; colaborou para a compreensão e o enriquecimento e a flexibilização dos procedimentos algorítmicos.

A constatação supracitada permitiu responder outra indagação que emergiu na investigação em relação aos dois dos nossos sujeitos diagnosticados TDAH, a da viabilidade de uma *ação pedagógica de cálculo mental com pré-adolescentes TDAH*.

No início da investigação os sujeitos apresentavam características como baixa autoestima, falavam impulsivamente atitudes presentes com os pré-adolescentes TDAH, e que, ao final da aplicação da sequência didática, se mostravam mais seguros e autônomos, melhoraram seu rendimento escolar e “pensavam” antes de falar. Consideramos que isso aconteceu em função tanto das atividades propostas na sequência didática, quanto, e, talvez, principalmente, às suas condições de aplicação, a saber: a realização de cada atividade demandava um intervalo curto de tempo, de no máximo 15 minutos (duas apenas ultrapassaram esse tempo), portanto, dentro do tempo de atenção útil de cada aluno TDAH; apresentavam objetivos claros; havia a organização espacial da sala de aula; uma rotina estabelecida com os procedimentos bem como o estabelecimento de um bom vínculo afetivo entre pesquisadora e sujeitos.

Segundo Bonadio e Mori (2013), essas são características essenciais para o desenvolvimento da atenção voluntária. Quanto ao posicionamento tomado: a leitura teórica permitiu que compreendêssemos pelo menos duas visões sobre a temática, o que auxiliou no direcionamentos das nossas ações. Compartilhamos com Bonadio e Mori (2013), que defendem que o professor é mais importante que o medicamento (os dois sujeitos da pesquisa faziam uso do medicamento, sendo que João no início de 2014, por decisão familiar e médica, suspendeu o uso).

As principais dificuldades identificadas no decorrer das atividades no bloco do SND, foram a indiferenciação entre numeração falada para a numeração escrita; a não compreensão da sequência numérica estendida “ad infinitum”; a dificuldade de contagem; e, quanto ao bloco aditivo: avançar em estratégias além da sobrecontagem com auxílio dos dedos, pois ao propor um trabalho sistemático com cálculo mental, estamos compartilhando que tal forma de ação pedagógica contribui para o aparecimento de estratégias mais sofisticadas (GUIMARÃES, 2009).

Luísa, filha de pais surdos, no início da sequência didática apresentou uma melhor familiarização com o SND, bem como não demonstrou tantos equívocos, se comparada aos

outros dois filhos de pais ouvintes. Conjecturamos que, por ser filha de surdos e de compartilhar uma mesma língua, a construção inicial de seu conhecimento matemático foi facilitada, o que é confirmado no estudo de Kritzer (2009).

As pesquisas apresentadas neste trabalho na área da surdez indicam que o sujeito surdo seria mais dependente da escola e destacam que neste contexto sejam trabalhados conhecimentos que são socialmente transmitidos, como o contato com os números de ordem elevada e que também precisam de perguntas cognitivas mais desafiadoras. Ao considerarmos a intervenção proposta nesta pesquisa, que envolvem atividades dialógicas com cálculo mental, em que se permitiu falar sobre os números e as operações, constatamos que, de início, Luísa estava em “vantagem” quanto ao conhecimento matemático em relação a João e Maria, porém, nossas análises mostram que no decorrer das atividades, eles, cada um ao seu modo, foram construindo e consolidando o conhecimento, diminuindo a defasagem entre os sujeitos.

Quanto ao uso do ponto no SND, Brizuela (2006) pondera que “[...] não são considerados em uma parte do sistema numérico escrito. Entretanto, esses símbolos são essenciais à maneira de representarmos os números e ao entendimento dos números escritos por parte das crianças” (p.59). Esses sinais são arbitrários, e, quanto à Libras, essa demarcação é reforçada ao considerarmos as duas formas de representação dos números em Libras, como apontado na análise “a priori” das atividades 1, 2, 3 e 4, que demarcam que cada classe é composta por três ordens e que essa classe ou é sinalizada por mil, milhão, etc., ou é sinalizada por um ponto. Isso proporcionou muitos diálogos, mobilizando os seguintes teoremas em ação: *Coloca-se o ponto para facilitar a leitura; coloca-se o ponto a cada três algarismos e coloca-se o ponto para marcar mudança de classe.*

Tanto para a pesquisadora como para os alunos foi apresentada a forma “arbitrária” de representação dos números da classe dos milhares e superiores com zeros intercalados em Libras. Quando a um dos sujeitos, surdo profundo e usuário somente da Libras, foi apresentada e explorada essa forma arbitrária, confirmamos o que Lerner e Sadovsky (1996) e Guimarães (2009) afirmaram de que numeração falada não é condizente com a forma escrita.

Identificamos não existir um consenso sobre os sinais para os termos matemáticos entre profissionais do nosso contexto educacional, o que talvez explique porque nenhum de nossos sujeitos não se apropriou dos sinais empregados por seus professores de Matemática. Assim, assumimos nesta investigação que, se nossos sujeitos não conhecessem, estaríamos explorando e expondo essa terminologia e identificariámos se eles a utilizariam em suas explicações no decorrer da sequência didática. Percebemos que os três sujeitos buscaram em

alguns momentos expor, usando a terminologia, sendo a Luísa quem mais explorou e João o que menos sinalizou tais termos. No entanto, da análise de suas explicações, conseguimos sempre compreender o solicitado. Julgamos que ele explorou todas as vantagens que a Libras tem em relação ao Português – como apontado por Frizzarini e Nogueira (2014), por ser uma língua viso-espacial.

Notamos também outro ponto – quanto ao estudo do termo matemático em Libras: a mudança dos sinais de unidade, dezena e centena no decorrer da pesquisa, para uma melhor compreensão dos nossos sujeitos. Por exemplo: centena.

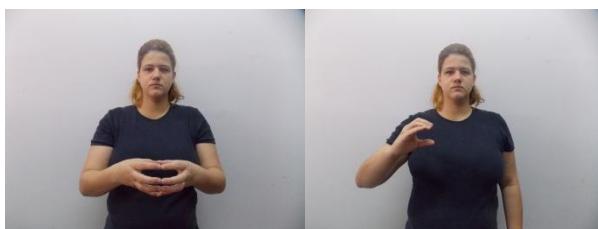
De:



**Figura 117 - Centena (Ex.: 1)**

Fonte: Projeto de Apoio à Difusão da Libras

Para:



**Figura 118 - Centena (Ex.: 2)**

Fonte: Projeto de Apoio à Difusão da Libras

Ao considerarmos essa mudança, apontamos o estudo de Albres (2013) ao salientar que os sinais vão se modificando também pela grande influência da Língua Portuguesa na Libras, principalmente pela inicialização (utilizar a inicial da palavra em Português).

Apesar de serem somente três sujeitos, a complexidade deste contexto também foi marcada pela modalidade de comunicação de cada um deles, destacando os seguintes pontos apontados na análise e discussão dos dados: a questão da “supremacia ouvintista”; o autopolicimento do professor para transitar entre a Libras e oralidade; que um dos sujeitos por transitar pelas duas línguas ora favoreceu suas estratégias como apontado na atividade do bloco aditivo (ao realizar contagens progressivas com intervalos menores e maiores que

cinco) ora evidenciou equívocos quanto ao SND; e que nos diálogos de Luísa e João constatamos um “alto grau” de simultaneidade o que consideramos que quanto maior a fluência em Libras mais é explorado esse aspecto dessa língua.

Não traçamos como objetivo cotejar os nossos resultados com os de Guimarães (2009). No entanto, como o estudo de Guimarães (2009) foi a referência para o presente trabalho, estabelecemos alguns paralelos entre as duas investigações.

Vergnaud (1998) descreve que a natureza do conhecimento matemático em si não pode ser modificado pelas questões sociais, no entanto influencia como esse conhecimento chega à escola e a cada sala de aula. No presente caso, dentre as variáveis sociais temos que as investigações foram conduzidas em locais diferentes, com sujeitos diferentes e por pesquisadoras diferentes.

A presente pesquisadora, mesmo compartilhando as mesmas atividades de Guimarães, tem visões e experiências diferentes, ao considerar o ensino de Matemática e mesmo da Matemática, o que leva a maneiras particulares de explorar e conduzir o trabalho em sala de aula. Os sujeitos também diferem, não apenas no que se refere à idade (dois anos mais velhos que os de Guimarães); ano escolar (nossos sujeitos estavam dois anos adiantados), mas, e principalmente, por serem surdos sinalizantes de Libras, ou seja, usuários de uma língua não apenas distinta daquela compartilhada pelos sujeitos da investigação de Guimarães (2009), mas de características disjuntas: os ouvintes partilham uma língua auditiva-oral enquanto a dos surdos é viso-motora. Os sujeitos colaboradores de ambas as pesquisas também possuem culturas diferentes e os da presente investigação ainda se organizam cognitivamente mediante experiências visuais. Enfim, são diferenças marcantes que caracterizam o ineditismo da presente investigação.

Quanto aos comandos das atividades, as adaptações realizadas foram linguísticas, já que a língua utilizada para o desenvolvimento deste trabalho foi a Libras.

Quanto aos conteúdos abordados, apesar de as crianças surdas estarem cursando dois anos adiantados em relação aos sujeitos de Guimarães (2009), houve necessidade de recuar em relação ao ponto de partida no que se refere ao bloco aditivo, de maneira que, neste caso, foram acrescentadas mais seis atividades, que se denominam de atividades complementares, sendo que a primeira atendia uma necessidade linguística da Libras.

Para o bloco aditivo, foi possível manter as mesmas atividades propostas por Guimarães (2009). Consideramos que o redirecionamento desta pesquisa quanto ao primeiro bloco, permitiu embasamento para avançarem no segundo sem maiores entraves.

Outra particularidade da presente pesquisa é que, no decorrer da sequência didática, não foi suficiente a dinâmica das atividades de Cálculo Mental, sendo necessário o apoio de recursos didáticos.

Outra divergência entre as duas investigações se refere à extensão da sequência de atividades. Ambas as pesquisas foram aplicadas praticamente num mesmo período de tempo. A de Guimarães (2009) em um tempo de aplicação de um ano e dois meses e a presente investigação com um ano e quatro meses. No entanto, Guimarães (2009) aplicou uma sequência didática composta por três blocos (SND, aditivo e multiplicativo), enquanto que, em função do limite de prazo imposto pelo Programa de Pós-Graduação, a presente pesquisa restringiu-se à sequência dos dois blocos iniciais, já que os adolescentes colaboradores demandaram muito mais tempo na realização das atividades do que os sujeitos de Guimarães (2009). Como já explicitado, foram acrescentadas para esta investigação mais seis atividades para o bloco SND.

Constatamos que há convergência entre a maioria dos teoremas em ação que foram mobilizados pelos sujeitos de ambas as pesquisas, com pouca divergência quanto às estratégias, como contar a partir do primeiro número anunciado (não realizando uma sobrecontagem) que não apareceu na pesquisa de Guimarães (2009). No presente estudo constantemente tínhamos que observar qual o sinal utilizar, por exemplo, como o de adição (descrito na análise “*a priori*” do bloco aditivo), pois consideramos que iria influenciar na questão do algoritmo canônico.

Em ambos os grupos tanto na presente pesquisa como na de Guimarães (2009), foi constatada a evolução de cada sujeito no decorrer das atividades.

O grande destaque a ser dado para a presente investigação é que as características estruturais da Libras, como sua organização espacial, a simultaneidade, a iconicidade e os referentes, constituem-se em poderosos auxiliares na compreensão dos aspectos decimal e posicional do SND, fato que não encontra similar na Língua Portuguesa oral, evidenciando as possibilidades pedagógicas desta língua no que se refere ao ensino de Matemática.

Conjecturamos que a partir da análise e discussão dos dados, à luz dos referenciais teóricos adotados, que, se buscarmos, parafraseando Sá (1999) uma “virada numérica” na educação de surdos, algumas ações, muitas das quais aparentemente óbvias, mas que não são efetivadas, precisam ser consideradas:

- Que os professores de Matemática busquem se aprofundar no estudo da Libras, particularmente em seus aspectos morfológicos, pois não as trata apenas de entender e

ser entendido neste idioma, mas de ser capaz de explorar pedagogicamente as possibilidades da língua.

- Que os professores busquem os sinais já convencionados para os termos matemáticos e que, se isto não existir, que os “padronizem, pelo menos de cada contexto escolar, mediante a utilização dos classificadores”.
- Que os profissionais orientem os pais sobre a importância de estimular o raciocínio matemático no contexto familiar (Matemática informal).
- Que tanto pais como professores procurem realizar perguntas cognitivamente desafiadoras.

No que se refere, particularmente ao fazer pedagógico do professor em aulas de matemática para estudantes surdos, recomendamos:

- Explorar as três formas de representação dos números em Libras;
- Explorar números maiores que a primeira ordem de milhar;
- Efetuar a passagem da numeração falada para a numeração escrita de números;
- Enfatizar a contagem de diferentes objetos;
- Adotar questões que enfoquem a contagem, tanto progressiva como regressiva, que perpassasse números próximos aos nós;
- Trazer os números da vida para a escola;
- Propor contagens com intervalos superiores a um, para que os alunos percebam as regularidades existentes;
- Realizar uma prática regular de cálculo mental, de forma dialógica.

Entendemos que a investigação das possibilidades de um trabalho pedagógico com cálculo mental, de forma dialógica com alunos surdos fluentes em Libras não se esgota neste trabalho, ao contrário, por ser pioneiro, pode ser o germe para muitas outras pesquisas que venham corroborar, ampliar ou mesmo contestar os resultados aqui obtidos. No que se refere, de maneira mais ampla, ao ensino de matemática para surdos, este é um campo cuja fecundidade heurística está longe de ser totalmente explorada.

---

## REFERÊNCIAS

Acessobrasil. (2006). **Dicionário de Libras**. Disponível em <http://www.acessobrasil.org.br/libras/>. Acesso: em 02 jun 2012.

ALBRES, N. A. NEVES, S. L. G. **De sinal em sinal: comunicação em LIBRAS para aperfeiçoamento do ensino dos componentes curriculares**. 1ª Edição – São Paulo, SP: FENEIS – Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos, 2008.

ALBRES, N. A.. **Comunicação em Libras para além do sinais**. IN: LACERDA, C. B. F., SANTOS, L. F (org). Tenho um surdo e agora? Introdução à Libras e educação de Surdos. São Carlos: EdusFSCar, 2013

ALMEIDA, F. A. de Al.; CARVALHO, F. A. H. de. Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade: a influência das aulas de ciências na aprendizagem do aluno. In: **X Seminário de Pesquisa Qualitativa**, Universidade Federal do Rio Grande, 13 a 15 de julho de 2011

ANANIAS, E. F. **Sobre as Operações Matemáticas e o Cálculo Mental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2010.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (Direção). **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193 – 217.

ASTOLFI, J. [et al]. **As Palavras-Chave da Didáctica das Ciências**. Editora: Piaget, Lisboa, 1997.

ASBAHR, F. S. F.; MEIRA, M. E. M. **Crianças desatentas ou práticas pedagógicas sem sentido? Relações entre motivo, sentido pessoal e atenção**. IN: Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP, v. 25, n. 1, p. 97-115, jan./abr. 2014. Disponível: <http://dx.doi.org/10.14572/nuances.v25i1.2735>.. Acesso: 20 agos 2014.

BARBOSA, H. J. O desenvolvimento cognitivo da criança surda focalizado nas habilidades visual, espacial, jogo simbólico e Matemática. IN: QUADROS, R. M.; STUMPF, M. R. **Estudos surdos IV**. Petropolis, RJ: Arara Azul, 2009.

BARBOSA, H. J. **Há diferenças entre crianças surdas e ouvintes em matemática na educação infantil?** Disponível: [www.anped.org.br/app/webroot/34reuniao/.../GT19-295%20int.pdf](http://www.anped.org.br/app/webroot/34reuniao/.../GT19-295%20int.pdf). Acesso: 10/10/2012.

BARKLEY, R.A. (2008). **Transtorno de déficit de atenção/hiperatividade: manual para diagnóstico e tratamento** (3ª ed. Ronaldo Cataldo Costa, trad.). Porto Alegre: Artmed

BORGES, F. A.; COSTA, L. G. Um estudo de possíveis correlações entre representações docentes e o ensino de Ciências e Matemática para surdos. **Ciência e Educação (Unesp, impresso)**. v.16, p.567-583, 2010.

.

**BARRETO, D. C. M.** **Como os alunos de 3<sup>a</sup> série do ensino fundamental compreendem o sistema de numeração decimal.** Dissertação (Educação) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR, 2011. 98p.

**BONADIO, R. A. A.; MORI, N. N. R.** **Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade: Diagnóstico e Prática Pedagógica.** Maringá: Eduem, 2013.

**BOULAY, S.; LE BIHAN, M.; VIOLAS, S.** Le calcul mental. **Mathématiques**, 2004. Disponível: <[http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le\\_calcul\\_mental.doc](http://jclebreton.ouvaton.org/IMG/doc/Le_calcul_mental.doc)>. Acesso em: 01 de set. /2011.

**BRASIL.** Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: V.3: Matemática.** Brasília : MEC /SEF, 1997

**BRASIL.** Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC /SEF, 1998

**BRASIL.** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva.** Brasília, DF: MEC/SEESP, 2008.

**BRASIL.** Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos : PNLD 2013: Matemática.** – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2012.

**BRIZUELA, B.** **Desenvolvimento matemático na criança:** explorando notações. Porto Alegre: Artmed, 2006.

**CAPOVILLA, F. C.; RAPHAEL, W. D.** **Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trinlíngue da Língua de Sinais Brasileira. Volumes I e II:** sinais de M a Z. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 2002

**CAPOVILLA, F.C.; VIGGIANO, K.Q.F.; RAPHAEL, W.D.; NEVES, S.L.G.; MAURÍCIO, A.; VIEIRA, R.; SUTTON, V.** A escrita visual direta de sinais sign writing e seu lugar na educação da criança surda. In: CAPOVILLA, F.C.; RAPHAEL, W.D. **Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilíngue da Língua de Sinais Brasileira.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2001. p.1491-1496.

**CARVALHO, M.. Números:** conceitos e atividades para Educação Infantil e Ensino Fundamental I. Petropolis, RJ : Vozes, 2010.

**CUKIERKORN, M. O. B.** **A escolaridade especial do deficiente auditivo: estudo crítico sobre procedimentos didáticos especiais.** Dissertação Mestrado em Educação Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 1996.

**DADA, Z.** **Professora Surda de Matemática em Libras** CAS/SED/MS, 2009 disponível em [http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg\\_4uA](http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg_4uA). Acesso: 06 fev 2012

DADA, Z. **Matemática em Libras.** CAS/SED/MS, 2011  
disponível em [http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg\\_4uA](http://www.youtube.com/watch?v=lbjaHrg_4uA). Acesso: 10 nov 2012

DOUADY. R. **Evolução da relação com o saber em matemática Na escola primária: uma crônica sobre cálculo mental.** Aberto, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994.

DSM IV-TR. (2003). **Manual diagnóstico e estatístico de transtornos mentais** (4<sup>a</sup>ed. Texto revisado). Porto Alegre: Artes Médicas.

EIDT, N. M.; TULESKI, S. C. **Transtorno de déficit de atenção/ hiperatividade e psicologia histórico-cultural.** Cadernos de Pesquisa, v.40, n.139, jan./abr. 2010 Eidt, Tuleski, 2010, p. 138. Disponível: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v40n139/v40n139a07.pdf>; Acesso: 10 de set, 2014.

FAULSTICH, E. **Dicionário ilustrado trilíngue da Língua de sinais.** Revista PERSPECTIVA, Florianópolis, v. .24. jul./dez. 2006. Disponível: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/11261/10757>, Acesso: 15 set 2012.

FENEIS. Revista de Publicação trimestral da Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos N° 44 • Junho-Agosto de 2011 • ISSN 1981-4615

FRIZZARINI, S. T. **Estudo dos registros de representação semiótica:** implicações no ensino e aprendizagem da álgebra para alunos surdos fluentes em língua de sinais. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e Matemática) – UEM. Maringá, 2014.

FRIZZARINI, S. T. ; NOGUEIRA, C. M. I. **Conhecimentos prévios dos alunos surdos fluentes em libras referentes à linguagem algébrica no Ensino Médio.** IN: Revista Educação Especial | v. 27 | n. 49 | p. 373-390| maio/ago. 2014 Santa Maria. Disponível em: [www.ufsm/revistaeducacaoespecial](http://www.ufsm/revistaeducacaoespecial). Acesso: 10 set 2014.

FURTH, H. Thinking without language: the psychological implications of deafness. New York: The Free Press, 1968.

GESSER, A. **Libras? Que língua é essa?** Crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda. São Paulo: Parábola, 2009.

GOLDFELD, M. **A criança surda.** São Paulo: Pexus, 1997.

GÓES, A. M.; CAMPOS, M. L. I. L. **Aspecto da gramática da libras.** IN: LACERDA, C. B. F., SANTOS, L. F (org). Tenho um surdo e agora? Introdução à Libras e educação de Surdos. São Carlos: EdusFSCar, 2013

GOMES, M. L. M. . **O cálculo mental na história da matemática escolar brasileira.** In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. IX ENEM Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

GÓMEZ, B. A. **Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo:** Un análisis en la formación de profesores. Tesis (Doutorado, Departamento de Didáctica de la Matemática), Universitat de València. 1994.

GONÇALVES, H. A.. **Educação matemática e cálculo mental: uma análise de invariantes operatórios a partir da teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud.** Tese (Doutorado em Ciências, Sociedade e Educação) - Universidade Federal Fluminense. 2008.

GONÇALVES, M. J. S. V.; FREITAS, J. L. M. . **O cálculo mental como ferramenta e objeto durante o estudo de proporcionalidade por alunos do 7º ano do ensino fundamental.** In: XII EBRAPEM- Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2008, Rio Claro/ SP. XII EBRAPEM-Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática:Educação Matemática-possibilidades de interlocução, 2008. v. 1

GRANDO, R.C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GUIMARÃES, S., D. **A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande/MS. 2009.

GUIMARÃES, S. D. ; FREITAS, J. L. M. . **Contribuições de uma prática regular de cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais.** Educação Matemática Pesquisa (Impresso), v. 12, p. 292-309, 2010.

GUIMARÃES, S. D. ; FREITAS, J. L. M. **Um olhar sobre o papel do cálculo mental para a aprendizagem de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife - PE: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 1-11.

HARRISON, K. M. P. **LIBRAS:** apresentando a língua e suas características. IN: LACERDA, C. B. F., SANTOS, L. F (org). Tenho um surdo e agora? Introdução à Libras e educação de Surdos. São Carlos: EdusFSCar, 2013

KAMII, C. **A criança e o número:** implicações educacionais da teoria de Piaget junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas, SP: Papirus, 1990.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Aritmética:** novas perspectivas implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1992.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1995.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget.. ed. Campinas, SP: Papirus, 1986.

KAMII, C.; HOUSMAN, L. B. **Crianças pequenas reinventam a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. 2. ed Porto Alegre: Artmed. 2002

KRITZER, K. L. Barely started and already left behind: a descriptive analysis of the Mathematics ability demonstrated by young deaf. **Journal of Deaf Studies and Deaf Education.** London: Oxford University Press, 2009. p.409-421.

LACERDA, C.B.F. A inclusão escolar de alunos surdos: o que dizem alunos, professores e intérpretes sobre esta experiência. **Caderno da Cedes**, Campinas, v.26, n.69, p.163-184, maio/ago. 2006.

LERNER, D. SADOVASKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA C. & SAIZ, I. (Org.) **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 36-47.

LEITE, H. A. **O desenvolvimento da atenção voluntária na compreensão da psicologia histórico-cultural:** uma contribuição para o estudo da desatenção e dos comportamentos hiperativos. 2010. 197 f. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010

MAGINA S. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** São Paulo: PROEM, 2001. 63 p.

MATTOS, P. **No Mundo da Lua:** perguntas e respostas sobre transtorno do déficit de atenção com hiperatividade em crianças, adolescentes e adultos. 4 ed. – São Paulo: Lemos Editorial, 2005.

MENDONÇA, M. do C; LELLIS, M. **Cálculo Mental.** Revista de Ensino de Ciências, 22, julho. p. 50-57, 1989.

MOURA, M. C. **Surdez e linguagem.** IN: LACERDA, C. B. F., SANTOS, L. F (org). Tenho um surdo e agora? Introdução à Libras e educação de Surdos. São Carlos: EdusFSCar, 2013

NOGUEIRA, C. M. I. e MACHADO, E. L. **O ensino de matemática para deficientes auditivos: uma visão psicopedagógica** 1996. 160p. Relatório Final de Projeto de Pesquisa — Universidade Estadual de Maringá, Maringá/Pr.

NOGUEIRA, C. M. I.; BORGES, F. A.; FRIZZARINI, S. T. Os surdos e a inclusão: uma análise pela via do ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. surdez. In: NOGUEIRA, C. M. I. (Org.). **Surdez, inclusão e matemática.** Curitiba, PR: CRV, 2013. p. 163-184

NOGUEIRA, C. M. I; ZANQUETTA. M. E. M. T. **Surdez, bilingüismo e o ensino tradicional de Matemática: uma avaliação piagetiana.** ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008. p. 219-237.

NOGUEIRA, C. M. I; ZANQUETTA. M. E. M. T. A abordagem bilíngüe e o desenvolvimento cognitivo dos surdos. In. NOGUEIRA, C. M. I.; KATO, L. A.; BARROS,

R. M. de O (Org.). **Teoria e prática em educação matemática.** Maringá: Eduem. 2010. p.211- 244.

NOGUEIRA C.M. I; CARNEIRO, M. I. N; NOGUEIRA, B. I. **Surdez, Libras e educação de surdos:** Introdução à Libras Brasileira de Sinais. Maringá: Eduem. 2012

NOGUEIRA C.M. I; BELLINI, M. L ; PAVANELLO, R. **O ensino de matemática e das ciências naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética.** Curitiba, PR: CRV, 2013.

NUNES, T. ; EVANS, D.; BARROS, R.; BURMAN, D. Promovendo o sucesso das crianças surdas em Matemática: uma intervenção precoce. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. **Anais.** Recife, 2011.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P.. **Educação matemática:** números e operações numéricas. 2 ed. São Paulo; Cortez, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PARANÁ. Instrução nº. 002/2008 estabelece critérios para o funcionamento do Centro de Atendimento Especializado na Área da Surdez –CAES- serviço de apoio especializado. Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

PARANÁ. **Secretaria de Estado da Educação.** Superintendência da Educação. Departamento de Educação Especial e Inclusão Educacional . – Curitiba : SEED – PR., 2010.

PARRA, C. **Cálculo mental na escola primária.** In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). Didática da Matemática: Reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan Acuña Llorens. 2. ed.. Porto Alegre: Artmed, 1996

PEIXOTO, J.L.B. **Esquemas mobilizados por Surdos Sinalizantes no Cálculo da Multiplicação.** Educação Matemática em Revista, n° 40, p.21-19. Nov, 2013. Disponível: <http://www.suem.com.br/revista/index.php/emr/issue/view/49/showToc>

PIRES, C. M. C. **Números naturais e operações.** São Paulo; Editora Melhoramentos. 2013.

PROPOSTA POLITICA PEDAGÒGICA. Centro de Educação Especial para Surdos de Maringá. Educação infantil, Ensino Fundamental e Médio. 2012.

RAMOS, C. R. **Revista Cultura de Surda.** Edição nº 11 / Julho de 2013 . Disponivel: [http://editora-arara-azul.com.br/portal/images/revista/edi%C3%A7%C3%A3o11/recursos/1\)%20Ramos%20REVISTA%2011.pdf](http://editora-arara-azul.com.br/portal/images/revista/edi%C3%A7%C3%A3o11/recursos/1)%20Ramos%20REVISTA%2011.pdf). Acesso: 10 de nov 2013.

ROHDE, L. A. P.; BENCIK, E. B. P. **Transtorno de déficit de atenção/hiperatividade: O que é? Como ajudar?** – Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

SILVA, M. C. A. **Os surdos e as notações numéricas.** Maringá: Eduem, 2010.

SINCLAIR, A. A notação numérica na criança. In: SINCLAIR, H. et al. **A produção de notações na criança:** linguagem, números, ritmos e melodias. São Paulo: Cortez, 1990. (Coleção Educação Contemporânea).

SOFIATO, C. G.; REILY, L. **Dicionários e manuais de língua de sinais:** Analise critica das imagens. . IN: **Comunicação em Libras para além do sinais.** LACERDA, C. B. F., SANTOS, L. F. (org). Tenho um surdo e agora? Introdução à Libras e educação de Surdos. São Carlos: EdusFSCar, 2013

TEIXEIRA, L. R. M. As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e aprendizagem. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola.** Curitiba: Ed. da UFPR, 2005.

TITO, E. L. M.; NOGUEIRA, C. M. I. **As estruturas lógicas elementares e a noção de número em crianças com deficiência auditiva – subsídios para o ensino da Matemática.** 1989. 56p. Relatório Final de Projeto de Pesquisa — Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR.

VARGAS, R. C. **Composição aditiva e contagem em crianças surdas:** intervenção pedagógica com filhos de surdos e de ouvinte. 2011. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques.** Grenoble : La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, p. 133 a 170, 1990

\_\_\_\_\_. Piaget e Vygotsky: Convergências e controvérsias. **Revista Geempa,** Porto Alegre, RS, n.2, p. 76-83, nov. 1993.

\_\_\_\_\_. Teoria dos Campos Conceituais. IN Nasser, **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.** p. 1-26. 1993a.

\_\_\_\_\_. Multiplicative conceptual field: what and why? In: Guershon, H; Confrey, J. (Eds). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.** Albany, N.Y.: State University of New York Press. P. 41-59. 1994.

\_\_\_\_\_. A teoria dos campos conceituais. IN: BRUN, J (Direção). **Didática da Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget,. p. 155- 217. 1996.

\_\_\_\_\_. A trama dos campo conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA.** n° 04 p. 9-19. Porto Alegre.1996b.

\_\_\_\_\_. Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno a la didáctica. **Perspectivas.** Vol XXVI, n° 1, p.195-207, 1996c

\_\_\_\_\_. **A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education.** JMB, V17, N2, pp.167-181, 1998

\_\_\_\_\_. **Gerard Vergnaud. Entrevista.** Revista: Pátio. ANO II, n° 5, maio/jul/. P.23- 26, 1998a.b nnnnn

, . A gênese dos campos conceituais. In E. P. Grossi (Org.) **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Rio de Janeiro: Vozes, p. 21-64, 2003.

, .. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas da matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro; Curitiba: Ed. UFPR, 2009.

, .. O que é aprender? In. **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.** Org. BITTAR, M., MUNIZ, C. A.. Editora CRV, Curitiba, 2009a.

ZANQUETTA, M. E. M. T. **A abordagem bilíngüe e o desenvolvimento cognitivo dos surdos: uma análise psicogenética.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Ensino de Matemática) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR, 2006. 151p

ZANQUETTA, M. E. M. T., DOHERTY, A.; NOGUEIRA, C. M. I.; Medidas de comprimento e sistema monetário brasileiro. In: NOGUEIRA, C. M. I. (Org.). **Surdez, inclusão e matemática.** Curitiba, PR: CRV, 2013. p. 141-162

ZANQUETTA, M. E. M. T., NOGUEIRA, C. M. I.; UMBEZEIRO, M. B. Professores de surdos da educação infantil e anos iniciais e as pesquisas de matemática e surdez. In: NOGUEIRA, C. M. I. (Org.). **Surdez, inclusão e matemática.** Curitiba, PR: CRV, 2013. p. 185-212.

---

## APÊNDICE A

**Quadro 6 :** Roteiro realizado para obter dados sobre a escola especial

1- Dados gerais da escola.
2- Atendimento oferecido pela escola.
3- Condições do prédio.
4- Número de alunos.
5- Abordagem educacional: retrospectiva.
6- Pesquisas realizadas na escola.

**Quadro 7 :** Roteiro realizado parar obter dados sobre os alunos

1- Idade dos alunos.
2- Quando começaram a frequentar a escola.
3- Situação e antecedentes de escolaridade.
4- Notas dos sujeitos na disciplina de matemática.
5- Tipo e grau de perda.
6- A forma de comunicação.
7- Diagnóstico diferencial.
8- Programas de que participam na escola.

**Quadro 8 :** Roteiro realizado parar obter dados sobre o ensino comum.

1- Quando começou a funcionar o CAES nessa escola.
2- Número de aluno.
3- Qual o trabalho desenvolvido no CAES.
4- Frequência dessa aluna no programa.
5- Notas do sujeito na disciplina de matemática.
6- Espaço do CAES.

---

## APÊNDICE B

### **TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENORES DESTINADO AOS RESPONSÁVEIS PELOS ALUNOS PARTICIPANTES**

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho(a) na pesquisa intitulada “Uma investigação com alunos surdos do ensino fundamental: o cálculo mental em questão”, que faz parte do curso de Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática e é orientado pela professora Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira, da Universidade Estadual de Maringá - UEM. O objetivo da pesquisa é identificar as possibilidades cognitivas e didático-pedagógicas de um trabalho sistematizado com cálculo mental na educação de surdos. Para isso, a participação de seu filho(a) é muito importante, e ela se dará da seguinte forma: durante uma ano e meio ele(a) participará de uma sequência didática envolvendo o cálculo mental, que consistirá em duas sessões semanais coletivas, cada uma com 20 minutos de duração, a saber, enquanto cursarem os 6º e 7º anos do Ensino Fundamental e também no início e final da pesquisa ele(a) participará de uma investigação (exames piagetinos) que tem como finalidade identificar as estruturas operatórias cognitivas. Para melhor captação dos pormenores, todas as atividades serão gravadas em vídeo com uso de uma câmera filmadora digital, autorizado pelos responsáveis. Os registros gravados serão arquivados após a pesquisa na secretaria do Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, sob total sigilo, sendo que, se necessária nova utilização desse material para outras pesquisas, será antes enviado para análise à COPEP. Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo você recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isso acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa ou ao seu filho e/ou menor pelo qual o senhor ou senhora são responsáveis. Informamos ainda que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Caso você tenha mais dúvidas ou necessite de mais esclarecimentos, pode nos contatar nos endereços abaixo ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UEM, cujo endereço consta neste documento. Este termo é preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Eu, ..... responsável pelo menor ..... , declaro que fui devidamente esclarecido e concordo em participar VOLUNTARIAMENTE da pesquisa coordenada pela Professora Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira.

\_\_\_\_\_  
Data:.....

Assinatura ou impressão datiloscópica

Eu, Maria Emilia Melo Tamanini Zanquette, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

---

Data:.....

Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Maria Emilia Melo Tamanini Zanquette

Endereço: Jair do Couto Costa, 1232, n°3 - Rec. dos Magnatas - Maringá/PR

Telefone/e-mail:(44) 3259-1034 – (44) 8424-7291/ [zanquettamaria@gmail.com](mailto:zanquettamaria@gmail.com)

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. Câmpus Sede da UEM.

Bloco da Biblioteca Central (BCE) da UEM.

CEP 87020-900. Maringá-PR. Tel: (44) 3261-4444

E-mail: [copep@uem.br](mailto:copep@uem.br)

---

**APÊNDICE C****TERMO DE CONSENTIMENTO DE PESQUISA**

Eu,....., responsável pela  
....., CNPJ  
..... fui devidamente esclarecido e concordo em  
autorizar a pesquisa **UMA INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS SURDOS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: O CÁLCULO MENTAL EM QUESTÃO**, coordenada pela Professora  
Doutora Clélia Maria Ignatius Nogueira.

---

Data:.....