

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – Mestrado**

**ARTHUR ROSINSKI DO NASCIMENTO**

**CAPACIDADE DE CARGA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**  
**REFORÇADAS COM PERFIS DE AÇO LAMINADO**

MARINGÁ  
2017

**ARTHUR ROSINSKI DO NASCIMENTO**

**CAPACIDADE DE CARGA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
REFORÇADAS COM PERIS DE AÇO LAMINADO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

MARINGÁ  
2017

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)**

N244c Nascimento, Arthur Rosinski do  
Capacidade de carga de vigas de concreto armado reforçadas com perfis de aço laminado / Arthur Rosinski do Nascimento. -- Maringá, 2017.  
171 f. : il. color., figs., tabs.

Orientador(a): Prof. Dr. Rafael Alves de Souza.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2017.

1. Reforço. 2. Capacidade de carga. 3. Método das Bielas. I. Souza, Rafael Alves de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 21.ed. 624.1834

AHS-CRB-9/1065

ARTHUR ROSINSKI DO NASCIMENTO

CAPACIDADE DE CARGA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
REFORÇADAS COM PERFIS DE AÇO LAMINADO

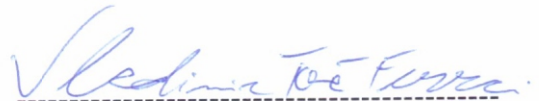
Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá,  
como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil, na área de concentração Estruturas, para ob-  
tenção do título de Mestre.

Aprovada em 25 de agosto de 2017.



Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein

**Membro UNICAMP**



Prof. Dr. Vladimir José Ferrari

**Membro UEM**



Prof. Dr. Rafael Alves de Souza

**Orientador UEM**

À minha família pelo constante apoio e incentivo  
ao longo desta caminhada.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, em primeiro lugar, por ter me dado saúde e perseverança para superar as dificuldades.

A minha família, a qual dedico este trabalho, especialmente meu pai André e minha mãe Ivonete, que sempre acreditaram em mim e me ensinaram a seguir o caminho da retidão para a formação do caráter, e sem esquecer a minha irmã Adriane, com seus conselhos pertinentes sobre tudo.

A minha namorada e companheira Bruna que me apoia em minhas decisões e me ajuda nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rafael Alves de Souza pelos conselhos e conversas motivadoras e instigantes que fizeram a ciência fazer parte de mim, contribuindo muito para minha evolução acadêmica e profissional.

Aos professores do programa de mestrado PCV da Universidade Estadual de Maringá pela transmissão de conhecimento nas disciplinas cursadas.

Aos professores Me. Leonardo Martins e Silva, Dr. Antônio Belincanta, Dr. Jeselay Cordeiro dos Reis, Dr. José Wilson Assunção e Dr. Júlio Cesar Pigozzo que me auxiliaram nos ensaios experimentais desta pesquisa.

A todos os funcionários do departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, especialmente aos secretários Juarez dos Santos e Marli Silveira e aos técnicos dos laboratórios de estruturas e materiais de construção Valter e Celso.

Aos meus ex-alunos pelo auxílio durante a pesquisa.

A cada dia que vivo, mais me convenço de que o desperdício da vida está no amor que não damos, nas forças que não usamos, na prudência egoísta que nada arrisca e que, esquivando-nos do sofrimento, perdemos também a felicidade.

Carlos Drummond de Andrade

## RESUMO

O reforço estrutural é utilizado para o aumento da capacidade portante da estrutura de forma que a mesma possa ser submetida a esforços maiores que os projetados inicialmente. Quando se trata de reforço em vigas de concreto armado com armaduras externas aderidas com adesivo epóxi, pesquisadores como Bresson (1971), Charif (1983), Van Gemert (1990), Ziraba (1993) e Appleton (1997) contribuíram expressivamente no aprimoramento dos cálculos de dimensionamento. Contudo, estas formulações são válidas para vigas simples, nas quais são válidas a Hipótese de Bernoulli. Vigas em regiões de descontinuidade (Regiões D), no caso de vigas-parede, são estruturas nas quais as tensões de cisalhamentos são preponderantes e o seu comportamento difere-se muito da Teoria de Vigas. Diante disto, esta pesquisa propôs a elaboração de rotina de cálculo para a verificação da capacidade de carga e dimensionamento de reforço à flexão de uma seção em concreto armado, com o uso de perfis de aço laminados, aderidos externamente, tanto para vigas em Regiões B, quanto para vigas-parede. Ensaios experimentais foram realizados com o intuito de verificar o comportamento de uma viga-parede reforçada, na qual o dimensionamento foi baseado na Teoria de Vigas. Prevendo-se a carga de ruptura pelo Método das Bielas, chegou-se a resultados mais próximos dos experimentais. Nestes ensaios laboratoriais, foi constatada a efetividade no aumento da resistência à tração, no controle de fissuração e no aumento da rigidez pelo reforço à flexão com perfis metálicos aderidos externamente.

**Palavras-chave:** Reforço. Capacidade de carga. Método das Bielas



## ABSTRACT

Structural strengthening is used to increase the load bearing capacity of the structure when it can be solicited to greater stresses than initially designed. Researchers such as Bresson (1971), Charif (1983), Van Gemert (1990), Ziraba (1993) and Appleton (1997) have contributed significantly to the design of strengthening RC beams with externally bonded plates. However, these formulations are valid for single beams, in which the Bernoulli's Hypothesis is valid. Beams in regions of discontinuity (D Regions), such as deep-beam, are structures in which the shear stresses are preponderant and their behavior differs from the Beam Theory. In view of this, this research proposed the elaboration of a calculation routine for the verification of the load capacity and design of flexural strengthening reinforced concrete beams externally bonded with rolled steel profiles, both for beams in B Regions, and for deep-beam. In order to verify the behavior of a deep-beam, whose external reinforcement was dimensioned according to Beams Theory, experimental tests were performed, and found different modes of ruin than those calculated. Predicting the rupture load by the Strut-and-Tie Model, we came to results closer to the experimental ones. In these laboratory tests, it was verified the effectiveness in the increase of the tensile strength, in the control of cracking and in the increase of the stiffness by the flexural strengthening with metallic profiles adhered externally.

**Key-words:** Strengthening. Load Capacity. Strut-and-Tie Model

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Laje de concreto armado reforçada com tiras de aço	2
Figura 1.2	Reforço à flexão e à força cortante em vigas de concreto armado	3
Figura 1.3	Reforço com perfil metálico fixado na lateral da viga	5
Figura 1.4	Reforço por colagem de chapa na face tracionada para a remoção de um pilar central	5
Figura 2.1	Reforço com aumento da seção transversal em concreto armado	8
Figura 2.2	Estado de tensão antes e depois do reforço	9
Figura 2.3	Alternativas de reforço com concreto armado	10
Figura 2.4	Reforço de vigas à flexão com fibra de carbono	11
Figura 2.5	Distribuição de tensões e deformações em uma seção de reforço com FRP	12
Figura 2.6	Esforços oriundos da protensão de uma viga	12
Figura 2.7	Reforço de vigas e pilares com adição de elementos metálicos	13
Figura 2.8	Exemplos de vigas BSP	14
Figura 2.9	Reforço por adição de elementos metálicos	14
Figura 2.10	Reforço de viga com chapas metálicas aderidas com resina e chumbador	15
Figura 2.11	Dimensões recomendadas para reforço com elementos metálicos	17
Figura 2.12	Aumento da rugosidade da superfície do concreto	18
Figura 2.13	Espessura da camada de resina x tensão de tração correspondente	19
Figura 2.14	Procedimento para inserção de chumbadores químicos	20
Figura 2.15	Mecanismo de pressão em reforços de chapas coladas	21
Figura 2.16	Principais produtos siderúrgicos laminados	29
Figura 3.1	Modelo idealizado de um sistema de reparo estrutural	31
Figura 3.2	Distribuição de tensão de cisalhamento no ensaio de cisalhamento puro	33
Figura 3.3	Distribuição de tensões de cisalhamento (a) para carregamento de serviço e (b) para carregamento último	33
Figura 3.4	Modelo de Ladner (1981)	34
Figura 3.5	Modelo de Ranisch (1982)	35
Figura 3.6	Elemento infinitesimal reforçado para estudo de Brosens	37
Figura 3.7	Distribuição normal no final do reforço	40

Figura 3.8	Vigas testadas por Jones et al (1988)	41
Figura 3.9	Sistemas de ancoragens para vigas fletidas com parafusos e chapas dobradas testados por Jones (1988)	42
Figura 3.10	Grau de interação transversal	43
Figura 3.11	Interação parcial transversal	43
Figura 3.12	Ilustração dos deslizamentos longitudinal e transversal	44
Figura 4.1	Diagramas de tensão da viga de Bresson (1971)	47
Figura 4.2	Modelo de deformações para vigas pré-carregadas	49
Figura 4.3	Diagramas de tensão da viga de Van Gemert	52
Figura 4.4	Diagramas de tensão da viga de Ziraba	57
Figura 4.5	Perfis de deformações e tensões propostos por Appleton (1997)	60
Figura 4.6	Distribuição plástica das tensões de aderência	61
Figura 5.1	Tensões normais atuantes na seção de concreto armado reforçada	67
Figura 5.2	Diagrama parábola-retângulo e retângulo equivalente	68
Figura 5.3	Domínios de estado-limite último de uma seção transversal	69
Figura 5.4	Tensões deformações em uma seção de concreto armado	70
Figura 5.5	Diagrama tensão-deformação para o aço de armadura passiva	71
Figura 5.6	Elementos de áreas do perfil U	74
Figura 5.7	Seção transformada de concreto armado	75
Figura 5.8	Perfil de distribuição de deformação no concreto para a condição descarregada e/ou escorada	77
Figura 5.9	Representação do $d_{eq}$	78
Figura 6.1	Esquema de aplicação de carga	83
Figura 6.2	Esquema de colagem do reforço	84
Figura 6.3	Armaduras e formas	85
Figura 6.4	Corpos de prova prismáticos e cilíndricos	85
Figura 6.5	Preparação da superfície do perfil metálico de reforço	86
Figura 6.6	Preparação da superfície de concreto	87
Figura 6.7	Procedimento de colagem	88
Figura 6.8	Instalação dos suportes para os transdutores	90
Figura 6.9	Instalação dos transdutores para medição das flechas	91
Figura 6.10	Visão geral do ensaio	92
Figura 6.11	Montagem da viga A1 na prensa para ensaio	92

Figura 6.12	Curva de calibração da Célula de carga	93
Figura 6.13	Diagrama Carga x Deslocamento para a Série A	95
Figura 6.14	Fissuras da viga A1	96
Figura 6.15	Fissuras da viga A3	96
Figura 6.16	Diagrama Carga x Deslocamento para a Série B	97
Figura 6.17	Fissuras na extremidade do reforço da viga B1	98
Figura 6.18	Fissuras da viga B1	98
Figura 6.19	Reforço descolado da viga B1	99
Figura 6.20	Armadura interna exposta da viga B1	99
Figura 6.21	Diagrama Carga x Deslocamento para a Série D	100
Figura 6.22	Fissuras Viga D2	101
Figura 6.23	Diagrama Carga x Deslocamento para a Série C	102
Figura 6.24	Fissuras viga C3	103
Figura 6.25	Vazios na ligação do reforço com da viga C1	103
Figura 6.26	Diagrama Carga x Deslocamento para a Série E	104
Figura 7.1	Situações típicas de regiões D	108
Figura 7.2	Modelo de treliça para uma viga parede	110
Figura 7.3	Campos de tensão de compressão	112
Figura 7.4	Classificação dos nós	114
Figura 7.5	Treliça definida para cálculo da capacidade de carga da estrutura	116
Figura 8.1	Treliça idealizada tipo 1	121
Figura 8.2	Treliça idealizada tipo 2	122
Figura 8.3	Treliça idealizada tipo 3	122
Figura 8.4	Diagramas de Carga x Deslocamento entre Séries A, B e D	128
Figura 8.5	Diagramas de Carga x Deslocamento entre Séries A, C e E	129
Figura A.1	Exemplo Apêndice A	140
Figura A.2	Camadas do perfil de reforço	141
Figura B.1	Exemplo Apêndice B	143
Figura C.1	Exemplo Apêndice C	146
Figura D.1	Treliça tipo 1	149
Figura D.2	Treliça tipo 3	150
Figura D.3	Treliça tipo 2	150
Figura F.1	Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da	169

	série A	
Figura F.2	Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da série B	169
Figura F.3	Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da série C	170
Figura F.4	Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da série D	170
Figura F.5	Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da série E	171

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	<i>Pot life</i> e <i>Open time</i> como função da temperatura para um adesivo epóxi	22
Tabela 2.2	Comparação das propriedades do adesivo epóxi (testado a 20°C)	23
Tabela 6.1	Identificação dos corpos de prova	84
Tabela 6.2	Propriedades dos materiais	94
Tabela 6.3	Resumo das cargas de ruptura previstas e experimentais para vigas analisadas pela Teoria das Vigas	107
Tabela 8.1	Resumo das cargas de ruptura previstas e experimentais para vigas analisadas como Região D	123
Tabela 8.2	Resumo das cargas e deslocamentos para os corpos de provas ensaiados	127
Tabela A.1	Características geométricas da cantoneira de abas iguaos 1”x1/8”	141
Tabela B.1	Verificação dos nós	144
Tabela B.2	Verificação das escoras	145
Tabela B.3	Verificação dos tirantes	145
Tabela C.1	Verificação dos nós	147
Tabela C.2	Verificação das escoras	147
Tabela C.3	Verificação dos tirantes	147
Tabela D.1	Cargas de ruptura para treliça tipo 1 e 3	149
Tabela D.2	Cargas de ruptura para treliça tipo 2	150
Tabela E.1	Dados obtidos para Viga A1	151
Tabela E.2	Dados obtidos para Viga A2	152
Tabela E.3	Dados obtidos para Viga A3	153
Tabela E.4	Dados obtidos para Viga B1	154
Tabela E.5	Dados obtidos para Viga B2	155
Tabela E.6	Dados obtidos para Viga B3	156
Tabela E.7	Dados obtidos para Viga C1	157
Tabela E.8	Dados obtidos para Viga C2	158
Tabela E.9	Dados obtidos para Viga C3	159
Tabela E.10	Dados obtidos para Viga D1	161

Tabela E.11	Dados obtidos para Viga D2	162
Tabela E.12	Dados obtidos para Viga D3	163
Tabela E.13	Dados obtidos para Viga E1	165
Tabela E.14	Dados obtidos para Viga E2	166
Tabela E.15	Dados obtidos para Viga E3	168

## LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1	Uso dos adesivos de acordo com os requisitos de desempenho	25
Quadro 2.2	Uso dos adesivos de acordo com os requisitos de aplicação	26
Quadro 2.3	Propriedades mecânicas de aço-carbono	28
Quadro 2.4	Propriedades mecânicas de aços de baixa liga	28
Quadro 2.5	Propriedades mecânicas, segundo NBR 8007 (2011)	29
Quadro 2.6	Principais produtos siderúrgicos laminados	30
Quadro 4.1	Características dos modelos de dimensionamento	63



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Alfabeto latino

$a$ : distância entre a borda do furo e a extremidade da chapa metálica medida na direção da força solicitante para a resistência ao rasgamento entre um furo extremo e a borda da chapa

$A_1$ : área da armadura interna do tirante;

$A_2$ : área do reforço;

$A'$ : área da seção transversal do seguimento acoplado à viga na junção onde o fluxo de cisalhamento deve ser calculado;

$A'_s$ : área da armadura de compressão;

$A_g$ : área da seção do fuste do conector;

$A_{rp}$ : área de um perfil de aço laminado adotado como reforço;

$A_s$ : área da armadura tracionada interna;

$A_{sw}$ : área da seção transversal dos estribos de força cortante;

$b_f$ : largura da mesa do perfil de aço laminado de acordo com fabricante;

$b$ : largura média da alma de uma viga;

$c$ : altura dos elementos de área  $i$ ;

$d'$ : altura útil da armadura de compressão;

$d$ : altura útil da armadura de tração;

$d_{eq}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide das armaduras tracionadas;

$d_{rp}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide dos perfis de reforço;

$E_1$ : módulo de elasticidade da armadura interna;

$E_2$ : módulo de elasticidade do reforço;

$E_{cl}$ : módulo de elasticidade longitudinal inicial do concreto;

$E_{cs}$ : módulo de elasticidade secante do concreto;

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço;

$F_b$ : força de resistência ao corte de um chumbador (ver anexo B);

$f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão no concreto;

$f_{cd1}$ : tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método de Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde confluem somente bielas de compressão;

$f_{cd2}$ : tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método de Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de tração transversal e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados;

$f_{cd3}$ : tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método de Bielas e Tirantes, em nós onde conflui um tirante tracionado;

$f_{cta}$ : resistência de cálculo à tração do concreto;

$f_{ct,inf}$ : resistência a tração do concreto;

$f_{ct,m}$ : resistência média à tração no concreto;

$f_u$ : tensão de ruptura à tração do aço do conector;

$f_{yd}$ : tensão de escoamento de cálculo do tirante;

$f_{yd}^R$ : resistência ao cisalhamento de cálculo do aço do reforço;

$f_{ywd}$ : resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura transversal;

$h$ : altura do perfil de acordo com fabricante;

$H$ : altura da seção de concreto armado;

$i$ : número de ordem dos elementos de área da alma do perfil;

$I$ : momento de inércia de toda a seção transversal reforçada não fissurada em torno do eixo neutro;

$I_{tr}$ : momento de inércia da seção transformada;

$L$ : comprimento total da viga;

$L_1$ : comprimento inicial do tirante;

$l_b$ : comprimento do apoio, ou placa de apoio;

$M_0$ : momento atuante para a situação da estrutura descarregada e/ou escorada;

$M_{ud}$ : momento resistente da seção transversal;

$n^*$ : fator de transformação do aço para homogeneização da seção de concreto;

$P_1$ : força atuante no material 1 (armadura interna) do tirante;

$P_{1,i}$ : força atuante na armadura interna no instante do reforço;

$P_2$ : força atuante no material 2 (reforço) do tirante;

$q$ : fluxo de cisalhamento, medido como uma força por unidade de comprimento ao longo da viga;

$Q$ : momento estático da área  $A'$  em relação ao eixo neutro da seção transversal;

$R_c$ : força atuante no concreto comprimido;  
 $R_{rp}^i$ : força atuante na camada  $i$  da alma do perfil de reforço;  
 $R_{rp}^{m,inf}$ : força atuante na mesa inferior do perfil de reforço;  
 $R_{rp}^{m,sup}$ : força atuante na mesa superior do perfil de reforço;  
 $R_{sc}$ : força atuante na armadura de compressão;  
 $R_{st}$ : força atuante na armadura de tração;  
 $s$ : espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo eixo longitudinal da peça;  
 $t$ : espessura da chapa;  
 $T$ : força no tirante mais solicitado no banzo tracionado;  
 $t_f$ : espessura da mesa do perfil de acordo com fabricante;  
 $t_w$ : espessura da alma do perfil de acordo com fabricante;  
 $V_c$ : parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo de treliça;  
 $V_{c0}$ : valor de referência para  $V_c$  quando  $\theta=45^\circ$ ;  
 $V_{sd}$ : força cortante solicitante de cálculo;  
 $V_{sw}$ : parcela de força cortante resistida pela armadura transversal;  
 $y_{rp}^i$ : distância da linha neutra até o centróide de cada elemento  $i$ ;  
 $y_{rp}^{m,sup}$ : distância da linha neutra até o centróide da mesa superior;  
 $y_{rp}^{m,inf}$ : distância da linha neutra até o centróide da mesa inferior;  
 $x$ : posição da linha neutra;  
 $x_0$ : posição da linha neutra para a situação descarregada.

## Alfabeto grego

$\alpha$ : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;  
 $\gamma_{a2}$ : coeficiente de redução de resistência igual a 1,35 para solicitações originadas de combinações normais de ação;  
 $\delta_1$ : alongamento da armadura interna;  
 $\delta_{1,i}$ : alongamento da armadura interna no instante da instalação do reforço;  
 $\delta_2$ : alongamento do reforço;  
 $\varepsilon_c$ : deformação do concreto na face comprimida;  
 $\varepsilon_{c,0}^i$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^i$  quando atua  $M_0$ ;  
 $\varepsilon_{c,0}^{m,sup}$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^{m,sup}$  quando atua  $M_0$ ;

$\varepsilon_{c,0}^{m,inf}$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^{m,inf}$  quando atua  $M_0$ ;

$\varepsilon_{rp}^i$ : deformação na camada  $i$  da alma do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp}^{m,inf}$ : deformação na mesa inferior do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp}^{m,sup}$ : deformação na mesa superior do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp,ef}^i$ : deformação efetiva na camada  $i$  da alma do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf}$ : deformação efetiva na mesa inferior do perfil de reforço;

$\varepsilon_{rp,ef}^{m,sup}$ : deformação efetiva na mesa superior do perfil de reforço;

$\varepsilon_{sc}$ : deformação na armadura comprimida;

$\varepsilon_{st}$ : deformação na armadura tracionada interna;

$\theta$ : é a inclinação da escora concorrente no nó;

$\sigma_{sc}$ : tensão na armadura comprimida;

$\sigma_{st}$ : tensão na armadura tracionada;

$\sigma_{y,1}$ : tensão de escoamento da armadura interna;

$\sigma_{y,2}$ : tensão de escoamento do reforço;

$\tau_{sd}$ : resistência ao cisalhamento da ligação entre o perfil e a seção de concreto;

$\emptyset$ : fator de correção da espessura da mesa;

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	OBJETIVOS	7
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivo geral</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos específicos</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>TÉCNICAS DE REFORÇO ESTRUTURAL EM VIGAS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO</b>	<b>8</b>
2.1	REFORÇO COM CONCRETO ARMADO	<b>8</b>
2.2	REFORÇO COM FIBRAS DE CARBONO	10
2.3	REFORÇO POR PROTENSÃO EXTERNA	12
2.4	REFORÇO POR ADIÇÃO DE ELEMENTOS METÁLICOS	13
<b>2.4.1</b>	<b>Procedimentos executivos</b>	<b>17</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Adesivo estrutural</b>	<b>23</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Perfis metálicos</b>	<b>28</b>
<b>3</b>	<b>TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS PARA O REFORÇO</b>	<b>31</b>
3.1	COMPRIMENTO DE ANCORAGEM PARA CISALHAMENTO PURO EM CHAPAS COLADAS COM ADESIVO EPÓXI	32
3.2	INTERAÇÃO ENTRE TENSÕES NORMAIS E DE CISALHAMENTO EM CHAPAS DE AÇO COLADAS COM ADESIVO EPÓXI	37
3.3	INTERAÇÃO NA LIGAÇÃO ENTRE AÇO E CONCRETO EM VIGA BSP	42
<b>4</b>	<b>MODELOS DE DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO</b>	<b>46</b>
4.1	MODELO PROPOSTO POR BRESSON (1971)	46
4.2	MODELO PROPOSTO POR CHARIF (1983)	48
4.3	MODELO PROPOSTO POR VAN GEMERT (1990)	51
4.4	MODELO PROPOSTO POR ZIRABA (1993)	55
4.5	MODELO PROPOSTO POR APPLETON (1997)	59
4.6	DISCUSSÃO DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO	62
<b>5</b>	<b>ROTINA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO À FLEXÃO PARA VIGAS EM REGIÕES B</b>	<b>66</b>
5.1	HIPÓTESES DE CÁLCULO	68
5.2	CAPACIDADE RESISTENTE DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO	70

5.3	CAPACIDADE RESISTENTE DA SEÇÃO DE CONCRETO REFORÇADA	73
5.4	DIMENSIONAMENTO DA LIGAÇÃO PERFIL/CONCRETO	81
<b>6</b>	<b>ENSAIOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>83</b>
6.1	PREPARAÇÃO DO ENSAIO	89
6.2	ERROS DO ENSAIO	93
6.3	RESULTADOS DOS ENSAIOS	94
<b>7</b>	<b>ROTINA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO À FLEXÃO PARA VIGAS EM REGIÕES D</b>	<b>108</b>
7.1	MÉTODO DAS BIELAS	108
7.2	TIPOS DE ESCORAS E SEUS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA	111
7.3	NÓS E SEUS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA	113
7.4	PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA PARA OS TIRANTES	114
7.5	CAPACIDADE DE CARGA DE VIGA-PAREDE	115
7.6	CÁLCULO DO REFORÇO DOS TIRANTES EM VIGA-PAREDE	117
<b>7.6.1</b>	<b>Processo Iterativo</b>	<b>117</b>
<b>7.6.2</b>	<b>Dimensionamento do reforço</b>	<b>118</b>
<b>8</b>	<b>ANÁLISE DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS PARA AS VIGAS EM REGIÕES D</b>	<b>121</b>
<b>9</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>130</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>135</b>
	<b>APÊNDICE A – Reforço de vigas em Região B</b>	<b>140</b>
	<b>APÊNDICE B – Capacidade de carga para uma viga-parede</b>	<b>143</b>
	<b>APÊNDICE C – Reforço do tirante para uma viga-parede</b>	<b>146</b>
	<b>APÊNDICE D – Previsão de ruptura das treliças tipo 1, 2 e 3</b>	<b>149</b>
	<b>APÊNDICE E – Dados obtidos nos ensaios</b>	<b>151</b>
	<b>APÊNDICE F – Diagramas Carga x Deformação no concreto</b>	<b>169</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Entende-se por vida útil o período em que a estrutura é capaz de desempenhar as suas funções. Por desempenho, o comportamento em serviço de cada material.

É conhecido que estruturas de concreto armado sofrem alterações em suas propriedades ao longo do tempo. Assim como qualquer outro material, seu desempenho diminui gradualmente durante sua vida útil. Portanto, em alguma fase neste período, a mesma necessitará de alguma intervenção para manter o mínimo de desempenho e cumprir as suas funções.

Intervenções que permitem que a estrutura volte a desempenhar um nível acima do mínimo exigido são definidas como recuperação. Já as que elevam o desempenho acima do nível inicial são chamadas de reforço.

Em outras palavras, segundo Lima (2009), reforço é uma intervenção no elemento estrutural cujo maior propósito é o aumento de sua capacidade de resistir às solicitações a que está submetida; sua necessidade pode ser em razão do aumento do carregamento ou mesmo na correção de falha do projeto. O mesmo autor ainda informa que a recuperação objetiva o restabelecimento da integridade física e eficiência da estrutura incluindo a vida útil inicial, evitando que se agravem os problemas que podem provocar desde sua inutilização até o colapso. Sendo assim, nem sempre o reforço é recomendado para elementos em estágio avançado de degeneração onde a recuperação faz-se necessária.

Os reforços são utilizados em várias situações, sendo os principais motivos para o seu uso o aumento da carga de serviço devido à mudança de utilização de um edifício, ou o acréscimo de esforços em determinados elementos estruturais resultante da alteração, ou ainda a eliminação de outros componentes como lajes, vigas e pilares, acarretando em uma redistribuição de esforços na estrutura.

De acordo com Piancastelli (1997), as principais técnicas de reforço podem ser definidas como:

- a) Reforço com concreto armado;
- b) Reforço com perfis metálicos;
- c) Reforço com chapas de aço coladas;
- d) Reforço com lâminas ou folhas de carbono coladas;
- e) Reforço por protensão.

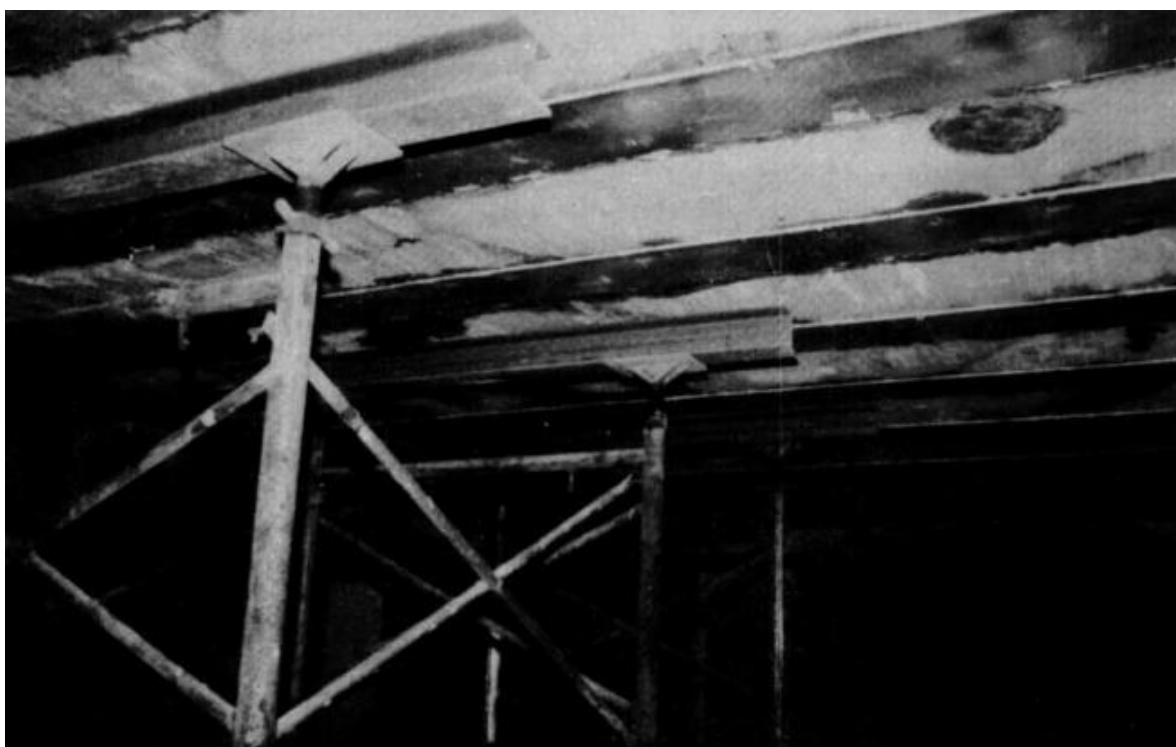
Lima (2009) destaca o uso do aço como material de reforço estrutural, pois tem como vantagens a pré-fabricação, a elevada resistência, a reversibilidade, as dimensões e peso

reduzidos, a simplicidade de transporte, a facilidade de montagem em obra, a utilização em espaços reduzidos, a disponibilidade em diversas formas e dimensões, o tempo de execução reduzido e a ótima relação custo benefício.

Os estudos iniciais do reforço de vigas de concreto armado com o uso de elementos metálicos aderidos externamente, foi iniciado na década de 60 na França através dos pesquisadores L'Hermite e Bresson, conforme menciona Brosens (2001). Eles utilizavam chapas de aço coladas na face tracionada da viga com adesivo epóxi. Nos anos 70, Swamy e Jones aprofundaram os estudos desta técnica, especialmente na questão de ancoragem e concentrações de tensões no final das chapas. Vários experimentos foram realizados para avaliar o comportamento da ligação chapa-concreto. Após estes trabalhos, a técnica foi disseminada em todo o mundo, sendo aprofundada, de modo digno de nota pelos pesquisadores Van Gemert (1980) e (1983), Charif (1980), Cánovas (1985), Ziraba (1993) e Appleton (1997).

Na Figura 1.1 está ilustrado um estudo de caso realizado por Van Gemert (1983) de recuperação e reforço de laje danificada, fundamentado no comportamento da ligação entre concreto armado e chapa de aço aderido por adesivo epóxi. Nesta situação, a laje foi danificada por explosão em um apartamento.

**Figura 1.1 – Laje de concreto armado reforçada com tiras de aço**



Fonte: Van Gemert (1983)



Um exemplo de aumento da capacidade portante de vigas à flexão e à força cortante é ilustrado na Figura 1.2, na qual o prédio de uma antiga fábrica seria utilizado como um novo centro cívico e cultural na cidade de Ninove, Bélgica, em 1994. Para isto, a técnica de colagem de chapas metálicas foi empregada.

**Figura 1.2 – Reforço à flexão e à força cortante em vigas de concreto armado**



Fonte: Brosens (2001)

Em paralelo aos estudos de reforço por esta técnica, foi desenvolvido o processo de reforço com fibras coladas externamente. Meier (1997) apresenta diversas vantagens do uso de *fiber reinforced polymer* (FRP) em relação às chapas metálicas, sendo a corrosão uma delas. Já no reforço de grandes estruturas, seria necessário o uso de peças metálicas pesadas e com comprimentos limitados, dificultando o manuseio e requerendo emendas por sobreposição de cada uma das peças.

Contudo, situações em que a viga necessite de redução dos deslocamentos para atendimento às condições de serviço, os reforços com FRPs não modificam consideravelmente a rigidez da estrutura, diferentemente dos elementos metálicos aderidos externamente, especialmente os perfis laminados. Rem e Zhou (2011) expõem a técnica de reforço de viga de concreto armado com perfil H de aço fixado na face inferior melhorando tanto a resistência à flexão, quanto a rigidez da seção transversal.

Diversas pesquisas experimentais foram desenvolvidas com o intuito de entender o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas externamente com chapas de aço coladas no banzo tracionado.

Swamy, Jones e Bloxham (1987, *apud* Morais, 1997) estudaram diversos parâmetros como espessura de chapas, espessura da camada de adesivos e concentrações de tensões na camada de adesivo, concluindo que o reforço com chapas coladas aumenta a rigidez à flexão,

reduz a fissuração, diminui flechas e aumenta a carga de ruptura. A redução das fissuras e das flechas melhoram com o aumento da espessura da chapa, mas chapas espessas provocam ruptura prematura recomendando-se manter a relação largura da chapa por espessura da chapa maior que 50.

Ziraba (1993) apresentou um estudo paramétrico por meio de comparação do Método dos Elementos Finitos e equações de equilíbrio de forças em uma seção de concreto armado reforçadas com chapas de aço coladas no banzo inferior, chegando a conclusão de que o cálculo do dimensionamento deve seguir a seguinte sequência: dimensionamento do reforço à ruptura por flexão; verificações das tensões na interface entre os dois materiais e verificação da resistência ao cisalhamento. Este autor concluiu também que a ruptura na interface está associada à espessura da chapa e do aumento da distância entre a extremidade da chapa e o apoio.

Brosens e Van Gemert (2001) elaboraram um modelo analítico para a determinação da capacidade de uma viga de concreto armado reforçadas com chapas de aço ou fibras de carbono na qual o modelo proposto foi verificado com dados experimentais. Os autores concluíram que o desprendimento do reforço ocorre devido a interação entre tensões normais e de cisalhamento no final da chapa e que a chance deste tipo de ruptura ocorrer é maior em chapas metálicas do que em lâminas de fibras de carbono. Recomendam ainda que sejam utilizados chumbadores ou estribos externos como forma de complementar a ancoragem das armaduras externas.

A fixação de perfis metálicos nas laterais de uma viga de concreto como reforço à flexão torna-se interessante quando o escoramento é necessário para a instalação do reforço. Normalmente, utilizam-se escoras metálicas ou de madeira instaladas diretamente na face inferior da estrutura, impedindo, ou dificultando, a colagem do reforço nesta face. Desta maneira, a instalação do reforço nas laterais da viga passa a ser uma solução prática. A Figura 1.3 ilustra uma situação de instalação do reforço pelas laterais da viga sem a interferência do sistema de escoramento.

Quando a arquitetura de uma edificação impõe a remoção de um pilar central de uma viga de concreto armado, a adição dos perfis metálicos ancorados lateralmente à viga passa a ser uma boa opção – fato corroborado pela necessidade de escoramento. Nessas condições, caso a alternativa de reforço por colagem de chapas na face inferior seja escolhida, haverá uma emenda na região do pilar removido, gerando ali uma região frágil no reforço, pois a presença do pilar impedirá que se instale uma chapa contínua ao longo da viga. A Figura 1.4 ilustra este caso.

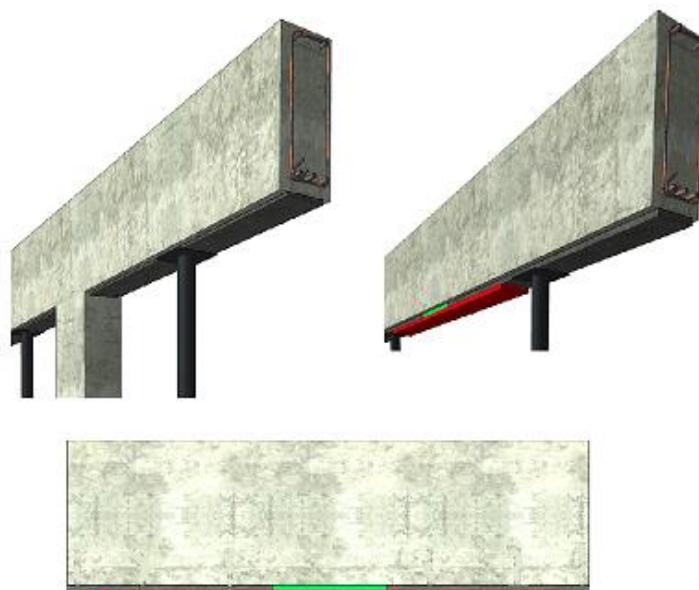
**Figura 1.3 – Reforço com perfil metálico fixado na lateral da viga**



A ilustração apresentada na Figura 1.4 representa a configuração de um reforço fixado no banzo tracionado, quando há a necessidade de remoção de um pilar. Inicialmente, deverá ser feita a fixação do reforço no vão das vigas, seguido do escoramento da estrutura para posterior demolição do pilar. Feito isto, o reforço deverá ser complementado gerando uma região fragilizada pela ligação entre os materiais.

Podem ocorrer situações de reforço em vigas em que não seja possível aumentar a altura da mesma. Dessa maneira, a opção da instalação dos perfis metálicos passa a ser uma alternativa mais adequada comparada à técnica de reforço com concreto armado e reforço com protensão.

**Figura 1.4 – Reforço por colagem de chapa na face tracionada para a remoção de um pilar central**



Algumas pesquisas experimentais foram desenvolvidas com chapas de aço coladas nas faces laterais das vigas de concreto com o intuito de aumentar a capacidade de flexão e à força cortante. Pode-se destacar o trabalho de Oehlers et al (2000a,b) na qual conclui que a ruptura prematura por desprendimento depende da força cortante resistente da seção de concreto, da rigidez à flexão da seção reforçada de concreto armado e da força cortante e do momento fletor na extremidade das chapas de reforço. Os autores também concluíram que os estribos pouco contribuem na resistência ao desprendimento da armadura externa.

Quando se trata de vigas-parede, pouco material de estudo encontra-se disponível na literatura sobre capacidade de carga e reforço dos tirantes, principalmente no campo experimental. Este tipo de vigas de concreto armado tem como característica geométrica a pequena relação entre o vão e a altura, diferenciando de vigas normais, que possuem o comprimento do vão muito maior que sua altura.

Estruturas de concreto armado em regiões de descontinuidade estática ou geométrica tem seu comportamento governado pela força cortante, que provoca deformações não-lineares ao longo da seção transversal, aumentando a complexidade de análise destes elementos. Entende-se por descontinuidade estática, regiões com concentração de tensões causadas, por exemplo, em locais com aplicação de cargas concentradas. Diz-se que há descontinuidade geométrica quando há concentração de tensões provocadas por variação na geometria da seção transversal.

Para estas regiões, Souza (2004) afirma que a Hipótese de Bernoulli para regiões B, na qual se considera que as seções permanecem planas após a flexão do elemento, não deve ser aplicada. Portanto, deve-se recorrer a outras alternativas de análise e dimensionamento como Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Bielas (MB) e Método Corda-Painel (MCP).

Podem ocorrer situações de dimensionamento de reforço em que o engenheiro estrutural não se atenta para estas regiões de descontinuidade, dimensionando o elemento como uma região B. Isto pode ser muito perigoso, pois a estrutura não trabalhará em serviço de acordo com o previsto, podendo atingir a ruína prematura de maneira não prevista.

Desta maneira, nesta dissertação propôs-se elaborar um roteiro de dimensionamento de reforço para as armaduras do banzo tracionado em vigas de concreto armado, em Regiões B e D, com perfis de aço laminados. Também foi exposto um roteiro de cálculo para verificação da capacidade de carga para vigas em ambas as regiões. Uma pesquisa experimental também foi feita com o intuito de analisar o comportamento de uma viga, em Região D, dimensionada como Região B. Exposto assim, este trabalho justifica-se por

contribuir com os estudos de reforço estrutural com perfis metálicos aderidos externamente por meio de adesivo epóxi.

## 1.1. OBJETIVOS

### 1.1.1. Objetivo geral

Definir rotina de cálculo para determinação da capacidade de carga em vigas de concreto armado, sejam elas vigas simples ou vigas-parede, reforçadas à flexão com perfis de aço laminado fixados com adesivo epóxi.

### 1.1.2. Objetivos específicos

Para que o objetivo geral deste trabalho fosse alcançado, pressupôs-se que fossem simultaneamente atingidos os seguintes objetivos específicos:

- a) apresentar os principais modelos de dimensionamentos para reforço à flexão de viga de concreto armado com elementos metálicos;
- b) expor o Método das Bielas para dimensionamento de elementos estruturais em regiões de descontinuidade, assim como os parâmetros de resistência definidos pela NBR 6118 (2014) para este método de cálculo;
- c) definir um roteiro de cálculo para verificação da capacidade de carga de vigas simples e vigas-parede de concreto armado;
- d) definir um roteiro de cálculo para dimensionamento do reforço à flexão em vigas simples e vigas-parede de concreto armado;
- e) analisar experimentalmente o comportamento de viga-parede cujo reforço foi dimensionado pela Teoria de Vigas.

## 2 TÉCNICAS DE REFORÇO ESTRUTURAL EM VIGAS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

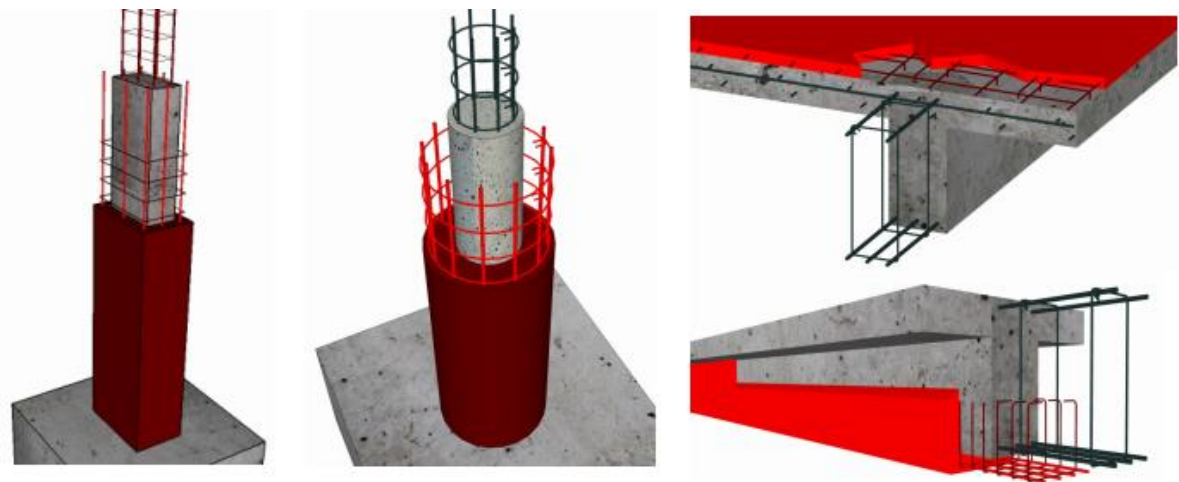
Correções de falhas de projeto ou de execução, aumento da capacidade portante da estrutura para permitir modificações em seu uso, regeneração da capacidade portante diminuída em virtude de acidentes (choques, incêndios, etc.), desgaste ou deterioração e modificação da concepção estrutural, como corte de uma viga por necessidade arquitetônica, são os principais motivos nos quais são necessários trabalhos de reforços, como afirma Souza e Ripper (1998).

Na sequência deste capítulo, são descritos brevemente as principais técnicas de reforço estruturais utilizadas por projetistas.

### 2.1 REFORÇO COM CONCRETO ARMADO

Este reforço em estruturas de concreto armado se faz através do aumento da seção transversal ou pela adição de novas armaduras na peça existente. O primeiro caso é mais comum em situações de mudanças do uso da estrutura na qual a sobrecarga será aumentada ou em alterações da estrutura imposta pelo projeto arquitetônico. O segundo, geralmente é empregado na substituição de barras de aço oxidadas. A Figura 2.1 ilustra algumas situações de reforço com concreto armado.

**Figura 2.1 – Reforço com aumento da seção transversal em concreto armado**



Fonte: Chastre (2014)

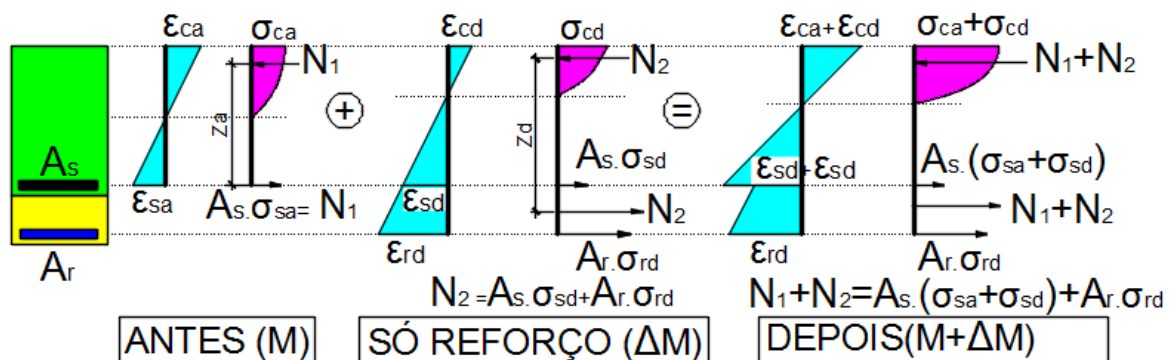
A técnica é muito utilizada, principalmente pelo fato de trabalhar com os mesmos materiais da peça original e ter execução semelhante à de uma estrutura nova.

É certo que o concreto do reforço difere-se da peça antiga em suas propriedades por ser composto por agregados diferentes adicionados também com dosagens diferentes, acarretando em variações na resistência, módulo de elasticidade, entre outras. Por isto, necessita-se fazer um estudo prévio do concreto existente de modo a minimizar as variações destas propriedades.

Segundo Piancastelli (1997), a maior preocupação nos reforços com concreto refere-se à aderência entre o concreto de reforço e o concreto da peça a ser reforçada. É de grande importância que estes materiais trabalhem unidos, como uma estrutura monolítica, para garantir que haja a transferência das tensões e deformação na ligação entre eles. Para isto, é preciso que seja feito o tratamento da superfície do substrato a ser reforçado.

O cálculo deste reforço é feito baseando-se nos critérios de ruptura da NBR 6118 (2014) e através das equações de equilíbrio de forças e momentos que atuam na seção transversal, considerando duas situações: a primeira considera somente o peso próprio resistido pela estrutura existente (ou com sobrecargas que não puderem ser aliviadas no momento do reforço) e a segunda considerando somente as sobrecargas. O resultado demonstra uma combinação das duas situações conforme ilustra a Figura 2.2. A força cortante, momento torçor e a ancoragem das armaduras tracionadas também devem ser verificados.

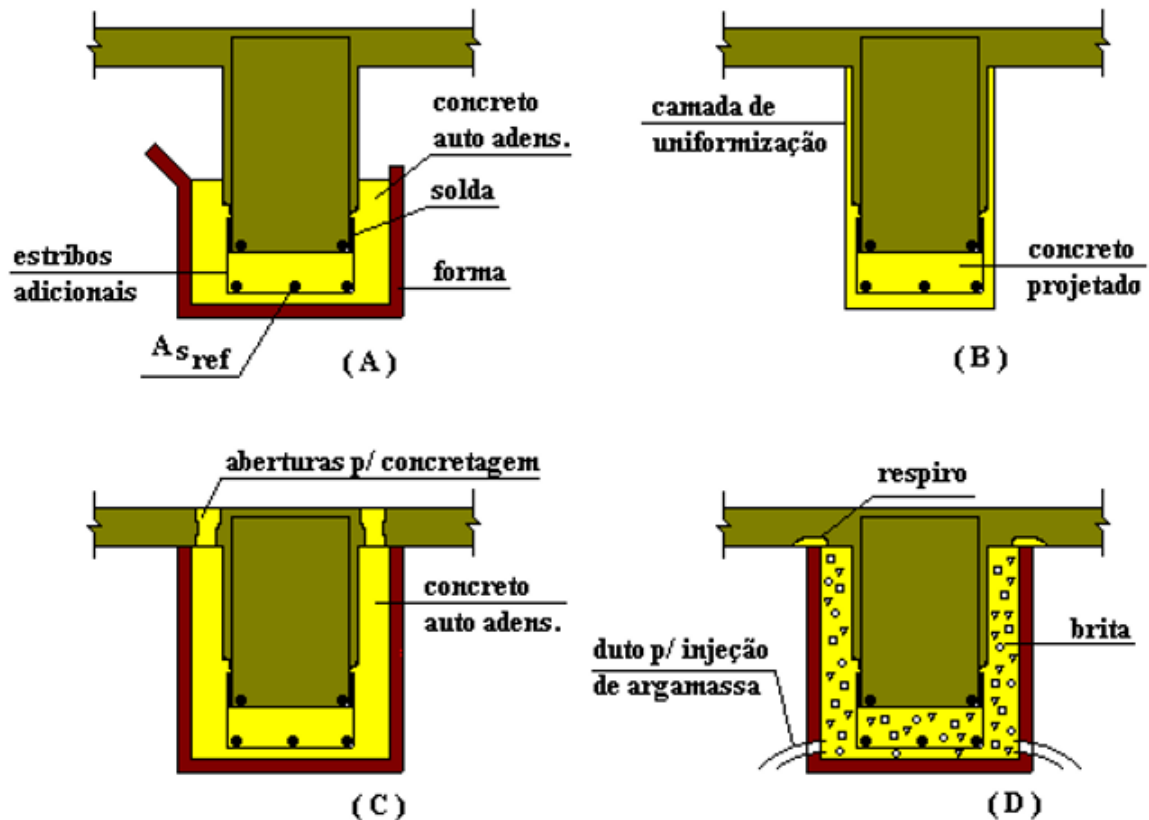
**Figura 2.2 – Estado de tensão antes e depois do reforço**



Fonte: Piancastelli (1997)

A Figura 2.3 ilustra algumas formas de executar o reforço com concreto armado através do aumento da seção transversal.

Figura 2.3 - Alternativas de reforço com concreto armado.



Fonte: Piancastelli (1997)

## 2.2 REFORÇO COM FIBRAS DE CARBONO

Segundo Machado (2007), destacam-se na categoria de reforços aderidos externamente aos elementos estruturais os sistemas compostos estruturados com plásticos, particularmente aqueles que utilizam as fibras de carbono como componente resistente. Esses sistemas são colados nas faces dos elementos estruturais com resinas especialmente desenvolvidas que permitem a transferência dos esforços da massa de concreto para o sistema composto, mobilizando-se as tensões tangenciais desenvolvidas quando da atuação dos esforços solicitantes.

Souza e Ripper (1998) informam que as folhas flexíveis de fibras de carbono podem ser utilizadas para o aumento da capacidade resistente, à flexão e ao esforço transversal de vigas e lajes. Processo que, no entanto, exige muito cuidado no desenvolvimento dos detalhes que devem ser adotados para o sistema de amarração do compósito, assim como a mais detalhada análise das tensões de deslizamento na interface entre o compósito e o concreto.

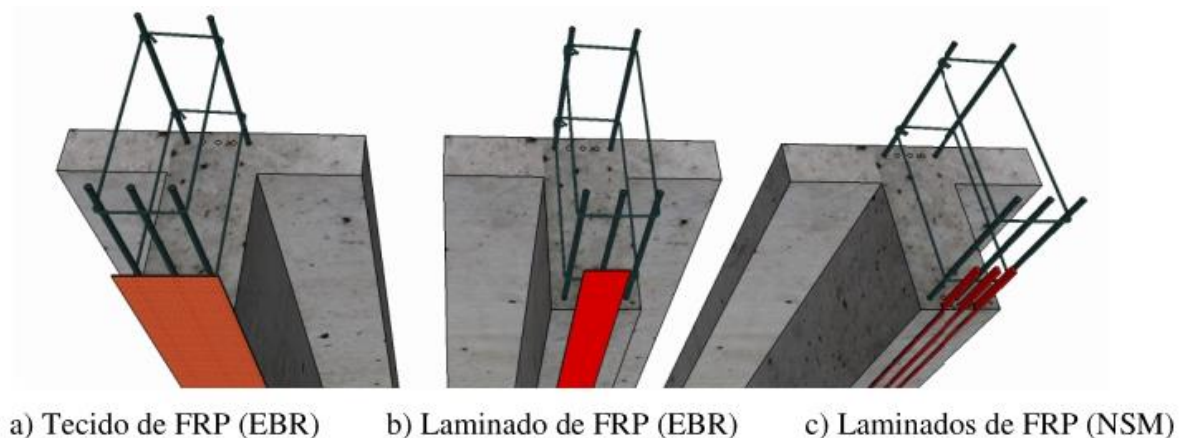


Este método de reforço à flexão e/ou à força cortante, de acordo com Viana (2004), é de rápida execução devido à leveza do material e à simplicidade de sua aplicação, trazendo redução no tempo de interdição da estrutura. Ele pouco altera a geometria da peça, pouco aumenta a carga permanente da estrutura e permite a adaptação a várias formas devido à sua boa flexibilidade.

Ainda segundo o mesmo autor, as principais desvantagens desta técnica são: impossibilidade de visualizar fissuras na interface substrato/reforço se o reforço for contínuo; alto custo do compósito; tendência de descolamento dos bordos devido à concentração de tensões; necessidade de proteção contra fogo e raios ultravioletas; coeficiente de dilatação térmico do compósito diferente do concreto; proporciona ruptura frágil da peça.

A Figura 2.4 ilustra alguns dos tipos mais comuns de reforços à flexão de vigas de concreto armado com fibra de carbono. Nesta ilustração são mencionadas as técnicas EBR – *externally bonded reinforcement* – e NSM – *near-surface mounted*.

**Figura 2.4 – Reforço de vigas à flexão com fibra de carbono**

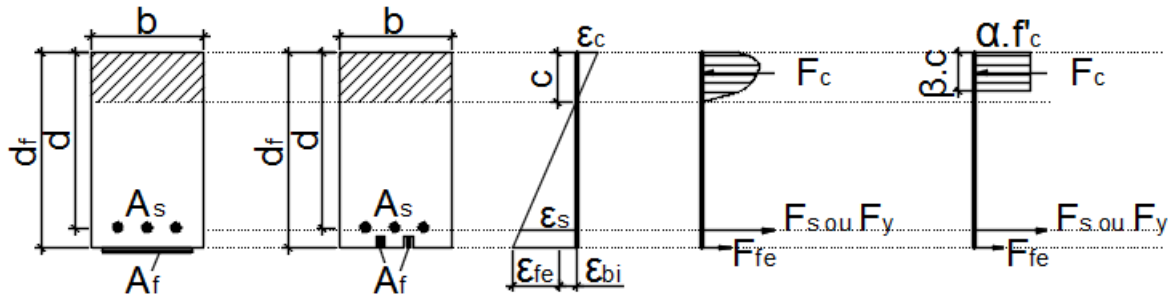


Fonte: Chastre (2014)

Em 2008, o *American Concrete Institute* publicou um documento intitulado “*Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*” – ACI 440 (2008) – que conforme o seu nome indica, inclui recomendações para o projeto e execução de reforço de estruturas por colagem externa de materiais de matriz polimérica (FRP).

A distribuição de tensões e deformações utilizada pelo ACI 440 (2008) para o cálculo do momento resistente, no dimensionamento do reforço, é indicada na Figura 2.5.

**Figura 2.5 – Distribuição de tensões e deformações em uma seção de reforço com FRP**



Fonte: ACI 440/08

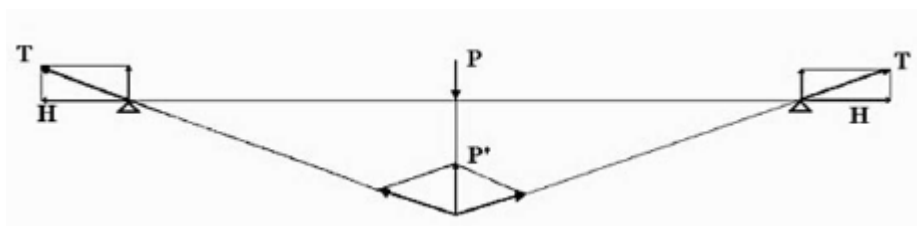
Este modelo considera que o reforço é instalado com a estrutura em uso, ou seja, há uma deformação inicial na face tracionada da seção transversal igual a  $\epsilon_{bi}$ . Desta maneira, quando se calcula o perfil de deformação final para a seção reforçada, deve-se lembrar de que a deformação efetiva no reforço é igual a deformação da face tracionada subtraída da deformação inicial. A área da seção transversal é calculada através do equilíbrio de forças e momentos atuantes na seção crítica do elemento estrutural.

### 2.3 REFORÇO POR PROTENSÃO EXTERNA

“A protensão externa é, na realidade, uma pós-tensão quando aplicada como instrumento de reforço ou recuperação, configurando-se a situação de concreto parcialmente protendido, que requer métodos próprios de dimensionamento” (SOUZA & RIPPER, 1998, p. 160).

O fundamento para o dimensionamento deste tipo de reforço é o mesmo do concreto protendido. Consiste em inserir forças externas de tração na estrutura, por meio da protensão, que anulem, ou minimizem, o carregamento atuante na estrutura, como, por exemplo, a situação de reforço à flexão de uma viga ilustrada na Figura 2.6.

**Figura 2.6 – Esforços oriundos da protensão de uma viga**



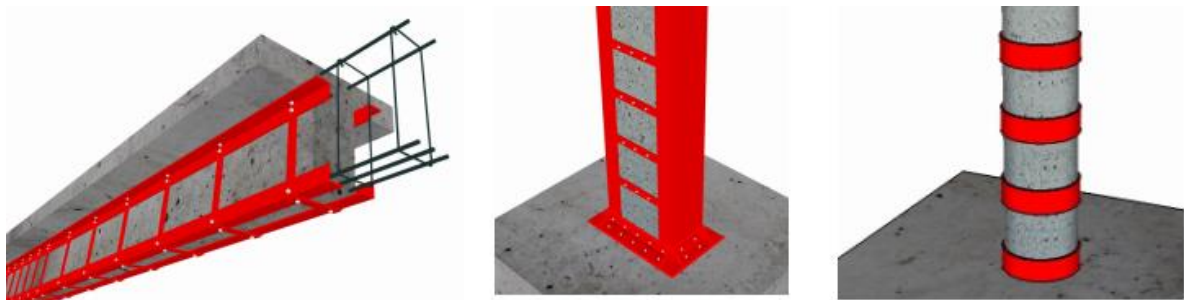
Fonte: Souza e Ripper (1998)

## 2.4 REFORÇO POR ADIÇÃO DE ELEMENTOS METÁLICOS

O reforço com chapas coladas ou perfis de aço consiste na adição de armaduras exteriores ao elemento estrutural existente, ligadas à superfície da estrutura por colagem com resina epóxi, utilizando ou não chumbadores metálicos. Exemplos de aplicação desta técnica podem ser vistos na Figura 2.7.

Para Souza e Ripper, (1998), esta técnica corresponde a uma opção muito eficiente e de rápida execução, recomendada principalmente para situações que requerem emergência ou não permitem grandes alterações na geometria das peças. Por ela, tem-se a possibilidade do reforço ser feito por colagem, ou chumbamento, de chapas ou perfis metálicos com a ajuda de resinas injetadas.

**Figura 2.7 – Reforço de vigas e pilares com adição de elementos metálicos**



Fonte: Chastre (2014)

Charif (1983) informa que testes de laboratórios e de campo mostram que a colagem de chapas de aço externamente resulta em melhor controle das fissuras, redução das deformações e aumento da rigidez e resistência à tração da estrutura.

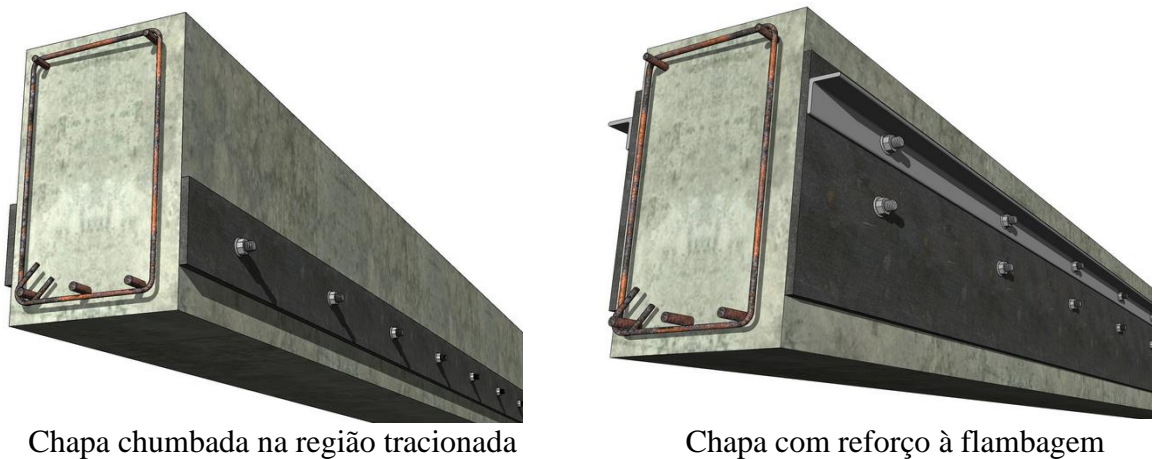
Oehlers et al (1997) apresentam outra técnica para o reforço de vigas de concreto armado com chapas de aço fixadas nas faces laterais da viga com parafusos, denominada de BSP (*Bolted Side-Plated*), ao invés de chapas coladas no banzo tracionado. Os autores afirmam que esta técnica pode ser utilizada para aumento da resistência à flexão e à força cortante, assim como o aumento da rigidez à flexão. A Figura 2.8 apresenta exemplos de vigas BSP.

Cánovas (1985) informa que a capacidade resistente da seção reforçada, segundo o CEB (1983), não deva superar em 50% a capacidade da estrutura antes do reforço. Entretanto, esta recomendação pode ser muito conservadora e que, se o adesivo for de boa qualidade e

houver um controle rígido dos procedimentos executivos, este aumento poderá chegar a valores próximos de 100%.

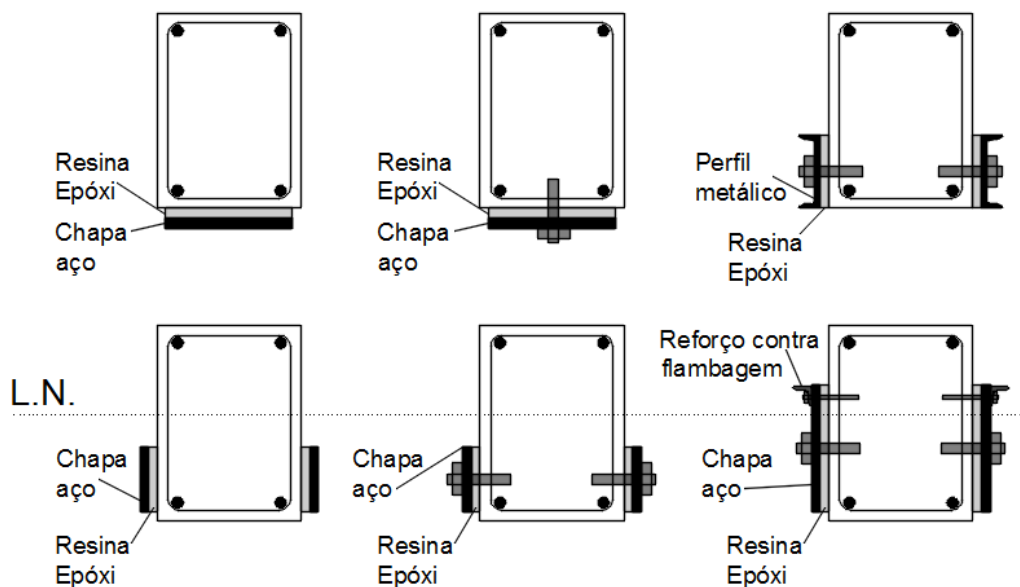
Este mesmo autor não recomenda utilizar a colagem de chapas metálicas para o aumento da resistência à compressão do concreto, pois, devido às diferenças entre os módulos de elasticidade dos materiais da seção transversal poderá ocorrer o descolamento da ligação.

**Figura 2.8 – Exemplos de vigas BSP**



De acordo com Alfaiate e Costa (2004), a técnica de reforço e reparação de estruturas que utiliza chapas de aço coladas com resina epóxi tem sido utilizada frequentemente no reforço de vigas submetidas à flexão e à torção, em lajes e em pilares. A Figura 2.9 ilustra as possibilidades que esta técnica de reforço fornece.

**Figura 2.9 – Reforço por adição de elementos metálicos**



A técnica de colagem de chapas na face tracionada surgiu na década de 60 com L’Hermite (1967) e Bresson (1971) e tem tido grande aplicação e desenvolvimento paralelamente com outras técnicas de reforço com armaduras não metálicas. Já o reforço com chapas nas laterais da viga (BSP), seja fixada por chumbadores ou por colagem, teve seu estudo aprofundado após 30 anos por Oehlers et al (1997), na Austrália, e em Hong Kong e China a partir de 2005 por Siu (2009), Su (2011), Lo (2014) e Li (2015).

Reis (1998) destaca as principais vantagens e desvantagens da técnica de colar chapas de aço na face tracionada das seções de concreto armado. Dentre as principais vantagens estão a rapidez na execução; a não utilização de materiais molhados ou úmidos; a ausência de vibrações e baixo nível de ruídos; a dispensabilidade de instalações auxiliares importantes; o pouco acréscimo da seção; e a pouca interferência no uso da armadura durante a execução. A Figura 2.10 apresenta outro exemplo de viga reforçada com chapas de aço, coladas e chumbadas, aumentando a resistência da estrutura sem acréscimo significativo na altura da mesma.

**Figura 2.10 – Reforço de viga com chapas metálicas aderidas com resina e chumbador**



Fonte: Appleton (2011)

Dentre as desvantagens, de acordo com Reis (1998), estão: a colagem das chapas impede a visualização de fissuras que podem aparecer; tanto a chapa de aço, devido à pequena espessura, quanto a resina epóxi apresentam baixa resistência a elevadas temperaturas; a tendência de descolamento das extremidades da chapa em relação ao substrato devido à elevada concentração de tensão; a exigência de não haver umidade para o emprego da resina epóxi.

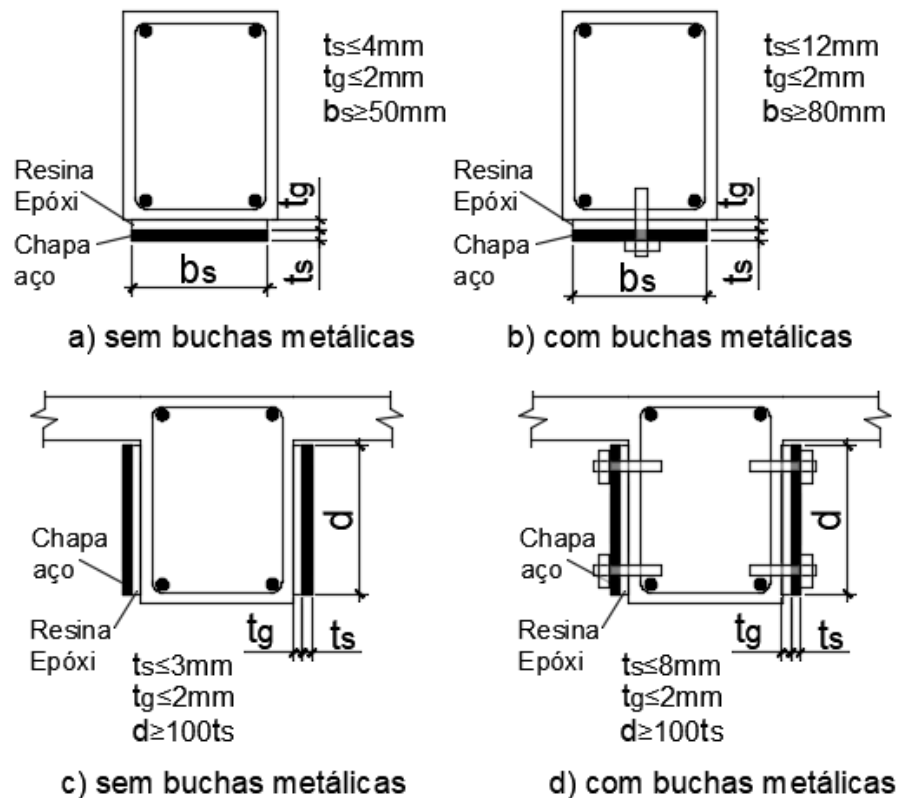
Segundo Oehlers et al (1997), dentre as vantagens de se utilizar a técnica de reforço BSP, sem o uso de adesivo, estão a rapidez de instalação, que pode ser feita com a estrutura em uso, e a ausência da possível falha na ligação entre aço e concreto por descolamento e concentrações de tensões no final da chapa.

Appleton (1997), ao longo de seu trabalho, evidencia várias questões que necessitam de atenção para a aplicação da técnica de reforço por meio da colagem de chapas na face tracionada. Entre elas estão:

- a) a técnica é adequada quando há deficiências nas armaduras e a resistência e dimensões dos elementos estruturais em concreto são adequadas;
- b) o aço a ser utilizado no reforço não deve possuir resistência muito elevada, sendo preferível o Fe360 (equivalente ao aço ASTM A36);
- c) estes elementos podem ser ligados por simples colagem de resina epóxi ou por colagem com resina epóxi aplicada por injeção, sendo sempre complementada com chumbadores metálicos;
- d) a preparação das superfícies a serem ligadas deve ser feita para garantir a boa ligação reforço-concreto;
- e) espessuras máximas de chapas são recomendadas conforme a Figura 2.11;
- f) as sobrecargas na estrutura devem ser minimizadas o quanto for possível, para garantir que o reforço suporte as cargas de serviço;
- g) as chapas ou perfis de aço devem ser protegidos contra a corrosão e ação do fogo.

Cánovas (1985) ensaiou vigas reforçadas à flexão com chapas de diversas espessuras e concluiu que a espessura ótima da chapa fica entre 3 e 4 mm. Estes resultados confirmam as recomendações do CEB (1983) que aconselha que elas sejam menores que 3 mm, a não ser que se utilizem sistemas de ancoragens especiais, podendo nestes casos, chegar a espessuras de 10 mm.

**Figura 2.11 – Dimensões recomendadas para reforço com elementos metálicos**



Fonte: Appleton (1997)

#### 2.4.1 Procedimentos executivos

As fases de execução do reforço estrutural com elementos metálicos por meio da colagem de chapas consistem em:

- Descarregamento e escoramento da estrutura;
- Tratamento das superfícies;
- Colocação das chapas;
- Fixação por adesivo e/ou chumbador;
- Desmontagem do sistema de escoramento e aperto;
- Proteção do reforço contra corrosão e ação do fogo.

A superfície do concreto deve ser devidamente preparada, segundo Bloxham (1980), com o intuito de remover impurezas, remover o concreto degradado, aumentar a rugosidade do material e expor parcialmente o agregado graúdo.

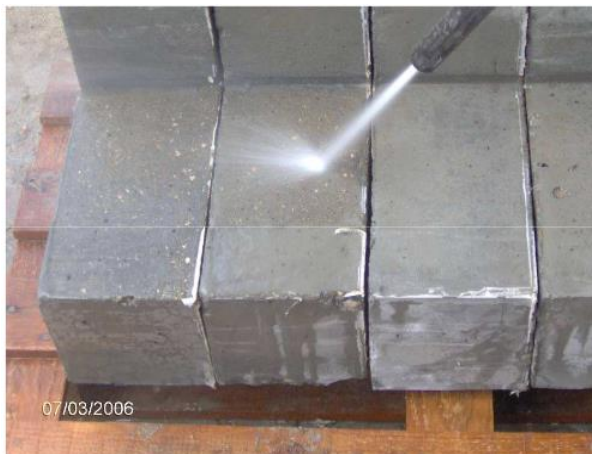
A rugosidade da superfície do concreto é fundamental para o aumento da aderência com o adesivo. Esta rugosidade deve ser uniforme e pequena. A rugosidade elevada aumenta

a espessura do adesivo, reduzindo a resistência deste, assim como possibilita a formação de bolhas facilitando o desprendimento entre os materiais ligados. Já a superfície lisa dificulta a aderência entre os materiais além de poder incompatibilizar o contato entre o aço e o concreto.

Uma superfície muito rugosa, resultado de problemas executivos ou pelo desgaste decorrente do uso, necessita de corte do concreto e polimento para reestabelecer as condições normais do material a ser reforçado. Este polimento, segundo Souza e Ripper (1998), pode ser feito por meio da ação de pedras apropriadas de polir, lixadeiras portáteis, ou máquinas de polir pesadas.

O mesmo autor ainda informa que para uniformizar a rugosidade, é comum fazer o uso de jatos de areia (com ou sem água). Esta técnica também pode ser utilizada para a limpeza do substrato. Caso não seja possível o uso de jatos de areia, a regularização pode ser feita através do apicoamento, manual ou mecânico, atentando-se para não aumentar a espessura da rugosidade, como pode ser visto na Figura 2.12. Após a uniformização da rugosidade é necessária limpeza da superfície de concreto por meio de jatos de água sob pressão ou jatos de ar comprimido.

**Figura 2.12 – Aumento da rugosidade da superfície do concreto**



Jato de água



Martelo de agulha

Fonte: Appleton (2011)

Souza e Ripper (1998) ainda informam que, caso haja segregação do concreto, o mesmo deverá ser cortado. Tal procedimento faz-se necessário para garantir a perfeita ligação entre o reforço e o material, evitando um possível ponto de descolamento entre os materiais.



Além disso, a remoção do concreto segregado previne um possível ponto de corrosão das armaduras na estrutura.

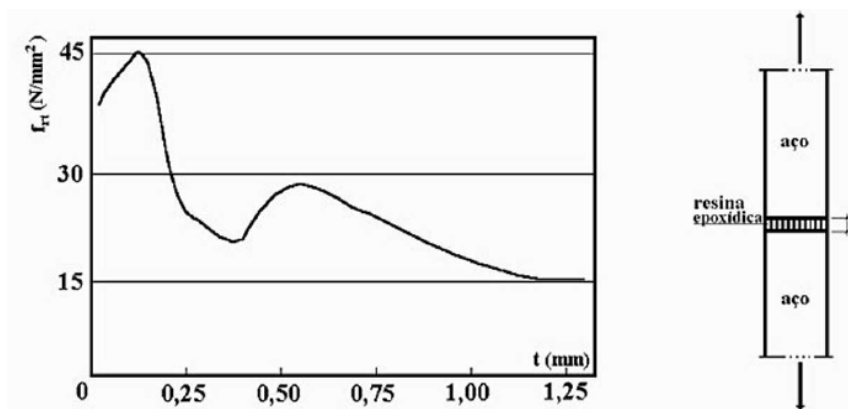
As fissuras presentes na estrutura a ser reforçada precisam ser tratadas por técnicas adequadas. A técnica mais utilizada é a de injeção de resina do tipo epoxídica, cuja escolha depende da espessura da fissura, temperatura de aplicação, viscosidade e módulo de elasticidade do material.

Os procedimentos de remoção do concreto segregado e tratamento de fissuras são serviços preliminares fundamentais para a técnica de fixação de chapas ou perfis metálicos por injeção de resina, pois estes processos impedem a fuga do material.

Deve-se ter uma atenção especial para que a espessura da resina assuma valores entre 1 e 3 mm, uma vez que a espessura está diretamente ligada a eficiência da ligação, como informa Appleton (1997).

Souza e Ripper (1998) ilustram o comportamento à tração da ligação aço-resina-aço em função da espessura do adesivo, como apresentado na Figura 2.13.

**Figura 2.13 – Espessura da camada de resina x tensão de tração correspondente**



Fonte: Souza e Ripper (1998)

Na sequência de sua abordagem, Souza e Ripper (1998) ainda fazem as seguintes afirmações:

- a) a resistência à tração das resinas ( $f_{rt}$ ) é muito superior à do concreto, sendo esta diferença diretamente dependente da espessura da camada da resina;
- b) a resistência à adesão (resistência ao cisalhamento) deve ser tomada igual à  $f_{ct}$  (resistência à tração do concreto).

Assim, pelo exposto, infere-se que a espessura de cola deva sempre ser pequena, da ordem do milímetro, e que é a resistência característica do concreto à tração que condiciona a

resistência última da ligação, pelo que será perigoso estabelecer-se sistemas de reforço deste tipo para concretos com  $f_{ck} < 17,5$  MPa.

Santos (2008) recomenda que a resistência característica à compressão do concreto seja superior a 16 MPa e que o aço de reforço tenha tensão de escoamento inferior à 400 MPa para explorar, no Estado-Limite Último, a sua plasticidade. Cánovas (1985) aconselha não empregar este sistema de reforço em concretos de baixas resistências, uma vez que o aço não melhora as propriedades do concreto.

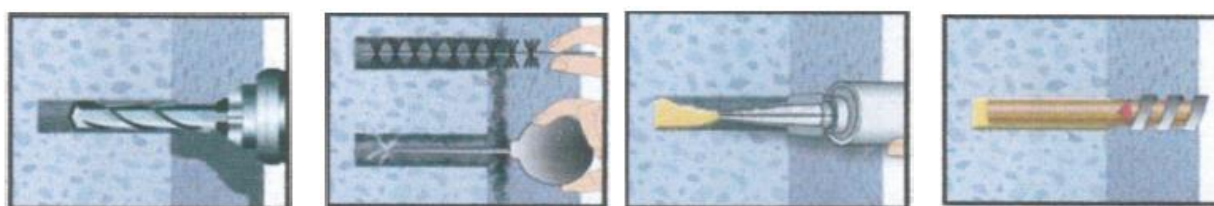
Uma opção para concretos com resistência característica menor do que o indicado anteriormente é efetuar a ligação através de chumbadores, aumentando a eficiência da mesma.

Cánovas (1985) observou em seus ensaios que as resinas que se comportaram bem em relação a cargas estáticas de curta duração, não tiveram resultados satisfatórios quando estas cargas se mantiveram durante longo tempo ou quando eram dinâmicas.

Nas análises dos ensaios à flexão, Cánovas (1985) constatou que a espessura da resina não tem influência significativa quando os ensaios se realizaram com cargas de curta duração. No entanto, no caso de cargas permanentes, quanto maior a espessura da resina, menos eficaz é reforço, devendo a mesma não ultrapassar 1,5mm.

Quando se opta pelo uso de chumbadores metálicos por aderência química, é necessária a realização de furação prévia, com diâmetro recomendado pelo fornecedor, seguido de limpeza por meio de ar comprimido, escovação e aspiração, garantindo a completa remoção de impurezas no furo como ilustra a Figura 2.14.

**Figura 2.14 – Procedimento para inserção de chumbadores químicos**



Furação

Limpeza

Injeção de resina

Inserção da barra

Fonte: Adaptado de HARD

Appleton (1997) alerta que as chapas de aço e perfis metálicos devem, após a fabricação, serem decapadas e protegidas com uma película plástica para o seu transporte e manuseio. Esta película só deve ser removida imediatamente antes da sua aplicação. Souza e Ripper (1998) complementam que, previamente à decapagem, a superfície deve ser

desengordurada com tricloruretano. Sahib (200) recomenda o uso do tricloroetileno e o tetracloreto de carbono para desengordurar a superfície metálica.

No caso do reforço ser feito através de simples colagem, Appleton (1997) afirma que, após a preparação da superfície do concreto, efetua-se uma pintura com resina fluida seguida de uma camada de resina com carga de areia silicosa. Após esta operação aplica-se nas chapas, posicionadas através de chumbadores e/ou prumos, uma pressão da ordem de 0,1 a 0,5 MPa por cerca de sete dias, quando, aproximadamente, 90% da resistência da resina é atingida. Cánovas (1985) recomenda exercer esta pressão por um tempo, nunca inferior a 24 horas, e que varia em função da temperatura e da reação da formulação epóxi utilizada.

Esta pressão poderá ser feita através de pranchas de madeiras posicionadas sobre escoras metálicas ajustáveis e mantida até o total endurecimento da resina conforme ilustra a Figura 2.15. Neste processo, deve-se estar atento para o controle da espessura da resina.

**Figura 2.15 – Mecanismo de pressão em reforços de chapas coladas**



Fonte: Brosens (2001)

Outro cuidado muito importante é o tempo de aplicação da resina e a temperatura de aplicação. A Tabela 2.1 apresenta o tempo de trabalhabilidade (*pot life*) em função da temperatura. Este tempo varia muito para cada adesivo. Portanto, a escolha do mesmo deve ser feita levando-se em consideração todos os processos executivos para a correta previsão do tempo de manuseio do produto.

Segundo Taljsten (1994), *pot life* é o tempo que se tem para trabalhar com a cola depois de misturar a resina com o endurecedor antes de a mesma começar a endurecer. *Open time* é o tempo que se tem após a cola ter sido aplicada nos materiais até uni-los.

**Tabela 2.1 – *Pot life* e *Open time* como função da temperatura para um adesivo epóxi**

<b>Temperatura</b>	<b><i>Pot life</i></b>	<b><i>Open time</i></b>
<b>[°C]</b>	<b>[min]</b>	<b>[min]</b>
10	> 90	> 120
20	20 - 90	30 - 120
30	< 20	< 30

Fonte: Taljsten (1994)

Bloxham (1980) informa que a maioria das resinas epóxi reage entre 4°C e 65°C, sendo difícil de misturar a temperaturas abaixo de 15°C, porém com o *pot life* muito reduzido acima de 37°C.

Nos casos da ligação do reforço ser feita por meio da injeção de resina, após o posicionamento da chapa (ou perfil) com o uso de chumbadores ou prumos, deve-se vedar todo o perímetro, inclusive ao redor dos parafusos, com exceção dos pontos onde serão inseridos os tubos de plástico (a cada 20cm) para a injeção da cola – feita por bomba elétrica adequada ao serviço.

Quando se prevê ações cíclicas de fadiga, Cánovas (1985) recomenda que se utilizem chapas inteiriças. Se não for possível, deverá ser feita solda de topo nas chapas adjacentes reforçando esta ligação com uma chapa de mesmas dimensões colada sobre a junta com o mesmo adesivo.

Souza e Ripper (1998) informam que no reforço metálico deve ser aplicada pintura anticorrosiva para evitar perda de resistência do elemento estrutural. As soldas que se fizerem necessárias para ligar as peças metálicas devem ser realizadas após a colagem. Estas soldas devem ser limpas com escova de aço antes da aplicação da pintura anticorrosiva.

O reforço, segundo Branco (2012), também deve ser protegido ao aumento da temperatura e à ação do fogo para evitar a deterioração da resina. Isso pode ser feito por meio de argamassa de projeção resistente à ação do fogo, como também por envolvimento da peça com manta de fibra cerâmica (ou lã de rocha), tintas intumescentes, argamassas à base de vermiculite ou alguma barreira física (como placa de gesso). A proteção ao fogo deve garantir no mínimo 30 minutos de exposição ao calor.

### 2.4.2 Adesivo estrutural

As normas brasileiras não fornecem informações e especificações para a técnica de colagem de materiais para reforço em concreto. Desta forma, para obter subsídios de projeto é necessária a pesquisa em normativas internacionais. A norma americana ACI 503.5R (2003) apresenta os seguintes tipos de adesivos poliméricos para o uso com concreto:

- a) Epóxi;
- b) Poliester;
- c) Acrílico;
- d) Polisulfídico;
- e) Poliuretano;
- f) Silicone.

Os adesivos epóxis são os mais utilizados na construção civil. Eles possuem alta aderência ao concreto devido à baixa retração com a cura, baixa tensão superficial e propriedades moleculares que aumentam a sua aderência com diversos materiais, sendo muito tolerante à alcalinidade do concreto.

Taljsten (1994) informa que as propriedades mecânicas dos adesivos variam de acordo com a temperatura e umidade. A Tabela 2.2 apresenta as faixas de valores para diversas propriedades fazendo comparação com as propriedades do concreto e aço. O autor enfatiza que a diferença entre os módulos de elasticidade do adesivo e do concreto gera grande concentração de tensões no final da ligação da chapa de aço.

**Tabela 2.2 – Comparação das propriedades do adesivo epóxi (testado a 20°C)**

Propriedade	Adesivo Epóxi	Concreto	Aço
Resistência a compressão [MPa]	55-110	25-150	200-2000
Resistência a tração [MPa]	9-20	1-4	200-2000
Módulo de elasticidade [GPa]	0,5-20	20-50	aprox. 200
Coef. de variação térmica [ $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ]	25-30	8-16	10-15
Densidade [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	1450-1550	aprox. 2300	aprox. 7800
Coeficiente de Poisson [ $\nu$ ]	0,3	0,2	0,3

Fonte: Taljsten (1994)

A escolha do adesivo depende muito das propriedades do material que se deseja utilizar e das condições ambientais da instalação. A norma ACI 503.5R (2003) apresenta alguns fatores que devem ser verificados para a escolha do adesivo. Entre eles estão: a verificação do tipo e magnitude do carregamento – sendo preciso a definição da direção (tração, compressão, cisalhamento ou flexão); a variação (estática ou dinâmica); a duração e a frequência – e das condições durante a aplicação – aqui inclui a verificação da contaminação das superfícies; a temperatura das superfícies de contato; a umidade do substrato e as condições de acesso ao local de trabalho (pode indicar um tempo maior para a aplicação do adesivo).

A mesma norma apresenta um quadro para auxiliar na escolha do tipo de adesivo em função do desempenho do mesmo e das condições ambientais no momento da instalação. Uma adaptação destes quadros está apresentada nos Quadros 2.1 e 2.2. A norma deixa claro que tudo o que ela apresenta é baseado em dados genéricos, mas que as informações dos fabricantes prevalecem, uma vez que muita variação pode ocorrer de acordo com os processos de fabricação.

Observando os Quadros 2.1 e 2.2, verifica-se que a ligação entre concreto e aço se enquadra na condição “Concreto endurecido com outros materiais com CTE e EM similar”, sendo o adesivo do tipo epóxi o mais recomendado para condições diversas.

Van Gemert e Maesschalck (1983) informam que o adesivo epóxi é o mais conveniente para a adesão entre o aço e o concreto, pois apresenta excelente ligação tanto com o concreto, quanto com o aço; sua retração no endurecimento é muito pequena, praticamente nula; e é quimicamente inerte em ambientes ácidos e básicos.

As primeiras aplicações práticas de resinas epóxi, segundo Charif (1983), ocorreram na Alemanha na década de 1930. A primeira patente sobre o epóxi foi feita na Suíça, em 1936, pelo Dr. Castan. Após este acontecimento, nos EUA, foram desenvolvidas diversas formulações para o produto. A produção em escala foi iniciada na década de 50. Na construção civil industrial, o epóxi foi utilizado pela primeira vez em 1948 para unir dois elementos de concreto endurecido. Desde então, os epóxios tornaram-se amplamente utilizados na engenharia civil como revestimentos, selantes de fissuras, adesivos, etc.

**Quadro 2.1 – Uso dos adesivos de acordo com os requisitos de desempenho**

Condições para o uso de adesivo	Requisitos de desempenho para os adesivos					
	Resistência da ligação (ASTM C 882)		Resistência à água		Resistência à temperatura	
	> 2000 psi (13,8 MPa)	< 2000 psi (13,8 MPa)	Úmido	Submerso	< 32°F (0°C)	> 120°F (49°C)
Concreto novo com concreto endurecido	E	E, SB, PVA, PAE, VAC	E, PAE, SB, VAE	E	E, A, SB, PA	E, A, SB, PA
Concreto endurecido com Concreto endurecido	E, P, M	E, P, M, PP, S	E, P, M, PP	E, P, M, PP	E, P, M, PP, S	E
Concreto fissurado	E, P, M	E, P, M, SB, PAE	E, P, M	E, P, M	E, P, M	E
Concreto endurecido com outros materiais com CTE e EM similar	E, P, M	E, P, M, PP, S	E, P, M	E, M	E, P, M	E, P, M
Concreto endurecido com outros materiais com CTE e EM diferente	E, PP	E, PP, S	E, PP	E, PP	E, PP	E, PP
Ancoragem de chumbadores	E, P, M	E, P, M	E, P, M	E, P, M	E, P, M	E, P, M

**Abreviações:**

E: epóxi	SB: Latex Estireno-Butadieno
P: poliéster	PVA: Latex Acetato Polivinil
M: Monômero Metil Metacrilato	CTE: Coeficiente de expansão térmico
PP: Polisulfídico e Poliuretano	EM: Módulo de elasticidade
S: Silicone	VAC: Latex Copolímero de Acetato de Vinil
PAE: Latex acrílico	

Fonte: Adaptado de ACI 503.5R (2003)

**Quadro 2.2 – Uso dos adesivos de acordo com os requisitos de aplicação**

Condições para o uso de adesivo	Requisitos de aplicação do adesivo				
	Resistência à água		Resistência à temperatura		Capacidade de fluir para espaços vazios
	Substrato úmido	Substrato submerso	< 32°F (0°C)	> 100°F (38°C)	
Concreto novo com concreto endurecido	E, PAE, SB, PVA, VAC	-	-	-	-
Concreto endurecido com Concreto endurecido	E	E	E, M	E, P, M	-
Concreto fissurado	E, SB, PAE	E	E, M	E, P, M	E, P, M
Concreto endurecido com outros materiais com CTE e EM similar	E	E	E, M	E, P, M	-
Concreto endurecido com outros materiais com CTE e EM diferente	E	E, PP	E, PP	E, PP	-
Ancoragem de chumbadores	E	E	E, M	E, P, M	E, P, M

**Abreviações:**

E: epóxi	SB: Latex Estireno-Butadieno
P: poliéster	PVA: Latex Acetato Polivinil
M: Monômero Metil Metacrilato	CTE: Coeficiente de dilatação térmico
PP: Polissulfídico e Poliuretano	EM: Módulo de elasticidade
S: Silicone	VAC: Latex Copolímero de Acetato de Vinil
PAE: Latex acrílico	

Fonte: Adaptado de ACI 503.5R (2003)

A norma americana ASTM C 881 (1987) foi desenvolvida para auxiliar engenheiros na escolha do tipo de resina epóxi a ser utilizada em condições particulares de aplicações. Para isto, foram criadas formas de classificação de acordo com alguns fatores que estão apresentados a seguir.

Classificação baseada na aplicação e nas propriedades físicas do material:

- a) Tipo I: ligação entre concreto endurecido com concreto endurecido, ou outros materiais em membros que não suportam cargas;



- b) Tipo II: ligação entre concreto novo com concreto endurecido em membros que não suportam cargas;
- c) Tipo III: ligação entre materiais que necessitam de resistência a derrapagens com concreto endurecido e como ligante entre argamassa, ou concreto epóxi, em superfícies sujeitas ao tráfego ou movimentos mecânicos ou térmicos;
- d) Tipo IV: ligação entre concreto endurecido com concreto endurecido, ou outros materiais em estruturas que suportam cargas;
- e) Tipo V: ligação entre concreto novo com concreto endurecido em estruturas que suportam cargas;
- f) Tipo VI: colagem e selamento em elementos pré-moldados com aparecimento de tensões internas temporárias no pós-tensionamento;
- g) Tipo VII: colagem e selamento em elementos pré-moldados sem o aparecimento de tensões internas temporárias no pós-tensionamento.

Classificação baseada na viscosidade do material:

- a) Grade 1: baixa viscosidade (max 2000 cps);
- b) Grade 2: média viscosidade (2000 a 10000 cps);
- c) Grade 3: sem classificação de consistência.

Classificação de acordo com a temperatura em que o epóxi é aplicado:

- a) Classe A: para uso com temperatura abaixo de 4,5°C, com limite inferior definido pelo fabricante;
- b) Classe B: para uso com temperatura entre 4,5°C e 15,5°C;
- c) Classe C: para uso com temperatura acima de 15,5°C, com limite superior definido pelo fabricante;
- d) Classe D: para uso com temperatura entre 4,5°C e 18,0°C;
- e) Classe E: para uso com temperatura entre 15,5°C e 26,5°C;
- f) Classe F: para uso com temperatura entre 15,5°C e 26,5°C;

As Classes A, B e C são para epóxi do Tipo I a V e as Classes D, E e F para os tipos VI e VII. A temperatura em questão é a da superfície do concreto.

Sistemas de resinas epóxi, em conformidade com a norma ASTM C 881 (1987) tipos I, II, IV, e V, têm módulo de elasticidade relativamente elevado, necessário na maioria das aplicações de colagens.

### 2.4.3 Perfis metálicos

O aço é uma liga de ferro com carbono na qual é variada a porcentagem deste material para obter resistências diferentes. O carbono aumenta a resistência do aço, contudo o torna mais frágil. Aço com baixo teor de carbono tem menor resistência à tração, porém são mais dúcteis. Para mudanças nas propriedades físicas e mecânicas, outros elementos podem ser adicionados a esta liga.

Pfeil (2008) classifica os aços estruturais como aço-carbono e aço de baixa liga. As estruturas usuais utilizam aço com baixo teor de carbono, pois podem ser soldados sem precauções especiais. Os principais tipos de aço-carbono, segundo a ABNT, ASTM e normas européias EN, são apresentados no Quadro 2.3.

**Quadro 2.3 – Propriedades mecânicas de aço-carbono**

Especificação	Teor de carbono %	Limite de escoamento $f_y$ [MPa]	Resistência à ruptura $f_u$ [MPa]
ABNT MR 250	baixo	250	400
ASTM A 36	0,25-0,29	250	400-500
ASTM A 307 (parafuso)	baixo	-	415
ASTM A 325 (parafuso)	médio	635	825
EN S 235	baixo	235	360

Fonte: Adaptado de Pfeil (2008)

Os aços de baixa liga são aços-carbono acrescidos de elementos de liga (cromo, cromo, manganês, molibidênio, níquel, fósforo, vanádio, zircônio), os quais melhoram algumas propriedades mecânicas. O Quadro 2.4 apresenta alguns dos tipos de aços de baixa liga em estruturas.

**Quadro 2.4 – Propriedades mecânicas de aços de baixa liga**

Especificação	Principais elementos de liga	Limite de escoamento $f_y$ [MPa]	Resistência à ruptura $f_u$ [MPa]
ASTM 572 Gr50	C<0,23% Mn<1,35%	345	450
ASTM A 588	C<0,17% Mn<1,2% Cu<0,50%	345	485
ASTM A 992	C<0,23% Mn<1,5%	345	450

Fonte: Pfeil (2008)

Segundo a NBR 7007 (2011) os aços podem ser enquadrados, de acordo com sua propriedade mecânica, em: MR 250, AR 350, AR 415 e AR 350 COR, onde MR significa média resistência, AR alta resistência e COR maior resistência à corrosão atmosférica. No Quadro 2.5 são apresentadas as propriedades mecânicas para estes aços.

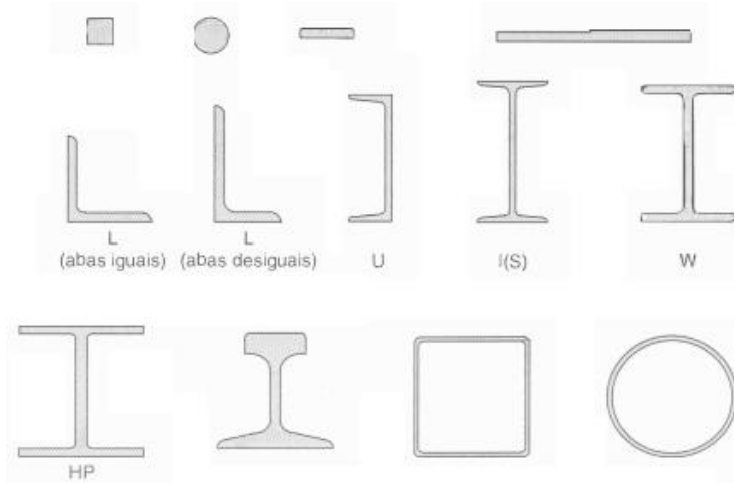
**Quadro 2.5 – Propriedades mecânicas, segundo NBR 8007 (2011)**

Grau do aço	Limite de escoamento $f_y$ [MPa]	Resistência à tração [MPa]	Alongamento mínimo após a ruptura % $L_0=200$ mm
MR 250	250	400-560	20,0
AR 350	350	Mín. 450	18,0
AR 350 COR	350	Mín. 485	18,0
AR 415	415	Mín. 520	16,0

Fonte: NBR 7007 (2011)

Segundo Pfeil (2008), a laminação é o processo pelo qual o aço é transformado nos principais produtos siderúrgicos utilizados pela indústria da construção, a saber, barras, chapas e perfis laminados. Os laminadores produzem perfis de grande eficiência estrutural, em forma de H, I, C e L. Na Figura 2.16 estão apresentados os principais produtos laminados.

**Figura 2.16 – Principais produtos siderúrgicos laminados**



Fonte: Adaptado de Pfeil (2008)

Segundo Gerdau (2017,a) e (2017,b) os perfis I e U são produzidos normalmente segundo as normas ASTM A36, mas também podem ser fabricados, sob encomenda, em ASTM A572 e ASTM A588. Já as cantoneiras podem ser produzidas segundo ASTM A36,

ASTM A572 grau 50 ou 60 ou AR 415. O Quadro 2.6 apresenta as principais características e propriedades mecânicas dos aços utilizados nos cálculos estruturais.

**Quadro 2.6 – Principais produtos siderúrgicos laminados**

NORMA	CARACTERÍSTICAS	PRINCIPAIS APLICAÇÕES	PRINCIPAIS PRODUTOS
ASTM A36/ NBR 7007 MR 250	Aço carbono com finalidade de utilização estrutural e em aplicações comuns	Estruturas metálicas em geral, serralheria, passarelas, máquinas e implementos agrícolas, implementos rodoferroviários	Cantoneira, Barra Redonda, Barra Quadrada, Barra Chata, Perfil I, Perfil U, Perfil T e Perfil Estrela
ASTM A572 / NBR 7007 AR 350 ou AR 415	Aço estrutural de baixa liga e alta resistência utilizado em estruturas metálicas a fim de reduzir o peso em virtude de sua maior resistência mecânica se comparado com um aço carbono de uso comum.	Torres de transmissão de energia e de telecomunicações, estruturas metálicas em geral, passarelas, máquinas e implementos agrícolas, implementos rodoferroviários.	Cantoneira e Barra Chata.
*ASTM A588 / NBR 7007 AR 350 COR	Aço estrutural de baixa liga e alta resistência desenvolvido para estruturas metálicas a fim de reduzir o peso em virtude da resistência mecânica mais elevada, com maior resistência à corrosão atmosférica, quando comparado com um aço carbono de uso comum.	Estruturas metálicas em geral, máquinas e implementos agrícolas, implementos rodoferroviários e demais aplicações em que seja necessária proteção adicional contra a corrosão atmosférica aliada a uma maior resistência mecânica.	Cantoneira, Barra Redonda, Barra Chata, Perfil I, Perfil U e Perfil T.

**Tabela de Propriedades Mecânicas Referencial**

Propriedades Mecânicas					
Especificação	Equivalência NBR 7007	Limite de Escoamento Mín. (MPa)	Limite de Resistência (MPa)	Alongamento 200mm (%)	Alongamento 50mm (%)
ASTM A36	MR 250	250	400-550	20	21
ASTM A572 Grau 50	AR 350	350	450 mín.	18	21
ASTM A572 Grau 60	AR 415	415	520 mín.	16	18
ASTM A588	AR 350 COR	350	485 mín.	18	21

Fonte: Adaptado de Gerdau (2017,c)

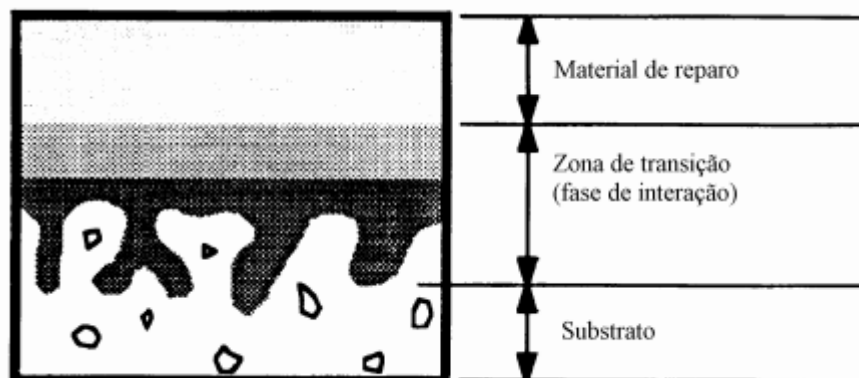
Segundo recomendação de Appleton (1997), é preferível o uso do aço ASTM A36 nos serviços de reforços estruturais com chapas metálicas. Santos (2008) recomenda que a tensão de escoamento do reforço não deve ser superior a 400 MPa. Portanto, segundo a classificação das normas brasileiras, podem ser utilizados os perfis de aço laminados fabricados com MR 250, AR 350 e o AR 350 COR. Este último tem a vantagem de ter maior proteção contra corrosão.

### 3. TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS PARA O REFORÇO

Uma seção de concreto armado reforçada é idealizada como uma estrutura monolítica, cujas deformações são lineares ao longo de toda sua altura, no caso de vigas em Regiões B. As armaduras coladas externamente só são eficientes se houver a transferência de esforços do concreto para o reforço. Esta transferência se dá por meio de um adesivo, geralmente epóxi, que faz a ligação entre os materiais.

O mecanismo de transferência de esforços entre o reforço e a seção de concreto se dá com o surgimento de tensões de cisalhamento na zona de transição (ver Figura 3.1) entre os materiais. Uma vez que estes possuem rigidez diferentes, as tensões normais na ligação entre eles também são diferentes. Reis (1998) informa que esta transferência pode ocorrer de três maneiras: adesão, atrito e ação mecânica.

**Figura 3.1 – Modelo idealizado de um sistema de reparo estrutural**



Fonte: Reis (1998)

Nas ligações efetuadas por meio de adesivos, a primeira parcela de resistência é fornecida pela adesão proporcionada pela cola. Com o aumento das tensões cisalhantes, surgirão fissuras na interface seguidas de deslizamento entre os materiais. Neste momento, as parcelas do atrito e ação mecânica são solicitadas.

Segundo Reis (1998), para dimensionar as ligações, é preciso estimar as tensões de cisalhamento existentes na interface entre os materiais, que pode ser feito das seguintes maneiras:

a) Equação elástica

Uma das maneiras de avaliar essa tensão solicitante na interface é através da expressão da Resistência dos Materiais, válida para materiais no regime elástico linear, conforme Equação 3.1.

$$\tau_{sd} = \frac{V_d * S}{I * b} \quad (3.1)$$

em que,  $\tau_{sd}$ : tensão de cisalhamento de cálculo que atua na interface da ligação;  
 $V_d$ : força cortante de cálculo que atua na seção em estudo;  
 $S$ : momento estático da área que fica acima, ou abaixo, da profundidade da viga que se deseja calcular a tensão de cisalhamento;  
 $I$ : momento de inércia em torno do eixo neutro para a seção não fissurada;  
 $b$ : largura da seção transversal na profundidade da viga que se deseja calcular a tensão de cisalhamento.

b) Equilíbrio de forças horizontais

Nesse caso, a tensão na interface pode ser obtida calculando a resultante de compressão, ou de tração, na seção de momento fletor máximo e promover sua transferência pela interface, através de tensões de cisalhamento horizontais, no trecho compreendido entre os pontos de momento fletor máximo e momento fletor nulo.

$$\tau_{sd} = \frac{R_d}{b * a_v} \leq \frac{A_s * f_{yd}}{b * a_v} \quad (3.2)$$

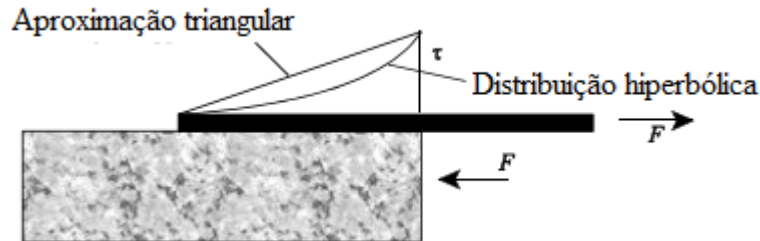
em que,  $R_d$  é a força de cálculo na interface;  
 $b$  é a largura da interface;  
 $a_v$  é distância entre pontos de momentos máximo e nulo;  
 $A_s$  é a área de aço da armadura de reforço;  
 $f_{yd}$  é a tensão de escoamento do reforço.

### 3.1 COMPRIMENTO DE ANCORAGEM PARA CISALHAMENTO PURO EM CHAPAS COLADAS COM ADESIVO EPÓXI

No ensaio de cisalhamento puro, segundo Brosens (2001), uma distribuição hiperbólica das tensões de cisalhamento ao longo da linha da ligação é obtida quando são

utilizadas as propriedades lineares dos materiais, sendo a máxima tensão de cisalhamento encontrada na face em que a força é aplicada, como pode ser ilustrado na Figura 3.2.

**Figura 3.2 – Distribuição de tensão de cisalhamento no ensaio de cisalhamento puro**

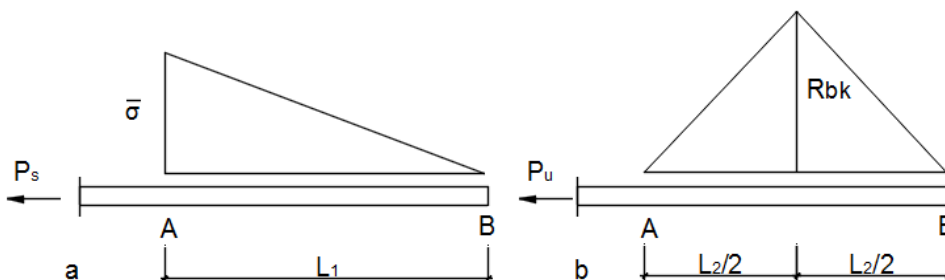


Fonte: Adaptado de Brosens (2001)

De acordo com Van Gemert (1980), para casos práticos de projetos, esta distribuição hiperbólica da tensão de cisalhamento, pode ser simplificada por uma aproximação triangular, como pode ser visto na Figura 3.3. Para este autor, dois comprimentos de ancoragens precisam ser verificados, adotando-se o maior como comprimento de projeto – o primeiro para o carregamento de serviço (parte “a” da Figura 3.3) e o segundo para o carregamento último (parte “b” da Figura 3.3).

A mudança de posição da máxima tensão de aderência ilustrada na Figura 3.3 para os casos de carga de serviço e última, partes “a” e “b”, respectivamente, se dá pelo aparecimento de microfissuras na região de maior tensão com o aumento da força aplicada, alterando a posição da máxima tensão para o local em que ainda não há fissuras. Quando a força atinge carga última, há um aumento considerável das espessuras das fissuras, sendo este trecho incapaz de transmitir esforços da ligação, reduzindo a área de transferência, e, conseqüentemente, rompendo a ligação.

**Figura 3.3 – Distribuição de tensões de cisalhamento (a) para carregamento de serviço e (b) para carregamento último**



Fonte: Van Gemert (1980)

Segundo Van Gemert (1980), no cálculo do comprimento de ancoragem para a situação de serviço, a tensão resistente ao cisalhamento da ligação é aproximadamente igual à resistência obtida pelo método *pull-off*. Já para a verificação da carga última, a tensão de cisalhamento é igual a resistência característica a tração do concreto.

Van Gemert (1980) propõe a Equação 3.3 para o cálculo do comprimento de ancoragem.

$$F_{max} = \frac{b * L}{2} * f_{ctk} \quad (3.3)$$

em que,  $F_{max}$ : força máxima de cálculo aplicada na chapa de reforço;

$b$ : largura da chapa metálica;

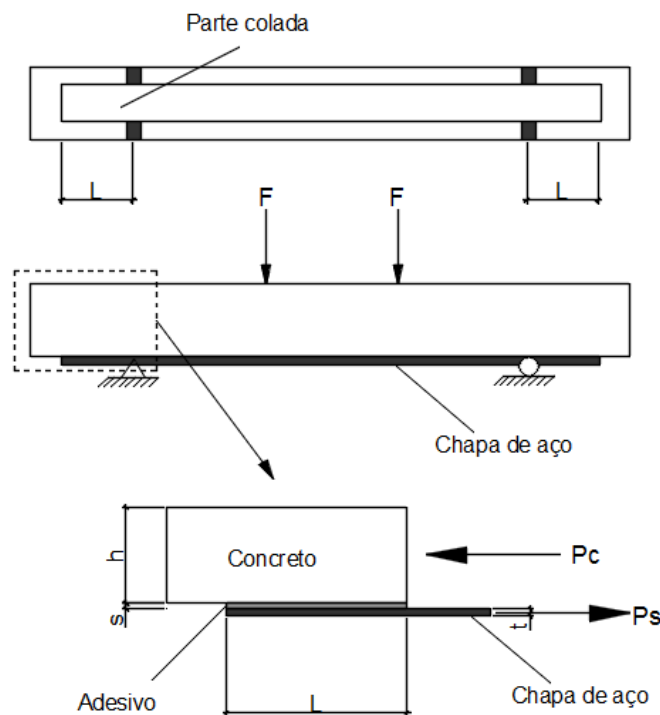
$L$ : comprimento de ancoragem;

$f_{ctk}$ : resistência característica à tração do concreto.

Brosens (2001) deduz a distribuição da tensão de cisalhamento com a forma hiperbólica e a compara com a triangular definida por Van Gemert (1980) e conclui que há uma disparidade de apenas 3% no cálculo do comprimento de ancoragem.

Ladner (1981, apud Taljsten, 1994) e Ranish (1982, apud Taljsten, 1994) ensaiaram diversos corpos de prova, configurados conforme Figuras 3.4 e 3.5, para definir o comprimento crítico de ancoragem,  $l_c$ , sendo este comprimento o máximo comprimento que influencia no aumento da resistência da ligação.

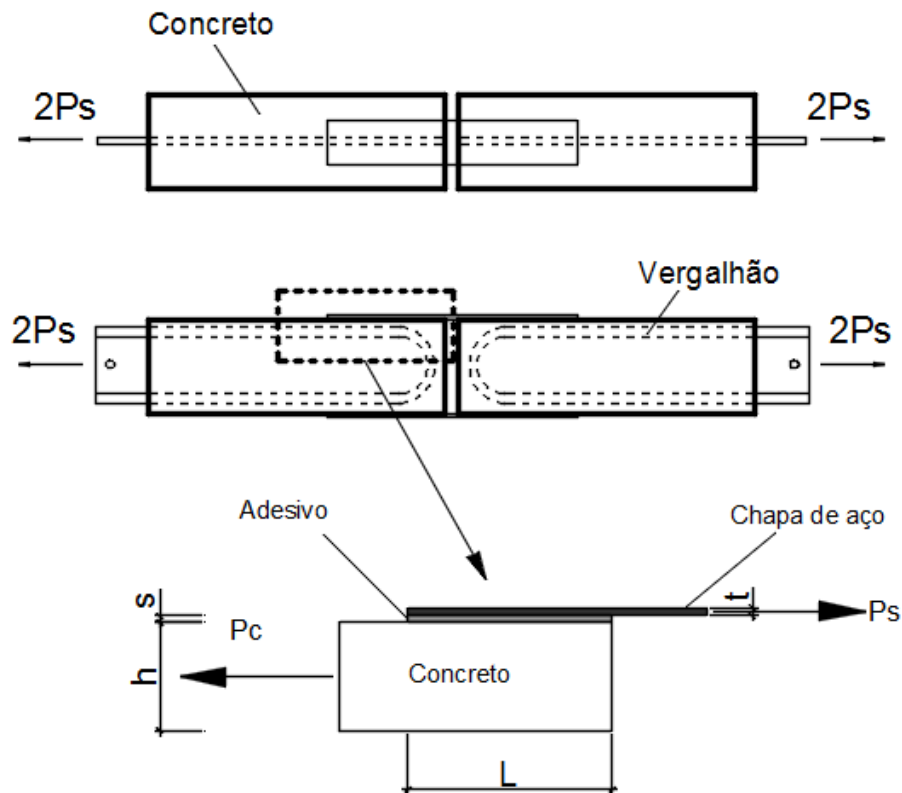
**Figura 3.4 – Modelo de Ladner (1981)**



Fonte: Adaptado de Ladner (1981, apud Taljsten, 1994)



Figura 3.5 – Modelo de Ranisch (1982)



Fonte: Aaptado de Ranisch (1981, *apud* Taljsten, 1994)

Ranisch (1981, *apud* Taljsten, 1994) propõe a Equação 3.4, baseada nos testes e equação de equilíbrio de forças.

$$b_s * t * f_{yd} = l_a * b_s * \frac{f_{ct}}{k_1} \quad (3.4)$$

em que,  $k_1$  é igual a 1,2;  
 $f_{ct}$ : resistência à tração do concreto;  
 $b_s$ : largura da chapa metálica;  
 $l_a$ : comprimento de ancoragem;  
 $f_{yd}$ : tensão de escoamento da chapa metálica;  
 $t$ : espessura da chapa metálica.

Malek (1998) define uma equação para a tensão de cisalhamento com formato hiperbólico em função das características geométricas da ligação e dos esforços internos que estão atuando em uma seção qualquer da viga reforçada e fletida. Tal expressão é dada pela Equação 3.5.

$$\tau(x) = t_p * [b_3 * \sqrt{A} * \cosh(\sqrt{A} * x) - b_3 * \sqrt{A} * \sinh(\sqrt{A} * x) + 2 * b_1 * x + b_2] \quad (3.5)$$

$$A = \frac{G_a}{t_a * t_p * E_p} \quad (3.6)$$

$$b_1 = \frac{y * a_1 * E_p}{I_{tr} * E_c} \quad (3.7)$$

$$b_2 = \frac{y * E_p}{I_{tr} * E_c} * (2 * a_1 * L_0 + a_2) \quad (3.8)$$

$$b_3 = E_p * \left[ \frac{y}{I_{tr} * E_c} * (a_1 * L_0^2 + a_2 * L_0 + a_3) + 2 * b_1 * \frac{t_a * t_p}{G_a} \right] \quad (3.9)$$

$$M(x_0) = a_1 * x_0^2 + a_2 * x_0 + a_3 \quad (3.10)$$

em que,  $\tau(x)$ : tensão de cisalhamento ao longo da viga;  
 $t_p$ : espessura da chapa de reforço;  
 $G_a$ : módulo de elasticidade ao cisalhamento do adesivo;  
 $t_a$ : espessura do adesivo;  
 $E_p$ : módulo de elasticidade longitudinal da chapa de reforço;  
 $y$ : distância do eixo neutro da seção reforçada até o centro da chapa de reforço;  
 $I_{tr}$ : momento de inércia da seção transformada fissurada em relação ao eixo centroidal;  
 $L_0$ : distância do apoio esquerdo até o início da chapa;  
 $M(x_0)$ : momento fletor ao longo da viga, cujo eixo horizontal inicia no apoio esquerdo.

A máxima tensão de cisalhamento calculada pela Equação 3.5 é encontrada no final da chapa de reforço com o valor de

$$\tau_{max} = t_p * (b_3 * \sqrt{A} + b_2) \quad (3.11)$$

Várias equações foram definidas de modo a estudar o comportamento desta distribuição de tensões. Podem-se destacar os trabalhos de Bautechnik (1989), Bloxham (1980), Charif (1983) e Swamy (1987), conforme afirma Taljsten (1994).

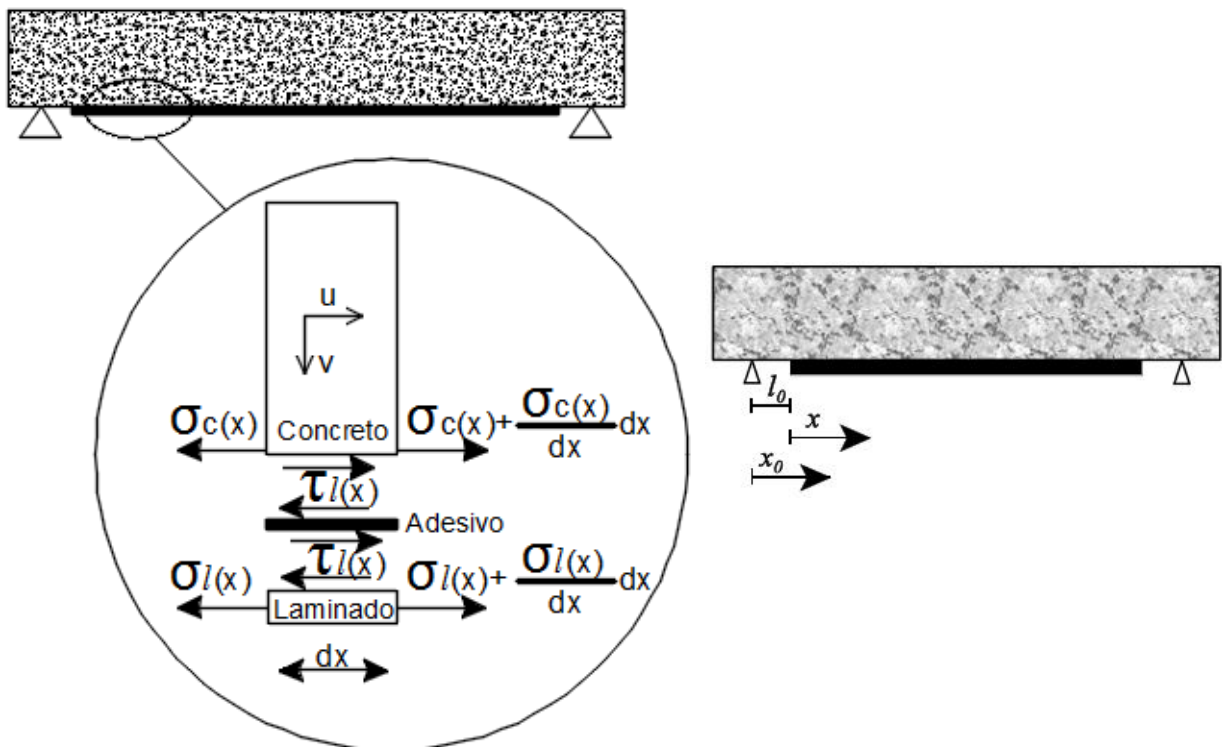
### 3.2 INTERAÇÃO ENTRE TENSÕES NORMAIS E DE CISALHAMENTO EM CHAPAS DE AÇO COLADAS COM ADESIVO EPÓXI

Em vigas de concreto armado submetidas ao reforço à flexão por adição de armaduras externas coladas, seja de aço ou de FRP, seu modo de ruptura pode ser dividido em duas categorias: a ruptura por flexão e a ruptura local. Aquela se dá pelo esmagamento do concreto comprimido ou por deformação excessiva do aço. Esta, por altas tensões na interface entre os materiais e por ruptura por cisalhamento na linha entre o reforço e o concreto atuando.

Em situações reais, a viga está submetida tanto ao momento fletor, quanto à força cortante e a interação entre eles acarreta valores diferentes para as tensões de cisalhamento e normais à linha do adesivo no final da chapa de reforço.

Brosens (2001) propõe as Equações 3.12 e 3.13 para o cálculo da tensão de cisalhamento na interface e a tensão normal atuante na chapa de reforço, considerando um elemento infinitesimal de viga reforçada como ilustrado na Figura 3.6.

**Figura 3.6 – Elemento infinitesimal reforçado para estudo de Brosens**



Fonte: Adaptado de Brosens (2001)

$$\tau_l(x) = [A * \omega * \cosh(\omega * x) + B * \omega * \sinh(\omega * x) + 2 * b_1 * x + b_2] * h_l \quad (3.12)$$

$$\sigma_l(x) = A * \sinh(\omega * x) + B * \cosh(\omega * x) + b_1 * x^2 + b_2 * x + b_3 \quad (3.13)$$

$$A = \frac{b_3 * \omega * \sinh(\omega * l_s) - 2 * b_1 * l_s - b_2}{\omega * \cosh(\omega * l_s)} \quad (3.14)$$

$$B = -b_3 \quad (3.15)$$

$$b_1 = m_l * \frac{\bar{y}_c}{I_{tr}} * a_1 \quad (3.16)$$

$$b_2 = m_l * \frac{\bar{y}_c}{I_{tr}} * (2 * a_1 * l_0 + a_2) \quad (3.17)$$

$$b_3 = m_l * \frac{\bar{y}_c}{I_{tr}} * (a_1 * l_0^2 + a_2 * l_0 + a_3) + \frac{2 * b_1}{\omega^2} \quad (3.18)$$

$$M(x_0) = a_1 * x_0^2 + a_2 * x_0 + a_3 \quad (3.19)$$

$$m_l = \frac{E_l}{E_c} \quad (3.20)$$

$$\omega^2 = \frac{\tau_{lm}}{S_{lm}} * \frac{1}{E_l * h_l} \quad (3.21)$$

em que,

$\tau_l(x)$ : tensão de cisalhamento na linha do adesivo [MPa];

$\sigma_l(x)$ : a tensão normal na chapa de aço [MPa];

$h_l$ : a espessura da chapa de aço [mm];

$E_l$ : módulo de elasticidade da chapa [MPa];

$a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ : coeficientes da equação do momento fletor;

$I_{tr}$ : momento de inércia da seção completa transformada [mm<sup>4</sup>];

$E_c$ : módulo de elasticidade do concreto [MPa];

$l_0$ ,  $x$  e  $x_0$ : distâncias definidas pela Figura 3.6;

$\bar{y}_c$ : distância fa face inferior do concreto até o centróide da seção transformada [mm];

$l_s$ : distância entre a seção com esforço cortante igual a zero, ou que altera o sinal, até o apoio [mm];

$\tau_{lm}$ : máxima tensão de cisalhamento entre o concreto e o reforço sob cisalhamento puro;

$S_{lm}$ : deslizamento entre o reforço e o concreto quando  $\tau_{lm}$  é atingido.

De acordo com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb,  $\tau_{lm}$  e  $S_{lm}$  podem ser calculados, segundo Brosens (2001), pelas Equações 3.22 e 3.23.

$$\tau_{lm} = k_b * k_c * \frac{f_{ctm} * f_{cm}}{f_{ctm} + f_{cm}} \quad (3.22)$$

$$S_{lm} = \tau_{lm} * \left( 2,4 * \frac{h_{ref}}{E_c} + 2,5 * \frac{h_m}{E_m} + n * \frac{h_g}{G_g} \right) \quad (3.23)$$

$$k_b = \frac{k * \left( 2 - \frac{b_l}{b_c} \right)}{\sqrt{\left( 1 + \frac{b_l}{b_{l0}} \right)}} \quad (3.24)$$

$$b_{l0} = \frac{h_{ref}}{k - 1} \quad (3.25)$$

em que,  $h_{ref}$ : distância de influência no concreto, igual a 2,5 a 3 vezes o diâmetro máximo do agregado [mm];

$E_c$ : módulo de elasticidade do concreto [MPa];

$h_m$ : espessura da argamassa de regularização, se houver [mm];

$E_m$ : módulo de elasticidade da argamassa de regularização [MPa];

$n$ : número de camadas do reforço;

$h_g$ : espessura do adesivo [mm];

$G_g$ : módulo de elasticidade transversal do adesivo [MPa];

$f_{ctm}$ : resistência a tração média do concreto [MPa];

$f_{cm}$ : resistência a compressão média do concreto [MPa];

$k_c$ : fator de influência do concreto, igual a 1 se a superfície do concreto for bem preparada;

$b_l$ : largura da placa de reforço [mm];

$b_c$ : largura da seção de concreto

$k$ : fator empírico, igua a 1,47

Para vigas em que o  $l_s$  aproxima-se do centro da viga, a tensão de cisalhamento poderá ser calculada pela Equação 3.26. A primeira parcela desta equação corresponde à concentração de tensões com distribuição hiperbólica nas extremidades da chapa, região de ancoragem, e a segunda parcela, refere-se à tensão existente ao longo da viga calculada pela equação da tensão de cisalhamento clássica da resistência dos materiais, também conhecida como Equação (ou Fórmula) de Jourawski.

$$\tau_l(x) = \underbrace{b_3 h_l \omega [\cosh(\omega x) - \sinh(\omega x)]}_{\text{Ancoragem}} + \underbrace{h_l [2b_1 x + b_2]}_{\text{Jourawski}} \quad (3.26)$$

Para o cálculo da tensão normal à linha do adesivo (*peeling*), Brosens (2001) propõe a Equação 3.27.

$$\sigma_n(x) = \frac{K_n * M_0}{2 * \beta^2 * E_c * I_c} * e^{-\beta * x} * (\cos(\beta * x) - \sin(\beta * x)) \quad (3.27)$$

$$K_n = \frac{E_g}{h_g} \quad (3.28)$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_n * b_l}{4 * E_l * I_l}} \quad (3.29)$$

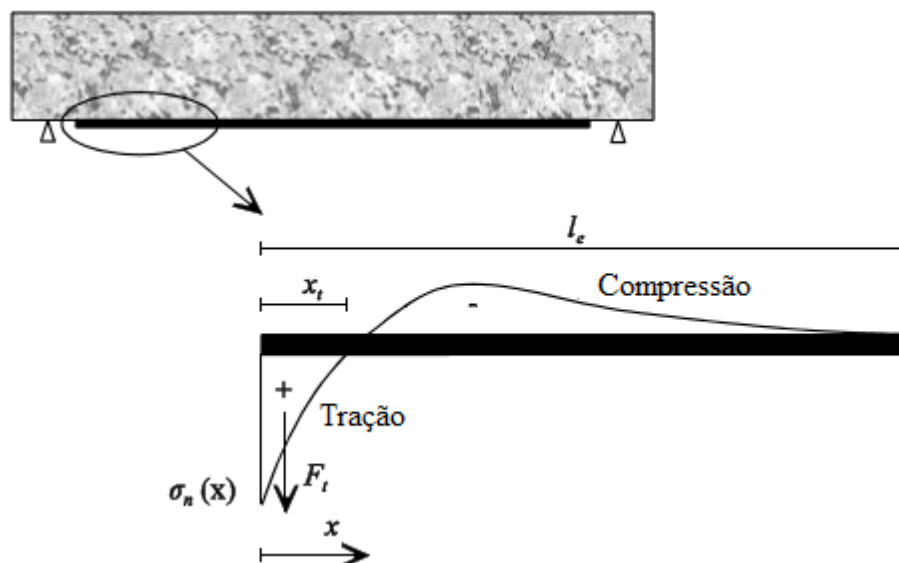
em que,  $M_0$ : momento fletor no início da chapa;  
 $I_c$ : momento de inércia da seção de concreto ( $\text{mm}^4$ );  
 $E_g$ : módulo de elasticidade da cola (MPa);  
 $h_g$ : espessura da cola (mm);  
 $b_l$ : largura da chapa (mm);  
 $I_l$ : momento de inércia da seção da chapa ( $\text{mm}^4$ ).

A Equação 3.27, que estabelece o comportamento da tensão normal a linha do adesivo (*peeling*), apresenta um gráfico com o formato ilustrado na Figura 3.7.

Ainda segundo Brosens (2001), a força de tração total,  $F_t$ , no final da chapa pode ser calculada através da Equação 3.30.

$$F_t = 0,161 * \frac{b_l * K_n * M_0}{\beta^3 * E_c * I_c} \quad (3.30)$$

**Figura 3.7 – Distribuição normal no final do reforço**

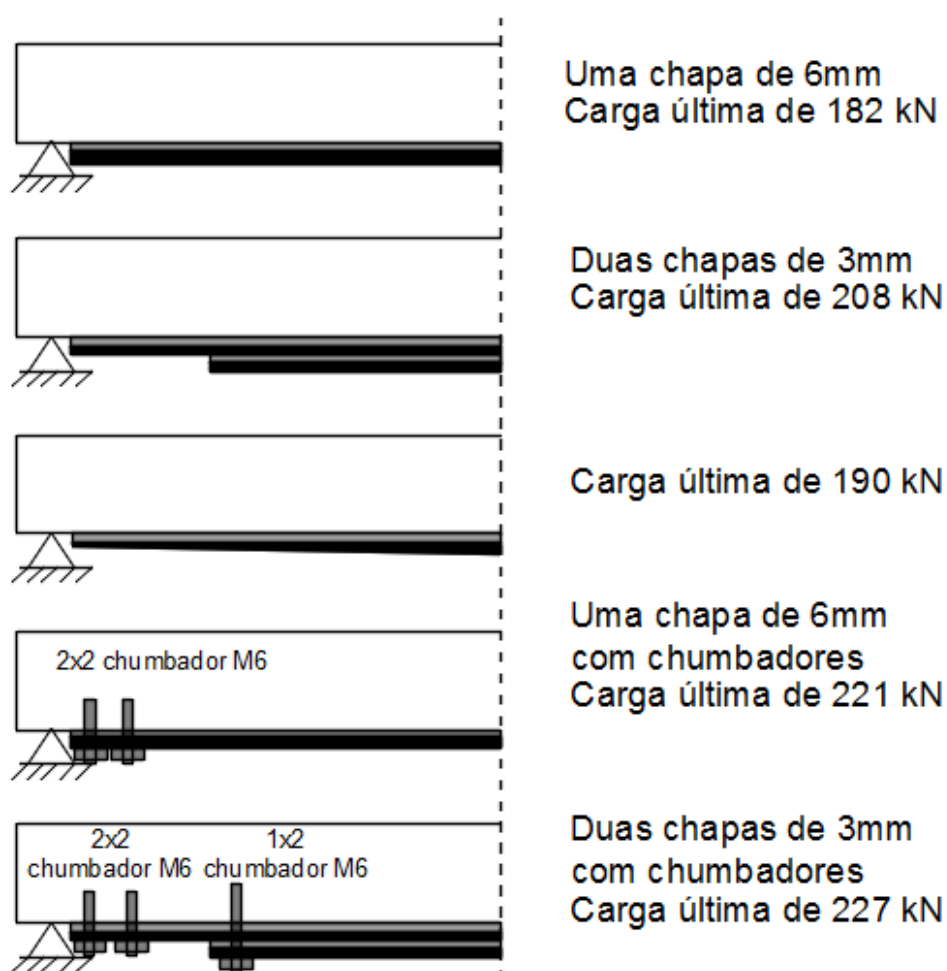


Fonte: Adaptado de Brosens (2001)

Outros trabalhos foram desenvolvidos no intuito de definir o comportamento das tensões no final da chapa de reforço. Destacam-se os trabalhos de Ladner (1983) e de Malek (1998). Várias pesquisas experimentais também foram feitas, podendo ser lembradas as realizadas, segundo Taljsten (1994), por Jones (1980), (1982) e (1983), Johnson et. Al. (1981), Van Gemert (1980), Thelliout (1982), (1988) e (1989), Roberts (1989) e (1990) e Vanêk (1985).

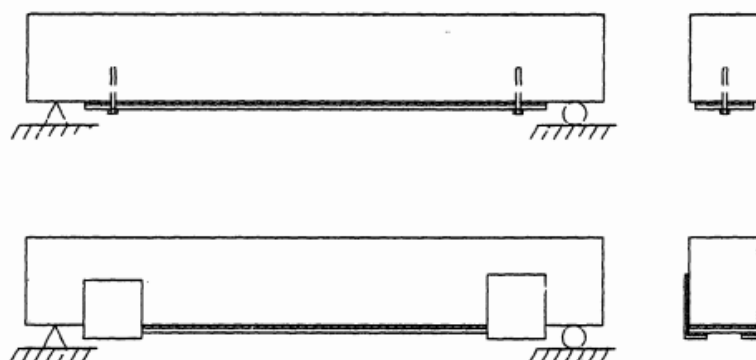
Jones et al (1988, apud Taljsten, 1994) realizou ensaios conforme ilustrado nas Figuras 3.8 e 3.9, chegando a conclusão que utilizar chapas dobradas nas extremidades do reforço, como forma de ancoragem para as chapas, é mais eficiente que as com parafuso. O autor concluiu também que o uso de sistemas de ancoragens leva a uma ruptura dúctil da peça reforçada, ao invés de frágil, como apresentado nos corpos de prova sem sistema de ancoragem adicional.

**Figura 3.8 – Vigas testadas por Jones et al (1988)**



Fonte: Adaptado de Jones et al (1988, apud Taljsten, 1994)

**Figura 3.9 – Sistemas de ancoragens para vigas fletidas com parafusos e chapas dobradas testados por Jones (1988)**



Fonte: Jones et al (1988, apud Taljsten, 1994)

### 3.3 INTERAÇÃO NA LIGAÇÃO ENTRE AÇO E CONCRETO EM VIGA BSP

Vigas de concreto armado reforçadas com chapas de aço fixadas lateralmente por meio de chumbadores (BSP – *Bolted Side-Plated*) apresentam incompatibilidade de deformações longitudinais e transversais entre o concreto e o aço, simultaneamente. Isso quer dizer que em uma seção transversal deformada, as deformações do concreto armado e do aço do reforço, em uma mesma profundidade da viga serão diferentes. Para esta situação diz-se que há interação parcial longitudinal e transversal, provocada pela rigidez finita dos chumbadores de fixação.

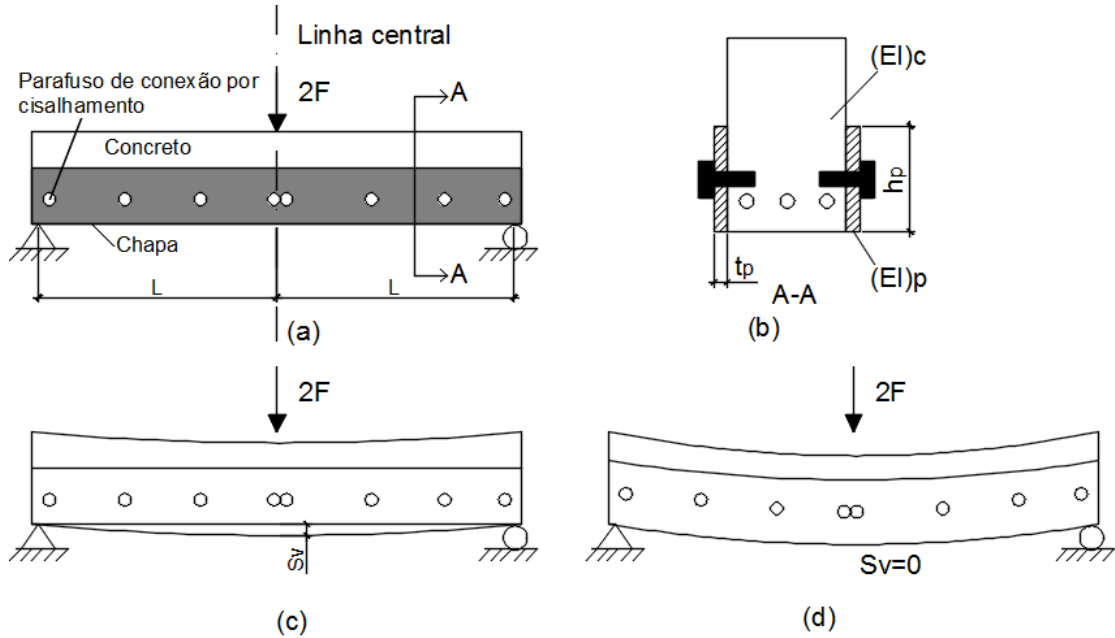
Siu (2009) explica que, neste tipo de ligação, as forças transversais são resistidas exclusivamente pelos chumbadores gerando um deslizamento entre a chapa de aço e o concreto, resultando em uma redução na curvatura e nas deformações da chapa de aço. Esse deslizamento ocorre devido à rigidez finita do chumbador quando submetida a uma força de corte.

A Figura 3.10, apresentada por Oehlers et al (1997), ajuda a compreender a interação transversal entre as chapas de aço laterais e a seção de concreto. Esta interação depende da rigidez dos chumbadores utilizados na conexão. Em uma situação de reforço como ilustrado na parte “a” e “b” da Figura 3.10, se a rigidez dos chumbadores for igual a zero, a viga de concreto armado irá fletir e as chapas de reforço permanecerão indeformáveis, conforme ilustrado na parte “c”, provocando um deslizamento entre os materiais no vão central da viga. Quando a ligação se comporta como esta descrição, diz-se que a interação transversal é igual a zero não havendo transferência dos esforços do concreto para as chapas de aço. Em contrapartida, quando a rigidez dos chumbadores é infinita, não haverá deslizamento entre a



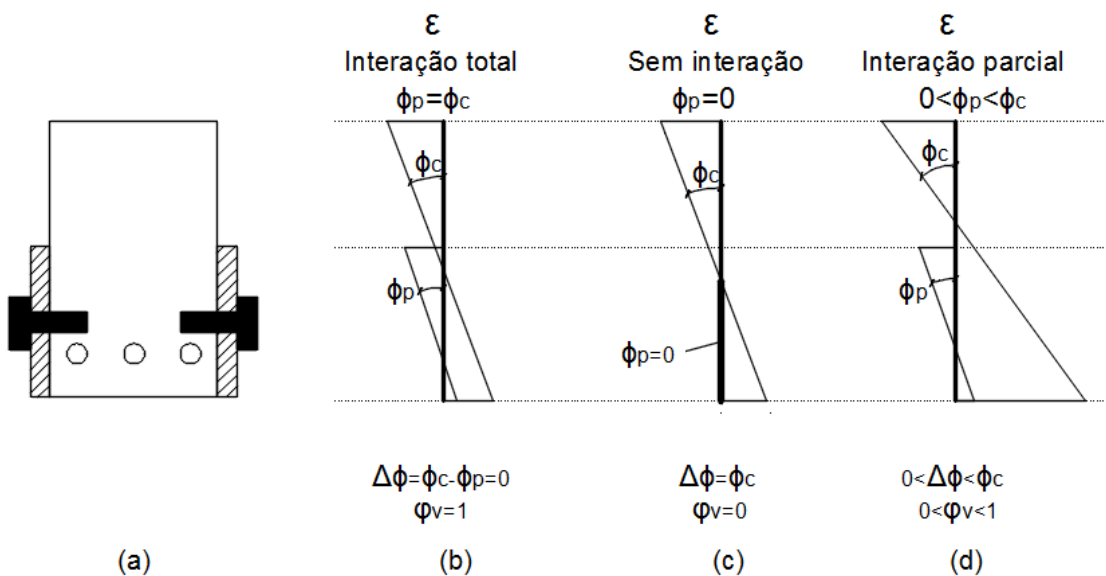
viga e o reforço, pois os chumbadores não se deformarão. Nestas condições, diz-se que há interação total transversal na ligação do reforço, como ilustra a parte “d”.

**Figura 3.10 – Grau de interação transversal**



Fonte: Adaptado de Oehlers et al (1997)

**Figura 3.11 – Interação parcial transversal**



Fonte: Adaptado de Oehlers et al (1997)

As situações descritas no parágrafo anterior são idealizadas para explicar o efeito de interação parcial transversal entre os materiais, não existindo em situações reais, uma vez que

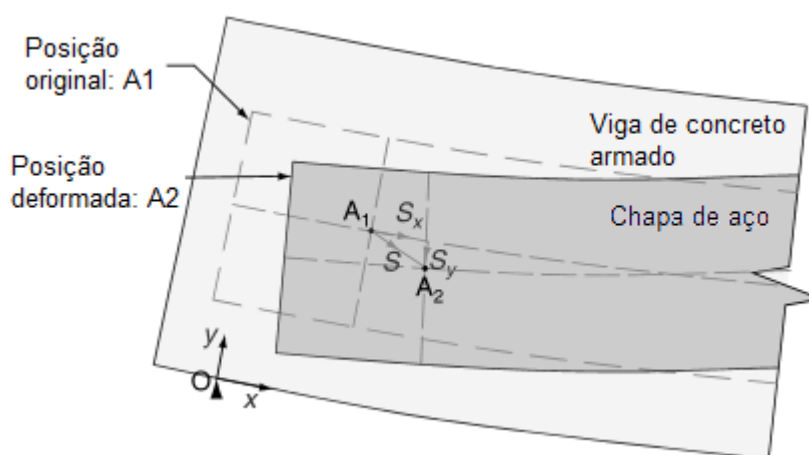
para ter uma rigidez igual à zero, a área da seção ou o módulo de elasticidade transversal do chumbador deverá ser zero; e, para uma rigidez infinita, as áreas dos chumbadores ou o módulo de elasticidade deverá ser muito grande de forma a considera-los infinitos. Em situações reais a rigidez dos chumbadores está entre estes extremos, acarretando em uma interação parcial transversal entre o concreto e as chapas de aço laterais.

A Figura 3.11 ilustra bem o comportamento de uma seção com interação parcial entre a chapa lateral e a seção de concreto. A parte “b” desta figura ilustra um perfil de deformação de uma seção transversal com interação longitudinal parcial (há deslizamento na horizontal) e interação total transversal (não há deslizamento transversal). A defasagem que existe entre o perfil de deformação do reforço e do concreto ocorre devido ao grau de interação longitudinal na linha de fixação do reforço. Nota-se nesta mesma parte da figura que as inclinações entre os perfis de deformações são as mesmas. Isto indica que as curvaturas da seção de concreto armado e o reforço são iguais, concluindo que há interação total transversal na ligação entre os materiais.

A parte “c” da Figura 3.11 ilustra o comportamento de uma ligação sem interação transversal. A parte “d” da mesma figura ilustra uma ligação com interação parcial longitudinal e transversal na ligação entre o concreto e a chapa de reforço, ou seja, há uma defasagem entre os dois perfis de deformação, assim como, ângulos de curvaturas diferentes.

A Figura 3.12 esboça tanto o deslizamento horizontal quanto o transversal na extremidade de uma viga BSP.

**Figura 3.12 – Ilustração dos deslizamentos longitudinal e transversal**



Fonte: Su, Li e Lo (2014)

Su et al (2011), apresenta dois parâmetros para quantificar a interação parcial longitudinal e transversal, nomeado como fator de deformação e fator de curvatura,

respectivamente. Esses dois fatores são capazes de descrever a interação entre a viga de concreto armado, a chapa de aço e os chumbadores de ancoragem.

O mesmo autor define matematicamente o fator de deformação através da Equação 3.31.

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{p, hp}}{\varepsilon_{c, hp}} \quad (3.31)$$

em que,  $\alpha_{\varepsilon}$ : fator de deformação;  
 $\varepsilon_{p, hp}$ : deformação na chapa de reforço na posição correspondente ao centróide da chapa de altura  $h_p$ ;  
 $\varepsilon_{c, hp}$ : deformação na seção de concreto armado na posição correspondente ao centróide da chapa.

Quando o fator de deformação corresponde à unidade, existe interação total longitudinal na posição que corresponde ao centróide da chapa de reforço. Quando existe uma interação parcial longitudinal, o fator assume um valor menor que um. Neste caso, a deformação da chapa de reforço é reduzida para  $\alpha_{\varepsilon} * \varepsilon_{c, hp}$ . Na posição do centróide da chapa de reforço a deformação no concreto e, conseqüentemente, o fator de deformação, podem ser expressos em termos das deformações da chapa e do escorregamento de acordo com as Equações 3.32 e 3.33.

$$\varepsilon_{c, hp} = \varepsilon_{p, hp} - \varepsilon_{slip, hp} \quad (3.32)$$

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{p, hp}}{\varepsilon_{p, hp} + \varepsilon_{slip, hp}} \quad (3.33)$$

O fator de curvatura, segundo Su (2011), utilizado para quantificar a interação parcial transversal, é definido de acordo com a Equação 3.34.

$$\alpha_{\phi} = \frac{\phi_p}{\phi_c} \quad (3.34)$$

em que,  $\alpha_{\phi}$ : fator de curvatura;  
 $\phi_p$ : ângulo de curvatura na chapa de aço;  
 $\phi_c$ : ângulo de curvatura do concreto armado.

Siu (2009) e Su, Li e Lo (2014) apresentam equações que definem os fatores de deformação e de curvatura, em função dos tipos de carregamentos que solicitam as vigas.

#### 4. MODELOS DE DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

Van Gemert, Ignoul e Brosens (2003) fazem uma série de recomendações que precisam ser atendidas para o bom dimensionamento do reforço à flexão por meio da colagem de armaduras externas com chapas de aço:

- a) é preciso conhecer todas as propriedades dos materiais e características geométricas da seção transversal;
- b) a magnitude da carga que atua sobre o elemento no momento da instalação do reforço deve ser conhecida, pois a distribuição da tensão depende do momento fletor atuante neste instante. Quanto mais aliviada a estrutura estiver, maior será a eficácia do reforço com significativa redução de sua área transversal;
- c) o dimensionamento é feito no Estado Limite Último quando toda a seção transversal entra em colapso. Nos cálculos, valores de projetos das cargas e relações não-lineares de tensão-deformação para o aço e concreto são utilizadas considerando as deformações plásticas;
- d) é assumido que as deformações variam linearmente ao longo da altura da viga, e que o ELU é atingido quando pelo menos um dos materiais atinge sua deformação máxima admissível. O eixo neutro é calculado utilizando o equilíbrio de forças normais e momentos fletores na seção transversal;
- e) no Estado Limite de Serviço, os materiais assumem comportamento elástico e os carregamentos são considerados com seus valores nominais, sendo necessária a verificação de abertura de fissuras e deflexão máxima.

Desde a década de 1970, diversos estudos foram feitos de modo a expor modelos de dimensionamento seguros para o reforço à flexão de vigas de concreto armado com chapas fixadas externamente. Na sequência deste capítulo, serão apresentados os principais trabalhos.

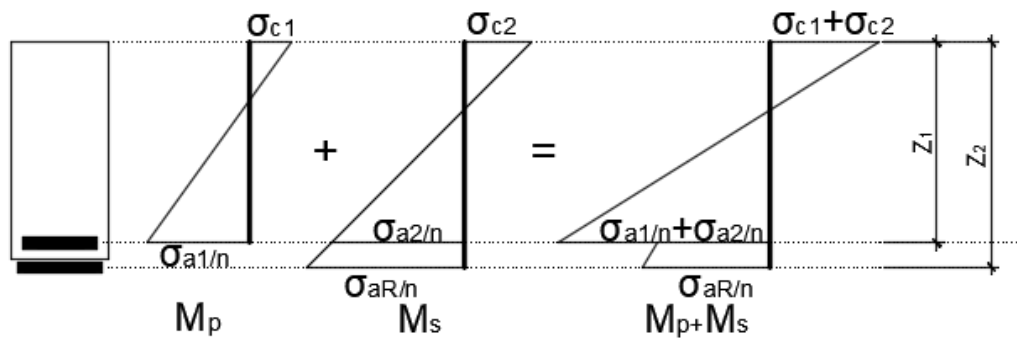
##### 4.1 MODELO PROPOSTO POR BRESSON (1971)

O modelo de cálculo de Bresson (1971, apud Souza e Ripper, 1998) é baseado nas premissas de que os materiais da seção transversal têm comportamento elástico linear; o concreto não resiste às tensões de tração; as seções se mantêm planas após a deformação; e há perfeita aderência entre a chapa de reforço e a seção de concreto.

A Figura 4.1 auxilia a entender o raciocínio de cálculo necessário ao dimensionamento, que é feito com base nas tensões atuantes nos materiais e suas respectivas

tensões admissíveis. Inicialmente, considera-se toda a estrutura descarregada, isto é, somente com as cargas permanentes atuando com um momento inicial  $M_p$ . Nesta condição o concreto comprimido está submetido a tensão  $\sigma_{c1}$ , as tensões de tração no concreto não são consideradas e a armadura tracionada está sujeita a tensão  $\sigma_{a1}$ . A posição da linha neutra para esta configuração é calculada fazendo-se o momento estático da seção transformada igual a zero desprezando-se a região tracionada do concreto. A chapa do reforço é instalada com esta configuração.

**Figura 4.1 – Diagramas de tensão da viga de Bresson (1971)**



Fonte: Adaptado de Silveira (1997)

Após o reforço, o incremento de momento  $M_s$  provoca o acréscimo de tensão no concreto comprimido no valor de  $\sigma_{c2}$ , na armadura tracionada interna de  $\sigma_{a2}$ , e agora, também no reforço externo de  $\sigma_{aR}$ , como se observa na Figura 4.1. A posição da linha neutra é calculada da mesma maneira como descrita no estágio de atuação do momento  $M_p$ , porém agora, considerando a área da seção transversal da chapa de reforço no cálculo do momento estático.

O “n” apresentado na Figura 4.1, refere-se ao fator de transformação dos módulos de elasticidades entre o concreto e o aço, sendo igual a  $E_c/E_s$ .

O dimensionamento é encerrado, quando a seção reforçada satisfazer as Equações 4.1, 4.2 e 4.3. Estas verificações são feitas para as tensões reais atuantes nos materiais e não para as tensões na seção transformada conforme ilustrado na Figura 4.1.

$$\sigma_{c1} + \sigma_{c2} \leq \bar{\sigma}'_c \quad (4.1)$$

$$\sigma_{a1} + \sigma_{a2} \leq \bar{\sigma}_a \quad (4.2)$$

$$\sigma_{aR} \leq \bar{\sigma}_{aR} \quad (4.3)$$

em que,  $\bar{\sigma}'_c$ : tensão admissível no concreto;  
 $\bar{\sigma}_a$ : tensão admissível na armadura interna;  
 $\bar{\sigma}_{aR}$ : tensão admissível na chapa de reforço;  
 $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$ : tensão atuante no concreto quando atua o momento  $M_p$  e  $M_s$ , respectivamente, em serviço;  
 $\sigma_{a1}$  e  $\sigma_{a2}$ : tensão atuante na armadura interna quando atua o momento  $M_p$  e  $M_s$ , respectivamente, em serviço;  
 $\sigma_{aR}$ : tensão atuante na chapa de reforço quando atua o momento  $M_s$ , em serviço.

A espessura da chapa é calculada através do equilíbrio de momentos fletores na seção transversal, expressa pela Equação 4.4.

$$e_R = \frac{1}{\sigma_{aR} * Z_2 * b_R} * \left[ (M_p + M_s) + (\sigma_{c1} + \sigma_{c2}) * \frac{a^2}{6} * b - (\sigma_{a1} + \sigma_{a2}) * A * Z_1 \right] \quad (4.4)$$

em que,  $e_R$ : espessura da chapa de reforço;  
 $Z_2$ : distância entre a face comprimida e o centróide da chapa de reforço;  
 $Z_1$ : distância entre a face comprimida e o centróide das armaduras internas;  
 $b_R$ : largura da chapa de reforço;  
 $a$ : posição da linha neutra para a seção transformada;  
 $b$ : largura da seção de concreto;  
 $A$ : área da armadura interna.

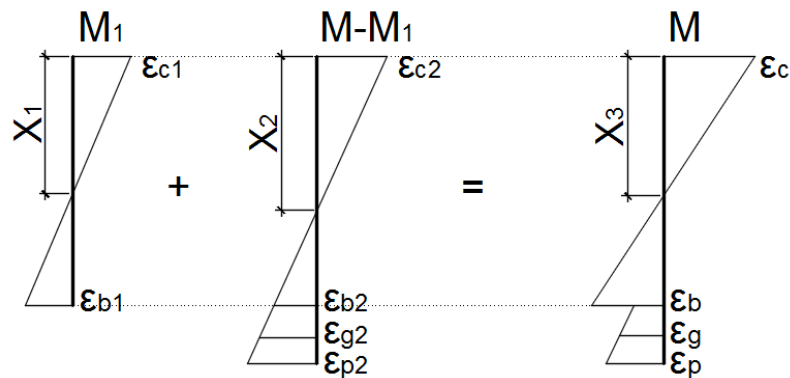
#### 4.2 MODELO PROPOSTO POR CHARIF (1983)

Charif (1983) apresenta três métodos de verificação teórica da capacidade de flexão de uma viga de concreto armado reforçada com armaduras externas. Nesta seção, é apresentado o Método da Compatibilidade de Deformação que segue as seguintes premissas:

- as seções transversais permanecem planas depois de deformadas, variando linearmente de acordo com a profundidade da viga;
- o concreto tracionado é desprezado;
- a distribuição de tensão na zona comprimida o concreto é constante com valor de  $0,6 * f_{cu}$ ;
- a deformação de compressão última do concreto é igual a 0,0035.

Neste método o estágio de pré-carregamento é considerado, sendo esta seção considerada no Estadio II, ou seja, o concreto tracionado é desprezado e os materiais trabalham no regime elástico-linear. Nesta condição, na seção crítica, atua o momento fletor  $M_1$ . A Figura 4.2 ilustra as deformações na seção transversal para o estágio de pré-carregamento e o momento total.

**Figura 4.2 – Modelo de deformações para vigas pré-carregadas**



Fonte: Charif (1983)

A solução por este método se dá de forma iterativa, adotando inicialmente a profundidade do eixo neutro,  $x$ , e deduzindo as deformações na armadura interna, adesivo e chapa de reforço e a partir destas deformações, as forças de tração e compressão. Se a igualdade entre estas duas forças não for satisfeita, então o valor de  $x$  deverá ser corrigido e os cálculos reiniciados, até que o processo convirja para esta igualdade. O desenvolvimento das iterações se dá por meio das Equações 4.5 a 4.14.

$$\varepsilon_{cu} = 0,0035 \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{cu} * \frac{d_b - x}{x} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_g = (\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}) * \frac{d_g - x}{x} \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_p = (\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}) * \frac{d_p - x}{x} \quad (4.8)$$

$$\text{se } \varepsilon_b > \varepsilon_{b0}, \text{ então } \varepsilon_b = \varepsilon_{b0} \quad (4.9)$$

$$\text{se } \varepsilon_g > \varepsilon_{g0}, \text{ então } \varepsilon_g = \varepsilon_{g0} \quad (4.10)$$

$$\text{se } \varepsilon_p > \varepsilon_{p0}, \text{ então } \varepsilon_p = \varepsilon_{p0} \quad (4.11)$$

$$T = A_b * E_b * \varepsilon_b + A_g * E_g * \varepsilon_g + A_p * E_p * \varepsilon_p \quad (4.12)$$

$$C = 0,6 * b * x * f_{cu} \quad (4.13)$$

$$\text{então } x = \frac{T + C}{2 * (0,6 * b * f_{cu})} \text{ e volta para Equação 4.6} \quad (4.14)$$

- em que,
- $\varepsilon_{cu}$ : deformação última no concreto;
  - $\varepsilon_b$ : deformação na armadura interna tracionada;
  - $\varepsilon_{b1}$ : deformação na armadura quando atua o pré-carregamento na estrutura;
  - $\varepsilon_g$ : deformação no adesivo;
  - $\varepsilon_p$ : deformação na chapa de reforço;
  - $\varepsilon_{b0}$ : deformação de escoamento na armadura interna tracionada;
  - $\varepsilon_{g0}$ : deformação de escoamento no adesivo;
  - $\varepsilon_{p0}$ : deformação de escoamento na chapa de reforço;
  - $d_b$ : profundidade da armadura interna tracionada a partir da face comprimida;
  - $d_g$ : profundidade do adesivo a partir da face comprimida;
  - $d_p$ : profundidade da chapa de reforço a partir da face comprimida.
  - $E_b$ : módulo de elasticidade da armadura interna tracionada;
  - $E_g$ : módulo de elasticidade do adesivo;
  - $E_p$ : módulo de elasticidade da chapa de reforço.
  - $A_b$ : área da armadura interna tracionada;
  - $A_g$ : área do adesivo
  - $A_p$ : área da chapa de reforço;
  - $C$ : resultante da força de compressão;
  - $T$ : resultante das forças de tração;
  - $b$ : largura da seção de concreto;
  - $f_{cu}$ : tensão de compressão última do concreto;

Quando o processo convergir calcula-se o momento resistente,  $M_u$ , pela Equação 4.15.

$$M_u = A_b * E_b * \varepsilon_b * \left(d_b - \frac{x}{2}\right) + A_g * E_g * \varepsilon_g * \left(d_g - \frac{x}{2}\right) + A_p * E_p * \varepsilon_p * \left(d_p - \frac{x}{2}\right) \quad (4.15)$$



#### 4.3 MODELO PROPOSTO POR VAN GEMERT (1990)

Van Gemert (1990) afirma que a distribuição de tensão que atua na seção transversal no instante da colagem dos reforços externos desempenha um papel importante no cálculo da área do reforço externo. Isso significa que um Estado Limite Último não é preferível, porque neste, todos os raciocínios estão relacionados ao domínio plástico, onde a situação inicial da seção transversal, em serviço (domínio elástico) não desempenha qualquer função. Ele ainda afirma que isto poderia levar a uma situação em que, mesmo em condições de serviço, as tensões nas armaduras internas excedem o limite de elasticidade. Portanto, o cálculo da área da seção transversal é baseado no método elástico.

A distribuição de tensão no instante da instalação do reforço é determinada pelo momento fletor  $M_0$ , denominado como momento de descarregamento.

Neste modelo de cálculo, as premissas da teoria da elasticidade para concreto armado são aplicadas:

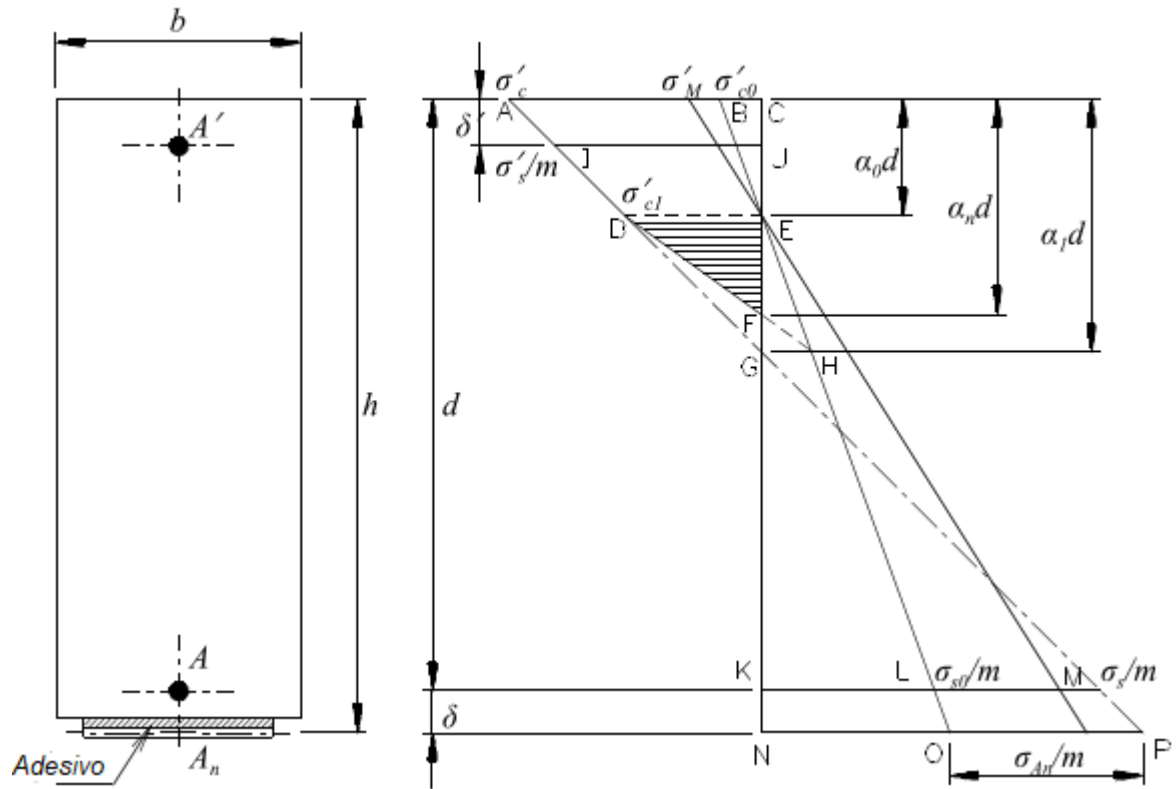
- a) o aço e o concreto são materiais elástico lineares;
- b) a seção transversal, inicialmente plana, permanece plana e normal ao eixo longitudinal da viga;
- c) o concreto é completamente fissurado na zona tracionada.

A ligação entre a armadura externa e o substrato de concreto armado é assumida como perfeitamente aderida, ou seja, não ocorre deslizamento entre os materiais e a espessura da cola é negligenciada.

O momento fletor máximo que a seção não reforçada pode suportar, em condições de serviço é chamado de  $M$ . Para este momento fletor, a tensão de compressão na fibra mais comprimida é  $\sigma'_M$  e o eixo neutro é situado a uma distância  $\alpha_0 * d$  do topo da seção, calculada como centróide da seção fissurada transformada. A distribuição de tensões para esta configuração de carregamento está ilustrada na Figura 4.3, assim como as demais distribuições de tensões nas demais etapas do reforço.

Com a ação do momento de descarregamento  $M_0$ , o topo da seção está sujeita a uma tensão  $\sigma'_{c0}$  e a armadura interna  $\sigma_{s0}$ . Nesta situação o reforço de área  $A_n$  é colado à viga. A partir de então a viga pode ser carregada até um momento fletor  $M_n$ . Para este momento fletor, a tensão no concreto mais comprimido assume o valor de  $\sigma'_c$  com o eixo neutro à distância  $\alpha_1 * d$ .

Figura 4.3 – Diagramas de tensão da viga de Van Gemert



Fonte: Adaptado de Van Gemert (1990)

Na prática o eixo neutro estará entre  $\alpha_0 * d$  e  $\alpha_1 * d$ . Antes do reforço, é assumido o concreto fissurado abaixo do eixo neutro. Com a ação do momento  $M_n$  após o reforço, parte desta região tracionada passa estar comprimida. Para isto, é necessário que parte das fissuras originadas pela ação prévia de um momento  $M$  seja fechada.

Tensões de compressão entre  $\alpha_0 * d$  e  $\alpha_1 * d$  só aparecerão se as deformações de tração para o momento fletor  $M_0$  forem compensadas pelas deformações de compressão do momento fletor  $M_n - M_0$ . Então, o valor  $\alpha_n$  ficará entre  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$ , criando uma região sem tensões.

As deformações, contudo, permanecem lineares iniciando em  $\sigma'_c$  e terminando em  $\sigma'_{s/m}$ , em que  $m$  é o fator de transformação entre aço e o concreto.

Através do equilíbrio de momentos na seção transversal em relação a posição da armadura externa da Figura 4.3, define-se o valor de  $M_n$  pela Equação 4.16.

$$M_n = \left[ \sigma'_{c1} * \alpha_0 * d * \left( h - \frac{\alpha_0 * d}{2} \right) + (\sigma'_c + \sigma'_{c1}) * \frac{\alpha_0 * d}{2} * \left( h - \frac{\alpha_0 * d}{3} \right) \right] * b$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \sigma'_{c1} * (\alpha_n + \alpha_0) * \frac{d}{2} * \left[ h_T - \left[ \alpha_0 * d + (\alpha_n + \alpha_0) * \frac{d}{2} \right] \right] \right] * b \\
& + A'_s * (m - 1) * \frac{\sigma'_s}{m} * (h - \delta') - \frac{\sigma_s}{m} * \delta * A_s * m
\end{aligned} \tag{4.16}$$

em que,

$M_n$ : momento máximo para a viga reforçada;

$\sigma'_{c1}$ : tensão no concreto na profundidade da linha neutra  $\alpha_0 * d$ ;

$\sigma'_s$ : tensão na armadura comprimida quando aplicado  $M_n$  em uma viga descarregada;

$\sigma'_c$ : tensão máxima no concreto comprimido quando aplicado  $M_n$  em uma viga descarregada;

$\sigma_s$  é a tensão na armadura de tração existente, para  $M_s$ .

$\alpha_0 * d$ : posição da linha neutra para o momento  $M$  e  $M_0$ ;

$\alpha_n$ : fator de define a posição da linha neutra quando atua  $M_n$ , sendo esta um valor entre  $\alpha_0 * d$  e  $\alpha_1 * d$ ;

$h$ : altura total da viga da face comprimida até o centro de gravidade do reforço externo;

$b$ : largura da seção de concreto;

$d$ : distância entre o centróide da armadura interna e a face comprimida de concreto;

$\delta$ : distância entre os centróides da armadura interna e da chapa de reforço;

$\delta'$ : distância entre o centróide da armadura comprimida e a face comprimida de concreto;

$A'_s$ : a área total da armadura original de compressão;

$A_s$  é a área total da armadura original de tração;

$m$ : fator de transformação dos materiais.

As Equações 4.17 a 4.19 são definidas a partir da seção típica da viga reforçada ilustrada na Figura 4.3.

$$h = d + \delta \tag{4.17}$$

$$A_s = \rho * b * d \tag{4.18}$$

$$A'_s = \rho' * b * d \tag{4.19}$$

em que,  $\rho$  : taxa da armadura de tração;  
 $\rho'$ : taxa da armadura de compressão

Por meio de relações entre triângulos no diagrama de tensões da Figura 4.3 e das Equações 4.17 a 4.19, pode-se obter as expressões das tensões em função da tensão máxima no concreto,  $\sigma'_c$ , e do coeficiente que dá a posição final da linha neutra,  $\alpha_n$ , como apresentado nas Equações 4.20 a 4.22.

$$\sigma'_s = m * \left( \sigma'_c * \frac{\alpha_n - \frac{\delta'}{d}}{\alpha_n} + \sigma'_{c0} * \frac{\delta'}{d} * \frac{\alpha_n - \alpha_0}{\alpha_n * \alpha_0} \right) \quad (4.20)$$

em que,  $\sigma'_{c0}$ : tensão de compressão nas fibras superiores da seção, para  $M_0$ .

$$\sigma_s = m * \left( \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_n} * \sigma'_c + \frac{\alpha_n - \alpha_0}{\alpha_n * \alpha_0} * \sigma'_{c0} \right) \quad (4.21)$$

$$\sigma_{A,n} = m * \left[ \left( \frac{1 - \frac{\delta}{d}}{\alpha_n} - 1 \right) * \sigma'_c - \frac{\sigma'_{c0}}{\alpha_0} * \left( \frac{(\alpha_n - \alpha_0) * \left(1 + \frac{\delta}{d}\right)}{\alpha_n} + \left(1 + \frac{\delta}{d} - \alpha_0\right) \right) \right] \quad (4.22)$$

em que,  $\sigma_{A,n}$ : tensão na armadura tracionada externa quando atua o momento  $M_n$ .

Os valores referentes ao estado tensional no descarregamento podem ser obtidos pela teoria do concreto armado no Estádio II. Desta forma, com a substituição das Equações 4.17, a 4.22 na Equação 4.16, é possível definir  $M_n$  através da Equação 4.23.

$$M_n = \frac{b * d^2 * \alpha_0}{\alpha_n} * \sigma_c * [X] + \frac{b * d^2 * (\alpha_n - \alpha_0) * \alpha_0}{\alpha_n} * \sigma'_{c0} * [Y] \quad (4.23)$$

$$[X] = - \left[ \frac{\alpha_n - \alpha_0}{3} * \alpha_0 + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)^2}{6 * \alpha_0} * (\alpha_n + \alpha_0) + \frac{\alpha_n * \alpha_0}{6} \right] + \left(1 + \frac{\delta}{d}\right) * \left[ \frac{\alpha_n - \alpha_0}{2} + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)^2}{2 * \alpha_0} + \frac{\alpha_n}{2} \right]$$

$$+ (m - 1) * \frac{\alpha_n - \frac{\delta'}{d}}{\alpha_0} * \rho' * \left(1 + \frac{\delta}{d} - \frac{\delta'}{d}\right) - m * \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_0} * \rho * \frac{\delta}{d} \quad (4.24)$$

$$[Y] = - \left( \frac{\alpha_0}{3} + \frac{(\alpha_n - \alpha_0)}{6 * \alpha_0} * (\alpha_n + 2 * \alpha_0) \right) + \left(1 + \frac{\delta}{d}\right) * \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha_n - \alpha_0}{2 * \alpha_0} \right) +$$

$$+ \frac{\delta}{d * \alpha_0^2} * \left[ (m - 1) * \rho' * \frac{\delta'}{\delta} * \left( 1 + \frac{\delta}{d} - \frac{\delta'}{d} \right) + m * \rho \right] \quad (4.25)$$

Nas Equações 4.23 a 4.25 as duas incógnitas são  $\sigma'_c$  e  $\alpha_n$ . Como elas são interdependentes, seus valores não podem ser diretamente calculados. Assim, a solução se dá de forma iterativa devendo satisfazer as Equações 4.26 a 4.29.

$$\sigma_s \leq \sigma_{sR} \quad (4.26)$$

$$\sigma'_s \leq \sigma'_{sR} \quad (4.27)$$

$$\sigma_{A,n} \leq \sigma_{A,nR} \quad (4.28)$$

$$\sigma'_c \leq \sigma'_{cR} \quad (4.29)$$

em que,  $\sigma_{sR}$ : tensão admissível na armadura tracionada;  
 $\sigma'_{sR}$ : tensão admissível na armadura comprimida;  
 $\sigma_{A,nR}$ : tensão admissível na chapa de reforço;  
 $\sigma'_{cR}$ : tensão admissível no concreto.

A área da armadura de reforço pode ser calculada pelo equilíbrio de forças do diagrama de tensões na Figura 4.3 quando age o momento  $M_n$ . Após as devidas substituições, esta área é definida pela Equação 4.30.

$$\rho_n = \frac{1}{2 * \sigma_{s,n}} * \left[ \alpha_n * \sigma'_c + (\alpha_n - \alpha_0) * \sigma'_{c0} + 2 * \frac{m - 1}{m} * \sigma'_s * \rho' - 2 * \sigma_s * \rho \right] \quad (4.30)$$

em que,  $\rho_n$ : taxa de armadura do reforço.

#### 4.4 MODELO PROPOSTO POR ZIRABA (1993)

Ziraba (1993) apresenta um procedimento para o dimensionamento racional de vigas reforçadas com chapas coladas baseado nos Estados Limites Últimos observados em ensaios realizados e em modelagens numéricas, utilizando elementos finitos não-lineares. Estes Estados Limites Últimos são:

- a) ruptura por flexão: pode ocorrer por escoamento da armadura interna e externa ou por esmagamento do concreto comprimido;
- b) ruptura por cisalhamento: pode ocorrer em regiões onde não há a chapa ou próximo à sua extremidade;
- c) ruptura por descolamento da chapa: pode ocorrer por má execução da colagem ou quando a espessura da chapa começa a ficar excessiva (acima de 2mm). Pode ocorrer ainda quando o carregamento for muito rápido ou em situações de impacto;
- d) ruptura por arrancamento do cobrimento de concreto: caracteriza-se por uma fissura surgida na extremidade da chapa e que horizontaliza-se mais ou menos no nível das armaduras internas.

O dimensionamento da chapa de reforço é feito através do equilíbrio de momentos em relação ao ponto de aplicação da resultante de tensões no concreto no Estado Limite Último de ruptura. A distribuição de tensões e forças está ilustrada na Figura 4.4.

$$T_s * \left( h_s - \frac{\bar{a}}{2} \right) + T_p * \left( h_p - \frac{\bar{a}}{2} \right) = \frac{M_u}{\Phi} \quad (4.31)$$

$$h_p = h_c + d_c + \frac{d_p}{2} \quad (4.32)$$

$$T_s = A_s * f_{ys} \quad (4.33)$$

$$T_p = b_p * d_p * f_{yp} \quad (4.34)$$

em que,  $T_s$ : força na armadura positiva interna;

$T_p$ : força na armadura de reforço;

$M_u$ : momento atuante último de cálculo;

$h_s$ : distância da borda mais comprimida ao centróide da armadura interna;

$h_p$ : distância da borda mais comprimida ao centróide da armadura de reforço;

$\Phi = 0,9$ : fator de resistência à flexão, segundo o ACI;

$b_p$ : largura da chapa de reforço

$d_p$ : espessura da chapa de reforço;

$d_c$ : espessura da camada de cola;

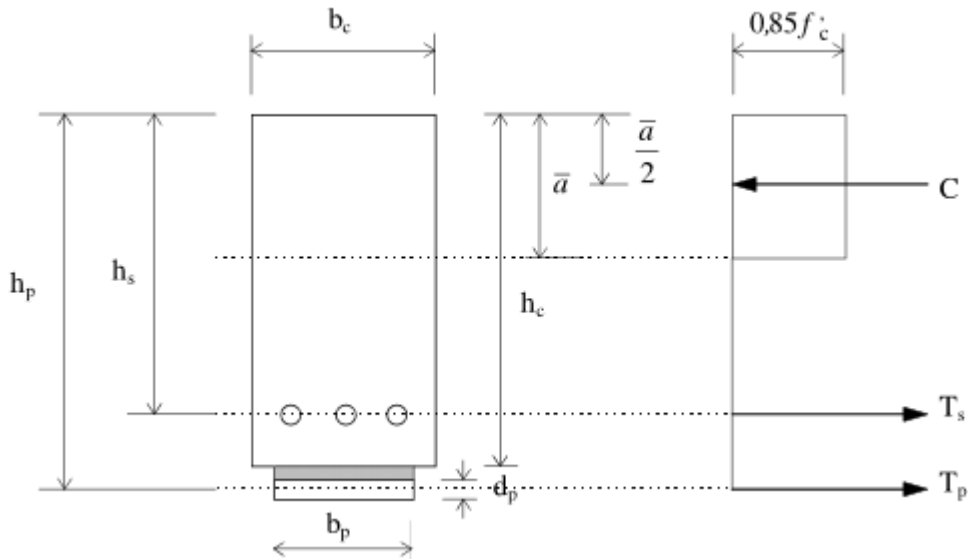
$f_{ys}$ : a tensão de escoamento da armadura interna;

$f_{yp}$ : tensão de escoamento da chapa de reforço.

A altura do bloco de tensões no concreto comprimido no Estado Limite Último é dada pela equação:

$$\bar{a} = \frac{A_s * f_{ys} + b_p * d_p * f_{yp}}{0,85 * f_c * b_c} \quad (4.35)$$

**Figura 4.4 – Diagramas de tensão da viga de Ziraba**



Fonte: Ziraba (1993)

Substituindo as Equações 4.32 a 4.35 na Equação 4.31, pode-se definir a espessura da chapa de reforço. Esta é limitada pelo valor  $t_{pb}$ , que é a espessura da chapa de reforço da seção balanceada, isto é, a espessura máxima para que a viga tenha uma ruptura dúctil. Acima desta espessura o concreto sofre esmagamento antes que as armaduras tenham escoado.

Ziraba (1993), após a realização de ensaios, apresenta a Equação 4.36 como forma de aceitação das tensões de cisalhamento e normais à linha do adesivo no final da placa, baseada no critério de ruptura Mohr-Coulomb.

$$\tau_0 + \sigma_0 * tg\Phi \leq c_{all} \quad (4.36)$$

em que,

- $c_{all}$ : coeficiente admissível de coesão da interface concreto-resina-aço, cujo valor fica no intervalo de 4,80 MPa a 9,50 MPa;
- $\sigma_0$ : tensão de descolamento máxima, limitada em aproximadamente 4 MPa, de acordo com os resultados experimentais;
- $\Phi$ : ângulo de atrito igual a 28°;
- $\tau_0$ : tensão máxima de cisalhamento, obtida pela Equação 4.54.

$$\tau_0 = \alpha_1 * f'_t * \left( \frac{C_{R1} * V_0}{f'_c} \right)^{5/4} \quad (4.37)$$

em que,  $\alpha_1 = 35$  um valor empírico proveniente da regressão da curva de resultados obtidos pelo estudo paramétrico com elementos finitos;  
 $f'_t$ : resistência à tração do concreto em MPa;  
 $V_0$ : esforço cortante na seção da extremidade da chapa;  
 $C_{R1}$ : constante que relaciona as rigidezes dos três meios, concreto, aço e cola.

$$C_{R1} = \left[ 1 + \left( \frac{K_s}{E_p * b_p * d_p} \right)^{\frac{1}{2}} * a^* \right] * \frac{b_p * d_p}{I * b_c} * (h_p - h) \quad (4.38)$$

$$a^* = \frac{M_0}{V_0} \quad (4.39)$$

$$K_s = G_c * \frac{b_c}{d_c} \quad (4.40)$$

em que,  $a^*$ : relação entre momento fletor e esforço cortante na seção da extremidade da chapa;  
 $I$ : momento de inércia da seção fissurada em relação à linha neutra;  
 $h$ : posição da linha neutra da seção fissurada;  
 $K_s$ : rigidez ao cortante da camada de cola;  
 $G_c$ : módulo cisalhante da camada de cola (da ordem de 6MPa);  
 $b_c$ : largura da camada de cola;  
 $d_c$ : espessura da camada de cola.

Caso os materiais sejam admitidos como linearmente elásticos,  $\tau_0$  pode ser calculado pela Equação 4.41.

$$\tau_0 = C_{R1} * V_0 \quad (4.41)$$

A tensão de descolamento máxima, *peeling stress*, pode ser calculada pela Equação 4.42.

$$\sigma_0 = \alpha_2 * C_{R2} * \tau_0 \quad (4.42)$$

em que,  $\alpha_2 = 1,10$ : valor empírico proveniente da regressão da curva de resultados obtidos pelo estudo paramétrico com elementos finitos;  
 $C_{R2}$ : constante obtida pela expressão



$$C_{R2} = d_p * \left( \frac{K_n}{4 * E_p * I_p} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.43)$$

$$K_n = E_p * \frac{b_p}{d_p} \quad (4.44)$$

em que,  $I_p$ : momento de inércia da armadura de reforço em relação ao seu eixo centroidal;

$K_n$ : rigidez da camada de cola;

$E_p$ : módulo de elasticidade da resina epóxi (da ordem de 15MPa).

Caso os materiais sejam admitidos como linearmente elásticos,  $\sigma_0$  pode ser calculada pela Equação 4.45.

$$\sigma_0 = C_{R2} * \tau_0 \quad (4.45)$$

Por limitação da validade do estudo paramétrico, a distância máxima entre o fim da chapa e o apoio deve satisfazer a condição estabelecida pela Equação 4.46.

$$\frac{a_{max}}{h_c} \leq 3 \quad (4.46)$$

em que,  $a_{max}$ : máxima distância do centro do apoio à extremidade da chapa.

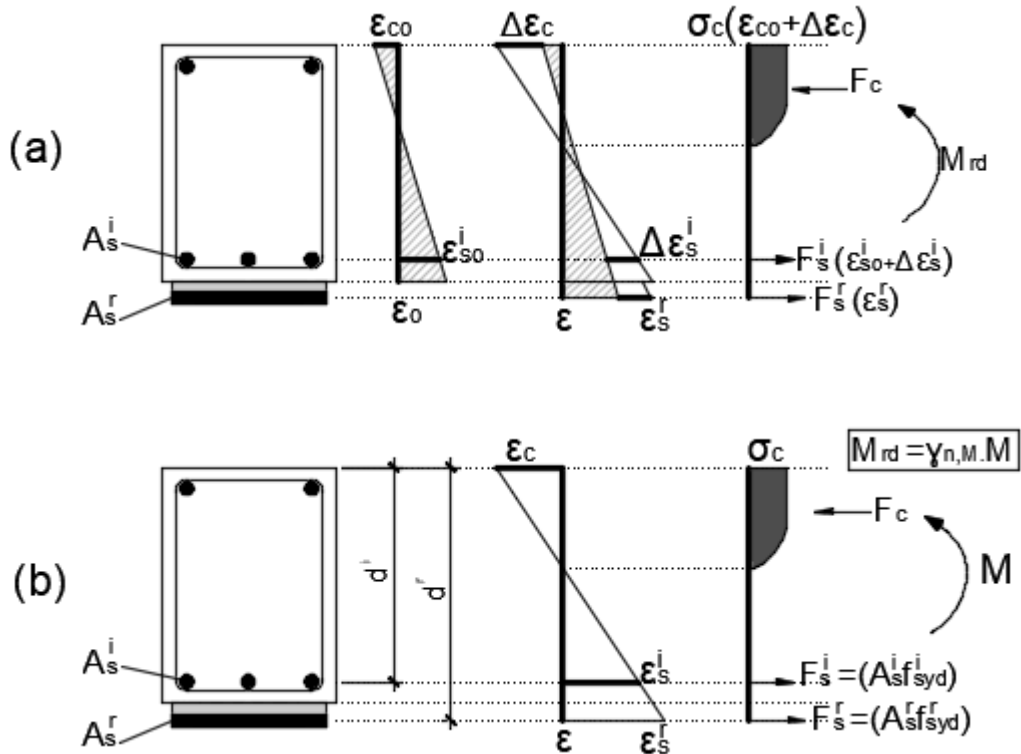
#### 4.5 MODELO PROPOSTO POR APPLETON (1997)

A Figura 4.5, parte *a*, apresenta um modelo de comportamento no Estado Limite Último de uma seção reforçada em que são feitas as compatibilizações das deformações. A parte *b* da mesma figura ilustra a possibilidade de dimensionamento pelo método dos coeficientes globais, admitindo-se um coeficiente de monolitismo para a flexão e para a força cortante de  $\gamma_{n,M} = 1,0$  e  $\gamma_{n,V} = 0,9$ , respectivamente, desde que se cumpram os requisitos da Figura 2.11, apresentada no Capítulo 2.

Com base neste último modelo a determinação do momento fletor resistente  $M_{rd}$  é efetuada admitindo que a seção tenha um comportamento monolítico, havendo uma aderência perfeita. O cálculo é efetuado de forma semelhante ao de uma seção de concreto armado,

considerando-se duas camadas de armadura que podem ter resistências diferentes, como indicado na Figura 4.5, parte *b*.

**Figura 4.5– Perfis de deformações e tensões propostos por Appleton (1997)**



Fonte: Adaptado de Appleton (1997)

Se as duas camadas de armaduras tracionadas estão próximas o cálculo do momento resistente poderá ser realizado com uma armadura equivalente de área  $A_s^{eq}$ , com uma resistência de cálculo  $f_{syd}^i$  posicionada no centróide dessas armaduras, conforme Equação 4.47.

$$M_{rd} = A_s^{eq} * z^{eq} * f_{syd}^i = A_s^i * z^i * f_{syd}^i + A_s^r * z^r * f_{syd}^r \quad (4.47)$$

em que,

$M_{rd}$ : momento resistente de cálculo da seção reforçada;

$A_s^{eq}$ : área da armadura equivalente tracionada, igual a soma da armadura interna com a chapa de reforço;

$z^{eq}$ : distância do centróide da armadura equivalente até a resultante da força de compressão;

$z^i$ : distância do centróide da armadura tracionada interna até a resultante da força de compressão;

$z^r$ : distância do centróide da armadura tracionada externa até a resultante da força de compressão;

$f_{syd}^i$ : tensão de escoamento de cálculo da armadura tracionada interna;

$f_{syd}^r$ : tensão de escoamento de cálculo da armadura tracionada externa (reforço);

$A_s^i$ : área da armadura tracionada interna;

$A_s^r$ : área da armadura tracionada externa (reforço).

Admitindo  $z \approx 0,9 * d$ , a Equação 4.47 pode ser reescrita de acordo com a Equação 4.48.

$$M_{rd} = A_s^{eq} * 0,9 * d^{eq} * f_{syd}^i = f_{syd}^i \left( A_s^i * 0,9 * d^i + A_s^r * 0,9 * d^r * \frac{f_{syd}^r}{f_{syd}^i} \right) \quad (4.48)$$

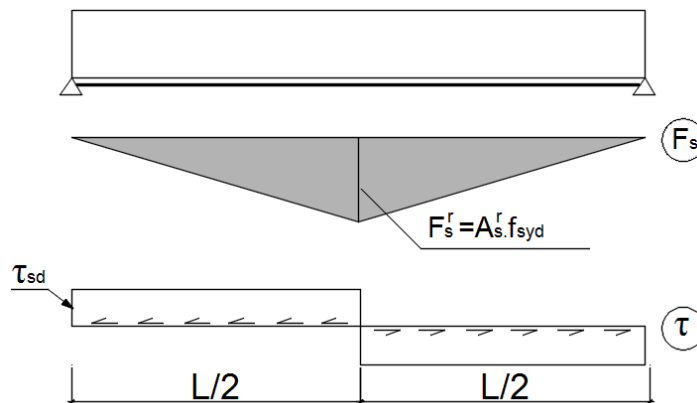
em que,  $d^{eq}$ : distância do centróide da armadura equivalente até a face comprimida de concreto.

Este procedimento permite a utilização de tabelas correntes de dimensionamento de armaduras, sendo a área de reforço determinada através da Equação 4.49.

$$A_s^r = \frac{f_{syd}^i}{f_{syd}^r} * \left( A_s^{eq} * \frac{d^{eq}}{d^r} - A_s^i * \frac{d^i}{d^r} \right) \quad (4.49)$$

A ligação aço/concreto é feita admitindo-se uma distribuição plástica uniforme das tensões de cisalhamento, como indicado na Figura 4.6.

**Figura 4.6 – Distribuição plástica das tensões de aderência**



Fonte: Appleton (1997)

Appleton (1997) propõe as Equações 4.50 e 4.51 para a verificação da aderência aço/concreto de acordo com experimentação realizada pelo autor.

a) ligação sem chumbador metálico:

$$F_{sd} = A_{sd}^r * f_{syd}^r \leq \tau_{sb} * b * \frac{L}{2} \quad (4.50)$$

em que,  $\tau_{sb}$  o menor valor entre  $\begin{cases} f_{ct,min}, \\ 2 \text{ MPa} \end{cases}$ ;

$b$ : largura da chapa de reforço;

$L$ : comprimento da viga.

b) ligação com chumbador metálico:

$$F_{sd} = A_{sd}^r * f_{syd}^r \leq n * F_b + \gamma * \tau_{sb} * b * \frac{L}{2} \quad (4.51)$$

em que,  $F_b$  o valor de cálculo da força resistente de corte de um parafuso;

$n$  o número de parafusos colocados no comprimento  $L/2$ ;

$\gamma * \tau_{sb}$  a tensão de aderência aço/resina/concreto mobilizada simultaneamente com  $F_b$ , que pode-se considerar na ordem de 0,5 MPa.

A verificação da segurança da ligação também pode ser efetuada nas condições de serviço, sendo então as tensões atuantes de corte calculadas através da avaliação do fluxo de cisalhamento elástico. A ligação da chapa reforçada com parafusos metálicos funciona em serviço, basicamente, através da ligação por colagem da resina epóxi, uma vez que os parafusos têm sua contribuição principal no reforço da capacidade última da ligação.

#### 4.6 DISCUSSÃO DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO

De maneira a resumir as principais características dos modelos de cálculos citados no Capítulo 4, foi elaborado o Quadro 4.1, explicado nesta seção.

O dimensionamento proposto por Bresson (1971) é efetuado quando a seção de concreto armado está fissurada e os materiais do compósito se comportam no regime elástico-linear, isto é, o dimensionamento é feito no Estádio II e as propriedades plásticas dos materiais não são consideradas. Isto pode acarretar no cálculo de áreas de reforço maiores que os dimensionamentos feitos em Estádio III.

**Quadro 4.1 – Características dos modelos de dimensionamento**

<b>Método</b>	<b>Estádio de Dimensionamento</b>	<b>Método de cálculos</b>	<b>Estágios de carregamento</b>	<b>Dimensionamento da área ou verificação da capacidade</b>	<b>Particularidades</b>
Bresson (1971)	II	Tensões admissíveis	sim	Dimensionamento	Linha neutra definida pelo centróide das seções transformadas
Charif (1983)	III	Compatibilização de deformações	sim	Verificação da capacidade resistente	Processo iterativo, resistência do adesivo, deform. concreto =0,0035
Van Gemert (1990)	II	Tensões admissíveis	sim	Dimensionamento	Perda de energia para fechamento das fissuras na região do concreto comprimido
Ziraba (1993)	III	Compatibilização de deformações	não	Dimensionamento	Não verifica a deformação no concreto, mas limita a espessura do reforço
Appleton (1997)	III	Compatibilização de deformações - Sistema de forças equivalentes	sim	Dimensionamento	Utiliza conceito de armadura equivalente, mesmo sendo materiais diferentes

O modelo de Bresson (1971) baseia-se no método das tensões admissíveis na qual são feitas duas hipóteses de ruptura:

- a) O concreto atinge a tensão admissível;
- b) A armadura tracionada atinge a tensão admissível.

No caso do dimensionamento pelas tensões admissíveis, são consideradas cargas de serviço sem a utilização de coeficientes de majoração, conforme afirma Silveira (1997). Carvalho e Figueiredo Filho (2016) citam algumas restrições em relação ao método das tensões admissíveis, podendo-se destacar: o superdimensionamento acarretado, principalmente, pelo fato das grandezas serem empregadas com seus valores máximos, raramente atingidos durante a vida útil da estrutura; o mau aproveitamento dos materiais, pois não considera a capacidade de adaptação plástica para resistir maiores solicitações; e o desconhecimento da verdadeira margem de segurança entre a capacidade de carga da estrutura e os valores de carga utilizados no dimensionamento.

O modelo de Van Gemert (1990), de forma semelhante ao trabalho de Bresson (1971), também faz o dimensionamento com os materiais trabalhando em regime elástico, mas considerando o diagrama de tensões uma poligonal devido a mudança na posição da linha neutra, em uma região fissurada, quando instalado o reforço. No modelo de Bresson a linha neutra é calculada como o centróide da seção transformada e o diagrama de tensões é linear

na região comprimida, desprezando o fechamento das fissuras que antes do reforço estavam em uma região tracionada.

A consideração de Van Gemert (1990) para o fechamento das fissuras acarreta uma perda de energia que influencia no cálculo do reforço. O autor afirma que, ao colar a chapa metálica, altera-se instantaneamente a posição do eixo neutro na direção do reforço após o início do carregamento. Isto implica no aumento da zona comprimida acima LN após a colagem do material indicando que haverá fissuras abertas nesta região. Com a aplicação do carregamento, até que se fechem todas as fissuras nesta região, este trecho não contribui com as tensões de compressão.

Esta consideração é difícil de ser quantificada, pois não se sabe ao certo se toda a região abaixo da linha neutra está fissurada. É comum fazer esta estimativa por simplificação de cálculo no dimensionamento. Porém, há muita incerteza em definir a abertura, profundidade, espessamento, região de aparecimento de fissuras, rigidez da estrutura fissurada, etc. O fato é que as fissuras podem existir, contudo é preciso ter consciência de que as estimativas empregadas nestes cálculos carregam muitas dúvidas ao problema.

No modelo de Ziraba (1993) os cálculos são feitos em Estádio III, porém sem fazer distinção entre as etapas de instalação do reforço, com a viga carregada e descarregada. Portanto, este modelo é válido para a viga indeformada no instante da aplicação do reforço. Importante verificar a espessura máxima do reforço para garantir a ductilidade da estrutura, pois as equações não distinguem o domínio de ruptura.

O modelo por compatibilidade de deformação de Charif (1983) considera que a camada de adesivo contribui com a resistência à tração da seção reforçada. Essa análise é aproximada devido a variação da espessura da mesma ao longo da linha de colagem. Além disso, este modelo não permite deformações dos materiais tracionados maiores que as respectivas deformações de escoamento, limitando seu comportamento à fase elástica. Isto faz com que não se aproveite o máximo dos materiais da seção transversal.

O dimensionamento por este modelo é feito com a verificação da capacidade resistente da viga de modo iterativo, até que o equilíbrio das forças normais seja satisfeito. Para isto é necessário definir a área de reforço, e, então, verificar se a seção reforçada é capaz de resistir aos carregamentos solicitantes.

Appleton (1997) propôs o cálculo da área de reforço, feito em Estádio III, considerando a variação das etapas de carregamento na qual é efetuada a compatibilidade de deformações quando atua o momento fletor máximo na seção reforçada e o momento fletor no instante da colagem do reforço.

Os cálculos deste modelo são semelhantes ao de uma seção de concreto armado monolítica, em que a área de aço é calculada pelo equilíbrio de forças e momentos fletores na seção transversal. Contudo, esta área é a área equivalente entre a armadura interna e a externa, considerando que a tensão de escoamento é igual à tensão da armadura interna.

Beer et al (2012) informa que dois sistemas de forças que atuam sobre o mesmo corpo rígido, são equivalentes se, e somente se, as somas das forças e dos momentos em relação a um dado ponto  $O$  das forças dos dois sistemas forem, respectivamente iguais.

Desta forma a área real de reforço pode ser calculada igualando-se as forças e os momentos dos dois sistemas (real e equivalente). Appleton (1997) propõe a Equação 4.49 como forma de se definir a área de reforço através de tabelas nas quais o pesquisador não teve acesso.

## 5 ROTINA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO À FLEXÃO PARA VIGAS EM REGIÕES B

Neste capítulo é sugerida uma rotina de cálculo para o dimensionamento de reforço à flexão de vigas de concreto armado em regiões B por adição de perfis de aço laminado, baseado nas recomendações da NBR 6118 (2014).

Esta norma recomenda que vigas de concreto armado sejam dimensionadas em ELU, ou seja, a ruptura poderá ocorrer por deformação excessiva do aço tracionado ou pelo esmagamento do concreto comprimido com a seção comportando-se no Estádio III. Por segurança, a ruptura do concreto deverá ocorrer após o escoamento da armadura tracionada. Assim, a ruína acontecerá nos domínios 2 ou 3.

As equações propostas para o dimensionamento da armadura do reforço foram inspiradas no Método da Compatibilidade de Deformações de Charif (1983), pois, assim como este autor, é estabelecida uma rotina de cálculos de forma iterativa, partindo-se de uma área de reforço metálico conhecida. No cálculo do momento resistente da seção reforçada também é considerado os perfis de deformação para os diferentes estágios de carregamento no processo de execução do reforço estrutural.

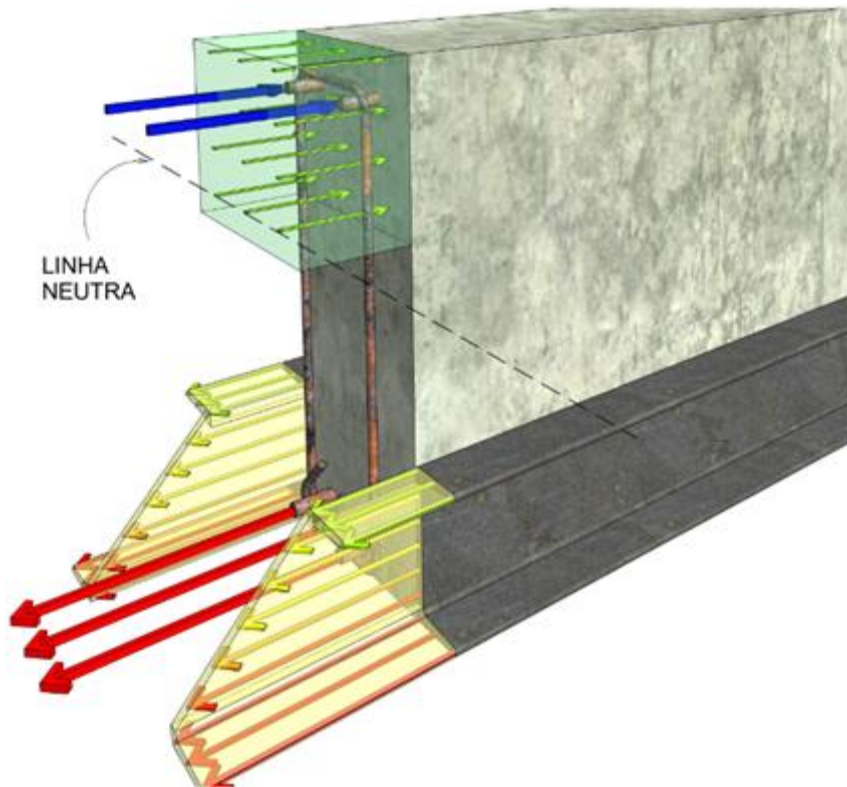
Foi considerado neste modelo proposto que há interação total entre os perfis de aço laminado e a seção de concreto. Isto é possível com o uso do adesivo epóxi supondo que não haja deslizamentos na ligação entre estes materiais.

A tensão normal devido à flexão em uma seção transversal com comportamento elástico e linear é zero no eixo neutro e máxima nas faces tracionadas e comprimidas. Uma seção de concreto armado reforçada com perfil de aço laminado com tensões de tração inferiores à de escoamento do aço, a distribuição de tensão se assemelha à ilustrada na Figura 5.1, parte a.

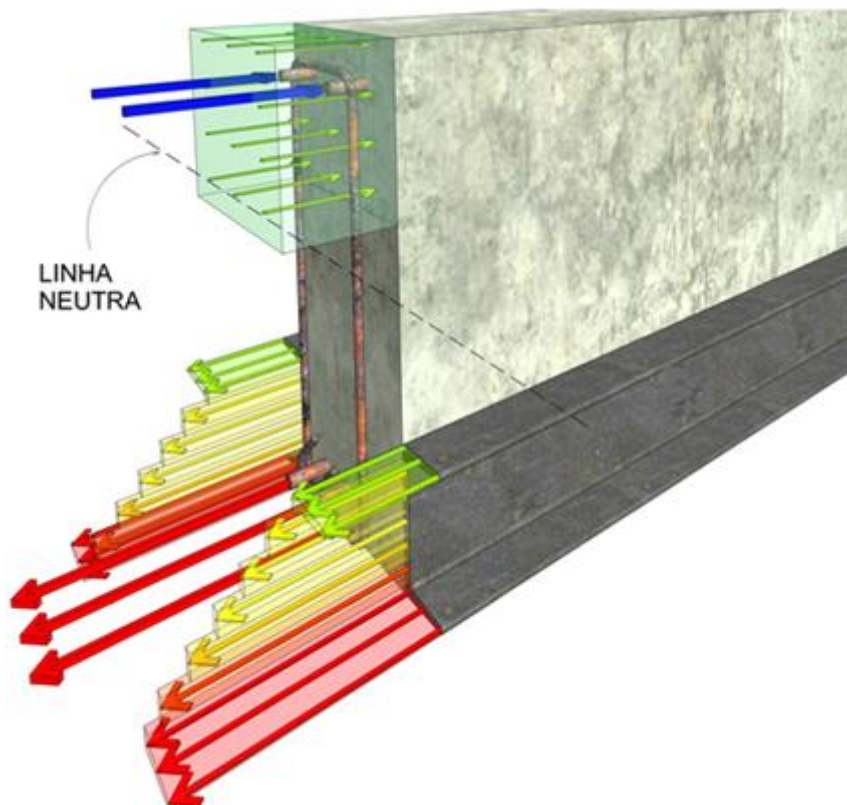
De forma simplificada, a área do reforço poderia ser concentrada no seu centróide. Contudo esta simplificação fugiria muito do comportamento das tensões neste material. Para evitar esta hipótese grosseira, os perfis serão divididos em camadas ao longo da sua altura com tensões constantes em cada uma, como apresentado na parte b da Figura 5.1. Assim, é possível identificar quais camadas ultrapassarão as deformações de escoamento.



Figura 5.1 – Tensões normais atuantes na seção de concreto armado reforçada



a) distribuição linear da tensão normal no perfil de reforço



b) distribuição constante nas camadas horizontais do perfil de reforço

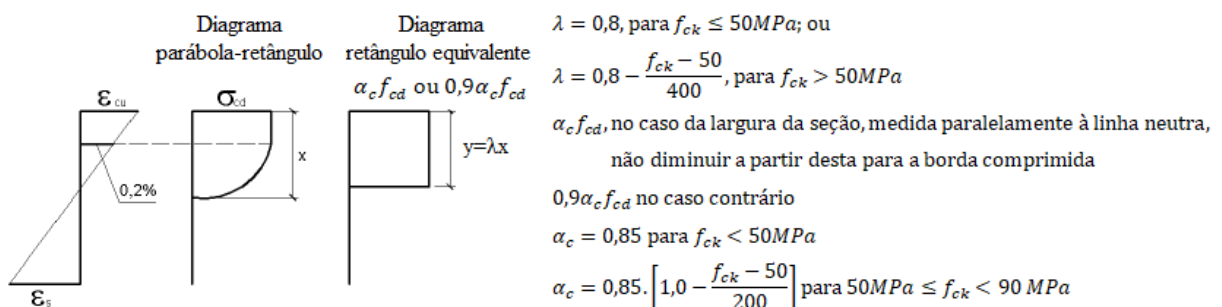
## 5.1 HIPÓTESES DE CÁLCULO

Primeiramente, é preciso conhecer o momento fletor resistente da seção a ser reforçada. Para calculá-lo, torna-se necessário definir um algoritmo de cálculo com o intuito de conhecer a profundidade da linha neutra.

Nesta etapa, o momento máximo é obtido de forma iterativa, adotando-se um valor para a linha neutra e, a partir dela, calculada as deformações da seção transversal seguida das resultantes de forças de tração e compressão que atuam na mesma. Para isto, parte-se das mesmas hipóteses básicas definida na NBR 6118 (2014) no cálculo dos esforços resistentes de uma seção de viga:

- a) a seção plana permanece plana após a incidência dos esforços;
- b) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- c) perfeita aderência entre concreto e aço;
- d) a deformação das barras passivas aderentes a tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- e) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação;
- f) a distribuição da tensão no concreto é feita de acordo com o diagrama de retângulo equivalente, conforme Figura 5.2;
- g) o Estado Limite Último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na Figura 5.3.

**Figura 5.2 – Diagrama parábola-retângulo e retângulo equivalente**



A ruptura de uma seção poderá ocorrer por deformação plástica excessiva do aço ou pelo encurtamento limite do concreto.

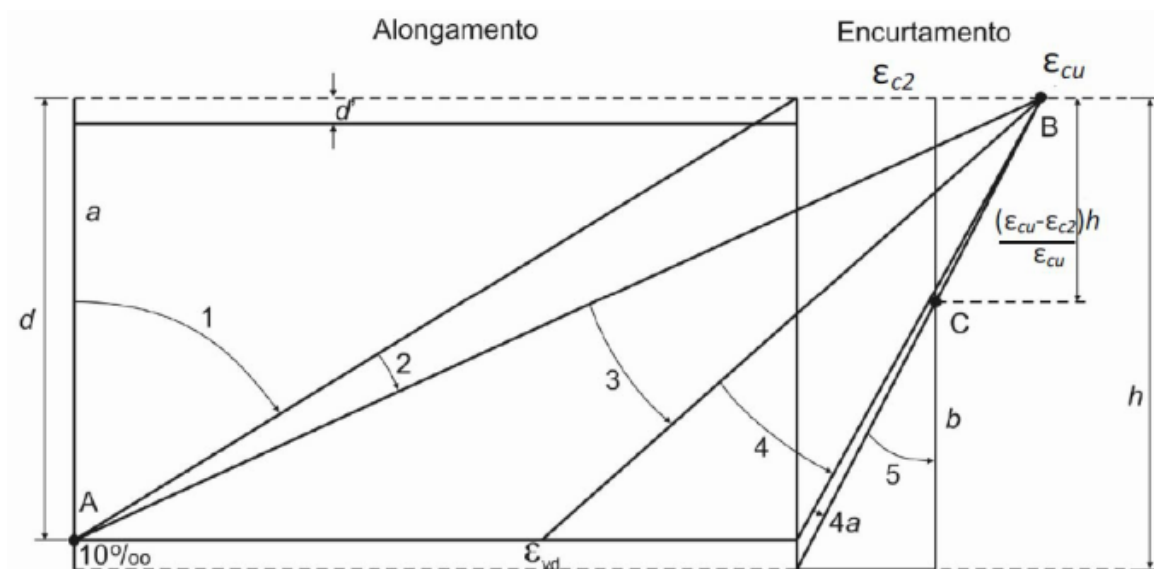
A ruptura convencional por deformação plástica excessiva ocorre nos seguintes domínios:

- a) reta a: tração uniforme;
- b) domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- c) domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < \epsilon_{cu}$  e com o máximo alongamento permitido).

A ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto ocorre nos seguintes domínios:

- a) domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ );
- b) domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ );
- c) domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- d) domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- e) reta b: compressão uniforme.

**Figura 5.3 – Domínios de estado-limite último de uma seção transversal**

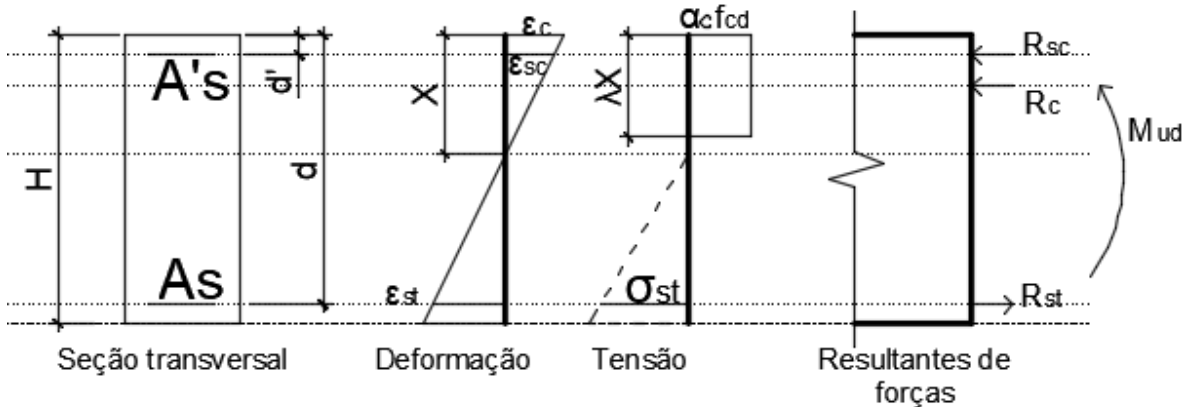


Fonte: NBR 6118 (2014)

## 5.2 CAPACIDADE RESISTENTE DA SEÇÃO DE CONCRETO ARMADO

O cálculo da capacidade resistente da seção de concreto armado é iniciado adotando-se um valor para a linha neutra  $e$ , a partir dela, é obtido o perfil de deformação ao longo da altura da seção transversal, cujas condições de contorno dependerão do domínio que a seção estiver.

**Figura 5.4 – Tensões deformações em uma seção de concreto armado**



As Equações 5.1 a 5.9 são utilizadas para a cálculo das deformações em função da posição da linha neutra e do domínio da seção, por semelhança de triângulos, de acordo com o perfil de deformações indicado na Figura 5.4.

a) domínio 2

$$\epsilon_c = \frac{0,010 \cdot x}{(d - x)} \leq \epsilon_{cu} \quad (5.1)$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot 0,010}{(d - x)} \quad (5.2)$$

$$\epsilon_{st} = 0,010 \quad (5.3)$$

em que,

- $\epsilon_c$ : deformação do concreto na face comprimida;
- $\epsilon_{cu}$ : deformação última no concreto;
- $\epsilon_{sc}$ : deformação na armadura comprimida;
- $\epsilon_{st}$ : deformação na armadura tracionada interna;
- $x$ : posição da linha neutra;
- $d$ : altura útil da armadura de tração;
- $d'$ : altura útil da armadura de compressão.

b) domínio 3

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (5.4)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \quad (5.5)$$

$$0,00207 \leq \varepsilon_{st} = \frac{(d - x) \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \leq 0,010 \quad (5.6)$$

c) domínio 4

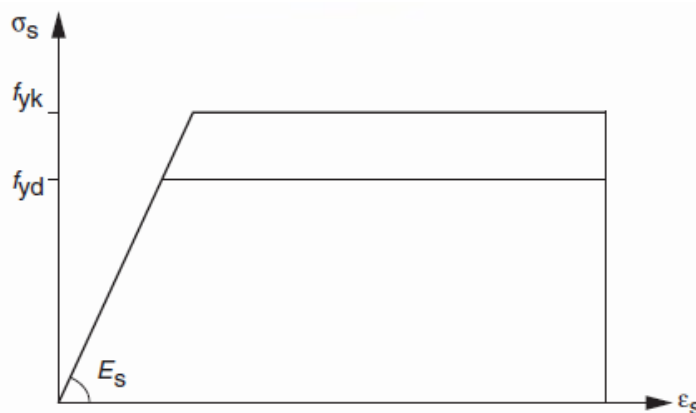
$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') \cdot \varepsilon_{cu}}{x} \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{(d - x) \cdot \varepsilon_{cu}}{x} < 0,00207 \quad (5.9)$$

Para estas deformações, conhecendo-se o comportamento tensão-deformação do aço, conforme ilustrado na Figura 5.5, é possível calcular a tensão no mesmo, tanto para a armadura tracionada quanto para a comprimida. A deformação  $\varepsilon_{yd}$  é a deformação de cálculo no aço que define o limite de proporcionalidade entre o comportamento elástico e o plástico, calculada de acordo com a Equação 5.10. Desta maneira, para deformações no aço,  $\varepsilon_s$ , menores que  $\varepsilon_{yd}$ , a Lei de Hooke define o valor da tensão. Já para valores maiores de deformação, pelo comportamento elasto-plástico perfeito do aço, a tensão atuante no mesmo será igual à tensão de escoamento de cálculo,  $f_{yd}$ .

**Figura 5.5 – Diagrama tensão-deformação para o aço de armadura passiva**



Fonte: NBR 6118/14

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (5.10)$$

As tensões na armadura comprimida,  $\sigma_{sc}$ , e na armadura tracionada,  $\sigma_{st}$ , são definidas pelas Equações 5.11 e 5.12, conforme mencionado.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc}, \text{ se } \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{yd} \\ \sigma_{sc} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \text{ se } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_{yd} \end{array} \right. \quad (5.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{st} = E_s \cdot \varepsilon_{st}, \text{ se } \varepsilon_{st} \leq \varepsilon_{yd} \\ \sigma_{st} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \text{ se } \varepsilon_{st} > \varepsilon_{yd} \end{array} \right. \quad (5.12)$$

em que,  $\sigma_{sc}$ : tensão na armadura comprimida;  
 $\sigma_{st}$ : tensão na armadura tracionada.

Os valores das forças que atuam nas armaduras de tração e de compressão são calculados multiplicando as tensões pela área de cada material.

A resultante de força do concreto comprimido,  $R_{cd}$ , é calculada de acordo com a Equação 5.13, de acordo com a distribuição de tensão de compressão do concreto simplificada pelo retângulo equivalente, de acordo com a NBR 6118/14.

$$R_{cd} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad (5.13)$$

em que,  $R_{cd}$ : força atuante no concreto comprimido;  
 $f_{cd}$ : resistência de cálculo à compressão do concreto;  
 $b$ : largura da seção de concreto.

O equilíbrio das forças é garantido fazendo-se o somatório das forças horizontais de acordo com a Equação 5.14.

$$R_{st} = R_{cd} + R_{sc} \quad (5.14)$$

em que,  $R_{sc}$ : força atuante na armadura de compressão;  
 $R_{st}$ : força atuante na armadura de tração;

Se a Equação 5.14 não for satisfeita, deve-se fazer outra iteração, incrementando a altura da linha neutra até que o equilíbrio das forças seja satisfeito com uma tolerância admitida como satisfatória. Quando esta igualdade é atingida, então procede-se ao cálculo do momento fletor resistente da viga conforme a Equação 5.15.

$$M_{ud} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \cdot (d - (\lambda \cdot x)/2) + A'_s \cdot \sigma_{sc} \cdot (d - d') \quad (5.15)$$

em que,  $M_{ud}$ : momento resistente da seção transversal;  
 $A'_s$ : área da armadura de compressão.

Caso este momento seja maior que o momento fletor solicitante,  $M_{sd}$ , a viga não precisará ser reforçada.

### 5.3 CAPACIDADE RESISTENTE DA SEÇÃO DE CONCRETO REFORÇADA

Verificada a necessidade do reforço à flexão, procede-se ao dimensionamento do reforço metálico. Deseja-se neste trabalho utilizar como reforço os perfis de aço laminado comerciais com seção em U (análise semelhante pode ser feita para outras seções de perfis). Portanto, a partir de uma área conhecida do perfil,  $A_{rp}$ , é verificada a capacidade resistente da viga que trabalhará como uma seção única formada pelo concreto armado e os perfis de reforço.

Primeiramente, é preciso conhecer a deformação da seção transversal no local que será instalado o perfil metálico na condição de pré-carregamento no instante da execução do reforço. Para isto, adota-se um perfil metálico, cujas dimensões são conhecidas, e divide a sua altura em camadas, cujas áreas são conhecidas, de modo a poder concentrá-las nos seus respectivos centróides.

Como a espessura das mesas do perfil é variável, é preciso realizar uma correção desta dimensão através do fator  $\Phi$ , podendo ser calculado pela Equação 5.16.

$$2 * b_f * \Phi * t_f + (h - 2 * \Phi * t_f) * t_w = A_{rp} \quad (5.16)$$

em que,  $b_f$ : largura da mesa do perfil de acordo com fabricante;  
 $t_f$ : espessura da mesa do perfil de acordo com fabricante;  
 $t_w$ : espessura da alma do perfil de acordo com fabricante;  
 $A_{rp}$ : área de um perfil de aço laminado com seção em U;  
 $h$ : altura do perfil de acordo com fabricante;  
 $\Phi$ : fator de correção da espessura da mesa.

Com isto, as mesas inferior e superior terão área igual a  $b_f * \Phi * t_f$ . A alma deve ser dividida em  $n$  elementos, sendo que a altura máxima destes elementos deve ser 25 mm para se

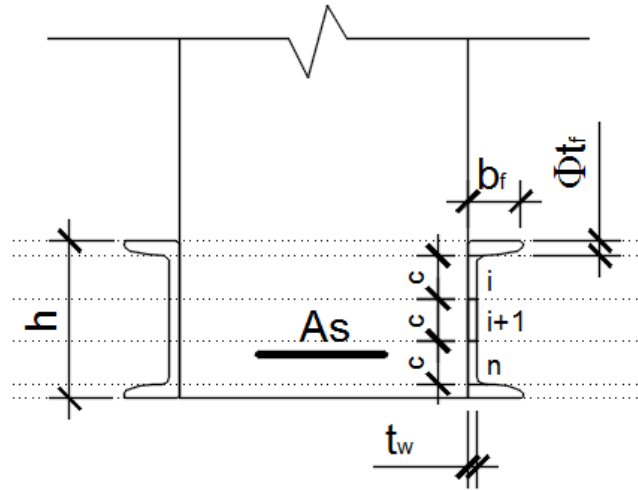
aproximar das dimensões usuais de um vergalhão de aço. Assim,  $n$  pode ser calculado pela Equação 5.17, cujas dimensões devem estar em mm. Caso o valor de  $n$  seja decimal, este deve ser arredondado para o número inteiro imediatamente superior a ele.

$$n = \frac{h - 2 * \emptyset * t_f}{25} \quad (5.17)$$

Definido o número de camadas, a altura,  $c$ , de cada elemento  $i$  é calculado pela Equação 5.18. A Figura 5.6 ilustra esta situação.

$$c = \frac{h - 2 * \emptyset * t_f}{n} \quad (5.18)$$

**Figura 5.6 – Elementos de áreas do perfil U**



A deformação de cada elemento poderá ser calculada a partir da distância do centróide de cada elemento até a posição da linha neutra. Esta distância será representada por  $y$ , podendo ser calculada pelas Equações 5.19, 5.20 e 5.21.

$$y_{rp}^{m,sup} = H - x - h + \frac{\emptyset * t_f}{2} \quad (5.19)$$

$$y_{rp}^{m,inf} = H - x - \frac{\emptyset * t_f}{2} \quad (5.20)$$

$$y_{rp}^i = H - x - h + \emptyset * t_f + (i - 1) * c + \frac{c}{2}, \text{ sendo } i \text{ variando de } 1 \text{ a } n \quad (5.21)$$

em que,  $y_{rp}^{m,sup}$ : distância da linha neutra até o centróide da mesa superior;

$y_{rp}^{m,inf}$ : distância da linha neutra até o centróide da mesa inferior;

$y_{rp}^i$ : distância da linha neutra até o centróide de cada elemento  $i$ ;

$H$ : altura da seção de concreto armado;



$x$ : posição da linha neutra;

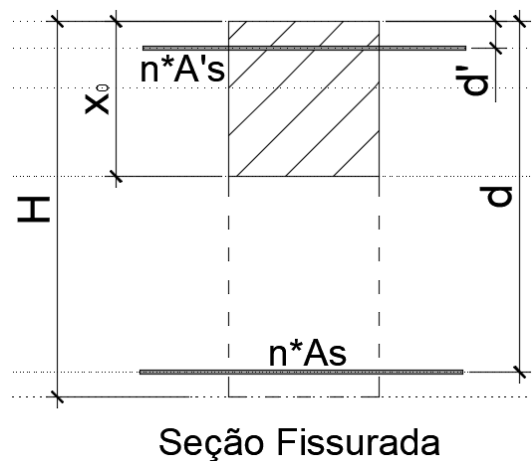
$i$ : número de ordem dos elementos de área da alma do perfil;

$c$ : altura dos elementos de área  $i$ .

Para o cálculo das deformações em cada elemento de área  $i$  é preciso definir a carga atuante na estrutura no instante da execução do reforço e as condições de escoramento. Tal cálculo é necessário para obter a real deformação do reforço após toda a aplicação do carregamento de uso na viga. Esta deformação será igual à diferença entre a deformação na condição carregada e a deformação na condição inicial (no instante da fixação do perfil).

Definida a condição de escoramento e alívio de cargas, calculam-se os esforços internos em serviço e a posição da linha neutra desta condição,  $x_0$ , para a seção homogeneizada fissurada (no Estádio II).

**Figura 5.7 – Seção transformada de concreto armado**



A linha neutra para este pré-carregamento é obtida fazendo-se o momento estático da seção transversal transformada igual a zero, conforme esquema apresentado na Figura 5.7. As equações da linha neutra e do momento de inércia para a seção transformada estão apresentadas nas Equações 5.22 e 5.23.

$$b * x_0 * \frac{x_0}{2} + n^* * A'_s * (x_0 - d') - n^* * A_s * (d - x_0) = 0 \quad (5.22)$$

$$I_{tr} = \frac{b * x_0^3}{3} + n^* * A'_s * (x_0 - d')^2 + n^* * A_s * (d - x_0)^2 \quad (5.23)$$

$$n^* = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (5.24)$$

em que,  $n^*$ : fator de transformação do aço para homogeneização da seção de concreto;

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço;

$E_{cs}$ : módulo de elasticidade secante do concreto;  
 $b$ : largura da seção de concreto;  
 $x_0$ : posição da linha neutra para a situação descarregada;  
 $A'_s$ : área da armadura de compressão;  
 $d'$ : altura útil da armadura de compressão;  
 $A_s$ : área da armadura de tração;  
 $d$ : altura útil da armadura de tração;  
 $I_{tr}$ : momento de inércia da seção transformada.

Definida a linha neutra e o momento de inércia, é possível calcular a deformação em cada elemento de área do perfil U através da Equação da Lei de Hooke e da equação de flexão para os materiais no regime elástico, conforme apresenta as Equações 5.25, 5.26 e 5.27.

$$\varepsilon_{c,0}^{m,sup} = \frac{M_0 * y_{rp}^{m,sup}}{I_{tr} * E_{cs}} \quad (5.25)$$

$$\varepsilon_{c,0}^{m,inf} = \frac{M_0 * y_{rp}^{m,inf}}{I_{tr} * E_{cs}} \quad (5.26)$$

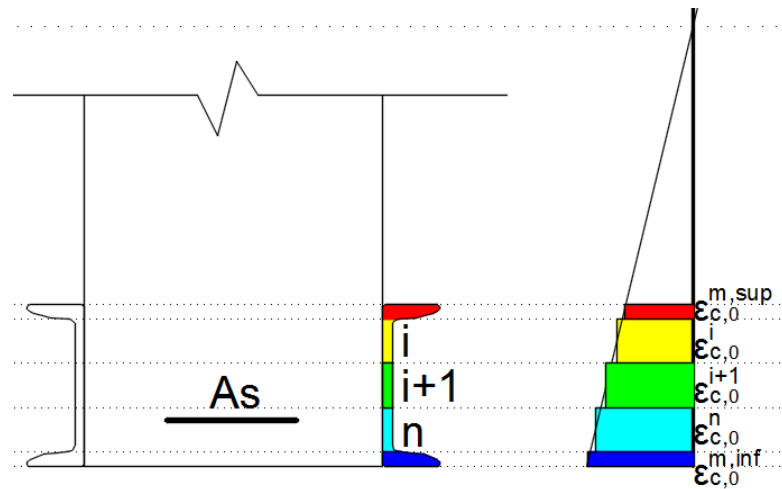
$$\varepsilon_{c,0}^i = \frac{M_0 * y_{rp}^i}{I_{tr} * E_{cs}} \quad (5.27)$$

em que,

- $M_0$ : momento atuante para a situação da estrutura descarregada e/ou escorada;
- $\varepsilon_{c,0}^i$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^i$  quando atua  $M_0$ ;
- $\varepsilon_{c,0}^{m,sup}$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^{m,sup}$  quando atua  $M_0$ ;
- $\varepsilon_{c,0}^{m,inf}$ : deformação existente na seção de concreto na posição  $y_{rp}^{m,inf}$  quando atua  $M_0$ .

A Figura 5.8 ilustra o perfil de deformações considerado na seção de concreto armado nas posições  $y_{rp}^i$  quando atua o momento  $M_0$ .

**Figura 5.8 – Perfil de distribuição de deformação no concreto para a condição descarregada e/ou escorada**



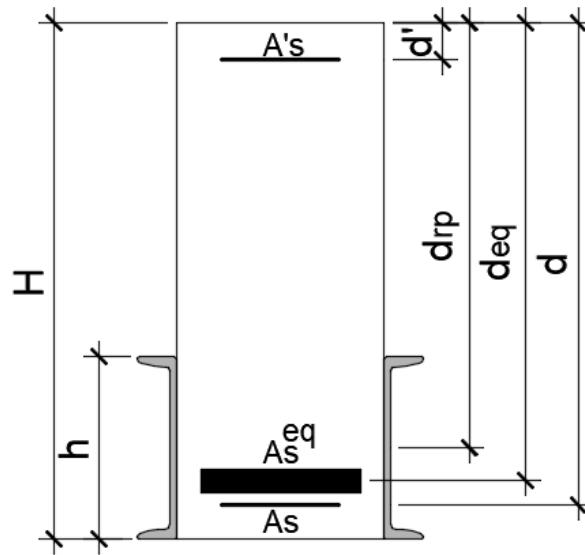
O cálculo da capacidade resistente da viga reforçada é semelhante ao de uma viga de concreto armado convencional. Entretanto, como se tem materiais de resistências diferentes trabalhando à tração em uma viga reforçada com perfis metálicos, é necessário definir a altura equivalente das armaduras tracionadas, unicamente para definir o limite entre os domínios 3 e 4. Esta altura equivalente é calculada pela Equação 5.28. A Figura 5.9 representa o  $d_{eq}$  na seção transversal.

$$d_{eq} = \frac{A_s * d + 2 * A_{rp} * d_{rp}}{A_s + 2 * A_{rp}} \quad (5.28)$$

em que,

- $d_{eq}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide das armaduras tracionadas;
- $A_s$ : área da armadura tracionada interna;
- $A_{rp}$ : área de um perfil de aço laminado em U adotado como reforço;
- $d$ : altura útil da armadura tracionada interna;
- $d_{rp}$ : distância da borda comprimida da seção de concreto até o centróide dos perfis de reforço.

**Figura 5.9 – Representação do  $d_{eq}$**



Com este valor, os limites entre os domínios 2 e 3 e os domínios 3 e 4 são estabelecidos pelas Equações 5.29 e 5.30.

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu} * d_{eq}}{0,01 + \varepsilon_{cu}} \quad (5.29)$$

$$x_{34} = \frac{\varepsilon_{cu} * d_{eq}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} \quad (5.30)$$

Percebe-se pela Equação 5.30 que o  $x_{34}$  depende da deformação que inicia o escoamento da armadura tracionada. Como a estrutura reforçada possui dois tipos de aço (CA-50 para vergalhões e A36 para o perfil U) haverá dois valores para  $\varepsilon_{yd}$ . Por segurança, esta deformação será considerada igual a deformação que inicia o escoamento da armadura interna assumindo o valor de 0,00207, pois assim reduz-se a região do domínio 3. Assim, o limite entre estes domínios fica definido pela Equação 5.31, para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa.

$$x_{34} = 0,628 * d_{eq} \quad (5.31)$$

O momento resistente é calculado de forma iterativa, atribuindo-se valores para a posição da linha neutra da seção reforçada, definindo-se sequencialmente as deformações, tensões e forças resultantes na armadura comprimida, concreto comprimido, armadura tracionada e no perfil de reforço. As equações das deformações variam de acordo com a posição da linha neutra, definidas com as Equações 5.32 a 5.40 para a seção em domínio 2 e Equações 5.41 a 5.49 para a seção em domínio 3.

a) Domínio 2

$$\varepsilon_c = \frac{0,010 * x}{d - x} < \varepsilon_{cu} \quad (5.32)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') * 0,010}{d - x} \quad (5.33)$$

$$\varepsilon_{st} = 0,010 \quad (5.34)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{0,010 * (y_{rp}^{m,inf})}{d - x} \quad (5.35)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = \varepsilon_{rp}^{m,inf} - \varepsilon_{c,0}^{m,inf} = 0,010 \quad (5.36)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,sup} = \frac{0,010 * (y_{rp}^{m,sup})}{d - x} \quad (5.37)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,sup} = \varepsilon_{rp}^{m,sup} - \varepsilon_{c,0}^{m,sup} \quad (5.38)$$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{0,010 * (y_{rp}^i)}{d - x} \quad (5.39)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = \varepsilon_{rp}^i - \varepsilon_{c,0}^i \quad (5.40)$$

em que,  $\varepsilon_{rp}^{m,inf}$ : deformação na mesa inferior do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{rp,ef}^{m,inf}$ : deformação efetiva na mesa inferior do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{rp}^{m,sup}$ : deformação na mesa superior do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{rp,ef}^{m,sup}$ : deformação efetiva na mesa superior do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{rp}^i$ : deformação na camada  $i$  da alma do perfil de reforço;  
 $\varepsilon_{rp,ef}^i$ : deformação efetiva na camada  $i$  da alma do perfil de reforço.

b) Domínio 3

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \quad (5.41)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{(x - d') * \varepsilon_{cu}}{x} \quad (5.42)$$

$$0,00207 \leq \varepsilon_{st} = \frac{(d - x) * \varepsilon_{cu}}{x} < 0,010 \quad (5.43)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,inf} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} * (y_{rp}^{m,inf}) \quad (5.44)$$

$$0,00109 \leq \varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} = \varepsilon_{rp}^{m,inf} - \varepsilon_{c,0}^{m,inf} < 0,010 \quad (5.45)$$

$$\varepsilon_{rp}^{m,sup} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} * (y_{rp}^{m,sup}) \quad (5.46)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^{m,sup} = \varepsilon_{rp}^{m,sup} - \varepsilon_{c,0}^{m,sup} \quad (5.47)$$

$$\varepsilon_{rp}^i = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} * (y_{rp}^i) \quad (5.48)$$

$$\varepsilon_{rp,ef}^i = \varepsilon_{rp}^i - \varepsilon_{c,0}^i \quad (5.49)$$

As forças atuantes na seção transversal são definidas de acordo com o nível tensional atuante nos materiais que são calculadas em função das deformações nos mesmos. As Equações 5.50 a 5.55 estabelecem o cálculo destas forças.

$$R_c = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad (5.50)$$

$$R_{sc} = A'_s * \sigma'_s, \text{ sendo } \sigma'_s \text{ igual a } \begin{cases} 43,48kN/cm^2, \text{ se } \varepsilon_{sc} \geq 0,00207 \\ E_s * \varepsilon_{sc}, \text{ se } \varepsilon_{sc} < 0,00207 \end{cases} \quad (5.51)$$

$$R_{st} = A_s * \sigma_s, \text{ sendo } \sigma_s \text{ igual a } \begin{cases} 43,48kN/cm^2, \text{ se } \varepsilon_{st} \geq 0,00207 \\ E_s * \varepsilon_{st}, \text{ se } \varepsilon_{st} < 0,00207 \end{cases} \quad (5.52)$$

$$R_{rp}^{m,inf} = 2 * b_f * \emptyset * t_f * \sigma_{rp}^{m,inf}, \text{ sendo } \sigma_{rp}^{m,inf} \text{ igual a } \begin{cases} 21,74kN/cm^2, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} \geq 0,00109 \\ E_s * \varepsilon_{rp,ef}^{m,inf}, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^{m,inf} < 0,00109 \end{cases} \quad (5.53)$$

$$R_{rp}^{m,sup} = 2 * b_f * \emptyset * t_f * \sigma_{rp}^{m,sup}, \text{ sendo } \sigma_{rp}^{m,sup} \text{ igual a } \begin{cases} 21,74kN/cm^2, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^{m,sup} \geq 0,00109 \\ E_s * \varepsilon_{rp,ef}^{m,sup}, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^{m,sup} < 0,00109 \end{cases} \quad (5.54)$$

$$R_{rp}^i = 2 * c * t_w * \sigma_{rp}^i, \text{ sendo } \sigma_{rp}^i \text{ igual a } \begin{cases} 21,74kN/cm^2, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^i \geq 0,00109 \\ E_s * \varepsilon_{rp,ef}^i, \text{ se } \varepsilon_{rp,ef}^i < 0,00109 \end{cases} \quad (5.55)$$

em que,

- $R_c$ : força atuante no concreto comprimido;
- $R_{sc}$ : força atuante na armadura de compressão;
- $R_{st}$ : força atuante na armadura de tração;
- $R_{rp}^{m,inf}$ : força atuante na mesa inferior do perfil de reforço;
- $R_{rp}^{m,sup}$ : força atuante na mesa superior do perfil de reforço;
- $R_{rp}^i$ : força atuante na camada  $i$  da alma do perfil de reforço.

Caso a resultante das forças tracionadas seja igual a resultante das forças comprimidas, as iterações são encerradas sendo definida a posição da linha neutra, conforme Equação 5.56. Caso contrário, um incremento deverá ser feito em  $x$  e efetuado os cálculos novamente, a partir da Equação 5.32, até que esta condição seja satisfeita.

$$R_c + R_{sc} = R_{st} + R_{rp}^{m,inf} + R_{rp}^{m,sup} + \sum_{i=1}^n R_{rp}^i \quad (5.56)$$

Definido o valor de  $x$ , calcula-se o momento resistente fazendo-se o somatório dos momentos na seção reforçada igual a zero, conforme Equação 5.57.

$$M_{ud,r} = \alpha_c * f_{cd} * b * \lambda * x * (x - (\lambda * x)/2) + R_{sc} * (x - d') + R_{st} * (d - x) + \sum_{i=1}^n R_{rp}^i * y_{rp}^i \quad (5.57)$$

Se  $M_{ud,r} \geq M_{sd}$ , então este perfil poderá ser utilizado como reforço. Caso contrário, outro perfil deverá ser adotado e verificado.

#### 5.4 DIMENSIONAMENTO DA LIGAÇÃO PERFIL/CONCRETO

O dimensionamento da ligação entre o perfil de aço laminado em U e a seção de concreto armado existente, seguirá o recomendado por Appleton (1997), na qual se opta pela ligação somente com adesivo epóxi, ou então utilizar, juntamente com este adesivo, chumbadores metálicos.

Para a ligação sem chumbadores metálicos, as Equações 5.58 e 5.59 precisam ser verificadas.

$$F_{sd} = A_{rp} * f_{yd}^R \leq \tau_{sd} * \frac{h * L}{2} \quad (5.58)$$

$$f_{ct,inf} = 0,21 * f_{ck}^{2/3} \quad (5.59)$$

em que,  $A_{rp}$ : área da seção do perfil adotado;

$f_{yd}^R$ : resistência ao cisalhamento de cálculo do aço do reforço;

$\tau_{sd}$ : resistência ao cisalhamento da ligação entre o perfil e a seção de concreto;

$h$ : comprimento de contato entre o reforço e o concreto (igual a  $h$ );

$L$ : comprimento total da viga;

$\tau_{sd}$  é igual ao menor valor entre  $\begin{cases} f_{ct,inf} ; \\ 2MPa \end{cases}$ ;

$f_{ct,inf}$ : resistência a tração do concreto;

$f_{ck}$ : resistência característica do concreto à compressão.

Já para o dimensionamento da ligação entre os perfis e o concreto com uso de chumbadores metálicos em conjunto com o adesivo epóxi, a Equação 5.60 deve ser verificada.

$$F_{sd} = A_{rp} * f_{yd}^R \leq n_b * F_b + \gamma * \tau_{sd} * \frac{b * L}{2} \quad (5.60)$$

em que,  $n_b$ : número necessário de chumbadores;  
 $F_b$ : força de resistência ao corte de um chumbador (ver anexo B);  
 $\gamma * \tau_{sd}$ : tensão de aderência mobilizada juntamente com a força  $F_b$ , podendo-se geralmente, considerar 0,5MPa.

Appleton (1997) também informa que a ligação perfil/concreto também pode ser efetuada através do cálculo do fluxo de cisalhamento elástico, na condição de serviço, de acordo com a Equação 5.61, conforme Hibbeler (2010). Pelo fluxo de cisalhamento  $q$  é possível determinar a quantidade de parafusos necessária na ligação, sem considerar a contribuição da resistência do adesivo.

$$q = \frac{V_d * Q}{I} \quad (5.61)$$

em que,  $q$ : fluxo de cisalhamento, medido como uma força por unidade de comprimento ao longo da viga;  
 $V_d$ : o esforço cortante na condição de serviço;  
 $Q$ : é o momento estático da área  $A'$  em relação ao eixo neutro da seção transversal;  
 $A'$ : é a área da seção transversal do seguimento acoplado à viga na junção onde o fluxo de cisalhamento deve ser calculado;  
 $I$ : é o momento de inércia de toda a seção transversal reforçada não fissurada em torno do eixo neutro;

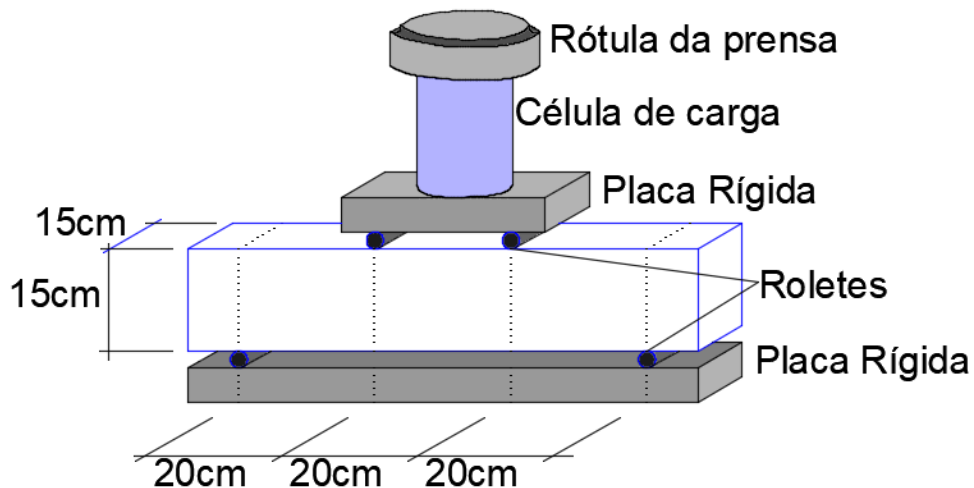
Importante destacar que a ligação entre os perfis de reforço e a seção de concreto armado, para este modelo de cálculo proposto, não pode ser feita unicamente por chumbadores, pois uma das premissas de cálculo diz que a seção transversal permanece plana mesmo após sua deformação e que o aço está perfeitamente aderido ao concreto, trabalhando como uma seção monolítica.



## 6 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo foi proposto com o intuito de verificar experimentalmente o comportamento de uma viga-parede (Região D) reforçada com perfil de aço laminado, dimensionada como viga convencional (Região B). Para isto, foram moldados 15 corpos de prova de concreto armado, de seção transversal de 15 cm x 15 cm com 75 cm de comprimento, submetidos ao ensaio de flexão de quatro pontos. A Figura 6.1 ilustra o esquema da aplicação da carga e a disposição dos apoios para este ensaio.

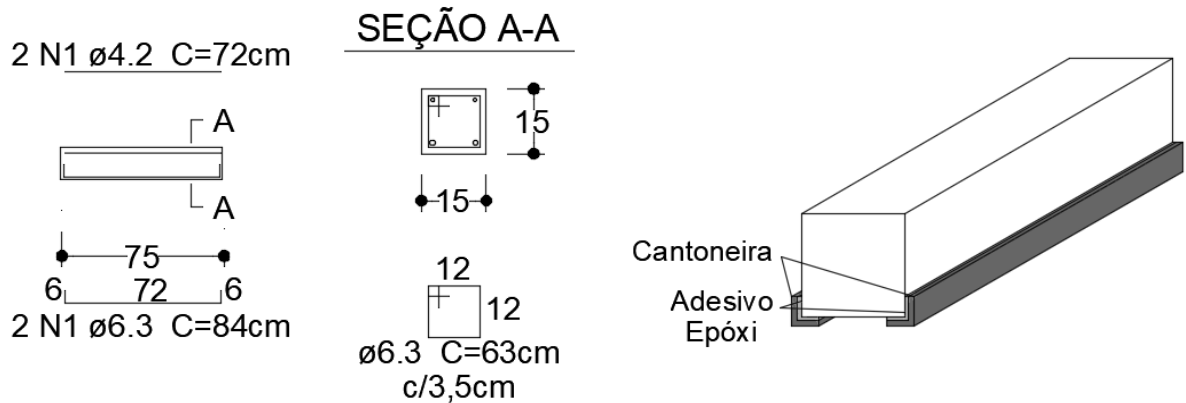
**Figura 6.1 – Esquema de aplicação de carga**



Com a finalidade de acelerar o processo de cura do concreto, foi escolhido como material do substrato o graute industrializado denominado Super Graute Quartzolit com adição de 30%, em massa, de brita zero. Para a armadura interna foi utilizado o aço CA-50, sendo duas barras de 6,3 mm na parte tracionada (banzo inferior) e 2 barras de 4,2 mm na parte comprimida (banzo superior). Como armadura transversal, foram utilizados estribos de 6,3 mm de diâmetro a cada 3,5 cm na região submetida à força cortante. Detalhes das armaduras internas e a disposição do reforço externo são apresentados na Figura 6.2

Foram moldados cinco séries de três corpos de prova cada uma, conforme descrito da Tabela 6.1. A Série A foi executada sem reforço estrutural para fins de comparação. Em todas as outras séries foram utilizadas cantoneiras de aço laminado A36 coladas externamente, como ilustrado na Figura 6.2, com adesivo epóxi denominado de Sikadur 32.

**Figura 6.2 – Esquema de colagem do reforço**



**Tabela 6.1 – Identificação dos corpos de prova**

Serie	Características dos corpos de prova	Quantidade
A	Sem reforço	3
B	Cantoneira de abas iguais de 1"x1/8" - Sem pintura protetora	3
C	Cantoneira de abas iguais de 1"x1/4" - Sem pintura protetora	3
D	Cantoneira de abas iguais de 1"x1/8" - Com pintura protetora	3
E	Cantoneira de abas iguais de 1"x1/4" - Com pintura protetora	3

Para verificação da resistência à compressão do concreto foram moldados seis corpos de prova cilíndricos de 10 cm de diâmetro por 20 cm de altura para cada concretagem realizada, sendo que três unidades foram rompidas aos três dias de idade, e as outras três rompidas no dia da realização dos ensaios de flexão das vigas reforçadas.

O traço utilizado no microconcreto dos corpos de provas prismáticos foi o recomendado pelo fabricante, que especifica para cada saco de 25 kg de graute, o uso de 3 litros de água e 30% em massa (7,5 kg) de brita zero. Para a mistura, foi utilizada uma betoneira. Para cada série de corpos de provas, a mistura foi refeita.

As formas para os corpos de prova foram confeccionadas com madeirite plastificado de 11 mm e sarrafo de pinus de seção 5,0 cm x 2,5 cm. A Figura 6.3 ilustra as armaduras já montadas dentro das formas no dia da concretagem.

Realizada a concretagem, os corpos de prova foram protegidos das intempéries para a cura. Estes foram desformados ao terceiro dia e levados à câmara úmida para término da cura, como se pode observar na Figura 6.4. Não foi utilizado desmoldante nas formas de madeira.

**Figura 6.3 – Armaduras e formas**



**Figura 6.4 – Corpos de prova prismáticos e cilíndricos**



Vigas prismáticas



Corpos de prova cilíndricos

As cantoneiras metálicas foram cortadas na mesma medida dos corpos de prova com 75 cm de comprimento. Para as Séries B e D, o tratamento superficial da superfície do reforço foi constituído da remoção da tinta protetora, que vem de fábrica, e a remoção da gordura com detergente neutro no dia da colagem. As cantoneiras das Séries C e E foram apenas desengorduradas. Esta variação no tratamento foi proposta, com o intuito de aproximar a parte

experimental com uma situação real de reforço, em que dificilmente, tal película protetora seria removida.

Para a remoção da película de tinta foi utilizado, inicialmente, uma esmerilhadeira de 4" com disco flap lixa número 60. Entretanto, após a remoção completa da mesma, o perfil metálico estava aparentemente polido. Para evitar uma superfície muito lisa, optou-se por lixar manualmente a tinta com lixa ferro número 60, como pode-se observar na Figura 6.5. A parte b) desta figura ilustra uma cantoneira com a pintura parcialmente removida para visualização dos dois tipos de tratamento (com e sem remoção da película).

**Figura 6.5 – Preparação da superfície do perfil metálico de reforço**



a) Preparação da superfície



b) Remoção parcial da tinta

A superfície de concreto dos corpos de prova prismáticos estava bem regularizada e sem nichos de concretagem, por se tratar de um microconcreto novo e as formas terem sido confeccionadas com madeirite plastificado. Em uma situação real, a região de aderência entre o concreto e o reforço deve ser escarificado com uma esmerilhadeira, até a exposição dos agregados graúdos. Porém, como tratamento do substrato de concreto, foi feito o lixamento com lixa ferro 60 das marcas de prego oriundas das formas; o arredondamento das arestas para facilitar o encaixe das cantoneiras; e o aumento da rugosidade da superfície com lima grossa para madeira de 12 pol. Tais procedimentos podem ser visualizados na Figura 6.6.

**Figura 6.6 – Preparação da superfície de concreto**

a) Arestas vivas



b) Arestas levemente arredondadas



c) Lixamento



d) Remoção de poeira

Para efetuar a pressão de colagem entre o reforço e o corpo de prova recomendado pela literatura, foram confeccionadas abraçadeiras de madeira com rosca sem fim. Sobre pesos também foram utilizados para que a pressão fosse feita nas duas abas das cantoneiras. Para visualização do sistema de aperto, ver a Figura 6.7.

A colagem das cantoneiras foi realizada em dois dias. No primeiro dia foram colados os reforços das Séries D e E, com temperatura ambiente de 26°C. No segundo dia, cuja temperatura ambiente era de 23°C, foram colados os reforços para as Séries B e C. O adesivo utilizado foi o Sikadur 32. Este é um adesivo estrutural à base de resina epóxi, de média

viscosidade (fluido), bi-componente e de pega normal, especialmente formulado para ancoragens em geral e colagens de concreto velho com concreto novo e chapas metálicas ao concreto.

**Figura 6.7 – Procedimento de colagem**



a) Aplicação do adesivo epóxi



b) Fixação do reforço no substrato



c) Instalação das abraçadeiras



d) Sobre peso superior

Os corpos de prova reforçados ficaram sob proteção de intempéries por uma semana, quando a cura final do adesivo é atingida, segundo o fabricante. Após este período o sistema

de aperto foi retirado e os corpos de prova transportados para local próximo da realização dos ensaios.

## 6.1 PREPARAÇÃO DO ENSAIO

Marcações foram feitas nos corpos de provas prismáticos com a finalidade de posicionar corretamente os roletes de aplicação de carga e de apoio, conforme ilustrado anteriormente na Figura 6.1.

De modo a evitar excentricidades de aplicação de cargas, ou concentração de tensões localizadas, a superfície de contato dos roletes superiores com o corpo de prova foi regularizada com massa plástica. Nos apoios inferiores, nos corpos de prova que apresentavam alguma irregularidade, foram colocadas chapas finas de aço para evitar movimentação da viga durante o ensaio reduzindo distorções nas medidas aferidas pelos transdutores, uma vez que estes apoios não eram articulados. Para o registro do ensaio foram feitas as seguintes medições com transdutores:

- a) Encurtamento do concreto na região central da viga na face comprimida;
- b) Alongamento do concreto na região central da viga na face tracionada;
- c) Alongamento do reforço na região central da viga na face tracionada – lado esquerdo;
- d) Alongamento do reforço na região central da viga na face tracionada – lado direito;
- e) Flecha na borda inferior esquerda da viga;
- f) Flecha na borda inferior direita da viga.

Para as medições apresentadas nas alíneas a) a d) foram utilizados transdutores WI +/- 5mm da marca HBM. Já para as medições apresentadas nas alíneas e) e f) foram utilizados os mesmos transdutores para as vigas da Série A (sem reforço) e para as demais séries foram utilizados os transdutores WA 50mm, também da marca HBM.

O cálculo das deformações na seção de concreto reforçado é feito dividindo o alongamento, ou encurtamento, pelo comprimento inicial de referência. Para isto, foi definido como comprimento inicial o valor de 100 mm. De modo a garantir esta medida, foram feitas marcações nos corpos de prova, distantes de 100 mm entre si, na face tracionada e na face comprimida na região central do corpo de prova prismático.

Para a fixação dos transdutores foi confeccionado suportes de cantoneira metálicas com 25 mm de comprimento com pedaço de vergalhão de aço de diâmetro igual a 4,2 mm colado com massa plástica na parte inferior destes suportes. A adesão dos suportes no corpo

de prova foi feita colando, também com massa plástica, o vergalhão na demarcação prévia existente na viga. Para ilustrar esta fixação, é apresentado a Figura 6.8.

**Figura 6.8 – Instalação dos suportes para os transdutores**



a) Face comprimida



b) Face tracionada

Na parte a da Figura 6.8, as marcações vermelhas representam o posicionamento dos transdutores, distantes de 100mm entre si. Um dos suportes serve de reação para a medida do alongamento ou encurtamento. No outro suporte há uma fenda para encaixe dos transdutores. Nos suportes, uma abraçadeira de Tecnil foi colada para o travamento do transdutor (não apresentado na figura). A parte b da mesma figura ilustra o posicionamento dos suportes dos transdutores na face tracionada dos corpos de prova prismáticos das Séries B a E. Desta forma, foi possível medir o alongamento da face tracionada do concreto e nas cantoneiras.

Para a medição das flechas, cada transdutor foi fixado a uma garra magnética presa à parte indeslocável da prensa para medir o deslocamento vertical de cantoneiras de alumínio coladas na face inferior dos corpos de prova. Para a visualização desta montagem é apresentada a Figura 6.9.

Para registro dos dados, todos os transdutores foram ligados ao aquisitor de dados da marca HBM (*Hottinger Baldwin Messtechnik*) modelo Spider 8, de 4,8 kHz/DC, com oito portas de entrada. Este, foi conectado ao computador para registro das informações por meio de cabo USB. O *software* para aquisição dos dados foi o CatmanEasy, versão 4.2.1, da HBM.



**Figura 6.9 – Instalação dos transdutores para medição das flechas**

a) Montagem da garra metálica

b) Vista da face inferior

A célula de carga não foi conectada ao equipamento aquisitor de dados por incompatibilidade de portas seriais de entrada e saída. Desta forma, os valores apresentados no leitor desta célula foram registrados manualmente. Para isto, foi estabelecido que a captura dos dados seriam feitas da carga 0,00 kN à ruptura dos corpos de prova com incrementos de 2,50 kN (250 kg). A Figura 6.10 ilustra uma visão geral do esquema de montagem do ensaio e a Figura 6.11 a montagem de um corpo de prova na prensa pronto para o início do ensaio.

A aplicação da força pela máquina foi gradual e uniforme, de modo a evitar choques. A velocidade foi controlada manualmente através de uma válvula na prensa. Devido a isto, alguma variação na velocidade de aplicação de carga pode ter ocorrido. Estima-se uma velocidade de 3kN/min.

**Figura 6.10 – Visão geral do ensaio**



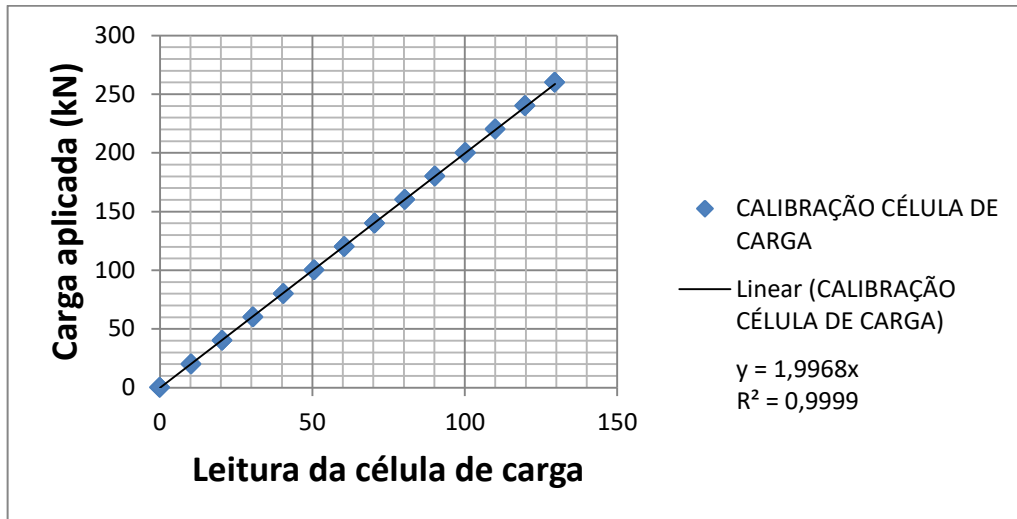
**Figura 6.11 – Montagem da Viga A1 na prensa para ensaio**



Para a obtenção dos valores da intensidade da carga aplicada nos corpos de prova foi utilizada uma célula de carga de capacidade para 100 toneladas (1000 kN) posicionada entre a rótula da prensa universal e a placa rígida superior. Esta célula de carga foi devidamente calibrada em uma prensa de compressão simples. O valor da carga aplicado na célula era adquirido manualmente por meio do leitor 3105C, da marca Alpha Instrumentos. Assim,

pode ser elaborada uma curva de calibração da célula de carga para valores apresentados neste leitor e os aquisitados na prensa. A curva de calibração está apresentada na Figura 6.12.

**Figura 6.12 – Curva de calibração da Célula de carga**



## 6.2 ERROS DO ENSAIO

Diversos erros podem ocorrer durante o ensaio, podendo ser inerentes à geometria dos corpos de prova e ao sistema de medição. Quanto aos corpos de prova, pode ser destacada a variação nas dimensões dos prismas de concreto que pode gerar algum esforço de torção durante o ensaio devido à falta de paralelismo entre as faces do elemento ensaiado. Quanto ao sistema de medição, os erros podem ocorrer devido à imprecisão dos equipamentos (transdutores e célula de carga) e na aquisição dos dados. Para estes pode-se listar:

- posicionamento incorreto dos suportes de apoio dos transdutores que medem o alongamento;
- imprecisão na definição do comprimento inicial para o cálculo das deformações longitudinais;
- inclinação entre eixos dos transdutores e do corpo de prova;
- falhas nas medidas dos transdutores;
- variação na velocidade de aplicação da carga, principalmente no início do ensaio.

Outros erros também podem ter ocorrido no processo de montagem e execução do ensaio como descolamento dos suportes dos transdutores; a falta de paralelismo entre os roletes; flechas excessivas acarretando em diferenças nas intensidades de carga aplicada pelos

dois roletes superiores; aumento da aderência entre o reforço e o concreto devido ao contato direto dos roletes inferiores com as cantoneiras de reforço; e perda de pontos devido à captura manual de dados.

### 6.3 RESULTADOS DOS ENSAIOS

As propriedades dos materiais utilizados nas vigas ensaiadas estão apresentadas na Tabela 6.2. A resistência a compressão do concreto de cada Série foi considerada a média dos seus corpos de provas cilíndricos. Para as Séries A e D, esta resistência foi considerada a média dos CPs das Séries B, C e E, pois houve muita perda de material na fabricação das vigas, não sendo possível confeccionar os CPs cilíndricos. A resistência à tração média do concreto e o módulo de elasticidade inicial do concreto foram obtidos, respectivamente, pelas Equações 6.1 e 6.2.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6.1)$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2}, \quad \text{sendo } \alpha_E = 1,2 \text{ para brita de basalto} \quad (6.2)$$

em que,  $f_{ct,m}$ : resistência média à tração no concreto;  
 $f_{ck}$ : resistência característica à compressão no concreto;  
 $E_{ci}$ : módulo de elasticidade longitudinal inicial do concreto.

**Tabela 6.2 – Propriedades dos materiais**

Série	$f_c$ [MPa]	$E_{ci}$ [MPa]	$f_{ct,m}$ [MPa]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> ]	$f_{y,s}$ [MPa]	$A_{s,ref}$ [cm <sup>2</sup> ]	$f_{y,sref}$ [MPa]	Descrição do reforço
A	46,42	45783,99	3,87	0,62	500,00	-	250,00	-
B	40,37	42695,60	3,53	0,62	500,00	2,96	250,00	2L 1"x1/8"
C	53,33	49075,55	4,25	0,62	500,00	5,70	250,00	2L 1"x1/4"
D	46,42	45783,99	3,87	0,62	500,00	2,96	250,00	2L 1"x1/8"
E	45,56	45356,33	3,83	0,62	500,00	5,70	250,00	2L 1"x1/4"

A Série A consiste em três corpos de prova prismáticos de concreto armado nomeados de A1, A2 e A3. Este conjunto vigas foi moldado para verificar os cálculos de capacidade de carga apresentados no Capítulo 5 e servir de comparação para os corpos de prova das outras séries que foram reforçados com perfil de aço laminado.

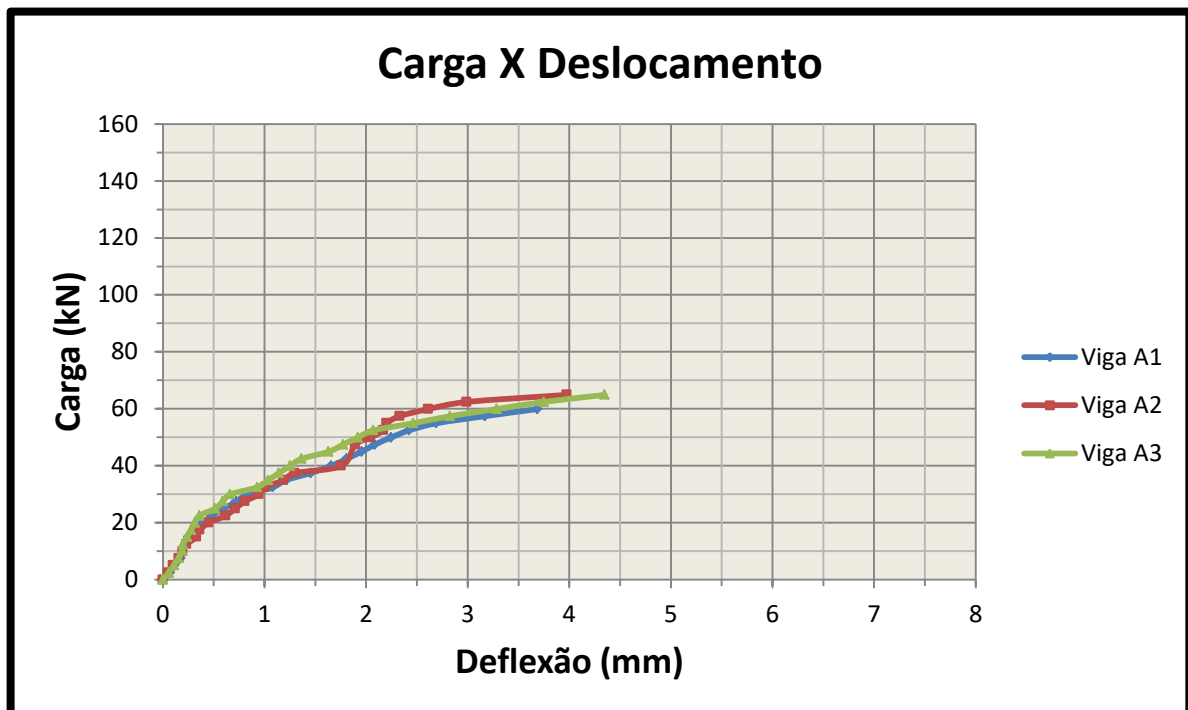
Na Figura 6.13 são plotados os gráficos Carga x Deslocamento para as vigas da Série A. Percebe-se um comportamento semelhante para as três vigas ensaiadas. A carga que

proporcionou o escoamento dos corpos de prova A1 e A2 foi 39,94 kN para ambos. Não foi possível verificar a carga de ruptura da Viga A3, pois o transdutor que capturava os deslocamentos na face tracionada do concreto desprendeceu. Estas cargas foram identificadas quando a deformação da face tracionada atingiu 2,5%, igual a deformação de escoamento para o aço CA-50. Todas as vigas sofreram ruptura dúctil por deformação plástica excessiva do aço.

Durante o ensaio, tentou-se identificar a carga de aparecimento de fissuras. Contudo, foi possível somente verificar visualmente as fissuras laterais, devido à dificuldade de acesso a face inferior. As primeiras fissuras identificadas nas Vigas A1, A2 e A3 foram, respectivamente, nas cargas 24,96 kN, 29,95 kN e 27,46 kN, localizadas na região de flexão pura das vigas. No gráfico de Carga x Deslocamento, pode-se identificar que próximo a estas cargas há uma variação no comportamento da curva, aumentando suavemente os deslocamentos.

Importante salientar que, as cargas mencionadas neste trabalho, referem-se à carga P aplicada pela prensa e lida pela célula de carga, e não a carga aplicada nos roletes.

**Figura 6.13 – Diagrama Carga x Deslocamento para a Série A**



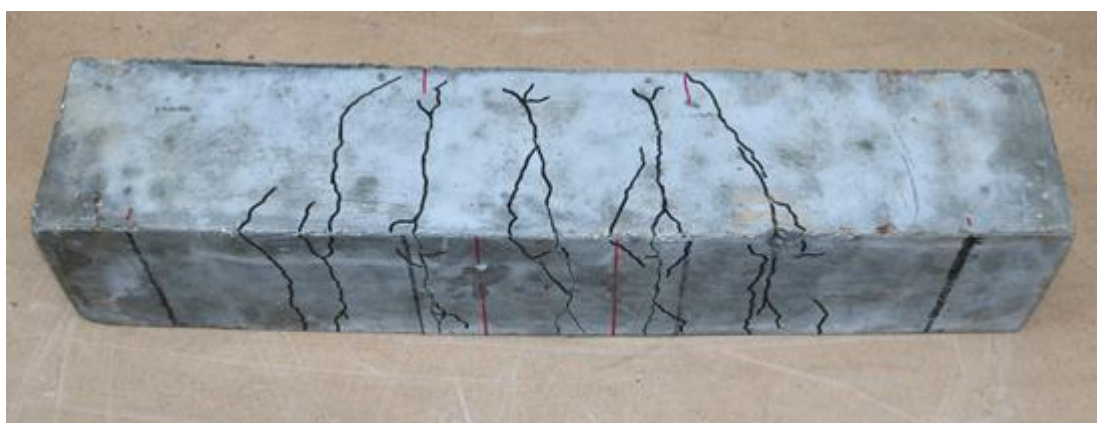
As fissuras nos corpos de prova da Série A apareceram inicialmente na região de flexão pura, como o esperado. As fissuras que estão na região de cisalhamento, como se

observa principalmente na Figura 6.15, apareceram após o escoamento da armadura, uma vez que a carga continuou a ser aumentada mesmo após este evento. As vigas A1 e A3, após o término do ensaio, estão apresentadas nas Figuras 6.14 e 6.15.

**Figura 6.14 – Fissuras da Viga A1**



**Figura 6.15 – Fissuras da Viga A3**

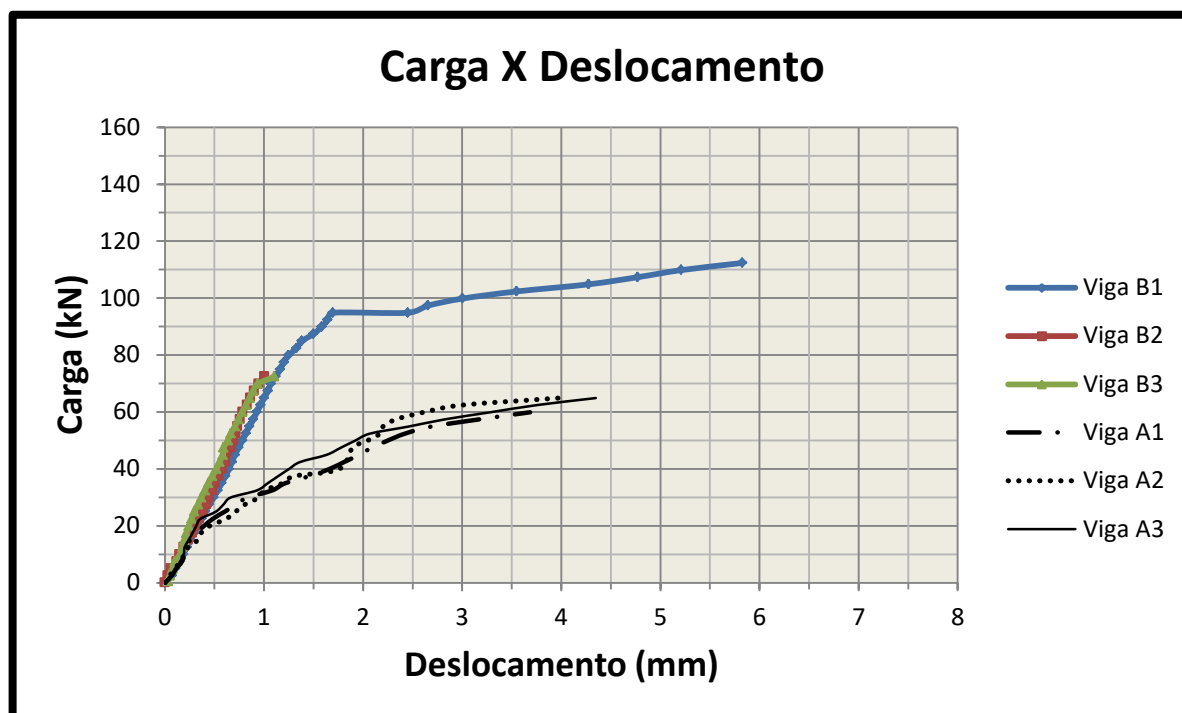


As Séries B e D são compostas de três corpos de prova cada denominados de B1, B2 e B3 para aquela, e D1, D2 e D3 para esta. Estas Séries foram reforçadas com cantoneiras de abas iguais de aço laminado com seção 1”x1/8”. A diferença entre elas está no tratamento da superfície do aço. Na Série B o reforço foi desengordurado e teve a pintura de proteção removida. Já na Série D foi mantida esta pintura, com o intuito de se aproximar de uma situação real, na qual dificilmente seria retirada a película protetora.

De acordo com o gráfico da Figura 6.16 percebe-se que as vigas B2 e B3 tiveram comportamentos, aproximadamente, lineares até a ruptura. Nestas vigas, os ensaios foram encerrados quando os perfis de reforço descolaram do substrato de concreto, ambos na carga 72,39 kN. O trecho com grandes deslocamento na Viga B1 ocorre exatamente no ponto em

que o reforço no tirante escoa, na carga 97,35 kN. O ensaio foi encerrado quando ocorreu o desprendimento do perfil de reforço do substrato.

**Figura 6.16 – Diagrama Carga x Deslocamento para a Série B**



Importante deixar claro a diferença de descolamento e desprendimento. Aquele se dá por falha na ligação entre os materiais quando a resistência ao cisalhamento do adesivo é insuficiente ou houve falha nos procedimentos executivos. Já o desprendimento ocorre com o arrancamento da cobertura de concreto separando o reforço do substrato.

Nas vigas B2 e B3 não se verificou o aparecimento de fissuras durante o ensaio. Estas surgiram somente após o descolamento do reforço.

A primeira fissura identificada na Viga B1 ocorreu na carga 87,36 kN, localizada no primeiro terço do comprimento da viga, traçando a posição da escora mais solicitada, com inclinação de aproximadamente 45°, alinhada com o rolete superior de aplicação de carga. Com o aumento do carregamento, pode-se observar o surgimento de outras fissuras no trecho central do corpo de prova. Foi notado também o aparecimento de fissura no concreto na extremidade do reforço quando o carregamento atingiu 92 kN, como pode ser visto na Figura 6.17.

Na Figura 6.18 estão destacadas as fissuras do corpo de prova B1.

**Figura 6.17 – Fissuras na extremidade do reforço da Viga B1**



**Figura 6.18 – Fissuras da Viga B1**



A Figura 6.19 apresenta a cantoneira separada do corpo de prova de concreto. Percebe-se que na região central ocorreu o arrancamento do cobrimento de concreto, deixando a armadura interna exposta como também pode-se observar na Figura 6.20.



**Figura 6.19 – Reforço descolado da Viga B1**



**Figura 6.20 – Armadura interna exposta da Viga B1**



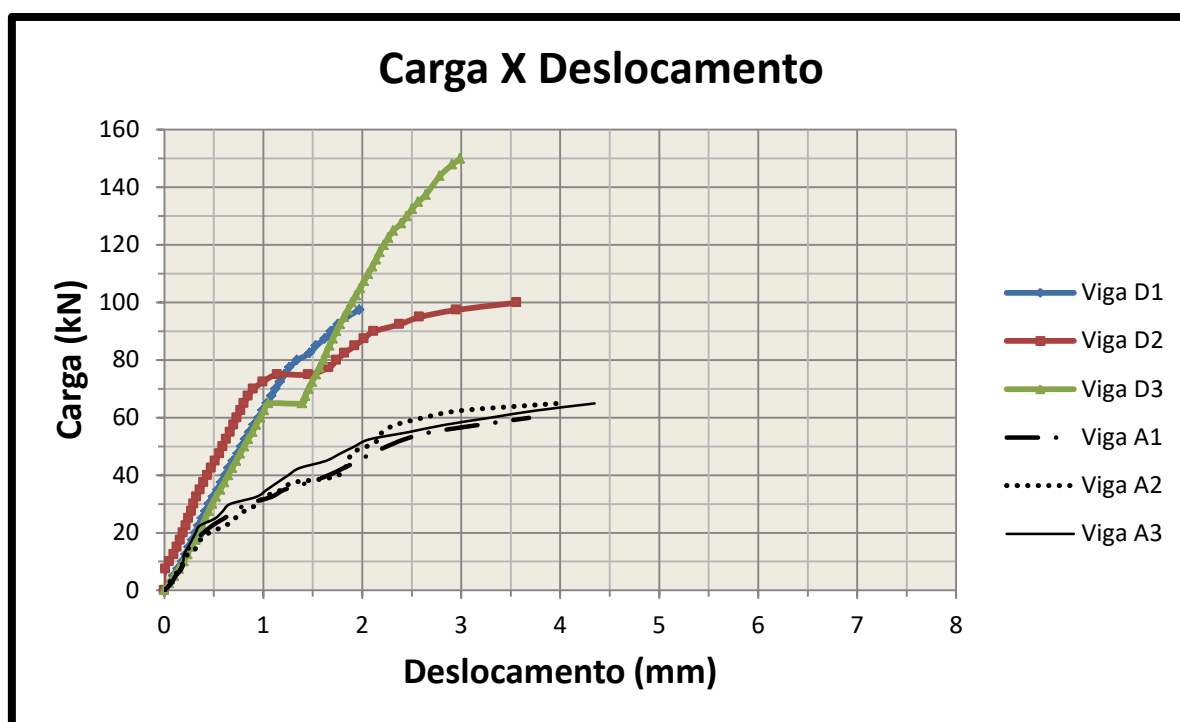
Nas Vigas B2 e B3 o descolamento do reforço ocorreu na interface adesivo-reforço no primeiro terço dos corpos de prova. Foi verificado que a superfície de concreto estava plana e bem preparada. Não foi identificado nada na superfície do reforço que indicasse falha na preparação deste material. Contudo várias medições foram feitas com paquímetro nos locais

onde o adesivo ficou aderido no perfil e foi constatado que a espessura da cola estava entre 6 e 8 mm. Souza e Ripper (1998) recomendam que a espessura da cola deva ser próxima a um milímetro, já Appleton (1997) informa que ela deva estar entre um e três milímetros.

A Figura 6.21 ilustra os gráficos Carga x Deslocamento para a Série D podendo-se perceber comportamento muito parecido com a Série B até o carregamento próximo à 70 kN.

A Viga D1 possui comportamento próximo da linearearidade entre a carga e o deslocamento até a carga 80 kN, quando foi possível a identificação das primeiras fissuras nas faces laterais deste corpo de prova. Tais fissuras estavam localizadas no primeiro terço do comprimento da peça, com inclinação de 45° alinhada com o rolete de aplicação de carga. O escoamento do reforço foi identificado na carga 92,36 kN. Neste mesmo carregamento ocorreu o início do descolamento do reforço devido à união de algumas fissuras na região de cisalhamento e flexão, aumentando a flecha. O descolamento do reforço ocorreu com 97,35 kN

**Figura 6.21 – Diagrama Carga x Deslocamento para a Série D**



A Viga D2 comportava-se próximo à linearidade entre carga e deslocamento até 70 kN, tendo este regime alterado, muito provavelmente, pelo aparecimento das primeiras fissuras na região definida pela escora interna inclinada mais solicitada. Na carga de 74,88 kN, foi percebido o início do descolamento do reforço na região central do corpo de prova. O

escoamento do reforço foi verificado na carga 94,85 kN. A partir daí o carregamento foi incrementado até o descolamento do reforço na carga 99,85 kN.

Até a carga de 64,9 kN na Viga D3, a curva Carga x Deslocamento era linear, com o corpo de prova aparentemente sem nenhuma fissura, quando foi perdido o controle da carga na prensa, atingindo, instantaneamente a carga de 120 kN, sendo descarregada imediatamente até a carga anterior. Neste ocorrido, registrou-se o aparecimento de diversas fissuras, no primeiro terço do comprimento, no meio do vão e nas extremidades do reforço. Não foi verificado descolamento parcial da cantoneira metálica. A partir desta descarga, foi mantido os incrementos de carga até o descolamento do reforço externo na carga 149,77 kN.

Na Figura 6.22 está ilustrada a Viga D2 após o término do ensaio. Neste corpo de prova, foram destacadas as fissuras existentes.

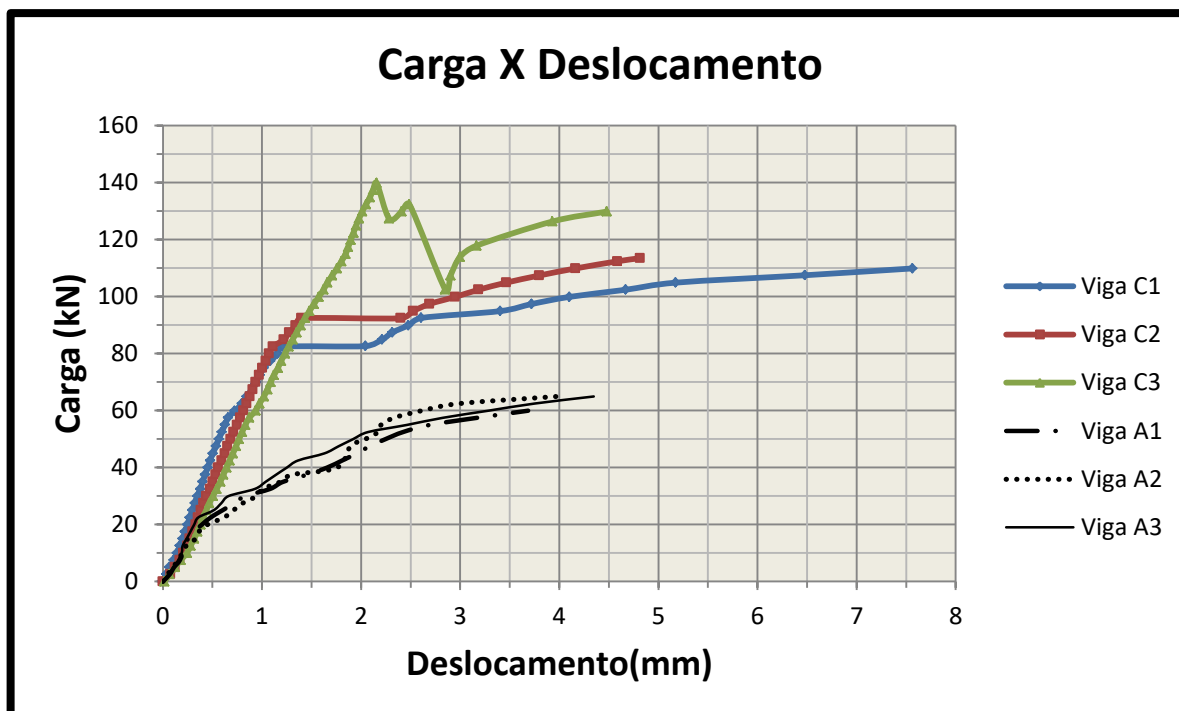
**Figura 6.22 – Fissuras Viga D2**



As Séries C e E são compostas de três corpos de prova cada. Estas séries foram reforçadas com cantoneiras de aço laminado de 1"x1/4". A diferença entre elas, assim como nas Séries B e D, está no tratamento da superfície do aço. Na Série C o reforço foi desengordurado e teve a pintura de proteção removida. Já na Série E foi mantida esta pintura.

A Figura 6.23 ilustra os gráficos Carga x Deslocamento para as vigas da Série C. Nesta imagem percebe-se semelhança entre as curvas das Vigas C1 e C2. O corpo de prova C3 teve um comportamento singular frente as outras duas. As descontinuidades apresentadas no diagrama desta viga são devido ao aumento das fissuras e descolamentos parciais dos reforços.

Figura 6.23 – Diagrama Carga x Deslocamento para a Série C



Analisando o diagrama Carga x Deslocamento, percebe-se uma grande região com comportamento aparentemente linear até a carga de 80 kN nas Vigas C1 e C2. No corpo de prova C3, esta variação linear se estende até 139 kN.

As primeiras fissuras em todas as vigas ocorreram no primeiro terço do comprimento, com inclinação de 45° alinhada com o rolete superior de aplicação de carga desenhando assim, a escora mais comprimida. As cargas aplicadas nos corpos de prova quando foram identificadas as primeiras fissuras laterais foram 64,90 kN, 82,37 kN e 97,45 kN, respectivamente nas Vigas C1, C2 e C3. Nas duas primeiras percebeu-se que quando estas cargas foram atingidas, ocorreram mudanças na inclinação das curvas.

O trecho com muita deformação e sem qualquer acréscimo de carga para as Vigas C1 e C2, respectivamente nas cargas 82,37 kN e 92,36 kN ocorre devido à união de algumas fissuras provocando o descolamento parcial do reforço.

O escoamento do reforço das Vigas C1, C2 e C3 ocorreram, respectivamente, nas cargas 84,87 kN, 92,36 kN e 127,30 kN.

As fissuras no concreto próximo à extremidade do concreto pode ser visualizada nas Vigas C2 e C3, quando o carregamento atingiu 89,86 kN e 107,33 kN. A Figura 6.24 ilustra as fissuras da Viga C3 após o ensaio.

O incremento de carga foi mantido, mesmo após o aparecimento de grande quantidade de fissuras e altos deslocamentos, até ocorrer a falha na ligação das cantoneira metálicas. Esta falha ocorreu na interface reforço-adesivo nas cargas 109,83 kN, 113,42 kN e 129,80 kN, respectivamente em C1, C2 e C3. A primeira sofreu desprendimento e as outras, descolamento.

**Figura 6.24 – Fissuras viga C3**



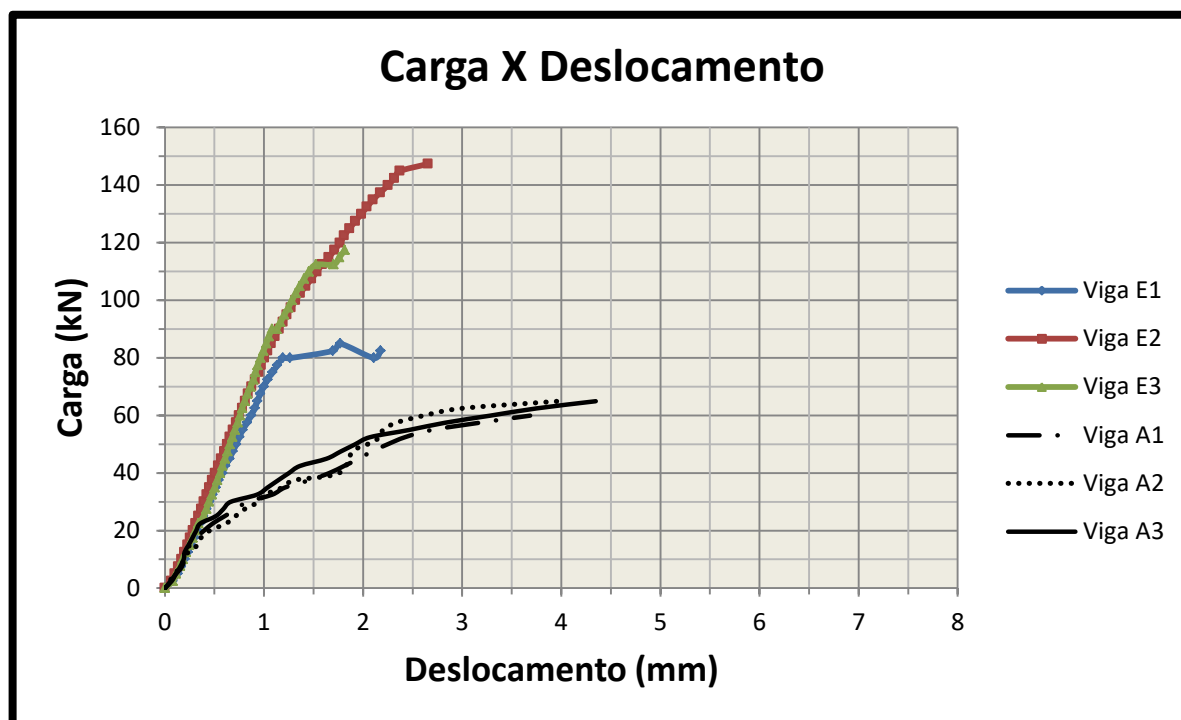
**Figura 6.25 – Vazios na ligação do reforço com da Viga C1**



O diagrama Carga x Deslocamento da Série E está apresentada na Figura 6.26. Percebe-se grande diferença da viga E1 para as outras, provavelmente pelo o fato do reforço

estar parcialmente descolado em uma das extremidades, tanto do lado direito, quando do esquerdo.

Figura 6.26 – Diagrama Carga x Deslocamento para a Série E



Neste gráfico, a Viga E1 apresenta um comportamento linear até próximo da carga 80 kN, quando houve o início do descolamento do reforço. Este evento ocorreu sem que pudesse ser notado muitas fissuras, indicando uma falha na ligação entre o concreto e o perfil de reforço. A primeira das fissuras ocorreu na carga 52,42 kN. Quando a carga atingiu 84,87 kN, o reforço escoou e houve um alívio de carga, muito provavelmente devido ao aumento da área de reforço descolado. A viga não foi capaz de atingir esta carga novamente, sendo que o descolamento do reforço se deu na carga de 82,37 kN.

As Vigas E2 e E3 tiveram um comportamento muito semelhante até a carga 110 kN. Na Viga E2, a primeira fissura identificada ocorreu na carga 87,36 kN. No carregamento de 109,83 kN, percebeu-se o aumento do número de fissuras. O escoamento desta viga foi verificado na carga 132,29 kN e o descolamento do reforço com 147,27 kN.

Na Viga E3, identificou-se a primeira fissura com a carga 89,86 kN. No carregamento 109,83 kN foi constatado o aparecimento de fissuras nas extremidades do reforço. O descolamento dos perfis de reforço ocorreu com a carga 117,32 kN. O escoamento do perfil

provavelmente tenha ocorrido neste nível de carregamento, mas não foi registrado pelo sistema aquisitor. No último ponto registrado, a deformação no perfil estava com 1,21‰.

No Apêndice A está apresentado os cálculos necessários para a verificação da capacidade de carga de uma viga-parede reforçada com cantoneira de aço laminado A36 utilizando as propriedades geométricas e mecânicas dos materiais da Série B. De forma análoga, a capacidade de carga das outras séries também pode ser obtida.

Quando a análise da previsão de ruptura é feita pela Teoria de Vigas para os corpos de prova ensaiados nesta pesquisa, os modos de ruptura previstos e experimentais não se equivalem, estando resumidos na Tabela 6.3. Os valores previstos foram calculados conforme teoria apresentada no Capítulo 5 e exemplificado no Apêndice A.

A capacidade de carga para a força cortante,  $V_{sd}$ , foi verificada seguindo as Equações 6.3, 6.4 e 6.5. Para isto, foram considerados estribos de duas pernas de 6,3 mm de diâmetro, espaçados a cada 3,5 cm em um trecho de 20 cm de comprimento (vão de cisalhamento). A menor carga resistente P foi igual a 258,12 kN, desprezando os coeficientes de redução de resistência.

$$V_{sd} < V_c + V_{sw} \quad (8.3)$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b * d \quad (8.4)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 * d * f_{ywd} * (sen\alpha + cosa)} \quad (8.5)$$

em que,

- $V_{sd}$ : força cortante solicitante de cálculo;
- $V_c$ : parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo de treliça;
- $V_{sw}$ : parcela de força cortante resistida pela armadura transversal;
- $V_{c0}$ : valor de referência para  $V_c$  quando  $\theta=45^\circ$ ;
- $\Theta$ : ângulo de inclinação das bielas de compressão;
- $A_{sw}$ : área da seção transversal dos estribos de força cortante;
- $s$ : espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo eixo longitudinal da peça;
- $b$ : largura média da alma de uma viga;
- $d$ : altura útil da seção;
- $\alpha$ : inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

$f_{ctd}$ : resistência de cálculo à tração do concreto;

$f_{ywd}$ : é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura transversal.

Diante dos resultados apresentados na Tabela 6.3, pode-se concluir que a Teoria de Vigas não pode ser utilizada para prever o comportamento de vigas com descontinuidade generalizada, no caso em questão, vigas-parede. A principal característica deste tipo de estrutura é a influência preponderante do cisalhamento no comportamento da estrutura, contrariamente àquelas que são governadas pela flexão.

Isto pode ser comprovado pelo fato das vigas reforçadas e ensaiadas neste trabalho, verificadas como Região B, apresentar grande divergência entre a carga prevista e de ruptura, tendo esta ocorrido, de maneira mais frequente, na escora interna inclinada mais solicitada. A relação  $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{teo})}$  teve uma variação de 0,29 a 0,64, ou seja, a ruptura experimental ocorreu muito antes da ruptura prevista, quando  $P_{u(\text{exp})}$  é a carga de ruptura verificada nos ensaios e  $P_{u(\text{teo})}$  é a carga de ruptura prevista.

A relação  $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{VR})}$  verifica o acréscimo de carga de ruptura dos corpos de prova reforçados e relação às vigas de referências da Série A. Este coeficiente variou de 1,62 a 3,31, ou seja, houve um grande aumento da capacidade de carga na estrutura.



Tabela 6.3 – Resumo das cargas de ruptura previstas e experimentais para vigas analisadas pela Teoria de Vigas

Corpos de prova		f <sub>c</sub> [MPa]	A <sub>s</sub> [cm <sup>2</sup> ]	A <sub>s,ref</sub> [cm <sup>2</sup> ]	P <sub>u(teo,f)</sub> * [kN]	P <sub>u(teo,c)</sub> ** [kN]	P <sub>u(exp)</sub> [kN]	P <sub>u(exp)</sub>	P <sub>u(exp)</sub>	Ruína prevista/ Ruína experimental
								P <sub>u(teo)</sub>	P <sub>u(VR)</sub> **	
SÉRIE A	A1	46,42	0,62	-	41,04	230,56	39,94	0,97	-	Flexão / Flexão
	A2	46,42	0,62	-	41,04	230,56	39,94	0,97	-	Flexão / Flexão
	A3	46,42	0,62	-	41,04	230,56	****	-	-	Flexão / Flexão
SÉRIE B	B1	40,27	0,62	2,96	137,47	226,24	87,36	0,64	2,19	Flexão / Escora diagonal
	B2	40,27	0,62	2,96	137,47	226,24	72,39	0,53	1,81	Flexão / Descolamento do reforço
	B3	40,27	0,62	2,96	137,47	226,24	72,39	0,53	1,81	Flexão / Descolamento do reforço
SÉRIE C	C1	53,33	0,62	5,68	221,53	235,06	64,9	0,29	1,62	Flexão / Escora diagonal
	C2	53,33	0,62	5,68	221,53	235,06	82,37	0,37	2,06	Flexão / Escora diagonal
	C3	53,33	0,62	5,68	221,53	235,06	97,35	0,44	2,44	Flexão / Escora diagonal
SÉRIE D	D1	46,42	0,62	2,96	138,85	230,56	77,4	0,56	1,94	Flexão / Escora diagonal
	D2	46,42	0,62	2,96	138,85	230,56	72,39	0,52	1,81	Flexão / Escora diagonal
	D3	46,42	0,62	2,96	138,85	230,56	74,88	0,54	1,87	Flexão / Escora diagonal
SÉRIE E	E1	45,55	0,62	5,68	217,77	229,90	84,87	0,39	2,12	Flexão / Escoamento do reforço
	E2	45,55	0,62	5,68	217,77	229,90	132,3	0,61	3,31	Flexão / Escoamento do reforço
	E3	45,55	0,62	5,68	217,77	229,90	117,32	0,54	2,94	Flexão / Descolamento do reforço

\* P<sub>u(teo,f)</sub> é a carga de ruptura teórica à flexão

\*\* P<sub>u(teo,c)</sub> é a carga de ruptura teórica ao cisalhamento

\*\*\* P<sub>u(VR)</sub> é a média dos valores experimentais da Série A (Vigas de Referência)

\*\*\*\* Não foi possível coletar o alongamento no banzo tracionado

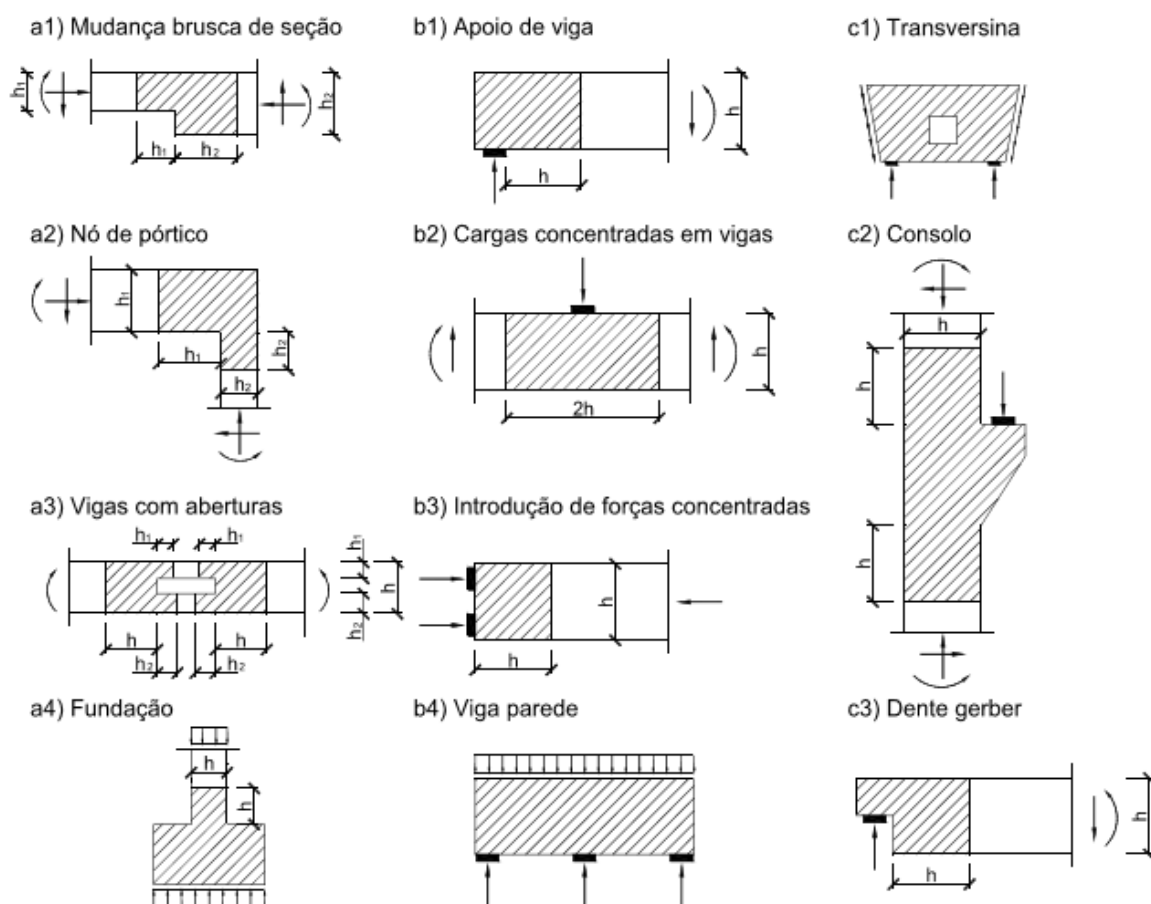
## 7 ROTINA DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO À FLEXÃO PARA VIGAS EM REGIÕES D

### 7.1 MÉTODO DAS BIELAS

Estruturas de concreto armado podem ser classificadas como Regiões B (*beam-like regions*) ou Regiões D (*disturbed regions*). Na primeira supõe-se que as deformações em uma seção transversal variem linearmente ao longo da altura, podendo ser aplicada a teoria da flexão. A segunda região corresponde a trechos de descontinuidade estática, em que há mudanças abruptas de carregamento como forças concentradas ou reações, e trechos de descontinuidade geométrica, em que há mudança abrupta na geometria, tal como furos ou mudanças na seção transversal. Em outras palavras, nas Regiões D, a distribuição de deformação é não-linear.

A Figura 7.1, da NBR 6118 (2014), ilustra as situações típicas de regiões D.

**Figura 7.1 – Situações típicas de Regiões D**



Fonte: NBR 6118 (2014)

Segundo Souza (2004), o uso do Método das Bielas para o cálculo de armaduras transversais em vigas de concreto armado foi originado no início do século XX, quando Ritter e Morsch expuseram a aplicação da “Analogia de Treliças” após pesquisas experimentais.

Este método foi depois aprimorado e expandido, de acordo com Schlaich et al (1987), por Leonhardt (1965), Rusch(1964), Kupfer(1964), entre outros, até Thurlimann (1979) e Marti (1985) criarem uma base científica para aplicação racional dos conceitos da Teoria da Plasticidade.

Souza (2004) afirma que nos casos de estruturas em Regiões D, normalmente é difícil, ou impossível, de se obter uma carga de colapso genuína e, por isso, normalmente recorre-se ao uso dos Teoremas do Limite Inferior e Superior da Teoria da Plasticidade.

Drucker (1953) expôs estes dois teoremas da seguinte maneira:

- a) Teorema do Limite Inferior: uma estrutura não entrará em colapso se as tensões satisfizerem as condições de equilíbrio e condições de contorno e não atingirem, em nenhum ponto, as tensões de escoamento.
- b) Teorema do Limite Superior: uma estrutura deverá entrar em colapso se, em um padrão compatível de deformação plástica, a taxa de trabalho das forças externas for igual, ou superior a taxa de dissipação interna.

De acordo com Souza (2004), uma vez que os limites não podem ser encontrados com precisão para problemas práticos, os dois teoremas descritos anteriormente tornam possível uma boa aproximação para fins de engenharia. Particularmente, o Método das Bielas é fundamentado no Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, admitindo-se a hipótese de que os tirantes irão escoar antes do concreto chegar a ruptura.

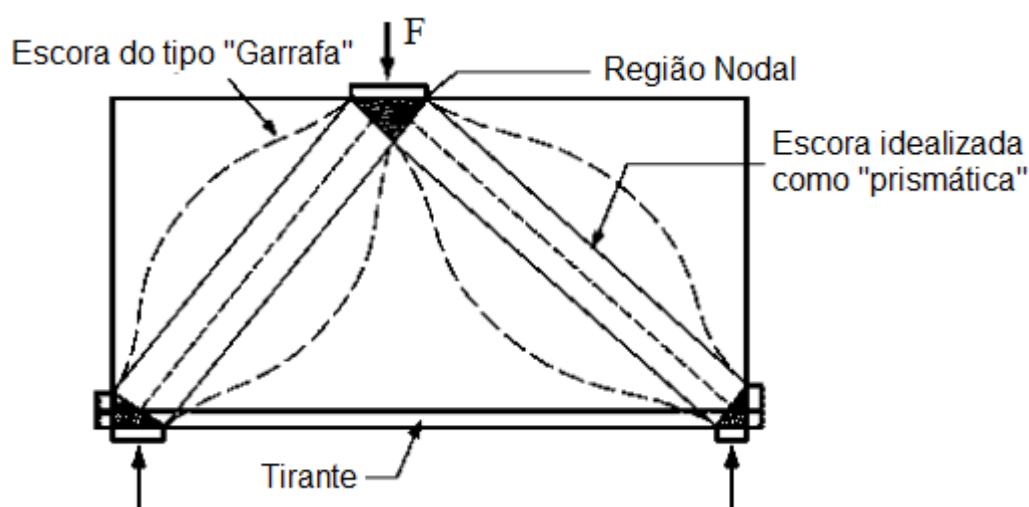
Segundo MacGregor (2002), Regiões D podem ser modeladas utilizando a “Análise de Treliça” considerando o concreto submetido a tensões de compressão como escoras e os tirantes, como a armadura tracionada, unidos por nós. Os nós estão localizados em regiões nodais onde ocorre a transferência de forças entre escoras, tirantes e apoios. Essas treliças idealizadas correspondem à estrutura fundamental para o Método das Bielas – em inglês *Strut-and-Tie models* (STM).

Neste trabalho, a técnica de analogia de treliças está sendo chamada de Método das Bielas ao invés de Método de Bielas e Tirantes, conforme NBR 6118 (2014), pois, segundo Souza (2004), biela é um elemento que hora pode estar submetido à tração e hora a compressão, generalizando assim a definição para os elementos de escoras (comprimidos) e tirantes (tracionados).

Treliças de duas dimensões podem ser idealizadas para representar estruturas planas como vigas-parede e dentes Gerber. Já treliças espaciais são modeladas para representar estruturas tridimensionais como blocos de fundação de duas ou mais estacas.

A treliça deve representar os campos de tensão nos elementos estruturais, sendo que as escoras representam os campos principais de compressão e os tirantes os campos principais de tração. A Figura 7.2 ilustra uma treliça idealizada e seus elementos para a aplicação do Método das Bielas em uma viga parede.

**Figura 7.2 – Modelo de treliça para uma viga parede**



Fonte: Adaptado de ACI 318 (2011)

Definido o modelo de escoras e tirantes, é possível determinar os esforços nestes elementos por meio do equilíbrio dos nós da treliça. O dimensionamento dos elementos estruturais deve ser feito de acordo com parâmetros de resistência para as escoras e nós, que dependem da eficiência do concreto nestas localizações, e de acordo com a tensão de escoamento para as treliças.

Para garantir o comportamento dúctil da estrutura deve-se garantir que o tirante escoe antes das escoras e os nós cheguem à ruína, conforme menciona Souza (2004).

Dimensionando desta maneira, a estrutura, após o escoamento do tirante, ainda é capaz de absorver mais esforços, pois após o escoamento, o material sofre endurecimento por deformação tornando-se capaz de resistir a maiores carregamentos com seu comportamento plástico.

Souza (2004) explica que para o aço escoar antes que as escoras e regiões nodais é preciso estabelecer limites de tensão para estes elementos. Estes limites podem ser avaliados

através de vários fatores como: perturbações causadas por fissuras e armaduras, estados de confinamento e estado multiaxial de tensões.

MacGregor (2002) cita os itens que precisam ser definidos e especificados para a modelagem e cálculo para a aplicação do Método das Bielas:

- a) Layout geométrico do modelo de escoras e tirantes;
- b) Resistência do concreto a compressão e seu fator de redução;
- c) Forma e resistência das escoras;
- d) Arranjo e resistência das zonas nodais;
- e) Dimensões, resistência e ancoragem dos tirantes;
- f) Detalhamento dos requisitos.

MacGregor (2002) menciona diversas normas que apresentam recomendações para os parâmetros de resistência das escoras, nós, tirantes, ancoragens dos tirantes e armaduras mínimas a serem adotados nos cálculos conforme o Método das Bielas. Destacam-se o ACI 318 (2002), CEB-FIF *Model Code* (1993) e CSA (1994).

No Brasil, os parâmetros para a análise de estruturas em Regiões D foram inclusos na NBR 6118 somente em 2014, até então sem qualquer definição de requisitos para projetos.

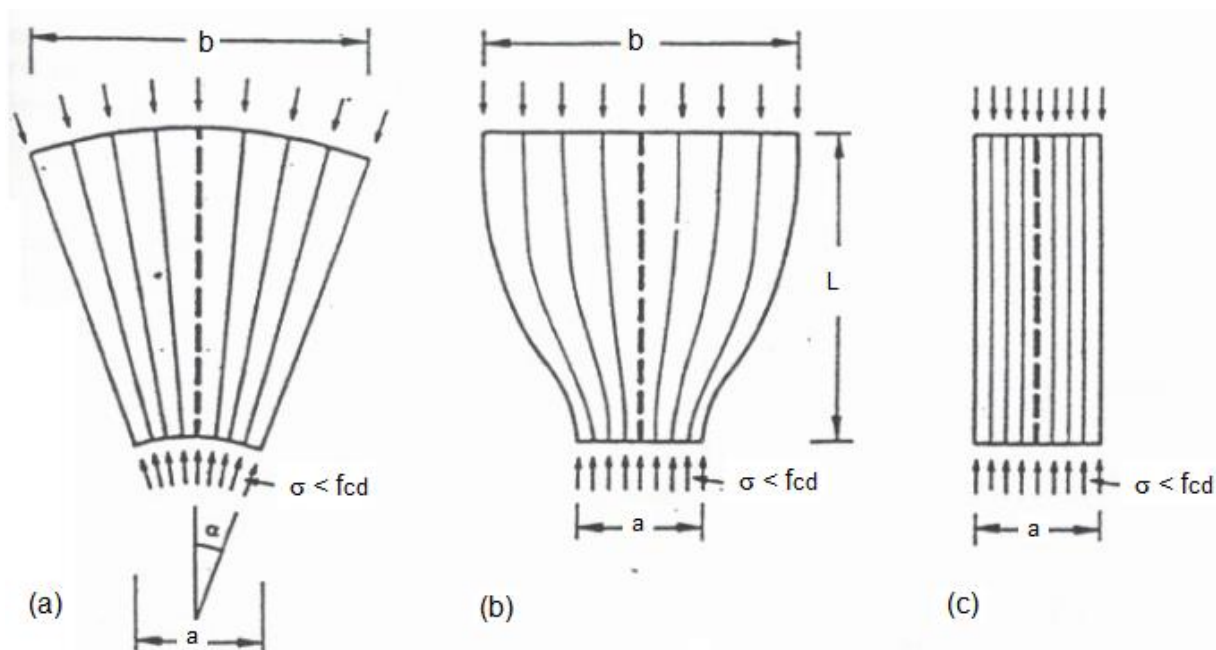
Neste trabalho serão apresentados os parâmetros de resistência de cálculo de bielas e regiões nodais de acordo com a NBR 6118 (2014).

## 7.2 TIPOS DE ESCORAS E SEUS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA

Para cobrir todos os casos de campos de tensão de compressão, três configurações típicas de escoras são suficientes, de acordo com Schlaich e Schafer (1991), que podem ser visualizadas, respectivamente, na Figura 7.3:

- a) escoras em leque: é uma idealização do campo de tensão em que é desprezada a curvatura e que não gera tensões transversais;
- b) escoras garrafa: é uma idealização do campo de tensão com trajetória abaulada e que desenvolve tensões transversais de tração. Estas tensões podem causar fissuras longitudinais na escora levando a ruptura prematura da escora. Devido a isto, é necessária armadura transversal neste tipo de escora;
- c) escora prismática: idealização do campo de tensão que se distribui uniformemente. É típico de Regiões B.

**Figura 7.3 – Campos de tensão de compressão**



Fonte: Schlaich e Schafer (1991)

De acordo com a NBR 6118 (2014), as tensões de compressão nas escoras devem ser limitadas a:

$$f_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (7.1)$$

$$f_{cd2} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (7.2)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (7.3)$$

em que,  $f_{cd1}$ : é a tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método de Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de compressão transversal ou sem tensões de tração transversal e em nós onde confluem somente bielas de compressão;

$f_{cd2}$ : é a tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelo Método de Bielas e Tirantes, em regiões com tensões de tração transversal e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados;

$f_{cd}$ : é a resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{cd}$ : é a resistência característica à compressão do concreto.

Assim, para escoras prismáticas, o código brasileiro sugere como tensão máxima a compressão do concreto o valor de  $f_{cd1}$ , e para escoras garrafa o valor de  $f_{cd2}$ . Percebe-se que

esta normativa não difere escoras do tipo garrafa com e sem armaduras de controle de fissuração.

### 7.3 NÓS E SEUS PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA

Segundo Schlaich e Schafer (1991), os nós podem ser definidos da seguinte maneira:

- a) Nós contínuos: são nós que tem comprimentos suficientes para ancoragem das armaduras e para desviar os campos de tensões;
- b) Nós singulares: são nós em que há cargas concentradas aplicadas e desviadas localizadamente. Devem ser projetados com cuidado fazendo-se o equilíbrio das forças sem que haja deformações excessivas capazes de provocar fissuração.

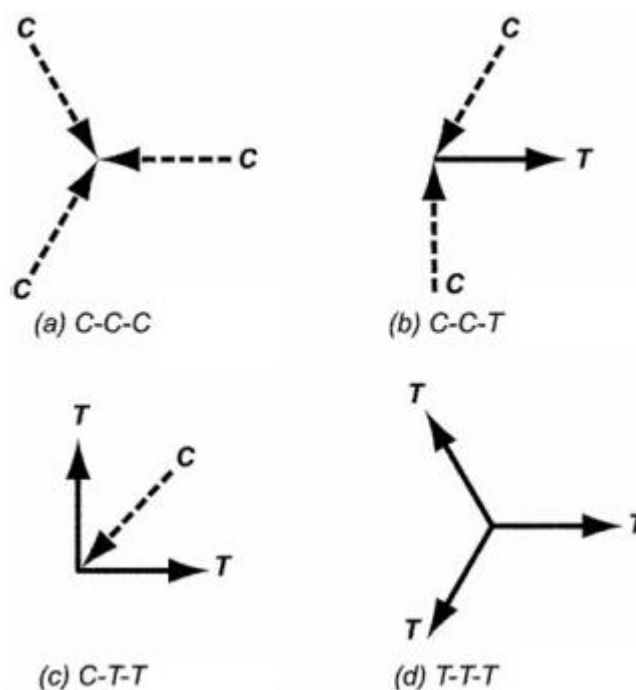
Segundo Souza (2004), de maneira geral, os nós contínuos não apresentam problemas de resistências, desde que as armaduras estejam devidamente detalhadas. Isto porque a transferência de forças nestes nós ocorre numa região relativamente grande e de forma gradual, sem grandes concentrações de tensão.

Em contrapartida, para o mesmo autor, para os nós singulares é necessária uma análise criteriosa de resistência e de detalhamento das armaduras aí concorrentes. Para o dimensionamento desses nós, deve-se obter a sua geometria, caracterizar o estado de tensões instalado, definir a resistência do concreto e verificar as condições de ancoragem das armaduras.

Os nós podem ser classificados, de acordo com ACI-318 (2011), da seguinte maneira, conforme pode ser visualizado na Figura 7.4:

- a) CCC – nó que resiste a três forças de compressão;
- b) CCT – nó que resiste a duas forças de compressão e uma força de tração;
- c) CTT – nó que resiste a uma força de compressão e duas forças de tração;
- d) TTT – nó que resiste a três forças de tração.

**Figura 7.4 – Classificação dos nós**



Fonte: ACI-318 (2011)

Como parâmetro de resistência a NBR 6118 (2014) estabelece o seguinte:

- Para nós do tipo CCC a tensão de compressão deve ser limitada a  $f_{cd1}$  conforme Equação 7.1;
- Para nós do tipo CTT ou TTT a tensão de compressão deve ser limitada a  $f_{cd2}$  conforme Equação 7.2;
- Para nós do tipo CCT a tensão de compressão deve ser limitada a  $f_{cd3}$  conforme Equação 7.4;

$$f_{cd3} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (7.4)$$

em que,  $f_{cd3}$ : é a tensão resistente máxima no concreto, em verificações pelos Método de Bielas e Tirantes, em nós onde conflui um tirante tracionado.

#### 7.4 PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA PARA OS TIRANTES

Normalmente, os tirantes no Método das Bielas são constituídos de barras de aço, principalmente pelo fato da baixa capacidade do concreto em absorver esforços de tração. Estas barras de aço podem vir em uma camada, ou distribuída em várias camadas. Nesta situação, considera-se a largura do tirante igual à parcela da altura da seção que estão



distribuídas as camadas. Na situação de camada única, considera-se a largura do tirante como duas vezes o cobrimento de concreto mais o diâmetro da barra de aço.

Como parâmetro de resistência, utiliza-se a tensão de escoamento. Para o dimensionamento da área de aço é utilizada a Equação 7.5.

$$A_s = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad (7.5)$$

em que,  $A_s$ : é a área de aço do tirante;  
 $R_{st}$ : é a força atuante no tirante;  
 $f_{yd}$ : é a tensão de escoamento de cálculo do tirante.

## 7.5 CAPACIDADE DE CARGA DE VIGA-PAREDE

Capacidade de carga de uma viga-parede é a força aplicada na estrutura que provoca a primeira ruína em qualquer de seus elementos, seja ele nó, escora ou tirante. Este tipo de estrutura, quando dimensionada para uma ruptura dúctil, a primeira falha ocorrerá no tirante, quando a tensão de tração se iguala a tensão de escoamento.

A grande dificuldade em calcular a capacidade de carga de uma viga-parede é definir a geometria dos elementos da treliça idealizada no Método das Bielas que represente o comportamento real dos campos de tensão na estrutura. Para tornar a explicação mais didática, será adotada como modelo de viga-parede a estrutura apresentada na Figura 7.5.

Quando já se conhece a quantidade de armadura interna de tração, a largura do tirante  $w_t$  pode ser definida pelas seguintes situações, segundo Reineck apud Souza (2004):

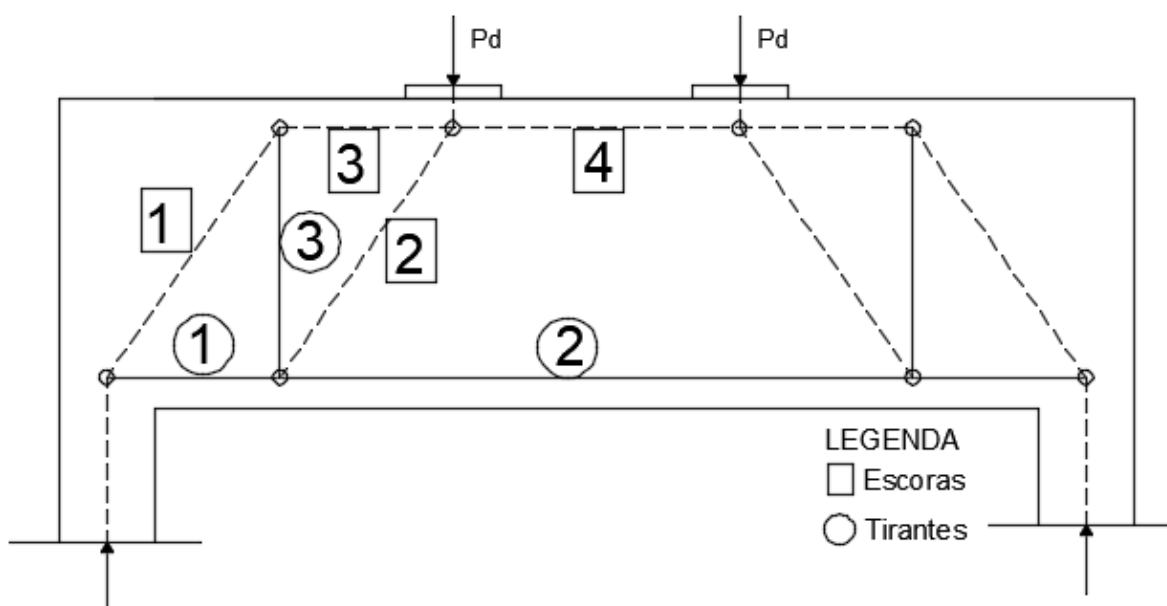
- a)  $w_t = \emptyset$ , para uma camada de armadura de diâmetro  $\emptyset$  com ancoragem dentro do nó;
- b)  $w_t = \emptyset + 2.c$ , para uma camada de armadura e ancoragem atravessando o nó de um comprimento de pelo menos  $2c$ ;
- c)  $w_t = \emptyset + 2.c + n.s$ , para  $n$  camadas de armaduras espaçadas de “s”, não maior que 1,5 vezes a largura do apoio ou da placa de apoio.

Desta maneira o nó inferior de apoio tem suas dimensões limitadas pela largura da placa de apoio e pela largura do tirante. Considera-se como largura da escora inclinada,  $w_s$ , o comprimento do segmento de reta perpendicular à esta escora, a uma inclinação  $\theta + 90^\circ$ , definido pela Equação 7.6.

$$w_s = w_t * \cos\theta + l_b * \sin\theta \quad (7.6)$$

em que,  $w_s$ : largura da escora interna inclinada;  
 $w_t$ : largura do tirante;  
 $\theta$ : inclinação da escora concorrente no nó;  
 $l_b$ : comprimento do apoio, ou placa de apoio.

**Figura 7.5 – Treliza definida para cálculo da capacidade de carga da estrutura**



O nó superior, em que é aplicado a carga, tem suas dimensões definidas de modo semelhante ao nó do apoio, com a diferença de ser limitado pela largura da placa sob a força solicitante e da largura da escora 4.

A largura da escora 4 pode ser calculada, definindo-se a intensidade da força de compressão que atua neste elemento. Esta força, por equilíbrio, é igual à intensidade da força no tirante,  $\sigma_y * A_t$ , em que  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do tirante e  $A_t$  é a área da seção de aço do tirante.

Nesta situação em estudo, pode-se admitir que a escora 4 seja do tipo prismática, com resistência efetiva, segundo a NBR 6118 (2014), igual a  $f_{cd1}$ . A partir desta resistência é possível definir a largura da escora para que a força de compressão não gere tensões superiores a este valor.

A força em cada biela (escora ou tirante) é calculada pelo equilíbrio dos nós, estando sempre em função da carga  $P$  aplicada e da geometria da treliça. A tensão efetiva em cada elemento é igual aos parâmetros de resistência apresentados anteriormente neste Capítulo.

Com a geometria e a força nos elementos da treliça conhecidas, define-se a capacidade de carga da estrutura, ou seja, a maior força  $P$  que pode ser aplicada na estrutura. Esta carga é igual a menor força entre as que provocam rupturas nos nós, escoras ou tirantes.

No Apêndice B é apresentado um exemplo de cálculo da capacidade de uma viga-parede.

## 7.6 CÁLCULO DO REFORÇO DOS TIRANTES EM VIGA-PAREDE

Para a verificação da capacidade de carga para uma viga-parede, supõe-se que a força máxima no tirante seja igual a área de aço do tirante multiplicado pela sua tensão de escoamento  $e$ , a partir desta força de tração, é possível estimar a largura da escora superior e as dimensões dos outros elementos.

Contudo, supondo que a carga na viga-parede seja aplicada lentamente, as forças nos elementos da treliça também aumentarão proporcionalmente aos incrementos de carga de acordo com a geometria do modelo adotado. Assim, a força atuante no tirante do banzo inferior não será igual a força de escoamento, mas sim, uma fração da carga  $P$  aplicada.

Continuando a utilizar a viga-parede da Figura 7.5 como exemplo, por equilíbrio, a força na escora 4 sempre será igual a força no tirante 2. Assim, para cada incremento de carga, poderá ser definida uma largura diferente para esta escora, alterando a geometria da treliça.

Nesta seção, está sendo apresentado um modelo de cálculo para o dimensionamento de reforço do tirante do banzo inferior para aumento da capacidade de carga, sem que seja necessário o reforço dos nós e escoras. Para isto, os cálculos se darão de forma iterativa, sendo que os incrementos serão feitos na variável  $T_2$  (força no tirante 2), conforme apresentado na sequência.

### 7.6.1 Processo Iterativo

#### a) Passo 1

O valor inicial para  $T_2$  poderá ser atribuído como a força que provoca o escoamento da armadura interna existente. Com este valor é possível definir a configuração geométrica da

treliça e verificar a força que provocará a ruptura em todos os elementos, conforme descrito no início da Seção 7.5 deste capítulo.

Se a viga-parede analisada tiver sido dimensionada para ruptura no tirante, será constatado que a carga que levará a ruína de um nó, ou de uma escora, será superior ao valor da carga que provoca o escoamento do tirante.

#### b) Passo 2

De modo a obter a carga que proporcionará a ruptura simultânea do tirante e de algum elemento de concreto, será aplicado um incremento de carga em  $T_2$ .

Com este novo valor de força no tirante, uma nova configuração geométrica será obtida, assim como as cargas de ruptura em cada elemento. Caso a carga que provoque a ruptura do tirante continue sendo menor que a carga que provoque a ruptura nos outros elementos, nova iteração deverá ser feita. O processo se repete até que a ruptura no tirante  $T_2$  ocorra com a mesma carga em algum elemento de concreto, seja ele um nó ou escora.

Esta carga de ruptura, que será chamada de “carga de reforço” a partir de então, é a maior força que pode ser aplicada em uma viga-parede sem que haja a necessidade de reforço nas escoras.

### 7.6.2 Dimensionamento do reforço

A ação da carga de reforço na viga-parede provoca uma força de tração no tirante  $T_2$  igual ao incremento da última iteração. Uma vez que o Método das Bielas no cálculo de uma viga-parede considera a Analogia de Treliça para representar a distribuição de tensões, o tirante  $T_2$  será dimensionado como um elemento submetido somente à forças axiais.

Como um novo material será inserido no banzo tracionado de concreto, os dois materiais (armadura interna e reforço externo) deverão resistir à força de tração no tirante  $T_2$ , sem que as tensões nos materiais alcancem a tensão de escoamento.

Esta situação recai num problema de hiperestaticidade interna, na qual se deseja conhecer a força que cada um dos dois materiais resiste, sendo que só há uma equação de equilíbrio (somatório de forças axiais igual a zero). A solução desta questão está descrita nas alíneas a seguir.

#### a) equação de equilíbrio

$$T = P_1 + P_2 \quad (7.7)$$

em que,  $T$ : é a força no tirante mais solicitado no banzo tracionado;  
 $P_1$ : é a força atuante no material 1 (armadura interna) do tirante;  
 $P_2$ : é a força atuante no material 2 (reforço) do tirante.

No exemplo estudado a força  $T$  da Equação 7.7 equivale a força de tração no tirante  $T_2$ .

b) equação de compatibilidade

Considerando a perfeita aderência do reforço com o substrato, após a colagem, considera-se que os deslocamentos nos dois materiais do tirante, armadura interna e reforço, serão equivalentes.

Assumindo que a armadura interna tenha um deslocamento inicial correspondente ao carregamento atuante na viga-parede no instante do reforço, é possível definir a condição de compatibilidade para a solução deste problema hiperestático conforme Equação 7.8. O índice 1, nas variáveis apresentadas, refere-se ao material 1 (armadura interna), e o 2 ao material 2 (material de reforço).

$$\begin{aligned}\delta_{1,i} &= \frac{P_{1,i} * L_1}{E_1 * A_1} \\ \delta_1 &= \delta_2 + \delta_{1,i} \\ \frac{P_1 * L_1}{E_1 * A_1} &= \frac{P_2 * (L_1 + \delta_{1,i})}{E_2 * A_2} + \frac{P_{1,i} * L_1}{E_1 * A_1} \\ P_1 &= P_2 * \frac{(L_1 + \delta_{1,i})}{L_1} * \frac{E_1 * A_1}{E_2 * A_2} + P_{1,i}\end{aligned}\quad (7.8)$$

em que,  $\delta_{1,i}$ : alongamento da armadura interna no instante da instalação do reforço;  
 $\delta_1$ : alongamento da armadura interna;  
 $\delta_2$ : alongamento do reforço;  
 $P_{1,i}$ : a força atuante na armadura interna no instante do reforço;  
 $L_1$ : comprimento inicial do tirante;  
 $E_1$ : módulo de elasticidade da armadura interna;  
 $E_2$ : módulo de elasticidade do reforço;  
 $A_1$ : área da armadura interna do tirante;  
 $A_2$ : área do reforço.

c) Dimensionamento da área do reforço

Para garantir que a ruptura do tirante ocorra pelo escoamento no reforço a força  $P_2$  pode ser calculada pela Equação 7.9.

$$P_2 = \sigma_{y,2} * A_2 \quad (7.9)$$

em que,  $\sigma_{y,2}$ : tensão de escoamento do reforço.

Substituindo a Equação 7.8 e a 7.9 na 7.7, é possível definir a área necessária para o material de reforço.

Como o Método das Bielas é calculado pelo Limite Inferior da Teoria da Plasticidade, é necessário verificar se a tensão no material 1 também não atinge a tensão de escoamento. Para isso, a verificação apresentada pela Equação 7.10 deve ser satisfeita.

$$P_1 < \sigma_{y,1} * A_1 \quad (7.10)$$

em que,  $\sigma_{y,1}$ : tensão de escoamento da armadura interna.

No Apêndice C apresenta-se um exemplo de cálculo para o reforço de uma viga-parede.

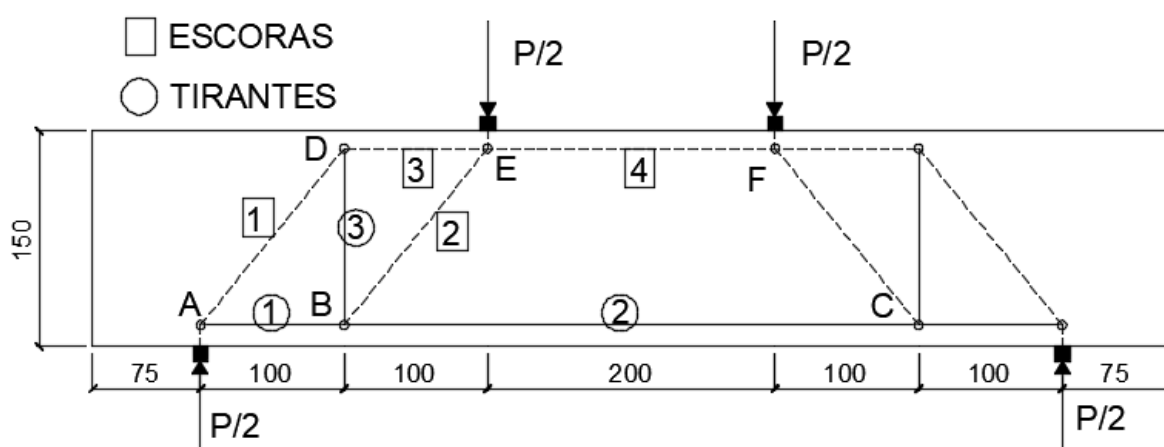
## 8 ANÁLISE DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS PARA AS VIGAS EM REGIÕES D

No Capítulo 6 foram apresentadas as propriedades dos corpos de prova e a descrição dos ensaios a que eles foram submetidos, assim como os principais resultados obtidos. No final do mesmo capítulo, uma breve análise dos resultados previstos e experimentais foi feita baseada nos valores teóricos calculados pela Teoria de Vigas.

No Capítulo 8 é apresentada uma análise destes resultados utilizando o Método das Bielas enunciado no Capítulo 7, recomendado para vigas em Regiões D.

Com o intuito de verificar a configuração geométrica da treliça que represente com mais fidelidade o campo de tensões da estrutura, foram modeladas três treliças, como ilustram as Figura 8.1, 8.2 e 8.3.

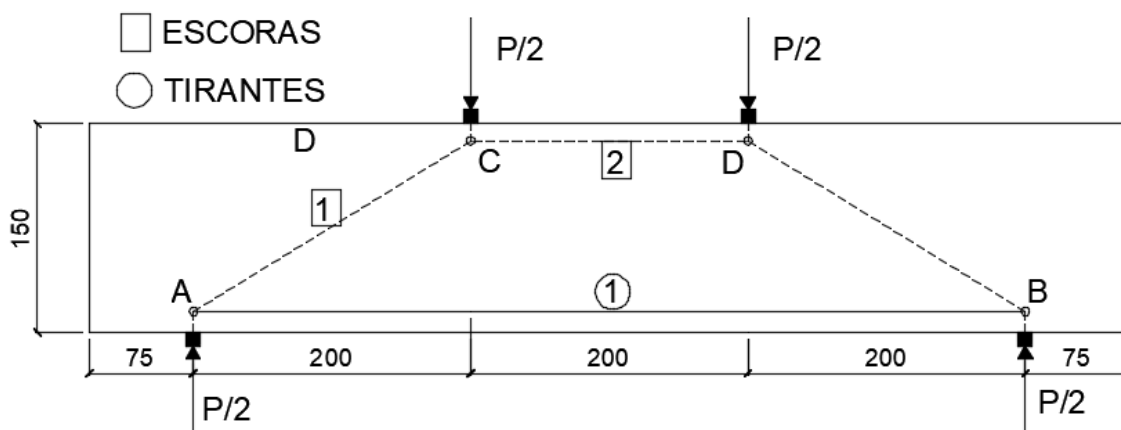
**Figura 8.1 – Treliça idealizada tipo 1**



A treliça tipo 1 (ver Figura 8.1) foi modelada para considerar a ação dos estribos, representados pelo tirante 3. Todos os corpos de prova foram fabricados com estribos de 6,3 mm de diâmetro espaçados a cada 3,5 cm. Assim, o tirante do estribo alivia as tensões nas escoras, aumentando a capacidade das mesmas.

O modelo da treliça 2 (ver Figura 8.2) foi elaborado imaginando-se a possibilidade da carga ser transferida diretamente para os apoios por meio de escora única. Neste modelo, segundo Uribe e Alcocer (2002), na ausência de estribos, são esperadas grandes fissuras com o carregamento abaixo do de ruptura, não sendo recomendado para projetos. No entanto, este modelo pode ser adequado quando houver armadura mínima transversal.

**Figura 8.2 – Treliza idealizada tipo 2**



A treliça tipo 3 (ver Figura 8.3) foi modelada considerando o efeito de arco próximo aos apoios, para onde as forças são conduzidas diretamente por meio de um campo de tensões de compressão em formato de arco. Simplificadamente, este arco foi substituído por uma escora de inclinação  $\theta$ , diferente das outras escoras. A transferência direta de parte da ação para os apoios provoca um alívio nos montantes tracionados da treliça. Segundo recomendação de Schafer & Schlaich (1988), o cálculo da inclinação desta escora pode ser feito conforme Equação 8.1.

$$\cotg\theta = \frac{a_1}{2z} + \frac{\cotg\alpha}{2} \quad (8.1)$$

em que,  $\theta$ : inclinação da escora/arco;  
 $\alpha$ : ângulo de inclinação das escoras internas;  
 $a_1$ : largura do apoio;  
 $z$ : braço de alavanca.

**Figura 8.3 – Treliza idealizada tipo 3**

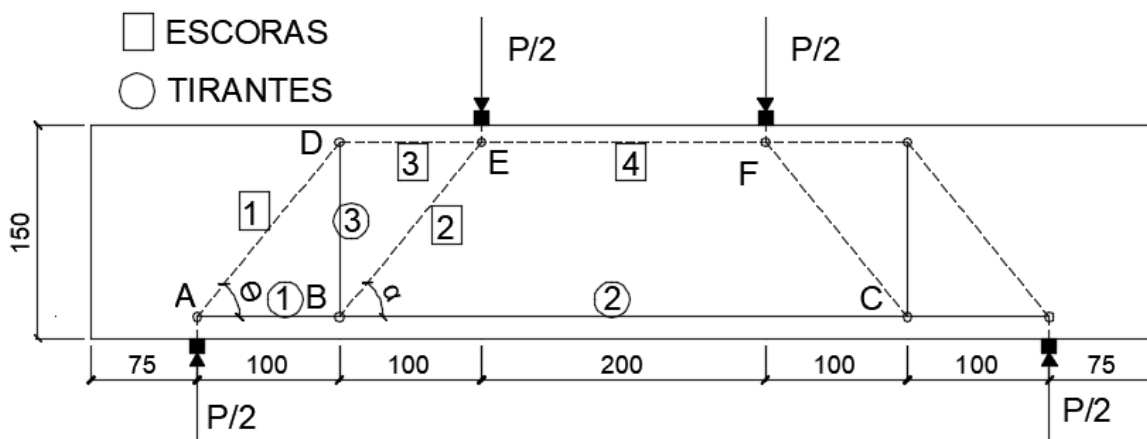




Tabela 8.1 – Resumo das cargas de ruptura previstas e experimentais para vigas analisadas como região D

Corpos de prova	$f_c$ [MPa]	$A_s$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_{s,ref}$ [cm <sup>2</sup> ]	$P_{u(teo,1)}$ [kN]	$P_{u(teo,2)}$ [kN]	$P_{u(teo,3)}$ [kN]	$P_{u(exp)}$ [kN]	$P_{u(exp)^*}$	$P_{u(exp)}$	Ruína prevista***/ Ruína experimental	
								$P_{u(teo)}$	$P_{u(VR)**}$		
SÉRIE A	A1	46,42	0,62	-	41,07	41,07	41,08	39,94	0,97	-	Flexão / Flexão
	A2	46,42	0,62	-	41,07	41,07	41,08	39,94	0,97	-	Flexão / Flexão
	A3	46,42	0,62	-	41,07	41,07	41,08	****	-	-	Flexão / Flexão
SÉRIE B	B1	40,27	0,62	2,96	98,8	88,57	92,77	87,36	0,99	2,19	Escora diagonal / Escora diagonal
	B2	40,27	0,62	2,96	98,8	88,57	92,77	72,39	0,82	1,81	Escora diagonal / Descolamento do reforço
	B3	40,27	0,62	2,96	98,8	88,57	92,77	72,39	0,82	1,81	Escora diagonal / Descolamento do reforço
SÉRIE C	C1	53,33	0,62	5,68	124	141,97	146,32	64,9	0,52	1,62	Tirante do estribo / Escora diagonal
	C2	53,33	0,62	5,68	124	141,97	146,32	82,37	0,66	2,06	Tirante do estribo / Escora diagonal
	C3	53,33	0,62	5,68	124	141,97	146,32	97,35	0,79	2,44	Tirante do estribo / Escora diagonal
SÉRIE D	D1	46,42	0,62	2,96	103,29	91,5	96,54	77,4	0,85	1,94	Escora diagonal / Escora diagonal
	D2	46,42	0,62	2,96	103,29	91,5	96,54	72,39	0,79	1,81	Escora diagonal / Escora diagonal
	D3	46,42	0,62	2,96	103,29	91,5	96,54	64,9	0,71	1,62	Escora diagonal / Escora diagonal
SÉRIE E	E1	45,55	0,62	5,68	124	137,15	124	84,87	0,68	2,12	Tirante do estribo / Escoamento do reforço
	E2	45,55	0,62	5,68	124	137,15	124	132,3	1,07	3,31	Tirante do estribo / Escoamento do reforço
	E3	45,55	0,62	5,68	124	137,15	124	117,32	0,95	2,94	Tirante do estribo / Descolamento do reforço

\* Menor valor teórico entre os três modelos de treliça

\*\*  $P_{u(VR)}$  é a média dos valores experimentais da Série A (Vigas de Referência)

\*\*\* Ruína prevista para a menor das cargas teóricas

\*\*\*\* Não foi possível coletar o alongamento no banzo tracionado

Na Tabela 8.1,  $P_{u(\text{teo},1)}$  representa a carga de ruptura prevista calculada para a treliça tipo 1;  $P_{u(\text{teo},2)}$  a carga de ruptura da treliça tipo 2; e  $P_{u(\text{teo},3)}$  da treliça 3. Tais cargas foram calculadas segundo parâmetros de resistências da NBR 6118 (2014).  $P_{u(\text{exp})}$  é a carga de ruptura da primeira ruptura observada nos ensaios. O coeficiente  $P_{u(\text{exp})}/P_{u(\text{teo})}$  foi definido para verificar a correlação entre a carga de ruptura prevista e a experimental. A média das cargas de ruptura experimental da Série A foi definida como  $P_{u(\text{VR})}$ , em que VR é a sigla de vigas de referências.

A carga de ruptura prevista para Série A, composta de corpos de prova de concreto armado sem reforço, foi praticamente a mesma para todos os tipos de treliças idealizadas. A ruptura experimental ocorreu com um valor 3% abaixo do esperado. O modo de ruína previsto foi o mesmo dos corpos de provas ensaiados, ocorrendo com o escoamento da armadura interna.

Importante destacar novamente que o Método das Bielas é baseado no Limite Inferior da Teoria da Plasticidade. Portanto, quando a armadura tracionada escoou antes que qualquer elemento de concreto entre em colapso, define-se a carga de escoamento como o limite inferior da carga de ruptura. Isto quer dizer que a estrutura ainda tem capacidade de resistir maiores cargas, pois a armadura, após o escoamento, sofre endurecimento por deformação tendo ainda capacidade de suportar maiores tensões de tração. O limite superior da carga de ruptura para uma viga que já escoou pode ser a carga que leva à ruína uma escora ou nó, ou ainda a carga que leva a tensão última resistente do tirante.

No Apêndice D estão descritos os resultados de capacidade de carga das séries reforçadas para todos os elementos das treliças modeladas. Percebe-se que as primeiras cargas de ruptura ocorrem no nó E, seguido da ruptura de uma escora interna ou do nó A. No entanto, durante o ensaio, não ocorreu a ruptura de nenhum nó. Desta forma, a carga de ruptura apresentada na Tabela 8.1 é a primeira carga após a ruptura do(s) nó(s).

Tal fato chamou a atenção, pois era de se esperar que o concreto da região nodal sofresse ruptura, já que foram aplicadas cargas pontuais no ensaio, ou seja, os roletes estiveram em contato direto com as vigas reduzindo muito a região de contato nestes pontos. Para efeito de cálculo, as larguras das placas de apoio foram de 1,50 cm e as de aplicação de carga de 1,00 cm.

Nenhum indício de esmagamento dos nós foi identificado nas vigas ensaiadas. Isso pode ser aceitável nos nós de apoio, uma vez que o rolete não entrou em contato direto com o concreto, mas sim, nas cantoneiras metálicas de reforço que estavam coladas ao longo de todo

o comprimento da viga, podendo desta maneira, considerar um apoio de grandes dimensões, aumentando a resistência desses nós.

Entretanto, a não ruptura dos nós superiores leva a questionar a fidelidade dos parâmetros de resistências dos nós sugeridos pela NBR 6118 (2014) e pelos códigos normativos estrangeiros amplamente difundidos na comunidade científica.

A ruptura da escora interna inclinada foi verificada com o aparecimento da fissura na sua direção, definindo o contorno desta biela. Pode-se notar que a carga de ruptura deste elemento não chegou a superar a carga prevista em nenhum dos corpos de prova que possuía este modo de falha previsto (Séries B e D).

O escoamento dos estribos, representando o tirante vertical, foi a ruína prevista para as Séries C e E. Contudo, devido à limitação dos equipamentos utilizados no controle do ensaio, não foi possível verificar este modo de ruptura.

**Tabela 8.2 – Resumo das cargas e deslocamentos para os corpos de provas ensaiados**

Corpos de prova		$P_{TEO}^{(1^{o}fiss)}$ [kN]	$P^{(1^{o}fiss)}$ [kN]	$\Delta_{(1^{o}fiss)}$ [mm]	$P_{TEO}^{(esc)}$ [kN]	$P^{(esc)}$ [kN]	$\Delta_{(esc)}$ [mm]	$P^{(desc)}$ [kN]	$\Delta_{(desc)}$ [mm]	Observações
SÉRIE A	A1	-	24,96	0,60	41,07	39,94	1,66	-	-	
	A2	-	29,95	0,95	41,07	39,94	1,76	-	-	
	A3	-	27,46	0,59	41,07	-	-	-	-	
SÉRIE B	B1	88,57	87,36	1,50	111,64	87,36	1,50	112,33	5,83	
	B2	88,57	-	-	111,64	-	-	72,39		Descolamento do reforço com 72,39 kN
	B3	88,57	-	-	111,64	-	-	72,39		Descolamento do reforço com 72,39 kN
SÉRIE C	C1	141,97	64,90	0,85	189,53	84,87	2,21	109,83	7,57	Início do descolamento em 82,37 kN
	C2	141,97	82,37	1,11	189,53	92,36	1,40	113,42	4,81	Início do descolamento em 92,36 kN
	C3	141,97	97,45	1,53	189,53	127,30	1,98	129,80	4,48	Carga máxima 139,78 kN
SÉRIE D	D1	91,5	77,38	1,27	112,62	92,36	1,76	97,35	1,97	Início do descolamento em 92,36 kN
	D2	91,5	72,39	1,00	112,62	94,85	2,58	99,85	3,56	Início do descolamento em 74,88 kN
	D3	91,5	64,90	1,39	112,62	79,88	1,61	149,77	2,99	Descontrole do carregamento em 64,90 kN
SÉRIE E	E1	137,15	52,42	0,75	186,52	84,87	1,77	82,37	2,18	Viga ensaiada com falha na colagem
	E2	137,15	87,36	1,11	186,52	132,29	2,04	147,27	2,65	
	E3	137,15	89,86	1,08	186,52	117,32	1,81	117,32	1,81	

A Tabela 8.2 resume as cargas e deslocamentos, previstos e experimentais, nos principais eventos: abertura da primeira fissura na escora interna inclinada; escoamento do tirante; e descolamento do reforço. Os valores de cargas teóricas referem-se ao menor dos valores calculados para os três modelos de treliça.

Percebe-se, através dos dados mostrados na Tabela 8.2 que em todos os corpos de prova há uma grande divergência entre a carga prevista e experimental de escoamento. Talvez se justifique por uma possível redução na resistência das escoras internas inclinadas após o surgimento de fissuras nas mesmas, redistribuindo os esforços pelos outros elementos estruturais da treliça, alterando a configuração geométrica da mesma e sobrecarregando os tirantes horizontais.

Nos corpos de prova das Séries C e E, as cargas previstas e experimentais da ruína das escoras inclinadas também apresentaram grande disparidade, comprovando de certa forma, as recomendações na literatura sobre as espessuras máximas de chapas. Appleton (1997) recomenda espessuras de chapas menores que 4,00 mm quando a ligação entre o reforço e o substrato de concreto for feita somente por meio do adesivo epóxi. Isso porque o aumento da diferença entre a rigidez dos dois materiais aumenta a concentração de tensões na ligação favorecendo a falha na mesma. Cánovas (1985) também recomenda 4,00 mm como espessura máxima das chapas.

**Figura 8.4 – Diagramas de Carga x Deslocamento entre Séries A, B e D**

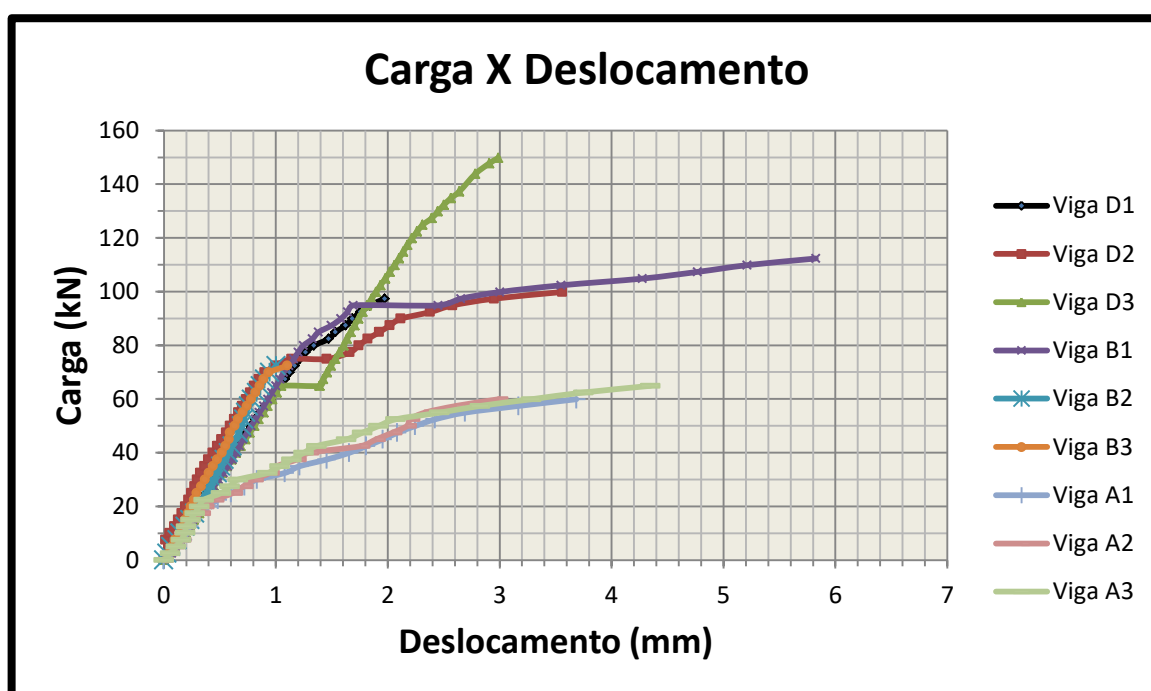
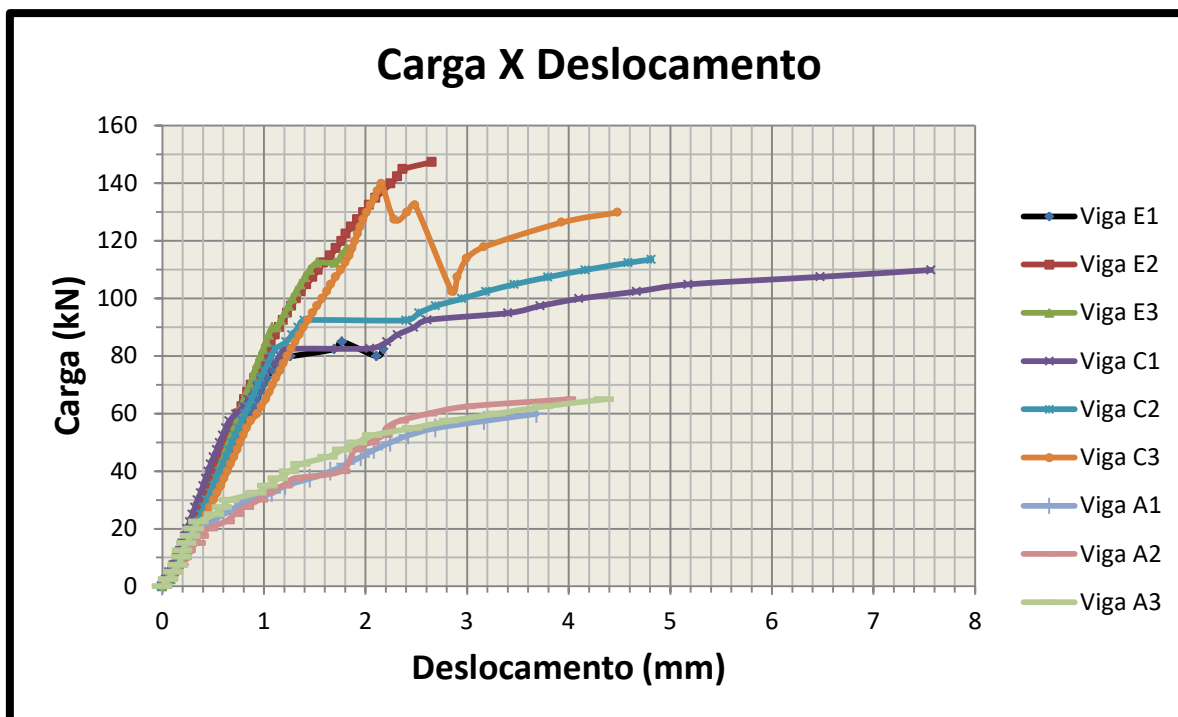


Figura 8.5 – Diagramas de Carga x Deslocamento entre Séries A, C e E



A Figura 8.4 apresenta todos os diagramas Carga x Deslocamento das Séries A, B e D com o intuito de se comparar as flechas das vigas reforçadas com as vigas de referência. Já a Figura 8.5 apresenta os diagramas das Séries A, C e E. No escoamento das vigas da Série A o deslocamento estava ente 1,66 mm e 1,76 mm. Pelos diagramas destas figuras pode-se notar que, neste mesmo carregamento (escoamento das vigas de referência) as flechas ficam entre 0,4 e 0,7 mm para todas as séries reforçadas. Desta maneira, o reforço com perfis metálicos, além de aumentar a capacidade resistente das vigas, também ajuda na redução de deslocamentos excessivos. Os perfis mais espessos das Séries C e E não se mostraram mais efetivos para esta finalidade.

O comportamento linear nos gráficos Carga x Deslocamentos nos perfis reforçados pode ser justificado pelo controle da abertura de fissuras por parte dos perfis colados impedindo a formação das mesmas. Este regime linear é alterado próximo às cargas em que foram identificadas as primeiras fissuras nas escoras comprimidas. Na Série A, a linearidade termina pouco acima da carga de 20 kN quando surgem as primeiras fissuras de flexão. Desta maneira, deduz-se que os perfis metálicos aderidos no concreto ajudam a controlar a abertura de fissuras, uma vez que a linearidade das séries reforçadas se estende muito além desta carga.

## 9 CONCLUSÃO

Um dos objetivos deste trabalho era apresentar os principais modelos de dimensionamento do reforço à flexão de vigas de concreto armado com elementos metálicos fixados externamente. Ao concluir esta meta, pode-se perceber que não há um consenso nas hipóteses adotadas para realização dos cálculos. Vários autores utilizam os métodos clássicos de dimensionamento, ou seja, por tensões admissíveis. Outros já utilizam o método dos Estados Limites.

O que é comum à maioria dos autores, é a consideração do estado de carregamento no instante da aplicação do reforço para a definição das deformações e tensões efetivas na armadura externa. Isto é de grande importância, pois, dificilmente, o descarregamento completo da estrutura para este tipo de intervenção será feito.

As formas de dimensionamento para reforço por adição da armadura externa disponíveis na literatura consideram chapas metálicas aderidas no banzo tracionado da viga. Poucas pesquisas foram encontradas quando se deseja analisar o reforço fixado nas faces laterais do elemento estrutural. O que se encontra, é a fixação do elemento metálico somente por chumbadores, proporcionando deslizamentos horizontais e verticais, derrubando as hipóteses de perfeita aderência entre os materiais e a de que as seções permanecem planas após a deformação.

Assim, a rotina de cálculo proposta para o dimensionamento do reforço à flexão de vigas em Região B, contempla todas as hipóteses para o dimensionamento deste tipo de estrutura em concreto armado. Nesta proposta, a divisão do perfil metálico em camadas foi necessária, pois o perfil cobre uma grande região tracionada da seção transversal, variando significativamente as tensões entre a mesa superior e inferior do mesmo. Quando o perfil é situado em uma região comprimida, é necessária a verificação de flambagem de mesa e alma do mesmo.

Pouco material foi encontrado para reforço à flexão de vigas-parede. Desta maneira, uma rotina de cálculo foi proposta baseada na Analogia de Treliça. Um elemento de treliça ideal está sujeito somente a esforços normais. Assim, o problema gerado pela adição de outro material para aumentar a resistência à tração da viga foi solucionado considerando o tirante com hiperestaticidade interna, submetido somente a forças axiais, sendo compatibilizados os deslocamentos entre as duas armaduras.

Os modelos de cálculos de reforço à flexão encontrados na literatura científica e apresentados neste trabalho, sejam eles dimensionados pelos métodos clássicos ou pelo

método dos Estados Limites, são feitos para vigas em Regiões B na qual é válida a Teoria de Vigas. Neste tipo de análise, as tensões preponderantes são as normais de flexão. O dimensionamento para estas vigas é efetuado através do equilíbrio de forças e momentos fletores.

Os ensaios experimentais foram realizados com o intuito de se analisar o comportamento de uma viga-parede, quando o dimensionamento do reforço à flexão foi feito como Região B. Os resultados mostraram o desempenho real muito diferente do que foi previsto.

As primeiras fissuras identificadas nos corpos de prova reforçados ocorreram na escora inclinada interna, próxima à aplicação da carga pontual, definindo assim o contorno desta biela. Isto indica que a resistência ao cisalhamento da seção transversal foi superestimada com os cálculos feitos pela Teoria de Viga. Além disto, os modos de ruptura previstos por esta teoria não foram atendidos experimentalmente.

Quando a verificação é feita pelo Método das Bielas, os modos de ruptura previstos para as Séries B e D corresponderam ao obtido experimentalmente, e os valores de ruína se aproximaram mais da realidade verificada no ensaio. Para as Séries C e E, os modos de ruptura previstos não puderam ser verificados por limitações nos equipamentos de medição.

Os parâmetros de resistência para os nós, escoras e tirantes foram os apresentados na NBR 6118 (2014) inseridos na última revisão. Até então, o código brasileiro recomendava a análise pelo Método das Bielas, mas não fornecia nenhum requisito para permitir esta avaliação.

Muito se discute sobre o parâmetro de resistência das escoras do tipo “garrafa”, definido pelo código brasileiro. Ele não distingue a presença ou não de armaduras secundárias de controle de fissuração, como nos códigos estrangeiros. Desta maneira, este parâmetro de resistência seria muito conservador para situações com este tipo de armadura. Contudo, o que se pode perceber, nos resultados experimentais desta pesquisa, é que os valores previstos foram maiores que os experimentais.

Os ensaios realizados simulam uma viga reforçada, correspondendo a uma situação mais complexa que estruturas simplesmente armada. Nos cálculos de previsão de carga, foram utilizadas a resistência média de compressão do concreto e a característica de escoamento das armaduras, sem levar em consideração os coeficientes de ponderação. Em uma situação real de dimensionamento, quando estes forem considerados, o modelo de dimensionamento pelo Método das Bielas, utilizando as resistências definidas pela NBR 6118 (2014) poderá gerar resultados mais seguros.

O fato dos nós singulares, do modelo de escoras e tirantes, não ter rompido é um ponto que merece ser destacado, pois os parâmetros de resistência para estes são muito difundidos na comunidade científica. Desta maneira, maiores estudos ainda precisam ser realizados no que se compete à definição da geometria e tensões resistentes dos mesmos.

Estima-se que, a grande disparidade entre os valores teóricos e experimentais para as cargas de escoamento do tirante, seja justificada pela ruptura inicial da escora interna inclinada, alterando a distribuição de esforços internos sobrecarregando a armadura tracionada.

No cálculo do reforço dos tirantes de uma viga-parede, deve-se dimensionar estes elementos para que o escoamento ocorra antes da ruptura dos nós e escoras, e não simultaneamente, como descrito na Seção 7.6, utilizando um limite para as tensões efetivas nos elementos de concreto para garantir a ductilidade da estrutura.

Pode-se perceber durante os ensaios que descolamentos parciais localizados ocorriam com nível de carregamento próximo ao que provoca o escoamento das armaduras de reforço. Estas falhas localizadas provavelmente ocorrem devido ao aumento da flecha e, em contrapartida, o aumento da fissuração do substrato de concreto, que faz com que eleve as tensões de cisalhamento no adesivo.

Assim, atenção especial deve ser dada na verificação dos Estados Limites de Serviço, pois o não atendimento destes estados limites pode provocar uma ruptura prematura na ligação reforço-concreto.

A previsão de abertura de fissuras, de deslocamentos e da rigidez da seção fissurada, somado à complexa transferência de esforços entre concreto-reforço, junto com concentrações de tensões nas extremidades da ligação, exige do engenheiro estrutural grande conhecimento do comportamento mecânico dos materiais e do funcionamento das estruturas de concreto armado.

O emprego dos métodos de cálculo disponíveis na literatura para aumento da capacidade portante da estrutura feita a partir de uma análise pouco cuidadosa e aprofundada, torna-se muito perigoso. Trabalhar com os materiais em suas fases elásticas é uma maneira de simplificar o comportamento da estrutura. Assim, o autor, após as pesquisas experimentais e análise crítica dos modelos de cálculo propostos, sugere que, no dimensionamento, as deformações do banzo tracionado sejam limitadas às deformações de escoamento das armaduras internas e externas. Isto acarretará em área de aço maior do que a calculada em ELU, porém manter a estrutura em condição de serviço reduzirá as tensões que ocorrerão em uma seção muito deformada e fissurada.



A variação feita na espessura do reforço entre as séries de corpos de prova indicaram um comportamento muito variável para os perfis mais grossos. Isso induz que perfis muito espessos, com grande rigidez, gerem concentrações de tensões, provocando descolamentos localizados na linha de colagem.

Além disto, em um mesmo nível de carregamento, comparando as Séries B e D com as Séries C e E, os perfis mais grossos não melhoraram significativamente os deslocamentos no meio do vão. Comparando as cargas de aparecimento de fissuras, todas as séries se mostraram efetivas para o controle da abertura de fissuras.

Desta forma, os limites para a espessura de chapas metálicas, utilizadas como reforço, sugeridos na literatura, também são válidas para perfis laminados, tomando como base os ensaios realizados nesta pesquisa. Perfis com grandes espessuras, além proporcionar descolamentos localizados pela grande concentração de tensões, não melhoram significativamente o controle de deslocamentos, comparando com perfis mais esbeltos.

No dimensionamento do reforço à flexão de vigas pela Teoria de Vigas, deve-se tomar cuidado para não aumentar demais a área de aço para não provocar a ruptura do concreto antes do escoamento das armaduras.

Quando se compara o tratamento superficial das séries com os mesmos perfis, não foi notado nenhum aumento de resistência nas vigas das Séries B e C devido à remoção da pintura de proteção. Assim, pode-se concluir que esta película não influencia significativamente na aderência entre os dois materiais.

Alguns corpos de prova sofreram ruptura prematura com descolamento do reforço na interface adesivo-reforço. Isto alerta para a grande importância na preparação das superfícies do concreto e da armadura externa, assim como, controle rigoroso na espessura da camada de cola e no tempo de manuseio da mesma (*pot life*). O controle da espessura do adesivo pode ser feito fixando pequenas esferas de aço no reforço na região de colagem. Estas esferas limitam a espessura da cola e impedem que o sistema de pressão reduza esta espessura.

Recomenda-se ainda melhorar a ancoragem nas extremidades do reforço com chumbadores, ou outros materiais, para reagir às forças perpendiculares à linha de colagem (*peeling*). Quando o perfil de reforço é levado até as extremidades da viga estes esforços são minimizados.

Para a melhor compreensão do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com a adição de armaduras externas é sugerido como trabalhos futuros as seguintes situações:

- a) ensaiar corpos de provas de maiores dimensões, aproximando de uma situação real;

- b) verificar, através de ensaios, o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas, quando a armadura externa é instalada com a seção já fissurada;
- c) estudar o comportamento de vigas de concreto armado com reforço colado nas faces laterais, nas regiões tracionadas e comprimidas, para verificação dos efeitos da flambagem do perfil e do aumento da capacidade da seção à força cortante;
- d) controlar as tensões e deformações nos nós, escoras e tirantes em viga-parede, por meio de *strain gages*, para verificação real do comportamento deste tipo de estrutura reforçada com perfis colados externamente.

## 10 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALFAIATE J., COSTA, R. O reforço de vigas de betão armado com chapas metálicas coladas com resina. **APMTAC**, Lisboa, maio-junho. 2004.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-2011**. Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, MI, 2011.

\_\_\_\_\_. **ACI 440.2R**: guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures. Farmington Hills, 2008.

\_\_\_\_\_. **ACI 503.5R**: guide for the selection of polymer adhesives with concrete. Farmington Hills, 2003.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM 881**: specification for epoxy resin-base bonding systems for concrete. Philadelphia, 1987.

APPLETON, J.; COSTA, A. **Reabilitação e reforço de estruturas**. Instituto Superior Técnico Lisboa. Notas de aula. 2011.

APPLETON, J.; GOMES A. Reforço de estruturas de betão armado por adição de armaduras exteriores. **Revista Portuguesa de Engenharia em Estruturas**, N° 41. Portugal, 1997.

ARAUJO, D. L. **Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em elementos submetidos à flexão**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 7007**: aços-carbono e microligados para uso estrutural e geral. Rio de Janeiro, 2007.

BLOXHAM, J. W. **Investigation of de flexural properties of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – University of Sheffield, 1980.

BRANCO, F. G. **Reabilitação e reforço de estruturas**. Notas de aula. Instituto Superior Técnico Lisboa. Notas de aula. 2011.

BROSENS, K. **Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements**. 2001. Tese (Faculty of Applied Science Katholieke) – Universiteit Leuven. Heverlee, 2001.

BROSENS, K. VAN GEMERT, D. **Anchorage of externally bonded reinforcements subjected to combined shear/bending action**. Heverlee, Bélgica, 2001.

CÁNOVAS, M. F. Refuerzo de elementos estructurales de hormigón armado mediante encolado de bandas de acero com adhesivos epoxídicos. **Informes de la Construcción**, Vol 37, Nº 373, agosto-setembro, Espanha, 1985.

CARVALHO, R. FIGUEIREDO FILHO, J. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. 4ª edição. São Carlos: EdUFSCar, 2016.

CHARIF, A. **Structural behavior of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – University of Sheffield, 1980.

CHASTRE, C. Materiais e tecnologias de reforço de estruturas de betão: Potencialidades e limitações. **Congresso Latinoamericano Rehabend**. Santander, Abril, 2014.

CHASTRE, C. M. **Comportamento da ligação aço-resina-betão em elementos estruturais**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 1993.

COSTA, H. D. et al. Avaliação de diferentes técnicas de reforço à flexão de vigas de concreto armado. **Anais do 56º Congresso Brasileiro do Concreto**. Outubro, 2014.

DRUCKER, D. Coulomb Friction, Plasticity, and Limit Load. **Office of Naval Research**, contract N7onr35801, NR 041-032, 1953.

GERDAU. **Perfis I e U GERDAU**. Disponível em: <<https://www.gerdau.com/br/pt/produtos/catalogos-e-manuais#k=#s=41>>. Acesso em: jul 2017a.

GERDAU. **Cantoneiras de abas iguais GERDAU**. Disponível em: <<https://www.gerdau.com/br/pt/produtos/catalogos-e-manuais#k=#s=41>>. Acesso em: jul 2017b.

GERDAU. **Barras e perfis GERDAU**. Disponível em: <<https://www.gerdau.com/br/pt/produtos/catalogos-e-manuais#k=#s=41>>. Acesso em: jul 2017c.

HARD. **Boletim técnico: Hardfix Epóxi Pro**. Joinville. Disponível em: <<http://www.hard.com.br/wp-content/uploads/2013/01/boletim-hardfix-pro.pdf>>. Acesso em: jun. 2016.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LADNER, M. Reinforced Concrete members with subsequently bonded steel sheets. **IABSE Symposium**, Venezia, pp 203-210, 1983.

LI, L. Z., JIANG, C. J., SU, R. K. Simplified Flexural Design of Bolted Side-Plated Beams with Partial Interaction. **6<sup>th</sup> International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering**. University of Illinois, Urbana-Champaign, United States, Agosto, 2015.

LIMA, N. S. Uso de estruturas metálicas em reforço estrutural de vigas de madeira. **Artigo Científico**. Universidade Estadual do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2009.

LO, S. H. LI, L. SU, R.K.L. Optimization of partial interaction in bolted side-plated reinforced concrete beams. **An International Journal: Computers & Structures**, N° 131, 2014.

MACGREGOR, J. Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code. **Examples for design of structural concrete with strut-and-tie models**, 2002.

MACHADO, P. **Reforço de estruturas de concreto com fibras de carbono**. Revista Techne. Edição 125. Editora Pini, 2007.

MALEK, A. M. SAADATMANESH, H. e EHSANI, M. Prediction of failure load of R/C Beams Strengthened with FRP Plate due to stress concentration at the plate end. **ACI Structura Journal**, v. 95 No 1, Janeiro-Fevereiro, 1998.

MEIER, U. Repair using advanced composites. **IABSE Reports**. 1997.

MORAIS, M. C. **Reforço de vigas de concreto**. 1997. 179p. Dissertação (Mestrado em ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

OEHLERS, D. J., et al. Transverse and longitudinal partial interaction in composite bolted side-plated reinforced-concrete beams. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 5, N° 5, setembro, 1997.

OEHLERS, D. J., et al. Retrofitting by adhesive bonding steel plates to the sides of RC beam. Part 1: Debonding of plates due to flexure. **Structure Engineering and Mechanics: An International Journal**. 2000,a.

OEHLERS, D. J., et al. Retrofitting by adhesive bonding steel plates to the sides of RC beam. Part 1: Debonding of plates due to shear and design rules. **Structure Engineering and Mechanics: An International Journal**. 2000,b.

PFEIL, W. PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008**. 8ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

PIANCASTELLI, E. M. **Patologia e terapia das estruturas intervenções de reparo**. Notas de aula, Universidade Federal de Minas Gerais, 1997.

REIS, A. P. A. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de barras de aço adicionais ou chapas de aço e argamassa de alto desempenho**. 1998. 239p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

REM, X.S. ZHOU, B. Design and analysis of a reinforced concrete beam retrofitted by externally bonded H-Type Steel Member. **Procedia Engineering**, N° 14, 2011.

SAHIB, M. **Peeling of plates adhesively bonded to reinforced concrete beams**. 2000. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – University of Adelaide, Adelaide, 2000.

SANTOS, T. N. **Estratégias para reparação e reforço de estruturas de betão armado**. 2008. Dissertação (Mestrado em ProjeSANTOS de Estruturas e Geotecnia) – Universidade do Minho, 2008.

SCHLAICH, J. Et al. Toward a consistente design of structural concrete. **PCI Journal**. Maio-junho, 1987.

SCHLAICH, J, SCHAFER, K. Desegn and detailing of structural concrete usinnng strut-and-tie models. **The Structural Engineer**. Vol 69, N° 6, março, 1991.

SILVEIRA, S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado reforçadas com chapas coladas com resina epóxi**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal Fluminense, Niteroi – 1997.

SIU, W.H. **Flexural strengthening of reinforced concrete beams by bolted side plates**. 2009. PhD Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – University of Hong Kong. Hong Kong, 2009.

SIU, W.H. SU, R.K.L. Effects of plastic hinges on partial interaction behaviour of bolted side-plated beams. **Journal of constructional Steel Research**, N° 66, 2010.

SOUZA, R. **Concreto estrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

SOUZA, R. BRENA, S. Behavior predictions of deep beams with short straight bar anchorages using stru-and-tie models and non-linear analysis. **Ibracon Structures and Materials Journal**. Vol. 9, N° 5, outubro, 2016.

SOUZA, V. C. M. e RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: Editora Pini, 1998.

SU, R. K. et al. Use of bolted steel plates for strengthening os reinforced beams and columns. **The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering**, v. 4, N° 2, maio, Singapura, 2011.

SU, R. K. L., LI, L. Z., LO, S.H. Longitudinal Partial Interaction in Bolted Side-Plated Reinforced Concrete Beams. **Advances in Structural Engineering**, v. 17, N°7, 2014.

SU, R. K. L., LI, L. Z., LO, S.H. Shear transfer in bolted side-plated reinforced concrete beams. **Engineering Structures**, No 56, 2013.

TÄLJSTEN, B. **Plate bonding: strengthening of existing concrete structures with epoxy bonded plates of steel or fibre reinforced plastics**. 1994. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Luleå University of Technology, Luleå, 1994.

URIBE, C. ALCOCER, S. Example 1<sup>a</sup>: deep beam design in accordance with ACI 318-2002. **Examples for design os structural concrete with stru-and-tie models**, 2002

VAN GEMERT, D. Force transfer in epoxy bonded steel/concrete joints. **Int. Journal of adhesion and adhesives**, 1980, pp-67-72.

VAN GEMERT, D. IGNOUL, I. BROSENS, K. Strengthening of concrete constructions with externally bonded reinforcement: design concepts and case studies. **International Conference**. Bélgica, 2003.

VAN GEMERT, D. MAESSCHALCK, R. Structural repair of a reinforced concrete plate by epoxy bonded external reinforcement. **The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete**. V. 5, No 4, p. 247-255, Novembro, 1983.

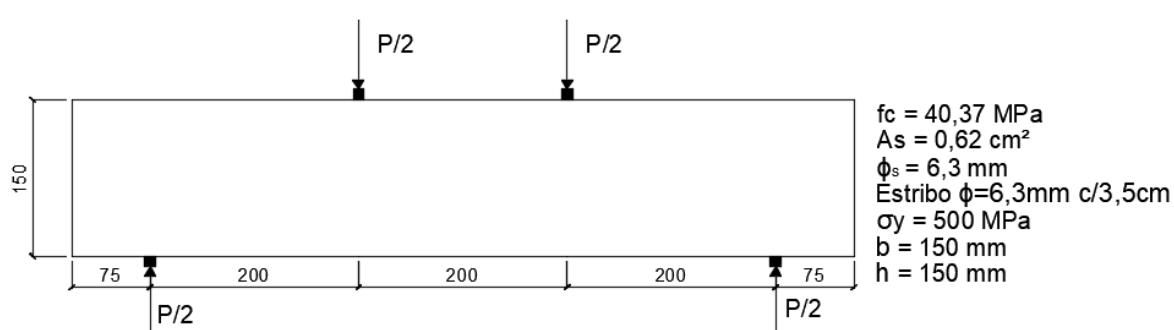
VIANA, R. **Programa para dimensionamento de reforço à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado**. 2004. 115p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro COPE, Rio de Janeiro, 2004.

ZIRABA, Y. **Non-linear finite elemento analysis of reinforced concrete beams repaired by plate bonding**. 1993. Tese (Doutorado em filosofia em Engenharia Civil) – King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dharan, 1993.

## APÊNDICE A – Reforço de vigas em Região B

Neste apêndice será apresentado um exemplo de cálculo de reforço de viga de concreto armado, conforme apresentado no Capítulo 5, de acordo com a Teoria de Viga (Região B), na qual se considera que o perfil de deformação ao longo da altura da viga varia linearmente. Para isto, será tomada como exemplo a viga apresentada na Figura A.1, correspondente às vigas da Série B, ensaiadas nesta pesquisa.

**Figura A.1 – Exemplo Apêndice A**



a) capacidade resistente da seção de concreto armado

Conforme apresentado na Seção 5, a capacidade resistente de uma seção de concreto armado é feita de forma iterativa, incrementando-se a posição da linha neutra e verificando-se o equilíbrio de forças na seção transversal de acordo com o domínio de ruptura para cada iteração.

Este processo iterativo foi programado em uma planilha de cálculo, tendo como resposta, o momento fletor máximo que a viga pode suportar, sendo igual a 4,10 kN.m, atingido quando a carga P for igual a 41,04 kN. Para este cálculo, não foram considerados os coeficientes de segurança para minoração das resistências do concreto e do aço, com o intuito de se verificar experimentalmente esta situação.

b) capacidade resistente da seção de concreto reforçada

Supondo-se que seja verificada a necessidade do reforço à flexão, quando o momento solicitante seja maior que o momento resistente da viga de concreto armado, procede-se ao

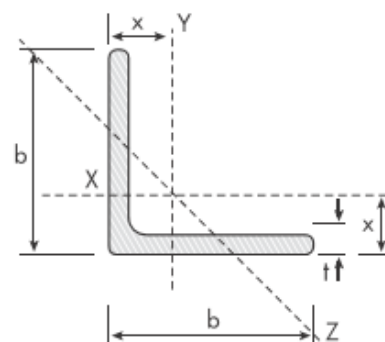


dimensionamento do reforço metálico. Aqui, será utilizado como reforço cantoneiras de aço laminado A-36 da Gerdau.

Neste apêndice, por simplicidade e para representar as condições de ensaio, será considerado que não há deformação inicial na seção transversal no momento da instalação dos perfis de reforço. O perfil verificado é a cantoneira de abas iguais de 1"x1/8", cujas propriedades geométricas estão ilustradas na Tabela A.1.

**Tabela A.1 – Características geométricas da cantoneira de abas iguais 1"x1/8"**

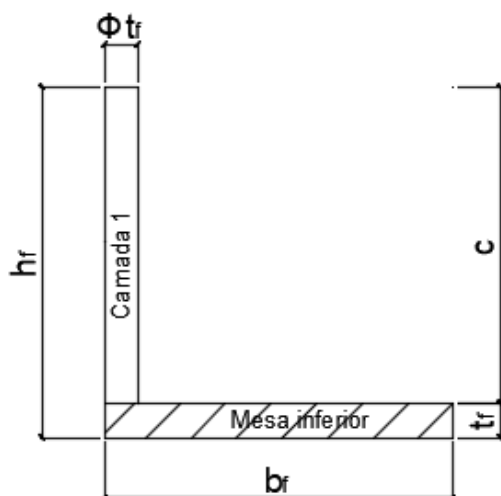
Perfil	b [mm]	t [mm]	Área [cm <sup>2</sup> ]	I <sub>x</sub> [cm <sup>4</sup> ]	x [cm]
1"x1/8"	25,4	3,18	1,48	0,83	0,76



Fonte: Adaptado de Gerdau (2017)

Para continuidade dos cálculos este perfil foi subdividido em duas camadas, conforme Figura A.2. O centróide de cada camada em relação a posição da linha neutra está apresentado na mesma figura.

**Figura A.2 – Camadas do perfil de reforço**



$$A_{rp} = b_f * t_f + (h_f - t_f) * \Phi * t_f$$

$$1,48 = 2,54 * 0,318 + (2,54 - 0,318) * \Phi * 0,318$$

$$\Phi = 0,9514$$

$$y_{rp}^{m,inf} = H - x - \frac{t_f}{2} = 14,841 - x$$

$$y_{rp}^1 = H - x - h_f + \Phi * t_f + (i - 1) = 13,57 - x$$

Para verificação dos limites entre os domínios de ruptura, foi calculado a altura equivalente das armaduras tracionadas, representada pelo  $d_{eq}$ .

$$d_{eq} = \frac{A_s * d + 2 * A_{rp} * d_{rp}}{A_s + 2 * A_{rp}} = \frac{0,62 * 13,5 + 2 * 1,48 * (15 - 0,76)}{0,62 + 2 * 1,48} = 14,11 \text{ cm}$$

Com este valor, os limites entre os domínios 2 e 3 e os domínios 3 e 4 estão definidos abaixo, considerando, por segurança, o  $\varepsilon_{yd}$  da armadura interna.

$$X_{23} = 0,259 * d_{eq} = 3,65 \text{ cm}$$

$$X_{34} = \frac{0,0035 * d_{eq}}{\varepsilon_{yd} + 0,0035} = 8,71 \text{ cm}$$

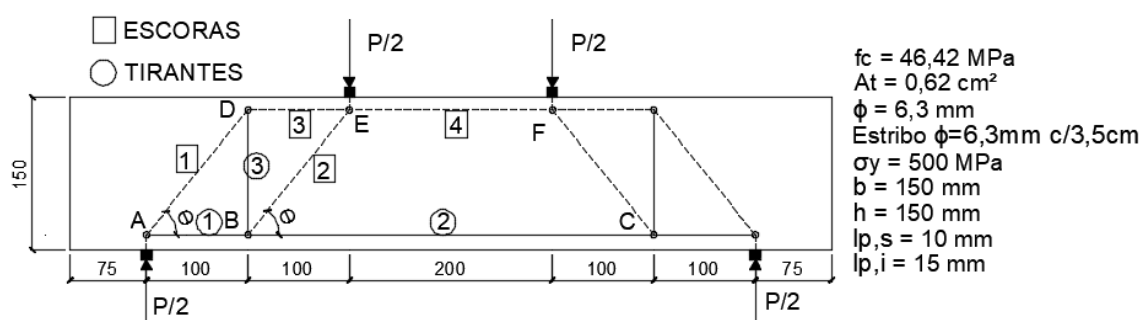
O momento resistente calculado de forma iterativa, quando satisfeita a condição de igualdade entre as forças de tração e compressão, é igual a 12,21 kN.m. A carga P correspondente a este carregamento é 122,19 kN.

A capacidade de carga para os estribos com diâmetro de 6,3 mm distribuídos a cada 3,5 cm é de 258,12 kN, quando desprezado o coeficiente de redução da resistência do aço. Assim, a ruptura esperada para esta viga ocorra por deformação excessiva das armaduras tracionadas.

## APÊNDICE B – Capacidade de carga para uma viga-parede

De modo a exemplificar o que foi descrito na Seção 7, é apresentado neste apêndice os cálculos necessários para definição da capacidade de carga de uma viga-parede. As dimensões e propriedades estão apresentadas na Figura B.2.

Figura B.1 – Exemplo Apêndice B



### a) Parâmetros de resistência

Para o cálculo destes parâmetros, foi considerado o as resistências características e de cálculo como sendo igual a 46,42 MPa.

$$\alpha_{v2} = a - \frac{f_{ck}}{250} = 0,8143$$

$$f_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 3,213 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd2} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 2,268 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{cd3} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} = 2,722 \text{ kN/cm}^2$$

### b) Largura do tirante

A largura do tirante foi calculada considerando o cobrimento do concreto igual a 1,5 cm e o diâmetro da armadura de 6,3mm

$$w_t = \phi + 2 \cdot c = 3,63 \text{ cm}$$

### c) Cálculo da largura da escora 4

A força máxima no tirante é igual a força que provoca o escoamento, portanto igual a  $50 * 0,62 = 31 \text{ kN}$

Considerando a escora 4 sendo prismática, a tensão efetiva neste elemento é igual a  $f_{cd1}$ . Com este valor, é possível definir a largura desta escora.

$$3,213 = \frac{S_4}{w_{S4} * 15} = \frac{31}{w_{S4} * 15}$$

$$w_{S4} = 0,64\text{cm}$$

d) Cálculo da largura da escora 1 e 2

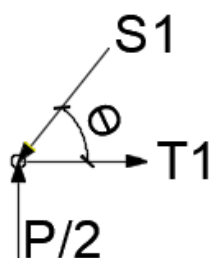
$$w_{S1} = w_t * \cos\theta + l_b * \sin\theta = 3,41\text{cm}$$

$$w_{S2} = w_{S4} * \cos\theta + l_b * \sin\theta = 1,18\text{cm}$$

e) Cálculo das forças nas escoras e tirantes em função da carga P

O cálculo das forças nas escoras e tirantes é feito por meio do equilíbrio dos nós da treliça.

Como exemplo, é apresentado os cálculos para equilíbrio do nó A.



$$S_1 = \frac{P}{2 * \sin\theta} = 0,633 * P$$

$$T_1 = S_1 * \cos\theta = 0,389 * P$$

Este cálculo se repete para todos os nós.

f) Verificação dos nós

**Tabela B.1 – Verificação dos nós**

Nó	Tipo	Interface	Força [kN]	Tensão <sub>ef</sub> [kN/cm <sup>2</sup> ]	w [cm]	P <sub>rup</sub> [kN]
A	CCT	P/2	0,5*P	2,722	1,5	381,256
		S1	0,633*P	2,722	3,41	219,956
		T1	0,389*P	2,722	3,63	122,474
E	CCC	P/2	0,5*P	3,213	1	96,39
		S2	0,633*P	3,213	1,18	90,12
		S3	0,389*P	3,213	0,64	79,75
		S4	0,777*P	3,213	0,64	39,88

## g) Verificação das escoras

**Tabela B.2 – Verificação das escoras**

Escora	Tipo	Força [kN]	Tensão <sub>ef</sub> [kN/cm <sup>2</sup> ]	w [cm]	P <sup>rup</sup> [kN]
1	Garrafa	0,633*P	2,722	3,41	219,96
2	Garrafa	0,633*P	2,722	1,18	63,62
3	Prismática	0,389*P	3,213	0,64	79,75
4	Prismática	0,777*P	3,213	0,64	39,88

## h) Verificação dos tirantes

**Tabela B.3 – Verificação dos tirantes**

Tirante	Área [cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_y$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	Força [kN]	P <sub>rup</sub> [kN]
1	0,62	50	0,389*P	79,69
2	0,62	50	0,77*P	39,87
3	1,24	50	0,5*P	124

Organizando em ordem crescente as cargas de ruptura em cada elemento, pode-se identificar que a primeira ruptura ocorrerá no tirante 2 juntamente com a escora 4 e nó E (interface com S4).

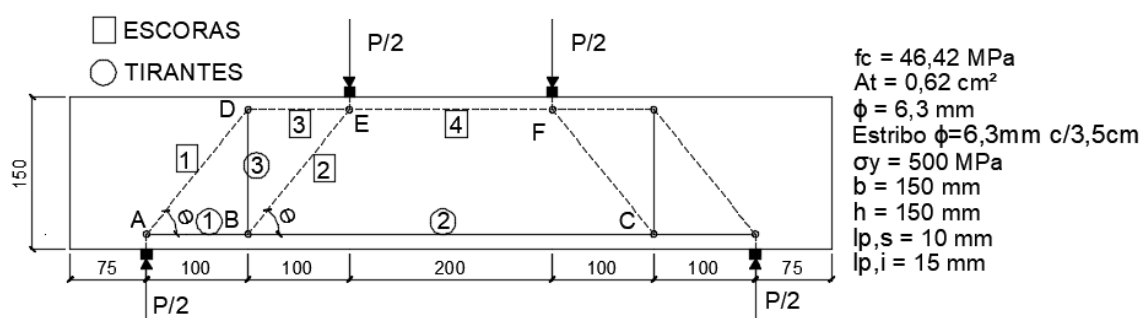
Admitindo que a escora 4 tem espaço para aumentar sua largura, poderá ser que a ruptura ocorra primeiro no tirante 2.

## APÊNDICE C – Reforço do tirante para uma viga-parede

Para exemplificar o que foi descrito no Capítulo 7, neste apêndice é apresentado os cálculos da máxima força  $P$  que pode ser aplicada a uma viga-parede que necessite de reforço, para aproveitar a máxima capacidade dos nós e escoras.

Assim, a mesma viga parede do Apêndice B será estudada.

Figura C.1 – Exemplo apêndice C



Como apresentado no Apêndice B, a ruptura do tirante 2 se dá com a carga 39,87 kN. Percebe-se também que a próxima ruptura ocorreria na escora 2 caso a força  $P$  fosse aumentada para 63,62 kN. Diante disso, pode-se concluir que se a área da armadura do tirante fosse maior, a estrutura poderia ter sua capacidade aumentada sem ocorrer a ruptura das escoras.

Para definir a carga  $P$  que provoca tanto a ruptura do tirante quanto de qualquer outro elemento da treliça simultaneamente, o processo iterativo apresentado na Seção 7 é iniciado, supondo que a força no tirante fosse maior que 31 kN (força máxima de tração no tirante para área de armadura de 0,62 cm<sup>2</sup> para aço CA-50).

Incrementos de cargas no tirante foram feitos, repetindo-se os cálculos para definição da capacidade de carga de uma viga parede, até que a força que provoca a ruptura do tirante se igualasse à força responsável pela ruptura de algum outro elemento da treliça.

Desta forma, o sistema iterativo foi encerrado na carga do tirante igual a 74,85kN, com os valores de ruptura de todos os elementos apresentados nas tabelas a seguir.

Percebe-se que a carga que provoca a ruptura no tirante 2 é a mesma que provoca a ruptura das escoras 2 e 4 e do nó E. Contudo, a escora 4 e nó E (interface com escora 4) tem as dimensões estimadas de acordo com a intensidade da força no tirante. Desta forma, percebe-se que, como a largura da escora 4 tem valor de 1,55cm, ainda há muito espaço

disponível para que ela possa crescer. Então conclui-se que a ruptura poderá ocorrer, quando a carga  $P$  atingir 92,87 kN, no tirante 2 e escora 2, simultaneamente.

**Tabela C1 – Verificação dos nós**

Nó	Tipo	Interface	Força [kN]	Tensão <sub>ef</sub> [kN/cm <sup>2</sup> ]	w [cm]	P <sub>rup</sub> [kN]
A	CCT	P/2	0,5*P	2,722	1,5	122,47
		S1	0,633*P	2,722	3,45	219,06
		T1	0,389*P	2,722	3,63	367,77
E	CCC	P/2	0,5*P	3,213	1	96,39
		S2	0,633*P	3,213	1,75	131,58
		S3	0,389*P	3,213	1,55	185,75
		S4	0,777*P	3,213	1,55	92,87

**Tabela C.2 – Verificação das escoras**

Escora	Tipo	Força [kN]	Tensão <sub>ef</sub> [kN/cm <sup>2</sup> ]	w [cm]	P <sub>rup</sub> [kN]
1	Garrafa	0,633*P	2,722	3,45	219,06
2	Garrafa	0,633*P	2,722	1,75	92,87
3	Prismática	0,389*P	3,213	1,55	185,75
4	Prismática	0,777*P	3,213	1,55	92,87

**Tabela C.3 – Verificação dos tirantes**

Tirante	Área [cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_y$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	Iteração [kN]	Força [kN]	P <sub>rup</sub> [kN]
2	-	50	74,85	0,77*P	92,87
3	1,24	50		0,5*P	124

Calculada a máxima carga que a vida parede pode suportar sem que haja a necessidade de reforço das escoras ou nós, o próximo passo é definir a área necessária para tirante 2 de modo que este possa resistir a carga de 74,85 kN. Para isto será utilizada as Equações apresentadas na Seção 7.

Para que o tirante possa resistir a força de 74,85 kN é preciso ser calculado a área de reforço com um novo material para trabalhar em conjunto com a área de aço já existente na viga. Desta forma foi adotado que o reforço será constituído de aço A-36, cuja tensão de escoamento é igual 250 MPa e o módulo de elasticidade é 200 GPa.

Por simplicidade dos cálculos, foi adotado aqui que a deformação inicial no material 1 do tirante (armadura interna) igual a zero. Então, pelas Equações 7.3 e 7.4 pode ser calculada a força que deverá ser resistida pela armadura interna.

$$P_2 = \sigma_{y,2} * A_2 = 25 * A_2$$

$$P_1 = P_2 * \frac{(L + \delta_{1,i})}{L} * \frac{E_1 * A_1}{E_2 * A_2} + P_{1,i}$$

$$P_1 = P_2 * \frac{E_1 * A_1}{E_2 * A_2} = 25 * A_2 * \frac{A_1}{A_2} = 25 * A_1 = 25 * 0,62 = 15,5kN$$

Pela Equação 7.2 foi definida a força resistida pelo material do reforço.

$$T = P_1 + P_2$$

$$74,85 = 15,5 + P_2$$

$$P_2 = 59,35kN$$

Desta maneira, a área do reforço é calculada da seguinte maneira:

$$P_2 = \sigma_{y,2} * A_2$$

$$A_2 = \frac{P_2}{\sigma_{y,2}} = \frac{59,35}{25} = 2,37cm^2$$

Ainda é necessária a verificação do escoamento da armadura interna, feita de acordo com a Equação 7.5.

$$P_1 < \sigma_{y,1} * A_1$$

$$15,5 < 50 * 0,62$$

$$15,5kN < 37,2kN$$



## APÊNDICE D – Previsão de ruptura das treliças tipo 1, 2 e 3

Neste apêndice é apresentado em forma de tabelas as cargas de ruptura previstas para as treliças do tipo 1, 2 e 3. Estes valores serviram para comparação entre os valores experimentais e teóricos analisados no Capítulo 8.

**Tabela D.1 – Cargas de ruptura para treliça tipo 1 e 3**

Série B			Série C			Série D			Série E		
Nó	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Nó	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Nó	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Nó	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)
A	109,68	109,68	A	135,93	135,93	A	122,47	122,47	A	120,69	120,69
E	73,12	73,12	E	90,62	90,62	E	81,65	81,65	E	80,46	80,46
Escora	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Escora	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Escora	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Escora	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)
1	173,79	202,65	1	214,02	250,26	1	194,35	226,47	1	189,44	221,78
2	98,80	92,77	2	154,02	146,32	2	103,29	96,54	2	148,81	141,69
3	223,29	311,44	3	379,06	528,94	3	225,23	314,24	3	373,20	520,55
4	111,64	111,60	4	189,53	189,54	4	112,62	112,60	4	186,60	186,52
Tirante	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Tirante	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Tirante	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)	Tirante	Pu(teo,1)	Pu(teo,3)
1	223,29	311,44	1	379,06	528,94	1	225,23	314,24	1	373,20	520,55
2	111,64	111,60	2	189,53	189,54	2	112,62	112,60	2	186,60	186,52
3	124,00	124,00	3	124,00	124,00	3	124,00	124,00	3	124,00	124,00

**Figura D.1 – Treliça tipo 1**

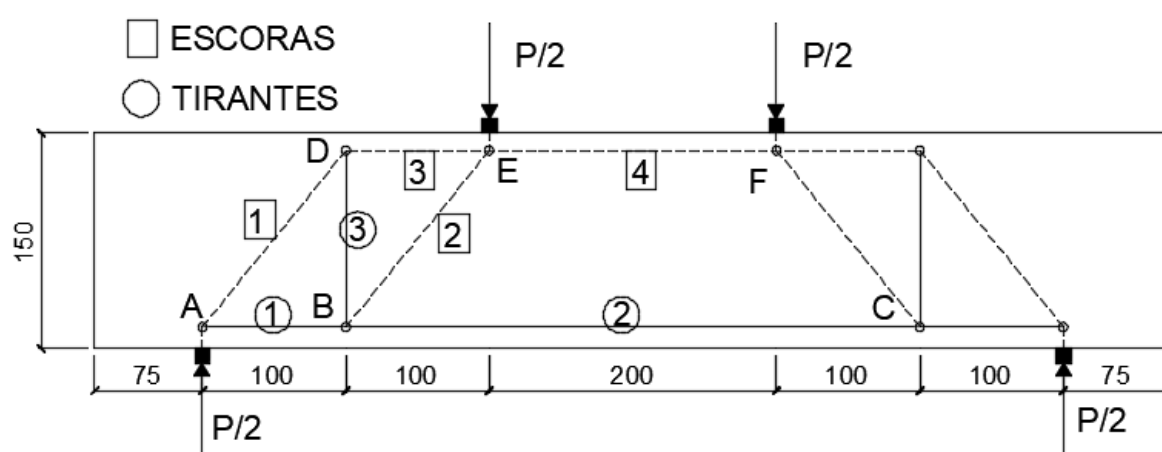


Figura D.2 – Treliça tipo 3

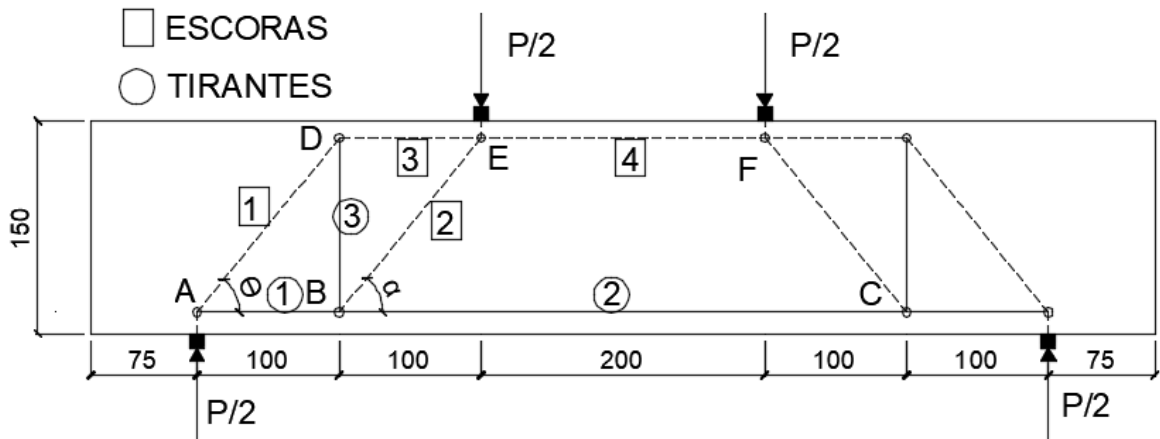
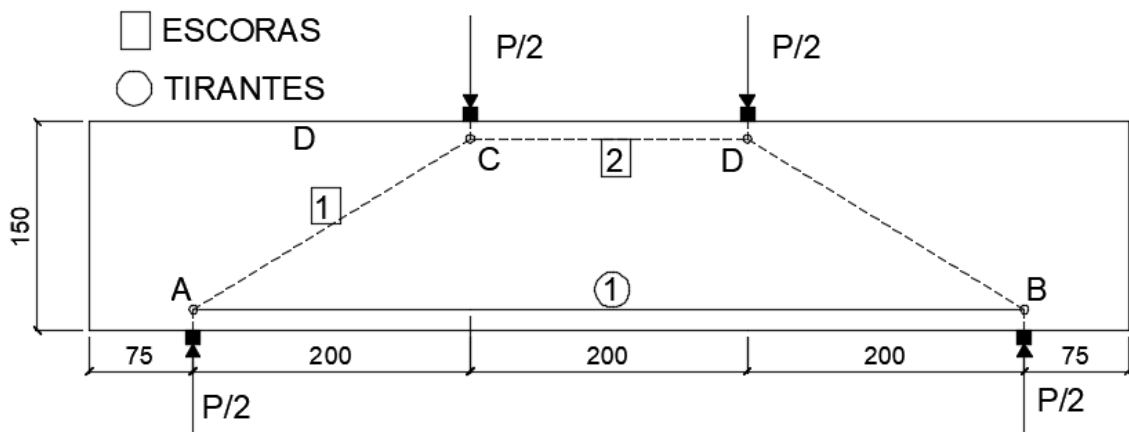


Tabela D.3 – Cargas de ruptura para treliça tipo 2

Série B		Série C		Série D		Série E	
Nó	Pu(teo,2)	Nó	Pu(teo,2)	Nó	Pu(teo,2)	Nó	Pu(teo,2)
A	109,68	A	135,93	A	122,47	A	120,69
C	86,32	C	106,98	C	96,39	C	94,99
Escora	Pu(teo,2)	Escora	Pu(teo,2)	Escora	Pu(teo,2)	Escora	Pu(teo,2)
1	88,57	1	141,97	1	91,50	1	137,15
2	111,64	2	189,53	2	112,62	2	186,60
Tirante	Pu(teo,2)	Tirante	Pu(teo,2)	Tirante	Pu(teo,2)	Tirante	Pu(teo,2)
1	111,64	1	189,53	1	112,62	1	186,60

Figura D.3 – Treliça tipo 2



## APÊNDICE E – Dados obtidos nos ensaios

**Tabela E.1 – Dados obtidos para a Viga A1**

Viga A1							
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,069688	-0,00187	0,01875	0,001875	0,01875
3	2,5	4,99225	0,112813	-0,00375	0,0375	0,00375	0,0375
4	3,75	7,488375	0,171563	-0,00625	0,0625	0,00625	0,0625
5	6,25	12,48063	0,227188	-0,00875	0,0875	0,00875	0,0875
6	7,5	14,97675	0,252188	-0,01	0,1	0,01	0,1
7	8,75	17,47288	0,3125	-0,00937	0,09375	0,014375	0,14375
8	10	19,969	0,394375	-0,00687	0,06875	0,02	0,2
9	11,25	22,46513	0,482188	-0,00562	0,05625	0,02625	0,2625
10	12,5	24,96125	0,60125	-0,00562	0,05625	0,033125	0,33125
11	13,75	27,45738	0,720313	-0,00625	0,0625	0,0375	0,375
12	15	29,9535	0,831875	-0,00875	0,0875	0,0425	0,425
13	16,25	32,44963	1,08125	-0,17875	1,7875	0,084375	0,84375
14	17,5	34,94575	1,211563	-0,20813	2,08125	0,093125	0,93125
15	18,75	37,44188	1,454375	-0,23188	2,31875	0,10125	1,0125
16	20	39,938	1,65625	-0,26125	2,6125	0,109375	1,09375
17	21,25	42,43413	1,808438	-0,28	2,8	0,11625	1,1625
18	22,5	44,93025	1,95625	-0,30688	3,06875	0,124375	1,24375
19	23,75	47,42638	2,085938	-0,3325	3,325	0,131875	1,31875
20	25	49,9225	2,245313	-0,36625	3,6625	0,14125	1,4125
21	26,25	52,41863	2,423125	-0,41375	4,1375	0,159375	1,59375
22	27,5	54,91475	2,690938	-0,53625	5,3625	0,19	1,9
23	28,75	57,41088	3,17	-0,81063	8,10625	0,2525	2,525
24	30	59,907	3,685313	-1,04563	10,45625	0,3075	3,075

Tabela E.2 – Dados obtidos para a Viga A2

Viga A2							
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)
1	0	0	0	0,000	0	0,000	0
2	1,25	2,496125	0,04875	-0,001	0,0125	0,001	0,0125
3	2,5	4,99225	0,099687	-0,003	0,03125	0,003	0,03125
4	3,75	7,488375	0,15625	-0,005	0,05	0,005	0,05
5	5	9,9845	0,194063	-0,007	0,06875	0,006	0,0625
6	6,25	12,48063	0,234063	-0,008	0,08125	0,008	0,075
7	7,5	14,97675	0,330313	-0,012	0,11875	0,011	0,1125
8	8,75	17,47288	0,363438	-0,013	0,125	0,013	0,13125
9	10	19,969	0,450938	-0,010	0,1	0,019	0,19375
10	11,25	22,46513	0,616563	-0,007	0,075	0,029	0,2875
11	12,5	24,96125	0,711563	-0,007	0,075	0,033	0,33125
12	13,75	27,45738	0,804688	-0,009	0,0875	0,037	0,36875
13	15	29,9535	0,945938	-0,013	0,125	0,043	0,43125
14	16,25	32,44963	1,007188	-0,014	0,1375	0,046	0,45625
15	17,5	34,94575	1,18625	-0,016	0,15625	0,049	0,49375
16	18,75	37,44188	1,297188	-0,038	0,38125	0,058	0,575
17	20	39,938	1,755938	-0,253	2,525	0,109	1,09375
18	23,75	47,42638	1,893438	-0,275	2,75	0,116	1,1625
19	25	49,9225	2,042188	-0,306	3,0625	0,124	1,24375
20	26,25	52,41863	2,171563	-0,341	3,40625	0,134	1,34375
21	27,5	54,91475	2,20125	-0,350	3,5	0,137	1,36875
22	28,75	57,41088	2,331875	-0,395	3,95	0,148	1,475
23	30	59,907	2,61125	-0,526	5,25625	0,176	1,75625
24	31,25	62,40313	2,989375	-0,739	7,3875	0,217	2,16875
25	32,5	64,89925	3,974375	-1,194	11,94375	0,303	3,025

Tabela E.3 – Dados obtidos para a Viga A3

Viga A3							
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,058125	-0,00188	0,01875	0,001875	0,01875
3	2,5	4,99225	0,109375	-0,00375	0,0375	0,00375	0,0375
4	3,75	7,488375	0,154688	-0,00562	0,05625	0,005	0,05
5	5,1	10,18419	0,190625	-0,00688	0,06875	0,006875	0,06875
6	6,25	12,48063	0,198438	-0,00688	0,06875	0,006875	0,06875
7	7,5	14,97675	0,239063	-0,00875	0,0875	0,00875	0,0875
8	8,75	17,47288	0,277813	-0,01063	0,10625	0,01	0,1
9	10	19,969	0,315938	-0,0125	0,125	0,011875	0,11875
10	11,25	22,46513	0,3575	-0,015	0,15	0,01375	0,1375
11	12,5	24,96125	0,512188	-0,01125	0,1125	0,023125	0,23125
12	13,75	27,45738	0,589375	-0,0125	0,125	0,02625	0,2625
13	15	29,9535	0,662188	-0,01375	0,1375	0,03	0,3
14	16,25	32,44963	0,9275	-0,00625	0,0625	0,05125	0,5125
15	17,5	34,94575	1,035938	-0,00625	0,0625	0,058125	0,58125
16	18,75	37,44188	1,141563	-0,00625	0,0625	0,065	0,65
17	20	39,938	1,250313	-0,00688	0,06875	0,0725	0,725
18	21,25	42,43413	1,363438	-0,00625	0,0625	0,079375	0,79375
19	22,5	44,93025	1,629375	0,00125	-0,0125	0,086875	0,86875
20	23,75	47,42638	1,772813	0,0025	-0,025	0,095	0,95
21	25	49,9225	1,918438	-0,01938	0,19375	0,104375	1,04375
22	26,25	52,41863	2,07	-0,05625	0,5625	0,114375	1,14375
23	27,5	54,91475	2,462813	-4,83813	48,38125	0,129375	1,29375
24	28,75	57,41088	2,824063	-4,83813	48,38125	0,171875	1,71875
25	30	59,907	3,284375	-4,83813	48,38125	0,231875	2,31875
26	31,25	62,40313	3,748125	-4,83813	48,38125	0,25125	2,5125
27	32,5	64,89925	4,3475	-4,83813	48,38125	0,279375	2,79375

Tabela E.4 – Dados obtidos para a Viga B1

Viga B1								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (%)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (%)	Deform. Média do Reforço (%)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,071875	-0,00125	0,0125	0,00375	0,0375	0,0125
3	2,5	4,99225	0,104687	-0,0025	0,025	0,005625	0,05625	0,025
4	3,75	7,488375	0,148438	-0,00313	0,03125	0,008125	0,08125	0,0375
5	5	9,9845	0,184375	-0,00438	0,04375	0,010625	0,10625	0,05
6	6,25	12,48063	0,221875	-0,00563	0,05625	0,013125	0,13125	0,0625
7	7,5	14,97675	0,259375	-0,00625	0,0625	0,015625	0,15625	0,071875
8	8,75	17,47288	0,296875	-0,0075	0,075	0,0175	0,175	0,084375
9	10	19,969	0,334375	-0,00875	0,0875	0,020625	0,20625	0,096875
10	11,25	22,46513	0,370312	-0,00938	0,09375	0,0225	0,225	0,109375
11	12,5	24,96125	0,40625	-0,01063	0,10625	0,025	0,25	0,121875
12	13,75	27,45738	0,445313	-0,01125	0,1125	0,026875	0,26875	0,134375
13	15	29,9535	0,489063	-0,0125	0,125	0,02875	0,2875	0,146875
14	16,25	32,44963	0,532812	-0,0125	0,125	0,030625	0,30625	0,159375
15	17,5	34,94575	0,571875	-0,0125	0,125	0,033125	0,33125	0,178125
16	18,75	37,44188	0,610938	-0,0125	0,125	0,035	0,35	0,203125
17	20	39,938	0,645312	-0,01313	0,13125	0,038125	0,38125	0,221875
18	21,25	42,43413	0,676562	-0,01438	0,14375	0,04	0,4	0,240625
19	22,5	44,93025	0,70625	-0,01625	0,1625	0,041875	0,41875	0,259375
20	23,75	47,42638	0,74375	-0,03688	0,36875	0,04625	0,4625	0,334375
21	25	49,9225	0,779687	-0,05063	0,50625	0,05	0,5	0,4
22	26,25	52,41863	0,817187	-0,05563	0,55625	0,0525	0,525	0,43125
23	27,5	54,91475	0,853125	-0,06	0,6	0,055	0,55	0,4625
24	28,75	57,41088	0,892187	-0,06438	0,64375	0,056875	0,56875	0,496875
25	30	59,907	0,928125	-0,06813	0,68125	0,059375	0,59375	0,525
26	31,25	62,40313	0,964062	-0,0725	0,725	0,06125	0,6125	0,55625
27	32,5	64,89925	1,001563	-0,07688	0,76875	0,06375	0,6375	0,5875
28	33,75	67,39538	1,039063	-0,08125	0,8125	0,06625	0,6625	0,621875
29	35	69,8915	1,06875	-0,085	0,85	0,068125	0,68125	0,646875
30	36,25	72,38763	1,11875	-0,09125	0,9125	0,070625	0,70625	0,6875
31	37,5	74,88375	1,160938	-0,0975	0,975	0,073125	0,73125	0,721875
32	38,75	77,37988	1,2	-0,105	1,05	0,075625	0,75625	0,759375
33	40	79,876	1,245313	-0,11	1,1	0,078125	0,78125	0,790625
34	41,25	82,37213	1,326563	-0,11625	1,1625	0,08	0,8	0,81875
35	42,5	84,86825	1,38125	-0,1275	1,275	0,083125	0,83125	0,859375
36	43,75	87,36438	1,496875	-0,14688	1,46875	0,08	0,8	0,9
37	45	89,8605	1,58125	-0,1575	1,575	0,085625	0,85625	0,96875
38	46,25	92,35663	1,640625	-0,16438	1,64375	0,088125	0,88125	1
39	47,5	94,85275	1,69375	-0,17188	1,71875	0,09125	0,9125	1,0375
40	47,5	94,85275	2,45	-0,64	6,4	0,208125	2,08125	1,071875
41	48,75	97,34888	2,653125	-0,74	7,4	0,231875	2,31875	1,2125
42	50	99,845	3,003125	-0,9225	9,225	0,269375	2,69375	1,4
43	51,25	102,3411	3,55	-1,15063	11,50625	0,316875	3,16875	1,603125
44	52,5	104,8373	4,275	-1,73625	17,3625	0,42	4,2	1,86875
45	53,75	107,3334	4,76875	-2,7275	27,275	0,55375	5,5375	24,28125
46	55	109,8295	5,209375	-3,20063	32,00625	0,630625	6,30625	24,39688
47	56,25	112,3256	5,825	-3,33688	33,36875	0,719375	7,19375	24,52188
48	57,5	114,8218	1,14375	-2,82938	28,29375	0,463125	4,63125	23,59688

Tabela E.5 – Dados obtidos para a Viga B2

Viga B2								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (%)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (%)	Deform. Média do Reforço (%)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,028125	0	0	0,00125	0,0125	0,009375
3	2,5	4,99225	0,0625	0	0	0,0025	0,025	0,021875
4	3,75	7,488375	0,11875	0	0	0,004375	0,04375	0,034375
5	5	9,9845	0,146875	0	0	0,005625	0,05625	0,046875
6	6,25	12,48063	0,190625	0	0	0,006875	0,06875	0,0625
7	7,5	14,97675	0,234375	0	0	0,00875	0,0875	0,075
8	8,75	17,47288	0,278125	-0,00063	0,00625	0,01	0,1	0,090625
9	10	19,969	0,315625	-0,00188	0,01875	0,011875	0,11875	0,10625
10	11,25	22,46513	0,348437	-0,00313	0,03125	0,013125	0,13125	0,11875
11	12,5	24,96125	0,384375	-0,00438	0,04375	0,015	0,15	0,1375
12	13,75	27,45738	0,41875	-0,00313	0,03125	0,016875	0,16875	0,15625
13	15	29,9535	0,448438	-0,00313	0,03125	0,018125	0,18125	0,171875
14	16,25	32,44963	0,479688	-0,00375	0,0375	0,020625	0,20625	0,1875
15	17,5	34,94575	0,507813	-0,00313	0,03125	0,0225	0,225	0,20625
16	18,75	37,44188	0,540625	-0,00313	0,03125	0,025	0,25	0,228125
17	20	39,938	0,576563	-0,0075	0,075	0,0275	0,275	0,26875
18	21,25	42,43413	0,6125	-0,01563	0,15625	0,03125	0,3125	0,321875
19	23,75	47,42638	0,66875	-0,02063	0,20625	0,034375	0,34375	0,375
20	25	49,9225	0,69375	-0,02625	0,2625	0,036875	0,36875	0,425
21	26,25	52,41863	0,715625	-0,03125	0,3125	0,04	0,4	0,471875
22	27,5	54,91475	0,732812	-0,03563	0,35625	0,0425	0,425	0,51875
23	28,75	57,41088	0,757812	-0,04063	0,40625	0,045625	0,45625	0,571875
24	30	59,907	0,784375	-0,0425	0,425	0,048125	0,48125	0,6
25	31,25	62,40313	0,828125	-0,04688	0,46875	0,050625	0,50625	0,65625
26	32,5	64,89925	0,8625	-0,05063	0,50625	0,053125	0,53125	0,69375
27	33,75	67,39538	0,901563	-0,05375	0,5375	0,055625	0,55625	0,740625
28	35	69,8915	0,946875	-0,0575	0,575	0,058125	0,58125	0,778125
29	36,25	72,38763	1,004688	-0,06063	0,60625	0,060625	0,60625	0,821875

Tabela E.6 – Dados obtidos para a Viga B3

Viga B3								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0,25	0,499225	0,03125	0	0	0,000625	0,00625	0,009375
2	1,25	2,496125	0,05	0	0	0,00125	0,0125	0,0125
3	2,5	4,99225	0,078125	0	0	0,003125	0,03125	0,03125
4	3,75	7,488375	0,098437	0	0	0,00375	0,0375	0,04375
5	5	9,9845	0,153125	0	0	0,005	0,05	0,059375
6	6,25	12,48063	0,176563	-0,00062	0,00625	0,00625	0,0625	0,075
7	7,5	14,97675	0,195313	-0,00187	0,01875	0,008125	0,08125	0,09375
8	8,75	17,47288	0,217188	-0,0025	0,025	0,009375	0,09375	0,10625
9	10	19,969	0,242188	-0,0025	0,025	0,010625	0,10625	0,125
10	11,25	22,46513	0,271875	-0,0025	0,025	0,0125	0,125	0,140625
11	12,5	24,96125	0,295313	-0,0025	0,025	0,01375	0,1375	0,159375
12	13,75	27,45738	0,334375	-0,0025	0,025	0,015625	0,15625	0,18125
13	15	29,9535	0,367188	-0,0025	0,025	0,0175	0,175	0,203125
14	16,25	32,44963	0,403125	-0,0025	0,025	0,019375	0,19375	0,225
15	17,5	34,94575	0,439063	-0,00312	0,03125	0,021875	0,21875	0,25625
16	18,75	37,44188	0,478125	-0,00312	0,03125	0,02375	0,2375	0,290625
17	20	39,938	0,520313	-0,00312	0,03125	0,025625	0,25625	0,33125
18	21,25	42,43413	0,551563	-0,00312	0,03125	0,028125	0,28125	0,365625
19	22,5	44,93025	0,582813	-0,00375	0,0375	0,03	0,3	0,403125
20	23,75	47,42638	0,592188	-0,00375	0,0375	0,03	0,3	0,4125
21	25	49,9225	0,634375	-0,005	0,05	0,033125	0,33125	0,478125
22	26,25	52,41863	0,664063	-0,0075	0,075	0,035	0,35	0,528125
23	27,5	54,91475	0,70625	-0,01812	0,18125	0,03875	0,3875	0,596875
24	28,75	57,41088	0,742188	-0,02563	0,25625	0,041875	0,41875	0,653125
25	30	59,907	0,779688	-0,02937	0,29375	0,044375	0,44375	0,7
26	31,25	62,40313	0,820313	-0,03312	0,33125	0,046875	0,46875	0,7375
27	32,5	64,89925	0,85625	-0,03688	0,36875	0,049375	0,49375	0,7875
28	33,75	67,39538	0,892188	-0,04125	0,4125	0,051875	0,51875	0,84375
29	35	69,8915	0,9375	-0,04625	0,4625	0,055625	0,55625	0,909375
30	36,25	72,38763	1,104688	-0,05062	0,50625	0,0675	0,675	0,95



Tabela E.7 – Dados obtidos para a Viga C1

Viga C1								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,034375	-0,00125	0,0125	0,00125	0,0125	0,0125
3	2,5	4,99225	0,065625	-0,00188	0,01875	0,0025	0,025	0,01875
4	3,75	7,488375	0,109375	-0,00313	0,03125	0,00375	0,0375	0,0375
5	5	9,9845	0,140625	-0,00438	0,04375	0,005625	0,05625	0,05
6	6,25	12,48063	0,171875	-0,00562	0,05625	0,006875	0,06875	0,0625
7	7,5	14,97675	0,198438	-0,00688	0,06875	0,008125	0,08125	0,075
8	8,75	17,47288	0,223438	-0,00813	0,08125	0,01	0,1	0,0875
9	10	19,969	0,246875	-0,00875	0,0875	0,01125	0,1125	0,103125
10	11,25	22,46513	0,271875	-0,01	0,1	0,0125	0,125	0,11875
11	12,5	24,96125	0,296875	-0,01125	0,1125	0,01375	0,1375	0,13125
12	13,75	27,45738	0,321875	-0,0125	0,125	0,015625	0,15625	0,14375
13	15	29,9535	0,346875	-0,01375	0,1375	0,016875	0,16875	0,159375
14	16,25	32,44963	0,376563	-0,0125	0,125	0,01875	0,1875	0,18125
15	17,5	34,94575	0,401563	-0,01125	0,1125	0,020625	0,20625	0,203125
16	18,75	37,44188	0,426563	-0,01125	0,1125	0,0225	0,225	0,221875
17	20	39,938	0,453125	-0,01125	0,1125	0,024375	0,24375	0,24375
18	21,25	42,43413	0,476563	-0,0125	0,125	0,02625	0,2625	0,271875
19	22,5	44,93025	0,504688	-0,01375	0,1375	0,0275	0,275	0,290625
20	23,75	47,42638	0,535938	-0,0175	0,175	0,03	0,3	0,33125
21	25	49,9225	0,564063	-0,02	0,2	0,0325	0,325	0,365625
22	26,25	52,41863	0,595313	-0,02875	0,2875	0,035625	0,35625	0,421875
23	27,55	55,0146	0,626563	-0,03313	0,33125	0,038125	0,38125	0,459375
24	28,75	57,41088	0,659375	-0,03938	0,39375	0,040625	0,40625	0,49375
25	29,95	59,80716	0,723438	-0,0425	0,425	0,043125	0,43125	0,525
26	31,25	62,40313	0,798438	-0,04438	0,44375	0,045625	0,45625	0,553125
27	32,5	64,89925	0,845313	-0,04688	0,46875	0,048125	0,48125	0,58125
28	34,7	69,29243	0,934375	-0,05125	0,5125	0,0525	0,525	0,628125
29	35	69,8915	0,942188	-0,05188	0,51875	0,053125	0,53125	0,634375
30	36,25	72,38763	0,978125	-0,05375	0,5375	0,055625	0,55625	0,659375
31	37,5	74,88375	1,017188	-0,05625	0,5625	0,058125	0,58125	0,6875
32	38,75	77,37988	1,085938	-0,06375	0,6375	0,064375	0,64375	0,728125
33	40	79,876	1,159375	-0,07188	0,71875	0,07	0,7	0,7625
34	41,25	82,37213	1,210938	-0,24938	2,49375	0,074375	0,74375	0,784375
36	41,35	82,57182	2,04375	-0,315	3,15	0,1575	1,575	1,153125
37	42,5	84,86825	2,2125	-0,63938	6,39375	0,2275	2,275	1,64375
38	43,75	87,36438	2,315625	-0,785	7,85	0,256875	2,56875	1,834375
39	45	89,8605	2,476563	-0,96188	9,61875	0,291875	2,91875	2,084375
40	46,3	92,45647	2,607813	-1,14625	11,4625	0,326875	3,26875	2,425
41	47,5	94,85275	3,403125	-1,32375	13,2375	0,36	3,6	2,73125
42	48,75	97,34888	3,721875	-1,52375	15,2375	0,3975	3,975	3,1
43	50	99,845	4,103125	-1,76375	17,6375	0,44125	4,4125	3,6125
44	51,25	102,3411	4,66875	-2,10125	21,0125	0,50375	5,0375	4,45
45	52,5	104,8373	5,175	-2,34063	23,40625	0,548125	5,48125	5,30625
46	53,8	107,4332	6,478125	-2,60875	26,0875	0,639375	6,39375	7,953125
47	55	109,8295	7,565625	-2,98	29,8	0,714375	7,14375	10,025

Tabela E.8 – Dados obtidos para a Viga C2

Viga C2								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	-0,00063	0,00625	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,076563	-0,00125	0,0125	0,00125	0,0125	0,0125
3	2,5	4,99225	0,123438	-0,0025	0,025	0,0025	0,025	0,021875
4	3,75	7,488375	0,170313	-0,00375	0,0375	0,004375	0,04375	0,034375
5	5	9,9845	0,204688	-0,005	0,05	0,005625	0,05625	0,046875
6	6,25	12,48063	0,248438	-0,00625	0,0625	0,0075	0,075	0,065625
7	7,5	14,97675	0,271875	-0,0075	0,075	0,00875	0,0875	0,078125
8	8,75	17,47288	0,3	-0,00875	0,0875	0,010625	0,10625	0,09375
9	9	17,9721	0,328125	-0,00938	0,09375	0,011875	0,11875	0,10625
10	10	19,969	0,332813	-0,00938	0,09375	0,0125	0,125	0,109375
11	11,25	22,46513	0,354688	-0,01	0,1	0,01375	0,1375	0,125
12	12,5	24,96125	0,382813	-0,01	0,1	0,015625	0,15625	0,140625
13	13,75	27,45738	0,409375	-0,01	0,1	0,0175	0,175	0,159375
14	15	29,9535	0,439063	-0,01063	0,10625	0,019375	0,19375	0,178125
15	16,25	32,44963	0,476563	-0,01	0,1	0,021875	0,21875	0,2
16	17,5	34,94575	0,503125	-0,01	0,1	0,023125	0,23125	0,2125
17	18,75	37,44188	0,53125	-0,0075	0,075	0,025	0,25	0,2375
18	20	39,938	0,559375	-0,00375	0,0375	0,0275	0,275	0,265625
19	21,25	42,43413	0,59375	-0,00313	0,03125	0,03	0,3	0,290625
20	22,5	44,93025	0,625	-0,0025	0,025	0,031875	0,31875	0,31875
21	23,75	47,42638	0,653125	-0,0025	0,025	0,034375	0,34375	0,34375
22	25	49,9225	0,682813	-0,0025	0,025	0,036875	0,36875	0,378125
23	26,25	52,41863	0,714063	-0,0025	0,025	0,039375	0,39375	0,40625
24	27,5	54,91475	0,748438	-0,0025	0,025	0,041875	0,41875	0,434375
25	28,75	57,41088	0,78125	-0,00313	0,03125	0,044375	0,44375	0,465625
26	30	59,907	0,8125	-0,00375	0,0375	0,04625	0,4625	0,496875
27	31,25	62,40313	0,845313	-0,00375	0,0375	0,04875	0,4875	0,53125
28	32,5	64,89925	0,878125	-0,00438	0,04375	0,051875	0,51875	0,5625
29	33,75	67,39538	0,907813	-0,00438	0,04375	0,05375	0,5375	0,5875
30	35	69,8915	0,9375	-0,00438	0,04375	0,05625	0,5625	0,615625
31	36,25	72,38763	0,970313	-0,005	0,05	0,05875	0,5875	0,64375
32	37,5	74,88375	1,003125	-0,005	0,05	0,060625	0,60625	0,66875
33	38,75	77,37988	1,039063	-0,00562	0,05625	0,063125	0,63125	0,7
34	40	79,876	1,071875	-0,00625	0,0625	0,06625	0,6625	0,728125
35	41,25	82,37213	1,109375	-0,00625	0,0625	0,06875	0,6875	0,753125
36	42,5	84,86825	1,220313	-0,00687	0,06875	0,075	0,75	0,815625
37	43,75	87,36438	1,276563	-0,00687	0,06875	0,07875	0,7875	0,8375
38	45	89,8605	1,339063	-0,00687	0,06875	0,0825	0,825	0,8625
39	46,25	92,35663	1,396875	-0,0075	0,075	0,08625	0,8625	0,8875
42	46,25	92,35663	2,4	-0,075	0,75	0,19625	1,9625	1,51875
43	47,5	94,85275	2,525	-0,08313	0,83125	0,208125	2,08125	1,596875
44	48,75	97,34888	2,690625	-0,08938	0,89375	0,23	2,3	1,678125
45	50	99,845	2,95	-0,09813	0,98125	0,25375	2,5375	1,7875
46	51,25	102,3411	3,184375	-0,10688	1,06875	0,271875	2,71875	1,89375
47	52,5	104,8373	3,464063	-0,12	1,2	0,293125	2,93125	2,0125
48	53,75	107,3334	3,796875	-0,14	1,4	0,318125	3,18125	2,159375
49	55	109,8295	4,164063	-0,18063	1,80625	0,34875	3,4875	2,340625
50	56,25	112,3256	4,585938	-0,2325	2,325	0,379375	3,79375	2,534375
51	56,8	113,4239	4,814063	-0,26125	2,6125	0,396875	3,96875	2,625

Tabela E.9 – Dados obtidos para a Viga C3

Viga C3								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0,017188	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,06875	-0,00125	0,0125	0,000625	0,00625	0,009375
3	2,5	4,99225	0,123438	-0,00188	0,01875	0,0025	0,025	0,021875
4	3,75	7,488375	0,18125	-0,00313	0,03125	0,005	0,05	0,034375
5	5	9,9845	0,24375	-0,00438	0,04375	0,006875	0,06875	0,046875
6	6,25	12,48063	0,279688	-0,00562	0,05625	0,008125	0,08125	0,05625
7	7,5	14,97675	0,317188	-0,00687	0,06875	0,010625	0,10625	0,06875
8	8,75	17,47288	0,348438	-0,00812	0,08125	0,0125	0,125	0,08125
9	10	19,969	0,379688	-0,00937	0,09375	0,014375	0,14375	0,09375
10	11,25	22,46513	0,40625	-0,01	0,1	0,01625	0,1625	0,10625
11	11,25	22,46513	0,409375	-0,01	0,1	0,01625	0,1625	0,10625
12	12,5	24,96125	0,439063	-0,01125	0,1125	0,0175	0,175	0,121875
13	13,75	27,45738	0,46875	-0,01188	0,11875	0,019375	0,19375	0,134375
14	15	29,9535	0,50625	-0,01125	0,1125	0,02125	0,2125	0,153125
15	16,25	32,44963	0,542188	-0,00812	0,08125	0,02375	0,2375	0,175
16	17,5	34,94575	0,579688	-0,00625	0,0625	0,02625	0,2625	0,2
17	18,75	37,44188	0,610938	-0,00562	0,05625	0,028125	0,28125	0,221875
18	20	39,938	0,64375	-0,005	0,05	0,030625	0,30625	0,246875
19	21,25	42,43413	0,675	-0,00438	0,04375	0,033125	0,33125	0,26875
20	22,5	44,93025	0,707813	-0,00375	0,0375	0,035625	0,35625	0,3
21	23,75	47,42638	0,739063	-0,00375	0,0375	0,0375	0,375	0,328125
22	25	49,9225	0,76875	-0,00375	0,0375	0,04	0,4	0,3625
23	26,25	52,41863	0,8	-0,00375	0,0375	0,0425	0,425	0,396875
24	27,5	54,91475	0,832813	-0,00438	0,04375	0,044375	0,44375	0,428125
25	28,75	57,41088	0,871875	-0,00438	0,04375	0,046875	0,46875	0,4625
26	30	59,907	0,935938	-0,005	0,05	0,04875	0,4875	0,49375
27	31,25	62,40313	0,975	-0,00562	0,05625	0,050625	0,50625	0,521875
28	32,5	64,89925	1,020313	-0,00562	0,05625	0,053125	0,53125	0,553125
29	33,75	67,39538	1,054688	-0,00625	0,0625	0,055	0,55	0,578125
30	35	69,8915	1,0875	-0,00687	0,06875	0,056875	0,56875	0,60625
31	36,25	72,38763	1,121875	-0,0075	0,075	0,05875	0,5875	0,634375
32	37,5	74,88375	1,160938	-0,00812	0,08125	0,060625	0,60625	0,6625
33	38,75	77,37988	1,19375	-0,00875	0,0875	0,0625	0,625	0,6875
34	40	79,876	1,232813	-0,00937	0,09375	0,064375	0,64375	0,715625
35	41,25	82,37213	1,26875	-0,00937	0,09375	0,06625	0,6625	0,7375
36	42,5	84,86825	1,309375	-0,01063	0,10625	0,068125	0,68125	0,765625
37	43,75	87,36438	1,35	-0,01313	0,13125	0,07	0,7	0,796875
38	45	89,8605	1,390625	-0,01875	0,1875	0,0725	0,725	0,83125
39	46,25	92,35663	1,432813	-0,03438	0,34375	0,07625	0,7625	0,8875
40	47,5	94,85275	1,479688	-0,04062	0,40625	0,07875	0,7875	0,91875
41	48,75	97,34888	1,525	-0,045	0,45	0,08125	0,8125	0,94375
42	50	99,845	1,573438	-0,04813	0,48125	0,083125	0,83125	0,971875
43	51,25	102,3411	1,621875	-0,05188	0,51875	0,085625	0,85625	1
44	52,5	104,8373	1,659375	-0,05438	0,54375	0,088125	0,88125	1,028125
45	53,75	107,3334	1,707813	-0,0575	0,575	0,09	0,9	1,05625
46	55	109,8295	1,757813	-0,06	0,6	0,0925	0,925	1,084375
47	56,25	112,3256	1,801563	-0,06313	0,63125	0,095	0,95	1,1125
48	57,5	114,8218	1,84375	-0,06563	0,65625	0,0975	0,975	1,140625
49	58,75	117,3179	1,870313	-0,06813	0,68125	0,1	1	1,16875

50	60	119,814	1,896875	-0,07125	0,7125	0,1025	1,025	1,196875
51	61,25	122,3101	1,923438	-0,07375	0,7375	0,105	1,05	1,228125
52	62,5	124,8063	1,95	-0,07688	0,76875	0,1075	1,075	1,2625
53	63,75	127,3024	1,979688	-0,08	0,8	0,110625	1,10625	1,290625
54	65	129,7985	2,0125	-0,08313	0,83125	0,11375	1,1375	1,325
55	66,25	132,2946	2,05	-0,08563	0,85625	0,11625	1,1625	1,346875
56	67,5	134,7908	2,090625	-0,08875	0,8875	0,12	1,2	1,378125
57	68,75	137,2869	2,120313	-0,09187	0,91875	0,1225	1,225	1,409375
58	70	139,783	2,157813	-0,095	0,95	0,12625	1,2625	1,440625
59	63,75	127,3024	2,282813	-0,18938	1,89375	0,158125	1,58125	1,684375
60	65	129,7985	2,409375	-0,2025	2,025	0,165625	1,65625	1,7125
61	66,25	132,2946	2,4875	-0,21313	2,13125	0,1725	1,725	1,74375
62	51,25	102,3411	2,85	-0,26813	2,68125	0,196875	1,96875	1,828125
63	53,75	107,3334	2,903125	-0,27625	2,7625	0,200625	2,00625	1,875
64	57	113,8233	2,996875	-0,29063	2,90625	0,208125	2,08125	1,95
65	59	117,8171	3,165625	-0,31125	3,1125	0,21875	2,1875	2,028125
66	63,25	126,3039	3,93125	-0,39563	3,95625	0,2525	2,525	2,296875
67	65	129,7985	4,48125	-0,48063	4,80625	0,274375	2,74375	2,490625

Tabela E.10 – Dados obtidos para a Viga D1

Viga D1								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,059375	-0,00063	0,00625	0,00125	0,0125	0,0125
3	2,5	4,99225	0,09375	-0,00188	0,01875	0,0025	0,025	0,025
4	3,75	7,488375	0,139063	-0,00313	0,03125	0,00375	0,0375	0,0375
5	5	9,9845	0,182813	-0,00438	0,04375	0,005625	0,05625	0,053125
6	6,25	12,48063	0,217188	-0,00562	0,05625	0,006875	0,06875	0,06875
7	7,5	14,97675	0,25	-0,00687	0,06875	0,008125	0,08125	0,08125
8	8,75	17,47288	0,282813	-0,0075	0,075	0,01	0,1	0,1
9	10	19,969	0,315625	-0,00875	0,0875	0,01125	0,1125	0,115625
10	11,25	22,46513	0,346875	-0,00875	0,0875	0,013125	0,13125	0,13125
11	12,5	24,96125	0,38125	-0,00875	0,0875	0,014375	0,14375	0,153125
12	13,75	27,45738	0,415625	-0,015	0,15	0,0175	0,175	0,184375
13	15	29,9535	0,451563	-0,01875	0,1875	0,019375	0,19375	0,215625
14	16,25	32,44963	0,49375	-0,02063	0,20625	0,02125	0,2125	0,240625
15	17,5	34,94575	0,539063	-0,025	0,25	0,024375	0,24375	0,29375
16	18,75	37,44188	0,575	-0,03	0,3	0,026875	0,26875	0,33125
17	20	39,938	0,614063	-0,03438	0,34375	0,029375	0,29375	0,38125
18	21,25	42,43413	0,65	-0,0375	0,375	0,031875	0,31875	0,415625
19	22,5	44,93025	0,695313	-0,04188	0,41875	0,034375	0,34375	0,465625
20	23,75	47,42638	0,74375	-0,04813	0,48125	0,0375	0,375	0,525
21	25	49,9225	0,778125	-0,0525	0,525	0,039375	0,39375	0,565625
22	26,25	52,41863	0,817188	-0,05688	0,56875	0,0425	0,425	0,609375
23	27,5	54,91475	0,859375	-0,06125	0,6125	0,044375	0,44375	0,65625
24	28,75	57,41088	0,904688	-0,06563	0,65625	0,046875	0,46875	0,70625
25	30	59,907	0,957813	-0,07125	0,7125	0,05	0,5	0,753125
26	31,25	62,40313	0,992188	-0,07438	0,74375	0,051875	0,51875	0,790625
27	32,5	64,89925	1,039063	-0,07875	0,7875	0,05375	0,5375	0,83125
28	33,75	67,39538	1,082813	-0,08313	0,83125	0,056875	0,56875	0,878125
29	35	69,8915	1,123438	-0,08688	0,86875	0,059375	0,59375	0,925
30	36,25	72,38763	1,170313	-0,09125	0,9125	0,061875	0,61875	0,965625
31	37,5	74,88375	1,215625	-0,09438	0,94375	0,06375	0,6375	1,003125
32	38,75	77,37988	1,265625	-0,09875	0,9875	0,066875	0,66875	1,04375
33	40	79,876	1,340625	-0,10313	1,03125	0,069375	0,69375	1,090625
34	41,25	82,37213	1,471875	-0,10813	1,08125	0,07375	0,7375	1,13125
35	42,5	84,86825	1,53125	-0,1125	1,125	0,076875	0,76875	1,165625
36	43,75	87,36438	1,623438	-0,12125	1,2125	0,0825	0,825	1,203125
37	45	89,8605	1,684375	-0,12688	1,26875	0,08625	0,8625	1,240625
38	46,25	92,35663	1,75625	-0,13313	1,33125	0,09	0,9	1,278125
39	47,5	94,85275	1,842188	-0,14	1,4	0,095625	0,95625	1,3125
40	48,75	97,34888	1,971875	-0,15125	1,5125	0,093125	0,93125	1,11875

Tabela E.11 – Dados obtidos para a Viga D2

Viga D2								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	-0,00062	0,00625	0	0	0
2	1,25	2,496125	-0,00781	-0,00125	0,0125	0,000625	0,00625	0,0125
3	2,5	4,99225	-0,00781	-0,00125	0,0125	0,0025	0,025	0,03125
4	3,75	7,488375	0,014063	-0,00125	0,0125	0,00375	0,0375	0,04375
5	5	9,9845	0,05	-0,00125	0,0125	0,005	0,05	0,059375
6	6,25	12,48063	0,095313	-0,00125	0,0125	0,00625	0,0625	0,078125
7	7,5	14,97675	0,129688	-0,00125	0,0125	0,0075	0,075	0,090625
8	8,75	17,47288	0,160938	-0,00125	0,0125	0,009375	0,09375	0,10625
9	10	19,969	0,190625	-0,00125	0,0125	0,01125	0,1125	0,13125
10	11,25	22,46513	0,21875	-0,00187	0,01875	0,0125	0,125	0,15
11	12,5	24,96125	0,246875	-0,00125	0,0125	0,014375	0,14375	0,171875
12	13,75	27,45738	0,273438	-0,00187	0,01875	0,01625	0,1625	0,190625
13	15	29,9535	0,298438	-0,00187	0,01875	0,018125	0,18125	0,215625
14	16,25	32,44963	0,325	0	0	0,020625	0,20625	0,246875
15	17,5	34,94575	0,3625	0,001875	-0,01875	0,023125	0,23125	0,28125
16	18,75	37,44188	0,398438	0,003125	-0,03125	0,025625	0,25625	0,31875
17	20	39,938	0,4375	0,00375	-0,0375	0,028125	0,28125	0,35625
18	21,25	42,43413	0,476563	0,00375	-0,0375	0,030625	0,30625	0,4
19	22,5	44,93025	0,514063	0,00375	-0,0375	0,033125	0,33125	0,446875
20	23,75	47,42638	0,557813	-0,00313	0,03125	0,0375	0,375	0,51875
21	25	49,9225	0,592188	-0,00687	0,06875	0,04	0,4	0,565625
22	26,25	52,41863	0,628125	-0,01563	0,15625	0,043125	0,43125	0,628125
23	27,5	54,91475	0,665625	-0,02375	0,2375	0,046875	0,46875	0,6875
24	28,75	57,41088	0,7	-0,02813	0,28125	0,05	0,5	0,734375
25	30	59,907	0,734375	-0,03313	0,33125	0,0525	0,525	0,78125
26	31,25	62,40313	0,771875	-0,03688	0,36875	0,055	0,55	0,828125
27	32,5	64,89925	0,80625	-0,04	0,4	0,0575	0,575	0,86875
28	33,75	67,39538	0,848438	-0,04313	0,43125	0,060625	0,60625	0,9125
29	35	69,8915	0,9	-0,04688	0,46875	0,06375	0,6375	0,959375
30	36,25	72,38763	0,996875	-0,05063	0,50625	0,066875	0,66875	1,00625
31	37,5	74,88375	1,142188	-0,05562	0,55625	0,07125	0,7125	1,05
34	37,5	74,88375	1,45625	-0,15188	1,51875	0,111875	1,11875	0,8125
35	38,75	77,37988	1,6625	-0,18563	1,85625	0,1225	1,225	0,84375
36	40	79,876	1,740625	-0,21375	2,1375	0,1325	1,325	0,88125
37	41,25	82,37213	1,821875	-0,23813	2,38125	0,14125	1,4125	0,928125
38	42,5	84,86825	1,925	-0,28188	2,81875	0,155	1,55	0,99375
39	43,75	87,36438	2,01875	-0,325	3,25	0,166875	1,66875	1,065625
40	45	89,8605	2,115625	-0,35938	3,59375	0,176875	1,76875	1,13125
41	46,25	92,35663	2,378125	-0,42125	4,2125	0,194375	1,94375	1,2125
42	47,5	94,85275	2,578125	-0,48938	4,89375	0,211875	2,11875	1,309375
43	48,75	97,34888	2,95	-0,62188	6,21875	0,24375	2,4375	1,5375
44	50	99,845	3,559375	-0,88	8,8	0,308125	3,08125	2,63125

Tabela E.12 – Dados obtidos para a Viga D3

Viga D3								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0,003125
2	1,25	2,496125	0,046875	-0,00187	0,01875	0,00125	0,0125	0,021875
3	2,5	4,99225	0,1	-0,00312	0,03125	0,0025	0,025	0,0375
4	3,75	7,488375	0,146875	-0,005	0,05	0,004375	0,04375	0,05625
5	5	9,9845	0,196875	-0,00625	0,0625	0,005625	0,05625	0,071875
6	6,25	12,48063	0,234375	-0,00812	0,08125	0,006875	0,06875	0,0875
7	7,5	14,97675	0,26875	-0,00938	0,09375	0,00875	0,0875	0,10625
8	8,75	17,47288	0,317188	-0,01063	0,10625	0,01	0,1	0,121875
9	10	19,969	0,35	-0,01063	0,10625	0,011875	0,11875	0,14375
10	11,25	22,46513	0,384375	-0,01188	0,11875	0,013125	0,13125	0,1625
11	12,5	24,96125	0,415625	-0,0125	0,125	0,015	0,15	0,18125
12	13,75	27,45738	0,45	-0,01375	0,1375	0,016875	0,16875	0,2
13	15	29,9535	0,484375	-0,01438	0,14375	0,01875	0,1875	0,225
14	16,25	32,44963	0,521875	-0,01625	0,1625	0,020625	0,20625	0,253125
15	17,5	34,94575	0,565625	-0,0175	0,175	0,023125	0,23125	0,290625
16	18,75	37,44188	0,60625	-0,0175	0,175	0,025625	0,25625	0,328125
17	20	39,938	0,645313	-0,0175	0,175	0,0275	0,275	0,365625
18	21,25	42,43413	0,685938	-0,01812	0,18125	0,03	0,3	0,409375
19	22,5	44,93025	0,728125	-0,02	0,2	0,0325	0,325	0,465625
20	23,75	47,42638	0,767187	-0,02625	0,2625	0,035625	0,35625	0,521875
21	25	49,9225	0,807813	-0,03313	0,33125	0,03875	0,3875	0,584375
22	26,25	52,41863	0,846875	-0,04188	0,41875	0,041875	0,41875	0,65
23	27,5	54,91475	0,892188	-0,04875	0,4875	0,045625	0,45625	0,70625
24	28,75	57,41088	0,926563	-0,05313	0,53125	0,0475	0,475	0,75
25	30	59,907	0,96875	-0,05875	0,5875	0,050625	0,50625	0,803125
26	31,25	62,40313	1,009375	-0,06313	0,63125	0,053125	0,53125	0,846875
27	32,5	64,89925	1,05	-0,06813	0,68125	0,05625	0,5625	0,89375
30	32,5	64,89925	1,392188	-0,09187	0,91875	0,064375	0,64375	1,065625
31	33,75	67,39538	1,425	-0,09438	0,94375	0,066875	0,66875	1,1
32	35	69,8915	1,459375	-0,0975	0,975	0,069375	0,69375	1,134375
33	36,25	72,38763	1,49375	-0,10063	1,00625	0,07125	0,7125	1,16875
34	37,5	74,88375	1,532813	-0,10375	1,0375	0,07375	0,7375	1,20625
35	38,75	77,37988	1,56875	-0,10688	1,06875	0,07625	0,7625	1,2375
36	40	79,876	1,60625	-0,11063	1,10625	0,07875	0,7875	1,275
37	41,25	82,37213	1,635938	-0,11375	1,1375	0,08125	0,8125	1,3125
38	42,5	84,86825	1,66875	-0,11688	1,16875	0,08375	0,8375	1,34375
39	43,75	87,36438	1,703125	-0,12	1,2	0,085625	0,85625	1,378125
40	45	89,8605	1,739063	-0,12313	1,23125	0,088125	0,88125	1,4125
41	46,25	92,35663	1,775	-0,12625	1,2625	0,090625	0,90625	1,446875
42	47,5	94,85275	1,817188	-0,12938	1,29375	0,093125	0,93125	1,484375
43	48,75	97,34888	1,85625	-0,1325	1,325	0,095625	0,95625	1,521875
44	50	99,845	1,895313	-0,13625	1,3625	0,098125	0,98125	1,55625
45	51,25	102,3411	1,935938	-0,14	1,4	0,100625	1,00625	1,59375
46	52,5	104,8373	1,978125	-0,14313	1,43125	0,10375	1,0375	1,628125
47	53,75	107,3334	2,01875	-0,14688	1,46875	0,10625	1,0625	1,665625
48	55	109,8295	2,060938	-0,15063	1,50625	0,109375	1,09375	1,703125
49	56,25	112,3256	2,101563	-0,15438	1,54375	0,111875	1,11875	1,740625
50	57,5	114,8218	2,139063	-0,15813	1,58125	0,114375	1,14375	1,78125
51	58,75	117,3179	2,175	-0,16125	1,6125	0,116875	1,16875	1,8125

52	60	119,814	2,217188	-0,165	1,65	0,12	1,2	1,853125
53	61,25	122,3101	2,2625	-0,16875	1,6875	0,123125	1,23125	1,890625
54	62,5	124,8063	2,310938	-0,1725	1,725	0,12625	1,2625	1,928125
55	63,75	127,3024	2,392188	-0,17813	1,78125	0,13125	1,3125	1,975
56	65	129,7985	2,448438	-0,1825	1,825	0,134375	1,34375	2,01875
57	66,25	132,2946	2,501563	-0,18688	1,86875	0,138125	1,38125	2,05625
58	67,5	134,7908	2,564063	-0,19125	1,9125	0,141875	1,41875	2,1
59	68,75	137,2869	2,640625	-0,19625	1,9625	0,146875	1,46875	2,1375
60	72	143,7768	2,78125	-0,2075	2,075	0,1575	1,575	2,24375
61	74	147,7706	2,907813	-0,21688	2,16875	0,16625	1,6625	2,334375
62	75	149,7675	2,9875	-0,2225	2,225	0,171875	1,71875	2,371875



Tabela E.13 – Dados obtidos para a Viga E1

Viga E1								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,078125	-0,00125	0,0125	0,000625	0,00625	0,015625
3	2,5	4,99225	0,128125	-0,0025	0,025	0,001875	0,01875	0,025
4	3,75	7,488375	0,165625	-0,00312	0,03125	0,0025	0,025	0,0375
5	5	9,9845	0,2	-0,00437	0,04375	0,003125	0,03125	0,05
6	6,25	12,48063	0,232813	-0,00562	0,05625	0,004375	0,04375	0,0625
7	7,5	14,97675	0,264063	-0,00687	0,06875	0,005	0,05	0,078125
8	8,75	17,47288	0,296875	-0,00812	0,08125	0,005625	0,05625	0,090625
9	10	19,969	0,325	-0,00875	0,0875	0,006875	0,06875	0,103125
10	11,25	22,46513	0,357813	-0,01	0,1	0,008125	0,08125	0,11875
11	12,5	24,96125	0,385938	-0,01063	0,10625	0,009375	0,09375	0,134375
12	13,75	27,45738	0,41875	-0,0125	0,125	0,01	0,1	0,146875
13	15	29,9535	0,45	-0,01375	0,1375	0,01125	0,1125	0,1625
14	16,25	32,44963	0,48125	-0,015	0,15	0,013125	0,13125	0,178125
15	17,5	34,94575	0,514063	-0,01625	0,1625	0,014375	0,14375	0,190625
16	18,75	37,44188	0,54375	-0,01625	0,1625	0,01625	0,1625	0,203125
17	20	39,938	0,579688	-0,01625	0,1625	0,018125	0,18125	0,225
18	21,25	42,43413	0,610938	-0,01625	0,1625	0,02	0,2	0,25
19	22,5	44,93025	0,651563	-0,01563	0,15625	0,0225	0,225	0,278125
20	23,75	47,42638	0,685938	-0,01625	0,1625	0,024375	0,24375	0,303125
21	25	49,9225	0,720313	-0,01625	0,1625	0,02625	0,2625	0,328125
22	26,25	52,41863	0,751563	-0,01688	0,16875	0,028125	0,28125	0,353125
23	27,5	54,91475	0,784375	-0,01688	0,16875	0,029375	0,29375	0,38125
24	28,75	57,41088	0,829688	-0,0175	0,175	0,03125	0,3125	0,40625
25	30	59,907	0,870313	-0,01813	0,18125	0,033125	0,33125	0,44375
26	31,25	62,40313	0,907813	-0,02	0,2	0,035625	0,35625	0,48125
27	32,5	64,89925	0,932813	-0,02063	0,20625	0,036875	0,36875	0,5
28	33,75	67,39538	0,9625	-0,02188	0,21875	0,03875	0,3875	0,525
29	35	69,8915	0,996875	-0,02313	0,23125	0,040625	0,40625	0,553125
30	36,25	72,38763	1,035938	-0,025	0,25	0,0425	0,425	0,58125
31	37,5	74,88375	1,085938	-0,0275	0,275	0,045	0,45	0,609375
32	38,75	77,37988	1,134375	-0,03	0,3	0,046875	0,46875	0,6375
33	40	79,876	1,190625	-0,03313	0,33125	0,049375	0,49375	0,6625
34	40	79,876	1,264063	-0,03375	0,3375	0,05125	0,5125	0,6625
35	41,25	82,37213	1,69375	-0,1625	1,625	0,081875	0,81875	1,034375
36	42,5	84,86825	1,770313	-0,19375	1,9375	0,08875	0,8875	1,10625
37	40	79,876	2,109375	-0,50688	5,06875	0,133125	1,33125	1,38125
38	41,25	82,37213	2,178125	-0,54938	5,49375	0,140625	1,40625	1,471875

Tabela E.14 – Dados obtidos para a Viga E2

Viga E2								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Tracion. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,25	2,496125	0,064062	-0,00062	0,00625	0,000625	0,00625	0,009375
3	2,5	4,99225	0,098437	-0,00187	0,01875	0,001875	0,01875	0,021875
4	3,75	7,488375	0,134375	-0,00313	0,03125	0,0025	0,025	0,034375
5	5	9,9845	0,167188	-0,00375	0,0375	0,00375	0,0375	0,046875
6	6,25	12,48063	0,196875	-0,005	0,05	0,005	0,05	0,059375
7	7,5	14,97675	0,228125	-0,00625	0,0625	0,00625	0,0625	0,071875
8	8,75	17,47288	0,25625	-0,00687	0,06875	0,0075	0,075	0,0875
9	10	19,969	0,284375	-0,0075	0,075	0,00875	0,0875	0,1
10	11,25	22,46513	0,310938	-0,00812	0,08125	0,01	0,1	0,1125
11	12,5	24,96125	0,339063	-0,00812	0,08125	0,01125	0,1125	0,128125
12	13,75	27,45738	0,367188	-0,00938	0,09375	0,0125	0,125	0,140625
13	15	29,9535	0,39375	-0,01125	0,1125	0,014375	0,14375	0,159375
14	16,25	32,44963	0,421875	-0,01312	0,13125	0,01625	0,1625	0,18125
15	17,5	34,94575	0,45	-0,01375	0,1375	0,0175	0,175	0,2
16	18,75	37,44188	0,478125	-0,015	0,15	0,019375	0,19375	0,215625
17	20	39,938	0,507813	-0,01563	0,15625	0,02125	0,2125	0,24375
18	21,25	42,43413	0,5375	-0,01625	0,1625	0,0225	0,225	0,265625
19	22,5	44,93025	0,567188	-0,01625	0,1625	0,024375	0,24375	0,290625
20	23,75	47,42638	0,6	-0,01688	0,16875	0,02625	0,2625	0,31875
21	25	49,9225	0,628125	-0,01875	0,1875	0,028125	0,28125	0,346875
22	26,25	52,41863	0,65625	-0,02125	0,2125	0,03	0,3	0,378125
23	27,5	54,91475	0,689063	-0,02375	0,2375	0,031875	0,31875	0,40625
24	28,75	57,41088	0,720313	-0,02688	0,26875	0,03375	0,3375	0,440625
25	30	59,907	0,75	-0,02938	0,29375	0,035625	0,35625	0,471875
26	31,25	62,40313	0,782813	-0,0325	0,325	0,038125	0,38125	0,5
27	32,5	64,89925	0,809375	-0,035	0,35	0,04	0,4	0,525
28	33,75	67,39538	0,840625	-0,03813	0,38125	0,041875	0,41875	0,55625
29	35	69,8915	0,875	-0,04063	0,40625	0,04375	0,4375	0,584375
30	36,25	72,38763	0,909375	-0,04313	0,43125	0,045625	0,45625	0,6125
31	37,5	74,88375	0,945313	-0,04563	0,45625	0,0475	0,475	0,640625
32	38,75	77,37988	0,971875	-0,04813	0,48125	0,049375	0,49375	0,665625
33	40	79,876	1,003125	-0,05063	0,50625	0,05125	0,5125	0,690625
34	41,25	82,37213	1,0375	-0,05313	0,53125	0,053125	0,53125	0,71875
35	42,5	84,86825	1,071875	-0,05563	0,55625	0,055	0,55	0,74375
36	43,75	87,36438	1,110938	-0,0575	0,575	0,056875	0,56875	0,775
37	45	89,8605	1,151563	-0,06063	0,60625	0,05875	0,5875	0,8
38	46,25	92,35663	1,190625	-0,06313	0,63125	0,060625	0,60625	0,825
39	47,5	94,85275	1,23125	-0,06563	0,65625	0,0625	0,625	0,85
40	48,75	97,34888	1,273438	-0,06875	0,6875	0,064375	0,64375	0,878125
41	50	99,845	1,31875	-0,07125	0,7125	0,06625	0,6625	0,903125
42	51,25	102,3411	1,367188	-0,07438	0,74375	0,068125	0,68125	0,93125
43	52,5	104,8373	1,420313	-0,07688	0,76875	0,07	0,7	0,95625
44	53,75	107,3334	1,479688	-0,07938	0,79375	0,071875	0,71875	0,984375
45	55	109,8295	1,532813	-0,0825	0,825	0,07375	0,7375	1,009375
46	56,25	112,3256	1,5875	-0,085	0,85	0,07625	0,7625	1,034375
47	57,5	114,8218	1,654688	-0,08813	0,88125	0,078125	0,78125	1,0625
48	58,75	117,3179	1,710938	-0,09125	0,9125	0,080625	0,80625	1,0875
49	60	119,814	1,767188	-0,09375	0,9375	0,083125	0,83125	1,115625

50	61,25	122,3101	1,809375	-0,09625	0,9625	0,085	0,85	1,140625
51	62,5	124,8063	1,8625	-0,09938	0,99375	0,086875	0,86875	1,16875
52	63,75	127,3024	1,920313	-0,1025	1,025	0,08875	0,8875	1,196875
53	65	129,7985	1,98125	-0,10563	1,05625	0,09125	0,9125	1,225
54	66,25	132,2946	2,039063	-0,10875	1,0875	0,09375	0,9375	1,25
55	67,5	134,7908	2,1	-0,1125	1,125	0,09625	0,9625	1,28125
56	68,75	137,2869	2,171875	-0,11563	1,15625	0,099375	0,99375	1,315625
57	70	139,783	2,25	-0,12	1,2	0,1025	1,025	1,34375
58	71,25	142,2791	2,315625	-0,12313	1,23125	0,105625	1,05625	1,375
59	72,5	144,7753	2,370313	-0,12625	1,2625	0,108125	1,08125	1,403125
60	73,75	147,2714	2,654688	-0,16438	1,64375	0,12875	1,2875	1,396875

Tabela E.15 – Dados obtidos para a Viga E3

Viga E3								
Ponto	Leitura da célula de carga	Carga aplicada (kN)	Flecha média (mm)	Along. Conc. Trac. (mm)	Deform. Conc. Trac. (‰)	Along. Conc. Comp. (mm)	Deform. Conc. Comp. (‰)	Deform. Média do Reforço (‰)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,2	2,39628	0,08125	-0,00125	0,0125	0,000625	0,00625	0,0125
3	2,5	4,99225	0,1125	-0,0025	0,025	0,001875	0,01875	0,025
4	3,85	7,688065	0,153125	-0,00375	0,0375	0,003125	0,03125	0,0375
5	5	9,9845	0,179688	-0,005	0,05	0,00375	0,0375	0,05
6	6,25	12,48063	0,214062	-0,00687	0,06875	0,005	0,05	0,065625
7	7,5	14,97675	0,246875	-0,00812	0,08125	0,005625	0,05625	0,078125
8	8,75	17,47288	0,279688	-0,01	0,1	0,006875	0,06875	0,090625
9	10	19,969	0,309375	-0,01125	0,1125	0,0075	0,075	0,10625
10	11,25	22,46513	0,3375	-0,0125	0,125	0,00875	0,0875	0,11875
11	12,5	24,96125	0,392187	-0,01438	0,14375	0,01	0,1	0,1375
12	13,75	27,45738	0,41875	-0,01688	0,16875	0,01125	0,1125	0,153125
13	15	29,9535	0,445313	-0,0225	0,225	0,013125	0,13125	0,16875
14	16,25	32,44963	0,475	-0,02625	0,2625	0,015	0,15	0,190625
15	17,5	34,94575	0,504688	-0,02937	0,29375	0,015625	0,15625	0,2125
16	18,75	37,44188	0,528125	-0,03125	0,3125	0,016875	0,16875	0,225
17	20	39,938	0,557813	-0,03438	0,34375	0,01875	0,1875	0,246875
18	21,25	42,43413	0,579688	-0,0375	0,375	0,02	0,2	0,271875
19	22,5	44,93025	0,607813	-0,04438	0,44375	0,021875	0,21875	0,3
20	23,75	47,42638	0,63125	-0,04813	0,48125	0,02375	0,2375	0,31875
21	25	49,9225	0,654688	-0,0525	0,525	0,025625	0,25625	0,346875
22	26,25	52,41863	0,68125	-0,05938	0,59375	0,03	0,3	0,378125
23	27,5	54,91475	0,707813	-0,06813	0,68125	0,0425	0,425	0,4125
24	28,75	57,41088	0,735938	-0,075	0,75	0,063125	0,63125	0,4375
25	30	59,907	0,757813	-0,08	0,8	0,074375	0,74375	0,459375
26	31,25	62,40313	0,779688	-0,08438	0,84375	0,084375	0,84375	0,4875
27	32,5	64,89925	0,80625	-0,08938	0,89375	0,09625	0,9625	0,515625
28	33,75	67,39538	0,832813	-0,09437	0,94375	0,1125	1,125	0,540625
29	35	69,8915	0,865625	-0,09813	0,98125	0,128125	1,28125	0,56875
30	36,25	72,38763	0,89375	-0,10375	1,0375	0,146875	1,46875	0,603125
31	37,5	74,88375	0,914063	-0,10688	1,06875	0,154375	1,54375	0,625
32	38,75	77,37988	0,9375	-0,11063	1,10625	0,16375	1,6375	0,65
33	40	79,876	0,965625	-0,11438	1,14375	0,173125	1,73125	0,675
34	41,25	82,37213	0,995313	-0,11875	1,1875	0,183125	1,83125	0,70625
35	42,5	84,86825	1,023438	-0,12313	1,23125	0,193125	1,93125	0,73125
36	43,75	87,36438	1,05	-0,12688	1,26875	0,204375	2,04375	0,75625
37	45	89,8605	1,082813	-0,13125	1,3125	0,2175	2,175	0,784375
38	45	89,8605	1,129688	-0,1375	1,375	0,226875	2,26875	0,796875
39	46,25	92,35663	1,167188	-0,14125	1,4125	0,23625	2,3625	0,821875
40	47,5	94,85275	1,204688	-0,14563	1,45625	0,2475	2,475	0,846875
41	48,75	97,34888	1,245313	-0,15063	1,50625	0,260625	2,60625	0,875
42	50	99,845	1,282813	-0,15438	1,54375	0,2725	2,725	0,9
43	51,25	102,3411	1,320313	-0,15938	1,59375	0,289375	2,89375	0,925
44	52,5	104,8373	1,360938	-0,16438	1,64375	0,30125	3,0125	0,953125
45	53,75	107,3334	1,404688	-0,16938	1,69375	0,314375	3,14375	0,978125
46	55	109,8295	1,453125	-0,17563	1,75625	0,326875	3,26875	0,996875
47	56,25	112,3256	1,523438	-0,18063	1,80625	0,340625	3,40625	1,021875
48	56,25	112,3256	1,701563	-0,23625	2,3625	0,356875	3,56875	1,13125
49	57,5	114,8218	1,760938	-0,25	2,5	0,361875	3,61875	1,175
50	58,75	117,3179	1,814063	-0,26438	2,64375	0,3675	3,675	1,20625

## APÊNDICE F – Diagramas Carga x Deformação no concreto

Figura F.1 – Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da Série A

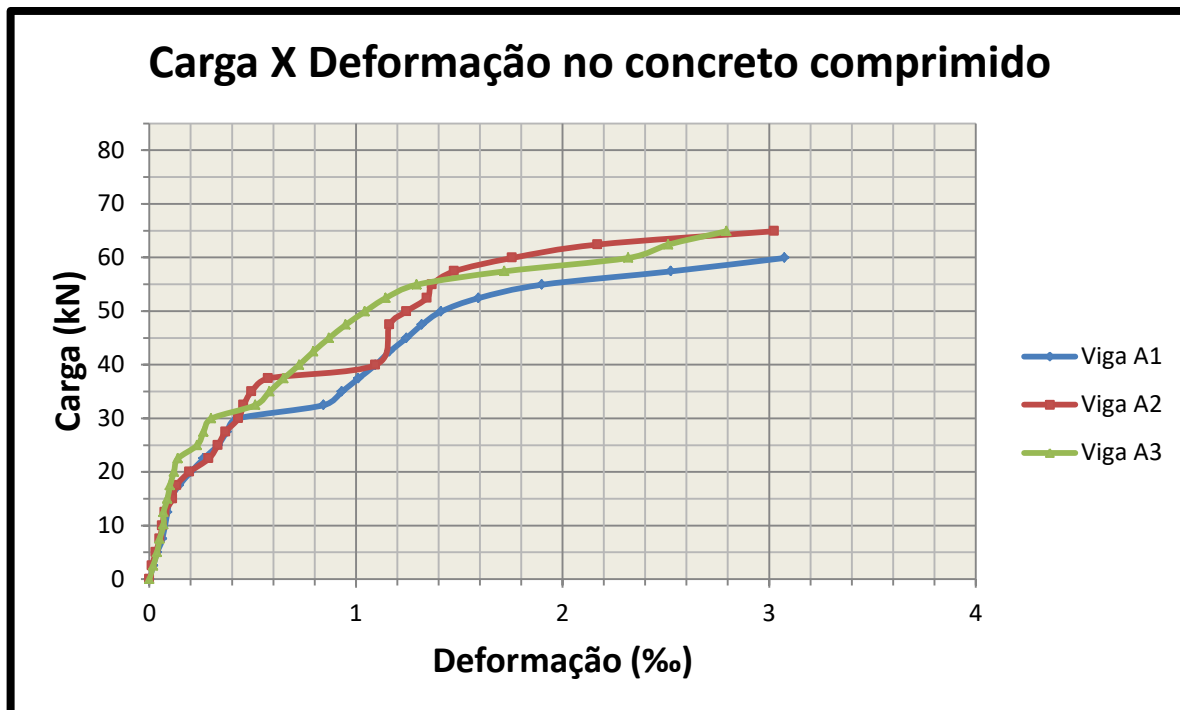


Figura F.2 – Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da Série B

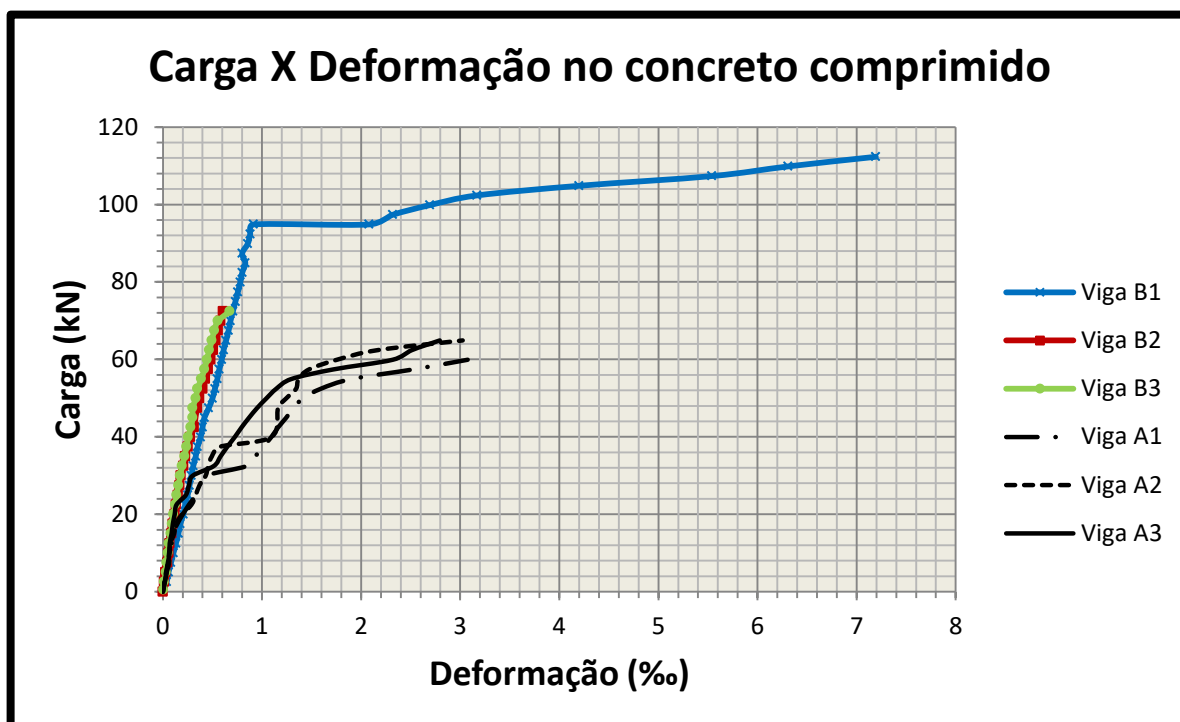


Figura F.3 – Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da Série C

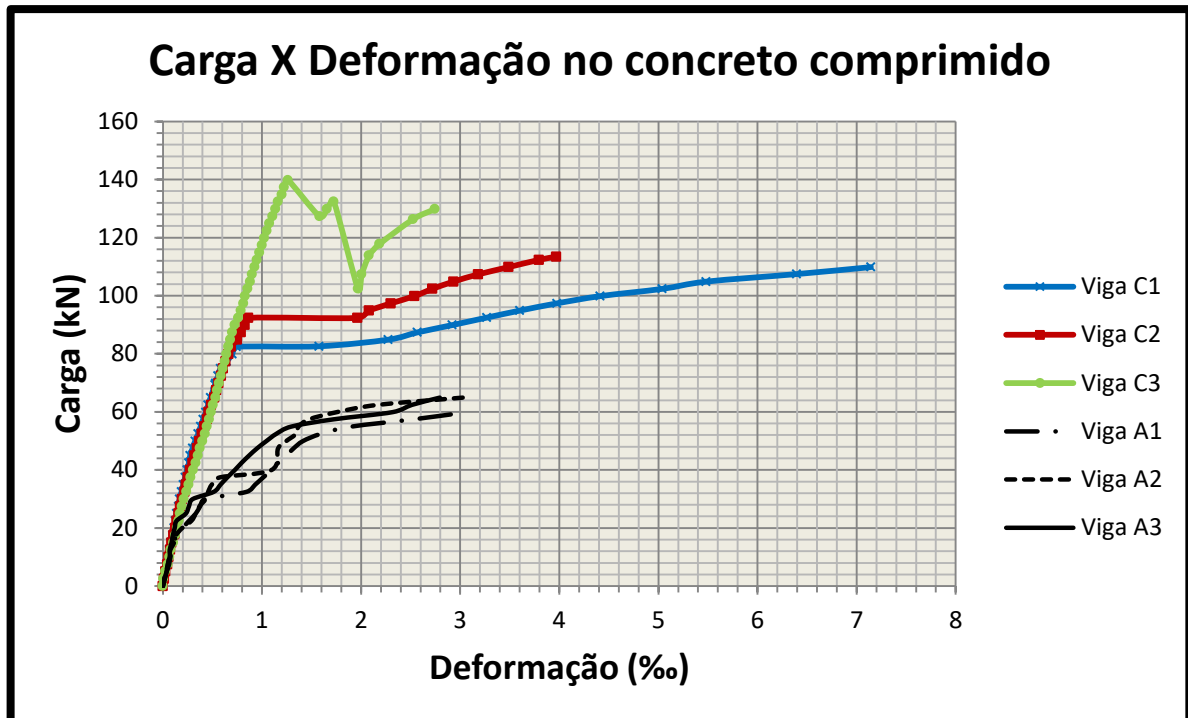


Figura F.4 – Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da Série D

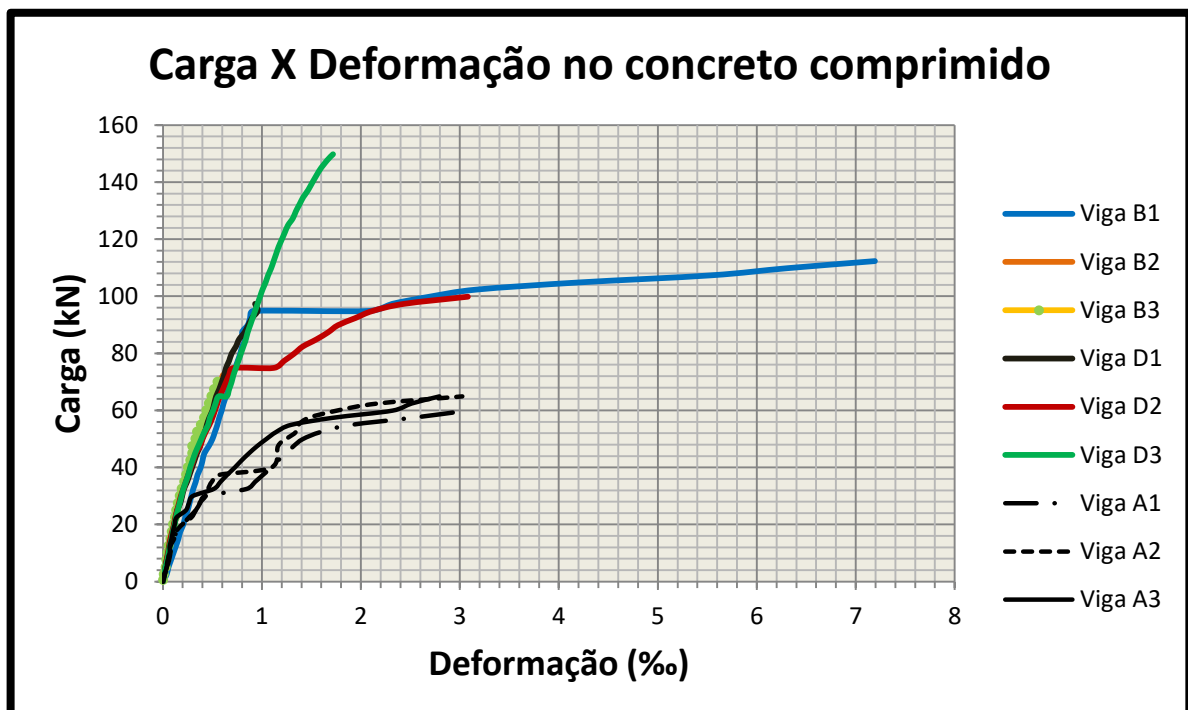


Figura F.5 – Diagrama Carga x Deformação no concreto comprimido da Série E

