

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ.
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A
MATEMÁTICA.

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**APRENDIZAGENS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA EM
UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FUTUROS PROFESSORES
DE MATEMÁTICA**

MARINGÁ-PR
2017

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**APRENDIZAGENS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA EM
UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA DE FUTUROS PROFESSORES
DE MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lilian Akemi Kato

MARINGÁ-PR
2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR, Brasil)

B827a Braz, Bárbara Cândido
Aprendizagens sobre modelagem matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de matemática / Bárbara Cândido Braz. -- Maringá, PR, 2017.
253 f.: il. color.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Lilian Akemi Kato.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

1. Formação inicial de professores. 2. Educação matemática. 3. Teoria social da aprendizagem. 4. Comunidade de prática. 5. Modelagem matemática. I. Kato, Lilian Akemi, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 371.12

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**Aprendizagens sobre Modelagem Matemática em uma
Comunidade de Prática de futuros professores de
Matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em *Ensino de Ciências e Matemática*.

BANCA EXAMINADORA



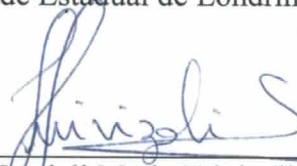
Profa. Dra. Lillian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá – UEM



Profa. Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira
Universidade Federal da Bahia – UFBA



Profa. Dra. Márcia Cristina Costa Trindade Cyrino
Universidade Estadual de Londrina – UEL



Profa. Dra. Lucieli Maria Trivizoli da Silva
Universidade Estadual de Maringá – UEM



Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 01 de Dezembro de 2017.

“Todos estão loucos, neste mundo? Porque a cabeça da gente é uma só, e as coisas que há e que estão para haver são demais de muitas, muito maiores diferentes, e a gente tem de necessitar de aumentar a cabeça, para o total”.

– João Guimarães Rosa, Grande Sertão: Veredas, 1956.

Aos professores que participaram da minha formação e que tanto me inspiraram.

*Aos meus alunos, futuros professores, que me fazem lembrar o motivo de ter
escolhido essa profissão.*

*Aos professores paranaenses que em 2015 resistiram as pressões do governo e
seguem lutando bravamente pela Educação pública.*

Agradecimentos

Expresso aqui minha gratidão a todos aqueles e aquelas que me permitem compreender diariamente, e em especial nesses anos de construção da tese, que “é necessário fazer outras perguntas, ir atrás das indagações que produzem o novo saber, observar com outros olhares através da história pessoal e coletiva, evitando a empáfia daqueles e daquelas que supõem já estar de posse do conhecimento e da certeza” (Mario Sergio Cortella).

Ao meu esposo, companheiro de sempre, Guilherme, pelos cafés, abraços confortantes, incentivo, pela admiração que me tem, por compreender minhas ausências mesmo quando “presente” e pela companhia nas horas de estudo e dedicação. À Frida, pela leveza que me traz e por encher meu coração de alegria. 🐾

À minha mãe, pelas orações, pelo carinho e por assumir tarefas para que eu tivesse mais tempo para me dedicar à pesquisa de doutorado. Ao meu pai, que me fazia a pergunta: “Quando defende sua tese?” desde o curso de mestrado; obrigada por me amparar, mesmo tendo partido.

À professora Dra. Lilian Akemi Kato, pelos anos de orientação, por compartilhar o frio na barriga que nasce junto a cada nova ideia, pelo comprometimento com minha pesquisa, pelo incentivo profissional e por me amparar afetivamente, quando precisava renovar as energias e a confiança na pesquisa.

Aos professores Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira, Dra. Lucieli Maria Trivizoli da Silva, Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Dr. Valdeni Soliani Franco pelas leituras cuidadosas do texto, pelas contribuições dadas desde a fase gestacional da pesquisa, pelas perguntas que provocaram e subsidiaram a construção dessa tese. São pesquisadores que admiro muito.

Aos meus amigos do GIEMEM, pelas discussões, pelos momentos de aprendizado, pelas contribuições na construção da minha pesquisa, pela disponibilidade em ler meus textos e em debatê-los. Em especial, minha gratidão aos amigos: Ana Caroline, Daniela, Michele, Pollyany, Priscila e Wellington pelo convívio que ultrapassa a pós-graduação, pelos momentos de descontração, pelos risos compartilhados nos momentos em que mais precisei (preciso). Serei sempre grata a vocês por esses anos de incentivo e amparo.

Ao Colegiado de Matemática da UNESPAR/Campo Mourão pela receptividade no desenvolvimento dessa pesquisa e pela minha formação inicial como professora de Matemática. Meu carinho por essa Universidade é imenso.

Ao professor Amauri Jersi Ceolim, por ter me apresentado a Educação Matemática, ter orientado meus primeiros passos na Modelagem Matemática e por ter acompanhado essa trajetória. Obrigada pelo exemplo de professor politizado e comprometido que é.

Aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, participantes dessa pesquisa, pelo comprometimento, pela paciência no longo processo de produção e de coleta de dados da investigação.

Aos meus alunos e meus amigos da UFPR/Jandaia do Sul pela compreensão nesses três anos em que estive cursando o doutorado. Em especial as minhas amigas de café e boleia Ana, Valquíria e Juliana.

Aos colegas contemporâneos, alunos do Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática (PCM) pelas discussões, aulas, seminários e negociações que permitiram reflexões.

À Sandra Grzegorzcyk, secretária do PCM, pelo atendimento e atenção nesses seis anos como aluna.

À CAPES pelo apoio financeiro durante o primeiro ano de pesquisa.

RESUMO

De acordo com a Teoria Social da Aprendizagem o processo de aprendizagem é compreendido como uma dimensão da prática social e decorrente da participação das pessoas em comunidades sociais, denominadas de Comunidades de Prática (CoP), nas quais seus membros negociam significados sobre o que fazem e sobre o que isso significa para eles. Com fundamentos nestes pressupostos teóricos, esta pesquisa foi direcionada pelas seguintes questões de investigação: *Que aprendizagens sobre Modelagem ocorrem em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática?* E ainda: *Como as experiências na CoP subsidiaram estas aprendizagens?*. A fim de empreender a investigação participamos no decorrer de um ano letivo do desenvolvimento de uma disciplina de Modelagem Matemática, desenvolvida na perspectiva da Educação Matemática em uma Universidade pública paranaense. Amparadas nos pressupostos da pesquisa qualitativa analisamos, por meio de descrições e sínteses teóricas, os processos de negociação de significados sobre Modelagem Matemática mantidos na CoP constituída. O processo analítico evidenciou que o desenvolvimento de atividades concernentes aos empreendimentos: 1 – Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente; 2 – Discussões de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática e; 3 – Planejamento e simulação de atividades de Modelagem, subsidiou experiências *em e sobre* a prática pedagógica de Modelagem que possibilitaram aos futuros professores negociar sobre: as etapas do processo de Modelagem Matemática; a organização didática (tempo e espaço) em atividades de Modelagem; as relações didáticas entre professor-aluno e entre alunos nas aulas de Matemática; a configuração do currículo escolar e suas influências na prática do professor; a vulnerabilidade do professor em ambientes de aprendizagem mais ou menos previsíveis em relação às práticas dos alunos; o processo de ensino de Matemática; a legitimação da voz do professor nas aulas de Matemática; a configuração dos ambientes de aprendizagem desenvolvidos nas aulas de Matemática. Os processos de negociação de significados sobre a Modelagem Matemática, por sua vez, requereram e permitiram o compartilhamento de experiências vividas pelos futuros professores em outras comunidades às quais pertenciam e que identificássemos indícios de aprendizagem sobre: o que é Modelagem Matemática; qual a configuração do ambiente de aprendizagem desenvolvido de acordo com atividades desta natureza; as relações entre professor e alunos neste ambiente; as relações da Modelagem com o currículo escolar; motivos para (não) usar Modelagem nas aulas de Matemática e a indicação de condições educacionais específicas para seu uso nas aulas de Matemática. Os resultados da investigação apontam a necessidade de experiências com Modelagem, na formação inicial, em contextos que envolvam os futuros professores, professores em serviço e os professores formadores, de modo que uma prática compartilhada entre esses membros sustente suas ações.

Palavras-chave: Teoria Social da Aprendizagem; Comunidades de Prática; Formação inicial de professores; Modelagem Matemática; Educação Matemática.

ABSTRACT

According to the Social Learning Theory, the process of learning is understood as an aspect of socialization, the result of people participating in social communities, known as Communities of Practice (CoP). Taking these theoretical assumptions into consideration, this research was conducted having the following investigative questions as guidelines: *What learning activities concerning Modeling take place in a Community of Practice existing in a basic-level Mathematical Modeling class for Mathematics teachers?* And also *How did the experiences in the CoP support these learning activities.* In order to further investigate these issues, the research team spent a year with a public university in the state of Paraná, Brazil, participating developing an academic discipline in Mathematical Modeling, in the perspective of mathematics education. Considering the assumptions of the qualitative research, an analysis was made, through theoretical syntheses and descriptions, of the processes involving the debating of definition in Mathematical Modeling, that were implemented in the CoP in question. The analysis showed that the carrying out of the following activities: 1 – Studies of Modeling through tasks assigned by a guiding professor; 2 – Discussions of texts about Mathematics Education and Mathematical Modeling; and 3 – Planning and simulation of activities in Modeling, promoted experiences *in* and *about* Modeling education that enabled future teachers to debate about: the stages of the process of Mathematical Modeling; the present regulation of education (time and space) in Modeling activities; the educational relations between teacher and student in mathematics classes; the configuration of the curriculum and its effects on the teacher's work; the vulnerability of the teacher in environments that are more or less predictable in regards to the students' practices; the process of teaching Mathematics; the legitimation of the teacher's voice in mathematics classes. The processes in the debating of definition, on the other hand, allowed and required the sharing of real experiences lived by the future teachers in other communities which they were part of, and the identification of evidences of learning about: what is Mathematical Modeling; what is the configuration of the learning environment in accordance to the activities of such nature; the relations between teacher and students in this environment; the relations between Modeling and the curriculum; reasons (not) to use Modeling in Mathematics classes, and the indication of specific educational conditions for its use in said classes. The results of the research point to the need of experiences with Modeling in the basic education for teachers, in contexts involving the future teachers, active professors, and trainers, so that such shared activities between these parts support their actions.

Keywords: Social Learning Theory; Communities of Practice; Pre-service teacher education; Mathematical Modeling; Mathematics Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Objetivos didáticos e as perspectivas de Modelagem.....	55
Quadro 2 – Ambientes de aprendizagem.....	58
Quadro 3 – Tarefas no processo de Modelagem.....	61
Quadro 4 – Relação entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada.....	63
Quadro 5 – Síntese das características dos ambientes de Modelagem descritos.....	75
Quadro 6 – Cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam a disciplina de Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, na modalidade obrigatória.....	81
Quadro 7 – Cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam a disciplina de Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, na modalidade optativa.....	81
Quadro 8 –Estratégias e características para a formação em Modelagem Matemática assumindo-a como ambiente de aprendizagem	85
Quadro 9 – Estratégias e características para a formação em Modelagem Matemática.....	86
Quadro 10 – Atividades consideradas no processo analítico.	98
Quadro 11 – Entrevistas realizadas com os alunos.....	102
Quadro 12 – Principais sinais acordados para uma transcrição no Brasil.....	103
Quadro 13 – Informações sobre os alunos participantes da pesquisa.....	108
Quadro 14 – Atividades abarcadas pelos empreendimentos da CoP constituída na disciplina de Modelagem.....	125
Quadro 15 – Empreendimento 1: Atividades de Modelagem orientadas pelo professor regente.....	127
Quadro 16 - Etapas de desenvolvimento da atividade Caminhadas, quanto às ações de orientação.....	143
Quadro 17 – Etapas de desenvolvimento da terceira atividade (caso 3), quanto às ações de orientação.....	162
Quadro 18 – Indícios de aprendizagens reificadas sobre a organização didática e da relação professor-aluno em atividades de Modelagem.....	163
Quadro 19 – Empreendimento 2: Discussão de textos sobre EM e Modelagem Matemática.....	167
Quadro 20 – Indícios de aprendizagens reificadas sobre Modelagem Matemática.....	184
Quadro 21 – Empreendimento 3: Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem.....	189
Quadro 22 – Características das tarefas de MM planejadas pelos grupos no Empreendimento 3.....	197
Quadro 23 – Síntese das aprendizagens ocorridas na CoP e das experiências que as subsidiaram.....	230

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Reestruturação refinada das tradições intelectuais.....	25
Figura 2 – Componentes de uma teoria social da aprendizagem.....	27
Figura 3 – Dimensões da prática como fonte de coerência da comunidade.....	36
Figura 4 - A dualidade da participação e reificação.....	39
Figura 5 – Participação e reificação como conexões.....	43
Figura 6 – Algumas tendências pedagógicas desenvolvidas no Brasil.....	49
Figura 7 – Ciclo de Modelagem	66
Figura 8 – Síntese do processo de coleta de dados.....	103
Figura 9 – Etapas de encaminhamentos didáticos das atividades de Modelagem Matemática.....	129
Figura 10 – Etapas de encaminhamentos didáticos das atividades de Modelagem Matemática 1 e 2.....	129
Figura 11 – Etapas de encaminhamentos didáticos da atividade de Modelagem Matemática 3.....	130
Figura 12 - Lista de pontos do modelo descrito pelo G3.....	141
Figura 13 - Representações gráfica e algébrica da função quadrática determinada por G3.....	141
Figura 14 – Procedimentos seguidos pelo G1, utilizando o Excel.....	142
Figura 15 – Etapas didáticas do desenvolvimento de atividades de MM pelos futuros professores.....	188
Figura 16 – Respostas do G1 à atividade proposta pelo G2.....	193
Figura 17 – Etapas de encaminhamentos didáticos da prática de Modelagem de Ana.....	210
Figura 18 – Etapas de encaminhamentos didáticos da prática de Modelagem de Rute.....	213
Figura 19 – Constelação de práticas que sustentou as negociações na CoP analisada.....	226

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Energia consumida em uma caminhada.....	131
Tabela 2 – Valores do IPVA de 2011 à 2015 para quatro modelos de carros em SP, SC e PR	155
Tabela 3 – Diferença do valor do IPVA em SP, SC e PR.....	155

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CoP	Comunidade de Prática
CNMEM	Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática
DCE	Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná
EM	Educação Matemática
EMC	Educação Matemática Crítica
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
GT	Grupo de Trabalho
GIEMEM	Grupo interdisciplinar de estudos em Modelagem na Educação Matemática
ICMI	International Commission on Mathematical Instruction
ICTMA	Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LCoP	Comunidade de Prática Local
MM	Modelagem Matemática
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PIC	Projeto de Iniciação Científica
PPP	Projeto Político Pedagógico
PPC	Projeto Pedagógico de Curso
PSS	Processo seletivo simplificado
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
TCC	Trabalho de Conclusão de curso
TSA	Teoria Social da Aprendizagem
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
UNESP	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

INQUIETAÇÕES INICIAIS: Construção do questionamento norteador da pesquisa ...	16
1 O PROCESSO DE APRENDIZAGEM NA TEORIA SOCIAL DA APRENDIZAGEM.....	21
1.1 TSA: Processo de aprendizagem como dimensão da prática social.....	22
1.2 O processo de aprendizagem em Comunidades de Prática	30
1.3 O processo de negociação de significados	39
2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	45
2.1 Os caminhos da Modelagem Matemática no contexto educacional brasileiro.....	46
2.2 Algumas relações entre a Modelagem Matemática em pesquisas brasileiras e as tendências pedagógicas	53
2.3 A configuração das aulas de Matemática quando orientadas pela Modelagem	57
2.3.1 Explorando ambientes de Modelagem desenvolvidos sob diferentes concepções	63
2.4 Modelagem na formação inicial de professores: seu lugar no currículo e orientações didáticas.....	76
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	88
3.1 Percurso da construção da problemática e objetivos da pesquisa	89
3.2 O caráter da pesquisa	92
3.3 Situando: o contexto e os sujeitos participantes da pesquisa	95
3.4 A estruturação das atividades desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática	97
3.5 Procedimentos para coleta e análise dos dados	100
4 APRENDIZAGENS EMERGENTES DA COP CONSTITUÍDA NA DISCIPLINA DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	105
4.1 A Comunidade de Prática constituída na disciplina de Modelagem Matemática	106
4.2 Empreendimento 1: Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente.....	127
4.2.1 Atividade 1 – Caminhadas.....	131
4.2.2 Atividade 3 – IPVA; Doação de sangue; Pedágio no Paraná.....	144

4.2.3 Algumas considerações sobre o Empreendimento	164
4.3 Empreendimento 2: Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática.....	167
4.3.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 2	186
4.4 Empreendimento 3: Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.....	188
4.4.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 3	196
5 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: aprendizagens ocorridas na CoP e as práticas pedagógicas de futuras professoras	200
5.1 Por que analisar as práticas de Modelagem de futuras professoras de Matemática nesta pesquisa?	201
5.2 Um panorama sobre as práticas de Modelagem de Ana e Rute.....	202
5.3 A prática de Modelagem de Ana	207
5.4 A prática de Modelagem de Rute	210
5.5 O que o desenvolvimento das práticas de Ana e Rute revela sobre as aprendizagens sobre Modelagem?	214
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	221
REFERÊNCIAS	233
ANEXOS	243

INQUIETAÇÕES INICIAIS: Construção do questionamento norteador da pesquisa

É o cotidiano que faz aflorar as perplexidades que levam às perguntas sobre o mundo que, por sua vez, pedem por modos de ação que permitam a compreensão que, finalmente, são carregadas de volta à cotidianidade, num ciclo contínuo e interminável (GARNICA, 2001, p. 40).

Por que a Modelagem¹ ainda não é uma prática habitual nas aulas de Matemática na Educação Básica? Essa inquietação e seus desdobramentos têm engendrado pesquisas sobre a Modelagem no âmbito da Educação Matemática (EM, doravante). Ademais, ela vem sendo investigada de diferentes perspectivas e subsidiada teoricamente por distintos referenciais, a fim de orientar aspectos para a formação inicial e/ou continuada de professores em Modelagem (BARBOSA, 2001a; 2001b; 2004a; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; OLIVEIRA, 2010), apontar obstáculos e resistências sobre o seu uso nas aulas de Matemática (CEOLIM; CALDEIRA, 2013; 2015; CEOLIM, 2015), dentre outros motivos. De modo geral, esses estudos indicam possibilidades para a efetiva inserção da Modelagem nas aulas de Matemática, nos diferentes níveis de ensino.

Considerando essa agenda de pesquisas, identificamos que no âmbito da investigação sobre Modelagem na formação inicial existe uma lacuna no que se refere à busca pela compreensão sobre o que e como os futuros professores têm aprendido sobre Modelagem Matemática. Mais especificamente, sobre como as experiências com Modelagem advindas de disciplinas dos cursos de Licenciatura têm subsidiado a ocorrência de aprendizagens sobre ela e o que os futuros professores têm aprendido sobre tal temática. Essas reflexões são necessárias no sentido de orientar aspectos formativos sobre a Modelagem nesse nível de ensino.

Argumentamos que, no processo de formação inicial ou continuada, o (futuro) professor interpreta e reinterpreta suas experiências relacionadas à Modelagem, incorporando-as (de diferentes formas) ou não à sua prática pedagógica. No terreno teórico sociocultural, que ampara nossa argumentação, o processo de aprendizagem envolve aspectos tanto sociais quanto individuais, ou seja, requer a análise do(s) ambiente(s) em que se desenvolve(m) e das formas como (não) são incorporadas à prática pedagógica.

¹ Usamos o termo Modelagem para nos referir à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Nessa perspectiva, com fundamentos na Teoria Social da Aprendizagem (TSA, deste ponto em diante) (WENGER, 1998), compreendemos o processo de aprendizagem como participação social, que envolve tanto pensamentos e ações, quanto a afiliação em comunidades sociais, Comunidades de Prática (CoPs)², de modo que a aprendizagem muda nossa capacidade de participar, pertencer, de negociar significados (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998). De acordo com Lave e Wenger (1991, p. 98, tradução nossa), o conceito de CoP refere-se ao processo de “participação num sistema de atividades acerca das quais os participantes partilham compreensões (significados) relativamente àquilo que estão fazendo e o que isso significa para as suas vidas e para as suas comunidades”³.

O termo Comunidade de Prática é utilizado pelos autores para se referirem a ambientes, geralmente, espontâneos e que se constituem como “estruturas sociais potenciais para desenvolver e compartilhar conhecimentos e promover a aprendizagem como participação social” (GARCIA; CYRINO, 2014, p. 2). Ainda que os estudos iniciais de Lave e Wenger (1991) não tenham se dado a partir de ambientes de aprendizagem formais, a teoria da aprendizagem como participação social é uma estrutura importante para analisar o processo de aprendizagem nestes contextos (LAVE, 2015). Ao encontro dessa afirmação, Boylan (2005) concorda que alguns conceitos discutidos por Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998), tais como a natureza da participação, o compromisso mútuo, o repertório compartilhado e os empreendimentos articulados, oferecem *insights* importantes para a compreensão dos processos interativos e da aprendizagem na sala de aula.

Tais conceitos, relacionados ao processo de constituição de CoPs em ambientes não escolares, assumem especificidades nos ambientes formais de ensino, decorrentes das características próprias da escola, do processo de ensino em ambientes educacionais institucionalizados. Esse posicionamento já vem sendo explorado por diversos autores, dentre os quais Matos (1999), Winbourne (2008) e Winbourne e Watson (1998), que utilizam um termo específico para as CoPs desenvolvidas nas aulas de Matemática: Comunidades de Prática Locais (LCoPs, doravante).

A carência de pesquisas que tratam do processo de aprendizagem da Matemática como um processo social desenvolvido na constituição e desenvolvimento de LCoPs conduziu-nos à realização da pesquisa de mestrado (BRAZ, 2014), cujo objetivo consistiu em identificar aspectos que se fazem presentes no ambiente ocasionado pelo desenvolvimento de atividades

² O conceito de CoP será discutido nas próximas seções.

³ “It does imply participation in an activity system about which participants share understandings concerning what they are doing and what that means in their lives and for their communities” (LAVE; WENGER, 1991, p. 98).

de Modelagem Matemática que contribuem com o processo de constituição de LCoPs. Dentre os resultados obtidos na pesquisa, evidenciamos que as características apresentadas por Winbourne e Watson (1998), para a constituição de LCoPs nas aulas de Matemática, revelaram-se uma potencial ferramenta para a análise das formas de participação dos alunos no ambiente de aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática.

Ao mesmo tempo, o ambiente de aprendizagem gerado a partir das atividades de Modelagem proporcionou um espaço rico em negociações de significados, favorecendo o engajamento dos alunos nas atividades propostas; o que conduziu à constituição de uma LCoP. Tal engajamento não se deu de forma homogênea, pois foi influenciado pelas práticas dos alunos com relação ao desenvolvimento das atividades propostas na sala de aula. Nessa perspectiva, as formas de participação dos alunos os conduziram a diferentes tipos de reconhecimento público e ao próprio reconhecimento como matematicamente competentes, por meio das suas participações em discussões de diferentes teores, requeridos pela Modelagem.

Os resultados obtidos no desenvolvimento da pesquisa de mestrado, alinhados aos resultados das pesquisas que buscam, por diferentes caminhos, responder à questão colocada no início do texto “Por que a Modelagem ainda não é uma prática habitual nas aulas de Matemática na Educação Básica?”, provocou-nos muitos questionamentos, tais como:

- i) quanto às possibilidades de constituição de CoPs na formação de professores, mais especificamente na formação inicial, no âmbito do ensino formal;
- ii) sobre como as CoPs podem ser cultivadas em atividades que envolvem a Modelagem Matemática, no âmbito específico da formação inicial de professores de Matemática, em ambientes nos quais esses futuros professores aprendem sobre Modelagem, na condição de alunos e na condição de professores;
- iii) quanto aos movimentos de participação gerados pelos processos de negociação de significados na formação inicial, quando negociam *sobre* Modelagem e quando negociam *em* atividades de Modelagem;
- iv) como os posicionamentos práticos e teóricos desses sujeitos moldam-se de acordo com os processos de negociação mantidos nas suas formações;
- v) como as aprendizagens concernentes à Modelagem podem ser incorporadas às suas práticas pedagógicas.

Essas e outras questões conduziram-nos a questionamentos mais abrangentes sobre a Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática e nos levaram a propor esta investigação pautada nas seguintes perguntas diretrizes:

Que aprendizagens sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática ocorrem em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática? E ainda: Como as experiências nesta CoP subsidiam estas aprendizagens?

Com o intuito de buscar respostas às questões formuladas, o principal objetivo deste estudo consistiu em identificar e analisar, nos processos de negociação de significados mantidos em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática, aprendizagens sobre Modelagem e as experiências que permitiram suas ocorrências. Para tanto, investigamos as ações de uma turma de quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus de Campo Mourão - PR, no decorrer de um ano letivo na disciplina de Modelagem Matemática, desenvolvida na perspectiva da Educação Matemática, e realizamos uma série de entrevistas com esses futuros professores, durante o último ano do curso de formação inicial e no primeiro ano de experiência docente.

A opção por investigar as aprendizagens ocorridas no desenvolvimento da disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática justifica-se por entendermos que esse espaço de formação fomenta um ambiente de aprendizagem em que os futuros professores são convidados a engajar-se, a negociar significados, a empreender ações e a compartilhar repertórios sobre as práticas de Modelagem Matemática. Para tanto, valem-se também das suas vivências em outras comunidades das quais participam e que fundamentam aprendizagens sobre a prática docente, de modo a articulá-los.

Diante da problemática e objetivo de pesquisa, neste texto, inquirimos na busca de subsídios que nos permitiram tecer considerações sobre as questões postas. Desta forma, estruturamos o texto em cinco seções, além desta introdutória e das considerações finais.

Na primeira seção, apresentamos e discutimos alguns conceitos concernentes à Teoria Social da Aprendizagem. Mais especificamente, tratamos dos elementos estruturais que permitem a compreensão sobre o que seja aprender como participação em uma Comunidade de Prática, bem como sobre as potencialidades do uso dessa teoria e das particularidades que ela assume no contexto do ensino formal.

Na segunda seção, discutimos a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. Com vistas às análises dos dados, discorremos sobre o desenvolvimento da Modelagem no campo da Educação Matemática, com o objetivo de articular essa história ao desenvolvimento das ideias pedagógicas no Brasil. Essas relações fundamentaram, no mesmo capítulo, uma forma de olhar para a atual ecleticidade de práticas de Modelagem em termos

de sala de aula e de pesquisa. Ademais, discutimos sobre como a Modelagem Matemática tem sido abordada na formação inicial de professores de Matemática.

Na terceira seção, explicitamos os procedimentos metodológicos empreendidos nesta investigação. Para tanto, inicialmente, apresentamos a concepção de pesquisa qualitativa que embasou nossas ações, as características do ambiente em que os dados foram coletados, assim como as ferramentas utilizadas nos processos de coleta, de tratamento e de análise dos dados.

Na quarta seção, com o objetivo de evidenciar aprendizagens relacionadas à Modelagem Matemática ocorridas na disciplina de Modelagem, inicialmente, apresentamos os futuros professores, membros da CoP investigada, por meio das suas próprias narrativas; num segundo momento, evidenciamos a constituição da CoP, para, então, explorarmos episódios de negociação de significados mantidos nas aulas, no desenvolvimento de atividades que se amparam em experiências didáticas distintas. No processo de descrição, de análise e de interpretação de atividades buscamos evidenciar que experiências vividas na CoP subsidiaram a ocorrência de aprendizagens sobre Modelagem e que aspectos foram reificados pelos futuros professores as evidenciam.

Com o objetivo de inquirir sobre a relação entre a prática pedagógica dos licenciandos, na condição de professores orientando atividades de Modelagem, e as aprendizagens ocorridas e sistematizadas na seção 4 do texto, na quinta seção, descrevemos e analisamos práticas de Modelagem de duas futuras professores, Ana e Rute, em aulas de Matemática na Educação Básica.

Na última seção deste texto, apresentamos as considerações finais sobre a pesquisa, na qual apontamos, dentre outros resultados, que as vivências dos futuros professores na CoP investigada demandaram a mobilização de experiências vividas em outras comunidades e que permitiram a ocorrência de aprendizagens concernentes à Modelagem Matemática, tais como: o que é, como, quando e porque (não) usá-la. A análise das aprendizagens ocorridas e das experiências que as subsidiaram iluminaram nossas reflexões sobre as formas como atividades desta natureza têm sido desenvolvidas nos diferentes níveis de ensino e seus porquês. Em seguida, com fundamentos nas reflexões apresentadas ao longo do texto, tecemos apontamentos para estudos futuros. Finalmente, apresentamos as referências que embasaram a pesquisa.

1 O PROCESSO DE APRENDIZAGEM NA TEORIA SOCIAL DA APRENDIZAGEM

Nesta seção, apresentamos, em três subseções complementares, a Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998), bem como o processo de constituição e desenvolvimento de Comunidades de Prática e a ocorrência de aprendizagem nesse contexto. Em cada subseção, fizemos referência a dados e a análises empreendidas nessa investigação, a fim de exemplificar alguns conceitos fundamentais da pesquisa. A análise que articula o referencial teórico apresentado nesta seção e os dados que compõem esta investigação, porém, é desenvolvida no decorrer das seções 4 e 5.

* Parte da discussão apresentada neste capítulo foi desenvolvida em dois artigos: i) BRAZ, B. C.; KATO, L. A. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL: uma discussão sobre as aprendizagens concernentes à Modelagem Matemática. **REPPE**, v. 1, n. 1, 2017; ii) BRAZ, B. C.; KATO, L. A. QUANDO USAR MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA? Uma discussão a partir da percepção de futuros professores. **Anais... X CNMEM**, 23-25 nov Maringá-PR, 2017.

1.1 TSA: Processo de aprendizagem como dimensão da prática social

1.2 O processo de aprendizagem em Comunidades de Prática

1.3 O processo de negociação de significados

1.1 TSA: Processo de aprendizagem como dimensão da prática social

No cenário nacional, a década de 1980 demarcou mudanças significativas no âmbito educacional. Em termos de ambientes de ensino formal, as discussões que conduziram a esse marco e à abertura dos portões das escolas a um público heterogêneo, a partir da Lei 5692/71, reforçou a necessidade de reflexão sobre o processo de ensino, considerando conhecimentos de outras áreas, como a Psicologia e a Sociologia. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), no contexto do ensino de Matemática, passamos por um momento caracterizado por questionamentos do tipo “o que ensinar” (décadas de 1950 à 1970) para outro caracterizado pelas perguntas: “por que, para que e para quem ensinar?” (a partir da década de 1980), considerando os aspectos sociais nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Em uma conjuntura global semelhante, Lerman (2000) denominou esse período de "virada social" (*social turn*), um momento de emergência de teorias que consideram a relação entre a aprendizagem e as atividades sociais. É nesse contexto que Lave e Wenger (1991), e posteriormente Wenger (1998), desenvolveram teorias de aprendizagem que compreendem esse processo como uma dimensão da prática social.

Sem o objetivo de substituir teorias de aprendizagem cognitivistas existentes, Lave e Wenger (1991) sistematizaram, a partir de estudos desenvolvidos anteriormente por Lave (1988) em contextos que não os escolares, a teoria da aprendizagem situada. Em linhas gerais, na teoria da aprendizagem situada, o processo de aprendizagem é uma dimensão da prática social e abarca i) teorias da atividade situada e de ii) produção e de reprodução da ordem social⁴ (LAVE; WENGER, 1991). Além disso, a característica de “situada” da aprendizagem diz respeito à noção de que a aprendizagem é situada em complexas comunidades (LAVE, 2015).

Lave e Wenger (1991) esclarecem que, no contexto das teorias da psicologia soviética, em que a obra de Lev Semyonovich Vygotsky figura em primeiro plano, estão teorias como a Teoria da Atividade. Nesse enfoque teórico, a interpretação de um dos conceitos centrais da obra de Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal, assume uma perspectiva social. De acordo com Lave e Wenger (1991), Yrjö Engeström define a zona de desenvolvimento proximal como a distância entre as ações cotidianas das pessoas e as novas formas de atividade social, historicamente construídas e geradas coletivamente. É com base nessa

⁴ Não foi nosso objetivo explorar as raízes dessa teoria nesta investigação; porém, os fundamentos da teoria da aprendizagem situada, de acordo com os autores, têm forte respaldo nos estudos de Pierre Bourdieu e de Yrjö Engeström.

interpretação que Lave e Wenger (1991) concentraram-se nos processos de transformação social e assumiram que a aprendizagem é uma prática inerente à fatores sociais, culturais e contextuais.

Lave (2015) esclarece que a teorização da aprendizagem como participação social emergiu das suas pesquisas etnográficas desenvolvidas na África Ocidental, quando, em uma investigação sobre alfaiates, buscou compreender “como os aprendizes aprendem a ser alfaiates – se eles não estão sendo ensinados por professores como alunos?” (LAVE, 2015, p. 39). A antropóloga social concluiu que a análise que culminaria nas respostas para essa questão deveria voltar-se às relações entre os aprendizes, incluindo suas mudanças nas formas de participação naquele grupo específico, de alfaiates. Sobretudo, foi possível compreender sob este enfoque teórico, segundo a pesquisadora,

[...] que os aprendizes estão engajados (com outros) em aprender o que eles já estão fazendo – um processo multifacetado, contraditório e interativo. Além disso, pode parecer que mesmo nesses termos os “aprendizes” são indivíduos, mas eles não são nunca somente isso. Eles estão engajados em práticas cotidianas em múltiplos contextos, participando em diferentes modos uns com os outros. Como as pessoas aprendem é algo que pode ser mais bem capturado pela noção de participantes cambiantes na prática em curso do que por pressuposições naturalizadas sobre aquisição de conhecimentos (LAVE, 2015, p. 40).

Com fundamentos nesses pressupostos, Lave e Wenger (1991, p. 98, tradução nossa) afirmam que a aprendizagem diz respeito à participação dos indivíduos num “sistema de atividades acerca do qual os participantes partilham compreensões sobre o que fazem e sobre o que isso significa nas suas vidas e comunidades”⁵. Essas comunidades, entretanto, não são quaisquer grupos de pessoas. São comunidades específicas, denominadas pelos autores de Comunidades de Prática (CoP). As CoPs referem-se à um “conjunto de relações entre pessoas, atividade e mundo, ao longo do tempo e em relação com outras comunidades de prática tangenciais e parcialmente sobrepostas”⁶ (LAVE; WENGER, 1991, p. 98, tradução nossa). Dessa forma, uma comunidade pode ser reconhecida como uma CoP se existirem práticas compartilhadas por esse grupo de pessoas engajadas em objetivos negociados. Logo, nem toda comunidade é uma CoP.

⁵ “It does imply participation in an activity system about which participants share understandings concerning what they are doing and what that means in their lives and for their communities” (LAVE; WENGER, 1991, p. 98).

⁶ “A community of practice is a set of relations among persons, activity, and world, over time and in relation with other tangential and overlapping communities of practice” (LAVE; WENGER, 1991, p. 98).

O conceito de CoP apareceu ainda de forma incipiente em 1991 e foi tratado de forma mais minuciosa, anos depois, por Wenger (1998) e Wenger McDermott e Snyder (2001).

É importante salientar que o cerne da teoria da aprendizagem como dimensão da prática social está em contextos que não os de ensino formal, com objetivos e ações centradas no processo de ensino. No entanto, mais tarde, autores como Lave (1996), Matos (1999), Winbourne e Watson (1998), Winbourne (2008) assumiram a potencialidade desse enfoque teórico para analisar as relações que se estabelecem entre os indivíduos em contextos de ensino formal, como as instituições escolares. Lave (1996) afirmou que a teoria deve servir para se pensar a aprendizagem escolar, não como um protocolo que deve ser aplicado em contextos de ensino formais, mas como um meio para se iluminar a reflexão sobre *o que e como se aprende na escola*.

De acordo com a autora, formas mais democráticas de se entender como os sujeitos aprendem são possibilitadas quando os alunos podem ver o professor como um membro de uma comunidade a qual ele, o aluno, também pode pertencer. A ideia do uso da teoria no contexto escolar é, ainda, potencialmente útil considerando o fato de que pouco tem sido feito para se compreender como os contextos (da sala de aula, por exemplo) têm permitido e fundamentado os processos de aprendizagem.

Nesse sentido, para Jean Lave, no contexto escolar, o ensino precisa ser repensado como “trabalho em contexto; esforço para tornar os recursos educacionais de alta qualidade, verdadeiramente disponíveis para as comunidades de aprendizes; processo de facilitar a circulação das competências reconhecidas nas identidades em mudança dos alunos” (FERNANDES, 2004, p. 111). Além disso, de acordo com a mesma autora, a teoria da aprendizagem na perspectiva social subsidia a reflexão sobre o papel do professor distante da visão de um “cumpridor” de currículo.

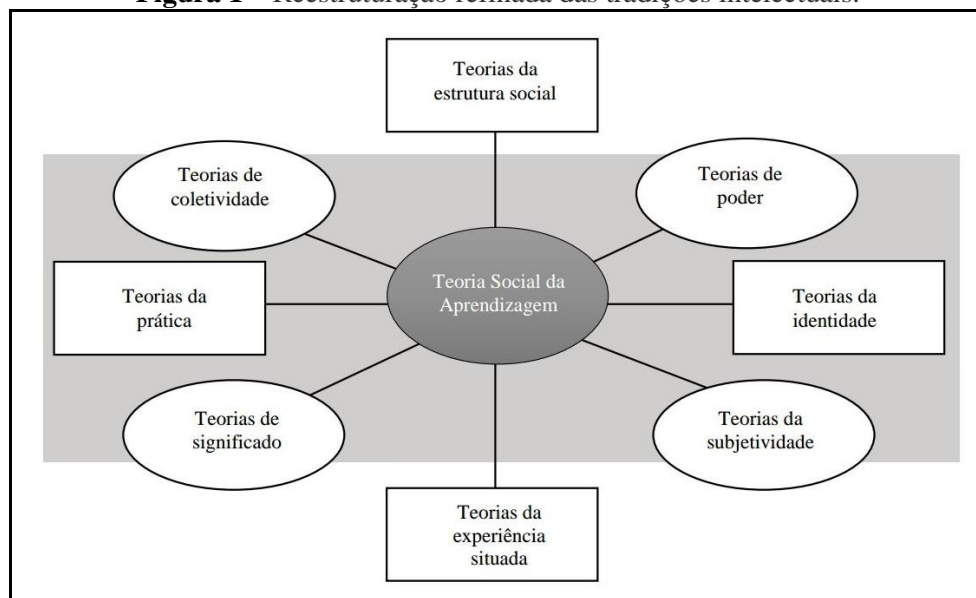
Considerando a breve síntese sobre o cerne da teoria da aprendizagem como dimensão da prática social, no que se refere ao ambiente educacional formal, a questão sobre como esses contextos permitem aprendizagens e que aprendizagens emergem deles demanda análises interessantes e complexas, pois “um problema realmente desafiador com a pesquisa sobre aprendizagem não é a falta de conhecimento, mas, ao contrário, a onipresença de múltiplos conhecimentos” (LAVE, 2015, p. 41) em um mesmo lugar, em termos de tempo e de espaço.

Os múltiplos conhecimentos referenciados por Lave (2015) podem ser compreendidos por meio dos contextos dos quais emergem as CoPs. O conceito de CoP foi aprofundado nas pesquisas de Ettiene Wenger, especialmente no livro intitulado “Communities of practice:

learning, meaning and identity” (1998). Na publicação, Wenger sistematizou a Teoria Social da Aprendizagem (TSA), segundo a qual o processo essencial da aprendizagem é a participação em comunidades sociais. Segundo o autor, a TSA consiste num conjunto analítico que permite o estabelecimento de princípios para entender, permitir e/ou incentivar aprendizagem.

Wenger (1998) agrega à construção teórica da TSA outras teorias para além daquelas (antropológicas e sociológicas) que embasaram a teoria da aprendizagem situada. De acordo com o autor, no seu trabalho com Lave, o objetivo foi ampliar a noção de aprendizagem em uma relação mestre-aprendiz para uma compreensão do processo como mudança de participação e de transformação da identidade numa CoP. Esses conceitos: identidade e CoP, entretanto, não foram o foco do livro (LAVE; WENGER, 1991), ainda que sejam importantes para a teoria. Na TSA, então, segundo Wenger (1998), o conceito de CoP é aprofundado e central. Para tal aprofundamento, o autor apresenta algumas das influências teóricas da construção da TSA, situando-a na intersecção entre teorias de prática, de identidade, da estrutura social, de experiências situadas, de poder, de significado, da coletividade e subjetividade, como observado na figura 1.

Figura 1 – Reestruturação refinada das tradições intelectuais.



Fonte: WENGER (1998, p. 14, tradução nossa).

Na tradição da teoria social, de acordo com Wenger (1998), estão as teorias do eixo vertical central: da estrutura social, que enfatizam sistemas culturais, discursos e histórias; e teorias da experiência situada, que abordam, principalmente, as relações mantidas entre as pessoas com seu ambiente.

No eixo horizontal, por sua vez, foco do livro “Communities of practice: learning, meaning and identity”, estão as teorias da prática social e as teorias da identidade. Em linhas gerais, essas teorias dizem respeito aos recursos compartilhados e às relações mútuas entre as pessoas, bem como sobre a formação social da pessoa, a evolução das suas práticas e à inclusão dos recém-chegados em comunidades sociais, respectivamente.

Além dos eixos vertical e horizontal, Wenger (1998) afirma refinar o esquema conceitual a partir de dois eixos diagonais, que, junto ao eixo horizontal, constituem o seu domínio de pesquisa, representado pelo retângulo sombreado mais escuro. Um dos eixos representa a dualidade entre o social e o individual, conectando o desenvolvimento coletivo e a experiência subjetiva ao mesmo tempo. As teorias da coletividade referem-se a “formações sociais de vários tipos, desde locais (famílias, comunidades, grupos e redes) até o global (estados, classes sociais, associações, movimentos sociais, organizações)”⁷ (WENGER, 1998, p. 14, tradução nossa). Junto às teorias da subjetividade, as teorias da coletividade formam a dualidade que permite a compreensão de como a experiência subjetiva surge do engajamento no mundo social.

Por fim, o outro eixo diagonal “coloca o poder entre a estrutura social e a identidade, e significado entre a prática e a experiência”⁸ (WENGER, 1998, p. 15, tradução nossa), a fim de conectar questões de poder e de produção de significados. De modo geral, na obra, a questão do poder configura-se como um contraponto entre perspectivas conflituosas e consensuais; ao passo que as teorias do significado buscam amparar na TSA a explicação sobre como as pessoas produzem significados, pela participação social.

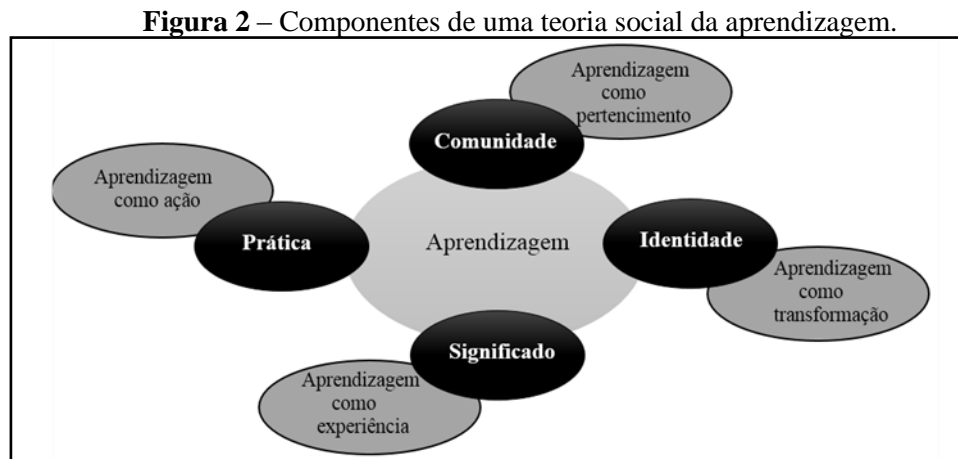
Nessa perspectiva, a aprendizagem é concebida como um fenômeno social “carregado de ideologias e valores e que emerge da participação direta em uma prática social, independentemente de ser esta intencionalmente pedagógica, isto é, quer ela seja ou não organizada com o propósito de ensinar algo à alguém” (FIORENTINI, 2009, p. 237). A prática social, por sua vez, não existe de forma abstrata, mas porque as pessoas envolvem-se em ações cujos significados são negociados (FERNANDES; MATOS, 1998). Assim, pensar sobre o processo de aprendizagem requer olhar para o processo de participação das pessoas, como membros, na prática social de comunidades sociais nas quais constroem identidade,

⁷ “Theories of collectivity address the formation of social configurations of various types, from the local (families, communities, groups, networks) to the global (states, social classes, associations, social movements, organizations). (WENGER, 1998, p. 14).

⁸ “The other diagonal axis places power between social structure and identity, and meaning between practice and experience.” (WENGER, 1998, p. 15).

como formas de agir e de pertencer, contribuindo para definir quem são e o que fazem (WENGER, 1998).

Com fundamentos nesses pressupostos, a TSA integra os seguintes componentes necessários para caracterizar a participação social como um processo de aprendizagem: identidade, significado, prática e comunidade, como mostra a Figura 2:



Fonte: WENGER (1998, p. 5, tradução nossa).

Os quatro componentes, apresentados na Figura 2, são mutuamente definidos (WENGER, 1998) e fundamentam a análise da noção de aprendizagem apresentada pelo autor:

- 1) *Significado*: uma forma de falar sobre nossa capacidade (de mudar) – individualmente ou coletivamente – de experimentar nossa vida e o mundo como algo significativo.
- 2) *Prática*: uma forma de falar sobre os recursos históricos e sociais compartilhados, sistemas e perspectivas que possam sustentar o engajamento mútuo na ação.
- 3) *Comunidade*: uma forma de falar sobre as configurações sociais em que nossos empreendimentos se definem como buscas valiosas e nossa participação é reconhecida como competência.
- 4) *Identidade*: uma forma de falar sobre como a aprendizagem muda quem somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto de nossas comunidades (WENGER, 1998, p. 5, tradução nossa).⁹

⁹ “1) Meaning: a way of talking about our (changing) ability – individually and collectively – to experience our life and the world as meaning.

2) Practice: a way of talking about the shared historical and social resources, frameworks, and perspectives that can sustain mutual engagement in action.

3) Community: a way of talking about the social configurations in which our enterprises are defined as Worth pursuing and our participation is recognizable as competence.

4) Identity: a way of talking about how learning changes who are and creates personal histories of becoming in the contexto o four communities. (WENGER, 1998, p. 5).

Wenger (1998) esclarece que os elementos apresentados na Figura 2 estão profundamente interligados e se definem mutuamente, a ponto de que qualquer um dos quatro elementos periféricos, representados nas elipses pretas, pode tornar-se o foco da imagem no lugar de “aprendizagem”. Com base na indicação, Beline (2012) e Garcia (2014), que trataram, nas suas pesquisas, da identidade de professor de Matemática e da identidade profissional, respectivamente, em Comunidades de Prática adaptaram a estrutura da Figura 2 de modo que a “identidade” é posta em seu centro. Wenger (1998) enfatiza que a integração dos quatro componentes (Figura 2) é fundamental para o esquema conceitual da teoria, pois é nessa relação que reside seu poder analítico.

Nesta pesquisa, o foco centrou-se no processo de aprendizagem, mais especificamente em que aprendizagens sobre Modelagem ocorrem em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática e sobre como essas experiências na CoP as subsidiaram. Portanto, mantivemos a aprendizagem no centro da Figura 2.

Considerando as ponderações sobre a TSA apresentadas nessa subseção e as perguntas que direcionam a pesquisa, tecemos alguns apontamentos sobre as implicações de considerarmos a aprendizagem como um processo de participação social, de acordo com os pressupostos da TSA.

Na introdução do livro “Communities of practice – learning, meaning, and identity”, Wenger (1998) propõe importantes questionamentos sobre os ambientes em que se desenvolvem nossas aprendizagens, a forma como temos compreendido suas ocorrências e como temos avaliado esse processo. Para tanto, apresenta perguntas e reflexões sobre o contexto escolar e pondera sobre a forma como temos organizado e pensado sobre esses contextos. Segundo o autor, temos submetido os estudantes a salas de aula “livres das distrações da sua participação no mundo”¹⁰ (ibid, p. 3, tradução nossa), sob o pressuposto que a aprendizagem “é um processo individual que tem um início e um fim”¹¹ (WENGER, 1998, p. 3, tradução nossa). Por fim, para avaliar a aprendizagem, argumenta que temos utilizado testes nos quais o conhecimento deve ser demonstrado fora do contexto e em que a colaboração é considerada trapaça (WENGER, 1998).

A partir da crítica, o autor propõe uma perspectiva diferente que considera a aprendizagem no contexto da nossa experiência de participação no mundo e a assume como

¹⁰ “free from the distractions of their participation in the outside world” (WENGER, 1998, p. 3).

¹¹ “[...] on the assumption that learnig isan individual process, that it has a beginning and na end. (WENGER, 1998, p. 3).

um processo inerente a natureza humana. Logo, o processo de aprendizagem não decorre, exclusivamente, do processo de ensino. Como ponderar, então, sobre a aprendizagem como participação social em ambientes de ensino formais, com alto grau de sistematização e com as características, do contexto escolar, apontadas por Wenger?

Ainda que as perspectivas teóricas de Jean Lave e Etienne Wenger tenham se desenvolvido por caminhos que se distanciaram ao longo do tempo, em essência o argumento de Lave (1996) dissolve o impasse ao afirmar a relevância em se pensar o ambiente educacional de forma a proporcionar aos alunos recursos e situações que favoreçam as mudanças nas suas formas de participação e nas suas identidades; um ambiente em que professor e alunos possam se ver como membros de uma mesma comunidade. De acordo com essas ponderações, nesta pesquisa, o contexto foco de nosso interesse – disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, em um curso de Licenciatura – foi desenvolvido, antes de tudo, considerando formas mais democráticas na relação professor-aluno e de modo a cultivar ações que poderiam incentivar a constituição de uma CoP. Diante de um dos pressupostos bases da TSA, as relações entre os *sujeitos*, não era possível prever que tipos de relações ocorreriam no ambiente investigado; no entanto, práticas que possibilitaram um processo interativo mais intenso foram desenvolvidas no intuito de incentivar processos de negociação na disciplina. Isso só foi possível devido ao posicionamento pedagógico do professor-regente, que desenvolveu ações democráticas ao longo da disciplina, reconhecidas pelos futuros professores, como evidenciamos ao longo da seção 4.

Para além desta pesquisa, autores como Matos (1999) e Winbourne e Watson (1998) olharam para as relações nas aulas de Matemática pautados na constituição de Comunidades de Prática. No segundo caso, os autores denominaram essas comunidades de Comunidades de Prática Locais (LCoP), considerando as restrições próprias dos ambientes em que elas se inserem (escolas), como o fato de a participação dos alunos nas aulas de Matemática não serem sempre espontâneas, as restrições curriculares, dentre outras. Baseadas nesses estudos, desenvolvemos a pesquisa de mestrado (BRAZ, 2014), em que olhamos para o ambiente de aprendizagem de Modelagem desenvolvido em aulas de Matemática no âmbito da Educação Básica como LCoPs. A teoria permitiu a compreensão das relações interativas e do processo de aprendizagem que se estabelece no ambiente de aprendizagem decorrente de atividades de Modelagem, ao passo que o desenvolvimento de atividades de Modelagem favoreceu a constituição de uma LCoP.

Esta pesquisa; porém, envolve outro contexto, diferente do das aulas de Matemática na Educação Básica: a formação inicial de professores de Matemática. Mais particularmente, a Modelagem na formação inicial de professores. Em termos locais – das aulas que se desenvolveram ao longo da disciplina –, compreendemos que a TSA fornece elementos importantes para compreendermos as relações que se estabelecem entre os futuros professores e entre eles, professor regente e a pesquisadora ao negociarem significados sobre Modelagem Matemática. Em termos mais abrangentes, assumimos que a TSA ampara a compreensão sobre os processos de aprendizagem dos futuros professores na medida em que nos permite compreender o que esses sujeitos aprendem nas aulas de Modelagem, para além do que se prevê como objetivos didáticos da disciplina. Ou seja, o que os futuros professores aprendem ao negociar sobre Modelagem com outros alunos, com o professor regente e com a pesquisadora, considerando, para isso, as suas participações em outras comunidades a que pertencem.

Admitimos que, no processo de formação inicial, os futuros professores aprendem a ser professores, em grande parte, com as práticas dos professores formadores, mesmo que esse não seja um objetivo das práticas dos últimos e independente da clareza que tenhamos sobre isso. Logo, a TSA nos possibilita compreender a ocorrência de aprendizagens em ambientes formais de ensino, evidenciando aprendizagens concernentes a objetivos de ensino delineados e/ou não previstos. Por fim, os conceitos que constituem a teoria nos permitem compreender as complexas relações que se estabelecem entre os sujeitos e sobre as mudanças nas suas formas de participação, tornando-se uma potencial ferramenta analítica. Para tanto, indicamos nesta investigação como as relações mantidas na disciplina de Modelagem Matemática permitem-nos identificar a constituição de uma Comunidade de Prática, que assume características locais, decorrentes do contexto em que ela se insere – ambiente de ensino formal. Nesse sentido, optamos por chamar essa CoP, que assume características locais, apenas de CoP.

Na próxima seção, apresentamos o processo de aprendizagem em CoPs, para uma discussão inicial que foi ampliada na seção 4, sobre a disciplina de Modelagem como uma CoP.

1.2 O processo de aprendizagem em Comunidades de Prática

“Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo” (FREIRE, 1981, p. 79). Essa afirmação de Paulo Freire, em “Pedagogia do Oprimido”, vai ao encontro da ideia fundamental da TSA, na qual o processo de aprendizagem pode ser compreendido como inerente ao contexto social em que é desenvolvido e decorrente do processo de negociação de significados, entre os sujeitos, em Comunidades de Prática.

Mesmo que soe de maneira familiar, o conceito de “Comunidade de Prática” assume uma estrutura bem definida, com características também particulares a outras estruturas como equipes, redes ou comunidades (KRAINER, 2003). Esclarecer o significado do termo torna-se central no sentido de que a familiaridade com a expressão traz o risco da associação dos dois conceitos “comunidade” e “prática” como coexistentes (SANTOS, 2002). No entanto, de acordo com Wenger (1998, p. 72, tradução nossa), nem tudo o que podemos chamar de comunidade é definida por uma prática que lhe seja específica, ao mesmo tempo, nem “tudo aquilo que se pode chamar prática é a propriedade definidora de uma comunidade claramente especificável”¹². Wenger (1998) exemplifica essa questão referenciando um bairro frequentemente chamado de comunidade; todavia, ainda que se constitua em uma comunidade, usualmente, um bairro não constitui uma CoP, pois as pessoas podem não estar ligadas umas às outras pelo envolvimento em atividades ou prática comuns; engajadas em empreendimentos negociados pelas pessoas que a constituem.

Na perspectiva da TSA, o autor trata de um tipo específico de comunidade, cujos elementos estruturantes - comunidade e prática - são pensados em termos um do outro.

Desse modo, a existência de uma CoP é condição intrínseca para a aprendizagem, pois é ela que fundamenta as interpretações que dão sentido às coisas (MATOS, 1999). Ademais, uma CoP diz respeito “ao conteúdo – à aprendizagem como uma experiência vivida de negociação do significado – e não à forma”¹³ (WENGER, 1998, p. 229, tradução nossa); logo, são decorrentes de um processo de construção. Ainda assim, independente das múltiplas formas que possam assumir, uma CoP apresenta elementos fundamentais qualquer que seja o contexto em que se desenvolva.

A fim de distingui-la de outras estruturas que possam ser tratadas como tal sem o ser e sem abordá-la por meio de uma definição limitada, Wenger (1998) diferencia três elementos que a constituem e a definem: um Domínio que sustenta a comunidade e constitui a base das

¹² “[...] nor that everything anybody might call practice is the defining property of a clearly specifiable community” (WENGER, 1998, p. 72).

¹³ “Communities of practice are about content – about learning as a living experience of negotiating meaning – not about form” (WENGER, 1998, p. 229).

ações de seus membros, uma comunidade de pessoas preocupadas com esse Domínio, que evolui com a comunidade e uma prática, que abarca o conhecimento desenvolvido e compartilhado pela CoP.

O Domínio de uma CoP, de acordo com Wenger (1998), é sua razão de existir, é o que constitui uma base comum, de interesse e de trabalho, que guia a aprendizagem e dá significados às ações dos membros, inspirando-os a contribuir e a participar da comunidade. Assim, “a identidade da comunidade depende em boa parte da importância do seu domínio no mundo, que por sua vez torna o domínio importante para os membros” (FERNANDES, 2004, p. 117). Dessa forma, o conhecimento sobre o Domínio que sustenta a CoP cria um fio condutor e atribui aos seus membros a capacidade de decidir sobre o que precisa e merece ser compartilhado, o que e como apresentar suas ideias, a que e como se dedicar às atividades desenvolvidas na CoP.

Diante do caráter situado do Domínio, dependente dos membros que compõem a CoP, bem como dos seus interesses, é importante ressaltar que esse não é um conjunto de problemas determinado antes da constituição da comunidade, haja vista que envolve questões que os membros dela vivem e compartilham. Tão logo, trata-se de um corpo de conhecimentos que acompanha a evolução da CoP, no curso da sua existência, e do mundo social em que ela se insere.

Por exemplo, ao considerarmos uma CoP de alfaiates, apresentada por Lave e Wenger (1991), o Domínio que embasa as ações e une os seus membros é alfaiataria. Isto é, tanto conhecimentos do tipo *know-how* como pregar botões, cortar tecidos, medir as peças, quanto conhecimentos que permitem ao alfaiate montar um terno e costurá-lo, exigindo outras habilidades, fazem parte do Domínio dessa CoP. Nesse caso, os membros da CoP compartilham uma profissão e aprendem uns com os outros, sem, necessariamente, a intenção de ensinar uns aos outros. Ao mesmo tempo, a prática de pregar botões, não constitui, por exemplo, parte do Domínio de outros grupos, como o dos funcionários domésticos. Embora esse segundo grupo possa exercer essa ação, não é reconhecido por tal prática.

No caso de CoPs constituídas em ambientes de ensino formais, como nas escolas, algumas particularidades precisam ser consideradas. Matos (2003), ao analisar as relações estabelecidas nas aulas de Matemática sob esse enfoque teórico, afirmou que nas escolas de Educação Básica o Domínio que tem embasado essas comunidades tem sido entendido como a Matemática escolar e indicou a necessidade de se definir o Domínio dessas aulas como a “educação matemática”. A mudança, segundo o autor, implicaria em modificações nas formas de se compreender como a prática e as comunidades constituídas nas aulas se desenvolvem.

No caso desta pesquisa, o objetivo de cultivar uma CoP permitiu que ações fossem negociadas pelas pessoas que constituíram a comunidade e embasassem a formação do Domínio que sustentou as ações dos futuros professores: a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. No processo de desenvolvimento da CoP, os membros engajaram-se nos seguintes empreendimentos que funcionam como fonte de coerência da comunidade: 1) estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente; 2) discussão de referenciais sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática; e 3) planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, pelos futuros professores. Tais empreendimentos compreendem ações negociadas pelos membros da CoP, enquanto que outras foram propostas pelo professor regente e pela pesquisadora e negociadas pelos membros.

Enquanto o Domínio forma uma base que sustenta e dá coerência à CoP, a comunidade refere-se às estruturas sociais que incentivam as aprendizagens a partir da interação regular entre as pessoas (WENGER, 1998). Essa interação regular é essencial para a manutenção da Comunidade. Isso não significa,

[...] que eles (os membros) sejam iguais ou constituam um agrupamento homogêneo. Cada um tem, por um lado, sua própria história, suas múltiplas identidades; seus próprios saberes e motivações pessoais para participar dessa comunidade; e de outro, um forte relacionamento interpessoal com seus pares, embora ocorram com frequência [...] situações de conflito, colaboração, tensão, autoritarismo, sinergia positiva, sucesso, fracasso e amizade (FIORENTINI, 2009, p. 240).

E, ao longo do tempo, esses membros constroem histórias comuns e identidade (FERNANDES, 2004). Nesta pesquisa, a comunidade foi formada pelos futuros professores que cursavam a disciplina de Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública Estadual do Paraná, pela pesquisadora e pelo professor regente da disciplina, tal como registrado na seção 4. Cada um desses membros possuía tanto expectativas diferentes na CoP, quanto experiências e conhecimentos distintos que ora se complementaram, ora se sobrepuseram aos processos de negociação de significados mantidos. Ainda, pesquisadora e professor regente foram considerados como membros mais experientes, ou, nas palavras de Wenger (1998), *experts*, em determinadas ocasiões, como no relato de experiências vividas com Modelagem na condição de professores. Em outros momentos, futuros professores assumiram posição de *experts*, por exemplo, no uso do software *geogebra*.

Para que as relações se desenvolvam e a comunidade se sustente é preciso que seus membros interajam regularmente; no entanto, a interação não pressupõe copresença, ou seja, comunidades online também podem formar CoPs. Por outro lado, as interações precisam ser contínuas e exigem periodicidade para que os membros possam desenvolver entendimentos compartilhados. No caso da CoP analisada nesta pesquisa, além dos encontros semanais nas aulas de Modelagem Matemática, os membros assumiram ter formado pequenos grupos nas redes sociais com o objetivo de discutir, no decorrer da semana, sobre as propostas lançadas nas aulas. Ainda que não tenhamos informações mais precisas acerca das interações nesses grupos, isso denota, também, o engajamento dos membros nas atividades desenvolvidas. Concomitantemente, as interações mantidas fundamentam a constituição de um repertório compartilhado, decorrente das negociações entre os membros. Esse repertório diz respeito à prática da CoP.

A prática da Comunidade pode ser compreendida como “um processo de aprendizagem que contempla o conhecimento específico desenvolvido, mantido e partilhado pelos membros de uma Comunidade de Prática, e que é próprio dessa comunidade” (GARCIA, 2014, p. 31), portanto, a prática concerne ao modo como experienciamos o mundo e produzimos significados às coisas que fazemos. Nesse sentido, de acordo com Wenger (1998), a prática é sempre uma prática social. Além disso, não pode ser entendida como mera oposição à teoria.

Para exemplificar, Wenger (1998) afirma que a própria construção de teorias é uma prática social. No mesmo caminho, Fiorentini (2009) esclarece que, sendo múltiplas, cada uma das práticas sociais refere-se a uma forma de estabelecer uma relação com o mundo. Assim sendo, cada CoP possui uma prática que a define.

No âmbito desta pesquisa, alguns membros (futuros professores) da CoP constituída na disciplina de Modelagem já exerciam a docência à época do último ano da Licenciatura em Matemática. Ao mesmo tempo, outros futuros professores participavam de projetos de iniciação científica e/ou à docência. As participações dos alunos nessas outras comunidades também fizeram com que confrontos e momentos de tensão marcassem algumas discussões desenvolvidas nas aulas de Modelagem, ao contrapor as práticas das diferentes comunidades às quais os membros pertenciam.

Esses encontros de práticas de diferentes comunidades envolvem o que Wenger (1998) chama de “encontro de fronteiras”¹⁴. De acordo com o autor, esses encontros modificam a

¹⁴ “Boundary encounters”.

forma como cada CoP define sua identidade e prática. Nesse encontro, o papel dos agentes intermediários, *brokers*¹⁵, que se aproximam de diferentes comunidades facilita o encontro.

Para Wenger,

O trabalho de intermediação é complexo. Envolve processos de tradução, coordenação e alinhamento entre perspectivas. Requer legitimidade suficiente para influenciar o desenvolvimento de uma prática, mobilizar a atenção e abordar interesses conflitantes. Também requer a capacidade de vincular as práticas, facilitando as transações entre elas e para provocar a aprendizagem, introduzindo em uma prática elementos de outra¹⁶ (WENGER, 1998, p. 109, tradução nossa).

Nesta pesquisa, a prática do grupo pôde ser caracterizada, também, como uma prática que envolve elementos de fronteira, na medida em que promoveu o contato com práticas de outras comunidades, por meio dos membros que a compuseram. Segundo Wenger (1998), um membro com essa característica, em geral, desempenha uma trajetória também fronteira na CoP e precisa ponderar sobre duas situações: se tornar membro pleno em uma das CoPs ou não ser considerado membro, mas um intruso.

Considerando o alinhamento de práticas das comunidades às quais os membros pertencem e às características específicas de uma CoP, de acordo com Wenger (1998), a prática concerne ao conhecimento que a CoP cria, mantém e compartilha, por meio de um processo de negociação de significados, que inclui aspectos implícitos, o que não se diz, e explícitos, o que se diz, como: linguagem, instrumentos, documentos, símbolos, relações etc., que são tomados pelos membros como referência para nortear suas ações num domínio específico, como no exercício da sua profissão. No caso da comunidade foco da nossa análise, a prática constituiu-se por um modo de fazer as coisas, ou seja, desenvolver atividades sobre Modelagem Matemática, que contemplou desde a forma de organização do espaço físico das aulas à forma de organizar as atividades e compartilhar vivências.

Em todos os encontros de aula, os nove futuros professores, participantes da pesquisa, organizaram-se em três grupos e de modo que as suas acomodações de carteiras favorecessem as discussões com os outros grupos, com o professor e com a pesquisadora. Para todas as atividades empreendidas, a turma negociava sobre os temas, organizava-se nos pequenos grupos, discutia e desenvolvia suas atividades e compartilhava com os outros grupos, num

¹⁵ Optamos por manter o uso da palavra em inglês, para preservar seu sentido.

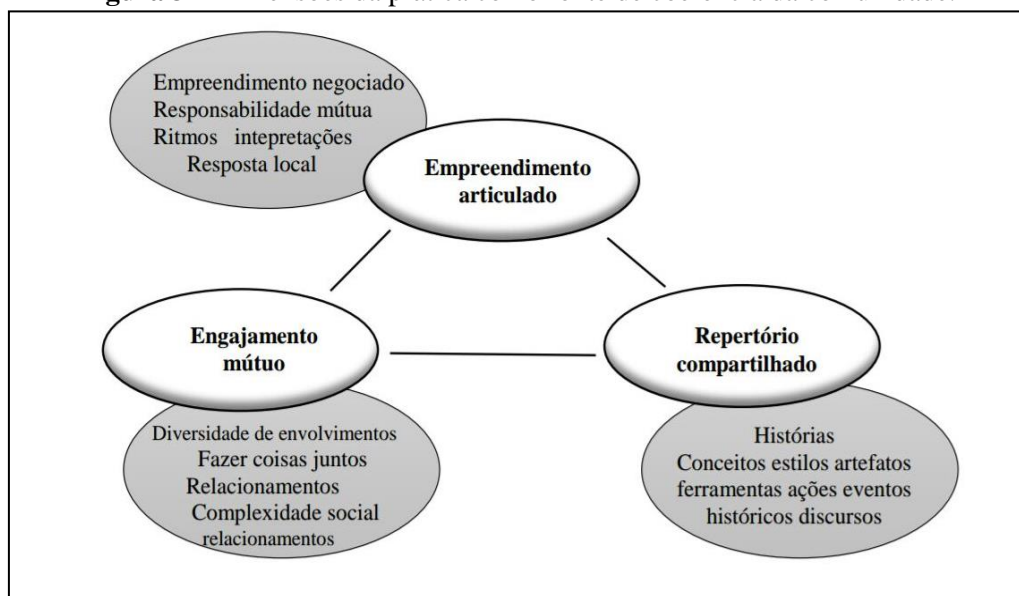
¹⁶ The job of brokering is complex. It involves processes of translation, coordination, and alignment between perspectives. It requires enough legitimacy to influence the development of a practice, mobilize attention, and address conflicting interests. It also requires the ability to link practices by facilitating transactions between them, and to cause learning by introducing into a practice elements of another (WENGER, 1998, p. 109).

processo cíclico. Os momentos de discussão nos pequenos grupos, porém, não era algo fechado, mas que permitia a participação dos membros de outros grupos. Essa forma de organização foi assumida de forma implícita, de acordo com as afinidades que se desenvolveram no desenvolvimento das tarefas propostas nas aulas e, provavelmente, advindas das outras atividades desenvolvidas no curso. Tanto no interior dos pequenos grupos quanto nos momentos de compartilhamento no âmbito da turma, os futuros professores assumiram um posicionamento de compartilhamento e de negociação, em detrimento da divisão de tarefas. Trata-se de uma organização em que se reconhece quem sabe o que, quem é bom em que, quando falar, como falar etc. Esses modos de fazer as coisas são parte da prática da CoP.

Considerando os modos de fazer as coisas desenvolvidos no decorrer da disciplina de Modelagem, analisamos as relações mantidas na turma para caracterizar a CoP constituída na disciplina.

Para relacionar a prática e a comunidade mantida por ela, Wenger (1998) descreve três dimensões pelas quais a prática é fonte de coerência da comunidade: engajamento mútuo, empreendimento articulado e repertório compartilhado, como visualiza-se na figura 3:

Figura 3 – Dimensões da prática como fonte de coerência da comunidade.



Fonte: WENGER (1998, p. 73, tradução nossa).

O engajamento mútuo dos membros da CoP é o que permite a negociação de empreendimentos que embasa a construção de um repertório compartilhado. Engajamento, nesse contexto, ultrapassa a ideia de engajar-se, isoladamente, em determinadas ações, mas

pressupõe a negociação entre as pessoas, para que atuem sobre as mesmas ações. É por esse motivo que a proximidade geográfica dos membros não é condição para a constituição da CoP, embora possa ajudar, na medida em que favorece o processo interativo entre as pessoas.

Ainda que engajamento e o engajamento mútuo sejam coisas diferentes no contexto de uma CoP, o engajamento mútuo não implica em graus de engajamento semelhantes por parte de todos os membros, pois ele envolve as formas de participação de cada pessoa: o que ela sabe, o que ela faz, quais são as suas habilidades, como se engaja na prática e como permite aos outros membros que também se engajem, como suas competências complementam as dos outros membros (WENGER, 1998). Logo, a homogeneidade não é algo intrínseco à uma CoP, pelo contrário, a heterogeneidade tende a tornar o engajamento possível, pois cada participante da comunidade “encontra um espaço único dentro dela e possui uma identidade única, que se torna mais integrada e mais definida no curso do engajamento na prática” (SCHOMMER, 2005, p. 112). Desta forma, segundo Wenger (1998), as relações de engajamento mútuo tecem, ao mesmo tempo, diferenciação e homogeneização.

Na CoP constituída na disciplina de Modelagem, os membros engajaram-se em torno das questões de interesse comum, concernentes a práticas de aprender sobre Modelagem e usá-la nas aulas de Matemática. Cada membro, entretanto, engajou-se de modo a ser reconhecido com uma participação mais ou menos plena nas ações negociadas. Além disso, pesquisadora e professor regente engajaram-se mutuamente nos empreendimentos com objetivos díspares daqueles dos futuros professores, pois, nesse caso, nosso interesse centrava-se em discutir sobre Modelagem e compreender o processo de aprendizagem, no sentido da TSA, dos futuros professores, quanto a essa temática.

No processo de engajamento mútuo na CoP, seus membros articulam empreendimentos. A existência de empreendimentos articulados numa comunidade não é, especificamente, a delimitação de objetivos fixos que precisam ser seguidos por todos, tampouco acordos estáticos, pois, sendo a existência da CoP dependente do exercício da negociação, os empreendimentos são articulados na medida em que novos desafios são impostos e novas situações se desenvolvem.

Wenger (1998) afirma que ainda quando uma CoP emerge a partir de uma demanda externa, as práticas diárias dos seus membros constituem respostas próprias a essas demandas e referem-se a produções da própria comunidade, suas formas de lidar com tais prescrições. No caso desta pesquisa, embora a CoP tenha sido constituída no âmbito do ensino formal, com demandas de currículo, de tempo e de espaço, que tendiam a delimitar o seu curso de existência, seus membros articularam ações que representam e definem aquela comunidade de

forma particular. Concordamos com Shommer (2005, p. 114), que as “forças externas podem influenciar as práticas, mas não de maneira direta, pois é a comunidade que negocia seu empreendimento, seu significado”.

Considerando essas indicações, três empreendimentos articulados ocorreram na CoP: 1) estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente; 2) discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática; e 3) planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem na própria turma. Na condição de matéria abarcada em uma matriz curricular, a disciplina de Modelagem indicava alguns objetivos didáticos, por exemplo, a abordagem de modelos matemáticos. No entanto, no interior da CoP, seus membros puderam negociar sobre como e quais objetivos deveriam atingir. As sugestões do professor regente e da pesquisadora foram importantes para definir essas questões; entretanto, os empreendimentos articulados pelos futuros professores indicaram que ações deveriam ser desenvolvidas e por quais motivos. Assim, as atividades – por exemplo, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática que teve todo o seu processo conduzido por professor e alunos desde a etapa da escolha do tema – abarcadas pelos empreendimentos decorreram dos processos de negociação de significados mantidos na CoP. As negociações mantidas em cada um desses empreendimentos permitiram que a CoP compartilhasse um repertório comum, que expressa suas aprendizagens.

O repertório compartilhado numa CoP inclui “rotinas, palavras, ferramentas, formas de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, ações e conceitos que a comunidade produziu ou adotou no curso da sua existência”¹⁷ (WENGER, 1998, p. 83, tradução nossa). Desse modo, artefatos como relatórios de atividades, discursos dos membros, slides elaborados para apresentações, formas de usar as tecnologias digitais, modos de encaminhar atividades de Modelagem, as formas de organização dos grupos de trabalho são parte do repertório compartilhado pela CoP estudada.

No âmbito da pesquisa, ainda que as atividades tenham se desenvolvido em grupos menores e, no interior desses grupos, possamos reconhecer o engajamento mútuo e empreendimentos articulados para alcançar objetivos traçados em cada atividade, a turma engajou-se nos empreendimentos de forma mútua e de modo que as negociações de significados que permitiram a identificação de elementos reificados, foram desenvolvidas no âmbito da turma.

¹⁷ “[...] includes routines, words, tools, ways of doing things, stories, gestures, symbols, genres, actions, or concepts that the community has produced or adopted in the course of its existence” (WENGER, 1998, p. 83).

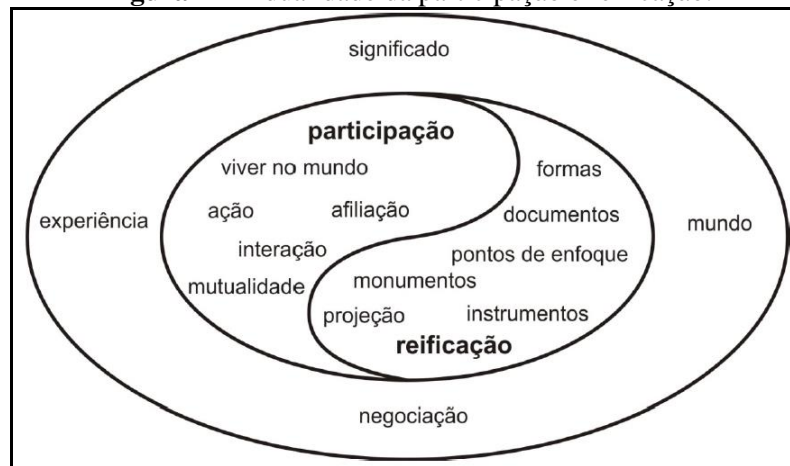
Os elementos do repertório compartilhado, por sua vez, decorrem do processo de negociação de significados entre os membros na CoP. O processo de negociação de significados combina elementos da participação¹⁸ dos membros e da reificação. Processos esses discutidos na próxima subseção.

1.3 O processo de negociação de significados

Em primeiro lugar, Wenger (1998) assinala que o significado é sempre: i) fruto da negociação entre pessoas, em variadas situações, e que negociação pode denotar um acordo, mas não envolve sempre relações harmoniosas; e ii) decorrente da interação entre os processos de participação e de reificação. Assim, segundo o autor, participação e reificação formam a dualidade fundamental da experiência e da natureza da prática.

De acordo com Wenger (1998), participação e reificação não podem ser consideradas como coisas opostas, tampouco compreendidas separadamente, pois essa dualidade tem um papel fundamental no processo de negociação de significados, como exposto na figura 4.

Figura 4 - A dualidade da participação e reificação.



Fonte: CYRINO; CALDEIRA (2011, p. 381).

O processo de participação denota a combinação entre o fazer, falar, pensar o senso de pertença à CoP, ou seja, o “progresso” ao longo da trajetória de participação (CYRINO, 2009). Participação, então, refere-se ao processo pelo qual os membros de uma comunidade discutem e negociam significados sobre o que fazem, falam, sentem, pensam, produzem conjuntamente; vai além do sentido estrito da palavra “participação”. De acordo com Wenger

¹⁸ Neste texto, a fim de evitar repetições usaremos os termos “participação” e “reificação” para nos referir ao “processo de participação” e ao “processo de reificação”, respectivamente.

(1998), participar diz respeito ao que é dito, o que não é dito, o que se pensa, como se impõe, como se reconhece os membros da CoP e como se é reconhecido pelos outros membros.

Nesse sentido, uma participação pode ser mais ou menos plena, dependendo do engajamento, das formas de interação no interior de uma CoP e da forma como o grupo a legitima. Além disso, esse processo não é imutável, o que conduz à constituição de trajetórias de aprendizagem, moldadas pelas participações mais ou menos plenas no decorrer da formação de uma comunidade. Ainda, o termo participação, como assinalam Cyrino e Caldeira (2011, p. 379), “deve ser utilizado para designar uma ‘atividade’ significativa em que o significado é estabelecido por meio de relações e identidades compartilhadas, mais precisamente para indicar as relações e os significados que tal atividade deve ou não envolver”.

As formas de reconhecimento das nossas experiências por outros membros, por sua vez, conduzem a diferentes formas de afiliação nas comunidades. De certo modo, a afiliação nas CoPs define quais são nossos papéis dentro dela. Se um membro é legitimado como alguém competente quanto ao uso de um determinado *software*, por exemplo, esse membro provavelmente se sentirá à vontade quando houver a necessidade de fazer uso da ferramenta e isso acarretará em uma participação plena na comunidade, na medida em que estará em um ambiente que lhe é familiar quanto ao uso do artefato. Ao mesmo tempo, outro participante não familiarizado com o *software* pode desenvolver uma participação periférica quanto a essa mesma ação, na medida em que pode não se engajar na prática desenvolvida, nesse caso não por falta de compromisso, mas por ser inexperiente no uso da ferramenta ou ainda por considerar que o outro é mais competente para tal tarefa. Da mesma forma, uma pessoa pode não ter sua participação reconhecida numa CoP por desenvolver uma participação transacional, caracterizada por interações esporádicas para desenvolver determinada(s) ação(ões) sem, no entanto, tornar-se membro efetivo da comunidade. É importante salientar, ainda, que a experiência de participação em uma comunidade não se dá de forma homogênea. No interior das CoPs, há diversas formas legítimas de participação.

O processo de reificação, por sua vez, diz respeito a uma maneira de dar forma e “congelar” a experiência, produzir abstrações, histórias, conceitos, que reificam a prática de um grupo social (FERNANDES, 2004), ou seja, sua interpretação ultrapassa o significado presente nos dicionários, pois “etimologicamente reificar significa tornar ‘algo numa

coisa”¹⁹ (WENGER, 1998, p. 58, tradução nossa), mas reificar é usado no sentido de que o que é transformado em concreto não é necessariamente um objeto concreto material.

Dessa forma, os processos de participação e de reificação fundamentam o desenvolvimento do repertório compartilhado por uma comunidade, de forma a representá-la. Ao mesmo tempo, essas “coisificações” assumem sentidos diferentes em cada comunidade, pois dependem do significado negociado por ela. Ao tomarmos contato com o símbolo do *Greenpeace*, por exemplo, logo associaremos a imagem a questões ambientais, de desenvolvimento sustentável e de campanhas de preservação e de revitalização ambiental. Isso porque o símbolo faz parte do repertório da comunidade organizacional que tem esses objetivos. O mesmo símbolo, “coisificado”; entretanto, pode representar luta, resistência para a comunidade que atua junto à organização com o objetivo de desenvolver campanhas, atos em favor da preservação das áreas de florestas brasileiras, por exemplo.

Diante de tais apontamentos, nesta pesquisa, assumimos que os textos dos sujeitos, manifestos nas linguagens escrita ou oral, bem como ações fundamentadas em elementos negociados numa CoP, são formas de reificação do que foi negociado nela.

Consideremos, por exemplo, uma situação na qual, ao tratar do processo de Modelagem Matemática, na formação inicial, os sujeitos envolvidos negociam sobre a construção de um modelo matemático. Após algumas argumentações, os futuros professores negociam sobre o fato do modelo matemático não ter a necessidade de permitir previsões sobre o fenômeno, desde que represente a situação estudada. A conclusão foi oportunizada por reflexões coletivas e individuais por meio do processo de participação na CoP. Consideremos ainda que, ao manifestarem-se sobre a construção de um modelo em atividades de Modelagem, esses sujeitos utilizam-se da mesma argumentação negociada no âmbito daquela CoP; ao mesmo tempo, ao conduzir atividades de Modelagem, como professores, não priorizam a construção de um modelo que permita fazer previsões. Esses podem ser considerados então aspectos reificados no âmbito da CoP e que representam indícios de aprendizagem sobre o processo de Modelagem. Ao mesmo tempo, artefatos como documentos, objetos, conceitos representam reificações de uma CoP. Eles não denotam acordo, mas sim a negociação sobre algo.

Alinhados à participação de alguns membros, os objetos que representam formas de reificação de uma CoP são relevantes para sustentar relações entre várias comunidades. No caso desta investigação, os futuros professores, membros da CoP constituída na disciplina de

¹⁹ “Etymologically, the term reification means ‘making into a thing’. (WENGER, 1998, p. 58).

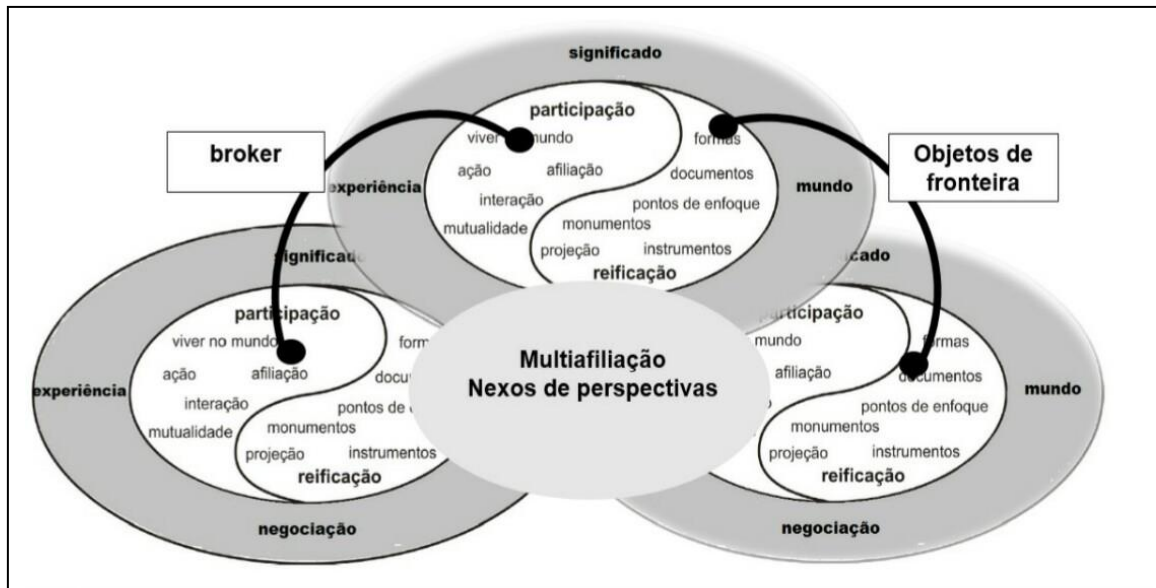
Modelagem, eram também membros de outras comunidades, como a do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), as profissionais (no caso dos alunos que já exerciam a docência à época do curso) e a do curso de Licenciatura em Matemática, contexto global dessa CoP. Isso exigiu dos seus membros a capacidade de mover-se e conciliar as participações nessas comunidades. De acordo com Wenger (1998), a participação e a reificação são uma forma de criar continuidades entre essas comunidades, por meio dos seus limites. O autor indica duas formas de conexão que sustentam as relações entre comunidades: objetos de fronteira e membros com participação fronteiriças, *brokers*.

De acordo com Wenger (1998, p. 105, tradução nossa), os objetos de fronteira concernem a “artefatos, documentos, termos, conceitos e outras formas de reificação em torno dos quais as Comunidades de Prática podem organizar suas interconexões”²⁰. Os objetos, não obstante, funcionam como objetos de fronteira apenas se tiverem o potencial de coordenar perspectivas entre uma CoP e outros órgãos, sejam eles CoPs ou não. Na medida em que pertencem a múltiplas práticas e, portanto, funcionam como nexos de perspectivas, todos trazem consigo o potencial de tornarem-se objetos de fronteira.

Tal como os objetos de fronteira, o trabalho de membros de fronteira também pode funcionar como uma forma de alinhar perspectivas entre CoPs, assim, o trabalho de *bronkering* é complexo. “Ele envolve processos de tradução, coordenação e alinhamento entre perspectivas. Exige suficiente legitimidade para influenciar o desenvolvimento de uma prática, mobilizar a atenção e enfrentar interesses conflitantes” (WENGER, 1998, p. 109, tradução nossa). Pode-se afirmar que esse trabalho requer a capacidade de introduzir elementos de uma prática em outra. Para tanto, é necessário alinhar as experiências de multiafiliação e as possibilidades de negociação inerentes à participação (ibid). Participação e reificação podem criar, dessa forma, continuidades por meio das suas fronteiras, como ilustra a Figura 5.

²⁰ “artifacts, documents, terms, concepts, and other forms of reification around which communities of practice can organize their interconnections” (WENGER, 1998, p. 105).

Figura 5 – Participação e reificação como conexões.



Fonte: WENGER (1998, p. 105, tradução nossa).

A Figura 5 evidencia o papel dos objetos de fronteira e o papel de intermediação, pelos *brokers*, no estabelecimento de relações entre comunidades, denotando o que Wenger (1998) denomina de constelação de práticas. Segundo o autor, o termo constelação é utilizado para denotar um sistema cujos objetos que o constituem podem não ter a mesma forma, tamanho ou não ser tão próximos geograficamente, mas que estão interconectados e cuja visão de conexão depende da perspectiva de quem olha.

As constelações de práticas não se definem por sua proximidade geográfica, mas pela forma como suas práticas aproximam-se e/ou complementam-se, a ponto de que as aprendizagens ocorridas em cada comunidade podem aproximá-las ou distanciá-las. Por isso, a construção de constelações de práticas é dinâmica e merece ser analisada sob duas perspectivas.

Primeiro, um membro pode participar de várias comunidades ao mesmo tempo, gerando a necessidade de alinhar as diferentes perspectivas das CoPs as quais participa, moldando cada comunidade a que pertence. Segundo, uma mesma CoP pode pertencer a diferentes constelações. Depreende-se disso a relevância de situar a CoP analisada nesta pesquisa, em termos das que a ela se relacionam, pois as práticas em outras comunidades relacionam-se àquelas que são foco da nossa análise por meio dos *brokers* e objetos de fronteira.

De acordo com Wenger (1998, p. 127, tradução nossa), é possível analisar se uma CoP é parte de uma constelação, caso existam alguns elementos:

Compartilham origens históricas; possuem empreendimentos relacionados; servem a uma causa ou pertencem a uma instituição; enfrentam condições similares; possuem membros em comum; compartilham artefatos; possuem relações geográficas de proximidade ou interação; possuem discursos e estilos que se sobrepõem em algum grau; competem pelos mesmos recursos.²¹

Considerando tais apontamentos, ao longo do texto, evidenciamos como a CoP constituída na disciplina de Modelagem pode ser entendida como uma comunidade pertencente a uma constelação, por meio dos membros em comum (a ela e outras comunidades), pelas relações de proximidade e pela sobreposição de discursos.

Situar a CoP, foco de nossa análise, numa constelação de práticas foi fundamental para que pudéssemos compreender que aprendizagens sobre Modelagem Matemática ocorreram nessa comunidade. Isso porque, na medida em que os futuros professores pertenciam também a outras comunidades, suas participações nesses outros ambientes também fundamentaram os processos de negociação de significados na CoP analisada, ao passo em que referenciavam suas vivências para argumentar sobre aspectos discutidos com relação à Modelagem Matemática. Uma das negociações ocorridas na CoP, por exemplo, sobre o lugar da Modelagem no currículo escolar foi, fortemente, influenciada pelas participações dos futuros professores em comunidades escolares como professores PSS e por suas experiências nos Estágios Supervisionados obrigatórios.

²¹ “Sharing historical roots; 2) having related enterprises; 3) serving a cause or belonging to na institution; 4) facing similar conditions; 5) having members in common; 6) sharing artifacts; 7) having geographical relations of proximity or interaction; 8) having overlapping styles or sicourses; 9) competing for the same resources.” (WENGER, 1998, p. 127).

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Esta seção organiza-se em quatro subseções complementares. Inicialmente, abordamos a trajetória da Modelagem na Educação Matemática, articulando-a ao desenvolvimento das tendências pedagógicas no Brasil. A partir dessa discussão, estabelecemos algumas relações entre a Modelagem Matemática nas pesquisas brasileiras e as tendências pedagógicas, com o objetivo de compreender o atual ecletismo sobre Modelagem nas práticas de pesquisa e de sala de aula. Posteriormente, a fim de tecer reflexões acerca da configuração das aulas de Matemática orientadas pela Modelagem, na subseção 2.3, diferenciamos o ambiente de aprendizagem ocasionado por atividades dessa natureza de outros ambientes, por meio de descrições de episódios de sala de aula. Por fim, na subseção 2.4, situamos a disciplina de Modelagem nos cursos de Licenciatura em Matemática. As quatro subseções foram construídas com vistas a fundamentar as análises das ações e das narrativas dos futuros professores na CoP constituída na disciplina de Modelagem Matemática, ao vivenciarem a Modelagem como futuros professores de Matemática.

-
- 2.1 Os caminhos da Modelagem Matemática no contexto educacional brasileiro
 - 2.2 Algumas relações entre a Modelagem Matemática em pesquisas brasileiras e as tendências pedagógicas
 - 2.3 A configuração das aulas de Matemática quando orientadas pela Modelagem
 - 2.3.1 Explorando ambientes de Modelagem desenvolvidos sob diferentes concepções
 - 2.4 Modelagem na formação inicial de professores: seu lugar no currículo e orientações didáticas
-

2.1 Os caminhos da Modelagem Matemática no contexto educacional brasileiro

A busca pela compreensão dos fenômenos que nos cercam, a necessidade de organizar o caos e a busca por previsões de fatos parecem ser inerentes à natureza humana. É neste sentido que Bassanezi (2015) afirma que a Modelagem é tão antiga quanto a Matemática, ao passo que ela nos permite descrever e compreender o mundo por meio de ferramentas matemáticas.

De modo sistematizado, no âmbito da Matemática Aplicada, a Modelagem pode ser compreendida como um método que possibilita a simplificação de situações-problema, por meio da construção de modelos matemáticos que descrevem algumas relações entre as variáveis envolvidas no problema (BARBOSA, 2001a). Nesse contexto, os modelos matemáticos são equações, ou funções, que permitem a interpretação, a validação e também uma previsão para esses fenômenos.

Os caminhos percorridos pelo modelador no levantamento, na análise e na resolução de problemas são bastante ricos. Na busca pela simplificação do sistema em jogo, o modelador faz escolhas sobre que variáveis considerar, e esse processo, que não é isento de subjetividade, não capta toda a realidade ainda que mantenha sua essência. De acordo com D'Ambrosio (1986), tal processo está no cerne do método científico e deve ser um dos componentes do processo educacional, desde os primeiros anos de escolarização.

Falar, no entanto, sobre os caminhos da Modelagem Matemática no ensino, e mais especificamente na Educação Matemática (EM, doravante), ou mesmo do próprio processo de consolidação da EM brasileira, requer um olhar cuidadoso para a história das ideias pedagógicas no Brasil. De acordo com Saviani (2013), entender a educação e realizá-la na prática implica em considerar a inerente historicidade do fenômeno educativo. Assim, uma apreciação ainda que sucinta sobre as ideias pedagógicas brasileiras e a trajetória da Modelagem na EM permite-nos compreender o atual ecletismo na conceitualização e nas práticas educativas e de pesquisa em Modelagem.

A fim de concretizar essa articulação de ideias, nos reportamos a Libâneo (1983) e a Saviani (2013) para tratarmos dos posicionamentos pedagógicos desenvolvidos e incorporados à prática pedagógica escolar. Libâneo (1983) denomina essas descrições de tendências pedagógicas e, tal como Saviani (2013), situa os papéis da escola, da aprendizagem, das relações professor-aluno etc. no contexto sociopolítico que configura as concepções de homem e de mundo em cada momento histórico. Torna-se importante, então, situar a Modelagem no âmbito do desenvolvimento das tendências pedagógicas no Brasil para

que possamos compreender o contexto em que ela surgiu e se consolidou na Educação (Matemática).

De acordo com Biembengut (2009), no cenário internacional, o debate concernente à Modelagem Matemática no ensino ocorreu especialmente na década de 1960, ainda entendida como um método para descrever, formular, modelar e resolver situações de diferentes áreas do conhecimento, alinhada ao movimento intitulado *utilitarista*. Naquele momento, despontavam eventos e grupos que impulsionaram a discussão sobre a Modelagem e sua consolidação. Na Suíça, por exemplo, em 1968, o evento *Lausanne Symposium* teve como temática o ensino de Matemática de modo que o conhecimento matemático fosse útil ao estudante, enfatizando propostas que favorecessem a matematização de situações em detrimento da aplicação de problemas padronizados. Segundo a mesma autora, na Europa, o grupo liderado por Hans Freudenthal e outro coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss incentivaram a realização de um evento, em 1978, sobre o tema Matemática e realidade que, posteriormente, contribuiu para a consolidação do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações²² - ICTMA, no ano de 1983.

A participação de professores brasileiros nesses eventos internacionais encorajou o movimento pela Modelagem Matemática no Brasil. De acordo com Biembengut (2009), os professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani foram fundamentais para a consolidação da Modelagem no país, no final dos anos 1970 e início dos anos 1980.

Ainda que a formação desses professores fosse, essencialmente, na Matemática pura, seus interesses centravam-se em discutir a Modelagem como um caminho para ensinar Matemática. De modo gestacional, começava-se a pensar sobre a Modelagem no sentido de educar matematicamente e intrinsecamente à discussão sobre como ensinar vem a prática interdisciplinar de se pensar a Matemática concomitantemente com outras áreas da Educação, que permitam a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem, como a Pedagogia.

Tendo em vista essas ponderações, é natural que as primeiras experiências com Modelagem, no Brasil, tenham se dado sob influência tanto da sua prática, de acordo com os encaminhamentos da Matemática Aplicada, onde está sua origem, quanto do movimento das ideias pedagógicas emergentes naquele período. Ambos os fatores, provavelmente, permeavam e influenciavam as práticas pedagógicas, incluindo as de Modelagem.

²² The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications.

Naquele momento histórico, a partir dos anos finais da década de 1960, o Brasil vivia um momento de efervescência de ideias pedagógicas condizentes à concepção pedagógica produtivista (SAVIANI, 2013), fortemente influenciada pela busca de mão de obra para a indústria. Mais especificamente, Saviani (2013) subdivide esse período em três fases:

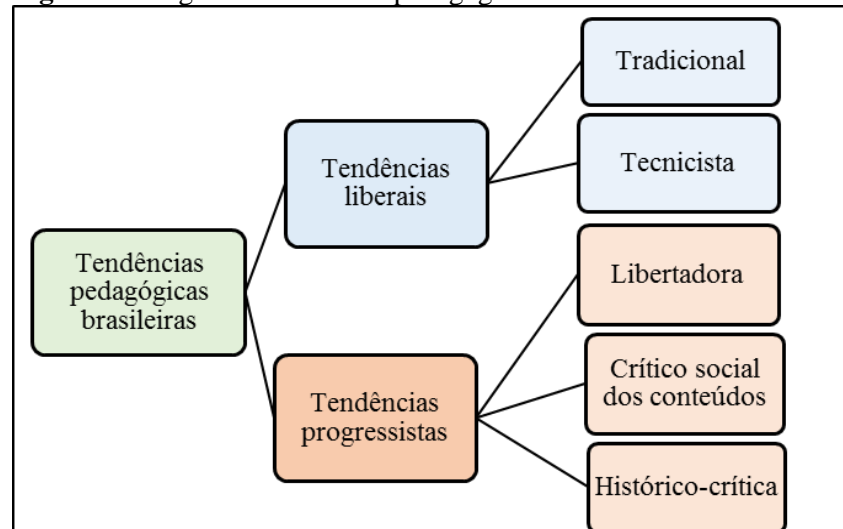
1. Predomínio da pedagogia tecnicista, manifestações da concepção analítica de filosofia da educação e concomitantemente desenvolvimento da visão crítico-reprodutivista (1969-1980).
2. Ensaio contra-hegemônico: pedagogias da “educação popular”, pedagogias da prática, pedagogia crítico-social dos conteúdos e pedagogia histórico-crítica (1980-1991).
3. O neoprodutivismo e suas variantes: neoescolanovismo, neoconstrutivismo e neotecnicismo (1991-2001) (SAVIANI, 2013, p. 19-20).

Libâneo (1983) denominou essas tendências pedagógicas, sustentadas pelo ideal de que a escola tem a função de preparar o indivíduo para adaptar-se às normas sociais vigentes em cada período, de acordo com suas aptidões individuais, de tendências pedagógicas liberais. Tais tendências são amparadas por uma concepção de Educação como reprodução social²³. Por meio de uma investigação sobre as práticas dos professores quanto aos pressupostos teóricos e metodológicos, o pesquisador classificou ainda uma série de tendências pedagógicas pertencentes aos grupos que denominou de liberais e de progressistas. Esse último grupo abarca pedagogias que designam uma análise crítica das realidades sociais que sustentam as finalidades sociopolíticas da educação; por isso também denominadas de pedagogias críticas (LIBÂNEO, 1983).

A Figura 6 faz uma síntese de algumas das tendências pedagógicas²⁴, tratadas nas próximas páginas, pertencentes ao grupo liberal e ao grupo progressista, de acordo com Libâneo (1983) e Saviani (2013).

²³ Segundo essa concepção de Educação, popularmente conhecida como pessimista, a Escola tende a desenvolver um sistema educacional que reproduz a estrutura social vigente em cada período. Por exemplo, a divisão em classes sociais.

²⁴ É salutar explicitar que as tendências tradicional e tecnicista são denominadas de tendências pedagógicas, enquanto que as correntes libertadora, crítico social dos conteúdos e histórico-crítica são denominadas de pedagogias, pelo fato de as três últimas terem sido sistematizadas teoricamente, quando da sua inserção no contexto educacional, enquanto que as primeiras permeavam as práticas educacionais de modo mais “intuitivo”.

Figura 6 – Algumas tendências pedagógicas desenvolvidas no Brasil.

Fonte: Elaborado pela autora fundamentada em Libâneo (1983) e Saviani (2013).

Evidentemente, as tendências pedagógicas e suas manifestações na prática docente não são mutuamente exclusivas, tampouco se dão com barreiras fixas e de modo linear. Saviani (2013) nos alerta sobre as limitações dessa periodização. Ao mesmo tempo, a categorização nos permite compreender o contexto da organização escolar nas décadas de 1970 e 1980, momento de emergência da EM como campo profissional, do surgimento das incipientes experiências em salas de aula do ensino superior e os primeiros cursos de aperfeiçoamento sobre Modelagem para professores.

De acordo com Saviani (2013), o advento do regime militar com seu lema positivista, ordem e progresso, fazia com que os altos índices de reprovação e evasão escolar, bem como a baixa produtividade no ensino consistissem em grande entrave na busca pelo desenvolvimento econômico. Iniciou-se, assim, o processo de adoção de um modelo econômico dependente que estreitava os laços do Brasil com os Estados Unidos da América (EUA) e a presença de empresas internacionais no país. Conseqüentemente, o sistema escolar adotou um padrão fundamentado na produção de mão de obra para essas empresas, na busca por tornar o processo educativo objetivo e operacional. Em termos de prática pedagógica, a tendência, denominada tecnicista, posiciona professor e alunos como executores de um planejamento feito por especialistas supostamente imparciais.

Essa prática de educação escolar fundamentada na aquisição de habilidades e atitudes úteis à integração da máquina social exerceu influência sobre os primeiros estudos sobre o ensino de Matemática. Fiorentini e Lorenzato (2009) afirmam que essa fase, compreendida entre o início da década de 1970 até os primeiros anos da década de 1980, representa os primeiros sinais de existência do campo profissional da EM. Para os pesquisadores, os

estudos desenvolvidos nessa época priorizam a dimensão didático-metodológica da EM “a elaboração e experimentação de materiais e técnicas de ensino” (p. 24). Em outras palavras, as dimensões epistemológicas, psicológicas, pedagógicas eram pouco focadas. Ainda que a tendência técnica fosse politicamente oficial, em termos práticos, o exercício profissional assumia princípios pedagógicos ecléticos, assentados também na tendência tradicional.

Quanto aos pressupostos de ensino, a tendência tradicional pode ser caracterizada pela exposição de conteúdo, pelo professor, seguido de um processo de generalização de conceitos dos mais particulares para o mais geral e, por fim, a ênfase em exercícios com o objetivo de memorizar lições (LIBÂNEO, 1983). Em decorrência disso, o processo de aprendizagem é compreendido como retenção de material abordado em sala de aula, por meio de treinos. Nessa conjuntura, o professor é a figura central do processo de ensino, cabendo ao aluno apenas a tarefa de adotar a prática construída pelo docente.

É nesse contexto pedagógico escolar que a Modelagem surge como uma alternativa para se ensinar Matemática de forma a motivar os estudantes. As experiências do professor Aristides C. Barreto, sobre a elaboração de modelos matemáticos, concernentes às diversas áreas do saber, em disciplinas da graduação e pós-graduação, levaram-no a defender uma proposta de ensino que consistisse em “apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria, e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la” (BIEMBENGUT, 2009, p. 11). Os procedimentos descritos têm implicações importantes quanto à forma de ensinar Matemática, para quem usar Modelagem e sobre sua inserção nos diferentes níveis de ensino.

A proposta do professor Barreto e de outros professores adeptos a ela indica que se parta de uma situação problema, ou seja, de “uma situação a qual o indivíduo não possui esquemas a priori para sua resolução e não há procedimentos específicos e previamente conhecidos ou soluções já indicadas” (ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 3). Trata-se de uma situação em que o problema pode não estar formulado e, portanto, exigirá um processo investigativo desde seu delineamento até a sua solução, nesse caso, em termos de um modelo que represente e responda a situação inicial. Sendo assim, de acordo com D’Amore (2007), a motivação do aluno deve ser suficiente para que recorra à criatividade, à formulação de hipóteses até a chegada às soluções. Nesse processo, caberia ao professor ensinar a teoria matemática e conduzir a matematização da situação. Ou seja, o procedimento indica que os conceitos matemáticos sejam objetos de estudo e não se restrinjam a uma ferramenta para a descrição dos fenômenos.

Esses encaminhamentos colocam o aluno como centro do processo, na medida em que lhe conferem maior autonomia sobre sua aprendizagem; modificam a configuração das relações entre estudantes e entre eles e o professor na sala de aula; por conseguinte, contrariam a forma de se ensinar segundo os pressupostos das tendências tradicional e tecnicista, haja vista que o professor não pode antever todos os encaminhamentos da aula em termos sequenciais e de conteúdo.

É natural, então, que a cultura escolar predominante constituísse um dos fortes obstáculos para a efetivação da Modelagem como alternativa a outras formas de ensino na Educação Básica ou mesmo no ensino superior. Considerando a formação dos professores atuantes nos cursos de graduação nesse contexto, não seria imprudência afirmar que essas resistências também existissem nesse âmbito. Em termos de pesquisa, Biembengut (2009) classifica o momento como uma primeira fase de produções acadêmicas sobre Modelagem. Nos anos de 1976 e 1979 foram publicadas as primeiras dissertações, orientadas por Barreto. Essas produções, entretanto, consistem em estudos apenas teóricos sobre modelos matemáticos e apresentam questões de aplicações para o Ensino Superior e para a Educação Básica. Com relação à prática pedagógica, os trabalhos não relatam ou provocam a organização de um ambiente que se distancie das práticas pedagógicas consolidadas até aquele momento.

Em contrapartida, os cursos ministrados por Barreto em especializações em diversas universidades fizeram com que o movimento pela Modelagem angariasse muitos adeptos. Especificamente o seminário sobre modelos matemáticos, ministrado na Unicamp em 1979, a convite do professor Ubiratan D'Ambrosio, conquistou o professor Rodney Bassanezi (BIEMBENGUT, 2009).

Bassanezi, que já conhecia a Modelagem como método da Matemática Aplicada, impulsionado pelas ideias de Barreto, coordenou os primeiros cursos para professores em diversas instituições de Ensino Superior, na década de 1980 (BIEMBENGUT, 2009). De acordo com a mesma autora, a experiência de Bassanezi nesses cursos, ao se deparar com a formulação de problemas muito próximos àqueles apresentados nos livros texto de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), fez com que propusesse a Modelagem na resolução de problemas da Biomatemática. Distanciando ainda mais a Modelagem de problemas advindos de situações fictícias, em 1982, na condição de coordenador de um curso de pós-graduação na então Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Guarapuava – Paraná, Bassanezi propôs que os professores participantes visitassem empresas da cidade e levantassem problemas de seu interesse a partir das situações reais.

A proposta levava os professores a estudarem Matemática por meio de situações reais das regiões as quais pertenciam e a abordagem de conteúdos matemáticos necessários à formulação dos modelos (BIEMBENGUT, 2009).

Tais propostas revelam-se harmoniosas às ideias que despontavam a partir de meados da década de 1980, as pedagogias progressistas. Essas, diferentemente das tendências liberais, têm como objetivo a formulação de diretrizes que orientem a atividade educativa, por isso podemos denominá-las de pedagogias. Já em um período de maior liberdade política, as pedagogias progressistas emergiram a partir de uma análise crítica das realidades sociais, com o objetivo de articular a educação aos interesses da maioria do povo brasileiro.

Esse movimento de democratização do acesso à educação foi amplamente favorecido pela abertura de programas de pós-graduação em Educação. Nessa direção, a produção científica advinda desses programas, as conferências brasileiras na área, dentre outros fatores, facilitaram a circulação de ideias pedagógicas (SAVIANI, 2013). Da mesma forma, com relação à EM, Sônia B. C. Iglioni (MIGUEL et al., 2004) afirma que era crescente a organização de núcleos de pesquisas, além da consolidação dos programas de pós-graduação específicos em EM, como o da UNESP – Rio Claro e o da PUC – SP e da ampliação da quantidade de doutores na área.

No mesmo período, disseminaram-se as ideias concernentes ao movimento da EM Crítica (EMC, de ora em diante), a partir da preocupação com os fatores políticos da EM e da democracia, fortemente inspirado nos ideais freireanos (SKOVSMOSE, 2001) e nas ideias de Ubiratan D'Ambrosio e Ole Skovsmose. No âmbito da EM, Fiorentini e Lorenzato (2009) classificam esse período como uma terceira fase de desenvolvimento da área de pesquisa, em que passamos de um momento de quase inexistência de crítica, marcado pela pergunta “como ensinar”, a outro de intensas discussões políticas, ideológicas caracterizado por questionamentos do tipo “por que, para que e para quem ensinar?” (idem, p. 34) e pela emergência de investigações que buscavam relacionar o ensino e a aprendizagem de Matemática ao contexto sociocultural.

Esse cenário, permeado pelo fervor das pedagogias progressistas e da democratização do acesso à escola, é os óculos para olharmos e analisarmos o ensino de Matemática e, conseqüentemente, as estratégias para ensiná-la, dentre elas a Modelagem, nesse período. Faz sentido então pensar que a ideia de ensinar Matemática por meio de situações reais das quais os sujeitos pertençam ganhasse força a partir daí.

Com a consolidação da EM como um campo de pesquisa, da criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM, deste ponto em diante) em 1988, e

principalmente na década de 1990, o fortalecimento de eventos e periódicos na área, bem como a abertura de novos programas de pós-graduação *strictu sensu*, naturalmente vieram as diferentes perspectivas teóricas que respaldam as pesquisas e as práticas pedagógicas, bem como a criação de grupos de trabalho (GTs, doravante) na SBEM. A Modelagem Matemática na EM ganhava espaço e eventos específicos. Em nível nacional, em 1999 acontecia a primeira Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), na UNESP de Rio Claro, que permitiu a instauração de um espaço para o debate sobre este tema. Na plenária final da I CNMEM, definiu-se que o evento aconteceria bienalmente, e assim tem sido feito. Dois anos depois, em 2001, a Modelagem Matemática ganhou seu GT na SBEM.

Do amadurecimento da comunidade em termos da práxis de pesquisas realizadas nos diferentes níveis de ensino, da diversidade de teorias que respaldam essas pesquisas e as práticas docentes, emergiram (e emergem) diferentes perspectivas (KAISER; SRIRAMAN, 2006) e concepções sobre a Modelagem Matemática na EM. Alguns estudos indicam, inclusive, explicitamente a relação entre a Modelagem e as pedagogias progressistas (MALHEIROS, 2012, 2013, 2014; CHARAL, 2016; KLUBER, 2005).

2.2 Algumas relações entre a Modelagem Matemática em pesquisas brasileiras e as tendências pedagógicas

Com o objetivo de compreender a emergência da ecleticidade de entendimentos sobre Modelagem e suas relações com as tendências pedagógicas, nesta subseção discutimos pesquisas que fazem essa articulação. Para tanto, inicialmente, apresentamos uma sistematização sobre os diferentes olhares – e posturas pedagógicas – para a Modelagem e, em seguida, situamos pesquisas brasileiras quanto a esses posicionamentos apresentados.

Considerando a diversidade de olhares para a Modelagem, Kaiser e Sriraman (2006) analisaram publicações internacionais concernentes ao International Commission Mathematical Instruction – ICMI – e ao ICTMA e intensificaram um debate anterior (KAISER-MESSMER, 1986) sobre os diferentes objetivos didáticos ao desenvolvê-la. Os autores identificaram cinco diferentes perspectivas da Modelagem na sala de aula: realística, contextual, educacional, sociocrítica e epistemológica.

De acordo com Kaiser e Sriraman (2006), a perspectiva realística da Modelagem tem objetivos pragmático-utilitários. Nesse sentido, a Modelagem é entendida como uma atividade para estudar e resolver problemas autênticos, advindos da indústria ou da ciência, e não como desenvolvimento da teoria matemática. A perspectiva contextual, por sua vez, abarca as

situações que, embora tenham foco na construção de teorias matemáticas, são sustentadas por estudos psicológicos sobre a aprendizagem. Organizada em duas categorias, modelagem didática e modelagem conceitual, a perspectiva educacional propõe a integração de situações-problema autênticas com o desenvolvimento da teoria matemática.

A perspectiva epistemológica sustenta-se em situações-problema estruturadas para gerar e desenvolver teorias matemáticas. Os autores identificaram, ainda, o que denominaram de meta perspectiva: a ênfase nos aspectos cognitivistas em atividades de Modelagem. Estão incluídos aqui os trabalhos que analisam os processos cognitivos e sua compreensão, bem como a promoção do pensamento matemático, por meio de modelos ou imagens mentais. Por fim, a perspectiva sociocrítica enfatiza aspectos socioculturais, o papel e a natureza dos modelos matemáticos e a Matemática como forma de intervenção nos debates sociais. Kaiser e Sriraman (2006) apontam Jonei C. Barbosa como um dos representantes dessa perspectiva e afirmam a influência de estudos socioculturais, como os desenvolvidos por D'Ambrosio, nesse posicionamento.

De modo geral, a tendência política e sociocultural é fortemente presente nas experiências brasileiras com Modelagem (BARBOSA, 2001a). No Estado do Paraná, por exemplo, as Diretrizes Curriculares Estaduais para a Educação Básica - DCE - (PARANÁ, 2008) assumem a pedagogia histórico-crítica²⁵ como alinhamento teórico e, no que diz respeito ao ensino de Matemática, indicam que a Modelagem e outras tendências em EM sejam utilizadas para que os objetivos traçados para a rede pública de ensino sejam alcançados.

Por outro lado, algumas orientações curriculares indicam o uso da Modelagem, sem mencionar um posicionamento pedagógico que o respalde, mas a partir do seu aspecto interdisciplinar. Em fase de elaboração e apreciação preliminar, o documento que constitui a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no Brasil²⁶, ainda que não indique, explicitamente, o uso de tendências em EM para as aulas de Matemática, recomenda o uso de situações que permitam ao aluno formular, testar e validar hipóteses, modelar situações, verificar respostas, refletir e atuar, por meio da Matemática, em situações do seu cotidiano (BRASIL, 2016, p. 131)²⁷. Essas são características concernentes à Modelagem Matemática no ensino. Além disso, o documento indica, dentre os objetivos de aprendizagem, a resolução e a elaboração de problemas de modo a confrontar as suas soluções com os contextos que os geraram. Esse é

²⁵ A Pedagogia Histórico-Crítica foi abordada mais adiante.

²⁶ Neste estudo, não adentramos na discussão sobre a pertinência do documento, seu processo de elaboração ou mesmo ao posicionamento quanto às perspectivas pedagógicas que o respaldam.

²⁷ Segunda versão do documento, publicada em 2016.

um encaminhamento comum entre as diferentes perspectivas de se fazer Modelagem, ainda que os objetivos didáticos delineados em cada uma delas sejam diferentes.

Em uma análise à categorização feita por Kaiser e Sriraman (2006), Barbosa e Santos (2007) sugeriram um agrupamento das perspectivas, de acordo com seus objetivos didáticos, como exposto no quadro a seguir:

Quadro 1 – Objetivos didáticos e as perspectivas de Modelagem.

Objetivos didáticos	Perspectiva
O desenvolvimento da teoria matemática.	Epistemológica, educacional e contextual.
O desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados.	Realística.
A análise da natureza e do papel dos modelos matemáticos na sociedade (sociocrítica).	Sociocrítica.

Fonte: Adaptado de Barbosa e Santos, 2007, p. 2.

O agrupamento feito pelos autores remete a diferentes ideias pedagógicas. Considerando os objetivos didáticos e as perspectivas apresentadas na segunda linha do Quadro 1, a característica da proposta de Modelagem em estudar Matemática por meio de situações-problema consonantes ao contexto em que os sujeitos se inserem e, ao mesmo tempo, a primazia pelo desenvolvimento da teoria matemática, podemos afirmar que estes elementos alinham-se à pedagogia crítico-social dos conteúdos.

Segundo Libâneo (1983), essa pedagogia, de cunho progressista, tem como papel fundamental a difusão de conteúdos indissociáveis das realidades sociais. A postura da pedagogia “dos conteúdos” assume que a escola deve servir aos interesses populares garantindo a todos a apropriação dos conteúdos escolares básicos. Nesse sentido, o aluno poderá ir do saber ao engajamento político, entretanto, o caminho inverso não é o mais viável, posto que se corre o risco de afetar a própria especificidade do saber (idem, 1983).

Concomitantemente, a ênfase na análise crítica das situações e no papel da Modelagem e dos modelos nos debates sociais remete aos pressupostos da Pedagogia Libertadora e da Pedagogia Histórico-Crítica. Nesse contexto, para além dos conteúdos curriculares, cabe ao professor a tarefa de ensinar nos alunos um olhar analítico sobre seu contexto social. O centro do processo consiste neste olhar crítico.

Na literatura brasileira, autoras como Malheiros (2012, 2013, 2014) e Charal (2016) estreitaram os laços entre a Modelagem Matemática e a tendência libertadora, também conhecida como pedagogia de Paulo Freire ou freireana.

Malheiros (2012), ao investigar a literatura sobre Modelagem, se deparou com autores que afirmam a existência de concepções de Modelagem, alinhadas à perspectiva sociocrítica, sob forte influência de Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrosio e Ole Skovsmose. A autora evidenciou aproximações entre a Investigação Temática e a Modelagem, na perspectiva sociocrítica, indicando que em ambas existe a preocupação com a “construção do conhecimento por meio do diálogo, a reflexão e o despertar da consciência crítica dos educandos e dos educadores” (idem, 2012, p. 1).

Charal (2016) também estabeleceu relações entre a Modelagem, na perspectiva sociocrítica, e a pedagogia freireana. A autora analisou três obras de Paulo Freire: *Pedagogia do Oprimido*, *Por uma Pedagogia da Pergunta* e *Pedagogia da Autonomia*, e por meio dessa análise estabeleceu critérios para ponderar sobre a autonomia do educando. Tais critérios foram utilizados para interpretar as ações dos estudantes no decorrer de atividades²⁸ de Modelagem, orientadas pela própria autora, em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio. As análises mostraram atitudes próprias de uma atividade de Modelagem que favoreceram o desenvolvimento da autonomia dos estudantes.

Seguindo outro caminho, Klüber (2005) mostrou relações entre a Modelagem e a Pedagogia Histórico-Crítica a partir da articulação entre os encaminhamentos didáticos dessa pedagogia e os de uma atividade de Modelagem.

Em síntese, a Pedagogia Histórico-Crítica, sistematizada por Saviani no final da década de 1980, tem afinidade com a Psicologia Histórico-Cultural desenvolvida pela Escola de Vygotsky (SAVIANI, 2013, p. 422) e, em termos de método pedagógico, parte da “prática social em que professor e aluno se encontram igualmente inseridos, ocupando, porém, posições distintas, condição para que travem uma relação fecunda na compreensão e no encaminhamento da solução dos problemas postos pela prática social”. O processo de ensino, segundo essa pedagogia, centra-se em três momentos: a problematização – em que se identificam questões da prática social; a instrumentação – em que se dispõe dos instrumentos teóricos e práticos para sua compreensão e a catarse – momento de incorporação da própria vida dos alunos.

Baseado na Pedagogia Histórico-Crítica, sistematizada por Saviani (1983), Gasparin (2002) propôs procedimentos didáticos para orientar uma aula de acordo com essa pedagogia crítica. Klüber (2005) identificou justaposições entre os passos indicados por Gasparin (2002)

²⁸ Neste texto utilizamos a palavra atividade quando nos referimos ao trabalho que acontece no momento em que os sujeitos desenvolvem, a partir da tarefa proposta, ações que demandam engajamento e atribuição de significados às situações. O termo tarefa, por sua vez, será usado ao nos referirmos à situações-problema propostas aos alunos.

e os procedimentos tomados numa atividade de Modelagem, de acordo com os encaminhamentos sugeridos por Burak (1998), e indicou aproximações concernentes à organização da aula, postura do professor e do aluno e a organização curricular.

Os estudos citados nos mostram que as relações entre as pedagogias Libertadora e Histórico-Crítica e a Modelagem puderam ser estabelecidas porque tanto elas quanto as perspectivas de Modelagem assumidas sustentam procedimentos que partem da prática social na qual os sujeitos estão inseridos e culminam na compreensão e solução dos problemas de origem social.

Por outro lado, é salutar esclarecer que diferente do que ocorre no nível teórico, no contexto de práticas pedagógicas das atividades, a relação Modelagem ↔ pedagogias críticas, só é possível a partir de uma postura pedagógica e epistemológica, também, progressista por parte do professor e/ou pesquisador. Tomarmos consciência sobre as formas pelas quais as ideias educacionais circulam no nosso ambiente cria condições para que nossas práticas educativas sejam desenvolvidas com maior coerência e consistência. Nesse sentido, nas próximas duas subseções, tratamos dos aspectos didáticos que configuram aulas de Matemática, e situamos as aulas desenvolvidas de acordo com a Modelagem Matemática nessa discussão.

2.3 A configuração das aulas de Matemática quando orientadas pela Modelagem

“As crianças contam pedrinhas; organizam folhas pela forma, pelo tamanho; contam pétalas; observam as formas das nuvens; percebem as regularidades dos pingos de água de uma torneira [...] acompanham o ritmo dos pés de uma centopeia” (RUIZ; BELLINI, 2001, p. 12), intuitivamente, modelam o mundo em que vivem. Por isso, o questionamento *o que acontece se?* soa bastante familiar àqueles que convivem com crianças, fora do ambiente escolar. Mais do que isso, aos que convivem com crianças em ambientes que não os de ensino formal, com alto grau de sistematização. Em termos de ensino formal, a (in)existência da pergunta posta é um dos fatores que diferencia um ambiente de aula de Matemática construído por meio de uma postura pedagógica liberal daquele caracterizado por uma postura progressista.

O caráter repetitivo das aulas de Matemática em que a precisão e unicidade de respostas, assim como a supervalorização de uma sequência linear de conteúdo são preocupações centrais, caracterizam práticas pedagógicas tecnicistas e tradicionais. De acordo com Skovsmose (2008), esses encaminhamentos são condizentes com o que chama de

paradigma do exercício. Analisando as formas pelas quais, historicamente, as aulas de Matemática têm sido desenvolvidas: exposição de ideias e técnicas e solução de exercícios formulados externamente à sala de aula, o autor afirma que o ensino de Matemática tem sido assentado nesse paradigma e aponta a necessidade de mudança e alternância para ambientes desenvolvidos sob a abordagem investigativa.

E o que acontece se mudarmos as condições da aula para um cenário de investigação? De acordo com Skovsmose (2008), a pergunta *O que acontece se?* passa a ter papel central na sala de aula. Esse cenário é caracterizado pela formulação de questões e pela busca de explicações, em que os alunos se envolvem no processo de exploração e são os principais responsáveis por sua condução. *E o que acontece se o ritual de aula é quebrado?* ... na medida em que professor e alunos são submetidos a outras condições concernentes à relação didática, à abordagem do conhecimento matemático e, talvez, a novas configurações do espaço físico na aula, outros ambientes de aprendizagem são configurados.

Skovsmose (2008) usa o termo ambiente de aprendizagem para se referir às condições as quais professor e alunos são submetidos e que levam “os estudantes a produzirem significados para atividades e conceitos matemáticos” (p. 22). Sem a intencionalidade de esgotar as possíveis configurações de uma aula de Matemática, o autor distingue seis diferentes ambientes de aprendizagem com base em dois paradigmas – dos exercícios e dos cenários para investigação – e em três referências – à matemática pura, à semirrealidade e à realidade – como mostra o Quadro 2:

Quadro 2 – Ambientes de aprendizagem.

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	1	2
Referências à semirrealidade	3	4
Referências à realidade	5	6

Fonte: Skovsmose, 2008, p. 23.

Acerca das referências, Skovsmose (2008) esclarece que intrinsecamente a elas existem objetivos e motivos para as ações, como a discussão de conceitos matemáticos, produção de significados, dentre outros. Uma tarefa de Matemática pode se referir à Matemática, e somente a ela. Com essa referência, poderíamos gerar um ambiente de aprendizagem pautado na resolução de exercícios (1), dominado por tarefas do tipo:

$$(27a-14b) + (23a+5b) - 11a =$$

Fonte: Skovsmose, 2008, p. 23.

Ou ainda um cenário para investigação com referência na Matemática. Atividades de investigações matemáticas são apropriados exemplos do ambiente de aprendizagem (2). A tarefa a seguir é uma ilustração para este caso:

O número 729 pode ser escrito como uma potência de base 3. Para verificar basta escrever uma tabela com as sucessivas potências de 3:

$$\begin{aligned} 3^2 &= 9 \\ 3^3 &= 27 \\ 3^4 &= 81 \\ 3^5 &= 243 \\ 3^6 &= 729 \end{aligned}$$

a) Procura escrever como uma potência de base 2:

$$\begin{aligned} 64 &= \\ 128 &= \\ 200 &= \\ 256 &= \\ 1000 &= \end{aligned}$$

b) Que conjecturas podes fazer acerca dos números que podem ser escritos como potências de base 2? E como potências de base 3?

Fonte: Cunha et al., 1998.

Os ambientes (3) e (4), por sua vez, referem-se a situações simuladas, possíveis de serem reais, como aquelas geralmente descritas em livros didáticos:

Se 6 balas custam R\$0,93, quanto custam 22 balas?

A questão anterior consiste numa situação artificial. Certamente, os dados podem ser reais para alguma situação, contudo, dificilmente o autor responsável por sua elaboração tenha investigado preços de balas ou mesmo tenha conhecido alguém interessado em comprar 22 unidades dela sob as mesmas condições expostas na situação. É nesse sentido que, de acordo com Skovsmose (2008, p. 25), uma “semirrealidade é um mundo sem impressões dos sentidos [...], de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes. Além disso, toda informação quantitativa é exata [...]”. Nesse caso, negociar sobre descontos para a compra de determinada quantidade de balas ou sobre os sabores das balas seria irrelevante.

Outras situações, com referência na semirrealidade, por sua vez, podem fundamentar o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem caracterizado por explorações e explicações. Como um ambiente do tipo (4), Skovsmose (2008) discute encaminhamentos de uma aula construída a partir de uma tarefa sobre corrida de cavalos. O autor sugere que o professor desenhe uma pista de corrida no quadro e considere onze cavalos. Cada aluno poderia jogar dois dados e a partir da soma obtida, marcaria uma cruz no diagrama:

				X						
				X				X		
	X	X		X	X	X	X	X		X
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Fonte: Skovsmose, 2008, p. 26.

Nessa situação simulada, os alunos assumiriam a posição de apostadores em agências específicas, escolheriam seus tipos de cavalos, analisariam as propostas de cada agência sobre o pagamento de prêmios, até que em determinado momento, ainda que no ambiente da sala de aula, observações como as necessidades fisiológicas dos cavalos ou a atribuição de nomes aos animais não seriam percebidas como obstruções à aula ou como informações desnecessárias. Nesse cenário, as estratégias serão produzidas, testadas e aprimoradas, pois as informações matemáticas não estão explícitas num enunciado, nem são exatas. Essas características são condizentes a cenários para investigação, portanto, diferem-se de ambientes assentados na resolução de exercícios.

No paradigma do exercício, ainda devemos considerar o ambiente com referência na realidade²⁹. As tarefas são baseadas em situações da vida real e apresentadas como parte do exercício, ou seja, questões que permitem respostas únicas e cujos dados matemáticos já estão disponibilizados em excertos que têm como referência situações reais. Por exemplo, questões sobre diagramas que representam taxas de desemprego, como sugere Skovsmose (2008).

Por fim, o ambiente de aprendizagem do tipo (6) refere-se aos cenários caracterizados pela busca de informações, construção de estratégias, levantamento de hipóteses, pelo questionamento... *o que acontece se?*... de situações com referência na realidade. Por exemplo, a investigação sobre o excesso de gasto de água de uma escola.

Nessa perspectiva, podemos inferir que os ambientes de aprendizagem fundamentados em cenários para investigação estão alinhados às pedagogias críticas de ensino, na medida em que descentralizam o papel do professor, historicamente legitimado como único detentor do saber e responsável pelo processo de ensino, conferem maior autonomia aos estudantes e são ancorados em tarefas cujas respostas não podem ser antevistas por professor e alunos. Ao mesmo tempo, ambientes de aprendizagem com referência na realidade podem proporcionar reflexões aos alunos e ao professor sobre o contexto social em que estão inseridos.

²⁹ Não adentraremos na discussão sobre realidade neste texto. No entanto, explicitamos nosso posicionamento segundo o qual matemática e realidade não são disjuntas, pois consideramos a primeira como uma construção humana.

No âmbito da EM, ainda que diversas sejam as definições, concepções ou perspectivas existentes (KLUBER; CALDEIRA, 2015, p. 312), suas indicações têm em comum “um entendimento geral de que a Modelagem aborda, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001a, p. 27). É nesse sentido que podemos afirmar que, em geral, os ambientes de aprendizagem gerados pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem têm características consonantes às do ambiente de aprendizagem (6). Por outro lado, ainda que com mesmos referenciais, esses ambientes assumem configurações diferentes no que se refere à prática docente.

Para Barbosa (2007, p. 161), pesquisador cuja compreensão sobre Modelagem está alinhada à perspectiva sociocrítica, “a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência da realidade”. De acordo com o autor, o conceito trata apenas de delimitar as fronteiras entre o ambiente de uma atividade de Modelagem, sob esta perspectiva, e outros ambientes de aprendizagem.

Barbosa (2001a) esclarece esse entendimento de forma aprofundada ao discutir os conceitos de indagação e problematização. A investigação é o caminho pela qual a indagação se faz. Fundamentado em Paulo Freire, mais especificamente no livro *Por uma pedagogia da pergunta*, Barbosa (2001a) afirma que indagar desencadeia a formulação de perguntas que instigarão a busca por respostas. Assim, o indagar permeia tanto a explicitação de problemas, problematização, quanto o seu processo de resolução. Investigar, deste modo, trata da “busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas” (BARBOSA, 2001a, p. 32).

Considerando tais apontamentos, o autor indica algumas regiões de possibilidades para as práticas com Modelagem no ambiente escolar, ponderando sobre os papéis assumidos por professor e alunos. Barbosa (2004b) denomina essas possibilidades de casos e justifica que eles não são prescritivos, mas ilustram a flexibilidade de práticas correntes na literatura.

Quadro 3 –Tarefas no processo de Modelagem.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa, 2004b, p. 5.

Do caso 1 ao caso 3, a responsabilidade pela condução das ações vai sendo mais compartilhada com os alunos. Em tempo, na perspectiva sociocrítica, seja qual for a configuração da atividade quanto às práticas de professor e alunos as situações precisam ser, de fato, reais. Barbosa (2001a) esclarece que essa referência na vida real alude a situações oriundas do dia a dia ou a outras áreas do conhecimento, que não a Matemática. Ponderação da qual compartilhamos. Sobre essa questão, o autor escreve que

As situações a serem indagadas e/ou investigadas pelos alunos não foram formuladas apenas com o propósito de ensinar matemática. Os atributos que qualificam a situação e seus dados não foram criados (no sentido estrito da palavra), mas são partes das circunstâncias que a sustentam (BARBOSA, 2001a, p. 33).

Sob o olhar da perspectiva sociocrítica, mais importante que construir representações matemáticas para se compreender situações com referência na realidade é analisar a situação, considerando os diferentes fatores que a condicionam, por meio do ferramental matemático. Nas palavras de Paulo Freire (1991), “não basta ler que Eva viu a uva. É preciso compreender qual a posição que Eva ocupa no seu contexto social, quem trabalha para produzir a uva e quem lucra com esse trabalho”. Nesse sentido, privilegiar aspectos reflexivos numa atividade matemática é agir segundo a pedagogia freireana.

De acordo com Barbosa (2007) e Barbosa e Santos (2007), diversos tipos de discussões emergem quando os alunos atuam em atividades de Modelagem: i) discussões matemáticas: referem-se às discussões com referência na matemática pura; ii) discussões técnicas: referem-se à representação da situação em termos matemáticos; iii) discussões reflexivas: referem-se àquelas em que os alunos discutem a interferência dos critérios adotados na construção de um modelo que representa a situação estudada; iv) discussões paralelas: referem-se à falas concernentes ao contexto em que os alunos estão inseridos, ou mesmo à própria matemática; porém, não interferem na construção da representação matemática da situação estudada.

Em pesquisa (BRAZ, 2014) anterior, evidenciamos que discussões paralelas são importantes no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, na medida em que abrem caminhos para que alunos, normalmente, não reconhecidos como matematicamente competentes nas aulas de Matemática, insiram-se de forma efetiva nesse ambiente e sejam entendidos como importantes no empreendimento de tarefas. Além disso, as discussões desenvolvidas permitem a caracterização das práticas dos estudantes, em uma instância discursiva (BARBOSA; SANTOS, 2007) quando trabalham em atividades de Modelagem.

Essas ponderações indicam que os ambientes de aprendizagem construídos a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática assumem configurações distintas decorrentes do posicionamento pedagógico do professor, do cenário educacional em questão ou mesmo dos propósitos da Modelagem. Esse posicionamento é tomado por Barbosa (2007) e por Barbosa e Santos (2007), que adentram em tal discussão discorrendo sobre a relação entre as privilegiações das diferentes discussões que surgem quando alunos trabalham com Modelagem e os propósitos da atividade, como mostra o Quadro 4:

Quadro 4 – Relação entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada.

Propósitos da Modelagem	Tipos de discussões privilegiadas
Desenvolver conceitos/ideias matemáticas.	Matemáticas
Desenvolver das habilidades de resolução de problemas aplicados.	Técnicas
Analisar a natureza dos modelos matemáticos.	Reflexivas

Fonte: Barbosa, 2007, p. 169.

O Quadro 4 embasa a argumentação de que “diferentes perspectivas de Modelagem geram diferentes legitimidades para as discussões produzidas e enfatizadas no desenvolvimento das atividades” (BARBOSA; SANTOS, 2007, p. 10). Ao mesmo tempo, independente da perspectiva de Modelagem considerada, todas estão pautadas num ambiente de aprendizagem em que se estabelece um cenário de investigação, com referência na realidade.

Considerando esses apontamentos, na subseção seguinte procuramos caracterizar alguns elementos de ambientes de aprendizagem gerados a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem, conduzidos sob diferentes concepções, a fim de promover reflexões sobre a postura pedagógica do professor e sobre as configurações das aulas de Matemática.

2.3.1 Explorando ambientes de Modelagem desenvolvidos sob diferentes concepções

Nesta subseção, descrevemos e tecemos considerações sobre episódios decorrentes de experiências com Modelagem no cenário brasileiro. Mais especificamente, consideramos vivências decorrentes do desenvolvimento de pesquisas por membros do Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática – GIEMEM – do qual esta pesquisadora faz parte. A opção por considerar estudos dos membros desse grupo se deve

à familiaridade da pesquisadora tanto com os procedimentos seguidos na elaboração das tarefas, quanto com aqueles concernentes ao desenvolvimento das atividades no âmbito educacional.

O objetivo dessa sistematização não é alinhar teorias pedagógicas a concepções de Modelagem num protocolo fixo, mas indicar aproximações quanto aos objetivos didáticos e as tendências pedagógicas nas atividades relatadas, de modo a compreender as práticas escolares em que se desenvolvem atividades de Modelagem de um modo mais amplo.

- **Atividade 1– “Projeto Troca- Verde”**

A primeira atividade considerada trata de uma experiência relatada em Braz e Kato (2014), desenvolvida numa turma de terceiro ano do Ensino Médio profissionalizante, ao propor e estudar uma situação que consistia em um problema para o município na qual a escola estava localizada. Essa experiência foi ancorada na concepção de Modelagem apresentada por Barbosa (2001a).

À época do desenvolvimento das aulas de Matemática, no ano de 2013, um projeto ambiental municipal, intitulado Troca-Verde, não estava vigorando. Esse fato provocou discussões sobre a relevância do projeto, que tinha como objetivo coletar materiais recicláveis gerados pela população, oferecendo verduras orgânicas, cultivadas na horta municipal, em troca. Nas trocas-verde, os habitantes da cidade poderiam trocar sacolas com materiais recicláveis, por sacolas com verduras orgânicas, ou por melancias.

Diversas indagações surgiram no âmbito da aula, referentes à quantidade de lixo arrecadada nas trocas, à quantidade de participantes das trocas, à quantidade de verduras recebidas pela população, culminando nos seguintes problemas: “*Quais os impactos do projeto Troca-Verde para a cidade, em termos de resíduos coletados e verduras orgânicas distribuídas?*, e mais: *Se o projeto estivesse sendo realizado em 2013 qual seria a previsão de participantes para as Trocas?*” (BRAZ; KATO, 2014, p. 90).

Organizados em quatro pequenos grupos, os onze alunos recorreram à Secretaria de Meio Ambiente do município para ter acesso aos dados referentes ao projeto no período em que funcionou. Para responder às questões formuladas, a turma discutiu sobre as trocas das quais participaram a fim de estimar a quantidade de verduras recebidas em troca dos resíduos levados, sobre a coleta e reciclagem dos materiais, sobre a questão populacional e sobre os problemas ocasionados pela ausência de saneamento básico adequado.

Sobre esse ambiente de aprendizagem constituído, podemos afirmar que a situação consistia, de fato, num problema para a comunidade a que pertenciam, os dados e a situação

não foram criados para o estudo. Nesse caso, a Matemática utilizada já fazia parte do repertório dos alunos, serviu de ferramenta para a análise da situação de interesse e emergiu da necessidade da turma, que se mostrou instigada a investigar o projeto Troca-Verde. Naquelas circunstâncias, a situação indagada não foi formulada com o objetivo de estudar conceitos matemáticos específicos, mas as discussões de cunho matemático foram desenvolvidas para que fosse tecido um caminho que culminasse nas reflexões sobre o projeto.

Em outras palavras, o empenho da turma por *investigar um tema* de interesse requereu o desenvolvimento de investigações matemáticas. Considerando os interesses da professora e da turma, discussões de cunho reflexivo (BARBOSA, 2007) foram privilegiadas. A turma teceu considerações sobre os impactos do Troca-Verde na alimentação da população de baixa renda; sobre a quantidade de resíduos destinada aos aterros sanitários da cidade e às empresas de reciclagem, valendo-se do estudo matemático. Para além das discussões sobre a relação entre os critérios matemáticos escolhidos e os resultados obtidos, os alunos argumentaram sobre questões sociais a partir do estudo matemático. Essa foi uma característica importante nesse ambiente de aprendizagem, na medida em que direcionou posicionamentos da professora e da turma.

Atividade 2 – “O pé grande”

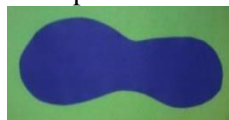
A segunda tarefa considerada foi desenvolvida no âmbito de uma investigação cujo objetivo foi elucidar “potencialidades de tarefas de Modelagem com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, no atendimento das orientações didáticas presentes nos PCN, no que tange aos objetivos propostos para o ensino de Matemática neste nível escolar” (ZANELLA; KATO, 2016, p.30). Trata-se do desenvolvimento de uma atividade orientada pela primeira autora do texto citado com seis alunos do quinto ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, de uma escola pública na cidade de Maringá – Estado do Paraná.

A situação, adaptada de Blum e Ferri (2009), proposta à turma foi a seguinte:

O Pé Grande

Problemática - Saiu no jornal a seguinte notícia:

“Uma joalheria foi roubada na noite passada e todas as joias foram levadas pelo meliante. A polícia não conseguiu capturar o ladrão. A única pista que os policiais encontraram na cena do roubo foi uma grande pegada deixada pelo ladrão, como você pode ver na foto” (Blum; Ferri, 2009).



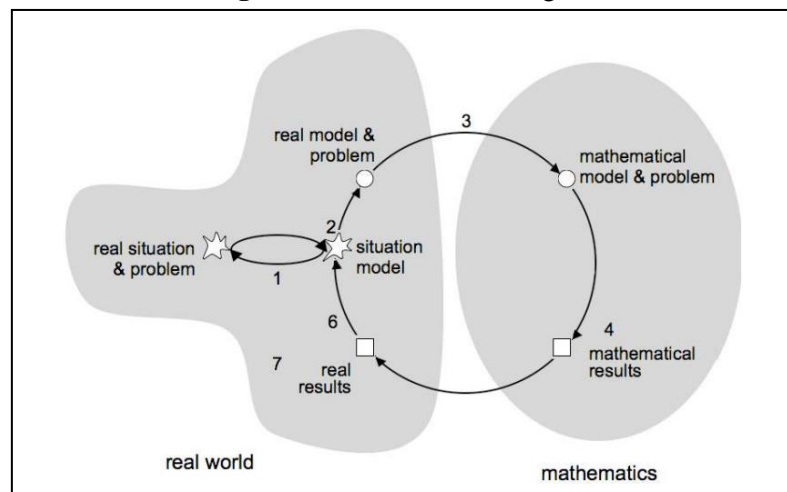
De acordo com a notícia do jornal, ajude a polícia determinar a altura do ladrão. Não se esqueça de justificar a resposta.

Fonte: Zanella; Kato, 2016, p. 30.

A tarefa proposta solicitava que se estimasse a altura do ladrão, considerando o tamanho da pegada deixada por ele. Para tanto, a professora|pesquisadora³⁰ disponibilizou aos grupos de alunos uma folha de sulfite com uma pegada desenhada, medindo 40 centímetros. A tarefa foi encaminhada de acordo com as orientações de Werner Blum.

Blum (2013) compreende a Modelagem como uma tarefa que demanda uma interpretação matemática de uma situação do mundo real, e propõe sete passos para o desenvolvimento de tarefas desta natureza, representados no esquema a seguir:

Figura 7 – Ciclo de Modelagem.



Fonte: Blum, 2013, p. 55.

Fundamentado nesse esquema, Blum (2013) afirma que antes de tudo é necessário simplificar e idealizar a situação, a fim de torná-la matematicamente acessível. Isso requer a construção de um modelo mental e a idealização da situação. Em seguida, constrói-se um modelo matemático e interpreta-se seus resultados valendo-se da situação real, de modo a validá-lo. Para tanto, é preciso pensar sobre que variáveis foram consideradas, quais foram ignoradas e questionar a situação por meio dos modelos. Por fim, os resultados devem ser expostos.

Considerando essas etapas, Blum (2013) trata a Modelagem como a capacidade de um indivíduo construir e utilizar modelos matemáticos por meio de etapas apropriadas e sintetiza

³⁰ Utilizaremos este termo, conforme sugerido por Campos e Araújo (2015) para nos referir a(o) pesquisador(a) que cumpre também papel de professor(a).

tais etapas em quatro passos para o desenvolvimento de competências³¹ em tarefas de Modelagem: i) compreender o problema: etapa em que o aluno lê o problema e compreende a tarefa; ii) simplificar: idealizar a situação em termos matemáticos; iii) usar a matemática: abarca a matematização das informações contidas no modelo real ; iv) explicar os resultados: etapa em que se interpreta e valida o modelo construído para aquela situação.

Os seis alunos participantes da atividade foram organizados em dois grupos que seguiram estratégias diferentes. Um dos grupos definiu que deveria trabalhar com a medida do pé, em centímetros, já que o número do calçado era uma informação irrelevante. Partindo desse pressuposto, mediram os pés dos integrantes do grupo, em centímetros, e suas alturas, em metros, na busca por uma resposta. Em seguida, duplicaram a medida do pé de um integrante, cujo resultado foi 20 centímetros e a altura do aluno (1,35 m) para determinar a altura do ladrão. Além disso, o grupo comparou os resultados obtidos com a altura de um homem grande, secretário da escola em que estudava. A partir dessa resposta, discutiu sobre as reais possibilidades de altura de uma pessoa. O segundo grupo, por sua vez, mediu o pé de cada participante, obteve a média das medidas, mas não definiu como determinar a altura do ladrão, ainda que com intervenções da professora/pesquisadora. Dentre as estratégias não válidas traçadas, os alunos somaram a medida da altura de um aluno à medida de seu pé.

As estratégias delineadas pelos grupos revelam que, ainda que sem uma referência real, o estudo da situação subsidiou discussões desse gênero. O caráter da tarefa proposta alinha-se ao ambiente de aprendizagem do tipo (4), na medida em que os alunos investigaram, matematicamente, uma situação que inicialmente tinha referência na semirrealidade, pois a situação descrita, ainda que passível de ser real, não aconteceu. Essa atividade, entretanto, diferencia-se, em alguns aspectos, daquela usada por Skovsmose (2008) para ilustrar ambientes dessa natureza. Nesse caso, os alunos buscaram os dados quantitativos para responder ao problema no âmbito da própria turma. Os dados foram levantados com referência na realidade, posto que as crianças mediram seus próprios pés e alturas. Isso permitiu que diversas respostas fossem pertinentes e subsidiou negociações sobre o significado dos resultados encontrados, com base em dados reais e no contexto em que a turma se inseria.

Por outro lado, considerando a natureza fictícia da situação inicial, discussões acerca da ocorrência do roubo, tais como: *como o crime ocorreu?*; *Que joias foram roubadas?*; *Qual*

³¹ Não é nosso objetivo discutir o termo competência. Apenas nos valemos do relato da experiência para discutirmos a configuração do ambiente de aprendizagem, nessa perspectiva de Modelagem. Para uma discussão sobre essa temática, indicamos a leitura de Zanella (2016).

o prejuízo para o dono da joalheria? não foram descritas pelas autoras por, provavelmente, não terem sido foco de atenção da professora|pesquisadora e dos estudantes. Esses questionamentos poderiam ter gerado discussões paralelas ou mesmo reflexivas nesse contexto, gerando novas configurações para a aula em termos de participações dos alunos. O objetivo da tarefa proposta, entretanto, foi a de usar os conhecimentos matemáticos já construídos pela turma para responder ao problema. Nesse sentido, discussões de cunho técnico e matemático foram privilegiadas.

É importante salientar dois importantes aspectos: primeiro, a tarefa consistiu um problema para a turma, que não dispunha de esquemas *a priori* para resolvê-lo e se engajou nesta busca; segundo, a matemática utilizada nesse estudo não foi determinada *a priori* pela professora|pesquisadora, nem era seu objetivo ensinar novos conceitos matemáticos, por meio da atividade, de acordo com o objetivo descrito pelas autoras para o estudo. Considerando, no entanto, o repertório matemático da turma, é aceitável afirmar que os conceitos dispostos na atividade foram, de certo modo, previsíveis. Com relação a esse aspecto – o repertório matemático sistematizado –, pode-se dizer que a previsibilidade dos conceitos matemáticos usados em atividades de Modelagem diferencia-se em cada nível de ensino e também interfere na configuração de ambientes de aprendizagem construídos a partir de atividades de Modelagem.

- **Atividade 3– “Resfriamento do refrigerante”**

Essa experiência faz parte de uma pesquisa de doutoramento cujo objetivo central consistiu em “investigar o potencial de uma sequência de situações, envolvendo problemas no contexto da Modelagem Matemática, na perspectiva dos registros de representação semiótica e das mudanças de domínio, na condução do processo de aprendizagem das equações diferenciais ordinárias para estudantes dos cursos de engenharias” (BARROS, 2017). Para tanto, a pesquisadora desenvolveu atividades que envolveram o conceito de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs, doravante) com alunos dos cursos das engenharias Ambiental, de Alimentos, Civil e Eletrônica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus de Campo Mourão, num projeto de extensão. Dentre as tarefas propostas, três atividades de Modelagem foram desenvolvidas no período contraturno, orientadas de acordo com a concepção de Bassanezi (2011).

Bassanezi (2011) trata a Modelagem como uma estratégia de ensino e aprendizagem (KLÜBER; CALDEIRA, 2015) definida como “processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a

finalidade de previsão e tendências” (BASSANEZI, 2011, p. 24), ainda, considera que um modelo matemático consiste num “conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (idem, p. 20). Tal como Biembengut e Hein (2003), Bassanezi (2011) argumenta que, no ensino, considerando as demandas curriculares e outras condições do ambiente escolar, o processo de Modelagem assume características específicas, portanto, o denomina de Modelação e argumenta que, mais importante que a construção de modelos, como estratégia de ensino e aprendizagem, o papel da Modelagem é o de caminhar seguindo etapas, em que seja possível sistematizar e aplicar conteúdos matemáticos.

O autor sugere cinco etapas, não rígidas, para a modelagem de um problema ou situação real, que de modo geral abarcam as respectivas ações: 1) experimentação: etapa de obtenção de dados sobre o que se pretende estudar; 2) abstração: envolve procedimentos que culminam na descrição de modelos matemáticos. Essa etapa envolve os processos de seleção de variáveis, problematização da situação em termos da linguagem da área em que se está trabalhando, a formulação de hipóteses e a simplificação dos modelos, com o cuidado de não se perder informações importantes; 3) resolução: abarca a resolução dos modelos matemáticos. Nesta etapa, o sujeito atua, essencialmente, com procedimentos matemáticos descontextualizados; 4) validação: processo de aceitação ou reformulação do modelo construído; e 5) modificação: reformulação do modelo, considerando-se que as simplificações e idealizações não conduzem à previsões definitivas e únicas.

No contexto da pesquisa de Barros (2017), essas etapas foram seguidas para o estudo de uma situação sobre a variação da temperatura de um refrigerante gelado deixado à temperatura ambiente.

Durante a realização do curso, uma das alunas afirmou que o refrigerante que estava tomando havia esquentado. A partir dessa fala, a professora|pesquisadora ensejou uma discussão acerca da variação da temperatura de líquidos quentes e frios quando deixados à temperatura ambiente. Em acordo, estabeleceram que em um próximo momento mediriam a temperatura de um refrigerante armazenado numa lata, quando deixado à temperatura ambiente, em intervalos de dez minutos no decorrer de duas horas e meia, e assim procederam.

Segundo a pesquisadora, o objetivo do desenvolvimento dessa atividade era que a turma descrevesse a situação por meio de uma EDO e entendesse a derivada como taxa de variação. Considerando o fato de que essa atividade foi realizada logo após uma outra na qual

os alunos utilizaram uma EDO para descrever uma situação com características análogas, esperava-se que os mesmos conceitos matemáticos fossem utilizados como ferramentas.

Organizados em quatro pequenos grupos, a turma definiu as variáveis do problema: temperatura (T), temperatura ambiente (T_a) e o tempo (t), definiu hipóteses e formulou o seguinte problema: “*Qual a EDO que modela a situação?*”. Para responder à questão, os procedimentos seguidos foram os seguintes: verificar a variação de temperatura de um refrigerante deixado à temperatura ambiente em intervalos de tempo pré-determinados; discriminar as variáveis do problema; descrever um modelo matemático representado por uma EDO; construir o campo de vetores e analisá-lo articulando aos dados coletados; e modificar etapas anteriores de modo a reformular o modelo.

De acordo com a pesquisadora, o problema de Modelagem formulado é uma adaptação da seguinte proposta “Quando um bolo é retirado do forno, sua temperatura é de 300°F. Três minutos depois, sua temperatura passa para 200°F. Quanto tempo levará para sua temperatura chegar a 70 graus, se a temperatura do meio ambiente em que ele foi colocado for exatamente 70°F?” (ZILL; CULLEN, 2012, p. 107). Ainda que com referência nessa situação, a adaptação do problema e os encaminhamentos seguidos pela professora|pesquisadora e alunos fundamentaram ambientes de aprendizagem com referências diferentes.

A situação descrita no livro sobre Equações diferenciais tem referência na semirrealidade. Além disso, a proposta apresenta todos os dados quantitativos para o estudo e requer resposta única e exata. Assim, ainda que o professor assumisse um posicionamento dialógico e incitasse episódios de negociação na aula, eles seriam restritos pelas próprias particularidades da situação proposta, assentada no paradigma do exercício.

Por outro lado, como indica Barros (2017, p. 228-229), no caso da atividade de Modelagem, em que os próprios alunos definiram o tema de estudo, “não se deu apenas com a substituição dos dados em uma EDO já definida, os alunos selecionaram as variáveis, levantaram hipótese, refutaram esta hipótese, validaram o modelo”. Esse procedimento, segundo a professora|pesquisadora, estimulou a participação mais ativa dos alunos, na medida em que reconheceram-se como responsáveis pela condução do processo.

Ambas as propostas, a apresentada em Zill e Cullen (2012) e o problema de Modelagem proposto por Barros (2017), foram desenvolvidas com o mesmo objetivo: abordar o conceito de EDO. Entretanto, elas têm referências e motivos para as ações distintos. De acordo com Skovsmose (2000, p. 7), “as referências também incluem os motivos das ações; em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objetivo de uma ação (realizada pelo

aluno na sala de aula de Matemática)”. Assim, enquanto a primeira proposta envolve o significado como uma elaboração intrínseca unicamente ao conceito de EDO, a segunda é permeada pela compreensão de que o significado “pode ser desenvolvido pela introdução de outros conjuntos de referências. Portanto, o significado também pode ser visto, primeiramente, como uma característica das ações” (SKOVSMOSE, 2010, p. 7). No caso da atividade de Modelagem de Barros (2017), a atividade envolveu um processo investigativo incitado por um tema com referência na realidade, ou seja, os motivos das ações realizadas pelos alunos estão localizados, também, no contexto de desenvolvimento da investigação.

O ambiente de aprendizagem configurado a partir da atividade de Modelagem ainda deve ser caracterizado quanto às discussões privilegiadas pela professora|pesquisadora. Dado o objetivo da pesquisa, que envolveu a compreensão dos diferentes aspectos e propriedades do objeto EDO, discussões matemáticas foram privilegiadas. Em momentos de dúvidas por parte dos alunos, foram levantadas questões que estimularam a descrição de modelos matemáticos, como quando questionou-se “*Quanto tempo seria necessário para que a temperatura do refrigerante atingisse a temperatura ambiente?*”. As discussões matemáticas foram ainda priorizadas considerando-se que, em diversos momentos, os conhecimentos matemáticos necessários à descrição de representações matemáticas concernentes à situação foram objeto de estudo, ou seja, o repertório matemático dos alunos era insuficiente para tal descrição. Em muitas situações de Modelagem, os estudantes deparam-se com obstáculos relacionados ao conteúdo, emergindo a necessidade de construir conhecimentos por meio da atividade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Dessa forma, “os alunos podem tanto ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso” (idem, p. 23).

Em síntese, os motivos para usar a Modelagem tanto embasaram o delineamento da tarefa proposta, quanto a legitimação de determinadas práticas na sala de aula, como a legitimação de discussões matemáticas. Dessa forma, esse ambiente de aprendizagem assumiu características particulares decorrentes dos seus condicionantes (professora|pesquisadora, alunos, tarefa proposta, contexto educacional) e que o distinguem de outros ambientes de aprendizagem também desenvolvidos com referência na realidade e num cenário de investigação, mas orientados sob outras concepções de Modelagem.

- **Atividade 4 – “Desmatamento da floresta Amazônica”**

A quarta atividade refere-se a uma experiência vivida e relatada por Oliveira (2017) ao orientar uma proposta de Modelagem com quinze alunos de um curso de licenciatura em

Matemática de uma instituição privada no oeste do Paraná, encaminhada de acordo com a concepção de Burak (2004). A atividade foi vivenciada no âmbito da disciplina de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado I e fundamentou reflexões sobre a prática de Modelagem na formação inicial de professores.

A concepção de Modelagem que norteou a experiência compreende-na como uma alternativa de ensino e aprendizagem (KLÜBER; CALDEIRA, 2015) constituída “como um conjunto de procedimentos, cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62). Burak (1992, 2004) indica dois pressupostos para a adoção da Modelagem: i) partir do interesse das pessoas envolvidas e; ii) obter os dados para o estudo no ambiente em que se localiza o interesse do grupo. Ademais, sugere que o trabalho com Modelagem ocorra em cinco fases: “1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático; 5) análise crítica da(s) solução(es)” (BURAK; KLÜBER, 2010, p. 158). Esses encaminhamentos foram seguidos pelo professor|pesquisador.

Tal como nos episódios relatados anteriormente, a turma, que trabalhou nas atividades por quinze horas aula, foi organizada em grupos de três ou quatro alunos. Cada um dos grupos constituídos teve a oportunidade de escolher um tema de interesse. No intuito de guiar essa etapa, o professor|pesquisador disponibilizou algumas folhas de jornais regionais e orientou que se escolhesse uma reportagem para entendê-la do ponto de vista crítico e/ou social. As ações tomadas pelo professor até então caracterizam tanto a etapa da escolha do tema da atividade, quanto a indicação de Burak (2004) concernente à obtenção de dados.

Num segundo momento, partindo da premissa de que não se pode intervir em realidades desconhecidas (BURAK; KLÜBER, 2010), a turma realizou a pesquisa exploratória sobre os temas de seus interesses. Dentre os cinco grupos participantes dessa experiência, o autor descreveu os caminhos percorridos por um deles, que optou por estudar o problema do desmatamento da Amazônia. Os estudantes buscaram informações sobre a temática em páginas da internet e nos jornais. Segundo o pesquisador, os alunos “registraram a dificuldade em escolher o tema e problematizá-lo e ter que, com base nele, realizar a pesquisa exploratória, uma vez que eles não sabiam qual seria o objetivo final da prática” (OLIVEIRA, 2017, p. 508).

Uma das hipóteses sobre essa dificuldade se assenta na possibilidade da ausência de ambientes de aprendizagem pautados em cenários investigativos no decorrer da Educação Básica (SKOVSMOSE, 2008), pois a pesquisa exploratória tem a ver com a busca por

aspectos concernentes ao tema escolhido, sob diferentes enfoques, como políticos, sociais, econômicos etc. e requer uma postura curiosa e investigativa. Atributos que pouco se fazem presentes nas aulas desenvolvidas de acordo com a tradição da Matemática escolar.

Nesse sentido, o trabalho de mediação do professor em atividades de Modelagem é imprescindível. Nesse caso, a orientação docente tanto estimulou o processo de exploração da situação, quanto a elaboração da problemática em termos matemáticos, ao questionar: “De que forma poderíamos dar a esses problemas levantados uma interpretação quantitativa? Como poderíamos delinear um olhar matemático para essas problemáticas, a partir dessas interrogações por vocês estabelecidas?” (OLIVEIRA, 2017, p. 509). As questões instigaram o processo de problematização que culminou na elaboração da seguinte pergunta: “*Qual seria a previsão de tempo para a extinção da mata Amazônica causada pelo desmatamento?*” (idem, p. 509).

A problemática apresentada pelo grupo é sustentada por características importantes elencadas por Burak e Klüber (2010) ao diferenciarem problemas de Modelagem de outros problemas matemáticos. Para os autores, os problemas de Modelagem são elaborados a partir de dados provenientes da pesquisa exploratória, são mais amplos, estimulam a busca e organização de dados e subjazem a compreensão de determinadas situações. Percorridas essas etapas, o grupo passou ao momento de resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático.

Para Burak (2004), esse momento é muito rico, na medida em que motiva os estudantes. É importante salientar que no contexto do problema pode-se desenvolver vários conteúdos matemáticos, mas é a situação que determinará que conteúdo(s) será(ão) trabalhado(s). No caso dessa experiência, desenvolvida no âmbito na formação inicial, o grupo em questão optou por usar operações elementares e o cálculo de média aritmética para responder ao problema, pois considerou as possibilidades de estudo na Educação Básica. A partir das soluções encontradas, o grupo procurou outras informações que validassem os resultados obtidos e discutiu as implicações do desmatamento matematicamente, num momento de socialização dos seus resultados com a turma toda. Esse momento caracteriza a análise crítica das soluções, fortemente marcada pela argumentação lógica.

A descrição das ações dos alunos e do professor|pesquisador ao trabalharem em uma atividade de Modelagem, desenvolvida de acordo com a concepção de Burak (2004), sustenta outra configuração para um ambiente de aprendizagem desenvolvido a partir de uma proposta construída com referência na realidade e em um cenário de investigação. Além disso, essa experiência subsidia reflexões, particulares, sobre o trabalho investigativo, o papel e

emergência dos conceitos matemáticos, a postura do professor|pesquisador e as discussões privilegiadas neste ambiente.

Singularmente às outras experiências, nesse caso, cada grupo constituído teve a oportunidade de escolher um tema de interesse, o que levou ao estudo de cinco diferentes temas num mesmo ambiente físico e tempo de aula. Essa configuração do ambiente de aprendizagem gera algumas implicações. Antes de tudo, considerando a concepção que direcionou essa prática, a escolha demandou o estudo de conceitos matemáticos diferentes, emergentes de cada situação. Conseqüentemente, o momento de socialização das investigações desenvolvidas requer discussões de uma variedade de conceitos matemáticos pela turma, levando-se em consideração que as situações precisam ser debatidas por meio da argumentação matemática. Isso não implica, necessariamente, em um estudo sistematizado de todos os conceitos envolvidos nas atividades de cada grupo, por toda a turma.

Em termos de práticas escolares, o ambiente construído a partir dessa concepção implica no rompimento da linearidade do currículo (KLÜBER; BURAK, 2008) e requer uma postura pedagógica que priorize o desenvolvimento do pensamento e argumentação matemática. Essas qualidades distanciam-se das de aulas assentadas no paradigma do exercício, em que é possível e intrínseca a previsibilidade e sequência dos conteúdos matemáticos a serem estudados e, também, de ambientes de aprendizagem construídos a partir da Modelagem Matemática, mas com o objetivo de estudar conceitos matemáticos específicos, como no caso da atividade 3 aqui descrita.

No caso da atividade 4, o fato da responsabilidade pela escolha do tema e problematização da situação ficarem à cargo dos pequenos grupos, tornou o processo investigativo inerente à atividade desde os seus primeiros momentos, pois não haviam informações qualitativas ou quantitativas dispostas à turma. A *investigação sobre o tema floresta amazônica* instigou *investigações matemáticas* que culminaram na reflexão sobre a situação sob tal enfoque. Nesse sentido, as discussões priorizadas foram aquelas que diziam respeito à adequação da Matemática utilizada para o estudo do caso. Essas são discussões reflexivas, pois referem-se a negociações sobre a interferência dos critérios matemáticos utilizados nos resultados obtidos. Ainda que reflexivas, tais discussões diferenciam-se, em certa medida, daquelas realizadas na atividade relatada no episódio 1. Nesse episódio, questões do tipo “quais os impactos do desmatamento da floresta amazônica na qualidade do ar que respiramos?”; “quais as conseqüências do desmatamento para a fauna e flora mundial?”, por exemplo, não formaram o foco de discussões principal. Atributos que dão uma

outra configuração à um ambiente organizado a partir das referências do ambiente de aprendizagem (6).

No Quadro 5, sintetizamos algumas particularidades das atividades relatadas, decorrentes das concepções de Modelagem seguidas e das escolhas didáticas do professor e as articulamos às tendências pedagógicas cujas características convergem.

Quadro 5 – Síntese das características dos ambientes de Modelagem descritos.

	Atividade 1 Projeto Troca-verde	Atividade 2 Pé grande	Atividade 3 Resfriamento do refrigerante	Atividade 4 Desmatamento da floresta Amazônica
Espaço da prática	Aula de Estágio Supervisionado	Aula de Matemática	Horário e espaço extraclasse.	Prática de Ensino e Estágio Supervisionado
Nível de ensino/curso	Curso de Formação de docentes em nível médio – terceiro ano	Anos iniciais do Ensino Fundamental – quinto ano	Alunos de cursos de engenharias	Alunos do curso de Licenciatura em Matemática
Objetivo da atividade	Interpretar situações não matemáticas, por meio do ferramental matemático	Estudar Matemática, por meio de uma situação contextualizada	Ensinar conceito matemático (EDO)	Interpretar situações não matemáticas, por meio do ferramental matemático
Referência	Realidade	Semirrealidade / Realidade	Realidade	Realidade
Escolha do tema	Alunos	Professora	Alunos	Grupos de alunos
Problematização	Alunos/Professora	Professora	Alunos/Professora	Alunos/Professor
Conteúdo Matemático	Determinado pela atividade	Determinado pela atividade	Determinado a priori	Determinado pela atividade
Aspecto enfatizado na investigação	Investigação do tema da atividade (Troca-verde)	Aplicação de conceitos matemáticos conhecidos	Investigação de conceitos matemáticos	Aplicação de conceitos matemáticos conhecidos
Referências pedagógicas	Libertadora	Histórico crítica	Crítico social dos conteúdos	Histórico crítica

Fonte: Elaborado pela autora.

Embora as experiências vivenciadas tenham se dado no âmbito da pesquisa e, portanto, vislumbrem objetivos de ordem destoante aos do professor que usa Modelagem nas aulas de Matemática fora desse contexto, as reflexões subsidiadas por essas práticas permitem-nos fazer inferências sobre a operacionalização da Modelagem na Educação Básica quanto à aspectos de natureza didática e pedagógica.

Em outras palavras, a compreensão sobre o ecletismo de práticas pedagógicas que permeiam as salas de aula nos diferentes níveis de ensino, permitem-nos entender também os

motivos pelos quais um ou outro aspecto tem sido enfatizado em situações de aula com Modelagem: o desenvolvimento de conceitos matemáticos, a compreensão de situações por meio do ferramental matemático ou a aplicação de conceitos matemáticos conhecidos, e as implicações dessas escolhas nos encaminhamentos das aulas.

Os episódios relatados têm pontos em comum quanto à organização didática da atividade. Em todos eles um cenário para investigação foi instaurado e, neles, os estudantes organizaram-se em pequenos grupos para empreenderem as ações negociadas. Essas peculiaridades idiossincráticas à Modelagem, independente de outras escolhas, denotam configuração específica para as aulas de Matemática, quanto à organização do espaço físico e relações entre os alunos e entre eles e o professor. Antes de tudo, rompe com a cultura pedagógica tradicional de carteiras individuais enfileiradas. Consequentemente, essa nova disposição favorece negociações entre os sujeitos envolvidos e o engajamento na atividade.

Diante dessas ponderações, entendemos que o desenvolvimento de atividades de Modelagem fomenta um ambiente de aprendizagem em que os alunos engajam-se, negociam significados sobre a situação de interesse, empreendem ações e compartilham um repertório, a partir da investigação de temas com referência na realidade, com interesse de discutir conceitos matemáticos ou dispor de um repertório matemático conhecido para interpretar situações. Dessa forma, considerando-se o pano de fundo de tarefas desta natureza – as teorias pedagógicas críticas – torna-se necessária e justificada sua abordagem em cursos de formação de professores de Matemática.

2.4 Modelagem na formação inicial de professores: seu lugar no currículo e orientações didáticas

A Matemática não é só cálculo. Quase todo mundo acaba por aprender a calcular, porém segundo os informes relativos ao nosso ensino de Matemática, não se fomentam em nossas crianças outras capacidades de níveis superiores [...] A Matemática é pensar (PAULOS, 1993, p. 41- 42).

Apoiada pela cultura da Matemática escolar, a ideia de que saber Matemática é sinônimo de saber efetuar cálculos com destreza, recitar definições e saber *de cor e salteado* a tabuada é fortemente aceita por nossa cultura e abençoada pela burocracia escolar (RUIZ; BELLINI, 2001). A esse quadro somam-se as visões de que a Matemática é hierárquica e um sistema de verdades absolutas. Não obstante, é comum nos depararmos com alunos habilidosos com cálculos e que, por isso, são considerados matematicamente competentes.

Nesse contexto, tanto como alternativa à superação da neutralidade e determinismo habitualmente associados à Matemática, quanto em favor de uma cultura escolar que valorize ideias, surgem as tendências (tais como a História da Matemática, Etnomatemática, Investigações matemáticas etc.) em EM. Dentre elas, autores têm indicado o uso da Modelagem desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (LUNA et al., 2009; TORTOLA, 2012, 2016), passando pelos Anos Finais do Ensino Fundamental (SANTOS; BISOGNIN, 2007; FERREIRA; WODEWOTSKI, 2007) e o Ensino Médio (BRAZ; KATO, 2014; 2015) até o Ensino Superior (ALMEIDA; SILVA, 2014, BARROS, 2017) como um processo alternativo ao ensino que prioriza procedimentos mecânicos em detrimento do desenvolvimento do pensamento matemático e crítico articulado a situações não necessariamente matemáticas.

Mediante esses apontamentos, diversas pesquisas tais como as de Barbosa (2001a), Silva (2007), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e de Oliveira (2016) indicam que a Modelagem, na perspectiva da EM, seja utilizada nos cursos de Licenciatura em Matemática com o objetivo de encorajar que os futuros professores a utilizem no processo de ensino. Fato é que, desde a consolidação da Modelagem como um campo específico da Educação Matemática, com a emergência de eventos nacionais como a CNMEM e os eventos estaduais, como o Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM) as publicações de relatos de experiências, artigos científicos, teses e dissertações têm mostrado que a Modelagem tem sido acometida de diversas maneiras na formação inicial de professores de Matemática.

O levantamento realizado por Vidotti e Kato (2014), por exemplo, identificou 9 dissertações e 4 teses, produzidas entre os anos de 1976 e 2013 que versaram sobre a Modelagem nos cursos de Licenciatura em Matemática. A análise das produções evidenciou que as pesquisas foram realizadas em diversas disciplinas das Licenciaturas, ou em cursos realizados em horário extraescolar e com objetivos díspares. As autoras categorizaram os estudos em três grupos de textos que abordaram: i) a Modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática para alunos da Licenciatura em Matemática; ii) atividades de Modelagem realizadas por alunos da Licenciatura em Matemática para ensinar Matemática ou Modelagem; e iii) as concepções de Modelagem Matemática dos futuros professores de Matemática. A partir dos resultados obtidos, Vidotti e Kato (2014) indicaram a necessidade de mais experiências com Modelagem no âmbito de disciplinas regulares dos cursos de Licenciatura e explicitaram surpresa ao constatarem que apenas dois trabalhos desvelaram aspectos concernentes à segunda categoria construída.

Com objetivo semelhante – mapear a produção concernente a Modelagem na formação de professores – Oliveira et al. (2017) realizaram um levantamento sobre os trabalhos publicados nas seguintes edições da CNMEM³²: I, III, IV, V, VI, VII, VIII e IX. Com o objetivo de contribuir no debate sobre a formação de professores em Modelagem, os autores realizaram um mapeamento dos trabalhos que foram publicados nos anais de oito edições da CNMEM a fim de estabelecer possíveis compreensões sobre o que dizem os trabalhos que enfocam a formação de professores. Com efeito, de 441 trabalhos, fizeram parte do estudo 149, dos quais manifestaram-se dois contextos: i) Modelagem na formação inicial de professores e ii) Modelagem na formação continuada de professores, e de ambos, emergiu a especificidade de trabalhos que discutem sobre a Formação de professores em Modelagem, endereçada à *perspectiva formativa* da Modelagem Matemática (OLIVEIRA, 2017).

Ao olharmos para os 74 trabalhos (dentre os 149 considerados no processo analítico dos autores) que tratam de experiências vividas na formação inicial de professores de Matemática, evidencia-se que se tratam de atividades desenvolvidas em diferentes contextos, como em disciplinas matemáticas (como Cálculo Diferencial e Integral) disciplinas de práticas de ensino e de Estágio supervisionado, no PIBID, na disciplina de Modelagem Matemática, dentre outras.

A sistematização dos ambientes em que ocorreram as vivências exibe um percentual considerável de experiências desenvolvidas em disciplinas denominadas de matemáticas, as quais abarcam componentes curriculares como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear e Geometria Analítica, Cálculo numérico, dentre outras. Nesse caso, grande parte dos relatos tratam de atividades desenvolvidas na disciplina de CDI, principalmente nas primeiras edições dessa conferência, com o objetivo de motivar o processo de ensino e de aprendizagem e de ensinar Matemática por meio de suas aplicações. Na primeira edição da CNMEM, por exemplo, dentre os cinco trabalhos desenvolvidos na formação inicial, quatro deles tratam de experiências vividas nas disciplinas de CDI. Só mais tarde, a partir da V CNMEM outros contextos de vivências são relatados, acompanhados de objetivos também diferentes daqueles enunciados até então, surgem os primeiros estudos cujos objetivos centrais consistem em discutir a formação de professores no contexto da Modelagem, ou como denomina Oliveira (2017), a *perspectiva formativa da Modelagem*.

Os resultados do levantamento realizado por Oliveira et al. (2017) alinham-se àqueles obtidos por Vidotti e Kato (2014). Ambos os mapeamentos evidenciaram um número pouco

³² A II CNMEM não tem anais disponíveis.

expressivo de pesquisas voltadas a discussões pertinentes a perspectiva formativa da Modelagem.

Cabe salientar que acerca da ecleticidade pela qual a Modelagem vem se fazendo presente nos cursos de Licenciatura, julgamos relevante e necessárias todas as abordagens. Concordamos com Barbosa (2001a) quando afirma que a formação em Modelagem não pode se restringir a determinados espaços e práticas, mas permear o processo formativo.

No mesmo sentido, compartilhamos do entendimento de que as experiências formativas, como um todo, influenciam a prática pedagógica do professor. De acordo com Almeida e Dias (2007, p. 257),

[...] é muito importante que professores de Cálculo, Álgebra, Análise, etc, percebam que não ensinam apenas conceitos e procedimentos matemáticos, mas que também influenciam as relações que os alunos, futuros professores, estabelecem com a Matemática, com a forma de ensiná-la, aprendê-la e avaliar a sua aprendizagem, não atribuindo essa função apenas às disciplinas didático-pedagógicas do curso (ALMEIDA; DIAS, 2007, p. 257).

Assim, as atividades de Modelagem, na formação inicial de professores de Matemática podem cumprir com diferentes objetivos previstos pelas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores, tais como sustentar ambientes de aprendizagem pautados nos processos de negociação de significados que culminam na construção crítica do conhecimento matemático, além de fundamentar a formação pedagógica do futuro professor.

Por outro lado, como apontam Niss, Blum e Galbraith (2007), citados por Oliveira (2007), “os professores não constroem habilidades para abordar situações e atividades de aplicações e Modelagem somente através do contato com tópicos da matemática pura, sendo necessário que eles possuam experiências autênticas com esse ambiente” (p. 234). Nesse sentido, o contato com a Modelagem em disciplinas específicas e projetos de Modelagem, cumpririam com tal finalidade.

No rol de disciplinas que podem propiciar experiências teóricas e práticas com Modelagem Matemática, apontamos aquelas cujas ementas preveem carga horária prática com o objetivo de desenvolver e discutir Modelagem Matemática na perspectiva formativa. Dentre elas estão as Práticas Pedagógicas de Matemática, Estágio Supervisionado, Metodologias de ensino de Matemática, Tendências em Educação Matemática, Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, dentre outras.

Dado o nosso problema de pesquisa e a abrangência dessas práticas, lançamos nosso olhar para as disciplinas de Modelagem nos cursos de Licenciatura em Matemática no Paraná,

a fim de situar a disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da UNESPAR/Campo Mourão, onde esta pesquisa se desenvolveu. No nível teórico de discussão, lançar esse olhar sobre a forma como a disciplina de Modelagem tem sido concebida nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPPs) das Licenciaturas esclarece aspectos sobre como os procedimentos didáticos apontados como importantes para a formação inicial de professores de Matemática no contexto da Modelagem, podem estar sendo interpretados e desenvolvidos nestes cursos.

No Estado do Paraná, de acordo com levantamento que fizemos no banco de dados do Ministério da Educação e Cultura – MEC/ INEP, em março de 2017, existem 25 instituições, dentre públicas e privadas, que oferecem cursos presenciais de Licenciatura em Matemática e uma universidade que oferta o curso, também presencial, de Licenciatura em Ciências Exatas, em que uma das habilitações é em Matemática. Dentre as instituições³³, dezesseis cursos ofertam a disciplina de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática.

Embora intituladas de modos díspares, as disciplinas têm o objetivo comum de incentivar e preparar o futuro professor para orientar atividades desta natureza e incorporá-las às suas práticas. As cargas horárias dessas disciplinas são divididas entre prática³⁴ e teoria. Dos dezesseis cursos que contemplam a disciplina de Modelagem como obrigatória, três não discriminaram a natureza da carga horária da disciplina; um deles não apresenta sua carga horária e outros dois não contemplaram carga horária prática na divisão da carga horária total, ao consultarmos os documentos públicos que contemplam as matrizes curriculares dos cursos e ementas das disciplinas.

Dentre os dez cursos que apresentam a divisão da carga horária da disciplina entre atividades teóricas (ATs) e práticas (APs), existem diferenciações entre o modo de denominá-las e, provavelmente, de se conceber e desenvolver as atividades referentes às práticas. Ao todo, três termos foram utilizados para se referir a estas atividades: atividade prática (AP), atividade prática supervisionada (APS) e atividade de prática como componente curricular (PCC), como mostra o Quadro 6:

Quadro 6 – Cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam a disciplina de Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, na modalidade obrigatória.

³³ Algumas Universidades ofertam o curso de Licenciatura em Matemática em mais de um . Nesse caso, todos os cursos da mesma instituição foram considerados.

³⁴ O termo “prática” é discutido nesta seção, de acordo com suas abordagens nos PPPs dos cursos de Licenciatura.

Instituição		Disciplina	AT	AP	APS	PCC	Total
PÚBLICAS	UEL	Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática	45	30			75
	Unespar – Paranaguá	Modelos Matemáticos	32	32			68
	Unespar – Apucarana	Modelagem Matemática					60
	Unespar – Paranavaí	Modelagem Matemática e Pesquisa Operacional	1	2			102
	Unespar – União da Vitória	Introdução à Modelagem Matemática	124			20	144
	Unespar – Campo Mourão	Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática	34	34			68
	UTFPR – Toledo	Modelagem Matemática	34	34	4		72
	Unioeste – Cascavel *	Resolução de Problemas e Modelagem Matemática	102	17			102
	UENP – Cornélio Procópio**	Introdução à Modelagem Matemática					72
	UENP – Jacarezinho **	Introdução à Modelagem Matemática					144
	UTFPR – Cornélio Procópio	Modelagem Matemática	51		4	17	72
	UTFPR – Curitiba	Modelagem Matemática	31		3	20	54
	UFPR – Palotina ***	Modelagem Matemática	72				72
	UFPR – Jandaia do Sul ***	Modelagem Matemática	72				72
PRIVADAS	Uniandrade	Modelagem Matemática					
	FAFIMAN	Introdução à Modelagem Matemática	35	35			70

** Não discriminam carga horária teórica e prática.

*** Curso de Licenciatura em Ciências Exatas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Além disso, quatro universidades oferecem a disciplina de Modelagem como optativa:

Quadro 7 – Cursos de Licenciatura em Matemática que ofertam a disciplina de Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, na modalidade optativa.

Instituição	Disciplina	ChT	ChP	APS	PCC	Total
-------------	------------	-----	-----	-----	-----	-------

PRIVADA	Faculdade de Ensino Superior São Miguel do Iguaçu **	Modelagem Matemática					66
PÚBLICAS	UTFPR – Pato Branco	Modelagem Matemática	45		45		90
	Unicentro – Guarapuava**	Modelagem Matemática na Educação Matemática					68
	UEM – Maringá	Modelos e Modelagem Matemática					102

ChT: Carga horária total

ChP: Carga horária prática

** Não discriminam carga horária teórica e prática.

Fonte: Elaborado pela autora.

Como explicitamos anteriormente, as diferentes denominações usadas para tratar das atividades práticas, carregam consigo significados também divergentes e, provavelmente, encaminhamentos particulares às disciplinas de Modelagem. A ecleticidade sobre o uso destes termos possivelmente reside nas diferentes interpretações dadas ao termo “prática”. Nos cursos de licenciaturas, essa discussão se intensificou a partir da publicação das Resoluções Parecer n°. 009/2001 – CNE/CP, de 8 de maio 2001 e n° 2 – CNE/CP, de 19 de fevereiro de 2002.

Sem o objetivo de discutir a estrutura curricular e pedagógica dos cursos de Licenciatura de acordo com as resoluções que as fundamentam, neste texto, lançamos um breve olhar sobre as implicações dessa resolução apenas com o objetivo de situar a disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores que ensinam Matemática.

Conforme a Resolução n°. 2 – CNE/CP, os cursos de Licenciaturas para formação de professores da Educação Básica, de graduação plena em nível superior, devem cumprir 400 horas de prática como componente curricular, vivenciadas ao longo do curso. O documento sugere, ainda, que a prática esteja inserida nas disciplinas e não se restrinja a um espaço isolado, desarticulado do resto do curso, pois “não é possível deixar ao futuro professor a tarefa de integrar e transpor o conhecimento sobre o ensino para o conhecimento na situação de ensino e aprendizagem, sem ter oportunidade de participar de uma reflexão coletiva e sistemática sobre esse processo” (Parecer n°. 009/2001 – CNE/CP, de 8 de maio 2001, p. 57).

Por outro lado, nem todos os projetos pedagógicos dos cursos (PPCs) das Licenciaturas em Matemática e em Ciências Exatas carregam consigo a explicitação acerca destes termos, como já havia indicado Cyrino (2013). A autora analisou os

[...] documentos e ações que orientaram a (re)elaboração dos projetos pedagógicos de cursos de licenciatura em matemática no Paraná, e em seguida os encaminhamentos metodológicos e [...]: distribuição e articulação dos componentes curriculares; estágio curricular obrigatório; articulação entre o ensino e a pesquisa; e as impressões de representantes dos cursos a respeito da implantação do projeto pedagógico do curso de licenciatura em Matemática de sua instituição: efeitos, resultados e implicações (CYRINO, 2013, p. 2).

Para além dos dados dos PPCs, Cyrino (2013) destaca que alguns representantes de cursos revelaram que, geralmente, as práticas concentram-se nas disciplinas da área de Educação Matemática, o que vai na contramão das orientações acerca de atividades práticas no currículo das Licenciaturas.

Ao mesmo tempo, ao olharmos apenas para a prática nas disciplinas de Modelagem, também não existe um consenso sobre seu entendimento. Afirmação corroborada pelo fato de que algumas disciplinas discernem apenas atividades teóricas de atividades práticas, enquanto outras organizam a carga horária total da disciplina em atividades “práticas”, “práticas supervisionadas” e/ou “práticas como componente curricular”.

Dentre as Universidades que apresentam a Modelagem em seu repertório de disciplinas obrigatórias, a UTFPR, campus de Cornélio Procopio, distingue em seu PPC as ATs, APs, APSs e PCCs. Segundo o documento³⁵, as ATs são aquelas que têm como objetivo a exposição teórica de conteúdo, são realizadas nas dependências da própria instituição e com a presença de docentes e discentes. Já as APs são aquelas também realizadas por docentes e discentes, porém envolvem o desenvolvimento prático de conteúdos, por exemplo: desenvolvimento de projetos, atividades laboratoriais, estudos de casos, estágios etc. O PPC ainda aponta as disciplinas cuja carga horária envolvem AP, dentre as quais, Cálculo Numérico e Estágio supervisionado.

Segundo o mesmo PPC, as APS “são atividades acadêmicas que são desenvolvidas pelos alunos em horários distintos daqueles destinados às atividades presenciais, sob a orientação, supervisão e avaliação do professor de cada disciplina que prevê tais atividades” (PPC do curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/ Cornélio Procopio, 2014, p. 37). Por fim, após uma discussão sobre as resoluções que tratam da exigência da carga horária de prática como componente curricular, assume-se que a finalidade das PCCs consiste em “promover a articulação das diferentes práticas numa perspectiva interdisciplinar, destacando

³⁵ Disponível em: <file:///D:/Usuario/Documents/Doutorado%20-%202015/PPCs%20cursos/utfpr%20-%20cornelio%20p%20p.%2037.pdf>. Acesso em março de 2017.

o método de observação e reflexão para entender e atuar em situações contextualizadas” (PPC do curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/ Cornélio Procópio, 2014, p. 38).

É importante salientar que as concepções apresentadas nesse PPC, quanto às modalidades de prática, aparecem em PPCs de outros cursos, por vezes, remontando a atividades denominadas apenas de “práticas” ou seja, sem distinção entre AP, APS e PCC. Isso porque a compreensão da prática como componente curricular não é única e gera diferentes formas de incorporação nos cursos de Licenciatura em Matemática (ZABEL; MALHEIROS, 2016).

No PPC do curso de Licenciatura em que esta investigação foi realizada – UNESPAR, campus de Campo Mourão – por exemplo, a prática como componente curricular é assumida como “um conjunto de atividades que proporciona experiências de aplicações de conteúdos estudados no decorrer do curso ao exercício da docência” (PPC do curso de Licenciatura em Matemática – Unespar/ campus de Campo Mourão, 2009, p. 20). Ademais, disciplinas de conteúdos matemáticos (tais como CDI) também têm uma divisão entre carga (AT) e (AP). O PPC desse curso adequa-se a uma das categorias (i) construídas por Marcatto (2012) ao analisar os projetos de curso de Licenciaturas na busca de identificar como foram implementadas as PCCs. A autora definiu três modelos de implementação, do qual: i) um deles refere-se a carga horária inserida em quase todas as disciplinas do curso; ii) à implementação de disciplinas com carga horária total de PCC e outro modelo que iii) mescla os dois anteriores.

Considerando a concepção de “prática” expressa no projeto político do curso de Licenciatura em questão e, considerando ainda que a disciplina de Modelagem Matemática destina metade da carga horária total à prática, entendemos que, se cumprida, essa carga horária abarca uma série de ações, como o estudo de referenciais sobre experiências vividas em diversos níveis de ensino, textos sobre Modelagem, desenvolvimento de atividades na condição de alunos, consideradas necessárias para a formação de professores no âmbito da Modelagem.

Concordamos com Barbosa (2001a) quanto à afirmação de que a formação de professores em Modelagem deve abarcar a análise de situações de sala de aula e/ou intervenções em aulas aliadas a reflexões sobre elas, de modo a desenvolver mecanismos que coloquem o futuro professor em contato com a realidade escolar. Essas características são, em nosso entendimento, consonantes à dimensão prática no contexto da Modelagem nas Licenciaturas, seja em disciplinas em que a Modelagem é tópico de ensino ou em disciplinas em que o professor a utiliza para ensinar Matemática (em disciplinas matemáticas), debater o

papel dos modelos matemáticos na sociedade etc. ou em disciplinas específicas de Modelagem.

É preciso uma análise cuidadosa, porém, sobre a forma como as APs vêm ocorrendo nessas disciplinas. De acordo com Oliveira (2016), na maioria dos casos, as disciplinas de Modelagem estão apenas no último ano dos cursos e disso pode decorrer que os alunos não tenham tempo suficiente para perceber, estudar e agendar os aspectos que emergem das suas próprias experiências.

Em contrapartida, ainda que organizada como componente curricular, a disciplina de Modelagem Matemática pode constituir um ambiente rico de negociação sobre as experiências matemáticas e pedagógicas que cada aluno vivenciou e vivencia no decorrer do seu processo formativo. Articuladamente a tais vivências, vêm as ações específicas referentes à formação em Modelagem.

Nesse sentido, Barbosa (2004a) indica que essas experiências se desenvolvam em dois domínios³⁶: na condição de alunos e na condição de professores, como explicitamos na seção metodológica. Para tanto, o autor sugere estratégias de ações a serem desenvolvidas na formação em Modelagem, assumindo-a como um ambiente de aprendizagem. A sistematização dessas estratégias e características está explicitada no Quadro 8:

Quadro 8 – Estratégias e características para a formação em Modelagem Matemática assumindo-a como ambiente de aprendizagem.

1. Atividades de modelagem	<ul style="list-style-type: none"> • Condução de atividades de Modelagem, na condição de alunos, familiarizando-se com os procedimentos; • Oportunidade de refletirem e discutirem a experiência; • Projeção para o seu trabalho.
2. Análise de modelos prontos	<ul style="list-style-type: none"> • Análise de modelos já prontos; • Observação, discussão e reflexão dos procedimentos utilizados para resolução; • Motivações para aprofundamentos de modelos e situações; • Desenvolve conhecimentos e habilidades da Modelagem; • Provocar (desestabilizar) concepções arraigadas.
3. O estudo de casos de ensino	<ul style="list-style-type: none"> • Pensarem a Modelagem no ambiente concreto – sala de aula; • Narrativa sobre o encaminhamento do trabalho, ações desenvolvidas, interações professor - aluno; • Descrições de experiências (escrita ou vídeo); • Estudo de casos sem a pretensão acadêmica, que seja possível captar significados, contradições, etc.; • Construção e coleção de casos (situações);

³⁶ Nesse caso, a palavra “domínio” refere-se às condições e especificidades em que se desenvolvem as experiências com Modelagem na formação de professores de Matemática. Portanto, assume significado diferente daquele quando tratamos dos elementos definidores de uma CoP.

	<ul style="list-style-type: none"> • Oportuno à reflexão e exame das concepções de experiências; • Inspiração para construção do próprio caso; • Confrontar as implicações decorrentes da implementação; • Permite aproximar-se das limitações e possibilidades.
4. Intervenção em sala de aula	<ul style="list-style-type: none"> • Desenvolver intervenções na sala de aula; • Experimentar (vivenciar); • Desenvolve conhecimentos práticos com Modelagem; • Reflexão sobre a própria prática – em todas as fases; • Acompanhamento do docente formador – grupo de monitoramento (planejamento - observações e/ou filmagem/ reflexão - novas intervenções ação).

Fonte: Oliveira, 2016, p. 77.

Os grupos 1, 2, 3 e 4 elencados no Quadro 8 contemplam APs, APSs e de PCC, segundo as concepções expressas no PPC da UNESPAR – campus de Campo Mourão. Sobretudo, algumas ações formativas, principalmente as que requerem reflexão sobre a prática, demandam a articulação com experiências vividas em outros contextos durante a formação, seja em projetos de extensão, de iniciação científica ou de iniciação à docência, dentre outros.

Do mesmo modo, Silva (2007) apresenta dois conjuntos de estratégias para a formação em Modelagem, no sentido do desenvolvimento profissional. Nesse caso, as ações de vivência proporcionam familiaridade com o processo de Modelagem, enquanto as atividades de reflexão sobre o papel do professor na condução de atividades de Modelagem estão abarcadas no segundo grupo de ações.

Quadro 9 – Estratégias e características para a formação em Modelagem Matemática.

1. Ações de vivência	<ul style="list-style-type: none"> • Exploração de modelos matemáticos; • Estudo de textos com diferentes olhares sobre os componentes do processo de modelagem; • Ações de modelador; • Análise das ações de vivência no contexto da formação inicial.
2. Ações didático pedagógicas	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura, discussão, análise e reflexão sobre textos com a temática da Modelagem; • Discussões, análises e reflexões sobre a necessidade, as implicações e as potencialidades de mudanças curriculares via uso de estratégias inovadoras de ensino; • Explicitação da abordagem pedagógica adotada para a modelagem; • Exploração, análise e reflexão sobre atividades/ projetos de Modelagem; • Elaboração de situações didáticas de Modelagem para a Educação Básica, socialização, reelaboração mediante a discussões e reflexões; • Intervenção em grupos/turmas de alunos da Educação Básica para desenvolvimento de situações didáticas de Modelagem elaboradas; • Seminários de socialização das produções e ações de Modelagem voltadas à Educação Básica; • Registros reflexivos sobre as atividades e seminário.

Fonte: Adaptado de Silva, 2007, p. 223- 229.

Ambos os autores vislumbram ações formativas que contemplam saberes de naturezas distintas. A partir dos apontamentos de ambos, entendemos que a Modelagem na formação inicial deve abranger saberes advindos:

- i) da experiência na condição de alunos (saber modelar, investigar);
- ii) da experiência na condição de professores que orientam atividades de Modelagem, ainda sob supervisão de um professor formador;
- iii) teóricos, sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e;
- iv) pedagógicos, advindos da reflexão sobre as experiências vividas e das ciências da educação (psicologia, sociologia etc.).

Considerando a complexidade da formação de professores, sabemos que não existem fronteiras entre esses saberes e que vislumbrar cada um deles isoladamente seria um equívoco, pois eles envolvem dimensões teóricas e práticas que se complementam. Além disso, esses saberes devem ser construídos no processo de desenvolvimento profissional dos futuros professores e não apenas no âmbito de uma disciplina. No entanto, ações como as apontadas por Silva (2007) e por Barbosa (2001a) podem ser desenvolvidas com o objetivo de estimular a atividade reflexiva e a construção dos saberes necessários, dispondo de experiências vividas pelos alunos dentro e fora do mundo acadêmico.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, apresentamos o percurso de construção da problemática que norteou a pesquisa, a natureza da investigação e os procedimentos metodológicos empreendidos para a produção, coleta e a análise dos dados que embasam nossas reflexões.

3.1 Percurso da construção da problemática e objetivos da pesquisa

3.2 O caráter da pesquisa

3.3 Situando: o contexto e os sujeitos participantes da pesquisa

3.4 A estruturação das atividades desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática

3.5 Procedimentos para produção, coleta e análise dos dados

3.1 Percurso da construção da problemática e objetivos da pesquisa

Dentre as correntes que fundamentam as teorias de aprendizagem, embasamo-nos na perspectiva sociocultural, segundo a qual o processo de aprendizagem não decorre, exclusivamente, do processo de ensino como uma atividade didatizada e com alto grau de sistematização.

Assumimos que os processos de negociação de significados, mantidos entre alunos e entre alunos e professor na sala de aula, proporcionam possibilidades para o posicionamento, a tomada de decisões e a ocorrência de aprendizagens. Nesse sentido, faz-se necessária a constituição de um ambiente de aprendizagem que propicie uma boa dinâmica de participação dos sujeitos envolvidos neste processo.

Em estudos anteriores (BRAZ, 2014; BRAZ; KATO, 2014; BRAZ; KATO, 2015), evidenciamos que as características concernentes a um ambiente de aprendizagem construído a partir do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática favoreceram a constituição de uma Comunidade de Prática Local nas aulas de Matemática. Tais estudos permitiram-nos concluir, dentre outros aspectos, que essas atividades proporcionaram diversas oportunidades de acesso à participação e inserção dos alunos na aula de Matemática, por meio dos diferentes tipos de discussões que emergiram naqueles ambientes. E foi por meio das análises dessas participações que nos foi possível perceber a ocorrência de aprendizagens matemáticas, na perspectiva assumida.

Tais apontamentos fizeram-nos voltar a nossa atenção à formação inicial de professores de Matemática, a fim de compreender o processo de aprendizagem sobre Modelagem Matemática nessa etapa de formação. Essas inquietações levaram-nos a investigar as seguintes questões:

- i) *Que aprendizagens sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática ocorrem em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática? E ainda:*
- ii) *Como as experiências nesta CoP subsidiam estas aprendizagens?*

As perguntas diretrizes, apresentadas anteriormente, quando delimitadas no início do ano de 2014, ainda que de forma oculta e gestacional, como bem dizem Araújo e Borba (2012), provocaram questionamentos concernentes ao *design* que a pesquisa precisaria assumir – ainda que consideremos que ele seja emergente da própria pesquisa – para que

podéssemos viabilizá-la. Dentre as primeiras inquietações estava a pergunta “que experiências com Modelagem Matemática dos futuros professores, na formação inicial, devemos olhar e como analisá-las?”.

A própria revisão bibliográfica inicial, concernente a Modelagem na formação inicial de professores, nos subsidiou em algumas respostas, por exemplo, na opção por desenvolver a pesquisa com alunos da disciplina específica de Modelagem Matemática na perspectiva da EM, em um curso de Licenciatura em Matemática. Isso porque essa é uma disciplina desenvolvida com objetivos didáticos concernentes ao processo de ensino³⁷ sobre Modelagem. Por outro lado, alguns delineamentos concernentes aos procedimentos metodológicos ainda não estavam claros.

Em decorrência dessas inquietações, no segundo semestre do ano de 2014, realizamos um estudo piloto³⁸ na Universidade Estadual do Paraná – campus de Campo Mourão, com o objetivo de delinear a pesquisa. Esse estudo foi realizado com uma turma de quinze alunos de um quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática, matriculada na disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Durante dezesseis horas-aula, distribuídas em nove semanas, entre setembro e novembro de 2014, acompanhamos a turma e o professor trabalhando em atividades que envolveram diferentes experiências com Modelagem: discussão de textos publicados em periódicos, desenvolvimento de atividade orientada pelo professor e desenvolvimento de atividades criadas e desenvolvidas pelos alunos no âmbito da própria turma. A classe, que autorizou o uso das informações coletadas, teve as aulas semanais registradas em áudio, vídeo e fotografias. Além disso, registramos em áudio entrevistas realizadas com os estudantes.

A efetivação do estudo prévio subsidiou considerações locais, como a confirmação de que as aprendizagens concernentes à Modelagem se dão em um processo dialético entre elementos individuais, constituídos pelas experiências e interpretações das diversas situações vividas pelo aluno, e elementos sociais, permeado por influências do contexto em que o futuro professor se insere; e indicou-nos ações necessárias de serem desenvolvidas na pesquisa, para que as questões fossem respondidas. Dentre os encaminhamentos necessários:

³⁷ Embora já tenhamos explicitado na seção 1 que nosso interesse está no processo de aprendizagem sobre Modelagem e que essas aprendizagens podem não terem sido previstas nos objetivos relacionados ao processo de ensino.

³⁸ A intervenção referente ao estudo prévio teve a proposta submetida e aprovada pela Comissão de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo parecer número 925.410, e com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) número 39052114.5.0000.0104.

- i) A necessidade da participação da pesquisadora nos processos de negociação de significados mantidos na turma.
- ii) O acompanhamento das práticas docentes dos estudantes em outros ambientes, que não o da própria sala de aula no âmbito da Universidade.
- iii) O estímulo de discussões sobre os aspectos técnicos da Modelagem, sua viabilização na Educação Básica, seu lugar no currículo, dentre outros.
- iv) A realização de entrevistas individuais com os sujeitos a fim de conhecer suas histórias pessoais concernentes a escolha do curso de licenciatura em Matemática e as mudanças nas suas relações com a profissão docente e com a Modelagem nesse período.
- v) A realização de entrevista com o professor da disciplina de Modelagem com o objetivo de compreender suas escolhas metodológicas e suas concepções de ensino, aprendizagem e de Modelagem Matemática.

Para além desses encaminhamentos metodológicos, o estudo piloto nos auxiliou na definição dos objetivos da pesquisa de doutorado. Para responder às questões delineadas que norteiam essa investigação, seu objetivo consiste em: em identificar e analisar nos processos de negociação de significados mantidos em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática aprendizagens sobre Modelagem e as experiências que permitiram suas ocorrências. A fim de entender as relações que se instauram no ambiente investigado, para que o objetivo geral proposto fosse atingido, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar a CoP, construída na disciplina de Modelagem.
- Evidenciar as aprendizagens, sobre Modelagem Matemática, dos futuros professores, ocorridas nos empreendimentos articulados na CoP.
- Descrever e analisar as práticas de duas futuras professoras ao planejar e orientar atividades de Modelagem no âmbito da Educação Básica.

Para responder à problemática deste estudo, acompanhamos uma turma, composta por nove alunos, de quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática durante o ano letivo de 2015³⁹ na disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, também na UNESPAR/campus de Campo Mourão, entrevistamos os alunos durante o desenvolvimento da disciplina no primeiro ano de experiência profissional, e acompanhamos

³⁹ Usaremos o termo “ano letivo de 2015”, considerando que o curso de Matemática na UNESPAR está organizado em disciplinas anuais e esse ano letivo teve início em fevereiro de 2015 e término em fevereiro de 2016.

as práticas de Modelagem na Educação Básica de duas futuras professoras que cursavam a disciplina e desenvolveram seus Trabalhos de Conclusão de Curso (TCCs) com essa temática.

Cientes de que as vivências com Modelagem Matemática dos alunos poderiam não se restringir ao contexto dessa disciplina, realizamos entrevistas entre os anos de 2015 e 2017 com o objetivo de conhecer suas experiências acadêmicas e profissionais em outros contextos, que fundamentam compreensões acerca do processo de formação profissional desses sujeitos. Além disso, uma entrevista também foi realizada com o professor regente⁴⁰ da disciplina. Para atingir os objetivos propostos e considerando as indicações do estudo piloto, pesquisadora e professor regente planejaram ações com o objetivo de fomentar as interações entre os sujeitos participantes da comunidade aqui analisada.

Nas próximas páginas, detalhamos o caráter da pesquisa, seu contexto de realização, os sujeitos participantes e os processos para coleta e análise dos dados coletados.

3.2 O caráter da pesquisa

Dadas as características que este estudo assume na busca por inquirir respostas para as questões formuladas, tal investigação está inserida no campo da pesquisa qualitativa. De acordo com Garnica (2012), podem ser reconhecidas como pesquisas qualitativas aquelas que reconhecem:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2012, p. 99).

As características desta pesquisa são assim interpretadas à luz dos adjetivos aferidos ao termo “qualitativa”:

(a) *A transitoriedade de seus resultados.*

Distante do relativismo e do pragmatismo que, por vezes, conduzem à perda da essência acerca do que realmente seja o conhecimento, há que se ressaltar que em termos

⁴⁰ Os professores regentes da disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática nos anos letivos de 2014, época da efetivação do estudo prévio, e de 2015, período de coleta de dados para a tese, foram diferentes.

metodológicos em pesquisa qualitativa, o estabelecimento de procedimentos rígidos e previsíveis é inviável. Como esclarece Garnica (2001, p 40), quando o foco consiste “na compreensão de faces da vida humana”, não podemos nos desvencilhar do contexto.

O pano de fundo desta investigação – o processo de aprendizagem sobre Modelagem na formação inicial de professores de Matemática – é seu cerne. Nesse sentido, os resultados obtidos na busca de interpretações significativas dos fatos para se compreender o contexto de estudo estão condicionados aos pressupostos teóricos – Teoria Social da Aprendizagem e a perspectiva de Modelagem Matemática que subsidiou o estudo e as propostas planejadas na disciplina de Modelagem – e aos pressupostos epistemológicos representados pelas escolhas teórico-metodológicas da pesquisadora.

Diante desses apontamentos, os resultados obtidos, ainda que fundamentem e possibilitem sínteses teóricas, são decorrentes do contexto particular de estudo: escolhas tomadas na pesquisa, contexto investigado e características e posicionamento epistemológico dos sujeitos envolvidos, portanto têm caráter transitório.

(b) A impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar.

Para Severino (2006), a hipótese descreve o que se pretende demonstrar numa pesquisa. No caso deste estudo, o objetivo não é mostrar ou refutar fatos, mas investigar o processo de aprendizagem sobre Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática. Isso significa que primamos pelos significados advindos da análise de fatos que não podem ser previstos. Ainda que algumas aulas tivessem sido planejadas *a priori*, não foi possível fazer previsões sobre as ações que seriam desenvolvidas pelos sujeitos nesses ambientes. Nesse sentido, as hipóteses que emergem do estudo podem ter potencial de abrangência para outras investigações, mas surgem das interpretações dos fatos locais.

(c) A não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar.

Com relação a este aspecto, há que se explicitar que a “não neutralidade” aqui não é sinônimo de tendenciosidade. Trata-se de posicionar o pesquisador como um sujeito que é social e, como tal, interpreta os episódios valendo-se dos conhecimentos advindos das experiências práticas e teóricas. Como sujeito histórico, não é possível desvencilhar-se desse filtro. Trata-se, ainda, de situar o pesquisador pela forma como é legitimado no contexto em que se insere no processo investigativo e cuja presença reconfigura o ambiente pesquisado.

No caso desta investigação, a pesquisadora participou da configuração das atividades desenvolvidas no decorrer da disciplina de Modelagem Matemática, juntamente ao professor

regente da turma e aos futuros professores, com a finalidade de responder às questões que norteiam a pesquisa. Ademais, a relação estabelecida entre pesquisadora, alunos e professor regente bem como na condução das entrevistas realizadas, fez com que assumisse também a responsabilidade pela realização das práticas pedagógicas em vários momentos do processo de coleta de dados.

De acordo com Campos e Araújo (2015, p. 326), “podemos interpretar o duplo papel de pesquisador e professor como uma forma de intervenção do pesquisador na prática (pedagógica)”. As mesmas autoras utilizam uma barra vertical para representar a dialética entre ações de pesquisadora|professora e justificam ser essa utilização coerente para denotar a relação entre pesquisa e prática pedagógica: “elas fazem parte de uma unidade única, se influenciam e se desenvolvem mutuamente, são diferentes, têm propósitos diferentes, podem ser incompatíveis, mas uma pressupõe e constitui a outra” (CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 329).

O *design* desta pesquisa, assim como a configuração de uma parcela de atividades da disciplina de Modelagem Matemática, foi construído pela pesquisadora. Logo, sua participação tanto contribuiu com a construção dos dados, quanto com seu processo de coleta e análises, evidenciando sua centralidade na investigação.

(d) Que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas.

O objeto desta pesquisa denota um processo e requer o estudo da trajetória de um grupo de alunos em determinado período de tempo. Não faz sentido, portanto, priorizar ações pontuais em detrimento dos movimentos de transformação dos sujeitos envolvidos.

No tocante às configurações de produção, coleta e de análise de dados, podemos afirmar que se deram de forma preponderantemente indutiva, na medida em que as pautas das entrevistas realizadas com a turma e professor, bem como o desenho de algumas atividades desenvolvidas foram elaboradas de acordo com fatos ocorridos anteriormente à estas ações. A predominância de dados descritivos permitiu-nos repensar próximas ações em cada etapa da pesquisa.

(e) A impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Sobre esse debate, partimos da distinção entre regulação e regulamentação, feita por Garnica (2001, p. 38). Para o autor, “‘regular’ diz do sujeitar a regras, dirigir, regradar, estabelecer e facilitar por meio de disposições. ‘Regulamentar’ fala da sujeição a

regulamentos”. De acordo com o autor, distanciando da concepção de engessar-se em regulamentações, regular a pesquisa qualitativa é necessário para a prática de pesquisa em EM, pois se estabelecem critérios, direcionam-se ações na busca de alcançar objetivos propostos e organiza-se o que é caótico.

Em consonância com essas indicações, aspectos como a preponderância de processos indutivos e de dados descritivos, a necessidade de questões geradoras e caminhos bem definidos para as análises dos dados, critérios de avaliação públicos, reconhecidos pela comunidade e responsabilidade do pesquisador com relação à sua pesquisa são elementos reguladores essenciais numa pesquisa qualitativa (GARNICA, 2001, p. 38).

Os elementos apontados por Garnica (2012) subjazem esta pesquisa. Os dados coletados não estavam prontos, mas sim, foram construídos ao longo do processo de investigação. Esse fato já faz com que a busca por respostas não seja neutra, visto que tem fundamentos nas perspectivas da pesquisadora. Os dados construídos, coletados e interpretados à luz da inquietação que se revela por meio das questões norteadoras do fenômeno, fazem com que as verdades assumidas sejam sempre dinâmicas, mudando de acordo com as novas questões que podem surgir na trajetória da investigação, de acordo com as necessidades que emergem no processo. Além disso, as configurações da pesquisa não nos permitiram fazer inferências previamente às interpretações e às significações dos fatos, ou mesmo generalizações, pois se tratam de análises locais, que visam à compreensão aprofundada dessa situação em específico, por meio das descrições realizadas.

3.3 Situando: o contexto e os sujeitos participantes da pesquisa

Esta pesquisa foi realizada com uma turma de nove alunos que cursava o quarto ano de Licenciatura em Matemática, no período noturno, na UNESPAR – campus de Campo Mourão⁴¹, no ano letivo de 2015. Aos nove alunos atribuímos os seguintes nomes fictícios: Ana, Clara, Cecília, Camila, Rute, Cissa, João, Vagner e Arthur, a fim de preservar as suas identidades⁴². Ao professor regente da turma, chamaremos apenas de professor. Dado o objetivo do estudo, a pesquisadora participou das atividades desenvolvidas na disciplina intitulada Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, no período

⁴¹ A escolha do curso se deu devido à familiaridade da pesquisadora com a instituição e pela sua abertura, do professor regente, do colegiado de Matemática e dos alunos à realização da investigação.

⁴² Pesquisa aprovada pela Comissão de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo parecer número 1.345.405.; e com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) número 47671015.7.0000.0104.

compreendido entre 22/06/2015 e 25/02/2016. As cinco primeiras aulas da disciplina de Modelagem não tiveram a participação da pesquisadora. O avanço da data do início da coleta de dados em relação ao início do ano letivo justifica-se pela adesão da UNESPAR à greve das escolas e das universidades públicas do estado do Paraná no início do ano de 2015. As atividades didáticas bem como todas as outras foram suspensas e retomadas em maio de 2015.

Essa disciplina, obrigatória, é ofertada no quarto ano do curso e possui carga horária semanal de 2 horas-aula (h-a) e uma carga horária total de 68 h-a, organizadas em atividades teóricas (34 h-a) e práticas (34 h-a). Desde o ano de 2009, a partir da reformulação do Projeto Político Pedagógico (PPP) do curso, a disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, até então intitulada Introdução à Modelagem Matemática, está estruturada de modo a priorizar a prática docente nos ensinamentos Fundamental e Médio.

Ainda que a ementa da disciplina ressalte a construção e estudo de modelos matemáticos clássicos, numa linguagem bem próxima à da Matemática Aplicada, sua organização programática prevê o estudo da relação entre Modelagem e Investigação em Educação Matemática, a discussão de trabalhos desenvolvidos na Educação Básica, a análise crítica de modelos, a reformulação de descrições de situações diversas. Além disso, o referencial bibliográfico abarca obras como as de Ubiratan D'Ambrosio⁴³ e o livro "Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais" (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007), consonantes ao campo da EM.

A organização da disciplina se deu de acordo com a perspectiva de EM do professor regente da turma do ano letivo de 2015. Esse professor possui vinte anos de experiência na rede pública de Educação Básica no Paraná, é professor da UNESPAR desde o ano de 1995 e é doutor em Educação, sendo a Modelagem Matemática sua área de pesquisa.

Além das experiências do professor, os caminhos seguidos na disciplina foram influenciados pelas experiências dos alunos no decorrer do curso, dentro e fora da Universidade. As vivências dos futuros professores em projetos de Iniciação Científica (PIC), no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), nos Estágios Supervisionados e demais atividades de prática docente vinculados ao curso de graduação, assim como a experiência docente na Educação Básica de alguns alunos, são também levadas em consideração no processo analítico nesta investigação. Essas experiências são apresentadas por meio das narrativas dos próprios alunos na quarta seção.

⁴³ D'AMBROSIO, U. Da Realidade à Ação: Reflexão sobre Educação e Matemática. São Paulo, Summus. Ed. Unicamp, 1996 ; D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**. Campinas: Papyrus, 1996.

Até o início do período da coleta dos dados que embasaram nossas análises, nenhum aluno havia vivenciado a Modelagem Matemática no papel de *professor*. No entanto, no decorrer daquele ano, duas alunas, Ana e Rute, experienciaram a Modelagem como professoras na Educação Básica. Ambas desenvolveram seus TCCs nessa área. Ana ministrou cinco aulas em uma turma de terceiro ano de Ensino Médio profissionalizante e Rute ministrou sete aulas para uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental. Essas aulas foram acompanhadas pela pesquisadora, com consentimentos dos orientadores das alunas e das escolas em que as aulas foram ministradas. Os dados provenientes das experiências também são levados em consideração nesta pesquisa.

3.4 A estrutura das atividades desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática

No início do ano letivo de 2015, juntamente à pesquisadora, o professor regente da disciplina organizou-a de forma a abarcar propostas que permitissem a realização de ações de vivência e ações didático-pedagógicas de Modelagem (SILVA, 2007), garantindo aos futuros professores a experiência de Modelagem em dois domínios⁴⁴: como aluno e como professor (BARBOSA, 2004a).

Ainda que tivéssemos ciência sobre os tipos de experiências pelas quais a turma deveria passar não foram definidas datas, quantidade de tarefas a serem propostas e que tarefas (seleção de textos, situações de Modelagem) seriam sugeridas, pois fatores como o tempo didático, as características da turma e o ensejo em cultivar uma CoP fizeram com que os encaminhamentos não pudessem ser previstos ou planejados a priori. As atividades ocorridas na disciplina foram delineadas de acordo com as demandas da turma e do professor, buscando formas mais democráticas de direcionamento no desenvolvimento de ações necessárias à formação inicial no âmbito da Modelagem.

No Quadro 10 expomos as atividades desenvolvidas e consideradas no processo analítico deste estudo de acordo com o domínio a que pertencem. Para cada atividade desenvolvida, atribuímos um código alfanumérico respeitando a cronologia com que foram realizadas, a fim de facilitar posteriores menções a elas. Optamos, ainda, por organizá-las em duas classes, fundamentadas em Silva (2007) e Barbosa (2004a):

- *Experiência na condição de aluno (EA)*: envolve o desenvolvimento de atividades dessa natureza, orientadas pelo professor sob diferentes encaminhamentos; a crítica

⁴⁴ Para evitar equívocos de interpretação, usaremos a palavra domínio, com inicial em letra minúscula, para nos referir ao domínio das experiências com Modelagem e Domínio, com inicial em letra maiúscula para nos referir ao Domínio de uma CoP.

de atividades de Modelagem; a exploração de modelos matemáticos; o estudo de textos sobre Modelagem Matemática;

- *Experiência na condição de futuro professor (EP)*: envolve a discussão de tarefas incumbidas ao professor ao orientar uma atividade de Modelagem; análise e reestruturação de experiências extraídas da literatura; elaboração de tarefas de Modelagem; discussão sobre os obstáculos e as resistências quanto ao uso da Modelagem na sala de aula (CEOLIM, 2015).

Quadro 10 – Atividades consideradas no processo analítico.

Ch em h-a	Atividade desenvolvida	Código	Experiência na condição de:	
32	Atividades de Modelagem orientadas pelo professor.	Grupo 1: IPVA Grupo 2: Doação de sangue Grupo 3: Pedágio no Paraná	A9	EA
		Área da superfície corpórea	A1	
		Caminhadas	A3	
		Decaimento radioativo do Césio	A4	
20	Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática.	i) SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema , nº 14, pp. 66 a 91, 2000.	A2	EA/EP
		ii) BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati , n. 4, p. 73- 80, 2004b.	A5	
		iii) KLUBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. Educ. Mat. Pesqui. , São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.	A7	
		iv) CALDEIRA, A. D.; SOARES, M. T. C. Modelagem Matemática de fenômeno ambiental e as práticas escolares de professores das séries iniciais do litoral do Paraná. Periódico do Programa de Pós graduação em Educação da UCDB . n. 26, jul/dez. 2008.	A6	
		v) BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva , Erechim (RS), v. 27, n.98, p. 65-74, junho, 2003.	A8	
6	Simulação de atividades na própria turma.	Grupo 1: Fluxo de alunos no curso de Pedagogia Grupo 2: Preço dos produtos na cantina da Unespar Grupo 3: Quanto tempo o paracetamol permanece no seu organismo?	A10	EP
5	Atividades do TCC.	Rute: Sistema Único de Saúde (SUS) no seu bairro.	A11	EP
5		Ana: Quanto custa o ar condicionado na escola?		

Fonte: Elaborado pela autora.

As classes não possuem barreiras fixas. Em determinadas atividades, os alunos tiveram experiências em domínios diferentes. Nas discussões de textos sobre Modelagem a

seguinte dinâmica foi assumida pela turma: leitura prévia, apresentação em forma de seminários e discussão, o que possibilitou que emergissem reflexões tanto teóricas, saber-fazer, quanto sobre as formas de inserção da Modelagem na Educação Básica. O primeiro texto i) estudado pela turma, “Cenários para investigação”, foi escolhido pelo professor regente com o objetivo de iniciar um debate sobre os tipos de ambientes de aprendizagem gerados numa aula de Matemática. Toda a turma leu o texto e organizou um seminário em que, pequenos grupos, responsabilizaram-se pela condução do debate de cada seção do texto. Os grupos constituídos foram os seguintes: G1 – Clara, Camila e Rute; G2 – Ana, Cecília e Cissa e G3: João, Vagner e Arthur, configuração mantida durante quase todas as atividades. A mesma dinâmica foi assumida para o estudo do texto ii), intitulado “Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?”.

Os textos iii) iv) e v), por sua vez, foram apresentados em forma de seminário pelos grupos G3, G2 e G1 respectivamente. Cada grupo pôde escolher o texto de seu interesse, dentre alguns selecionados pelo professor e pela pesquisadora. Tal como nas discussões embasadas nos outros textos, em cada seminário os grupos procuraram refazer as tarefas apresentadas nos artigos, lançar questões sobre a viabilidade da Modelagem nas suas futuras aulas de Matemática e o seu lugar no currículo escolar.

Quanto às experiências no domínio de alunos, o professor regente orientou quatro atividades, A1, A3, A4 e A9, configuradas de acordo com os casos 1, 2 e 3 (BARBOSA, 2004b), nos quais os alunos passaram por atividades em que foram mais ou menos assessorados pelo professor, de acordo com cada caso. Em A9, os grupos trabalharam em atividades com temas diferentes, definidos numa conversa na turma. Em A10, cada grupo deveria construir uma proposta de Modelagem e desenvolvê-la na própria turma, no decorrer de duas horas-aula. Para tanto, dever-se-ia pensar na configuração da aula, no nível de ensino, na estruturação da tarefa e demais aspectos discutidos até aquele momento da disciplina. Ressaltamos que essa (A10) foi a última tarefa proposta aos grupos no âmbito da disciplina de Modelagem.

Todos os alunos participaram das atividades A1 a A10, durante o ano letivo de 2015. No entanto, apenas Ana e Rute vivenciaram a Modelagem no âmbito da Educação Básica, devido ao desenvolvimento dos seus TCCs. Ambas as alunas foram acompanhadas pela pesquisadora e por um professor da Educação Básica, regentes das turmas, durante suas aulas. Tal como os professores regentes, a pesquisadora não entrevistou nas aulas das futuras professoras.

3.5 Procedimentos para produção, coleta e análise dos dados

Segundo Borba (2004), o que se convencionou denominar de pesquisa qualitativa tende a enfatizar os procedimentos de descrição, considerando o interesse pelo processo. Nesta perspectiva, utilizamos os seguintes instrumentos para a coleta de dados: gravação em áudio e em vídeo, diário de campo, registros das produções dos futuros professores e entrevistas.

Considerando a quantidade de alunos e a organização da turma, geralmente em grupos de 3 alunos, as aulas foram registradas em quatro gravadores de áudio: um gravador posicionado em cada grupo e outro alocado próximo ao quadro e ao professor. Essa configuração permitiu-nos ter acesso a todas as discussões mantidas no decorrer das aulas, fossem elas compartilhadas com a turma ou apenas com os colegas de grupo. Além disso, posicionamos uma câmera de vídeo em um canto da sala com o intuito de registrar a circulação dos alunos, pois a movimentação de um membro pertencente a um grupo dentro de outro grupo, por exemplo, poderia reconfigurar o trabalho que vinha sendo realizado. No início de cada aula, então, após a chegada do professor, os gravadores eram posicionados e acionados. Muitas vezes a turma fez comentários relevantes sobre suas expectativas com relação ao curso e à disciplina de Modelagem antes que os gravadores tivessem sido ligados. Essas falas foram registradas no diário de campo da pesquisadora.

Bogdan e Biklen (1994) ressaltam a importância das notas de campo numa pesquisa qualitativa. Nesse caso, para além de guardar os registros das impressões, análises e hipóteses da pesquisadora, o diário de campo auxiliou na organização e acesso aos dados. Num caderno de campo foram anotadas informações como o resumo e data da aula, além dos tempos de gravações em que surgiam falas importantes para a pesquisa, quando as conversas eram coletivas. Por exemplo:

Aula 1 - 22/06	tempo de gravação: 1:30h	Arthur diz: "...".
-----------------------	---------------------------------	---------------------------

. Essas anotações facilitaram o processo analítico.

Além dos registros orais, os registros escritos dos alunos também foram coletados. Nesse caso, recorremos a fotografias dos cadernos e/ou quadro ou ainda slides e/ou relatórios produzidos.

Esse conjunto de dados permitiu ter acesso a informações importantes para descrever contextos, entretanto, ainda que relevante, nesse caso a descrição do fenômeno investigado é insuficiente para assegurar a qualidade da pesquisa (BORBA, 2004). A descrição e a análise dos fatos pelas nossas lentes não eram suficientes, então, realizamos entrevistas individuais e em grupos, entre os anos de 2015 e 2017.

Segundo Richardson (1999, p. 207),

O termo entrevista é construído a partir de duas palavras, entre e vista. Vista refere-se ao ato de ver, ter preocupação com algo. Entre indica a relação de lugar ou estado no espaço que separa duas pessoas ou coisas. Portanto, o termo entrevista refere-se ao ato de perceber realizado entre duas pessoas (RICHARDSON, 1999, p. 207).

Considerando os objetivos delineados para esta investigação, cinco entrevistas (E) foram realizadas com a turma, sendo quatro delas individuais e uma em grupo. Optamos por construir roteiros de acordo com os encaminhamentos sugeridos por Gil (1999), que classifica as entrevistas em quatro tipos:

1) Informais: trata-se de uma entrevista organizada da forma menos estruturada possível, que se diferencia da simples conversação por ter como objetivo uma coleta de dados. Normalmente recomendada para estudos exploratórios com realidades pouco conhecidas pelo pesquisador.

2) Focalizadas: tão livre quanto a entrevista informal, a entrevista focalizada permite ao entrevistado falar livremente sobre determinado assunto, porém, com o esforço do entrevistador por manter um tema específico em foco. É um tipo bastante usado com grupos de pessoas que compartilharam uma mesma experiência.

3) Por pautas: a entrevista por pautas é estruturada na medida em que o entrevistador organiza pautas que devem ser abordadas em algum momento. Por outro lado, o entrevistador faz poucas perguntas diretas e deixa o entrevistado falar livremente quando se reporta a alguma pauta prevista.

4) Formalizadas: também denominada de entrevista estruturada, esse tipo de entrevista se desenvolve a partir de perguntas pré-elaboradas, cuja ordem e formato não se alteram no decorrer da conversa. Esse caso é mais indicado quando o pesquisador pretende tratar quantitativamente dos dados.

Optamos por elaborar um roteiro organizado em pautas para E1, E2, E3, E4 e E5, considerando que alguns temas deveriam ser obrigatoriamente abordados no decorrer de cada entrevista e um roteiro focalizado para E6, pois os então professores puderam falar livremente sobre suas experiências profissionais depois do término do curso. A última entrevista, diferente das demais, foi feita via telefone. Além dessas, realizamos ainda uma entrevista apenas com Rute e com Ana, após suas experiências em A11. As entrevistas foram organizadas em pautas, e as denominamos de E5.

No Quadro 11, descrevemos as datas de realização das entrevistas, um código alfanumérico e os objetivos para cada uma delas.

Quadro 11 – Entrevistas realizadas com os alunos.

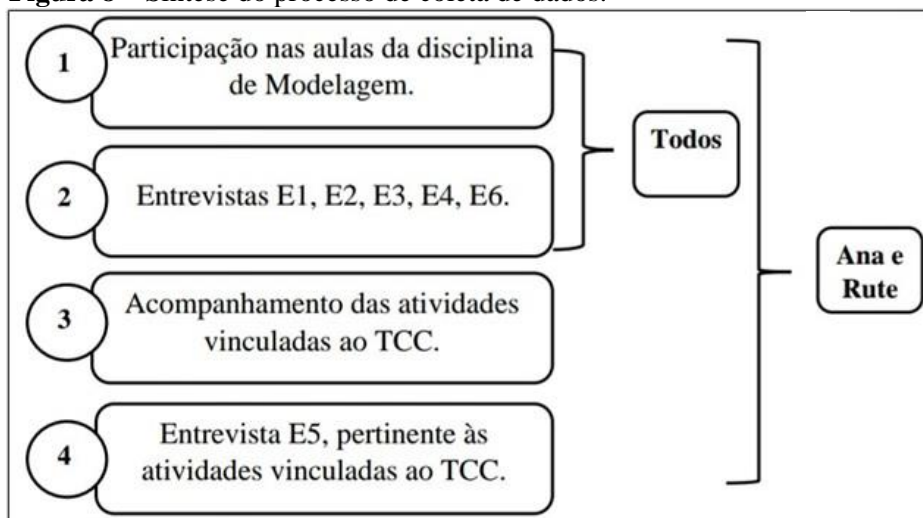
Data	Tipo	Objetivos	
29/06/2015	Individual/ Por pautas	E1	Conhecer a trajetória acadêmica dos alunos: suas participações em projetos de pesquisa e/ou extensão; experiência profissional e com a Modelagem.
05/10/2015	Individual/ Por pautas	E2	Conhecer a forma como os alunos avaliam suas participações e de seus colegas nas aulas de Modelagem.
22/02/2016	Coletiva/ Por pautas	E3	Compreender como o grupo procedeu no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática A9.
25/02/2016	Individual/ Por pautas	E4	Tomar conhecimento das reflexões feitas pelos futuros professores no decorrer do ano letivo.
Jan/2016	Individual/ Por pautas	E5	Incitar e conhecer as reflexões de Ana e Rute sobre a experiência com Modelagem Matemática, vivida no âmbito da Educação Básica.
Out/2016 à jan/2017	Individual/ Focalizada	E6	Analisar as reflexões dos alunos acerca da sua prática docente depois de formados.

Fonte: Elaborado pela autora.

Quanto à E3, é importante esclarecer que essa foi uma entrevista realizada em grupo, após o desenvolvimento de A9, em que os grupos de alunos responsabilizaram-se pelo desenvolvimento de uma atividade de Modelagem concernente ao caso 3 (BARBOSA, 2004b). Dessa forma, as entrevistas foram realizadas com os grupos G1 – Clara, Camila e Rute; e G2 – Ana, Cecília e Cissa e G3 – João, Vagner e Arthur.

As entrevistas permitiram-nos compreender a interpretação dos acontecimentos pelos olhos dos alunos e do professor. Esse conhecimento foi essencial para que pudéssemos entender a constituição da comunidade que se formou na disciplina de Modelagem.

Em síntese, os dados foram coletados em quatro fases, das quais nem todos os alunos participaram. A Figura 8 apresenta um resumo das fases e alunos participantes de cada uma delas.

Figura 8 – Síntese do processo de coleta de dados.

Fonte: Elaborado pela autora.

O material que subsidiou as análises foi organizado da seguinte maneira:

- 1) Os registros de cada aula foram organizados em pastas enumeradas cronologicamente, respeitando as discussões na turma e nos pequenos grupos. Esse material inclui os áudios, vídeos e registros escritos ou digitais produzidos pela turma. De maneira análoga, as entrevistas foram organizadas em pastas identificadas com datas.
- 2) Num arquivo digital foram escritos resumos de cada aula, com base no diário de campo da pesquisadora, dando um panorama global da investigação.
- 3) Transcrição, na íntegra, de todas as entrevistas realizadas com alunos e com o professor regente.
- 4) Estudo dos registros em áudio e transcrição dos episódios de negociação de significados que revelam aprendizagens intrínsecas à Modelagem Matemática.

Para a transcrição do material, os seguintes sinais acordados para transcrição de falas foram utilizados:

Quadro 12 – Principais sinais acordados para uma transcrição no Brasil.

Sinais	Normas acordadas em Transcrição de dados
...	Para indicar qualquer tipo de pausa.
()	Para indicar hipótese do que se ouviu.
(())	Para inserção de comentários do pesquisador.
::	Para indicar prolongamento de vogal ou consoante. Ex: “éh::”.
/	Para indicar truncamento de palavras por exemplo “o pro/ ... o procedimento”.

- -	Para silabação de palavras. Ex: “di-la-ta-ção”.
Maiúsculas	Para entonação enfática.
(____)	Para falas sobrepostas.
[____]	Para falas consecutivas.
N, I, S	Simultaneidade das diferentes linguagens (oral, escrita, gestual).

Fonte: Adaptado de

<http://www.concordancia.letras.ufrj.br/index.php?option=com_content&view=article&id=52&%20Itemid=58>. Acesso: 04/01/2017.

Em posse do material descrito e transcrito, realizamos uma leitura interpretativa de forma global. Durante o período de coleta de dados, pequenas interpretações, levantamento de hipóteses e sínteses teóricas foram realizadas com o objetivo de delinear encaminhamentos para a pesquisa. Ao fim da coleta, entretanto, foi possível fazer uma leitura que permitiu uma visão mais abrangente do todo investigado.

Inicialmente, descrevemos e caracterizamos o processo de formação da CoP, o que permitiu a continuidade da pesquisa com relação a aprendizagens ocorridas na comunidade. Para tanto, recorremos às transcrições de processos de negociação de significados mantidos nas aulas, entrevistas, descrições das aulas e de ações dos alunos, da pesquisadora e do professor.

Cumprida essa primeira etapa, sintetizamos as aprendizagens ocorridas no período de coleta de dados, justificando as suas ocorrências por meio de episódios de negociação de significados (WENGER, 1998), narrativas advindas das entrevistas e ações dos alunos nas diversas atividades desenvolvidas. Nesse caso, realizamos uma leitura das entrevistas de todos os participantes, verificando as respostas de cada um para as mesmas questões.

Com subsídios nos referenciais teóricos abordados nas seções anteriores, buscamos interpretações que revelassem as respostas para nossas inquietações. Optamos por encaminhar as análises por descrições analíticas: descrevendo situações e transcrevendo falas e episódios de aula; sintetizando os fatos; elaborando sínteses teóricas e interpretando-as.

4 APRENDIZAGENS EMERGENTES DA CoP CONSTITUÍDA NA DISCIPLINA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção, descrevemos e analisamos, à luz dos nossos referenciais teóricos, o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por futuros professores de Matemática e recorremos aos conteúdos de entrevistas feitas no decorrer do ano letivo de 2015 a fim de empreender as análises. Para tanto, inicialmente, caracterizamos a Comunidade de Prática, constituída na disciplina de Modelagem Matemática e analisamos ações abarcadas por três Empreendimentos: 1) estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente; 2) discussão de referenciais sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática; e 3) planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, pelos futuros professores. A partir do processo analítico das atividades concernentes aos empreendimentos 1 e 2, sistematizamos aprendizagens sobre: os encaminhamentos de uma atividade de Modelagem; sua inserção na Educação Básica e seu uso nas aulas de Matemática da Educação Básica, que ocorreram e foram reificadas no âmbito da CoP. A partir dessa sistematização, que revela o repertório compartilhado pelos membros da CoP, analisamos as atividades que dizem respeito ao empreendimento 3, em que os futuros professores planejaram e desenvolveram atividades de Modelagem Matemática no âmbito da própria turma.

* Parte da discussão apresentada neste capítulo, particularmente sobre os empreendimentos 1, 2 e 3, foram iniciadas e expostas em dois artigos: i) BRAZ, B. C.; KATO, L. A. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL: uma discussão sobre as aprendizagens concernentes à Modelagem Matemática. **REPPE**, v. 1, n. 1, 2017 e ii) BRAZ, B.C.; KATO, L. A. QUANDO USAR MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA? Uma discussão a partir da percepção de futuros professores. Anais...X CNMEM, Maringá, PR, 23-25, nov, 2017.

4.1 A Comunidade de Prática constituída na disciplina de Modelagem Matemática

4.2 *Empreendimento 1*: Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente.

4.2.1 Atividade 1 – Caminhadas

4.2.2 Atividade 3 – IPVA; Doação de sangue; Pedágio no Paraná.

4.2.3 Algumas considerações sobre o Empreendimento 1

4.3 *Empreendimento 2*: Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática.

4.3.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 2

4.4 *Empreendimento 3*: Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

4.4.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 3

4.1 A Comunidade de Prática constituída na disciplina de Modelagem Matemática

[...] todo mundo sentou e *discutiu* O TEXTO, a gente *discutiu* a MODELAGEM. [...] acho que todas as leituras que ele ((o professor)) sugeriu, todos os textos, foram imbuindo ideias na nossa cabeça no decorrer da disciplina. Foi mais legal lá no começo ele ter feito uma atividade e ter passado textos pra gente ler, do que se tivesse chegado lá na frente e dito, *a Modelagem é isso* (Cecília, E4, fevereiro – 2016).

Na contramão das teorias pedagógicas liberais, de acordo com a Teoria Social da Aprendizagem, o processo de negociação de significados mantido entre as pessoas, no âmbito de comunidades de prática, é o que permite o desenvolvimento da aprendizagem. Alinhada a teorias socioculturais, de acordo com a TSA, o significado das coisas não está no sujeito ou no objeto, mas na negociação de significados dos sujeitos sobre o objeto. Sendo assim, no que tange às práticas pedagógicas escolares, não faz sentido vislumbrar ações pautadas na transmissão de conhecimentos.

A fala da aluna Cecília no início desta subseção, por sua vez, traz consigo um sentido importante sobre o desenvolvimento da disciplina de Modelagem Matemática: a ocorrência de episódios de discussões que permitiram a construção de compreensões sobre Modelagem Matemática, pelos alunos, predominando sobre as práticas de ensino tradicionais, pautadas numa relação didática, professor-aluno, verticalizada. Esse e outros elementos explorados ao longo desta seção permitiram-nos conceber uma CoP constituída na disciplina de Modelagem Matemática, pelos seguintes membros: futuros professores, professor regente da disciplina e pesquisadora.

Segundo Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998), na perspectiva social, o processo de aprendizagem está associado à evolução nas formas de pertença dos seus membros a uma Comunidade de Prática. Nesse sentido, os autores ressaltam aspectos fundamentais para essa forma de se conceber a aprendizagem, dentre eles as relações estabelecidas entre os membros mais e os menos experientes nestes ambientes. Nesse contexto, as relações entre a pesquisadora, professor e futuros professores foram dinâmicas, de modo que as participações desses membros foram mais ou menos plenas de acordo com cada foco de negociação de significados. Em determinados momentos, algum estudante foi considerado *expert* por dominar o uso de um *software*, por exemplo, assumindo uma participação plena e sendo reconhecido por todos daquela comunidade. Dessa forma, em uma CoP “a dualidade entre professor e aluno deixa de ser considerada, pois ambos são percebidos como membros de uma mesma comunidade, que atuam segundo diferentes graus de experiência no desenvolvimento

de uma prática social comum: a prática da formação” (PAMPLONA; CARVALHO, 2009, p. 213).

O desenvolvimento da prática social comum; todavia, é permeado pelas experiências, de cada membro, vividas nas outras comunidades às quais pertencem, pois, como indicam Lave e Wenger (1991, p. 98, tradução nossa), “uma comunidade de prática é um conjunto de relações entre pessoas, atividade e mundo, ao longo do tempo e em relação com outras comunidades de prática tangenciais e com elementos comuns”⁴⁵. Nessa perspectiva, tratar das aprendizagens que ocorrem em uma CoP demanda que consideremos a complexidade desse processo que decorre, também, do alinhamento entre os múltiplos pertencimentos a diferentes CoPs.

Assim, não é possível falar de aprendizagem de forma desconexa de uma CoP que a sustente, tampouco sem considerar as relações dos seus membros com as outras comunidades, tangenciais a que pertencem. Torna-se importante, então, conhecer alguns elementos da trajetória dos futuros professores no curso de Licenciatura em Matemática, que entendemos para esta pesquisa, importantes para fundamentar o processo analítico sobre a CoP constituída na disciplina de Modelagem e das aprendizagens decorrentes da participação dos membros no seu processo de consolidação.

Para tanto, inicialmente, recorreremos às narrativas dos alunos sobre episódios vivenciados desde a decisão de ingressar no curso até o momento em que iniciaram a disciplina de Modelagem Matemática. Compreendemos que, também, na formação inicial, “ao contar sua trajetória profissional o professor escolhe episódios, bem como a perspectiva em que eles serão apresentados – nesse momento identifica fatos importantes da sua construção profissional” (PAMPLONA; CARVALHO, 2009, p. 219). Sobretudo, ao tratar das suas histórias em determinados contextos, o futuro professor revela aspectos importantes sobre as comunidades das quais participa ou participou.

Nesse caso, assumimos que comunidades⁴⁶ como a do PIBID, PIC, projetos extensionistas, dentre outras relacionadas à tríade ensino-pesquisa-extensão, bem como aquelas relacionadas às atividades profissionais dos alunos, caracterizam-se como tangenciais à CoP que constitui nosso foco de análise. Na medida em que os sujeitos participam de comunidades como essas, cujos objetivos abarcam de alguma forma o seu desenvolvimento

⁴⁵ “A community of practice is a set of relations among persons, activity, and world, over time and in relation with other tangential and overlapping communities of practice” (LAVE; WENGER, 1991, p. 98).

⁴⁶ Considerando que não analisamos os contextos do PIBID, PIC e outros projetos quanto à formação de uma CoP, chamaremos esses contextos apenas de “comunidades”.

profissional, as suas práticas pedagógicas são modificadas e, conseqüentemente, a prática em Modelagem Matemática também.

Da mesma forma, de acordo com o posicionamento teórico assumido, compreendemos que as práticas individuais dos futuros professores constituem a prática do grupo do qual estamos interessadas. Assim, optamos por analisar as dimensões tanto individuais quanto coletivas, uma vez que se complementam. Nas próximas páginas, apresentamos aspectos concernentes às histórias dos alunos no processo de tornarem-se professores de Matemática, sob a ótica dos seus relatos, considerando que estes são os membros que compõem a CoP de nosso interesse. Para tanto, partimos da síntese de informações apresentada no Quadro 13:

Quadro 13 – Informações sobre os alunos participantes da pesquisa.

Nome	Idade	Já participou de projeto(s) de extensão e/ou pesquisa?		Possui experiência docente?	Já conhecia a Modelagem Matemática?
		Sim ou não	Projeto/área		
Clara	29	Não.	-	Sim. Ens. Fund.	Não
Arthur	21	Não.	-	Sim. Ensino Fund. e Médio	Não.
João	22	Não.	-	Sim. Ensino Fund.	Não.
Rute	Não informada	Não.	-	Não.	Sim.
Ana	23	Sim.	PIBID/ PIC Produção de Materiais didático manipuláveis	Não.	Sim, por meio do PIBID.
Camila	22	Sim.	PIBID/PIC Didática Francesa.	Sim. Ed. Infantil	Sim. Participação em um curso vinculado à um TCC ⁴⁷ .
Cissa	21	Sim.	PIBID/ PIC Produção de Materiais didático manipuláveis	Não.	Sim, por meio do PIBID.
Cecília	21	Sim.	PIC História na Ed. Mat e Didática Francesa	Não.	Não.
Vagner	21	Sim.	PIC Didática Francesa.	Não.	Não.

Fonte: Elaborado pela autora.

⁴⁷ Trabalho de conclusão de curso.

Na coluna concernente às experiências docentes, consideramos apenas aquelas em que os alunos eram os professores regentes da turma, ou seja, sem vínculo com as atividades universitárias de pesquisa e de extensão. Exceto Camila, professora da Educação Infantil, os outros alunos que afirmaram já terem tido essa vivência, tiveram-na por meio de contratos provisórios no Processo Seletivo Simplificado (PSS) do estado do Paraná.

Salientamos que os dados contidos no Quadro 13 foram obtidos numa entrevista, E1, realizada em junho de 2015. Até aquele momento, com exceção de Rute, todos os alunos afirmaram querer seguir a carreira docente.

Nas próximas páginas, apresentamos alguns relatos dos futuros professores, sobre a decisão de cursar Licenciatura em Matemática e suas relações com o curso, que, para além de justificarem suas ações e posicionamentos dentro da CoP, subsidiarão nossas análises para o atendimento do problema de pesquisa.

Clara

[...] Dei aula o ano de 2011 ((como PSS)) inteiro e aí meu tio falou assim: '*olha, eu acho que você dá certo fazer Matemática. Por que você não tenta?*' E aí conversei com os professores da área de Matemática que disseram que eu levava jeito e eu me identifico mesmo. Tanto que até hoje eu quero ser professora e vejo que eu tô na área certa. (Clara, E1, junho – 2015).

Clara tinha 29 anos na ocasião dessa entrevista em que revelou os motivos que a levaram a escolher o curso de Licenciatura. Na contramão da situação de expressiva parte dos alunos das Licenciaturas em Matemática, que ingressam no curso sem a perspectiva da docência (KRAHE, 2009; MOREIRA et al., 2012), Clara afirma ter feito essa escolha pelo fato de querer ser professora de Matemática.

A certeza da aluna quanto à a escolha, como relatou, decorreu da sua trajetória acadêmica anterior. De acordo com Clara, quando cursava a Educação Básica, ainda que incentivada a cursar Matemática, decidiu pelo curso de Engenharia de produção:

[...] eu pensei assim “Ah:: Matemática é Licenciatura. Aí eu vou ser só professora. Eu não sei se eu quero ser professora”. Aí deixei de lado a ideia de fazer Matemática e fui fazer engenharia por causa do campo mesmo [...] eu gostava muito de estudar aquilo ali, mas quando veio a parte mais voltada pra prática eu vi que eu NÃO IA ME TORNAR UMA ENGENHEIRA [...] ai em 2010 eu fiz PSS e comecei a dar aula. (Clara, E1, junho – 2015).

O excerto da entrevista de Clara evidencia elementos importantes quanto ao seu posicionamento na CoP da disciplina de Modelagem: legitima a consciência da sua decisão por seguir a profissão após a conclusão de um curso que não atendia às suas expectativas

profissionais e o fato de sua prática profissional anteceder a formação inicial como professora. O segundo apontamento tem implicações para sua participação e seu engajamento no curso e, conseqüentemente, na disciplina de Modelagem. Clara apoiava-se nos saberes advindos das experiências profissionais, de uma comunidade constituída no seu ambiente de trabalho.

Concomitantemente, o fato de já atuar profissionalmente gerou obstáculos quanto à sua participação em outras atividades pedagógicas vinculadas ao curso: “[...] desde que eu assumi PSS, que eu comecei a trabalhar, eu acho que fica muito cansativo, tanto vir pra faculdade a noite, sabe? E dai levar um projeto como PIC ou PIBID, eu acho que não seria vantajoso, por isso eu não entrei” (Clara, E1, junho – 2015). Dessa forma, o discurso de Clara é marcado por seus saberes experienciais (NÓVOA, 1995), ou seja, advindos da prática de professora. Ao ser questionada, por exemplo, sobre o que entende por Modelagem Matemática, Clara afirmou:

Assim... eu acho que ali na escola, entre os professores de Matemática, ninguém comenta sobre **Modelagem Matemática**. Até é feito. Não vou falar pra você que não é feito. Não é uma coisa nova esse tipo de investigação, mas eu acho que com o nome M-O-D-E-L-A-G-E-M, sendo a Modelagem essa **investigação** e essa **problematização**, eu acho que isso somente quem fez a disciplina de Modelagem, no curso de Matemática, tem essa noção (Clara, E1, junho – 2015).

O contexto escolar por ainda ser, geralmente, moldado por práticas pedagógicas tradicionais tende a fundamentar saberes com a mesma característica. Disso decorre que ao longo da disciplina de Modelagem, ao recorrer às suas experiências profissionais, Clara mostrou resistências quanto ao uso da Modelagem Matemática na Educação Básica. Alguns deles, inclusive, já identificados por Ceolim (2015), como a questão da restrição curricular.

Arthur

Tal como Clara, Arthur já havia atuado como professor de Matemática na rede pública de Educação Básica e nunca havia participado de projetos de pesquisa, extensão ou incentivo à docência. Assim, procurou recorrer às suas vivências profissionais, como professor PSS, para justificar seus posicionamentos.

Diferente de Clara, contudo, Arthur afirmou que sua opção pela Licenciatura se deu devido às oportunidades de trabalho na cidade onde residia à época da formação inicial:

Pesquisadora: E por que você escolheu esse curso?

Arthur: Olha, até eu hoje eu me pergunto o porquê ((risos)). Eu acho que mais por uma questão de ser cidade pequena e tal:: de conseguir um emprego mais...de remuneração melhor.

Pesquisadora: Você já pensava em ser professor?

Arthur: Não, eu pensei (em unir) o que seria útil ao agradável. (Arthur, E1, junho – 2015).

A justificativa sobre as oportunidades profissionais para a escolha do curso é bastante comum entre os licenciandos em Matemática, como apontam Moreira et al. (2012) em uma pesquisa cujo objetivo consistiu em analisar o perfil do aluno da Licenciatura em Matemática no Brasil. De fato, ainda durante a graduação, Arthur atuou como professor substituto, via PSS, em virtude da carência de profissionais da área na cidade em que residia. De acordo com ele, sua atuação se deu nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio; não obstante, afirmou que “pegava (aulas) quebradinho: sexto ano, sétimos, oitavos... primeiro ano, terceiro ano do Ensino Médio” (Arthur, E1, junho – 2015). Ainda segundo Arthur, seu tempo de permanência em cada turma era curto, o que dificultava seu relacionamento com os alunos, no sentido de estabelecer uma relação efetiva em termos didáticos.

Sobre o papel do professor na vida dos alunos, no início do último ano do curso, Arthur afirmou o seguinte: “Ah:: eu acho que ele tem que ser comunicativo né, dinâmico...ele tem que ser...nossa...sei lá (risos) [...] ah:: o papel, tipo assim de, incentivar, de ser [...] como é que vou te dizer...de ajudar mesmo... de nortear os alunos...nesse sentido” (Arthur, E1, junho – 2015).

Ao longo do ano letivo em que a turma foi acompanhada, Arthur revelou querer seguir a carreira docente e manifestou interesse em cursar uma outra Licenciatura, dessa vez em Física, corroborando com a justificativa pela escolha da Licenciatura.

João

Tal como Clara e Arthur, João também não participou de atividades acadêmicas para além das de ensino durante a graduação, pois trabalhava durante o dia no decorrer dos quatro anos de curso: “o meu primeiro ano foi bem complicado, porque eu trabalhava num mercado, sabe? Eu era açougueiro o dia inteiro e no sábado. E aí pra estudar? Não tinha muito tempo [...] esse ano, na verdade, apesar da greve, eu trabalho na prefeitura, mas eu consegui umas aulas” (João, E1, junho – 2015).

Similar a Arthur, João relatou ter ministrado aulas na Educação Básica durante um mês. Ainda que por pouco tempo, João avaliou como positiva a experiência. Para ele, essa vivência mostrou que o papel do professor de Matemática é “Além de ensinar, de formar um cidadão, fazer o aluno pensar, ser um cidadão mais crítico também” (João, E1, junho – 2015).

Além da experiência como professor, o papel de aluno influenciou substancialmente a escolha de João pela carreira docente:

Então, desde o Ensino Médio eu já me identificava. Aí eu...tipo assim... eu via lá meu professor... eu me inspirei mais nele. Eu achava ele o máximo, um cara muito inteligente. Um ótimo professor, na verdade. Aí, eu conversando com ele lá no Ensino Médio e ele me disse: “*Você vai bem em Matemática. Você vai bem, você consegue ...é:: entende bastante coisa*”, bastante coisa assim [...] (João, E1, junho – 2015).

A fala de João expressa a principal motivação pela escolha do curso: o exemplo de um professor. Moraes (1995) já há mais de duas décadas identificou a influência de professores que foram marcantes na vida escolar de alunos, como motivo para a escolha profissional. Além disso, João afirmou que desde o Ensino Médio gostava da sensação de ensinar algo a alguém. De acordo com ele, esse gosto foi reforçado após a experiência profissional que lhe pareceu recompensadora ao perceber que poderia ensinar vários alunos. Segundo Moreira et al. (2012), o entendimento da profissão como uma missão de educar novas gerações é um dos motivos para a escolha dessa trajetória.

Ao mesmo tempo, o futuro professor elencou uma razão para não seguir a carreira docente “com esse monte de coisas que o governo está fazendo eu não sei se vale a pena mais ser professor” (João, E1, junho – 2015). Como o ex-aluno da rede pública de Educação Básica, aluno de uma Universidade pública e aspirante a professor também da rede pública de ensino do estado do Paraná, aquele momento de luta e descaso com as condições trabalhistas influenciaram negativamente as expectativas de João com a profissão.

Rute

A opção por cursar a Licenciatura para Rute foi algo bem planejado e ciente da organização e habilitação do curso: ser professora. No período entre a conclusão do Ensino Médio e o ingresso na Licenciatura, 13 anos, Rute consolidou uma carreira na Secretaria de Saúde da cidade em que a Universidade está situada. Por ser uma das responsáveis pelo apoio financeiro da sua família, a futura professora afirmou que não deixaria sua carreira para atuar como professora substituta, devido à instabilidade profissional.

Assim como muitos alunos das licenciaturas, o único contato de Rute com as salas de aula da Educação Básica como professora, até aquele momento, tinha se dado por meio dos Estágios Supervisionados obrigatórios. Essa era a única referência da aluna para os debates sobre a prática pedagógica de Modelagem nas aulas acompanhadas. Ao mesmo tempo, de acordo com Rute, seu interesse pela Modelagem emergiu no ano anterior quando assistiu a uma apresentação do projeto de TCC de um aluno que estava finalizando o curso. Desde então, acompanhou o desenvolvimento do trabalho, assistiu apresentações em um encontro de produção científica na Universidade e decidiu que para o seu TCC faria algo na mesma linha de investigação.

Uma das exigências para o TCC no curso de Matemática em que essa investigação foi realizada é a apresentação do projeto para uma banca composta por dois professores do colegiado, como forma de uma avaliação preliminar do estudo proposto. No momento da sua entrevista, Rute já havia passado por essa avaliação e revelou-se insegura quanto ao que entendia por Modelagem Matemática, segundo os apontamentos dados pelo professor regente:

Ah:: então primeira vez que eu fui lendo (sobre Modelagem) eu fui entendendo só esse lado do modelo. Eles ((os alunos)) vão achar um modelo, vão desenvolver, vão aplicar e ver se funciona. Ah:: agora eu entendo que não é só isso, você discutir tudo que envolve aquele contexto, desde...sei lá...parte de vida do aluno até o problema, tudo né, seria uma parte mais geral [...] eu senti assim que durante a evolução do projeto eu fiquei meio perdida. Porque eu queria fazer uma coisa, mas depois que o professor ((da disciplina de Modelagem)) no momento de banca me falou e corrigiu algumas coisas, eu vi que eu dei uma misturada [...] eu queria fazer uma coisa mais aberta, mais voltada pro contexto social, mas da forma que eu escrevi, me baseei, não ficou desse jeito. (Rute, E1, junho – 2015).

O excerto desvela tanto os questionamentos de Rute sobre o que seja o processo de Modelagem, quanto elementos da concepção de Modelagem do professor da disciplina, na medida em que indica à Rute que torne a situação estudada mais aberta e enfatize aspectos sociais do tema que seria abordado na atividade. Rute argumentou que a situação não permitia encaminhamentos previsíveis, considerando o fato de que o próprio tema: gastos públicos com o Sistema Único de Saúde (SUS) demandaria o levantamento de dados que não estão prontos nem mesmo aos profissionais da área da saúde daquela cidade.

A discussão e as reflexões motivadas por meio da banca de projeto de TCC de Rute suscitaram análises sobre o papel do professor de Matemática, como mostra o seguinte trecho: “Acho que tudo o que o professor falou ((na banca de TCC)) é válido, só que também tem essa parte do tradicional. Porque se você pode ensinar todo aluno a trabalhar, aprender, a discutir...só que hoje em dia se ele chega pra fazer um vestibular, lá é muito direto né [...] (Rute, E1, junho – 2015).

Essa fala de Rute indica uma compreensão do processo de Modelagem que a desvincula do processo de ensino de conceitos matemáticos. A aluna afirma que é necessário um ensino “mais tradicional” articulando-o a conhecimentos necessários para aprovação em um vestibular e, ao mesmo tempo, relaciona o processo de Modelagem unicamente à discussão de temas relevantes ao contexto social dos alunos, sem a abordagem matemática, como sugere o trecho anterior. Essa relação, estabelecida por Rute, também foi feita por outros alunos no decorrer da disciplina, por exemplo, ao planejarem atividades de Modelagem.

Ana

ah:: eu, quando eu estava no terceiro ano (do Ensino Médio) o pessoal falava “*vamos fazer vestibular e tal*”, e eu, eu nem sabia o que era vestibular, não tinha nem noção. Aí falei assim “ah:: eu vou fazer ... eu vou fazer também”. Aí [...] uma amiga minha disse “*eu vou fazer na Universidade tal*”, aí eu falei “*que curso que tem lá?*” [...] aí dos cursos que tinha eu falei, “*ah vou fazer Matemática*” (Ana, E1, junho – 2015).

Em sua primeira entrevista, Ana relatou que até o Ensino Médio não pensava em cursar Ensino Superior e, ainda que se identificasse mais com a profissão de Medicina Veterinária, as condições financeiras e o incentivo dos colegas levaram-na a tentar o processo seletivo para a Licenciatura em Matemática. Os fatos de a Universidade estar localizada próxima à sua cidade e de ser pública preponderaram. Ainda, segundo Ana, a escolha pelo curso se deu porque:

Eu gostava de Matemática, aí eu pensei, a única matéria que eu nunca precisei estudar para passar foi Matemática. E aí eu vim fazer [...] e aí começou a faculdade, NOSSA, só bomba. Minha primeira nota foi vermelha, e eu fiquei desesperada. Eu fiquei bem mal. Fui vendo que não era só eu. Aí pensei “menos mal” e fiquei. No primeiro ano eu fiquei ((com dependência)) em 2 matérias, computação e Cálculo I [...] Pensei em desistir, mas aí pensei: já vim até aqui... foi tão difícil. Já que tá aqui, vamos terminar [...] (Ana, E1, junho – 2015).

Tal como muitos alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática, Ana descreveu as angústias vividas no primeiro ano ao lidar com disciplinas e um ritmo de estudos diferente do que estava habituada. Sobretudo, as incertezas sobre ser professora de Matemática. Segundo a futura professora, “*tinha muito medo da sala de aula, pensei: ‘será que vai dar certo? Porque eu gosto de matemática, mas eu não sei se eu vou conseguir dar aula’; porque eu tinha muito medo do aluno perguntar e eu não conseguir responder*” (Ana, E1, junho – 2015).

Essa, de acordo com Ana, foi a principal motivação para seu ingresso no PIBID quando cursava o segundo ano da Licenciatura em Matemática: conhecer desde os primeiros anos do curso, o chão da sala de aula. Por meio do PIBID, a aluna teve a oportunidade de estudar e orientar atividades de resolução de problemas e de investigações matemáticas na Educação Básica. Segundo ela, essas experiências conferiram-lhe segurança, pois sempre esteve acompanhada por outros alunos do projeto e por professores. Foi ainda, no PIBID, que Ana conheceu a Modelagem Matemática e decidiu desenvolver seu TCC nessa área. A aluna relatou ter desenvolvido uma atividade de Modelagem com o tema ar-condicionado que a incentivou a tal ponto de querer mudar o seu tema de TCC e atuar como professora orientando a mesma atividade.

Além da experiência no PIBID, Ana participou de um projeto de iniciação científica, em que elaborava manuais para materiais didáticos de Matemática, recebidos pelas escolas públicas no programa Brasil profissionalizado, mas que não eram utilizados pelos professores da Educação Básica por falta de orientação. As atividades de ensino e de pesquisa às quais esteve envolvida proporcionaram-lhe a seguinte compreensão sobre o papel do professor de Matemática:

Olha, eu acho que assim...[...] pensar não em dar mais conteúdo, mas se os alunos realmente aprenderam. Se não aprenderam, nem que a gente fique com aquele conteúdo assim, por nossa... muitas aulas, mas que ele realmente aprenda. Eu sei que você não vai conseguir atingir todo mundo, mas o máximo que você conseguir ali já está bom demais [...] porque assim, a Matemática já chega na sala de aula e já fala que é difícil, aí então, teria que ter uma maneira de cativar os alunos, de levar a Matemática, relacionar à realidade deles, para ver se eles têm mais interesse [...] (Ana, E1, junho – 2015).

Já nesse momento, Ana revelou um posicionamento pedagógico que tende a valorizar o papel do aluno no processo de ensino e aprendizagem, condizente com as teorias pedagógicas críticas. Esse posicionamento foi evidenciado nas ações de Ana nos diferentes momentos em que a acompanhamos ao planejar e desenvolver aulas de Matemática.

Cissa

A relação de Cissa com a Licenciatura em Matemática coincide, em muitos aspectos, com a de Ana. Cissa e Ana moravam na mesma cidade à época do curso, foram bolsistas do PIBID durante quatro anos do curso e trabalharam juntas no mesmo projeto de Iniciação Científica. Para além da história entrelaçada no curso de graduação, Cissa também optou pela Licenciatura em Matemática por ser o curso que mais se identificava, dentre as outras opções ofertadas pela Universidade pública mais próxima da sua cidade. Segundo ela, só conheceu a Universidade por ter sido privilegiada com uma inscrição para o vestibular, pela escola onde estudava. Para Cissa, o ingresso no curso de Matemática não foi agradável:

Nossa, foi terrível, porque eu cheguei e a primeira aula foi de Cálculo. A professora começou a falar, falar, falar ... na verdade eu até acredito que tenha dado aula não para a gente (os ingressos em 2012), mas para os veteranos [...] eu fiquei assustada, eu chorava quase todo dia quando eu vinha para a aula e quando eu ia embora. Sério, eu chorava quase todo dia. QUASE TODO DIA! Mas aí eu insisti. (Cissa, E1, junho – 2015).

Segundo a futura professora, sua relação com o curso tornou-se menos onerosa a partir do momento em que ingressou, como bolsista, no PIBID. Foi por meio desse programa que havia conhecido a Modelagem Matemática meses antes da data da entrevista, inicialmente por

meio de leituras de textos indicados pelos orientadores e, posteriormente, como aluna trabalhando em uma atividade de Modelagem.

A partir das experiências docentes que havia tido até aquele momento no Estágio Supervisionado e o PIBID, Cissa afirmou querer seguir a carreira docente no ensino superior e que, na sua concepção, o professor de Matemática precisa usar outras referências nas suas aulas, que não apenas o da matemática pura: “Quantas vezes o professor não leva exercícios assim: calcule essa PA ((Progressão aritmética)), mas assim...onde que ele pode usar essa PA? Sabe? Então acho que tem que levar o conceito para a realidade. Claro que, não são todos que ele vai dar conta de levar, mas assim ...trabalhar mais com isso” (Cissa, E1, junho – 2015).

As narrativas de Cissa revelam experiências de aulas de Matemática na Educação Básica, e da Licenciatura, como estagiária, condizentes a práticas pedagógicas liberais. Ao mesmo tempo, suas falas mostram o descontentamento com esse modelo de ensino.

Camila

Assim como outros alunos da sua turma, Camila também relatou ter tido dificuldades com relação às disciplinas no primeiro ano do curso. A aluna, entretanto, atribuiu seus problemas na disciplina de Cálculo I às suas ausências no período das aulas. Segundo ela, naquele ano cursava também a Licenciatura em pedagogia, na modalidade à distância, e os horários das aulas presenciais coincidiam.

Camila, que havia concluído o curso de formação de docentes da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, em nível médio, era professora na Educação Infantil. Para ela, a decisão de ser professora antecedeu a opção pelo curso de Matemática:

Na verdade eu tive inspiração dos meus professores, eu gostava muito deles, então assim, eu pensei: *se eu fosse professora, os alunos iam gostar de mim, entendeu?* ((risos)) Foi isso. Eu pensei, eu gostava deles e vou ter o mesmo retorno, eu quero ter o mesmo retorno (Camila, E1, junho – 2015).

O encanto por essa área de conhecimento surgiu, segundo ela:

Camila: Porque é uma coisa que me prende a atenção; que eu sei que eu vou resolver e vou chegar em algum lugar. E as outras áreas, te dão várias possibilidades. E a Matemática assim... eu tô mudando meu ponto de vista também (risos) .

Pesquisadora: Por que você está mudando?

Camila: Antes eu pensava que a Matemática era assim, aquele resultado e ponto. Agora você já sabe que pode ter várias respostas corretas também, não só aquela né. Tem várias formas de solução (E1, junho – 2015).

A mudança na forma de se olhar para a Matemática, segundo Camila, acontecia em virtude da sua participação no PIBID, em que tinha contato intenso com outros professores e

alunos, seu projeto de Iniciação Científica, em que estudava a teoria dos registros de representação semiótica, sistematizada por Raymond Duval e pelas aulas de Modelagem.

Camila relatou ter estudado as seguintes tendências em Educação Matemática: resolução de problemas, investigação matemática e a Modelagem Matemática. As duas primeiras no âmbito do PIBID e a Modelagem Matemática no primeiro ano de curso, via curso de extensão vinculado ao desenvolvimento do meu TCC, quando era aluna do curso de Matemática naquela instituição de ensino. Para ela, essas vivências fizeram-na perceber que o professor de Matemática precisa “ter domínio do conteúdo... e estar atualizado. Tem que conhecer de outras coisas também, porque na aula surgem várias discussões, vários assuntos, e ele tem que estar preparado também” (Camila, E1, junho – 2015).

Sua expectativa após a conclusão do curso era a de ter a oportunidade de exercer a profissão de professora de Matemática, já que até aquele momento, suas únicas experiências nesta área haviam se dado no âmbito do Estágio Supervisionado e do PIBID.

Cecília

Para Cecília, a motivação para cursar Licenciatura em Matemática veio, principalmente, da sua participação na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e nas atividades formativas ofertadas pela Universidade na qual era, então, aluna:

[...] na minha família ninguém foi pra Universidade, eu não tinha perspectiva de fazer uma faculdade, nem nada [...] tinha aquelas olimpíadas de Matemática, da OBMEP, e eu sempre passava pra segunda fase. Consegui menção honrosa, mas nunca consegui nada além de ir pra segunda fase. E eu gostava muito da disciplina, ajudava a professora junto com os alunos; a professora sempre me incentivava, mas nunca me falou assim: ah: “*por que que você não faz Matemática, para ser professora? Porque você leva jeito.*” Mas eu nunca imaginei ser professora. Até hoje eu não sei se levo jeito. Aí chegou no terceiro ano e eu pensei: agora eu tenho que decidir. Ai eu sabia que aqui tinha porque eu já tinha vindo participar (das atividades desenvolvidas pelo curso) do ciclo de atividades e das Olimpíadas (de Matemática da Universidade) [...] (Cecília, E1, junho – 2015).

A fala inicial de Cecília revela algumas características comuns ao perfil do licenciando em Matemática no Brasil, elencadas por Moreira et. al. (2012), como a atração mais pela Matemática do que pela profissão de professor e o fato de ser a primeira pessoa da família a ingressar no ensino superior. Além disso, desvela um fato importante sobre o papel dos projetos e cursos extensionistas desenvolvidos pelas Universidades para as cidades do seu entorno, na medida em que apresentam novas possibilidades aos estudantes da Educação Básica.

Tal como outros estudantes da sua turma, a aluna relatou ter tido dificuldades no primeiro ano do curso quanto às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e de Geometria Analítica e Álgebra Linear e também porque trabalhava durante o dia. Segundo Cecília, o fato de ter sido contemplada com uma bolsa de Iniciação Científica, a partir do segundo ano do curso, conferiu-lhe oportunidade de conhecer outra faceta do curso e mais tempo para se dedicar às atividades de ensino. Sobretudo, de acordo com a licencianda, foi a partir do segundo ano da graduação que seu olhar sobre a Matemática e a docência modificou-se, fazendo com que olhasse para sua formação em Matemática na Educação Básica de outra forma.

Durante toda a entrevista de Cecília, sua fala mostrou incertezas quanto ao exercício da profissão ao passo que reconhecia a sua complexidade

Então, o professor de Matemática, na verdade, não está dentro da sala de aula para formar matemáticos né? Ele está ali para mostrar uma mínima ideia....uma ideia minúscula, assim... ensinar um pouco da Matemática que ele vai poder usar para é... não só a matemática para a carreira acadêmica, mas no dia a dia dele...formar como cidadão, também. E ali na aula de Matemática, ele não precisa discutir só Matemática, mas também outras coisas relacionadas à cidadania do aluno (Cecília, E1, junho – 2015).

Esse trecho revela a clareza na fala da aluna quanto à formação de um matemático e ao educar matematicamente alunos.

Vagner

Vontade de ser professor, na verdade eu nunca tive... ah:: eu sempre gostei de Matemática, Física e Química. Interesse mais era por Física mesmo, mas como Física só tinha na UEM, longe, para mim não dava. Resolvi escolher Matemática e fazer. Sempre gostei né. No primeiro ano, foi aquela surpresa, pensa que é uma coisa e é outra [...] ((risos)). (Vagner, E1, junho – 2015).

A opção de Vagner pelo curso de Licenciatura em Matemática decorreu da sua identificação com a área de Ciências Exatas e de outras condições que independiam da vontade de ser professor.

Segundo Vagner, um motivo importante para que fosse aprovado em todas as disciplinas, até aquele momento, foi o de ter conseguido uma bolsa de IC e poder ter se dedicado integralmente ao curso. O aluno relatou que no decorrer dos anos em que se dedicou aos projetos de IC pôde conhecer e se dedicar ao estudo da teoria dos registros de representação semiótica, de sistemas lineares e inequações. Embora tivesse um foco mais teórico, de acordo com Vagner, no desenvolvimento do seu PIC, elaborou atividades fundamentadas nesses referenciais e as desenvolveu com alunos da Educação Básica de uma

escola pública e com alunos do primeiro ano do curso de Matemática na mesma Universidade em que estudava. Suas experiências na sala de aula, então, restringiram-se a essas intervenções e ao Estágio Supervisionado. Em decorrência dessas vivências, Vagner considerava que um bom professor de Matemática “[...] tem que ser bem dinâmico... bem comunicativo porque uma aula bem monótona, eu acho que os alunos pegam pesado né?! Talvez... a Modelagem sempre fala muito sobre a questão social...eu acho que tem que envolver isso aí” (Vagner, E1, junho – 2015).

A ponderação de Vagner acerca do papel do professor de Matemática na Educação Básica vai ao encontro dos apontamentos de outros futuros professores, como os de Ana, Cecília e Rute. Essa convergência de posicionamentos é natural ao considerarmos que esses são pontos de vista que constituem a identidade desses futuros professores e que a identidade refere-se ao modo como nos constituímos, com histórias e aprendizagens pessoais e/ou compartilhadas no contexto das comunidades as quais pertencemos (WENGER, 1998).

As histórias de aprendizagens desses membros, futuros professores, cruzaram-se, foram compartilhadas e embasaram as experiências vivenciadas na disciplina de Modelagem Matemática. Podemos inferir que o contexto da Licenciatura em Matemática, para esses alunos, constitui uma estrutura que fundamenta suas práticas formativas. Por outro lado, as experiências narradas pelos alunos sobre suas vivências no curso evidenciam que ainda existem distâncias consideráveis entre as aulas de algumas disciplinas e as características intrínsecas à uma CoP no contexto escolar, como por exemplo quando descrevem suas aulas de Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Boylan (2005), para que uma sala de aula seja entendida como uma CoP, o foco passa do processo de ensino para o processo de aprendizagem e para as práticas nas quais o aprendiz se engaja; o papel do professor deixa de ser central e seu posicionamento passa a ser o de um *expert* em determinadas práticas, ao passo que os alunos também podem ser considerados como tal, assumindo participação plena. Além disso, de acordo com o mesmo autor, numa CoP em contexto escolar, as práticas dos alunos são caracterizadas por serem de investigação e de exploração, em detrimento do cumprimento etapas pré-determinadas por outras pessoas.

Considerando tais apontamentos, foi possível caracterizar a CoP constituída na disciplina de Modelagem apreciando e considerando a forma como foi desenvolvida por pesquisadora, professor e futuros professores. Antes de tudo, a constituição da CoP foi possível porque, de acordo com os alunos, a postura do professor regente ao conduzir a

disciplina foi democrática e permitiu a negociação de ações, mesmo que no âmbito do ensino formal, com demandas institucionais pré-estabelecidas.

Para além de ser professor da disciplina de Modelagem, o que já o torna *expert* no âmbito desta CoP em vários episódios de negociação, o professor regente é doutor em Educação, sendo a Modelagem Matemática sua área de pesquisa. Ademais, trabalhou durante vinte anos na Educação Básica como professor de Matemática. Durante o período em que os acompanhamos, o professor sempre se mostrou afim às causas políticas educacionais e pedagogicamente alinhado às teorias progressistas, como o seguinte trecho de uma das suas falas, em aula, evidencia:

É a gente que vai fazer a diferença. É a gente que vai dar aula! Olha, eu não estou dando prova pra vocês. Poderia dar prova escrita e não fazer toda essa discussão ... então é assim na sala de aula ((da Educação Básica)) também. Tem que ter um pouco de você na sala de aula. Não adianta... não dá pra ser aquele professor que pega o livro didático e só passa, copia tudo. Aqui, (você precisa considerar) as leituras que a gente tem, de mundo, de sociedade, a inserção e papel da escola na sociedade. Isso passa para aula. Não tem como não passar. [...] Por isso que quando vocês forem escolher o embasamento teórico ((das aulas)), vocês têm que saber o que querem. Sempre que você adota ou escolhe um autor, você também tem afinidade com aquela teoria. A gente tem que ler bastante. Isso não é tão fácil. (Professor regente, aula 28-09-2015).

Essa postura democrática com relação às escolhas didáticas foi reconhecida e avaliada pelos alunos, na entrevista E4, quando questionados sobre as escolhas seguidas pelo professor. No excerto a seguir, por exemplo, Rute avalia o desenvolvimento das aulas da disciplina de Modelagem, situando-a no curso de Matemática:

Rute: Então, ele (o professor regente) trabalha com uma linha completamente diferente das outras aulas, mas também a matéria é totalmente diferente das outras. Eu acho que ele trabalhou bem... Ele introduziu os textos primeiro, depois as atividades... [...].

Pesquisadora: Você já teve aula com ele em outra disciplina?

Rute: Não.

Pesquisadora: Você disse que a “*aula dele é diferente de outras aulas, mas porque a disciplina é diferente*”. Diferente em que aspectos? Você tem mais alguma disciplina da área de Educação Matemática?

Rute: Esse ano eu tenho filosofia (da Educação Matemática), eu tenho história (da Matemática), são todas disciplinas mais que nem a dele assim... não tem prova, os trabalhos são feitos em sala, então foge um pouco do que é no primeiro ano, com prova e lista e tudo. São mais pra participar mesmo.

Pesquisadora: A aula dele é diferente da aula de história (da Matemática), de filosofia (da Educação Matemática)?

Rute: É diferente.

Pesquisadora: Como?

Rute: Ele chega. Ele manda texto (antes da data da aula), a gente chega, discute, as vezes o (outro) professor já manda slide, entendeu? Como se o professor já deixasse aquela impressão do que eles acham.

Pesquisadora: Mais delimitado?

Rute: Isso! Não fica tão aberto quanto aqui. Eles dizem “é isso, e isso”.

Pesquisadora: Você sente falta disso?

Rute: Dos slides não, porque eu odeio slides, mas eu sinto falta assim... por exemplo hoje no final, ele poderia dizer algo assim: “*então gente hoje eu escolhi trabalhar isso, por causa disso e disso*”. De explicitar qual linha ele segue e porque ele segue. Dizer que escolheu essa linha; porque a outra não deu certo (E4, fevereiro – 2016).

A fala de Rute evidencia o caráter de negociabilidade que existiu nas aulas em questão. Como a aluna afirmou, todos os conteúdos dos textos e ações foram negociados pela turma, antes que o professor expressasse suas opiniões sobre as diversas situações. Essa característica é relevante para a constituição da CoP no sentido de que historicamente a voz do professor é legitimada pelos alunos e, portanto, dependendo da forma como se manifesta, poderia tornar o processo de negociação de significados menos rico. De acordo com Wenger (1998), um dos componentes que dizem respeito a aprender com a participação em uma CoP trata da nossa capacidade de aprender produzindo significados sobre o mundo em que vivemos; nesse caso, produzindo significados sobre a Modelagem Matemática. Logo, práticas transmissivas ou posicionamentos pedagógicos liberais descaracterizariam este ambiente como uma CoP.

No mesmo sentido de Rute, Vagner ressaltou a relevância das discussões na disciplina para que compreensões sobre Modelagem fossem construídas:

Eu gostei bastante do professor, até pela metodologia dele. Igual... os textos que ele trabalhou... Ele não trabalhou *tantos textos* como os outros professores fazem, só que ele conseguiu abranger várias concepções de Modelagem. A gente pegou um pouquinho de cada autor, pra tentar identificar o que é Modelagem (Vagner, E4, fevereiro – 2016).

Ao mesmo tempo, a postura pedagógica que descentralizou o papel do professor nos processos de ensino e de aprendizagem foi enfatizada, pelos alunos, no que tange a ações que perpassam aquelas de sala de aula. Por exemplo, quanto à negociabilidade sobre aspectos técnicos da disciplina, como apontou Arthur:

Arthur: Ele é sempre bem aberto ao diálogo. Tem professor que você não consegue negociar. Com ele não. A gente consegue negociar. Por exemplo, tinha aula ((de reposição)) segunda-feira e nós não podíamos, ele mudou para quinta-feira.

Pesquisadora: Isso influencia a disciplina?

Arthur: Sim! Porque você tem mais liberdade para entrar em contato, pra negociar. Se não fosse assim, a gente já ia pensar que as coisas iam dar errado antes mesmo de tentar. (E4, fevereiro – 2016).

As ações do professor subsidiaram, então, a constituição de uma CoP na sua disciplina, na medida em que delegaram aos alunos corresponsabilidade nas ações de gestão do grupo

(FIORENTINI, 2009), fator essencial para a existência de uma comunidade, de acordo com Fiorentini (2009). A declaração de Cecília corrobora com esta afirmação:

Acho que todo mundo participou bem. Todos levantavam hipóteses, então formas de resolver (as tarefas) diferentes apareciam, buscavam coisas a mais...[...] Chegou num ponto assim que a gente até sabia, a gente sabe o que tem que fazer. A gente chega e faz. Na disciplina de Modelagem mesmo...A gente já começa fazer o trabalho e a gente já sabe o que tem que fazer (Cecília, E4, fevereiro – 2016).

As falas dos alunos permitem reconhecer que houve engajamento e participação de todos. Acima de tudo, as narrativas e as ações dos futuros professores mostraram que houve reconhecimento mútuo das formas de participação dos membros, o que indica que uma comunidade foi formada.

Em uma CoP, como esclarece Wenger (1998, p. 150, tradução nossa), o engajamento dos seus membros cria relações que determinam, por exemplo, “quem sabe o quê, quem é bom em quê, quem é legal, quem é engraçado, quem é amigável, quem é central, quem é periférico”⁴⁸. No caso da CoP em pauta, no decorrer de todas as atividades, o grupo de nove alunos organizou-se em trios, sempre com a mesma composição: G1 – Clara, Rute e Camila; G2 – Ana, Cecília e Cissa; G3 – Arthur, Vagner e João. Em cada grupo, seus membros determinaram modos de fazer as coisas e rotinas. Tais relações podem ser evidenciadas pelas seguintes afirmações dos alunos:

“A gente acostuma com o jeito de trabalhar. Cada um tem um modo diferente de trabalhar. A gente ((Ana, Cecília e Cissa)) já tem um grupo (sobre a disciplina de Modelagem) no (aplicativo) WhatsApp” (Ana, E2, outubro – 2015).

“No meu grupo, com a Camila e com a Rute [...] a gente já se conhece ao ponto de saber assim: o que uma é melhor que a outra? No que eu posso contribuir com minhas amigas? [...]Eu sou uma pessoa, extremamente, organizada [...]A Camila já é mais criativa [...] A Rute é mais prática, como eu” (Clara, E2, outubro – 2015).

“Acho que cada um tem uma certa habilidade pra cada coisa. Quando o grupo junta depende da atividade... se é aquela que explora mais a tecnologia ou outra coisa, um sempre se sobressai mais que o outro. Tem aquela Matemática que é a mais formal e alguém tem mais habilidade, então esse vai meio que liderar aquela atividade ali, mas acho que de modo geral todo mundo aprende [...] Eu acho que cada um tem uma característica diferente” (Vagner, E3, fevereiro – 2016).

As falas apresentadas desvelam o reconhecimento, por esses alunos, de que nessa comunidade os membros possuem conhecimentos e experiências que se complementam e suportam processos de negociação de significados importantes, especificamente dentro dos

⁴⁸ “[...] Who knows what, who is good at what, who is cool, who is funny, who is friendly, who is central, who is peripheral” (WENGER, 1998, p. 150).

grupos e de forma geral, na turma. Vagner destacou, por exemplo, como o conhecimento sobre o uso de tecnologias e o conhecimento matemático modificam as configurações de participação dentro dos grupos. Esse apontamento converge para os resultados de estudos desenvolvidos anteriormente (BRAZ; KATO, 2015; BRAZ, 2014) em que evidenciamos como as discussões mantidas no desenvolvimento de atividades de Modelagem contribuem para o reconhecimento dos membros de uma CoP por conduzirem ações que exigem conhecimentos que extrapolam o âmbito da Matemática.

A configuração da turma nos pequenos grupos foi legitimada por aquela comunidade ao ponto de que a tentativa de reconfigurá-los, na atividade intitulada “Decaimento radioativo do Césio”, gerou desconfortos entre seus membros. Para essa atividade, os seguintes grupos foram formados: i) Cecília, Vagner e Clara; ii) Camila, Cissa e João e iii) Arthur, Ana e Rute. Essa configuração foi definida pelos próprios alunos no momento em que o professor regente solicitou que a turma misturasse os grupos. Em meio a esse pedido, Clara, por exemplo, afirmou que gostaria de participar do grupo de Vagner, porque, segundo ela, Vagner “é bom em Matemática”. Esse mesmo motivo foi utilizado como argumento para justificar o insucesso do novo arranjo de grupos. Sobre o trabalho no interior dos novos grupos, os alunos mostraram-se insatisfeitos, na medida em que não puderam desenvolver uma participação plena:

A gente quer contribuir, mas fica assim: poxa, o que eu vou fazer? E daí, no meio da Cecília e do Vagner eu senti assim, não deu certo! Não deu certo mesmo, porque assim, foi uma experiência muito ruim pra mim. Estou sendo sincera mesmo [...] mas ali no meio dos dois eu me senti muito incapaz, eu me senti muito inferior a eles, no desenvolvimento do meu raciocínio [...] Então eu estava ainda pensando na tabela (de dados disponibilizados na tarefa), eles já fizeram, já montaram uma função, já estavam fazendo um gráfico e eu tô lá ainda pensando ‘porque que foi aquela função’?! Sabe?! (Clara, E2, outubro – 2015).

No mesmo sentido de Clara, Ana relatou que os conhecimentos dos membros do seu novo grupo se sobrepuseram e não se complementaram, como acontecia na organização as quais estavam habituados, o que gerou a necessidade de busca de auxílio junto aos colegas:

[...] lembro quando eu estava trabalhando com o grupo do Arthur e da Rute, a gente estava tendo dificuldades de trabalhar com o Excel porque nenhum dos três sabia. Aí perguntamos pro Vagner, para a Cissa e o João (Ana, E4, fevereiro – 2016).

As declarações dos alunos vão ao encontro do que afirmam Winbourne e Watson (1998), ao tratarem da constituição de CoP nas aulas de Matemática e constatarem que os participantes instituem e encontram a sua identidade em meio à essa prática. A reconfiguração do ambiente mostrou que a turma já dispunha de uma organização

reconhecida por seus membros; já reconheciam os papéis assumidos por cada membro e por cada pequeno grupo, bem como as habilidades de cada um. Os futuros professores reconheceram as potencialidades da organização em pequenos grupos para o desenvolvimento dos processos de negociação de significados.

Nesse contexto, minha participação como pesquisadora|professora foi reconhecida pela turma como relevante pelo fato de compartilhar experiências com Modelagem Matemática advindas das práticas profissionais, de modo a contribuir com seus processos de aprendizagem sobre Modelagem, como relatou Rute: “[...] a gente gosta de ouvir a experiência. Que nem ali quando você fala (conta suas experiências), a gente gosta de saber... a gente se interessa sobre elas” (E4). Tal como os interesses dos outros membros dessa CoP, o nosso centralizava-se no estudo da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática; porém, com objetivos diferentes. Na condição de futuros professores e professor regente, buscavam negociar sobre Modelagem com vistas à formação dos alunos neste contexto, na posição de pesquisadora buscava compreensões sobre *como* ocorria esse processo formativo em Modelagem Matemática.

Nessa perspectiva, podemos afirmar que o repertório de rotinas, de modos de trabalho indicados pela turma foi sustentado por um Domínio, que ancorou as ações dos seus membros: o da Modelagem Matemática na Educação Matemática. O Domínio dessa CoP envolveu tanto questões sobre práticas docentes dos futuros professores no âmbito da Modelagem, como aspectos relativos à inserção da Modelagem na Educação Básica, quanto assuntos mais pontuais como aqueles sobre as configurações e formas de encaminhamentos de atividades de Modelagem nas aulas de Matemática. Ou seja, as experiências com Modelagem foram desenvolvidas na condição de alunos e de (futuros) professores (BARBOSA, 2001a) e subsidiaram a atribuição de significados à Modelagem. Essa afirmação é corroborada pela seguinte fala de Ana:

Eu gostei, porque ele (professor) fez a gente vivenciar realmente a Modelagem, desde a escolha dos temas, fez a gente trabalhar com aqueles casos ((nas atividades enquanto alunos)), e agora está aplicando esta outra atividade na própria sala ((orientando os colegas de turma; no papel de professores)). A atividade da doação de sangue... então ele fez a gente **vivenciar** a Modelagem, e também quanto aos textos, foi muito importante, porque eles justificavam mesmo o que são as concepções de Modelagem (Ana, E4, fevereiro – 2016).

As experiências com Modelagem, na condição de futuros professores de Matemática, permitiram o desenvolvimento, compartilhamento e aprimoramento de conhecimentos

específicos na CoP, caracterizando o que Wenger (1998) denomina de prática. A prática de uma CoP compreende as ferramentas, as histórias, os discursos, “todos os recursos definidos socialmente e compartilhados pelos membros, que são tomados por eles como referência para nortear suas ações, comunicações, resolução de problemas, avaliação de desempenho em um domínio específico, como no exercício da profissão” (GARCIA; CYRINO, 2014, p. 4).

Considerando esses apontamentos, a prática da CoP em questão foi constituída por meio do engajamento dos seus membros em três empreendimentos que permitiram aprender sobre⁴⁹ Modelagem Matemática:

- 1 Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente;
- 2 Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática;
- 3 Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Tais empreendimentos foram propostos pelo professor e pela pesquisadora, considerando a necessidade de ações específicas de Modelagem na formação inicial, e aceitos pelos alunos. Em tempo, atividades abarcadas por cada empreendimento compreendem ações de vivência e didático-pedagógicas em Modelagem Matemática (SILVA, 2007) e foram assumidas e negociadas pelos membros da CoP.

No Quadro 14, apresentamos a descrição das atividades abarcadas por cada empreendimento:

Quadro 14 – Atividades abarcadas pelos empreendimentos da CoP constituída na disciplina de Modelagem.

Empreendimentos	Atividades abarcadas pelo empreendimento.
<p>1 Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor.</p>	<p>O empreendimento 1 abarca o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, orientadas pelo professor regente e empreendidas pelos alunos. No processo de análises, consideramos três atividades, das quais duas delas foram encaminhadas de acordo com o caso 1 (BARBOSA, 2004) intituladas: Caminhadas e decaimento radioativo do Césio e uma delas orientada de acordo como caso 3 (BARBOSA, 2004). No último caso, a turma definiu os temas de investigação coletivamente. Para cada atividade proposta, a turma debateu aspectos sobre a Modelagem, com fundamentos nas experiências vividas por meio dela.</p>
<p>2 Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática.</p>	<p>Ao todo, cinco textos que fundamentaram as discussões sobre a Modelagem, seus encaminhamentos e sua inserção na Educação Básica foram estudados. Para cada texto discutido, a turma organizou-se em grupos menores, fez uma leitura que precedeu as aulas da disciplina de Modelagem, apresentou os textos no âmbito da turma e conduziu reflexões pertinentes a cada um deles. Dois destes textos (“Cenários para investigação” e “Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?”) foram indicados pelo professor e lidos por todos os grupos. Os outros três textos estudados foram apresentados, cada um deles, por um dos grupos compostos, que pôde escolher um</p>

⁴⁹ Pelo termo “aprender sobre Modelagem Matemática” não nos restringimos a aprendizagens sobre a teoria de Modelagem, mas sobre uma compreensão mais ampla que abrange outras dimensões de conhecimentos teóricos e práticos.

	artigo de interesse, num rol de possibilidades apresentado pelo professor regente.
3 Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.	Cada um dos três grupos constituídos planejou e orientou uma atividade de Modelagem Matemática no âmbito da própria turma, considerando um nível de ensino específico (da Educação Básica) e as condições pedagógicas das escolas públicas do Estado do Paraná, em termos de tempo de aula, conteúdos curriculares, dentre outros fatores.

Fonte: Elaborado pela autora.

Por meio das atividades que compuseram os empreendimentos, foi possível que a CoP negociasse significados sobre diversas dimensões da Modelagem, como: os encaminhamentos de uma atividade desta natureza e sua inserção e seu uso nas aulas de Matemática na Educação Básica. Estes focos de negociação são apresentados nas subseções seguintes, por meio de análises narrativas dos empreendimentos que caracterizam a CoP.

Em fase de finalização da subseção, em que mostramos que a disciplina de Modelagem Matemática pôde ser compreendida como uma CoP, ressaltamos que considerando a conjuntura em que ela se desenvolveu (no âmbito do ensino formal, no nível de Ensino Superior), sua constituição só foi possibilitada pelo posicionamento pedagógico do professor regente em relação a essa turma. As escolhas didáticas do professor estiveram sempre alinhadas a pedagogias progressistas. Nesse sentido, houve possibilidades para que os sujeitos negociassem significados, construíssem uma prática comum que embasou o desenvolvimento de um repertório compartilhado, na medida em que os processos de interação foram valorizados, em detrimento de práticas de ensino transmissivas.

4.2 *Empreendimento 1*: Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente.

Nesta subseção, descrevemos e analisamos os processos de negociação de significados mantidos pela turma *em* atividades de Modelagem Matemática orientadas pelo professor regente. Desse modo, a participação dos alunos se deu *por meio* do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, na condição de alunos (EA).

Compreendemos que as formas como o professor conduziu as atividades, em termos didáticos como: a organização do espaço da sala de aula, do tempo didático e as formas de orientação das atividades; e em termos de encaminhamentos como: tipos de discussões enfatizadas, ferramentas usadas para estruturação, resolução e análise dos problemas, organização do ambiente de aprendizagem, subsidiaram as aprendizagens sobre atividades de Modelagem Matemática. As falas dos alunos nas entrevistas realizadas e ações no empreendimento 3, que trata do planejamento de tarefas de Modelagem pelos futuros professores, evidenciam como esses encaminhamentos passaram por processos de reificação.

É fato que tais aprendizagens (acerca das características da Modelagem) não decorrem apenas dessas experiências (na condição de alunos), mas de todas aquelas vividas no âmbito da disciplina de Modelagem Matemática e das outras comunidades às quais os futuros professores pertenciam. Essa forma de organização e de apresentação dos dados e das reflexões que emergiram das análises pela pesquisadora, no entanto, justifica-se pelo fato de que foram nessas experiências que os alunos manifestaram ações e opiniões que justificam seus posicionamentos com relação às características assumidas pela Modelagem, às formas de propor a tarefa de Modelagem, à organização do ambiente da aula e à relação professor-alunos.

No âmbito da disciplina de Modelagem Matemática, quatro atividades em que os futuros professores participaram na condição de alunos (EA) foram desenvolvidas, das quais três⁵⁰ foram acompanhadas pela pesquisadora:

Quadro 15 – Empreendimento 1: Atividades de Modelagem orientadas pelo professor regente.

Atividades envolvidas		Descrição das atividades
1	Caminhadas	A turma, dividida nos seguintes grupos: G1 – Clara, Rute e Camila; G2 – Ana, Cecília e Cissa; G3 – Arthur, Vagner e João, desenvolveu a atividade

⁵⁰ A primeira atividade desenvolvida na disciplina, que não foi acompanhada pela pesquisadora, teve como tema o cálculo da área da superfície corpórea. Nesta atividade, encaminhada de acordo com o caso 2 (BARBOSA, 2004) a turma descreveu uma função que representava a quantidade de pele de uma pessoa, em m^2 em função do peso.

		com características do caso 1 (BARBOSA, 2004).
2	Decaimento radioativo do Césio	A turma, dividida nos seguintes grupos: G1: Cecília, Vagner e Clara; G2: Camila, Cissa e João e G3: Arthur, Ana e Rute, desenvolveu a atividade com características do caso 1 (BARBOSA, 2004). Nesta atividade os grupos rotineiros assumiram outra organização.
3	- IPVA ⁵¹ - Doação de sangue - Pedágio no Paraná	A turma desenvolveu a atividade com características do caso 3 (BARBOSA, 2004), com os seguintes temas: G1 – Clara, Rute e Camila: IPVA G2 – Ana, Cecília e Cissa: Doação de sangue G3 – Arthur, Vagner e João: Pedágio no Paraná

Fonte: Elaborado pela autora.

Até aquele momento do desenvolvimento das atividades 1 e 2, fazia-se necessário que os estudantes conhecessem a Modelagem no domínio de alunos, para que pudessem reconhecer encaminhamentos de uma atividade dessa natureza. O professor disponibilizou à turma tarefas com dados quantitativos e qualitativos sobre os temas, bem como uma situação problema. Cabia à turma delimitar a situação, estudá-la por meio de ferramentas matemáticas e responder às questões iniciais. Nessas duas atividades, os processos de formulação do problema, a simplificação e a coleta de dados foram conduzidos pelo professor por meio de discussões com a turma, e o processo de solução por professor e alunos.

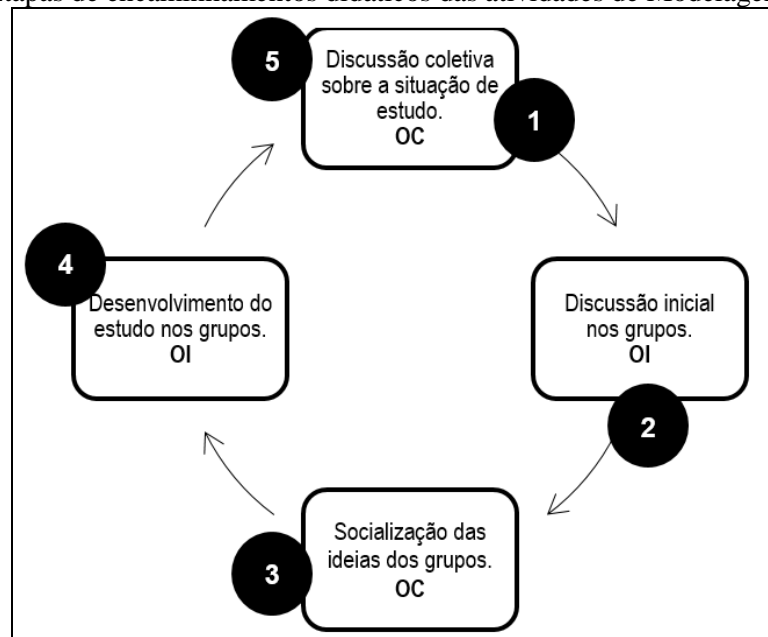
Considerando a experiência da turma nessas atividades, a terceira foi desenvolvida de acordo com o caso 3 (BARBOSA, 2004b) e proposta para a turma na forma de desenvolvimento de pequenos projetos de Modelagem.

De modo geral, nas três atividades, os procedimentos seguidos pelo professor foram análogos e podem ser divididos em cinco etapas de encaminhamentos didáticos, nas quais duas formas de orientação ocorreram: coletivas (OCs) e individuais (OIs). Essas etapas podem ser interpretadas como um ciclo, em que práticas coletivas e individuais se complementaram na busca pela promoção de um ambiente de aprendizagem permeado pelo compartilhamento de ideias e negociação de significados sobre aspectos envolvidos na formulação, resolução e interpretação de problemas de Modelagem.

O ciclo que representa as etapas de encaminhamentos didáticos das atividades envolvidas no Empreendimento 1 está apresentado na Figura 9.

⁵¹ Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores.

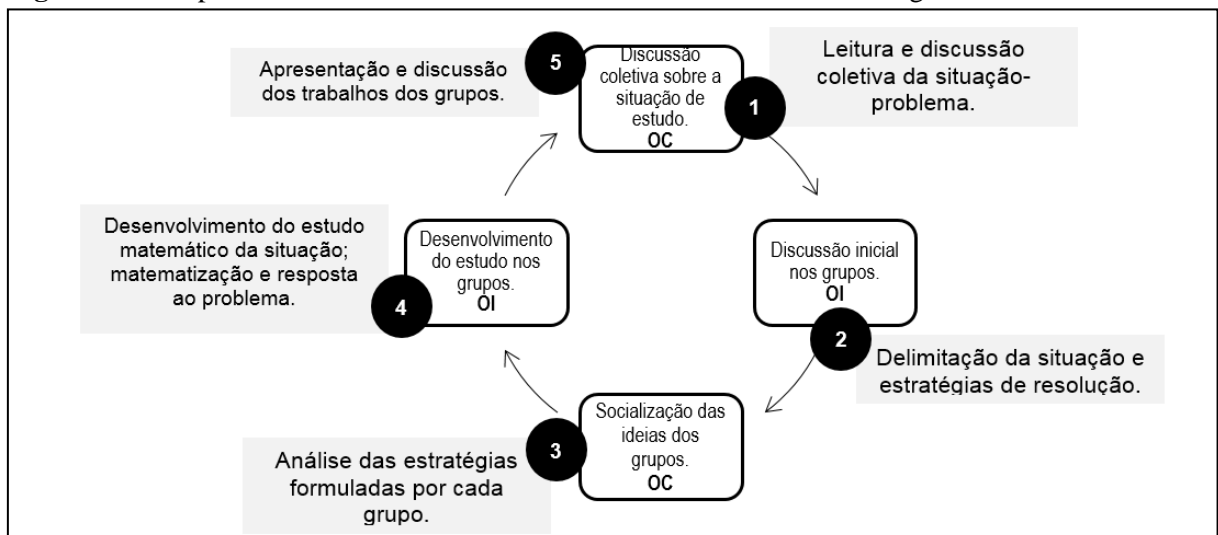
Figura 9 – Etapas de encaminhamentos didáticos das atividades de Modelagem Matemática.



Fonte: Elaborado pela autora.

As etapas de encaminhamento didáticos nas atividades 1 e 2 foram semelhantes quanto às ações dos alunos, da pesquisadora e do professor regente no desenvolvimento do estudo. Na Figura 10, apresentamos uma síntese dos passos seguidos nas duas primeiras atividades:

Figura 10 – Etapas de encaminhamentos didáticos das atividades de Modelagem Matemática 1 e 2.



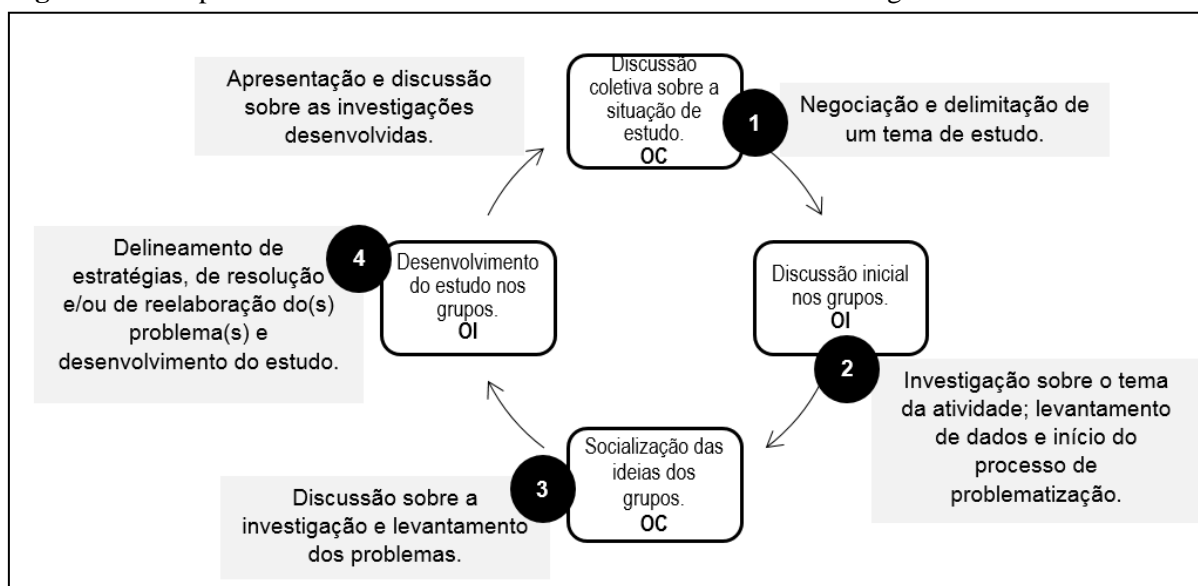
Fonte: Elaborado pela autora.

Considerando as semelhanças entre as atividades 1 e 2, quanto ao caráter da atividade proposta, caso 1 (BARBOSA, 2004b), e os encaminhamentos dados pelos futuros professores,

pela pesquisadora e pelo professor regente ao desenvolvê-las, no processo analítico do empreendimento 1, ponderamos apenas sobre as atividades 1 e 3.

Quanto à terceira atividade analisada, considerando o caráter dessa proposta, desenvolvida de acordo com o caso 3 (BARBOSA, 2004b), os procedimentos indicados na Figura 9 foram percorridos, respeitando as particularidades da proposta. Nessa situação, os seguintes encaminhamentos foram dados:

Figura 11 – Etapas de encaminhamentos didáticos da atividade de Modelagem Matemática 3.



Fonte: Elaborado pela autora.

Nas três atividades, a turma foi organizada em trios, como apresentamos no Quadro 15, e nas etapas 2 e 4 (Figuras 10 e 11) o professor regente e a pesquisadora fizeram intervenções específicas em cada grupo, considerando os caminhos seguidos por cada um deles.

Além disso, para todas as atividades do empreendimento 1, o professor aconselhou que a turma pensasse como um aluno da Educação Básica poderia desenvolver a mesma atividade. Por esse motivo, as ferramentas matemáticas usadas pelos futuros professores foram aquelas previstas de serem abordadas nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Logo, nenhuma das três atividades suscitou a emergência de conceitos matemáticos novos para os membros da CoP. Os alunos apenas retomaram conceitos já estudados utilizando-os como ferramentas para a interpretação dos problemas.

Considerando estes apontamentos, analisamos a seguir os encaminhamentos nas atividades 1 e 3 de acordo com as etapas percorridas pelos alunos, pesquisadora e professor e regente.

4.2.1 Atividade 1 – Caminhadas

Para esta atividade, a leitura da situação-problema proposta foi feita por Arthur. A tarefa propunha a questão “*qual o melhor tempo, para otimizar o gasto de calorias durante uma caminhada?*” e disponibilizava a seguinte tabela com dados sobre o gasto de calorias no decorrer do tempo em uma caminhada, considerando a velocidade e o espaço percorrido:

Tabela 1 – Energia consumida em uma caminhada.

TEMPO		VELOCIDADE Km/h	ENERGIA CONSUMIDA (cal)
MIN	HORAS		
60	1	3	155
50	0.833	3.6	183.92
45	0.75	4	190.18
40	0.667	4.5	190.99
30	0.5	6	175.95
20	0.334	9	139.01
10	0.167	18	80.66

Fonte: Tabela disponibilizada aos alunos, com referência em dados da Organização Mundial de Saúde.

Após a leitura coletiva do texto, Vagner afirmou: “É só otimizar o gasto de calorias durante uma caminhada” (Aula 03-08-2015). Nesse momento inicial, a turma discutiu sobre que variáveis deveriam ser consideradas no estudo: tempo, velocidade, gasto de calorias, sem, contudo, chegar a um consenso.

Nesse sentido, foi no decorrer da etapa 2 (Figura 10) que cada grupo discutiu e decidiu o que deveria ser considerado dentre as informações que lhes foram disponibilizadas e como poderia responder ao problema proposto. Cada um dos grupos desenvolveu o trabalho de forma particular, o que exigiu intervenções específicas da pesquisadora e do professor regente para cada caso.

No grupo 1, Rute, Clara e Camila iniciaram a discussão com o seguinte propósito:

Camila: Então a gente tem que achar uma função né?

Rute: Eu acho que sim.

Camila: Em função da energia consumida. Também não entendo nada dessas coisas.

Clara: Então, mas essa energia é em função do quê? Da velocidade sobre o tempo, não é? (Aula 03-08-2015).

Já no início da discussão, as alunas pensaram em uma estratégia de desenvolvimento da situação-problema que envolvia a descrição de uma função. A partir daquele momento, a busca se deu no sentido de determinar que variáveis seriam consideradas e qual seria a função que representaria aquela situação. Para tanto, Rute iniciou a construção de um gráfico,

segundo ela, para verificar como se comportavam os dados. Nesse momento, a hipótese da aluna é que a situação seria descrita por uma função linear ou uma exponencial, considerando como variáveis a velocidade e o tempo:

Rute: *Esse com esse. Você acha que é esse (velocidade) com esse (tempo)?*

Camila: Eu não sei ((risos)).

Clara: Velocidade e tempo né?

Rute: É exponencial, *olha*.

[...]

Pesquisadora: Nossa:: que gráfico bonito. [...] O que vocês *usaram aqui?*

Clara: Tempo e velocidade.

Rute: Eu acho que tem que usar *isso aqui* (calorias) também...

Pesquisadora: Mas o que está perguntando?

Clara: *Pra determinar o melhor tempo, em consequência a melhor velocidade.* Então o gasto de energia não tem nada a ver?

Rute: Tem! É pra otimizar o gasto de energia.

Clara: Otimizar!? Eu não tinha lido essa parte.

Rute: Tem que fazer com ele.

Pesquisadora: O que vocês pensaram em fazer com esse gráfico? Qual é a pergunta que estão querendo responder?

Rute: A gente tá tentando achar uma função.

Pesquisadora: uma função para quê?

Clara: Uma função que otimiza o gasto de calorias. Qual seria o maior gasto de calorias em relação ao tempo e velocidade. (Aula 03-08-2015).

A intervenção da pesquisadora se deu no sentido de retomar o objetivo daquela atividade. A busca por descrever uma função, que permitisse fazer previsões, parecia ter desviado o foco do grupo do problema proposto. Assim, a pergunta “O que vocês pensaram em fazer com esse gráfico? Qual é a pergunta que estão querendo responder?” teve como objetivo retomar o olhar para a análise da situação, no sentido de pensar em uma estratégia que culminasse em uma resposta coerente.

A partir das falas de Clara, no excerto anterior, a intervenção da pesquisadora caminhou no sentido de indicar uma análise da situação que considerasse variáveis específicas e mostrasse que os dados apresentados na tabela que lhes era disponível indicavam um caminho para a resposta que elas desejavam:

Pesquisadora: Mas então já é outra coisa. Você falou do gasto de calorias, então *esse gasto* seria uma variável.

Rute: Aham::

Camila: Eu acho que tem que fazer essas *duas aqui* ((calorias e tempo)), porque dentro da velocidade já entra a hora. Né?

Pesquisadora: Como vocês concluíram que é uma função exponencial?

Clara: Pelo gráfico.

Pesquisadora: A Rute marcou aqui o 40 (minutos). Por quê?

Rute: Porque até *aqui* vai aumentando, mas a partir *daqui* (de 50 minutos) teria que ser mais que *aqui* (40 minutos) se fosse seguir a linha, *porque aqui o tempo cai*, a velocidade tá maior e tá gastando menos energia.

Pesquisadora: Seria uma exponencial?

Rute: Não. Daí já não seria. Isso que eu estava falando pra Camila. Não tem como ser porque aqui decresce.

Pesquisadora: É. Se decresce a partir dos 40 minutos então já tem que pensar.

Clara: Porque a lógica seria, à medida que a velocidade aumentar, o consumo de energia ia aumentar também. Só que isso não tá seguindo essa lógica.

Pesquisadora: Então. E o que será que acontece? Em algum momento segue essa lógica?

Clara: Até o 40. [...] Aqui o que acontece? A velocidade aumentou, mas a calorias aumentaram pouquinho. A caloria baixou.

Pesquisadora: [...] E aí você começa a perder calorias num ritmo menor? Não é que ele deixa de perder. Ele deixa de perder calorias num determinado ritmo.

Clara: A lógica seria permanecer. **Isso é tipo uma parábola!!!**

Pesquisadora: Então já seria outro tipo de função... (Aula 03-08-2015).

Nesse excerto, a orientação da pesquisadora se deu no sentido de indicar uma contradição no pensamento que o grupo estava desenvolvendo. Trata-se de uma intervenção que não dá respostas prontas, mas indica caminhos, pois, na condição de orientadora, a ordem deve ser “não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 24). A partir das perguntas postas, a alunas concluíram que: i) o maior gasto de calorias, considerando aquelas condições, se dá por volta de 40 minutos de caminhada e que ii) a situação poderia ser descrita por uma função polinomial de segundo grau. Ainda assim, restava ao grupo procurar uma forma para, a partir da função que determinariam, justificar qual era o tempo em que se dava o maior gasto calórico. Essas reflexões vieram após a OC da etapa 3 (Figura 10), como descrevemos adiante.

No grupo G2, as discussões mantidas entre as alunas e as intervenções do professor regente foram parecidas com aquelas ocorridas no G1. Na etapa 2 (Figura 10), em que OIs ocorreram, o G2 interpretou o problema, elaborou uma estratégia de resolução e planejou como a resposta ao problema poderia ser dada.

Tal como no G1, no G2 as alunas iniciaram o estudo da situação-problema buscando descrever uma função que a representasse:

Ana: Então teria que ser qual o melhor tempo ... em que tempo ela gasta mais calorias? Não?

Cissa: Não. Porque olha, “*deste modo podemos pensar o melhor tempo e, em consequência a melhor velocidade*”.

Ana: Melhor tempo?

Cissa: É uma função. O tempo, velocidade... então...

Ana: Ah:: então seria aqui, 190,99 ((Kcal)), que é o que ela consome mais calorias... não sei. Qual é o tempo que ela consome mais calorias? Aqui em 40 minutos. Mas não é isso que tá perguntando.

Cecília: Como seria função?

Ana: Começa a diminuir.

Cissa: Aham. Sei lá. Vai ser por partes. *Até aqui* (tempo = 40 min) é uma função. Depois outra.
[...]

Ana: é pra encontrar uma função? Aqui não diz que é pra fazer isso.

Cecília: Sim, mas é uma atividade de Modelagem né.

Ana: Eu sei, mas ...

Cecília: É uma atividade de Modelagem, eu acho que a gente tem que elaborar uma pergunta pra responder. Mas de certa forma, tem (uma pergunta). Fala que é possível otimizar o gasto de calorías durante uma caminhada. (Aula 03-08-2015).

O excerto apresentado indica dois aspectos relevantes quanto à atividade. O primeiro diz respeito à análise da situação. As alunas determinaram quais variáveis deveriam ser consideradas no estudo, calorías e tempo, como Ana diz na sua primeira fala; perceberam que o maior gasto calórico se dá por volta do 40º minuto de caminhada e que a tabela apresentava um ponto máximo de gasto calórico. Ao mesmo tempo, a discussão das alunas mostra suas compreensões sobre o processo de Modelagem: exige a construção de um modelo matemático e a elaboração de uma pergunta, como afirma Cecília.

As falas de Cecília, no excerto anterior, são reificadas pela aluna na entrevista E2, quando afirmou que a Modelagem Matemática envolve o estudo de uma situação “pode ser ela matemática ou não e de acordo com as perguntas que eu faço para aquela situação eu posso elaborar um modelo matemático ou não. É ... depende da ... vai depender da pergunta feita para a situação” (Cecília, E2, outubro – 2015). Nesse sentido, o grupo seguiu com o objetivo de descrever este modelo. A intervenção do professor regente foi importante para que as alunas matematizassem suas ideias:

Professor regente: Vocês estão com dúvidas? Então, qual é o mais... qual é o melhor a se fazer de acordo com essa tabela?

Cissa: É melhor você andar 40 minutos em ...

Professor regente: Então tenta montar algo pra explorar isso aí. Tenta explorar mais alguma coisa. Monta isso *matematicamente*.

Cecília: Então, a gente observou isso, mas a dificuldade é de montar a função.

Ana: Então como a gente monta uma função do tempo de acordo com a caloría? Então a cada 10 minutos :: o que acontece? Escrevam isso.

Cissa: Porque gente, se tivesse um número que é constante que desse pra você multiplicar, alguma coisa assim.

Cecília: é que isso aqui vai ser uma parábola. (Aula 03-08-2015).

A mediação do processo pelo professor ocorreu de forma a orientar que o grupo escrevesse, matematicamente, o que estava discutindo até então. Ainda que as ideias estivessem coerentes e caminhando à elaboração de uma estratégia de resolução, o grupo não havia ainda registrado o que discutia. Os apontamentos do professor impulsionaram, sem dar

respostas prontas, o desenvolvimento de discussões técnicas e matemáticas, na medida em que, após a intervenção o G2 passou a delimitar como proceder para responder ao problema posto e que procedimentos matemáticos seriam seguidos:

Cissa: Mas não tá proporcional. Se tivesse proporcional, aí ficava mais fácil. [...] Vai ser ... se for uma função vai ser por partes, porque *desse número pra cá ela começa a decrescer*.

Cecília: Talvez seja alguma coisa... **é:: uma parábola!**? Porque se tem um ponto de máximo!

Ana: *Vai ser uma parábola!*

Cissa: Parábola? Como é que faz?

Ana: Tem que resolver um sistema. Tem que pegar três pontos.

Cissa: Vamos pegar quais pontos?

Ana: O primeiro, o do meio e o último: 40, 60 e 10 (minutos de caminhadas).

Cissa: Vê isso da velocidade. E agora? [...] Você lembra como fazia, Karina? Não lembro mais.

Cecília: O que vocês estão fazendo?

Ana: No PIBID a gente encontrava uma função fazendo um...

Cissa: Sistema.

Ana: A gente pegava três pontos. Ah:: assim, a , b e c . Quem é a ? Por exemplo, eu tenho lá o sistema ax^2+bx+c . Quem é meu a ? 60?

[...]

Cissa: Determina por escalonamento!

Cecília: Coloca na forma matricial.

Cissa: Faz escalonamento. Aí você zera. Não precisa colocar esse a , b e c na forma matricial.

Cecília: Eu acho que dá pra somar as duas e resolver assim (pelo método da substituição). Porque se eu diminuir esse desse aqui, aqui vai ficar...ah não, mas fica duas variáveis. Não vai adiantar.

Cissa: Faz por escalonamento mesmo (Aula 03-08-2015).

As discussões matemáticas do grupo, nesse momento, versaram sobre como descrever e solucionar um sistema de equações para determinar os valores dos coeficientes a , b e c . Para tanto, Ana e Cissa recorreram às experiências matemáticas vivenciadas no PIBID, em que utilizaram as mesmas ferramentas matemáticas para resolver um problema parecido com esse. Cecília, por sua vez, sugeriu outro encaminhamento matemático para resolver o impasse. A negociação sobre que método de resolução seria usado; porém, ocorreu após a etapa 3 (Figura 10), de orientação.

Ainda que já delimitada uma estratégia de resolução e os métodos matemáticos que seriam utilizados para empreender a estratégia, o grupo ainda não havia pensado sobre como responderia à pergunta posta na situação-problema. Essa discussão ocorreu após a intervenção da pesquisadora:

Pesquisadora: Que pergunta vocês estão tentando responder?

Cissa: O:: esse negócio aqui o melhor tempo pra otimizar o gasto de calorias.

Pesquisadora: E depois de determinar essa função, como vocês vão determinar o melhor tempo?

Cissa: A gente vai jogando valores.

Cecília: É só fazer a derivada primeira. (Aula 03-08-2015).

A partir da fala de Cecília, o grupo passou a discutir outros métodos para determinar o ponto de máximo dessa função, considerando o repertório matemático dos alunos do Ensino Médio. Além disso, G2 descreveu o seguinte sistema de equações que permitia a determinação dos coeficientes a , b e c da função pretendida:

$$E(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} 3600a + 60b + c = 155 \\ 1600a + 40b + c = 190,9 \\ 100a + 10b + c = 80,66 \end{cases}$$

Fonte: Reprodução do conteúdo (ANEXO E) apresentado pelo G2, ao apresentar o estudo para a turma.

Tal como nos outros grupos, no G3, os alunos iniciaram a discussão propondo que uma função fosse descrita para representar a situação-problema. No entanto, diferente do que ocorreu nos grupos G1 e G2, no decorrer da etapa 2 (Figura 9), o grupo G3 levantou algumas hipóteses, mas não elaborou uma estratégia para responder à situação-problema. As discussões restringiram-se às possíveis estratégias passíveis de serem seguidas e à refutação de algumas hipóteses.

Os alunos iniciaram a discussão propondo que a situação fosse estudada por meio de uma representação gráfica; para tanto, negociaram sobre quais variáveis seriam consideradas:

Vagner: Consumo de energia... dava pra fazer um gráfico disso também, né cara.

João: Quais são as variáveis? Velocidade, energia, tempo...

Vagner: Mas esse pensamento nosso será que tá certo? [...] Acho que o intuito aqui...ele quer tipo uma função né? [...]. Proporcionalmente, faz sentido... quanto mais rápido mais você vai gastar. Só que daí o 4.5 é bem maior.

Arthur: Daria pra fazer um gráfico agora. Pra 1 km/h tanto...pra 3 km/h...

Vagner: Mas daí no eixo *aqui* seria qual variável?

Arthur: Uma velocidade e outra energia. Vamos tentar fazer aqui, beleza? [...] Tô tentando fazer aqui, cara. Espera um segundo. Tô tentando construir um gráfico pra ver. Esse aqui é em relação as calorias gastas; esse outro em relação à velocidade.

João: Por que você tá fazendo uma reta? Não dá pra fazer um gráfico de barras? [...] (Aula 03-08-2015).

Até esse momento, o grupo havia pensado em várias possibilidades de relacionar as variáveis as quais tinha acesso: calorias e velocidade, espaço e velocidade, calorias e espaço, mas não havia entrado num consenso sobre o que deveria ser feito. Diante das dúvidas dos alunos, o professor regente fez uma intervenção com o objetivo de retomar a questão central,

que tratava de determinar o melhor tempo em relação ao gasto calórico, por meio de algumas perguntas, dentre as quais as que aparecem no seguinte trecho:

João: Acho que a gente tem que ver a quantidade (de calorias) que está gastando por minuto, considerando esta velocidade.

Professor regente: O que vocês pensaram aqui?

Arthur: O que a gente pensou, cara? ((risos))

Vagner: A gente dividiu a energia consumida pela quantidade de horas, primeiro. Depois a gente dividiu pelos km/h pra achar qual seria a energia consumida em cada km.

João: Levando em consideração aquela velocidade.

Professor regente: E qual é o melhor tempo?

Arthur: 45 minutos. 4 km/h.

João: São 40 minutos. (Aula 03-08-2015).

Diante da primeira fala de João e das repostas de Arthur e João dadas a partir de uma análise ainda superficial do problema, o professor regente não fez mais intervenções no sentido de fomentar discussões de cunho matemático ou técnico nesse grupo, ainda que elas fossem necessárias. Da mesma forma, a intervenção da pesquisadora no grupo não se deu de forma a direcioná-los nesse sentido:

Vagner: Vai dar 40 minutos. Agora vamos achar uma fórmula.

Arthur: Escreve aí, correr 40 minutos à 4,5 km/hora, terá o maior gasto de energia.

Pesquisadora: O que vocês estão tentando fazer?

Arthur: Não, é que a gente fez e tá tentando questionando nosso feito... a gente encontrou o que é o melhor, dividindo as calorias pelos km/h. Aí a gente encontrou a caloria consumida por km. Só que agora a gente tá olhando aqui e, por exemplo, 10 vezes 6 é 60. 18 dividido por 6 é 3. Isso que tá nos deixando muito tristes. Quando esses números começam a não bater assim ... alguma coisa tá errada.

Pesquisadora: Por quê?

Arthur: Porque pode ser que nem todos esses valores sejam iguais.

Pesquisadora: Será que precisam ser iguais?

Vagner: Talvez a forma seja linear né?! Então... [...] A gente tinha que saber a fórmula!

Pesquisadora: Que fórmula?

Vagner: Deve ter uma fórmula sobre gasto de caloria, certeza!

Pesquisadora: Faz uma, oxe. (Aula 03-08-2015).

A discussão interna do grupo sugeria que a situação poderia ser descrita por uma função linear; não obstante, as intervenções do professor regente e da pesquisadora não foram pertinentes a ponto de subsidiar reflexões sobre a adequação dessa hipótese à situação. Dessa forma, apenas na etapa 3, de orientação coletiva (Figura 10), os futuros professores perceberam que suas hipóteses não eram válidas.

Passados, aproximadamente, quarenta minutos de discussões nos grupos, o professor regente convidou a turma a expor suas estratégias com o objetivo de discuti-las. Nessa terceira etapa de desenvolvimento da atividade, cada grupo expôs o que havia debatido:

Professor regente: Pessoal, queria conversar um pouco com vocês. Vamos dar uma paradinha aqui e ver os encaminhamentos. Vamos ver o que vocês fizeram até agora e saber se vocês já têm uma resposta. Essa atividade vai ser finalizada na próxima aula, em grupo.

Vagner: Então, a gente ainda não chegou à uma conclusão.

Arthur: Essa seria uma conclusão ((risos)). A outra conclusão é que com 40 minutos à velocidade de 4,5 teria um consumo maior. Essa seria uma das conclusões. Agora a gente não sabe o que tá certo.

Professor regente: Pessoal, estão acompanhando aí? O que vocês acham da conclusão do grupo?

Cissa: Aí a gente pensou... eu estava pensando “*vai ser uma função por partes*”. Até essa parte ((40 minutos)) vai ser uma e depois vai decrescer. Aí a Cecília falou: “*Ah:: mas também pode ser uma parábola*”. E a gente resolveu fazer parábola, porque a gente achou mais fácil ((risos)). Aí a gente pegou 3 pontos, 60, 40 e 10 ((valores das coordenadas para a abscissa)). A gente vai encontrar o valor de a , b e c pra fazer a função...

Professor regente: Por que esses três pontos?

Cissa: ah:: porque o primeiro ponto tá crescendo. A gente pegou o ponto 40 porque vai ter um ponto de máximo nesse 40 ...

Cecília: Considerando esses dados ele é o (ponto de) máximo, por enquanto.

Professor regente: Então vocês já estão indo contra a hipótese do outro grupo de que é linear?

Vagner: Pois é, e eu também já estou pulando pra trás. ((risos))

Cissa: Que nem a gente. Primeiro a gente pensou que era linear, depois viu que deu uma parábola. E aí a gente vai fazer o que mesmo?

Camila: Nós fizemos igual elas, só o gráfico e o ponto de máximo também.

Vagner: Elas ((grupo da Cecília)) convenceram nós.

Professor regente: Então todos perceberam, entenderam o problema? Vamos combinar... três grupos, um vai usar o Excel, outro vai usar o *geogebra* e outro vai fazer à mão. Como vamos fazer a escolha?

Cecília: A gente já tá fazendo na mão, pode ser a gente.

Professor regente: Quem já conhece o *geogebra*? Todos né?

Camila: Vamos fazer no Excel. (Aula 03-08-2015).

O episódio permite-nos identificar intervenções importantes do professor regente, no que diz respeito à participação dos membros na CoP. Antes de tudo, essa intervenção permite ao professor conhecer o que os alunos já sabem sobre a situação de estudo e como procederam, para que possa indicar sugestões de encaminhamentos.

Em segundo lugar, ao propor a questão: “*O que vocês acham da conclusão do grupo (G3)?*”, a participação dos outros membros é instigada e promove um processo de negociação de significados sobre a formulação das estratégias seguidas. Nesse processo, o G3 é convencido, por argumentos matemáticos, de que os caminhos seguidos pelo G2 são mais coerentes do que aquele que estavam trilhando. Essas questões evidenciam como se deu o trabalho de orientação nessa etapa e vão ao encontro dos apontamentos de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24) sobre o trabalho de orientação do professor, ao afirmarem que “orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que ‘vale-tudo’”. Além disso, a turma é convidada a fornecer um *feedback* aos colegas, de modo a promover uma avaliação formativa, oral, coletiva.

Por fim, as discussões técnicas, referentes à elaboração de uma estratégia para responder à questão, são reforçadas e promovem discussões matemáticas, principalmente, a partir de outra pergunta posta pelo professor, sobre as escolhas matemáticas do G2: “Por que esses três pontos?”. Essa pergunta instiga a análise matemática do modelo pretendido.

As perguntas, postas pelo professor, colocam as ideias dos grupos em confronto, instigam o processo de participação da turma e têm efeito semelhante àquela posta por Skovsmose (2000) para caracterizar um ambiente de aprendizagem pautado num cenário para investigação, “*o que acontece se?*”, na medida em que fundamenta a exploração de possibilidades de respostas e de encaminhamentos para uma situação.

Ao fim da terceira etapa de orientação da atividade, com o objetivo de discutir o uso de ferramentas computacionais em atividades de Modelagem, o professor regente propôs que os grupos utilizassem o *software geogebra* e o Excel e outro desenvolvesse o estudo apenas com o auxílio da calculadora no processo de análise. Diante da proposta, o G1 utilizou o Excel, o G2 apenas a calculadora e o G3 o *geogebra*. Nesse sentido, a etapa 4 de desenvolvimento da atividade (Figura 10) foi desenvolvida pelos alunos fora do ambiente das aulas de Modelagem Matemática, de modo que as orientações dadas pelo professor nessa etapa restringiram-se a indicações de como usar o Excel, no caso do G1, e o *geogebra*, no caso do G3, ainda na primeira aula dedicada a essa atividade.

A ausência do professor regente e da pesquisadora na etapa 4 gerou desconforto por parte de alguns alunos. Na apresentação e na discussão final dos estudos dos grupos, Clara afirmou:

O que nos ajudou foi um aluno que faz a matéria de Análise (Real) junto com a gente. Aí chegamos no intervalo e ele ajudou a fazer. O gráfico a gente tinha noção, agora pra encontrar esses valores aí ((os valores dos coeficientes da função polinomial de segundo grau)) ... o que foi observado que você falou sobre a linha de tendência, a gente não sabia! [...] (Na próxima atividade) vamos fazer na sala, então, e não em casa, porque a gente não sabe usar (o Excel e o *Geogebra*) (Clara, aula 10-08-2015).

A respeito dessa afirmação, podemos dizer que ela retrata o engajamento do grupo na busca por respostas ao problema e a insatisfação com a ausência de orientação nessa etapa da investigação. Por esse motivo, na atividade intitulada “Decaimento radioativo do Césio”, todas as etapas foram desenvolvidas nos horários de aula. Ainda que essa quarta etapa tivesse sido desenvolvida pelos grupos de forma que não puderam compartilhar experiências, na aula seguinte em que a etapa 5, da socialização dos trabalhos (Figura 10), foi realizada e cada grupo expôs o estudo desenvolvido, esse compartilhamento ocorreu.

A socialização dos resultados dos grupos aconteceu por meio de apresentações, usando a lousa, no caso do G2, e o projetor multimídia, no caso dos grupos G1 e G3.

As alunas do G2 iniciaram a aula retomando a explicação dos procedimentos que haviam exposto na aula anterior. O grupo apresentou a função polinomial de segundo grau determinada: $E(t) = -0,1095t^2 + 9,1548t + 0,066$, que representa a quantidade de calorias gasta numa caminhada, em função do tempo, e explicou o método utilizado para a determinação dos coeficientes dessa função. Além disso, o grupo se preocupou em pensar sobre as possibilidades de encaminhamentos dessa atividade para a Educação Básica. Essa é uma ação didático-pedagógica de Modelagem (SILVA, 2007), necessária na formação de professores em Modelagem.

Nesse contexto, Cecília explicou que:

Cecília: Ainda, como a gente estava usando um método que a gente tinha aprendido. Embora seja ensinado escalonamento, enfim, no Ensino Médio eu mesma nunca vi. Eu vi a regra de Cramer, mas assim não. Eu fui aprender aqui. Então, como ela (Ana) disse a gente achou bem rápido, fácil de lembrar e a gente já se utilizou dele ...

Ana: Aí encontramos as raízes usando as fórmulas dos vértices da parábola, que é o ponto de máximo. Aí a gente usou o *geogebra* pra montar o gráfico e marcar o ponto de máximo.

[...]

Cecília: E aí como a gente procurou métodos pra calcular a gente primeiro usou a derivada primeira. Então a gente considerou a função, fez a derivada primeira, igualou a 0 e aí encontramos o valor do vértice e então a gente fez um estudo do sinal da função nesses pontos. No caso, foi calculado uma $E(t)$, na E' o ponto é igual a 0 porque zerava a derivada primeira. $E > 0$ dava um número positivo, então ela estava crescendo e na maior ela dava um número negativo então estava decrescendo. Conclusão é que aquele ponto é o ponto de máximo.

Cissa: A gente fez com o vértice, a fórmula (para cálculo do vértice), pensando no Ensino Médio. (Aula 10-08-2015).

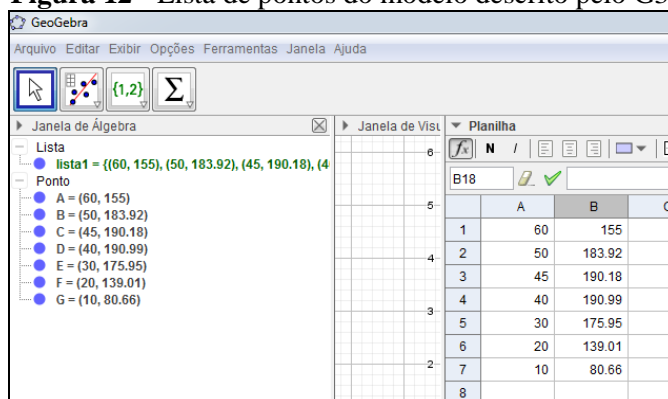
As discussões matemáticas suscitadas pela apresentação do G2 foram pertinentes e embasaram negociações nos momentos de apresentação dos grupos G1 e G3 também. Entretanto, o foco de discussão na apresentação dos outros grupos consistiu na forma de se utilizar tecnologias da informação e comunicação nas aulas de Matemática.

No decorrer da apresentação do G3, os alunos optaram por explicar, passo a passo, como uma função poderia ser determinada e ajustada a vários pontos, por meio do *software*. Em meio à exposição, a turma reproduziu, nos seus computadores pessoais, as instruções dadas pelo grupo G3.

Vagner iniciou a apresentação explicando os procedimentos seguidos por seu grupo:

Vagner: A gente considerou como variáveis o tempo e a energia pra fazer os pontos no gráfico. Aqui é ponto. A gente coloca aqui pelo campo de entrada. Aí o João e o Adriano falaram: “*vamos fazer bonito. Vamos criar uma lista*”. Aí a gente fez aqui na planilha. Aqui já dá pra você listar todos os pontos e já plotar. Vamos colocar o tempo e o gasto de calorias.

Figura 12 - Lista de pontos do modelo descrito pelo G3.

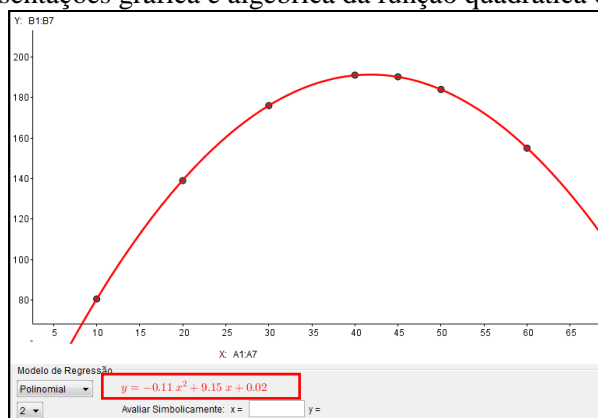


Fonte: Elaborado pelo G3.

Clara: Onde você entrou pra exibir isso aí?

Vagner: Lá em ferramentas e em “exibir planilhas”. Como a gente tem as variáveis tempo e energia, o tempo vai ser nossa variável x e a energia vai ser o eixo y . Então a gente seleciona aqui, olha. Seleciona, arrasta e vai em “criar lista de pontos”. Então, *até aqui* ((entre 10 e 60 minutos)) ... existem alguns casos que ele obedece ao comportamento de uma função polinomial, como a Cecília tinha falado. Por exemplo, dá pra ver que ele sobe *lá em cima e depois começa a descer*. Então esse é o gráfico de uma função quadrática. E eu lembro que lá nas aulas de EDO a gente tinha estudado a regressão polinomial [...] essa ferramenta (modelo de regressão) do *geogebra* faz um ajuste do modelo visando... obtendo uma função de acordo com essa lista de pontos. Então, aqui no campo de entrada, você coloca “regressão polinomial”. Aí a lista de pontos, eu tenho a lista 1 aqui que eu fiz. Então eu vou colocar lista e grau 2, porque é uma função polinomial de segundo grau, e depois “enter”.

Figura 13 - Representações gráfica e algébrica da função quadrática determinada por G3.



Fonte: Elaborado pelo G3.

Cissa: Nossa, assim é fácil.

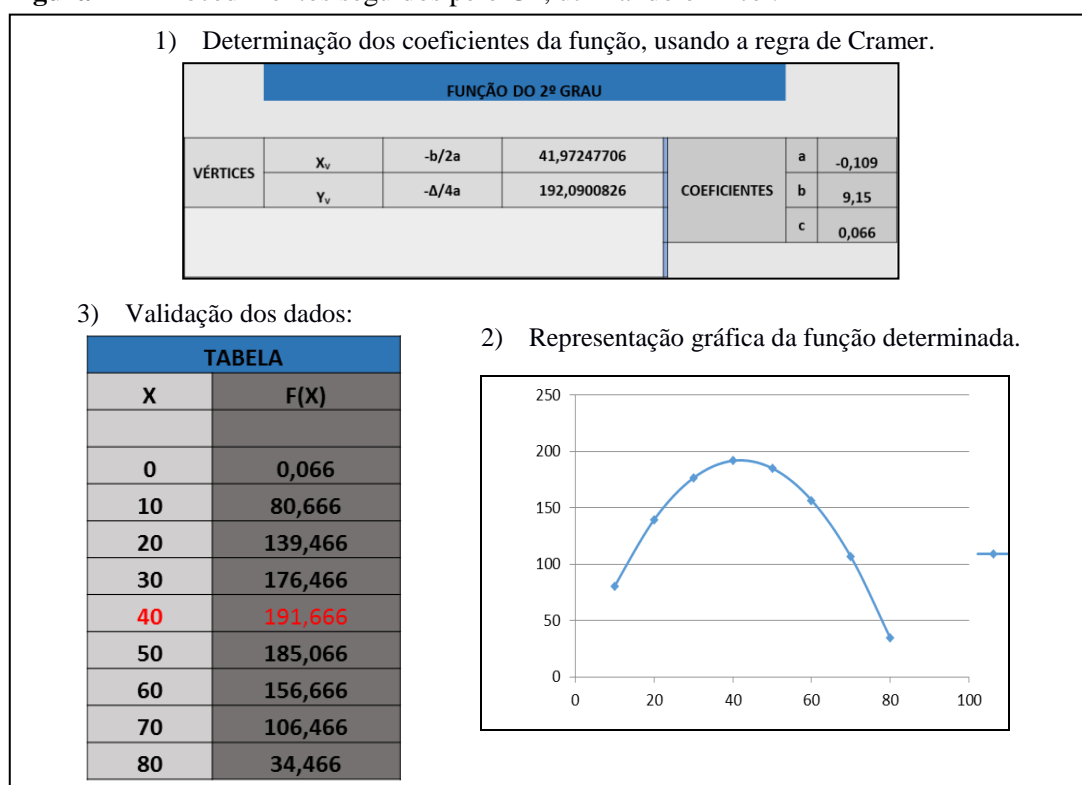
Vagner: Bem mais [...] Então a gente vai clicar aqui e escrever “extremo do polinômio”. Esse polinômio aqui eu posso escrever tanto a função, mas como eu já tenho ela aqui eu só coloco $f(x)$ e dou “enter”. E aí já me dá o ponto de máximo da função, em que o gasto de calorias é maior em função do tempo. Deu pra entender, Clara? (Aula 10-08-2015).

Diante da exploração feita pelo grupo G3, a turma afirmou não conhecer, de modo mais aprofundado, o *geogebra* e revelou que aquela era a primeira vez que o utilizava nos momentos de aula na Universidade. De acordo com a turma, ainda que aquela fosse uma ferramenta disponível nas escolas públicas do Estado do Paraná, ainda não se sentiam seguros para utilizá-la, pois não a conheciam. Ademais, a turma mostrou-se engajada na investigação, principalmente diante da possibilidade de analisar vários modelos por meio do gráfico e da forma analítica da função.

Essas mesmas possibilidades foram exploradas na apresentação do grupo G1. Nesse caso, as alunas utilizaram a ferramenta “inserir dispersão”, do software *Excel*, construíram o gráfico da função, a partir dos pontos que representavam a quantidade de calorias gastas e o tempo em uma caminhada e, utilizaram a regra de Cramer, também por meio do *Excel*, como relatou Clara:

Para determinarmos **o melhor tempo que otimiza o gasto de calorias durante a caminhada**, precisamos encontrar **o ponto de máximo da função**. Para isso, resolvemos um **sistema linear de ordem 3**, utilizando a **Regra de Cramer** e o *Excel* (Clara, aula 10-08-2015).

Figura 14 – Procedimentos seguidos pelo G1, utilizando o Excel.



Fonte: Elaborado pelo G1.

A partir da apresentação do grupo G1, o professor regente discutiu como os alunos poderiam usar no Excel os mesmos procedimentos seguidos pelo G3 com o *geogebra*, para determinar a curva e a função, na forma algébrica, que melhor se adequava aos dados. Além disso, indicou que ferramenta poderia ser usada para analisar a pertinência da curva aos pontos. Esses processos não eram conhecidos pela turma e foram abordados em decorrência da forma pela qual os grupos desenvolveram a proposta do professor regente. Nessa perspectiva, a atividade propiciou o uso de ferramentas computacionais para o desenvolvimento de estudos matemáticos.

Esses relatos evidenciam que o processo de interação entre os membros da CoP subsidiou cada intervenção de orientação do professor regente e da pesquisadora nos trabalhos dos grupos, bem como os encaminhamentos dos futuros professores na atividade. Ainda, a análise dos processos interativos evidencia como as participações dos membros da CoP foram mais ou menos plenas, dependendo do que se discutia, além de indicar o reconhecimento de Vagner como *expert* (WENGER, 1998) quanto ao uso do *Geogebra*.

Tais procedimentos são sintetizados no Quadro 16, de acordo com as etapas de desenvolvimento da atividade de Modelagem (Figura 10) quanto ao processo de orientação:

Quadro 16 - Etapas de desenvolvimento da atividade Caminhadas, quanto às ações de orientação.

Etapas de desenvolvimento da atividade quanto às ações dos membros da CoP		Encaminhamentos na atividade		
		Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1) Leitura e discussão coletiva da situação-problema e dos dados (OC).	Trabalho no grupo	--		
	Orientação	Leitura coletiva e mediação da discussão inicial entre os alunos, em que hipóteses iniciais são levantadas.		
2) Discussão em grupos menores sobre a tarefa e delimitação de uma estratégia de estudo (OI).	Trabalho no grupo	Determinou uma estratégia de resolução e que tipo de modelo matemático representaria a situação.	Determinou uma estratégia de resolução; que tipo de modelo matemático representaria a situação e como determinar o modelo e responder ao problema.	Levantou hipóteses sobre que variáveis deveriam ser consideradas e como se dava o comportamento matemático dos dados.
	Orientação	Para elaborar uma estratégia de encaminhamento e focar no problema.	Para matematizar e representar na forma escrita o que havia sido discutido.	Retomar a questão posta na situação-problema.
3) Socialização e discussão das ideias dos pequenos grupos com a turma (OC).	Trabalho no grupo	Apresentação e discussão dos procedimentos delineados até aquele momento.		
	Orientação	Socializar os procedimentos realizados e discutir como proceder a partir dos argumentos apresentados por cada grupo. Sugerir ferramentas para auxiliar no estudo da situação-problema.		

4) Desenvolvimento da atividade nos pequenos grupos, considerando a discussão com a turma (OI).	Trabalho no grupo	Estudo da situação – problema por meio do Excel.	Determinação do modelo matemático usando calculadora.	Estudo da situação – problema por meio do <i>geogebra</i> .
	Orientação	--		
5) Apresentação sobre o trabalho desenvolvido em cada grupo para a turma (OC).	Trabalho no grupo	Apresentação do estudo empreendido em cada grupo; comparação dos modelos determinados e exploração das ferramentas utilizadas.		
	Orientação	Exploração das ferramentas utilizadas por cada grupo no estudo apresentado.		

Fonte: Elaborado pela autora.

O trabalho e as negociações mantidas no decorrer da atividade demandaram intervenções específicas que dependeram das estratégias e dos tipos de discussões geradas em cada grupo e no âmbito das discussões gerais. Tais orientações ampliaram o repertório compartilhado por esta CoP. Por exemplo, nas atividades seguintes propostas, a turma utilizou o *geogebra* e o *Excel* como ferramentas auxiliares.

Outro aspecto a ser ressaltado é que as ações desenvolvidas pelos membros de cada grupo para resolver o problema trouxeram novas experiências que favoreceram a negociação de significados à turma. Nesse processo, o trabalho de orientação do professor regente, de modo mais abrangente, e da pesquisadora, foram importantes para incitar reflexões, delimitar as estratégias para resolução das situações-problema e provocar reflexões sobre que tipos de perguntas o professor deve fazer, ou faz, em que momentos e com quais objetivos, quando orienta atividades de Modelagem Matemática, independente da forma como ela seja proposta.

4.2.2 Atividade 3 – IPVA; Doação de sangue; Pedágio no Paraná.

A Atividade 3, concernente ao Empreendimento 1, foi desenvolvida pela turma no decorrer de dez horas-aula, organizada nos mesmos grupos da primeira atividade e direcionada de acordo com o caso 3 (BARBOSA, 2004b). Ao fazer a proposta à turma, o professor regente convidou-os a desenvolver “projetos de Modelagem”. A conclusão de que essa foi uma proposta condizente aos encaminhamentos do caso 3 foi feita pela turma, ao fim da atividade no momento de compartilhamento e reflexão sobre os seus estudos.

Tal como na atividade *Caminhadas*, nesta, as cinco etapas apresentadas na Figura 9 foram percorridas no que diz respeito ao desenvolvimento do estudo pelo professor regente, pesquisadora e alunos.

A primeira etapa de estudo consistiu na negociação sobre que assuntos seriam tematizados por cada grupo. Em meio à discussão, muitos temas foram indicados:

- 1) consumo de combustível de um carro flex (G3);
- 2) consumo de calorias ao subir a escadaria da Universidade diariamente (G3);
- 3) horário de verão (G1);
- 4) doação de sangue (G2) e
- 5) impostos (G1).

Diante da diversidade de temas, a turma negociou sobre o que seria mais viável de ser estudado. Esse processo não foi simples. Alguns alunos revelaram ter dificuldades para pensar em um tema de interesse, não necessariamente matemático, numa aula de Matemática. Assim, o processo de negociação sobre a escolha do tema da atividade de Modelagem foi iniciado pelo professor regente:

Professor regente: A gente tinha combinado discutir alguma coisa pra que seja investigado... tentar ver um problema ou algo assim, [fala não identificável] matemática. Pode ser algo da realidade de vocês... vamos jogar uma temática primeiro, nem problema, nem nada... A aula de hoje é pra tirar problemas daqui. A ideia é isso, ouvir vocês primeiro e levantar questões [...].

Camila: Eu tinha pensado em trabalhar com o aumento dos impostos.

Professor regente: Dos impostos?

Camila: É. Da energia, da água, da gasolina...

[...]

Professor regente: O que vocês acham que seria interessante investigar? O que vocês acham que poderiam estudar, que poderia contribuir com a melhoria do entorno de vocês?

Cissa: Então, eu estava vendo o panfleto ((panfleto convidando a população para doar sangue)) ((risos)) e pensei na doação de sangue. Eu não sei o que pode relacionar. Ainda não pensei no que poderia ser trabalhado na doação de sangue.

[...]

Camila: Ah:: eu não sei... o governador disse que ficou um tempo sem aumentar os impostos e agora aumentou tudo de uma vez, né... e eu queria que as pessoas tivessem essa informação. Porque não aumentou antes e aumentou tudo agora? Qual a porcentagem de aumento? Se aumentasse nos anos anteriores será que teria dado a mesma quantidade agora? Pensei assim.

Professor regente: Certo, pode contribuir gente, já estão puxando para os impostos... Só do IPVA aumentou quanto? Uns 40%?

Cissa: Ah:: mas eu acho que é isso mesmo né? Estudar para saber... por que será que aumentou tanto assim? Por que será que aumentou tanto o imposto?

Professor regente: Dos produtos...

Cissa: É ... de tudo... Essa crise! Todo mundo fala “ah:: a crise, a crise”, mas o que tá acontecendo que está essa crise assim?

Ana: A tarifa da circular!

Professor regente: Só sobre o imposto já tem muita coisa pra se falar... (Aula 26-10-2015).

Ainda que vários temas tivessem surgido, a discussão sobre possibilidades de estudo do tema “imposto” tornou-se central. Nesse processo de negociação, vários temas abarcados

pelos impostos emergiram e provocaram discussões na turma. A fim de indicar possibilidades e direcionar a escolha, o professor sugeriu que o tema principal fosse os impostos e que, dentro desse grande tema, cada grupo determinasse um assunto de interesse.

Vagner: Será que não dá pra calcular o faturamento do governo, professor? Com os impostos?

Professor regente: A arrecadação? Dá sim.

Rute: Com base nessa arrecadação, será que eu consigo fazer uma análise se é preciso a CPMF⁵² ou não?

Cissa: M-E-U D-E-U-S D-O C-É-U! O que é CPMF?

Cecília: Olha! Eu... eu NÃO ENTENDO NADA DE IMPOSTO! Mas é aquela coisa...qualquer movimentação no banco, vão tirar uma porcentagem...

Arthur: Dava pra ver a devolução desse dinheiro também né? O CPF na nota. Tem uns que falam que não recebem nada de volta [...] Outros que recebem...
[...]

Professor regente: Bom pessoal, dentre os cinco temas parece que só ficamos sem muitos questionamentos sobre a escada. Os outros têm bastante. Se quiser dá pra pegar um tema só, inclusive. Se quiser pegar um pra cada grupo, temos que pensar como fazer. Como vamos fazer a pesquisa? Questão dos impostos...

Cissa: Só isso aí dá muita coisa...

Professor regente: Talvez poderíamos pegar só um tema desses e tentar encaixar os três grupos num tema. Então, poderíamos todos trabalhar no mesmo tema, mas cada um num ramo dele [...] Dá pra falar sobre o pacote de impostos.

Cissa: Em todo estado foi assim? Por exemplo, aumentou 40% na taxa de energia elétrica aqui, em São Paulo também aumentou 40%?

Clara: Eu acho que se a gente escolher um tema só, a gente delimita melhor e faz um trabalho bem feito. Porque no caso, assim, a gente fala sobre impostos, os meninos sobre o carro e vocês ((grupo 2)) sobre doação de sangue. Nós não vamos dar conta de coletar todos os dados. Nem metade.

Cissa: CPMF pra nós.

Vagner: Professor, queremos ver o imposto do pedágio. Quantidade de carros por praça, por cancelas...

Professor regente: Fechamos os três? Um sobre IPVA ((grupo 1)), CPMF ((grupo 2)) e Pedágio ((grupo 3)). Olha, não demos conta dos impostos... ((risos)). (Aula 26/10/2015).

Buscando uma negociação, a turma decidiu que a melhor opção seria escolher um tema e estudá-lo sob diferentes olhares, de modo a investigá-lo de forma mais criteriosa. Ainda que todos os alunos estivessem, aparentemente, convencidos disso, Cissa mostrou-se descontente com a escolha, ainda no fim da aula, ao afirmar: “Não estou satisfeita com esse tema da CPMF, sabia? [...] vamos mudar pra doação de sangue?”. A insatisfação da aluna; entretanto, não provocou naquele momento a mudança do tema da atividade de Modelagem.

Nessa primeira etapa, o papel de mediador do professor regente foi essencial para a delimitação dos temas. Em meio à diversidade de situações citadas na turma, a mediação com o objetivo de sistematizar e delimitar as ações para seguir os próximos passos da investigação

⁵² Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira.

foi necessária e essencial. Não se trata de induzir os alunos numa direção, tampouco de agradar a todos, mas de negociar com base nos argumentos apresentados trazendo à discussão o que pode e o que deve ser feito, tarefa difícil de ser conduzida.

A partir da delimitação de temas, na segunda etapa de desenvolvimento da atividade, os trios trabalharam no processo de investigação dos assuntos, com o objetivo de conhecê-los mais profundamente a ponto de problematizá-los. Essa etapa foi a mais conflituosa e a que demandou mais tempo nos três grupos.

No grupo 1, as alunas optaram por investigar que dados teriam a seu dispor, para, então, determinar um problema que pudesse ser respondido com aquelas informações, como mostra o seguinte trecho:

Clara: É que eu pensei assim, de repente a gente define alguma coisa e quando vai pesquisar sobre aquilo não tem nada.

Rute: ah:: entendi. Eu acho legal. O índice de aumento, o valor arrecadado, a frota de carro, quais carros pagam. Não são todos que pagam. Comparar com outros estados. Os índices dos estados. Tem bastante coisa pra pesquisar.

Camila: Tá, então a primeira coisa que a gente pesquisa é o valor do IPVA no decorrer do tempo.

Rute: Quanto tempo? Quanto tempo a gente achar?

Clara: Só desse ano...

Camila: Não...de 2005 pra frente.

Rute: Clara, só desse ano a gente já sabe quanto é!

[...]

Camila: Mas a gente vai ter que selecionar a marca do carro.

Clara: Tem que pesquisar no site do Portal do Paraná.

Camila: Nossa gente, muita coisa...fica difícil... talvez fosse melhor escolher cinco carros. Pesquisar esses cinco carros no Paraná, restringir pra Campo Mourão e alguns outros...

Camila: Não. Olha aqui ((mostra na tela do computador)), você tem que saber o ano, o modelo, se a gasolina ou à álcool.

Rute: Olha Camila, aqui diz que a alíquota do Paraná é a mais cara [fala não identificável] de São Paulo e Minas Gerais.

Clara: Uma informação legal. Anota aí.

Rute: Perde pra São Paulo e Minas. 4% lá. (Aula 26-10-2015).

O episódio é constituído por trechos de negociação em que as alunas desenvolvem discussões que permitem compreender como o estudo será empreendido e que fatores serão considerados. O excerto indica a decisão de, em primeiro lugar, procurar dados quantitativos em sites específicos de busca, Portal do Paraná; em seguida, selecionar que aspectos deviam ser considerados: valor do IPVA a partir do ano de 2005, a seleção de modelos específicos de carros, a busca pelo valor da alíquota do IPVA no Estado do Paraná.

A delimitação da situação pelas alunas nesse grupo permitiu que determinassem objetivos para o desenvolvimento do seu estudo, como apresentaram na aula seguinte:

“Investigar quais as diferenças do valor do IPVA para o mesmo carro nos estados do Mato Grosso do Sul, Paraná, São Paulo e Santa Catarina. [...] O objetivo específico seria pesquisar e comparar o valor venal de 5 carros no estado do Mato Grosso do Sul, Paraná, São Paulo e Santa Catarina” (Camila, aula 09-11-2015).

Para além do engajamento mútuo do grupo no desenvolvimento da atividade, a dinâmica assumida pelo G1 foi essencialmente marcada por discussões técnicas e matemáticas que desde a primeira etapa de desenvolvimento da atividade permitiram a articulação de empreendimentos com o objetivo de desenvolver a situação problema. Isso tornou o processo mais delimitado e rápido que nos outros grupos.

No grupo 2, as discussões iniciais foram essencialmente desenvolvidas com o objetivo de entender o que é a CPMF e qual seu histórico. A busca pela compreensão do tema e dos dados disponíveis nos sites de pesquisa, bem como as dificuldades quanto à sua problematização, conduziu o G2 à mudança de tema da atividade, após a segunda etapa de desenvolvimento do estudo.

Ana: A CPMF muda de acordo com o governo também né? Tipo, nesse governo... será que não dá pra gente fazer uma comparação? Sim ou não? [...] Porque muda de governo pra governo.

Cecília: Sim, ele é um imposto provisório. Tipo assim, ele é... depois que... ele é feito com uma finalidade, tipo é, melhorar determinado setor, no caso foi a saúde né, na época que foi de 1996 à 2007. Foi pra saúde. E aí, quando melhora, vamos dizer assim, ele é derrubado.

[...]

Ana: E vigorou no Brasil por 11 anos. Agora eu não sei se mudou, mas era assim. DIZ QUE ERA NÉ. Aqui no site do senado. Engraçado, porque que quando eu coloquei aqui a CPMF porque que não apareceu o atual? Não apareceu o atual que eles queriam colocar agora.

Cecília: Então, ela queria voltar com outro nome. Lembra? No início? Aí depois mudou de nome de novo. ((silêncio)) a previsão é de gerar 32 bilhões para os cofres federais.

Cissa: Eu acho que tinha que ser o mesmo nome isso aqui, **IPMF**. Contribuição?! QUE MANÉ CONTRIBUIÇÃO, não tô contribuindo com nada.

Ana: É IMPOSTO.

[...]

Cissa: Gente, agora não dá pra gente definir alguma coisa não? Eu não sei o que dá pra fazer.

Cecília: Também tô sem ideia.

Ana: Vamos:: que nem no caso, quando foi criado pra saúde, se a gente pesquisar quanto que é destinado pra saúde...

[...]

Cissa: É isso aí! Cecília, não sei o que a gente coloca. Vamos pesquisar o quê? Vamos mudar nosso tema? Eu não sei o que vai fazer com isso aqui. Não tenho nem ideia. O que dá pra fazer? (Aula 09-11-2015).

No episódio apresentado, o grupo busca delimitar um problema de investigação e cogita a possibilidade de estudar a destinação do arrecadamento da CPMF para o setor de saúde pública. Essa ideia foi reforçada, posteriormente, quando o grupo decidiu estudar “quanto tempo de arrecadação com a CPMF seria necessário para cobrir o rombo na

previdência social”. No entanto, as dificuldades quanto à abrangência do problema e à interpretação dos dados impediram a investigação do tema.

Tal como no Grupo 2, no G3, os alunos iniciaram a investigação por discussões paralelas sobre o tema “pedágio”. No primeiro momento de negociação, os futuros professores falaram a respeito da qualidade das estradas estaduais e federais, atentando-se para aquelas pelas quais passavam todos os dias; sobre os preços dos pedágios e trechos pedagiados no Paraná; sobre a forma de cobrança do pedágio para caminhões. Ainda que essas discussões envolvessem o tema escolhido pelo grupo, não influenciou diretamente a construção de modelos matemáticos no estudo, caracterizaram-se por discussões paralelas, portanto. Também, de forma semelhante ao G1, o grupo optou por investigar que dados teriam acesso para, então, formular um problema a ser investigado.

João: Tá, mas na verdade a gente vai ver o quê? O imposto né?

Vagner: A gente quer ver a arrecadação... do governo.

Arthur: Vagner, tem um site brasileiro sobre as concessionárias brasileiras. Mas não tem por estado.

João: Qual será nosso objetivo?

Arthur: Nosso objetivo será encontrar qual o total arrecadado nos pedágios do Paraná.

Vagner: Mas aí tem que especificar melhor, para que encontrar.

Pesquisadora: Vocês estão olhando para as praças de pedágio do Paraná?

Vagner: A gente tá vendo quanto o Paraná recebe no pedágio e comparar com um estado que tenha uma qualidade de vida boa também, tipo Santa Catarina, onde o pedágio é bem mais em conta.

Pesquisadora: Boa ideia, mas vocês vão precisar delimitar isso. Algum estado, alguma rodovia...porque essas rodovias são enormes. A BR 376, por exemplo, vai pra Santa Catarina? (Aula 26-10-2015).

No trecho anterior, a intervenção da pesquisadora foi feita com o objetivo de auxiliar na delimitação da situação de estudo sem; no entanto, dar respostas sobre como fazê-lo. Essa orientação subsidiou os próximos passos do grupo:

Vagner: E qual vai ser o problema?

João: O que a gente quer ver é arrecadação do estado, não é?

Vagner: É. Depois que a gente ver a arrecadação, a gente pode especificar melhor né.

Arthur: Sim, a gente pode calcular qual é a arrecadação em uma rodovia, por exemplo, ou de um posto.

Vagner: Não dá pra fazer pro Paraná inteiro?

João: Então tem que ver só os veículos? [...]

Arthur: [...] Tem que ver a concessionária.

João: Como assim a concessionária?

Arthur: Assim, quem consegue esses asfaltos são as concessionárias. A pessoa que é dona de uma empresa, entendeu? [...] por exemplo, a rodovia que você vai pra sua casa ((Campo Mourão – Altamira do Paraná)) é o estado que banca, agora a rodovia que tem pedágio não é Estado que banca. [...] Aqui, olha, concessionária autopista, [...] do sul,

concessionária ecovia, concessionária rodonorte, concessionária caminhos do Paraná, concessionária cataratas, concessionária do norte, concessionária viapar, concessionária litoral...

Arthur: Aqui, o fluxo total por estado. *Agora sim!*

João: A gente pega de março de 2014 à março de 2015.

Vagner: Site que é? O site é confiável?

Arthur: É. É o site sobre a Associação brasileira de concessionárias de rodovias. Então, Vagner, decidiu? O que vai ser o nosso problema? O que nós vamos fazer, mestre? Conta pra mim, cara. (Aula 26-10-2015).

O excerto mostra que o grupo se atentou para o que poderia considerar: uma rodovia, uma concessionária, um posto de pedágio específicos em um intervalo de tempo determinado. Além disso, investigou sobre como poderia obter esses dados e desenvolver o problema. Essas discussões concernem à fase de inteiração sobre o tema e a sua problematização, em termos matemáticos. Trata-se um momento que revela uma das principais dificuldades do processo de Modelagem Matemática e, que por isso, constitui também um dos entraves à sua inserção na sala de aula. Nesse sentido, a familiarização dos futuros professores com situações como essa, distantes da cultura escolar em que os problemas, normalmente, são apresentados de forma bem estruturada e delimitada, é essencial para conferir-lhes segurança e familiaridade com este processo. A delimitação desses dados e do problema a ser pesquisado; entretanto, se deu na segunda etapa de desenvolvimento da atividade, a partir da orientação do professor.

Na etapa 2, de orientação coletiva, na medida em que os grupos expunham o que haviam feito até aquele momento, foram propostas questões com a finalidade de nortear e delimitar as situações expostas. No caso dos grupos 1 e 3, as intervenções propiciaram a construção de um problema e/ou objetivo de investigação.

Ao apresentar o objetivo de estudo, o G1 foi orientado pelo professor regente quanto à delimitação dos dados. De acordo com Camila, o “objetivo específico (do estudo) seria pesquisar e comparar o valor venal de 5 carros no estado do Mato Grosso do Sul, Paraná, São Paulo e Santa Catarina”. Diante deste apontamento, orientou-se:

Professor regente: Talvez você possa pensar assim, olhar as diferenças no Brasil e pegar um estado que é o mais alto e outro... [...] Talvez você poderia... daria um pouco mais de trabalho, fazer um raio x do Brasil. Qual é o maior imposto? Tal estado. Qual é o menor imposto? Esse estado. Talvez, uns 3 mais ou menos. [...] Talvez possa pegar só dois estados. Já vai dar bastante trabalho. Estudar os fatores que levam à essas diferenças.

Camila: Pegar 3 (estados).

Professor regente: 2 (estados).

Camila: 3! ((risos)). [...] Sabe por quê? Porque você falou um (estado com imposto) alto, um médio e um baixo e o médio seria o Paraná, no caso. Porque senão não vai ter o Paraná envolvido. [...]

Professor regente: Se considerar a alíquota, realmente, precisa olhar pra mais de um ano. Se conseguirem esses dados, beleza. (Aula 09-11-2015).

A negociação entre o professor e Camila resultou na opção por estudar o valor do IPVA em três estados brasileiros, considerando modelos de carros específicos. Essas indicações delinearão as próximas ações do G1. No caso do G2, ainda que o professor tenha procurado delimitar a situação exposta pelas alunas, a determinação de um foco de estudo não foi alcançada.

Cissa: É que assim, pesquisando, eles querem voltar com a CPMF, porque tem um rombo na previdência, de 55 bilhões. E eles querem implantar de novo a CPMF, então considerando essa (taxa) de 0,2% a gente estava pensando em quanto tempo que levaria pra...como eu posso dizer?...pra... cobrir esse rombo na previdência [...].

Professor regente: Tem esses dados sobre o rombo na previdência? [...] ver se tem sonegação nisso também. Fazer um histórico, a questão social disso, mas aí já tem um problema também. [...] tem que procurar dados suficientes pra procurar essa resposta. Ver a movimentação no Brasil ... [...] se não der conta de trabalhar com o Brasil, poderia ver a arrecadação em um município. Quantas agências (bancárias) tem lá (na cidade em que Cissa mora)? [...] Quando você fala de rombo na previdência, tem que pensar em que previdência a gente está falando.

Cissa: No INSS, na previdência social.

Professor regente: Mas ele pega o federal, o todo. Será que a gente consegue ver o INSS local?

Cissa: Professor, caso eu não ache deveria arrumar outro problema então. De repente, investigar o rombo da previdência que fica perto da minha cidade.

Professor regente: Às vezes você força os dados a ponto de ficar fora da realidade. [...] (Aula 09-11-2015).

Nesse caso, a intervenção do professor indicou algumas possibilidades para tornar um problema muito amplo em algo mais local e passível de ser investigado. Diante dos apontamentos das alunas, o professor afirmou que o uso de informações que não denotam a realidade descaracterizaria a atividade de Modelagem, direcionando-a para a semirrealidade.

Na busca por auxiliar o grupo com obtenção de dados que subsidiassem a investigação e auxiliassem tanto na delimitação do problema, quanto na análise sobre a viabilidade em estudá-lo, o professor propôs que especialistas da área de economia fossem entrevistados. Essa ação revela a atividade de orientação do professor, no sentido de que “assumindo a condição de orientador, o professor se coloca como coparticipe no desenvolvimento das atividades de seus alunos no processo de aprendizagem [...]” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 15). As integrantes do G2, então, junto ao professor regente, pediram auxílio quanto a essas questões aos professores do Departamento de Economia da Universidade. O grupo questionou os especialistas, professores P1, P2 e P3, quanto à obtenção de informações necessárias ao desenvolvimento e à viabilidade do estudo. Em linhas gerais, os especialistas argumentaram:

P1: O problema da CPMF é que ... porque que o pessoal tá brigando? Não é por causa do 0,02%! Acontece que quando você contribui com a tua CPMF pro governo federal, o banco do Brasil, pensando no BB, vai dizer: *olha, a pessoa pagou tanto de CPMF*. Vocês são matemáticos, vocês sabem. É só fazer o cálculo ao contrário e vão saber quanto eu movimenteí na conta. [...] Então a receita federal vai conseguir fiscalizar a receita de cada um. E aí esse pessoal que trabalha com falcaturia, com caixa 2 e um monte de coisas, eles começam a ser pegos por aí, porque daí você recolhe a CPMF sobre 100 mil reais, mas você vai lá e declara que ganha 10 mil reais. [...] Então isso para as empresas ... tem muita empresa que trabalha com caixa 2, que tem conta paralela. Todo mundo vai ser pego. Eu acho que talvez... *vem aqui, acho que* ... o P2, pra gente conseguir uma estimativa da movimentação bancária brasileira, o que é melhor?

P2: Movimentação? Em que sentido?

P1: Quanto gira de capital em arrecadação, pelo setor produtivo, pela pessoa física.

Professor regente: na receita federal é pública?

P1: Só coloca lá Banco Central. Lá tem um monte de cálculos. O site é enorme.

P2: *Vai lá em receita dos setores econômicos* ((os professores e alunos estão visitando o site do Banco central)).

Cissa: o:: *gente, calma aí*.

P3: Vocês escolheram um trabalhinho difícil heim?! IPAdat.Gov.br . Aí você digita “*transferências, recursos, arrecadação*”, por esses termos você vai achar por municípios, estados e pelo governo federal.

P1: Aí você pode selecionar por estados, e ainda por municípios. Isso vai ser muito grande por municípios.

Cissa: Eu quero saber quanto tempo levaria pra cobrir esse rombo na previdência, que é de 55 bilhões, cobrando essa taxa de 0,02%.

P3: Mas aí você tem outros problemas. Primeiro, que a arrecadação da previdência é isolada. Acontece que o governo pega dinheiro do tesouro pra passar pra previdência pra que as pessoas não fiquem sem benefícios. Então, o primeiro problema é o seguinte: *Será que a previdência vai conseguir arrecadar dinheiro suficiente pra pagar os benefícios?* Segundo problema é o seguinte, *será que o governo vai ter dinheiro suficiente pra fazer os repasses?* Terceiro, *se a dívida do governo aumentar, o que vai acontecer, ele vai perder a capacidade de manter o repasse para os beneficiados?* Então se a dívida do governo aumentar, o risco é que ele não consiga sustentar a previdência. Isso significa também que os benefícios sejam afetados. Porque assim, a arrecadação é pela previdência social, que o INPS, INSS e quando falta recursos, o que o governo faz? Vai e pega da arrecadação total, dos produtos e tudo mais e faz o repasse. Entendeu? Se o governo se endividar e não tem mais dinheiro, ele perde a capacidade de ajudar. (Aula 09-11-2015).

Após algumas aulas inteirando-se sobre o assunto, o G2 ainda não havia formulado um problema passível de ser investigado, tampouco definido metas sobre sua resolução. Ainda que seja comum em ambientes investigativos que os alunos reformulem problemas, na medida em que novas informações sejam incorporadas ao estudo (ALMEIDA; VERTUAN, 2014), o cerne para do processo de Modelagem é a formulação de um problema, a partir da exploração de dados quantitativos e qualitativos. Como essa etapa não foi cumprida pelo grupo, a matematização da situação não ocorreu.

O olhar sobre as discussões cultivadas no grupo 2 indicam que as futuras professoras mantiveram, sobretudo, discussões paralelas ao longo das primeiras aulas. Ou seja, discussões que não possuem um papel claro no processo de formulação de representações matemáticas

para a abordagem da situação-problema e que, nesse caso, trataram de aspectos do contexto social da qual a situação foi extraída (BARBOSA, 2007).

Ao mesmo tempo, ainda que a entrevista com os professores economistas tivesse sanado dúvidas a respeito do assunto e indicado locais para busca de informações, as alunas afirmaram que o estudo foi inviável devido às dificuldades para interpretar as informações:

Cissa: E também no site era muito difícil de encontrar as coisas. É muita, muita coisinha... A início, quando a gente entrou em contato com o pessoal da economia, o professor tinha falado que era impossível a gente responder esse problema de pesquisa, que era saber quanto tempo que levaria para a CPMF...pra sanar a dívida que era do INSS [...] porque são vários fatores que levam a ... que envolvem essa questão e também tem aquela questão, que não vai somente pro INSS, então pode ser o dinheiro total pode ser direcionado para outros setores, da educação, da saúde, tudo mais. (E3, fevereiro – 2016).

De acordo com as falas das alunas na entrevista 3, esses foram os fatores que levaram-nas a mudar o tema de estudo para doação de sangue. Nesse sentido, não houveram intervenções no processo de investigação do grupo a respeito do novo tema escolhido.

Quanto ao grupo 3, na terceira etapa de encaminhamento didático da atividade, a atuação do professor regente aconteceu com o objetivo de auxiliar na delimitação e estruturação do problema de investigação, sobre o pedágio no Paraná:

Professor regente: Dá pra ver até a frota do Paraná. É um problema. E pra resolver esse problema, o que vocês pensam em fazer? [...] Vocês querem pensar um pouco mais? Vocês têm que pensar como resolver isso, talvez pesquisar mais dados, organizar isso em tabelas. Pensar se vão resolver com um modelo...como será... [...] Tente pensar em como calcular os impostos; como eles são pagos? Tem diferença entre os carros, motos? Pensar no fluxo, nas praças de pedágio, nas rodovias (Aula 09-11-2015).

A participação do professor, nessa etapa, foi reconhecida pelo G3 como relevante para a delimitação do estudo. Além disso, os alunos ressaltaram a importância da coleta de dados e do processo de interação sobre o tema para o desenvolvimento do estudo:

João: Olha, sinceramente eu achava que a gente ia...a gente começou no pedágio? Mas eu achei que...a gente tava pensando em fazer pro Brasil né, só que é muita coisa!

Arthur: Depois a gente reduziu pro Paraná, achando que ia ficar mais fácil.

João: Pro Paraná.

Arthur: Depois da orientação acabamos reduzindo pra uma praça de pedágio.

[...]

Pesquisadora: E como vocês procederam nessa pesquisa? O João disse que vocês pensaram primeiro no Brasil, depois delimitaram pro Paraná, depois para uma praça de pedágio do Paraná. Lembro que vocês pensaram em algumas empresas. Vocês escolheram a Ecovia?

Arthur: Porque a Ecovia tinha informações detalhadas no site ((risos)).

Vagner: E também porque é o pedágio mais caro.

Pesquisadora: O que pesou mais? Ser o pedágio mais caro ou ter informações no site?

Vagner: Os dois. Mas eu acho que o que pesou mais foi a informação. (E3, fevereiro – 2016).

Percorrida tal etapa de orientação, cada grupo apresentou e compartilhou seu estudo na etapa 5 (Figura 9). Além de apresentar os trabalhos de Modelagem, os grupos foram instruídos a incorporar às suas apresentações análises das suas práticas de Modelagem, fundamentadas nos referenciais teóricos estudados até aquele momento. Nessa perspectiva, a etapa 5 abarcou duas ações didático-pedagógicas importantes para a formação inicial em Modelagem, indicadas por Silva (2007): socialização das produções e ações de Modelagem voltadas à Educação Básica e registros reflexivos sobre as atividades e seminário.

A primeira ação didático-pedagógica diz respeito às reflexões coletivas, necessárias à formação, e que situam os futuros professores num processo de colaboração, que pressupõe maior comprometimento individual (SILVA, 2007). Tais reflexões evidenciam, também, práticas fronteiriças (WENGER, 1998), como as de Clara e Arthur, ao referenciar suas participações como professores nas comunidades escolares nos Ensinos Fundamental e Médio; e as de Cissa e Ana, ao disporem de aprendizagens que ocorreram por meio das suas participações no PIBID ao lidarem com Modelagem.

A segunda ação didático-pedagógica, por sua vez, exige a verbalização dos pensamentos individuais e coletivos, subsidiando reflexões sobre as práticas vivenciadas (SILVA, 2007). Essas e outras ações necessárias à formação de professores em Modelagem, indicadas por Barbosa (2001a) e Silva (2007), foram evidenciadas nas apresentações finais dos três grupos, ao analisarem as próprias práticas do ponto de vista das concepções de Modelagem discutidas no decorrer da disciplina.

A seguir, apresentamos o desfecho das atividades de cada grupo, com foco nas suas reflexões sobre a atividade.

Grupo 1 (Rute, Camila e Clara) – IPVA

O grupo 1 iniciou a apresentação do estudo à turma, retomando o processo percorrido desde a escolha e delimitação do tema da atividade, passando pela coleta de dados quantitativos e qualitativos sobre o assunto e a problematização. Todas essas etapas já eram conhecidas pela turma, em virtude das orientações e das discussões coletivas.

A apresentação do grupo seguiu com um amplo debate sobre o IPVA nos estados do Paraná, Santa Catarina e São Paulo, abordando fatores como frota de carros no decorrer dos

anos, população dos estados, destinação dos impostos arrecadados para o município e para o Estado, processo de cálculo do IPVA, IPVA dos diferentes modelos de automóveis, dentre outros assuntos necessários ao entendimento da situação-problema e do tema, de forma mais geral. Essa explanação, constituída pela participação da turma, culminou na apresentação dos seguintes dados construídos pelo grupo com base nas informações pesquisadas, e que representam os caminhos percorridos no processo investigativo:

Tabela 2– Valores do IPVA de 2011 a 2015 para quatro modelos de carros em SP, SC e PR.⁵³

Marca/Modelo	Comb.	Estado	2010x2014	2010x2013	2010x2012	2010x2011	2010x2010
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	SC	382,22	393,06	399,84	450,68	486,64
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	PR	673,23	499,68	502,05	563,35	605,63
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	SP	777,88	802,6	812,08	911,24	983,68
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	SC	399,5	422,7	437,86	482,94	
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	PR	718,38	511,88	533,2	603,68	
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	SP	820,92	823,84	853,04	965,8	
Ford/Fiesta sedan flex	G	SC	410,76	434,28	465,02	533,16	560,62
Ford/Fiesta sedan flex	G	PR	723,66	560,68	584,03	666,45	697,7
Ford/Fiesta sedan flex	G	SP	835,92	880,88	944,48	1.077,80	1.133,20
Vw/Fox 1.0 GII	G	SC	432,66	467,32	476,9	515,18	543,02
Vw/Fox 1.0 GII	G	PR	762,13	574,88	598,83	643,98	675,8
Vw/Fox 1.0 GII	G	SP	880,52	948,96	968,6	1.041,64	1.097,64

Fonte: Relatório do grupo G1.

O grupo esclareceu que o IPVA foi calculado de acordo com o valor venal do veículo automotor, a gasolina e a alíquota de cada estado, e apresentou a Tabela 3, que mostra a diferença e comparação do valor do IPVA nos estados considerados:

Tabela 3 – Diferença do valor do IPVA em SP, SC e PR.

Marca/Modelo	Comb.	Estado	2015	2014	2013	2012	2011
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	SCX PR	291,01	106,62	102,21	112,67	118,99
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	SC X SP	395,66	409,54	412,24	460,56	497,04
Fiat/Uno Vivace 1.0	G	PR X SP	104,65	302,92	310,03	347,89	378,05
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	SC XPR	318,88	89,18	95,34	120,74	
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	SC X SP	421,42	401,14	415,18	482,86	
Chevrolet/Celta 1.0l lt	G	PR X SP	102,54	311,96	319,84	362,12	
Ford/Fiesta sedan flex	G	SC XPR	312,9	126,4	119,01	133,29	137,08

⁵³ A tabela apresenta os valores que comparam o Ano de fabricação do modelo do carro e o ano de venda, ou seja, o valor de venda do carro em determinado ano.

Ford/Fiesta sedan flex	G	SC X SP	425,16	446,6	479,46	544,64	572,58
Ford/Fiesta sedan flex	G	PR X SP	112,26	320,2	360,45	411,35	435,5
Vw/Fox 1.0 GII	G	SC XPR	329,47	107,56	121,93	128,8	132,78
Vw/Fox 1.0 GII	G	SC X SP	447,86	481,64	491,7	526,46	554,62
Vw/Fox 1.0 GII	G	PR X SP	118,39	374,08	369,77	397,66	421,84

Fonte: Relatório do grupo G1.

A partir das representações matemáticas, Tabelas 2 e 3, o grupo concluiu que “nos Estados de Santa Catarina e São Paulo o valor do IPVA está diminuindo conforme o valor de mercado do veículo. No entanto, no Estado do Paraná houve um aumento no valor do IPVA no ano de 2015 pelo fato do governo aumentar o valor da alíquota” (Relatório do G1).

A resposta final ao problema formulado (Quais as diferenças do IPVA para o mesmo veículo nos estados de Santa Catarina, Paraná e São Paulo entre os anos de 2011 a 2015?) se deu por meio da análise matemática da situação. Essas características dizem respeito às ações de modelador (SILVA, 2007) que propiciam ao futuro professor desenvolver habilidades de Modelagem, sua criatividade e, ao mesmo tempo, permitem a identificação de aspectos que definem a Modelagem, tais como “a presença de uma situação real, de problematização e de investigação” (SILVA, 2007, p. 226).

Os aspectos definidores do processo de Modelagem foram ressaltados na apresentação das alunas e no relatório escrito do grupo, sobre esta atividade:

Quanto ao tema IPVA que foi escolhido para a realização desse trabalho, podemos concluir que o mesmo está amplamente presente na vida dos estudantes, fazendo parte do seu cotidiano, conforme sugere Skovsmose (2000). O referido tema também envolve implicações de cunho social o que segundo Barbosa (2003) pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, possibilitando a construção de uma sociedade mais democrática [...]. Como a formulação do problema, assim como a coleta de dados e a resolução foi realizada pelos estudantes, pode-se então concluir, que o trabalho sobre o IPVA, está enquadrado no caso 3, proposto por Barbosa (2003). [...] Como o tema era não matemático e muito amplo, não foi possível antes do início da resolução do problema prescrever as etapas a serem cumpridas e ou pesquisadas. Assim, de acordo com Barbosa (2003), os estudantes foram aos poucos: formulando e organizando as questões e os dados a serem pesquisados, ou seja, foram encontrando seu próprio caminho para a investigação.

Fonte: Relatório do G1 sobre a atividade 3, grifos nossos.

O texto do grupo articula conceitos estudados sobre Modelagem e Educação Matemática e denota a relevância dos registros escritos para a ampliação de reflexões e o estabelecimento de relações (SILVA, 2007) entre teoria e prática.

Grupo 2 (Cecília, Ana e Cissa) – Doação de sangue

Tal como os integrantes do G1, os membros do G2 articularam os caminhos percorridos aos referenciais estudados na disciplina. A apresentação do grupo quanto a essas reflexões pode ser representada pelo seguinte excerto:

Bom... o nosso trabalho, como vocês já sabem, deu uma reviravolta, a gente mudou de tema. Partimos pra doação de sangue e acho que agora deu certo, encaminhou. Por enquanto nosso trabalho final não está pronto, mas tá nas etapas e a gente vai procurar mostrar o que a gente fez e os procedimentos que a gente encaminhou a atividade [...] a escolha do tema, então, se deu em aula, supervisionada pelo professor, que fez papel de mediador durante todo o processo. Foi de interesse dos alunos presentes na sala que surgiram vários temas, que se dividiram em subtemas entre grupos formados na sala; sendo a próxima etapa do trabalho, a busca de informações sobre o tema escolhido e a definição de um problema para investigação. Após a definição do problema, passamos à coleta de dados que se baseiam na busca de respostas para o problema [...] desse modo acreditamos seguir os passos de uma atividade de Modelagem do tipo 3, sugerido por Barbosa, devido ao fato de que o professor esteve envolvido durante todo o processo como mediador e os alunos foram responsáveis por seu desenvolvimento. Assim, a coleta de dados se deu por meio de uma entrevista com uma enfermeira que trabalha no Hemonúcleo de Campo Mourão e algumas buscas em alguns sites. A organização de dados quantitativos se deu por meio da organização em tabelas e gráficos pelo software Excel (Cecília, aula 21-12-2015, grifos nossos).

A apresentação do G2 enfatizou elementos importantes que denotam a reflexão sobre a prática das alunas, quanto ao trabalho do professor e quanto ao caráter da atividade de Modelagem. No que se refere ao professor, o grupo ressaltou que a atuação docente se deu no sentido de mediar e orientar o trabalho. Esse reconhecimento evidencia que os membros dessa comunidade reconhecem uns aos outros como importantes nas atividades desenvolvidas, aspecto necessário para a constituição de uma CoP no ambiente escolar. Exemplo disso é que, ainda que os caminhos planejados inicialmente não tenham sido seguidos, o grupo engajou-se no novo tema e concluiu o trabalho a que se propôs.

Em segundo lugar, o grupo reconheceu na sua prática o respaldo teórico sobre Modelagem, e isso foi importante para a finalização da tarefa, pois, apesar de mudar de tema, as alunas afirmaram que tinham realizado uma atividade segundo os passos do caso 3, fundamentada em Barbosa (2004b). Nesse sentido, concordamos com Burak (2010) que as práticas educativas devem ser fundamentadas teoricamente, pois, mesmo que inconscientemente, é nessa visão da prática que se revela o comprometimento e preparo de quem a desenvolve numa sala de aula.

Ainda, de acordo com as alunas, o grupo teve dificuldades quanto ao processo de problematização e de resolução do tema “doação de sangue”, na medida em que seu interesse

consistiu em entender o processo de doação de sangue, do ponto de vista social, biológico, e os dados quantitativos além de serem insuficientes para o estudo não seguiam um padrão:

Cecília: E aí, outro dia a gente voltou lá (no hemonúcleo) pra pegar dados quantitativos e a gente pensou em pegar dados dos anos anteriores pra ver o que acontecia, se aumentou, se diminuiu e então, no ano de 2012 teve 5742 doações, no ano de 2013 esse número caiu um pouco pra 5225 e no ano de 2014 voltou a aumentar para 5902 bolsas. Aí no ano de 2015 a gente pegou mensal, porque a gente foi lá já tinha fechado novembro e tinha até dia 11 de novembro ali. E então a gente queria...a gente pensou inicialmente “ah:: eu vou pegar dos anos anteriores, desse ano e vamos tentar fazer uma previsão pro ano que vem”. E a gente percebeu que é algo muito irregular, que não tem como fazer isso. E até nos meses a gente percebe que é bastante irregular, só que a gente pensou “vamos ver porque isso acontece”.

[...]

Ana: Então, as considerações finais são: houve um aumento na coleta de sangue exceto no ano de 2013, e o trabalho permitiu compreender os fatores biológicos e sociais que influenciam a doação de sangue e ainda apresentar dados quantitativos sobre a doação de sangue dos últimos anos ((em Campo Mourão)) (Aula 21-12-2015).

Diante do relato do grupo, rico em informações sobre a doação de sangue na cidade de Campo Mourão, contudo, com respostas apresentadas em argumentos não necessariamente matemáticos nem essenciais para aquela situação, no decorrer da entrevista 3 questionamos sobre os motivos que levaram o grupo a afirmar que aquela investigação do tema “doação de sangue” consistia numa atividade de Modelagem Matemática. Os argumentos das alunas aparecem no seguinte trecho:

Cecília: Então, a gente não tinha ... dentro da Doação de sangue, a gente não conseguiu delimitar o que a gente queria [...].

Cissa: A gente tinha feito entrevista lá no hemocentro [...] e depois, voltar lá no hemonúcleo, porque só com os dados que a gente tinha ... eram só qualitativos. Só informação. Não tinha nada quantitativo. A gente teve que voltar pra perguntar a respeito de quantas bolsas, qual tipo mais tem doação de sangue...

Pesquisadora: Qual era a preocupação de vocês?

Cissa: Saber como funcionava, quem podia doar... entender o processo.

Pesquisadora: Quando vocês delimitaram o problema em termos matemáticos?

Cissa: Quando a gente viu que não tinha nada de matemática aqui. (risos).

Pesquisadora: Por que vocês acham que esse trabalho foi de Modelagem? Que características existem no trabalho de vocês, que permite afirmar que foi Modelagem?

Ana: A gente pesquisou, fomos no hemonúcleo. Mais isso: a gente estava pesquisando uma coisa que era da nossa realidade. Aí nós tínhamos essa curiosidade...

Cecília: Era relevante para gente. A gente não conhecia.

Ana: Eu também participei do processo de doação (risos). Então tudo o que vimos na entrevista, eu fui vivenciando as etapas também e...que mais?

Cissa: Nós fomos responsáveis por coletar os dados, fazer todo o trabalho [...] o trabalho de escolha de tema, coleta de dados, a apresentação dos resultados em sala, porque apresentamos na sala, pra eles.

Cecília: E nossa intenção, inicialmente, mesmo sem ter nada matemático, foi entender a doação de sangue aqui em Campo Mourão. Foi chegar lá, ver como funcionava aquilo. Aí na

hora dos dados quantitativos a gente percebeu assim: *ah: vamos fazer uma projeção para os próximos anos. Ai já caiu por terra aquilo, porque não tem como fazer.* Ai a gente observou os dados, por meio da observação surgiram outras perguntas. Uma que eu fiz foi *“por que aumenta ali (a doação de sangues, num determinado período), ela disse que no inverno, surgiu períodos de campanha, carnaval. Surgiu a questão das doenças como gripe, no período do frio...bem interessante estudar aqueles dados.*

Pesquisadora: Vocês dizem que não deu pra fazer um modelo, mas afirmam que é de Modelagem.

Cecília: Mas era uma coisa mais social, depende muito. (E3, fevereiro – 2016, grifos nossos).

Nesse caso, o desenvolvimento das atividades de Modelagem subsidiou reflexões sobre o processo deste tipo de atividade. Ao caracterizar as etapas da Modelagem, Cissa citou procedimentos, de fato, seguidos pelo grupo: “escolha de tema, coleta de dados, a apresentação dos resultados em sala”; no entanto, não menciona aspectos matemáticos da situação estudada. Em outras palavras, embora o grupo tenha caracterizado um trabalho de investigação, não são enfatizados e situados elementos que nos permitam identificar, de fato, uma investigação de conceitos matemáticos.

Essas compreensões têm impacto sobre outras reflexões acerca da Modelagem nas aulas de Matemática, como: qual o lugar da Modelagem no currículo escolar? Para quê e quando usar Modelagem? Dentre outras perguntas cujas respostas, em termos desta pesquisa, são apresentadas na próxima subseção.

Grupo 3 (Vagner, Arthur e João) – IPVA

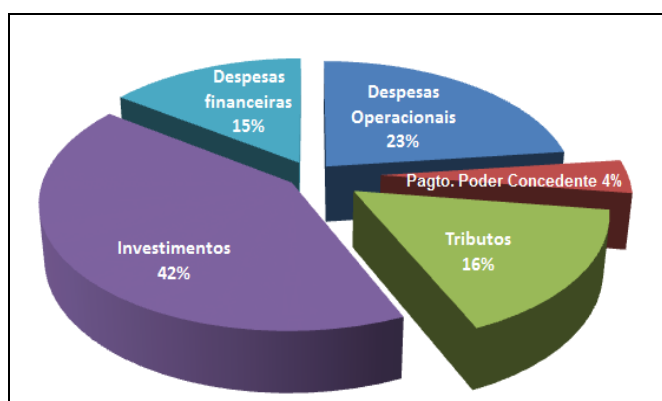
O G3 iniciou a sua apresentação expondo o objetivo delineado para seu trabalho e o processo de coleta de dados:

Monitorar o fluxo de veículos no posto de pedágio de uma das praças de pedágio do Paraná localizada na BR 277 em São José dos Pinhais e administrada pela concessionária Ecovia. Portando essas informações pretende-se calcular aproximadamente o valor da arrecadação desse posto de pedágio. A coleta dos dados consistiu em verificar o fluxo médio de veículos em 4 momentos do dia, sendo o primeiro às 8h30, o segundo às 11h30, o terceiro às 16h00 e o quarto às 23h59 sendo este o último momento de visualização do dia.

Fonte: Slides do grupo. Aula 21-12-2015.

A partir da delimitação do problema, o grupo investigou o fluxo de veículos na rodovia escolhida nos dois sentidos, Curitiba e Paranaguá, calculou a média de arrecadação considerando as especificidades dos veículos (carros altos, baixos, motocicletas, dentre outros) com o objetivo de calcular a arrecadação da praça determinada. Concluída essa etapa

do estudo, os alunos investigaram como se dá a distribuição da arrecadação do pedágio por uma concessionária. Para tanto, consideraram as seguintes informações:



Fonte: ABCR (Associação Brasileira de Concessionárias de Rodovias)
Slides de apresentação do Grupo 3.

A análise matemática da situação-problema permitiu algumas considerações sobre a arrecadação, dentre as quais:

Considerando que o custo para recapear um km de asfalto seja de aproximadamente 1,3 milhões de reais esse valor seria suficiente para recapear 97,5 km de asfalto todos os anos.

Fonte: Slides de apresentação do Grupo 3.

Diferente dos procedimentos seguidos pelo G2, no G3, os alunos centraram-se na coleta de dados quantitativos sobre o tema. A partir dos dados obtidos, problematizaram a situação de modo que as informações coletadas fossem suficientes para respondê-la. Ou seja, o problema foi formulado a partir dos dados obtidos na fase de inteiração sobre o assunto. No decorrer do processo de resolução do problema; porém, outras questões emergiram, decorrentes de debates sociais. Essas preocupações do grupo conduziram a análises sociais da situação-problema. Uma dessas questões consistiu em analisar o custo da recapagem de rodovias, considerando aquelas que eram usadas pela turma diariamente.

Para além das reflexões sobre o tema da atividade, o grupo analisou a própria prática, de acordo com os referenciais estudados sobre Modelagem. Nesse caso, os futuros professores articularam as etapas seguidas no estudo àquelas apresentadas por Dionísio Burak⁵⁴:

Vagner: [...] No início desse trabalho o professor fez uma proposta de criar um trabalho de Modelagem. A gente fez um semicírculo, cada um lançou um problema. No caso nosso os impostos. A gente foi escolhendo várias questões. E fala-se que “o professor deve prezar

⁵⁴ Nesse momento, a turma já havia lido e discutido o artigo “KLUBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. *Educ. Mat. Pesqui.*, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008”, por isso conheciam algumas concepções de Modelagem Matemática, pertinentes a Educação Matemática.

sempre pelo interesse dos alunos na atividade e a busca por dados no ambiente”, ou seja, desenvolver a autonomia dos estudantes de forma a torná-los a agir no seu processo de construção do conhecimento matemático. Pelo que entendi o que o professor fez é semelhante ao que Burak fala. Burak aborda a Modelagem em cinco passos baseados no interesse do aluno ou do grupo: escolha do tema; pesquisa exploratória [...]; levantamento dos problemas; no nosso caso a gente tinha dados, tinha as praças (de pedágio), o fluxo, mas não tinha um problema definido, então a gente conseguiu formular um problema. Resolução dos problemas e estudo do conteúdo matemático no contexto do tema. Isso aí é o que a gente tá fazendo [...] e o quinto passo seria a análise crítica das soluções. Pra mim, o professor seguiu esses passos.

Arthur: Então aqui tem os casos (Barbosa, 2004). Eu acredito, no meu ponto de vista, que a gente teria se encaixado no caso 3, porém, na formulação do problema teve uma intervenção do professor. O professor sugeriu que o tema poderia ser imposto. Na verdade foi uma discussão [...] No caso, a gente fez um trabalho baseado no caso 3. (Aula 21-12-2015, grifos nossos).

As falas destacadas no trecho anterior revelam a articulação a duas concepções de Modelagem Matemática, ambas discutidas e apresentadas por esse grupo a partir da leitura de um artigo em que Klüber e Burak (2008) discutem algumas concepções de Modelagem na Educação Matemática brasileira. Diante da referência a concepções diferentes de Modelagem Matemática, na entrevista 3 foi feito o seguinte questionamento ao grupo:

Pesquisadora: E que características esse trabalho de vocês tem que faz com que vocês afirmem que foi um trabalho de Modelagem Matemática?

Arthur: Ah:: porque a gente teve que definir o objetivo. A gente teve que ir atrás dos dados. Senão:: se o professor tivesse definido o objetivo e tivesse trazido os dados não teria sentido. Tipo assim: tá aqui os dados, só cheguem num resultado. Só calcula. Ai não seria Modelagem.

Vagner: Até porque a gente não sabia o conceito matemático que iria utilizar né. A gente sabia que envolveria números, mas não qual operação, se média aritmética, soma, multiplicação... (E3, fevereiro – 2016, grifos nossos).

Os excertos em destaque revelam o que os futuros professores pensam sobre a atividade de Modelagem, naquele momento, quanto à abordagem de conceitos matemáticos e quanto à proposta da tarefa pelo professor. A fala de Vagner indica que, para o aluno, numa atividade de Modelagem, não é possível prever que conceitos serão abordados. Esse pensamento se faz presente nas discussões da turma sobre Modelagem, ao tratar da determinação de conceitos matemáticos numa atividade desta natureza e constitui uma barreira à sua inserção na Educação Básica, como discutimos na próxima subseção.

Em tempo, a fala de Arthur indicou que uma atividade de Modelagem só pode ser assim caracterizada caso os dados quantitativos e qualitativos tenham sido coletados pelos alunos, indo de encontro a concepções estudadas pelos alunos. Nesse sentido, questionei:

Pesquisadora: O Arthur disse que é Modelagem porque vocês quem foram atrás dos dados. E se fosse o professor que tivesse levado os dados? Ainda seria Modelagem?

João: Pelo que a gente estudou seria né...

Vagner: Enquadraria naquele caso lá... 1, 2... (E3, fevereiro – 2016).

A questão posta permitiu que os alunos diferenciasssem uma atividade em que o professor apresenta um problema e os dados necessários para sua resolução de outras tarefas pertinentes ao paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), em que aos alunos cabe a responsabilidade de calcular e “chegar num resultado”, como afirmou Arthur.

Podemos afirmar que a turma reconheceu o trabalho de orientador do professor regente no desenvolvimento dessa atividade e, ao mesmo tempo, relacionou as ações do professor aos encaminhamentos seguidos por eles. No entanto, o grupo ainda mostrou dúvidas com relação à atuação do professor, como orientador em atividades que seguem os passos do caso 3, pois afirmou que o trabalho se encaixou nesse caso, “[...] porém, na formulação do problema, teve intervenção do professor”.

As atribuições de professor e alunos quanto às etapas de desenvolvimento didático da atividade de Modelagem são sintetizadas no Quadro 17:

Quadro 17 – Etapas de desenvolvimento da terceira atividade (caso 3), quanto às ações de orientação.

Etapas de desenvolvimento da atividade quanto às ações dos membros da CoP		Encaminhamentos na atividade		
		Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
1) Discussão coletiva para escolha de temas	Trabalho no grupo	Levantamento de temas de interesse para o desenvolvimento das atividades de Modelagem.		
	Orientação	Mediação do processo de negociação sobre a escolha do tema a ser investigado, indicando possibilidades.		
2) Discussão em grupos menores sobre o tema e formulação de um problema.	Trabalho no grupo	Delimitação e problematização do tema (IPVA).	Investigação sobre o tema (CPMF).	Delimitação e problematização do tema (Pedágio).
	Orientação	Indicação de locais para pesquisa sobre o tema e informações sobre os temas investigados.		
3) Socialização e discussão das ideias dos pequenos grupos com a turma (OC).	Trabalho no grupo	Apresentação dos dados quantitativos e qualitativos levantados.		
	Orientação	Delimitação do problema para os grupos G1 e G3 e busca de informações para o G2.		
4) Desenvolvimento da atividade nos pequenos grupos, considerando a discussão com a turma (OI).	Trabalho no grupo	Matematização e resolução da situação-problema.	Dificuldades na problematização e alteração do tema de investigação.	Matematização e resolução da situação-problema.
	Orientação	Orientação quanto aos empreendimentos matemáticos envolvidos no estudo.		
5) Apresentação sobre o trabalho desenvolvido em cada grupo para a turma (OC).	Trabalho no grupo	Apresentação dos trabalhos finais.		
	Orientação	Debate sobre os trabalhos e questionamentos sobre a teoria que fundamentou as práticas de Modelagem.		

Fonte: Elaborado pela autora.

As experiências dos alunos no Empreendimento 1 permitiram aos futuros professores negociar em atividades de Modelagem Matemática, cujos ambientes de aprendizagem foram desenvolvidos de acordo com cenários de investigação e assumiram organizações didáticas diferentes, no que se refere às atribuições de professor e alunos.

As propostas desenvolvidas de acordo com os encaminhamentos sugeridos por Barbosa (2004b), ao abordar regiões de possibilidades para a Modelagem Matemática, demandaram intervenções específicas do professor, em cada caso, e proporcionaram à turma reflexões sobre a organização didática de uma atividade de Modelagem, envolvendo, inclusive, a organização do espaço físico da aula e as implicações desse arranjo, bem como análises sobre as relações entre alunos e entre professor-aluno em ambientes de aprendizagem decorrentes destas atividades.

No Quadro 18, apresentamos indícios dessas aprendizagens, reificadas pela turma:

Quadro 18 – Indícios de aprendizagens reificadas sobre a organização didática e da relação professor-aluno em atividades de Modelagem.

Indícios de aprendizagem sobre	O que foi reificado	Alguns excertos que evidenciam as reificações.
1 Formas de propor a tarefa de Modelagem:	1.1 A tarefa de Modelagem pode ser proposta sob diferentes encaminhamentos.	“Seria primeiro o lançamento de um problema, ou deixar aberto pra os alunos pesquisarem, só que não deixar tudo por conta deles. O professor intermediando também. A questão de tempo, essas coisas assim” (João, E4). “[...] ou o professor leva o problema pro aluno, com os dados coletados; ou ele leva o problema pra ser discutido em sala de aula e os alunos fazem a coleta de dados e a discussão para chegar à conclusão de um determinado tema” (Camila, E4). “E as atividades podem ser feitas de várias maneiras: ou o professor pode trazer o tema e os dados para os alunos resolverem; ou o professor pode trazer o tema e deixar os dados para os alunos pesquisarem ou o professor deixa a escolha dos alunos” (Ana, E4).
2 Organização do ambiente da aula	2.1 A turma se organiza em grupos.	“em grupo, porque daí eles (os alunos) debatem melhor e com eles apresentando, cada grupo apresentando a solução tomada, o que eles fizeram” (Ana, E4). “em grupo, que daí os alunos conseguem debater melhor, ter mais ideias pra debater” (Cissa, E4).
	2.2 A organização didática e do espaço físico da aula permite mais interação entre os alunos e o professor.	“Eu acho que eles iam se envolver mais. Até por causa do que eu falei de buscar dados, de sair da sala de aula... essas coisas assim [...] eles (os alunos) sentam em grupo e interagem mais” (João, E4). “O professor só não ficar lá na frente falando. O aluno tem envolvimento na aula. Basicamente isso. Isso é o principal.” (Arthur, E4). “Um ambiente em que todos interagem, os grupos trocam informações, um ambiente de troca de ideias” (Camila, E4). “Utilizando a Modelagem, acontece uma maior interação entre os alunos. Na Matemática tradicional é cada um na sua carteira. Já a Modelagem, dá essa abertura para a discussão de ideias.” (Vagner, E4). “Geralmente senta um de frente pro outro e facilita a discussão, não ficam em filas” (Rute, E4). “Na convencional eu vejo que os alunos estão todos sentadinhos, enfileirados, e o que acontece? O professor, simplesmente, chega ali e explana o conteúdo e é aquilo [...] Agora na Modelagem o que acontece? O aluno vai buscar o resultado dele e apresentar esse resultado” (Clara, E4).

3 Relação professor-aluno:	3.1 Envolve protagonismo dos alunos no processo de aprendizagem.	<p>“Ah: foi caminhando... assim ... se surgia dúvidas nos grupos, eu procurava não dar as respostas. Aí, elas mesmas iam respondendo[...] quando eu ia pro quadro e perguntava, elas mesmas iam falando...” (Ana, E4).</p> <p>“Parecidas com aquelas que a gente estava fazendo em sala. Elas envolvem busca de dados, fazem o aluno trabalhar nos trabalhos, poder resolver as atividades” (João, E4).</p>
	3.2 Descentraliza o papel do professor.	<p>“O professor não vai chegar ali e passar conteúdos, passar exercícios, não. Vai ter toda uma discussão por trás” (Camila, E4).</p> <p>“É uma atividade em que o professor dá uma certa liberdade para o aluno, o aluno tem ajudar ele a construir a atividade. Não é o professor que determina sozinho onde quer chegar.” (Arthur, E4).</p> <p>“[...] papel do professor é intermediar” (Vagner, E4).</p> <p>“Na aula tradicional é mais o professor que fala. Ele fica lá na frente falando. E fazem, repetem, enfim. Na Modelagem não, é quase que uma conversa com o professor. É diferente, o professor não tá ali pra falar. O professor questiona, o professor conversa. Há um diálogo. Há um diálogo entre os alunos também. Acho que mais ou menos isso” (Cecília, E4).</p>

Fonte: Elaborado pela autora.

Como afirmamos anteriormente, as aprendizagens apresentadas no Quadro 18 não decorrem exclusivamente das atividades abarcadas pelo Empreendimento 1, entretanto, têm referências nas ações do professor e na organização do espaço e do tempo das aulas da disciplina de Modelagem. Logo, constituíram o principal referencial para o processo de reificação quanto aos focos apresentados nesta seção.

4.2.3 Algumas considerações sobre o Empreendimento 1

Para além dos elementos sintetizados no Quadro 18, as experiências vividas pela turma, principalmente na atividade 3, levaram alguns alunos a ressaltar os impasses decorrentes do processo de problematização de situações não matemáticas. Elegemos o excerto da entrevista 3 do grupo G3, como representativo para essa afirmação:

Pesquisadora: Eu lembro que vocês chegaram a um impasse. Lembro que vocês coletaram, coletaram informações. Chegou um momento que se perguntaram: *A gente tem tudo isso. E agora?*

Arthur: A gente não sabia o que a gente queria fazer, na verdade... com os valores, com o fluxo.

Vagner: Não tinha um objetivo. Lá tinha uma tabela do fluxo diário, tinha os tributos, a porcentagem, a gente achou até a tabela do Brasil inteiro né...

Arthur: Destinação né? [...] Daí o que a gente vai fazer com isso?

Pesquisadora: Então vocês não tinham um problema?

Vagner: Um objetivo né?

Arthur: Tinha dados, mas não sabíamos onde chegar com aquilo. (E3, fevereiro – 2016).

As afirmações, decorrentes de ações de vivência da Modelagem na condição de alunos, têm implicações para a prática profissional dos futuros professores. Considerando os obstáculos identificados pela turma ao trabalhar com Modelagem Matemática, especificamente com a problematização de situações, quando no papel de professores suas práticas caminham no sentido de tornar esse processo mais diretivo e dependente das ações do professor. Além disso, as dificuldades com o processo de problematização, na condição de alunos, amparam e justificam o planejamento de tarefas de Modelagem mais delimitadas, em que o problema é formulado principalmente pelo professor.

As experiências nas atividades do Empreendimento 1 ocorreram na condição de alunos trabalhando em atividades de Modelagem Matemática e permitiram aos futuros professores: explorar modelos matemáticos; familiarizar-se com os procedimentos da Modelagem e refletir sobre suas experiências, como indicam Silva (2007) e Barbosa (2001a), de modo a projetar essas ações para seus trabalhos na condição de professores. Essas experiências, portanto, subsidiaram as aprendizagens ocorridas nessa CoP quanto ao Empreendimento 1.

Podemos inferir, desse modo, que as atividades do Empreendimento 1 fundamentaram a ocorrência de aprendizagens sobre Modelagem, por meio das suas experiências (nesse caso, na condição de alunos), ou seja, embasaram saberes experienciais sobre Modelagem Matemática. Essas experiências foram fundamentais, na medida em que, na E1, os sujeitos declararam não se lembrar ou não terem vivenciado atividades desta natureza ao longo das suas vidas escolares. Tão logo, as atividades permitiram que os futuros professores pudessem analisar as formas de se propor tarefas de Modelagem (Quadro 18, aspecto 1) e a constituição de um ambiente de aprendizagem que decorre de atividades desta natureza (Quadro 18, aspecto 2).

Ao mesmo tempo, é importante salientar que esse saber experiencial com Modelagem até este momento decorreu exclusivamente de atividades desenvolvidas como alunos (EA) e que, ainda que os futuros professores possam projetar essas vivências para suas práticas, na condição de professores, elas não são suficientes para o desenvolvimento de reflexões sobre o papel do professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, como discutido na subseção 4.4. Ou seja, o fato dos membros da CoP terem reificado elementos na participação nas atividades, que subsidiaram aprendizagens sobre a relação professor-aluno (Quadro 18, aspecto 3), não implica, diretamente, que na condição de professores seus papéis serão descentralizados e o protagonismo dos alunos existirá, pois esses aspectos pautaram-se nas ações do professor regente e nas deles, como alunos. Não obstante, poderíamos assumir

essa relação entre as aprendizagens e as práticas se os saberes experienciais, dos sujeitos, tivessem advindo de experiências na condição de professores (EP).

Torna-se relevante explicitar, ainda, que essas aprendizagens se constituem a base para a formação de professores no âmbito da Modelagem e que elas subsidiam outras experiências e ocorrências de aprendizagens, por exemplo, àquelas que dizem respeito ao desenvolvimento de saberes teóricos sobre Modelagem. Isso porque os futuros professores puderam articular suas experiências às discussões dos textos sobre Modelagem Matemática. Essas discussões são apresentadas na subseção seguinte.

4.3 Empreendimento 2: Discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática.

O empreendimento 2 abarca as atividades que oportunizaram discussões *sobre* Modelagem Matemática. Tais atividades proporcionaram experiências pedagógicas nas quais a turma analisou ações de vivência com Modelagem na Educação Básica, por meio de relatos de experiências publicados em periódicos, e explorou textos de caráter teórico sobre Modelagem na perspectiva da Educação Matemática.

No Quadro 19, apresentamos a sequência⁵⁵ e as informações sobre os textos que embasaram os processos de negociação de significados sobre Modelagem:

Quadro 19 – Empreendimento 2: Discussão de textos sobre EM e Modelagem Matemática.

Discussão sobre os textos:			Informações sobre o texto discutido
1	29/06/2015	Cenários para investigação. (SKOVSMOSE, 2000)	Neste texto, o autor discute seis ambientes de aprendizagem, desenvolvidos com referência em dois paradigmas: do exercício e cenários de investigação, e em três referências: matemática pura, semirrealidade e realidade, por meio de exemplos de atividades e indica a necessidade de mover-se do paradigma do exercício para cenários de investigação.
2	06/07/2015	Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? (BARBOSA, 2004b)	Por meio de exemplos de sala de aula o autor apresenta ideias teóricas sobre Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, enfatizando aspectos socioculturais. O autor apresenta três regiões de possibilidades para o desenvolvimento de atividades de Modelagem, considerando as responsabilidades assumidas por professor e alunos.
3	21/09/2015	Modelagem Matemática de fenômeno ambiental e as práticas escolares de professores das séries iniciais do litoral do Paraná. (CALDEIRA; SOARES, 2008)	O texto apresenta os resultados de uma pesquisa desenvolvida na região da Ilha das Peças no estado do Paraná, com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas, em que estes professores investigaram fenômenos ambientais por meio de modelos aritméticos e geométricos.
4	28/09/2015	Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. (KLUBER; BURAK, 2008)	O texto apresenta concepções de Modelagem de quatro autores: Burak; Biembengut; Caldeira e Barbosa e algumas interpretações e apontamentos para a Educação Matemática.
5	05/10/2015	Modelagem Matemática na sala de aula (BARBOSA, 2003)	O autor apresenta sua concepção de Modelagem Matemática e, usando uma experiência de sala de aula, enfatiza aspectos socioculturais, relaciona Modelagem e problemas com referência na realidade e discute questões sobre a inserção da Modelagem no currículo escolar.

Fonte: Elaborado pela autora.

⁵⁵ Os textos foram discutidos em mais de um dia de aula, portanto, no Quadro 19, inserimos a data de início de discussão de cada texto.

As dinâmicas das discussões e escolha dos textos 1 e 2 e dos textos 3, 4 e 5 diferiram-se entre si. Os textos 1 e 2 foram escolhidos pelo professor regente e, em pequenos grupos, a turma fez a leitura dos artigos, previamente aos encontros nas aulas. Nos momentos de aula, cada um dos três grupos responsabilizou-se pela apresentação e pela condução da discussão de cada uma das seções dos artigos escolhidos.

No estudo do artigo 1, cada grupo apresentou dois exemplos de ambientes de aprendizagem, de acordo com a definição do autor. Essas apresentações, bem como as discussões decorrentes, embasaram o debate sobre o artigo 2, em que Barbosa (2004b) apresenta ideias teóricas sobre Modelagem na Educação Matemática e, por meio de exemplos de sala de aula, explora regiões de possibilidades para professor e alunos, quanto ao desenvolvimento de atividades de Modelagem, denominando essas possibilidades de “casos”.

A dinâmica de discussão assumida para o estudo dos textos 3, 4 e 5 foi outra. O professor apresentou alguns textos sobre Modelagem Matemática e sobre Educação Matemática e os pequenos grupos puderam escolher aquele que consideravam mais interessante para estudar. Cada grupo apresentou o texto escolhido à turma e direcionou o debate sobre ele, junto ao professor regente e à pesquisadora. Assim, G1 apresentou o texto 5; G2 o texto 3 e G3 o texto 4.

A discussão gerada pela leitura dos cinco textos provocou reflexões de teores diferentes. Os textos 1 e 2 suscitaram, principalmente, discussões sobre a organização do ambiente da aula de Matemática de acordo com um cenário para investigação ou paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000) e sobre a relação entre professor e aluno em atividades de Modelagem; os textos 3, 4 e 5 geraram discussões sobre o lugar da Matemática em atividades de Modelagem e sobre a inserção da Modelagem na Educação Básica, considerando as condições institucionais, principalmente aquelas concernentes ao currículo escolar.

De modo geral, as negociações foram amparadas pela forma como a turma concebeu as aulas de Matemática, quando orientadas pela Modelagem: um ambiente de aprendizagem em que um cenário de investigação, construído por meio do estudo de situações não, necessariamente, matemáticas é construído. Nesse momento, as experiências de participação em outras comunidades embasaram as discussões promovidas nas aulas.

Particularmente quanto ao lugar da Matemática em ambientes de aprendizagem pautados em cenários de investigação e no paradigma do exercício, Clara, com base na sua experiência docente afirmou que

[...] você deve usar os dois cenários, tanto os dos livros didáticos, que são exercícios, quanto os de cenários para investigação. Então ele (Skovsmose) diz que é importante trabalhar com esses exercícios fechados também pra ele (o aluno) fixar aquele conteúdo mesmo, pra ele (o aluno) saber, por exemplo que uma equação é dada por aquela forma, entendeu? É importante também ele (o aluno) saber que a forma da equação, a forma geral e tal, não somente trazer um exercício voltado à realidade, apresentar tudo e não mostrar a forma geral de uma equação, de uma função. Isso que verificamos (Clara, Aula 29-06-2015, grifos nossos).

A fala de Clara evoca um debate acerca da presença da Matemática em atividades que demandam um processo investigativo e que têm referência na realidade. O trecho grifado revela o entendimento de que apenas ao trabalhar com exercícios fechados o professor tem a oportunidade de sistematizar e formalizar o conceito matemático junto aos alunos. Assim, uma atividade como a de Modelagem Matemática não propiciaria um ambiente em que conceitos matemáticos desconhecidos pelos alunos pudessem ser ensinados.

Essa compreensão se contrapõe a concepções de Modelagem Matemática estudadas, posteriormente pela turma, como a de Burak (2004), Caldeira (2004) e Barbosa (2003) segundo os quais a Modelagem pode, e deve ser usada para ensinar conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo, a afirmação revela resquícios de um posicionamento pedagógico marcado pela tradição da Matemática escolar, em que os conceitos matemáticos são abordados por meio de exercícios com referência na Matemática pura, no sentido discutido por Skovsmose (2000).

Esse posicionamento pedagógico amparou outras interpretações para o texto 1, como quando, ao concordar com Clara, Rute afirmou que é “importante que o professor conheça os alunos e os alunos conheçam o professor, pra saber que ambiente de aprendizagem funciona mais para cada tipo de alunos” (Rute, 06-07-2015, grifos nossos), enquanto que a discussão desenvolvida por Skovsmose (2000) indica que todos os ambientes de aprendizagem são importantes e necessários de serem desenvolvidos nas aulas de Matemática.

Essas afirmações mostram a resistência em se conceber um ambiente de aprendizagem que descentraliza o papel do professor, todavia, a afirmação não foi consensual na CoP, gerando desacordos entre seus membros. De acordo com Wenger (1998), as relações conflituosas revelam também o engajamento dos membros da CoP e marcam sua participação plena, pois mostra uma posição de inconformidade. Um desses momentos de tensão ocorreu quando a turma negociou sobre a ideia de “convite”, apresentada por Skovsmose (2000).

Segundo o autor, um cenário para investigação é caracterizado pelo convite aos alunos para que formulem questões e procurem explicações. Esse cenário, entretanto, apenas torna-se

investigativo se os alunos aceitam o convite para esse ambiente. A aceitação do convite, por sua vez,

[...] depende de sua natureza (a possibilidade de explorar e explicar propriedades matemáticas de uma tabela de números pode não ser atrativa para muitos alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras e para alguns alunos um convite do professor pode soar como um comando), e depende, certamente, dos alunos (no momento, eles podem ter outras prioridades) (SKOVSMOSE, 2008, p. 21).

Ao tratar dessa questão, Clara assumiu uma participação fronteira (WENGER, 1998) nessa CoP e descreveu uma aula de Matemática sua, em que os seus alunos não desenvolveram uma atividade avaliativa proposta por ela. A futura professora concluiu que sua turma “não aceita o convite para esse tipo de atividade (investigativa)”. Diante do relato e de uma fala de Arthur, questionei sobre o que acontece quando o professor faz um convite e os alunos não aceitam, gerando a discussão:

Arthur: [...] o aluno mais que conduz a aula. [...] O ambiente é concebido como um convite...

Então ele fala que a gente não precisa, necessariamente, usar um problema da Modelagem, mas pegar um problema de outras áreas para ensinar Matemática. Também tem essa questão do convite. Se você for modelar um problema, tem que estimular o aluno para que ele não recuse o convite.

Pesquisadora: E se os alunos não aceitam o convite? E se tem alunos que não aceitam? O que fazer?

Cissa: Se for todos os alunos, muda de cenário.

Camila: Sim.

Vagner: Tem que mudar a proposta...

Pesquisadora: Muda de ambiente? Vamos pensar... às vezes nossas aulas são desenvolvidas no paradigma do exercício, os alunos não estão participando. Ainda assim não fazemos o convite para eles para um cenário de investigação. Por que o contrário é tão comum?

Clara: Professor tem que fechar nota. Ele tem aquela data que tem que aplicar trabalho, tem que dar avaliação [...] tem o ritmo da escola. Eu entendo o que você quer falar, mas eu TINHA que aplicar aquele trabalho. Eu podia ter colocado VÁRIOS AMBIENTES! Foi o que eu tentei! Só que, como eu tô falando pra ela ((para Camila)) ... Eu deixei eles pegarem fone de ouvido, ouvindo música... eles podiam fazer isso (ouvir música) mesmo assim eles não quiseram participar da aula. E tem coisa que a gente é obrigado a seguir: dar prova, dar trabalho. E tem certas datas que a gente não pode adiar.

Pesquisadora: Mesmo que os alunos não aceitem a aula, o professor desenvolve...

Clara: Sim, ele TEM que desenvolver.

[...]

Cissa: Descordo, (Clara). Se só alguns não aceitaram eu continuo, porque é difícil que todos aceitem. De repente ele não aceita a princípio, mas depois ele vê os colegas dele e ele aceita. Tem que tentar.

Camila: Daí (você) fala de nota e eles aceitam (o convite).

Arthur: Às vezes tem que mudar ou tentar convencer eles.

Vagner: Sempre tem um jeito (Aula 29-06-2015).

A questão posta à turma, chamando a refletirem sobre a forma como desenvolvemos nossas aulas de Matemática, foi recebida por Clara como uma crítica à sua aula de Matemática, relatada por ela anteriormente, gerando um momento de tensão na CoP.

A fala de Clara é pautada, em grande parte, na sua experiência como professora na Educação Básica e revela um repertório daquela comunidade; no entanto, “elementos do repertório de uma comunidade podem ser inapropriados, incompreensíveis e mesmo ofensivos em outra comunidade” (SCHOMMER, 2005, p. 122). De acordo com Schommer (2005), conciliar competências requeridas em cada comunidade da qual pertencemos requer mais do que aprender regras, mas exige “a construção de uma identidade que possa incluir esses diferentes significados e formas de participação em um nexos” (WENGER 1998, p. 160). Ainda neste caso, o excerto da fala de Clara “Eu deixei eles pegarem fone de ouvido, ouvindo música... eles podiam fazer isso (ouvir música) mesmo assim eles não quiseram participar da aula” revela um distanciamento entre o seu entendimento e o que estava sendo debatido, naquele momento, sobre o que seja um convite para um ambiente de aprendizagem de investigação nas aulas de Matemática.

Em tempo, a discussão gerou reflexões sobre questões não explicitadas por Skovsmose (2000) no texto que embasava aquela aula, como, por exemplo, sobre as razões pelas quais o convite para um cenário de investigação seria aceito pelos alunos. De acordo com a fala de Cissa, a opinião sobre aceitar ou não um convite para um cenário de investigação demanda uma análise mais cuidadosa, visto que as respostas dadas a essa solicitação estão suscetíveis a mudanças. Nesse sentido, o interesse pode ser gerado no decorrer da atividade desenvolvida.

Essa discussão vai ao encontro das reflexões decorrentes de investigações anteriores (BRAZ; KATO, 2014), em que, a partir da análise das práticas de Modelagem Matemática de alunos de um Curso de Formação de Docentes em Nível Médio, afirmamos que, no âmbito do ensino formal e considerando a quantidade de alunos em uma turma na Educação Básica ou no Ensino Superior, pode ser que nem todos os alunos aceitem o convite para um cenário de investigação. No entanto, na medida em que seus interesses convergem para os do ambiente de aprendizagem em construção o engajamento é favorecido, ao passo que a ausência de interesse pode tornar a atividade matemática tradicional para este aluno, conforme os caminhos seguidos.

Ainda, como Skovsmose (2000) alerta, um convite do professor pode denotar um comando para os alunos. Da mesma forma, ao assumir uma prática sustentada na pedagogia tradicional, não só o convite, mas outras ações do professor, necessárias para o

desenvolvimento de atividades que assumem características investigativas, podem tornar-se autoritárias. Uma discussão sobre essas relações didáticas foi suscitada pelo texto 2.

O debate respaldado pelo texto 2 teve como um dos focos de discussão as possibilidades de encaminhamentos de uma atividade de Modelagem, considerando as relações estabelecidas entre professor e alunos, bem como os papéis atribuídos a eles nas aulas conduzidas de acordo com esse ambiente, segundo algumas possibilidades de desenvolvimento às quais Barbosa (2004b) denominou de casos. Em meio ao debate, uma negociação sobre a escolha do tema de uma atividade pelos alunos ocorreu:

Professor regente: Imagine que vocês são professores na turma e apareceram cinco temas diferentes por parte dos alunos...

Camila: Tem que fazer votação...

Professor regente: Fazer votação ou negociar?

Clara: A gente vai pensar... negociar... pensar qual (tema) é mais viável pra estudar!

Professor regente: Do ponto de vista de quem?

[...]

Cissa: Tem que ser por votação, se o professor escolher o da Camila, o outro fica chateado e não quer mais.

Clara: Vão vir muitas ideias, cada um vai querer estudar o que for mais viável, mais confiável pra ele, mas pode acontecer um outro... não ter nenhuma opinião... e cada um tem uma opinião.

Cissa: Mas tem a questão que o Arthur falou do aluno ser mais crítico, porque ele vai dizer eu quero esse, mas porque esse é melhor que o outro? Tem que convencer! O professor também pode ilustrar e (pedir que) o aluno justifique (Aula, 06-07-2015).

A negociação mantida entre os alunos revela um argumento indicado como favorável ao uso da Modelagem Matemática, nos diferentes níveis de ensino, por diversos pesquisadores (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999; BARBOSA, 2001; ALMEIDA; SILVA, 2012): o da argumentação.

A argumentação tem sido um dos motivos indicados na literatura para a inserção de atividades de Modelagem em sala de aula. A ênfase, contudo, tem sido dada ao papel da argumentação matemática em atividades de Modelagem, no sentido da discussão de Almeida e Silva (2012, p. 629), por exemplo, quando discutem que, no processo de comunicação da solução de uma situação-problema àqueles para os quais os resultados são acessíveis, é necessário que se desenvolva uma argumentação que possa convencê-los “tanto do ponto de vista da representação matemática e dos artefatos matemáticos a ela associados quanto da adequação desta representação para a situação em estudo”.

A negociação mantida pelos futuros professores; entretanto, refere-se à escolha de um tema, ou seja, etapa do processo de Modelagem que antecede à comunicação das soluções.

Nesse processo de negociação emergiram aspectos específicos quanto a essa etapa da Modelagem, que ultrapassam a argumentação sobre aspectos matemáticos e que, sobretudo, concernem às relações de poder numa CoP (WENGER, 1998), aqui especificamente na interação professor-aluno nas aulas de Matemática, como indica o seguinte excerto:

Professor regente: Se conseguir consenso é melhor, O aluno pode pensar: esse foi derrotado e eu não vou me envolver. Se o professor impor, não dá.

Clara: O professor acaba impondo, o professor TEM que impor alguma coisa pro aluno. O aluno tem ideias, mas a resposta final da formulação do problema é **do professor sempre**. Eu entendo que não adianta. Os alunos vão trazer um monte de coisas, vão discutir, mas é o professor que vai dizer “esse é mais relevante e quero que trabalhem com esse”. É assim. A última palavra é sempre do professor.

Cecília: Não! Como a gente [discutiu no caso 3] ((possibilidade de desenvolvimento de atividade de Modelagem discutida por Barbosa)) ...

Clara: A gente ainda nem apresentou [sobre o caso 3...]

Cecília. [Todos leram!]

Professor regente: Deixa a Cecília falar.

Cecília: O que eu entendi não foi assim (como Clara explicou)! **O professor é M-E-D-I-A-D-O-R.** Por exemplo, o professor chegou com o tema, ok. Na hora de formular o problema, se o professor ver que não é um bom tema, ele vai tentar fazer com que o aluno formule um outro problema e não dizer assim: “*eu quero que você pesquise isso*”. Eu entendi que o professor media. Particularmente eu entendi que é isso. Vocês ((Camila, Clara e Rute)) falaram em “**mediador**” várias vezes, só que aí depois começa a falar... “**ele escolhe**” “**ele não sei o quê**”. Eu acho que é mais o aluno e não o professor. *O professor é mediador.*

Clara: Eu respondi a pergunta do professor ((regente)). Não é isso. O professor perguntou e eu disse que ele tem que impor. Se cada aluno criou um problema, a gente faz uma votação, ou o professor impõe mesmo. [...] O papel do professor é mediador, mas em determinado momento ele pode impor sim!

Professor regente: Tem que questionar.

Camila: Professor não é autoritário.

Clara: Não ((concordando com Camila)) (Aula, 06-07-2015).

O trecho anterior revela o conflito entre Clara e Cecília, especificamente, sobre o papel do professor na escolha do tema da atividade de Modelagem. No entanto, o excerto permite, também, um olhar acerca do ponto de vista das alunas em relação à função do professor de modo geral e, mais especificamente, em uma atividade de Modelagem.

Sobre o papel do professor de Matemática, Clara e Cecília conduziram uma negociação acerca do que Wenger (1998) e Wenger e Lave (1991) denominam de relação de poder numa CoP. De acordo com os autores, a estrutura social da prática e a legitimação de participações definem as condições e possibilidades para a aprendizagem. Numa sala de aula, em que o professor é reconhecido como um membro cuja participação é sempre plena, por exemplo, suas formas de agir podem controlar a participação dos alunos e limitar o significado do que é aprendido. Na negociação apresentada anteriormente, Clara sugere que o

professor legitime essa relação de poder ao assumir que é dele a decisão pela escolha de um tema em uma atividade de Modelagem.

Especificamente, ao considerarmos as aulas de Matemática direcionadas de acordo com a Modelagem segundo a concepção de Barbosa (2004b) expressa no texto que amparava aquela discussão, a Modelagem pode ser compreendida a partir de conceitos apresentados por Skovsmose (2000), como um ambiente de aprendizagem pautado nos processos de problematização e investigação de situações com referência na realidade. Nesse sentido, é caracterizada como um cenário de investigação. Tão logo, o papel assumido pelo professor é de orientador do processo.

Podemos afirmar que o posicionamento de Clara, naquela aula, contradiz o conteúdo do texto que embasava a negociação. Não pelo fato da aluna afirmar que o professor deve escolher o tema da atividade a ser desenvolvida, já que essa é uma possibilidade indicada, também, por Barbosa (2004b), mas pelo fato de defender que o professor imponha uma decisão que inicialmente, por um acordo estabelecido, seria tomada conjuntamente. Segundo a fala de Clara no último excerto, “A última palavra é sempre do professor”. Ao mesmo tempo, de acordo com a discussão apresentada na seção 2 deste texto, independente da perspectiva que ampare as práticas de Modelagem, na medida em que se fundamenta num processo de investigação, suas características conferem autonomia ao aluno e exigem um posicionamento de orientador do professor.

A escolha do tema em atividades de Modelagem, um dos focos de negociação também nas aulas em que os textos 3, 4 e 5 foram apresentados, tem sido tematizada em pesquisas (HERMÍNIO, 2009; OLIVEIRA; SANTO; SOUZA, 2015; SILVA; OLIVEIRA, 2015) na área da Modelagem em EM.

Particularmente, Oliveira, Santo e Souza (2015) analisaram essa temática em textos presentes em quatro livros sobre Modelagem Matemática, publicados em 2011 e 2012, e identificaram duas maneiras pelas quais o processo de escolha do tema pode se apresentar na aula de Matemática: i) quando a atividade de Modelagem é iniciada pela escolha do conteúdo a ser ensinado e, então, um tema único é escolhido, desenvolvido pelo professor e ii) quando o início da atividade de Modelagem se dá pela escolha do tema. De acordo com os pesquisadores, nesse segundo caso, os autores dos livros analisados indicam algumas etapas: primeiro o professor convida a turma a discutir sobre questões do meio em que vive; posteriormente, o professor agrupa os alunos em pequenos grupos para discutir sobre temas que serão problematizados; num terceiro momento, o professor categoriza os temas indicados

pelos grupos com o objetivo de apresentar as diferentes percepções dos alunos e; por fim, os alunos discutem de forma a definir um tema consensual.

A segunda possibilidade indicada por Oliveira, Santo e Souza (2015) foi apontada por Cissa, que mudou de opinião por meio da negociação mantida na turma, e por Cecília, como adequada para o procedimento da escolha do tema da atividade de Modelagem Matemática, na medida em que valoriza o processo de argumentação por parte dos alunos. Ao mesmo tempo, nas aulas seguintes em que esse mesmo foco de discussão emergiu, a turma passou a examinar outras questões interdependentes à escolha de um tema, como a relação entre esse processo e a abordagem de conceitos matemáticos.

Cecília: Eu entendi assim que ele ((os autores do artigo que estava sendo discutido: Caldeira; Soares, 2008)) não trata a Modelagem como um método pra usar dentro da sala, mas assim...ah:: não sei explicar...mas é algo diferente, porque se fosse um método, eu ia chegar e ia aplicar e ia dizer: são essas etapas, mas não é assim que funciona, depende das perguntas feitas, de como vai ser preparado dentro da sala... Ali ((no contexto do artigo discutido)) saiu um monte de problemas, porque foi elaborado um diagnóstico dos problemas. [...] Professor, mas é difícil deixar escolher o tema, por exemplo, se escolhem “**higiene**”, que conteúdo que seria trabalhado? (Aula, 21-09-2015).

No trecho anterior, Cecília referencia o texto 3, em que Caldeira e Soares (2008) relatam uma experiência vivida com professores atuantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental e esses sujeitos se responsabilizaram pela escolha do tema da atividade de Modelagem. Essa escolha foi feita após uma análise diagnóstica dos problemas que assolavam aquela população, da região da Ilha das Peças, no estado do Paraná. Com referência a esse texto, Cecília levantou uma questão que foi debatida amplamente nas aulas embasadas pelos textos 4 e 5: o conteúdo matemático desenvolvido numa atividade de Modelagem. A última fala de Cecília indica um incômodo com relação a como estabelecer os conceitos matemáticos dependendo do tema escolhido na atividade de Modelagem.

Essa relação de dependência, entre o tema e os conceitos matemáticos advindos dele, aproxima-se da primeira maneira indicada por Oliveira, Santo e Souza (2015) quanto à escolha do tema em Modelagem, aquela que ocorre quando essa escolha começa pela determinação do conteúdo matemático.

Nesta perspectiva, Silva e Oliveira (2015), ao analisarem as decisões, as razões e os interesses que subjazem a escolha de temas em atividades de Modelagem, desenvolvidas por professores da Educação Básica e, com referência nos resultados da pesquisa de Julie (2002), indicaram que a escolha do tema tende a ser justificada por dois tipos de razões, sociais ou matemáticas. Segundo as autoras, “objetivos sociais estão relacionados com a formação dos

estudantes ‘fora’ do âmbito da matemática, e os objetivos matemáticos têm relação com a formação matemática dos estudantes, isto é, o ensino de conteúdos ou tópicos matemáticos” (SILVA; OLIVEIRA, 2015, p. 52). Essa segunda razão se sobrepôs nos processos de negociação de significados mantidos pela turma nas aulas em que, de alguma forma, a Modelagem foi pensada em termos de práticas pedagógicas na Educação Básica. Normalmente, essa temática esteve atrelada à questão da apreensão dos futuros professores sobre o cumprimento, linear, de um currículo escolar, como no trecho a seguir, concernente à aula tematizada pela leitura do texto 4:

Pesquisadora: Se vocês tivessem uma turma e fossem trabalhar com Modelagem Matemática, como fariam? Vocês delimitariam o conteúdo? A priori?

Camila: Ah eu não sei. Só se fosse algo bem diferente mesmo. Porque você vai dar aula sabendo que você tem que cumprir um currículo. Aí você trabalha com Modelagem e não sabe pra onde você vai, então assim ... talvez eu trabalharia com tratamento da informação. Alguma coisa assim ... porque se você for trabalhar com conteúdo já programado, aí você vai estar dentro do seu currículo.

Arthur: Sim, porque quando chegar no final da aula você tem que registrar ((registrar os conteúdos trabalhados, naquela aula, no diário de classe)) né. Você tem que registrar aquilo que tá lá no plano ((planejamento pedagógico)). Já tá lá dividido: **tal semestre você vai trabalhar tal coisa. Não tem como encaixar.** É que você constrói pro resto do ano: tal semestre você vai trabalhar *isso, isso e isso*. E vai ter que usar *isso, isso e isso*. O que você vai usar, que recurso você vai utilizar.

Pesquisadora: O que você acha Vagner? Você tinha dito que não tinha “*ido muito com a cara daquela concepção de Modelagem que você escolhe a priori a matemática*”. O que você pensa sobre isso?

Vagner: Ah:: e se tivesse um meio termo?

Pesquisadora: Como?

Vagner: Assim, eu seleciono um tema que eu sei pra onde pode ir, mas talvez pode surgir outras coisas, sabe? Se eu quiser falar, por exemplo, sobre consumo de energia elétrica, eu sei que o aluno vai trabalhar função, vai trabalhar alguma coisa do tipo, mas pode ser que surjam outras coisas ((silêncio)). Eu não sei, dá a entender assim, que para a Biembengut ((autora cuja concepção de Modelagem foi abordada no texto 4)) é bem planejada a atividade dela. E os outros são bem imprevistos.

Cissa: Eu acho que ia ser um meio termo. Eu sei que vai surgir uma função, mas também pode surgir outros conteúdos para serem trabalhados, mas pelo menos função já tá programado. Então se você tá mexendo com aquilo... (Aula 28-09-2015).

Esse excerto de uma aula em que os alunos negociaram sobre a Matemática em atividades de Modelagem revela compreensões dos futuros professores que convergem para os resultados da pesquisa de Ceolim (2015). O pesquisador investigou obstáculos e resistências sobre o uso da Modelagem Matemática na Educação Básica, apontados por professores recém-formados em cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná, que abarcavam nas suas matrizes curriculares a Modelagem Matemática como disciplina específica do curso. Um dos obstáculos indicados pelos professores egressos, participantes da pesquisa, foi as “dificuldades com a postura tradicional e conservadora do sistema escolar”

(CEOLIM, 2015, p. 85). De acordo com Ceolim (2015), os professores recém-formados afirmaram que fatores como a existência e exigência do cumprimento de um currículo escolar, bem como a exigência de um planejamento linear de atividades, organizadas em bimestres ou trimestres e a adoção de livros didáticos ou apostilas dificultam o uso de estratégias de ensino que culminam em ambientes de aprendizagem investigativos, ao mesmo tempo que aproximam as aulas de Matemática de práticas tradicionais.

Em outras palavras, segundo o autor, “a escola já tem constituída toda uma estrutura fechada de currículo com viés linear e alicerçada por práticas tradicionais, em que as aulas acontecem, na maioria das vezes, entre quatro paredes, com alunos enfileirados, dando ênfase às questões disciplinares dos estudantes” (CEOLIM, 2015, p. 86). O obstáculo em questão, apontado por professores egressos, também emergiu na fala dos futuros professores, participantes desta pesquisa.

Nesse caso, alguns fatos precisam ser evidenciados. As discussões que indicam aproximações com o obstáculo sobre a estrutura escolar, amparada sobre um currículo pré-estabelecido, foram iniciadas, principalmente pelos alunos que já haviam experienciado o contexto escolar para além de projetos de iniciação à pesquisa, à docência e por meio dos Estágios supervisionados obrigatórios. Clara e Arthur já haviam ministrado aulas como professores colaboradores nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, e Camila era professora atuante nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O processo de participação desses alunos, Clara, Camila e Arthur, especificamente nesse processo de negociação, esteve amparado nas suas participações em comunidades de professores que atuam na rede pública de Educação Básica e suscitaram discussões na turma também a partir deste viés:

Arthur: é porque você tem que pensar que você tem duas aulas por semana e tem que aplicar prova e recuperação e chove e não vem ninguém. Aí tem que fechar o bimestre tal dia e você começa a ficar DESESPERADO.

Vagner: É complicado, porque a Educação Básica parece que te direciona só pra aquele caminho e não tem como (você sair dele).

Arthur: (Você tenta, mas você) quando tenta é puxado de volta.

Pesquisadora: O Caldeira fala sobre uma coisa no artigo que as meninas apresentaram na outra aula que é sobre a gente pensar na linearidade do currículo. Ele diz que é importante quebrar a linearidade do currículo. Não que a gente vá deixar de ensinar o que está lá, mas não necessariamente naquela ordem. Seja ano a ano, seja na ementa de um ano específico... acho que a gente tem que começar a pensar sobre isso. Enquanto os meninos estavam apresentando ((o texto 4)) estavam todos balançando a cabeça: “*tem que ser assim e tal*”... ((risos na turma)).

Cissa: É ... se você for trabalhar com Modelagem no Ensino Fundamental e não souber pra onde vai...aí não tem como né.

Pesquisadora: Será que não?

Cissa: Ah não tem. Que nem no de (texto em que um dos autores era o) Caldeira mesmo, que a gente apresentou, foi tudo selecionado, até os conteúdos pra dar conta do Ensino Fundamental. Ele disse que tinha a questão crítica e saber quais foram... água...

Professor regente: lixo, esgoto...

Cissa: Eu não lembro dos 3. Mas aí diz que com o passar do tempo foi tendo a necessidade de delimitar quais conteúdos. No artigo fala sobre a necessidade de eleger conteúdos para ser trabalhado nas séries iniciais e ainda ele coloca assim: “*até porque os professores são do Ensino Fundamental I*”, então tem que selecionar os conteúdos que dão pra aquela turma. Porque assim, eu não sei se eles (os professores dos anos iniciais) teriam essa noção pra maximizar uma esfera, vai envolver duas variáveis e bastante coisa. Então tinha uma aluna do quarto ano que mal sabe fazer divisão. Acho que é mais complicado.

Camila: Ah:: não. Eu selecionaria que conteúdos vão surgir (Aula 28-09-2015).

A primeira fala de Arthur no excerto anterior revela uma resistência, quanto ao fator institucional, ao uso da Modelagem Matemática na Educação Básica, sustentada por suas experiências na Educação Básica, como já identificado por Ceolim (2015). De acordo com o autor, a resistência a mudanças das práticas dos professores está relacionada, também, ao fato de que as instituições tendem a rejeitar práticas que se distanciam daquelas já consolidadas na comunidade escolar, o que leva a reduzir o papel do professor ao de um técnico, transmissor de lições.

Essas considerações amparam uma hipótese que emerge neste ponto da pesquisa, a de que as comunidades escolares, as quais os futuros professores fizeram parte, podem ser compreendidas como CoPs que se amparam num Domínio condizente a pedagogias liberais. Certamente, posicionamentos pedagógicos progressistas também permeiam esses contextos escolares; entretanto, suas práticas ainda não parecem ser reconhecidas a ponto de nortear ações didáticas em termos de sala de aula, tanto quanto as práticas tradicionais.

Tais apontamentos subsidiam nosso olhar sobre as negociações que emergiram na CoP constituída na disciplina de Modelagem Matemática, a partir deste momento. Isso porque a participação dos futuros professores nas negociações passou a ser amparada por suas vivências no âmbito da Educação Básica, como professores, evidenciando os nexos de multifiliação (WENGER, 1998) às diversas comunidades as quais pertencem e às suas participações de fronteira, *brokers*, na busca por alinhar as participações nas diversas comunidades às quais pertencem. Para tanto, os alunos valeram-se, principalmente, das suas experiências nos Estágios Supervisionados obrigatórios⁵⁶ para negociar sobre o lugar da Modelagem na Educação Básica, considerando a existência de um currículo escolar e sobre como a Matemática é abordada em atividades de Modelagem:

⁵⁶ Nesta Universidade, os Estágios eram desenvolvidos em duplas, por isso, os alunos referenciam experiências mencionando os colegas que formaram parceria.

Vagner: Eu acho que a Modelagem está mais voltada pra qualidade do ensino [...] O problema é que na Educação Básica fica muito voltado à quantidade, à cumprir ementa. Essa aqui (a Modelagem) é uma atividade bem mais produtiva, só que tem um certo tempo (para ser desenvolvida). Agora, se você chegar lá na escola (no Estágio Supervisionado), a professora fala: “*a gente tem que encerrar determinantes pra iniciar sistema linear*”, então não tem como você propor uma atividade de modo que envolva todos os alunos...

[...]

Cecília: A gente tá no Estágio. A professora (supervisora) é que fala: “*você vai ensinar isso e isso e isso*”.

Professor regente: Eu sei [...] No Estágio não tem tanta flexibilidade e tem um monte de professores te observando. Estou falando pra frente [...] Eu já estou pensando lá na frente. Eu acho que as falas também dizem alguma coisa, porque se você está pensando no conteúdo... pensa “*eu quero trabalhar tal coisa com aplicação*”, o que acontece? Você vai e trabalha o conteúdo primeiro mesmo. [...]. Mas eu vejo que essa é a preocupação de vocês, que tem que ter a base pra aplicar aquilo, mas a Modelagem vai além disso.

Clara: O que eu tô falando é que a gente já tá vendo matrizes e estamos no Estágio, então a gente tem que dar matrizes e é isso. De repente se a gente está ali na sala de aula (como professor efetivo) fica diferente mesmo. Porque de repente surge um problema ali que você não quer chegar naquilo e acaba chegando.

Cecília: Mas eu tô aqui pensando, porque apesar de a turma ser sua (se você for professor efetivo), tem determinados conteúdos que você tem que trabalhar naquele ano. E como você vai saber em que problema você vai chegar? É difícil pensar assim. (Aula 05-10-2015).

As reflexões dos alunos vão ao encontro dos apontamentos de Wenger (1998) e de Schommer (2005), ao afirmarem que numa mesma posição, nesse caso de professores, uma pessoa pode ver sua profissão como algo transitório, temporário, e isso influencia suas participações e identidade naquele contexto. Assim, os futuros professores pareceram vislumbrar o momento de Estágio Supervisionado como um espaço profissional transitório, na medida em que existiam restrições de tempo para exercício da profissão, bem como restrições impostas pela instituição ou professor(a) supervisor(a) naquele âmbito. Podemos afirmar, então, que reconhecem suas participações como transacionais (WENGER, 1998). Ou seja, como pessoas de fora da comunidade (escolar) que interagem ocasionalmente, sem tornar-se membros dela.

Considerar as participações nas comunidades as quais os futuros professores pertencem é interessante para que possamos entender como eles se compreendem nessas comunidades e como alinham as aprendizagens ocorridas em cada uma delas àquelas que ocorrem na CoP foco de nossa análise. Clara, por exemplo, ao referenciar suas experiências na Educação Básica durante o Estágio Supervisionado, dá indícios de uma participação transacional e interpreta suas vivências, na condição de professora, com referência nessa participação. Já como professora PSS, Clara parece reconhecer sua participação como plena na comunidade escolar.

Tomar como referência as participações, sejam elas transacionais ou plenas, bem como os objetos de fronteira (WENGER, 1998) para a negociação nesta CoP, traz algumas implicações. Na discussão sobre a forma como os conceitos matemáticos são abordados em atividades de Modelagem Matemática, a turma referencia a restrição curricular (conteúdos necessários de serem abordados em um ano letivo) como determinante para o desenvolvimento da Modelagem na sala de aula.

A fala do professor regente nesse trecho referencia negociações da turma em que os alunos afirmaram que é preciso que o conteúdo matemático seja abordado antes do desenvolvimento de atividades de Modelagem e que essas atividades sejam utilizadas para aplicar os conceitos estudados previamente. Assim sendo, a Modelagem seria usada com o objetivo didático de ilustrar aplicações matemáticas em contextos não matemáticos e, nesse sentido, segundo a fala de Vagner, a Modelagem se prestaria a proporcionar a qualidade do ensino.

Esse objetivo também tem implicações na forma de delineamento e de orientação de uma atividade de Modelagem, pelo professor. Na medida em que seu objetivo didático concerne a aplicações de conceitos específicos, a situação-problema proposta deve ser pensada em termos do conceito matemático, primeiro a escolha de um conteúdo matemático, depois a elaboração de uma situação que possa ser estudada por meio daquele conceito. Araújo e Barbosa (2005) sugerem a noção de “estratégia inversa” para denotar situações como esta e afirmam que esta forma de condução tem legitimidade dentro do contexto escolar em que os alunos estiveram e estão inseridos. O objetivo principal, nesse caso, é a abordagem de conceitos matemáticos específicos. Esse é o caso da Atividade 3, intitulada “resfriamento do refrigerante” (BARROS, 2017), apresentada e discutida na segunda seção deste texto.

Diante das possibilidades de abordagem do conceito matemático em atividades de Modelagem, e com referência aos Estágios, a turma levantou o seguinte questionamento:

Clara: Você (professor) acredita que dá pra substituir todas essas aulas que a gente tá dando, que a gente tá dando do mesmo jeito, eu a Camila, a Rute, ali [...] no tradicional, por só situações problemas e tal e o aluno já vai conseguir compreender o conceito de matriz? Ele já vai conseguir fazer a multiplicação e tal, sem antes ter visto o método tradicional? ((A questão é posta por Clara, com o objetivo de mostrar que a resposta para essa questão é: não é possível)).

Professor regente: Respondo e devolvo. Se você acredita nesse sistema (escolar) porque tem que fazer tanta avaliação e tal? Se eu for agora cobrar o conteúdo que você passou, numa prova, você acredita que mais da metade da turma, vai tirar mais da metade da nota? Uma pergunta? [...] eu estava discutindo com a Clara, em 2 meses nós ficarmos em matrizes e não dá pra aprofundar? Não ver matriz inversa, não ver matriz de forma mais aprofundada... você só fica com matriz assim: aqui é x , aqui é 2. Aí você fica 2 meses! Eu

sei que dá mais trabalho, mas eu penso que se você pegar um projeto com os alunos... quantas aulas vai demorar pra fazer um trabalho assim? Não foram muitas aulas. Professor tem que ter jogo de cintura pra conquistar seu lugar na escola. Eu acredito que se você fizer o convite e eles aceitarem, em quinze dias eles vão ver mais de matrizes do que nesses dois meses.

Clara: Mas na questão da matriz, professor, eu penso que tem que trabalhar primeiro essa parte tradicional com eles pra depois dar um problema pra eles resolverem, entendeu? [...] Hoje mesmo eu levei uma questão na parte de operações, mas eu misturei tudo, matriz transposta, operações, pedi pra eles irem mudando e fazendo coisas assim né... Eu misturei tudo, tudo o que eu tinha explicado antes sobre matriz com as operações de agora, multiplicação, subtração, junto com multiplicação por um número real. Daí eu coloquei lá, tipo, " $3.A - 5.B^T$ ". Aí eles olharam e fizeram assim pra mim ((expressão de dúvida)) ... aí eu disse, "*ué, tudo conteúdo que vocês já viram*". Mas eu acho que se não tivesse tido essa parte aí, se eu tivesse levado um problema, o que eu vou levar na próxima aula, um sobre camisetas, porque eles querem fazer 3 camisetas de uma matriz ali ... eu acho que eles iam olhar pra aquilo com espanto. Agora eu acho que já dá. Acho que agora eles já vão entender o porquê das matrizes, o porquê de fazer aquilo lá. Eu acho que é importante fazer as duas coisas sabe? Mas tem conteúdo que não dá pra fazer de início, só no final... (Aula 05-10-2015).

Quanto a essa questão, João se contrapôs ao posicionamento de Clara, com respaldo na experiência dele e de Cecília, que iniciaram a abordagem de operações com matrizes, por uma situação problema:

João: Então, a gente, nós, a Cecília e eu iniciamos com situação problema. A gente chegou, deu a situação problema pro aluno, demos umas tabelas, tipo: "*essas aqui são tabelas sobre a produção de tal e tal produto aqui na região sul, sudeste, nordeste, tal...*" aí a gente perguntava pra eles... a gente queria que eles somassem as tabelas, tipo matrizes, só que a gente não falou nada, o que era matriz ou o que era. A gente só deu o problema e deixou eles resolverem.

Cecília: Na verdade, a professora já tinha introduzido o conteúdo de matriz. Só que a gente que ia iniciar, soma, subtração, multiplicação... eles só tinham visto o que era matriz, a professora tinha dado exemplos, e também o que era uma matriz identidade, uma matriz transposta [...] mas soma não. Aí a gente queria tentar algo diferente, aí tentamos resolução de problemas [...] Aí falamos: "*vamos resolver por matrizes?*" "*Vamos*". No próximo exercício, passamos e deixamos eles resolverem. Eles resolveram e deixaram na tabela de novo. Mas aí o nosso objetivo era que eles somassem duas matrizes, não duas tabelas. Aí a professora apurou a gente e disse: "*olha, a gente precisa fechar determinado dia*". A gente percebeu que eles não estavam pegando o formato de matriz e aí a gente conduzia eles, realmente, conduzia a fazer isso na forma de matriz e não mais na forma tabular (Aula 05-10-2015).

A fala de Cecília, no tocante ao pedido da professora regente sobre a conclusão de determinada sequência de atividades, traz ao debate a questão da aprendizagem sobre a prática profissional, na medida em que um professor com mais experiência não representa apenas uma fonte de informação para os menos experientes, mas também a história das práticas daquele ambiente, do que é possível, desejado, esperado (SCHOMMER, 2005) naquele contexto. Ainda, de acordo com Schommer (2005), essas trajetórias, dos membros

experientes, sejam elas modificadas, adotadas ou mesmo rejeitadas por alguém, ainda assim são referências para os sujeitos que dela participam.

A partir desses relatos, os futuros professores mencionaram questões que dificultavam o trabalho com Modelagem Matemática, já indicados por Ceolim (2015), tais como: os fatores institucionais, principalmente aqueles relacionados ao currículo escolar e às resistências dos alunos da Educação Básica, não habituados a ambientes de aprendizagens pautados em cenários investigativos. Diante das resistências manifestadas nessas aulas, pesquisadora e professor regente propuseram questões com o objetivo de fundamentar reflexões sobre a qualidade do ensino de Matemática, direcionando o olhar para o tempo didático considerando a qualidade do ensino e o cumprimento do currículo escolar.

Pesquisadora: A Camila disse que o currículo está carregado e no Estágio tem uma série de restrições, mas o que VOCÊS pensam sobre a questão de cumprir o currículo?

Arthur: Eu acho que não.

Pesquisadora: O Arthur disse que era só registrar (o conteúdo no diário de classe).

Clara: Eu acho que fica difícil a gente não seguir essa burocracia aí que a gente tem ... que vem das DCE...

Pesquisadora: Mas as DCE também indicam o uso da Modelagem Matemática, da Resolução de problemas...

Clara: Mas eu acho que fica difícil a gente seguir essas coisas que as leis determinam ... que as DCE determinam, que os PCN determinam. Também não dá pra fechar a porta da sala de aula e pensar “Eu vou trabalhar do jeito que eu quiser!” [...].

Camila: Assim, quando eu tô lá no Estágio ou preparando aula, a gente sempre pensa assim: “*De que forma esse conteúdo vai contribuir pro aluno?*”, porque você ensinando matriz nula, ensinando igualdade de matrizes, que tem que usar equações, poxa ... isso daí ele não vai utilizar na vida dele né? Então isso daí a gente tem que trabalhar de uma forma que ele consiga depois, usar esse conteúdo na sociedade, mas assim ... fica difícil, mas eu fico pensando nisso. A gente mesmo, estudou um monte de conteúdos lá na Educação Básica e, poxa, o que a gente usa? Onde a gente usa esse conteúdo?

Rute: Então ele (Barbosa) ele fala que a gente precisa focar no último argumento, que é o argumento do contexto social, pois ele está ligado ao objetivo de formar sujeitos para atuar ativamente na sociedade e analisar ((Lê o texto do Barbosa)). Então, pra Barbosa, o mais importante é o contexto social.

Camila: É, não adianta nada você participar de uma prestação de contas se você não entender nada que está lá né.

Professor regente: É, as vezes é isso que a pessoa que está fazendo prestação de contas quer. Ela usa artimanha matemática.

Camila: ... Pra influenciar o outro

Professor regente: Joga lá uma conta lá em cima e explica que a “*matemática está dizendo que é assim*”. E aí não tem argumento, a pessoa não entende...é a ideologia da certeza. (Aula 05-10-2015).

O excerto de negociação mostra motivos favoráveis ao uso da Modelagem Matemática, segundo os envolvidos, na medida em que ressalta suas contribuições para a atribuição de sentidos aos conceitos matemáticos e rompem com a ideologia da certeza na Matemática. Em linhas gerais, de acordo com Borba e Skovsmose (2001), a ideologia da

certeza na Matemática tende a considerar a Matemática como perfeita e livre de influências sociais, políticas e ideológicas, ou seja, é confiável e passível de ser aplicada em todos os tipos de problemas reais de modo a torná-los inquestionáveis e confiáveis.

Ao mesmo tempo, outros excertos apresentados nessa subseção explicitam um distanciamento entre o caráter de atividades dessa natureza e a forma como o currículo escolar está organizado. A turma problematizou a questão da quantidade de conteúdos pré-determinados a serem abordados na Educação Básica, argumentou que a Modelagem demanda mais tempo didático do que atividades desenvolvidas de acordo com o paradigma do exercício e não se pode antever todos os conteúdos que serão abordados. No entanto, a fala de Camila reconhece o excesso de conteúdos que ela mesma viu durante sua escolarização e que não tiveram significados na sua vida diária.

Aqui, a discussão colocou em confronto posicionamentos pedagógicos que priorizam aspectos divergentes. De um lado, a primazia pelo cumprimento de uma estrutura curricular extensa; de outro, a prioridade pelo desenvolvimento de conceitos matemáticos e suas aplicações e presença nos fenômenos que nos cercam, demandando mais tempo didático nas atividades e provocando o rompimento da linearidade do currículo.

Ainda sobre essa questão, durante a entrevista E2, Cecília fez a seguinte afirmação:

Talvez a pergunta não seja: Ah:: *vou dar conta do currículo?* A gente se sente inseguro em relação a uma atividade dessa. Onde os alunos vão chegar? O que vou trabalhar em cima disso? o que vai surgir? ... O que os alunos vão explorar? [...] não tem nada parecido com o aluno ir buscar... a gente chegou em certo ponto e não deu conta, a gente busca. Aprendi tanta coisa esse ano! [...] coisas que não estavam no currículo (E2, outubro – 2015).

O trecho anterior reifica o aspecto negociado pela turma sobre o papel da investigação em atividades de Modelagem. Esse é um elemento que confere autonomia ao estudante e, portanto, torna a relação professor-aluno menos verticalizada no processo de ensino. Por outro lado, a turma debateu e concordou que é importante delimitar, a priori, quais conteúdos matemáticos serão desenvolvidos nestas atividades.

De forma geral, as negociações mantidas pelos membros da CoP, com fundamentos em textos sobre Modelagem Matemática, proporcionaram o contato com diferentes concepções e formas de se fazer Modelagem Matemática que permeiam o contexto brasileiro de pesquisas e de práticas pedagógicas. Essas negociações subsidiaram reflexões sobre a própria prática docente, ultrapassando a discussão sobre a Modelagem nas aulas de Matemática e também o processo de reificação da participação dos membros da CoP, evidenciando aprendizagens construídas coletivamente.

Considerando as análises apresentadas nessa subseção, no Quadro 20, sistematizamos o repertório compartilhado pela CoP. Para evidenciar o que foi reificado pelos membros, recorreremos, também, ao conteúdo das entrevistas E2 e E4. Compreendemos que as narrativas dos futuros professores, na medida em que expressam aprendizagens compartilhadas no âmbito da disciplina de Modelagem, representam também o processo de reificação do que foi negociado.

Quadro 20 – Índícios de aprendizagens reificadas sobre Modelagem Matemática.

Índícios de aprendizagem sobre:		O que foi reificado:	Excertos que evidenciam reificações
1 O que é Modelagem	1.1 Alternativa e/ou metodologia de ensino	1.1.1 Forma de se abordar Matemática a partir do estabelecimento de relações com o dia a dia do aluno.	Modelagem é estudar Matemática envolvendo outras áreas do conhecimento. (Camila, E2) Seria uma forma de quebrar com a forma tradicional de ensino, porque você vai envolver o contexto do aluno. (Arthur, E2) Eu penso que a Modelagem seja uma atividade, ahmm:: de modo mais prático, como se fosse um gatilho pra você ensinar Matemática. Vai ser por meio dessa atividade contextualizada, ou de uma pesquisa de campo que você vai usar a Modelagem (Vagner, E2). A Modelagem é uma metodologia que dá pra ser aplicada na sala de aula, que busca trazer a realidade mais próxima dos alunos, para a sala de aula (Ana, E4).
		2 A inserção da Modelagem na Educação Básica	2.1 Lugar no currículo
3 O uso da Modelagem nas aulas de Matemática	3.1 Porque usar	3.1.1 Motiva os alunos.	“Justamente para poder cativar a atenção dos alunos, fazer com que eles fiquem mais participativos. Se trabalhar com temas da realidade deles, é mais ... o envolvimento deles é maior” (Ana, E2) “Agora, na escola, pensando no currículo que a escola exige se for parar pra pensar em dar conta do conteúdo, talvez não entra... nem todo...nenhum professor, eu acredito dá conta do conteúdo e se dá conta do conteúdo, 99% dos alunos não acompanham né? Então eu acho que dá pra entrar” (Cissa, E4).
		3.1.2 Desenvolve a autonomia do aluno.	“Desenvolve a autonomia do aluno nessa relação. Sem o professor ter que falar: “olha, você tem que fazer isso e isso” (Cissa, E2). “[...] pra deixar o aluno mais crítico em relação ao mundo, em relação ao mundo dele. Ele vai atrás, vai buscar as coisas pra resolver” (João, E2).
		3.1.3 Estimula o processo investigativo.	“a gente chegou em certo ponto e não deu conta, a gente busca. Quantas coisas eu não aprendi esse ano? [...] Pode ser alguma coisa lá da 5 série. A gente vai atrás de aprender, de resolver” (Cecília, E1). “[...] faz o aluno buscar o conhecimento também. Em fazer pesquisa...” (João, E1).

3.2 Porque não usar	3.2.1 Demanda tempo.	“É aquela questão: se for pra trabalhar função, numa aula tradicional, em uma aula já trabalhei. Com a MM não, vai precisar de várias (aulas). E acho que não está no currículo, mas... é difícil o professor que ... fica meio preso para trabalhar” (Ana, E4).
	3.2.2 Os alunos não estão habituados.	“Se eu pegasse uma sala de aula assim, por exemplo tem um comportamento tradicional e do nada eu apresento a Modelagem, eu acho que eles nem vão saber o que fazer. Acho que eles não vão ter a iniciativa de buscar os dados. Eu acho que eu vou ter que estar meio que direcionando” (Cissa, E4). “Mas é que a gente está acostumado a isso ((aulas tradicionais)), os alunos estão acostumados a isso...” (Cecília, aula).
	3.2.3 Causa incertezas ao professor (Professor fica vulnerável).	“A gente se sente inseguro em relação a uma atividade dessa, onde os alunos vão chegar, o que vou trabalhar em cima disso, o que vai surgir ... o que os alunos vão explorar? E a gente fica naquela porque a gente quer saber onde vai chegar” (Cecília, E1). “E se no meio do caminho o aluno vier com coisas que eu não tenho nem ideia? É receio. Porque Modelagem é muito aberta e o aluno pode perguntar muita coisa dentro do tema escolhido” (Cissa, E2).
3.3 Quando usar	3.3.1 Quando o professor for efetivo.	“Eu tô falando é que a gente já tá vendo matrizes e estamos no estágio, então a gente tem que dar matrizes e é isso. De repente se a gente está ali na sala de aula ((em que somos os professores efetivos)) fica diferente mesmo. Porque de repente surge um problema ali que você não quer chegar naquilo e acaba chegando” (Clara, aula 06-07-2015)
	3.3.2 Quando a turma for “adequada”.	“Se eu pegasse uma sala de aula assim, por exemplo tem um comportamento tradicional e do nada eu apresento a Modelagem, eu acho que eles nem vão saber o que fazer. Acho que eles não vão ter a iniciativa de buscar os dados” (Cissa, E4).
	3.3.3 Quando o professor puder prever que matemática será usada na atividade.	“Tem coisas assim, que são mais claras, por exemplo assim, funções. Tem coisas que são mais claras, a gente pensa assim, função tem uma infinidade de coisas. Até a própria conteúdo de matrizes, poderia ter pensando em alguma coisa também, usando já a ideia de resolução de problemas não se distancia tanto assim, mas tem nossa, uma infinidade de coisas.” (Cecília, E4).
	3.3.4 Para mostrar a aplicação de conceitos conhecidos, em situações reais, ou para introduzir um novo conceito*	“Eu acredito que fica mais fácil você introduzir o conceito primeiro e depois, depois que souber o conceito, eu aprendi muito assim, vendo lá e depois falar: tá vendo? Eu tô usando isso agora. É mesmo! Olha é mesmo, potenciação... e na verdade você já saber o conceito e estar ali aplicando. O inverso eu acho que dá pra fazer sim, só que eu acho mais difícil.” (Clara, E4). “Eu queria testar para usar uma vez para usar antes, para introduzir um conteúdo que eu ia trabalhar, e uma outra utilizando os conteúdos que eles já trabalharam em aulas anteriores. Para ensinar Matemática.” (Ana, E4).

Fonte: Elaborado pela autora.

Os aspectos sintetizados no Quadro 20 decorreram das experiências e dos processos de negociação de significados da turma, na condição de futuros professores (EP). Nas atividades abarcadas pelo Empreendimento 2, a turma teve a oportunidade de: analisar modelos matemáticos já prontos; estudar casos de ensino; ler, analisar e refletir sobre Modelagem por meio de textos (relatos de experiência e artigos científicos), dentre outras ações necessárias na formação inicial de professores no âmbito da Modelagem, de acordo com Silva (2007) e

Barbosa (2001a). Essas experiências subsidiaram a ocorrência de aprendizagens, nessa CoP, sobre o que é Modelagem, sua inserção na Educação Básica e o uso da Modelagem para nas aulas de Matemática. Tratam-se de aprendizagens advindas de estudos teóricos sobre Modelagem Matemática, saberes teóricos.

4.3.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 2

Os estudos dos textos sobre Modelagem Matemática pelos futuros professores ocorreram prioritariamente no âmbito desta CoP. Embora Ana e Cissa já conhecessem a Modelagem por meio do PIBID e Rute ter afirmado estudos sobre o tema devido ao desenvolvimento do seu TCC, a turma declarou na E4 que a disciplina de Modelagem foi essencial para a discussão desses textos. Ao mesmo tempo, ainda que as aprendizagens decorrentes das negociações sobre os textos de Modelagem estudados tenham se dado com referências nas experiências vivenciadas na CoP aqui analisada, elas incorporam elementos das participações dos futuros professores nas outras comunidades as quais pertencem, evidenciando seus nexos de multifiliação (WENGER, 1998) na ocorrência das aprendizagens. Essa afirmação é justificada ao considerarmos, principalmente, os elementos 3.1, 3.2 e 3.3 do Quadro 20, quando os futuros professores recorrem às suas experiências em outras comunidades (nos Estágios supervisionados, PIBID, PIC, dentre outros) para negociar sobre o uso da Modelagem para ensinar Matemática.

Para além de argumentos já identificados na literatura sobre o uso ou não da Modelagem nas aulas de Matemática, a turma reificou condições sobre quando usar Modelagem nas aulas de Matemática. Tais restrições remetem a condições ideais em termos de relação professor-aluno, professor-instituição e quanto à previsibilidade de encaminhamentos didáticos, remetendo à busca pela adaptação da Modelagem ao sistema escolar vigente, ainda marcado por práticas tradicionais de ensino, pelo engessamento da estrutura curricular e de outros fatores, como a própria estrutura física e disposição de tecnologias nos ambientes escolares.

Esses elementos são bastante significativos do ponto de vista das relações estabelecidas entre as participações dos futuros professores na CoP constituída na disciplina de Modelagem e em outras comunidades. Na disciplina de Modelagem, os futuros professores não tiveram a oportunidade de vivenciar práticas supervisionadas no âmbito da Educação Básica. Nesse sentido, suas referências decorreram das suas participações como alunos ou como futuros professores, por meio do PIBID, dos Estágios supervisionados ou ainda como

professores PSS na Educação Básica. As referências de práticas de outros ambientes que não o da disciplina de Modelagem Matemática marcaram os nexos de multifiliação a outras comunidades e explicitam o papel das constelações de práticas e a interação entre aspectos sociais e individuais (WENGER, 1998) na ocorrência de aprendizagens em CoPs.

Os episódios de negociação de significados interpretados pela pesquisadora ao longo dessa subseção mostram as interpretações dos futuros professores sobre as atividades concernentes ao Empreendimento 2 com fundamentos nas suas participações em outras comunidades. Logo, não é possível compreendermos as aprendizagens ocorridas nessa CoP sem considerarmos as experiências dos seus membros nas outras comunidades a que pertencem. Ao mesmo tempo, ainda que os aspectos reificados quanto à Modelagem tenham se dado de forma coletiva e compartilhada, eles denotam as vivências individuais dos sujeitos nas comunidades as quais participam(ram) ou seja, denotam a interação entre elementos individuais e sociais (WENGER, 1998).

A fim de ilustrar essa afirmação, podemos retomar as discussões (páginas 173 e 174) acerca da abordagem de conceitos matemáticos em atividades de Modelagem e do tempo didático necessário para o desenvolvimento dessas atividades. Nessas negociações, enquanto alguns alunos, como Vagner e Cecília, utilizaram-se das experiências nos Estágios Supervisionados, outros, como Clara e Arthur, valeram-se das suas experiências como professores na Educação Básica. Ainda que os processos de negociação de significados tenham sido marcados também por desacordos e por referências diferentes, por parte dos futuros professores, as aprendizagens indicadas no Quadro 20 revelam a postura, decorrente de um repertório compartilhado, desses futuros professores com relação à inserção da Modelagem na aula de matemática da Educação Básica.

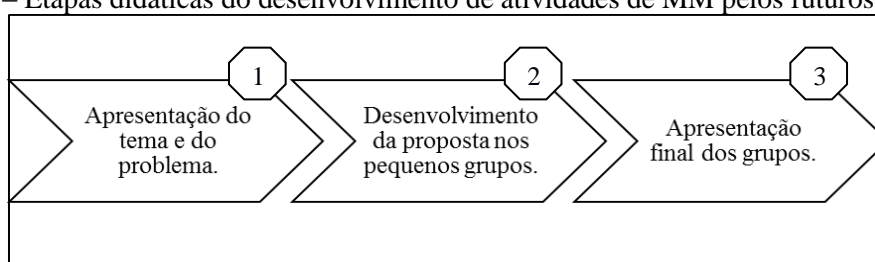
As aprendizagens emergentes na CoP constituída, discutidas na subseção anterior e nessa, são os óculos utilizados na próxima subseção para que possamos analisar a última atividade desenvolvida na disciplina de Modelagem Matemática: a elaboração e orientação de uma atividade de Modelagem Matemática, planejada com vistas à concretização na Educação Básica, mas efetivada no âmbito da própria disciplina.

4.4 Empreendimento 3: Planejamento e desenvolvimento de atividades de Matemática.

A partir do repertório compartilhado pelos membros da CoP, analisamos como os futuros professores assumiram a responsabilidade de pensar em uma atividade de Modelagem, considerando o contexto escolar e suas particularidades, e como orientaram seus colegas de turma numa atividade dessa natureza. Mais especificamente, nosso interesse consiste em descrever, analisar e interpretar as etapas didáticas seguidas pelos futuros professores ao propor e orientar a atividade, as características da tarefa proposta e as reflexões dos futuros professores sobre sua própria prática.

Considerando a reposição do calendário acadêmico do ano de 2015, o G1 teve o intervalo de 2 horas-aula para o desenvolvimento dessa atividade e os grupos G2 e G3, 1 hora-aula. Ainda que com algumas subjetividades, os três grupos prepararam tarefas parecidas e as propuseram seguindo as mesmas etapas didáticas, quanto à organização da atividade. As etapas são sintetizadas na Figura 15:

Figura 15 – Etapas didáticas do desenvolvimento de atividades de MM pelos futuros professores.



Fonte: Elaborado pela autora.

Comumente, os alunos seguiram três etapas: organizaram a turma em grupos, propuseram uma tarefa de Modelagem, disponibilizaram um tempo para que os grupos desenvolvessem a proposta e solicitaram que os colegas apresentassem os resultados finais das atividades ao fim do processo.

No decorrer das três etapas, os grupos não desenvolveram ações de orientação, com relação ao desenvolvimento das atividades propostas, junto aos colegas. As intervenções pautaram-se em questões feitas aos grupos que desenvolviam as atividades, com o objetivo de compreender que processo matemático estava sendo realizado; porém, sem indicar possibilidades e/ou auxiliar no que já estava sendo feito. Questões com o mesmo objetivo foram feitas na etapa 3 de desenvolvimento das tarefas.

Quanto às tarefas propostas, de acordo com a turma, considerando as restrições de tempo, os grupos optaram por propor situações com temas e problemas já delimitados. Nesse

sentido, a diferença entre as tarefas propostas consistiu, principalmente, quanto à coleta dos dados necessários ao desenvolvimento da atividade. Enquanto o G2 disponibilizou um material em que todas as informações necessárias ao estudo eram apresentadas, os grupos G1 e G3 propuseram tarefas em que a busca por informações era necessária.

No Quadro 21, apresentamos os temas e os problemas das tarefas propostas por cada grupo:

Quadro 21 – Empreendimento 3: Planejamento e desenvolvimento de atividades de Modelagem.

Tarefas elaboradas pelos grupos	
Grupos e Temas	Problemas propostos
Grupo 1 (Clara, Camila e Rute): Decrescimento do número de acadêmicos, nos cursos de Licenciatura da UNESPAR.	“Qual é o índice e os fatores que levam a esse decrescimento do número de acadêmicos dos cursos de Licenciaturas em todos os cursos de licenciatura no ano letivo de 2014?”.
Grupo 2 (Ana, Cissa e Cecília): Tempo de permanência do paracetamol no organismo.	“Uma pessoa ingere 40 gotas de paracetamol às 8 horas da manhã. Quanto de medicamento permanecerá no sangue da pessoa com o passar das horas?”.
Grupo 3 (Vagner, Arthur e João): Preço dos produtos na cantina da Unespar.	“Pesquisar dois produtos na cantina, uma bebida e um lanche e estimar o gasto mensal e o gasto calórico com o consumo desses produtos”.

Fonte: Elaborado pela autora.

O desenvolvimento das atividades concernentes ao Empreendimento 3 propiciou aos futuros professores reflexões coletivas e individuais decorrentes da prática com Modelagem pelos grupos e dos seminários de socialização, ações que dizem respeito à formação didático-pedagógica em Modelagem (SILVA, 2007). Essas reflexões, por sua vez, foram influenciadas pelo caráter de simulação da atividade, pois embora tenha sido planejada para a Educação Básica, a atividade foi desenvolvida na própria turma.

Ao propor a tarefa de Modelagem do G1, Clara fez uma explanação em que, para além da proposta, teceu considerações sobre os aspectos didáticos da atividade de Modelagem, sobre sua inserção na Educação Básica e a articulação a referenciais teóricos estudados sobre esta temática:

Clara: Nós pensamos e demoramos muito tempo pra chegar numa ideia que pudesse ser desenvolvida em duas aulas [...] e que, talvez vocês não precisem de computador. Vai depender da maneira como vocês vão pensar em fazer a coleta de dados. [...] A gente pensou em uma atividade que pode ser desenvolvida com o terceiro ano do Ensino Médio. O conteúdo estruturante seria “Números e tratamento da informação” e o conteúdo específico vai ficar entre as operações básicas, porcentagem, a interpretação e a análises de dados, montagem de gráfico, de repente... vai ficar mais ali voltado à

interpretação de dados e como vocês vão gerar esse resultado e o nosso objetivo é incentivar os alunos ao conhecimento dos fatores que vão levar ao nosso tema que é o decréscimo do número de acadêmicos na UNESPAR. Então, o que a gente quer que vocês pesquisem? O nosso problema.... *a gente já vai dar o problema pra vocês, então vai entrar no caso 2*, porque a gente já chegou aqui com um tema e vocês vão ficar apenas responsáveis pela coleta e organização dos dados para apresentar aqui pra nós e para os outros grupos também, ok? O tema é o decréscimo do número de acadêmicos aqui da Unespar e nós vamos propor o seguinte problema: “Qual é o índice e os fatores que levam a esse decréscimo do número de acadêmicos dos cursos de Licenciaturas. Todos os cursos de licenciatura no ano letivo de 2014? [...] A Rute propôs um, eu pensei em outro e a Camila em outro e nós ficamos ali em casa a tarde inteira e foi gerando ideias, gerando ideias e todos precisavam da internet. Aí eu até pensei: “*vai que é um dia de chuva, a internet não tá funcionando e aí?*” Chega aqui e não dá pra fazer o trabalho. Pensei nisso primeiramente, aí, vamos fazer alguma coisa que a gente já traga assim, alguma coisa, tipo, entre aspas, de mão beijada para os alunos. Para eles fazerem ...

Arthur: Já dá mastigado isso aí ((risos)). (Aula 15-01-2016, grifos nossos).

O início da fala de Clara ressalta elementos que mostram a preocupação do grupo em pensar numa tarefa de Modelagem que se adequasse às restrições curriculares da Educação Básica, ao afirmar que foi trabalhoso pensar em uma proposta que não demandasse muito tempo de aula, que não exigisse o uso de computador (internet), cujos dados já estivessem disponíveis à turma e cujo conteúdo estruturante tanto se adequasse ao currículo do Ensino Médio, quanto que permitisse prever que conceitos seriam utilizados no estudo matemático da situação. Essas delimitações remetem à previsão dos conceitos matemáticos em atividades de Modelagem. Aspecto reificado sobre quando usar Modelagem nas aulas de Matemática (Quadro 20 – aspecto 3.3).

Ainda que preocupações como essa permeassem a prática também dos grupos G2 e G3, o G1 explicitou esses argumentos, denotando que foram decisões pensadas e planejadas e, portanto, foram decisivas para a escolha da atividade e os encaminhamentos seguidos. Esse fato enseja reflexões sobre a composição desse grupo e as práticas pedagógicas das futuras professoras. Clara e Camila já atuavam como professoras na Educação Básica há algum tempo, ou seja, eram membros de outras comunidades cujo Domínio que as sustenta diz respeito a fatores educacionais. Com base nesses fatos, argumentamos que nesse grupo as decisões foram tomadas com base em práticas de outras comunidades as quais as alunas pertenciam, na medida em que atentaram-se a aspectos específicos da comunidade de professores da Educação Básica, por exemplo, a preocupação com a definição de um “conteúdo estruturante” e conceitos específicos por ele abarcados e as exigências sobre a elaboração de um planejamento anual de atividades docentes.

Ao mesmo tempo, essas preocupações, sustentadas por membros com mais experiência docente, se fizeram presentes nos processos de negociação de significados da

turma durante todo o ano letivo na disciplina de Modelagem, ao ponto que subsidiou aprendizagens que foram reificadas pela turma, por exemplo, sobre as condições para uso da Modelagem na Educação Básica e as suas relações com o currículo escolar. Ainda, outras aprendizagens reificadas pela turma, quanto à proposta da tarefa, sob diferentes encaminhamentos (casos 1, 2, 3), e à organização da sala em grupos pequenos (Quadro 18) foram incorporadas as práticas do grupo na atividade abarcada pelo Empreendimento 3.

Ainda, o grupo procurou envolver os estudantes de forma a torná-los responsáveis pela condução da atividade e explicitou essa intenção:

Clara: Então, só... a gente tem uma proposta para vocês. Como vocês pensam em fazer a coleta os dados? Vocês acreditam que pelo computador, pela internet ... [...] vocês acham que pela internet vocês vão conseguir algum resultado? [...] então a gente pegou 2014, porque em 2014 a gente tem o percentual. Dá pra saber quantos entraram. Entra 40 (alunos), não muda, todo curso entra 40. Nos vestibulares entra 20 em cada, certo? Entra 40 alunos e a gente precisa saber quantos concluíram o curso.

Camila: Aí vai de vocês. Vocês decidem se vão ir e como vão fazer para coletar esses dados. [...]

Clara: Então a gente propõe isso, que vocês vão até o departamento de cada curso e perguntem, quantos alunos de cada curso se formaram em 2014? (Aula 15-01-2016, grifos nossos).

Tal excerto, somado ao anterior, revela contradições entre as falas e as ações do grupo quanto à proposta da atividade. Ao mesmo tempo em que afirma que essa é uma proposta que envolve o protagonismo dos colegas que deverão decidir “como vão fazer para coletar esses dados”, os futuros professores já indicaram que dados e como deveriam ser coletados: indo até os departamentos dos cursos e questionando sobre a quantidade de egressos. Além disso, as alunas delimitaram que os cursos investigados deveriam ser os de Licenciatura. Essas são ações mais diretas que de orientação, na medida em que não são decorrentes de negociações com os alunos.

Tais posicionamentos revelam práticas ainda marcadas pela tradição da matemática escolar, em que o professor é compreendido como o centro do processo de ensino e de aprendizagem e único responsável pela organização desses processos. As indicações remontam, também, ao posicionamento de Clara em alguns episódios de negociação, como os apresentados nas páginas 167 e 170, em que a futura professora defende a centralidade do professor na tomada de decisões nas aulas de Matemática, encaminhadas de acordo com a Modelagem. Entendemos que essas experiências decorrem das vivências dos futuros professores como alunos na Educação Básica e no Ensino Superior.

Um distanciamento entre as falas e as ações desse grupo, mas que se estende aos outros, diz respeito à forma como tratam a relação professor-aluno em atividades de

Modelagem. Na entrevista 4, Clara afirmou: “(A Modelagem) É dar autonomia pro aluno. É dar autonomia para o aluno para que ele crie formas de solucionar esse problema, que ele crie respostas para a solução desse problema” (Clara, E4). Tal como Clara, outros alunos ressaltaram a Modelagem como uma forma de conferir autonomia aos estudantes. Aspecto esse reificado na CoP (Quadro 18, aspecto 3), todavia, cercearam o processo inicial da Modelagem e deixaram de orientar outras etapas dela.

Nesse caso, o desenvolvimento da atividade foi marcado por discussões matemáticas, relacionadas ao pensamento proporcional, e reflexivas, sobre os fatores que levam cursos como o de Pedagogia formarem 90% dos ingressantes, mesmo com a emersão de cursos de Educação à Distância, e os da área de ciências exatas, como o de Matemática, formar cerca de 10% dos ingressantes, no interior dos grupos entretanto a ausência de orientações coletivas não permitiu que as discussões fossem compartilhadas e/ou aprofundadas.

Esses apontamentos foram dados pelo professor regente e pela pesquisadora ao fim do desenvolvimento da proposta do G1, coletivamente:

Professor regente: Porque os grupos saíram da sala, voltaram. Cada um ficou no seu grupo, quando vimos já tinha um grupo no quadro. Na sala de aula, na Modelagem, papel do professor é muito importante. De ir lá orientar, fazer perguntas: pessoal, o que encontraram aqui? Vai lá, discute, “e vocês o que fizeram? O que encontraram”. Nesse caso os alunos voltaram (da coleta de dados) e o professor ficou na dele. Na Modelagem o professor tem que orientar. Se você quer ensinar Matemática... um grupo disse lá sobre os motivos levantados pela coordenadora, e em termos de Matemática? Como você vai apresentar isso? Então, façam o gráfico de setor, mostra como é. Deu uma definida matemática. Você sabe que esse grupo vai usar porcentagem, vai usar gráfico, etc. Nesse problema inicial, a gente sabe que os fatores são difíceis de se obter. A gente precisa fazer essa pesquisa no nosso curso. Por que na pedagogia entram 40 e saem 35 e no nosso entra 40 e sai 5? Excelente tema!

[...]

Pesquisadora: Se vocês tivessem que refazer essa atividade, vocês mudariam algum encaminhamento?

Camila: Eu deixaria pra eles decidirem desde o começo. Pra eles decidirem se iriam no departamento ou onde. Não daria nem uma pista. Eles que tinham que se resolver. E o que o professor falou né...

Clara: A gente deixou muito à vontade.

Camila: A gente ia acompanhar os alunos.

Cissa: é que a gente chega e já sabe o que tem que fazer (aqui na turma)...

Camila: Não precisa de ajuda. Esse é o problema.

Clara: A gente estava bem perdidas, professor. A gente pensou: a gente vai chegar e vamos direto dar esse tema? E vamos fazer ... e eu pensava toda hora nos impasses, sabe? Eu ... [...] e eu não achei que eles fossem apresentar os dados dessa forma. No nosso plano de aula tá escrito assim que a gente ia propor pra vocês usarem o Excel, fazer gráficos de pizza e tal, mas isso de tratamento de informação. Mas do jeito que vocês apresentaram, nós não achamos que vocês iam apresentar assim (Aula 15-01-2016, grifos nossos).

O momento de *feedback* da proposta permitiu reflexões coletivas no âmbito da CoP. A partir da experiência do G1, a turma discutiu sobre o trabalho de orientação do professor, que não consiste em se eximir do seu papel; sobre as incertezas no ambiente de aprendizagem da Modelagem, na medida em que um plano de aula pode não ser seguido, dependendo dos caminhos percorridos pelos alunos e; sobretudo, fundamentou reflexões sobre a simulação de atividades, no momento em que Cissa afirma que a orientação, nesse caso, foi dificultada pelo fato de o G1 ter ciência de que a turma já sabe trabalhar em atividades de Modelagem.

As experiências da turma, na condição de alunos, ainda pareceram se sobrepôr à essas discussões, pois os mesmos equívocos ocorreram com os grupos G2 e G3 na aula seguinte.

No caso do G2, as alunas solicitaram que a turma se organizasse em dois grupos e propuseram uma tarefa, entregue impressa a cada grupo da seguinte forma:

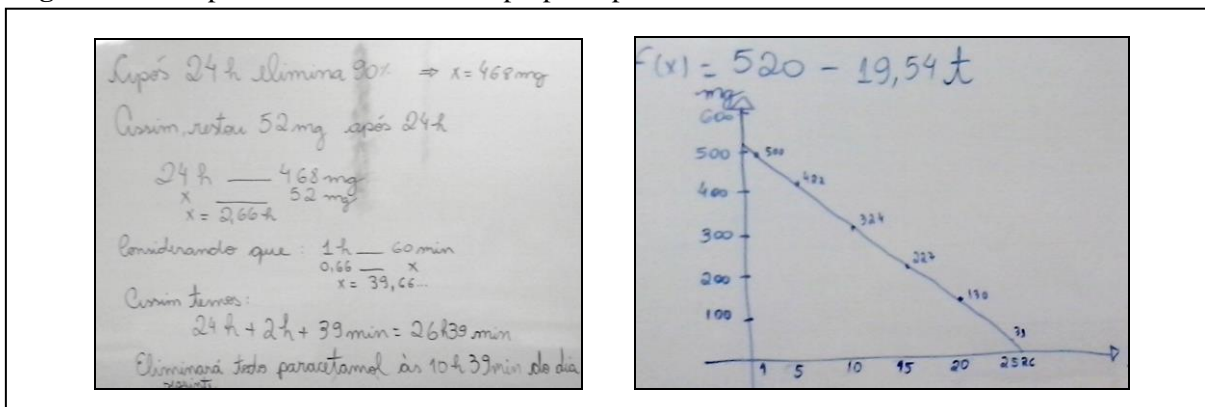
Ana: Então, a atividade é sobre o paracetamol. Aí no textinho que vocês têm aí, tá escrito assim:

“O paracetamol é indicado para o alívio temporário de dores leves e moderadas associadas a gripes e resfriados comuns, dor de cabeça, dor de dente, dor nas costas, dores leves relacionadas a artrites, dismenorreia e para a redução da febre. Cerca de 90% de uma dose terapêutica são excretados na urina em 24 horas. Cada ml do produto contém 15 gotas e cada gota, aproximadamente 13 mg de paracetamol. Uma pessoa ingere 40 gotas de paracetamol às 8 horas da manhã. Quanto de medicamento permanecerá no sangue da pessoa com o passar das horas?”

Cissa: Podem resolver agora. Qualquer dúvida é só perguntar.

A partir das falas de Ana e Cissa, cada grupo discutiu como o problema deveria ser resolvido, a partir de discussões técnicas e matemáticas; desenvolveram discussões paralelas, referentes ao excesso da ingestão de remédios pela população brasileira, e apresentaram respostas semelhantes, representadas na Figura 16, pelos registros do grupo G1:

Figura 16 – Respostas do G1 à atividade proposta pelo G2.



Fonte: Registros do G1.

Tal como ocorreu com o G1, o G2 propôs questões aos colegas com a intenção de conhecer que processos matemáticos foram seguidos; porém, sem o objetivo de fomentar discussões ou delinear procedimentos de estratégia e de resolução. O mesmo aconteceu durante a etapa 3 de desenvolvimento didático da atividade, tornando esse momento mais informativo do que formativo.

Diante desses procedimentos, questionei ao grupo sobre como avaliaram a forma de proposta do convite à Modelagem, feito aos colegas:

Pesquisadora: [...] repito o que falei para o outro grupo: como apresentar a atividade pra turma e fazer o convite?

Cissa: Então, mas como? **Eu também não sei.** É difícil pra gente chegar aqui na nossa turma e introduzir, e fazer um convite. E ir de grupo em grupo pra saber “*o que vocês estão fazendo?*” (Aula 22-01-2016).

A fala de Cissa traz ao debate a discussão sobre uma ação formativa necessária em Modelagem: prática de Modelagem com grupos/turmas de alunos na Educação Básica (SILVA, 2007) na condição de professores.

No decorrer da segunda subseção, desenvolvemos uma discussão sobre a forma como a disciplina de Modelagem Matemática vem sendo tratada, do ponto de vista da sua organização pedagógica, em termos de prática e teoria. Com exceção de uma Universidade que prevê o desenvolvimento de práticas no âmbito da Educação Básica, as outras não deixam essa questão clara. Nos PPPs analisados, no que diz respeito à disciplina de Modelagem Matemática, a “prática” pode ser desenvolvida, e restrita, a atividades como estas concernentes ao Empreendimento 3. No entanto, as reflexões que vêm sendo tecidas sobre atividades dessa natureza, nesta investigação, têm evidenciado que elas não são suficientes para que os futuros professores analisem questões sobre Modelagem no que diz respeito a aspectos inerentes ao contexto da Educação Básica.

Do ponto de vista da TSA, podemos afirmar que a interpretação e a simulação de práticas concernentes a uma CoP (neste caso, construída no contexto da Educação Básica), em outra (neste caso, a constituída na disciplina de Modelagem) tornou a atividade um tanto quanto superficial. Isso parece natural se considerarmos que o Domínio e a prática que amparam as ações em cada CoP são divergentes, ainda que existam membros e objetos de fronteiras que as conecte. Com relação a essa atividade, as ações referentes ao papel do professor, tais como as formas de orientação coletivas e individuais, planejamento e proposta do convite para a tarefa de Modelagem, foram pouco aprofundadas do ponto de vista das práticas de ensino e de aprendizagem em Modelagem.

A busca por adaptar as propostas às especificidades da Educação Básica ocorreu também no G3. O grupo propôs uma situação-problema em que os dados poderiam ser coletados no próprio ambiente de convivência, de forma que não demandasse muito tempo e que envolvesse situações cotidianas dos alunos, como já haviam reificado como relevante para o processo de Modelagem. O G3 fez a seguinte proposta⁵⁷ aos colegas:

1ª Etapa – Pesquisar preço de dois produtos alimentícios, sendo estes, uma bebida e um lanche, em seguida estimar o gasto mensal para o consumo diário desses produtos, considerando o calendário acadêmico.
2ª Etapa – Pesquisar valor calórico dos produtos.

Nesse caso, a forma de propor a atividade de Modelagem, bem como as formas de conduzi-la foram semelhantes às dos outros grupos. O tema da proposta, contudo, despertou interesse da turma, que passou a propor outro problema: “Quanto a gente teria economizado se não tivesse reprovado em Cálculo I?” (Cissa, aula 22-01-2015). A fala inicialmente engraçada de Cissa levou os grupos a investigarem os gastos ao longo do curso, com viagens e alimentação decorrentes de atividades como a realização dos Estágios Supervisionados e reuniões do PIBID ou PIC, desenvolvidas na cidade em que a Universidade está localizada. Essa reformulação foi feita, também, porque Cissa havia avaliado o problema proposto como “simples demais” para ser desenvolvido na Educação Básica.

Ao fim da exposição dos grupos, o professor regente questionou a turma sobre o caráter das tarefas propostas pelos grupos, com situações delimitadas em termos de dados quantitativos e problemas propostos:

Cissa: Então, professor, mas assim, no caso 3 até discutir que tema seria trabalhado demandaria um tempo a mais. Considerável. E a gente tinha que aplicar. Daria a noite inteira.

Ana: A gente pensou em deixar.

Professor regente: É a forma de cada um pensar. [...] quando você tá simulando a aula, você tá simulando as coisas. [...] Mas o processo, parece que pra nós é, que dada uma aula já precisamos de um resultado (naquela aula), no fim da aula. Nesses projetos de Modelagem a gente não consegue. Vai mudando ao longo do processo. (Aula 22-01-2016).

A pergunta do professor gerou reflexões mais gerais sobre o desenvolvimento de aulas de Matemática e, conseqüentemente, sobre o planejamento da aula pelo professor. Em geral, a discussão caminhou no sentido de compreender que uma aula de Matemática com desfecho, não requer, fundamentalmente, a finalização da sequência que se pretende

⁵⁷ Imagem da proposta no ANEXO E.

desenvolver. Em outras palavras, cada aula de cinquenta minutos precisa ser sequenciada de modo a ter um início, meio e fim, no entanto não significa que o conteúdo matemático previsto de ser ensinado, o será apenas e integralmente em uma aula.

Essas reflexões, impulsionadas pela análise do desenvolvimento de atividades de Modelagem no âmbito da própria turma, remetem e demandam a consideração de outros elementos que constituem a prática do professor. São reflexões concernentes a prática pedagógica do professor.

4.4.1 Algumas considerações sobre o Empreendimento 3

De acordo com os futuros professores, as escolhas didáticas que fundamentaram suas práticas nesse empreendimento decorreram do caráter de simulação da atividade na sua própria turma. Como os futuros professores afirmaram nos excertos apresentados na subseção anterior, os fatos de terem ciência de que os colegas já sabiam como proceder em um ambiente de aprendizagem desencadeado por atividades de Modelagem, já disporem de um repertório matemático capaz de resolver os problemas propostos e conhecerem os temas das atividades, não demandaram ações de mediação como demandariam outras turmas, conseqüentemente, geraram ambientes de aprendizagem diferentes dos que poderiam ser desenvolvidos a partir de propostas semelhantes na Educação Básica. Uma hipótese é a de que se a turma tivesse planejado uma atividade com vistas ao Ensino Superior, ao invés da Educação Básica, alguns desses obstáculos seriam superados, considerando o Domínio que ampara a CoP, bem como o desenvolvimento da sua prática.

Pode-se inferir, ainda, que os ambientes de aprendizagem desenvolvidos a partir das tarefas de Modelagem propostas pelos grupos não foram planejados⁵⁸ considerando todos os seus condicionantes. Ainda que os grupos tivessem pensando na estrutura da tarefa proposta, outros fatores determinantes para o desenvolvimento de atividades de Modelagem não passaram por um processo de reflexão nesse Empreendimento, tais como: o papel do professor; o papel do aluno; o convite para a investigação e a instauração de um ambiente de investigação.

Nesse sentido, pode-se afirmar que a atividade abarcada pelo Empreendimento 3 demandou a mobilização de elementos reificados (apresentados nos Quadros 18 e 20) nas

⁵⁸ A palavra “planejado” aqui não é usada no sentido de previsão; do que pode ser previsto, mas com o sentido de reflexão sobre as possibilidades de organização das práticas pedagógicas.

atividades sobre Modelagem desenvolvidas até aquele momento, para que se pudesse planejar as tarefas de Modelagem Matemática. Concomitantemente, ainda que nas discussões finais reflexões sobre a prática pedagógica do professor em atividades de Modelagem fossem suscitadas, a atividade do Empreendimento 3 não subsidiou aprendizagens sobre a prática pedagógica do professor em atividades de Modelagem, saberes pedagógicos, de forma mais aprofundada.

Tal como na seção 2, no Quadro 22, sintetizamos algumas particularidades das atividades propostas pelos grupos, com o objetivo de sistematizar e sintetizar características dos ambientes instaurados e fundamentar nossas interpretações.

Quadro 22 – Características das tarefas de MM planejadas pelos grupos no Empreendimento 3.

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Espaço da prática	Aula de Modelagem Matemática.		
Nível de ensino para qual a atividade foi planejada	Ensino Médio	Ensino Médio	Anos Finais do Ensino Fundamental/Ensino Médio
Objetivo da atividade	Aplicação de conceitos matemáticos conhecidos.	Aplicação de conceitos matemáticos conhecidos.	Aplicação de conceitos matemáticos conhecidos.
Referência	Realidade	Realidade	Realidade
Escolha do tema	Feita pelo Grupo 1	Feita pelo Grupo 2	Feita pelo Grupo 3
Problematização	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3/Grupo 1 e Grupo 2.
Conteúdo Matemático	Determinado pela atividade.	Determinado pela atividade.	Determinado pela atividade.
Aspecto enfatizado na atividade	-	-	-

Fonte: Elaborado pela autora.

As características das tarefas de Modelagem elencadas no Quadro 22 remetem, assim como afirmaram os futuros professores, a atividades desenvolvidas de acordo com o caso 1 (BARBOSA, 2004b), nas quais as tarefas de formular o problema, simplificá-lo e coletar os dados necessários para sua resolução ficam a cargo do professor e a solução é feita por professor e alunos.

O processo de solução da tarefa de Modelagem é bastante complexo e exige do aluno a análise da situação de estudo, levantamento e validação de conjecturas, interpretação dos resultados em termos da situação inicial. Nesse processo, os alunos desenvolvem discussões matemáticas, técnicas, reflexivas e paralelas (BARBOSA, 2007) e, dependendo das intenções

do professor, determinado(s) tipo(s) de discussões pode(m) ser enfatizada(s). No entanto, a solução, nesses casos, foi feita apenas pelos alunos, sem orientação dos futuros professores. Logo, as práticas de Modelagem foram empobrecidas, na medida em que as práticas dos orientadores restringiram-se a propor as tarefas, ocasionando a ausência da pluralidade de discussões que poderia caracterizar as rotas de Modelagem (BARBOSA, 2007) dos alunos (futuros professores). Essa ausência de discussões compartilhadas e aprofundadas não decorreu, exclusivamente, da ausência do processo de orientação, mas de outros motivos já elencados anteriormente, como o caráter de simulação da atividade. Por outro lado, revela as consequências da falta de direcionamento do professor ou de outros alunos, que podem emergir como líderes, em atividades de Modelagem Matemática.

Outras características das tarefas delineadas, tal como a determinação do conteúdo matemático pelos alunos que desenvolvem a atividade, distanciam essas propostas do estabelecimento de ambientes de aprendizagem pautados no paradigma do exercício. Isso porque não se pode antever os procedimentos matemáticos seguidos pelos sujeitos que desenvolvem a tarefa, independente de qual seja sua referência (realidade, semirrealidade ou matemática pura). No entanto, as práticas desenvolvidas pelos futuros professores restringiram os desenvolvimentos das atividades em outro sentido, ao não distinguir, com clareza i) a não centralidade do professor da sua não participação e ii) a autonomia (do aluno) do deixá-lo trabalhar sozinho.

Podemos afirmar que essas interpretações indicam e decorrem da ausência de objetivos didáticos claros delineados para o desenvolvimento das atividades de Modelagem nas aulas de Matemática, que ultrapassam a aplicação de conceitos matemáticos, já conhecidos, em situações cotidianas. Na medida em que não identificamos preocupações dos futuros professores em mediar e compartilhar no âmbito da turma, discussões matemáticas, técnicas e/ou reflexivas (BARBOSA, 2007), também não foi possível identificar os propósitos do desenvolvimento destas atividades, respectivamente: desenvolvimento de conceitos/ideias matemáticas; desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas ou a análise da natureza dos modelos matemáticos (BARBOSA, 2007). Essas relações entre as primazias pelo desenvolvimento de determinado tipo de discussão e os propósitos da Modelagem são indicados no Quadro 4, discutido na seção 2.

Considerando tais apontamentos, as aprendizagens decorrentes dos Empreendimentos 1 e 2 se fizeram presentes no Empreendimento 3 quanto às formas de propor a tarefa de Modelagem (Quadro 18, aspecto 1) e à organização do ambiente de aula (Quadro 18, aspecto 2). Por outro lado, na medida em que os objetivos didáticos do desenvolvimento das

atividades não foram enfatizados, o processo de orientação não foi suficiente e o ambiente de desenvolvimento da atividade não era a Educação Básica, não foi possível analisar e estabelecer relações com outros aspectos reificados pela turma anteriormente, como: a relação professor-aluno no ambiente de Modelagem (Quadro 18, aspecto 3); o lugar da Modelagem no currículo escolar (Quadro 20, aspecto 2); os motivos para (não) usar e quando usar Modelagem (Quadro 20, aspecto 3).

Especificamente quanto às condições para se usar Modelagem nas aulas de Matemática, a saber: Quando o professor puder prever que conceitos matemáticos serão usados na atividade e; para mostrar a aplicação de conceitos conhecidos em situações reais, ou para introduzir um novo conceito (Quadro 20, aspecto 3.3.3 e 3.3.4), é possível inferir que o grupo G1 manifestou, explicitamente, na sua apresentação que um dos fatores preponderantes no planejamento da tarefa de Modelagem foi a previsibilidade de conceitos matemáticos que poderiam ser envolvidos na atividade. Além disso, os três grupos encaminharam as atividades de modo a “mostrar a aplicação de conceitos conhecidos em situações reais”.

A análise das tarefas de Modelagem planejadas pelos futuros professores e dos desenvolvimentos das suas práticas evidenciam o distanciamento entre o planejamento de um ambiente de aprendizagem, com referência na realidade e baseado em um cenário de investigação, e o seu desenvolvimento em termos de práticas pedagógicas. Uma vez que um cenário de investigação exige orientações a ponto de que a questão “e o que acontece se?” torne-se central, a proposição de tarefas com referências mais abertas não é suficiente para que o ambiente se estabeleça, pois a relação entre os sujeitos é a essência que diferencia ambos os cenários.

Essas interpretações; entretanto, não podem ser estendidas para as práticas desses futuros professores quando planejam e desenvolvem atividades de Modelagem para e na Educação Básica, considerando as práticas que caracterizam esse contexto. Nesse caso, preocupações inexistentes na atividade concernente ao Empreendimento 3 são evidenciadas. É o que nos indica as análises realizadas quanto às práticas de Modelagem desenvolvidas por Ana e Rute, na Educação Básica, no desenvolvimento dos seus TCCs, em que suas práticas mostraram um posicionamento pedagógico que incorporou as aprendizagens construídas pela turma, de forma diferente que no Empreendimento 3. Essas análises foram apresentadas na seção 5.

5 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: aprendizagens ocorridas na CoP e as práticas pedagógicas de futuras professoras

Nesta seção, descrevemos e analisamos o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica por duas futuras professoras, Ana e Rute, no ano letivo de 2015, em decorrência do desenvolvimento dos seus TCCs. O objetivo de analisar essas práticas consiste em compreender como as aprendizagens ocorridas na CoP constituída na disciplina de Modelagem Matemática se relacionam às práticas pedagógicas de futuros professores de Matemática. Para tanto, nos reportamos às descrições das aulas desenvolvidas pelas futuras professoras, às entrevistas feitas no decorrer do ano letivo de 2015 (E1, E2, E3, E4, E5) e durante o primeiro ano que sucedeu (E6) a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática. Não usaremos transcrições das aulas das futuras professoras em cumprimento das normas do conselho de ética, visto que a pesquisa não prevê a participação dos alunos da Educação Básica, participantes das práticas de Ana e Rute.

5.1 Por que analisar as práticas de Modelagem de futuras professoras de Matemática nesta pesquisa?

5.2 Um panorama sobre as práticas de Modelagem de Ana e Rute

5.3 A prática de Modelagem de Ana

5.4 A prática de Modelagem de Rute

5.5 O que o desenvolvimento das práticas de Ana e Rute revela acerca das aprendizagens sobre Modelagem?

5.1 Por que analisar as práticas de Modelagem de futuras professoras de Matemática nesta pesquisa?

Imagine uma escola de natação que se dedica um ano a ensinar anatomia e fisiologia da natação, psicologia do nadador, química da água e formação dos oceanos, custos unitários das piscinas por usuário, sociologia da natação (natação e classes sociais), antropologia da natação (o homem e a água) e, ainda, a história mundial da natação, dos egípcios aos nossos dias. Tudo isso, evidentemente, à base de cursos enciclopédicos, muitos livros, além de giz e quadro-negro, porém sem água. Em uma segunda etapa, os alunos-nadadores seriam levados a observar, durante outros vários meses, nadadores experientes; depois dessa sólida preparação, seriam lançados ao mar, em águas bem profundas, em um dia de temporal. (JACQUES BUSQUET, 1974, *apud* PEREIRA, 1999, p. 112).

A analogia sobre a escola de nadadores foi criada por Jacques Busquet para ilustrar o processo de formação docente em que o professor é compreendido como um especialista que deve “aplicar” regras e conhecimentos advindos de estudos desenvolvidos de modo, estritamente, teórico na prática.

A partir dessa analogia e das análises apresentadas na seção 4, argumentamos que as experiências ocorridas na CoP constituída na disciplina de Modelagem Matemática subsidiaram a ocorrência de aprendizagens concernentes a: aspectos teóricos sobre Modelagem; condições e características pedagógicas para o desenvolvimento de atividades de Modelagem; e experiências sobre o desenvolvimento do processo de Modelagem, dentre outros aspectos mais abrangentes, relacionados a esta prática. No entanto, as experiências não subsidiaram aprendizagens referentes a saberes experienciais dos sujeitos, na condição de professores orientadores do processo de Modelagem. Nesse sentido, não foi possível negociar sobre a articulação entre as experiências com Modelagem vividas em outras comunidades, amparadas por outros Domínios, àquelas vividas na CoP constituída na disciplina de Modelagem, ainda durante a existência dessa comunidade.

Em outras palavras, ainda que os futuros professores tenham tomado contato com teorias sobre Modelagem, estudos de casos de ensino, tenham planejado tarefas de Modelagem, dentre outras ações importantes e necessárias para a aprendizagem neste âmbito, não experienciaram situações práticas com Modelagem no ensino. Conseqüentemente, a reflexão sobre as tarefas do professor em ambientes dessa natureza restringiu-se a referências em outras posições que não a de professores que trabalham com Modelagem nas aulas de Matemática, mas tal ação é necessária na formação inicial.

Barbosa (2004a) recomenda que o aluno, na formação inicial, vivencie a “experiência-própria” com Modelagem como professor e como aluno ao mesmo tempo, para que se sinta mais seguro e confortável para decidir sobre a inclusão destas atividades na sua prática docente. Em termos desta pesquisa, a análise dessas vivências – desenvolvimento de atividades de Modelagem na Educação Básica, em decorrência do TCC – permite-nos inferir algumas compreensões acerca das relações entre as aprendizagens ocorridas na CoP e as práticas pedagógicas dos licenciandos, por meio das primeiras experiências de Ana e Rute como professoras orientando o processo de Modelagem. As análises são relevantes na medida em que nos fornecem elementos para tecer reflexões sobre experiências não subsidiadas pela CoP aos seus membros e que são apontadas por pesquisadores desta área (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BARBOSA, 2001) como necessárias à formação inicial de professores de Matemática.

Nesse sentido, embora essas atividades não tenham sido desenvolvidas e negociadas na disciplina de Modelagem, dispusemos das vivências das futuras professoras, Ana e Rute, para analisar as aprendizagens ocorridas na CoP em termos do desenvolvimento de práticas pedagógicas, pois, a partir da análise do saber experiencial na condição de professoras, conseguimos vislumbrar aspectos reificados, apresentados no Quadro 20, acerca da prática pedagógica em Modelagem na Educação Básica.

5.2 Um panorama sobre as práticas de Modelagem de Ana e Rute

Conforme explicitamos na subseção 4.1, o interesse de Ana e de Rute por desenvolver seus TCCs usando Modelagem Matemática surgiu das alunas, antes do ano letivo de 2015, quando a disciplina de Modelagem seria cursada.

Ambas as alunas revelaram ter tido o primeiro contato com a Modelagem por meio de um colega de curso que havia desenvolvido seu TCC, no ano anterior, com essa temática e apresentado os resultados das suas práticas de ensino em eventos da instituição. O trabalho do colega veterano despertou anseios diferentes em Ana e em Rute.

Segundo Rute, ao pensar sobre seu TCC, almejava

[...] fazer uma coisa prática. Fiquei pensando em Resolução de Problemas. Fui pensando em um monte de coisas que poderia ter uma coisa pra aplicar com os alunos. Aí eu vi numa apresentação do trabalho do Ricardo⁵⁹ ... eu

⁵⁹ Nome fictício.

me identifiquei muito com o trabalho dele! [...] acompanhei a evolução, como ele foi fazendo...até ele apresentar no EPCT (Encontro de produção científica e tecnológica), aí me identifiquei. Falei “eu quero fazer alguma coisa assim”. [...] daí eu... fui (buscar) entender o que era Modelagem. (Rute, E1, junho – 2015).

O relato de Rute revela que seu interesse e seus primeiros passos na área de Modelagem foram dados devido à convivência com um colega de curso. Esse fato faz parte da constituição da sua trajetória de aprendizagem nessa área e denota o caráter social da aprendizagem, na medida em que esse episódio remonta a um princípio sobre o processo de aprendizagem, que mais tarde amparou a sistematização da TSA: como aprendemos uns com os outros sem existir, necessariamente, um processo de ensino com alto grau de formalidade e sistematização. Segundo a aluna, foi a partir desse contato com a Modelagem que conversou com seu professor orientador de TCC sobre sua decisão de desenvolver atividades de Modelagem Matemática nas aulas de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Ainda em fase de construção do seu projeto de ensino, Rute optou por desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática sobre a temática “saúde pública”, mais especificamente sobre os gastos de um departamento de atendimento específico do Sistema Único de Saúde (SUS). De acordo com a futura professora, a escolha do tema se deu porque atuava na área da saúde há algum tempo e pensava ser interessante e necessário abordar questões sociais sobre esse assunto com os alunos nas aulas de Matemática. Logo, a escolha do tema da atividade foi motivada por razões tanto pessoais, pois tratava-se de um tema de sua propriedade, quanto sociais (SILVA; OLIVEIRA, 2015), pois o objetivo central estava relacionado à formação dos alunos para além dos aspectos matemáticos. Além disso, essa escolha foi feita apenas por Rute, sem a negociação com os seus alunos.

Essas características sobre o tema, razão que o justifica e que o delimita, se fizeram presentes na prática de Ana de forma próxima à prática de Rute. Nesse caso, entretanto, a motivação para trabalhar com Modelagem e com o tema pretendido - questões socioambientais - decorreram da sua participação no PIBID.

Tal como Rute, Ana relatou ter assistido e acompanhado o desenvolvimento do TCC do seu colega Ricardo e ter avaliado como não sendo possível trabalhar com Modelagem Matemática por julgar ser algo muito complexo. No entanto, ao vivenciá-la no âmbito do PIBID, na condição de aluna, mudou de ideia, se interessou pela temática e optou por desenvolver seu TCC nessa área. Ainda, de acordo com Ana, a atividade vivenciada no PIBID tratava de questões sobre o saneamento básico e o uso da água gerada pelo aparelho de ar-condicionado. A futura professora optou por desenvolver a mesma atividade com alunos do

Ensino Médio por considerar a temática social relevante e por já conhecer que rumos a atividade poderia tomar entre os alunos. Além disso, escolheu trabalhar com alunos de uma turma cujo professor regente era parceiro do PIBID do qual era integrante.

A escolha de Ana por desenvolver uma proposta que já havia vivenciado como aluna, vai ao encontro do que afirmam Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) e Almeida, Silva e Vertuan (2012). De acordo com os autores, as experiências com Modelagem na formação inicial podem encorajar que os futuros professores incorporem atividades desta natureza às suas práticas pedagógicas. Nesse caso, a vivência no PIBID impulsionou a prática de Modelagem no desenvolvimento do TCC. Paralelamente, as aprendizagens ocorridas na disciplina de Modelagem também subsidiaram as práticas de Ana, como a futura professora relatou e como mostramos adiante.

Algumas das experiências vivenciadas na disciplina de Modelagem que fundamentaram as práticas de Ana e Rute se deram, inicialmente, com relação:

- i) às características das tarefas propostas;
- ii) ao planejamento da organização do ambiente físico da aula;
- iii) às etapas de orientação desenvolvidas.

Os encaminhamentos dados em cada etapa da Modelagem junto aos alunos, entretanto, enfatizaram aspectos diferentes da atividade, conduzindo a algumas divergências entre as práticas das alunas, de acordo com seus objetivos didáticos.

No tocante ao planejamento da tarefa proposta, ambas as futuras professoras afirmaram terem-na planejado de acordo com o caso 2 (BARBOSA, 2004b), pois o problema inicial já havia sido formulado por elas. Ana e Rute afirmaram, ainda, que a opção por esse tipo de proposta deveu-se ao fato de não consistir numa situação tão aberta quanto aquelas concernentes ao caso 3, mas possibilitarem aos seus alunos oportunidades para participar de forma ativa do processo de Modelagem desde a coleta de informações. Para Ana, as atividades que desenvolveu na condição de aluna subsidiaram essa escolha, como afirma no trecho a seguir:

[...] eu passei por isso. Quando a gente fez as atividades, a gente teve que ir atrás dos dados. A gente ficava investigando. Eu acho melhor, porque você aprende bem mais do que o professor passando no quadro. (Ana, E5 – janeiro, 2016, grifos nossos).

O sentido do trecho sublinhado no excerto anterior também se fez presente na fala de Rute, ao justificar sua opção por deixar a cargo dos seus alunos o processo de coleta de

informações necessárias para as atividades propostas. Além do caráter da tarefa proposta, as licenciandas apontaram como relevante a organização do espaço físico da aula para motivar os alunos à participação.

Tal como nas propostas desenvolvidas na disciplina de Modelagem, Ana e Rute optaram por organizar suas turmas em grupos para o desenvolvimento das atividades. Essa opção decorreu das reflexões sobre os trabalhos que desenvolveram na condição de alunas. De acordo com Rute, o trabalho em pequenos grupos

(na aula de Modelagem) sempre foi diferente. Geralmente senta um de frente para o outro e facilita a discussão. Na sala que eu apliquei ((desenvolveu a atividade para o TCC)) também foi diferente [...] pra discutir faz diferença pelo fato deles se envolverem, porque quando eles estão em filas e viram pra conversar, geralmente é sobre outros assuntos (Rute, E5 – janeiro, 2016).

Tal afirmação de Rute revela a reflexão sobre suas práticas de Modelagem na CoP analisada e as implicações dessa reflexão para sua prática pedagógica. Da mesma forma, Ana afirmou que suas experiências na disciplina embasaram a sua prática e a decisão por organizar a turma em pequenos grupos, pois assim “eles debatem melhor. Também organiza a turma para apresentar. Cada grupo apresentando a solução tomada, o que eles fizeram é importante...” (Ana, E5 – janeiro, 2016).

Essa forma de organização da aula, quando conduzida pela Modelagem, favorece a relação professor-aluno, de acordo com o que foi reificado pelos futuros professores. A organização didática, todavia, carece de ser articulada a outras ações referentes à prática pedagógica do professor, com o objetivo de fomentar a participação e as interações entre os alunos e professor-alunos. Nesse caso, a forma de orientação do professor é fundamental. Quanto a esse aspecto, Ana e Rute desenvolveram etapas de orientação análogas àquelas desenvolvidas pelo professor regente nas aulas de Modelagem Matemática.

No decorrer das atividades abarcadas pelo Empreendimento 1, o professor regente desenvolveu orientações individuais e coletivas, organizadas em cinco etapas complementares e não, necessariamente, lineares (Figura 8, seção 4): 1) discussão coletiva sobre a situação de estudo (OC); 2) Discussão inicial nos pequenos grupos (OI); 3) Socialização das ideias dos grupos (OC); 4) Desenvolvimento do estudo nos grupos; 5) Socialização dos trabalhos dos grupos. Essas fases englobam discussões coletivas, discussões nos pequenos grupos, compartilhamento de ideias e estratégias formuladas e a socialização dos trabalhos desenvolvidos em cada grupo. Nesse sentido, em cada etapa de orientação coletiva, os alunos

têm a oportunidade de orientar uns aos outros e compartilhar experiências com fundamentos nas discussões e nas orientações que receberam nos pequenos grupos.

Para cada etapa percorrida; no entanto, Ana e Rute apresentaram particularidades quanto às suas práticas de Modelagem. Essas peculiaridades são apresentadas nas duas subseções a seguir.

É importante ressaltar ainda que as aulas de Ana e de Rute foram acompanhadas pelos professores de Matemática das turmas em que atuaram e pela pesquisadora⁶⁰. Durante as aulas, os professores de Matemática e a pesquisadora não interferiram nos encaminhamentos dados por Ana e por Rute, contudo, alguns questionamentos foram feitos à pesquisadora nos momentos de encontro que precediam as aulas. No caso de Ana, as perguntas trataram da forma como poderia organizar as apresentações dos pequenos grupos formados e se haveria problema se os grupos apresentassem as mesmas respostas para os problemas formulados durante a atividade de Modelagem. A preocupação de Ana naquele momento era de que a turma toda apresentasse uma única resposta para as perguntas postas, ao passo que na sua concepção uma atividade de Modelagem gerava respostas, sempre, diferentes entre os grupos.

No caso de Rute, os questionamentos foram feitos quanto ao tempo didático das aulas: se o tempo destinado para cada etapa do processo de Modelagem era suficiente e sobre aspectos mais específicos da organização do estudo matemático, por exemplo, se deveria orientar a turma a construir gráficos e tabelas e/ou nomeá-los, a fim de delimitar seus estudos.

Na posição de pesquisadora, meu objetivo inicial era apenas o de acompanhar as aulas de Ana e de Rute e registrá-las para análises posteriores. Não era nosso objetivo orientá-las, posto que não éramos sua professora ou orientadora de TCC; porém, diante das indagações das futuras professoras, assumi papel de professora|pesquisadora, em determinados momentos, na medida em que discutimos encaminhamentos sobre as atividades. Esse papel mostrou-se importante para conferir segurança às futuras professoras, nas suas primeiras práticas de Modelagem. No momento da formação inicial, a supervisão das primeiras experiências com Modelagem é uma ação que se mostrou profícua e já é indicada por alguns projetos de curso, como discutimos na seção 2. Todavia, ressaltamos que não desenvolvemos orientações de forma aprofundada, pois poderíamos interferir nos trabalhos que já estavam sendo guiados pelos professores orientadores dos TCCs das alunas.

Nas subseções que seguem, descrevemos as práticas de Modelagem de Ana e Rute.

⁶⁰ As futuras professoras, seus orientadores de TCC e as escolas onde as atividades foram desenvolvidas autorizaram que a pesquisadora acompanhasse e registrasse as aulas no diário de campo.

5.3 A prática de Modelagem de Ana

A prática de Modelagem de Ana, no âmbito da Educação Básica, ocorreu em uma turma de 19 alunas de um terceiro ano de um curso de Formação de Docentes para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em nível médio, de uma escola pública, no decorrer de 5 horas-aula. A temática da atividade de Modelagem definida por Ana foi, de acordo com ela, um dos fatores decisivos para a escolha da turma e da escola em que trabalharia no seu TCC, pois, como queria replicar a atividade vivida do PIBID, era necessário que a escola dispusesse e utilizasse aparelhos de ar-condicionado nas salas de aula. Sobretudo, a escolha da escola ocorreu devido à sua familiaridade com a instituição, por meio dos projetos do PIBID.

A atividade desenvolvida por Ana pode ser dividida em dois momentos. O primeiro, norteado pelo questionamento: “*you know how much water is released by an air conditioner during the day?*”, e o segundo momento, guiado pelo estudo da fatura da conta de água da escola, em que a turma estudava considerando os modos de cobrança e os gastos com o esgoto. Trata-se, portanto, de uma tarefa que tem referência na realidade, planejada de acordo com o caso 2 (BARBOSA, 2004b), cujo objetivo era estudar os gastos da conta de água da escola e apresentar como possibilidade de redução do valor da conta o uso da água gerada pelos aparelhos de ar-condicionado em atividades de limpeza.

Os encaminhamentos seguidos por Ana na primeira aula decorreram tanto da necessidade de registro das ações das alunas para que pudesse escrever seu TCC, quanto da busca por uma forma de envolvê-las nas aulas. Nesse sentido, a sua primeira ação foi solicitar que a turma se dividisse em pequenos grupos e se organizasse da seguinte forma:

Formem grupos com quatro integrantes cada.

Cada grupo deverá conter:

- Dois relatores: irão expor o trabalho para a classe, serão responsáveis pela apresentação dos resultados encontrados.
- Um redator: responsável por redigir tudo que o grupo produzir e preparar o relatório que será entregue.
- Um coordenador do grupo: cuja função será de controlar o tempo, verificar se o grupo está produzindo, chamar o professor para esclarecer dúvidas, resolver possíveis conflitos e coordenar a elaboração do material para a apresentação.

Durante todo o trabalho é importante que todos colaborem no desenvolvimento da atividade. Os resultados obtidos pelo grupo serão apresentados para a classe e discutidos/validados por todos.

Fonte: Notas de aula elaboradas por Ana.

A configuração foi importante para o engajamento da turma na atividade proposta. Na medida em que cada aluna era responsável por uma tarefa, era importante que todas cumprissem seu trabalho, de modo a complementar-se.

Organizados os pequenos grupos, Ana iniciou uma discussão na turma sobre o uso do ar-condicionado na escola, por meio de alguns questionamentos do tipo: “Quantos litros de água um ar-condicionado gera por dia?”; “Essa água é potável?”; “De onde vem essa água?”. A discussão provocada sobre a geração de água por um ar-condicionado instalado na escola caracteriza-se como um convite para esse ambiente de aprendizagem, no sentido posto por Skovsmose (2000) e Barbosa (2001), especificamente no âmbito da Modelagem. Dado o engajamento da turma nas discussões iniciais, pode-se afirmar que esse convite inicial foi aceito.

A partir de então, a futura professora solicitou que os grupos estudassem a quantidade de água que saía de exaustores específicos de ar-condicionado da escola. Cada grupo recebeu um cronômetro para controlar o tempo, lápis e papel, um copo e uma seringa (com capacidade de 3 ml) para fazer a coleta. Nesse processo, os grupos discutiram como poderiam medir a quantidade de água gerada por um ar-condicionado no decorrer de um dia. Em meio a discussão, em um momento de orientação coletiva, Ana indicou que a turma medisse a quantidade de água gerada no decorrer de um minuto e, a partir disso, calculasse a quantidade de água gerada em 24 horas de funcionamento do aparelho. Dado o encaminhamento, cada pequeno grupo foi orientado individualmente no processo de coleta de dados quanto ao uso dos instrumentos de medida e quanto às anotações que deveria fazer.

Ao delimitar o tempo de coleta de água e a forma de calcular o gasto para 24 horas, Ana limitou as estratégias matemáticas da turma e, conseqüentemente, restringiu a pluralidade de respostas e encaminhamentos matemáticos que poderia surgir em decorrência do questionamento posto. A interpretação dessa ação da futura professora não é trivial. Embora esse encaminhamento possa denotar uma insegurança diante da possibilidade de estruturação de um ambiente de aprendizagem aberto a muitos questionamentos, Ana revelou-se preocupada com o fato de os grupos desenvolverem estratégias análogas, deixando pouco a se negociar, segundo ela.

Após a coleta de dados, Ana discutiu com a turma como poderiam responder à pergunta posta, por meio do ferramental matemático, mas não houve tempo para que os cálculos fossem efetuados naquela aula.

No segundo dia de aula, Ana solicitou que a turma guardasse as informações coletadas na aula anterior para discussões futuras e iniciou uma discussão referente à conta de água da

escola, com a intenção de articular os dois estudos, num outro momento. Para tanto, manteve discussões direcionadas por perguntas do tipo: “Como é calculado o valor da fatura de água para quem gasta, por exemplo, 7m^3 de água no mês?”; “Vocês sabem como é realizado o cálculo na conta de água para quem excede 10m^3 de água no mês? ”, “Quantos por cento a taxa de esgoto representa na fatura da água? ”. A partir dos questionamentos, os grupos se dedicaram a responder à última questão. Para tanto, Ana precisou auxiliar cada grupo quanto aos procedimentos matemáticos seguidos. A futura professora esperava não precisar ensinar conceitos matemáticos nessa atividade, como relatou:

Pensei: realmente essa (atividade) aqui dá para trabalhar, porque o conteúdo que elas vão trabalhar são as operações (elementares) e porcentagem. Elas já trabalharam e conseguem fazer. Nesse sentido. E também, para trazer significado para os alunos, porque eu passei por isso (Ana, E5 – janeiro, 2016).

Todavia, os obstáculos relacionados à aplicação de cálculos de proporcionalidade exigiram que Ana explicasse para a turma o conceito de razão e relembresse como calcular um valor desconhecido usando o conceito de proporção. Com auxílio dos grupos, em um momento de orientação coletiva, sistematizou os conceitos necessários para que as respostas fossem dadas aos problemas. O mesmo procedimento foi tomado ao precisar retomar conceitos relacionados à transformação de medidas (metros cúbicos para litros). Todo esse processo se deu de forma dialógica, com a participação da turma. De acordo com Ana, essa ação não era prevista por ela; no entanto, conferiu-lhe segurança para outras atividades:

Eu tinha medo de surgir algum conteúdo, alguma coisa que não sabia responder, algum encaminhamento... vamos supor, o aluno está indo por um caminho e você está vendo que está errado. Como eu vou orientar ele, sem dar resposta? Eu... situações que podem acontecer em sala de aula que o professor fica com medo de não conseguir dar conta, de envolver outro conteúdo de uma outra área (Ana, E5 – janeiro, 2016).

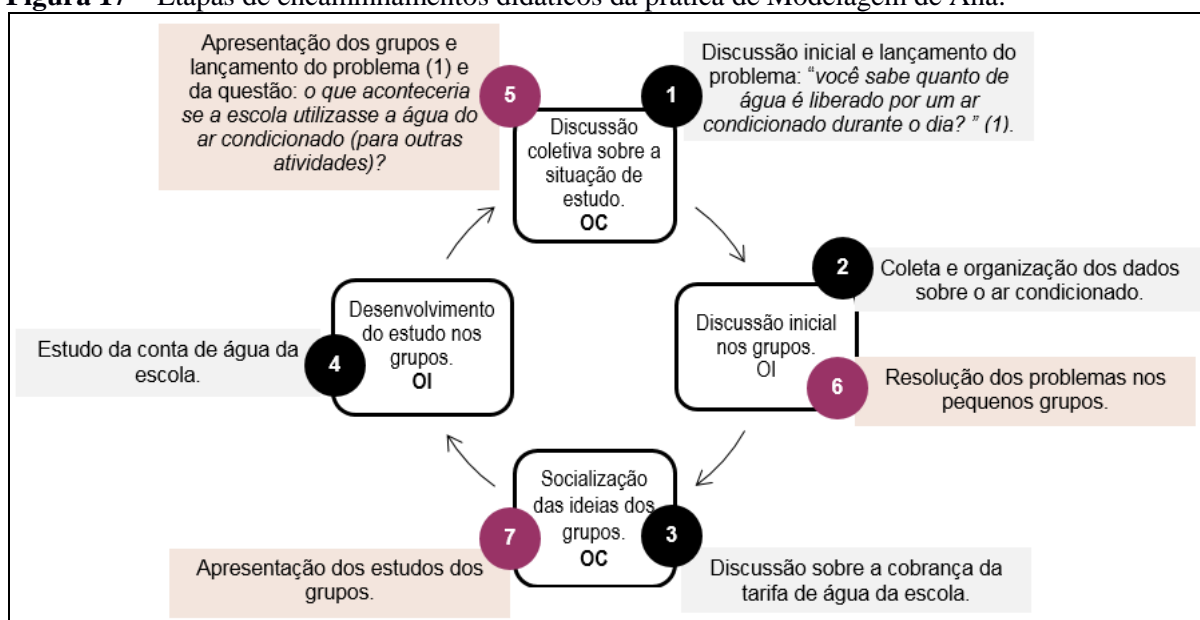
Esses questionamentos, reflexões e superação de resistências quanto ao uso da Modelagem apareceram na fala de Ana apenas depois do desenvolvimento das atividades do TCC e revelam a necessidade de confronto e formação por meio da prática de Modelagem, para a superação de obstáculos e resistências, como os apontados por Ceolim (2015), quanto ao uso da Modelagem. Os acontecimentos atribuíram confiança à Ana em cada nova aula, a ponto que já se mostrava à vontade na orientação dos grupos na finalização da atividade,

quando questionou: “o que aconteceria se a escola utilizasse a água do ar condicionado (para outras atividades)?”.

Segundo Ana, o objetivo era que “elas relacionassem os cálculos que efetuaram na atividade 1, na conta de água do colégio”. Para tanto, cada grupo demandou orientações individuais, pois respostas e procedimentos matemáticos diferentes emergiram. Finalizada essa etapa, os grupos apresentaram seus estudos para a turma. Com o auxílio de Ana, a viabilidade sobre as sugestões dadas para o aproveitamento da água, tais como limpeza e descarga, foram debatidas.

As etapas de desenvolvimento da prática de Ana são sintetizadas na Figura 17:

Figura 17 – Etapas de encaminhamentos didáticos da prática de Modelagem de Ana.



Fonte: Elaborada pela autora.

Durante as quatro primeiras aulas, no decorrer das etapas de orientação 1, 2, 3, 4 e 5, a futura professora enfatizou o desenvolvimento de discussões matemáticas para solucionar os problemas elaborados. Nesse sentido, discussões sobre proporcionalidade, porcentagem, transformação de medidas permearam e se sobrepuseram às demais discussões desenvolvidas nas aulas. Na última aula, no decorrer da apresentação dos grupos, discussões sobre os procedimentos matemáticos utilizados por cada grupo também foram foco de discussão.

5.4 A prática de Modelagem de Rute

A prática de Modelagem de Rute ocorreu com uma turma de 22 alunos de um oitavo ano de uma escola pública, no decorrer de 7 horas-aula. No caso de Rute, a escolha da escola se deu por ser próxima ao posto de saúde onde trabalhava e no bairro em que morava. Assim, a futura professora conhecia intimamente as condições de atendimento público na área da saúde no bairro em que as crianças estudavam e, ainda, trabalhava na unidade de saúde que seria foco da investigação.

Ainda que Rute já tivesse pensado na temática e na situação-problema de Modelagem que seria proposta aos alunos do oitavo ano, no primeiro dia de aula, após as apresentações na turma, estimulou uma discussão que culminou na construção do problema de Modelagem junto aos estudantes. A futura professora, no momento de apresentação dos alunos, solicitou que informassem o bairro em que moravam. Ao constatar que todos residiam no mesmo bairro, os questionou sobre o uso do posto de saúde local.

Perguntas como: “Você já usou os serviços do posto de saúde?”; “Como foi?”; “Para que usou?”, geraram discussões e questionamentos na aula e vários alunos avaliaram as condições do atendimento público prestado. Diante dos apontamentos da turma, Rute promoveu uma discussão sobre o SUS, por meio de um informativo sobre os direitos e os deveres dos usuários do sistema e explicou que o serviço público é pago pela população. Esse primeiro momento de discussão caracterizou o convite posto por Rute para a atividade de Modelagem. O engajamento dos estudantes nas discussões e debate sobre o texto proposto indicaram o aceite para o convite. Em meio à discussão, as seguintes perguntas foram lançadas: “Qual o valor mensal que o município de Campo Mourão gasta para manter a unidade Básica de saúde da nossa região (paulista)?”. É possível calcular esse valor? Como?”.

Diante dos problemas propostos, a turma foi organizada em grupos para que pudesse delinear estratégias de investigação. Rute não se atentou para a quantidade de alunos que constituía cada grupo, por isso, alguns deles foram compostos por muitos alunos, a ponto de prejudicar a interação e as negociações durante a atividade. Essa foi uma das reflexões feitas pela futura professora, que relatou:

[...] Precisa trabalhar em grupos menores, eu achei que os grupos naquela sala teriam que ser menores. Eles não trabalharam. Aí teve um grupo que ficou só com cinco integrantes e esse foi um grupo que mais se desenvolveu, que mais fez as coisas mesmo. Então eu trabalharia com grupos menores, de três alunos (Rute, E5 – janeiro, 2016).

Tais considerações decorreram das reflexões sobre experiências na condição de professora e ocorreram apenas ao término das aulas ministradas. Não foram, portanto,

compartilhadas no âmbito da disciplina de Modelagem. Essa discussão é relevante considerando que a organização em grupos é reconhecida no desenvolvimento de atividades de Modelagem como favorecedora dos processos interativos, assim como a turma de futuros professores reificou. No entanto, quando assume muitos componentes, a constituição de um grupo pode inibir a participação ao invés de estimulá-la. Ainda assim, de acordo com Rute:

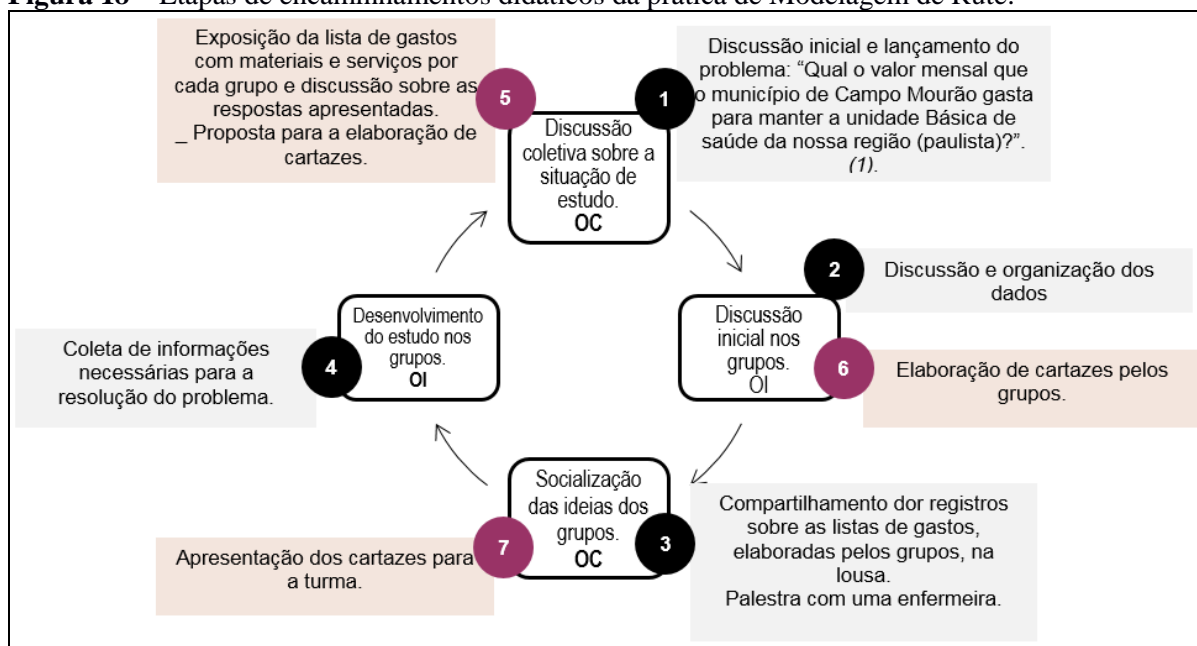
[...] em geral eles participaram bem da atividade. Em termos de organização... é diferente, porque numa aula comum de Matemática quem mais fala é o professor, que vai lá no quadro e fica falando, falando, falando e os alunos ficam ouvindo e resolvendo exercícios. Nessa aula, acaba mais os alunos participando bastante [...] nos grupos quem mais fala são os alunos. Essa é uma característica das aulas de Modelagem (Rute, E5 – janeiro, 2016).

As características apontadas no último trecho se fizeram presentes nas aulas de Rute. Ao se deparar com os problemas de Modelagem, a turma afirmou que não seria possível respondê-los. A partir dessa fala, a futura professora fez indicações para auxiliá-los no levantamento de dados que amparariam as respostas. Assim, os grupos discutiram e concluíram que deveriam listar todos os gastos de um posto de saúde a fim de iniciar a investigação. Cada grupo discutiu, internamente e, com auxílio de Rute, todos esses itens foram anotados na lousa e compartilhados. No momento de listagem dos itens, a turma questionou sobre os valores dos salários pagos e os gastos com materiais da área de saúde. A fim de sanar algumas dessas dúvidas, na aula seguinte, a enfermeira chefe do posto de saúde foi convidada a palestrar sobre o funcionamento geral da Unidade de Saúde do bairro.

A partir da fala da enfermeira e da lista de itens necessários de serem investigados quanto aos preços, Rute indicou alguns sites utilizados pela prefeitura de Campo Mourão para a compra de materiais e explicou à turma como funcionam os pregões de compra e o portal da transparência. Essas informações eram importantes para que se pudesse estimar os gastos mensais do posto. Dadas essas indicações, Rute se disponibilizou a acompanhar os grupos no período contraturno na escola para que pudessem empreender a investigação usando os computadores da instituição, pois muitos estudantes não tinham acesso à internet em casa.

Na aula seguinte, os grupos compartilharam suas listas de materiais e serviços, com os respectivos valores, e estimaram os gastos do município com o funcionamento do posto de saúde. A turma revelou-se surpresa com os valores pagos e aceitou a sugestão de Rute de elaborar cartazes com os dados quantitativos pesquisados para divulgação na escola.

Esses procedimentos são sintetizados na Figura 18.

Figura 18 – Etapas de encaminhamentos didáticos da prática de Modelagem de Rute.

Fonte: Elaborado pela autora.

No decorrer do estudo, os alunos utilizaram conhecimentos matemáticos que já faziam parte do seu repertório – operações de adição, subtração, divisão e multiplicação; construção de gráficos de barras – para responder a muitos questionamentos que emergiram nas aulas, dentre os quais: “Quantos médicos atendem na unidade?”; “Quantas pessoas são atendidas?”; “Quantas consultas são realizadas?”; “Quantas horas os médicos ficam na unidade?”; “Qual o valor gasto para estes atendimentos?”; “Será que com o mesmo valor poderia ser atendido um número maior de pessoas?”; “Qual o valor utilizado para o pagamento de: recepcionista, agentes da dengue, zeladora, vigilância sanitária, IPTU?”; “O que é melhor o SUS ou o SAS?”⁶¹. Assim, no decorrer das orientações coletivas a turma apenas apresentou seus dados e a organização deles, sem negociar os procedimentos matemáticos empreendidos ou empreender discussões reflexivas sobre o estudo.

Segundo Rute, a atividade tinha como objetivo possibilitar que os alunos compreendessem um tema social por meio de modelos matemáticos (tabelas e gráficos). Por outro lado, afirmou que os encaminhamentos requeridos pela banca do seu TCC conduziram suas práticas por outros caminhos:

Eu acho que pra trabalhar da forma que eu queria tinha que ter mais experiência (de sala de aula) e, não sei, uma pessoa com pouco experiência

⁶¹Sistema de Assistência à Saúde do governo do Paraná.

fica um pouco perdida lá nessa pra desenvolver a perspectiva sociocrítica, como eu queria. Deu muito trabalho. Talvez eu não faria tão abrangente, porque minha ideia inicial não era fazer tão abrangente, era fazer uma coisa mais pontual. Que envolvesse tudo o que envolveu, mas mais pontual. Eu queria calcular quanto que custaria uma consulta no SUS e uma consulta no particular, então, comparar esses dois preços ... então assim, eu vou no SUS a consulta é grátis, eu não pago por ela. Eu não pago por ela. Quando eu vou no consultório particular eu pago 250 reais por ela. Quanto realmente custa essa consulta? Ai chegar nesse preço, os alunos calcularem [...] Era esse o enfoque, mas depois a banca deu sugestões e aí eu acabei abraçando as sugestões da banca, mas aí captou muitos dados e eu acabei tendo que fazer ... demorou muito tempo, praticamente 5 horas-aula, só captando dados e os alunos demoraram demais captando dados e quando chegou na hora que era pra realmente finalizar e discutir matemática, não dava mais tempo (Rute, E5 – janeiro, 2016).

A reflexão de Rute sobre a própria prática diz respeito à organização do tempo didático, à abordagem da Matemática e ao delineamento de objetivos didáticos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Essas questões subsidiam compreensões sobre aspectos reificados pela turma na participação na CoP constituída na disciplina de Modelagem, sobre o que é Modelagem e sobre sua inserção na Educação Básica.

5.5 O que o desenvolvimento das práticas de Ana e Rute revela acerca das aprendizagens sobre Modelagem?

Inicialmente, é preciso explicitar que as análises das práticas de Ana e de Rute constituem casos específicos, cujas interpretações não são passíveis de serem generalizadas para todos os sujeitos desta pesquisa. No entanto, as reflexões permitem-nos compreender como as futuras professoras articularam as aprendizagens ocorridas na CoP àquelas decorrentes das suas participações em outras comunidades e as incorporaram nas suas práticas pedagógicas.

As práticas de Modelagem de Ana e Rute amparam-se em experiências distintas. Ainda que a participação na disciplina de Modelagem tenha fundamentado o desenvolvimento das atividades de ambas, Ana dispunha de um repertório de práticas pedagógicas, decorrentes dos seus nexos de multifiliação, que lhe permitiu antever e planejar algumas ações de sala de aula não previstas por Rute.

Tal como relatamos anteriormente, a atividade desenvolvida por Ana com seus alunos foi vivenciada por ela no âmbito do PIBID. Dessa forma, as experiências na condição de aluna com a mesma tarefa puderam auxiliar no planejamento sobre: a forma de organização da turma em pequenos grupos com divisão de tarefas; os materiais necessários para a coleta

de dados para a resolução dos problemas; as estratégias que poderiam emergir da proposta e a previsão do tempo necessário para que cada etapa do processo de Modelagem fosse cumprida. Ainda que se trate de um ambiente aberto, em que outras situações podem ocorrer, a vivência anterior permite estabelecer alguns parâmetros. Para além da familiaridade com a tarefa desenvolvida, Ana relatou ter escolhido a escola e a turma por alguns fatores, dentre os quais o fato de ser uma escola e professor parceiros no PIBID. Nesse sentido, já existia, na ocasião do desenvolvimento das atividades para o TCC, o reconhecimento de Ana como membro daquela comunidade escolar. O reconhecimento como membro dessa comunidade escolar foi uma das aprendizagens reificadas na CoP (Quadro 20, aspecto 3.3.1), quanto a indicação de condições para o professor usar Modelagem: “ser professor efetivo” por exemplo. Embora não seja exatamente esse o caso, é essa segurança que ela buscou.

Sobretudo, tal como relatou nas entrevistas apresentadas na seção 4, Ana já havia exercido a docência por meio do PIBID, do PIC e do programa *Mais Educação*. Essas experiências, provavelmente, permitiram o desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos necessários à prática docente, que influenciaram suas práticas de Modelagem, como indica o seguinte trecho:

[...] eu penso: que conteúdo que dá pra ser trabalhado com esse problema? Tento explorar ao máximo todas as possibilidades de conteúdos. Eu lembro do PIBID, quando a gente fazia e explorava bastante (com os alunos). Das aulas de Modelagem eu penso bastante nas discussões que fazíamos se valia a pena o jeito pra ser trabalhado, com que turma pode ser trabalhada determinada atividade? (Ana, E5 – janeiro, 2016, grifos nossos).

O relato de Ana apresenta reflexões sobre a prática de Modelagem e indica o papel das constelações de práticas (WENGER, 1998) de comunidades das quais era membro na determinação das suas práticas pedagógicas. Isso nos faz pensar na analogia de Busquet e dizer que... *não se aprende a nadar sem água*. As vivências no PIBID tendem a ocorrer num espaço em que professores em exercício, professores formadores e futuros professores compartilham suas experiências. Pode-se dizer, então, que essa comunidade está amparada por um Domínio que ampara uma formação na e para a prática docente.

Considerando as interpretações apresentadas no decorrer do texto, a participação de futuros professores em comunidades com essa característica constitui um terreno fértil para desenvolvimento de práticas pedagógicas que embasam e encorajam o desenvolvimento de atividades de Modelagem na Educação Básica. Isso porque as aprendizagens que ali ocorrem são emergentes do processo de negociação de significados entre professores que atuam em

ambientes com características pedagógicas divergentes. Tão logo, o repertório compartilhado decorre da ecleticidade de posicionamentos pedagógicos que ali se encontram. Assim, a participação em uma comunidade com essa característica diferencia-se, fundamentalmente, da participação fronteira em comunidades sustentadas por Domínios diferentes, como foi o caso de Clara ao longo da participação das aulas de Modelagem. No segundo caso, determinado(s) membro(s) pode(m) incluir elementos de uma prática em outra na busca pelo alinhamento de perspectivas das comunidades. Já o primeiro caso, requer a negociação e confronto de posicionamentos por meio do processo de negociação de significados.

Inferimos que a participação na comunidade do PIBID e nas outras, relacionadas a ambientes educacionais formais, das quais era membro, fundamentaram a prática de Modelagem de Ana no que se refere à busca pela promoção de discussões matemáticas nos momentos de orientação coletiva e individuais, que denotaram objetivos didáticos relacionados a exploração de conceitos que já faziam parte do repertório matemático da turma. A delimitação desse objetivo permitiu a criação de um fio condutor, amparado na abordagem de conceitos matemáticos, para suas aulas de Matemática. A ausência da exploração de conceitos matemáticos; porém, foi apontada por Rute como um dos aspectos negativos da sua experiência.

Assim como descrevemos na seção 4, Rute não participou de nenhum projeto de iniciação à docência, à pesquisa ou projetos extensionistas no decorrer da formação inicial. De acordo com a aluna, sua experiência como professora ocorreu apenas por meio dos Estágios Supervisionados obrigatórios. Logo, o repertório sobre a prática docente, na condição de professora, decorre dessa experiência.

Diferente de Ana, para Rute, a situação pareceu apresentar desafios maiores, tais como o fato de não ser reconhecida até aquele momento pelos alunos e a escola como membro daquela comunidade; ter uma delimitação de tempo para o desenvolvimento da atividade, imposto pela escola e professora regente; ter ela mesma planejado a tarefa de Modelagem a ser desenvolvida e, portanto, não a ter vivenciado na condição de aluna. Esses desafios podem ter influenciado a avaliação de Rute sobre sua prática, ao ponderar que “[...] demorou muito tempo, praticamente 5 horas-aula, só captando dados e os alunos demoraram demais captando dados e quando chegou na hora que era pra realmente finalizar e discutir matemática, não dava mais tempo” (Rute, E5 – janeiro, 2016, grifos nossos).

Durante sua prática, nos momentos descritos por Rute como captação de dados, a turma desenvolveu reflexões sobre gastos públicos, uso do SUS, serviço público, destinação dos impostos cobrados pelos produtos consumidos, dentre outros, por meio de ferramentas

matemáticas já conhecidas. Considerando as formas de orientação, é possível afirmar que o conjunto de aulas permitiu que esses temas fossem negociados e as conclusões dos grupos fossem compartilhadas. Por outro lado, a negociação dos procedimentos matemáticos empreendidos pelos grupos não ocorreu. A ausência de discussões matemáticas foi um empecilho, para Rute. A futura professora revelou suas agruras ao relatar o uso do tempo de forma indesejada nas aulas para ponderar sobre discussões e procedimentos matemáticos e não matemáticos.

Esses apontamentos amparam algumas reflexões sobre os aspectos reificados pelos sujeitos membros da CoP analisada, quanto à Modelagem e à sua inserção na Educação Básica. Se, de acordo com os futuros professores, é preciso cumprir um currículo escolar (Quadro 20, aspecto 2) e o desenvolvimento de atividades de Modelagem consiste numa forma de abordar conceitos (Quadro 20, aspecto 1), normalmente, já conhecidos em situações não matemáticas, por que e quando usar Modelagem nas aulas de Matemática? (Quadro 20, aspecto 3).

As diversas experiências dos futuros professores caminharam no sentido de afirmar a necessidade de cumprir o currículo determinado para cada nível e ano de escolaridade, a ponto de apontarem a Modelagem como uma proposta que rompe a linearidade prevista para a abordagem dos conteúdos e um impedimento para seu cumprimento. Quanto ao segundo aspecto reificado, ao longo das negociações procuramos propor situações (estudos de textos e situações de Modelagem) e temas que justificassem o rompimento da linearidade do currículo e evidenciassem como conceitos matemáticos desconhecidos pelos alunos e previstos neste documento podem ser explorados em atividades de Modelagem.

A forma como os futuros professores compreendem o processo de Modelagem Matemática, no entanto, não indica que essa seja uma proposta que permita o ensino de novos conceitos matemáticos, como indicam suas falas durante a entrevista 4, ao serem questionados sobre o que compreendem por Modelagem:

Modelagem Matemática é uma tendência muito utilizada ultimamente e que:: ela ...meio que proporciona ao aluno relações com a realidade dele [...] (vou usar) dependendo do conteúdo, quando eu ver que dá pra fazer isso, dá pra pesquisar dados ... e também se estiver trabalhando com exercícios muito repetidos, também, para o aluno dar uma...assim... como posso dizer? Uma diferenciada na aula. Pro aluno não ficar só com exercícios, fazer discussão na aula de Matemática... (Cissa, E4 – janeiro, 2016).

Para mim, a Modelagem é uma metodologia que dá pra ser aplicada na sala de aula, que busca trazer a realidade mais próxima dos alunos, para a sala de aula. Com isso a gente chama mais atenção deles para resolver esses problemas, porque é do meio social deles, alí [...] Quando eles estão resolvendo,

provavelmente, a matemática que eles vão utilizar vão ser dos conhecimentos prévios que eles possuem. Assim, eu não vou chegar...o professor não vai chegar na sala e falar: “para você resolver você tem que usar uma função”, que daí o problema os alunos vão resolver como eles acharem melhor (Ana, E4 – janeiro, 2016).

[...] para envolver diversos conceitos ... não sei se seriam conceitos, mas não só aplicar as atividades, por exemplo e fazer com que os alunos busquem suas respostas e, às vezes, ele nem vai saber o que vai encontrar. É mais ou menos isso. Ai, com isso... e ser atividades do dia a dia, do cotidiano. (João, E4 – janeiro, 2016).

O que dá a entender assim, é que quando você usa a Modelagem Matemática, ela busca relacionar a Matemática com algum fenômeno do mundo social. Por exemplo, eu lanço um problema e por meio dele, o aluno vai tentar estabelecer a Matemática ali dentro daquele contexto. Vai encontrar a Matemática, onde não tem Matemática, explicitamente (Vagner, E4 – janeiro, 2016).

Ah:: eu entendo que é uma metodologia de ensino e, eu acho, na minha visão, que busca trazer mais o cotidiano, a realidade, o que tá acontecendo pro dia a dia, pra escola. É.. e o aluno conseguir investigar essa realidade com o olhar crítico e o olhar matemático. Eu acho que é mais ou menos isso [...] dependendo do encaminhamento que o professor der, já não vai fluir a coisa matemática ali. Claro que eu não vou falar pra ele que vai surgir função ali, mas tem que saber elaborar as perguntas certas pra eles responderem, no momento em que surgir dúvidas. Eu acho que, em relação à temática e ao encaminhamento da turma mesmo (Cecília, E4 – janeiro, 2016).

As falas dos estudantes justificam os indícios de aprendizagens sobre o uso da Modelagem nas aulas de Matemática. Na medida em que a Modelagem estabelece relações entre conceitos matemáticos e temas de interesse dos alunos, ela tende a motivá-los, estimular o processo investigativo e, alinhada ao posicionamento didático do professor, a desenvolver a autonomia dos estudantes (Quadro 20, aspecto 3.1). Ao mesmo tempo, demanda um tempo didático maior para mostrar a aplicação de conceitos conhecidos (Quadro 20, aspecto 3.3.4), assim, torna-se um obstáculo para o cumprimento do currículo escolar, pois demanda tempo de aula em que novos conceitos não são explorados.

A relação tecida aparece na seguinte fala de Rute, ao analisar sua prática de Modelagem:

Eu pensei assim... acho que tem que trabalhar (com Modelagem), dá pra trabalhar pelo menos uma vez por ano, e aí você fazer uma atividade que colete muitos dados, nem que para aquela atividade não use todos os dados e depois também dá pra aproveitar. Se for usar resolução de problemas, dá pra usar aqueles dados reais se for uma situação que envolva a realidade. Posso usar aqueles dados pra uma solução de problemas, pra lembrar algumas coisas ... vou introduzir uma outra atividade então eu posso lembrar: “aquele dia que a gente fez, a gente trabalhou”... a gente pode usar alguns dados assim, mas se a gente fizer uma atividade muito longa, como eu fiz, com 7 aulas, então não vai ter espaço no currículo (Rute, E5 – janeiro, 2016).

Os apontamentos de Rute são dados com base na sua prática na Educação Básica, em que discussões matemáticas não foram enfatizadas e, nesse contexto de argumentação dos futuros professores, a ausência torna-se um obstáculo ao uso da Modelagem. Por outro lado, mesmo que compreendida, somente, como um caminho para estabelecer relações entre conceitos conhecidos e situações cotidianas, dependendo do posicionamento pedagógico do professor, o tempo didático não é um empecilho.

Para Ana, situações de Modelagem se mostraram ricas para promover discussões matemáticas sobre conceitos abarcados pelo repertório matemático dos alunos. Durante o primeiro ano após a conclusão do curso, Ana atuou profissionalmente nos anos finais do Ensino Fundamental. Durante a entrevista 6, relatou ter desenvolvido atividades de Modelagem Matemática com seus alunos do oitavo ano. Uma das atividades propostas aos seus alunos foi vivenciada por ela na disciplina de Modelagem (A1) e no PIBID e tratava do cálculo da área da superfície corpórea. Ao propor o problema à turma, Ana relatou os seguintes encaminhamentos:

Ai eu falei: “gente, não tem nenhuma fórmula que vocês conhecem sobre cálculo de áreas de figuras?” E eles falaram: “ah; eu não lembro”. Ai o que eu fiz? Como não estava saindo nada e eles começaram a dispersar...ficaram brincando com o barbante, eu passei no quadro algumas fórmulas ((para o cálculo de área)) de algumas figuras geométricas, o cálculo de áreas. E falei assim, essas aqui são algumas figuras, tentem agora ver alguma figura que se assemelha. Aí alguém falou assim “ah:: do pescoço dá pra usar o cilindro”. Aí eu falei: tentem fazer como vocês acham [...] Olha, assim... eu não acho que seja tempo perdido. Poderia ter durado até mais aulas, dependendo se eles tivessem mais...se não tivesse dado tempo de finalizar eu ia ter deixado outras aulas até terminar. Eu só:: assim:: em relação ao conteúdo eu penso que eles aprenderam bem mais do que se eu tivesse falado: olha, a fórmula para calcular isso é assim... e de outra figura é desse jeito... acho que assim, querendo ou não eles se interessam bem mais... (Ana, E6 – janeiro, 2016).

A fala de Ana denota um posicionamento pedagógico que preza mais pelo processo de aprendizagem do que pelo cumprimento de estruturas curriculares. Essa concepção é fundamental para que práticas de Modelagem, bem como outras pertinentes à Educação Matemática, sejam incorporadas às práticas pedagógicas dos professores. Referem-se também a reflexões mais gerais sobre a formação de professores de Matemática.

O posicionamento pedagógico da então professora é fruto do seu processo de desenvolvimento profissional, fundamentado por suas vivências em várias comunidades, como já afirmamos. Em tempo, o desenvolvimento de práticas de Modelagem, na condição de professora, no decorrer da formação inicial, foi importante por permitir reflexões sobre a

prática e a articulação entre as participações em outras comunidades por meio da experiência, nos casos de Ana e de Rute.

À guisa de finalização dessa seção, ressaltamos que as considerações, as hipóteses e as interpretações aqui desenvolvidas só foram possíveis de serem tecidas, ao consideramos as práticas pedagógicas de Ana e Rute na Educação Básica, pois elas nos forneceram indícios sobre como os aspectos reificados na CoP se fazem presentes e interferem nas práticas de sala de aula. A ausência dessa discussão limitaria nossas reflexões sobre práticas de sala de aula ao nível teórico de discussão e impossibilitaria que vislumbrássemos aspectos importantes sobre o processo de aprendizagem de Modelagem e as experiências que as subsidiam.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alinhada a trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, a busca pela compreensão sobre os motivos pelos quais a Modelagem ainda não é uma prática rotineira nas aulas de Matemática impulsionou o desenvolvimento dessa pesquisa. Para tanto, investigamos as ações de uma turma de quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública paranaense, no decorrer de um ano letivo, na disciplina de Modelagem Matemática, para respondermos às seguintes questões:

Que aprendizagens sobre Modelagem ocorrem em uma Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática? E ainda: Como as experiências na CoP subsidiam estas aprendizagens?

A opção por investigar ações desenvolvidas em uma CoP constituída na disciplina de Modelagem se deve ao fato de que buscávamos investigar que aprendizagens sobre Modelagem ocorrem na formação inicial. Nesse sentido, fez-se necessário delimitarmos o contexto “formação inicial”. Assim, optamos por investigar como as experiências vividas em uma disciplina cujo objetivo trata da aprendizagem sobre Modelagem subsidiam suas ocorrências. Por esse motivo, a participação da pesquisadora não ocorreu de maneira a modificar a estrutura e os objetivos didáticos da disciplina, pois buscávamos, justamente, compreensões sobre “o que” e “como” se tem aprendido sobre Modelagem na formação inicial.

A descrição, a análise e a interpretação dos dados coletados por meio de registros em áudio, vídeo e diário de campo das aulas e entrevistas realizadas foram desenvolvidas à luz da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) e permitiram que evidenciássemos indícios de aprendizagens sobre Modelagem. Ademais, subsidiaram reflexões sobre as experiências que embasaram tais aprendizagens, de modo a considerar múltiplos fatores que as fundamentaram e como se relacionaram.

De acordo com a TSA, o processo de aprendizagem ocorre na participação dos sujeitos em comunidade sociais, denominadas Comunidades de Prática (WENGER, 1998). No interior das CoPs, embasadas por um Domínio, seus membros negociam significados, compartilham repertórios, articulam empreendimentos, constroem uma prática. Assim, o processo de aprendizagem, nessa perspectiva teórica, envolve aspectos individuais e sociais (LAVE;

WENGER, 1991), todavia, nem sempre existe consenso nos processos de negociação de significados, pois ainda que pertençam a uma mesma CoP, esses sujeitos participam também de outras comunidades e possuem trajetórias pessoais diferentes.

No caso da disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, o posicionamento pedagógico do professor regente possibilitou a constituição de uma CoP, com características locais decorrentes do contexto em que ela se desenvolveu. Em detrimento de práticas transmissivas, os futuros professores reconheceram as práticas do professor regente como sendo democráticas e favorecedoras da construção de conhecimentos, indicando sua flexibilidade quanto aos encaminhamentos das aulas e a disponibilidade para negociar ações, como evidenciamos ao longo da seção 4. Essas características foram fundamentais para que a CoP pudesse ser constituída. Em cada atividade, abarcada pelos Empreendimentos: 1 – Estudo da Modelagem por meio de atividades orientadas pelo professor regente; 2 – Discussões de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática; e 3 – Planejamento e simulação de atividades de Modelagem, foram priorizadas as negociações de significados, ao invés do desenvolvimento de práticas pedagógicas tradicionais.

Dessa forma, em alguns momentos, o professor e/ou a pesquisadora foram reconhecidos como membros *experts* na CoP, por exemplo, ao narrar suas experiências profissionais ou orientar atividades de Modelagem. Em outros momentos, os futuros professores assumiram este papel.

Considerando essa síntese, argumentamos que a CoP constituída na disciplina de Modelagem organizou-se como um espaço de formação que fomentou um ambiente de aprendizagem em que os futuros professores foram convidados a engajar-se, negociar significados, empreender ações e compartilhar repertório sobre as práticas de Modelagem Matemática. Essas ações foram amparadas pelo: desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na condição de alunos (A1, A3, A4, A9); discussão de textos sobre Educação Matemática e Modelagem Matemática (A2, A5, A6, A7, A8); e planejamento de tarefas de Modelagem e simulação do seu desenvolvimento (A10).

A realização das atividades, por sua vez, subsidiou experiências que possibilitaram aos futuros professores negociar sobre: as etapas do processo de Modelagem Matemática; a organização didática (tempo e espaço) em atividades de Modelagem; as relações didáticas entre professor-aluno e entre alunos nas aulas de Matemática; a configuração do currículo escolar e suas influências na prática do professor; a vulnerabilidade do professor em ambientes de aprendizagem mais ou menos previsíveis em relação às práticas dos alunos; o

processo de ensino de Matemática; a legitimação da voz do professor nas aulas de Matemática; a configuração dos ambientes de aprendizagem desenvolvidos nas aulas de Matemática. Para além disso, possibilitaram aos futuros professores compartilhar experiências vividas no Estágio Supervisionado e em outras comunidades às quais pertenciam, como o PIBID, comunidades escolares, dentre outras, denotando seus nexos de multifiliação (WENGER, 1998).

As aprendizagens decorrentes de outras comunidades articularam-se àquelas ocorridas na CoP analisada, por meio de objetos de fronteira – por exemplo, os relatos de experiência sobre atividade de Modelagem na Educação Básica, artigos teóricos sobre Modelagem e tarefas de Modelagem já publicadas na literatura – e dos *brokers* – membros da CoP – permitindo que emergissem aprendizagens sobre a(s):

- ✓ Formas de se propor a tarefa de Modelagem – casos 1, 2 e 3 (BARBOSA, 2004b).
- ✓ Organização do ambiente da aula – em pequenos grupos para favorecer maior interação entre professor-alunos e alunos.
- ✓ Relação professor-aluno – o papel do professor é descentralizado e o aluno emerge como protagonista.
- ✓ O que é Modelagem – forma de abordar Matemática por meio de relações com o dia a dia.
- ✓ Inserção da Modelagem na Educação Básica – envolve o rompimento e descumprimento do currículo.
- ✓ Motivos para (não) usar Modelagem nas aulas de Matemática – i) favoráveis: motiva os alunos, desperta o processo investigativo; ii) desfavoráveis: demanda tempo; causa incertezas ao professor; iii) quando usar: deve ser usada sob condições específicas da turma, do professor e da tarefa.

Considerando a complexidade e as interrelações de experiências que fundamentaram as ocorrências de aprendizagens na CoP, não é possível, tampouco julgamos necessário, discernir que experiências vividas subsidiaram que aprendizagens sobre Modelagem Matemática. Para elucidar a afirmação, tomemos como exemplo o desenvolvimento de atividades de Modelagem orientadas pelo professor regente. Essas vivências permitiram aprendizagens sobre a compreensão do processo de Modelagem, suas etapas; sobre a forma de se propor atividades de Modelagem; a forma de organização do ambiente da aula, dentre outros aspectos. Entretanto, essas aprendizagens decorreram também da negociação de textos sobre a Modelagem e Educação Matemática. Não existem, portanto, barreiras fixas entre as experiências que amparam as aprendizagens.

Por outro lado, as atividades empreendidas na CoP sustentaram vivências que propiciaram reflexões e requereram a mobilização de saberes, fundamentalmente, diferentes entre si.

O desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na condição de alunos (A1, A3, A4, A9) proporcionou aos futuros professores reflexões sobre a organização e os encaminhamentos de uma atividade de Modelagem Matemática e sobre a prática do professor nesse ambiente. São vivências que fundamentaram e, ao mesmo tempo, foram fundamentadas em *saberes experienciais* como alunos em atividades de Modelagem.

As experiências na condição de alunos proporcionaram que a turma reificasse elementos importantes concernentes à formação do ambiente de aprendizagem que se constitui ao trabalharmos com Modelagem e os analisasse quanto as práticas dos alunos, do professor e da tarefa proposta.

Quanto à configuração da proposta da atividade, a turma reificou que a tarefa de Modelagem pode ser proposta sob diferentes encaminhamentos: “ou o professor pode trazer o tema e os dados para os alunos resolverem; ou o professor pode trazer o tema e deixar os dados para os alunos pesquisarem ou o professor deixa à escolha dos alunos” (Ana, E4). As possibilidades apresentadas na fala de Ana foram discutidas por meio do artigo intitulado “Modelagem Matemática: o que é? Por quê? Como?” e vivenciadas pela turma, respectivamente, nas atividades A3 e A4, A1 e A9, orientadas pelo professor regente. No segundo caso, as práticas experienciais possibilitaram discussões e/ou reflexões que têm implicações para a decisão de incorporar e como incorporar a Modelagem às suas práticas pedagógicas.

Ao vivenciarem as etapas de Modelagem na condição de alunos, na atividade A9, concernente ao caso 3 (BARBOSA, 2004b), os futuros professores se depararam com obstáculos concernentes à delimitação e à definição de um tema de estudo e sua problematização. O longo processo que culminou em respostas para as situações-problema pode ser um dos fatores que conduziu a turma a planejar tarefas de Modelagem, na atividade A10, mais delimitadas em termos da escolha do tema e do processo de problematização. Com relação ao tema, os três grupos propuseram tarefas em que ele já estava definido e afirmaram que a opção por delimitá-lo justifica-se pelo tempo que deixar a decisão a cargo dos alunos demandaria. A mesma justificativa foi usada sobre a proposição de problemas já delimitados, que encurtavam ou cerceavam o processo de problematização das situações.

Sobretudo, as atividades forneceram experiências que permitiram *reflexões sobre a vulnerabilidade do professor em ambientes de aprendizagem mais ou menos delimitados*. Essas meditações são necessárias na formação inicial, considerando que são um dos aspectos apontados por Ceolim (2015) como uma resistência ao uso da Modelagem na sala de aula. Discutir a questão é um dos passos necessários para a superação dessa resistência. Ao

participarem de práticas orientadas pelo professor, para além de compreender e *discutir as etapas do processo de Modelagem*, os futuros professores aprendem a orientar atividades de Modelagem. Essa ação é fundamental, especialmente, porque a turma relatou não ter vivenciado ou se lembrar de atividades dessa natureza ao longo do processo de escolarização.

Ainda que propensos a delimitar o processo de Modelagem para situações que exigem mais assessoramento do professor, os futuros professores reificaram que, independente da forma de proposta, as atividades de Modelagem modificam as relações entre professor e alunos e entre os alunos nas aulas assim direcionadas, na medida em que descentralizam o papel do professor e conferem protagonismo aos alunos. Para tanto, a turma se embasou, fortemente, nas suas experiências e na orientação do professor regente, como exemplificam as falas, na E4, de João: “(as atividades de Modelagem são) aquelas que a gente estava fazendo em sala. Elas envolvem busca de dados, fazem o aluno trabalhar [...], poder resolver atividades”, e de Cecília: “Na aula tradicional é mais o professor que fala. Ele fica lá na frente falando. E fazem, repetem, enfim. Na Modelagem não, é quase que uma conversa com o professor. É diferente, o professor não tá ali pra falar. O professor questiona, o professor conversa. Há um diálogo. Há um diálogo entre os alunos também [...]”.

As *discussões acerca das relações didáticas* entre professor-aluno e entre alunos nas aulas de Matemática conduziram a reflexões sobre a *organização didática da aula em termos de tempo e espaço*. Tais negociações, amparadas nas experiências na condição de alunos, permitiram que se reificasse que numa atividade de Modelagem a turma se organiza em grupos e que essa forma de organização do espaço favorece as relações interativas nas aulas. Para tanto, a turma se valeu das suas experiências em aulas sob práticas pedagógicas tradicionais, em que os alunos se organizam em filas, a fim de estabelecer conexões entre a organização do espaço e as relações didáticas nos diferentes ambientes.

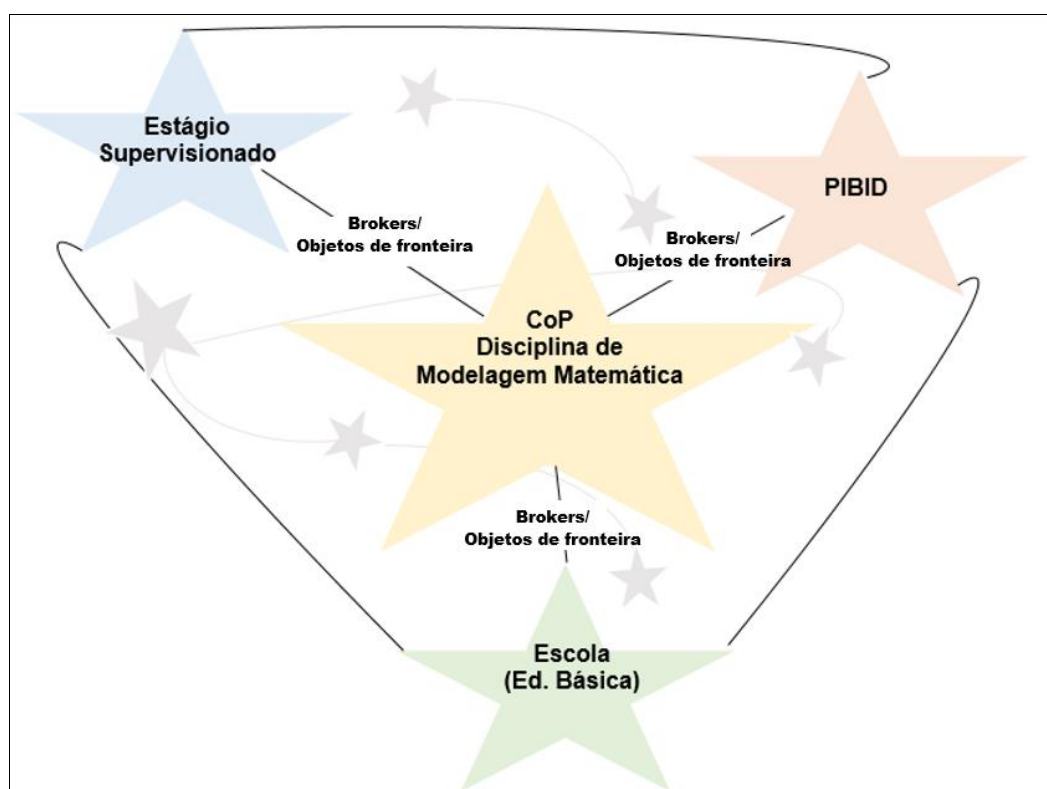
Nesse sentido, as discussões sobre o ambiente de aprendizagem da Modelagem permitiram *negociações e reflexões* sobre aspectos mais abrangentes relacionados ao *processo de ensino e de aprendizagem* e as suas relações com a *configuração dos ambientes de aprendizagem desenvolvidos nas aulas de Matemática*, pautados em cenários de investigação ou no paradigma do exercício e nas referências (matemática, semirrealidade, realidade) (SKOVSMOSE, 2000) de cada ambiente.

As aprendizagens ocorridas por meio de práticas experienciadas na condição de alunos alinharam-se às experiências que permitiram reflexões sobre *a teoria* de Modelagem e os condicionantes da sua inserção nas aulas de Matemática, ou seja, reflexões *sobre a prática*

pedagógica em atividades de Modelagem. Tais reflexões emergiram do estudo de textos sobre Modelagem e Educação Matemática (A2, A5, A6, A7, A8).

Na agenda de discussões enunciada no parágrafo anterior, destacamos que não foram possibilitadas aos futuros professores, como ações da CoP, situações em que pudessem orientar atividades de Modelagem – domínio de professores – na Educação Básica. As negociações nesse âmbito foram fundamentadas pelas experiências na condição de alunos, pelo *estudo teórico da Modelagem Matemática*, reflexões *sobre a prática pedagógica da Modelagem* e por experiências de práticas pedagógicas vividas em outras comunidades as quais pertenciam e não tiveram, necessariamente, contato com a Modelagem. Logo, podemos interpretar a CoP, foco da investigação, como um ambiente que requereu e permitiu a relação entre aprendizagens ocorridas nessa CoP e aquelas decorrentes de outras comunidades, indicando a constelação de práticas neste ambiente social, como representamos na Figura 19:

Figura 19 – Constelação de práticas que sustentou as negociações na CoP analisada.



Fonte: Elaborada pela autora.

A Figura 19, ainda que ilustrativa, considera apenas algumas comunidades citadas pelos futuros professores nos processos de negociação de significados. Não quer dizer que a participação em outras comunidades, representada pelas estrelas cinzas, não influenciou a participação na CoP analisada. Além disso, é preciso ressaltar que essa foi uma CoP local,

constituída num contexto global, entendido como o curso de Licenciatura em Matemática. As experiências na Licenciatura, alinhadas às comunidades as quais os futuros professores referenciaram participação nos processos de negociação de significados permitiram experiências particulares a cada membro e, conseqüentemente, a heterogeneidade de ideias e de participações nas negociações. Nesse sentido, a CoP permitiu e requereu o *compartilhamento de experiências vividas no Estágio Supervisionado e em outras comunidades às quais pertenciam, como o PIBID, comunidades escolares* nos processos de negociação de significados concernentes à Modelagem Matemática.

Em comum, os futuros professores passaram pela Educação Básica, como alunos, em escolas públicas. Ainda assim, as histórias narradas, apresentadas na seção 4, mostram as particularidades das trajetórias de cada sujeito. Além disso, todos haviam desenvolvido seus Estágios Supervisionados em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (2014) e no Ensino Médio (em 2015) em escolas públicas. Para alguns alunos, como Vagner, João, Cecília e Rute, o Estágio havia sido a experiência com a docência por maior tempo até aquele momento. Para outros, como Clara e Camila, que já exerciam a docência nos anos finais e iniciais, respectivamente, do Ensino Fundamental, as participações na comunidade escolar em que trabalhavam se sobrepuseram e/ou se articularam às dos Estágios supervisionados e ampararam suas participações nas negociações sobre Modelagem. As participações no Estágio e na comunidade escolar, entretanto, foram debatidas considerando suas especificidades. Para alguns futuros professores, a experiência na condição de alunos na Educação Básica se sobrepunha àquela na condição de professores por ser a segunda mais restrita em termos de tempo de exercício.

Nos Estágios desenvolvidos, a participação dos futuros professores na comunidade escolar foi encarada como uma participação transacional. Dessa forma, para além das relações afetivas, reificou-se que a Modelagem tem pouco espaço nos estágios considerando as restrições do ambiente escolar, impostas pelo professor regente das turmas e/ou pelas próprias demandas curriculares, e o tempo disponibilizado para o desenvolvimento da regência. Da mesma forma, o exercício da profissão na escola, como professor PSS, foi compreendido como instável, como uma participação transacional, que impede a participação plena na comunidade, a ponto de não se ter autonomia para decidir que ambientes de aprendizagem desenvolver nas aulas de Matemática. Nesse sentido, a participação nas negociações *sobre a configuração do currículo escolar e suas influências na prática do professor* permitiram-nos identificar indícios de aprendizagem dos futuros professores que reificaram a Modelagem como uma abordagem que rompe a linearidade do currículo e impede seu cumprimento. Esses

elementos levaram a turma a reificar a demanda de tempo e as incertezas do professor e alunos nesse ambiente, como motivos para não usar Modelagem nas aulas de Matemática.

No que se refere à demanda de tempo para o desenvolvimento das atividades, a turma argumentou que os estudantes não estão habituados a ambientes de aprendizagem configurados dessa forma, tampouco os professores. Assim, as incertezas de ambos podem demandar um tempo didático maior para as atividades. Por esses motivos, indicaram condições específicas sobre quando usar Modelagem nas aulas: quando o professor for efetivo, a turma for “adequada”, o professor puder prever que Matemática emergirá da atividade, para mostrar a aplicação de conceitos ou introduzir um novo conceito.

As condições para incorporar a Modelagem à prática pedagógica sugerem a tentativa da sua adaptação a um contexto escolar marcado por práticas pedagógicas tradicionais. Ao passo que se tenta adaptar a Modelagem Matemática, com características concernentes às pedagogias críticas, em sua essência, a um contexto marcado por práticas tradicionais, corre-se o risco de torná-la tão algoritmizada e restrita a ponto de transformar-se em uma atividade matemática tradicional. Algumas das tentativas de adaptação se fizeram presentes nas práticas relacionadas a atividade A10, em que a turma precisou planejar uma tarefa de Modelagem e desenvolvê-la com os colegas. Ainda que tenham reificado a estratégia como uma forma de estimular o processo investigativo, as formas de orientação desenvolvidas limitaram-no à aplicação de conceitos matemáticos em uma situação não, necessariamente, matemática e do cotidiano dos estudantes.

No Empreendimento 3, em que a turma precisava planejar uma tarefa de Modelagem e desenvolvê-la, as formas de orientação que se estabeleceram e o caráter das tarefas propostas convergem para o entendimento acerca do que seja Modelagem Matemática para os futuros professores: uma forma de se abordar Matemática a partir do estabelecimento de relações com o dia a dia do aluno (elemento 1, Quadro 20). A compreensão enunciada pode gerar problemas nos processos de ensino e de aprendizagem com Modelagem, caso os objetivos didáticos da prática restrinjam-se a estabelecer relações entre conceitos matemáticos e outros temas, como ocorreu na atividade A10.

Barbosa (2007) estabelece uma relação entre os propósitos da Modelagem – desenvolvimento de conceitos, de habilidades de resolução de problemas ou a análise da natureza dos modelos matemáticos – e os tipos de discussões – matemática, técnicas ou reflexivas – privilegiadas em cada caso. O que pudemos ponderar sobre as aprendizagens reificadas é que os objetivos didáticos no desenvolvimento de atividades de Modelagem não pareceram estar claros suficientemente para os futuros professores, a ponto de ultrapassar o

estabelecimento de relações entre conceitos matemáticos e temas cotidianos. Portanto, ao orientar as atividades, nenhum tipo de discussão foi enfatizado ou estimulado.

É preciso, todavia, ressaltar que essas aprendizagens provêm das negociações mantidas na CoP constituída, e mesmo que existam participações fronteiriças, *brokers*, e objetos de fronteira que a relacionem a comunidades embasadas por outros Domínios, as aprendizagens decorreram de discussões *sobre* as práticas pedagógicas de Modelagem do professor na Educação Básica e não *por meio* delas. Ao analisarmos práticas pedagógicas de Modelagem desenvolvidas na Educação Básica pelos futuros professores, o processo de orientação e o delineamento de objetivos didáticos ocorrem de maneira distinta. Esse foi o caso Ana e Rute, ao desenvolverem práticas de Modelagem no Ensino Médio e Fundamental, respectivamente, em decorrência dos seus TCCs.

Nas experiências das futuras professoras, ambas desenvolveram procedimentos de orientação que permitiram o processo investigativo das situações-problema postas, o compartilhamento de informações e argumentações matemáticas ou sobre os temas estudados entre os estudantes. Ana e Rute encaminharam as suas aulas em um processo dialógico. Sobretudo, as práticas permitiram às futuras professoras a reflexão sobre elas e à pesquisadora outras compreensões sobre as aprendizagens ocorridas no âmbito da CoP constituída na disciplina, como, por exemplo, sobre o lugar da Matemática em atividades de Modelagem.

As análises empreendidas evidenciam que os futuros professores compreendem que a Modelagem mobiliza conhecimentos matemáticos que já fazem parte do repertório matemático dos alunos. As experiências de Ana e de Rute vão ao encontro desse entendimento, na medida em que, embora Ana tenha precisado retomar conceitos matemáticos no decorrer da atividade, revelou ter sido uma surpresa, já que havia pensado em uma situação que requeresse conceitos já estudados. Isso a deixou mais segura em relação ao medo de surgirem conceitos sobre os quais ela não estava preparada. Do mesmo modo, as aulas de Rute foram planejadas visando a conteúdos matemáticos já conhecidos pelos estudantes, ainda que a futura professora tenha avaliado como falha a abordagem dos conceitos matemáticos na sua prática. Desses apontamentos pode decorrer que quando no exercício da profissão os futuros professores utilizem a Modelagem, nas aulas de Matemática, apenas ao fim de unidades curriculares como uma forma de motivar os estudantes; porém, sem objetivos de ensino que ultrapassem a motivação e/ou o estabelecimento de relações entre conceitos matemáticos conhecidos e temas cotidianos.

Essas e outras questões emergiram da nossa reflexão sobre a prática de Modelagem das futuras professoras. Ao mesmo tempo, as experiências permitiram à Ana e à Rute a

reflexão sobre as próprias práticas. As considerações emergentes das reflexões, no entanto, não foram compartilhadas na CoP analisada, pois ocorreram ao fim do ano letivo.

O compartilhamento das reflexões advindas da prática de Modelagem na CoP, de acordo com as ponderações indicadas até então, constitui-se como um dos caminhos para a superação de resistências quanto ao uso da Modelagem nas aulas de Matemática. Para tanto, é preciso que os futuros professores vivenciem a experiência própria, como indica Barbosa (2001). Além disso, no âmbito de disciplinas como a de Modelagem Matemática, foco da nossa investigação, é necessário que essas experiências ocorram com tempo hábil para que a formação aconteça por meio da prática pedagógica. Essas são ações que permitiriam o desenvolvimento de saberes pedagógicos e experienciais em Modelagem, por meio das próprias vivências.

No contexto da pesquisa, os futuros professores vivenciaram situações em que mobilizaram conhecimentos advindos de experiências *em* atividades de Modelagem, na condição de alunos; sobre aspectos teóricos de Modelagem; e *sobre* a prática pedagógica de Modelagem, em situações que permitiram processos de negociação de significados que, por sua vez, subsidiaram aprendizagens sobre Modelagem. No Quadro 23, sintetizamos as relações descritas nas páginas anteriores.

Quadro 23 – Síntese das aprendizagens ocorridas na CoP e das experiências que as subsidiaram.

Aprendizagens sobre:	Experiências que as embasaram:	
1) Formas de se propor a tarefa de Modelagem – casos 1, 2 e 3 (BARBOSA, 2004). 2) Organização do ambiente da aula – em pequenos grupos para favorecer maior interação entre professor-alunos e alunos. 3) Relação professor-aluno – o papel do professor é descentralizado e o aluno emerge como protagonista. 4) O que é Modelagem – forma de abordar Matemática por meio de relações com o dia-a-dia. 5) Inserção da Modelagem na Educação Básica – envolve o rompimento e descumprimento do currículo. 6) Motivos para (não) usar Modelagem nas aulas de Matemática – i) favoráveis: motiva os alunos, desperta o processo investigativo; ii) desfavoráveis: demanda tempo; causa incertezas ao professor; iii)	Negociação sobre: as etapas do processo de Modelagem Matemática; a organização didática (tempo e espaço) em atividades de Modelagem; as relações didáticas entre professor-aluno e entre alunos nas aulas de Matemática; a configuração do currículo escolar e suas influências na prática do professor; a vulnerabilidade do professor em ambientes de aprendizagem abertos; o processo de ensino de Matemática; a legitimação da voz do professor nas aulas de Matemática; a configuração dos ambientes de aprendizagem desenvolvidos nas aulas de Matemática. Compartilhamento de experiências vividas no Estágio Supervisionado	Experiência <i>em</i> atividades de Modelagem na condição de alunos. Saber <i>sobre a teoria</i> de Modelagem. Saber <i>sobre a prática pedagógica</i> de Modelagem.

quando usar: deve ser usada sob condições específicas da turma, do professor e da tarefa.	e em outras comunidades às quais pertenciam, como o PIBID, comunidades escolares, dentre outras.	
---	--	--

Fonte: Elaborado pela autora.

À guisa de finalização da pesquisa, nas próximas linhas, tecemos alguns apontamentos sobre a Modelagem na formação inicial, advindos das reflexões realizadas ao longo da pesquisa.

Para finalizar o texto e iniciar o debate, afirmamos a necessidade de que as experiências com Modelagem no âmbito na formação inicial ocorram por meio de vivências e reflexões de práticas ocorridas no âmbito da Educação Básica. Mais especificamente, apontamos a necessidade de que a experiência própria com Modelagem na formação inicial se dê não simplesmente de forma supervisionada, mas em um contexto de formação que envolva os futuros professores, professores em serviço e os professores formadores, de modo que uma prática compartilhada entre esses membros sustente suas ações. Contextos de formação como o PIBID e projetos extensionistas com essas características têm se mostrado um ambiente formativo rico que propicia aprendizagens aos seus membros e, no caso dos futuros professores, encoraja o desenvolvimento de práticas pedagógicas que se distanciam das tradicionais. Com relação aos sujeitos da pesquisa, as experiências no PIBID foram incorporadas à prática de Ana e referenciadas como importantes para a decisão de desenvolver práticas de Modelagem, para além da formação inicial.

Especificamente nessa pesquisa, ainda que as constelações de práticas tenham se manifestado na ocorrência de aprendizagens, elas não substituem práticas de uma CoP sustentada por um Domínio em que todos os condicionantes da prática de Modelagem na Educação Básica sejam considerados. E isso é possível quando a comunidade envolve membros cujas experiências se articulam e complementam, a saber: professores formadores, futuros professores e professores em serviço. Um ambiente com tais características pode amparar discussões importantes para a efetivação da Modelagem nos diferentes níveis de ensino.

Numa análise local, a TSA mostrou-se potencialmente significativa no processo de análise da ocorrência de aprendizagens sobre Modelagem Matemática na formação inicial, na medida em que, ao analisarmos um ambiente mais específico, a disciplina de Modelagem, nos permitiu interpretar e considerar as múltiplas práticas que influenciaram, se relacionaram e se modificaram na CoP constituída. Ao mesmo tempo, num contexto global, permite-nos refletir

sobre como as disciplinas de Modelagem Matemática têm sido desenvolvidas nos cursos de Licenciatura e sobre as implicações da forma como a prática, a teoria, a prática supervisionada e a prática como componente curricular têm sido compreendidas nessas componentes curriculares.

Considerando as questões que impulsionaram a pesquisa, retomando a meditação posta no início do texto,

É o cotidiano que faz aflorar as perplexidades que levam às perguntas sobre o mundo que, por sua vez, pedem por modos de ação que permitam a compreensão que, finalmente, são carregadas de volta à cotidianidade, num ciclo contínuo e interminável (GARNICA, 2001, p. 40).

... e iniciando uma nova etapa do ciclo contínuo e interminável, outras pesquisas podem ser realizadas com o objetivo de compreender o processo de desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática no âmbito da Modelagem Matemática ou ainda a constituição da identidade profissional em uma CoP cujo Domínio seja a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Desejamos que as reflexões apresentadas, que emergiram dessa trajetória de pesquisa, contribuam com o planejamento de ações e de ponderações que dizem respeito à Modelagem Matemática na formação inicial de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P (orgs) **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

ALMEIDA; L.W.; DIAS, M. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, e J. L. Araújo (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p.253-268). Recife, Brasil: SBEM, 2007.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA; J. C. Face a Face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 18, n. 23, maio 2005.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 31-51.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24ª RA da ANPED, **Anais...** Caxambu, 2001b.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v. 27, n.98, p. 65-74, junho, 2003.

BARBOSA, J. C. **As relações dos professores com a Modelagem Matemática**. In. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, PE. Anais... Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004a.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004b.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, e J. L. Araújo (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p.161-174). Recife, Brasil: SBEM, 2007.

BARBOSA, J.C. CALDEIRA, A.D.; J. L. ARAÚJO (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p.161-174). Recife, Brasil: SBEM, 2007.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM.

BARROS, M. C. **Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática**. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. Ed., 3ª Reimpressão. – São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BEIJAARD, D.; VERLOOP, N.; VERMUNT, J. D. Teachers perceptions of professional identity: an exploratory study from a personal knowledge perspective. **Teaching and Teacher Education**, 16, 749-764, 2000.

BELINE, W. **Formação de professores de matemática em comunidades de prática: um estudo sobre identidades**. 2012. 312 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2012.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. Blumenau: 3 Ed. Contexto, 2003.

BLUM, W. Mathematical Modeling: How Can Students Learn to Model? Proceedings **CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING**. Teachers College Columbia University October 14, p. 54-61, 2013.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Modellieren – Schon in der Grundschule? In A. Peter-Koop, G. Lilitakis & B. Spindeler (Hrsg). **Lernumgebungen – ein weg zum kompetenzorientierten mathematikunterricht in der Grundschule**. (s. 142-153). Offenburg: Mildenerger, 2009.

BOALER, J. Beyond ‘street’ mathematics: the challenge of situate cognition. In A. Olivier e K. Newstead, **Proceedings of the Twenty-second Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Vol.2, pp. 112-119, Stellenbosh, South Africa, 1998.

BOALER, J. **Mathematics from Another World: Traditional Communities and the Alienation of Learners**. Journal of Mathematical Behavior, 18 (4), 379-397, 2001.

BOALER, J; DYLAN, W; ROBYN, Z. The Construction of Identity in Secondary Mathematics Education. Paper presented at the: **International Mathematics Education and Society Conference**, Montechoro, Portugal, 2000. Disponível em: <http://eprints.ioe.ac.uk/1142/1/Boalertheconstructionofidentity.pdf> . Acesso em: 08/03/2015.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994. Tradução de: *Qualitative Research for Education: an introduction to theory and methods*.

BOYLAN, M. School classrooms: Communities of Practice or Ecologies of Practices? In: *Socio-Cultural Theory in Educational Research*, 1th, 2005, Manchester University UK, **proceedings...** Manchester University UK, 2005. Disponível em: <http://orgs.man.ac.uk/projects/include/experiment/mark_boyland.pdf>. Acesso em: 01 maio 2013.

BORBA, M. De C., A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Publicado em CD nos **Anais** da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G., HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. **Calculadoras gráficas e educação matemática**. Rio de Janeiro: USU, Ed. Bureau, 1999. p. 95-113 (Série Reflexão em Educação Matemática).

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. In: SKOVSMOSE, O. (Org.) **Educação Matemática Crítica A Questão da Democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular**. 2ª versão revista – proposta preliminar. Abril, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 10/12/2016.

BRAZ, B. C. **Contribuições da Modelagem Matemática na constituição de Comunidades de Prática Locais**: Um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes. 2014, 185f. Dissertação (Mestrado em Educação para o Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

BRAZ, B. C.; KATO, L. A. O sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática, segundo as diferentes formas de participação dos alunos. **REMATEC**, Natal (RN), ano 9, n. 17, p. 77 – 108, set. - dez., 2014.

BRAZ, B. C.; KATO, L. A. Constituição de Comunidades de Práticas Locais e o Ambiente de Aprendizagem da Modelagem Matemática: algumas relações. In: **BOLEMA** - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 613-636, ago. 2015.

BRAZ, B. C.; KATO, L. A. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL NO CONTEXTO DA FORMAÇÃO INICIAL: uma discussão sobre as aprendizagens concernentes à Modelagem Matemática. **REPPE**, v. 1, n. 1, 2017.

BRAZ, B.C.; KATO, L. A. QUANDO USAR MODELAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA? Uma discussão a partir da percepção de futuros professores. **Anais...X CNMEM**, Maringá, PR, 23-25, nov, 2017, *no prelo*.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. In: **Anais.** I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM. 2004, Londrina: UEL. 1 CD – ROM.

BURAK, Dionísio. Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com a modelagem matemática. **Pró – Mat. –Paraná.** Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, dezembro 1998.

BURAK, D; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática na Educação Básica numa perspectiva de Educação matemática. In: BURAK, Dionísio et al. **Educação Matemática reflexões e ações.** Curitiba: CRV, 2010.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. In: ANPED SUL. Anais... Curitiba: UFPR. 1CD-ROM, 2004.

CALDEIRA, A. D.; SOARES, M. T. C. Modelagem Matemática de fenômeno ambiental e as práticas escolares de professores das séries iniciais do litoral do Paraná. **Periódico do Programa de Pós graduação em Educação da UCDB.** n. 26, jul/dez. 2008.

CAMPOS, I.; ARAÚJO, J. L. Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: problematizando a dialética pesquisador|professor. **Acta Scientiae,** Canoas, v.17, n..2, p. 324-339 maio/ago. 2015.

CEOLIM, A. J. **Modelagem matemática na educação básica:** obstáculos e dificuldades apontados por professores. São Carlos : UFSCar, 2015.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática em sala de aula: Obstáculos e resistências apontadas por pesquisadores brasileiros. **Anais** do VII CIBEM (Congresso Ibero Americano de Educação Matemática). Montevideú, Uruguai, 16-21 de setembro de 2013.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Por que a Modelagem Matemática não chega à sala de aula? **Anais...** XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.

CHARAL, I. R. **A MODELAGEM MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA:** um estudo com estudantes do Ensino Médio. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação para o Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.

CUNHA, H; OLIVEIRA, H; PONTE, J. P. Investigação Matemáticas na sala de aula. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender matemática.** Lisboa: Projeto MPT e APM, 1998, p. 173-181.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. In I. L. Batista; R. F. Salvi (Org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática:** um perfil de pesquisas (pp. 95-110). Londrina: EDUEL, 2009.

CYRINO, M. C. C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Investigações em Ensino de Ciências** – v. 16 (3), p. 373-401, 2011.

CYRINO, M. C. C. T. A formação inicial de professores de Matemática no Paraná. In: XI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. 2013, Curitiba-PR. **Anais...** Curitiba, PR: Campus da PUC, p. 1-17, 2013.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. 2ª ed. Campinas: UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

D' AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática**. 23ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da Matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

FERNANDES, E. **Aprender Matemática para viver e trabalhar no nosso mundo**. 2004, 494 f. Tese (Doutorado em Educação – Especialidade em Didática da Matemática), Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, 2004.

FERNANDES, E.; MATOS, J. F. A Construção do Conhecimento Matemático e o trabalho Cooperativo na Sala de Aula. In A. Azevedo et al. (Eds), **Actas do VIII Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 37-54, 1998.

FERREIRA, D.H.L.; WODEWOTZKI, M.L.L. Questões ambientais e Modelagem Matemática: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, e J. L. Araújo (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p.115-132). Recife, Brasil: SBEM, 2007

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da Universidade e professores da Educação Básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. . In: FIORENTINI, D; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. (org.) **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª ed. Ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 10ª ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1981.

GARCIA, T. M. R. **Identidade profissional de professores de matemática em uma comunidade de prática** . Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.

GARCIA, T.M.R.; CYRINO, M.C.C.T. Identidade profissional de professor de Matemática em uma Comunidade de Prática. In: ALMEIDA, L.M.W.; CYRINO, M.C.C.T.; SAVIOLI, A.M. **Educação Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores e práticas de alunos**, 2014.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35- 48, 2001.

GARNICA, A. V. M.. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

GASPARIN, J. L. **Uma didática para a pedagogia histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GROOTENBOER. P. J.; SMITH, T.; LOWRIE, T. Researching identity in mathematics education: The lay of the land. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.) **Identities, cultures and learning spaces** (Proceedings of the 29th annual conference of MERGA, Vol. 2, pp. 612-615). Canberra: MERGA. [6, 7], 2006.

HERMINIO, M. H. G. B. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem**. 2009. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

HONORATO, A. H. A.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem na Formação inicial de professores de Matemática: um olhar para os trabalhos as VII e VIII CNMEMs. In: IX Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. São Carlos, SP, **Anais...Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, 2015.

JULIE, C. The activity system of school-teaching mathematics and mathematical modelling. **For the Learning of Mathematics**, v.22, n.3, p.29-37, 2002.

KAISER-MESSMER, G. **Anwendungen im Mathematikunterricht**. Vol. 1 Theoretische Konzeptionen. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, 1986.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KRAINER, K. Teams, Communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Educacion*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

KRAHE, E. D. **Reforma Curricular de Licenciaturas: UFRGS (Brasil) – UMCE (Chile); Década de 1990**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

KLUBER, T. E. Modelagem Matemática, Pedagogia Histórico-Crítica, contribuições à Educação Matemática para a História da Educação. VI Jornada do HISTEDBR – História, Sociedade e Educação no Brasil : Reconstrução histórica das Instituições Escolares no Brasil. Ponta Grossa, PR. **Anais...** Ponta Grossa: UEPG, 2005. Disponível em: http://www.histedbr.fe.unicamp.br/acer_histedbr/jornada/jornada6/trabalhos/964/964.pdf . Acesso em: 12 – 01 - 2017.

KLÜBER; T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

KLÜBER; T. E.; CALDEIRA, A. D. Dos significados de “estratégia e alternativa” da Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Acta Scientiae**. V. 17, n. 2, p. 311-323, 2015.

LAVE, J. **Cognition in Practice: Mind, mathematics and culture in everyday life**. Cambridge. Cambridge University Press, 1988.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LAVE, J. Teaching, as Learning, in Practice. **Mind, Culture, and Activity**. 3, 3, 149-164, 1996.

LAVE, J. Aprendizagem como/na prática. **Horizontes Antropológicos**, Porto Alegre, ano 21, n. 44, p. 37-47, jul./dez. 2015.

LERMAN, S. The Social Turn in Mathematics Education Research. In J. Boaler (Eds.), **Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning**. p. 19-44, 2000, London: Ablex Publishing.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública: pedagogia crítico – social dos conteúdos**. SP: Loyola, 1983.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade, **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 135- 157, jul. 2009.

MALHEIROS, A. P. S. Delineando Convergências entre Investigação Temática e Modelagem Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, 5 (V SIPEM). 2012. Petrópolis, RJ. **Anais...** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2012. V. único

MALHEIROS, A. P. S. Diálogos entre Modelagem e Paulo Freire: possibilidades para a sala de aula. In: Conferência Nacional de Modelagem em Educação Matemática, 8 (VIII CNMEM). 2013. Santa Maria, RS. **Anais...** Santa Maria: UNIFRA, 2013. V. único.

MALHEIROS, A. P. S. Contribuições de Paulo Freire para uma compreensão do trabalho com a Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática. **Boletim Gepem** (Online) ISSN: 2176-2988 | n. 64 – Jan./Jun. 2014.

MARCATTO, F. S. F. **A prática como componente curricular em projetos pedagógicos de cursos de licenciatura em matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, SP, 2012.

MATOS, J. F. Aprendizagem e Prática Social: Contributos para a Construção de Ferramentas de Análise da Aprendizagem Matemática Escolar. **Actas da II Escola de Verão**. Sessão de

Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Santarém, 1999. Disponível em: <http://muitomais.wordpress.com/2009/02/18/aprendizagem-e-pratica-social-contributospara-a-construcao-de-ferramentas-de-analise-da-aprendizagem-matematica-escolar/> . Acesso em julho/2012.

MATOS, J. F. Educação Matemática como Fenómeno Emergente: Desafios e Perspectivas Possíveis. Conferência Paralela apresentada na **XI Conferência Interamericana de Educação Matemática (XI CIAEM)** – Educação Matemática e Desafios e Perspectivas, 2003. Acesso em julho/ 2012. Disponível em: http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&ved=0CDkQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.educ.fc.ul.pt%2Fdocentes%2Fjfmatos%2Fcomunicaces%2Fcibeam.doc&ei=eSMWUtm3G86u2AXt4YDQCQ&usg=AFQjCNHxqUp63_jwEjx8eEqAYKuVMmK0Q&sig2=JA3iPfhY0EdeU2F43MKOfA

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica; 2011.

MIGUEL, A. et al. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-93, 2004.

MORAES, R. **A educação de professores de ciência: uma investigação da trajetória de profissionalização de bons professores**. 398 f. Tese (Doutorado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1995.

MOREIRA, E. B. F.; JORDANE, A.; NÓBRIGA, J. C. C.; FISCHER, M. C. B.; SILVEIRA E; BORBA, M. C. Quem quer ser professor de matemática? **Zetetiké** – FE/Unicamp – v. 20, n. 37 – jan/jun 2012.

NÓVOA, A. Prefácio. In: NÓVOA, A. (org) **Profissão Professor**. Editora: Porto Editora, 1995.

OLIVEIRA, A. M. P. As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com Modelagem Matemática. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, e J. L. Araújo (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p.233-252). Recife, Brasil: SBEM, 2007.

OLIVEIRA, A.M.P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores**. Tese (doutorado) Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, 2010.

OLIVEIRA, L. A. R. N; SANTO, A. O. E.; SOUZA, E. G. A escolha do tema em Modelagem Matemática. **Educação Matemática em Revista**. N.45, ago, 2015.

OLIVEIRA, W. P. **Modelagem Matemática nas Licenciaturas em Matemática das Universidades Estaduais do Paraná**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Campus de Cascavel, Programa de Pós Graduação Strictu Sensu em Educação, 2016.

OLIVEIRA, W. P. Prática de modelagem matemática na formação inicial de professores de matemática: relato e reflexões **.Rev. Bras. Estud. Pedagog.** [online]. 2017, vol.98, n.249,

pp.503-521. ISSN 0034-7183. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.98i249.2630>>.

OLIVEIRA, W. P.; TEODORO, F.P.; BRAZ, B.C.; KATO, L. A. Metapesquisa sobre a formação de professores em Modelagem Matemática: um olhar para as edições da CNMEM. **Anais...X CNMEM**, Maringá, PR, 23-25, nov, 2017, *no prelo*.

PAMPLONA, A. S.; CARVALHO, D. L. Comunidades de Prática e conflitos de identidade na formação do professor de matemática que ensina estatística. In: FIORENTINI, D; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. (org.) **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

PARANÁ. SEED **Diretrizes Curriculares de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba: SEED, 2008.

PAULOS, J. A. Mas ala de los números. Barcelona: **Tusquets**, Editores, 1993.

PEREIRA, J. E. D. As licenciaturas e as novas políticas para a formação docente. **Educação e Sociedade**, Campinas, vol.20, n. 68/ especial, p. 109-125, dez. 1999.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

RUIZ, A. R.; BELLINI, L.M. **Matemática: epistemologia genética e escola**. Londrina: Ed. UEL, 2001.

SANTOS, L. M. M.; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio da Modelagem Matemática. In: Jonei Cerqueira Barbosa; Ademir Donizeti Caldeira; Jussara de Loiola Araújo. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, v. 3, p. 99-114.

SANTOS, M. P. **Um olhar sobre o conceito de “Comunidade de Prática”**, 2002. Disponível:http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/areas_tematicas/aprendizagem%20situada/artigos.htm . Acesso: maio/ 2013.

SAVIANI, D. **Escola e Democracia**. 1ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1983.

SAVIANI, D. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. 4ª ed. – Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. 22. ed. – 7. reimpr. São Paulo: Cortez, 2006.

SCHOMMER, P.C. **Comunidades de prática e articulação de saberes na relação entre Universidade e Sociedade**. Tese (doutorado) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo, 2005.

SILVA, D. K. Ações da Modelagem para a formação inicial de professores de Matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. A. **Modelagem Matemática na Educação Brasileira: pesquisas e práticas profissionais**. Recife: SBEM, 2007.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de Modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae**, v.17, n.1, jan./abr. 2015.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. *Bolema*, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

TORTOLA, Emerson. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, Emerson. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VIDOTTI, D. B.; KATO, L. A.. Um estudo das teses e dissertações que tratam da Modelagem Matemática no ensino em cursos de Licenciatura em Matemática. In: V Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Curitiba. **Anais...Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, 2014. 1 CDROM.

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, Meaning, And Identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; McDERMOT, R.; SNYDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

WINBOURNE, P.; WATSON, A. Participating in Learning Mathematics Throught Shared Local Practices in the Classrooms. In A. Watson (Ed.), **Situated Cognition and the Learning of Mathematics**, pp.93-104. Oxford: Centre for Mathematics Education Research of the University of Oxford, 1998.

WINBOURNE, P. Looking For Learning In Practice: How Can This Inform Teaching. In: **New directions for situated cognition in Mathematics education**. Melbourne: Springer, 2008, p. 79-102.

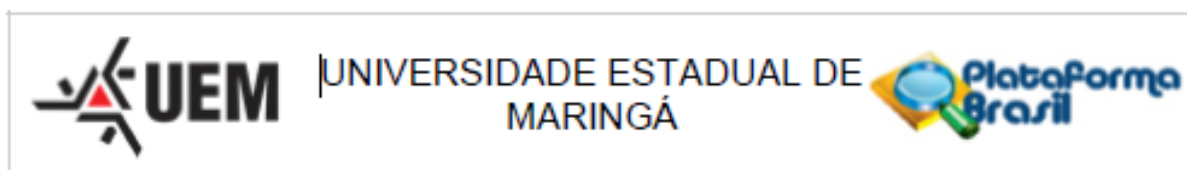
ZABEL, M.; MALHEIROS, A. P . S. Entendendo a prática de ensino nos cursos de formação inicial de professores que ensinam Matemática a partir dos documentos legais. **Educação Matemática em Revista**, nº 49A, abril 2016, p. 8 – 16.

ZANELLA, M.S.; KATO, L. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino Fundamental: um olhar segundo as orientações didáticas presentes nos parâmetros curriculares nacionais. **Imagens da Educação**, v. 6, n. 1, p. 24-37, 2016.

ZILL, G., CULLEN, M. R. **Equações diferenciais**. Vol. 13ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

ANEXOS

ANEXO A

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

Título da Pesquisa: Atividades de Modelagem Matemática e a constituição de Comunidades de Prática Locais

Pesquisador: Lilian Akemi Kato

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 39052114.5.0000.0104

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Maringá

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 925.410

Data da Relatoria: 14/12/2014

Apresentação do Projeto:

Trata-se de projeto de pesquisa proposto por pesquisador vinculado à Universidade Estadual de Maringá.

Objetivo da Pesquisa:

Compreender se e quais elementos relacionados à constituição de identidades podem ser identificados nas ações dos alunos, do quarto ano de licenciatura em Matemática, envolvidos no ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Avalia-se que os possíveis riscos a que estarão submetidos os sujeitos da pesquisa serão suportados pelos benefícios apontados.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O protocolo da pesquisa expõe seus objetivos, hipótese e metodologia de forma clara e direta. De acordo com o protocolo, "Este estudo será desenvolvido na Universidade Estadual do Paraná – campus de Campo Mourão, com alunos do quarto ano do curso de licenciatura em Matemática. A opção por desenvolver o estudo com esta turma, desta universidade, deve-se dentre outros fatores, pelo fato de ser um curso de licenciatura que abarca a disciplina de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MARINGÁ



Continuação do Parecer: 925.410

alunos do quarto ano da licenciatura, e é obrigatória. Considerando-se o objetivo do estudo, pretendemos realizar uma observação armada (aquela observação em que o pesquisador utiliza meios para registrar o que é observado; seja por meio de gravador em áudio, ou vídeo) das aulas ministradas pelo próprio professor da disciplina, no período de novembro a dezembro do ano de 2014. Ponderando sobre as características que assume, tal investigação insere-se no campo da pesquisa qualitativa, pois buscamos compreensões significativas para a interrogação formulada. Está prevista a participação de 18 indivíduos. A coleta de dados está prevista para iniciar-se em 24/11/2014. O orçamento previsto é de R\$ 50,00 para itens de custeio discriminados.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Anexados ao protocolo da pesquisa, encontram-se os seguintes documentos: 1. Folha de rosto, devidamente preenchida e assinada por pesquisador responsável e responsável institucional identificado; 2. Projeto completo da pesquisa; 3. Autorização para realização da pesquisa por parte do coordenador do colegiado de curso de Matemática da Unespar; 4. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, redigido na forma de convite, em linguagem clara e acessível, expondo os objetivos, hipótese e metodologia da pesquisa. O TCLE expõe adequadamente ao participante da pesquisa seus riscos e benefícios, assegura a privacidade e anonimato das informações e assegura a possibilidade do participante retirar-se da pesquisa a qualquer momento sem ônus. São informadas os canais de contato com os pesquisadores responsáveis e o COPEP.

Recomendações:

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá é de parecer favorável à aprovação do protocolo de pesquisa apresentado.

Situação do Parecer:

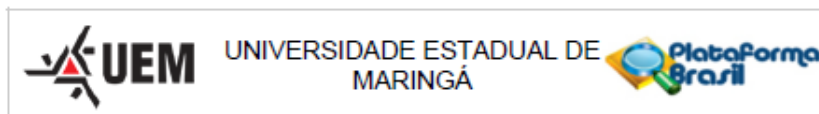
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Considerações Finais a critério do CEP:

Face ao exposto e considerando a normativa ética vigente, este Comitê se manifesta pela aprovação do protocolo de pesquisa em tela.



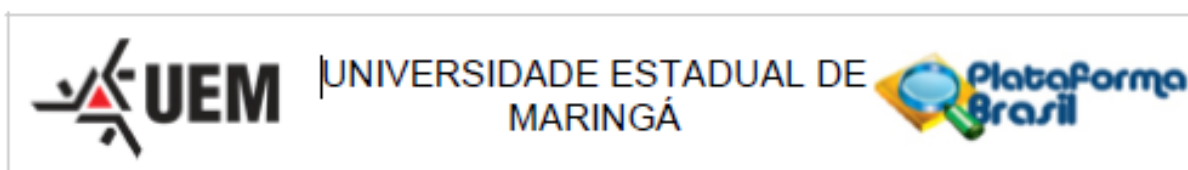
Continuação do Parecer: 925.410

MARINGÁ, 22 de Dezembro de 2014

Assinado por:
Ricardo Cesar Gardiolo
(Coordenador)

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG
Bairro: Jardim Universitário CEP: 87.020-900
UF: PR Município: MARINGÁ
Telefone: (44)3011-4444 Fax: (44)3011-4518 E-mail: copep@uem.br

ANEXO B



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A FORMAÇÃO DE IDENTIDADE DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL QUANTO À MODELAGEM MATEMÁTICA

Pesquisador: Lilian Akemi Kato

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 47671015.7.0000.0104

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Maringá

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.345.405

Apresentação do Projeto:

Trata-se de projeto de pesquisa proposto por pesquisador vinculado à Universidade Estadual de Maringá.

Objetivo da Pesquisa:

Analisar o processo de construção das práticas de Modelagem Matemática, construídas por professores na formação inicial, nos processos de negociação de significados mantidos na turma.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Avalia-se que os possíveis riscos a que estarão sujeitos os participantes da pesquisa serão suplantados pelos benefícios apontados.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Será desenvolvida na disciplina de Modelagem Matemática, do curso de Licenciatura plena em Matemática, da Universidade Estadual do Paraná – campus de Campo Mourão. Esta disciplina, obrigatória, é ofertada no quarto ano do curso e possui carga horária anual de 72 horas-aula e uma carga horária semanal de 2 horas-aula. No ano de 2015, nove alunos estão matriculados nesta disciplina. realizadas em sala de aula, e as observando, a fim de garantir ações que contribuam com o cultivo de uma LCoP. No planejamento inicial da disciplina, em que a pesquisadora pôde contribuir, estão previstas atividades em que os alunos podem: i) se expressar

sobre Modelagem; ii) em que atuam como alunos em atividades de Modelagem que serão orientadas pelo professor regente; iii) o planejamento de projetos de Modelagem, em grupos, pelos alunos; iv) e o planejamento de atividades de Modelagem, pela turma, a serem desenvolvidas com os outros alunos da turma. A pesquisadora apresenta emenda ao protocolo de pesquisa, justificando a necessidade de expandir o início do prazo de coleta de dados, em razão da emenda solicitada por esta plataforma. A emenda solicitada deve-se à forma de coleta de dados, descrita nesta submissão, a saber: registro de aulas por meio de áudio e vídeo. Esclarece que tais registros serão acessados apenas pelas pesquisadoras envolvidas na pesquisa; que tais dados serão armazenados em um dispositivo móvel, sem acesso via rede; e que serão deletados após as conclusões da pesquisa. Neste processo, ressalta que todos os protocolos éticos de pesquisa, incluindo os de preservação de identidade dos membros participantes, serão seguidos impreterivelmente. Reafirma que todos os preceitos e compromissos éticos previamente estabelecidos serão observados, e para tanto a todos os nove (9) sujeitos envolvidos serão aplicados o TCLE. Cada um destes sujeitos terá consigo uma cópia do TCLE para que possam solicitar a exclusão de dados que referem-se a eles em qualquer momento da pesquisa, caso não se sintam a vontade. Da mesma forma, podem requerer a saída das pesquisadoras a qualquer momento, pelos mesmos motivos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Apresenta Folha de Rosto devidamente preenchida e assinada pelo responsável institucional. O cronograma de execução é compatível com a proposta enviada. Descreve gastos sob a responsabilidade do pesquisador. O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido contempla as garantias mínimas preconizadas. Apresenta as autorizações necessárias.

Recomendações:

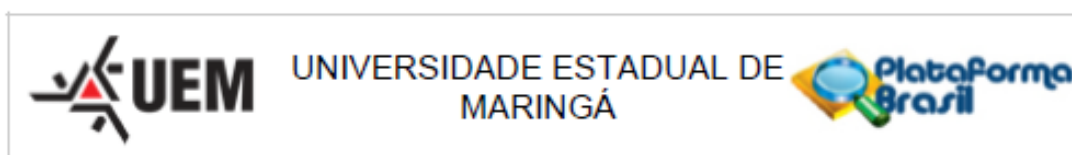
Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá é de parecer favorável à aprovação da emenda ao protocolo de pesquisa.

Considerações Finais a critério do CEP:

Face ao exposto e considerando a normativa ética vigente, este Comitê se manifesta pela aprovação da emenda ao protocolo de pesquisa em tela.

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG	
Bairro: Jardim Universitário	CEP: 87.020-900
UF: PR	Município: MARINGÁ
Telefone: (44)3011-4597	Fax: (44)3011-4444
	E-mail: coeop@uem.br



Continuação do Parecer: 1.345.405

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_559520.pdf	28/10/2015 15:38:25		Aceito
Outros	EMENDA.doc	28/10/2015 15:37:00	Lilian Akemi Kato	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Aut- instituição.pdf	28/07/2015 09:17:25		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Bárbara- Lilian - Plataforma.doc	28/07/2015 09:03:47		Aceito
Folha de Rosto	Folha de rosto.jpg	28/07/2015 08:55:16		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_CONSENTIMENTO_LIVRE_E_ESCLARECIDO.doc	26/07/2015 18:11:55		Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MARINGÁ, 01 de Dezembro de 2015

Assinado por:
Ricardo Cesar Gardiolo
 (Coordenador)

ANEXO C

Caminhadas: uma medida simples e eficiente



Sabe-se que a intensidade, vista como a velocidade com que se dão as passadas, e a duração são fatores que determinam o gasto de energia (queima de calorias) durante a caminhada. Deste modo questionamos: qual o melhor tempo, para otimizar o gasto de calorias durante uma caminhada?

A

tabela dada abaixo relaciona a energia gasta por uma pessoa normal ao realizar uma caminhada de 3000 metros, segundo a Organização Mundial de Saúde:

Tabela 1: Caminhadas

TEMPO		VELOCIDADE Km/h	ENERGIA CONSUMIDA (cal)
MIN	HORAS		
60	1	3	155
50	0.833	3.6	183.92
45	0.75	4	190.18
40	0.667	4.5	190.99
30	0.5	6	175.95
20	0.334	9	139.01
10	0.167	18	80.66

Fonte: Organização Mundial de Saúde

ANEXO D

Decaimento radioativo do céσιο-137

No dia 13 de setembro de 1987, dois sucateiros encontraram um aparelho de radioterapia em um prédio abandonado da Santa Casa de Misericórdia de Goiânia. Os sucateiros levaram, então, o aparelho, por eles desconhecido, para a casa de um deles e o desmontaram. Durante a desmontagem do aparelho de radioterapia, os sucateiros expuseram no ambiente 19,26 g de cloreto de céσιο-137 (CsCl), pó branco semelhante ao sal de cozinha, que brilha no escuro com uma coloração azulada.

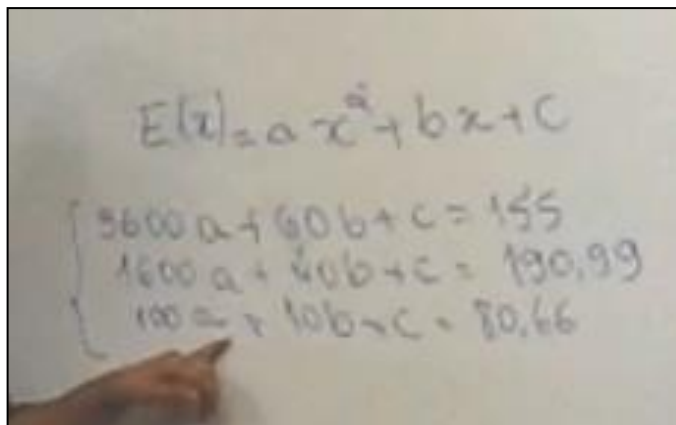
O acidente somente foi diagnosticado no dia 29 de setembro de 1987 depois de muitas pessoas apresentarem sintomas de contaminação radioativa. Nos trabalhos de descontaminação dos locais afetados foram produzidos 13,4t de lixo contaminado com céσιο-137: roupas, utensílios, plantas, restos de solo e materiais de construção. O lixo do maior acidente radiológico do mundo está armazenado em cerca de 1.200 caixas, 2.900 tambores e 14 contêineres em um depósito construído na cidade de Abadia de Goiás, vizinha a Goiânia, onde deverá ficar pelo menos 180 anos. Segundo a Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN): Cada elemento radioativo se transmuta a uma velocidade que lhe é característica.

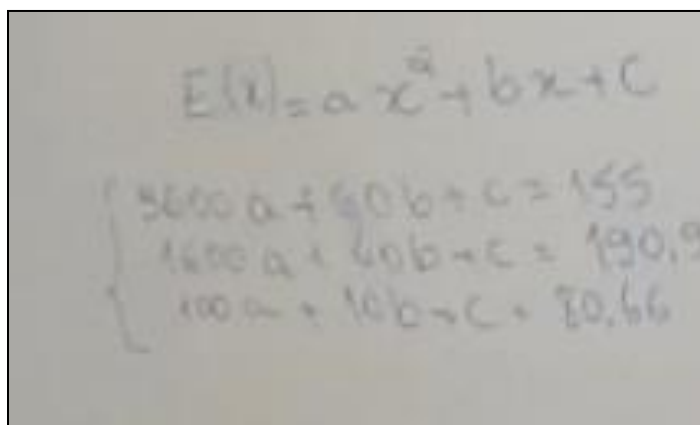
Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade seja reduzida à metade da atividade inicial. Alguns elementos possuem meia-vida de milionésimos de segundos. Outros, de bilhões de anos. A meia-vida do céσιο-137 é 30,2 anos. Mas para facilitar nossos cálculos vamos considerar a meia-vida do céσιο-137 como sendo de 30 anos.

A partir destas informações, como podemos estudar o comportamento da concentração do céσιο-137 na cidade de Goiânia no decorrer do tempo?

ANEXO E

Registros do G2, no quadro, sobre o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática intitulada “Caminhadas”.


$$E(x) = ax^2 + bx + c$$
$$\begin{cases} 3600a + 60b + c = 155 \\ 1600a + 40b + c = 190,99 \\ 100a + 10b + c = 70,66 \end{cases}$$


$$E(x) = ax^2 + bx + c$$
$$\begin{cases} 3600a + 60b + c = 155 \\ 1600a + 40b + c = 190,9 \\ 100a + 10b + c = 70,66 \end{cases}$$

ANEXO F

1ª ETAPA — PESQUISAR PREÇO DE DOIS PRODUTOS ALIMENTÍCIOS, SENDO ESTES, UMA BEBIDA E UM LANCHE, EM SEGUIDA, ESTIMAR O GASTO MENSAL PARA O CONSUMO DIÁRIO DESSES PRODUTOS CONSIDERANDO O CALENDÁRIO ACADÊMICO.

$7,50 \times 22 = 165,00$

2ª ETAPA — PESQUISAR VALOR CALÓRICO DOS PRODUTOS

1 ano	→	$10 \times 165,00 = 1.650,00$
5 anos	→	$8.250,00$