

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA
A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA**

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA
CONSTITUIÇÃO DE COMUNIDADES DE PRÁTICA LOCAIS:
Um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes**

**MARINGÁ – PR
2014**

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA
CONSTITUIÇÃO DE COMUNIDADES DE PRÁTICA LOCAIS:
Um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Lilian Akemi Kato

**MARINGÁ – PR
2014**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

B827c Braz, Bárbara Cândido
Contribuições da modelagem matemática na
constituição de comunidades de prática locais : um
estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes /
Bárbara Cândido Braz. -- Maringá, 2014.
185 f. : il. (algumas color.), figs., quadros

Orientador: Prof.^a Dr.^a Lillian Akemi Kato.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-
Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática,
2014.

1. Modelagem matemática - Comunidades de Prática
Locais. 2. Formação de docentes. 3. Aprendizagem
Situada. 4. Educação Matemática. I. Kato, Lillian
Akemi, orient. II. Universidade Estadual de Maringá.
Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação
em Educação para a Ciência e a Matemática. III.
Título.

CDD 21.ed. 510.71

AMMA-001775

BÁRBARA CÂNDIDO BRAZ

**Contribuições da Modelagem Matemática na constituição de
Comunidades de Práticas Locais: um estudo com alunos do curso de
Formação de Docentes**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

BANCA EXAMINADORA



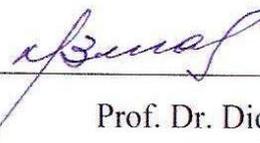
Prof. Dra. Lillian Akemi Kato

Universidade Estadual de Maringá – UEM



Prof. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Universidade Estadual de Londrina - UEL



Prof. Dr. Dionísio Burak

Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO



Prof. Dr. Valdeni Soliani Franco

Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 04 de Fevereiro de 2014.

*Aos meus pais, Mirtes e Geraldo (guardado no meu coração),
pelo apoio nos momentos
de vitórias e perdas.*

AGRADECIMENTOS

“Gosto de ser gente porque, inacabado, sei que sou um ser condicionado, mas, consciente do inacabamento, sei que posso ir mais além dele”. Estas palavras de Paulo Freire justificam aqui meus sinceros agradecimentos a todos aqueles e aquelas que têm se feito presentes, de alguma forma, em minha trajetória acadêmica contribuindo para que eu perceba diariamente meu “inacabamento” e me estimulando a ir além dele.

Agradeço à força espiritual que recebo a cada dia de Deus e que me mostra o caminho por onde posso seguir.

Aos meus pais: à minha mãe, sempre me engrandecendo e me fazendo mais animada para buscar o melhor de mim sempre; ao meu pai, que nos deixou nesse período, e que agora está comigo espiritualmente. Obrigada pela confiança na capacidade que tantas vezes duvido ter, pelo orgulho que tem de mim, pelos bombons e abraços renovadores com que me presenteou a cada conquista – não foi fácil chegar até aqui com essa saudade apertando o peito.

À minha família pela acolhida nos momentos mais difíceis, preocupação e engrandecimento da pessoa que sou. Especialmente a Alessandra, tia Stela, tia Lada e a José, pelas inúmeras caronas nas idas e vindas da UEM, desde o processo de seleção para ingresso no Mestrado.

Ao meu companheiro de todas as horas, Guilherme, pelos incentivos, pelo abraço, paciência, brocas e amizade nestes anos.

*À minha orientadora, Professora Dr^a Lillian Akemi Kato, por ter compartilhado comigo suas ideias, **disposição** e amor à pesquisa. Obrigada pelo comprometimento com este trabalho, pelas cobranças, paciência e, acima de tudo dedicação e confiança depositadas em mim, neste processo.*

Aos meus professores da graduação, e agora colegas do GP EMCAM, meus primeiros orientadores e incentivadores no campo da Educação Matemática. Obrigada por não terem se limitado a serem apenas meus professores.

Aos professores Dr. Dionísio Burak, Dr^a Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Dr. Valdeni Soliani Franco pela leitura cuidadosa do texto de Qualificação, pelas contribuições dadas de forma tão comprometida, desde a primeira fase desta pesquisa. São pesquisadores que admiro muito.

Aos meus colegas do grupo de Seminários desde o primeiro ano de curso: Cláudia, Denise, Valdinei, Bruno e Michele, pelo ensejo de reflexões que contribuíram com a redação dessa dissertação.

Aos meus amigos do PCM, com quem dividi minhas angústias, dúvidas, alegrias, para além do mundo acadêmico: Ana Paula, Bruno, Cláudia, Verônica, em especial à minha amiga Michele; obrigada pelas discussões fervorosas, pelas sessões de terapia, pelo apoio. Como disse Mário Quintana “Há 2 espécies de chatos: os chatos propriamente ditos e ... os amigos, que são os nossos chatos prediletos”; vocês fazem parte do meu grupo de chatos preferidos!

À coordenação pedagógica da Escola em que este estudo foi realizado, pela receptividade; por ter contribuído com a pesquisa tanto cedendo espaço para que

ela fosse realizada, quanto por ter sido a responsável pela formação dos meus primeiros passos no campo da Educação.

À professora de Estágio Supervisionado, que cedeu suas aulas para que todos os alunos do terceiro ano tivessem a oportunidade de participar desta pesquisa.

Aos alunos do terceiro ano do Curso de Formação de Docentes, que aceitaram participar desta pesquisa; comprometeram-se e dedicaram-se às atividades desenvolvidas no período de realização dela, com muito afinco.

À Capes pelo apoio financeiro concedido nestes dois anos, para que pudesse dedicar meu tempo à esta pesquisa.

“Há vários momentos na vida em que nos acomodamos com o que já sabemos, com o que conhecemos, com a educação no patamar em que se encontra. Isso é muito perigoso, porque em muitas situações significa se conformar, ficar aprisionado num determinado tempo, numa determinada maneira de pensar e fazer. Essa acomodação induz ao envelhecimento das práticas e das ideias.

(...)

Não há ciência, inovação, crescimento sem incômodo. Não quer dizer obrigatoriamente dor, nem sofrimento, mas o desconforto de sair daquele lugar que nos acomoda, nos deixa estacionados, nos imobiliza naquela situação.

A desacomodação, em vários momentos, nos provoca e nos impulsiona para um momento que pode e precisa ser melhor.”

(Mário Sérgio Cortella – Pensar nos faz bem!)

BRAZ, Bárbara C. **Contribuições da Modelagem Matemática na constituição de Comunidades de Prática Locais: Um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes.** 2014, 185f. Dissertação (Mestrado em Educação para o Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

RESUMO

As novas exigências requeridas para a formação humana e social dos sujeitos implicam na adoção de uma perspectiva de aprendizagem que ultrapasse a concepção de conhecimento enquanto uma elaboração interna ao sujeito. No que concerne à aprendizagem de Matemática, a teoria da Aprendizagem Situada, desenvolvida por Lave & Wenger (1991) proporciona uma ferramenta analítica para a compreensão da aprendizagem da Matemática. De acordo com os autores, o conhecimento é construído a partir de uma série de interações entre as pessoas e o mundo e ocorre por meio da participação dos indivíduos em Comunidades de Prática (CoP). Nas aulas de Matemática, devido às especificidades do ambiente escolar, Winbourne & Watson (1998) denominam tais comunidades de Comunidades de Prática Locais (LCoP). Segundo Boaler (2001) a aprendizagem situada da Matemática, na escola, pode ser favorecida pelo uso da Modelagem Matemática. Neste sentido, esta pesquisa teve como objetivo investigar como o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática contribui com o processo de constituição de LCoP. Para tanto, três atividades de Modelagem foram desenvolvidas com alunos de um terceiro ano de um Curso de Formação de Docentes, de uma escola pública da região centro-oeste do Paraná. A opção por desenvolver o estudo com alunos deste curso se deu pelo fato de se tratar de futuros professores, que poderão ensinar Matemática nos primeiros anos da Educação Básica, mas não são formados em Matemática. As análises realizadas evidenciaram ações, mobilizadas pelos alunos, que proporcionaram um contexto rico para a constituição de práticas matemáticas e extramatemáticas partilhadas nesse ambiente. Os diferentes tipos de discussões que emergiram nos espaços de interações da Modelagem Matemática possibilitaram o acesso dos alunos à constituição de uma prática pautada na atividade de Modelagem, conferindo-lhes reconhecimento público pelo direcionamento de discussões fundamentadas nas diferentes dimensões possibilitadas pelos temas das atividades.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Comunidades de Prática Locais; Aprendizagem Situada; Educação Matemática.

BRAZ, Bárbara C. **The Mathematical Modelling Contributions to the constitution of Local Communities of Practice: A research performed with students from a Teacher's Education Course.** 2014, 185f. Dissertation (Masters in Teaching Science and Mathematics Education) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

ABSTRACT

The new demands required for the human and social formation of subjects involve the adoption of a learning perspective that goes beyond the conception of knowledge as an internal process to the subject. Regarding the learning of Mathematics, the theory of Situated Learning developed by Lave & Wenger (1991) provides an analytical tool to understand the learning of Mathematics. According to the authors, the knowledge is constructed from a series of interactions between people and the world and occurs by means of the participation of individuals in Communities of Practice (CoP). Because of the school environment peculiarities, Winbourne & Watson (1998) call such communities Local Communities of Practice (LCoP) in Mathematics classes. Boaler (2001) asserts that the Situated Learning of Mathematics, at school, can be supported by the use of Mathematical Modelling. Thus, this study aimed to investigate how the development of Mathematical Modelling activities contributes to the process of formation of LCoP. For this purpose, three Modelling activities had been developed with third grade students from a Teacher's Education Course of a public school, in the mid-west of Paraná. The decision to develop the research involving this particular group of students was taken aiming to deal with future teachers, the ones who may teach Mathematics to the early grades of Elementary Education, even though they are not graduated in Mathematics. The analyses showed that the actions performed by the students provided a rich context for the constitution of mathematical and non-mathematical practices shared in this environment. The variety of discussions, emerged during the interaction moments of Mathematical Modelling, allowed the students access to the constitution of a practice grounded in the Modelling activity, providing them with public recognition for leading discussions based on different dimensions of possibilities given by the activities themes.

Keywords: Mathematical Modelling; Local Communities of Practice; Situated Learning; Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação gráfica gerada pelo grupo na análise da segunda atividade de Modelagem proposta	29
Figura 2 – Representação algébrica da função afim e validação da função	30
Figura 3 – Prática dos alunos no ambiente da Modelagem Matemática	33
Figura 4 – Dimensões da prática como propriedade de uma comunidade	46
Figura 5 – A dualidade da participação e reificação	49
Figura 6 – Relações entre participação e não-participação	52
Figura 7 – Informações referentes à atividade 1	83
Figura 8 – Ilustração das formas geométricas espaciais usadas na atividade 1	--
Figura 9 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G1	88
Figura 10 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 1.....	91
Figura 11 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G2	95
Figura 12 – Registros do processo percorrido pelo G2, na atividade 1.....	97
Figura 13 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G3.....	98
Figura 14 – Ilustração de um tronco de cone.....	99
Figura 15 – Registros do processo percorrido pelo G3, na atividade 1.....	101
Figura 16 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 2	116
Figura 17 – Processos percorridos pelos G2 na atividade 2.....	122
Figura 18 – Registro do G3, na atividade 3	130
Figura 19 – Registros do processo percorrido pelo G3, na atividade 2.....	131
Figura 20 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 3.....	139
Figura 21 – Registros do processo percorrido pelo G2, na atividade 3.....	147
Figura 22 – Registros do processo percorrido pelo G3, na atividade 3.....	150
Figura 23 – Trajetórias dos alunos participantes das atividades de Modelagem desenvolvidas	173

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Ambientes de Aprendizagem	24
Quadro 2 – Regiões de possibilidades para a Modelagem Matemática na sala de aula	25
Quadro 3 – Relação entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada	33
Quadro 4 – Relação entre as Características definidoras das LCoP e questões que as direcionam, de acordo com David & Watson (2008).....	55
Quadro 5 – Caracterização dos alunos participantes da pesquisa	65
Quadro 6 – Organização das aulas ministradas	67
Quadro 7 – Principais sinais acordados em uma transcrição no Brasil	70
Quadro 8 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C1	74
Quadro 9 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C2	75
Quadro 10 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C3	76
Quadro 11 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C4	77
Quadro 12 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C5	77
Quadro 13 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C6	79
Quadro 14 – Síntese das ações do G1 na atividade de Modelagem 1	91
Quadro 15 – Síntese das ações do G2 na atividade de Modelagem 1.....	97
Quadro 16 – Síntese das ações do G3 na atividade de Modelagem 1	102
Quadro 17 – Dificuldades apontadas pelos alunos quanto ao desenvolvimento da Atividade 1.....	104
Quadro 18 – Opiniões do G1 quanto às participações do grupo na atividade 2.....	117
Quadro 19 – Síntese das ações do G1 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP	118
Quadro 20 – Opiniões do G2 quanto às participações do grupo na atividade 2.....	124
Quadro 21 – Síntese das ações do G2 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP	125

Quadro 22 – Opiniões do G3 quanto às participações do grupo na atividade 2.....	128
Quadro 23 – Síntese das ações do G3 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP	132
Quadro 24 – Dados do Projeto Troca-Verde disponibilizados aos alunos	136
Quadro 25 – Opiniões dos alunos do G1 quanto às participações na atividade 3..	142
Quadro 26 – Opiniões dos alunos do G2 quanto às participações na atividade 3..	145
Quadro 27 – Síntese das ações dos grupos G1 e G2 na atividade de Modelagem 3, quanto ao processo de constituição de LCoP.....	152

1 INTRODUÇÃO	15
2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	19
2.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática	20
2.2 O Ambiente de Aprendizagem da Modelagem Matemática	23
2.3 Rotas de Modelagem: Discussões no Ambiente da Modelagem Matemática	26
3 APRENDIZAGEM NUMA PERSPECTIVA SOCIAL: TEORIA DA APRENDIZAGEM SITUADA E PARTICIPAÇÃO EM COMUNIDADES DE PRÁTICA	36
3.1 Aprendizagem Situada: Aprendizagem como Prática Social	37
3.2 Comunidades de Prática	40
3.2.1 O Processo de Negociação de Significados	47
3.2.2 Identidade em Comunidades de Prática.....	50
3.3 Práticas Partilhadas na aula de Matemática: Comunidades de Prática Locais	53
4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	58
4.1 Questão Norteadora e Objetivos Da Pesquisa	59
4.2 A Escolha Metodológica	60
4.3 Contexto da Pesquisa	63
4.3.1 O Curso de Formação de Docentes	63
4.3.2 Delimitação e Caracterização do Grupo Investigado	64
4.4 Descrição das atividades desenvolvidas e suas conduções	66
4.5 Procedimentos para obtenção de dados	68
4.6 Procedimentos de Análise das aulas	69
4.6.1 Comunidades de Prática Locais: A interpretação desenvolvida para análise da sua constituição	71

5 O PROCESSO DE CONSTITUIÇÃO DE LCOP EM ATIVIDADES DE MODELAGEM: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS	80
5.1 Atividade 1: Área da Superfície corpórea	81
5.1.1 Análises Locais da Atividade	87
5.1.2 Síntese das análises referentes à Atividade 1	103
5.2 Atividade 2: Desenvolvimento dos bebês	106
5.2.1 Análises Locais da Atividade 2	110
5.3 Atividade 3: Projeto Troca-Verde	133
5.3.1 Análises Locais da atividade 3	138
5.3.2 Síntese das análises referentes à Atividade 3	151
6 A FORMAÇÃO DE TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGEM NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	155
6.1 Critérios utilizados para a análise das trajetórias	156
6.2 A formação de Trajetórias de Aprendizagem	157
6.3 Uma síntese das Trajetórias constituídas	172
7 CONSIDERAÇÕES E REFLEXÕES FINAIS	175
REFERÊNCIAS	181

INTRODUÇÃO

A formação profissional e pessoal que se desenvolve durante todo o período de escolarização vem sofrendo mudanças, fruto dos avanços tecnológicos, do desenvolvimento social e, principalmente do amplo debate acerca das pesquisas no campo da Educação.

As necessidades atuais requeridas para se viver em sociedade demandam uma perspectiva de aprendizagem escolar que consiste no domínio de conteúdo necessário para a convivência e desenvolvimento da sociedade e no seu uso, pelo aluno, em função das necessidades sociais a que deve responder (GASPARIN, 2012).

Este contexto advém da concepção de que todo organismo é ativo e estabelece contínuas interações com o meio social, que é o fundamento da teoria do desenvolvimento histórico-cultural, desenvolvida por Lev S. Vygotsky e colaboradores.

Esta perspectiva de desenvolvimento dos indivíduos, condizente à corrente de teorias críticas de ensino, contraria a visão de um sujeito cujas funções sociais são determinadas e previsíveis, e embasa as Diretrizes Curriculares Estaduais para a Educação Básica do Paraná – DCE (2008).

Quanto ao ensino de Matemática, o mesmo documento sugere que algumas formas de ensino sejam utilizadas na sala de aula embasadas na perspectiva de aprendizagem assumida. Dentre estas alternativas está a Modelagem Matemática.

Diante de tais apontamentos, nossa inquietação refere-se à como a Modelagem Matemática na Educação Matemática¹, permite a aprendizagem no ambiente escolar, considerando-a numa perspectiva social. Ou seja, uma perspectiva de aprendizagem que considere este processo como fundamentalmente social e que envolva a reciprocidade de interferências entre as práticas matemáticas escolares e extraescolares.

Algumas pesquisas impulsionaram nossa inquietação, como a desenvolvida por Fernandes e Matos (1999), que apontam a necessidade de novas investigações que tratem da aprendizagem de Matemática, tendo como foco as práticas do indivíduo na sala de aula, e as formas que o levam a aprender Matemática.

Este questionamento conduziu-nos aos estudos acerca da Teoria da Aprendizagem Situada, TAS, desenvolvidos inicialmente por Jean Lave e Etienne Wenger, que concebe o

¹ A partir deste momento, usaremos o termo “Modelagem” para nos referirmos à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

processo de aprendizagem como uma experiência social, relacionada à capacidade de negociar novos significados no que denominam de Comunidades de Prática, CoP.

No início da década de 1990, Jean Lave e Etienne Wenger sistematizaram a partir de seus estudos acerca da aprendizagem de Matemática em contextos extraescolares, a Teoria da Aprendizagem Situada. De acordo com os autores o processo de aprendizagem tem caráter situado, pois partes relevantes da cognição humana desenvolvem-se de acordo com o contexto em que as atividades são realizadas.

A partir dos estudos de Lave e Wenger (1991) educadores matemáticos têm realizado pesquisas a fim de compreender a aprendizagem escolar da Matemática enquanto prática social situada. Dentre estes autores estão Winbourne e Watson (1998) que tecem apontamentos acerca da constituição de práticas partilhadas nas aulas de Matemática, no favorecimento da aprendizagem situada dela. De acordo com os autores Comunidades de Prática Locais, LCoP, podem ser constituídas nas aulas de Matemática. A característica “Local” refere-se às especificidades do ambiente da sala de aula.

No que concerne ao processo de aprendizagem situada da Matemática no contexto escolar, Boaler (2001) concluiu que algumas alternativas de ensino podem contribuir com tal processo. Dentre as alternativas, o autor ressalta a Modelagem Matemática, na Educação Matemática. Nesse estudo, entretanto, Boaler (2001) não apresenta uma discussão de *como* a Modelagem contribui com o processo de aprendizagem situada da Matemática.

Considerando que a aprendizagem situada da Matemática, é favorecida pelo uso da Modelagem Matemática na sala de aula (BOALER, 2001), e que ela ocorre por meio da participação na prática de Comunidades de Prática, no caso da sala de aula Locais, nos questionamos: Quais aspectos que se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, contribuem com o processo de constituição de LCoP, no Curso de Formação de Docentes?

A opção por desenvolver este estudo com alunos de um Curso de Formação de Docentes se deu pelo fato de se tratar de futuros professores, que poderão ensinar Matemática nos primeiros anos da Educação Básica, mas podem não ser formados em Matemática.

Ainda que a formação de professores polivalentes seja realizada também em cursos em nível superior, como nos cursos de Pedagogia, os cursos de formação de docentes em nível médio ainda habilitam um número considerável de professores que atuam em toda a Educação Básica e Educação Infantil, como indica o Anuário brasileiro da Educação Básica, publicado no ano de 2013.

Pensamos ser relevante então desenvolver trabalhos com este curso, visto que ele ainda é responsável pela formação de parte considerável dos professores que atuam nos anos iniciais da Educação Básica.

Com foco na questão que norteou nossa pesquisa o objetivo geral que direcionou este estudo consistiu em identificar alguns aspectos que se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que contribuem com o processo de constituição de LCoP, no contexto da sala de aula.

Ante a tal objetivo, atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas com uma turma de terceiro ano de um curso de Formação de Docentes, no decorrer de vinte horas-aula. O material decorrente das aulas, tais como registros escritos fruto das atividades, transcrição das discussões mantidas entre os alunos, descrição do direcionamento das aulas, constituíram a fonte para as análises que proporcionaram reflexões acerca da questão de pesquisa.

A construção do processo de investigação que compõe a pesquisa, bem como os resultados obtidos apresenta-se neste texto em sete seções, que se complementam.

A primeira seção constitui a presente introdução referente à pesquisa realizada.

Na segunda seção apresentamos a concepção de Modelagem que norteou a investigação, caracterizando a prática de Modelagem Matemática que se desenvolve na concepção assumida e que direcionou o desenvolvimento das atividades realizadas.

Na seção três apresentamos uma visão geral da Teoria da Aprendizagem Situada, explicitando os processos que permitem a compreensão da constituição de Comunidades de Prática. Além disso, discutimos as especificidades da formação de CoP's nas aulas de Matemática, na visão de alguns autores.

Assumido os posicionamentos quanto ao referencial teórico adotado, na seção quatro descrevemos os procedimentos metodológicos da pesquisa. Nesta seção descrevemos a trajetória da pesquisa: caracterizamos o contexto e os sujeitos participantes, descrevemos os procedimentos para coleta e análise dos dados, e a interpretação da ferramenta de análise utilizada para análise dos dados.

Com fundamentos na interpretação da constituição de LCoP, realizada na seção anterior, na seção cinco apresentamos as descrições e análises referentes as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas, quanto aos aspectos concernentes à constituição de LCoP.

Na próxima seção expomos a formação das trajetórias de aprendizagem dos alunos participantes de todas as atividades desenvolvidas, a fim de estabelecer algumas relações entre as suas ações referentes à atividade de Modelagem e suas participações nas aulas.

Finalizamos o texto na seção sete, em que apresentamos considerações e reflexões finais referentes à questão que norteou esta investigação, e novas inquietações que surgiram no percurso da realização da pesquisa.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nessa seção apresentamos a concepção de Modelagem Matemática que norteou nossa investigação, iniciando por um breve histórico acerca do percurso da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Para a caracterização da prática de Modelagem Matemática, na concepção assumida, explanamos as ações desenvolvidas por alunos e professor no ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática.

Organização da Seção

2.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática

2.2 O Ambiente de Aprendizagem da Modelagem Matemática

2.3 Rotas de Modelagem: Discussões no Ambiente da Modelagem Matemática

2.1 Modelagem Matemática na Educação Matemática

Em contraposição às teorias educacionais fundamentadas nas perspectivas funcionalistas e estruturalistas - que concebem a sociedade e os indivíduos a partir de funções sociais definidas e permanentes - no contexto das teorias educacionais críticas as estruturas sociais são compreendidas a partir da contextualização histórica e cultural, portanto contraditórias e flexíveis.

Fundamentada neste princípio, as Diretrizes Curriculares Estaduais para a Educação Básica do Paraná, DCE (PARANÁ, 2008) ressaltam a necessidade de um processo de ensino fundamentado numa cognição situada. Neste sentido as ideias prévias de professores e alunos, negociadas nos seus contextos experienciais e de valores culturais, são reestruturadas e sistematizadas a partir das disciplinas de referência.

No que concerne ao ensino de Matemática, isso implica na adoção da participação das pessoas na construção de saberes (MATOS, 2003) em detrimento da cultura tradicional centrada na aquisição de conceitos e técnicas matemáticas, e do entendimento de um ensino neutro, isento de valores.

Neste âmbito, as DCE sugerem o uso da Modelagem Matemática, como possibilidade para “a intervenção do estudante nos problemas reais do meio social e cultural em que vive” o que “contribui para sua formação crítica” (PARANÁ, 2008, p. 65), na medida em que permite a compreensão e análises críticas de fenômenos cotidianos, não necessariamente matemáticos.

Os objetivos atribuídos ao uso da Modelagem Matemática, apresentados nas DCE (2008) concernem à Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Tais objetivos diferenciam-se substancialmente dos da Modelagem Matemática no âmbito da Matemática Aplicada, ainda que nele esteja seu cerne. Além disso, direcionam práticas diferentes em cada domínio.

De acordo com Barbosa (2001a), como método da Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática aborda a simplificação de situações-problemas a fim de possibilitar sua abordagem, por meio da relação de variáveis através de conceitos matemáticos. A partir da representação de certos aspectos da situação real, em termos matemáticos, um modelo matemático é construído.

Como método da Matemática Aplicada, o modelo matemático é essencial no processo de Modelagem e deve descrever a situação de estudo de modo a permitir previsões a seu

respeito. Além disso, o modelo matemático não é formulado com objetivo em si mesmo, mas para resolver/descrever um problema real.

Barbosa (2001a) destaca que, neste âmbito, os modelos matemáticos parecem ser utilizados para descrever e prever fenômenos físicos, com a impressão de que são livres da interferência humana, “em que os fatos acontecem independentemente do olhar humano. Os ‘dados’ são ‘dados’, cabendo ao modelador a tarefa de abordá-los adequadamente” (BARBOSA, 2001a, p. 17).

Esta compreensão de Modelagem Matemática, inerente à interferência humana, acompanhou as primeiras discussões acerca do uso da Modelagem no ensino de Matemática, nas primeiras décadas do século XX; mesmo período das primeiras preocupações de pesquisadores com o ensino de Matemática (MIGUEL et. al, 2004).

Em relação às primeiras discussões concernentes ao uso da Modelagem Matemática no ensino, Barbosa (2001a) explica que tais discussões se deram sob a justificativa de que as escolas deveriam enfatizar as relações entre a Matemática e as outras ciências, concretizando-a por meio do uso de aplicações. Esse movimento enfatizou a formação matemática das pessoas, em relação a aspectos técnicos e matemáticos, referentes ao *saber aplicar*.

O mesmo autor explica que décadas mais tarde, nos anos de 1960, o discurso referente ao uso da Modelagem Matemática no ensino, passou a ser referente ao caráter da “relevância” da Matemática, ou seja, “como a Matemática pode ser utilizada pelos alunos?”; ainda observa que aos aspectos técnicos referentes ao uso da Modelagem somaram-se as justificativas de que os alunos aprenderiam e se interessariam pela disciplina de Matemática.

No cenário nacional, foi apenas a partir da década de 1980, sob influência dos estudos socioculturais desenvolvidos por D’Ambrósio, que a Modelagem Matemática iniciou seu processo de consolidação, sob liderança do professor Rodney Carlos Bassanezi (BARBOSA, 2001a). Apesar deste movimento, Bassanezi (1994 *apud* BARBOSA, 2001a) afirma que a proposta era a de que a Matemática fosse abordada a partir do contexto sociocultural dos alunos.

Esta influência antropológica, política e sociocultural é fortemente identificada nas experiências brasileiras com Modelagem (BARBOSA, 2001b). Ainda que o locus das diferentes concepções acerca da Modelagem Matemática, no cenário nacional, seja essencialmente o mesmo, tais compreensões podem diferenciar-se de acordo com os objetivos didáticos do professor.

De acordo com Barbosa e Santos (2007) os propósitos do professor ao conduzir uma atividade de Modelagem, na sala de aula, implicam em diferentes formas de organização e ações de alunos e professor, no seu desenvolvimento.

Este fato leva-nos à reflexão sobre as práticas de sala de aula, que representam ou constituem perspectivas sobre a Modelagem Matemática (ibid). Tais perspectivas são amplas e abarcam diferentes concepções de Modelagem Matemática, como, por exemplo, a apresentada por Bassanezi (2004), Burak e Aragão (2012), Barbosa (2003).

Com referência nos diferentes aspectos relacionados ao objetivo pelo qual uma atividade de Modelagem Matemática é desenvolvida na sala de aula, Kaiser e Sriraman (2006) analisaram publicações internacionais, incluindo as brasileiras, apresentadas pelas comunidades científicas. Os autores identificaram cinco perspectivas, relacionadas ao desenvolvimento de atividades de Modelagem, no âmbito da sala de aula:

- 1) **Realística:** abarcam àquelas situações-problema autênticas, retiradas da ciência ou indústria, e que propiciam a ampliação de competências de habilidades de resolução de problemas aplicados, aos alunos;
- 2) **Epistemológica:** referem-se àquelas situações-problema estruturadas para o desenvolvimento de teorias matemáticas;
- 3) **Educacional:** integra situações-problema autênticas e o desenvolvimento de teorias matemáticas;
- 4) **Sócio-crítica:** subjaz às situações cujo objetivo é a análise do papel dos modelos matemáticos na sociedade.
- 5) **Contextual:** referem-se à construção de teorias matemáticas, mas apoiadas em estudos de cunho psicológico, voltadas à aprendizagem.

De acordo com Barbosa e Santos (2007) tais perspectivas enfatizam diferentes aspectos quanto aos papéis de alunos e professor na condução das atividades de Modelagem, como o desenvolvimento de teorias matemáticas, habilidades de resolução de problemas aplicados ou a análise do papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Estas considerações implicam no fato de que a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula requer uma clareza acerca de como se entende sua prática. Aí está a relevância da explicitação da concepção de Modelagem Matemática adotada nesta pesquisa, visto que este posicionamento representa não só nosso entendimento acerca da prática de Modelagem, como abrange aspectos metodológicos aí envolvidos.

A concepção de Modelagem Matemática adotada nesta pesquisa é aquela que a compreende enquanto ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2001a, 2001b, 2003, 2007).

Tal delineamento foi motivado pelas peculiaridades da investigação, que se referem aos aspectos da teoria da aprendizagem enquanto participação em CoP's, e os conceitos relacionados à sua constituição, como prática, negociação, participação.

A compreensão de Educação Matemática que subsidia a concepção de Modelagem adotada é aquela explicitada no início desta subseção, cujo objetivo não se restringe ao desenvolvimento de habilidades em relação aos procedimentos matemáticos, mas se estende à promoção da participação dos alunos na sociedade, nas discussões concernentes aos debates sociais, nos quais a Matemática pode ser usada como embasamento. Neste âmbito, as construções matemáticas não são consideradas neutras, independentes da concepção humana frente aos acontecimentos, isentas de valores. Por estes motivos, as preocupações quanto ao uso da Modelagem na sala de aula ultrapassa os aspectos técnicos e matemáticos dela.

Na próxima subseção, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática adotada neste estudo, explanando seu delineamento para a sala de aula.

2.2 O Ambiente de Aprendizagem da Modelagem Matemática

De acordo com o objetivo a que esta pesquisa se propõe, procuramos delinear as atividades desenvolvidas de modo que os seus encaminhamentos priorizassem as interações e as negociações² estabelecidas entre professor e alunos, na sala de aula, no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Sendo assim, a concepção de Modelagem Matemática que permeia as tarefas propostas é a que fornece elementos que nos permitem uma análise mais refinada acerca das práticas dos alunos e do professor, no ambiente da sala de aula; e que procura garantir que a inserção dos alunos nesta prática, se dá por seu interesse nela.

Dentre as concepções apresentadas, a que direciona nosso trabalho é a de Barbosa (2007, p. 161), que a compreende a Modelagem como um “ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar e problematizar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”.

Esta concepção está pautada em três conceitos importantes, que representam tal entendimento: o de investigação, problematização e o de ambiente de aprendizagem.

Para elucidar seu entendimento de investigação e problematização, Barbosa (2001b), se respalda no que chama de indagação. De acordo com o autor, indagar é uma atitude que

² Negociações no sentido de Wenger (1998), como elucidado na seção 3.

permeia todo o processo de resolução, e que não se limita à explicitação do problema, pois se faz por meio da investigação de uma situação.

No processo de investigação, estão embutidas a busca, a seleção, organização e manipulações de informações relevantes para o estudo de um problema, entretanto, que não diz respeito àqueles que acontecem com referência na Matemática pura. O processo de problematização, por sua vez, se refere às ações de criar perguntas e/ou problemas. Estes dois processos acontecem com referência numa situação cujo domínio não é o da Matemática; refere-se a domínios que Blum e Niss (1991) chamam de mundo real ou vida real.

Estes elementos estão também presentes no terceiro conceito que Barbosa (2001b) se utiliza, o de ambiente de aprendizagem.

O conceito de ambiente de aprendizagem é utilizado por Skovsmose (2000) para distinguir as condições nas quais o aluno é envolvido a fim de desenvolver determinadas atividades. Barbosa, entretanto, utiliza este conceito para caracterizar o ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática, na sua concepção.

Skovsmose (2008) sistematiza seis ambientes de aprendizagem, pautados em três referências e dois paradigmas, conforme ilustra o quadro a seguir.

Quadro 1 – Ambientes de Aprendizagem.

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática Pura	(1)	(2)
Referências à Semi-realidade	(3)	(4)
Referências à Realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose, 2008, p. 23

O autor ressalta que embora os seis ambientes de aprendizagens sejam importantes na sala de aula, faz-se necessário caminhar rumo ao desenvolvimento de ambientes de aprendizagem do sexto tipo, ou seja, baseados na investigação e tendo como referência a realidade.

A concepção de Modelagem Matemática de Barbosa (2007) faz alusão ao ambiente 6: com referência na realidade e, pautado nos processos de problematização e investigação. Acerca do uso do conceito de ambiente de aprendizagem, o autor ressalta que, embora Skovsmose (2008) utilize o termo “referência à realidade”, e a conceituação de Modelagem

Matemática, assumida esta característica, não considera que Matemática e realidade sejam disjuntas.

Com base nos estudos de Skovsmose (2008), Barbosa (2001b), explica que este ambiente de aprendizagem organizado pelo professor, é posto aos alunos na forma de convites. Esses convites podem ou não serem aceitos, no decorrer da atividade, ocasionando implicações nas formas de envolvimento dos alunos, na medida em que seus interesses convergem para os desse ambiente, o que pode favorecer o engajamento do aluno na atividade.

Possivelmente, no âmbito da sala de aula, devido às exigências curriculares e práticas escolares, mesmo que *alguns* alunos não aceitem o convite para a Modelagem, ainda assim esta atividade poderá ser desenvolvida. Nesse caso, algumas consequências podem ser geradas: estes alunos podem interessar-se pela atividade e engajarem-se nela, na medida em que seus interesses se deparem com os da atividade desenvolvida, durante este processo; ou os alunos podem não interessar-se em nenhum momento pela atividade, fazendo com que a atividade de Modelagem Matemática, para este aluno, torne-se uma atividade matemática tradicional, conforme os caminhos seguidos.

Ainda que, sempre pautado no cenário para investigação e com referência na realidade, os ambientes de aprendizagem da Modelagem Matemática podem diferenciar-se quanto à sua organização na sala de aula.

Em relação ao desenvolvimento de atividades de Modelagem na sala de aula, o autor identifica três regiões de possibilidades, denominadas por ele de “casos”. Estes casos não são prescritivos, mas tratam das diferentes responsabilidades atribuídas a professor e alunos, no desenvolvimento de atividades de Modelagem. São eles:

Quadro 2 – Regiões de possibilidades para a Modelagem Matemática na sala de aula.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação- problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa, 2003, p. 70

Estes casos são organizados de acordo com as tarefas atribuídas ao professor e aos alunos dentro do processo de Modelagem. Do caso 1 ao 3, as responsabilidades do professor vão sendo minimizadas, ao passo que as dos alunos vão aumentando no processo.

Cada um dos casos apresentados determinam formas de condução da atividade, na sala de aula. Estas características estabelecem fronteiras que distinguem este ambiente de outros ambientes de aprendizagem.

A fim de analisar as práticas dos alunos no ambiente da Modelagem, Barbosa (2007) propõe a ideia de rotas de aprendizagem, em que analisa as discussões que emergem no ambiente da Modelagem e determinam sua qualidade.

2.3 Rotas de Modelagem: Discussões no Ambiente da Modelagem Matemática

Inserida numa perspectiva sociocrítica, esta concepção de Modelagem Matemática toma o indivíduo como foco do processo e as práticas discursivas mantidas entre os alunos e o professor como unidade de análise do processo de Modelagem.

Para Barbosa e Santos (2007), as interações discursivas constituem a prática da Modelagem Matemática no ambiente desencadeado pelo professor, na abordagem de uma situação que pertence ao dia-a-dia ou a outras áreas de conhecimento. Este entendimento é o sugerido por Matos e Carreira (1996), quando diferem a prática de Modelagem no ambiente escolar da dos modeladores profissionais. Neste sentido, o termo “prática” refere-se essencialmente a fazer alguma coisa, com significado não em si mesma, mas inserida num contexto histórico e social; dando estrutura e significado às ações.

Tomar como unidade de análise as práticas desenvolvidas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem traz implicações importantes quanto à distinção deste ambiente de aprendizagem em relação a outros. Antes de tudo porque, como estas práticas são situadas, não se sabe a priori que ações serão desenvolvidas pelos alunos, nem sua ordem (BARBOSA, 2007).

A fim de definir as fronteiras do ambiente de aprendizagem da Modelagem, Barbosa (2007) considera a noção de espaços de interação, caracterizados por meio dos discursos produzidos na interação social entre alunos e entre alunos e professor.

Reconhecer tal interação é essencial, na medida em que no reconhecimento das práticas dos sujeitos envolvidos neste ambiente é possível distinguir as vozes que são

legitimadas, secundarizadas ou silenciadas (BARBOSA, 2007) por alunos e professor, definindo condições importantes para as ações dos alunos.

Ademais, o reconhecimento das vozes que são mais ou menos legitimadas pode revelar os objetivos didáticos da atividade proposta. Barbosa (2007) e Barbosa e Santos (2007) apontam que algumas discussões podem ser mais ou menos privilegiadas no ambiente da Modelagem Matemática, de acordo com tais objetivos.

As discussões a que os autores se referem são as caracterizadas por Barbosa (2007) para identificar as *rotas de Modelagem* dos alunos. O conceito de rota de Modelagem é usado para denotar os processos empreendidos pelos alunos no ambiente de Modelagem. Os autores distinguem quatro tipos de discussões³ identificadas neste ambiente: técnicas, matemáticas, reflexivas e paralelas. Sendo que as três primeiras são aquelas relacionadas à construção de um modelo matemático. Entendendo como modelo matemático qualquer tipo de representação matemática da situação de estudo.

Com o intuito de melhor esclarecer essas noções, tomamos como referência a segunda atividade de Modelagem Matemática desenvolvida nesta investigação, pelo grupo de alunos constituído por Matias, Antônio, Rosana e Rogério⁴. Os alunos foram convidados a estudar o desenvolvimento dos bebês, em relação a seu peso e estatura, nos primeiros dois anos de vida. O grupo tinha à disposição uma tabela contendo dados referentes ao aumento de peso e estatura de bebês do sexo masculino e feminino, ao longo do primeiro ano de vida.

O tema desta atividade foi escolhido pelos próprios alunos, em aulas anteriores. A discussão desenvolvida pelo grupo foi gravada, em áudio e vídeo, e transcrita posteriormente.

Após uma discussão inicial em que aspectos relacionados à: problemas ocasionados durante o período de gestação de um bebê que podem desencadear nascimentos prematuros; a interferência de fatores como a estatura dos pais no desenvolvimento da estatura das crianças; problemas hormonais; problemas relacionados à amamentação materna, o grupo iniciou uma discussão, com base nos dados disponibilizados, em relação ao aumento de peso e estatura de um bebê durante o primeiro ano de vida:

Matias: Então tá. Do que vamos partir aqui? Do peso ou da estatura?

Rosana: o quê?

³ Skovsmose (1990) define a origem dos conhecimentos construídos pelos alunos, no ambiente da Modelagem, como técnicos, reflexivos e matemáticos. Barbosa, nos seus estudos, analogamente às definições de Skovsmose, põe foco nas discussões que emergem neste ambiente, e as denomina de críticas, técnicas e reflexivas. Além disso, o autor acrescenta a estas, outro tipo de discussão que se faz presente neste ambiente e não se adéqua às citadas. São as discussões paralelas (BARBOSA, 2007).

⁴ Estes são nomes fictícios atribuídos aos alunos envolvidos, como esclareceremos na seção 4.

Matias: Vamos partir do peso ou da estatura?

Rosana: ah sei lá, porque olha, o peso vai influenciar no desenvolvimento, e a estatura também ((Risos)).

[...]

Antônio: o que você tá fazendo?

Matias: uma relação de quanto ele cresceu mês a mês. Sabe o que eu tô fazendo, Antônio, pra ter uma base? Assim, vê com quanto ela nasceu, com 3,4 (kg), no outro mês ela vai pra 4,2 (Kg). Nesse tempo qual que foi o desenvolvimento? Quanto ela pesou a mais? Só que daí eu fiz errado, porque é assim, ela está aqui no 3,4 (Kg) daí foi pra 4,2 (Kg), pra chegar nisso, quanto ela evoluiu? Você entendeu, né?

A estratégia que estava sendo construída pelo grupo, consistia em considerar apenas uma das variáveis, no estudo do crescimento do bebê ao longo dos dois primeiros anos de vida: ou o peso, ou a estatura. Os alunos optaram por estudar a situação considerando apenas o peso de um bebê. Além disso, optaram por estudar o crescimento apenas do bebê do sexo masculino. Conforme o grupo, o estudo do crescimento de uma menina não se fez necessário, porque é análogo ao do menino.

Estas falas nos remetem a mudança da situação inicial para termos matemáticos. Nesta discussão, os alunos assumiram hipóteses que os auxiliaram na construção, posterior, do modelo matemático da situação. Este é um exemplo de discussão técnica. Tais discussões “referem-se aos processos de simplificação e matematização da situação-problema” (BARBOSA; SANTOS, 2007).

Após a delimitação da situação-problema e definição das variáveis a serem consideradas: o estudo do crescimento de um menino, em relação ao peso, no decorrer dos dois primeiros anos de vida, o grupo decidiu representar os dados considerados, graficamente. Para tanto dialogaram sobre qual variável deveria ser representada em cada eixo, no gráfico:

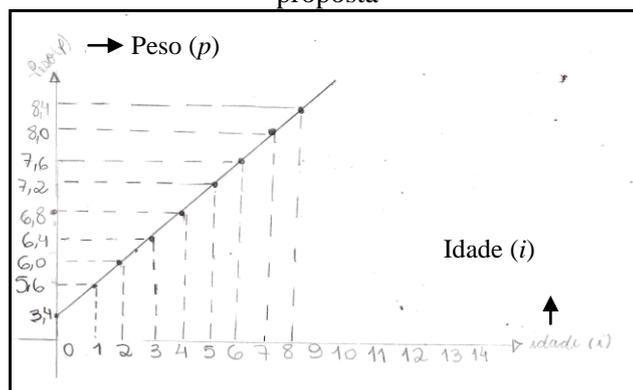
Matias: *O que fica aqui* ((no eixo das abscissas)), o p de peso? Ou a idade? O que depende do quê? Na verdade um depende do outro, mas tem diferença. A altura depende do peso, ou o peso depende da altura?

Antônio: eu creio que subindo ((eixo das ordenadas)) é a idade.

Matias: É eu acho que é a idade. [...] não::, no eixo x que fica a idade.

Dessa discussão, o grupo gerou a representação gráfica (Figura 1), em que o aumento de peso foi representado em função da idade de um menino.

Figura 1 – Representação gráfica gerada pelo grupo na análise da segunda atividade de Modelagem proposta



Fonte: Resolução dos alunos.

A construção da representação gráfica apresentada na Figura 1 proporcionou discussões acerca da representação de pares ordenados (quanto ao posicionamento dos valores da ordenada e da abscissa), pois Rosana e Antônio não sabiam como representá-los; e em relação à representação dos pontos no plano cartesiano. A primeira versão da representação gráfica do grupo apresentava uma reta traçada a partir do ponto (0,0). Diante disso, ensejei uma discussão acerca do que significava, naquela situação, o ponto (0,0). A negociação de significados mantida entre o grupo e a professora levou a compreensão de que na data do nascimento de um menino, quando sua idade é 0 meses, seu peso (de acordo com os dados dos alunos) seria de 3,4 kg e não 0 kg, como haviam feito.

A partir da discussão em relação à representação anterior, o grupo concordou que a situação poderia ser descrita por meio de uma função afim. Para tanto escreveram um sistema de equações a fim de determinar os coeficientes angular e linear da função. Matias conduziu a discussão referente à resolução do sistema de equações:

Matias: Agora que tenho os pontos e a forma da equação, é só encontrar os valores dos coeficientes pra escrever a função. [...] Tá gente, vamos lá. Vocês lembram do par ordenado que escrevemos? Dos dois? A gente vai colocar aqui na forma da função, que escrevemos como $p = a.i + b$. Agora a gente vai montar um sistema. Abre colchetes; agora no par ordenado a gente tem o peso e a idade. Vamos usar cada par ordenado e substituir na equação, essa idade e esse peso. Vai ser o a que a gente não tem, aliás $p = 11a$.

Rosana: 11 a?

Matias: É porque o a gente não tem. Não é a vezes a idade, que é o i? E o i aqui não é 11?

Rosana: Mas não vai ser a vezes 11?

Matias: Então, a mesma coisa que 11 vezes a.

Rosana: É?

Matias: É! Daí mais o b , que a gente não tem. Fica $11a + b$. Daí na segunda vai ser 12 vezes a .

Rosana: $12a + b$, né?

Matias: Mas daí agora gente? Ah::, aí sim, agora, assim, olha: a gente tem que trabalhar só com uma incógnita, uma letra, e aqui a gente tem um sistema, certo? Com a e b .

Antônio: Aham.

Matias: e não dá pra trabalhar com a e b juntos. Ou só o a , ou só o b . No nosso caso, vamos trabalhar só com o a ; porque aqui, a gente não tem dois b 's positivos?

Rosana: É isso mesmo.

Neste fragmento, os alunos discutiram como resolver o sistema de equações que lhes proporcionou os valores dos coeficientes da função, e lhes permitiu descrevê-la na forma algébrica. Essa discussão culminou na representação algébrica da função e na sua validação, conforme é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Representação algébrica da função afim e validação da função.

The image shows a grid of handwritten mathematical work. Each cell contains the general form of a linear function $p(x) = a \cdot x + b$ followed by a specific calculation for a given x value. The first cell has $p(0) = 0.4 \cdot 0 + 5.2$ circled in red, with the result $p(0) = 5.6$ written below. The subsequent cells follow a similar pattern for $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11$. The calculations are: $p(1) = 0.4 \cdot 1 + 5.2 = 5.6$; $p(2) = 0.4 \cdot 2 + 5.2 = 6.0$; $p(3) = 0.4 \cdot 3 + 5.2 = 6.4$; $p(4) = 0.4 \cdot 4 + 5.2 = 6.8$; $p(5) = 0.4 \cdot 5 + 5.2 = 7.2$; $p(6) = 0.4 \cdot 6 + 5.2 = 7.6$; $p(7) = 0.4 \cdot 7 + 5.2 = 8.0$; $p(8) = 0.4 \cdot 8 + 5.2 = 8.4$; $p(10) = 0.4 \cdot 10 + 5.2 = 9.2$; $p(11) = 0.4 \cdot 11 + 5.2 = 9.6$.

Fonte: Resolução dos alunos.

O último excerto de discussão apresentado se refere a aspectos da disciplina de Matemática, qualificando-a como discussão matemática. De acordo com Barbosa e Santos (2007, p. 6), falas do tipo “‘Como é o gráfico desta função?’”, ‘Isto é uma função afim!’ e ‘Vamos isolar o x para resolver a equação!’”, ainda que se refiram à constituição de um modelo matemático, são discussões pertinentes à matemática pura.

A partir da análise dos modelos matemáticos, o grupo criticou os resultados obtidos, por meio da comparação destes, com aqueles fornecidos inicialmente:

Rosana substituiu um valor para idade na função obtida pelo grupo:

Rosana: Ué, não deu certo professora, deu 12,4 (kg).

Professora: Será? Olha bem os dados que você tem.

Rosana: Ah:: tá certo, porque com 12 meses ele tem 10 quilos.

Professora: Isso. E seu eu quiser saber para 18 meses? O que o eu faço?

Rosana: Só substituir o 18 (meses) aqui no lugar do i . Pra 15 meses, dá 11,2 (Kg).

A partir da análise que o grupo iniciou, em relação aos resultados obtidos, questionei-os acerca da confiabilidade do seu estudo, no processo de análise do crescimento de uma criança, seja por sua família, ou por alguém especializado no assunto. Os alunos levantaram questões que reforçaram também a necessidade de considerar outros fatores:

Matias: como já havíamos falado que os pais devem consultar o peso e idade e altura do filho pra saber se ele está dentro da tabela normal. E que pra analisar isso tem que levar outras coisas em consideração, como altura do pai e da mãe.

Antônio: Aqui só tem uma aproximação, nunca tem uma medida certa.

Professora: Trata-se de uma referência. Por quê?

Antônio: É uma referência porque a medida não é exata.

Os alunos perceberam como seus resultados estão atrelados às hipóteses, iniciais, consideradas pelo grupo, e reforçaram a necessidade de uma análise mais aprofundada da situação de estudo.

Estas são as discussões de cunho reflexivo, atreladas à reflexão das consequências dos critérios utilizados na construção do modelo matemático para os resultados obtidos.

Geralmente, ao realizarem discussões reflexivas, os alunos fazem um retrospecto dos caminhos percorridos, estabelecendo relações entre os critérios utilizados e os resultados obtidos. Ainda, tais discussões podem se referir a atitudes que devem ser tomadas em relação ao problema inicial.

De acordo com Barbosa (2007) e Barbosa e Santos (2007), os três tipos de discussões compõem as rotas de Modelagem, porém nem todos os tipos de discussões se fazem presentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Nos primeiros anos da Educação Básica, por exemplo, quando o foco são as discussões de cunho qualitativo, as discussões matemáticas podem não aparecer.

Do mesmo modo, o autor relata interações entre alunos, no ambiente da Modelagem, em que as discussões reflexivas não se fazem presentes⁵.

De qualquer modo, no ambiente de aprendizagem da Modelagem, os alunos são levados a transitar dentre os diversos tipos de discussões. Algumas delas, entretanto, não se enquadram nas definições de discussões matemáticas, técnicas ou reflexivas. Trata-se de discussões que não estão diretamente envolvidas com a construção de um modelo matemático, mas remetem a reflexões sobre a vida social.

No estudo das práticas dos alunos no ambiente da Modelagem, Barbosa (2007), denomina tais discussões de paralelas. De acordo com o autor, quando transcritas as discussões que os alunos realizam no desenvolvimento de atividades de Modelagem, se tais falas fossem apagadas, nossa compreensão das rotas de Modelagem dos alunos não seria prejudicada. Vejamos o trecho a seguir:

Rosana: Minha prima pesou meio quilo. Era *pequeninha assim ó*.

Antônio: É, tem criança que nasce com 6 meses.

Rosana: Não dá, eles não têm formação direito pra nascer.

Antônio: Sim, e daí tem que por em estufa por uns dias. É prematuro né?

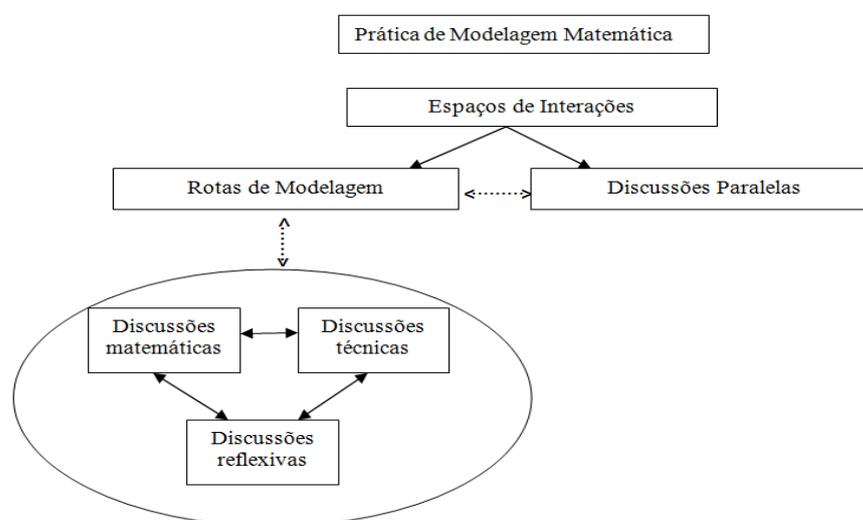
Matias: Mas sei lá, na barriga da mãe ele é cuidado, mas na estufa ele não vai desenvolver igual. Tá certo que ele é tirado da barriga da mãe por um motivo, [...] mas na barriga da mãe ele se desenvolve mais [...].

Antônio: Sim, mas depois que ele tem condições de sair da estufa, ele pode ultrapassar ou alcançar os outros. Ou, às vezes, o que nasceu normal tem algum problema e atrasa o crescimento [...].

Pode-se dizer que estas discussões não interferiram na construção do modelo matemático, entretanto, referem-se a falas atreladas ao contexto social dos estudantes, e que surgiram em virtude do tema da situação de estudo. Além desse tipo de discussão, àquelas matemáticas, que não se referem à construção do modelo daquela situação, ou que envolvem conteúdos matemáticos, não utilizados no contexto de estudo, também são consideradas discussões paralelas.

Do conjunto de conceitos, que concebe um entendimento das práticas dos alunos no ambiente de Modelagem e permite a teorização sobre as ações realizadas nestes espaços de interações, Barbosa (2007), esquematiza um esboço para a prática dos alunos, no qual apresentamos uma adaptação na Figura 3:

⁵ Ver: “Mathematical modelling and parallel discussions”. In: Congress of the European society for research in mathematics education, 5, Larnaca (Cyprus) Paper presented at WG13, 2007.

Figura 3 – Prática dos alunos no ambiente da Modelagem Matemática

Fonte: Adaptado de Barbosa (2007, p. 171).

De acordo com o autor, a Figura 3, coloca foco nas práticas dos alunos, elege os espaços de interações como unidade de análise, e atribui aos tipos de discussões os subsídios encontrados pelos alunos no encontro com outros alunos e professor, para a constituição das rotas de Modelagem.

A adaptação realizada estabelece um elo entre as discussões matemáticas, técnicas e reflexivas e as rotas de Modelagem.

Ainda acerca dos tipos de discussões que emergem das interações dos alunos e professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem, há que se ressaltar que, algumas delas podem ser mais ou menos privilegiadas, de acordo com os objetivos didáticos. Dos diversos propósitos para a Modelagem, emergem diferentes privilegiações de discussões (BARBOSA; SANTOS, 2007).

A relação entre o propósito da Modelagem, e o tipo de discussão privilegiada, pode ser observada no quadro a seguir:

Quadro 3 – Relação entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada

Propósito da Modelagem	Tipos de discussões privilegiadas
Desenvolver conceitos/ideias matemáticas	Matemáticas
Desenvolver habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados	Técnicas
Analisar a natureza dos modelos matemáticos	Reflexivas

Fonte: BARBOSA, 2007, p. 169.

A relação apresentada no Quadro 3 remonta não só a aspectos mais gerais da atividade de Modelagem, que se referem às ênfases nas discussões geradas neste ambiente, como a aspectos mais específicos, como o poder da voz do professor, na configuração das diversas discussões.

Barbosa (2007) e Barbosa e Santos (2007) observam que das diferentes ênfases, nas falas dos alunos, derivam diferentes vozes circulando nestes espaços de interações ou mesmo, diferentes posicionamentos. Barbosa (2007) ainda enfatiza que a autoridade da voz do professor dá configurações aos discursos produzidos pelos alunos na medida em que pode legitimar uns em detrimento de outros. As consequências desta ação, na condução da atividade, podem ser diversas e vão depender das diferentes maneiras de agir do professor e dos alunos nesse cenário.

Por outro lado, as interações entre aluno-aluno e professor-aluno, construídas neste ambiente, também podem fazer com que outras vozes sejam legitimadas, além da do professor, que já é assim entendida historicamente (BARBOSA, 2007) e tenham tanta relevância quanto à dele, para cada aluno.

Zawojewski, Lesh, e English (2003), por exemplo, observaram que durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, alunos que não são normalmente considerados como líderes nas aulas de Matemática, emergiram como tal em vários momentos no decorrer de atividades realizadas em grupos.

A liderança dos alunos pode fazer com que suas vozes sejam legitimadas tanto quanto as do professor, direcionando as discussões que surgem neste ambiente, determinando as rotas de Modelagem dos alunos.

Tais situações, resultantes de interações ocorridas no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, têm sido apontadas por diversos autores como determinantes para a aprendizagem (FERRUZZI; ALMEIDA, 2012).

Dentre estes pesquisadores está Fox (2006). Esta autora sugere que a Modelagem pode ser caracterizada enquanto experiência social já que, quando delineada para o desenvolvimento em grupos, os alunos discutem, debatem, refinam suas ideias, ouvem e colaboram com seus companheiros; além disso, ao apresentarem suas resoluções para os colegas de classe, podem comunicar suas ideias matemáticas e entendimentos, abrindo espaço para questionamentos críticos, justificativas e debates nos próprios grupos (FOX, 2006).

A mesma autora salienta que tais interações fazem com que os alunos compartilhem e desenvolvam conceitos, justificativas, explicações matemáticas, dando espaço para a colaboração social. Zawojewski, Lesh, e English (2003) também afirmam que esta interação,

no ambiente da Modelagem, pode aumentar o potencial matemático dos alunos. Conforme os autores este fato é desencadeado pelo maior interesse e motivação dos envolvidos neste processo. Embora o interesse individual dos alunos possa aumentar e diminuir no decorrer do desenvolvimento da atividade, a dinâmica do grupo muitas vezes retoma o interesse do indivíduo (ibid).

Ademais, este tipo de organização contribui para que as práticas comunicativas se façam presentes no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, colaborando também com a manifestação das vozes dos alunos, como relevantes para a constituição da atividade proposta, e seu encaminhamento.

3 APRENDIZAGEM NUMA PERSPECTIVA SOCIAL: TEORIA DA APRENDIZAGEM SITUADA E PARTICIPAÇÃO EM COMUNIDADES DE PRÁTICA

Numa perspectiva sociocultural, a aprendizagem é entendida enquanto fenômeno que ocorre num contexto social, e é partilhada socialmente entre os membros de uma comunidade. A interpretação da aprendizagem enquanto fenômeno social proporciona potencialidades para a análise da aprendizagem Matemática escolar (MATOS, 1999).

Sendo assim, nesta seção, inicialmente, apresentamos uma visão geral da Teoria da Aprendizagem Situada (LAVE; WENGER, 1991), na qual a aprendizagem é entendida enquanto extensão da prática social, inerente à participação no que Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) denominam de Comunidades de Prática, CoP. Posteriormente, abordamos estudos que mostram a viabilidade da utilização desta teoria no contexto escolar, visto que seu cerne está fundamentado em contextos mais amplos.

Organização da Seção

3.1 Aprendizagem Situada: Aprendizagem como Prática Social

3.2 Comunidades de Prática

3.2.1 O Processo de Negociação de Significados

3.2.2 Identidade em Comunidades de Prática

3.3 Práticas Partilhadas na aula de Matemática: Comunidades de Prática Locais

3.1 Aprendizagem Situada: Aprendizagem como Prática Social

Contrariamente a uma visão da aprendizagem na ótica das ciências da cognição, na visão sociocultural a aprendizagem é entendida como inerente ao contexto social, compartilhada entre membros de uma comunidade e, em que o conhecimento existe no seio das comunidades em que as pessoas participam (MATOS, 1999). Tal noção de aprendizagem, como algo que é situado e construído socialmente, tem implicações diretas nas formas como é analisada e traz potencialidades em relação às maneiras como a aprendizagem de matemática escolar é encarada (Ibid).

Em 1991, Jean Lave e Etienne Wenger, em *Situated Learning – Legitimate Peripheral Participation*⁶ retomaram alguns conceitos expostos por Lave em 1988, no seu livro *Cognition in Practice*, e apresentaram uma teorização, com raízes na teoria de Vygotsky, compreendendo a aprendizagem enquanto dimensão da prática social. O objetivo dos autores não foi substituir as teorias de aprendizagem conhecidas, mas entender a aprendizagem da Matemática como prática inerente a fatores sociais, culturais e contextuais.

Conforme Lave e Wenger (1991) explicitaram, a motivação para a teorização da Aprendizagem Situada surgiu a partir de trabalhos desenvolvidos anteriormente que se referiam à aprendizagem de Matemática em contextos não escolares, e sem o objetivo institucional do ensino de Matemática.

Os mesmos autores afirmam que a noção de aprendizagem enquanto participação surgiu, inicialmente, nos estudos de Jean Lave sobre a aquisição de competências matemáticas de sujeitos de uma comunidade de aprendizes de alfaiataria, na África Ocidental.

Os estudos da autora levaram-na a concluir que os conhecimentos dos indivíduos são construídos de forma particular por meio de experiências situadas (FRADE, 2003); levando-a a afirmar que o conhecimento é resultante das relações entre as pessoas, na atividade, e com o mundo social (MATOS, 1999; FRADE, 2003; AMADO, 2007).

Sendo assim, agente, atividade e mundo, se constituem mutuamente (LAVE; WENGER, 1991). Neste sentido, a característica de “situada” da aprendizagem refere-se ao seu caráter de negociabilidade dos significados em relação à atividade em que as pessoas estão envolvidas.

Em relação ao que Lave e Wenger se referem como “situado”, Matos (1999) reforça a questão do caráter de negociação de significados no processo de aprendizagem, ressaltando

⁶ Tradução (nossa): “Aprendizagem situada: Participação Legítima Periférica”.

que ela não é situada apenas no sentido de que as ações e pensamentos das pessoas estão localizados num tempo e espaço, ou que são sociais porque envolvem necessariamente um contexto social de origem e outras pessoas, entretanto, por seu caráter de negociação entre as pessoas, em relação à atividade e num contexto (LAVE; WENGER, 1991).

É por este motivo que Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) afirmam que o ponto de partida para a análise da aprendizagem é a prática social e enfatizam a importância de mudar o foco de análise da aprendizagem como processo essencialmente cognitivo para uma visão de aprendizagem como prática social.

Matos (1999) ressalta que assumir a aprendizagem enquanto dimensão da prática social tem implicações importantes para este processo. Conforme o autor, enquanto aspecto da prática social, a aprendizagem envolve a pessoa na sua globalidade, abarcando não somente uma relação com atividades específicas, mas com comunidades sociais, “implica tornar-se participante, membro, um tipo de pessoa” (p. 67). Com isso, Matos (1999) indica tanto que nossas atividades diárias não existem isoladamente de relações mais gerais com os contextos em que surgem, quanto que o aprender envolve uma mudança por parte de quem aprende, na medida em que se torna participante de uma prática social.

A característica central da aprendizagem para Lave e Wenger (1991, p. 29) é a Participação Legítima Periférica (PLP), que se refere ao processo pelo qual “um aprendiz torna-se parte de uma Comunidade de Prática⁷”. O conceito de Comunidade de Prática consiste basicamente na relação entre pessoas, atividade e o mundo, no decorrer do tempo, e com outras comunidades tangenciais e sobrepostas (Ibid).

Embora o conceito de CoP não tenha sido abordado, inicialmente, como algo bem definido, os autores afirmam que pertencer a uma CoP é uma condição intrínseca à existência de conhecimento e implica a “participação num sistema de atividades acerca do qual os participantes partilham compreensões sobre o que fazem e sobre o que isso significa nas suas vidas e comunidades⁸” (LAVE; WENGER, 1991, p. 98). Para os autores, a participação na prática cultural é um princípio epistemológico da aprendizagem.

A PLP numa CoP constitui uma perspectiva da aprendizagem; uma forma de descrevê-la em termos de prática social; não se trata de uma alternativa ou metodologia de ensino. Lave e Wenger (1991) caracterizam a PLP adotando a terminologia de *oldtimers* e *newcomers*,

⁷ O Conceito de Comunidade de Prática será abordado mais adiante.

⁸ Texto original: “ It does imply participation in an activity system about which participants share understandings concerning what they are doing and what that means in their lives and for their communities”.

referentes respectivamente aos membros experientes e recém-chegados numa CoP, suas relações, a formação de identidade destes membros, etc.

Matos (1999) assinala, que a interpretação destes termos, tem mais relação com o movimento de participação de um membro recém-chegado, com sua prática menos plena, até que se torne um participante pleno na comunidade, ou um *oldtimer*. Este movimento em direção a uma prática mais efetiva está atrelado ao desejo de pertencer a ela e ao anseio de construção de uma identidade dentro da CoP (WENGER, 1998).

Para que se possa entender a ideia de PLP, faz-se necessário compreender o que significa cada elemento constitutivo do termo: a participação, a legitimidade e a periferia, porém sempre de forma articulada.

A palavra “legítima” diz respeito às formas de pertencer à comunidade e garantir que seus objetivos sejam compartilhados; a palavra “periférica”, por sua vez, se refere ao processo pelo qual o participante se move de uma posição de aprendiz, para uma participação plena futura, na CoP. Este movimento envolve as formas como cada membro se engaja na participação da comunidade. O movimento do aprendiz é motivado pelo desejo de participação plena na prática da CoP. Assim, podemos falar de: legitimidade da participação, periferia da participação e legitimidade da periferia.

A legitimidade da participação se refere à característica que define o modo como um indivíduo pertence a um grupo, sendo uma condição essencial para a aprendizagem. Ao iniciar suas atividades numa comunidade de costureiras, por exemplo, um sujeito inicia sua participação nas atividades que são próprias daquele contexto, de modo a construir sua evolução profissional, conferindo legitimidade a sua participação.

Na medida em que o aprendiz muda suas perspectivas numa CoP, tendo acesso a fontes para compreensão, por meio de um envolvimento crescente na comunidade, seu posicionamento neste contexto, modifica-se. Este processo diz respeito à participação periférica. Trata-se de um processo pelo qual o indivíduo desenvolve sua identidade na comunidade. Quando nos voltamos à CoP de costureiras, por exemplo, uma aprendiz não iniciará seus trabalhos pelas atividades mais complexas, mas por trabalhos mais simples como pregar botões. Na medida em que evolui, coloca-se em contato com uma diversidade maior de relações, percebe a importância de cada ação para tornar-se costureira.

Em relação à legitimidade da periferia, Lave e Wenger (1991, p. 36), afirmam que esta é uma “noção complexa implicada em estruturas sociais que envolvem relações de poder”⁹.

⁹ Texto Original: “Legitimate peripherality is a complex notion, implicated in social structures involving relations of power”

Os autores explicam que se o caráter de periferia for legitimado pelo acesso cada vez maior da participação de quem aprende, estaremos diante de um caso em que quem aprende tem uma participação cada vez mais plena, adquire mais poder dentro da CoP; se, no entanto, a participação mantém-se periférica, devido a uma legitimação que impede um maior envolvimento de quem aprende, estaremos diante de um caso em que o aprendiz terá seu acesso ao poder, impedido (MATOS, 1999).

A PLP concerne ao desenvolvimento dos indivíduos na prática social de CoP's. Assim, a compreensão da aprendizagem enquanto processo de participação demanda, antes de tudo, voltar a atenção para ela enquanto evolução e transformação de relações criadas entre as pessoas, suas ações e o contexto em que agem (AMADO, 2007).

É necessário também, a partir da noção de PLP, denotar o que Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) entendem por “prática social”, já que é o ponto de partida para a aprendizagem, nesta concepção.

Numa CoP, a prática será sempre social. Pode-se concluir que, enquanto pessoas estamos sempre inseridos, participando de CoP's. Matos (1999) assinala que mesmo as ações realizadas individualmente têm caráter social, a partir do momento em que estamos interagindo com ideias que foram codificadas socialmente por outras pessoas. Na leitura de um livro, por exemplo, o livro será o mediador da relação entre autor e leitor. De acordo com o mesmo autor, é principalmente por meio dos significados que o leitor atribui ao que lê, que se parece reconhecer a prática social, pois tratam-se de significados que são partilhados (construídos, legitimados) por um dado grupo social.

Acerca da prática social, Fernandes e Matos (1998) advertem que ela não existe em abstrato, ou seja, ela existe porque está envolvida em ações cujo significado as pessoas negociaram mutuamente. Neste sentido, o conceito de prática, para Wenger (1998) conota fazer algo não em si e por si, mas em um contexto histórico e social, ou seja, num contexto que possui uma estrutura e atribui significado ao que fazemos. É algo que vai além de concebê-la apenas como oposto da teoria.

Para Lave e Wenger (1991), Wenger (1998) e Wenger, McDermott e Snyder (2002) esta prática, fruto da negociação de significados, reside em Comunidades de Prática, sendo a prática, a responsável pela coerência das comunidades. Torna-se necessário então, direcionar nossa atenção para as Comunidades de Prática.

3.2 Comunidades de Prática

O termo “Comunidade de Prática” apareceu pela primeira vez no livro *Situated Learning: Legitimate peripheral participation* (LAVE; WENGER, 1991). Esta noção, entretanto não surgiu como algo bem definido e com limites sociais visíveis (FERNANDES, 2004). Este conceito tornou-se mais claro, anos depois, com Wenger (1998), em *Communities of Practice: learning, meaning, and identity*, e Wenger, McDermott e Snyder (2002), em *Cultivating Communities of Practice*.

Antes de tudo há que assinalar os riscos já ressaltados por Wenger (1998) quanto à interpretação do termo “Comunidade de Prática”, com base na nossa familiarização com cada palavra que o constitui. Se por um lado, parece natural induzir a descrição do termo, por outro, a associação dos conceitos de “comunidade” e “prática”, pode sugerir que os dois sempre coexistam (SANTOS, 2002), ao contrário do que Wenger (1998) alerta. De acordo com o autor, nem tudo que se chama de comunidade tem uma prática que lhe é específica e, nem tudo aquilo que se pode chamar de prática constitui propriedade que define uma comunidade claramente específica.

Exemplificando o que Wenger (1998) diz, Caldeira (2010) afirma que podemos pensar, por exemplo, no conjunto de habitantes de um município. Este conjunto embora constitua uma Comunidade, não é necessariamente uma CoP, pois as pessoas podem não partilhar as ações comuns. Do mesmo modo, a ação de resolver uma série de exercícios de Matemática, pode ser chamada de prática, porém pode não ser a definidora de uma CoP.

Sendo assim, se faz necessário pensar num tipo específico de comunidade, cujas palavras que constituem o termo “CoP” sejam entendidos como uma unidade.

Wenger (2006a) explica que as CoP’s podem ser entendidas como “grupos de pessoas que compartilham uma preocupação ou uma paixão por algo que fazem e aprendem como fazê-lo melhor ao interagirem regularmente”¹⁰.

Neste sentido, a existência de CoP’s não pressupõe a participação presencial das pessoas num mesmo espaço físico¹¹. De acordo com Wenger (1998), a CoP diz respeito à aprendizagem enquanto experiência de negociação de significados¹², que pode ocorrer mesmo quando as pessoas não ocupam um mesmo espaço físico.

Para que se possa compreender o que Wenger (2006a) e Wenger, McDermott e Snyder (2002) entendem por CoP, é necessário entender a relação entre os elementos que constituem

¹⁰ Texto Original: “Communities of practice are groups of people who share a concern or a passion for something they do and learn how to do it better as they interact regularly”.

¹¹ Uma CoP, pode ser formada, por exemplo, via moodle; com pessoas interagindo regularmente de diferentes ambientes, porém satisfazendo as características definidoras de uma CoP.

¹² A Negociação de Significados, a qual Wenger (1998) faz referência, será abordada mais adiante, nesta mesma seção.

sua estrutura básica: um *Domínio* de conhecimentos, uma *Comunidade* de pessoas preocupadas com esse Domínio, e uma *Prática* partilhada e desenvolvida pelos membros dessa Comunidade (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002).

Estas características bem definidas e particulares as diferenciam de outras estruturas que podem vir a ser tratadas como Comunidades de Prática sem o sê-lo, como equipes, estruturas organizacionais, ou mesmo uma comunidade, como esclarece Krainer (2003).

O Domínio da CoP é o que designa uma base comum de sentido à ela, por meio da “afirmação dos seus propósitos e valor aos membros dessa comunidade (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 27).

Não se trata de um conjunto fixo de problemas, mas de algo que acompanha a evolução da própria comunidade. O comprometimento de um membro com a comunidade pressupõe o compromisso com o Domínio, e uma competência compartilhada, que distingue estes membros, de outras pessoas (WENGER, 2006b).

No que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Matemática, Matos (2003, p.7) afirma que “o domínio tem sido sistematicamente entendido como matemática escolar, mas é necessário colocar o desafio de cada vez o definir mais como ‘educação matemática’”, alegando que a mudança de domínio neste âmbito implicará em mudanças nas formas como a prática destas comunidades se desenvolve.

O que Matos (2003, p. 8) discute é que, tradicionalmente, os eixos definidores dos currículos de Matemática da escola básica (Geometria, Álgebra...) têm sido entendidos como o Domínio de trabalho de professores e alunos, conduzindo à ideia de que “educar matematicamente os alunos é conduzi-los à ‘aquisição de conceitos e técnicas da matemática’ enquanto ciência produzida pelos matemáticos”.

As consequências deste entendimento levam ao pensamento de que ensinar Matemática consiste em, essencialmente, fazer com que os alunos aprendam apenas procedimentos Matemática (processos matemáticos, fatos matemáticos). Nesta perspectiva educar matematicamente seria apresentar, aos alunos, fatos matemáticos recontextualizados pela prática escolar sob o argumento de que serão úteis a outras disciplinas ou em momentos da vida extraescolar, como aponta Matos (2003).

Quando o autor afirma que é preciso colocar o desafio de se entender o Domínio da Matemática escolar, como sendo “educar matematicamente”, aponta a necessidade de mudar a perspectiva de se “ensinar matemática” para “educar matematicamente”, entendendo por educar matematicamente a condução dos alunos a apropriação de formas de entender matematicamente as situações do cotidiano. Este “cotidiano” deve ser compreendido, no

sentido dado por Jean Lave, não como situações extraescolares apenas, mas todo o conjunto de atividades que constitui o dia-a-dia das pessoas.

Concordamos com Matos (1999, 2003) que educar matematicamente compreende o entendimento de que a Matemática não é neutra, e isto influencia as práticas de sala de aula. Além disso, consideramos que o ensino de Matemática deve proporcionar uma forma de entender e lidar com os modelos matemáticos criados e adotados pela sociedade; portanto é necessário que a educação escolar compreenda que educar matematicamente inclui formas de aprender a interpretar esses modelos.

Isto implica na contraposição da concepção de que o conhecimento matemático é estático, pois vai ao encontro do entendimento de que ele é continuamente “criado e recriado à medida que as pessoas atuam e refletem sobre o mundo” (MATOS, 2003, p. 5). Neste sentido, o conhecimento é resultado da ação e da interação humana.

Ao assumir que aprender é essencialmente uma forma de participação numa prática, a Comunidade se torna um conceito central, pois se trata daquilo que constitui a “fabricação social” da aprendizagem. Por “fabricação social”, entende-se que a aprendizagem não só constitui a comunidade, como é produto dela.

A comunidade é caracterizada por um grupo de pessoas que “interagem, aprendem juntas, constroem relacionamentos, e no processo, desenvolvem um senso de pertencimento e comprometimento mútuo¹³” (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 34), fazendo com que, a longo prazo, os membros criem uma “história em comum e uma identidade comunitária”¹⁴ (Ibid, p. 35).

Em relação ao desenvolvimento de comunidades, em educação matemática Matos (2003, p. 8) aponta “a necessidade de um massa crítica de pessoas que sustentem a participação, mas deve ter-se a noção de que se a comunidade atinge uma dimensão demasiado grande isso pode igualmente inibir a participação”.

Com isso, o autor aborda a questão da quantidade de pessoas que participam de uma prática, por exemplo, na sala de aula ou na formação de professores. O que o autor assinala é a questão da dispersão de discussões e interesses de um grupo de pessoas que, quando excessivamente grande, pode fazer com que a interação da CoP seja prejudicada.

Enquanto o Domínio denota no que a Comunidade se foca, a Prática é o conhecimento específico desenvolvido e partilhado pela Comunidade. Wenger (2006a, p. 2) esclarece que os

¹³ Texto original: “interact, learn together, build relationships, and in the process develop a sense of belonging and mutual commitment.”

¹⁴ Texto original: “although long-term interaction does create a common history and communal identity”.

membros de uma CoP, “desenvolvem um repertório compartilhado de recursos: experiências, histórias, ferramentas, formas de resolução de problemas, em suma uma prática comum recorrentes”¹⁵, fruto das suas ações.

Neste sentido, a prática evolui como um produto elaborado pela Comunidade, fruto do trabalho dos participantes, que têm neste conhecimento desenvolvido, a reflexão das suas perspectivas em relação àquela CoP.

Embora a Prática, se refira a uma base de conhecimentos que é construída coletivamente, isso não implica que todos os participantes partilham-na de forma semelhante e participem de forma análoga uns aos outros, desta prática; pois desenvolvem áreas de competência individual (FERNANDES, 2004).

Além disso, a Prática se refere a um modo de fazer as coisas, que cria uma base comum para a resolução de problemas, responsabilidades e comunicação dentro da CoP. De acordo com Fernandes (2004, p. 120), a prática da CoP “inclui os livros, artigos, bases de conhecimento, web sites, e outros repositórios que os membros partilham”, além de incorporar “um certo modo de comportar-se, uma perspectiva dos problemas e ideias, um modo de pensar, e em muitos casos uma posição ética”.

A fim de associar Prática e Comunidade, Wenger (1998) estabelece três dimensões pelas quais a Prática é fonte de coerência da Comunidade: Engajamento Mútuo (*mutual engagement*), Empreendimento articulado (*joint enterprise*) e Repertório Partilhado (*shared repertoire*).

De maneira sintetizada, o engajamento mútuo dos participantes é o que dá coerência à comunidade, pois a Prática não jaz nas ferramentas ou livros, mas nas relações de mútuo engajamento das pessoas por algo que elas fazem, na interação destas pessoas. Como decorre da interação das pessoas, o engajamento mútuo é construído tanto por relações de harmonia, quanto por conflitos, tensões. Nem todos os grupos com os quais convivemos permitem-nos sentirmos incluídos; ou mesmo, em outros, nós mesmos não aceitamos o “convite” para uma inclusão neles (SANTOS, 2002). Estas formas de pertencimento a cada comunidade implicam nas nossas formas de engajamento mútuo em cada uma delas.

O engajamento mútuo da comunidade não requer homogeneidade e isto tem implicações na segunda característica da prática enquanto fonte de coerência da Comunidade: o empreendimento articulado. Empreendimento articulado não significa acordo total, num sentido simples, entre os membros da CoP. Empreendimento requer negociação conjunta.

¹⁵ Texto original: “They develop a shared repertoire of resources: experiences, stories, tools, ways of addressing recurring problems—in short a shared practice.”

Este não é só um objetivo a ser alcançado pela CoP, pois inclui aspectos pessoais e interpessoais das nossas vidas (WENGER, 1998).

De acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), ao negociar um empreendimento, relações de responsabilidade mútua entre os participantes de uma prática, são desenvolvidas. Estas relações incluem a definição do que é importante e interessa à CoP e o que não interessa; por isso é algo que é definido pelos participantes. Os autores destacam que o empreendimento não é algo determinado por um participante da CoP, individualmente, nem são frutos de um mandato exterior, pois a prática evolui de acordo com a resposta da comunidade a este mandato. É por este motivo que a negociação de um empreendimento assegura a responsabilidade entre os envolvidos.

No ambiente escolar, por exemplo, embora existam regras exteriores à sala de aula, concernentes à instituição escolar, os empreendimentos negociados pelos alunos, na sala de aula são constituídos por suas respostas a estas regras e às situações particulares da sala de aula.

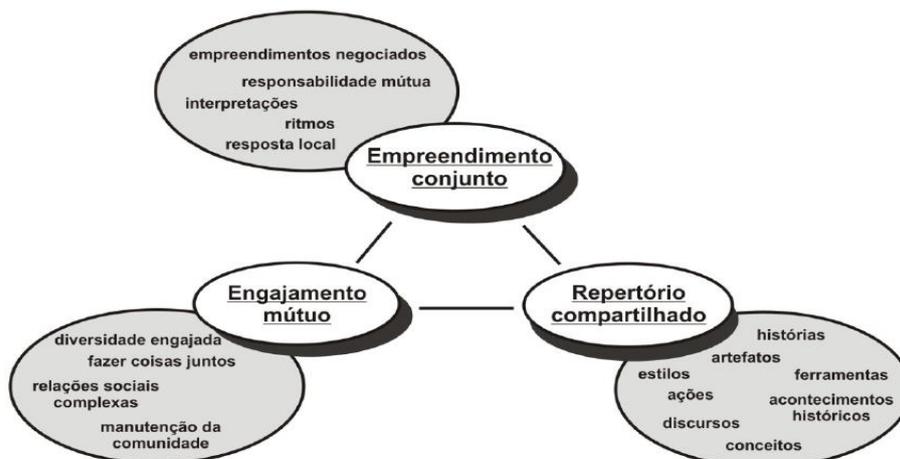
A busca conjunta por um empreendimento acaba por criar condições para a negociação de significados e a criação de recursos próprios no contexto da CoP. A estes recursos partilhados, Wenger (1998) chama de repertório partilhado. Este repertório inclui rotinas, histórias, gestos, símbolos, conceitos, discurso, dentre outros artefatos, partilhados pelos membros da CoP. Este repertório pode ser criado, ou adotado pela comunidade, no curso da sua existência.

Neste sentido, Fernandes (2004) afirma que para que uma CoP funcione, é preciso gerar e apropriar-se de um repertório de compromissos, ideias, e desenvolver uma variedade de recursos como ferramentas, documentos, rotinas, vocabulário e símbolos que expressem o conhecimento acumulado pela comunidade.

A relação entre as dimensões da Prática, enquanto fonte de coerência da Comunidade é representada por Wenger (1998), na Figura a seguir.

Na Figura 4 o autor relaciona ações concernentes a cada uma das três dimensões abordadas anteriormente.

Figura 4 – Dimensões da prática como propriedade de uma comunidade.



Fonte: Santos, 2002, p. 7 (Traduzido de WENGER, 1998, p. 73)

Os elementos abordados anteriormente foram discutidos, detalhadamente, por Wenger (1998), de uma maneira mais sistemática do que aquela no seu livro com Lave, em 1991. Neste livro, o autor aborda outros conceitos que, na sua visão são necessários para a compreensão da aprendizagem enquanto dimensão da prática social¹⁶.

A noção de aprendizagem em Wenger (1998), é analisada segundo quatro componetes interrelacionados:

1. *Significado*: uma forma de falar de nossa capacidade (de mudar) – individualmente ou coletivamente – de experimentar nossa vida e o mundo como algo significativo.
2. *Prática*: uma forma de falar de recursos históricos e sociais compartilhados, sistemas e perspectivas que possam sustentar o engajamento mútuo na ação.
3. *Comunidade*: uma forma de falar sobre as configurações sociais em que nossos empreendimentos se definem como buscas valiosas e nossa participação é reconhecida como competência.
4. *Identidade*: uma forma de falar sobre como a aprendizagem muda quem nós somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto de nossas comunidades¹⁷(WENGER, 1998, p. 5).

¹⁶ Wenger (1998) apresenta, neste livro, sua Teoria Social de Aprendizagem; extensão do seu livro publicado com Lave (1991).

¹⁷ Texto Original: “1) Meaning: a way of talking about our (changing) ability – individually and collectively – to experience our life and the world as meaningful. 2) Practice: a way of talking about the shared historical and social resources, frameworks, and perspectives that can sustain mutual engagement in action; 3) Community: a way of talking about the social configurations in which our enterprises are defined as worth pursuing and our participation is recognizable as competence; 4) Identity: a way of talking about how learning changes who we are and creates personal histories of becoming in the context of our communities.”

Como para Wenger (1998), a CoP se refere a aprendizagem enquanto negociação de significados, faz-se necessário a compreensão do que Wenger (1998) entende por significado e negociação de significados.

3.2.1 O Processo de Negociação de Significados

Em relação ao termo “Significado”, Wenger (1998), inicia sua discussão argumentando que: a) o significado é sempre fruto da sua negociação, pelas pessoas nas variadas situações; b) a negociação de significados envolve a interação de dois processos que denomina de participação e reificação e que c) participação e reificação formam a dualidade que é fundamental na experiência humana do significado e, assim, a natureza da prática.

Quanto à negociação, Wenger (1998) afirma que este termo pode denotar um acordo entre duas ou mais pessoas, ou ainda algo que exija reajustes constantes. O autor pretende, com essa interpretação, explicitar a ideia de que a negociação exige uma interação contínua entre as pessoas.

Os processos que constituem a negociação de significados não só formam este processo mais amplo, como os afetam; como resultado, as constantes negociações modificam as situações, dando sentido a elas, como afetam constantemente, todos os participantes deste processo (WENGER, 1998). Wenger (1998, p. 54) afirma que, “[...] o significado é sempre produto de sua negociação, por isto quero dizer que ela existe em um processo de negociação. O significado não está em nós, nem no mundo, mas na relação dinâmica de vida no mundo”¹⁸.

Com isso, Wenger (1998) explicita o caráter de dependência do significado, em relação ao contexto histórico e cultural em que é negociado, assumindo um caráter dinâmico em relação ao tempo. De acordo com o autor, o processo de negociação inclui nossas relações sociais, mas não envolve necessariamente, uma conversa ou interação direta com outros seres humanos. Trata-se de um reajustamento constante. Ou seja, embora este processo abarque negociações, como o acordo em relação ao preço de algo, por exemplo, não se limita a isso; pois o significado não está nas coisas em si, mas na nossa relação dinâmica com elas.

Wenger (1998) trata o processo de negociação de significados enquanto experiência cotidiana, e o situa como sendo resultante da interação de dois processos: participação e reificação.

¹⁸ Texto original: “[...] I mean that it exists in this process of negotiation. Meaning exists neither in us, nor in the world, but in the dynamic relation of living in the world.”

O conceito de participação, na visão de Wenger (1998) se distancia um tanto do senso comum. Isto porque, neste contexto, participação implica também no reconhecimento mútuo por uma comunidade, em que um sujeito é participante, ou seja, ser legitimado por ela é fundamental nesse processo. Participar, neste sentido, é então tanto um aspecto pessoal, quanto social, pois pressupõe a combinação de fazer, falar, pensar, pertencer (Ibidem), e as relações das outras pessoas, com todas estas ações. Para esclarecer este conceito, Wenger (1998) destaca três aspectos.

Em primeiro lugar, o processo de participação não é o mesmo que colaboração. Isto porque, participar envolve relações também conflituosas, políticas, competitivas. Logo, a participação numa CoP não pressupõe relações sempre harmoniosas entre os envolvidos. Em segundo lugar, nossa capacidade de desenvolver a prática da comunidade, influencia diretamente nossa participação; nossas experiências contribuem não só para a participação individual, mas para o desenvolvimento da CoP, como um todo. Por fim, participar vai além de se engajar na prática, em atividades específicas e, com pessoas específicas, porque revelam nossas formas de pertencimento a uma comunidade, como participantes mais ou menos plenos.

Intrinsecamente ao conceito de participação, o processo de reificação é uma noção útil para descrever o engajamento numa CoP e o processo de negociação de significados nela.

O significado atribuído por Wenger (1998) a este termo vai além daquele contido nos dicionários: “Etimologicamente reificar significa tornar ‘algo numa coisa’, mas reificar é usado para comunicar a ideia de que o que é transformado em concreto, objeto material, não é propriamente um objeto concreto material”¹⁹ (WENGER, 1998, p.58).

Isto quer dizer, que o processo de reificação trata também de ir dando forma às experiências, produzindo objetos que “congelam” essa experiência, em coisas (FERNANDES, 2004). Desta forma, qualquer comunidade de prática produz abstrações, ferramentas, símbolos, histórias, termos e conceitos que reificam sua prática.

O autor exemplifica esta noção dizendo que escrever uma lei ou produzir uma ferramenta é um processo similar. Certa compreensão dá a forma. Esta forma torna-se o foco para a negociação do significado, visto que as pessoas usam a lei para argumentar certo ponto de vista, usam o procedimento para saber o que fazer, ou usam a ferramenta para desempenhar uma ação.

¹⁹ Texto Original: “Etymologically, the term reification means ‘making into a thing’. Its usage in English has a significant twist, however: it is used to convey the idea that what is turned into a concrete, material object is not properly a concrete, material object”.

A despeito disso, Caldeira (2010) aborda o processo ambíguo da reificação: se por um lado apresenta concisão, por exemplo, o processo de reificação de um conceito para que seja usado automaticamente; por outro lado, pode ser enganoso porque oculta significados mais abrangentes embutidos no processo que lhe deu origem.

A reificação refere-se, portanto, ao reflexo da prática adotada ou construída pela comunidade no curso da sua existência. Não se refere apenas à sua forma, mas ao conteúdo gerado pelos participantes desta comunidade.

Em relação aos conceitos de participação e reificação, Wenger (1998) ressalta que ambos devem ser entendidos de forma complementar. A dualidade dos procedimentos é fundamental para o processo de negociar significados, e envolvem aspectos diferentes e necessários entre si, como apresenta na Figura 5:

Figura 5 – A dualidade da participação e reificação



Fonte: Adaptado de Wenger, por Beline (2012, p. 62).

Estes processos, também influenciam as formas de participação e não-participação dos membros de uma CoP. Se um membro tem sua participação pautada apenas na adoção de significados, sem uma participação na sua produção, acaba desenvolvendo uma característica de não-participação, que o leva à marginalização na CoP, pois suas experiências tornam-se irrelevantes, para os demais membros.

Se por outro lado, um membro tem uma participação efetiva, na CoP, na negociação de significados, contribuindo para a reificação do que é partilhado, sua participação caminhará rumo a uma participação plena nesta CoP.

Wenger (1998) aborda a questão das formas de participação e trajetórias de aprendizagem dos membros de uma CoP, quando se refere à formação de Identidades.

3.2.2 Identidade em Comunidades de Prática

A noção de aprendizagem na perspectiva social é analisada de acordo com os seguintes componentes: Significado, Prática, Comunidade e Identidade, dos quais já abordamos os três primeiros. Explanaremos agora o conceito de Identidade.

Para Wenger (1998), Identidade diz respeito à forma de abordar o modo como a aprendizagem muda as pessoas e cria histórias pessoais no contexto das suas comunidades.

Os estudos de Jean Lave (LAVE; WENGER, 1991) apontam que os processos de aprendizagem de Matemática e de tomada de decisão são construídos na medida em que as pessoas tornam-se participantes de comunidades, sendo assim o processo de aprendizagem é considerado como o desenvolvimento dos sujeitos em práticas. Nesta perspectiva, aprendizagem e identidade são aspectos inseparáveis; para Lave e Wenger (1991), tratam-se de aspectos relacionados ao mesmo fenômeno, entendendo por Identidade tanto a maneira como a pessoa se vê, quanto forma pela qual as outras pessoas a compreendem e a veem.

De acordo com os autores a participação ou não-participação dos indivíduos numa CoP proporcionam o desenvolvimento de experiências individuais e coletivas que dão forma às suas Identidades. Nesse sentido, a definição do “eu” constitui-se pelas trajetórias que são esculpidas pela (re) conciliação das várias formas de pertencimento numa única Identidade.

Wenger (1998) trata a formação de Identidade em CoP's abordando-a concomitantemente à Prática de uma Comunidade, caracterizando-a por meio da:

- a) **Experiência negociada do eu:** Ao participar da Prática de uma CoP, os membros apresentam uma imagem decorrente das suas experiências negociadas na Comunidade. Estes relacionamentos de acordo com Wenger (1998) determinam características tais como, quem sabe o que, quem tem participação central, quem tem participação periférica, etc.
- b) **Afiliação em comunidades:** De acordo com Caldeira (2010) a afiliação a comunidades define a Identidade como um modo de competência, pois ao serem participantes de uma CoP os membros podem ser reconhecidos no âmbito do engajamento mútuo, empreendimento articulado e repertório partilhado, permitindo o desenvolvimento de competências.
- c) **Trajetoórias de aprendizagem:** No contexto da CoP, o engajamento, constituído pela negociação de significados e, considerando-se as histórias de aprendizagem, leva a formação de trajetórias.

De acordo com Wenger (1998), no contexto das CoP's, vários tipos de trajetórias podem existir, tais como:

Trajetoórias periféricas (*Peripheral trajectories*) – Algumas trajetórias nunca levam   participa o plena. Ainda assim, estas trajetórias podem permitir o acesso   prática da comunidade, tornando a participa o destes membros significativa.

Trajetoórias de entrada (*inbound trajectories*) – Os aprendizes juntam-se   comunidade com a expectativa de tornarem-se participantes completos nas suas práticas. As suas identidades são investidas na sua futura participa o; no entanto a sua participa o presente pode ser periférica.

Trajetoórias de membro (*insider trajectories*) – A forma o de uma identidade não termina quando a participa o   ou se torna central na prática. A evolu o da prática continua – novos eventos, novos desafios, novas inven es proporcionam oportunidades para renegociar a identidade de cada um.

Trajetoórias fronteiras (*boundary trajectories*) – Algumas trajetórias encontram o seu significado na liga o entre comunidades de prática. Sustentar uma identidade através de fronteira   um dos mais delicados desafios deste tipo de trabalho.

Trajetoórias de saída (*outbound trajectories*) – Algumas trajetórias fazem com que seus membros caminhem em dire o a uma menor participa o na comunidade. Ainda que a forma o de identidade tenha como base o posicionamento de entrada numa CoP, “dirigir-se para fora dela também significa a ado o de um posicionamento em rela o a uma comunidade” (AMADO, 2003, p. 254).

- d) Nexos de multiafilia o:** Wenger (1998) aponta que nossas identidades são constituídas de acordo com as várias CoP's nas quais somos membros. Isso não significa que em cada CoP uma identidade diferente seja constituída. Neste sentido, há que se haver uma reconcilia o entre as identidades negociadas em cada CoP de forma que elas coexistam.
- e) Intera o entre o local e o global:** Quanto   intera o entre o local e o global, Beline (2012) afirma que a imagem construída por uma CoP precisa refletir também o contexto mais amplo na qual sua prática está inserida; esta intera o   essencial na forma o de Identidade. Por exemplo, uma prática que se constitui num contexto mais específico, como na aula de Matemática (local), deve relacionar-se   prática da escola como um todo (global).

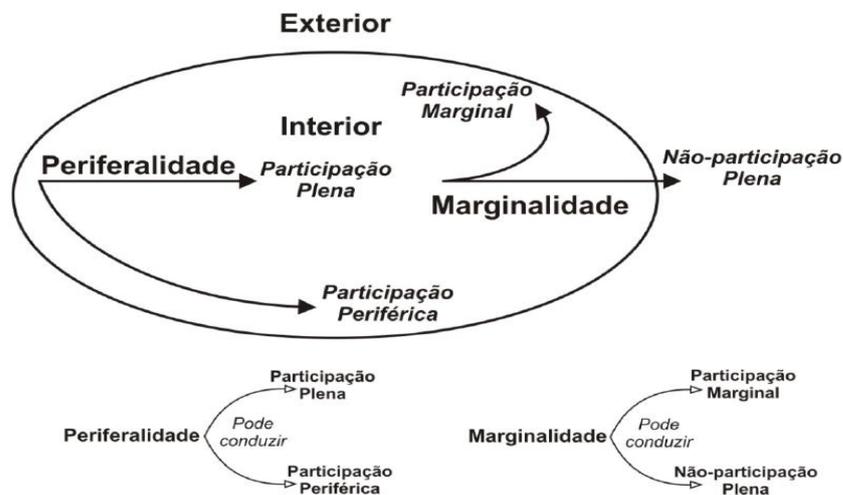
Ainda em rela o   forma o de Identidades, Wenger (1998) afirma que não construímos nossas Identidades apenas por meio das práticas pelas quais nos engajamos, mas

também pelas quais não nos engajamos, dito de outro modo, nossas Identidades são constituídas pelo que somos e pelo que não somos, pela participação e não-participação.

Da relação entre a participação e a não-participação Wenger (1998) distingue dois casos de interação: 1) *Periferia*, em que a participação é predominante, porém existe uma não-participação que faz como que a participação não seja plena; e 2) *Marginalidade*, em que a não-participação é predominante, definindo uma participação restrita.

Das relações entre participação e não-participação emergem uma variedade de formas de participação:

Figura 6 – Relações entre participação e não-participação.



Fonte: Beline (2012, p. 74) adaptado de Wenger (1998) e Caldeira (2010).

A Figura 6 apresenta quatro tipos de participações que podem ser desenvolvidas. A participação periférica pode conduzir a uma participação plena na Comunidade, ou manter-se como periférica; a participação marginal por sua vez, pode conduzir ou a uma participação que não é plena (em que a não-participação se sobressai), ou a uma participação marginal.

A análise acerca das mudanças nas formas de participações dos membros de uma CoP permitem a compreensão do modo pelo qual o acesso à prática desta comunidade se dá, em relação às ações desenvolvidas no interior da CoP. Conforme Lave e Wenger (1991) este é o processo que permite a existência da aprendizagem.

Nesta pesquisa analisamos as formas de participações dos alunos, no decorrer das atividades desenvolvidas, a fim de compreender como suas ações em relação às atividades de Modelagem Matemática permitiram tanto o acesso quanto a permanência à prática desenvolvida. Para tanto, analisamos a formação das trajetórias de aprendizagem dos alunos envolvidos.

3.3 Práticas Partilhadas na aula de Matemática: Comunidades de Prática Locais

Lave e Wenger (1991) elaboram sua teoria de aprendizagem situada tendo com referência comunidades que não as escolares, caracterizadas pelo interesse dos participantes em se tornar membros delas. Por outro lado, afirmam ser potencial e útil se pensar a aprendizagem escolar sob esta ótica. Diante disso, diversos autores tem procurado interpretar a noção de CoP e as implicações da sua constituição nas aulas de Matemática; dentre eles Matos (1999), Fernandes e Matos (1998; 1999), Boaler (2001), Winbourne (2008), Winbourne e Watson (1998), David e Watson (2008), Frade (2003) e Lerman (2000). Wenger (1998) também tece considerações acerca da constituição de CoP's na Educação.

Não se pode ignorar o fato de que as pesquisas que conduziram ao esquema conceitual desta teoria de aprendizagem, enquanto participação na prática social de CoP's, tenham se dado em contextos com características diferentes das de uma escola: alfaiates, alcoólatras anônimos, parteiras, etc. Por outro lado, de acordo com Boylan (2005) o foco na análise da evolução de uma CoP e nas trajetórias construídas pelos membros dela, permitem uma ferramenta para a análise da aprendizagem escolar da Matemática, pois como a TAS constitui uma teoria generalizada de aprendizagem, torna-se aplicável a diferentes contextos, incluindo os escolares.

Boylan (2005) numa análise às práticas escolares reconheceu que os conceitos analíticos desenvolvidos em relação à constituição de CoP são um meio importante para investigar as formas de pertencimento e participação na Matemática escolar. Entretanto sugere que as aulas de Matemática da escola geralmente não constituem CoP's.

Outros educadores matemáticos pesquisadores da TAS também reconhecem as particularidades do ambiente escolar em relação a outros em que as CoP's possam desenvolver-se e analisam as potencialidades e restrições deste conceito na aula de Matemática. Dentre eles Winbourne e Watson (1998), e David e Watson (2008).

Tais pesquisadores assumem as características específicas, decorrentes das próprias peculiaridades do ambiente da sala de aula e denominam as CoP's formadas nas aulas de Matemática de Comunidades de Prática Locais (LCoP), pois diferenciam-se das CoP's desenvolvidas em outros ambientes, em virtude não só do tempo e espaço das pessoas, mas também quanto às práticas normais da escola e da sala de aula, por isso são mais delimitadas.

Winbourne e Watson (1998) com base nos estudos de Jean Lave, desenvolveram uma perspectiva teórica para descrever o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar,

enquanto desenvolvendo-se em comunidades de prática. A partir da análise de algumas aulas de Matemática, e das características definidoras de uma CoP, apresentaram as características que acreditam ser necessárias para que a sala de aula seja entendida como uma CoP:

1. Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;
2. Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;
3. Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;
4. Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;
5. A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;
6. Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.²⁰ (WINBOURNE; WATSON, 1998, p. 103).

Concordamos com os autores ao assumirmos que pensar na sala de aula como uma interseção de múltiplas práticas (decorrente da vivência de cada sujeito social envolvido) e trajetórias seja uma forma útil de entender o processo de aprendizagem, tomando o indivíduo como foco deste processo.

Winbourne e Watson (1998) afirmam que seu objetivo ao discutirem LCoP's é fornecer uma perspectiva e linguagem aos professores de Matemática, a fim de proporcionar uma melhoria nas experiências matemáticas dos seus alunos.

Embora as características apontadas pelos autores em 1998, não sejam explanadas de modo mais aprofundado, elas são utilizadas posteriormente por David e Watson (2008) como ferramenta na análise da constituição de LCoP em aulas de Matemática. Ao utilizarem tais características, entretanto, as autoras formulam questões referentes a cada uma delas, a fim de direcionar a análise das aulas de Matemática. Transcrevemos a seguir, as questões diretrizes elaboradas por David e Watson (2008), referentes a cada característica:

²⁰ Texto Original: “1. students see themselves as functioning mathematically and, for these students, it makes sense for them to see their ‘being mathematical’ as an essential part of who they are within the lesson; 2. through the activities and roles assumed there is public recognition of developing competences within the lesson; 3. learners see themselves as working purposefully together towards the achievement of a common understanding; 4. there are shared ways of behaving, language, habits, values and tool-use; 5. the lesson is essentially constituted by the active participation of the students and teachers; 6. learners and teachers could, for a while, see themselves as engaged in the same activity”.

Quadro 4 – Relação entre as Características definidoras das LCoP e questões que as direcionam, de acordo com David e Watson (2008).

Características apontadas por Winbourne e Watson (1998) como definidoras da constituição de LCoP	Questões diretrizes utilizadas por David e Watson (2008) para analisar cada característica proposta por Winbourne e Watson (1998) nas aulas de Matemática
1) Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;	Como os alunos parecem estar agindo em relação a matemática? Que tipo de participação têm em relação à atividade?
2) Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;	Qual competência matemática é reconhecida publicamente, e como?
3) Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;	Os alunos parecem estar funcionando propositalmente juntos em relação à matemática? Com que finalidade?
4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;	Quais são os valores e formas de comportamento em relação a matemática: a língua, os hábitos, uso de ferramentas?
5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;	Será que participação ativa de alunos e professor em matemática é que constituem a lição?
6) Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.	Os alunos e professores parecem estar envolvidos na mesma atividade matemática? Qual é a atividade?

Fonte: Elaborado pela autora.

Em relação à operacionalização realizada por Winbourne e Watson (1998), entretanto, Matos (1999) afirma que os autores não consideraram as principais críticas que podem ser feitas à interpretação da atividade matemática escolar como participação em CoP’s. De acordo com o autor, Jean Lave evidencia que o princípio básico para a participação em Comunidades de Prática, é a voluntariedade do sujeito, que enseja nele o desejo em tornar-se algo.

Numa comunidade de serralheiros, por exemplo, o que faz com que o sujeito se insira nesta prática é seu desejo por tornar-se serralheiro. Lerman (2000) critica a adaptação da ideia de aprendizagem, neste sentido, na instituição escolar, justamente porque há uma distinção entre as situações voluntárias, tais como no trabalho, daquelas que não são voluntárias, como nas escolas, hospitais, dentre outras. O mesmo autor ressalta que, diferente de uma comunidade de alfaiates, por exemplo, em que a intenção do participante é tornar-se alfaiate, um aluno da aula de matemática, não quer, necessariamente torna-se Matemático, Educador Matemático, ou professor de Matemática.

Diante destes argumentos, Matos (1999) afirma que a cultura da Matemática escolar ainda tem sido muito centrada na aquisição e transmissão de conhecimentos que já nem são mais conhecimentos matemáticos, mas um discurso pedagógico.

Em estudo posterior Matos (2003) argumenta que se faz necessário, abandonar a ideia de “aquisição de conceitos e técnicas da matemática”, enquanto ciência produzida pelos matemáticos, e adotar uma perspectiva que assume a participação das pessoas como elemento principal na construção de saberes, uma comunidade de práticas próprias.

Em relação à construção desta identidade a que Matos (2003) faz referência, Boaler (2001) argumenta que algumas alternativas de ensino podem contribuir para sua constituição. De acordo com os resultados das pesquisas apresentadas por Boaler (2001), determinadas metodologias de ensino podem distanciar a aula de Matemática das práticas de aquisição, levando-as a construir suas próprias práticas. Segundo Boaler (2001) a Teoria da Aprendizagem Situada, tem oferecido uma nova perspectiva no desenvolvimento e uso do conhecimento, enfatizando o uso da Modelagem Matemática.

Conforme indicam seus estudos, alunos que passam por experiências com Modelagem Matemática, no decorrer da escolaridade, não só têm bons resultados em provas do tipo classificatórias, como percebem a relação da Matemática com as situações cotidianas, e usam-na como ferramenta na resolução de problemas diários.

Além disso, enquanto alternativa de ensino, a Modelagem Matemática na Educação Matemática, pode funcionar como uma didática que contribui para que os alunos se sintam convidados a engajar-se na prática de aprender Matemática; ou seja, despertar o caráter de voluntariedade em querer se tornar matematicamente competente. Burak (2004) e Santos e Bisognin (2007), por exemplo, dão destaque ao caráter motivacional proporcionado aos alunos, por meio da Modelagem Matemática. Embora o engajamento e/ou interesse pela atividade de Modelagem Matemática não implique, necessariamente, na constituição de práticas partilhadas nas aulas de Matemática, a Modelagem pode contribuir para que isto ocorra, considerando-se que o comprometimento com a atividade é um aspecto essencial para que LCoP's sejam constituídas.

Neste sentido, o problema apontado por Matos (1999) quanto ao aspecto voluntário dos alunos, na constituição de Comunidades de Prática Locais, pode ser suavizado quando se utilizam alternativas de ensino, como as apontadas por Boaler (2001), que além do aspecto motivacional, abrem espaço para a constituição de um ambiente dialógico, pautado na investigação, na negociação de significados, caminhando em direção à construção de uma prática própria na sala de aula, em detrimento da aquisição de conhecimentos compartimentalizados.

Este aspecto de voluntariedade e interesse é primordial na constituição de LCoP. Além disso, é necessário que oportunidades de negociações de significados sejam dadas aos alunos. De acordo com Frade (2003), as oportunidades que são dadas aos alunos nas suas práticas escolares, para negociar experiências, influenciam fortemente seu engajamento numa prática. Ainda conforme a mesma autora, as três dimensões da prática enquanto fonte de coerência da comunidade (engajamento mútuo, empreendimento comum e compartilhamento de repertório) são fundamentais para o desenvolvimento da prática matemática na sala de aula.

Embora tais dimensões não estejam explícitas nas características apontadas por Winbourne e Watson (1998), elas parecem estar embutidas nestes elementos (como explicitado na seção 4). Além de Winbourne e Watson, Matos (1999) também buscou uma forma de analisar como uma prática pode ser constituída na aula de Matemática. A partir da visão de Lave e Wenger (1991), o autor apresenta algumas características que podem ser utilizadas como ferramenta na análise da existência de uma prática na aula de Matemática:

(i) os alunos partilham o mesmo tipo de objetivos; (ii) a prática é sustentada pelos participantes (quer num sentido inclusivo, quer no contexto de outras práticas adjacentes); (iii) os alunos partilham significados na sua interação; (iv) o mundo vivido é definido pelos participantes com elementos que dão alguma visibilidade à ideia de que participam numa mesma atividade; (v) o acesso dos vários alunos à participação na prática é caracterizável. Como?; (vi) como se caracteriza o currículo de aprendizagem da comunidade. (MATOS, 1999, p. 74-75)

No texto de Matos (1999) e em Fernandes e Matos (1999), este esquema conceitual é utilizado, para analisar as práticas de alunos de um sétimo ano, com base em excertos de atividades de matemática. A partir destes estudos, os autores apontam a necessidade de novas investigações que tratem da aprendizagem de Matemática, com foco não no indivíduo, mas nas suas práticas na sala de aula, e as formas que o levam a aprender Matemática.

Usando o esquema conceitual proposto por Winbourne e Watson (1998), nos propomos, neste estudo, a identificar alguns aspectos se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática e que contribuem com o processo de constituição de LCoP, no contexto da sala de aula.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esta seção tem como objetivo apresentar a natureza desta pesquisa, seu contexto de realização, bem como seu percurso metodológico. Sendo assim, na primeira subseção retomamos a questão e os objetivos que norteiam esta investigação; em seguida discorremos sobre a natureza da pesquisa realizada; na subseção 4.3 caracterizamos o contexto da pesquisa, apresentando os sujeitos envolvidos no estudo. A subseção 4.4 descreve as atividades desenvolvidas, incluindo a carga horária e as datas de cada aula ministrada; posteriormente descrevemos os procedimentos de coleta dos dados e, por fim, apresentamos a interpretação das características das LCoP's (WINBOURNE; WATSON, 1998), desenvolvida e utilizada nesta pesquisa.

Organização da Seção

4.1 Questão Norteadora e Objetivos Da Pesquisa

4.2 A Escolha Metodológica

4.3 Contexto da Pesquisa

4.3.1 O Curso de Formação de Docentes

4.3.2 Delimitação e Caracterização do Grupo Investigado

4.4 Descrições das Atividades Desenvolvidas e Suas Conduções

4.5 Procedimentos Para Obtenção de Dados

4.6 Procedimentos de Análise das Aulas

4.6.1 Comunidades de Prática Locais: a Interpretação desenvolvida para Análise da sua Constituição

4.1 Questão Norteadora e Objetivos Da Pesquisa

Em contraposição às teorias de aprendizagem acríticas²¹, as teorias mais recentes de aprendizagem têm tomado o sujeito como foco, sugerindo que o conhecimento é construído pelos indivíduos a partir das suas interações com outros sujeitos e o mundo em que vive (BOALER, 2001). Para Miguel e Vilela (2008, p. 98) “isso significa que o esclarecimento e a realização de tais práticas requerem a consideração conjugada e simultânea de um conjunto nem sempre identificável de condicionantes sociais”; um redirecionamento necessário para o entendimento de práticas complexas e multicondicionadas.

Neste cenário mais recente, a Teoria da Aprendizagem Situada, sistematizada pela antropóloga Jean Lave, têm oferecido uma nova perspectiva sobre o desenvolvimento e o uso do conhecimento, e de acordo com Boaler (2001) no âmbito da Educação Matemática, têm enaltecido o papel da Modelagem no ambiente escolar.

A relevância de se olhar as práticas de Modelagem na sala de aula por meio da TAS se deve a diversos fatores, dentre os quais, as oportunidades criadas para a compreensão de situações que proporcionam não apenas a aprendizagem de conteúdos, como também o envolvimento em práticas necessárias em contextos extraescolares.

A ideia concernente à situatividade do conhecimento em contextos é um dos aspectos fundamentais da Teoria da aprendizagem Situada. Para Lave e Wenger (1991), a aprendizagem não só tem caráter situado, como se desenvolve em contextos bem específicos, denominados de Comunidades de Prática (CoP).

Com fundamentos nos estudos de Jean Lave, pesquisadores como Winbourne e Watson (1998, 2008), Brown, Collins e Duguid (1989), Matos (1999), têm realizado estudos a fim de entender a operacionalização da noção de aprendizagem enquanto desenvolvida em CoP no contexto escolar. Winbourne e Watson (1998), denominam de Comunidades de Prática Locais (LCoP), as comunidades constituídas na sala de aula.

Embora as pesquisas citadas neste texto infiram que o ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática favorece a Aprendizagem Situada de conteúdos matemáticos (BOALER, 2001), e mostrado como a sala de aula pode ser considerada uma LCoP

²¹ Saviani (2000) aborda as teorias educacionais abarcando-as em dois grupos: Teorias não-críticas (Pedagogia Tradicional, Tecnicista e Pedagogia Nova), em que a educação é entendida como instrumento de uniformização social; Teorias Crítico-Reprodutivistas, que compreende a educação como instrumento de discriminação social. O autor apresenta então o que denomina de teoria Crítica, que não é reprodutivista e tende a superar o poder ilusório que caracteriza as teorias não críticas e em que assume as interferências multicondicionadas socialmente.

(WINOURNE; WATSON, 1998), não encontramos na literatura nacional e internacional, pesquisas que investiguem, *como* atividades de Modelagem Matemática podem favorecer a constituição de LCoP. Em virtude disso, buscamos investigar: *“Quais aspectos que se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, contribuem com o processo de constituição de LCoP, no Curso de Formação de Docentes”?*.

A opção pelo Curso de Formação de Docentes se deu pelo fato de se tratar de alunos que poderão atuar nos primeiros anos da Educação Básica, ensinando Matemática, mesmo que não tenham frequentado o curso de Matemática. Acima de tudo porque, de acordo com o Anuário brasileiro da Educação Básica, publicado em 2013, até 2011 cerca de 20% dos professores que atuam em toda a Educação Básica, são formados nos cursos de Formação de Docentes. Quando o nível em questão é a Educação Infantil 33,42% dos professores são formados nos curso de Formação de Docentes, ao passo que cerca de 56% dos professores são formados em nível superior.

Pretendendo analisar o problema de pesquisa, o objetivo geral que norteou nossas análises consistiu identificar alguns aspectos se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática que contribuem com o processo de constituição de LCoP, no contexto da sala de aula.

Para isto, os seguintes objetivos específicos foram traçados:

- Investigar possíveis ações dos estudantes, no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, que contribuem para a constituição de Comunidades de Prática Locais;
- Estabelecer algumas das possíveis relações entre a atividade de Modelagem e os elementos fundamentais constituintes de LCoP, com base no estudo anterior.

4.2 A Escolha Metodológica

Dada a nossa questão de investigação *“Quais aspectos que se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, contribuem com o processo de constituição de LCoP, no Curso de Formação de Docentes?”* e as características que este estudo assume, tal investigação está inserida no campo da pesquisa de cunho qualitativo, pois nosso objetivo é buscar compreensões significativas para a interrogação formulada.

De acordo com Araújo e Borba (2012), as questões acerca da pesquisa qualitativa, no campo da Educação Matemática, têm sido discutidas há pouco tempo, apesar de não ser um assunto novo no campo das Ciências sociais. Para Garnica (2012), em Educação Matemática, a caracterização de pesquisa qualitativa, pouco tem se distanciado dos parâmetros apontados por Bogdan e Biklen no início da década de 1980.

Borba (2004) ainda ressalta que o que se convencionou denominar de pesquisa qualitativa, enfatiza os procedimentos de descrição, pois a visão de conhecimento do pesquisador admite a interferência subjetiva na pesquisa. Por outro lado, embora a descrição dos procedimentos seja relevante neste processo, apenas a descrição do fenômeno investigado, seria superficial para a qualidade da pesquisa. Daí a importância de uma concepção de conhecimento clara, por parte do pesquisador, que embase todo o processo de coleta e análise dos dados referentes ao estudo.

Em relação à pesquisa qualitativa, Borba e Araújo (2012), reconhecem uma boa caracterização dela, nos processos apontados por Bogdan e Biklen (1994). De acordo com Bogdan e Biklen (1994) uma pesquisa qualitativa pode ser compreendida a partir de cinco características, entretanto observam que nem todas as pesquisas deste tipo precisam apresentar, necessariamente, todas elas. Esta pesquisa, em particular, assume as seguintes características, explicitadas pelos autores:

1) Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;

Em relação ao primeiro aspecto, os autores reforçam que embora o pesquisador faça uso de instrumentos como vídeos, registros em áudio e escritos, a fim de estreitar os laços com as fontes em que os dados são coletados, ainda assim, partes relevantes dos dados são obtidas pelo contato direto com seu ambiente de origem.

Nesta pesquisa, o ambiente que constitui a fonte direta construída para coleta de dados, foi o propiciado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, por uma turma do terceiro ano de um Curso de Formação de Docentes, de uma escola pública localizada na região centro-oeste do Paraná. As aulas foram ministradas no horário regular de aula; na disciplina de Estágio Supervisionado da turma.

Neste contexto, a participação da pesquisadora, não só constituiu fonte principal no processo de coleta de dados, como também contribuiu na construção dos dados a serem coletados. Além disso, as ações da pesquisadora também são consideradas nas análises desta

investigação. Sendo assim, torno-me participante da pesquisa, pois minhas intervenções são consideradas durante todo o processo.

2) *A investigação qualitativa é descritiva;*

Em relação a esta característica os autores esclarecem que os dados apresentam-se em forma de imagens, palavras, vídeos, etc., não apenas em números. Estes dados são usados pelo pesquisador de forma a substanciar sua apresentação.

Na presente investigação, as descrições são realizadas a partir das transcrições e observações das aulas, que foram registradas em áudio e vídeo. A partir também, dos registros e relatórios escritos das atividades desenvolvidas pelos alunos e entrevistas gravadas em áudio.

Nossa opção pelo registro em vídeo justifica-se pelo fato de que a abordagem qualitativa considera que nenhum fato é irrelevante para a compreensão do objeto de estudo. Sendo assim, questões como a disponibilização das carteiras na sala, a forma como os alunos posicionam-se perante os colegas e o professor, no decorrer das aulas, também deve ser considerada.

3) *Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;*

A questão que norteou este estudo, assim como em outras pesquisas qualitativas, referiu-se a *como* um processo acontece. Desta forma, não faz sentido que o foco seja os resultados finais; ou ainda, uma comparação entre uma situação inicial e uma final.

O que nos interessou foi a análise da forma como os alunos se comportaram, como negociaram significados, como mudaram seus comportamentos, quando determinadas práticas transformaram-se em práticas comuns ao grupo. Portanto, nosso foco foi o processo percorrido pelo grupo composto por pesquisadora e alunos envolvidos.

4) *O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.*

Uma das principais preocupações da pesquisa qualitativa centra-se em perceber a forma como os sujeitos da investigação enxergam e percebem o mundo que os cerca; quais suas concepções. Assim, o pesquisador procura estabelecer relações que lhes permita entender as coisas do ponto de vista do informador (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Nesta pesquisa, por meio da diversidade de instrumentos utilizados no processo de construção e coleta dos dados, nossa preocupação consistiu na percepção dos significados que os sujeitos atribuíram às coisas, às situações. Para isso, recorremos a alguns pressupostos da Teoria da Aprendizagem Situada, mais especificamente aos que concernem à constituição de Comunidades de Prática Locais, e aos encaminhamentos da Modelagem Matemática, na Educação Matemática, a fim de interpretar os significados que os sujeitos atribuíram às situações que vivenciaram.

4.3 Contexto da Pesquisa

Neste tópico abordamos aspectos do Curso de Formação de Docentes e delimitamos o grupo de alunos cujas ações foram analisadas, apresentando uma caracterização dos estudantes participantes da pesquisa.

4.3.1 O Curso de Formação de Docentes

Os dados para análise, nesta pesquisa, foram coletados a partir de aulas ministradas pela autora deste texto, numa turma de catorze alunos de um terceiro ano de um Curso de Formação de Docentes de uma escola pública da região centro-oeste do Paraná.

Na escola em que o estudo foi realizado, o Curso de Formação de Docentes é oferecido desde o ano de 1981, constituindo parte da formação da maior parte dos professores polivalentes²² que atuam nos primeiros anos da Educação Básica, no município. Antes denominado Magistério, a partir de 2003, o curso recebeu uma reformulação e esta nova denominação.

No Estado do Paraná, durante o período de 1996 a 2002, a Secretaria de Estado da Educação do Paraná, SEED, decretou a desvinculação dos cursos profissionalizantes do Ensino Médio, determinando o fechamento de tais cursos, inclusive do Magistério. Algumas escolas do estado, no entanto, resistiram ao fechamento de tais cursos. Este é o caso da escola em questão.

Com base em novas orientações políticas para a Educação, a partir do ano de 2003, a SEED incluiu novamente nas suas propostas a oferta do curso de Magistério em nível médio, agora denominado Curso de Formação de Docentes da Educação Infantil e Séries Iniciais do

²² Com o termo polivalente, nos referimos aos professores que ministram aulas referentes a disciplinas de naturezas diversas (Língua Portuguesa, Matemática, geografia, etc.).

Ensino Fundamental, em nível médio, na modalidade normal. O curso de Formação de Docentes passou então a ser oferecido pelas escolas que resistiram ao seu fechamento e também por outras, recebendo uma nova organização curricular.

Atualmente o Curso de Formação de Docentes é organizado em duas modalidades: 1) curso integrado – com duração de quatro anos para alunos concluintes do nono ano da Educação Básica, que cursam as disciplinas de base comum (Língua Portuguesa, Matemática, etc), e as específicas do Curso (Metodologia do ensino de Matemática, Organização do trabalho pedagógico, etc); e 2) aproveitamento de estudos – com duração de três anos, para alunos que já cursaram o Ensino Médio e complementam sua formação apenas com as disciplinas específicas do Curso.

Em ambas as modalidades, a disciplina de Estágio Supervisionado é ministrada no período contraturno, perfazendo uma carga horária de 210 horas-aula, anuais. Por ser a disciplina com maior carga horária do curso, foi no período destas aulas que as atividades de Modelagem Matemática referentes a esta pesquisa, foram desenvolvidas.

Os alunos participantes desta pesquisa pertenciam ao terceiro ano do Curso, na modalidade integrado. É no terceiro ano, que a disciplina de Metodologia de Ensino da Matemática (MEM) é ministrada; este é um dos motivos que nos levou a optar por esta série, pois dentre os tópicos de estudo previstos para esta disciplina estão algumas Alternativas de Ensino da Matemática²³: Resolução de Problemas, Etnomatemática, História da Matemática e Modelagem Matemática.

Simultaneamente ao desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, no decorrer das aulas de Estágio Supervisionado, em que os alunos vivenciaram a Modelagem *por meio* dela; nas aulas de Metodologia de ensino da Matemática, sob regência da professora da turma, estudaram *sobre* Modelagem Matemática, na Educação Matemática. Como a professora que ministrava ambas as disciplinas observou nossas aulas, estabeleceu relações entre a prática das atividades desenvolvidas pelos alunos nas aulas de Estágio Supervisionado, e a teoria da Modelagem Matemática, estudada na disciplina de MEM.

4.3.2 Delimitação e Caracterização do Grupo Investigado

A turma escolhida foi o único terceiro ano do Curso de Formação de Docentes, da escola em questão, no ano de 2013. Como as atividades foram desenvolvidas no horário de aula habitual, toda a turma, constituída por 14 alunos, participou dos encontros realizados.

²³ Este é o termo utilizado na ementa da disciplina de MEM.

Para preservar a identidade dos alunos anônima, de acordo com as exigências do Conselho de Ética da Universidade Estadual de Maringá (UEM)²⁴, atribuímos nomes fictícios aos participantes. Aos 14 alunos participantes, chamamos de: Raiane, Ana, Aline, Daiane, Renata, Matias, Antônio, Andréia, Rosana, Rogério, Paola, Leda, Lúcio e Natany.

A fim de nortear as atividades que seriam desenvolvidas com os alunos, no decorrer das nossas aulas, antes do início delas, aplicamos um questionário com 9 questões para que pudéssemos descrever o perfil destes alunos.

As questões se referiam à idade dos estudantes, expectativas em relação ao curso, dificuldades em relação à disciplina de Matemática e temas e conteúdos de interesse destes alunos, que pudessem ser abordados nas nossas aulas. Uma das alunas, Renata, não estava presente na aula em que o questionário foi aplicado e não o devolveu. Desta maneira, as descrições a seguir referem-se aos dados de 13 alunos.

No Quadro 5 apresentamos as informações referentes a cada aluno, em relação à suas idades, áreas de pretensão de curso em nível superior, e conteúdos estruturantes dos anos iniciais da Educação Básica, que sentem dificuldades.

Quadro 5 – Caracterização dos alunos participantes da pesquisa.

Aluno	Idade	Área de pretensão de curso no Ensino Superior	Conteúdos Estruturantes de Matemática dos anos iniciais da Educação Básica, que sente dificuldades
<i>Ana</i>	17	Direito	Grandezas e Medidas
<i>Aline</i>	17	Licenciatura (Letras ou Pedagogia)	Geometrias; Grandezas e Medidas; Números e Operações; Tratamento da Informação
<i>Andréia</i>	17	Licenciatura (Pedagogia)	Tratamento da Informação
<i>Antônio</i>	51	Licenciatura (Artes Visuais)	Geometrias; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação
<i>Daiane</i>	20	Enfermagem	Geometrias; Números e Operações; Tratamento da Informação
<i>Leda</i>	17	Licenciatura (Matemática)	Tratamento da Informação
<i>Lúcio</i>	17	Licenciatura (Matemática ou Geografia)	Geometrias; Números e Operações
<i>Matias</i>	17	Licenciatura (Matemática)	Números e Operações
<i>Natany</i>	17	Engenharia Civil	Geometrias; Números e Operações; Tratamento da Informação
<i>Raiane</i>	17	Não decidiu	Números e Operações
<i>Rosana</i>	19	Licenciatura (Educação Física)	Números e Operações
<i>Rogério</i>	20	Licenciatura (Artes Visuais)	Grandezas e Medidas; Geometrias; Números e Operações.
<i>Paola</i>	17	Engenharia Civil	Geometrias

Fonte: Elaborado pela autora.

²⁴ Pesquisa aprovada pela Comissão de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo parecer número 448.458; e com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) número 15901913.7.0000.0104.

A questão referente à intencionalidade em prosseguir os estudos e, em qual área, tem importância na medida em que também revela o interesse dos alunos em um Curso que esteja relacionado à formação de professores. Isso pode dar indícios do comprometimento com o Curso de Formação de Docentes, e as atividades desenvolvidas nele, incluindo as referentes à nossa pesquisa.

Além das questões relacionadas a aspectos mais gerais dos alunos, uma delas se referiu à temas e conteúdos que os alunos gostariam de estudar no decorrer das nossas aulas. Nossa intenção com tais questões foi abordar os conteúdos de interesse e maior dificuldade apontados pelos alunos e, desenvolver atividades de Modelagem, a partir dos temas sugeridos. Ressaltamos que, enquanto respondiam à estas duas questões, os alunos trocaram ideias entre si.

Acerca dos temas de interesse dos alunos, os mais citados foram: Desenvolvimento (físico) do ser humano; a produção de lixo e a importância da leitura para o desenvolvimento das pessoas.

Em relação aos conteúdos matemáticos que os alunos tinham interesse em estudar nestas aulas, os que mais se repetiram foram: “operações elementares”, “operações com frações” e “números decimais”, “matrizes”, “conteúdos de geometria”, “funções” e “proporções”.

Como os alunos estudavam no período noturno, 9 dos 13 estudantes que responderam ao questionário trabalhavam nos outros períodos, dentre os quais, 4 atuam na área habilitada pelo Curso de Formação de Docentes: Ana, Daiane, Lúcio e Andréia. Os demais trabalhavam em áreas não relacionadas ao curso.

4.4 Descrições das Atividades Desenvolvidas e Suas Condições

As atividades desenvolvidas, nesta pesquisa, foram conduzidas de acordo com a concepção de Barbosa (2007), como elucidado na Seção 2. Ao todo foram desenvolvidas três atividades, assim denominadas: 1) Área da superfície corpórea; 2) Desenvolvimento dos bebês; 3) Projeto Troca-Verde.

As duas primeiras atividades analisadas neste texto adequam-se aos casos 1 e 2, a qual Barbosa (2003) faz referência, ou seja, as etapas de formulação e simplificação do problema, assim como a coleta de dados, análise, solução e interpretação da solução, foram feitas pela professora e alunos, conforme apontamentos do Quadro 2.

A atividade denominada de “Troca-Verde” inseriu-se no caso 3 no qual todo o processo de investigação e problematização são de responsabilidade dos alunos e professora.

A atividade 1, com tema “Área da superfície corpórea”, foi desenvolvida no espaço da sala de aula, e como ferramentas os alunos tinham a disposição: calculadoras, fitas métricas, balanças e réguas, e livros didáticos de Matemática.

A segunda atividade desenvolvida teve como tema o “Desenvolvimento dos bebês”. Esta foi uma atividade cujo tema, escolhido pelos alunos, foi um dos que mais lhes chamou atenção. Talvez porque estes alunos realizam estágio, com uma carga horária relevante, em centros de Educação Infantil.

Como um dos temas de interesse apontado por maior parte dos alunos, foi a produção de lixo, a terceira atividade tratou de um projeto municipal, desenvolvido na cidade em que a escola escolhida para esta pesquisa se localiza, intitulado “Troca-Verde”. Trata-se de um projeto em que os habitantes do município realizam trocas quinzenais, de sacolas de materiais recicláveis, por sacolas de verduras orgânicas.

Os alunos dividiram-se em grupos de 3 a 5 alunos para a realização das atividades. A organização dos alunos em grupos justifica-se pelo motivo de que as negociações entre um número menor de alunos pode permitir uma participação maior deles, bem como uma análise mais minuciosa das suas ações.

Apresentamos no Quadro 6, o cronograma das aulas ministradas, com as respectivas datas, carga horária, atividade desenvolvida na aula e alunos presentes.

Quadro 6 – Organização das aulas ministradas.

Data da aula (ano de 2013)	Carga Horária (em horas-aula²⁵)	Atividade Desenvolvida	Alunos participantes por grupo (G1 – grupo 1; G2 – grupo 2; G3 – grupo 3)
27/ 02	2	Apresentação da pesquisa e aplicação do questionário	Raiane, Ana, Aline, Daiane, Matias, Antônio, Andreia, Rosana, Rogério, Paola, Leda, Lúcio, Natany.
27/02	1	Área da Superfície Corpórea	G1) Leda, Natany, Matias, Antônio, Andréia, G2) Rosana, Lúcio, Rogério, Paola G3) Raiane, Ana, Aline, Daiane.
06/ 03	3	Área da Superfície Corpórea	G1) Natany, Matias, Antônio, Andréia, G2) Rosana, Lúcio, Rogério, Paola G3) Raiane, Ana, Daiane.
13/ 03	3	Área da Superfície Corpórea	G1) Leda, Natany, Matias, Antônio, Andréia, G2) Lúcio, Rogério, Renata G3) Daiane.

²⁵ Cada hora-aula corresponde a 50 minutos.

20/ 03	3	Área da Superfície Corpórea	G1) Leda, Natany, Matias, Antônio, Andréia, G2) Renata, Lúcio, Rogério, Paola G3) Raiane, Aline, Ana.
27/ 03	3	Desenvolvimento dos bebês	G1) Matias, Rosana, Rogério, Antônio, G3) Aline, Ana, Raiane.
03/ 04	3	Desenvolvimento dos bebês	G1) Rogério, Antônio, Rosana G2) Lúcio, Paola, Natany, Leda, G3) Aline
10/ 04	1	Desenvolvimento dos bebês	G1) Matias, Rosana, Rogério, Antônio G2) Natany, Paola, Lúcio, Leda G3) Ana, Raiane
10/ 04	2	Projeto Troca-Verde	G1) Matias, Rosana, Rogério, Antônio G2) Natany, Paola, Lúcio, Leda G3) Ana, Raiane, Aline
17/ 04	1	Projeto Troca-Verde	G1) Matias, Rosana, Rogério, Antônio G2) Natany, Paola, Lúcio, Leda G3) Ana, Raiane, Aline

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme mostra o Quadro 6, alguns alunos trabalharam juntos em todas as atividades propostas, enquanto outros mudaram de grupo de trabalho, durante as atividades. Isso aconteceu devido às faltas²⁶ dos alunos em determinadas aulas, incluindo naquelas em que as atividades foram iniciadas. Com a ausência de muitos alunos, no dia 27/03, por exemplo, foi necessário reorganizar os grupos, ocasionando a formação de novos grupos de trabalho na sala.

4.5 Procedimentos para Obtenção de Dados

Como instrumentos para coleta de dados da investigação, utilizamos: gravação das aulas em áudio e vídeo, questionário escrito, relatórios e demais registros escritos produzidos pelos alunos, e entrevista individual.

A fim de investigar as discussões mantidas pelos alunos, no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, assim como suas formas de organização, seu comportamento frente aos colegas e professora, a gravação em áudio tornou-se insuficiente para tal análise. Embora pudesse captar as discussões mantidas pelos grupos, a gravação em áudio não permitiu mostrar quem, apesar de não discutir com os demais, desenvolveu suas atividades, ou participou passivamente das discussões, etc.

²⁶ As faltas dos alunos são justificadas pelo fato de que, neste mesmo horário em que as aulas foram desenvolvidas, alguns alunos realizaram estágios supervisionados exigidos pela matriz curricular do curso. Além disso, a situação climática do dia 27/03 foi a responsável pelo grande número de faltas.

Nesse sentido, usamos um gravador de áudio para registrar as falas dos alunos em cada grupo de trabalho e, uma câmera de vídeo que registrou as ações da turma.

Ao fim das atividades, realizamos uma entrevista com cada um dos alunos, particularmente, na qual três questões foram feitas:

- 1) Como se sentiu no decorrer das aulas desenvolvidas?;
- 2) Como você avalia sua participação para os seus grupos, em relação às atividades?
- 3) Como você avalia a participação dos seus colegas de grupos, em relação às atividades desenvolvidas?

Nosso objetivo com tal entrevista foi compreender como as aulas analisadas sob nossa perspectiva, foi analisada pelos alunos envolvidos, em relação aos aspectos abrangidos nas questões.

Além disso, os registros escritos das atividades dos alunos, assim como os relatórios produzidos ao fim de cada atividade, pelos grupos, também constituiu um importante instrumento para análise do que os estudantes haviam feito nas aulas.

4.6 Procedimentos de Análise das Aulas

Os dados, coletados por meio dos instrumentos descritos na subseção anterior, foram analisados com base nos referenciais teóricos apresentados nas seções 2 e 3. Ao fim de todas as aulas, e de posse do material produzido, iniciamos o processo de análise mais detalhada dos registros.

Inicialmente, transcrevemos as aulas registradas em áudio e vídeo. O material de áudio e vídeo foi organizado da seguinte forma:

- 1) Descrição geral de cada aula, por meio de uma visão geral dos vídeos;
- 2) Transcrição da aula respeitando os diálogos mantidos pela sala de aula toda e a professora e, as discussões mantidas em cada grupo. Esta transcrição foi realizada com base nos vídeos gerados nas aulas e, nas gravações em áudio de cada um dos grupos de trabalho. Desta forma, os registros das aulas são feitos inicialmente de uma forma global e, posteriormente de forma local, transcrevendo as discussões em cada grupo;
- 3) Organização das transcrições e demais materiais produzidos durante as aulas por atividades, sem distinção entre uma aula e outra.

As transcrições das falas foram feitas de acordo com as seguintes normas de transcrição, fruto do estudo comparado dos padrões de concordância em variedades brasileiras, europeias e africanas, coordenado por Silvia Rodrigues Vieira e Maria Antónia Ramos Coelho da Mota:

Quadro 7 – Principais sinais acordados em uma transcrição no Brasil.

Sinais	Normas acordadas em Transcrição de dados
...	Para indicar qualquer tipo de pausa
()	Para indicar hipótese do que se ouviu
(())	Para inserção de comentários do pesquisador
::	Para indicar prolongamento de vogal ou consoante. Ex: “éh::”
/	Para indicar truncamento de palavras por exemplo “o pro/ ... o procedimento”.
- -	Para silabação de palavras. Ex: “di-la-ta-ção”
Maiúsculas	Para entonação enfática
(____)	Para falas sobrepostas
[____]	Para falas simultâneas
N, I, S	Simultaneidade das diferentes linguagens (oral, escrita, gestual)

Fonte: Disponível em:

http://www.concordancia.letras.ufrj.br/index.php?option=com_content&view=article&id=52&Itemid=58. Acesso: 06/04/2013

Após transcrevermos os conteúdos das aulas, separamos o material, por grupo e atividade desenvolvida, por exemplo: Primeira atividade (“Área da Superfície corpórea”) - Grupo 1; Primeira atividade (“Área da Superfície corpórea”) - Grupo 2...; Segunda atividade (“Desenvolvimento dos bebês”) – Grupo 1, e assim por diante.

As mesmas normas foram utilizadas para as transcrições das entrevistas, gravadas em áudio, e realizadas ao fim das atividades desenvolvidas.

Em posse do material transcrito, analisamos as negociações de significados mantidas por cada grupo, em cada atividade, buscando identificar as características apontadas por Winbourne e Watson (1998), apresentadas na seção 3, nas interações dos alunos, no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. As análises das transcrições estão organizadas de forma a apresentar as discussões realizadas pela turma e em cada grupo de trabalho.

As falas transcritas, juntamente com os demais registros escritos dos alunos, nos proporcionou um amplo material para análise das características as quais Winbourne e Watson (1998) julgam ser necessárias para que LCoP’s sejam constituídas na sala de aula.

Em relação às características apontadas pelos autores, quanto a constituição de LCoP encontramos um obstáculo. No seu artigo *Participating in learning mathematics through shared local practices in classrooms*, e em trabalhos posteriores, quando Winbourne e Watson utilizam as características que apontam, para analisar práticas nas salas de aula, não discutem quais aspectos devem ser considerados na análise de cada uma das seis características. Embora os autores utilizem tal ferramenta, estas características são apenas enunciadas e utilizadas, sem que haja uma especificação de cada uma.

Neste sentido, com fundamentos no artigo de Winbourne e Watson (1998), nos artigos *Participating In What? Using Situated Cognition Theory To Illuminate Differences In Classroom Practices* (DAVID; WATSON, 2008) e *Looking for learning in practice: How can this inform teaching* (WINBOURNE, 2008), bem como nos livros *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation* (LAVE; WENGER, 1991) e *Communities of Practice: Learning, Meaning, And Identity* (WENGER, 1998) descrevemos que aspectos relacionados às características apontadas por Winbourne e Watson (1998), serão considerados para analisar as negociações e demais registros produzidos pelos alunos.

4.6.1 Comunidades de Prática Locais: a Interpretação desenvolvida para Análise da sua Constituição

Nossa busca por uma interpretação dos conceitos subjacentes às CoP's, no ambiente da sala de aula, nos levou ao artigo "Participating in learning mathematics through shared local practices in classrooms", de Peter Winbourne e Anne Watson publicado, em 1998, no livro "Situated Cognition and the Learning of Mathematics".

Neste artigo e em estudos posteriores (WINBOURNE, 2008; DAVID e WATSON, 2008) os autores relatam atividades matemáticas de alunos trabalhando de forma individual na sala de aula e analisam como a participação de alunos e professores constituem a atividade proposta.

Winbourne e Watson (1998) enfatizam que pretendiam descrever o que pode ser chamado de práticas locais compartilhadas, ou Comunidades de Prática Locais (LCoP).

Para atingir tal objetivo os autores apresentaram, inicialmente, seis atributos que para eles, caracterizam as CoP's e, por meio da análise de três aulas de Matemática, das quais duas constituíram LCoP e uma não, resumiram as características que acreditam ser necessárias na análise de constituição de uma LCoP, na aula de Matemática.

Para Winborne e Watson (1998) e Winbourne (2008) uma CoP pode ser caracterizada pelos seguintes elementos:

1. Os participantes, através da sua participação na prática, criam e encontram sua identidade nessa prática (e assim continuam o processo de criar e encontrar suas identidades);
2. Tem que haver alguma estrutura social que permite que os participantes se posicionem em uma dimensão aprendiz / mestre (usamos esses termos porque queríamos enfatizar a natureza social de tais julgamentos. A distinção perito / novato tem a atração de neutralty, mas sugere uma espécie de terapia cognitivo-psicológica atividade e nós não estamos focando no que aqui);
3. A comunidade tem uma finalidade;
4. Há maneiras comuns de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;
5. A prática é constituída pelos participantes;
6. Todos os participantes verem-se a si próprios como essencialmente engajados na mesma atividade.²⁷ (WINBOURNE; WATSON, 1998, p. 94).

Com relação aos itens anteriores, os autores afirmam que as quatro primeiras características são mais perceptíveis no ambiente escolar, enquanto que as duas últimas são menos claras; pois na sala de aula, muitas vezes a participação do aluno é passiva. Assim, a prática só seria constituída pelos alunos, se fosse por meio da sua aceitação.

Considerando as características do ambiente escolar, os autores explicam que tais comunidades podem ser locais em termos de tempo e de espaço: em termos de participação na prática, podendo “aparecer” em uma só aula, e serem reconstituídas depois de um tempo.

Winbourne e Watson analisaram três atividades de Matemática conduzidas por professores diferentes e com turmas diferentes, das quais duas constituíram LCoP's e uma não, e resumiram as características que acreditam ser necessárias na análise de constituição de uma LCoP:

1. Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;
2. Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;
3. Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;

²⁷ Texto original: “1. participants, through their participation in the practice, create and find their identity within that practice (and so continue the process of creating and finding their more public identity); 2. there has to be some social structure that allows participants to be positioned on an apprentice/master scale; 3. the community has a purpose; 4. there are shared ways of behaving, language, habits, values, and tool-use; 5. the practice is constituted by the participants; 6. all participants see themselves as essentially engaged in the same activity.”

4. Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;
 5. A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;
 6. Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.²⁸
- (WINBORNE; WATSON, 1998, p. 103).

Ainda que os autores utilizem as características que representam, a seu ver, a constituição de CoP e LCoP, como ferramenta de análise das aulas, não especificaram como cada uma das seis características se fizeram, ou não, presentes nas aulas descritas.

Em 2008, David e Watson também utilizaram as mesmas características que se referem à constituição de LCoP, a fim de analisar a prática de alunos e professores em aulas de Matemática.

As autoras elaboraram questões analíticas (como apresentado no Quadro 4) a fim de especificar as características apontadas anteriormente por Winbourne e Watson, em 1998, e analisaram a prática de alunos e professor, em três casos diferentes. David e Watson (2008), não se estenderam quanto a cada uma das seis questões consideradas, no processo de análise das aulas observadas pelas autoras.

Neste sentido, com base no referencial abordado neste tópico, e considerando nosso objetivo de pesquisa, que é investigar as contribuições da Modelagem no processo de constituição de LCoP, fez-se necessária uma descrição mais detalhada dos aspectos que serão considerados nas nossas análises, no que concerne a cada característica apontada por Winbourne e Watson (1998).

Os mesmos autores esclarecem na introdução do livro “Novas direções para a Cognição Situada em Educação Matemática”²⁹, que seu artigo publicado em 1998 tem referências nos seminários conduzidos por Jean Lave, em 1997 na Universidade de Oxford.

Evidenciam-se nos seus textos referenciados e no discurso dos autores, que suas bases teóricas são as pesquisas de Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998). Portanto, com o objetivo de descrever quais aspectos referem-se às características das LCoP's, que nos será indispensável, fazemos uma interpretação destas características, tomando como base os mesmos referenciais que deram origem à descrição de LCoP.

²⁸ Texto original: “1. students see themselves as functioning mathematically and, for these students, it makes sense for them to see their ‘being mathematical’ as an essential part of who they are within the lesson; 2. through the activities and roles assumed there is public recognition of developing competences within the lesson; 3. learners see themselves as working purposefully together towards the achievement of a common understanding; 4. there are shared ways of behaving, language, habits, values and tool-use; 5. the lesson is essentially constituted by the active participation of the students and teachers; 6. learners and teachers could, for a while, see themselves as engaged in the same activity.”

²⁹ Texto Original: “New directions for the situated cognition in Mathematics Education”.

A seguir, descrevemos os aspectos considerados em cada característica (C).

C1) Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula.

A primeira característica apresentada por Winbourne e Watson (1998) refere-se às formas como os alunos veem a si próprios no desenvolvimento da aula, como o participante da LCoP atribui sentido e se reconhece como matematicamente competente. Além disso, esta é uma característica que deve se dar no contexto da sala de aula; em virtude da situação de aprendizagem proposta.

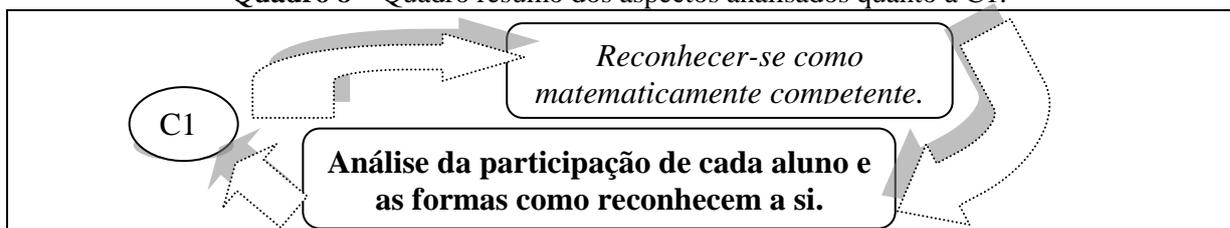
Para Wenger (1998), quando estamos numa comunidade na qual somos considerados membros plenos, “nos encontramos em um ambiente familiar, no qual podemos nos desenvolver de forma competente, desempenhando papéis que nos são outorgados pela própria comunidade” (BELINE, 2012, p. 66), pois somos reconhecidos como competentes; sabemos nos engajar com outros membros, existe uma compreensão do porquê das ações e como é possível o entendimento dos empreendimentos dos participantes (WENGER, 1998).

Neste sentido, embora exista uma relação de dependência entre os membros da comunidade de forma a garantir este reconhecimento de si próprios enquanto funcionando matematicamente, há uma autonomia de cada membro para tomar atitudes, ser responsável por seus próprios empreendimentos, concordar ou discordar dos empreendimentos criados pelos membros da comunidade, sem a necessidade de encaminhamentos diretos dos colegas e do professor.

Para analisar C1) observamos como os alunos assumem para si a responsabilidade pelas conduções das atividades propostas, e nos utilizamos das entrevistas realizadas a fim de evidenciar como os alunos avaliam suas próprias participações nas atividades, avaliando-as quanto ao reconhecimento de si próprias.

Estes são os aspectos que serão analisados quanto à C1.

Quadro 8 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C1.



Fonte: Elaborado pela autora.

C2) Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;

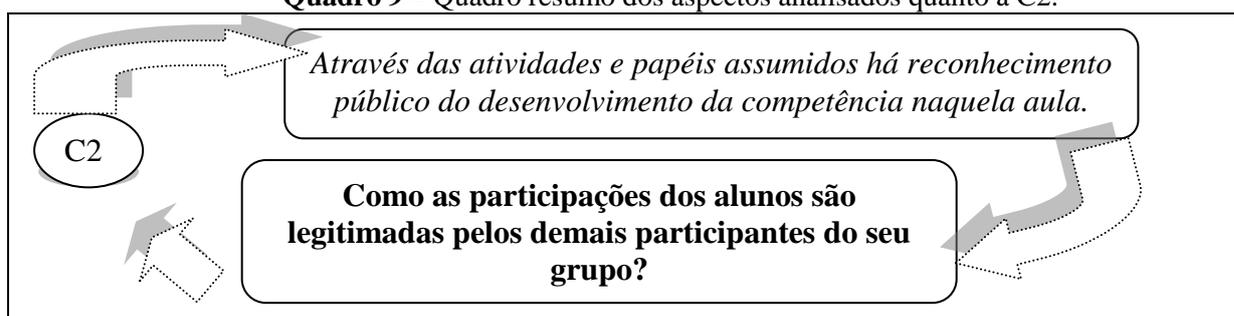
A segunda característica apontada por Winbourne e Watson (1998), refere-se à maneira como os membros são reconhecidos, pelos demais e pelo professor, tendo como referência a própria atividade (neste caso, a atividade de Modelagem Matemática), e o posicionamento de cada membro em relação a ela, diante dos demais.

Para analisar C2), avaliamos de que forma a participação dos alunos é reconhecida pelos demais alunos. De acordo com Wenger (1998), participação refere-se ao processo de tomar parte e também às relações com os demais membros. Além disso, o autor considera que uma característica essencial da participação é o reconhecimento mútuo pela comunidade, ou seja, ser legitimado por ela.

Neste sentido, procuramos evidenciar quais ações dos alunos, relacionadas às atividades desenvolvidas permitem reconhecimento na atividade; como cada membro tem sua participação reconhecida pelos demais.

Além disso, recorreremos às entrevistas de forma a evidenciar, por meio das falas dos alunos, se existe ou não um reconhecimento público de competência deles, por meio dos papéis assumidos e atribuídos pelos membros dos grupos de trabalho, uns aos outros; como são reconhecidos, por meio das suas participações.

Quadro 9 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C2.



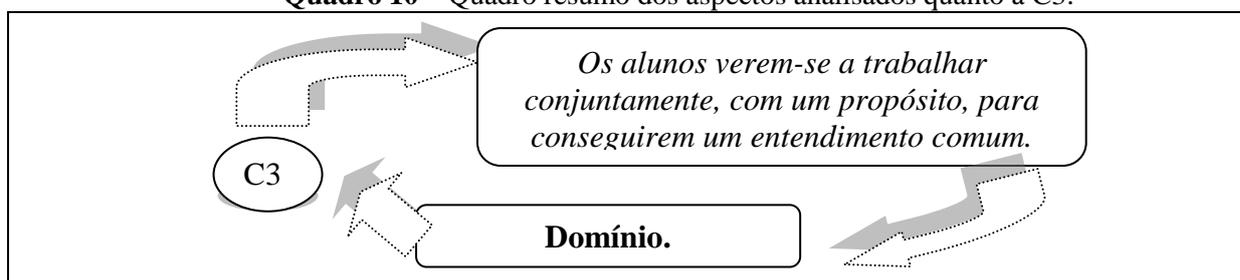
Fonte: Elaborado pela autora.

C3) Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;

Para que possamos entender os conceitos apresentados na C3, tais como trabalhar conjuntamente, propósito e entendimento comum, nos reportamos ao conceito do Domínio de uma CoP, pois é por meio dele que seus membros têm uma base comum que os inspira a participar e atribuir sentido às suas ações.

O Domínio de uma CoP é o que constitui seus interesses, por este motivo não é fixo, ao contrário é mutável e deve seguir as mudanças exigidas pelo contexto em que a Comunidade está inserida. De acordo com Wenger (2006a) ser membro de uma CoP implica num compromisso com o Domínio e, portanto, uma competência partilhada que diferencia os membros de outras pessoas. Sendo assim a fim de identificar a existência de C3) buscamos indícios da existência de um Domínio que sustente as ações dos alunos no desenvolvimento das atividades de Modelagem.

Quadro 10 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C3.



Fonte: Elaborado pela autora.

C4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;

A característica 4, apontada por Winbourne e Watson (1998), abarca parte das características já descritas por Wenger (1998), quando se refere à terceira dimensão da prática como fonte de coerência da CoP, o repertório partilhado.

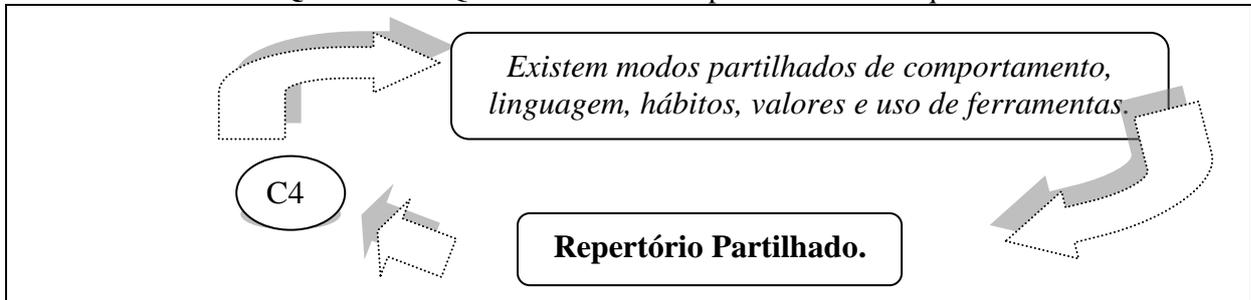
Segundo Wenger (1998) o repertório partilhado abarca as formas de fazer as coisas, os gestos, ações, ferramentas que a comunidade produziu e/ou adotou e que se tornaram parte da sua prática. Portanto, trata-se de algo extremamente heterogêneo.

Ao encontro do que Wenger (1998) diz, St. Clair (2008, p. 27, *apud* BELINE, 2012) salienta que este é um elemento relevante no reconhecimento e definição de práticas na comunidade, pois enquanto Engajamento mútuo e Empreendimento articulado representam o processo, o repertório partilhado expressa o conteúdo de uma CoP; portanto se constrói e se modifica ao longo da constituição da comunidade.

A C4 no ambiente escolar, pode ser interpretada como o repertório partilhado, criado pela CoP. Entendemos que no desenvolvimento da atividade de Modelagem, o repertório partilhado engloba todos os registros produzidos pelos grupos no decorrer das atividades. Isto porque, este material é o que expressa as discussões e o conteúdo mantido pelos membros da

comunidade, no decorrer da sua existência. Além disso, inclui as formas como os alunos se organizam para discutir e organizar as tarefas.

Quadro 11 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C4.



Fonte: Elaborado pela autora.

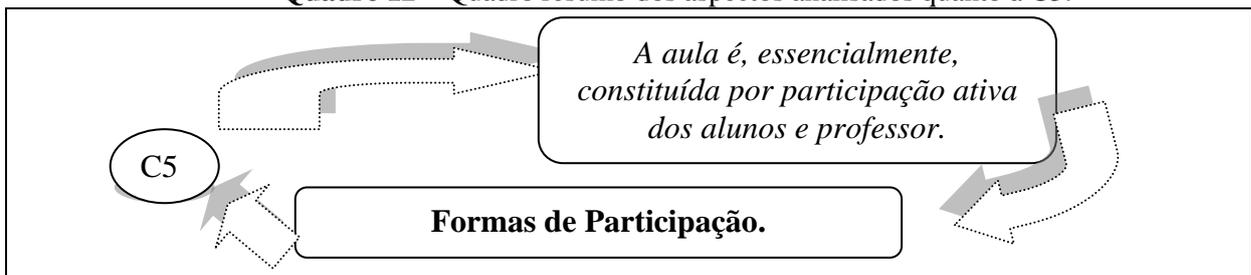
C5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;

David e Watson (2008), ao analisarem se determinadas aulas de Matemática constituem LCoP, tendo como base as características apontadas por Winbourne e Watson (1998) tecem considerações acerca de como os posicionamentos dos alunos nas aulas podem, mudar o direcionamento delas, a fim de entender a característica 5.

Das três aulas analisadas foi possível identificar que em uma delas, apenas as respostas consideradas corretas pela professora, influenciaram o direcionamento da aula; em outra aula a participação dos alunos pareceu ser ignorada e não contribuiu para a constituição da tarefa; e na terceira a professora corrigiu as respostas dos alunos para que fossem consideradas.

Neste sentido, para analisarmos C5, descrevemos a aula nos baseando na seguinte questão: “Como se caracteriza a participação de professor e alunos, no desenvolvimento da atividade de matemática?”. A questão que norteia a análise desta característica abarca as perguntas anteriores e permite a descrição da participação dos sujeitos envolvidos quanto ao desenvolvimento da atividade de Modelagem.

Quadro 12 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C5.



Fonte: Elaborado pela autora.

Esta característica ainda é analisada na seção 6, ao descrevermos as trajetórias dos alunos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, evidenciando as formas de acesso à participação de alguns alunos e caracterizando a formação das suas trajetórias de aprendizagem.

C6) Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.

Quando Winbourne e Watson (1998) usam o termo “atividade”, na sexta característica, de acordo com as análises realizadas pelos mesmos autores, não estão se referindo apenas à atividade de Matemática proposta. O que os autores pretendem avaliar com isto é, se alunos e professor estão compartilhando dos mesmos objetivos, estão engajados na aula, com o mesmo propósito: estão buscando obter melhores notas?; Buscando construir uma base de conhecimentos para conteúdos futuros?; Entender determinado conceito?; etc.

Diante disso, procuramos analisar quanto à C6, em que os alunos e professora estão engajados; qual o objetivo demonstrado pela professora e pelos alunos, no decorrer das atividades? Para isso, utilizamos o conceito de Empreendimento articulado.

Wenger (1998) ressalta que os empreendimentos articulados por uma CoP vão além dos objetivos traçados por ela. Para esclarecer o significado desta dimensão da prática, o autor comenta três pontos referentes aos empreendimentos:

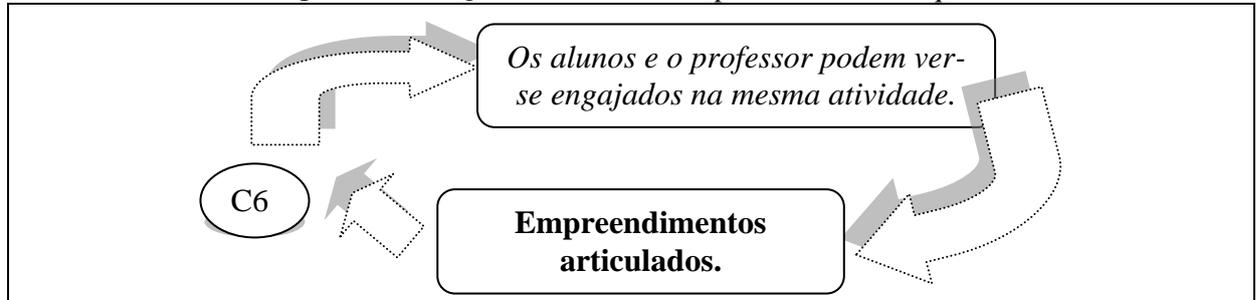
- 1) Ele é resultado de um processo coletivo de negociação que reflete plenamente o engajamento mútuo;
- 2) Ele é definido pelos participantes num processo de busca. É sua resposta negociada para a sua situação e, portanto, pertence a eles em um sentido profundo, apesar de todas as forças e influências que estão além de seu controle.
- 3) Não é apenas um objetivo declarado, mas cria entre os participantes, relações de responsabilidade mútua, que se tornam parte integrante da prática³⁰.

(WENGER, 1998, p. 77-78)

³⁰ Texto original: “1) It is result of a collective process of negotiation that reflects the full complexity of mutual engagement. 2) It is defined by the participants in the very process of pursuing it. It is their negotiated response to their situation and thus belongs to them in a profound sense, in spite of all the forces and influences that are beyond their control. 3) It is not just a stated goal, but creates among participants relations of mutual accountability that become an integral part of the practice.

Nesta perspectiva, nossa análise quanto à C6) procura identificar se os empreendimentos articulados entre os alunos, mediados pela professora, evidenciam o engajamento na prática da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática.

Quadro 13 – Quadro resumo dos aspectos analisados quanto à C6



Fonte: Elaborado pela autora.

Ressaltamos que, de acordo com os autores que tratam da constituição de CoP na sala de aula, tais comunidades assumem características muito particulares e restritas a este ambiente. São mais delimitadas inclusive na sua denominação, LCoP. Por este motivo, embora nos utilizemos de conceitos referentes à CoP, estes são mais delimitados no ambiente escolar, ou seja, são analisados com base em referências locais, que se dão em menor tempo e intensidade, que em outras CoP's, como na de alfaiates, exemplificada por Lave e Wenger (1991). Recorremos a aspectos abarcados em cada um dos conceitos utilizados a fim de entender as seis características.

5 O PROCESSO DE CONSTITUIÇÃO DE LCOP EM ATIVIDADES DE MODELAGEM: DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Nessa seção apresentamos e analisamos as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas, à luz dos referenciais teóricos adotados na investigação. Para tanto consideramos as produções escritas dos alunos, as transcrições das suas falas, assim como as descrições das aulas, realizadas com base nos registros em vídeo e as entrevistas realizadas ao fim do desenvolvimento das atividades.

Para cada atividade desenvolvida, descrita nesta seção, “Área da superfície corpórea”, “Desenvolvimento dos bebês” e “Projeto Troca-Verde” apresentamos os encaminhamentos gerais e, posteriormente detalhamos os encaminhamentos de cada um dos grupos no estudo das situações-problema, seguido das reflexões realizadas com base nas seis características apontados por Winbourne e Watson (1998) como definidoras da constituição de LCoP nas aulas de Matemática.

Para cada atividade apresentamos um Quadro síntese, que apresenta como as características referentes à constituição de LCoP se fizeram presentes no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Organização da Seção

5.1 Atividade 1: Área da Superfície corpórea

- 5.1.1 Análises Locais da Atividade 1
- 5.1.2 Síntese das análises referentes à Atividade 1

5.2 Atividade 2: Desenvolvimento dos bebês

- 5.2.1 Análises Locais da Atividade 2

5.3 Atividade 3: Projeto Troca-Verde

- 5.3.1 Análises Locais da atividade 3
 - 5.3.2 Síntese das análises referentes à Atividade 3
-
-

5.1 Atividade 1: Área da Superfície Corpórea

A atividade “Área da superfície corpórea” foi a primeira realizada com os alunos e diferente das outras, desenvolvidas posteriormente, esta primeira teve seu tema escolhido pela professora pesquisadora.

As primeiras aulas, que nos foram disponibilizadas pela coordenação pedagógica da escola, constituíram uma carga horária de três horas-aula. Utilizamos as duas primeiras aulas para apresentar a pesquisa aos estudantes, que já haviam aceitado participar dela, e aplicar o questionário inicial. Na sequência iniciamos o desenvolvimento da atividade 1.

Em nossa conversa inicial com a coordenação pedagógica da escola, e a professora de Metodologia do Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado, concordamos que os conteúdos matemáticos que deveriam ser abordados nas nossas aulas deveriam abranger àqueles referentes às séries finais da Educação Básica e Ensino Médio, mas que proporcionassem espaço para discussões em relação a conteúdos abordados nos anos iniciais da Educação Básica; nível em que estes futuros professores poderão atuar.

Neste sentido optamos por adaptar uma atividade já conhecida na literatura³¹, na qual conceitos relacionados às geometrias plana e espacial poderiam ser discutidos e utilizados, e que possibilita o estudo de funções.

Trata-se de uma atividade que se adéqua ao segundo caso, apontado por Barbosa (2003), no qual o professor apresenta um problema advindo de outra área do conhecimento, e aos alunos cabe a coleta de informações necessárias à sua resolução. O problema em questão foi: “*Como podemos determinar a área da superfície corpórea de uma pessoa?*”. Para responder à questão, os alunos deveriam investigar a melhor forma de analisar a situação e procurar dados que fossem suficientes para justificar suas respostas, além disso, medir sua própria área corpórea.

Nesta atividade a discussão que precedeu a apresentação do problema de Modelagem foi realizada no âmbito da sala como um todo; após a apresentação do problema, a turma dividiu-se em três grupos, escolhidos entre os próprios alunos. A professora apenas determinou que cada grupo poderia ter no máximo 5 integrantes.

Para introduzir o tema da atividade, a professora³² iniciou a aula questionando os alunos, quanto a aspectos relacionados funcionamento do corpo humano: como cada órgão

³¹ SANT'ANA, Alvino Alves; SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Modelagem Matemática: Uma experiência Inicial. In Anais V Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática. Ouro Preto - MG, 2007.

desempenha suas funções de modo a complementar às de outros, a importância das funções dos diversos sistemas corporais, o tamanho dos órgãos do corpo humano em termos de peso e área, etc.

Neste momento, os alunos levantaram algumas questões tais como a de Andréia, que questionou se estávamos falando em órgão mais importante, ou maior em tamanho. Como os colegas concordaram que cada órgão tem sua relevância na manutenção das funções vitais, questionei: “Vocês já pararam pra pensar, qual será o maior órgão do corpo humano?”.

Rapidamente Paola, disse: “a pele!”. Alguns alunos concordaram com a colega, mas levantaram outras questões. Surgiram comentários como: a coluna é maior, porque ela é mais comprida. Logo, perceberam que a coluna não é um órgão.

Uma das alunas, Aline, perguntou: “Professora, a pele é um órgão?”.

Os alunos concordaram que sim, já que ela é a responsável por desempenhar funções fisiológicas do corpo humano. Neste momento, os alunos discutiram acerca das funções desempenhadas pela pele, tais como: transpiração, liberação de suor, responsabilidade pelo tato, dentre outras.

Em meio à discussão, levantei a questão aos alunos que se refere à quantidade de pele necessária para revestir o corpo humano. Questionei-os: “se é mesmo a pele o maior órgão do corpo humano, quanto de pele nós temos? Como é possível medi-la?”.

Raiane se manifestou dizendo que pra sabermos quanto de pele cada pessoa tem, precisaríamos analisar a altura de cada um. Paola reforçou que o peso também influencia muito a quantidade de pele de cada pessoa.

Antônio, em meio a tal discussão, fez um comentário interessante alegando que se fosse para “ pesar ” a massa dos órgãos, desconfia que não fosse a pele, porém, se fosse para “ tirar a pele e medir ”, ela deve ser o maior. A partir deste comentário, perguntei à turma, como poderíamos fazer para medir quanto de pele nós temos.

Natany devolveu minha pergunta: “*Como é que se mede a pele?*”. Neste momento deixei que os alunos discutissem entre si e entreguei um texto contendo algumas informações a respeito do assunto (Figura 7).

³² A professora, neste caso, é a autora do texto. Assim a denominamos a partir deste momento, em virtude do papel desempenhado nestes casos.

Figura 7 – Informações referentes à Atividade 1.

E aí, quanto de pele você tem?

A pele é o maior órgão do corpo humano. Ela acumula várias funções como proteção, regulação da temperatura e armazenamento de energia. Além disso, é a camada de proteção dos nossos músculos e é por ela que algumas substâncias, juntamente com o suor, são eliminadas. Também é ela a responsável pela manutenção da temperatura corporal, pela reserva de nutrientes e é detentora de terminações nervosas sensitivas.

Ademais, a pele é responsável por grande parte das informações que recebemos do ambiente ao nosso redor, isto é, as sensações de calor, pressão e tato, sem as quais nossa vida seria muito complicada. Já imaginou as consequências de não sentir o calor do fogo?



Devido à relevância de suas funções, o conhecimento do tamanho da superfície corpórea de uma pessoa se faz necessário, por exemplo, para que possamos saber a quantidade de calor que uma pessoa perde; uma vez que a transpiração depende da área que a pele tem.

Neste sentido, na medicina, especificamente na Fisiologia, pesquisadores da área desenvolveram fórmulas matemáticas para que se possa determinar a área da superfície do corpo humano.

❖ *Como podemos determinar a área da superfície corpórea de uma pessoa?*

❖ *Quanto de pele você tem?*

Três grupos, aos quais denominaremos de G1, G2 e G3, constituíram-se para discutir tais questões:

G1) Leda, Natany, Matias, Antônio e Andréia;

G2) Rosana, Lúcio, Rogério, Paola e Renata e

G3) Raiane, Ana, Aline, Daiane.

Nem todos os alunos compareceram em todas as aulas, pois a atividade foi desenvolvida no decorrer de 10 horas-aula, conforme a descrição do Quadro 6, e alguns alunos que trabalham no contraturno usaram este horário para realizar as atividades de prática de Estágio Supervisionado; exigidas pelo curso.

A partir da primeira conversa sobre o tema, realizada com toda a turma, cada grupo discutiu como responder às questões presentes na Figura 7.

Como descrito nos próximos tópicos, os três grupos, utilizaram a mesma estratégia para responder às questões propostas. O espaço da sala de aula em que as atividades foram desenvolvidas é pequeno, os grupos ouviam as discussões dos outros e seguiam os mesmos caminhos. Além disso, não tinham muita clareza acerca de onde pretendiam chegar com suas estratégias, como relataram nas entrevistas, e apresentaram dificuldades em relação aos conceitos matemáticos envolvidos na análise da situação, como nos de área, proporção, aqueles envolvidos na conversão de medidas (cm^2 para m^2) e na resolução de sistema de equações. Neste sentido, minhas intervenções foram realizadas na maior parte do tempo de forma coletiva, envolvendo os três grupos, visto que apresentavam as mesmas dificuldades em função de adotarem as mesmas estratégias de investigação.

Os grupos utilizaram fitas métricas para medir dimensões dos membros do corpo de alguns alunos. Enquanto mediram, no G1, Antônio procurou utilizar formas geométricas planas para representar os membros do corpo, por exemplo, pretendia usar o retângulo para representar o braço de Natany, que estava sendo medido. Neste processo o aluno justificou que o braço era “roliço” e Natany argumentou que deviam planificar o corpo, como se fosse uma caixa de papelão.

Em meio a esta discussão, Paola argumentou que o que Antônio estava fazendo era aproximar o braço de Natany de um cilindro. O grupo de Paola, G2, também não havia determinado uma forma de responder às questões, mas mediam os membros do corpo uns dos outros, recolhendo dados aleatórios. Quando Paola sugeriu que o braço de Natany poderia ser representado por um cilindro, questionei aos grupos o que pensavam sobre isso e se, outra forma geométrica espacial poderia ser utilizada:

Paola: Do cilindro!

Professora: Alguém mais acha que se aproxima do cilindro? Por quê? Poderia de aproximar de outra forma?

Ana: Do cone.

Professora: Do que mais?

Ana: a cabeça da esfera.

Aline: o corpo do cilindro.

Antônio: do cubo.

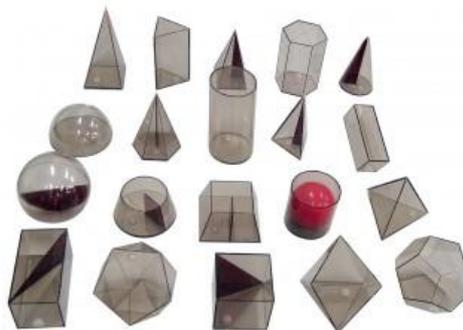
Professora: Do que mais?

Paola: Paralelepípedo.

Os grupos mostraram-se interessados em seguir a ideia do G1: representar os membros do corpo humano por meio de formas geométricas espaciais. Este foi um momento em que a turma mostrou-se engajada em participar da atividade, discutindo acerca de qual seria a melhor forma para representar cada membro do corpo.

Até aquele momento apenas as formas geométricas do cilindro, paralelepípedo e esfera foram utilizadas pelo grupo. Ao serem questionados sobre outras formas que poderiam ser utilizadas Natany se lembrou da “caixa de sólidos”. Diante da decisão tomada pelos grupos, a fim de tornar o processo mais rico, me utilizei das representações dos sólidos geométricos em acrílico, disponíveis na escola. Por meio delas, os grupos tiveram acesso a outras formas que poderiam ser utilizadas para a aproximação das partes do corpo humano. Dentre estas formas estavam: tronco de cone, pirâmide de base quadrada, prisma de base hexagonal, cone reto, cilindro reto, etc.

Figura 8 – Ilustração das formas geométricas espaciais utilizadas na atividade 1.



Fonte: imagem disponível em www.homelab.com.br/home/produtos/detalhes?id=760

Cada grupo construiu um molde do corpo humano, no qual os membros foram representados por formas geométricas espaciais e registrou as medidas necessárias para os cálculos dos membros do corpo de 3 integrantes do seu grupo.

Num momento posterior, enquanto os grupos planificavam as formas utilizadas, estabelecendo relações com as medidas retiradas por eles, novamente intervi coletivamente, rerepresentando aos grupos, algumas fórmulas referentes aos cálculos das áreas das formas escolhidas pelos grupos. Neste processo também discuti com toda a turma, o que significava cada elemento que aparecia nas fórmulas utilizadas, como o raio, diâmetro, geratriz, altura, diagonal.

Embora algumas dessas fórmulas fossem lembradas ou pesquisadas nos próprios livros didáticos, pelos alunos, de forma geral os grupos não conseguiam relacionar os elementos referentes às fórmulas com as medidas registradas. Sobretudo mostraram dificuldade em efetuar os cálculos depois de substituídos os valores nas fórmulas, principalmente quando estes valores eram números decimais.

Após a realização dos cálculos das medidas de áreas da pele dos integrantes dos grupos, solicitei que avaliassem se a aproximação encontrada por eles estava coerente com a medida real da área da pele. Para isso, a fórmula de Mosteller foi utilizada.

A Fórmula de Mosteller, $(A = \frac{\sqrt{m \cdot h}}{60})$. Em que A: área da superfície em m^2 ; m : massa corpórea; h : altura) conhecida na literatura, é utilizada por médicos e fisiologistas para o cálculo da superfície corpórea, para diferentes propósitos, como na avaliação do metabolismo do corpo.

As medidas encontradas pelos grupos estavam registradas em cm^2 , entretanto, para que pudessem fazer uso da Fórmula de Mosteller, estas medidas precisavam ser convertidas

para m^2 . Orientei os grupos neste processo de conversão das medidas, pois a turma embora recorresse a materiais de apoio disponíveis na sala, não se lembraram de como fazer a conversão.

Por fim, fiz mais uma pergunta aos grupos: “Poderíamos, nós também, construirmos uma fórmula, que representasse nossa área corpórea?”.

Meu objetivo principal era que os alunos identificassem os conceitos matemáticos envolvidos na discussão e que percebessem a existência de variáveis, no problema, que dependiam uma da outra. As discussões, dos alunos, mostraram que eles sabiam que algumas variáveis dependiam de outras, mas não explicitaram matematicamente uma relação entre elas.

No excerto a seguir, Matias, Natany e Antônio afirmaram que a medida da área da pele depende da massa e do peso, porém pretendiam definir apenas uma das variáveis para o estudo da situação. Na discussão, tendo como base os dados coletados, referentes às medidas e altura e peso de três integrantes do grupo na qual pertenciam, os alunos concordaram que o peso influencia mais que a altura, quanto à área da pele:

Professora: Existe algum tipo de relação entre os dados que vocês coletaram?

Matias: olhando a relação, tipo, subiu um tanto aqui ((Matias se referiu às diferenças entre as alturas dos seus colegas)) e por isso aconteceu *isso ali* ((quanto à área da pele de cada membro do grupo)).

Professora: E como vocês podem representar essa situação? O que está *acontecendo aqui*?

Matias: altura, massa...

Natany: [...] O que a gente tem que ver é assim, daqui pra cá quanto aumentou? E daqui pra cá, quanto aumentou? É isso.

Antônio: Tô achando que a altura influencia mais (que a massa). Porque pensa só, ela tem 59 quilos, e eu tenho 1 metro e 63, essa diferença é por causa da altura.

Natany: Agora que to pensando aqui. O peso influencia mais. Porque assim, você tem 1 cm a menos que ela, só que você pesa mais, certo? Então sua área vai ser maior. Exatamente *por causa disso aqui*.

A fim de estimulá-los a descreverem a situação por meio de uma função, organizei alguns dados aleatórios, referentes às medidas de peso e área da pele, no quadro, na forma tabular, assim como os grupos já haviam feito. Ainda assim, os grupos não conseguiram descrever alguma relação entre os dados. Instiguei-os a representar os mesmo dados, na forma gráfica. Por meio desta representação, incitei uma discussão que culminou na decisão de representar a situação por meio de uma função afim.

Toda a discussão que culminou na representação algébrica da função, foi conduzida por mim. Embora estimulasse os grupos a escolherem que variáveis usar, como descrever tal função, que tipo de função seria a mais adequada, as ações dos grupos estavam diretamente relacionadas às minhas falas no decorrer desta atividade. Algumas ações que evidenciaram a adoção de responsabilidade dos alunos na condução do processo, porém não demonstraram autonomia a ponto de assumirem a responsabilidade pela formulação de uma estratégia própria do grupo.

5.1.1 Análises Locais da Atividade 1

De maneira geral, o desenvolvimento da Atividade 1 teve influências da professora nos processos matemáticos seguidos pelos grupos. Embora as etapas do estudo tenham sido formuladas de acordo com as sugestões de alguns alunos, não foram articuladas pelos grupos, de forma geral. Neste sentido, o que ressaltamos é que dentro de cada etapa estabelecida no estudo pôde-se evidenciar trechos de negociações de significados nos grupos, que demonstraram algum reconhecimento quanto às participações uns dos outros.

As considerações que se seguem estão organizadas da seguinte forma: inicialmente olhamos para o desenvolvimento da atividade 1 dentro de cada grupo, procurando evidenciar traços das características acerca da constituição de LCoP, como apontam Winbourne e Watson (1998); posteriormente fazemos uma análise geral acerca da participação da turma nesta atividade.

⇒ **G1: Leda, Natany, Matias, Antônio, Andréia.**

“*Vamos pegar um estilete e retirar nossa pele, para medir*”. Esta foi a primeira fala no grupo G1, dita por Antônio, aos colegas. A partir desta fala descontraída surgiram as primeiras ideias consideradas pelo G1, para estudar a situação proposta.

Os alunos mostraram interesse pelo tema proposto, na medida em que discutiram muito como poderiam fazer para responder às questões.

O grupo escolheu três alunos dos quais mediram a área da superfície corpórea: Natany, Matias e Andréia. Após esta escolha, com auxílio da fita métrica anotaram as medidas dos corpos dos três alunos, referentes à altura total, altura dos braços e pernas, medida da cintura e quadril, largura das pernas e braços, etc.

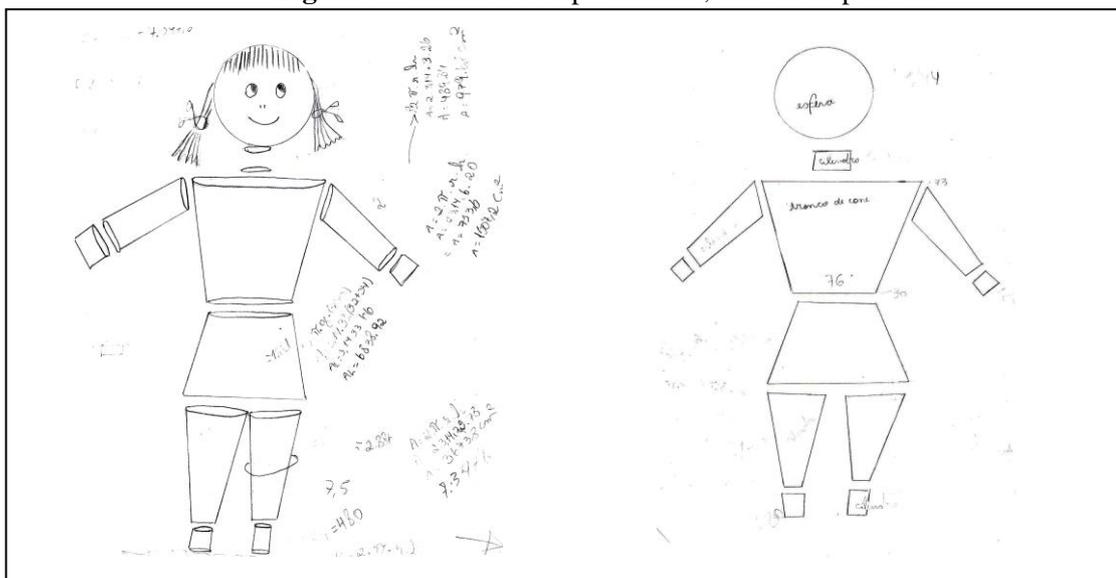
Já neste momento, os estudantes negociaram acerca de quais medidas considerariam para chegar à medida total da área da superfície da pele dos alunos escolhidos. De acordo com Antônio, os colegas deveriam medir as partes do corpo membro a membro, e depois somar todos os valores encontrados. No entanto, este mesmo aluno não conseguiu se expressar numa linguagem em que todos os colegas entendessem onde queria chegar, por isso, o processo foi demorado. O grupo levou tempo até entrar num consenso sobre o que faria.

No G1, Andréia e Antônio, trabalharam de modo a calcular a área da pele de Andréia e, Matias, Natany e Leda, calculando as medidas de Natany e Matias. Embora esse grupo tenha se subdividido para realização dos cálculos que seriam realizados, a estratégia formulada foi construída por meio da negociação entre todos eles.

O grupo, assim como os demais, sentiu dificuldades para entender como usaria as medidas encontradas por eles, portanto sugeri que esquematizassem um “molde” do corpo humano, com base nos sólidos geométricos. Minha intervenção foi realizada desta forma porque percebi que intuitivamente, o grupo pensava em aproximar os braços e pernas de um cilindro, mas não interpretavam estes elementos matematicamente.

Com base na minha intervenção, o grupo representou como o corpo dos colegas poderia ser interpretado de acordo com as formas geométricas espaciais. Para isso usaram dois troncos de cone, para representar o membro superior (o tórax e a parte da cintura ao quadril), uma esfera para representar a cabeça, e cilindros para representar os braços, pescoço, pés e mãos, como mostra a figura 9:

Figura 9 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G1.



Fonte: Elaborado pelos alunos do G1.

Este processo foi longo, marcado por negociação de significados no grupo sobre quais as formas mais adequadas a serem utilizadas:

Natany: E o tronco de cone? Como é mesmo o tronco de cone? ((Natany estava procurando uma forma que melhor representasse a parte do corpo que vai dos ombros ao quadril)).

Natany: *Então dá pra usar dois troncos de cone, para o tronco. Um para baixo e outro para cima.* ((A aluna explicou que os troncos de cone deveriam ser encaixados um ao outro, como uma ampulheta. Desta forma, os círculos menores, bases do tronco de cone, estariam se coincidindo)).

Matias: Aham. Assim fica bom. Tá, mas e aí, como é que a gente vai fazer depois pra calcular a área disso?

Natany: Olha, e agora deu certo.

Antônio: depois a gente deixa plano e vê como faz.

Matias: A gente vai precisar saber a altura, de certo.

Após elaborar um molde do corpo humano, com base nas formas geométricas espaciais, sob minha orientação os estudantes calcularam a medida da área da superfície dos membros do corpo humano, e ao fim, somaram os resultados encontrados.

O processo para cálculo das áreas dos membros do corpo, parte a parte, foi trabalhoso. Os alunos precisaram do meu direcionamento neste momento.

Especificamente no grupo 1, Antônio, que já tem uma trajetória no mercado de trabalho, onde utiliza conceitos de escala, estimativas, e operações elementares constantemente, porém de maneira não formalizada, se perdeu na estratégia traçada pelo grupo. Ademais, apresentou dificuldades em compreender a representação matemática dos membros do corpo humano, conforme o entendimento do grupo. Isso fez com que minhas intervenções e encaminhamentos em relação a este aluno, fossem maior.

Ainda assim Antônio foi reconhecido pelo grupo devido às discussões acerca do tema da atividade (discussões paralelas) por sua experiência profissional, e por conduzir o grupo quanto a procedimentos como a melhor forma para medir as partes do corpo uns dos outros, para que obtivessem melhores resultados:

Matias: Me passa o boneco. Aqui no nosso caso... ((Matias retomou o molde do grupo, para verificar qual a melhor forma de retirar as medidas do seu corpo)).

Antônio: ((Fala não identificável)) [...] *Da mão, você pega aqui, olha, multiplica esse* por esse ((Antônio mostra a Matias, que deve medir a largura da mão, medida que vai do dedo mínimo ao polegar; e multiplicar pela medida que vai do pulso ao fim do dedo médio. Como se fosse um retângulo)). *Agora você vai medir o meio da perna* ((Aqui, Antônio mostra a Matias, que deve verificar a medida do contorno do joelho)).

Matias: ah:: pera lá.

Antônio: Você vai medir o meio da perna, porque *afina aqui* ((Antônio quer dizer que, como a coxa é grossa, e a panturrilha, fina, então a melhor opção é usar a medida “do meio da perna”, que representa uma média entre as duas larguras)).

Matias: ah entendi. Aí aqui a gente faz uma medida só não é?

Antônio: Isso, uma medida só que vale pras duas ((para a coxa e para a panturrilha)).

Matias: aham. Então vamos.

Em outro momento, Antônio conduziu a ação de Natany e Andréia:

Antônio: ah é, a parte da cabeça. Deu 57 ((a medida da circunferência do rosto)). Agora vamos fazer as medidas?

Natany: Agora vamos medir do outro.

Antônio mediu os membros do corpo de Matias, com ajuda de Natany. Andréia observou o que os colegas faziam e anotou as medidas.

Antônio: Mede até o tornozelo lá.

Natany: 77 (cm. Como é que tem que medir *aqui* ((a perna))?)

Antônio: até embaixo.

Andréia: Tem o pescoço.

Antônio: Isso

Natany: e a mão. A mão deu 12 ((do dedo mínimo ao polegar)).

Andréia: A mão tem mais medida não tem?

Antônio: tem. Tem que medir de comprido agora ((do pulso ao dedo médio))

Os fragmentos transcritos evidenciam o reconhecimento público dado a Antônio nas ações referentes às decisões sobre como medir as partes do corpo. Por outro lado, Natany e Matias conduziram as discussões que dizem respeito ao uso de ideias matemáticas que são abordadas no Ensino Médio, ou anos finais da Educação Básica, como a resolução de um sistema de equações.

O excerto a seguir, por exemplo, refere-se a um episódio em que Natany explicou à Leda e Andréia, como se resolve um sistema de equações do primeiro grau, com duas variáveis, pelo método da adição.

Professora: Como resolvo o sistema?

Matias: Você multiplica uma das equações por menos 1, pra tirar uma incógnita.

Professora: é uma das formas [...].

Matias: na verdade alguém cai fora ((O “a”, ou o “b”)).

Natany: ah é, alguém cai fora, vai ficar menos b com mais b , daí corta, aham, eu sei.

Matias: vamos fazer. A gente já escolheu os valores.

Natany: isso, então vai, coloca “ a ”, igual a ((Fala não identificável)) vezes m mais b , igual; não igual não... ia fala igual a zero. Agora você vai colocar, abre colchetes, pegou?

Leda: peguei 49 ((49 é a medida de peso, referente ao ponto escolhido pelos alunos)).

Natany: não, olha só, igual a 59, isso, mais b . Daí 1,83 igual a 59 mais b . Que? Olha...

A Leda nem tentava fazer ((Natany quis dizer que, quando a professora ensinou a usar este método, Leda não se esforçou para aprender))... eu estou lembrando.

Leda: E agora?

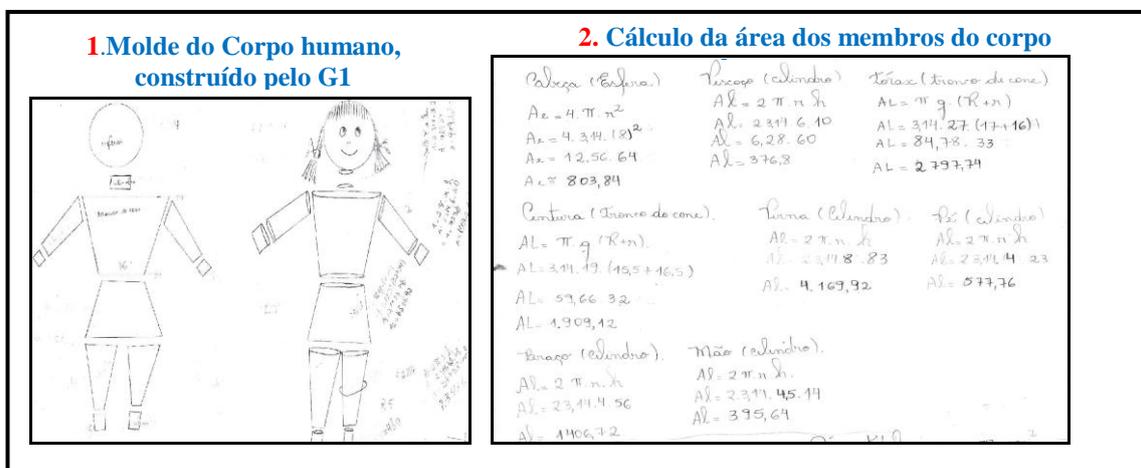
[...]

Natany: isso. Menos $49a$ [...] então...porque a gente multiplicou só a de cima ((a primeira equação do sistema montado))? Pra ficar negativo! Lembra que a gente falou, tem que multiplicar a equação inteira por menos 1. Por que a gente fez isso? Porque nas duas equações o b é positivo, então quando a gente multiplica uma das duas equações, o b fica negativo, e aí fica mais fácil [...].

O fragmento se refere a uma discussão entre Leda, Matias e Natany, em que os alunos discutiram como poderiam encontrar os valores dos coeficientes da função afim que descreviam. Antônio e Andréia participaram passivamente da discussão, ou seja, não negociaram com os colegas, mas prestaram atenção a fim de entender o processo. Este excerto representa os momentos em que o grupo mostrou-se engajado para alcançar um entendimento sobre o processo de resolução de um sistema de equações. Ademais evidencia traços das características 2 e 3, apontadas por Winbourne e Watson (1998), que se referem ao engajamento mútuo na busca de um entendimento comum e o reconhecimento público dos estudantes naquela aula.

Das negociações mantidas no grupo e orientações da professora emergiu o repertório partilhado pelo grupo nesta atividade, aqui representado pelos registros produzidos pelo grupo, num processo de negociação dele.

Figura 10 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 1.



3. Cálculo da área total da pele de Matias

4. Função afim que descreve a área da pele em função da massa corporal

Fonte: Registros dos alunos do G1.

Os registros escritos, apresentados na Figura 10, somados aos modos de organização do grupo, ao uso comum dos artefatos disponibilizados, constituem o repertório partilhado por estes alunos.

No Quadro 14, sintetizamos as ações do G1 quanto à existência das características definidoras da constituição de LCoP:

Quadro 14 – Síntese das ações do G1 na atividade de Modelagem 1.

Características referentes à constituição de LCoP	Ações do G1 na Atividade 1
1) Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido 'o ser matemático' como uma parte essencial de quem são naquela aula;	Alunos do G1, como Andréia evidenciaram ações de dependência em relação à professora, ou a alunos como Matias, em relação aos procedimentos matemáticos. A mesma aluna evidenciou não entender o conteúdo matemático utilizado nesta atividade: "A gente não lembrava muito bem muitas coisas que a gente já tinha estudado, então foi difícil. Tudo foi meio complicado porque a gente não se lembrava da Matemática." (Andréia/ Entrevista).
2) Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;	Embora alguns traços de reconhecimento público entre os alunos, quanto ao direcionamento da atividade, fossem evidenciados nas negociações de significados identificadas no G1, nem todos os alunos pareceram reconhecer as participações dos demais nesta atividade: "As pessoas ajudaram, mas em compensação teve outros que só esperavam [...] atrapalhavam a discussão com conversas nada a ver." (Matias/ Entrevista).
3) Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;	As ações evidenciadas no G1 mostram que algumas ações foram resultantes da negociação de significados dele. Por exemplo, quando G1 manteve uma negociação de significados quanto ao melhor modelo que representasse o corpo humano.
4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;	O repertório construído em G1 é representado por sua forma de organização, e registros escritos dos procedimentos matemáticos adotados no estudo do grupo.
5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;	Ainda que a tarefa tivesse sido proposta com a intenção de ser direcionada por professora e alunos, a dependência dos alunos em relação à professora levou a uma prática construída

	essencialmente pelas ações dela.
6) <i>Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	Como evidenciado nas descrições, a intenção dos alunos foi marcada pela preocupação quanto ao estudo dos procedimentos matemáticos em si.

Fonte: Elaborado pela autora.

Como evidenciamos no Quadro 14, nem todas as características referentes à constituição de LCoP puderam ser identificadas nas ações de G1, na atividade1.

➔ **G2: Lúcio, Paola, Renata, Rosana e Rogério.**

Após a conversa inicial com toda a turma, o grupo 2, iniciou uma discussão sobre como poderia medir a pele de um dos integrantes do grupo. A ideia inicial do G2 foi medir o peso e a altura de um dos integrantes do grupo, e calcular o produto das duas medidas.

Enquanto Rosana e Paola mediram a altura uma da outra, com a ajuda de Lúcio, que anotou tudo, me aproximei do grupo e os questioneei sobre o que pretendiam fazer com tais medidas. Os alunos disseram que pretendiam multiplicar a medida do peso, pela medida da altura de cada um. Diante da resposta, perguntei como chegaram à conclusão de que o produto da medida da altura pelo peso resultaria na medida da área da pele de uma pessoa. Como não souberam justificar esta estratégia, os alunos mudaram o plano e seguiram o mesmo caminho do G1. De acordo com Lúcio, era “mais fácil ir pelo caminho da soma” indicando que considerava mais fácil calcular a medida da área de cada membro do corpo, e somar todas elas depois.

Com exceção de Rogério, este grupo discutiu bastante sobre o problema, no que se refere ao melhor modelo que representasse o corpo dos alunos do grupo, demonstrando um bom entrosamento inicial. Rogério, por sua vez, prestava atenção e se voltava às minhas falas, fossem elas direcionadas ou não ao seu grupo.

Cada um em sua carteira, os alunos desenharam seus modelos que representaram o corpo humano, assim como o G1, usando régua e compasso. Esta ideia, foi dada ao grupo 1, por mim, entretanto como os demais grupos escutaram e acharam interessante, usaram a mesma estratégia.

Como os alunos não entraram num acordo antes de construir o molde que representaria o corpo humano, cada um fez um molde diferente para o corpo. Nesta situação, pedi para que discutissem e decidissem sobre qual seria o mais adequado.

Após uma discussão, marcada por desacordos entre Paola, Lúcio e Rosana, o grupo optou pelo molde desenhado por Lúcio:

Lúcio: Mas tem que ser um modelo de corpo pro grupo, vamos ver qual vai ser ((cada aluno havia feito um modelo e agora discutiam sobre qual deles seria o mais apropriado)).

Paola: Eu acho *esse* melhor ((Paola mostrou o seu modelo, em que o corpo é representado por um paralelepípedo)).

Rosana: Vamos fazer o mesmo modelo, Paola.

Paola: Eu sei, mas cada um faz o que acha e depois a gente escolhe um. Eu não estou fazendo O MEU modelo. Tô dizendo pra cada um fazer um e depois a gente eleger um deles.

O grupo gostou da ideia de usar o tronco de cone para representar o tronco. Lúcio explicou o motivo:

Lúcio: É que *aqui* ((mostra a cintura)), eu não tenho *o mesmo que aqui* ((mostra o peito)). Nem você (Paola)! Olha aqui, compara, *aqui* ((mostra o comprimento que vai dos ombros ao quadril)), você *não tem o mesmo que aqui* ((mostra a medida do colo)).

Rosana: Eu sei, eu acho melhor colocar não alguma coisa reta. Acho bom por *aquele ali* ((mostra o tronco de cone)). Porque nós não temos a mesma medida assim. Não fica do mesmo tamanho (dos ombros ao quadril).

Lúcio: Tô dizendo pra você não colocar nada que se aproxime de um retângulo, porque não se parece com o tronco. São medidas diferentes do quadril, cintura e ombros. Não vai ficar proporcional... Aí, eu acho que, o tronco de cone, *vai dar certo aqui* ((parte da coxa)). Vai ficar bom.

Rosana: Também acho que dá.

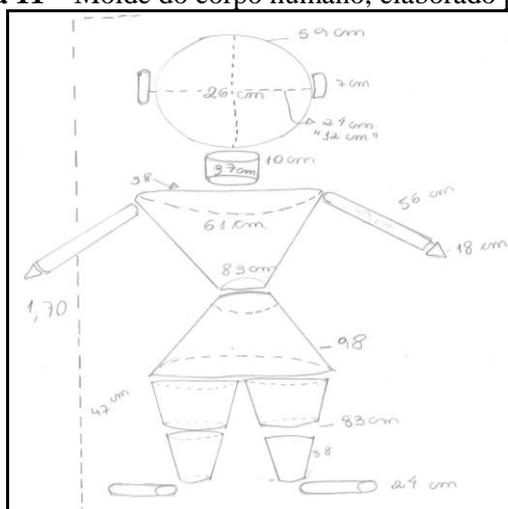
Paola volta a falar do tronco, voltada a Rosana:

Paola: *Agora eu não sei se faço aqui* ((tronco)) quadrado (a aluna se referia ao paralelepípedo), ou não.

Lúcio: Acho que vamos ter que vir a tarde pra terminar de determinar isso aqui...

O molde construído por Lúcio, e adotado pelo G2, representa o corpo humano da seguinte forma: a cabeça representada por uma esfera; as pernas por dois cilindros, um para as coxas e outro para as panturrilhas; os braços, pés e pescoço também foram representados por cilindros (todos sem as bases); o tronco por dois troncos de cone; e as mãos por cones, conforme mostra a Figura 11:

Figura 11 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G2.



Fonte: Elaborado pelos alunos do G2.

Definido este molde, o grupo anotou as medidas referentes a todos os membros do corpo, de três alunos, Paola, Rosana e Rogério. Para calcular as áreas das peles destes alunos, o grupo se dividiu: Rosana calculou a área da pele de Rogério, Lúcio calculou a área da pele de Paola e Rogério a de Rosana. Como Paola, não estava presente no segundo dia de aula, apenas colaborou com as correções necessárias em relação aos cálculos realizados pelos colegas.

O processo que culminou na obtenção da medida que representou a área da pele destes alunos, por meio das aproximações citadas, foi longo. Assim como os outros, o grupo 2, apresentou dificuldades para lidar com as fórmulas para cálculos de áreas de formas geométricas planas e espaciais.

Depois de encontrarem um valor para a medida da área da pele dos alunos escolhidos, o grupo utilizou a Fórmula de Mosteller, para avaliar as medidas encontradas. O uso da fórmula de Mosteller evidenciou erros nas aproximações realizadas pelos grupos em relação às medidas coletadas, fazendo com que os alunos revissem o caminho percorrido.

No diálogo a seguir, Renata e Lúcio discutiram sobre os cálculos efetuados por Rosana, para determinar a área da pele de Rogério. Renata percebeu que os dados estavam incoerentes e, a fim de encontrar onde estava o erro, pediu ajuda de Lúcio:

Renata: Eu tô fazendo as contas da Rosana aqui de novo. Tá estranho.

Lúcio: no mínimo, as vírgulas estão erradas ((De acordo com Lúcio, os números decimais haviam sido registrados de forma errônea)). Faz tudo de novo. As minhas estavam ((as medidas encontradas por Lúcio estavam registradas erradas. Quando, na calculadora aparecia o número 1.234, por exemplo, Lúcio registrava: 1,234)).

Renata: Então, olha aqui na calculadora. Não to entendendo uma conta aqui...

Lúcio: Não deu exato. Refaz as contas, porque as minhas vírgulas estavam erradas e deu um resultado muito diferente.

Renata: Eu tô refazendo, mas eu já refiz três vezes e não dá certo. Vê aí: 3,14...

Lúcio: 3, 14...

Renata: vezes 8, vezes 61, mais 83.

Lúcio: 1615, 32.

Renata: É, então, aqui deu 8138,88. Agora eu não sei onde tá errado.

Lúcio: Vixe, da Rosana eu não faço a mínima ideia.

Lúcio analisou os cálculos efetuados por Rosana:

Lúcio: as medidas do Rogério estão todas erradas porque a Rosana está usando as medidas dos diâmetros ao invés dos raios, pra calcular as áreas das pernas, tronco, braços... Tem que refazer. ((Lúcio reparou que, ao invés de dividir a medida dos diâmetros por dois, Rosana usou as medidas dos diâmetros nas fórmulas para cálculo das pernas, braços, e outros membros que foram representados por um cilindro)).

O fragmento anterior indica que, Lúcio assumiu para si a responsabilidade de conduzir Renata quanto aos processos matemáticos, evidenciando seu engajamento na atividade e mostrando traços do seu reconhecimento como matematicamente competente naquela aula.

Posteriormente incentivei os alunos a descreverem uma função que representasse a situação de estudo. Encaminhei o grupo para que determinassem as variáveis que considerariam neste estudo. Assim como o G1, o G2 decidiu considerar apenas o peso de uma pessoa, para o cálculo da sua área corpórea. Sob minha orientação, os alunos organizaram os dados coletados numa tabela e a partir da sua análise, construíram uma função afim que representou a área da superfície da pele em função da sua massa.

A dinâmica assumida pelo G2 fez com que as ações de todos os membros fossem importantes para o grupo. Entretanto, não existiu uma negociação de significados interna ao grupo quanto às ações em relação à tarefa proposta. Os alunos dividiram o trabalho. Cada um calculou a área de um dos colegas, sem muita discussão em relação ao que faziam. Quando terminavam suas tarefas individuais, socializavam com os demais participantes.

Conclui-se que embora houvesse engajamento de alguns alunos na atividade, como Lúcio o fez, não foi possível identificar um engajamento mútuo do grupo na atividade proposta. Desta forma o uso do ferramental matemático não foi compartilhado pelo grupo, já que as tarefas foram realizadas essencialmente de forma individual. Os registros escritos do G2 decorreram do trabalho individual de cada aluno. Os registros da Figura 12 referem-se a registros que decorrem do trabalho dos alunos *no* grupo, e não do engajamento mútuo *do* grupo.

<i>conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i>	tarefas, com poucas negociações de significados.
<i>4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i>	A forma de organização de G2 consistiu em: realizar tarefas individualmente e socializá-las ao fim; isso ocasionou a ausência de um repertório partilhado no grupo.
<i>5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i>	Neste grupo, a prática da atividade 1 foi construída, essencialmente, pelas ações da professora e de Lúcio.
<i>6) Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	Como evidenciado nas descrições, a intenção dos alunos ainda que fosse interpretar a situação de estudo, foi marcada pela preocupação quanto ao estudo dos procedimentos matemáticos em si.

Fonte: Elaborado pela autora.

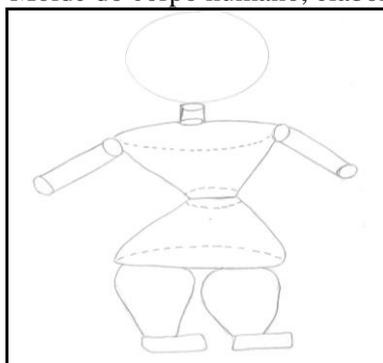
Tal como ocorreu no G1, nem todas as características referentes à constituição de LCoP puderam ser identificadas nas ações de G2, nesta atividade.

➤ **G3: Ana, Aline, Daiane e Raiane.**

A partir da discussão inicial mantida na turma, Raiane afirmou às colegas de grupo e a mim que seria fácil calcular a área da superfície corpórea de uma pessoa, já que bastava medir, como as costureiras fazem. Perguntei então como ela procederia com as medidas. A aluna afirmou não saber como, pois a pele estava modelada no corpo, e não planificada.

Sem uma estratégia formulada, o G3 decidiu registrar, por escrito, medidas referentes ao corpo de Ana. Enquanto Raiane mediu a altura de Ana, Daiane e Aline anotaram os resultados no papel. Assim como os demais, o grupo 3 inicialmente moldou o corpo humano, aproximando cada membro dele, de uma forma geométrica espacial. Para representar a cabeça, as alunas utilizaram uma esfera; o pescoço, braços e pernas foram representados por cilindros e o tronco, por dois troncos de cone:

Figura 13 – Molde do corpo humano, elaborado pelo G3.



Fonte: Elaborado pelas alunas do G3.

O processo percorrido pelo G3 foi análogo aos grupos 1 e 2. As alunas calcularam as medidas das áreas de cada membro do corpo; somaram os resultados encontrados; obtiveram uma medida que representou a área da superfície corpórea, em cm^2 ; por meio de uma proporção, converteram as medidas para m^2 ; avaliaram os resultados obtidos, por meio da fórmula de Mosteller; refizeram os cálculos necessários, organizaram os dados obtidos e descreveram uma função afim que representou esta situação. A etapa em que os cálculos foram refeitos foi cumprida apenas por Daiane, pois apenas esta aluna estava presente nesta aula. A aluna trabalhou sozinha, com meu auxílio.

Este grupo foi o que mais apresentou ações negociadas. Ainda que as meninas dividissem o trabalho entre si, este processo foi marcado por discussões entre elas. Existiu uma colaboração para que alcançassem um entendimento comum no grupo, que evidenciou engajamento mútuo na compreensão do problema e desenvolvimento das etapas empreendidas pela turma e a professora.

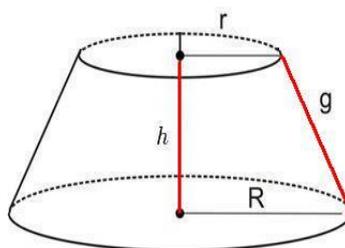
Cada aluna calculou a área da pele da outra; simultaneamente calcularam as áreas, do tronco, pernas, braços, de modo a discutir os significados de cada ação:

Ana: Agora vai ser o tronco de cone ((para calcular parte da área do tronco)).

Raiane: Agora tem que usar a geratriz. É diferente de altura.

Ana: É. *Porque se fosse a altura seria aqui* ((mostra no desenho onde está a altura do tronco de cone)), *mas a geratriz é essa aqui* ((mostra a geratriz no desenho, como o da figura 11)).

Figura 14 – Ilustração de um tronco de cone.



Ana: bom, agora vamos ver. A geratriz é mais fácil de ver no corpo porque é só contornar a barriga, ou cintura. É mais fácil que ver o raio. O g é a geratriz.

Raiane: Ana, você mede como se fosse um triângulo o corpo.

Ana: a altura é reto. Do pescoço até a cintura.

Raiane: Mas a geratriz, no tronco de cone, a gente contorna da axila até a cintura. A medida vai ser diferente.

Ana: Se a gente pegasse a medida nas costas seria diferente.

Raiane: Mas é tudo aproximação.

Ana: pega do pescoço pra baixo, Raiane.

Raiane: Tem que medir tudo e depois dividir por 2, porque são dois troncos de cone ((Um dos ombros até a cintura, outro da cintura até o quadril)).

Ana: Não, vamos por partes. Um de cada vez.

Raiane: É. São duas medidas. Uma do ombro até a cintura, outra da cintura até o quadril. Mas é só medir uma vez e multiplicar por 2.

Ana: não, vamos fazer por partes, primeiro um depois o outro.

[...]

Raiane: o que deu errado aí?

Ana: a gente tá usando a fórmula errada. É R MAIS r!

Raiane: Ixe:: to fazendo r VEZES r.

Ana: e eu também. Tem que corrigir.

Este é um dos fragmentos, de vários episódios no grupo, que evidenciam que as alunas trabalharam conjuntamente para conseguir um entendimento comum de aspectos relacionados à atividade de Modelagem. Neste trecho, a discussão teve caráter matemático.

As alunas não só mostraram engajamento na atividade proposta, como cobravam uma das outras este engaje:

Ana: Eu to fazendo aqui. Vocês têm que fazer o de vocês, gente.

Raiane: Ué, você já tá fazendo aí.

Ana: eu tô fazendo o meu, amor. Cada um faz o seu, por isso que tem as medidas de todo mundo.

Raiane: você tem que fazer o bonequinho também, Daiane.

Ana: não, o boneco não precisa. O boneco é um pro grupo todo.

Ana: deixa eu dar uma olhada no bonequinho de novo.

Raiane: nossa, minha cabeça deu 803!

Ana: Nossa. A minha deu 455.

Raiane: 8 ao quadrado é 64... tá certo.

Ana: ah:: então tá certo. Beleza, agora vamos lá. O nosso pescoço, é como se fosse um cilindro.

No excerto, Ana, se esforçou para que o grupo trabalhasse junto. Esse esforço foi evidenciado durante toda a atividade. No decorrer das discussões, Ana dizia “*vamos lá, gente*” ou procurava integrar as alunas ao que fazia; quando observava que alguém não entendia o processo buscava incluir as colegas na discussão do grupo:

Daiane: ai::

Ana: A:: gente vamos lá, não é difícil não. Você tá achando difícil? Não é difícil.

Raiane: Não.

Daiane: ah:: eu acho que eu tinha que voltar pra segunda série, pra aprender somar 2 mais 2.

Ana: pára de choramingar e vamos lá. A gente não mediu sua cabeça. Deixa eu te explicar a fórmula ((fórmula para cálculo da área da esfera, para encontrar a área da cabeça de Daiane)). 3,14 é esse aqui. Você tem que multiplicar o 4 por 3,14,

vezes o raio. O que é o raio? O raio seria assim. *Isso aqui é a medida da sua cabeça*, de orelha a orelha, mas o raio é a metade dessa medida, então assim, se essa medida deu que é 16 centímetros, qual que é a metade de 16?

Daiane: ih:: nem começa.

Ana: Qual que é a metade de 16?

Daiane: Não sei.

Ana: Menina, *metade!* METADE! Quanto mais quanto que dá 16?

Daiane: me dá a calculadora aí.

Ana: Não, olha, duas vezes quanto que dá 16? 16 dividido por 2.

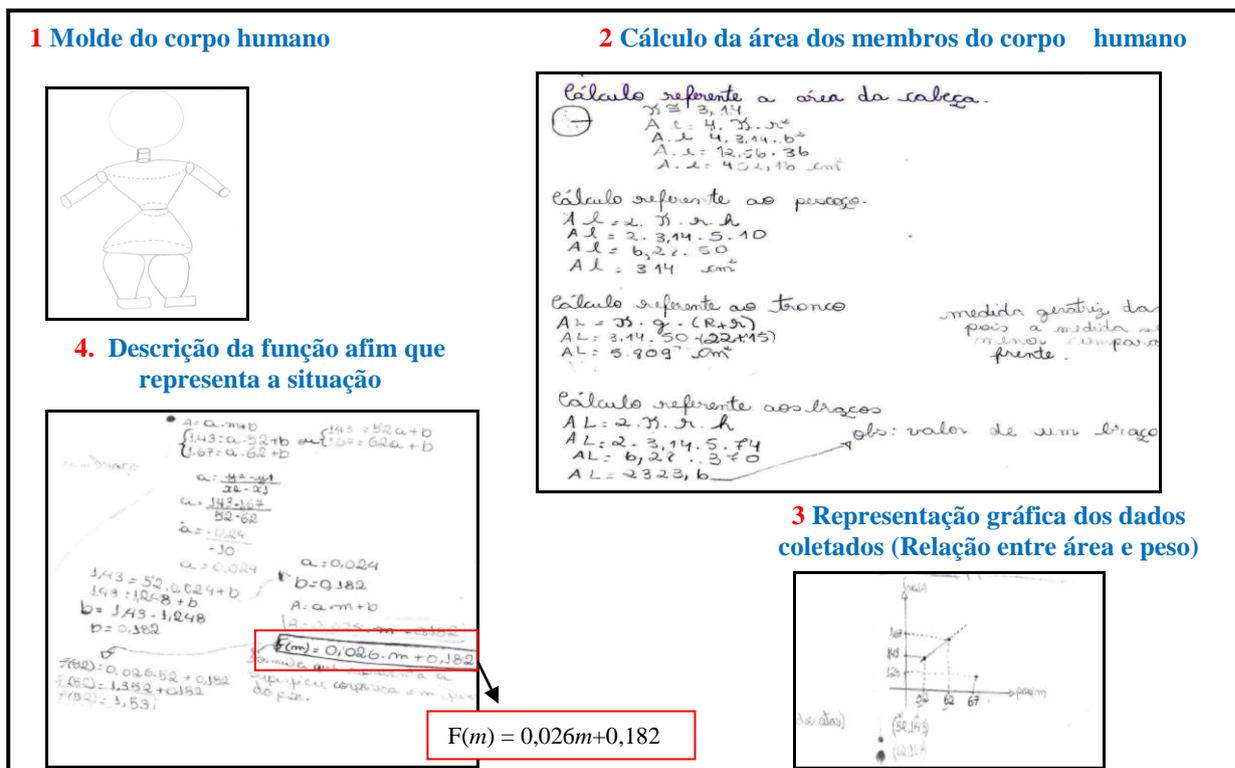
Daiane:...

Ana: é 8! Metade de 16 é 8! Daí você vai fazer assim. Daiane, você fica colocando na sua cabeça que é difícil por isso que você não consegue.

Este esforço de Ana, para que a participação de Daiane fosse mais ativa se fez em diversos momentos. Raiane não fez parte deste diálogo, porém em outros momentos foi ela quem cumpriu o papel de permitir o acesso da participação de Daiane no G3. Esta foi uma aluna que apresentou defasagens em relação aos conteúdos matemáticos o que fez com que reconhecesse em Aline, Raiane e Ana pessoas matematicamente competentes, capazes de auxiliá-la.

Como as ações do grupo foram negociadas, fruto do seu engajamento mútuo, G3 construiu um repertório partilhado, que se representa pelos registros matemáticos da Figura 15, oriundo das negociações do grupo:

Figura 15 – Registros do processo percorrido pelo G3, na atividade 1.



Fonte: Registros das alunas do G3.

Diferente do G2, os registros apresentados na figura anterior são decorrentes das negociações no G3, e não de trabalhos realizados individualmente.

No Quadro 16, sintetizamos as ações do G3 quanto às características definidoras de uma LCoP.

Quadro 16 – Síntese das ações do G3 na atividade de Modelagem 1.

Características referentes à constituição de LCoP	Ações do G3 na Atividade 1
1) <i>Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;</i>	Raiane, Daiane e Aline não reconheceram-se funcionando matematicamente naquela atividade: <i>“Quando começou aquele monte de cálculos e a gente não sabia como interpretar [...]A Primeira atividade foi mais difícil, porque a gente ficou perdido, sem saber o que fazer.”</i> (Raiane/Entrevista).
2) <i>Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;</i>	Daiane não teve sua participação reconhecida positivamente: <i>“A Daiane participou pouco porque ela tem muita dificuldade e isso não é só nessa aula, é em todas, ela fica fugindo de participar.”</i> (Ana/ Entrevista).
3) <i>Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i>	G3 apresentou ações negociadas. Ainda que as meninas dividissem o trabalho entre si, este processo foi marcado por discussões entre elas. Ademais, as próprias integrantes de G3 ensejavam a participação do grupo no desenvolvimento da atividade.
4) <i>Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i>	No G3 existiu uma colaboração para que alcançassem um entendimento comum no grupo, o que proporcionou o partilhamento de um repertório, representado pelos registros do estudo da situação problema e por seu modo de organização.
5) <i>A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i>	Ainda que o engajamento das alunas de G3 fosse evidenciado nas suas ações quanto à atividade, ainda estiveram atrelados às ações da professora, no que diz respeito a uma estratégia de estudo da situação. Neste sentido, a prática de G3 ainda esteve fundamentada na prática normal de aulas de Matemática anteriores àquelas desenvolvidas por meio da Modelagem.
6) <i>Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	Os empreendimentos articulados em G3 foram dependentes das ações da professora, sem que houvesse a identificação de uma análise crítica deles por parte das alunas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste grupo, pode-se inferir que as alunas construíram uma prática comum que constituiu um domínio no qual estavam engajadas: o da atividade de Modelagem Matemática,

no decorrer das aulas. Ainda assim, nem todas as características definidoras de uma LCoP puderam ser identificadas.

5.1.2 Síntese das Análises referentes à Atividade 1

Embora traços das características referentes à constituição de LCoP pudessem ser observadas em ações dos grupos, as discussões mantidas nos mesmos não embasam justificativas para afirmar que todas elas se fizeram presentes nas ações da turma.

Ainda que o engajamento de alunos como Natany, Matias e Antônio, no G1; Lúcio, no G2 e de Ana e Raiane no G3 sejam identificáveis, suas participações bem como a dos demais alunos estiveram ainda fortemente atreladas à participação da professora, nesta atividade.

Os alunos, em vários momentos, expressaram a falta de significados às suas ações, tal como quando Antônio questionou: “Tá, mas onde eu quero chegar com isso?”.

Embora no decorrer das aulas, os grupos assumissem para si a responsabilidade pela condução da atividade, de forma gradativa, o desenvolvimento desta atividade ainda ficou marcado pela dependência de ações dos alunos quanto às ações da professora.

Enquanto a intenção e engajamento da professora procurou encaminhar a atividade para que fosse desenvolvida no Domínio da Modelagem na Educação Matemática, ou seja, que o Domínio das ações dos alunos fosse constituído pela Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática - desenvolvida sob discussões técnicas, reflexivas, matemáticas e paralelas num espaço de interações - os alunos pareciam agir no Domínio da Matemática escolar, sob influência da tradição Matemática escolar. Desta forma, esperavam encaminhamentos diretivos por parte da professora, e um problema com dados matemáticos já disponibilizados.

Consequência deste desencontro entre professor e alunos foi que discussões do tipo reflexivas, por exemplo, não foram fortemente presentes nas discussões dos alunos. Barbosa (2007) ressalta que nem todos os tipos de discussões se fazem presentes no desenvolvimento de atividades de Modelagem, porém aponta a importância deste tipo de discussão quando a abordagem da Modelagem Matemática se dá sob sua perspectiva.

Consideramos este fato como consequência do desencontro de intencionalidades, nesta atividade, pois enquanto o objetivo da professora era que discussões técnicas, reflexivas e matemáticas alternassem-se no processo de análise da situação, na maior parte do tempo elas estiveram centradas nos processos matemáticos.

Nesta perspectiva, o engajamento da professora e dos alunos se deu em direções diferentes, pois a preocupação evidenciada pela turma foi estudar matemática e entender como a Modelagem pode ser usada na sala de aula como metodologia de ensino, para que pudessem utilizá-las nas suas aulas, quando professores.

Já em relação à professora, embora esta também vislumbrasse tais objetivos, seus direcionamentos estavam principalmente voltados para a constituição de uma LCoP a partir da situação-problema apresentada.

Em vários momentos no decorrer da atividade, alunos questionavam a mim, ou a professora da disciplina de Estágio Supervisionado: *“Esta é a etapa da interação, professora?”*³³ – Pergunta feita por Matias, após a discussão inicial e a entrega do texto de apoio aos alunos; *“Agora estamos matematizando o problema, né?”* – Questão levantada por Lúcio, enquanto os alunos tiravam as medidas uns dos outros; *“Agora estamos validando nossas contas”* – Comentário feito por Natany, enquanto usavam a Fórmula de Mosteller.

Mesmo com o empenho dos alunos em estudar a situação de Modelagem por outros interesses individuais, percebe-se que em várias ocasiões este interesse foi vencido pelo desestímulo. As causas da perda de interesse, neste caso, podem ser atribuídas a vários fatores, das quais destacamos três (apresentadas no Quadro 17) evidenciados nas falas dos alunos, quando entrevistados: a) Porque não houve participação de todos do grupo; b) devido às dificuldades em relação ao conteúdo matemático utilizado na atividade e c) dificuldades por ter sido a primeira atividade dessa natureza realizada pelos alunos.

Quadro 17 – Dificuldades apontadas pelos alunos quanto ao desenvolvimento da Atividade 1.

Grupo	Alunos	Não houve participação de todos do grupo	Dificuldades quanto ao conteúdo matemático utilizado	Dificuldades por ser a primeira atividade dessa natureza
G1	Andréia	<i>“[...] Acho que sempre tem quem não tá ligando.”</i>	<i>“A gente não lembrava muito bem muitas coisas que a gente já tinha estudado, então foi difícil. Tudo foi meio complicado porque a gente não lembrava da Matemática.”</i>	<i>“Na primeira eu fiquei nervosa sabe, porque eu não sabia como que eu ia agir, como que a gente ia fazer.”</i>
	Antônio		<i>“Achei difícil por causa da Matemática, porque eu já tenho déficits mesmo.”</i>	<i>“No início eu senti mais dificuldade sim, mas é só até que eu interagi aí fica mais fácil né.”</i>
	Leda		<i>“Senti dificuldade nas fórmulas, na matemática;</i>	

³³ As etapas destacadas pelos alunos referem-se às indicadas por Biembengut e Hein (2002) em “Modelagem Matemática no ensino”, provável referência utilizada nas aulas de MEM.

			<i>Eu não sabia que matemática ia usar, e isso foi difícil.”</i>	
	Natany		<i>“Eu achei as aulas (quanto à Matemática usada) nem tão difíceis nem muito fáceis.”</i>	
	Matias	<i>“As pessoas ajudaram, mas em compensação teve outros que só esperavam [...] atrapalhavam a discussão com conversas nada a ver.”</i>		
G2	Lúcio	<i>“Tive dificuldades na hora dos cálculos, porque cada um falava uma coisa e ficava confuso até todo mundo concordar [...] tinha gente que não fazia nada [...] tive que fazer coisas sozinho.”</i>		<i>“Eu achei um pouco difícil porque a gente tinha nunca tinha feito nada assim. Na atividade sobre a pele, eu achei bastante complicado.”</i>
	Rogério		<i>“Achei difícil, os cálculos. Tava mais difícil que na sala. Eu não conseguia lembrar que cálculo que tinha que fazer.”</i>	
	Rosana		<i>“(A primeira atividade) Foi mais difícil por causa da matemática que a gente usou.”</i>	<i>“No começo foi complicado, porque sempre que é alguma coisa nova, fica diferente do dia a dia, mas foi interessante, a gente fez um trabalho em equipe, mas foi bem assim... igual, a primeira foi a mais difícil, a da pele.”</i>
	Renata	<i>“Eu não fiz tudo, por isso foi difícil, porque eu não sabia o que fazer.”</i>		
	Paola		<i>“Meu aprendizado no segundo grupo foi diferente, a gente ficou perdido lá na Matemática, no primeiro grupo.”</i>	
G3	Ana	<i>“A Daiane participou pouco</i>	<i>“Eu acho que não foi difícil, o problema é que a</i>	

		<i>porque ela tem muita dificuldade e isso não é só nessa aula, é em todas, ela fica fugindo de participar.”</i>	<i>gente tinha esquecido as fórmulas, a gente não sabia o que ia trabalhar.”</i>	
	Aline		<i>“A primeira da pele foi mais dificultosa por causa do conteúdo. A gente não sabia o que fazer.”</i>	
	Daiane	<i>“Eu senti um pouco de dificuldade, mas daí depois as meninas foram me ajudando.”</i>	<i>“Em relação ao conteúdo. Tenho muita dificuldade.”</i>	
	Raiane		<i>“Quando começou aquele monte de cálculos e a gente não sabia como interpretar.”</i>	<i>“A Primeira atividade foi mais difícil, porque a gente ficou perdido, sem saber o que fazer.”</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

Nenhum dos alunos atribuiu a falta de interesse ou dificuldades à escolha do tema da atividade. Ainda estes mesmos alunos tinham a opção de não participar das aulas, pois a pesquisa foi posta na forma de convite, e suas participações foram voluntárias.

Uma hipótese que se levanta é a de que nem todos os alunos aceitaram o convite da Modelagem Matemática para aquela atividade. Isso fez com que a falta de interesse de alguns deles também desestimulasse membros dos seus grupos; ainda: o não aceite para a Modelagem pode fazer com que as ações de professor e alunos na atividade desta natureza se aproximem daquelas observadas numa aula de Matemática tradicional, pois o engajamento do aluno nesta perspectiva é essencial.

Sendo assim, consideramos que os apontamentos dos alunos quanto à atividade 1, podem justificar a dependência das suas ações às da professora, o que acarretou a ausência de empreendimentos articulados pelos grupos, e a constituição de uma prática ancorada na Modelagem Matemática, fruto essencialmente das ações dos alunos, sem a interferência da professora.

5.2 Atividade 2: Desenvolvimento dos bebês

A atividade “Desenvolvimento dos bebês” foi a segunda desenvolvida com os alunos do curso de Formação de Docentes, no decorrer da pesquisa.

Antes que os alunos finalizassem o desenvolvimento da primeira atividade de Modelagem, apresentei à turma os temas de interesse que mais se repetiram dentre os citados nas respostas a umas das perguntas do questionário inicial.

Dentre os temas mais citados, realizamos uma votação a fim de escolher o próximo a ser abordado. O tema “desenvolvimento humano/crianças” foi o acolhido pela turma.

A atividade foi desenvolvida com 12 alunos, organizados em três grupos: **G1)** Matias, Rosana, Rogério, Antônio; **G2)** Lúcio, Paola, Natany, Leda; **G3)** Aline, Raiane, Ana, Daiane, no decorrer de 7 horas-aula. Os primeiros momentos destinados à realização desta atividade ocorreram num dia chuvoso e, por isso, poucos alunos compareceram. Desta forma, num primeiro momento apenas os grupos G1 e G3 participaram do desenvolvimento da atividade. No momento posterior, com a inclusão de outros alunos, o grupo G2 foi constituído.

A discussão inicial, acerca do tema da atividade, foi desenvolvida no âmbito da turma como um todo, sem distinção entre grupos, e juntamente com a professora. Posteriormente os grupos estudaram a situação de Modelagem, recebendo orientações da professora. Em determinados momentos, os trocaram ideias entre si, influenciando-se mutuamente no desenvolvimento desta atividade.

Para iniciar a discussão a professora questionou-os sobre os motivos que os levaram a optar pelo tema e em qual foco, especificamente, centravam seus interesses.

Raiane justificou que se tratava de um tema que lhes será útil, considerando que poderão atuar nos primeiros anos da Educação Básica. Diante de justificativas como as de Raiane, questionei-os quanto à que tipo de desenvolvimento os alunos se referiam quando apontaram este tema. Alguns alunos manifestaram-se:

Aline: o crescimento (no sentido de tamanho), as habilidades que ele vai adquirindo.

[...]

Rosana: o desenvolvimento no sentido de crescimento mesmo, toda a parte estrutural do corpo da criança...

[...]

Antônio: o desenvolvimento desde a gestação.

Ainda que os apontamentos feitos direcionassem ao estudo do tema no sentido do desenvolvimento físico das crianças questionei se outro tipo de abordagem poderia ser realizada, a partir do tema escolhido. Matias lembrou que o desenvolvimento motor poderia ser abordado, mas que esse não foi seu interesse. Raiane concordou:

Raiane: Eu acho que o que ficaria melhor seria o desenvolvimento do crescimento (altura) e do peso né, a quantidade que ela engorda.

A partir desta conversa inicial, representada pelas falas anteriores, disponibilizamos aos alunos o seguinte texto informativo:

E o bebê, como vai?

Uma preocupação muito frequente por parte dos pais consiste em saber se seus filhos estão crescendo “dentro da tabela normal”. Para responder a essa pergunta o pediatra precisa conhecer, levar em conta e analisar vários fatores referentes à criança e sua família. Como o peso e a altura dos pais, de que forma foi o crescimento deles, os dados da gestação, o peso e a estatura de nascimento, a alimentação do bebê, etc.

O ideal é que o médico tenha em mãos a curva de ganho de peso e de crescimento, que é formada através da colocação em um gráfico de várias medidas (no mínimo três) tomadas consecutivamente com intervalos determinados.

Apesar de todas estas restrições, para satisfazer a curiosidade dos pais, segue-se uma tabela, por idade e por sexo, extraída parcialmente e adaptada do livro “Pediatría Básica – Prof. Eduardo Marcondes – Ed. Sarvier”. Mas lembre-se que nenhuma criança cabe em uma tabela! Sua consulta serve apenas como uma referência.

Para cada idade e sexo a tabela apresenta uma “medida de referência” embora crianças fora desta faixa também possam estar dentro de um crescimento normal. Esta referência é definida estatisticamente a partir da média para a idade e delimitada por duas medidas, acima e abaixo da média.

Fonte: Adaptado de <http://filhosecia.uol.com.br/2010/08/tabela-de-peso-e-altura/>

A partir do texto a turma discutiu questões tais como partos prematuros, fatores que interferem no crescimento de um bebê como altura dos pais, possíveis doenças da mãe da criança relacionados à alimentação e problemas psicológicos desenvolvidos no decorrer da gestação, dentre outros. A professora regente da turma, que estava na sala, deu um depoimento pessoal acerca do nascimento da sua neta, que foi lembrado pelos grupos, ao longo da atividade:

Professora regente: no caso da minha neta. Ela nasceu com 1,9 kg apenas...

Aline: nossa senhora, muito pouco.

Professora regente: ...abaixo da média. No caso dela, o cordão umbilical, a gente tem duas artérias, duas veias que levam alimentação para o bebê, no caso dela só tinha uma. Por isso precisou fazer cesárea antes porque se não fizesse, minha netinha morreria de fome, porque nos últimos meses de gestação o bebê come, come, come... como ela só tinha uma artéria, ela ia morrer de fome, então precisou retirar antes. Por isso ela nasceu muito abaixo do peso e da estatura, porque ela não comia o suficiente. Agora, com 6 anos, ela já atingiu o tamanho normal.

Concordando com a professora regente, Antônio relatou que já presenciou muitas vezes este mesmo acontecimento com amigos e familiares, o que despertou a curiosidade dos membros do seu grupo, nas aulas seguintes.

Ana questionou sobre qual é essa tabela de referência a qual o texto faz alusão. Neste momento disponibilizou-se aos alunos a Tabela 1:

Tabela 1 – Faixa de peso e estatura mais comuns, por idade e sexo.

Sexo	MASCULINO		FEMININO	
	Medida de referência		Medida de referência	
	Peso (kg)	Estatura (cm)	Peso (kg)	Estatura (cm)
IDADE (meses)				
0	3,4	50	3,3	49
1	4,2	55	4,0	54
2	5,0	57	4,7	56
3	5,7	61	5,5	59
4	6,3	62	6,1	61
5	6,9	63	6,7	62
6	7,5	64	7,3	63
7	8,0	66	7,8	65
8	8,4	68	8,2	67
9	8,9	69	8,6	68
10	9,3	71	9,0	70
11	9,6	73	9,4	72
12	10	75	9,8	73

Fonte: Adaptada de <http://filhosecia.uol.com.br/2010/08/tabela-de-peso-e-altura/>

Ao analisarem a tabela, na turma, surgiram falas como:

Antônio: é só uma referência, porque tem outras coisas que tem que contar.

Antônio: se a criança não nasce “preparada”, a tabela não encaixa.

Matias: crescimento de mês a mês [...] só até os 12 meses.

Ana: tá dividido em masculino e feminino, porque tem diferença.

Aline: de peso e estatura ((a tabela trata de peso e de estatura das crianças)).

Diante da discussão acerca dos dados disponibilizados na Tabela 1, e das experiências compartilhadas entre a turma sobre o assunto, a seguinte questão foi elaborada: “Considerando a tabela de referência como podemos analisar o desenvolvimento de um bebê ao longo dos dois primeiros anos de vida?”. A questão abarca os apontamentos realizados pela turma, anteriormente, e devido à sua amplitude permite possibilidades de estudo de acordo com a delimitação da questão de investigação por cada grupo, conforme os seus interesses.

Na sequência a turma iniciou discussões nos seus respectivos grupos. A partir deste momento, os grupos G1, G2 e G3 receberam direcionamentos diferentes, de acordo com suas intencionalidades. Ainda assim, trocaram ideias entre si.

Embora os grupos tenham percorrido caminhos diferentes, de acordo com as escolhas em relação à delimitação do problema, nos três grupos as estratégias utilizadas pareceram decorrer das influências da atividade 1: procuraram representar a situação por meio de uma função afim, tal como fizeram na primeira atividade proposta. A hipótese que levantamos é que este fato pode ser decorrente do cotidiano escolar a qual estão habituados.

5.2.1 Análises Locais da Atividade 2

⇒ G1: Antônio, Matias, Rogério e Rosana

O G1 iniciou a discussão questionando o que deveriam analisar e quais aspectos levar em consideração:

Antônio: E o que é pra fazer? Analisar? Analisar o quê?

[...]

Matias: A gente analisa, logo no início, a criança, ela cresce mais rápido né, olha lá. Menino com peso de 3,4 kg, tá com 50 centímetros. Aí quando ela pega 4,2 kg, ela vai pra 55 centímetros, já aumentou 5 centímetros.

Antônio: O peso cresce, a altura cresce.

Matias: Aham, aí depois no finalzinho (perto dos 12 meses) olha, ela vai crescendo pouco e o crescimento é de 2 centímetros, olha aqui no final da tabela. O crescimento dela já vai mais devagar.

[...]

Rosana: Nossa, mas 10 quilos ((peso de um bebê do sexo masculino aos 12 meses)) é muito não é?

Matias: É muito ou é pouco?

Rosana: É muito, eu acho que é muito.

Matias: É 1 ano, 10 quilos.

Rosana: Eu acho que é muito.

Antônio: Não é nada, porque tem criança que já nasce com 4 (kg).

Rosana: É, ou tem 10 (kg) com até menos de 1 ano.

Antônio: É, ou faixa de peso de nascimento tem que ser 2,5 (kg), 3 (kg)...

Matias: Qual que você (Antônio) conheceu que nasceu pesando menos? Até quantos você já viu?

O trecho anterior apresenta excertos das falas dos alunos que direcionaram a discussões paralelas, conduzidas especialmente por Antônio devido às solicitações dos colegas, que demonstraram interesse nas suas experiências pessoais em relação ao tema da

atividade. Além disso, indica a centralidade do interesse dos alunos: estudar o peso dos meninos ao longo dos primeiros anos de vida. Este interesse foi confirmado posteriormente, quando o grupo delimitou o seu estudo:

Matias: Então tá. Do que vamos partir aqui? Do peso ou da estatura?

Rosana: o quê?

Matias: Vamos partir do peso ou da estatura?

Rosana: ah:: sei lá, porque olha, o peso vai influenciar no desenvolvimento, e a estatura também ((Risos)).

[...]

Matias: Antônio, olha lá na tabela. Ah:: tá, vamos estudar ao longo dos 2 primeiros anos de vida.

[...]

Matias: É uma relação entre os dois.

Antônio: Eu não sei fazer isso não.

Matias: Aah, eu entendi.

Antônio: o que você tá fazendo?

Matias: uma relação de quanto ele cresceu mês a mês. Sabe o que eu tô fazendo, Antônio, pra ter uma base? Assim, vê com quanto ela nasceu, com 3,4 ((kg)), no outro mês ela vai pra 4,2. Nesse tempo qual que foi o desenvolvimento? Quanto ela pesou a mais? Só que daí eu fiz errado, porque é assim, ela está aqui no 3,4 daí foi pra 4,2, pra chegar nisso, quanto ela evoluiu né? Você entendeu né?

[...]

Antônio: Nós queremos saber até no 12 meses essa diferença pra saber depois pros outros meses.

Professora: Vocês estão fazendo pra qual sexo?

Antônio: só o masculino. Porque o sistema é o mesmo.

A partir dos apontamentos, principalmente de Matias, os alunos decidiram estudar: *o desenvolvimento dos bebês do sexo masculino, em relação a seu peso no decorrer dos primeiros anos de vida*. Também no último excerto, Antônio declarou que precisavam primeiro estudar o crescimento dos meninos, conforme a delimitação do grupo, até os 12 meses para então entender como se daria este crescimento nos meses posteriores, cujos dados não são fornecidos pela Tabela 1.

O fato de o grupo determinar o que seria estudado dentro daquela situação mais ampla proposta, indica traços da característica 5 (WINBOURNE; WATSON, 1998), pois a participação da professora, num primeiro momento, e dos alunos, num segundo, foi essencial para a constituição do problema que conduziria as aulas. Esta característica também pode ser observada nas próximas ações do grupo e da professora.

A discussão iniciada pelo grupo foi técnica, pois indicou os primeiros delineamentos da situação-problema, que proporcionaram a construção de um modelo matemático que a descreveu.

Ao definirem as variáveis a serem consideradas para o estudo (idade, em meses e peso, em Kg), Antônio e Matias calcularam as diferenças entre os pesos de um menino no decorrer do primeiro ano. Rosana e Rogério fizeram o mesmo que os colegas. Antônio pretendia construir uma nova tabela para as idades a partir de 13 meses:

Matias: o que você tá fazendo Antônio?

Antônio: Tô vendo as outras diferenças. Ele vai seguir isso aqui mesmo. Tem que fazer uma nova tabela agora.

Matias: Pra continuar né, pra ver pro outro ano.

Analisando as diferenças entre os pesos de um menino ao longo do seu primeiro ano de vida, Antônio fez apontamentos que em momentos posteriores sugeriram que ele pretendia descrever a situação por meio de uma função de grau diferente de 1. Naquele momento inicial Matias sugeriu que a situação poderia ser descrita por uma função afim. Antônio estava certo de que a função seria crescente, tal como Matias, no entanto não conseguiu explicar à professora e a seu grupo como estava pensando.

Professora: Vocês já perceberam várias coisas. Por exemplo, que as duas medidas estão crescendo, O que quer dizer isso?

Antônio: que é crescente (função). E que é positivo. Se for por no gráfico vai ser só pra frente ((aponta um sentido de curva crescente)).

Professora: E como vai ser essa curva que vocês estão falando?

Matias: Desse jeito, vai ser uma reta.

Professora: Vamos ver?

Antônio: Viu, ele vai ser aquele sistema lá. Conforme um cresce, outro cresce. Na medida em que ele vai crescendo, o peso vai crescendo.

O grupo iniciou uma discussão acerca dos métodos que poderiam ser utilizados para determinar a função afim que descrevesse a situação. Nesta negociação de significados Antônio deu indícios do que estava pretendendo fazer. Neste sentido, procurei indagar o grupo:

Professora: E dá pra aproximar por uma reta, como estão fazendo?

Antônio: Dá, na lógica do cálculo dá.

Professora: Do jeito que você estava me dizendo seria uma função polinomial, de

grau diferente de um. ((me direcionando a Antônio, que insistia que os dados não poderiam ser descritos por uma reta)).

Matias: Agora a gente vai montar uma função dessa reta.

Professora: a partir de 0 meses.

Matias: por isso não vai pro quadrante negativo, nesse caso.

(...)

Matias: Tá professora, mas com esses pontos a gente consegue construir uma função?

Professora: Quantos pontos você precisa para traçar uma reta?

Matias: dois.

Professora: e você tem quanto pontos nessa tabela?

Matias: Um monte.

Ainda que a intenção fosse proporcionar uma discussão acerca das possibilidades de representações matemáticas da situação, os apontamentos de Matias foram legitimados por mim, pela forma como a discussão foi direcionada. Diante da estratégia de Matias, reforçada por mim, Antônio afirmou não entender a matemática utilizada pelo grupo e procurou seguir outros caminhos. O caminho traçado por Antônio, entretanto, fez com que o aluno participasse das discussões do grupo contribuindo e levando-o ao mesmo caminho do grupo.

Embora, num primeiro instante, minha participação fizesse com que a participação de Matias fosse mais reconhecida que a de Antônio, as orientações dadas a Antônio fizeram-no ser reconhecido pelo grupo, não só pelas discussões paralelas que direcionou, mas também por conduções matemáticas.

Ainda em relação ao reconhecimento público dos alunos naquela aula, Matias foi reconhecido pelo grupo pela condução das questões referentes à matemática utilizada na atividade. O aluno conduziu todo o processo de construção da função afim que representou a situação de estudo, ensejando a participação do seu grupo, que participou ativamente destas discussões. Matias explicou:

Matias: gente, o próximo passo é montar uma função. A gente cria ela. Eu não sei como criar, mas a gente tem que montar. Entendeu né Antônio? Aqui a gente colocou a idade e o peso, então tem que por as duas coisas.

O grupo não sabia como, a partir dos dados, descrever a função pretendida; o problema estava relacionado a formas de obtenção da taxa de variação e do coeficiente linear da função. Diante desta dificuldade incitei-os a investigar, nos materiais que tinham disponíveis, uma forma de resolver este problema. Antônio procurou estimar a taxa de variação da função somando as diferenças de pesos obtidas mês a mês e obtendo uma média

aritmética delas, já Matias, Rosana e Rogério optaram por determiná-la por meio de um sistema de equações lineares. Antônio também participou deste processo.

Vejamos o trecho em que transcrevemos a discussão mantida por Matias, no seu grupo, ao explicar como a partir de dois pontos poderiam encontrar os valores do coeficiente linear e da taxa de variação da função que pretendiam descrever.

Matias: Agora que tenho os pontos e a forma da equação, é só encontrar os valores dos coeficientes pra escrever a função... Tá gente, vamos lá. Vocês lembram do par ordenado que escrevemos? Dos dois? A gente vai colocar aqui na forma da função, que escrevemos como $p = a.i + b$. Agora a gente vai montar um sistema. Abre colchetes; agora no par ordenado a gente tem o peso e a idade. Vamos usar cada par ordenado e substituir na equação, essa idade e esse peso. Vai ser o a que a gente não tem, aliás $p = 11a$.

Rosana: $11a$?

Matias: É porque o a a gente não tem. Não é a vezes a idade, que é o i ? E o i aqui não é 11 ?

Rosana: Mas não vai ser a vezes 11 ?

Matias: Então, a mesma coisa que 11 vezes a .

Rosana: É?

Matias: É! Daí mais o b , que a gente não tem. Fica $11.a + b$. Daí na segunda vai ser 12 vezes a .

Rosana: $12a + b$ né?

Matias: Mas daí agora gente? Ah::, aí sim, agora, assim, olha: a gente tem que trabalhar só com uma incógnita, uma letra, e aqui a gente tem um sistema, certo? Com a e b .

Antônio: Aham.

Matias: e não dá pra trabalhar com a e b juntos. Ou só o a , ou só o b . No nosso caso, vamos trabalhar só com o a ; porque aqui, a gente não tem dois b 's positivos?

Rosana: É isso mesmo.

A partir da discussão, conduzida por Matias, as ações de Rosana, Rogério e Antônio estiveram de algum modo atreladas às dele, no que diz respeito às questões matemáticas. Este fato conferiu reconhecimento ao aluno, assim como Antônio foi reconhecido pelas conduções de discussões paralelas e contribuições nas discussões técnicas, evidências da característica 2 (WINBOURNE; WATSON, 1998).

Posteriormente, numa aula em que Matias não compareceu, esta condução matemática foi dirigida por Rosana, fazendo-a com que também fosse reconhecida como matematicamente competente, pelos colegas. A aluna explicou como substituir os valores de idade (momento em que o grupo valida a função descrita) na função descrita pelo grupo.

Rosana: Conseguiu Antônio?

Antônio: Mais ou menos. E você?

Rosana: por essa forma aqui é mais fácil. Quer ver?

Antônio: sim.

Rosana: primeiro você tem essa função. O Matias que me explicou ((na outra aula)).

Rogério: Como que faz isso aqui? ((Rogério pergunta à Rosana, como substituir os valores das idades na função)).

Rosana: você vai trocando, Rogério, no lugar de *i* você substitui pelas idades que quer, e vai o ter o peso do bebê em cada uma dessas idades.

Rogério: Entendi.

Rosana: Daí vamos poder fazer um gráfico depois, com esse valores que a gente encontrou.

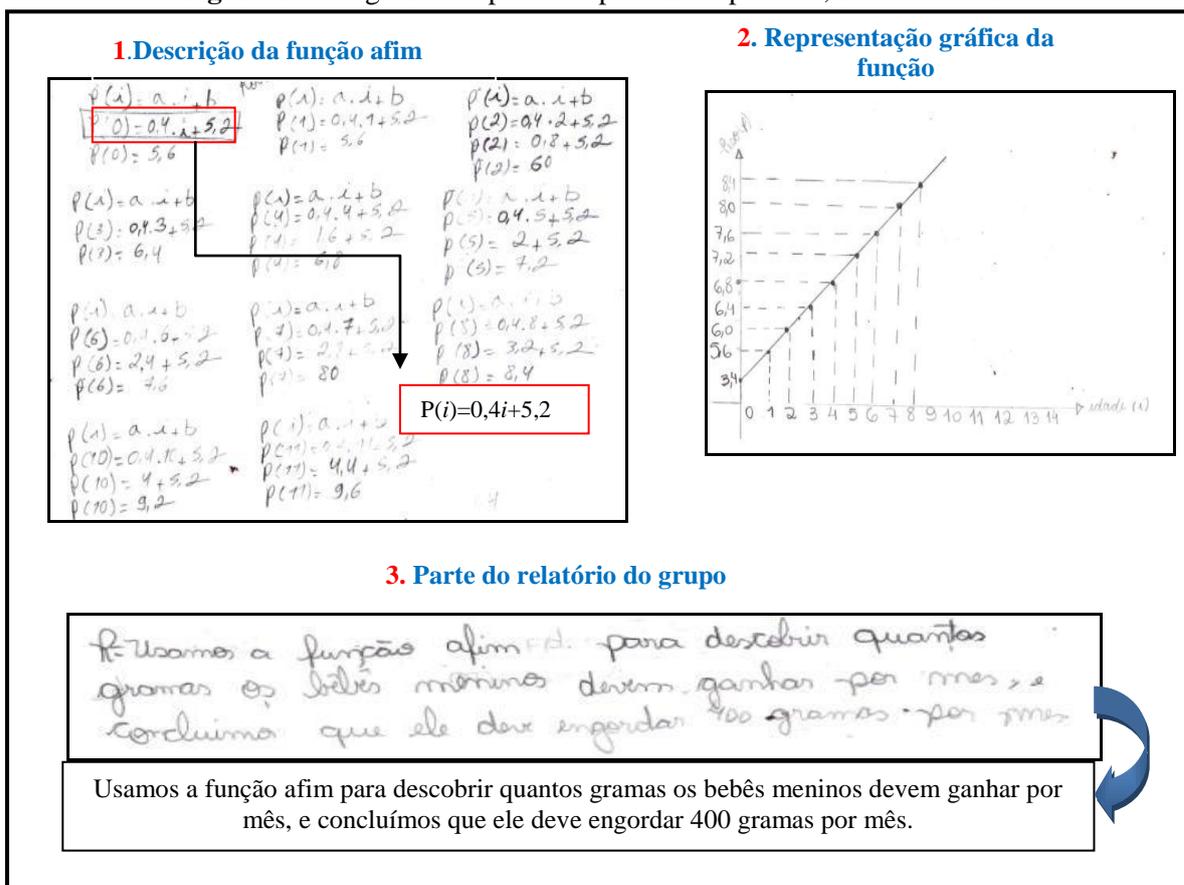
A partir da explicação de Rosana, Antônio mostrou maior interesse pelos procedimentos matemáticos que vinha realizando com dificuldades naquelas aulas. Ainda, Rogério e Antônio entenderam como poderiam avaliar a função descrita, de acordo com os dados disponíveis.

Os fragmentos apresentados sugerem que todo o grupo engajou-se na mesma atividade que a professora: na análise da situação-problema de Modelagem. Ainda que houvessem dificuldades decorridas ou dos procedimentos matemáticos utilizados ou da interpretação da situação como um todo, o grupo permaneceu interessado pela situação procurando formas de sanar suas dúvidas e realizar a tarefa proposta. Estas são evidências da característica 6 (WINBOURNE; WATSON, 1998).

O engajamento do grupo e a preocupação com o mesmo Domínio que se constituiu, o da Modelagem Matemática na Educação Matemática, proporcionou a criação de empreendimentos articulados no grupo, que foram ao encontro dos interesses da professora. Assim como almejado pela professora, o grupo delimitou o problema de estudo (estudo do crescimento apenas dos meninos); determinou as variáveis consideradas (idade e peso dos meninos); determinaram uma função que poderia representar a situação (função afim); interpretaram matematicamente os elementos da função escolhida relacionando-os à situação-problema. Tais empreendimentos articulados decorreram do engajamento mútuo do grupo, das negociações mantidas entre todos. Isto foi possível porque os alunos trabalharam conjuntamente para conseguir um entendimento comum.

Esta negociação e os modos partilhados de linguagem, comportamento, formas de organização, influenciaram-se mutuamente e criaram um repertório partilhado pelo grupo, apresentado na Figura 16:

Figura 16 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 2.



Fonte: Registros dos alunos do G1.

Os recortes de registros do G1 representam o material produzido pelo grupo, decorrente das suas negociações, refere-se à parte do seu repertório partilhado, como incita a característica 4 apontada por Winbourne e Watson (1998).

Antes que chegasse à representação final da Função Afim, na forma algébrica, o grupo encontrou um valor negativo para a taxa de variação da função, o que contradizia a interpretação dos dados. Neste momento os cálculos foram refeitos, sob orientação da professora. A partir da descrição e validação da função, o grupo retomou a questão inicial discutindo quais as implicações no seu estudo. Novamente Antônio conduziu as considerações do grupo, afirmando:

Antônio: este conhecimento é útil para os pais das crianças né, porque tendo em mãos isso, dá pra saber se o filho tá tendo um desenvolvimento normal, ou se tem algum problema, que não tá relacionado à gestação da mãe. É bom ficar atento pra diagnosticar logo. Isso pode ajudar.

No processo de desenvolvimento das questões, o grupo solicitou encaminhamentos apenas quando seus membros não propunham uma solução para os problemas que surgiam. Isto porque reconheceram-se como matematicamente competentes. Este reconhecimento também se deu em relação aos companheiros de grupo.

No Quadro 18 apresentamos excertos das falas dos alunos, ditos na entrevista final, quando questionados quanto à sua participação e a participação dos colegas nas aulas:

Quadro 18 – Opiniões do G1 quanto às participações do grupo na atividade 2.

G1	Quanto à sua própria participação	Quanto à participação do grupo em geral
Antônio	<i>“Foi muito boa. Porque nós fizemos por vários dias. A gente discutiu muito. Foi muito bom [...] Sobre o nascimento de crianças, sobre os cálculos de pele [...] isso aí faz parte do nosso dia a dia. Isso sim eu consigo enxergar a importância. E parece que é independente da disciplina de Matemática. A nossa disciplina do dia a dia, eu não sei onde que eu vinculo ela. Aqueles cálculos aí. Essa letra aí que eu não sabia pra quê [...] usei, mas foi diferente, foi com fundamento”.</i>	<i>“No meu grupo a participação foi muito boa. Não tinha como não participar. E teve uma união entre nós. E outra, eu peguei pessoas que gostam de Matemática. O Rogério, o Matias... pra mim foi bem, porque como eu não vou bem, com eles acabou que eu caminhando junto.”.</i>
Rogério	<i>“Eu aprendi, mas achei difícil. Eu acho que ajudei.”.</i>	<i>“O grupo ajudou bastante. Meus amigos ajudaram pra eu fazer.”.</i>
Rosana	<i>“No segundo grupo acho que sim, foi uma boa participação (a minha).”.</i>	<i>“No segundo grupo eu e o Matias interagimos, eu não entendia, o Matias me explicava [...] o Matias se destacou mais, eu acho, porque tudo que a gente fala pra ele, ele pega fácil [...] Acho que a gente ((o grupo)) se interligou.”.</i>
Matias	<i>“Eu achei que minha participação contribuiu muito, não pra toda a sala, claro, mas pro meu grupo.”.</i>	<i>“O Antônio se destacou, porque mesmo com as dificuldades dele, ele procurava saber, ele já tem uma dificuldade muito grande, assim, quando você fazia alguma pergunta ele te dava a resposta na hora [...] A Rosana participou bem, mas o Rogério ficou meio de fora, porque não discutiu muito.”.</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

As falas dos alunos indicam como as características 1 e 2 estiveram presentes nestas aulas, pois os alunos afirmaram que consideraram suas participações importantes para o trabalho do seu grupo, afirmando como isso foi fruto das discussões realizadas em sala, tanto com a turma quanto no grupo.

No Quadro 19, sintetizamos como as características referentes à constituição de LCoP foram percebidas nas ações do G1 no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Quadro 19 – Síntese das ações do G1 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP.

Características referentes à constituição de LCoP	Ações do G1 na Atividade 2
1) <i>Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido 'o ser matemático' como uma parte essencial de quem são naquela aula;</i>	Os alunos assumiram para si a responsabilidade pela condução da atividade de Modelagem, e reconheceram a importância da sua participação na atividade, como evidenciado nas entrevistas: “ <i>Foi muito boa. Porque nós fizemos por vários dias. A gente discutiu muito [...]</i> ” (Antônio); “ <i>No segundo grupo acho que sim, foi uma boa participação (a minha)</i> ” (Rosana/ Entrevista); ou nas outras falas apresentadas no Quadro 18.
2) <i>Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;</i>	O reconhecimento público dos membros do G1 se deu por motivos diferentes: Antônio foi reconhecido pela condução de discussões paralelas enquanto Matias e Rosana, por conduzirem discussões matemáticas e técnicas, respectivamente. Alguns dos alunos, entretanto, destacaram a participação de alguns membros como líderes na atividade: “ <i>O Antônio se destacou, porque mesmo com as dificuldades dele, ele procurava saber [...]</i> ” (Matias/ Entrevista); “ <i>[...] o Matias se destacou mais, eu acho, porque tudo que a gente fala pra ele, ele pega fácil.</i> ” (Rosana/ Entrevista).
3) <i>Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i>	Os membros de G1 evidenciaram a mesma preocupação: interpretar a situação-problema de modo a tecer considerações sobre ela, articulando aspectos matemáticos e extramatemáticos; para isso traçaram juntos uma estratégia, marcada pelo engajamento mútuo do grupo num mesmo Domínio, o da situação-problema de Modelagem Matemática.
4) <i>Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i>	G1 compartilhou um modo de organização que permitiu a negociação e interação entre os membros nas etapas realizadas. Os registros escritos da atividade, ainda quando realizados por um ou outro membro, era socializado e discutido enquanto estava sendo feito, permitindo discussões entre os alunos.
5) <i>A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i>	A escolha do tema da atividade, assim como a delimitação e o processo de análise do estudo foram realizadas pelos alunos; o último sob orientação da professora. Os alunos conduziram seus próprios estudos, mas a participação da professora foi essencial para que atingissem os objetivos traçados internamente, como quando ensinou a reflexão acerca do uso de sinais na resolução de um sistema de equações, que havia gerado equívocos quanto à descrição da função afim.
6) <i>Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	Alunos e professora estiveram engajados em analisar a situação-problema embasados numa interpretação matemática dela, que viabilizasse discussões que refletissem sobre aspectos não matemáticos. Isto aconteceu no decorrer de toda a atividade, como quando a professora questionou acerca de qual a importância do

	estudo realizado, ao fim da atividade, ou como quando Rosana se utilizou de justificativas embasadas na sua experiência como crianças para validar os dados apresentados na Tabela 1.
--	---

Fonte: Elaborado pela autora.

➤ **G2: Leda, Lúcio, Natany e Paola**

Natany, Lúcio, Leda e Paola não estavam presentes na primeira aula (devido à situação climática do dia) em que a atividade “Desenvolvimento dos bebês” foi discutida, portanto estes alunos, que compuseram o G2, iniciaram suas atividades num momento posterior aos grupos G1 e G3. Com este grupo, iniciei uma discussão que já havia tido com os outros dois grupos nas aulas anteriores, questionando os motivos que os levaram à escolha deste tema.

Nesta discussão inicial, Antônio também participou, pois quis compartilhar suas experiências com o grupo 2. Natany mostrou-se interessada pelo tema escolhido pela turma, afirmando que sua curiosidade era a de entender como se dava o crescimento das pessoas, em que tempo isso acontecia: “É, e como que o tamanho né?! Olha o tamanho da mão desse homem aqui ((aponta a mão de Lúcio)), como que já foi um bebezinho, não é?!”.

O grupo compartilhou experiências acerca do nascimento de bebês prematuros, ressaltando que qualquer parâmetro para avaliação do crescimento físico de um bebê deve ser considerado juntamente a outros fatores que interferem neste crescimento, tais como estatura dos pais da criança, seu período de gestação, etc. Tais discussões foram paralelas, pois referiram-se sobre a vida em sociedade, embora não influenciassem diretamente o estudo matemático da situação-problema. Ainda nesta conversa inicial questionei-os sobre o que poderíamos considerar para avaliar o crescimento de uma criança, a partir do seu nascimento, Natany e Lúcio responderam:

Natany: ah, tem que estipular quanto que o bebê tem que engordar por mês, quanto tem que crescer... Faço isso medindo.

Professora: Medindo o quê?

Natany: a altura, o...

Lúcio: o peso.

Diante das respostas dos alunos, ressaltei que outros aspectos interferem no crescimento de um bebê, como haviam dito anteriormente, entretanto poderíamos analisar sim esta questão considerando o peso e a altura de um bebê. Neste momento o texto referente ao tema da atividade e a Tabela 1 foram disponibilizados aos alunos.

O grupo optou por estudar o desenvolvimento das meninas, pois como observaram, o desenvolvimento de meninos e meninas é diferente, e isso precisava ser delimitado.

Paola: vamos escolher o que a gente vai querer analisar. As meninas?

Natany: das meninas.

Lúcio: meninas?

Natany: sim, meninas, a maioria vence (risos).

Leda: Tá engordando.

G3 definiu que estudariam o desenvolvimento das meninas, em relação ao ganho de peso, a partir do seu nascimento. A delimitação do estudo foi realizada pelo grupo. Estas ações indicam também como a aula se constituiu pela participação ativa dos alunos e da professora, característica 5 (WINBOURNE; WATSON, 1998).

Ao analisarem a Tabela 1, os alunos observaram:

Leda: o peso da menina vai de 7 em 7 (cm).

[...]

Natany: não, olha, começa de 7 em 7, aí depois já vem pra...

Lúcio: não, começa de 8, olha! Aí depois vem pra 7.

Leda: até os 5 meses é de 7 em 7.

Paola: aqui dos meninos vem até 3. Aí depois vem pra 7.

Leda: daí vem 6, 6.

Natany: você tá falando de qual? Peso ou da altura? Tá falando da estatura?

Leda: Daí aqui, já vem pra seis.

Paola: quatro...

Os alunos, individualmente, calcularam as diferenças entre estaturas e pesos das meninas mês a mês. Observa-se que, os valores ditos pelos alunos, como “de 7 em 7”, refere-se ao aumento de 700 gramas em 700 gramas. O uso do termo para se referir à medida de peso não foi negociada pelo grupo, mas foi entendida entre todos que compartilharam a mesma linguagem.

A intenção evidenciada no grupo era determinar um aumento médio de peso entre os 12 primeiros meses de vida do bebê, para isso calcularam coletivamente as diferenças de peso mês a mês. Observado os valores obtidos, Natany afirmou que a menina perde peso conforme aumenta sua idade. Paola discordou da aluna e explicou o que acontecia com os dados:

Natany: a menina está emagrecendo aqui.

Paola: Claro que não!

Natany: está sim. Olha ali os pesos.

Paola: Não, se ela está com 3,200 e vai pra 4,800, como que emagreceu? Oche...

Natany: mas está diminuindo!

Paola: Sim, mas é que ela engordou, só que mais lento.

Natany: Sim, mas olha aqui quanto de peso ela foi ganhando, Paola!

Paola: Tá, mas... entendeu? Desacelerou, mas ela continua engordando.

Natany: aqui ela tá ganhando mais, aqui ela tá ganhando menos gramas.

Natany concordou com Paola, e questionou qual seria o próximo passo na análise do grupo; além disso, pediu sugestão a Antônio, acerca dos próximos encaminhamentos. Antônio explicou que poderiam representar os dados graficamente e mostrou como deveriam representar os pontos no plano cartesiano. A explicação dada por Antônio foi a discutida no seu grupo, evidenciando sua participação no G1.

Embora Antônio explicasse ao grupo que poderiam seguir tal caminho, G2 não entendeu *como* a representação gráfica contribuiria para estimar a taxa de variação do aumento de peso das meninas. Lúcio construía o gráfico, como sugerido por Antônio, quando Natany disse:

Natany: Lúcio, nem vai traçando nada, que eu tenho que ver com a professora, isso aí. Senão vai ter que apagar.

Paola: Vai ficando difícil.

Neste momento Natany procurou impor sua opinião quanto aos procedimentos que estavam sendo adotados pelo grupo. Esta imposição não fez com que a aluna fosse reconhecida pelo grupo. Ainda que Natany tenha se oposto à construção gráfica do peso e da idade de uma menina, o grupo fez esta representação, que contribuiu para que concluíssem que a situação poderia ser descrita por meio de uma função afim. Todo este processo foi marcado pelas contribuições dos quatro alunos.

A partir da definição da representação da situação por meio de uma função afim, o grupo discutiu sobre a determinação da taxa de variação da função:

Natany: Se somar tudo e dividir por 12?

Professora: Assim você vai ter uma média do aumento de peso.

Natany: de quanto ela cresce no ano.

Professora: De quanto ela cresce a cada mês, durante o ano.

Natany: dá 6 ((600 gramas))

Paola: Você somou tudo?

Natany: e dividi por 12.

Leda: Então ela cresce 600 gramas por mês.

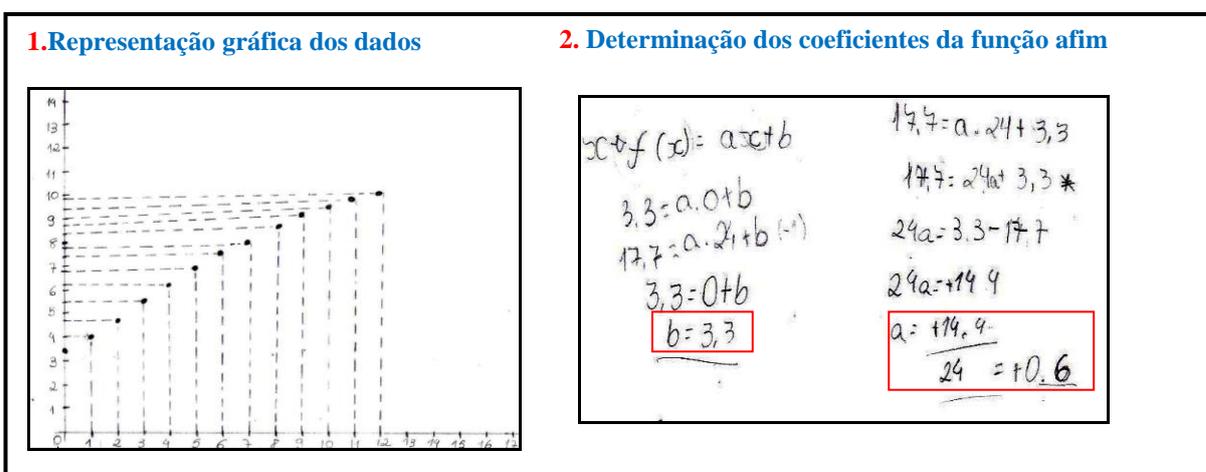
Embora tivessem encontrado a taxa de variação da função, o grupo optou por determinar o valor do coeficiente linear da função a partir de um sistema de equações. Esta ação foi determinada, essencialmente, por Natany quando disse “a gente escolhe dois pontos daqui, pra analisar. Como nós fizemos na atividade anterior”. O método escolhido pode ter sido influenciado pelos processos percorridos na atividade anterior.

Natany, neste momento, assumiu a responsabilidade por esta ação, e encaminhou o grupo, explicando como e por que usar o sistema de equações. A discussão acerca do significado dos coeficientes da função, entretanto foram encaminhados sob minha orientação, pois os alunos apresentaram erros conceituais em relação a estes elementos, afirmando, por exemplo, que o b , coeficiente linear, “é o valor de ‘y’”.

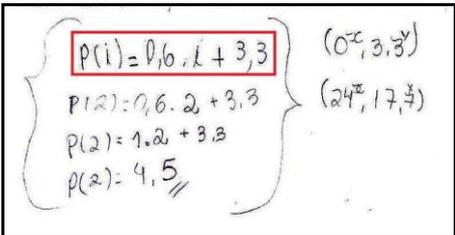
As ações evidenciadas pelos alunos, por meio das suas participações ativas, permitem inferir que houve engajamento mútuo do grupo, que proporcionou a criação de empreendimentos articulados, como a determinação de cada etapa na análise da situação. Neste processo um repertório matemático foi criado e partilhado por G2: aquele utilizado na análise da situação. Estas ações foram possíveis porque G2 e a professora estavam interessados na análise da situação-problema de Modelagem, que constituiu o Domínio destas aulas. Inferimos, assim, a presença das características C3 e C6.

As práticas partilhadas pelos alunos fizeram com que um repertório partilhado fosse criado. Este repertório é ilustrado pela Figura 17, que apresenta um resumo dos processos percorridos por G2.

Figura 17 – Processos percorridos pelo G2 na atividade 2.



3. Função afim que descreve a situação



$p(x) = 0,6x + 3,3$ $(0^x, 3,3)$
 $p(2) = 0,6 \cdot 2 + 3,3$ $(24^x, 17,7)$
 $p(2) = 1,2 + 3,3$
 $p(2) = 4,5$

4. Validação dos dados

0	3,3	13	11,1
1	3,9	14	11,7
2	4,5	15	12,3
3	5,1	16	12,9
4	5,7	17	13,5
5	6,3	18	14,1
6	6,9	19	14,7
7	7,5	20	15,3
8	8,1	21	15,9
9	8,7	22	16,5
10	9,3	23	17,1
11	9,9	24	17,7
12	10,5		

Fonte: Registros dos alunos do G2.

Este grupo e eu, nesta atividade, mantivemos uma negociação em relação ao uso de jogo de sinal na resolução do sistema de equações. Os alunos não aceitaram minha explicação a respeito, afirmando que haviam “aprendido de outra forma”.

A discussão girou em torno do fato de que, quando desenvolviam uma equação do tipo $3.b = 6$, os alunos escreviam: “ $b = \frac{6}{-3}$ ”. A justificativa apresentada pelo grupo era que “como o 3 mudou de lado, então muda o sinal dele”. Esta fala, repetida inúmeras vezes, em outras situações, tornou evidente a falta de entendimento deste processo. Diante disso, pedi para que todos os grupos prestassem atenção e expliquei, no quadro, o porquê suas ações não estavam corretas.

Resumidamente exposto aqui como expliquei a situação aos alunos. Expliquei que se trata de uma igualdade e que, embora implícito, existem algumas operações neste processo, que eles não estavam realizando. Expliquei que, neste caso, como nosso objetivo era saber qual o valor de “b”, e este está sendo multiplicado por 3, então dividiríamos os dois lados da igualdade por 3, positivo, a fim de fazer com que o “b” fosse multiplicado por 1, que é o elemento neutro da multiplicação. Por isso, o divisor “3” é positivo e não negativo. Utilizei-me de vários exemplos envolvendo somas, subtrações e divisões na mesma situação. O fato é que, mesmo quando obtinham “ $3 = y$ ”, e queriam escrever “ $y = 3$ ”, muitos alunos escreviam “ $y = - 3$ ”, “porque o 3 havia trocado de lado”.

Essa discussão de cunho matemático mantida entre mim e o grupo, foi motivo de conflito entre nós. O grupo não aceitou minha explicação, alegando que já haviam aprendido de outra forma e que, o que eu estava dizendo não fazia sentido. Tal discussão aconteceu no fim da atividade, quando os alunos já escreviam a função que descrevia a situação.

Os alunos apenas aceitaram o que eu disse, quando, calcularam o valor referente à taxa de variação da função, o valor de a , e encontraram um valor negativo, incoerente com suas análises, visto que a função era crescente.

A conclusão de que seus cálculos apresentavam erros, foi tecida a partir das discussões reflexivas que os alunos realizaram: retomaram as hipóteses iniciais consideradas para avaliar as suas análises, articulando ao tema da atividade. Era improvável que o peso de uma criança saudável decaísse conforme sua idade aumentasse. Desta forma, reconheceram que o valor da taxa de variação é positivo, visto que a função é crescente.

A negociação de significados dinâmica do G2 fez com que os alunos reconhecessem-se como matematicamente competentes naquela atividade, devido às suas contribuições para o desenvolvimento dela. Esta afirmação pode ser justificada por meio das falas dos alunos na entrevista que sucedeu a realização das atividades:

Quadro 20 – Opiniões do G2 quanto às participações do grupo na atividade 2.

G2	Quanto à sua própria participação	Quanto à participação do grupo em geral
Leda	<i>“Quando um fazia, todos faziam. Se um parava, todos paravam. A gente fez tudo junto. Eu também. Todo mundo, e eu, ajudou.”</i>	
Lúcio	<i>“Foi boa minha participação. Eu ajudei, participei, colaborei, minhas opiniões fizeram diferença pro grupo.”</i>	<i>“As pessoas ajudaram, faziam as coisas, interessadas em desenvolver. Todo mundo participou então ajudou muito. [...] A Natany liderou mais. Ela gostava de comandar. Ela gosta de liderar, é o jeito dela.”</i>
Natany	<i>“Minha participação no grupo eu acho que foi boa, além do mais foi mais um cabeça pensando, se bem que não sabia muita coisa mais tentei ajudar no que foi possível.”</i>	<i>“A participação de todos foi de extrema importância, pois todos puderam colocar suas ideias, e ajudar um ao outro naquilo que estávamos com dúvidas...”</i>
Paola	<i>“Eu participei mais (da aula), eu tava discutindo, debatendo, o tempo inteiro.”</i>	<i>“Todo mundo participou igual, porque já tem uma amizade entre a gente [...]. Todo mundo participou bastante, e eu também.”</i>

Fonte: A autora.

As opiniões expressas no Quadro 20 mostram como os alunos reconheceram a importância das suas próprias participações, o que contribuiu para a atribuição de significados às suas ações nas aulas, e das participações dos colegas de grupo, na atividade 2. Os pontos de

vista dos alunos mostram como as características 1 e 2 puderam ser evidenciadas nesta atividade, pois revelam suas opiniões quanto ao reconhecimento próprio e do grupo.

No Quadro 21, sintetizamos como as características referentes à constituição de LCoP foram percebidas nas ações do G2 no desenvolvimento da atividade 2.

Quadro 21 – Síntese das ações do G2 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP

Características referentes à constituição de LCoP	Ações do G2 na Atividade 2
<p>1) <i>Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;</i></p>	<p>Os alunos assumiram a responsabilidade pela condução da atividade, como quando decidiram estudar o desenvolvimento apenas das meninas no decorrer dos primeiros anos de vida, delineando os procedimentos matemáticos que seriam necessários no estudo;</p> <p>Relataram que suas participações foram essenciais para o trabalho no grupo, como mostram as afirmações apresentadas no anterior: “[...] <i>A gente fez tudo junto. Eu também. Todo mundo, e eu, ajudou.</i>” (Leda/ Entrevista).</p>
<p>2) <i>Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;</i></p>	<p>Tal característica, no G2, foi evidenciada pelo reconhecimento da participação e engajamento mútuo dos alunos, uns pelos outros, como evidenciado no Quadro 20. Alguns dos alunos reconheceram líderes no grupo: “<i>As pessoas ajudaram, faziam as coisas. E interessadas em desenvolver; Todo mundo participou então ajudou muito [...] A Natany liderou mais. Ela gostava de comandar. Ela gosta de liderar, é o jeito dela.</i>” (Lúcio/ Entrevista).</p>
<p>3) <i>Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i></p>	<p>G2 trabalhou conjuntamente, desenvolvendo modos de comportamento que permitiram um processo de negociação dinâmica em que as participações dos membros complementaram-se entre si;</p> <p>A preocupação compartilhada por G2, inicialmente, foi estimar uma relação entre o aumento de peso de uma menina e sua idade; a partir deste estudo descrever a situação matematicamente por meio de uma função afim. Este processo foi marcado por discussões que remetiam à preocupação com a análise da situação-problema de Modelagem, que constituiu neste caso, o Domínio de G2.</p>
<p>4) <i>Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i></p>	<p>Todas as ações do G2 foram negociadas, desde a forma de organização do relatório de estudo até às escolhas de procedimentos matemáticos usados na interpretação da situação, como: cálculo da média de aumento de peso de uma menina durante o primeiro ano de vida; descrição da situação por meio de uma função afim; descrição da função na forma algébrica; validação da função de acordo com suas experiências e os dados quantitativos disponíveis. Neste sentido os repertórios matemáticos bem como as formas de comportamento do grupo construíram-se conjuntamente, evidenciando um repertório compartilhado por G2 e resultante das suas ações.</p>
<p>5) <i>A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i></p>	<p>A escolha do tema da atividade, assim como a delimitação e o processo de análise do estudo foram realizadas pelos alunos; o último, sob orientação da professora.</p> <p>A escolha dos procedimentos matemáticos a serem utilizados para análise da situação-problema foi o que delineou os conceitos matemáticos abordados no grupo. No caso no G2: média aritmética;</p>

	proporcionalidade; discussão acerca do uso de sinais na resolução de sistemas de equações.
6) <i>Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	O engajamento dos alunos e da professora se deu para compreender a situação de estudo, descrevê-la matematicamente e, a partir da descrição matemática analisá-la nas dimensões extramatemáticas.

Fonte: Elaborado pela autora.

➔ G3: Aline, Ana e Raiane

Esta atividade se deu em três dias de aulas. Destes três dias, o G3, constituído por Aline, Raiane e Ana, contou com a presença de Aline, Ana e Raiane no primeiro dia; apenas Aline participou do segundo dia de aulas e Ana e Raiane participaram das aulas do terceiro dia. As faltas das alunas justificam-se pelo fato de que as aulas ocupadas para o desenvolvimento destas atividades foram as de Estágio Supervisionado, realizadas no período contraturno; neste mesmo período as alunas podem realizar os estágios práticos nas escolas que ofertam Educação Infantil e Anos iniciais da Educação Básica, a fim de cumprir esta carga horária, e assim fizeram.

Na aula em que apenas Aline compareceu, a aluna identificou incoerências nos processos matemáticos do grupo, quanto à determinação de uma função afim, e os corrigiu. Este fato, descrito ainda neste tópico, evidencia o engajamento de Aline na atividade, mesmo sem a presença do seu grupo.

As alunas que compuseram G3 participaram ativamente da discussão inicial sobre o tema da atividade proposta. A discussão interna no grupo iniciou-se com Ana convidando Aline a sentar-se mais próxima a ela e Raiane. Esta solicitação de Ana foi repetida em outros momentos. Este pode ter sido um dos fatores que contribuíram para que Ana e Raiane não reconhecessem a participação de Aline, embora esta aluna colaborasse com o grupo.

A discussão interna se iniciou da seguinte maneira:

Ana: Aline chega aqui mais perto.

Raiane: eu sei que envolve cálculo, agora o resto. Como que faz isso?

Aline: não é de fazer, é de analisar.

Raiane: Eu sei, alguma ideia?

Aline: você vai comparar, nos primeiros meses, quanto que ela vai crescer, quanto que ela vai pesar. Você pode ver que ali no começo (nos primeiros meses) ela tem muito mais crescimento em peso e altura. Quando ela vai crescendo, vai diminuindo o desenvolvimento dela.

Professora: e ai gente? Como vamos estudar essa situação?

Aline: [...] mas aqui temos que considerar a idade e o peso.

Raiane e Ana concordaram com o posicionamento de Aline, no entanto, Raiane foi quem traçou a estratégia e determinou as variáveis que seriam consideradas no estudo. De acordo com a aluna, inicialmente o grupo deveria entender como se dá o aumento de *peso* dos meninos no decorrer do primeiro ano de vida e, a partir disso, entender esse aumento no segundo ano de vida dele.

Embora Aline participasse das discussões Raiane pareceu ganhar maior reconhecimento das colegas por viabilizar a interpretação sugerida por Aline:

Raiane: A gente poderia somar todas essas medidas e multiplicar por 2, pra saber a medida de dois anos, mas...

Ana: Quem vai garantir que ele vai ter uma boa alimentação durante esse ano e engordar como no primeiro?

Professora: Ele cresceu o mesmo tanto, mês a mês?

Ana: Não. Variou.

Professora: e se eu quiser saber o peso de uma criança de 1 ano e 5 meses, como eu faria?

Ana: mas a gente encontrou o crescimento de mês a mês?

Professora: então me diga, quanto ele vai pesar aos 17 meses?

Raiane: a gente pode ir repetindo as medidas que nós temos, pros outros meses que não temos.

A partir dos questionamentos feitos, Raiane procurou maneiras de estudar o aumento de peso dos meninos no seu segundo ano de vida. Ana reconheceu as ideias de Raiane, depois de suas negociações, mostrando um engaje para responder ao problema.

Aline se posicionou mais longe de Ana, e não participou tanto das negociações quanto Raiane e Ana, por isso, foi solicitada pelas colegas na maioria das vezes para efetuar cálculos, fazer representações gráficas, enquanto que as duas discutiam aspectos técnicos e reflexivos da atividade.

Este posicionamento de Ana e Raiane pareceu mostrar que as duas se reconheceram, como matematicamente competentes naquela aula, enquanto que não reconheceram em Aline uma participante tão ativa quanto as duas. Isto pode ser evidenciado com algumas afirmações de Ana e Raiane na entrevista, quando as alunas disseram:

(Entrevista) Ana: ah:: ela contribuiu na hora de formar os gráficos, era o conteúdo que ela mais gostava, que ela sabia. Eu e a Raiane contribuimos e discutimos mais.

(Entrevista) Raiane: A participação da Aline nem sempre foi boa que nem a minha e da Ana, porque ela ficava dispersa na aula, nas atividades... a gente não.

As falas das alunas indicam um reconhecimento de Aline na atividade, porém uma participação não tão plena quanto às de Ana e Raiane. Tais apontamentos explicitam como a característica 2, referente ao reconhecimento público na aula, se fez nesta atividade entre os membros do G3. No Quadro 22, apresentamos como as alunas avaliaram suas próprias participações, distinguindo a característica 1, sobre constituição de LCoP, e como avaliaram as participações das colegas:

Quadro 22 – Opiniões do G3 quanto às participações do grupo na atividade 2.

G3	Quanto à sua própria participação	Quanto à participação do grupo em geral
Ana	<i>“Minha participação contribuiu com meu grupo.”.</i>	<i>“Ela ((Aline)) contribuiu um pouco na hora de formar os gráficos [...] Eu acredito que a Raiane participou bastante.”.</i>
Aline	<i>“Minha participação ajudou o grupo, pra analisar a situação.”.</i>	<i>“Eu não conseguiria fazer nada disso sozinha...”Cada um participou de um jeito.”.</i>
Raiane	<i>“A minha participação foi boa.”</i>	<i>“Não acho que foi igual, algumas vezes algumas pessoas se destacavam, de vez em quando eu, ou a Aline, ou a Ana... A participação da Aline nem sempre foi boa que nem a minha e da Ana, porque ela ficava dispersa na aula, nas atividades... a gente não.”.</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

O modo pelo qual Ana e Raiane reconheceram a participação de Aline pode ser justificado pelo pouco tempo em que trabalharam juntas na atividade. Ainda assim o processo de busca por uma forma de estudar a situação foi quase todo negociado por G3.

Na busca para atingir o objetivo de estimar a quantidade de aumento de peso de um menino ao longo dos primeiros anos de vida, o grupo 3 analisou qual seria a melhor estratégia para atingi-la. As alunas calcularam as diferenças de peso mês a mês dos meninos, anotando os valores encontrados e, a partir disto procuraram uma forma de realizar uma boa aproximação:

Raiane: A gente teria que fazer uma estimativa de quantos centímetros ele cresce por mês, uma aproximação que desse os valores todos iguais.

Ana: O que é isso? O que você tá fazendo?

Raiane: Não, nada a ver... Assim, aqui eu tentei aproximar, mas eu acho que não aproximei não. Eu tirei a sete, daí somei 7 (700 gramas) mais 7 (700 gramas) mais

8 (800 gramas) ((estas são as diferenças entre os pesos de um bebê ao longo dos primeiros meses de vida)), que são os valores mais altos, daí distribui eles aqui, daí deu 8.

Ana: Não entendi seu raciocínio.

Raiane: Deu 800 gramas por mês ((de aumento de peso de um menino)). É uma média.

Professora: Posso ver? Ah, vocês fizeram a média, a cada mês, 800 gramas de aumento de peso?

Ana: Não entendi.

Professora: Raiane, explica o que você fez pras meninas e veja se elas concordam.

Raiane: Ah, eu quis estabelecer um valor aproximado pra cada mês.

Aline: qual valor?

Raiane: o valor das gramas aqui. Deu 800 gramas por mês.

Aline: Quantas?

Raiane: 800.

O fragmento anterior denota uma discussão técnica mantida entre as alunas, pois foi a partir desta negociação que a estratégia para a construção de um modelo matemático da situação foi construída. Nota-se que tal discussão foi conduzida por Raiane.

Na sequência do diálogo, Ana ajudou Raiane a calcular a média de aumento de peso para os meninos, por meio de estimativas, refazendo os cálculos de Raiane que mostraram-se incoerentes. Aline sempre interferia e interpretava a situação de acordo com suas experiências, e auxiliava na análise do grupo. Esta participação efetiva da aluna em discussões paralelas não foi evidenciada nas discussões matemáticas.

As discussões mantidas por Aline foram geralmente paralelas; a cooperação de Aline com o grupo também foi reconhecida quanto à realização de procedimentos matemáticos tais como representação gráfica. Por outro lado não se nota por parte de Ana e Raiane, um reconhecimento da participação da aluna que seja decorrente das discussões mantidas no G3.

O processo que culminou nas representações matemáticas que permitiram as discussões reflexivas no grupo, foi demorado, pois as alunas fizeram várias tentativas até chegar num resultado que agradasse a todas. Duas das possibilidades consideradas pelo grupo eram: multiplicar o peso que poderia ser ganho por um bebê no decorrer de um ano, por 2 (para estimar o peso de uma criança aos 2 anos de idade), ou somar esta medida à 10 quilos (peso de um menino com 1 ano de idade):

Raiane: 6 quilos e 700 vezes dois.

Ana: não, você descobriu e sabe que ele pesa 10 quilos no final de 12 meses, então, não multiplica por dois, só soma 6 quilos e 700 a 10. E dá 16 quilos e 700.

Raiane: Ah é verdade.

Ana: O que você pensou Aline?

Raiane: Mas 16 quilos não é muito pra uma criança de 2 anos?

Aline: Não, porque 6 quilos é uma criança de quantos meses? 6 quilos, pode pensar numa criança de até 7 meses.

Raiane: Aah é o Eduardo não tá nem com 2 anos e já tá com 18 quilos, eu acho.

Aline: Então, pensa nisso! Não tem que pensar só na tabela, tem que pensar no dia a dia, com uma criança também, que você já conhece.

O valor de 6,7 kg foi utilizado por Raiane, sem uma justificativa para sua origem. Esta estratégia também foi desconsiderada pelo grupo que numa negociação interna procedeu da seguinte forma: 1) Estipulou as variáveis que seriam consideradas: idade e peso dos meninos; 2) Estipulou um peso médio de aumento mês a mês, no decorrer do primeiro ano de vida do bebê (700 gramas); 3) calculou o peso do menino desde o primeiro mês de vida, com base no ganho de peso determinado, organizando tabularmente os dados; 4) Representou a proporção encontrada graficamente; 5) Descreveu uma função afim que representou os dados encontrados por meio da análise do grupo e comparou estes dados com os fornecidos.

O processo descrito anteriormente decorreu de outras tentativas que foram desconsideradas pelo grupo. Uma destas tentativas consistiu em determinar a declividade da reta que representava a função afim por meio da razão $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$. Neste processo, as alunas apresentaram erros em relação aos cálculos, que foram identificados e corrigidos por Aline, na aula em que apenas esta aluna do G3 compareceu.

De acordo com a estratégia considerada pelo grupo, a razão que representava a taxa de variação da função, deveria ter sido escrita da seguinte forma: $a = \frac{5,4 - 4,9}{3 - 2}$, entretanto o grupo havia escrito:

Figura 18 – Registro do G3, na atividade 3

Handwritten work showing calculations for the slope a :

$$a = 5,4 - 4,9$$

$$a = 0,5$$

$$a = 0,4$$

A red box highlights the value 1,1, and another red box highlights the value 1,1, with an arrow pointing from the first box to the second.

Fonte: Registro das alunas do G3.

O equívoco do grupo fez com que a taxa de variação da função fosse representada por 0,4 ao invés de 0,5. Aline identificou este erro e, nas próximas aulas o grupo renegociou como este valor seria determinado. Tal negociação conduziu-as à investigação na qual, por meio de estimativas, determinaram que o peso médio de aumento de um bebê do sexo masculino, a cada mês, era de 0,7 kg.

A estratégia seguida pelo grupo foi traçada conjuntamente por meio do engajamento mútuo das alunas, por isso representa o repertório partilhado por ele evidenciando, traços das características 3 e 4, referentes à constituição de LCoP. Recortes deste trajeto podem ser observados na Figura 19:

Figura 19 – Registros do processo percorrido pelo G3 na atividade 2.

1. Representação tabular dos dados obtidos

Após nosso grupo descobrir que em cada mês uma criança do sexo masculino, poderia adquirir aproximadamente 0,7 gramas, sendo assim, fizemos uma tabela descritiva comparando a idade e o peso que nos forneceu o tal resultado:

Após nosso grupo descobrir que em cada mês uma criança do sexo masculino, poderia adquirir aproximadamente 0,7 kg, sendo assim fizemos uma tabela descritiva comparando a idade e o peso, que nos forneceu tal resultado:

1 ^o	4,2	0,7	13 ^o	12,4	0,7
2 ^o	4,9	0,7	14 ^o	13,1	0,7
3 ^o	5,4	0,7	15 ^o	13,8	0,7
4 ^o	6,1	0,7	16 ^o	14,5	0,7
5 ^o	6,8	0,7	17 ^o	15,2	0,7
6 ^o	7,5	0,7	18 ^o	15,9	0,7
7 ^o	8,2	0,7	19 ^o	16,6	0,7
8 ^o	8,9	0,7	20 ^o	17,3	0,7
9 ^o	9,6	0,7	21 ^o	18	0,7
10 ^o	10,3	0,7	22 ^o	18,7	0,7
11 ^o	11	0,7	23 ^o	19,4	0,7
12 ^o	11,7	0,7	24 ^o	20,1	0,7

Em cada mês, o bebê se desenvolve 0,7 kg

2. Representação gráfica da função descrita e considerações do grupo

* Este conhecimento é útil aos futuros pais, pois ele serve para que estes possam ver se seus filhos estão com o seu desenvolvimento saudável; a partir da tabela, do gráfico e da função que criamos.

Este conhecimento é útil aos futuros pais, pois ele serve para que estes possam ver se seus filhos estão com o seu desenvolvimento saudável a partir da tabela, gráfico e função que criamos.

Fonte: Registros das alunas do G3.

Ao longo do processo percorrido por G3, o engajamento da professora se caracterizou pelo esforço em propiciar às alunas um entendimento da situação, e mediar as discussões.

Num dado momento da discussão do grupo, percebi que as alunas não compreendiam o que significava o 0,8 kg da qual se referiam, nem o 3,4 kg. Interferi na discussão, para que entre elas mesmas, pudessem perceber seus equívocos.

Ana: é, porque olha, o primeiro aqui deu 8, depois 7, passou 5, depois pra 6.

Professora: o que são esses 8, 7, 6?

Ana: são os centímetros que eles cresceram.

Professora: Mas aqui onde você calculou são as medidas de peso.

Ana: é verdade, é em quilos então.

Professora: e esse 8 ai, é o quê?

Ana: olha, de 34 pra 42 da 8.

Professora: Tá mas o que é esse “34” aqui que você disse?

Ana: Quilos.

Professora: mas uma criança nasce com 34 quilos?

Ana: não professora! Eu falei errado. São 3, 4 quilos.

Professora: então de um mês para outro, ele aumentou quanto?

Ana: ele aumentou só 1, 2 quilos.

Professora: e ai Raiane? Ela está me dizendo quanto ele aumentou de um mês para outro.

Ana: é 1 kg e?

Raiane: é ... onde você quer chegar com isso?

Ana: saber quanto ele engordou em um mês ...

Raiane: 0,8 gramas!

Ana: não entendi isso daqui não.

Raiane: o que é esse 0,8?

Professora: é o peso. Quanto é 0,8 kg?

Ana: 8 gramas?

Raiane: 80 gramas.

Professora: quantos gramas tem 1 kg?

Raiane: 1000 gramas.

Professora: e o que é esse 0,8 aqui?

Ana: Parte desse 1000.

Professora: então quanto é 0,8?

A participação da professora, neste grupo, se deu de modo a permitir a participação de todos os membros do grupo, atendendo às suas necessidades.

Ainda que o grupo tivesse autonomia para formular a estratégia que permitiu a análise da situação-problema de Modelagem, minha participação foi essencial no que se referiu à discussão de conceitos matemáticos abarcados pela estratégia formulada, como no fragmento anterior.

No Quadro 23, sintetizamos como as características referentes à constituição de LCoP foram percebidas nas ações do G3 no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Quadro 23 – Síntese das ações do G3 na atividade de Modelagem 2, quanto ao processo de constituição de LCoP.

Características referentes à constituição de LCoP	Ações do G3 na Atividade 2
1) <i>Os alunos verem-se, a eles próprios, como funcionando matematicamente e para esses alunos fazer sentido ‘o ser matemático’ como uma parte essencial de quem são naquela aula;</i>	As alunas afirmaram que suas participações contribuíram para o entendimento do grupo, indicando que reconheceram-se como matematicamente funcionando no desenvolvimento daquela atividade: “ <i>Minha participação ajudou o grupo, pra analisar a situação</i> ” (Aline/ Entrevista).
2) <i>Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da</i>	As alunas reconheceram publicamente a colaboração das colegas no desenvolvimento da atividade, ressaltando que, em alguns momentos uma ou outra se destacou nas

<i>competência naquela aula;</i>	discussões: “ <i>Cada um participou de um jeito</i> ” (Aline/ Entrevista); “ <i>A participação da Aline nem sempre foi boa que nem a minha e da Ana, porque ela ficava dispersa na aula, nas atividades... a gente não</i> ” (Raiane/ Entrevista).
<i>3) Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i>	As etapas do estudo foram definidas num processo de engajamento mútuo do grupo; as meninas trabalhavam num mesmo Domínio, definido pela atividade de Modelagem Matemática e tiveram o mesmo objetivo: analisar a forma como se dava o desenvolvimento de um menino no decorrer dos primeiros anos de vida.
<i>4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i>	Os procedimentos adotados pelo G3 foram determinados por um processo de negociação, no qual definiram as etapas do estudo: 1) Estipular as variáveis que seriam consideradas: idade e peso dos meninos; 2) Estipular um peso médio de aumento mês a mês, no decorrer do primeiro ano de vida do bebê (700 gramas); 3) calcular o peso do menino desde o primeiro mês de vida, com base no ganho de peso determinado, organizando tabularmente os dados; 4) Representar a proporção encontrada graficamente; 5) Descrever uma função afim que representasse os dados encontrados por meio da análise do grupo e comparar estes dados com os fornecidos. Cada etapa foi definida pela negociação no grupo e não por trabalhos individuais. Tais ações negociadas permitiram a criação de um repertório partilhado.
<i>5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i>	A escolha do tema da atividade, assim como a delimitação e o processo de análise do estudo foram realizadas pelos alunos; o último, sob orientação da professora. A escolha dos processos matemáticos a serem utilizados para análise da situação-problema foi o que delineou os conceitos matemáticos abordados no grupo. No caso no G3: média aritmética; proporcionalidade; conceitos relacionados à função afim.
<i>6) Os alunos e o professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	O engajamento dos alunos e da professora se deu para compreender a situação de estudo, descrevê-la matematicamente e, a partir da descrição matemática analisá-la nas dimensões extramatemáticas. Um trecho que justifica esta preocupação do grupo com a análise da situação - preocupação compartilhada pela professora - pode ser identificada no excerto: “ Raiane: eu sei que envolve cálculo, agora o resto. Como que faz isso? Aline: não é de fazer, é de analisar. Raiane: Eu sei, alguma ideia?” O grupo mostrou a preocupação que vai além do uso de procedimentos matemáticos.

Fonte: Elaborado pela autora.

⇒ 5.3 Atividade 3: Projeto Troca-Verde

A terceira atividade de Modelagem Matemática realizada teve como tema um projeto ambiental, desenvolvido na cidade em que a escola está localizada. A atividade foi efetivada no decorrer de três horas-aula e orientada de acordo com o caso 3 (BARBOSA, 2003), no qual a elaboração da situação-problema, simplificação, dados qualitativos e quantitativos e resolução são realizadas por professor e alunos.

O tema escolhido pela turma, em aulas anteriores, foi “questões ambientais”. Em consenso estabeleceu-se que este tema deveria abranger questões municipais.

Na ocasião da primeira aula em que o tema foi discutido questionei a turma acerca de qual questão ambiental gostariam de estudar. Os alunos lembraram que o município desenvolve vários projetos ambientais e destacaram o Projeto Troca-Verde:

Professora: Quais ações existem aqui na cidade, relacionadas a questões ambientais?

Rosana: Projeto Troca-Verde.

Professora: Mais algum?

Matias: A reciclagem também...

Professora: A reciclagem... Esse lixo que vai para a reciclagem vem de qual programa?

Matias: Você sabe Antônio?

Antônio: é ... do “Cidade Limpa”.

Professora: Ah:: sim. O programa Cidade Limpa envolve vários projetos, não é isso?

Antônio: é sim. O Troca-Verde, a Coleta Seletiva [...] o Troca agora não está funcionando, mas quando estava, tinha uma cooperativa que recolhia o lixo para ser comercializado.

Professora: sei. E o que acontece, na cidade, quando as pessoas levam o lixo pra ser trocado no Troca-Verde?

Antônio: Quer dizer, o que era colhido, porque agora não tem mais. Ele ia pra cooperativa, da cooperativa vinha uma firma de reciclagem que comprava o lixo e levava embora pra reciclar.

Aline: todo mundo queria verdura.

Professora: E em relação ao lixo que era arrecadado?

Antônio: A função era diminuir o acúmulo de lixo lá no lixão.

Ana: é um impacto positivo pra cidade.

[...]

Natany: agora por politicagem a gente fica sem o projeto.

No ano de 2013 o projeto não estava vigorando e este fato provocou discussões entre os alunos em relação à sua relevância para o município.

O projeto Troca-Verde tinha como objetivo coletar materiais recicláveis gerados pela população, oferecendo em troca verduras orgânicas, cultivadas na horta municipal. Nas

Trocas-Verde os habitantes poderiam trocar sacolas com materiais recicláveis, por sacolas com verduras orgânicas, ou por melancias.

Como Paola, Lúcio e Leda residem numa cidade vizinha, questionei se os alunos conheciam o projeto. Diante da resposta de Lúcio, que afirmou não conhecê-lo completamente, Ana, Paola e Natany pediram para que Antônio explicasse sobre o funcionamento do projeto, pois este aluno participava ativamente do Troca-Verde. Por este motivo, foi reconhecido pelos colegas como alguém competente para discutir o assunto:

Antônio: o Troca-Verde é assim olha: Dentro da sua cozinha, você separa o lixo orgânico do reciclável, o que é reciclável você empacota em sacolas, e aí nos dias marcados pela secretaria de meio ambiente você leva as sacolas; sai o anúncio, olha “Troca-Verde, em tal lugar e tal hora”, e aí a prefeitura que tem uma horta, no centro de produção rural; você leva 3 sacolas de recicláveis e ganha uma sacola de verdura [...] É um comércio. Você está comprando verdura, usando o lixo como moeda de troca.

Os grupos questionaram o colega acerca do destino dado aos materiais coletados pelo Troca-Verde. Antônio continuou a explicação:

Antônio: Vem uma firma buscar [...] De Campo Mourão buscava os papelões, de Cascavel, os plásticos. Não só de Cascavel. De Campina da Lagoa também. O que eles fazem? Essas sacolinhas eles derretem e fazem as mangueiras de água.

Os apontamentos iniciais feitos por Antônio conduziram a uma discussão, direcionada por este aluno, acerca do processo de reciclagem de sacolas plásticas, do tempo de decomposição dos materiais recicláveis e do volume de lixo no aterro sanitário municipal. Nesta discussão, surgiram algumas questões acerca dos impactos do Troca-Verde para a cidade:

Lúcio: Quanto de lixo é arrecadado nas Trocas?

Paola: Quantas pessoas participam do Troca?

Ana: Quanto de verdura as pessoas recebem?

Algumas respostas surgiram, sem argumentos que as fundamentassem:

Lúcio: Uma tonelada, eu acho ((quantidade de lixo arrecadado por Troca)).

Raiane: Aqui na cidade, acho que esse valor é difícil viu...

Ana: é muito mesmo ((o valor de uma tonelada de lixo, por Troca)).

Antônio: o pessoal que participa das trocas é na base de 100 pessoas só.

Rosana: não é não. Eu acho que são umas 400 pessoas. A gente passa na frente, às 8 da manhã, tá lotado.

Aline: as pessoas participam só por causa da verdura.

Rosana: as sacolas de verduras são grandes, vão pra bastante gente.

A partir dos apontamentos dos alunos, questionei: “Quais os impactos do projeto Troca-Verde para a cidade, em termos de resíduos coletados e verduras orgânicas distribuídas?”, e mais: “Se o projeto estivesse sendo realizado em 2013 qual seria a previsão de participantes para as Trocas?”.

Tais questionamentos evidenciam a articulação das questões já levantadas pelos alunos em relação ao tema da atividade; ou seja, os apontamentos feitos pelos alunos direcionaram a formulação da questão diretriz da situação de investigação. Este é um traço da característica 5) apontada por Winbourne e Watson (1998), pois foi a partir da participação dos alunos e da professora que a atividade passou a ser constituída. Neste caso, as opiniões dos alunos foram fundamentais para a elaboração da questão de investigação.

A análise dos impactos do Projeto Troca-Verde foi realizada a partir dos dados referentes ao projeto, cedidos por uma das fundadoras do projeto e ex-secretária Municipal de Meio Ambiente de Iretama – PR, apresentados no Quadro 24:

Quadro 24 – Dados do Projeto Troca-Verde disponibilizados aos alunos.

Tabela 1: Quantidade de Trocas realizadas anualmente		Tabela 2: Quantidade de caixas de verduras trocadas anualmente	
<i>Ano</i>	<i>Número de Trocas</i>	<i>Ano</i>	<i>Verduras Trocadas (quant. de caixas)</i>
2008	9	2008	813
2009	18	2009	2160
2010	22	2010	2640
2011	10	2011	1240
2012	9	2012	1299

Tabela 3: Melancias trocadas anualmente		Tabela 4: Quantidade de materiais recicláveis arrecadados (em Kg)	
<i>Ano</i>	<i>Melancias trocadas</i>	<i>Ano</i>	<i>Materiais Recicláveis Arrecadados (kg)</i>
2008	0	2008	1.844
2009	700	2009	8100
2010	1200	2010	11000
2011	1600	2011	10400
2012	0	2012	4020

Fonte: Dados referentes às trocas-verde realizadas de 2008 a 2012; cedidos pelos fundadores do projeto.

Ao analisarem as tabelas, Antônio percebeu que, na Tabela 2, as verduras distribuídas à população apresentam-se em “caixas”, entretanto nas trocas realizadas as pessoas recebem sacolas de verduras. Esta observação levou à determinação da quantidade de sacolas de verduras orgânicas disponibilizadas em cada caixa.

Alguns alunos haviam participado do projeto, e por este motivo foram consultados quanto a esta questão. Natany ressaltou que as caixas na qual as sacolas de verduras ficam dispostas, são as mesmas usadas pelos supermercados.

Natany: se a gente pensar que em cada troca, a pessoa troca 3 sacolas de lixo, por uma de verdura, essa sacola de verdura tem muita verdura mesmo. Então a sacola vai dar um tamanho, *mais ou menos assim* [...] Então no máximo, máximo, 3 ou 4 sacolas.

Aline: 3 sacolas, lembrando do volume delas, umas 3.

Antônio: isso mesmo.

Professora: e o máximo?

Antônio: umas 5.

Lúcio e Matias: umas 5.

Lúcio: 5 porque se for mais vai amassar toda a verdura, se colocar na caixa. Se for uma alface, por exemplo, coitada da alface.

A partir desta negociação entre os grupos, determinou-se que em cada caixa caberiam no mínimo 3 e no máximo 5 sacolas de verduras. Esta hipótese foi aceita pela turma, devido aos depoimentos dos participantes do Troca-Verde.

Esta informação era importante devido à estratégia de estudo que estava sendo formulada pela turma. Matias havia proposto que a análise dos impactos do Troca-Verde fosse realizada em duas partes:

Matias: a gente pode calcular separadas, a quantidade de lixo arrecadado e depois a quantidade de verdura distribuída nesses anos.

A estratégia que estava sendo formulada era estimar a quantidade de participantes do projeto em cada troca, a partir da quantidade de verduras distribuídas e materiais recicláveis arrecadados. Natany concordou com Matias, e ressaltou que a fim de analisar como seria o andamento do projeto em 2013, deveriam entender o que estava acontecendo com o projeto desde que teve início:

Natany: primeiro tem que ver o que acontece até 2012, pra depois a gente saber o que acontece em 2013.

A partir da fala de Natany, Matias afirmou que os dados poderiam ser representados graficamente:

Matias: (os dados poderiam ser representados) por um gráfico.

[...]

Paola: de barrinhas mesmo.

Lúcio: [...] Adoro fazer gráfico. Acho lindo, dá pra entender muito melhor.

Natany: depois pinta o gráfico.

A turma ressaltou que a representação dos dados por meio de um gráfico de barras também poderia ser realizada com alunos nos anos iniciais da Educação Básica.

Esta negociação inicial entre os alunos desencadeou discussões paralelas, acerca do projeto Troca-Verde, e técnicas referentes às formas de condução que seriam dadas para a análise da situação-problema delimitada.

A negociação embasou as discussões que foram mantidas nos três grupos que se organizaram a partir deste momento da atividade: **G1)** Matias, Rosana, Rogério, Antônio; **G2)** Leda, Paola, Natany e Lúcio e **G3)** Raiane, Aline, Ana e Daiane. Em cada um dos três grupos, as discussões desenvolveram-se de modo a definir a participação de cada aluno na atividade proposta.

A turma toda participou da discussão inicial, descrita anteriormente, na qual a estratégia para o desenvolvimento da atividade foi construída (divisão da análise em partes; descrição por meio da representação gráfica; estimativa da quantidade de participantes do Troca-Verde por meio da quantidade de verduras distribuídas, etc). Por outro lado, quando a responsabilidade pelo desenvolvimento dos procedimentos passou a ser dos grupos de trabalho, o G3 não desenvolveu ações que expressem algum engajamento, diferente do que ocorreu com os grupos G1 e G2.

Diante dos apontamentos, as análises realizadas nos próximos tópicos abrangem inicialmente cada um dos grupos (subseção 5.3.1); em seguida (subseção 5.3.2) fazemos uma síntese das ações de G3, e conjuntamente de G1 e G2, pois estes dois grupos trabalharam de forma parecida.

5.3.1 Análises Locais da Atividade 3

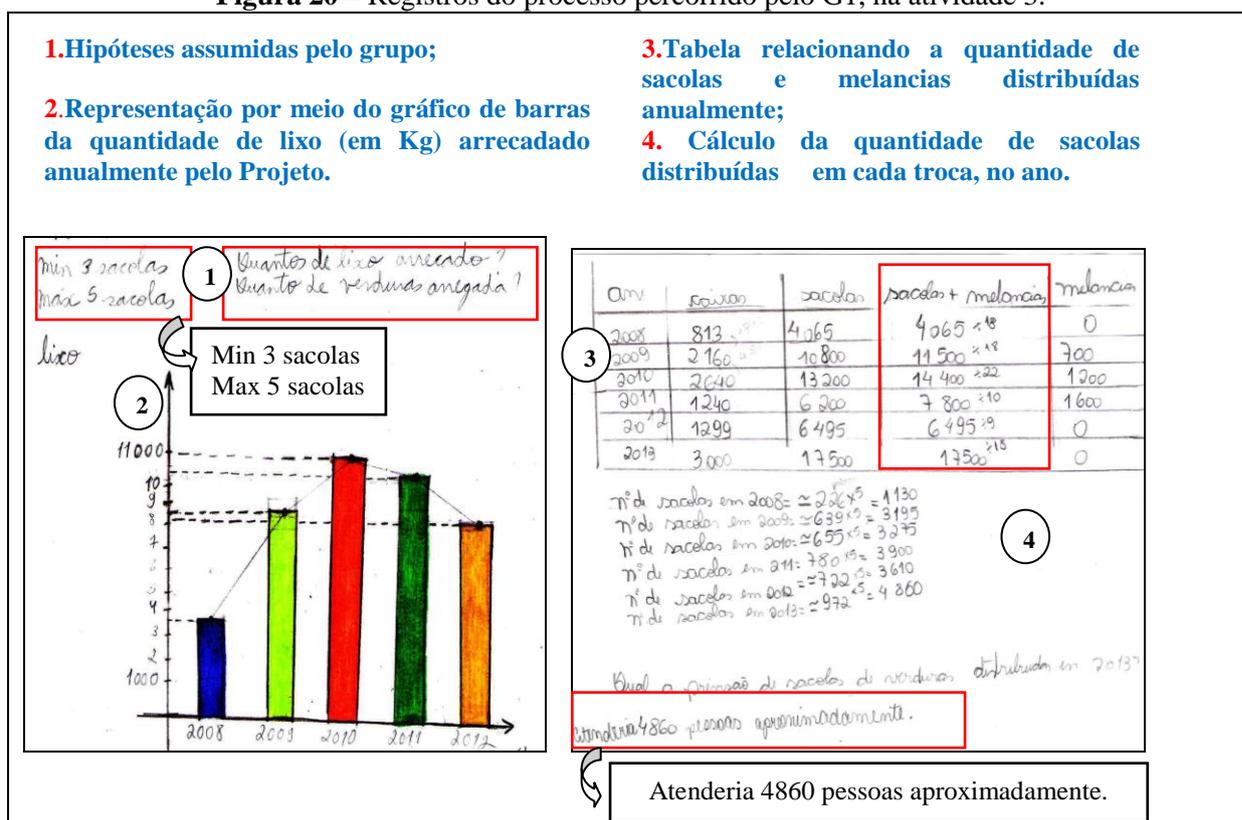
➤ **G1: Antônio, Matias, Rogério e Rosana**

No grupo 1, Antônio foi reconhecido pelo grupo como um participante importante devido ao seu conhecimento sobre o projeto Troca-Verde. Em geral as discussões por ele geradas, são aquelas denominadas por Barbosa (2007) de paralelas, pois não interferiram diretamente na construção do modelo matemático.

A participação de Antônio foi fortalecida por meio da sua prática em outra possível CoP, constituída pelos participantes do projeto Troca-Verde. O aluno sustentou sua participação no grupo de trabalho, por meio da prática de uma comunidade tangencial, que foi necessária nesta atividade.

As discussões conduzidas, especialmente por Matias, foram as que deram suporte para que o grupo construísse os modelos matemáticos, apresentados na Figura 20, que proporcionaram posteriormente as discussões reflexivas da situação.

Figura 20 – Registros do processo percorrido pelo G1, na atividade 3.



Fonte: Registros dos alunos do G1.

As representações matemáticas da situação de estudo, apresentadas na Figura 22, são decorrentes dos modos partilhados de linguagem e uso de ferramentas, ou seja, o ferramental matemático usado pelos alunos: representação tabular, gráfica, além das hipóteses levantadas

pelo grupo. Trata-se do repertório partilhado pelos alunos, e evidencia como a característica 4, apontada por Winbourne e Watson (1998), se fez presente nesta atividade.

Matias simplificou a estratégia estabelecida pelo grupo estipulando as etapas que deveriam ser seguidas: a) Estudo da quantidade de material reciclável arrecadada nas trocas, anualmente; b) Estudo da quantidade de sacolas de verduras orgânicas distribuídas anualmente; c) Cálculo da quantidade de sacolas de verduras orgânicas distribuídas em cada troca no decorrer de cada ano; d) Estimativa da quantidade de participantes do projeto a partir dos dados obtidos anteriormente.

O direcionamento dado por Matias fez com que o grupo o reconhecesse como matematicamente competente naquela aula, assim como Antônio também foi, mas por razões diferentes. Enquanto Antônio foi reconhecido como membro importante para o grupo pelo encaminhamento de discussões paralelas, que subsidiaram a interpretação dos dados, necessárias às discussões técnicas e matemáticas, Matias direcionou as últimas, sendo reconhecido por este motivo. Estes traços remetem à característica 2) referente à constituição de LCoP.

A estratégia elaborada pelo grupo foi obtida pela negociação entre seus membros e sintetizada por Matias. As etapas elaboradas para o estudo da situação podem ser reconhecidas como os empreendimentos articulados pelos alunos, fruto do seu engajamento mútuo. Tais conceitos permitem-nos evidenciar como a característica 3) apontada por Winbourne e Watson (1998, p 103) pôde ser reconhecida, visto que indicam como o trabalho conjunto possibilitou um entendimento comum da situação.

As manifestações escritas e gestuais de Rogério evidenciaram o engajamento do aluno nas tarefas realizadas pelo grupo. Enquanto Matias, Rosana e Antônio discutiram como deveriam representar matematicamente a situação, Rogério já articulava as ideias do grupo e as representava matematicamente, como reconheceram Antônio e Rosana:

Antônio: O Rogério, ele não fala, mas ele faz. O importante é isso, uma pessoa que trabalha [...] Olha lá a folha dele.

Rosana: o Rogério tá terminando já o gráfico dele.

Os registros escritos originados pelas discussões do grupo e pertencentes ao seu relatório final foram os realizados por Rogério, como a representação gráfica apresentada na Figura 22. Ainda assim, sua ausência nas negociações do grupo fez com que sua participação fosse periférica, traçando uma trajetória rumo a uma menor participação no grupo.

Algumas ações negociadas pelos alunos geraram momentos conflituosos. Wenger (1998) afirma que a constituição de CoP's não envolve apenas relações harmoniosas. Rosana, Matias e Antônio entraram em conflito quanto à determinação de quantidade de trocas realizadas no ano de 2012.

No segundo semestre de 2012, poucas trocas foram concretizadas, em virtude da realização de uma gincana ecológica que envolveu todo o município, incluindo seus distritos, comunidades e habitantes de cidades vizinhas. No período de realização da gincana apenas uma troca foi realizada.

Matias e Antônio defenderam o uso dos dados referentes à gincana na análise da situação. Rosana, entretanto, lembrou que o lixo coletado pela gincana não foi produzido apenas na sede do município, como haviam definido anteriormente:

Matias: Um pouco ((de lixo arrecadado)) foi da cidade, não seria bom a gente considerar isso? Porque olha só, em 2012, teve só 4020 kg durante o ano? Não tá certo. E isso foi por causa da gincana.

Antônio: é, pode jogar então sim.

Rosana: [...] tem que ver a quantia certa disso. Se não me engano foi 120 mil, que foi na região, mas só aqui na cidade, eu não sei. É melhor estimar isso, que usar os dados da gincana.

A negociação do grupo culminou na decisão de desconsiderar os dados da gincana, pois como pontuou Antônio, posteriormente “o sentido do projeto é que as pessoas levem o lixo até a troca, e não que esperem alguém ir buscar na sua porta, como foi na gincana”.

Assim como no trecho anterior, a fala de Rosana direcionou os demais membros do seu grupo em outros momentos. A ideia de organizar os dados disponíveis numa tabela para analisar o comportamento dos dados, por exemplo.

Em outro momento, Matias percebeu que a quantidade de lixo arrecadada até 2010 cresceu, e partir daí decaiu. O grupo discutiu e percebeu que os dados poderiam ser representados por meio de uma função polinomial do segundo grau. A partir disso, Rosana questionou:

Rosana: e se, por exemplo, a gente estivesse em 2014, e em 2013 essa quantidade de lixo arrecadado tivesse sido maior que o de 2012? Como seria isso? Como eu coloco os dados?

Diante da suposição, o grupo solicitou esclarecimento por parte da professora que direcionou uma discussão acerca da determinação de uma função definida por partes. A questão levantada por Rosana a legitimou, naquele momento, como matematicamente

competente por ter provocado uma discussão de um conceito matemático que poderia ser usado pelo grupo, mas era desconhecido até aquela ocasião. Esta discussão também é a denominada por Barbosa (2007) de paralela, pois embora se refira a questões matemáticas, não diz respeito à construção do modelo matemático que representa a situação de estudo.

Os apontamentos realizados quanto às participações dos alunos de G1, indicam como os mesmos reconheceram a si mesmos e aos colegas como matematicamente competentes naquela atividade, evidenciando a presença das características C1 e C2 quanto à constituição de LCoP. Este reconhecimento também pode ser evidenciado pelas falas dos alunos, nas entrevistas. Algumas das falas que mostram este reconhecimento estão apresentadas no Quadro 25.

Quadro 25 – Opiniões dos alunos do G1 quanto às participações na atividade 3.

	Alunos	Trechos da entrevista realizada	
		Quanto à própria participação	Quanto à participação do grupo
G1	Antônio	<i>“Eu achei que até eu, sem saber de nada, ajudei eles, e ensinei um monte de coisas que eles não sabiam também né. Não por... não é a área deles.”.</i>	<i>“No meu grupo a participação foi muito boa. Não tinha como não participar. E teve uma união entre nós. E outra, eu peguei pessoas que gostam de Mat. O Rogério, o Matias... pra mim foi bem, porque como eu não vou bem, com eles acabou que eu caminhando junto.”.</i>
	Matias	<i>“Eu participei mais quando era de matemática. Não saiu 100% como eu gostaria, mas eu tentei contribuir.”.</i>	<i>“Todo mundo participou, mas eu e o Antônio, a gente já conseguiu caminhar melhor, juntos.”.</i>
	Rosana	<i>“Eu participei bem, ajudei o grupo.”.</i>	<i>“Na sala não tem essa coisa de pergunta, todo mundo fazendo junto, a discussão. Isso ajudou.”.</i>
	Rogério	<i>“Eu ajudei, mas achei difícil; na aula de Matemática é mais fácil.”.</i>	<i>“O grupo ajudou bastante.”.</i>

Fonte: Elaborado pela autora.

A participação da professora, nesta atividade, se deu de modo a suscitar discussões no grupo, levantando questões que os conduzisse a negociações quanto à prática da atividade de Modelagem Matemática que se construía.

Um dos momentos em que a participação da professora foi essencial na atividade ocorreu quando os alunos concluíam-na sem realizar uma interpretação dos dados numéricos obtidos; discussão essencial na perspectiva sociocultural da Modelagem. O grupo havia concluído quantas pessoas, em média, participavam das trocas realizadas entre 2008 e 2012, e

estimaram quantas participariam no decorrer de 2013. Por outro lado não haviam discutido quais os impactos disso para o município.

Nesta ocasião, o incentivo da professora foi o que suscitou a discussão representada pelo trecho a seguir:

Professora: Mas e a interpretação desses dados? O que significa esta quantidade de participantes do Troca, para a cidade? No que isso implica?

Antônio: se você considerar a população daqui, que tem cerca de 7000 pessoas, cada troca atenderia, quantos por cento da população?

Matias: praticamente 70%, porque vimos que atende cerca de 4860 pessoas.

Rosana: Então o projeto atende parte relevante da cidade.

Matias: Muito mais do que eu imaginava, mas isso se cada um levar só uma sacola pra casa. Então esse é o número maior de pessoas que o Troca podia atender.

Antônio: é muita gente. Sem contar no tanto de verduras frescas que distribui isso. Dá pra estudar isso ainda.

Matias: [...] impactos são grandes porque muito lixo é arrecadado, mais da metade da população e também distribui verduras pra isso tudo de gente, de famílias.

Antônio: o projeto para por questões políticas e todo mundo sai perdendo.

Este trecho refere-se a uma discussão reflexiva dos alunos, pois recorre a hipóteses consideradas anteriormente e analisa a situação-problema, com base no estudo matemático. Tal discussão foi realizada porque houve um engajamento mútuo dos alunos e da professora, com um mesmo objetivo, na atividade de Modelagem Matemática proposta, a preocupação com o mesmo domínio de conhecimentos.

➔ G2: Leda, Lúcio, Natany e Paola

No grupo 2, as discussões foram dinâmicas, no sentido da participação de todos os membros do grupo. Paola convidou o grupo a representar, por meio de um gráfico de barras a quantidade de lixo arrecadado anualmente. Lúcio fez o gráfico com a colaboração de Leda, Natany e Paola, que observou:

Paola: Agora temos que ver, olha o que está acontecendo: aumenta, aumenta...depois diminui, diminui... [...] nossa que lindo.

Natany: Olha gente, que gráfico lindo?!

Ao analisar a representação gráfica, Natany sugeriu que o número de trocas realizadas em 2012 fosse dobrado, visto que a quantidade de trocas referia-se àquelas realizadas em

apenas um semestre. Paola discordou de Natany que argumentou que tal aproximação facilitaria as análises do grupo.

Posteriormente Natany e Paola discordaram novamente quanto às aproximações em relação à quantidade de trocas realizadas em 2012. Tal como no G1, o G2 discutiu sobre as influências da realização da gincana ecológica no projeto Troca-Verde:

Professora: e como isso ((a realização da gincana ecológica)) se reflete no projeto? Quanto às trocas, quanto às verduras distribuídas ... quanto ao lixo arrecadado?

Natany: na verdade esse lixo não foi trocado por verdura, foi trocado por pontos [...] é melhor dobrar os dados de 2012, assim como a gente fez com 2008.

A justificativa dada por Natany, de que os resíduos coletados foram trocados por pontos para as equipes, e não por verduras, convenceu Paola e Leda de que os dados referentes à gincana não deveriam ser considerados.

A partir da organização gráfica dos dados, Lúcio sugeriu que o grupo calculasse as diferenças entre as quantidades de lixo arrecadadas de 2008 a 2012, para que pudessem estimar a quantidade de lixo que poderia ser recolhido nas trocas em 2013.

Questionei qual seria a tendência para a quantidade de lixo colhido por troca em 2013, a partir das diferenças que o grupo havia encontrado. Natany afirmou:

Natany: isso aí Lúcio, é com vocês. Eu só sou boa em Matemática, mas não nisso aqui.

Com esta fala, Natany convidou seu grupo às discussões que se referiram à *interpretação* dos dados matemáticos, obtidos até aquele momento, de modo a prever um valor próximo de quilos de materiais recicláveis que poderia ser coletado em 2013. A aluna não se eximiu destas discussões, como indicam as descrições aqui apresentadas.

Após o cálculo das diferenças entre as quantidades de lixo arrecadadas anualmente de 2008 a 2012, o grupo concluiu que a mesma continuaria decaindo até 2013; por meio das aproximações realizadas, estimaram que a quantidade anual de lixo angariado em 2013 seria de aproximadamente, 6020 Kg.

Esta negociação foi bastante conflituosa no grupo, pois Paola discordava que a quantidade de lixo recolhida em 2013 seria menor que a coletada em 2012. Lúcio e Natany argumentaram à Leda e Paola recorrendo à análise da representação gráfica da situação:

Lúcio: [...] Eu acho que a tendência de 2012 e 2013 é cair, porque aqui ((na representação gráfica)) já mostra que tá caindo.

Paola: eu sei, mas espera Lúcio. Se não tivesse tido a gincana, talvez a quantidade de lixo arrecadado em 2012 teria aumentado. Caiu por causa da gincana; se não tivesse gincana, não atrapalharia.

Lúcio: mesmo assim cairia, *porque aqui em 2011 já caiu*, olha.
[...]

Natany: então vai cair, em 2013!

Lúcio: vamos ver qual valor seria pra 2013.

Leda: nossa...

Paola: vai diminuir uns 2000 e poucos ((kg)).

Natany: 6020? 6010? 6000?

Leda: 6022!

Lúcio: então vai pra 6022? Em 2013 vai pra 6000?

Leda: peraí...

Natany: não...vai dar... tá diminuindo de 2000 quilos em 2000.

Lúcio: 6022?

Paola: é...

Natany: é 6020, mas não pinta esse ((a barra que representa o ano de 2013)) no gráfico, deixa em branco.

Este trecho de discussão, mantida entre os membros do G2, ilustra a forma como conduziram o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Os alunos discutiram entre si todas as ações que seriam desenvolvidas, evidenciando o engajamento mútuo na atividade de Modelagem, indicando como os alunos trabalharam conjuntamente para conseguirem um entendimento comum.

Neste processo nem sempre harmonioso, as negociações contribuíram para que os alunos confiassem uns nos outros no processo de análise da situação. O reconhecimento mútuo das participações no G2, foi explicitado pelos próprios alunos, nas entrevistas realizadas, como pode-se observar no Quadro 26:

Quadro 26 – Opiniões dos alunos do G2 quanto às participações na atividade 3.

				Trechos da entrevista realizada	
Alunos		Quanto à própria participação	Quanto à participação do grupo		
G2	Leda	<i>“Eu não gosto muito de Matemática. As aulas me ajudaram, achei mais fácil.”.</i>	<i>“Eu acho que a Natany me ajudou mais, e também ajudou o grupo.”.</i>		
	Natany	<i>“Minha participação no grupo eu acho que foi boa, além do mais seria mais um cabeça pensando, se bem que não sabia muita coisa mais tentei ajudar no que foi possível.”.</i>			
	Lúcio	<i>“Eu ajudei, participei, colaborei, minhas opiniões fizeram diferença pro grupo.”.</i>	<i>“Todo mundo participou então ajudou muito.”.</i>		

	Paola	<i>“Já tinha uma amizade entre a gente. Na verdade é o grupo que a gente faz trabalho, é mais fácil de a gente debater. Todo mundo participou bastante, e eu também ajudei.”</i>
--	-------	--

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do Quadro 26, pode-se indicar como as características 1 e 2 referentes à constituição de LCoP puderam ser identificadas no desenvolvimento desta atividade. Este reconhecimento constituiu-se devido às argumentações, matemáticas ou não, referentes às questões levantadas no grupo.

Diferente do que aconteceu no G1, no G2 não é possível perceber uma distinção clara quanto às formas como os alunos são reconhecidos no seu grupo. Enquanto no G1, Antônio foi reconhecido pelo seu conhecimento em relação ao projeto Troca-Verde, por exemplo, no G2 embora os alunos reconheçam-se como membros importantes, não se identifica uma sobreposição de competências no grupo, quanto às conduções de um tipo ou outro de discussão realizada. O reconhecimento, neste caso, foi construído por meio da participação e contribuições dos alunos na atividade de Modelagem.

Da mesma forma que na primeira parte do estudo, a segunda parte foi realizada por meio da participação dos quatro alunos, nas negociações:

Leda: vou colocar aqui no relatório, que consideramos que cabem 5 sacolas de verduras em cada caixa.

Paola: foi diminuindo a cada ano.

Natany: a gente tem que saber a quantidade de sacolas distribuídas no ano, depois em cada troca, pra daí a gente saber quantas pessoas ou famílias, participaram do Troca, pra gente ver os impactos da cidade.

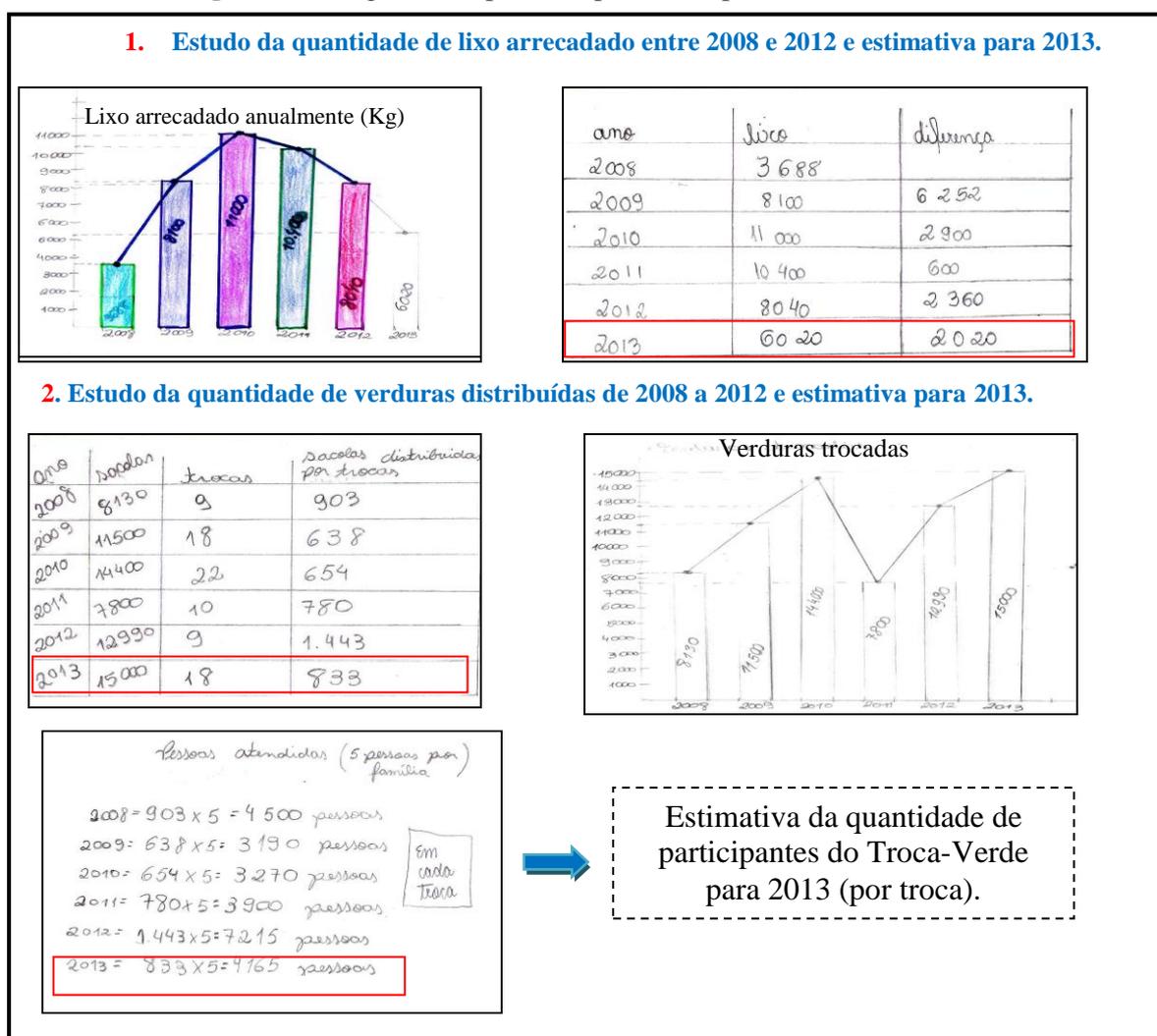
Leda: ah:: quantas pessoas serão atendidas... Depende de quantas sacolas a pessoa leva também; cada 3 de lixo, uma de verdura.

Natany: pensa numa família.

Lúcio: pensa numa família com 5 pessoas, em média.

O excerto anterior apresenta algumas conjecturas consideradas pelo grupo: a) em cada caixa são agrupadas 5 sacolas de verduras orgânicas; b) a quantidade máxima de participantes do Troca, pode ser estimada por meio da quantidade de sacolas distribuídas por Troca; c) considera-se uma família com 5 pessoas, para estimar o percentual da população atingido pelo programa. Os processos percorridos pelo grupo 2, que proporcionaram uma interpretação dos dados referentes ao projeto e análise dos seus impactos, estão apresentados na Figura 21:

Figura 21 – Registros do processo percorrido pelo G2, na atividade 3.



Fonte: Registros dos alunos do G2.

Comparando as partes 1 e 2 do estudo, Lúcio observou:

Lúcio: isso quer dizer que a quantidade de lixo arrecadado tá diminuindo, mas a quantidade de verduras distribuídas não segue a mesma proporção. Provável que vão com as sacolas já e dão mais, quando tem sacolas de verduras em excesso.

Natany: sim, isso acontece sim.

O grupo concluiu que em cada troca parte considerável da população é atingida, chegando a atender 60% da população, considerando que na sede do município, habitam cerca de 7000 pessoas.

Voltando às hipóteses consideradas inicialmente, os alunos concluíram que cerca de 60% da população seria o número máximo de pessoas que o projeto poderia atingir, pois consideraram o número máximo de sacolas por caixa (5 sacolas) distribuída e um número grande de pessoas por família (5 pessoas). Além disso, no excerto anterior Lúcio considera a

hipótese de que, nas últimas trocas realizadas, os participantes haviam recebido mais verduras considerando que, embora a quantidade de lixo arrecadado estivesse diminuindo, a quantidade de verduras distribuídas em 2012 foi maior que em 2011, 2009 e em 2008.

As discussões que trataram destas questões retomam as hipóteses levantadas pelos alunos e as interpretam com base nas representações matemáticas construídas pelos alunos, portanto referem-se a discussões reflexivas, mantidas no grupo.

As hipóteses assumidas pelo grupo, as negociações que culminaram nas representações matemáticas da situação, e todo o material apresentado na Figura 23, mostra “os modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas” (WINBOURNE; WATSON, 1998, p. 103) do G2.

As ações dos alunos permitem inferir que se engajaram num mesmo Domínio que a professora, determinado pela atividade de Modelagem Matemática proposta. O engajamento dos alunos foi essencial para que a atividade fosse constituída por meio da participação dos grupos, e não só pelas ações da professora. Esta preocupação com o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, que constitui o Domínio da possível LCoP, não pôde ser evidenciado nas ações do G3, nesta atividade.

➤ **G3: Aline, Ana, Daiane e Raiane.**

No G3, as ações das alunas desenvolviam-se apenas a partir do estímulo da professora. Embora Ana se mostrasse interessada na atividade, e se engajasse nela, não houve um engajamento mútuo do grupo, empreendimentos articulados ou repertório partilhado. O material produzido pelo grupo foi constituído pelo trabalho individual das alunas. Com exceção da representação gráfica feita por Daiane os registros escritos, produzidos no grupo, foram feitos por Ana. Além disso, não foram fruto da negociação entre as alunas.

No decorrer de toda a atividade questionamentos foram feitos ao grupo de modo a suscitar negociações, entretanto respostas eram dadas à professora sem uma negociação, ou reflexão acerca delas, como no fragmento a seguir:

Professora: e o que vocês observaram ((acerca da quantidade de lixo arrecadado anualmente nas trocas))?

Ana: diminuiu.

Raiane: ela foi aumentando né...

Professora: aumentou ou diminuiu?

Raiane: Aumentou até 2012.

Professora: Até 2012? Será?

Ana: Sobe até 2010, depois decai. Se fosse por reta, tinha que ser 2 retas.

A resposta de Raiane pareceu ser dada com base nas suas impressões iniciais acerca do funcionamento do projeto Troca-Verde, e não com fundamentos na análise dos dados disponibilizados.

Neste outro trecho, Raiane dá uma resposta aleatória à minha questão, pois não participava do estudo realizado no seu grupo, que contradizia sua resposta:

Professora: olha, em relação ao lixo, nós vimos que a quantidade de lixo arrecadado aumentou até 2010 e depois começou a decair. E em relação à quantidade de verduras?

Raiane: também, ué.

Professora: é isso que os dados estão dizendo?

Embora as alunas tivessem se mostrado interessadas pelo tema da atividade na discussão inicial, este interesse não foi evidenciado quando a responsabilidade pela condução da atividade passou a ser do grupo.

A falta de interesse de Raiane, Aline e Daiane ficou indicada em vários trechos de conversa entre as alunas e Ana, ou entre as alunas e a professora.

O extrato a seguir refere-se a mais uma das tentativas da professora em provocar questionamentos que poderiam culminar numa discussão no grupo:

Professora: Será que dá pra gente saber quantas pessoas foram atendidas pelo projeto?

Aline: *que “pergunteiro” professora.*

Raiane: dá, é só saber quantas sacolas foram distribuídas.

Aline e Daiane: isso

Ana: mas quantas sacolas cada pessoa ganha?

A forma como Aline afirmou que a professora faz um “pergunteiro” mostrou sua insatisfação em relação àquela situação. Raiane e Daiane embora respondessem ao questionamento da professora, parecem terem respondido para mostrar um interesse que não foi evidenciado nas suas ações, como se pode exemplificar com o trecho a seguir:

Ana: Professora, eu tô vendo aqui, tô analisando os dados pra organizar na tabela. (Meninas) Vamos me ajudar, por favor?

Raiane: Para facilitar... Em 2008, 10 mil e 200...

Ana: Gente me ajuda!

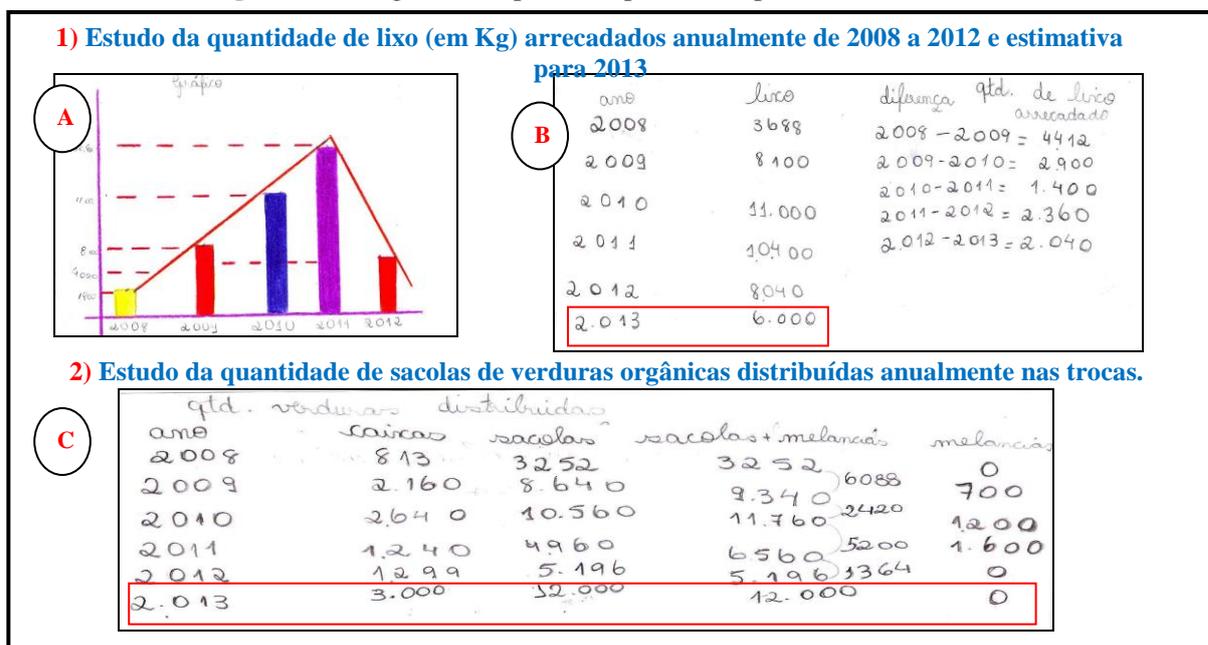
O excerto esclarece a ausência do engajamento mútuo do grupo, embora houvesse engajamento na atividade, por parte de Ana.

Influenciada pelas discussões dos outros grupos, Ana analisou a situação proposta seguindo a mesma estratégia dos grupos G1 e G2. A participação das outras alunas foi pequena e pouco contribuiu para a análise da situação.

O material apresentado na Figura 22 representa os processos percorridos por Ana, com alguns apontamentos de Raiane e Daiane, até encontrar uma “resposta” às questões formuladas. Diferente dos outros grupos, este procurava uma resposta para as questões, e não uma análise da situação de estudo. A diferença entre tais interesses culmina na escassez de discussões reflexivas acerca da situação, essencial no desenvolvimento de atividades de Modelagem, de acordo com Barbosa (2007).

Este material produzido no grupo, não pode ser considerado o repertório partilhado por ele, pois não houve o compartilhamento de uma prática construída pelas alunas, ou a criação de empreendimentos articulados entre elas que permitisse a constituição de um repertório partilhado.

Figura 22 – Registros do processo percorrido pelo G3, na atividade 3.



Fonte: Registros das alunas do G3.

Na Figura 22, o registro A foi feito por Daiane, no entanto sua análise e os registros B e C foram feitos essencialmente por Ana, sem negociação do grupo.

As alunas desenvolveram ações que evidenciaram uma preocupação em satisfazer o pedido da professora, terminando logo a tarefa proposta, mas sem uma análise da situação nas

suas dimensões extramatemáticas. Isso indica que os interesses da professora e dos alunos não foram os mesmos, nesta atividade.

As discussões reflexivas não foram realizadas ao fim das análises dos processos matemáticos. As alunas terminam o relatório de estudo ao concluírem que cerca de 12000 sacolas de verduras poderiam ser distribuídas em 2013, sem justificar o critério utilizado para a estimativa da quantidade de sacolas distribuídas, ou o significado desta quantidade para a cidade e para o projeto Troca-Verde.

Apesar do esforço da Ana para que o grupo G3 desenvolvesse a atividade 3 coletivamente, as ações e falas do grupo indicam que as alunas o fizeram sem interesse e mais por obrigação, o que revela que as alunas não tomaram para si o problema posto na sala inicialmente, quando todos os alunos participaram, o que segundo Barbosa está relacionado ao aluno aceitar ou não o convite para a Modelagem. Neste sentido, a identificação das características da LCoP, nas ações deste grupo, foram prejudicadas, induzindo-nos a afirmar que uma LCoP não foi constituída.

5.3.2 Síntese das Análises referentes à Atividade 3

Nesta subseção tecemos considerações gerais acerca da participação da turma no desenvolvimento da atividade “Troca-Verde”. Iniciamos nossas considerações ressaltando o que expusemos na sessão anterior: enquanto os grupos G1 e G2 desenvolveram ações que puderam ser identificadas de acordo com as características relacionadas à constituição de LCoP, isso não aconteceu com G3.

Em princípio consideramos o caso de G3. O que se pôde evidenciar é que embora as alunas estivessem aparentemente engajadas na atividade, isto não aconteceu quando a responsabilidade pelos processos de problematização e investigação foram transferidos ao grupo.

Ana mostrou-se engajada na atividade, mas Aline e Raiane não. Este fato impediu que houvesse um engajamento mútuo entre as alunas, ou mesmo a criação de empreendimentos articulados. Consequentemente não existiu uma prática que foi compartilhada pelos membros, que permitisse a constituição de um repertório partilhado.

Estas considerações podem ser justificadas por meio dos excertos de falas das alunas, que expressam a falta de comprometimento com a atividade de Modelagem Matemática e com o grupo. Neste sentido, as características 4, 5 e 6 que dizem respeito à participação ativa

dos membros, à criação de modos partilhados de comportamentos, uso de ferramentas e ao engajamento das alunas, não pôde ser identificado.

Os registros realizados por G3 foram fragmentados, marcado pela divisão de tarefas. Daiane fez a representação gráfica, como foi sugerido por Paola, na discussão inicial; a partir desta representação Ana continuou o processo de desenvolvimento da atividade, mas sem a participação das colegas. Além disso, quanto ao reconhecimento público das alunas de G3, Ana alegou na sua entrevista que, nesta atividade, suas companheiras não se dedicaram à atividade como deveriam:

(Entrevista) Ana: Bom, eu tentei levar sempre a sério, mas tem pessoas que não levam tão a sério, tem outras que tem muita dificuldade em Matemática, mas a minha participação foi importante.

A afirmação, de Ana, indica que esta aluna não reconheceu a participação das colegas, ou de alguma delas, na realização da atividade 3. Esta é uma característica necessária para a constituição de LCoP.

Além disso, nem todas as alunas reconheceram-se como matematicamente competentes naquela aula, como sugeriu a seguinte fala de Aline: “eu não conseguiria fazer nada disso sozinha...”.

Evidenciou-se que em G3: a) Não houve reconhecimento mútuo entre as alunas, como evidenciado pela fala da Ana; b) Nem todas as alunas enxergaram-se como funcionando matematicamente naquela aula, como indicou Aline; c) As alunas não compartilharam um repertório, como evidenciado na subseção 5.3.1; d) Nem todas as alunas engajaram-se na atividade de Modelagem Matemática ainda que fossem elas próprias as definidoras do encaminhamento da atividade em questão.

Diferentemente do que ocorreu com G3, nos grupos G1 e G2 os alunos mostraram-se engajados na atividade constituída, como mostramos na subseção anterior.

No Quadro 27, apresentamos uma síntese do desenvolvimento dos grupos G1 e G2 nesta atividade, agregando considerações realizadas nas sessões 5.3.1 e 5.3.2:

Quadro 27 – Síntese das ações dos grupos G1 e G2 na atividade de Modelagem 3, quanto ao processo de constituição de LCoP.

Características referentes à constituição de LCoP	Ações de G1 e G2 na Atividade 3
<i>1) Os alunos verem-se, a si, funcionando</i>	Os alunos atribuíram significados às suas ações, enxergando-se como matematicamente competentes naquelas aulas. Isto foi facilitado pelo fato de que a atividade proporcionou discussões realizadas em dimensões extramatemáticas,

<p><i>matematicamente e para esses alunos fazer sentido 'o ser matemático' como uma parte essencial de quem são naquela aula;</i></p>	<p>fazendo com que alunos como Antônio, com conhecimento sobre o tema da atividade, fossem reconhecidos pelo grupo, estimulando sua própria participação.</p> <p>Como quando Antônio (Entrevista/ G1) afirmou: <i>“Foi excelente. Foi porque eu já estava olha, por exemplo, meus colegas não sabiam como funcionava o lixão, e eu sabia, eu acompanho, sei como funciona e passei pra eles esse conhecimento. Eu achei que até eu, sem saber de nada, ajudei eles, e ensinei um monte de coisas que eles não sabiam também né. Não porque não é a área deles”</i>.</p>
<p><i>2) Através das atividades e papéis assumidos há reconhecimento público do desenvolvimento da competência naquela aula;</i></p>	<p>As falas apresentadas nos Quadros 25 e 26 também evidenciam como os alunos reconheceram-se como membros importantes dentro da atividade proposta, afirmando que a participação de todos foi essencial: <i>“[...] Eu ajudei, participei, colaborei, minhas opiniões fizeram diferença pro grupo. Todo mundo participou então ajudou muito”</i> (Lúcio/Entrevista); <i>“todo mundo participou igual, porque já tem uma amizade entre a gente; É mais fácil de a gente debater. Todo mundo participou bastante, e eu também.”</i> (Paola/ Entrevista).</p> <p>Os tipos de reconhecimento foram dados pela forma como aconteceram as participações dos membros. <i>“Ele participou, mas tudo o que a gente falava pro Rogério era aquilo e pronto né, ele não discutiu”</i> (Matias em relação à participação de Rogério/ Entrevista).</p>
<p><i>3) Os alunos verem-se a trabalhar conjuntamente, com um propósito, para conseguirem um entendimento comum;</i></p>	<p>A preocupação evidenciada por G1 e G2 foi a análise dos impactos do Projeto Troca-Verde para a cidade, ou seja, a análise dos problemas formulados pela turma, por meio do ferramental matemático.</p> <p>Tal preocupação estimulou a presença de discussões reflexivas nos grupos além de propiciar aos alunos um entendimento da relação da Matemática com temas aparentemente não matemáticos.</p> <p>As ações e falas dos alunos evidenciaram que estavam agindo num mesmo Domínio, constituído pela atividade de Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática.</p>
<p><i>4) Existem modos partilhados de comportamento, linguagem, hábitos, valores e uso de ferramentas;</i></p>	<p>A estratégia de estudo traçada pela turma (descrita na subseção 5.3.1) mostra que a mesma foi decorrente da sua negociação. Posteriormente, cada grupo negociou quais ações seriam necessárias para que a situação fosse analisada. Tais processos decorreram das negociações mantidas pelos alunos, no qual agregaram significados a elas. Neste sentido o repertório matemático partilhado pelo grupo não foi fruto de ações isoladas e particulares de cada aluno <i>no</i> grupo, mas das ações <i>do</i> grupo.</p> <p>Exemplo do compartilhamento de ideias entre os alunos se deu na discussão inicial, quando a turma negociou qual seria o número de sacolas de verduras orgânicas disponibilizadas em cada caixa. Esta informação foi negociada e utilizada pelos grupos.</p>
<p><i>5) A aula é, essencialmente, constituída por participação ativa dos alunos e professor;</i></p>	<p>O tema da atividade de Modelagem Matemática (<i>Projeto Troca-Verde</i>), assim como os processos de problematização e investigação foram realizados pelos alunos, juntamente com a professora. O fato de a atividade ter sido desenvolvida de acordo com o caso 3 (BARBOSA, 2003) já supôs que o processo de Modelagem fosse constituído pela participação ativa da professora e dos alunos, e que esta relação fosse a responsável pelo direcionando a aula, como os alunos reconheceram: <i>“[...] não tinha nada pronto. A gente que tinha que achar algo pra chegar num resultado e nas outras aulas eles são mais prontos”</i> (Lúcio/ Entrevista); <i>“eu gostei bastante porque é um conteúdo diferente do que a gente aprende na escola, porque a gente desenvolveu, não foi você que falou pra nós, a vocês vão ter que fazer assim. A gente foi por tentativa, a gente que tentou chegar numa resposta.”</i> (Ana/ Entrevista); <i>“quando já tem o problema é mais difícil. Do jeito que foi ficou mais fácil.”</i> (Paola/ Entrevista).</p>
<p><i>6) Os alunos e o</i></p>	<p>O engajamento de G1 e G2 assim como o da professora, efetuou-se no</p>

<i>professor podem ver-se engajados na mesma atividade.</i>	sentido de entender a situação-problema com base numa análise matemática dela. Os empreendimentos articulados nos grupos caminharam neste sentido e podem ser interpretados como as etapas negociadas pelos grupos até chegarem numa reflexão acerca do tema. Nesta atividade foram: a) Divisão da situação de estudo em: análise da quantidade de material reciclável arrecadado e de verduras orgânicas distribuídas num intervalo de tempo; b) análise das duas etapas por meio de representação em gráfico de barras e por estimativas do crescimento e decréscimo da quantidade de material arrecadado e verduras distribuídas; c) estimativa da quantidade de materiais que poderiam ser arrecadados em 2013 e as verduras que poderiam ser distribuídas no mesmo ano; d) considerações acerca dos impactos do projeto para a cidade, com base nas etapas anteriores.
---	---

Fonte: Elaborado pela autora.

As análises realizadas nesta seção subsidiam as considerações realizadas na seção seguinte, em que evidenciamos a forma como os alunos participantes das atividades descritas traçaram suas trajetórias em relação ao desenvolvimento das atividades; como foram reconhecidos pelos colegas neste processo, de acordo com as ações referentes às atividades de Modelagem propostas.

6 A FORMAÇÃO DE TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGEM NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção, com base nas análises realizadas na seção 5, caracterizamos as formas pelas quais as participações dos alunos: Matias, Antônio, Rogério, Rosana, Ana, Raiane, Lúcio, Natany, Leda, Aline e Paola, estabeleceram-se no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática e constituíram suas trajetórias de aprendizagem.

Para tanto baseamo-nos nas participações dos alunos no desenvolvimento das três atividades, além de utilizarmos fragmentos das entrevistas realizadas com os alunos e das transcrições das aulas desenvolvidas.

Inicialmente expomos o critério que nos levou à escolha dos alunos citados para tal análise; posteriormente descrevemos as formas pelas quais as participações dos alunos modificaram-se e suas trajetórias construíram-se em relação às atividades desenvolvidas.

Organização da Seção

6.1 Critérios Utilizados para a análise das trajetórias

6.2 A formação de Trajetórias de Aprendizagem

6.3 Uma síntese das Trajetórias constituídas

6.1 Critérios Utilizados para a Análise das Trajetórias

Adotando-se a perspectiva de aprendizagem enquanto desenvolvimento das relações com outras pessoas e consigo mesmo, em atividades específicas, torna-se necessário analisar as formas de participação dos sujeitos na comunidade na qual são membros, de forma a compreender como estes sujeitos desempenham novas tarefas e compreensões acerca do que fazem. Neste sentido, analisamos nesta seção as formas de participações de alguns alunos, no desenvolvimento das atividades de Modelagem propostas, no ambiente gerado por estas atividades.

Não se trata de um estudo acerca das identidades dos alunos envolvidos neste processo, apenas de apontamentos acerca das formas de suas participações ao longo das três atividades de modo a discutir como foram modificadas de acordo com as ações desenvolvidas. Uma análise acerca da formação de Identidades, que inclui as trajetórias de aprendizagem dos alunos, demandaria outro estudo, que pode ser desenvolvido futuramente, além disso, a forma como a pesquisa foi realizada não subsidia tal aprofundamento.

Nesse contexto, referimos-nos aqui a trajetórias de aprendizagem, significando que as ações dos alunos têm referências locais, incluindo o tempo em que ocorreram, portanto constituem trajetórias específicas e mais delimitadas quando comparadas àquelas construídas em CoP's que se desenvolvem em outros ambientes.

O critério utilizado para a escolha dos alunos cujas participações foram analisadas foi: ter participado do desenvolvimento das três atividades propostas. Dos 14 alunos que compuseram a turma, 11 deles satisfizeram tal critério: Matias, Antônio, Rogério, Rosana, Ana, Raiane, Aline, Lúcio, Natany, Leda e Paola. Dentre os 11 alunos citados, alguns deles têm suas participações analisadas no mesmo tópico devido às semelhanças de como foram desenvolvidas.

Embora nem todas as características que definem uma LCoP pudessem ter sido identificadas na primeira atividade proposta, as relações entre os alunos no seu desenvolvimento são consideradas nesta análise. O motivo que leva-nos a considerá-la é o de que os apontamentos realizados indicam que esta foi uma atividade importante para os alunos por sua forma de organização (da atividade em si e a forma de organização dos alunos) e que pode ter influenciado as atividades desenvolvidas posteriormente (“Desenvolvimento dos bebês” e “Área da superfície corpórea”), em que tais características foram observadas.

As relações mantidas na atividade “Área da superfície corpórea” são consideradas, acima de tudo, porque nela os alunos envolvidos iniciaram seus processos de posicionamentos em relação aos demais participantes e à atividade, acumulando histórias de experiências pessoais e partilhadas, que influenciaram suas próximas ações, como a abertura de possibilidades para novas formas de participações.

6.2 A Formação de Trajetórias de Aprendizagem

Como aspecto da prática social, a aprendizagem envolve a pessoa numa relação não só com atividades específicas, como com comunidades sociais (MATOS, 2003; FERNADES, 2004), nesta perspectiva aprender implica tornar-se um tipo de participante, um membro, um tipo de pessoa.

Esta participação, responsável pelo processo de aprendizagem, na perspectiva adotada, diz respeito ao estar envolvido em novas atividades, desempenhar novas tarefas e funções, dominar novas compreensões dentro de uma CoP. Este processo inclui a passagem por uma sucessão de formas de participação, que formam as trajetórias de aprendizagem nas CoP's (FERNANDES, 2004) e, no caso da sala de aula, nas LCoP's.

Com o uso do termo “trajetórias”, Wenger (1998) não se refere a um movimento ou destino fixo e determinado, mas a um movimento contínuo de tipos de participação ao longo do tempo, e que incorporam o passado, o futuro e as negociações do presente na CoP. Desta forma para que se possa compreender a aprendizagem, torna-se necessária a compreensão dos movimentos de participação dos membros das Comunidades, conduzindo ao estudo das trajetórias de aprendizagem de tais membros.

Nesta perspectiva, analisamos as participações de Matias, Antônio, Rogério, Rosana, Ana, Raiane, Aline, Lúcio, Natany, Leda e Paola de modo a identificar como estas participações relacionaram-se com o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, delineando suas trajetórias de aprendizagem.

No decorrer das atividades, as ações desenvolvidas pelos alunos se deram, essencialmente, nos seus grupos de trabalho. Sendo assim, tratamos da participação de cada aluno, considerando as relações existentes nos seus grupos.

➤ Antônio

Na primeira atividade, a participação de Antônio nas discussões iniciais a respeito do problema direcionou seu grupo à formulação de uma estratégia, com meu auxílio, para analisar a situação-problema. As primeiras ideias, por exemplo, do uso de formas geométricas

como forma de representação dos membros do corpo humano foram estimuladas por este aluno. A intenção de Antônio, entretanto, era a de usar formas geométricas planas. A partir da discussão com a professora e outros alunos, como Paola, a turma concluiu que a melhor forma de aproximação do corpo humano seria por meio das formas geométricas espaciais.

Ao mostrar segurança quanto à estratégia que formulava, Antônio fez com que sua participação fosse reconhecida por Leda, Andréia, Matias e Natany (G1 na atividade 1), que esperavam do aluno um consentimento quanto à melhor forma de medir o corpo humano. As ações de Antônio naquele momento definiram decisões quanto aos aspectos técnicos da atividade. Nesta mesma atividade, porém, quando as discussões e a análise da situação requeriam uma discussão matemática acerca dela, a participação de Antônio não era tão efetiva quanto nos outros momentos. Nestas ocasiões sua participação dependeu da de Matias ou Natany, que o direcionavam neste sentido.

Ainda que as dificuldades do aluno, em relação a aspectos matemáticos influenciassem sua participação no grupo, fazendo com que não fosse tão efetiva quanto poderia, Antônio foi reconhecido pelos colegas como membro importante devido à sua história extraescolar, às experiências profissionais e ao direcionamento inicial da atividade nos seus aspectos técnicos, como quando sugeriu, a seu modo, que o estudo poderia ser realizado por meio da aproximação dos membros do corpo às formas geométricas e por fim, pela soma dos valores encontrados.

Este reconhecimento foi evidenciado, por exemplo, na fala de Matias na sua entrevista, quando afirmou:

(Entrevista) Matias: O Antônio se destacou, porque mesmo com as dificuldades dele, ele procurava saber, ele já tem uma dificuldade muito grande né ((em relação à Matemática)), [...] Ele pedia apoio pra mim. Eu explicava.

A fala de Matias mostra que este aluno reconheceu o engajamento de Antônio quanto à atividade, quando afirmou o interesse dele em buscar caminhos que o levassem a uma participação mais plena no grupo. Quanto às dificuldades de Antônio, ressaltadas por Matias, estas mesmas foram mencionadas por Antônio:

(Entrevista) Antônio: Eu senti dificuldade sim, mas não por causa do jeito da aula, é que eu tenho dificuldade mesmo. Você percebeu né? Você lembra? Eu comentei, eu tenho dificuldade na área da Matemática [...].

A dificuldade quanto aos aspectos matemáticos foi novamente ressaltada por Antônio, na sua entrevista, quando o aluno se referiu à segunda atividade desenvolvida, “Desenvolvimento dos bebês”, em que trabalhou com Matias, Rosana e Rogério (G1 na atividade 2). De acordo com Antônio, suas dificuldades em relação à álgebra fizeram-no procurar outro meio de analisar a situação-problema, utilizando as operações elementares e o conceito de média aritmética, para encontrar uma medida de proporção entre o aumento de peso e idade de um bebê. Esta estratégia diferenciou-se do que seu grupo havia pensado: representar a situação por meio de uma função afim na sua forma algébrica.

A estratégia utilizada por Antônio, entretanto, foi construída com as contribuições do grupo. Além disso, a reflexão do aluno acerca dos caminhos percorridos por ele e o grupo, por meio de questionamentos da professora, o fez perceber que o significado da interpretação dos resultados obtidos por ambas as estratégias (dele e do grupo em geral) não eram diferentes. Antônio relatou:

(Entrevista) Antônio: Você lembra que eu achei uma forma lá que era mais fácil, que eu consegui chegar? E dependi do grupo. Eu troquei ideias lá, cheguei em casa, pensei, pensei no grupo, e cheguei com um resultado aqui que tava bom, que era o mesmo. Acabou que se tornou fácil.

Antônio foi reconhecido pelos membros do seu grupo, não só por seu engajamento na atividade e participação nas negociações de significados do grupo, como pelo encaminhamento de discussões paralelas e reflexivas acerca do tema da atividade. Devido às suas experiências pessoais, Antônio foi reconhecido como alguém que poderia avaliar os dados matemáticos do problema de acordo com seus conhecimentos.

Meu engajamento em relação a Antônio também foi relevante, pois o aluno me solicitou em vários momentos para verificar os procedimentos matemáticos que adotou. Como apresentou dificuldades em relação a conceitos elementares, busquei questioná-lo de modo a conduzir a reflexões que culminavam nas respostas para o aluno.

No desenvolvimento da atividade 2, ensejei uma discussão entre Antônio e Rosana quanto à representação de pontos no plano cartesiano, quando o grupo construía o gráfico da função afim determinada. Essa mesma discussão foi conduzida por Antônio, posteriormente, indicando seu engajamento na discussão mantida entre ele, Rosana e eu.

De forma progressiva, no decorrer das três atividades Antônio participou de forma mais ativa no que diz respeito às discussões matemáticas. Se na atividade 1 este aluno foi reconhecido pelas discussões essencialmente técnicas e paralelas; na atividade 2 pelas

discussões reflexivas e também matemáticas; na atividade 3 sua participação foi mais plena e segura que nas anteriores quanto à qualquer tipo de discussão desenvolvida.

De acordo com Antônio o tema da atividade de Modelagem proposta lhe era muito familiar, e isso contribuiu para que pudesse se relacionar com os colegas de grupo, contribuindo com eles. Além disso, em relação à sua participação nesta atividade o aluno ressaltou suas contribuições quanto aos aspectos matemáticos dela:

(Entrevista) Antônio: a terceira foi sobre a Troca-Verde né? Aquela lá eu achei fácil, mas é que eu já tava envolvido, eu já participei da gincana ecológica e ela é interligada à troca-verde, eu separei valores, calculei razões, analisei os tipos dos recicláveis e a quantidade das trocas, foi bem mais fácil [...] Eu achei que até eu, sem saber de nada, ajudei eles, e ensinei um monte de coisas que eles não sabiam também. Não por nada ... não é a área deles.

Esta participação foi reconhecida pelo grupo e permitiu o acesso de Antônio a uma participação plena nas atividades propostas.

Um olhar acerca da participação de Antônio no decorrer das atividades indica a formação de uma trajetória de entrada (*inbound*), que culminou numa participação plena no decorrer das aulas. A participação do aluno nas discussões paralelas, técnicas, matemáticas e reflexivas tornaram-se mais efetivas ao longo das atividades, nos espaços de interações da Modelagem Matemática. Isso foi possível porque Antônio se engajou nas atividades propostas, e favoreceu o engajamento mútuo dos seus grupos. Além disso, as discussões conduzidas por ele enaltecem a intersessão de práticas matemáticas escolares e extraescolares nas aulas.

➤ *Matias e Natany*

As participações de Matias e Natany são abordadas nesse mesmo tópico em virtude das semelhanças entre os modos como foram constituídas no decorrer das três atividades de Modelagem; embora os alunos tenham trabalhado no mesmo grupo apenas na atividade “Área da superfície corpórea”.

Matias e Natany tiveram suas participações reconhecidas pelos colegas de grupo, desde a primeira atividade, quando trabalharam com Antônio, Leda e Andréia (G1 na atividade 1). A participação de ambos se deu num processo inverso à de Antônio naquela atividade, pois se no início dela, os alunos tiveram sua participação atrelada às ações de Antônio, com seu desenrolar, tornaram-se mais ativas e independentes no grupo.

Como a preocupação do grupo estava relacionada aos procedimentos matemáticos utilizados, e estes alunos tinham maior facilidade com relação aos conteúdos matemáticos

utilizados, passaram a conduzir as discussões. Embora tivessem uma participação efetiva desde o início da atividade, ao assumirem a responsabilidade pelas discussões matemáticas caminharam para uma participação mais plena no grupo.

Esta participação foi reconhecida pelos colegas de grupos de ambos, como Leda e Andréia afirmaram:

(Entrevista) Leda: Ah:: eu acho que a Natany me ajudou muito, e também ajudou o grupo. O Matias ajudou mais no primeiro grupo (que participei).

(Entrevista) Andréia: Não teve ninguém que se destacou mais, mas a Natany que sabe bem matemática, me ajudou mais.

O reconhecimento quanto à condução de discussões matemáticas, também pôde ser identificado na fala de Antônio, durante a atividade 1, o grupo constituído por Matias, Natany, Antônio, Leda e Andréia se subdividiu em dois; Matias e Natany ficaram separados dos outros membros do grupo. Naquele momento questionei o motivo da organização dos alunos:

Professora: Porque vocês estão separados?

Antônio: Não é que estamos separados, é que eu não quero atrapalhar eles.

Natany: como assim atrapalhar?ah::

Matias: como assim?

Antônio: Não quero atrapalhar eles.

O fragmento apresentado refere-se a uma conversa em que Antônio afirmou que Matias e Natany entendiam melhor o que deveria ser feito e, por isso, não os atrapalharia. Antônio reconheceu os colegas como matematicamente competentes, mas ao mesmo tempo pareceu mostrar que não havia entendido que o grupo deveria negociar as ações a serem desenvolvidas. Este problema foi resolvido por Natany e Matias, que reorganizaram as carteiras de modo a permitir maior interação no grupo.

O mesmo reconhecimento atribuído à Natany e Matias na atividade 1, foi atribuído a ambos nas atividades 2 e 3, nos seus respectivos grupos. Nas atividades 2 e 3, Natany trabalhou com Leda, Lúcio e Paola (G2 na atividade 2); e Matias com Rosana, Rogério e Antônio (G1 na atividade 2).

O grupo em que Natany participou das atividades 2 e 3 desenvolveu uma forma de trabalho dinâmica, que envolveu todos os alunos em discussões matemáticas, técnicas e reflexivas em relação à atividade, e na criação de empreendimentos articulados. Essa forma de organização do grupo permitiu o acesso a uma participação plena da aluna.

Embora Natany agisse de forma a impor suas opiniões a respeito das tarefas propostas, esta aluna só teve acesso a uma participação plena no grupo, devido aos seus posicionamentos

e direcionamentos que foram frutos da negociação conjunta. Ainda assim, foi reconhecida como líder no grupo, como Lúcio afirmou:

(Entrevista) Lúcio: No segundo grupo todo mundo colaborou [...] a Natany liderou mais. Ela gostava de comandar [...].

As formas de participações de Natany desde a primeira atividade, assim como as de Matias, sugerem que os alunos traçaram uma trajetória de membro (*insider*). Embora tal participação fosse plena desde a primeira atividade, os alunos desenvolveram novas formas de lidar com as novas situações e os membros dos seus grupos. De acordo com Wenger (1998) a formação de uma trajetória não acaba quando alguém se torna um membro pleno, pois a prática continua evoluindo e permitindo novas formas de negociações.

Assim como aconteceu com Natany, Matias foi reconhecido como membro competente no segundo grupo a que pertenceu. Antônio ressaltou:

(Entrevista) Antônio: eu peguei pessoas que gostam de Matemática. O Rogério, o Matias... pra mim foi bem, porque como eu não vou bem, com eles acabou que eu caminhando junto.

A fala de Antônio indica que reconheceu em Matias um aluno competente no que diz respeito às questões matemáticas conceituais.

Na atividade 2, Matias participou ativamente de todo o processo de negociação de empreendimentos no seu grupo, mas conduziu seus colegas mais ativamente quando as discussões eram de cunho técnico e matemático, como nas negociações referentes: ao significado da representação decimal das medidas de peso disponibilizadas; resolução de sistema de equações; a forma algébrica da função afim e o significado dos seus elementos.

Ainda que os demais integrantes do grupo participassem de tais discussões, Matias as conduziu com destreza. Na falta de outro aluno que conduzisse as discussões matemáticas com a mesma destreza de Matias, isto lhe garantiu a participação na prática do grupo, pois estes conhecimentos foram importantes para a realização da tarefa proposta.

Os demais alunos reconheceram nele, um mestre em relação aos conceitos matemáticos utilizados e, por isso, buscaram neste aluno um apoio para significar suas ações matemáticas.

O mesmo reconhecimento foi dado ao aluno, por seu grupo, no desenvolvimento da atividade “Troca-Verde”. Na discussão inicial com a turma, acerca do tema da atividade, a ideia de Matias de dividir o estudo em duas partes: i) estudo da quantidade de lixo arrecadada pelo município; ii) estudo da quantidade de verduras orgânicas distribuídas, foi considerada

pela turma. Além disso, no seu grupo de trabalho este aluno simplificou a estratégia estabelecida para o estudo da situação-problema, estipulando as etapas que deveriam ser percorridas durante a atividade. Este processo foi essencial, pois fez com que o grupo tivesse um direcionamento estabelecido internamente, fruto das suas negociações, e que fez com que cada participante não se sentisse deslocado quanto ao que deveria ser feito.

As discussões mencionadas anteriormente referem-se às discussões técnicas, pois tratam das formas como a situação-problema pode ser representada em termos matemáticos. As discussões reflexivas do grupo também tiveram participação efetiva de Matias, como quando os alunos discutiram sobre quais os impactos daqueles números encontrados, referentes ao projeto Troca-Verde, para a cidade.

A participação deste aluno se deu de forma plena, do início ao fim das atividades propostas, como evidenciado na seção 4 e aqui sintetizado. No decorrer das atividades, este aluno traçou uma rota de Modelagem mais rica, composta pela condução dos diversos tipos de discussões.

Lave e Wenger (1991) afirmam que tornar-se membro pleno de uma prática, pressupõe o acesso a uma variedade de atividades que são realizadas numa CoP: acesso aos experientes, aos outros membros, à informações, oportunidades de participação. Estes elementos foram observados nas participações de Natany e Matias, desde a primeira atividade desenvolvida.

➔ **Rogério**

Rogério é um aluno cuja participação nas atividades desenvolvidas diferenciou-se substancialmente da dos demais alunos da turma. O comportamento de Rogério no decorrer das aulas desenvolvidas não se diferenciou quanto à sua participação.

Diferente dos outros alunos, Rogério quase não falou durante todas as aulas, nos dois grupos em que participou, o constituído por Paola, Rosana, Lúcio e Renata (G2 na Atividade 1), e naquele constituído por Rosana, Matias e Antônio (G1 nas Atividades 2 e 3), o aluno apenas respondeu o que lhe foi questionado, não participou ativamente das discussões mantidas pelos grupos, fossem elas de qualquer tipo. Rogério não criou nenhum empreendimento nos grupos, no entanto aceitou as decisões cumprindo as tarefas sob sua responsabilidade.

Durante as aulas e por meio das gravações em vídeo, pôde-se observar que Rogério esteve sempre atento às ações dos grupos em que participou. O aluno fez seus registros individuais, de acordo com as ações negociadas pelos grupos em que era membro e relatou o

que foi feito. Infere-se assim um engajamento dele nas atividades e nas aulas, ainda que não fosse possível perceber sua participação no engajamento mútuo do grupo, e na negociação dos empreendimentos articulados.

Rogério partilhou do mesmo repertório dos seus grupos. No desenvolvimento da atividade “Desenvolvimento dos bebês”, entregou o relatório da atividade desenvolvida, de acordo com os empreendimentos articulados por Rosana, Matias e Antônio. Isso fez com que a participação de Rogério fosse periférica nas aulas. O mesmo aconteceu no desenvolvimento da atividade “Troca-Verde”.

No caso de Rogério a não-participação predominou definindo uma participação restrita. A trajetória traçada por Rogério é aquela que Wenger (1998) chama de periférica, pois não levou o aluno a uma participação plena (ou expectativa dela).

Tal participação, entretanto não foi restringida pelas formas de participação dos membros dos grupos em que Rogério participou. Antônio e Rosana, por exemplo, reconheceram o engajamento de Rogério na atividade sobre o desenvolvimento dos bebês, quando afirmaram que o colega de grupo “trabalhava” na atividade. Ainda quando entrevistado, Antônio afirmou:

(Entrevista) Antônio: eu peguei pessoas que gostam de Matemática... O Rogério, o Matias... pra mim foi bom, porque como eu não vou bem, com eles acabou eu caminhando junto.

Matias, por sua vez, declarou sobre Rogério:

(Entrevista) Matias: ele ficou meio de fora. Tudo o que a gente falava pro Rogério era aquilo e pronto né, ele não discutiu.

Paola, que trabalhou com Rogério na primeira atividade pareceu concordar com a fala de Matias, quando afirmou:

(Entrevista) Paola: No Grupo 1, teve gente que se destacou mais [...] Rogério por ser tímido não ((não se destacou)).

Quando questionado quanto à sua participação nas atividades desenvolvidas, Rogério afirmou que colaborou com seus grupos, entretanto que sua participação na atividade “Área da superfície corpórea” foi mais plena que nas outras:

(Entrevista) Rogério: No primeiro (grupo) foi melhor, eu ajudei mais. Eu calculei o corpo da Rosana. No segundo não.

A fala de Rogério parece valorizar as ações que desenvolveu individualmente e que, de alguma forma, contribuíram para o trabalho do seu grupo; isso não aconteceu nas atividades posteriores. Na sua entrevista, Rogério também ressaltou que considerou as atividades mais difíceis dos que as desenvolvidas nas aulas de Matemática habituais. Este pode ser um motivo que justifica a afirmação do aluno de que sua participação foi mais efetiva na primeira atividade, porque pôde desenvolver ações individuais.

Como ressaltamos, a não-participação de Rogério não pareceu ser decorrente de restrições do grupo quanto à sua participação, mas devido às formas como se engajou na atividade. Diferente do que aconteceu com Rogério, que teve espaço para uma participação mais plena nas atividades, Aline pareceu ter sua participação plena dificultada pelas colegas de grupo.

➔ *Aline*

A participação de Aline nas atividades merece atenção devido à forma pela qual seu acesso à participação plena foi dificultado. Se no caso de Rogério, este aluno mesmo sem participar das negociações ativamente, ainda assim foi reconhecido por alguns membros dos seus grupos, Aline que participou das três atividades com as mesmas companheiras (Ana, Raiane e Daiane, G3 nas Atividades 1 e 3; Ana e Raiane, G3 na Atividade 2) teve seu acesso à uma participação plena dificultado, conduzindo-a a uma participação cada vez menos efetiva.

A justificativa para a falta de reconhecimento da participação de Aline, no grupo pode ser a evidenciada na sua entrevista e nas de suas colegas de grupo. Quanto às participações dos membros do seu grupo, Aline afirmou o seguinte:

(Entrevista) Aline: Teve participação diferente. Eu mesma faltei, mas foi bem ... como posso dizer? Foi bem coletivo.

A aluna pareceu reconhecer que as participações quanto às atividades desenvolvidas não foram homogêneas e, embora ressalte o trabalho que chama de coletivo, destacou suas faltas, indicando que desfavoreceram sua participação.

Este pode ter sido um motivo pelo qual, embora Aline mostrasse engajamento na atividade realizada, não teve sua participação reconhecida pelo grupo. Em relação a tal participação, Raiane considerou que Aline não se envolveu tanto quanto ela e Ana:

(Entrevista) Raiane: A participação da Aline nem sempre foi boa que nem a minha e da Ana, porque ela ficava dispersa na aula, nas atividades... a gente não.

Esta fala de Raiane refere-se à participação de Aline na atividade “Desenvolvimento dos bebês”. Como evidenciado, na seção anterior, nesta atividade Aline participou das discussões do grupo, mostrando uma preocupação com as análises que se referiam aos conhecimentos extramatemáticos concernentes à situação. As discussões que tiveram a participação da aluna foram na maior parte as que dizem respeito aos aspectos técnicos e reflexivos da situação. Ainda assim, esta participação não foi reconhecida por Ana e Raiane.

Wenger (1998) relata situações em que o acesso a uma participação plena é dificultado pelos demais membros da CoP, devido à espécie de rotulações deles, como pareceu ter acontecido com Aline, quando as alunas consideraram-na dispersa. Embora as faltas da aluna contribuíssem para a concepção de que ela “ficava dispersa”, a justificativa para o impedimento a uma participação plena de Aline pode estar na relação de cumplicidade que já existia entre Raiane e Ana.

Quanto à participação de Aline na atividade “Troca-Verde”, assim como Daiane e Raiane, esta aluna não se envolveu na atividade proposta. De acordo com Ana, algumas alunas não se comprometeram como ela na atividade. A fala de Ana indicou a não-participação dos membros do seu grupo, na terceira atividade. Neste sentido, devido à ausência de engajamento das alunas na atividade, outras características concernentes à constituição de LCoP não puderam ser evidenciadas, o que dificulta a análise da participação de Aline nesta atividade. Uma possível conclusão é que Aline parece não ter aceitado os convites para a Modelagem, realizados no decorrer de toda a atividade.

A trajetória de Aline pareceu ser marcada por ações que a faziam ter uma participação cada vez menor, pois suas ações foram pouco reconhecidas pelo grupo, ainda que tenham sido ideias úteis na análise da situação de Modelagem. Aline geralmente recorria a seus conhecimentos extramatemáticos em relação aos temas das atividades. Wenger (1998) caracteriza esta mudança de participação, que caminha em direção a uma menor participação, como Trajetória de saída (*outbound*).

Outra hipótese que levantamos, de acordo com as ações essencialmente de Ana e Raiane, em relação à Aline, é que para estas alunas as discussões de cunho matemático eram as de maior importância nas atividades, e Aline contribuiu pouco quanto a elas.

Ana pareceu confirmar tal hipótese na sua entrevista, quando questionada quanto às contribuições de Aline e Daiane nas atividades:

(Entrevista) Ana: A Aline também ((tal como Daiane)), tem dificuldade em Matemática, mas eu e a Raiane a gente gosta muito, por isso acho que participamos mais.

A fala de Ana não só justifica o que, no seu entendimento, desfavoreceu a participação de Aline nas aulas, como argumenta o porquê considerou sua participação e a de Raiane relevantes para o grupo.

➔ *Ana e Raiane*

As participações de Ana e Raiane nas atividades são analisadas de forma atrelada em decorrência do fato de que se assemelham e estão entrelaçadas.

Como relataram em algumas aulas, Ana e Raiane costumam trabalhar juntas na sala de aula. Este conhecimento prévio que as alunas mostraram ter uma em relação à outra pareceu refletir na sua forma de interação.

No decorrer da primeira atividade a dinâmica assumida pelo grupo em que as alunas estavam inseridas (com Daiane e Aline) lhes conferiu maior responsabilidade pela condução dela; isto devido às dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos apresentados por Daiane, e porque, de acordo com Raiane e Ana, Aline estava menos engajada que o grupo.

O direcionamento da primeira atividade foi de responsabilidade, essencialmente, de Ana e Raiane, por este motivo a participação das alunas constituiu-se de forma análoga uma da outra, e caminhando em direção a uma participação cada vez mais efetiva, ainda que necessitassem de encaminhamentos da professora quanto ao desenvolvimento da situação-problema, nos seus diversos aspectos.

A relação entre Ana e Raiane contribuiu com a participação de ambas também pelas discussões, nem sempre harmoniosas, mantidas entre as alunas. Em vários momentos, durante a atividade “Desenvolvimento dos bebês” as alunas divergiram entre si, gerando momentos de tensão. Nenhuma das duas abdicava das suas ideias e, tentavam convencer uma à outra da validade das suas estratégias.

Esta pluralidade de estratégias foi proporcionada pelo caráter da atividade de Modelagem, que abriu espaço para tanto. As negociações mantidas entre Ana e Raiane pareciam revelar que uma pedia à outra para ser convencida de que determinada ação seria a mais adequada. Como no fragmento, referente à segunda atividade, apresentado na seção 4:

Raiane: A gente poderia somar todas essas medidas e multiplicar por 2, pra saber a medida de dois anos, mas...

Ana: Quem vai garantir que ele vai ter uma boa alimentação durante esse ano e engordar como no primeiro?

Professora: Ele cresceu o mesmo tanto, mês a mês?

Ana: Não. Variou.

Professora: e se eu quiser saber o peso de uma criança de 1 ano e 5 meses, como eu faria?

Ana: mas a gente encontrou o crescimento de mês a mês?

Professora: então me diga, quanto ele vai pesar aos 17 meses?

Raiane: a gente pode ir repetindo as medidas que nós temos, pros outros meses que não temos.

A sugestão dada por Raiane, no estudo do crescimento de um menino no decorrer do segundo ano de vida tendo como base o aumento de peso dele no primeiro ano de vida, foi calcular as diferenças mês a mês para o primeiro ano e somar as diferenças obtidas mês a mês para o segundo ano. Ana discordou da ideia de Raiane, conduzindo-as a uma discussão em que a estratégia seguida pelo grupo foi renegociada, culminando na decisão de encontrar uma média de aumento de peso para então estudar como este desenvolvimento se daria nos anos seguintes.

Os cálculos efetuados por Ana serviram de base para que Raiane tivesse a ideia de estimar um aumento médio de peso de um menino, mês a mês. As discussões fundamentadas matematicamente foram conduzidas, na maioria, por Raiane e Ana. Não existiu entre elas uma liderança única, mas uma participação homogênea de ambas, no que se refere às discussões técnicas e matemáticas. Minha participação quanto às alunas, se deu de forma a fomentar discussões entre o grupo e questioná-las de modo que algumas reflexões fossem feitas.

Quanto as atividade 1 e 2, o acesso à participação plena de Ana e Raiane não se diferiu. As meninas reconheceram as ações uma da outra para o encaminhamento da atividade. Ora uma, ora outra, as duas foram responsáveis por empreendimentos adotados pelo grupo. As relações conflituosas foram as que levaram a negociações relevantes na prática do grupo, e contribuíram com a participação das alunas.

Na atividade “Troca-Verde”, entretanto, as participações de Ana e Raiane diferenciaram-se entre si. Como evidenciado nas análises referentes à atividade em questão, Ana evidenciou engajamento na atividade desenvolvida, indicando uma trajetória de entrada (*inbound*) em relação ao desenvolvimento das atividades de Modelagem. O mesmo engajamento não foi reconhecido nas ações de Raiane.

A falta de engajamento de Raiane na atividade 3, enseja reflexão. No desenvolvimento da primeira atividade desenvolvida “Área da superfície corpórea”, embora nem todas as características referentes à constituição de LCoP fossem evidenciadas, as justificativas da aluna quanto sua forma de participação (apresentada no quadro 17) foram atribuídas aos fatos de que ela não sabia como agir naquela situação e que não sabia como interpretar a situação-problema em relação à Matemática. Por outro lado, evidenciamos traços de engajamento na atividade proposta, indicando que o convite para a Modelagem foi aceito por Raiane.

Quanto à atividade “Troca-Verde” embora a aluna tenha mostrado interesse quanto ao tema da atividade escolhida pela turma, participando da discussão com todos os alunos, quando a responsabilidade pela condução da atividade passou a ser do seu grupo, Raiane não se mostrou engajada. A ausência de engajamento desta aluna sugere que embora tenha inicialmente se mostrado interessada, Raiane não tomou para si o problema de Modelagem Matemática.

Como estes convites para a Modelagem parecem não terem sido aceitos, torna-se inviável a afirmação de que a trajetória de Raiane caminhou em direção a uma menor participação, no decorrer das atividades, considerando-se que para que pudéssemos tecer este apontamento, a aluna deveria tê-lo aceitado, e participado de forma mais periférica que antes.

O que afirmamos é que a participação de Raiane nas atividades 1 e 2 se deu de forma a constituir uma trajetória de entrada (*inbound*), tal como a de Ana; entretanto, na atividade 3, a não-participação da aluna prevaleceu, caracterizando uma participação marginal nesta atividade.

O que diferenciou as participações de Ana e Raiane das de Matias e Natany, que evidenciaram trajetórias de membro, foi a maior dependência de questionamentos, por parte da professora, para que os diversos tipos de discussões pudessem ser desenvolvidos.

⇒ *Paola, Leda, Lúcio e Rosana*

Neste tópico abordamos aspectos referentes às participações de Paola, Leda, Lúcio e Rosana, cujos desenvolvimentos em relação às atividades se deram de forma cada vez mais efetiva, levando-os à constituição de trajetórias de entrada (*inbound*), entretanto com algumas diferenciações entre si.

Quanto à atividade 1, Paola, Lúcio e Rosana participaram do grupo formado por ambos, Rogério e Renata (G2 na Atividade 1); Leda por sua vez, participou do grupo formado por ela, Natany, Matias, Antônio e Andréia (G1 na Atividade 1).

Com relação às participações de Paola, Rosana e Lúcio, que trabalharam no mesmo grupo, como ressaltado anteriormente, o modo de organização deste grupo marcado pela divisão de tarefas, fundamentalmente, fez com que todos participassem de alguma forma de todo o processo de desenvolvimento da situação-problema. Por outro lado, restringiu a criação de empreendimentos articulados no grupo. Normalmente as ações foram desenvolvidas de modo particular e socializadas posteriormente.

As ações mais negociadas neste grupo aconteceram no momento em que equívocos relacionados às formas de cálculos das medidas dos membros do corpo humano foram

identificados. Tais discussões se inserem no que Barbosa (2007) denomina de discussões reflexivas, pois se referem ao momento em que o grupo avaliou os resultados encontrados, de acordo com as hipóteses consideradas inicialmente. Neste processo Lúcio conduziu, ainda que de maneira mais tímida, as reformulações da situação de estudo, com meu auxílio. Isso fez com que sua participação caminhasse em direção a um maior reconhecimento do grupo.

Neste momento, entretanto, Paola e Rosana não estavam presentes na aula e atribuíram a esta ausência a justificativa por suas participações não terem sido tão efetivas quanto poderiam. Nas aulas em que todo o grupo esteve presente, as discussões que foram mantidas pelo grupo todo foram bastante dinâmicas, contribuindo com as participações dos seus membros.

A participação de Leda na primeira atividade também contribuiu com a participação dos membros do seu grupo, na medida em que solicitou esclarecimentos quanto à atividade, a alguns deles; como quando a aluna pediu explicações à Natany quanto à resolução de um sistema de equações, contribuindo para que Natany fosse reconhecida como matematicamente competente naquele momento. Por outro lado, Leda não assumiu um posicionamento em que suas contribuições fossem reconhecidas pelo grupo; neste sentido manteve-se numa posição que não permitiu acesso pleno às ações do seu grupo.

Quanto às atividades 2 e 3, no entanto, percebemos uma evolução no que se refere às participações de Lúcio, Leda, Paola e Rosana. Os três primeiros alunos trabalharam no mesmo grupo, agora com a presença também de Natany (G2 nas Atividades 2 e 3); já Rosana participou do grupo constituído por ela, Rogério, Antônio e Matias (G1 nas Atividades 2 e 3).

Como ressaltamos o grupo constituído por Lúcio, Leda e Paola permitiu uma relação dinâmica em que todos os membros tiveram espaço para expor suas opiniões, admitindo a criação de empreendimentos articulados entre eles – que aqui reconhecemos como as ações negociadas conjuntamente pelo grupo, que permitiu a formulação de uma estratégia de estudo das situações-problema. Os três alunos contribuíram para a análise da situação-problema desde os processos da sua delimitação, até as reflexões acerca dos caminhos percorridos.

Ressalta-se ainda que Leda, que teve uma participação tímida na primeira atividade, contribuiu posteriormente no estudo da situação, mostrando seu interesse pelos temas das atividades desenvolvidas. O mesmo aconteceu com Lúcio e Paola. Os três alunos mencionados residem em outra cidade, e mostraram-se interessados pelo projeto Troca-Verde; como conheciam pouco o projeto em questão, levantaram questões que estimularam a participação de outros alunos.

Quanto à participação de Rosana, nas atividades 2 e 3, pode-se inferir pelas ações da aluna, que seu acesso à uma maior participação foi proporcionado pela forma como se engajou nas discussões mantidas especialmente por Antônio e Matias. No início da atividade 2, Rosana participou das negociações do grupo, mas não foi a responsável por nenhum empreendimento articulado, apenas adotou aqueles que foram articulados entre os colegas. Por exemplo, a aluna não participou da negociação que se referiu às possíveis formas pelas quais a tarefa poderia ser estudada, dando ideias, assumindo a responsabilidade por empreendimentos. Apenas os adotou.

No desenrolar da mesma atividade, Rosana fez questão de se pronunciar em relação aos posicionamentos dos amigos; em discussões técnicas, reflexivas ou matemáticas. Em uma das aulas em que Matias não esteve presente, Rosana assumiu a responsabilidade pela condução das discussões matemáticas. O que pareceu acontecer foi uma transferência de conhecimentos. Tudo o que Matias lhe explicou nas primeiras aulas, Rosana explicou a Antônio e Rogério em aulas posteriores. A aluna adquiriu maior confiança no processo e passou a negociar empreendimentos. Uma ação pensada pela aluna, na atividade 2, foi a de substituir na função descrita pelo grupo, todos os valores de idade para o qual tinham disponíveis o peso da criança, a fim de validá-las, comparar os valores obtidos para melhor avaliar a situação.

Esta confiança adquirida por Rosana ao longo das duas primeiras atividades foi evidenciada na terceira atividade. Enquanto em relação à primeira atividade a aluna afirmou que:

(Entrevista) Rosana: No primeiro ((grupo)) eu tive mais dificuldade, não sei se por causa da matemática, ou das pessoas...

A partir da fala de Rosana pode-se inferir que o acesso à participação dos alunos, na prática do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática pode ser facilitado ou dificultado devido a diversas causas, como a constituição dos grupos ou a matemática envolvida no processo de análise da situação, influenciando diretamente nos tipos de conhecimentos adquiridos neste processo e as formas de participações dos alunos.

Na última atividade a aluna mostrou maior confiança quanto ao estudo da situação problema, nos seus diversos aspectos, o que contribuiu para seu autorreconhecimento como matematicamente competente, aspecto essencial na constituição de LCoP. Em relação à atividade 3, Rosana avaliou a si própria da seguinte forma:

(Entrevista) Rosana: [...] foi gostoso de fazer a (última) atividade, porque foi mais fácil. Primeiro a gente analisou a cidade, viu o tanto que gastava com o gráfico e depois analisou o significado.

A participação inicial de Rosana, periférica, caminhou no decorrer da atividade, em direção a uma maior participação. Pode-se inferir que a aluna, tal como Antônio, atingiu uma participação plena nas atividades, no decorrer das aulas. Neste caso, trata-se de um movimento local, com referência no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

6.3 Uma síntese das Trajetórias Constituídas

As trajetórias constituídas no decorrer das três atividades desenvolvidas permitem inferir que os alunos cujas rotas de Modelagem construídas abarcam a condução de discussões técnicas, matemáticas e reflexivas, influenciando positivamente a participação de outros alunos, foram de alguma forma reconhecidas, conduzindo à trajetória de membro na LCoP. Este foi o caso de Matias e de Natany.

Já os alunos que participaram das atividades desenvolvidas, mas cuja participação se deu de forma mais efetiva quando determinado tipo de discussão foi mantida (ou técnica, ou matemática, ou reflexiva) constituíram formas de participações que se assemelham às formações de trajetórias de entrada (*inbound*). Este foi o caso de Ana, Raiane, Leda, Paola, Lúcio, Antônio e Rosana.

Isto não significa que os alunos participaram apenas quando uma ou outra discussão foi mantida, pois como indicado nas análises realizadas estes alunos construíram uma participação cada vez mais efetiva ao longo das atividades, e participaram de todo o processo de análise das situações-problema; incluindo os vários tipos de discussões que podem emergir no ambiente de aprendizagem da Modelagem.

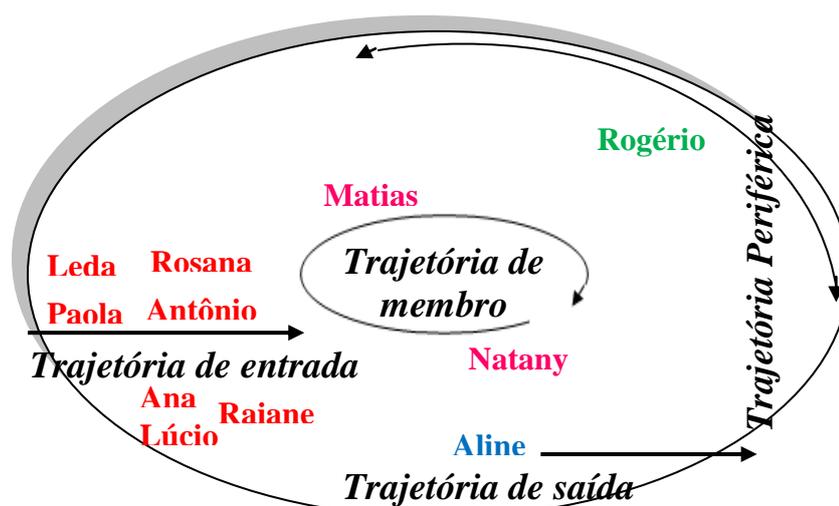
Embora alguns membros participem das discussões geradas pela situação-problema, apenas este fato não garante que sejam reconhecidos pelos demais. Este foi o caso de Aline. No caso da aluna, embora contribuísse com o desenvolvimento das atividades, sua participação foi dificultada pelas colegas de grupo que pouco legitimaram suas falas, ou consideraram suas contribuições. Neste caso, a imagem de uma participação negativa foi criada pelos demais membros de grupo, levando-a a uma participação que tendeu a sair da LCoP.

Na concepção de Modelagem Matemática adotada, a noção de discussão é essencial, pois é por meio dela que os alunos constroem suas rotas de Modelagem, a partir do encontro com outros alunos e com o professor, no espaço de interação proporcionado pela atividade. A ausência de interação, neste caso, nas negociações de significados mantidas com a turma e com o próprio grupo, fez com que Rogério não tivesse uma participação plena na atividade, ou que influenciasse de alguma forma as participações dos outros membros, levando-o a constituição de uma trajetória periférica nelas.

Ainda ressaltamos que Antônio e Rosana pareceram ter acesso à prática dos seus grupos, inicialmente, por meio de discussões paralelas, em que expuseram suas experiências pessoais ou utilizaram-na para confrontar com os dados que foram analisados, por exemplo, na atividade “Desenvolvimento dos bebês”. Os mesmos alunos, entretanto, participaram de forma mais plena quanto ao desenvolvimento da atividade de Modelagem em todo o seu processo, desde a análise da situação inicial, às discussões reflexivas finais acerca das situações estudadas, gradativamente. Este processo atribuiu maiores responsabilidades a estes alunos, levando-os a uma participação plena LCoP que se constituía.

Na Figura 23, apresentamos uma representação das trajetórias de aprendizagem traçadas pelos 11 alunos cujas participações foram analisadas, inspirada em Wenger (1998, p. 167).

Figura 23 – Trajetórias dos alunos participantes das atividades de Modelagem desenvolvidas.



Fonte: Elaborado pela autora.

A figura 23 representa as formas como as participações dos alunos envolvidos constituíram-se da primeira à terceira atividade desenvolvida. Não se trata de um esquema

estático, nem de trajetórias que foram constituídas de forma linear. Trata-se de uma representação das mudanças nas formas de participações destes alunos, marcadas por momentos de participação mais ou menos efetivas, mas que essencialmente assemelham-se às trajetórias as quais foram relacionadas.

7 CONSIDERAÇÕES E REFLEXÕES FINAIS

A guisa de conclusões a respeito desta pesquisa retomamos o incomodo que nos conduziu à formulação da questão que a orientou.

Nossa inquietação inicial referiu-se à como a Modelagem Matemática, na Educação Matemática, proporciona a aprendizagem no ambiente escolar, considerando-a numa perspectiva social. Ou seja, uma perspectiva de aprendizagem que considere este processo como fundamentalmente social e que envolva a reciprocidade de interferências entre as práticas matemáticas escolares e extraescolares.

Esta dúvida nos direcionou ao estudo da teoria da Aprendizagem Situada, cuja trajetória de estudo culminou na seguinte questão de pesquisa: Quais aspectos que se fazem presentes no ambiente proporcionado pelo desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, contribuem com o processo de constituição de LCoP, no Curso de Formação de Docentes?

Com o objetivo de investigar alguns elementos concernentes ao desenvolvimento de atividades de Modelagem contribuem com a constituição de LCoP, atividades desta natureza foram desenvolvidas com alunos de uma turma do Curso de Formação de Docentes, em nível médio.

Tais atividades foram conduzidas de acordo com a compreensão de Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem, pautado nos processos de investigação e problematização, como propõe Barbosa (2007). Isto porque, tal concepção analisa os processos de Modelagem a partir da prática (social) discursiva dos alunos, ou seja, toma a prática do indivíduo como foco de análise; mesma unidade de análise para a compreensão da constituição de LCoP.

Como discutido ao longo do texto, especialmente na segunda seção que trata da constituição de CoP's e LCoP's, o processo de formação de Comunidades de Prática não pode ser determinado ou verificado por um protocolo definido, entretanto quanto à sua constituição na sala de aula, Winbourne e Watson (1998) destacam características gerais que compreendem tal processo.

Nossa interpretação acerca de tais características abrangeram conceitos que embasaram nossa investigação e são foco destas conclusões, tais como engajamento,

empreendimento articulado, repertório partilhado, domínio, formas de participação, reconhecimento público e autorreconhecimento da participação.

A partir desta interpretação, os dados referentes às atividades de Modelagem desenvolvidas foram analisados de modo a compreender se professora e alunos realizaram ações alusivas à constituição de LCoP e de que maneira elas ocorreram.

Tais atividades foram desenvolvidas de forma a contemplar suas regiões de possibilidades, denominadas de casos, por Barbosa (2003). De acordo com cada região de possibilidade, as responsabilidades atribuídas a professor e alunos, neste processo, modificam-se, o que nesse estudo, exigiu novas formas de engajamento por parte dos alunos e professora envolvidos nas atividades de Modelagem desenvolvidas.

O desenvolvimento de atividades de acordo com o caso 3, por exemplo, em que a responsabilidade por todo o processo de Modelagem é atribuído essencialmente aos alunos, direcionou o desenvolvimento da atividade “Troca-Verde”; esta forma de condução requereu, necessariamente, a participação dos alunos na constituição da atividade que conduziu a aula de Matemática, desde o processo de elaboração da situação-problema a ser estudada. Este aspecto foi fundamental quanto à constituição de LCoP, pois assegurou que a aula fosse conduzida considerando-se os posicionamentos dos alunos quanto às atividades. Esta é característica que sugere que a aula deve ser constituída por participação ativa dos alunos e professor.

Isto não quer dizer que atividades de Modelagem desenvolvidas de acordo com os casos 1 e 2, em que o professor tem maior responsabilidade quanto à condução da atividade, não exijam a participação ativa dos alunos.

No caso 1, do processo de elaboração da situação-problema à coleta de dados qualitativos e quantitativos a responsabilidade é atribuída essencialmente ao professor. Este foi o caso do desenvolvimento da atividade “Desenvolvimento dos bebês”. O fato dos processos iniciais terem sido direcionados pela professora não impediu que os alunos tomassem para si a responsabilidade pelo processo de análise e resolução da situação-problema.

As análises desta atividade evidenciaram que ainda que o processo de elaboração da situação-problema fosse realizado pela professora, as negociações referentes à formulação de uma estratégia de resolução, foram realizadas essencialmente pelos alunos. Este processo foi estimulado pela pluralidade de estratégias possíveis proporcionadas pelo caráter da atividade de Modelagem Matemática, que abriu possibilidades para que diferentes alunos expusessem

suas opiniões, fazendo com que a estratégia assumida fosse decorrente da negociação de significados nos diferentes grupos formados.

As mesmas possibilidades de negociações foram proporcionadas na atividade “Área da superfície corpórea”, desenvolvida de acordo com o caso 2. Por outro lado, nesta atividade, de acordo com as dificuldades apontadas pelos alunos, tais como a forma de desenvolvimento da aula, que relataram ser diferente das aulas a que estavam habituados e as dificuldades referentes aos conceitos matemáticos, um engajamento maior da professora foi exigido em relação às práticas daquele ambiente que se constituía. Alguns alunos afirmaram não saber como agir naquele ambiente, o que influenciou negativamente o engajamento mútuo dos grupos assim como a criação de empreendimentos articulados.

Embora as regiões de possibilidades da Modelagem exigissem formas de engajamento diferentes, de alunos e professora, as três permitiram de alguma forma, o desenvolvimento de discussões matemáticas, técnicas, reflexivas e também paralelas. Essa variedade de tipos de discussões realizadas a partir de um tema, não necessariamente matemático, pode não ser possibilitada em qualquer ambiente de aprendizagem, por exemplo, naqueles ambientes baseados no paradigma do exercício, ou com referência na matemática-pura.

Tais discussões não só foram responsáveis pela coordenação das rotas de Modelagem dos alunos, como constituíram diferentes formas dos seus acessos à prática que se formava articuladamente àquele ambiente de aprendizagem. Sobretudo, as negociações mantidas na turma contribuíram para que as rotas de Modelagem dos alunos se tornassem mais ricas no desenrolar das três atividades, favorecendo suas participações nos diferentes tipos de discussões, o que lhes conferiu maior legitimidade.

Neste âmbito os alunos entenderam-se como matematicamente competentes na aula, devido às participações legitimadas, possibilitando autonomia em relação à professora quanto às ações desenvolvidas por eles. O autorreconhecimento como matematicamente competente na aula de Matemática é uma das características referentes à constituição de LCoP, de acordo com Winbourne e Watson (1998).

Outra consequência da condução e/ou participação ativa dos alunos nas diferentes discussões que emergiram no ambiente de aprendizagem da Modelagem foi o reconhecimento público destes alunos. Neste sentido, alunos não reconhecidos como matematicamente competentes nas aulas tradicionais de Matemática, puderam emergir como tal. No caso de Antônio, por exemplo, o conhecimento não matemático do aluno em relação ao projeto Troca-Verde possibilitou seu acesso à prática do grupo e seu reconhecimento público.

O conhecimento de Antônio acerca do tema da atividade também pode ser atribuído à sua participação em outra possível CoP, constituída pelos participantes do Projeto Troca-Verde. Este seria um caso em que Antônio representaria um elo entre as práticas de ambas as comunidades.

As interações mantidas pelos alunos evidenciaram que o ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática proporcionou oportunidades para que o conjunto de práticas sociais desenvolvidas pelos estudantes em ambientes extraescolares fosse utilizado na aula de Matemática. Do mesmo modo o estudo das situações-problema na sala de aula, pode ter interferido no posicionamento dos alunos em relação aos temas sociais, no ambiente não escolar, ou seja, as práticas matemáticas escolares e extraescolares influenciaram-se mutuamente.

Esta influência mútua exercida entre as práticas matemáticas escolares e não escolares contribui com a aprendizagem situada da Matemática, como aponta Boaler (2001). Neste caso, tal influência foi devida a algumas características do ambiente de aprendizagem da Modelagem, como a escolha de temas com referência na realidade, vivenciada pelos envolvidos, que foram estudadas por meio da Matemática escolar.

A interseção de práticas matemáticas escolares e extraescolares na sala de aula pode favorecer a atribuição de significados às ações dos alunos e favorecer seu engajamento na aula. Ao longo das aulas, o engajamento dos alunos em relação às atividades determinou maiores questionamentos à professora, em relação aos aspectos matemáticos, técnicos e reflexivos das situações de estudo. Estas ações distanciaram estas aulas, daquelas fundamentadas na prática desenvolvida apenas pelo professor e evidenciaram o encontro de intencionalidades de professor e alunos quanto às atividades desenvolvidas, característica também necessária à constituição de LCoP.

A mudança de foco de uma prática de aula constituída pelo professor e adotada pelos alunos, (habituais nas aulas de Matemática) para uma prática constituída por professor e alunos foi possibilitada pelas negociações mantidas por meio das práticas discursivas geradas nos espaços de interações proporcionados pela Modelagem Matemática. Além disso, a organização em grupos de trabalho foi relevante para que tais práticas se dessem de maneira mais efetiva.

No desenvolvimento da atividade “Troca-Verde”, por exemplo, se os alunos não estivessem organizados em grupos de trabalho menores, talvez a ausência de engajamento das alunas Raiane, Daiane e Aline (G3, Atividade 3) não tivesse sido identificada. Isto porque na discussão inicial em que a turma toda participou, as falas das alunas do G3 pareceram mostrar

seu interesse na atividade, entretanto quando analisadas no seu grupo de trabalho, com um número reduzido de participantes, pode-se evidenciar a ausência de engajamento e interesse das alunas; indicando que não aceitaram os vários convites postos pela professora e por Ana, no seu desenrolar.

A discussão acerca das estratégias de estudo possíveis, dentro de cada grupo de estudo, proporcionou a negociação na qual os conteúdos matemáticos utilizados no estudo de cada grupo emergiram. Nesse sentido, ainda nas atividades em que a estratégia utilizada pela turma foi a mesma, dentro de cada grupo discussões referentes a conceitos matemáticos foram geradas de maneira divergente uns dos outros.

Na atividade “Desenvolvimento dos bebês”, por exemplo, o grupo constituído por Ana, Raiane e Aline (G3, Atividade 2) formulou uma estratégia de estudo no qual a situação foi representada por meio de uma função afim, assim como o grupo constituído por Natany, Leda, Lúcio e Paola (G2, Atividade 2), entretanto os caminhos seguidos por cada grupo diferenciaram-se entre si, enfatizando o estudo de conceitos como média aritmética, razão e proporção no G3, e os conceitos envolvidos na resolução de um sistema de equações no G2.

A negociação nos diferentes grupos os conduziu à formação de um “currículo local” próprio na atividade, condizente com os interesses de cada grupo. Esta ação fez com que modos compartilhados de organização e uso de ferramentas fossem construídos nos grupos, constituindo seu repertório partilhado.

As análises realizadas ainda indicam que as ações dos alunos diferem-se daquelas desenvolvidas por equipes, redes, ou outras comunidades que não são Comunidades de Prática. Embora suas presenças nas aulas não sejam auto seletivas por interesse, como em outras CoP's, o estudo realizado permite inferir que na medida em que seus interesses encontraram-se com os do ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática, fazendo dela o seu domínio de trabalho, o objetivo dos membros passou a ser o desenvolvimento e troca de conhecimentos, em detrimento da realização de tarefas.

Por outro lado, quando os vários convites postos no decorrer das atividades não foram aceitos pelos alunos, não existiu engajamento, o que conduziu a uma participação marginal na aula. Este foi o caso de Aline e Raiane na terceira atividade desenvolvida. Ainda: o não envolvimento nas práticas discursivas que constituem os espaços de interações conduziu à participação e formação de uma trajetória periférica, como aconteceu com Rogério.

O estudo das formas de participação dos alunos permitiu-nos a compreensão acerca da formação das suas trajetórias de aprendizagem no decorrer das atividades desenvolvidas. Esta análise foi relevante porque consentiu o estabelecimento de relação entre as rotas de

Modelagem construídas pelos alunos, ressaltando em quais discussões participaram mais ativamente, e as possíveis implicações destas rotas nas formas de participações nas aulas; ou seja, uma relação mais cuidadosa entre as ações dos alunos quanto à atividade desenvolvida e à participação na LCoP que se constituía.

Quanto aos sujeitos envolvidos na pesquisa, consideramos que o estudo realizado pode contribuir com a formação destes professores polivalentes, em nível médio, na medida em que proporcionou a experiência de aprendizagem situada da Matemática, por meio da Modelagem. Isto propiciou aos alunos a oportunidade de estabelecer uma relação entre a teoria e a prática da Modelagem Matemática na Educação Matemática, vivenciadas respectivamente nas aulas de Metodologia de Ensino da Matemática e nas aulas destinadas ao desenvolvimento desta pesquisa.

Em processo de finalização quanto às considerações referentes ao estudo realizado, ressaltamos que no decorrer da pesquisa a busca pela compreensão da questão que a direcionou, conduziu a outras questões, tais como: Que tipo de Identidade pode ser formada pelos alunos, no ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática?; Esta formação de Identidade é possível em LCoP?; A organização dos grupos de alunos poderia conduzir um aluno cuja trajetória foi periférica, a uma trajetória de entrada, ou de membro?.

Tais questionamentos indicam a necessidade de novas pesquisas que abarquem estas e outras questões que tratam da constituição de Comunidades de Prática Local no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática. Estes estudos justificam-se, sobretudo pelas contribuições que podem ser dadas ao campo da Modelagem Matemática, na medida em que possibilita a compreensão do processo de aprendizagem enquanto fenômeno situado e que envolve além dos aspectos cognitivos, as influências histórico-culturais e histórias de aprendizagem dos alunos, neste processo.

REFERÊNCIAS

- AMADO, N. M. P. **O professor estagiário de Matemática e a integração das tecnologias na sala de aula**. 2007, 723f. (Tese de doutoramento em Educação Matemática, Especialidade de Didática da Matemática) - Universidade de Algarve, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2007.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 31-51.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001b. 1 CD -ROM.
- BARBOSA, J. C.. Modelagem matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.
- BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, e J. L. Araújo (Eds.), **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais** (p. 161-174). Recife, Brasil: SBEM, 2007.
- BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino- aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.
- BELINE, W. **Formação de professores de matemática em comunidades de prática: um estudo sobre identidades**. 2012. 312 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2012.
- BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, feb. 1991.
- BOALER, J. **Mathematics from Another World: Traditional Communities and the Alienation of Learners**. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (4), 379-397, 2001.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo

Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994. Tradução de: *Qualitative Research for Education: an introduction to theory and methods*.

BORBA, M. De C., *A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Publicado em CD nos *Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004*, com esta paginação.

BOYLAN, M. School classrooms: Communities of Practice or Ecologies of Practices? In: **First Socio-Cultural Theory in Educational Research**, Manchester University UK, 2005. Disponível em: http://orgs.man.ac.uk/projects/include/experiment/mark_boylan.pdf . Acesso em: Maio, 2013.

BRASÍLIA, Anuário Brasileiro da Educação Básica, 2013. 148 p. Disponível em: <http://www.moderna.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A8A8A833F33698B013F346E30DA7B17> . Acesso em setembro, 2013.

BROWN, J., COLLINS, A., DUGUID, P. Situated Cognition and the Culture of Learning. *Educational Research*. 18, 1, 1-32, 1989.

BURAK, D. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In: I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática-I EPMEM. *Anais ...Londrina: UEL, 2004*. 1CD-ROM.

BURAK, D. ; ARAGÃO, R.M.R. de . **A modelagem matemática e as relações com a aprendizagem significativa**. Curitiba, PR: CRV, 2012.

CALDEIRA, J. S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação de professores de matemática**. 2010. 127p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

DAVID, M. S.; WATSON, A. Participating in what? Using Situated Cognition Theory to illuminate differences in classroom. In: WATSON, A., WINBOURNE, P. (Ed). **New directions for situated cognition in Mathematics Education**. Melbourne: Springer, 2008, cap. 3, p. 31-57.

FERRUZZI, E.; ALMEIDA, L. M. W. Interações dialógicas em atividades de Modelagem Matemática. In: **Revista eletrônica de investigación en educación en ciencias**, vol.7 no.1 Tandil ene./jul. 2012. Disponível em: http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S185066662012000100004&script=sci_arttext

FERNANDES, E. **Aprender Matemática para viver e trabalhar no nosso mundo**. 2004, 494 f. Tese (Doutorado em Educação – Especialidade em Didática da Matemática), Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, 2004.

FERNANDES, E.; MATOS, J. F. A Construção do Conhecimento Matemático e o trabalho Cooperativo na Sala de Aula. In A. Azevedo et al. (Eds), **Actas do VIII Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 37-54, 1998.

FERNANDES, E.; MATOS, J.F. Se ela não aprendeu é porque nós não ensinámos bem. Aprendizagem e Prática Social na Aula de Matemática. **Actas do X Seminário de Investigação em Educação Matemática**. APM. Lisboa, 1999.

FOX, J. L. A justification for Mathematica Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. In: **29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**, p. 221-228. July, 2006, Canberra, Austrália, 2006.

FRADE, C. **Componentes Tácitos e Explícitos do Conhecimento Matemático de Áreas e Medidas**. 2003. 241 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

GARNICA, A. V. M.. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

GASPARIN, J. L. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. 11. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KRAINER, K. Teams, Communities & networks. *Journal of Mathematics Teacher Educacion*, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LERMAN, S. The Social Turn in Mathematics Education Research. In J. Boaler (Eds.), **Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning**, p. 19-44, 2000, London: Ablex Publishing.

MATOS, J. F. Aprendizagem e Prática Social: Contributos para a Construção de Ferramentas de Análise da Aprendizagem Matemática Escolar. **Actas da II Escola de Verão**. Sessão de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Santarém, 1999. Disponível em: <http://muitomais.wordpress.com/2009/02/18/aprendizagem-e-pratica-social-contributos-para-a-construcao-de-ferramentas-de-analise-da-aprendizagem-matematica-escolar/>. Acesso em julho/2012.

MATOS, J. F. Educação Matemática como Fenómeno Emergente: Desafios e Perspectivas Possíveis. Conferência Paralela apresentada na **XI Conferência Interamericana de Educação Matemática (XI CIAEM)** – Educação Matemática e Desafios e Perspectivas, 2003. Acesso em julho/2012. Disponível em: http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&ved=0CDkQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.educ.fc.ul.pt%2Fdocentes%2Fjfmatos%2Fcomunicacoes%2Fcibeam.doc&ei=eSMWUtm3G86u2AXt4YDQCQ&usq=AFQjCNHxqUp-63_jwEjx8eEqAYKuVMmK0Q&sig2=JA3iPfhY0EdeU2F43MKOfA.

MATOS, J. F.; CARREIRA, S. The quest for meaning in students' mathematical modelling activity. In: CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 20., 1996, Valencia. **Proceedings...** Valencia: Univérsitat de València, 1996. p. 345-352.

MIGUEL, A., GARNICA, A. V. M., IGLIORI, S. B. C. e D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-92, 2004.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S. **Práticas escolares de mobilização de cultura matemática**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 97-120, jan./abr. 2008
Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>

PARANÁ. SEED **Diretrizes Curriculares de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio**. Curitiba: SEED, 2008.

SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. de F. Modelagem Matemática: Uma experiência Inicial. In **Anais V Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática**. Ouro Preto - MG, 2007.

SANTOS, L. M. M.; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio da Modelagem Matemática. In: Jonei Cerqueira Barbosa; Ademir Donizeti Caldeira; Jussara de Loiola Araújo. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007, v. 3, p. 99-114.

SANTOS, M. P. **Um olhar sobre o conceito de “Comunidade de Prática”**, 2002.
Disponível:http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/areas_tematicas/aprendizagem%20situada/artigos.htm . Acesso: maio/ 2013.

SAVIANI, D. **Escola e Democracia**: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política. 33.^a ed. revisada. Campinas: Autores Associados, 2000.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2008.

VIEIRA, S. R.; MOTA, M.A.R.C. **Principais sinais acordados em uma transcrição no Brasil**. Disponível em:
http://www.concordancia.letas.ufrj.br/index.php?option=com_content&view=article&id=52&Itemid=58. Acesso: 06/04/2013

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, Meaning, And Identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E. **Communities of Practice: a brief introduction**, 2006a. Disponível em:
<http://www.ewenger.com/theory/index.htm> . Acesso: maio/2012.

WENGER, E. **Communities of practice and social learning systems: the career of a concept**, 2006b. Disponível em: <http://wenger-trayner.com/wp-content/uploads/2012/01/09-10-27-CoPs-and-systems-v2.0.pdf> . Acesso: maio/ 2012

WENGER, E.; McDERMOT, R.; SNYDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

WINBOURNE, P.; WATSON, A. Participating in Learning Mathematics Through Shared Local Practices in the Classrooms. In A. Watson (Ed.), **Situated Cognition and the Learning of Mathematics**, pp.93-104. Oxford: Centre for Mathematics Education Research of the University of Oxford, 1998.

WINBOURNE, P. Looking For Learning In Practice: How Can This Inform Teaching. In: **New directions for situated cognition in Mathematics education**. Melbourne: Springer, 2008, p. 79-102

ZAWOJWSKI, J.; LESH, R.; ENGLISH, L. A models and modelling perspective on small group learning activity. In R. Lesh and H. Doerr (Eds.) **Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching**. (p. 337 – 358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2003.