UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

ROZÉLY XAVIER ROSA

PROJETO DE MODELAGEM MATEMÁTICA E TEOREMAS EM AÇÃO: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE OS CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO

MARINGÁ -PR

2017

ROZÉLY XAVIER ROSA

PROJETO DE MODELAGEM MATEMÁTICA E TEOREMAS EM AÇÃO: UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE OS CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora:
Profa.Dra. Lilian Akemi Kato

MARINGÁ - PR

2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR, Brasil)

Rosa, Rozély Xavier

R788p Projeto de modelagem matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro / Rozély Xavier Rosa. -- Maringá, PR, 2017.

119 f.: il. color.

Orientadora: Profª. Drª. Lilian Akemi Kato.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-

Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

1. Educação matemática. 2. Teoria dos campos conceituais. 3. Escola do campo. I. Kato, Lilian Akemi, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 510.7

Márcia Regina Paiva de Brito – CRB-9/1267

ROZÉLY XAVIER ROSA

Projeto de Modelagem Matemática e Teoremas em ação: *uma investigação sobre os conceitos de área de perímetro*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática.*

BANCA EXAMINADORA

Lilian Akemi Kato

Profa. Dra. Lilian Akemi Kato

Universidade Estadual de Maringá – UEM

Veridiana Rezende

Profa. Dra. Veridiana Rezende

Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR

Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes

Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 28 de Março de 2017.

Aos meus pais, Marlene e Leones, e ao meu noivo, Rafael, que me apoiaram e me ensinaram a persistir, lutar e ir em busca dos meus sonhos sempre com muita honestidade.

Agradecimentos

Durante estes dois anos e alguns meses de mestrado, foram muitas pessoas que influenciaram, direta e indiretamente, a realização deste meu sonho: muitos amigos, professores, familiares e colegas. No entanto, agradeço, de início, a principal figura para a realização deste trabalho e para todas as conquistas da minha vida: Deus. Ele me proporcionou os dons necessários para alcançar os meus objetivos, me concedeu a vida, que é o maior presente e a maior prova de amor.

Aos meus pais, tenho um agradecimento especial, pois, sem eles, nada teria acontecido ou se realizado. Agradeço pelo amor, pelo apoio, pela dedicação, pelo carinho, pela compreensão e pela educação que me ofertaram. Eles tiveram um papel fundamental nessa minha caminhada e em cada um de meus passos. Minha gratidão é eterna.

Ao meu noivo, Rafael, agradeço pelo apoio, pela compreensão, pela paciência e pelos esforços destinados ao alcance do meu sonho. Agradeço, pelo seu papel fundamental nesta minha caminhada, pois seu apoio e amor foram de imensa importância.

Meus irmãos Rodrigo, Rogério e Rosicler, agradeço pelo apoio que me deram e pelos esforços que fizeram para que eu pudesse concluir esse objetivo. Agradeço pelos exemplos de pessoa e profissional que vocês transmitem. Aos três, tenho imensa gratidão.

Agradeço também aos meus cunhados Jaqueline, Glaucia, Jhone, que também me apoiaram e me ajudaram a concluir essa caminhada. Em especial, à Jaqueline pelas confissões, pelas angústias e pela casa compartilhadas, bem como por seu apoio e por sua amizade sempre serei grata.

Um agradecimento muito especial aos meus sobrinhos Danillo e Renan, que, mesmo sem perceberem, ajudaram-me muito nessa árdua trajetória. Obrigada, meus anjos, pelos dias de alegria e de descontração que me proporcionaram, principalmente, nos dias em que me encontrava mais angustiada e preocupada devido à vida acadêmica.

Agradeço a todos os meus amigos que se fizeram presentes nessa trajetória, em especial, à Márcia, que esteve presente em todos os momentos, que foi confidente, *amiga, exemplo de pessoa e colega de casa. Obrigada pela sua presença e pelo apoio.*

Agradeço a todos os meus amigos de mestrado que enfrentaram e compartilharam comigo as barreiras, as batalhas, os risos e as lágrimas. Obrigada, principalmente, àqueles que estiveram mais próximos: Franciele, Ederson, Cleiton e Eliane.

Em especial, agradeço imensamente à Eliane, amiga que caminha comigo há seis anos. Obrigada por todos os momentos compartilhados, pelo apoio e pelas dúvidas sanadas. Obrigada por sua amizade, você sempre estará presente em meus dias.

Agradeço também à minha sogra, Dona Cida, por seu apoio e por sua paciência, em minha caminhada.

Um agradecimento enorme à minha madrinha, Odete, e ao meu padrinho, Jurandir, que cederam sua casa para minha moradia nesse período, me ajudaram, me apoiaram e tiveram um papel muito importante para a realização desse sonho.

Um grande agradecimento ao grupo de estudos GIEMEM. Nesse grupo, encontrei amigos, parceiros, inspirações, exemplos, pessoas especiais que irei levar para toda minha vida. Agradeço, em especial, à Priscila e à Michele, pelas caronas compartilhadas, e à Bárbara, amiga desde a faculdade e exemplo de pessoa. Obrigada, meninas, pelo apoio, pelas angústias compartilhadas, pela ajuda com a pesquisa, pelo exemplo de mulheres a ser seguido, e a todos do grupo, vocês ajudaram a caminhar.

Aos meus professores, que ajudaram, que ensinaram, que apoiaram e que possibilitaram a conclusão desse trabalho.

Agradeço, especialmente, os professores Luciano e Veridiana. Obrigada por terem aceito participar deste projeto. Obrigada, Veridiana, pelo incentivo, pelas dúvidas sanadas e pelo exemplo de profissional a ser seguido. Obrigada professores, por suas correções e por suas contribuições para com este trabalho, pois foram de extrema importância.

Por fim, o meu agradecimento especial à minha orientadora: Lilian Akemi Kato, que me auxiliou, que me apoiou, que me ajudou e que me ensinou a caminhar no universo da pesquisa. Lilian, sei que devo muito a você, pois sem o seu auxílio, a sua paciência e a sua dedicação, estou certa de que não conseguiria completar este estudo. Obrigada por dedicar seu tempo e sua paciência ao meu trabalho, sem dúvidas, é um exemplo de dedicação e profissional.

Enfim, meus singelos agradecimentos a todos que influenciaram e que apoiaram essa minha caminhada, direta ou indiretamente.

Eles dizem que é impossível encontrar o amor sem perder a razão, mas pra quem tem pensamento forte o impossível é só questão de opinião!

Charlie Brown Jr

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa realizada com alunos do 6º ao 9º anos, do Ensino Fundamental, de uma escola Pública e do Campo, no interior do Estado do Paraná, envolvendo os conceitos de área e perímetro, à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Esta pesquisa objetivou identificar como teoremas em ação falsos, já identificados em pesquisas anteriores, manifestam-se nas respostas dos sujeitos, em questões contextualizadas e em um projeto de Modelagem Matemática, a respeito dos conceitos de área e de perímetro. A revisão bibliográfica sobre o tema em epígrafe, conduziu-nos ao estudo de duas produções brasileiras, uma dissertação e uma tese, das quais abordavam os conceitos de área e de perímetro, apontando alguns teoremas em ação falsos, relacionados a esses conceitos. A partir desse estudo, elaboramos um agrupamento desses teoremas em ação falsos, que serviu de base para a elaboração de um teste diagnóstico, no qual foi aplicado aos alunos participantes de nossa pesquisa, assim como para a elaboração das questões contextualizadas. Por fim, propomos a realização de um projeto de Modelagem Matemática para a pintura do muro da escola. Os resultados obtidos indicaram que, nas questões contextualizadas e propostas para serem resolvidas no papel, os alunos também apresentaram teoremas em ação falsos, conforme apontados na literatura, no entanto, durante a realização do projeto de Modelagem Matemática, envolvendo o problema da pintura do muro da escola, não identificamos, nas ações dos alunos, a manifestação desses teoremas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria dos Campos Conceituais; Escola do Campo.

ABSTRACT

This paper presents the results of a survey conducted with students from the 6th to the 9th year of elementary school to a public school and, in the interior of the State of Paraná, involving the concepts of perimeter and area, in the light of the theory of Conceptual Fields. This research aimed to identify as theorems in false action, already identified in previous research, manifest themselves in the responses of subjects in contextualized and issues in a project of mathematical modeling, regarding the concepts of area and perimeter. The literature review on the theme above, led us to the study of two Brazilian productions, a dissertation and a thesis that addressed the concepts of area and perimeter, pointing some theorems in fake action related to these concepts. From this study, we developed a group of these theorems in action false which formed the basis for the elaboration of a diagnostic test that was applied to students participating in our research. Finally, we propose the implementation of a project of mathematical modeling about painting the wall of the school. The results obtained indicated that contextualized issues and proposals to be resolved on paper the students also presented the theorem in action, however, while conducting a mathematical modelling project, involving the problem of painting the wall of the school, it was possible to identify, in the actions of the students, understanding that point to destabilization of these theorems.

Keywords: Mathematics Education; Theory of Conceptual Fields; Field school.

Lista de Figuras

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa versa sobre um estudo relacionado aos conceitos de área e perímetro com alunos do 6º ao 9º ano, do Ensino Fundamental, de uma escola Pública e do Campo, no interior do Estado do Paraná. O objetivo principal foi o de identificar como determinados erros, relacionados aos conceitos de área e perímetro, manifestam-se nas respostas dos alunos, quando esses sujeitos resolvem questões contextualizadas, envolvendo situações de seus interesses e de suas vivências.

Esta pesquisa está fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais, do pesquisador Gérard Vergnaud (2007), o qual considera que a compreensão de determinado conceito necessita de vários outros conceitos, propriedades, símbolos e representações relacionados ao mesmo conceito. Além disso, o autor defende que, para se obter um bom aprendizado, é preciso vivenciar diferentes situações, uma vez que, de acordo com esse pesquisador "[...] não é possível contornar a questão teórica do papel da experiência, pois é ao longo da experiência que um indivíduo, adulto ou criança, encontra a maior parte das situações as quais ele deve se adaptar" (VERGNAUD, 2007, p.13).

A escolha por esse aporte teórico deu-se pelo interesse no aprofundamento dessa teoria, pois já obtivemos um primeiro contato com a Teoria dos Campos Conceituais, em formação inicial, quando realizamos estudos referentes aos erros de estudantes do Ensino Médio, a respeito do conceito de raiz quadrada. Nesse sentido, nesse estudo, centramo-nos nos teoremas em ação, um dos principais conceitos dessa teoria. Objetivando continuar com os estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais e, principalmente, sobre os teoremas em ação, demos continuidade com as leituras referentes a essa teoria.

Dentre as leituras e os estudos realizados, a obra de Magina et AL, 2014, apresenta um estudo do campo conceitual multiplicativo, abordando seus aspectos e suas definições. Esse livro relata algumas atividades dentro desse campo, cujas análises, das autoras, apresentam alguns teoremas em ação, no campo conceitual multiplicativo. Ainda, vários conceitos, como combinatória, probabilidade, área, entre outros, foram abordados dentro do campo conceitual multiplicativo, relacionando-os com algumas atividades que envolviam esses conceitos e, cujas análises, apontam possíveis teoremas em ação falsos. Contudo, nesse livro, sobre o conceito de área, foi apresentada e analisada somente uma atividade relacionada a esse conceito. Esse fato nos despertou o interesse, já que o conceito de área é estudado por vários anos escolares, como destacamos no decorrer desse texto. Além disso, o maior percentual de acerto para a questão apresentada nesse livro foi de 36%.

Na sequência, realizamos uma busca por teses e dissertações brasileiras que discutissem o conceito de área, com o intuito de verificar o material bibliográfico existente e de conhecer o que já foi produzido sobre esse assunto. Encontramos apenas duas pesquisas acadêmicas que utilizam a Teoria dos Campos Conceituais e que trabalham com o conceito de área, sendo eles a tese de Teles (2007) e a dissertação de Ferreira (2010).

Com o estudo desses dois trabalhos, verificamos que estudar o conceito de área implicaria em estudar, previamente, o conceito de perímetro, pois, para os alunos, esses dois conceitos aparecem interligados, o que converge para a definição da Teoria dos Campos Conceituais, já que Vergnaud (2007) defende que a compreensão de um conceito ocorre de modo interligado com diversos outros conceitos, representações e situações, ressaltando, ainda, a importância da experiência que o sujeito tem como bagagem, uma vez que “a experiência tem indiscutivelmente um papel relevante para as aprendizagens” (VERGNAUD, 2007, p.44).

Vergnaud (2007) ainda ressalta, nos estudos de conceitos matemáticos, a importância dos símbolos e das diferentes representações dos objetos matemáticos para compreendê-los. Por exemplo, o conceito de área e perímetro envolve a compreensão das operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), raiz quadrada, fatoração, entre outros. E sua representação pode ser algébrica, numérica, por meio de desenhos ou geométrica.

Com isso, realizamos um estudo do documento orientador da educação no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), relacionados à disciplina de Matemática, no nível fundamental, para melhor compreensão da importância desses conceitos, na vida escolar de um sujeito e no estudo de outros conceitos. Além disso, nosso estudo também se centrou acerca da abordagem desse documento para o estudo dos conceitos de área e perímetro, bem como quais as representações, quais os símbolos e quais as situações são propostas.

Segundo esse documento, os conceitos de área e perímetro são apresentados aos alunos, nos anos iniciais, do Ensino Fundamental, sendo introduzidos a partir do 2º ciclo, que corresponde ao 4º e 5º anos, do Ensino Fundamental, em que o conteúdo estruturante de Grandezas e Medidas propõe o "Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas" (BRASIL, 1997, p.61)

No 3º ciclo, que corresponde ao 6º e 7º anos, do Ensino Fundamental, é proposto, no conteúdo estruturante, Números e Medidas, a "Compreensão da raiz quadrada e cúbica de um número a partir de problemas como a determinação do lado de um quadrado de área conhecida ou da aresta de um cubo de volume dado" (BRASIL, 1998, p.72). Já no conteúdo estruturante Espaço e Forma, objetiva-se a "Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área)" (BRASIL, 1998, p.73) e, ainda, o "Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro)" (BRASIL, 1998, p.89).

Esse conteúdo estruturante revela a importância dos conceitos de área e perímetro para a compreensão de outros conceitos, importância essa destacada por Vergnaud (2007), de modo que o sujeito precisa compreender os conceitos de área e perímetro para, por exemplo, realizar uma determinada situação que envolva a ampliação ou redução de uma figura plana. Dessa forma, Vergnaud (1990, p. 136) destaca como a "Classe de situações que o sujeito dispõe em seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação". Ainda no 3º ciclo, no conteúdo estruturante Grandezas e Medidas, determina-se o "Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas" (BRASIL, 1998, p.74).

Para o 8º e 9º ano, do Ensino Fundamental, 4º ciclo, os PCN sugerem o desenvolvimento de:

> [...] competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: [...] obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas). (BRASIL, 1998, p.82)

E, para esse mesmo ciclo (4º), no conteúdo estruturante Grandezas e Medidas, é apontado que os alunos aprendam:

> - Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e da decomposição de figuras e por aproximações.
> - Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
> - Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).
> - Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado, em relação à variação da medida do lado e da construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências
> - Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado, e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo. (BRASIL, 1998, p. 90)

A partir do estudo dos PCN, verificamos a importância dos conceitos de área e perímetro, no processo de escolarização de um sujeito, visto que são conceitos presentes em todos os anos do Ensino Fundamental, dos quais vão se enriquecendo com o passar desses anos e, assim, os alunos se adaptando a eles, uma vez que "[...] é por meio de uma evolução da organização de sua atividade que ele se adapta" (VERGNAUD, 2009a p. 13). Além disso, os conceitos de área e perímetro são básicos para a compreensão de outros, como raiz quadrada, ampliação e redução de figuras, entre outros.

Apesar disso, no próprio documento orientador da Educação, os PCN, são apontadas algumas incompreensões relacionadas aos conceitos de área e perímetro, destacando que:

> No trabalho com as medidas é bastante frequente os alunos confundirem noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas; assim, por exemplo, quando comparam dois polígonos concluem que "a figura de maior área tem necessariamente maior perímetro e vice-versa". (BRASIL, 1998, p.130)

Essas observações apresentadas nos PCN, a respeito da confusão e das incompreensões dos conceitos de área e perímetro, vão ao encontro dos dois trabalhos acadêmicos identificados em nosso estudo, Teles (2007) e Ferreira (2010). Segundo Teles (2007, p.237), “foi possível identificar nas diversas situações: [...] a confusão entre área e perímetro”, e Ferreira (2010, p. 148) destacou que:

> A análise das variáveis de situação tipo de figura, posição da figura e unidade de medida, e a escolha argumentada dos seus valores trouxeram à tona entraves na aprendizagem da área e do perímetro que confirmam as pesquisas anteriores como: [...] a confusão entre área e perímetro sob vários pontos de vista.

Os PCN (BRASIL,1998) apresentam uma possível explicação para o que ocasiona a confusão entre os conceitos de área e perímetro, sendo:

> [...] Uma das possíveis explicações é a de que, raramente, os alunos são colocados antes situações-problema em que as duas noções estejam presentes. Variando as situações propostas [...] (BRASIL, 1998, p.131).

Essa justificativa condiz com outro princípio da Teoria dos Campos Conceituais que considera que, no processo cognitivo, também é importante “[...] o desenvolvimento das formas inteligentes da organização da atividade de certa pessoa durante sua experiência” (VERGNAUD, 2009b, p. 22), ou seja, deve-se propor situações para os alunos, que sejam possíveis de desestabilizar os conhecimentos falsos e o desenvolvimento dos conhecimentos verdadeiros (VERGNAUD, 2003).

Assim sendo, os PCN concebem a Matemática “como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural” (BRASIL, 1998, p.25). Nesse sentido, esse documento ressalta a importância da interação entre os conceitos estudados dentro da sala de aula com a realidade.

Assumindo essa concepção de Matemática proposta pelos PCN e levando em consideração a justificativa apresentada por esse documento, a respeito da confusão entre os conceitos de área e perímetro, motivamo-nos em trabalhar com situações das quais envolvam a realidade e o interesse dos estudantes em relação a esses conceitos, com o objetivo de verificar como os erros se manifestam nesse tipo de abordagem.

Dessa forma, pensando em um aporte teórico que envolvesse a realidade e o interesse dos alunos, consideramos a abordagem da Modelagem Matemática, em nosso trabalho. Assumindo a concepção de Matemática proposta pelos PCN, constatamos que esta está em conformidade com a definição de Modelagem Matemática, proposta por Burak:

> A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p.62).

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática constitui uma alternativa para o ensino de Matemática, buscando tornar o ensino mais dinâmico, mais vivo e mais significativo. E, dessa forma, vai ao "encontro das expectativas dos estudantes, quando favorece a interação com o meio ambiente e os problemas se desenvolvem a partir do cotidiano dos alunos" (BURAK, 2008, p.11).

Optamos, então, por realizar nossa pesquisa em uma escola do campo, pois são escassos os trabalhos nessa modalidade de ensino. Além disso, temos a experiência de termos estudado nesse ambiente escolar até a 8ª série (atual 9º ano), do Ensino Fundamental, bem como a experiência em pertencermos à comunidade na qual a escola está inserida, tendo, assim, afinidade com a mesma.

Logo, nosso problema de pesquisa voltou-se à seguinte indagação: Que teoremas em ação são manifestados pelos estudantes, ao resolverem questões contextualizadas e um projeto de Modelagem Matemática, envolvendo os conceitos de área e perímetro?

Para responder esta indagação, este trabalho foi organizado em seis capítulos, os quais se complementam. O primeiro capítulo constitui-se da introdução da pesquisa desenvolvida.

No segundo capítulo, apresentamos um breve contexto histórico sobre a Educação do Campo e a descrição da escola escolhida para a aplicação da nossa pesquisa. No capítulo três, apresentamos nosso embasamento teórico, ou seja, uma visão geral acerca da Teoria dos Campos Conceituais.

No quarto capítulo, abordamos a pesquisa, apresentando nosso problema, assim como os procedimentos metodológicos adotados.

No quinto capítulo, apresentamos o projeto de Modelagem Matemática que desenvolvemos com os sujeitos da pesquisa, além de expormos nossa abordagem com a Modelagem Matemática.

Para finalizar, no capítulo seis, apresentamos a nossa conclusão em relação à problemática supramencionada no decorrer dessa introdução.

2 Educação do Campo

Neste capítulo, abordamos o contexto histórico da Educação do Campo, apresentando as leis que regulamentam e garantem essa modalidade de ensino. Também é apresentada, neste tópico, a escola escolhida para a aplicação da nossa pesquisa, expondo suas características e leis de funcionamento.

Organização da Seção

2.1 Educação Do Campo: Um Pouco Do Contexto Histórico

A Educação do Campo é uma Política Pública que vem se fortalecendo ao longo dos anos. Nesse sentido, leis e decretos foram elaborados e aprovados, sendo uma ação do governo federal, na tentativa de suprir o descaso histórico com os moradores do campo. No documento de Diretrizes Curriculares da Educação do Campo do Estado do Paraná, elaborado no ano de 2006, Antenor Martins de Lima Filho declarou que essa Política Pública é:

> Caracterizada como o resgate de uma dívida histórica do Estado aos sujeitos do campo, que tiveram negado o direito a uma educação de qualidade, uma vez que os modelos pedagógicos ora marginalizavam os sujeitos do campo, ora vinculavam-se ao mundo urbano, ignorando a diversidade sociocultural do povo brasileiro, especialmente aquela expressa na prática social dos diversos sujeitos do campo (PARANÁ, 2006, p. 9).

Segundo Leite (1999), a preocupação com a educação rural teve início nos anos de 1910 à 1920, quando ocorreu um grande fluxo de migração da população rural para os centros urbanos, objetivando o trabalho nas indústrias, já que, nessa época, ocorria o processo de industrialização. A população rural era amplamente constituída por pessoas analfabetas, então, por esses motivos, projetos de permanência do homem no campo começaram a ser elaborados como, por exemplo, a Sociedade Brasileira de Educação Rural, criada em 1937, que possuía o intuito de expandir e de preservar a cultura e a educação do campo.

No entanto, as Políticas Públicas à educação no campo “ganha[m] destaque apenas a partir da década de 1990, período no qual a educação passa a ser o centro dos debates” (OLIVEIRA E BOIAGO, 2012, p.3), uma vez que a nova Constituição Federal, de 1988, garante pelo Art. 205 que a educação é direito de qualquer e todo cidadão.

Em 1996, pela lei 9394/96, institui-se a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que se constituiu com a finalidade de regulamentar a educação em todo país e em todos os níveis. Esse foi um dos primeiros documentos oficiais para a educação no Brasil que apresenta a oferta da educação na zona rural, o qual expõe, no artigo 28, que:

> Na oferta da educação básica para a população rural, os sistemas de ensino proverão as adaptações necessárias à sua adequação, às peculiaridades da vida rural e de cada região, especialmente:
> I - conteúdos curriculares e metodologia apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural;
> II - organização escolar própria, incluindo a adequação do calendário escolar às fases do ciclo agrícola e às condições climáticas;
> III - adequação à natureza do trabalho na zona rural (BRASIL, 1996).

Esse artigo garante que as escolas rurais se adaptem à realidade de sua localidade, desde os conteúdos ensinados até o calendário escolar, para que se molde com as necessidades do campo. Com efeito, a educação do campo passou a ser uma frequente preocupação do governo, tornando-se necessários programas e Políticas Públicas voltados especificamente para atender a população rural.

Com essa preocupação, em março de 2002 institui-se as Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas Escolas do Campo, nas quais pelo Art. 2º da Resolução CNE/CEB 1, de 3 de Abril de 2002, observamos que:

> Estas Diretrizes, com base na legislação educacional, constituem um conjunto de princípios e de procedimentos que visam adequar o projeto institucional das escolas do campo às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e Médio, a Educação de Jovens e Adultos, a Educação Especial, a Educação Indígena, a Educação Profissional de Nível Técnico e a Formação de Professores em Nível Médio na modalidade Normal (BRASIL, 2002, p. 1).

Assim, notamos que essas diretrizes vieram para adaptar as escolas do campo com as outras Diretrizes instituídas pelo governo, pois a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional garante que exista uma base nacional comum entre todos os sistemas e os estabelecimentos de ensino do país para o Ensino Fundamental e o Médio, garantido pelo artigo 26, mas respeitando as especificidades e cultura de cada região. Na resolução que instituiu as Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas Escolas do Campo, é apresentado, em parágrafo único, como se caracteriza uma escola do campo, mostrando que:

> A identidade da escola do campo é definida pela sua vinculação às questões inerentes à sua realidade, ancorando-se na temporalidade e saberes próprios dos estudantes, na memória coletiva que sinaliza futuros, na rede de ciência e tecnologia disponível na sociedade e nos movimentos sociais em defesa de projetos que associem as soluções exigidas por essas questões à qualidade social da vida coletiva no país (BRASIL, 2002, p. 1).

O documento declara que a cultura de cada aluno e seus saberes sejam preservados e aprimorados com as outras culturas e tecnologias existentes, mantendo a identidade própria de cada escola do campo e respeitando a realidade de suas regiões.

Outro direito assegurado por lei, garantindo o direito de todos à educação, é o transporte escolar, sendo que a Resolução nº 2, de 28 de Abril de 2008, afirma, em parágrafo único, que “Quando se fizer necessária a adoção do transporte escolar, devem ser considerados o menor tempo possível no percurso residência-escola e a garantia de transporte das crianças do campo para o campo”, propondo que evite, ao máximo, o deslocamento do campo para a cidade.

Esta mesma resolução, garante que:

> A Educação do Campo deverá oferecer sempre o indispensável apoio pedagógico aos alunos, incluindo condições infra-estruturais adequadas, bem como materiais e livros didáticos, equipamentos, laboratórios, biblioteca e áreas de lazer e desporto, em conformidade com a realidade local e as diversidades dos povos do campo, com atendimento ao art. 5º das Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas escolas do campo (BRASIL, 2008, p.2)

Após tornar-se uma modalidade de ensino, o Decreto Nº 7.352, de 4 de novembro de 2010, definiu, para a Educação do Campo, os princípios e os direitos de manutenção desta educação, em que, já em seu 1º artigo, apresenta que a política voltada à Educação do Campo destina-se “à ampliação e qualificação da oferta de educação básica e superior às populações do campo” (BRASIL, 2010, p. 01). Para tanto, essa educação será desenvolvida em colaboração da União, dos Estados, dos Municípios e do Distrito Federal. Esse artigo explica, também, o que se entende por populações do campo e escola do campo.

Esse documento define a Escola do Campo como “aquela situada em área rural, conforme definida pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, ou aquela situada em área urbana, desde que atenda predominantemente a populações do campo” (BRASIL, 2010, p.1). O Decreto apresenta, em seu artigo 2º, os princípios da educação do campo, propondo o respeito à diversidade do campo; o incentivo aos projetos político-pedagógicos específicos para essas escolas e ao desenvolvimento; o incentivo da formação de profissionais para essas localidades; a valorização da identidade de cada escola de campo, conforme suas culturas; e o controle da qualidade educacional dessas escolas.

Nesse decreto, também ficam assegurados os deveres da União, do Estado e dos Municípios para com as escolas do campo, desde o abastecimento de água e energia elétrica até a inclusão digital e a educação em todos os níveis de ensino.

No dia 20 de março de 2012, foi fundado o Programa Nacional de Educação do Campo (PRONACAMPO), com o objetivo de disciplinar "ações específicas de apoio à Educação do Campo e à educação quilombola, considerando as reivindicações históricas destas populações quanto à efetivação do direito à educação" (BRASIL, 2012, p.2).

Esse programa estruturou-se por meio de quatro eixos, sendo eles: Gestão e Práticas Pedagógicas; Formação Inicial e Continuada de Professores; Educação de Jovens e Adultos e Educação Profissional; Infraestrutura Física e Tecnológica. Por esse motivo, vários órgãos se envolveram com esse programa. Segundo o Documento Orientador do Programa Nacional de Educação do Campo (BRASIL, 2012, p.2):

> O PRONACAMPO foi construído pelo Grupo de Trabalho coordenado pelo MEC/SECADI, formado pelo Conselho dos Secretários Estaduais de Educação - CONSED, União dos Dirigentes Municipais de Educação - UNDIME, Confederação Nacional dos Trabalhadores da Agricultura - CONTAG, Movimento dos Trabalhadores e Trabalhadoras Sem Terra - MST, Federação dos Trabalhadores da Agricultura Familiar - FETRAF, Rede de Educação do Semi-Árido Brasileiro - RESAB, Universidade de Brasília - UNB e Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, atendendo a demandas dos sistemas de ensino e dos movimentos sociais. As propostas específicas para a implementação da política da educação quilombola foram discutidas com a Secretaria de Políticas para a Promoção da Igualdade Racial - SEPPIR, sendo submetido à consulta junto a Comissão Nacional Quilombola - CONAQ.

Além desses órgãos, a Secretaria de Educação Superior - SESU, a Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica - SETEC, a Secretaria de Educação Básica - SEB, a Coordenação CAPES e do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE, também participaram das discussões desse programa.

A Portaria Nº 86, de 1º de fevereiro de 2013, Institui o PRONACAMPO e define suas diretrizes gerais. Entre os artigos dessa portaria, o 4º artigo define os eixos desse programa, sendo que os artigos 5º, 6º, 7º e 8º trazem as definições de cada um dos eixos.

No artigo 5º, são apresentadas três ações para o eixo *Gestão e Práticas Pedagógicas*, sendo essas ações propostas para: a disponibilização de materiais didáticos e pedagógicos, a fim de que as escolas do campo se adequem às suas necessidades e às suas especificidades; a promoção de tempo integral, nessas escolas, com a ampliação dos currículos; e a última ação é o "apoio às escolas com turmas compostas por estudantes de variadas etapas dos anos iniciais do ensino fundamental e das escolas localizadas em comunidades quilombolas, por meio da Escola da Terra" (BRASIL, 2013, p.2).

Já o artigo 6º compreende o eixo de *Formação de Professores*, no qual é proposto, em seu primeiro inciso, que:

> A formação inicial dos professores em exercício na educação do campo e quilombola será desenvolvida no âmbito do Programa de Apoio à Formação Superior em Licenciatura em Educação do Campo PROCAMPO, da Universidade Aberta do Brasil - UAB e da RENAFOR, assegurando condições de acesso aos cursos de licenciatura destinados à atuação docente nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio com a possibilidade de utilização da pedagogia da alternância (BRASIL, 2013, p.3).

Já no segundo inciso, é proposta a formação continuada dos professores em níveis de especialização e aperfeiçoamento em Educação do Campo, com propostas pedagógicas por áreas de conhecimento e projetos temáticos.

No artigo 7º, é exposto o eixo da *Educação de Jovens e Adultos, Educação Profissional e Tecnológica*, mostrando, em dois incisos, o apoio às redes de ensino para a ampliação e a propagação dessas modalidades de ensino com qualificação profissional, nas quais a pedagogia deve-se voltar para os Saberes da Terra e de apoio à inclusão social aos trabalhadores e aos jovens do campo com a formação profissional e tecnológica, ampliando e fortalecendo essas formações e a formação continuada.

Por fim, temos o artigo 8º que descreve sobre o eixo *Infraestrutura Física e Tecnológica*. Esse eixo é composto por quatro incisos, os quais: definem o apoio técnico e financeiro para construção e manutenção de escolas no campo; a propagação de inclusão digital; o financiamento de recursos para melhorias e ampliação das condições de funcionamento das escolas do campo; e "a oferta de transporte escolar intracampo, respeitando as especificidades geográficas, culturais e sociais, bem como o critério de idade dos estudantes” (BRASIL, 2013, p.3).

O PRONACAMPO tem o objetivo principal de apoiar Estados e Municípios com financiamento e técnicas para as Escolas do Campo. Esse programa também tem como uma de suas finalidades a superação do analfabetismo, no campo, com uma educação continuada para essa população e com o auxílio às escolas para a inserção de um ensino mais voltado à realidade dos alunos desse meio, respeitando, assim, sua cultura e integrando atividades de acompanhamento pedagógico.

Esse programa, em seu segundo eixo, estabelece como deve ser a formação de professores para atuarem nas Escolas do Campo, definindo um curso de graduação oficial para Educação do Campo. Para tanto, no dia 27 de dezembro de 2012, no Diário Oficial da União, nº 249, seção 1, por meio da portaria nº 72, de 21 de dezembro de 2012, foi publicada a classificação das propostas aprovadas das Instituições de Ensino Superior para a Licenciatura em Educação do Campo,

> A Secretaria de Educação Superior - SESU, Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica - SETEC e da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão - SE- CADI, torna público o Resultado Final do processo de seleção de propostas de Instituições Federais de Educação Superior - IFES e de Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia - IFET, para criação de cursos de Licenciatura em Educação do Campo, na modalidade presencial, do Programa de Apoio a Formação Superior em Licenciatura em Educação do Campo - PROCAMPO, Edital SE-SU/SETEC/SECADI nº 2, de 31 de agosto de 2012, em conformidade com os termos explicitados no item 1.1. (p. 13).

No edital que segue, foi apresentado o nome de 44 (quarenta e quatro) Instituições Federais de Educação Superior, sendo somente uma dessas pertencentes ao Estado do Paraná, como mostra a tabela 1, que expõe as Instituições por ordem de classificação, no processo de seleção:

Tabela 1: Disponível no Diário Oficial da União, nº 249 seção1

	INSTITUIÇÕES FEDERAIS DE EDUCAÇÃO SUPERIOR
1º	Universidade de Brasília
2º	Universidade Federal do Espírito Santo
3º	Universidade Federal da Fronteira do Sul - Laranjeiras do Sul
4º	Universidade Federal de Santa Catarina

5º	Universidade Federal de Viçosa
6º	Universidade Federal do Pará - Campus de Marabá
7º	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
8º	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão - Campus São Luís- Maracanã
9º	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais
10º	Universidade Federal da Paraíba
11º	Universidade Federal do Amapá
12º	Universidade Federal do Recôncavo Baiano - Campus Feira de Santana
13º	Universidade Federal do Espírito Santo - Campus São Mateus
14º	Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
15º	Universidade Federal da Grande Dourados
16º	Universidade Federal do Pará - Campus de Abaetetuba
17º	Universidade Federal do Pará - Campus de Altamira
18º	Universidade Federal do Pará - Campus de Cametá
19º	Universidade Federal do Paraná - Litoral Sul
20º	Universidade Federal de Rondônia
21º	Instituto Federal de Farroupilha
22º	Universidade Federal da Fronteira Sul - Campus Erechim
23º	Universidade Federal do Rio Grande
24º	Universidade Federal do Recôncavo Baiano- Campus Amargosa
25º	Universidade Federal de Goiás - Campus Catalão
26º	Universidade Federal de Goiás- Campus Cidade de Goiás
27º	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - Campus São Vicente da Serra
28º	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
29º	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
30º	Universidade Federal do Pampa
31º	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – Canoinhas
32º	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
33º	Universidade Federal do Piauí - Campus Cinobelina Elvas
34º	Universidade Federal do Piauí - Campus Floriano
35º	Universidade Federal do Piauí - Campus Picos
36º	Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Campus Litoral Norte
37º	Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Campus Porto Alegre
38º	Universidade Federal de Tocantins
39º	Universidade Federal de Tocantins- Campus Tocantinópolis
40º	Universidade Federal Rural do Semi-Árido

41º	Universidade Federal do Maranhão
42º	Universidade Federal do Piauí - Campus Teresina
43º	Universidade Federal de Roraima
44º	Universidade Federal Fluminense

Fonte: Diário Oficial da União

Para regulamentar e auxiliar a graduação em Educação do Campo nessas universidades, o governo criou o Programa de Apoio à Formação Superior em Licenciatura em Educação do Campo (PROCAMPO). Esse programa tem como objetivo apoiar a implementação de cursos regulares de licenciatura em educação do campo, nas instituições públicas de ensino superior de todo o país. Cursos esses voltados, especificamente, à formação de educadores para a docência nos anos finais dos Ensinos Fundamental e Médio, nas escolas rurais.

Apesar de esse eixo direcionar-se para a formação de profissionais específicos nessa área de ensino, essa formação, para a atuação nas escolas do campo, ainda não é obrigatória.

Todo esse processo trouxe grandes avanços para as Escolas do Campo, como os recursos próprios, a implantação de computadores (uma vez que muitos alunos do campo não possuem esse equipamento em casa) e a garantia de transporte escolar, o que facilitou o deslocamento desses sujeitos. Além disso, um dos maiores avanços é o funcionamento das escolas com poucos alunos, por se tratar de Escolas do Campo, apresentam, em sua maioria, um número menor de alunos do que nas Escolas na zona urbana, o que por muitos anos foi motivo para fechamento de escolas. Outro avanço é a licenciatura em Educação do Campo, que, apesar de não ser obrigatória e de poucas universidades ofertarem o curso, proporciona uma formação inicial voltada para essa realidade.

Na próxima seção, apresentamos alguns aspectos físicos e educacionais da escola selecionada para a aplicação do nosso objeto de estudo.

2.2 Escola Do Campo: A Escola De Aplicação

A escola selecionada para aplicação do nosso trabalho é caracterizada como uma escola do campo, situada no Distrito de Marilu, que se encontra a 15 quilômetros da sede do município de Iretama, no estado do Paraná.

Essa escola obteve seu Ato de Autorização por meio da Resolução Estadual nº 127/82, de 04 de janeiro de 1982, e confirmada pelo Ato de Reconhecimento da Escola com a Resolução Estadual nº 800/85, de 12 de março de 1985. Por se localizar no distrito de Marilu, da Cidade de Iretama e, pelo fato de que todos os alunos são moradores da zona rural, já obteve seu Ato de Autorização como escola rural (hoje chamada de escola do campo).

> Em 12 de abril de 1960 a Escola São José do Muquilão, iniciou suas atividades em uma casa particular, construída em madeira, na fazenda do mesmo nome, aonde mais tarde, viria a constituir-se em um povoado e elevado a categoria de Distrito, com o nome de Marilu; através da lei nº 5.409 de 20 de outubro de 1966. Em 1972, a Escola é transferida para o atual prédio de alvenaria, construída no mês de maio do mesmo ano. Teve sua autorização em 04 de janeiro de 1983 através dos atos oficiais da Lei 5692/71, na resolução secretarial nº 127/82. Em 12 de março do ano de 1985 é reconhecida como Escola Estadual de Marilu pela resolução secretarial nº 800/85, na gestão do então prefeito Humberto Gomes Martins, autorizado pela Inspetora de Auxiliar de Ensino Doracy dos Santos Bertaluzzi. (Projeto Político Pedagógico, 2011, p.9)

O prédio no qual a escola funciona pertence à prefeitura do município, sendo que a Escola Estadual do Campo de Marilu tem autorização da mesma para que usufrua do prédio. Este é compartilhado pela escola municipal e pela estadual, de modo que, no período matutino, funciona o Ensino Fundamental II (de 6º ao 9º ano) e, no período noturno, funciona a Educação de Jovens e Adultos, ambos de responsabilidade do Estado do Paraná. No período vespertino, funciona a Educação Infantil e o Ensino Fundamental I (até 5º ano), de responsabilidade do Município de Iretama.

A Escola Estadual de Marilu conta com um terreno de 400 (quatrocentos) metros quadrados, constituído por um prédio de alvenaria de, aproximadamente, 30 (trinta) anos. Esse prédio é composto de 4 (quatro) salas de aula, 1 (uma) sala de laboratório de informática juntamente com a biblioteca, 1 (uma) sala onde está instalada a secretaria da Escola municipal, outra sala instalada a secretaria do Colégio estadual e 1 (uma) sala para os professores. O estabelecimento também conta com 1 (uma) cozinha ampla, com sala para refeição dos professores, banheiro e 2 (duas) salas para almoxarifado.

A Escola possui recursos audiovisuais, como Datashow, televisão, vídeo cassete, DVD e um quadro digital armazenado na biblioteca por não possuir uma sala para esse fim. Além disso, possui 4 (quatro) televisores com pen drives, que estão instalados nas salas de aula e um laboratório de informática, contendo 34 (trinta e quatro) computadores. As atividades desportivas e a prática de Educação Física são realizadas em uma quadra poliesportiva, construída pela Prefeitura Municipal, em um terreno doado pela Igreja local, ao lado da escola.

Nossa pesquisa foi desenvolvida com os alunos do Ensino Fundamental II, 6º ao 9º anos, abrangendo com 20 (vinte) alunos matriculados.

O Ensino Fundamental II dessa escola contava com 2 (duas) funcionárias de serviços gerais, 1 (um) diretor, 1 (uma) pedagoga, 1 (uma) secretária, 12 (doze) professores, os quais lecionavam as disciplinas obrigatórias, específicos em cada disciplina, segundo sua formação, e 1 (uma) professora de informática, que trabalhava em contraturno às aulas. Nenhum desses funcionários possuíam graduação em Educação no Campo, no entanto alguns tinham pós-graduação voltada a essa modalidade de ensino.

A escola é bisseriada, no Ensino Fundamental I, ou seja, as professoras trabalham com duas séries juntas, a saber: Educação Infantil e 1º ano do Ensino Fundamental, 2º e 3º ano, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, no Ensino Fundamental II, é seriada, isto é, do 6º ao 9º ano as turmas são separadas.

O Projeto Político Pedagógico (doravante PPP) dessa escola foi elaborado no ano de 2011 e apresenta os aspectos históricos da escola, além do espaço físico já mencionados neste texto. O PPP também expõe a caracterização da comunidade local:

> Caracteriza-se como uma Escola de Zona Rural, na qual a maioria dos alunos vem de assentamento, fazendas e sítios próximos, além de uma pequena porcentagem que são da localidade. A maioria dos pais são pessoas simples que sobrevivem do trabalho de boia-fria, com menos de um salário mínimo. A Escola tem uma organização impar

> diferente da maioria das Escolas do núcleo de Campo Mourão, por se tratar de uma comunidade pobre com um nível de escolaridade muito baixo. E podemos defini-la como uma Escola do Campo pela sua clientela. O transporte que traz as crianças à escola é um ônibus mantido em parceria com Município e Estado. (Projeto Político Pedagógico, 2011, p.11)

No documento (PPP), são abordados os objetivos gerais e específicos; os princípios filosóficos do trabalho escolar; a organização administrativa, que não apresentamos porque encontrava-se desatualizada; os atos situacional, conceitual e operacional; os conceitos sobre cultura e trabalho, ciência, homem e sociedade, conhecimento, tecnologia, cidadania, educação, escola, ensino-aprendizagem. O PPP relata que:

> Os funcionários têm grande participação no processo educativo da escola. Em nossa realidade percebemos que há uma participação efetiva e contínua da categoria nas decisões e ideais da instituição de ensino, embora os funcionários não estejam totalmente inseridos no contexto pedagógico por ainda não terem planos de carreira, não poderem contar com cursos específicos e até mesmo certificados. (Projeto Político Pedagógico, 2011, p.28)

Nessa escola, apenas o diretor possui concurso estadual e, assim sendo, é efetivo na escola. Os demais funcionários são modificados, anualmente, com o Processo Seletivo Simplificado do Paraná (PSS), inclusive todos os professores e a pedagoga.

O PPP também apresenta a concepção de avaliação e o sistema de avaliação; concepções de sociedade, conhecimento, homem, educação; as instâncias colegiadas como conselho escolar, conselho de classe e a associação de pais, mestres e funcionários; o calendário escolar, já apresentando as reposições, as horas atividades dos professores, o livro ponto da escola, ou seja, controle dos funcionários, o livro de registro de classe. Esse Projeto Político Pedagógico recomenda 15 (quinze) atribuições ao corpo docente da escola:

> Elaborar com a Supervisão de Ensino e a Orientação Educacional, a proposta pedagógica do estabelecimento de Ensino, em consonância com as diretrizes pedagógicas da Secretaria de Estado da Educação;
> Elaborar e cumprir plano de trabalho, segundo a proposta pedagógica do estabelecimento de ensino;
> Zelar pela aprendizagem dos alunos;
> Estabelecer estratégias de recuperação para os alunos de menor rendimento;

> Ministrar os dias letivos e horas-aulas estabelecidos, além de participar integralmente dos períodos dedicados ao planejamento, à avaliação e ao desenvolvimento profissional;
> Escolher juntamente com a Supervisão de Ensino e Orientação Educacional livros e materiais didáticos comprometidos com a política educacional da Secretaria de Estado da Educação;
> Desenvolver as atividades de sala, tendo em vista a apreensão do conhecimento pelo aluno;
> Proceder ao processo de avaliação, tendo em vista a apropriação ativa e crítica do conhecimento filosófico-científico pelo aluno;
> Colaborar com as atividades de articulação da escola com as famílias e a comunidade;
> Promover e participar de reuniões de estudo, encontros, cursos, seminários e outros eventos, tendo em vista o seu constante aperfeiçoamento profissional;
> Assegurar que, no âmbito escolar, não ocorra tratamento discriminativo de cor, raça, sexo, religião e classe social;
> Estabelecer processos de ensino-aprendizagem resguardando sempre o respeito humano ao aluno;
> Manter e promover relacionamento cooperativo de trabalho, com seus colegas, com alunos, pais e com os diversos segmentos da comunidade;
> Participar da elaboração dos planos de recuperação a serem proporcionados aos alunos, que obtiverem resultados de aprendizagem abaixo dos desejados; e executá-los em sala de aula.
> Proceder a processos coletivos de avaliação do próprio trabalho e da escola com vistas ao melhor rendimento do processo ensino-aprendizagem (Projeto Político Pedagógico, 2011, p.42)

Além das atribuições do corpo docente, são apresentadas as atribuições destinadas à direção, à secretaria, aos serviços gerais, ao pedagogo, bem como as atribuições referentes ao corpo discente, sendo:

> Atender as determinações dos diversos setores do Estabelecimento de Ensino nos respectivos âmbitos de competência;
> Comparecer pontualmente às aulas e demais atividades escolares;
> Participar de todas as atividades programadas e desenvolvidas pelo Estabelecimento de Ensino;
> Cooperar na manutenção da higiene e na conservação das instalações escolares;
> Cumprir as disposições do Regimento Escolar desta escola (Projeto Político Pedagógico, 2011, p.51)

Por fim, o Projeto Político Pedagógico apresenta a matriz curricular da escola:

Tabela 2: Matriz Curricular

<table>
<tr><td colspan="6">MATRIZ CURRICULAR – ENSINO FUNDAMENTAL DE NOVE ANOS DO 6º AO 9º ANO</td></tr>
<tr><td colspan="6">NRE: Campo Mourão Município: Iretama</td></tr>
<tr><td colspan="6">ESTABELECIMENTO: Escola Estadual de Marilu – E.F.
ENTIDADE MANTENEDORA: Governo do Estado do Paraná</td></tr>
<tr><td colspan="6">CURSO: 4000 – ENS. FUND. 6/9 ANO TURNO: Diurno
ANO DE IMPLANTAÇÃO: 2006 – SIMULTÂNEA MÓDULO: 40 SEMANAS</td></tr>
<tr><td rowspan="10">BASE NACIONAL COMUM</td><td></td><td>6º ANO</td><td>7º ANO</td><td>8º ANO</td><td>9º ANO</td></tr>
<tr><td>Artes</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ciências</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Educação Física</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Ensino Religioso*</td><td>1</td><td>1</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Geografia</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td>História</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Língua Portuguesa</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Matemática</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr>
<tr><td>SUB-TOTAL</td><td>22</td><td>22</td><td>23</td><td>23</td></tr>
<tr><td rowspan="3">PARTE DIVERSIFICADA</td><td>Língua Estrangeira Inglês **</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>SUB-TOTAL</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>TOTAL GERAL</td><td>24</td><td>24</td><td>25</td><td>25</td></tr>
</table>

Fonte: Projeto Político Pedagógico

Apesar da Escola do Campo ter autonomia para a parte diversificada da matriz curricular, a Escola Estadual do Campo de Marilu segue a mesma matriz praticada nas demais escolas estaduais do município de Iretama.

A escolha por essa escola, para implementação dessa pesquisa, deve-se à motivação em trabalhar com questões contextualizadas, envolvendo os conceitos de área e perímetro, que pudessem envolver situações do cotidiano dos alunos e da escola, para que as situações não ficassem distantes da realidade dos alunos e, assim, causar desinteresse. E, com esse intuito, a escola escolhida atendia os requisitos.

3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Neste capítulo, apresentamos nosso embasamento teórico referente à Teoria dos Campos Conceituais, expondo alguns conceitos que acreditamos ser relevantes à nossa pesquisa.

Também apresentamos um levantamento de teses e de dissertações brasileiras que utilizaram a Teoria dos Campos Conceituais e os conceitos de área e perímetro como referencial teórico em suas pesquisas, a fim de verificarmos o material bibliográfico já existente.

Organização da Seção

3.1 Teoria Dos Campos Conceituais: Situação e Teoremas Em Ação

A Teoria dos Campos Conceituais foi idealizada pelo professor, psicólogo e pesquisador francês Gérard Vergnaud, baseando-se nas correntes de pensamento de Piaget e Vygotsky. A Teoria dos Campos Conceituais surgiu “com a finalidade de explicar o processo da conceitualização das estruturas aditivas, multiplicativas, das relações espaço – número, da álgebra, e, portanto, no campo da Educação Matemática” (REZENDE, 2013 P.58). Apesar ter sido idealizada para a Matemática, ela vem sendo utilizada em várias outras disciplinas, como física e química. Além de ter atingindo outras disciplinas, essa teoria foi, e ainda está sendo, estendida para vários campos conceituais.

Essa teoria tem por objetivo “[...] explicar como crianças e adolescentes adquirem e desenvolvem conceitos matemáticos” (GITIRANA *et al*., 2014, p.9), oferecendo subsídios para analisar a construção de conceitos e de competências nesses sujeitos. Para compreendermos melhor esse princípio teórico, faz-se necessário o entendimento daquilo que Vergnaud define como sendo um campo conceitual. Para o teórico:

> Um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de reapresentações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (VERGNAUD, 2007, p.29).

Conforme o referido pesquisador, conhecimento é uma questão de adaptação, pois aprendemos e nos desenvolvemos em qualquer idade. Vergnaud (2007) defende que a compreensão de um determinado conceito advém por meio de três conjuntos: um *conjunto de situações* que dão sentido e significado ao conceito; o *conjunto dos invariantes operatórios*, que abrange os conceitos em ação e teoremas em ação, que estruturam a forma de organização dos esquemas suscetíveis para uma determinada situação; e o *conjunto das representações simbólicas* utilizadas para representar os invariantes operatórios, ou seja, as representações adotadas na resolução e na compreensão de uma situação.

Dessa forma, a compreensão de um determinado conceito está relacionada a um conjunto de situações diversificadas que são propostas ao sujeito acerca do conceito que se deseja ensinar. Para resolver essas situações, o sujeito irá investigar quais os invariantes operatórios, ou seja, quais conceitos, teoremas e propriedades deverão ser utilizados no desenvolvimento desse conjunto de situações e, por fim, utilizará a representação simbólica que achar coerente para expressar os invariantes operatórios utilizados por ele, na resolução das situações propostas (SANTANA, 2012).

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, no processo de aprendizagem, é preciso vivenciar diferentes situações-problema, pois "[...] nem um conceito apenas ou uma situação isolada podem dar conta do processo de aquisição de um conhecimento" (GITIRANA *et al*., 2014, p.11).

Vergnaud (1990) alerta que não devemos reduzir um conceito à sua definição, visto que ela é importante para a compreensão do mesmo. Por outro lado, somente com a definição, o sujeito não consegue compreender um determinado conceito. Então, para que haja a sua compreensão por completo, o sujeito deve vivenciar o maior número possível de situações diferentes em relação ao conceito estudado, para que ele construa vários invariantes operatórios e representações sobre o conceito desejado. Segundo o estudioso:

> [...] não é possível contornar a questão teórica do papel da experiência, pois é ao longo da experiência que um indivíduo, adulto ou criança, encontra a maior parte das situações as quais ele deve se adaptar seja uma experiência cotidiana ou uma experiência profissional (VERGNAUD, 2007, p.13).

Para Vergnaud, a compreensão de um conceito ocorre interligada aos diversos outros conceitos, representações e situações, ressaltando que "a experiência tem indiscutivelmente um papel relevante para as aprendizagens" (VERGNAUD, 2007, p.44).

> Jean Piaget disse que o conhecimento é uma adaptação a situações nas quais é necessário fazer algo. Por isso, se não confrontamos as crianças com situações nas quais elas precisem desenvolver conceitos, ferramentas, limites, elas não têm razão para aprender (VERGNAUD, 2012).

Ao encontro dessas definições da Teoria dos Campos Conceituais, que a compreensão de um conceito ocorre interligada a diversos outros fatores, os PCN enfatizam que existe uma dificuldade dos alunos em distinguir o conceito de área e perímetro, propondo que:

> [...] Uma das possíveis explicações é a de que, raramente, os alunos são colocados ante situações-problema em que as duas noções estejam presentes. Variando as situações propostas (comparar duas figuras que tenham perímetros iguais e áreas diferentes ou que tenham áreas iguais e perímetros diferentes; duas figuras de modo que uma tenha maior perímetro e menor área que a outra ou maior perímetro e maior área) e solicitando aos alunos que construam figuras em que essas situações possam ser observadas, cria-se a possibilidade para que compreendam os conceitos de área e perímetro de forma mais consistente (BRASIL, 1998, p.131).

Esse excerto, proposto pelos PCN, apresenta a necessidade de trabalhar com variadas situações-problema, para que os alunos se apropriem de cada Campo Conceitual, entendam suas diferenças e compreendam os conceitos de área e perímetro, uma vez que “[...] em cada Campo Conceitual existe uma grande variedade de situações, e os conhecimentos dos estudantes são moldados pelas situações que, progressivamente, vão dominando” (SANTANA, 2012, p.27).

E, pensando nessas situações, Vergnaud (1990) propõe, em sua teoria, que existem duas ideias principais a serem consideradas para as situações propostas:

> Em relação a variedade: existe uma grande variedade de situações em um determinado campo conceitual e as variáveis situação são um meio de gerar sistematicamente um conjunto de classes possíveis.
> Em relação a história: os conhecimentos dos alunos são moldadas por situações que eles encontram e dominam progressivamente susceptível de dar significado aos conceitos e aos procedimentos que queremos ensinar-lhes (VERGNAUD, 1990, p.150, tradução nossa).

Vergnaud emprega situações no sentido de tarefas, de atividades. Nesse sentido, ressaltamos o papel decisivo das diversificadas situações na aprendizagem de conceitos, pois, segundo Santana (2012, p.27), “são as situações que dão sentido aos conceitos, tornando-se o ponto de entrada para um dado Campo Conceitual”. Vergnaud (2007, p.13) destaca que “[...] não é possível contornar a questão teórica do papel da experiência, pois é ao longo da experiência que um indivíduo, adulto ou criança, encontra a maior parte das situações as quais ele deve se adaptar”

As diferentes situações relacionadas a um mesmo Campo Conceitual nos leva a criar esquemas. Um "esquema é uma organização invariante da atividade para uma classe de situações dada" (VERGNAUD, 2007, p.21), ou seja, o esquema, é a forma com que o sujeito organiza suas ideias, perante uma situação dada, e quais os procedimentos a serem adotados na resolução das atividades propostas.

Outro conceito importante dessa teoria e de nossa pesquisa são os invariantes operatórios. De acordo com Vergnaud (2009), os invariantes operatórios são modelos preciosos para descrever a conduta do sujeito. Eles são diferenciados em duas categorias: conceitos em ação e teoremas em ação: "Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação. Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação" (VERGNAUD, 2009, p.23). Esse pesquisador destaca, ainda, que para um leitor desavisado podem parecer confusos esses conceitos, no entanto, ele aborda uma análise mais simples para entender, explicando que:

> Em uma dada situação o sujeito dispõe de vários tipos de conhecimentos para identificar os objetos e suas relações a definir, a partir disso, objetivos e regras de conduta pertinentes. Os conhecimentos são conhecimentos em ação, designados aqui pelo termo de invariantes operatórios para indicar que esses conhecimentos não são necessários explícitos nem explicitáveis, nem mesmo conscientes para alguns deles. (VERGNAUD, 2009, p.23)

As duas categorias dos invariantes operatórios, conceito em ação e teoremas em ação, apresentam diferenças em suas conceitualizações. Vergnaud (1998, p. 17) afirma que "a diferença é que um teorema pode ser verdadeiro ou falso, enquanto que um conceito não é verdadeiro nem falso, apenas pertinente ou não pertinente". Desse modo, em nossa pesquisa, trabalhamos com a categoria dos teoremas em ação.

O pesquisador defende que "[...] dificilmente os sujeitos explicitam com palavras todos os seus conhecimentos, muitos deles permanecem implícitos" (VERGNAUD, 2007, p.13). Assim, "os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação, ou sequência de operações, para resolver um problema" (VERGNAUD, 2007, p.16).

Segundo Zanella e Barros (2014, p.19), os teoremas em ação "[...] podem ser considerados recursos para o professor analisar as estratégias dos alunos ao solucionarem uma situação problema e auxiliá-los na transformação do conhecimento implícito para o explicito", ou seja, os teoremas em ação auxiliam o professor na identificação dos procedimentos realizados pelos alunos, podendo, assim, analisar se o procedimento adotado está coerente com o esperado, ou não, e, se não estiver, onde e qual é o seu equívoco, pois, "se o professor vê os alunos errarem sem entender o percurso que estão trilhando, o trabalho não funciona" (VERGNAUD, 2012).

> Sabe-se, atualmente, que os erros apresentados pelos alunos expressam suas dificuldades de compreensão. Quando analisados e interpretados, esses erros permitem ao professor identificar a natureza da dificuldade que impede a resolução apropriada (GITIRANA *et al*., 2014, p.94)

Dessa forma, por meio da compreensão dos teoremas em ação falsos manifestados pelos alunos, é possível desenvolver alternativas educacionais para que haja um avanço e a superação desses equívocos.

Conforme Vergnaud (2012), devemos propor situações em que os sujeitos não saibam resolver, com o objetivo de levá-los à evolução de seus conhecimentos, isto é, desestabilizar os possíveis teoremas em ação falsos que possam aparecer, durante a resolução de um determinado tipo de situação. Tais tentativas de desestabilizar conhecimentos falsos, por meio de um conjunto de situações, decorrem de um dos princípios da Teoria dos Campos Conceituais, no qual, de acordo com o teórico, a revolução didática consiste em propor situações possíveis de desestabilizar os conhecimentos falsos dos alunos (VERGNAUD, 2003).

> [...] muitas vezes é de fundamental importância desestabilizar os conhecimentos prévios do aluno para que ele possa compreender novos conceitos e assim, formar novas concepções a partir do que lhe é determinado pelo professor (JENSKE, 2011, p.39).

O sujeito, não tendo contato com situações diversificadas que o levem à desestabilização dos conhecimentos errôneos, pode tomá-los como verdades absolutas.

> [...] se não confrontamos as crianças com situações nas quais elas precisem desenvolver conceitos, ferramentas, limites, elas não têm razão para aprender. Isso vale para a escola, mas também para a vida, para a experiência profissional. Em Matemática, por exemplo, insistimos na chamada resolução de problemas - propor situações que as crianças não sabem resolver para fazer evoluir em seus conhecimentos. (VERGNAUD, 2012)

Vergnaud (2012) propõe que "precisamos pensar de forma mais sistemática. O grande desafio do professor é ampliar as dificuldades para as crianças, mas sabendo o que está fazendo e aonde quer chegar", isto é, possibilitando a desestabilização dos teoremas em ação falsos, os quais tem um papel fundamental na construção de um conceito e dos teoremas em ação verdadeiros.

Pensando na importância de desestabilizar os teoremas em ação falsos, precisamos, inicialmente, conhecer esses teoremas. Assim, por meio de um levantamento bibliográfico, identificamos alguns dos teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro, em pesquisas relacionadas com esse tema.

Logo, o foco deste trabalho é investigar se, e como, esses teoremas em ação falsos se manifestam, quando os sujeitos estão envolvidos em questões que abordem sua realidade e seu interesse.

Vergnaud aprofundou seus estudos em dois campos conceituais: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Na seção seguinte, portanto, explicaremos brevemente esses dois campos, uma vez que os conceitos de área e perímetro demandam situações dentro dos mesmos.

3.2 – Teoria dos Campos Conceituais: Campo Conceitual Das Estruturas Aditivas e Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

Sendo este trabalho um estudo dos conceitos de área e perímetro, apresentamos uma breve conceitualização de dois campos conceituais estudados por Vergnaud, já que o conceito de área encontra-se relacionado ao campo conceitual multiplicativo e o conceito de perímetro ao campo conceitual aditivo.

O campo conceitual das estruturas aditivas, segundo Vergnaud (1993, p.9), é "o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas".

Para se obter o domínio das estruturas aditivas, os alunos precisam ser capazes de resolver diversos conjuntos de situações, não simplesmente saber operar um cálculo numérico, pois, por trás de uma simples operação, como, por exemplo,

"$1+2$", “podem-se encontrar problemas tão sofisticados que até alunos da 4ª série (aproximadamente 10-11 anos de idade) apresentam dificuldades para resolvê-los ” (MAGINA *et al*. 2008, p.21).

Essas dificuldades para resolver um determinado problema se relacionam à interpretação e à esquematização de um problema que depende da forma em que o enunciado foi proposto. Magina *et al* (2008) mencionam que diferentes conceitos fazem parte das situações que dão sentido às estruturas aditivas e, portanto, a competência para resolver problemas aditivos é desenvolvida num longo período de tempo e com os diversos conjuntos de situações propostas aos alunos.

> Portanto, é preciso que o professor esteja atento para as dificuldades que são inerentes aos tipos de situações, de maneira a não ficar apenas repetindo, ao longo da formação inicial do estudante, problemas que requeiram dele um único raciocínio (MAGINA *et al*, 2008, p.23)

O campo conceitual das estruturas aditivas possuí três grupos básicos de problemas, classificados como: composição, transformação e comparação. Para melhor compreensão dos três grupos do campo conceitual das estruturas aditivas, utilizamos exemplos e os esquematizamos, no entanto, para compreender esses esquemas, primeiramente precisamos entender os códigos utilizados por Vergnaud.

O quadro seguinte mostra os códigos e seus significados:

Quadro 1: Códigos dos esquemas

Códigos	*Significado*
▭ O retângulo	Um número Natural
○ O círculo	Um número relativo
} A chave vertical	A composição de elementos de mesma natureza
⏞ A chave horizontal	A composição de elementos de mesma natureza
→ A flecha horizontal	A composição de elementos de natureza diferentes
↑ A flecha vertical	A composição de elementos de natureza diferentes

Fonte: adaptação de Vergnaud (2009)

A classe de problemas de *composição* “compreende as situações que envolvem parte-todo” (MAGINA *et al*, 2008, p.28), isto é, situações em que juntamos uma parte com outra parte para obtermos o todo ou subtrairmos do todo uma das partes para encontramos a outra parte. “Duas medidas se compõem para resultar em uma medida” (VERGNAUD, 2009, p.202). O problema a seguir é uma situação pertencente a essa classe:

Luana tem 5 flores brancas e 3 flores vermelhas, quantas flores Luana tem?

Nessa situação, temos dois números naturais, 5 (cinco) e 3 (três), e a composição de dois elementos de mesma natureza, flores brancas e flores vermelhas, na qual resulta em 8 (oito) flores, sendo o resultado também um número natural. Desse modo, tendo como esquema correspondente:

5 flores brancas

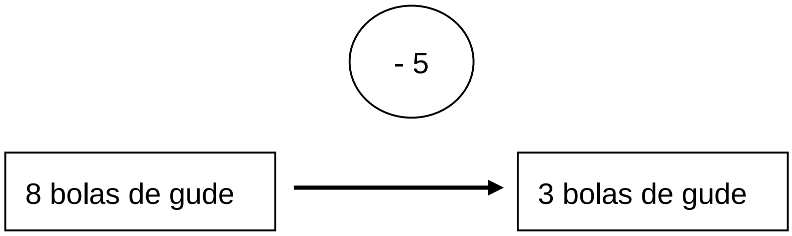
3 flores vermelhas

8 flores no total

Já a classe dos problemas de *transformação* é aquela em que requer uma transformação dos dados apresentados para chegarmos ao resultado final, ou seja, “no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decréscimo; etc.), chegando ao estado final com outra quantidade” (MAGINA *et al*, 2008, p.29). Vergnaud (2009) mostra que “uma transformação opera sobre uma medida para resultar em uma medida” (p.202). Um exemplo dessa classe de problemas é a situação apresentada a seguir:

Rodrigo perdeu 5 bolas de gude e ficou com apenas 3, quantas bolas de gude Rodrigo tinha antes de perder?

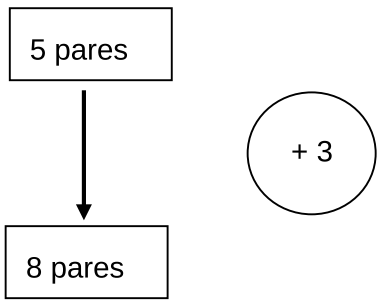
Nessa situação, temos um problema da classe das transformações, pois Rodrigo tinha de início 8 (oito) bolas de gude, perdeu 5 (cinco) e ficou com 3 (três) bolas de gude, no entanto, nesse caso, os números 8 (oito) e 3 (três) são números naturais e o número 5 (cinco) é um número relativo, apresentando o seguinte esquema:



A última classe dos problemas aditivos é a classe de *comparação.* Nessa classe, é solicitada uma comparação entre os dados apresentados na situação para se chegar ao resultado esperado, ou seja, “diz respeito aos problemas que comparam duas quantidades, uma denominada de referente e outra de referido” (MAGINA *et al*, 2008, p.29). “Uma relação liga duas medidas” (VERGNAUD, 2009, p.203). A situação a seguir, é um exemplo do problema da classe de comparação,

Gláucia tem 5 pares de sapatos. Jaqueline tem 3 pares a mais que Gláucia. Quantos pares de sapatos Jaqueline tem?

Nesse problema, a quantidade de pares de sapatos da Gláucia é referência, isto é, o referente para obtermos os pares de sapatos da Jaqueline, que é o referido, nessa situação. Sendo assim, Jaqueline tem 8 (oito) pares de sapato. A seguir, apresentamos o esquema correspondente à essa situação:



Além dos problemas pertencentes a esses três grupos básicos, podemos ter os problemas mistos, que se referem aos problemas que envolvam mais de um raciocínio aditivo. Por exemplo, problemas que envolvam a composição de transformações ou uma comparação com composição de transformação. Além do campo conceitual das estruturas aditivas, que definimos e apresentamos até aqui, nos propomos a estudar o campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Vergnaud define o campo conceitual das estruturas multiplicativas como sendo:

> [...] o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1993, p.10).

Da mesma forma que nas estruturas aditivas, para dominar a multiplicação e a divisão, o sujeito deve ser capaz de resolver diversas situações, não apenas saber resolver um cálculo numérico, pois, mesmo em operações simples, como: "2×5”, “[...] é possível que se encontrem problemas tão sofisticados que alunos do 6º ano, ou mesmo de anos posteriores, têm dificuldades para resolvê-los” (MAGINA *et al*, 2014, p.38).

Consequentemente, para que o sujeito obtenha o domínio sobre esse campo, precisa interagir com um amplo conjunto de situações, em que a complexidade dessas situações seja elevada gradativamente, sendo assim, “o desenvolvimento de competências e concepções, portanto, depende da boa escolha dos problemas, ou de uma solução mais adequada a uma abordagem determinada, entre outros aspectos” (MAGINA *et al*, 2014, p.38).

Vergnaud (1988) apresenta uma classificação das situações seguindo uma ordem de complexidade, preconizando “uma classificação dos problemas considerando-se tanto as estruturas matemáticas associadas, quanto as dificuldades dos problemas e os raciocínios requeridos para resolvê-los” (MAGINA *et al*, 2014, p.44). Magina *et al* (2014) discute a classificação proposta por Vergnaud, seguindo um esquema que apresenta as cinco classes de problemas multiplicativos: comparação multiplicativa, proporção simples, produto cartesiano, função bilinear e proporcionalidade múltipla.

A *comparação multiplicativa* requer do aluno uma operação ternária que envolve três números ou grandezas. Essas situações são próximas às operações aditivas, “em que somente duas grandezas de mesma natureza são comparadas de forma multiplicativa por um escalar, sendo uma o referente e outra o referido” (MAGINA *et al*, 2014, p.45). A situação seguinte é um problema pertencente a essa classe:

Juliana tem 2 vezes mais bonecas que Ana. Ana tem 5 bonecas. Quantas bonecas Juliana tem?

Nesse problema, o referente são as bonecas de Ana, pois o número de bonecas da Ana serve de referência para descobrir o número de bonecas de Juliana, que, neste caso, é o referido.

A outra classe de problemas multiplicativos é a *proporção simples*, na qual requer uma relação proporcional entre quatro grandezas (duas a duas de mesma espécie) “que estão relacionadas por uma taxa entre as grandezas de diferentes espécies” (MAGINA *et al*, 2014, p.55). Um exemplo de situação pertencente a essa classe é:

A cada R$ 2,00 que Danillo economiza, sua mãe lhe dá mais R$ 1,00. Se o Danillo recebeu de sua mãe R$ 3,00 quanto ele economizou?

O *produto cartesiano* é outra classe de problemas multiplicativos na qual envolvem situações em que uma nova grandeza é obtida por meio do produto de outras duas ou mais grandezas. Essa classe de problemas multiplicativos abrange as situações que requerem o cálculo da área, do volume e das combinações (MAGINA *et al*, 2014). Para exemplificar tal classe, temos a situação a seguir:

O muro da Escola Alegria tem 5 metros de comprimento e 2 metros de altura. Qual a área deste muro?

Na *função bilinear*, a “multiplicação também assume o significado de produtos cartesianos em que há uma proporção simples para cada uma das grandezas envolvidas em relação a uma outra, com a taxa diferente de um” (MAGINA *et al*, 2014, p.81). Essa classe de situações envolve, ao menos, seis grandezas, as quais formam três pares de mesma natureza. A seguir, apresentamos uma situação pertencente a esta classe:

Uma torneira com um vazamento deixa escorrer 3 litros de água, em 1 hora. Se uma casa tem duas torneiras com este vazamento, quantos litros de água irão escorrer em 4 horas?

A última classe de situações que dão significado à multiplicação é a *proporção múltipla*, a qual se refere à composição de duas proporções simples. Nesse caso, quando alteramos o valor de qualquer uma das grandezas envolvidas, altera-se todas as outras grandezas (MAGINA *et al*, 2014). A situação a seguir é um exemplo pertencente a essa classe:

A receita de pudim, da dona Marlene, utiliza 1 lata de leite condensado a cada 3 ovos e, para cada ovo, 100 ml de leite. Para fazer um pudim grande, Marlene usa 2 latas de leite condensado, assim, quantos ml de leite serão necessários nesta receita?

Finalizando o estudo desses dois Campos Conceituais, verificamos a importância de compreender qual classe aditiva e multiplicativa utilizaríamos, em nossa pesquisa, para melhor compreendermos os possíveis raciocínios utilizados pelos alunos.

Em nosso trabalho, lançamos mão da classe aditiva de *composição*, pois o cálculo do perímetro das figuras geométricas planas (triângulo e retângulo) compreende a soma da medida dos lados, aqui denominadas por partes, para obtermos o todo, ou seja, a medida do perímetro, bem como algumas situações do campo multiplicativo, como, por exemplo, a classe do *produto cartesiano,* que abrangem o cálculo da área.

Com base no referencial teórico estudado, realizamos uma pesquisa bibliográfica em teses e dissertações brasileiras que abordam um estudo da Teoria dos Campos Conceituais e os conceitos de área e perímetro. Na próxima seção, apresentamos esse levantamento bibliográfico.

3.3 Teoremas em Ação Falsos Sobre es Conceitos de Área e Perímetro: Um Estudo Bibliográfico

Neste tópico, realizamos uma busca por teses e dissertações brasileiras no site da CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - e na biblioteca virtual da Pontifícia Universidade Católica (PUC), com o objetivo de verificar o material bibliográfico existente relacionado ao ensino e aprendizagem dos conceitos de área e perímetro.

A partir desse levantamento realizado, localizamos apenas dois trabalhos acadêmicos que abordam os conceitos de área e perímetro, com base nos referencias teóricos da Teoria dos Campos Conceituais: a tese de Teles (2007) e a dissertação de Ferreira (2010). Ambos os estudos tiveram como orientadora a mesma professora e suas pesquisas foram realizadas no mesmo programa de pós-graduação, no entanto, em anos distintos.

Esses trabalhos apontaram alguns teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro, detectados por meio das respostas dos alunos às situações propostas a esses sujeitos. Essas pesquisas foram desenvolvidas com sujeitos em idades escolares diferentes.

Teles (2007) teve como público alvo alunos do 2º ano do Ensino Médio, tendo como amostra 259 (duzentos e cinquenta e nove) alunos. Enquanto que a pesquisa de Ferreira (2010) se desenvolveu com 26 (vinte e seis) alunos do 3º ciclo (6º e 7º ano) do Ensino do Fundamental. Teles (2007) teve por objetivo:

> Investigar imbricações entre os campos conceituais das grandezas, do geométrico, numérico, algébrico e funcional na matemática escolar na formulação e no tratamento de problemas envolvendo as fórmulas de área do retângulo, do quadrado, do paralelogramo e do triângulo (TELES, 2007, p.31)

Já Ferreira (2010), objetivou com seu trabalho:

> Investigar a construção do conceito de área como grandeza e da relação entre área e perímetro por alunos do 3º ciclo do Ensino Fundamental, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais (FERREIRA, 2010, p.35)

Em seu estudo, Teles (2007) apontou teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro identificados nas respostas dos alunos, relacionados à cada figura geométrica estudada por ela (retângulo, quadrado, paralelogramo e triângulo), além de cinco teoremas em ação falsos gerais relativos aos conceitos de área e perímetro, não somente de uma determinada figura.

Ferreira (2010) apresentou seis teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro, enquanto grandezas, manifestados pelos alunos, durante a realização das atividades propostas em seu trabalho.

O trabalho de Ferreira (2010) consistiu em quatro etapas distintas. Na primeira etapa, a pesquisadora apresenta a análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais e de duas coleções de livros didáticos para a Matemática, sendo eles “Matemáticas para todos”, uma coleção de 5º a 8º série (6º ao 9º ano), e a outra coleção de 1ª a 4ª série (1º ao 5º ano). Por meio dessas análises, ela obteve subsídios para a elaboração de sua sequência de atividades, aplicada em seu trabalho.

Na segunda etapa, Ferreira (2010) realizou uma sondagem, por meio de uma sequência de atividades, que objetivou identificar os conhecimentos prévios mobilizados pelos alunos sobre os conceitos de área e perímetro. Essa sondagem foi composta por quatro questões aplicadas com 30 (trinta) alunos da 5º série (6º ano), do Ensino Fundamental II. As atividades aplicadas, pela pesquisadora, foram realizadas individualmente e sem consulta e entregues uma a uma, isto é, não foram entregues todas as atividades juntas, pois Ferreira (2010) justifica que não gostaria que uma atividade influenciasse as outras.

A atividade 1, da sondagem de Ferreira (2010), abordava uma situação de comparação entre áreas de figuras distintas, não sendo essas figuras geométricas tradicionais. Essa atividade foi baseada nas fichas de trabalho da tese de doutorado de Baltar (1996). Na atividade 2, a autora apresentou a comparação entre as áreas de oito superfícies distintas e o perímetro dessas mesmas superfícies (também por comparação). A atividade 3 foi uma adaptação da ficha de trabalho da dissertação de mestrado de Duarte (2002), na qual objetivou estabelecer a distinção entre superfície e grandeza área, e a grandeza área da medida. A última atividade abordou a adaptação de uma atividade da coleção Ideias&relações, matemática, volume 4, dos autores Carla, Tosatto e Outros do ano de 2004, tratando dos conceitos de comparação e mudança de unidade de áreas.

Com a pesquisa, Ferreira (2010) concluiu que os alunos apresentam:

> [...] tendência em atribuir um valor numérico, mesmo quando não é necessário; pouca compreensão das propriedades das figuras, a confusão entre área e perímetro sob vários pontos de vista, e a dificuldade em compreender que a área de uma figura possui medidas diferentes quando são utilizadas unidades de medidas de área diferentes (p.88)

A terceira etapa correspondeu a uma sequência constituída por 6 (seis) atividades, que abrangeram situações de comparação, de medida e de produção de superfícies. Essa sequência foi desenvolvida em 7 (sete) sessões de 50 (cinquenta) minutos cada, contando com 26 (vinte e seis) alunos. As 3 (três) primeiras atividades dessa sequência foram adaptações das atividades da tese de Douady e Perrin-Glorian (1989). Já as 3 (três) últimas atividades, adaptações das atividades da tese de Baltar (1996). A primeira e a quarta atividade envolveram uma situação de comparação entre figuras; a segunda, a quinta e a sexta atividades abordaram situações de produção de figuras ou superfícies; já a atividade três, uma situação de comparação e de medida do contorno das figuras. Com essa sequência, a autora observou que os mesmos equívocos presentes na sondagem permaneceram.

A quarta e última etapa tratava-se de um teste diagnóstico e de uma entrevista. O teste foi aplicado 10 (dez) meses após a vivência da sequência e se constituiu das mesmas questões da sondagem, acrescentando somente 2 (duas) atividades. Dessa forma, foram aplicadas para 31 (trinta e um) alunos do 7º ano, do Ensino Fundamental, durante 2 (duas) horas/aulas. As 2 (duas) atividades acrescentadas nesse teste foram de comparação de áreas e perímetros, de modo que uma das questões foi uma adaptação do Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE 2003) e a outra não foi especificada pela a autora.

No momento da entrevista, a autora afirma que não tinha por objetivo provocar mudanças nas estratégias utilizadas pelas duplas, mas sim esclarecer os procedimentos adotados por elas. Assim, foram entrevistadas 4 (quatro) duplas e, na conclusão da quarta etapa, Ferreira (2010) ainda encontrou os mesmos entraves e teoremas em ação falsos manifestados na primeira sequência de atividades aplicadas por ela, presentes nas respostas dos alunos, apresentando, portanto, pouco avanço em relação aos conhecimentos manifestados pelos alunos.

Teles (2007), em seu trabalho, também realizou uma análise de livros didáticos. Ela analisou duas coleções de 5ª e 8ª séries: DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática. São Paulo: Editora Ática, 2002. IMENES, Luiz Márcio Pereira e LELLIS, Marcelo. Matemática. São Paulo: Scipione, 1997.

Essa autora teve por objetivo, com sua análise, verificar quais abordagens eram apresentadas para a formalização do conceito de área nessas obras, ou seja, como eram apresentadas as fórmulas de área nessas coleções. Ela concluiu que “este estudo teórico reforçou a necessidade de aprofundar o papel das fórmulas na aprendizagem do conceito de área. Além disso, evidenciou a necessidade de abordar múltiplas situações” (TELES, 2007, p. 19).

Nesse estudo, Teles (2007) optou por aplicar um teste com o 2º ano do Ensino Médio, pois, nesse ano de escolaridade, todas as fórmulas de área já deveriam ter sido apresentadas aos alunos. Então, foram elaborados 5 tipos de testes distintos e aplicados em 5 escolas distintas, sendo que cada turma de aplicação realizou os 5 tipos de testes. Para tanto, foram utilizadas 16 questões para os testes.

Teles (2007) apresenta um quadro mostrando o perfil do seu teste diagnóstico relativo ao uso das fórmulas:

QUADRO 2:PERFIL DO TESTE DIAGNÓSTICO DA AUTORA TELES

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4
Teste 1	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo, um paralelogramo e um triângulo.	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo.	Fórmula para comparar áreas de triângulos dada a mediana	Fórmula para otimizar Cálculo de área máxima a partir de um perímetro fixo
Teste 2	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo, um paralelogramo e um triângulo.	Fórmula para calcular área do quadrado em função de um perímetro dado	Fórmula para calcular e comparar	Fórmula para otimizar Cálculo de área máxima a partir de um perímetro fixo
Teste 3	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo, um paralelogramo e um triângulo.	Fórmula para calcular a área de um paralelogramo	Fórmula para calcular comprimentos dos lados do retângulo em função do perímetro e da área	Operação com grandezas
Teste 4	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo, um paralelogramo e um triângulo.	Fórmula para comparar e produzir figuras em condições dadas	Fórmula para estabelecer relações entre grandezas	Fórmula para otimizar cálculo da área máxima a partir de um perímetro fixo
Teste 5	Fórmula para calcular área e perímetro de um retângulo, um paralelogramo e um triângulo.	Fórmula para calcular área do paralelogramo	Fórmula para comparar áreas de um retângulo e de um quadrado	Operação com grandezas

Fonte: Teles (2007, p.132)

Por meio desse teste diagnóstico, a autora identificou invariantes operatórios relativos aos conceitos de área e perímetro manifestados nas repostas dos estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Teles (2007) evidenciou, em seu trabalho, alguns entraves constatados com sua pesquisa, entraves esses que diferem pouco dos encontrados por Ferreira (2010), pois o principal entrave apresentado por ambas as pesquisas é a confusão dos conceitos de área e perímetro.

Ao estudarmos esses dois trabalhos, verificamos que alguns teoremas em ação falsos identificados na pesquisa de Teles (2007) também foram identificados na pesquisa de Ferreira (2010), assim como alguns entraves, por exemplo, a confusão dos conceitos de área e perímetro, fato destacado nas duas pesquisas. Ademais, percebemos que alguns desses teoremas em ação falsos, identificados por essas autoras, relatavam sobre um mesmo erro cometido pelos alunos, no entanto, esse teorema em ação falso era descrito de maneiras diferentes, o que nos possibilitou fazermos um agrupamento dos teoremas em ação falsos, identificados nesses dois trabalhos.

Tomando como referência as conclusões obtidas por essas duas pesquisas, elaboramos e aplicamos um teste piloto, com nossos sujeitos de pesquisa, alunos de 6º ao 9º ano, do Ensino Fundamental II, de uma escola do campo.

Dessa forma, na próxima seção, apresentamos brevemente esse teste piloto e as conclusões obtidas. Na sequência, apresentamos um agrupamento dos teoremas em ação falsos e entraves destacados nos trabalhos de Teles (2007) e Ferreira (2010), em que agrupamos os entraves e teoremas, segundo o tipo de erro cometido pelos alunos, a fim de elaborarmos nossa sequência de atividades, com base nesse agrupamento.

3.4 Teste Piloto e Agrupamento dos Teoremas em Ação Falsos Relacionados aos Conceitos de Área e Perímetro

Após realizarmos a revisão bibliográfica, elaboramos um teste piloto composto por 4 (quatro) questões, envolvendo o conceito de área, que foram aplicadas com os alunos do 6º ao 9º anos, do Ensino Fundamental II, de uma escola pública do campo, da cidade de Iretama, no estado do Paraná.

Essas questões foram aplicadas em 2 (duas) horas/aula, no ano de 2015. Participaram desse teste piloto 17 (dezessete) alunos, presentes no dia da investigação, com idades entre 10 (dez) e 15 (quinze) anos, sendo 4 (quatro) alunos do 6º ano, 4 (quatro) do 7º ano, 6 (seis) alunos do 8º ano e 3 (três) do 9º ano.

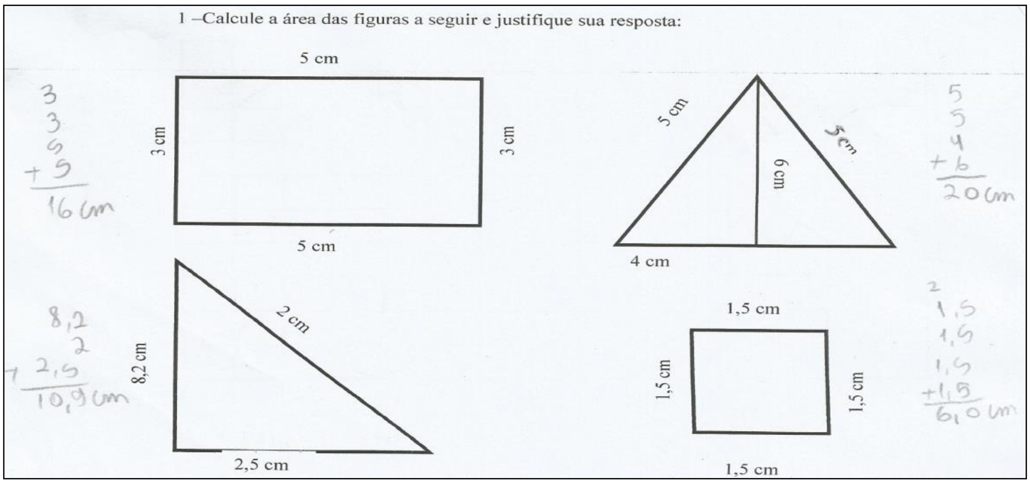
O teste piloto abordava somente questões de área, pois, inicialmente, iríamos estudar somente esse conceito. Essas atividades tiveram como objetivo o de identificar os indícios de conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de área e o de identificar a manifestação de teoremas em ação falsos nas respostas, conforme apontados nas pesquisas de Teles (2007) e Ferreira (2010).

Todas as atividades envolviam áreas das figuras geométricas planas, triângulos e retângulos. Para a realização dessas atividades, reunimos todos os alunos em uma única sala de aula e, então, aplicamos o plano o teste piloto.

A questão 1 abordava em seu enunciado: *Calcule a área das figuras a seguir e justifique sua resposta.* Para essa questão, foram apresentadas quatro figuras geométricas planas distintas (dois retângulos e dois triângulos) com as medidas das dimensões em centímetros, conforme a figura 1.

Para a questão 1: 12 (doze) alunos, dos quais 2 (dois) alunos são do 9º ano, 5 (cinco) do 8º ano, 4 (quatro) do 7º ano e 1 (um) do 6º ano, somaram todas as medidas presentes na figura, apresentando indícios do entrave, também identificado nas pesquisas de Teles (2007) e Ferreira (2010), da troca do conceito de área pelo conceito de perímetro, como mostra a Figura 1:

Figura 1: exemplo da questão 1

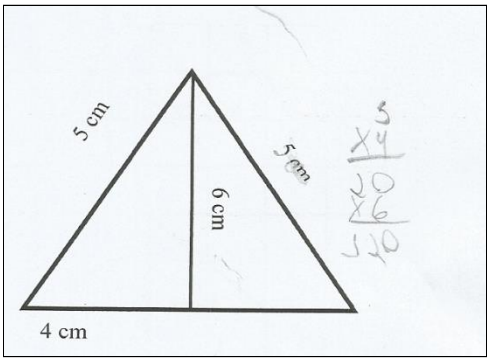


Fonte: dados dos sujeitos da pesquisa

Ainda, 5 (cinco) alunos, sendo 3 (três) do 6º ano, 1 (um) do 8º ano e outro do 9º ano realizaram multiplicações com as medidas apresentadas nas figuras, porém, sem apresentar o conceito de área, realizando, por exemplo, para a primeira figura (retângulo), “3×3 = 9 e 5×5 = 25”, e um aluno do 9º ano somou os dois resultados, “25+9 = 34”.

Analisando essas respostas, no caso especial dos triângulos, podemos verificar que 3 (três) alunos, ambos do 6º ano, ao utilizarem da multiplicação para encontrar a área da figura, fizeram a multiplicação de um dos lados pela base e pela altura, exemplificado a seguir:

Figura 2: exemplo de resposta da questão 1



Fonte: dados dos sujeitos da pesquisa

Esse equívoco cometido pelos alunos também foi verificado na pesquisa de Teles (2007), na qual a pesquisadora indica o teorema em ação falso: *"Para calcular a área do triângulo multiplica-se um lado x altura x base (TELES, 2007, p.210)*".

A segunda questão desse teste piloto trazia em seu enunciado: *Marcos quer construir uma casa de 200 m². Quais serão as possíveis dimensões dessa casa?* Nesta questão, não apresentamos qualquer figura, e obtivemos 7 (sete) respostas distintas, sendo que nenhuma destas respostas correspondeu ao esperado.

1 (um) aluno, do 7º ano, apresentou como resposta que: *"será um quadrado", 2 (*dois) alunos, do 8º ano, desenharam um retângulo, um deles colocou as medidas desse retângulo como sendo 100 m² e 200 m², e o outro aluno afirmou que todos os lados teriam 200 m². 1 (um) aluno, do 9º ano, somou 200 (duzentos) quatro vezes, obtendo a resposta 800. 3 (três) alunos (7º, 8º e 9º anos) apresentaram como resultado 400 (quatrocentos), somando 200+200. E 6 (seis) alunos (um do 6º ano, um aluno do 7º ano, três do 8º e um do 9º ano) apresentaram, como resposta, que as dimensões serão todas iguais a 50 (cinquenta).

Analisando as respostas fornecidas por esses alunos, verificamos novamente a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Esse equívoco é destacado em várias pesquisas, como, por exemplo, nas pesquisas de Baltar (1996), Facco (2003), Teles (2007), Ferreira (2010), bem como ressaltado também nos PCN, conforme já apresentado.

A questão 3 apresentava o seguinte questionamento: *Pedro vai construir uma mangueira em seu sítio. Ele irá construir essa mangueira quadrada. Sabendo que um de seus lados tem 8 m e sua diagonal aproximadamente 11,3 m, qual será a área dessa mangueira?*

Para essa questão, também não apresentamos qualquer figura e tivemos 5 (cinco) tipos de respostas diferentes apresentadas pelos alunos, no entanto, nenhuma delas correspondeu à resposta correta.

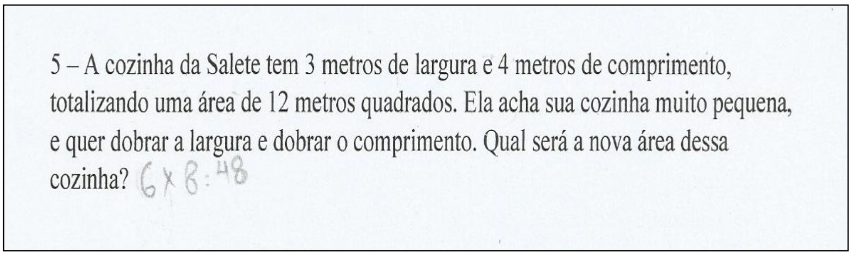
1 (um) aluno do 9º ano multiplicou 8 por 4, em seguida, ele o multiplicou por 11,3. 2 (dois) alunos, 1 (um) do 8º ano e 1 (um) do 7º ano, multiplicaram as duas medidas fornecidas. Analisando as respostas apresentadas por esses alunos, inferimos que eles associam o cálculo da área a uma multiplicação entre dois números quaisquer. 2 (dois) alunos, ambos do 8º ano, apresentaram somente uma representação da suposta mangueira.

1 (um) aluno do 7º ano realizou a atividade de modo que não compreendemos seu raciocínio. E 11 (onze) alunos (4 alunos do 6º ano, 2 do 7º, 3 do 8º ano e 2 alunos do 9º ano), somaram 2 (dois) lados e 2 (duas) vezes a diagonal (8+8+11,3+11,3). Novamente aqui, destacamos a confusão entre o conceito de área e perímetro.

A quarta e última questão apresentava em seu enunciado: *A cozinha da Salete tem 3 metros de largura e 4 metros de comprimento, totalizando uma área de 12 metros quadrados. Ela acha sua cozinha muito pequena, por isso quer dobrar a largura e dobrar o comprimento. Assim, qual será a nova área dessa cozinha?* Essa atividade apresenta as dimensões da cozinha e a área da determinada região, informando ao aluno que as dimensões dobraram seus valores, então, pede-se a nova área dessa região.

Para essa questão obtivemos respostas diversificadas por parte dos alunos. 1 (um) aluno, do 6º ano, realizou essa atividade multiplicando a área inicial por ela mesma, *“12×12 = 144”*; 2 (dois) alunos do 8º ano dobraram as dimensões e somaram as novas dimensões com a área inicial, “*6+8+12 = 26*”; outros 2 (dois) alunos do 8º ano simplesmente representaram por meio de uma figura, apresentando as novas dimensões; 2 (dois) alunos do 9º ano realizaram cálculos que não conseguimos compreender o raciocínio; 3 (três) alunos, todos do 6º ano, procederam conforme o esperado, dobrando as dimensões e multiplicando-as para resultar na nova área, porém, não apresentaram as unidades de medidas. Exemplificamos abaixo:

Figura 3: Exemplo de resposta da questão 5

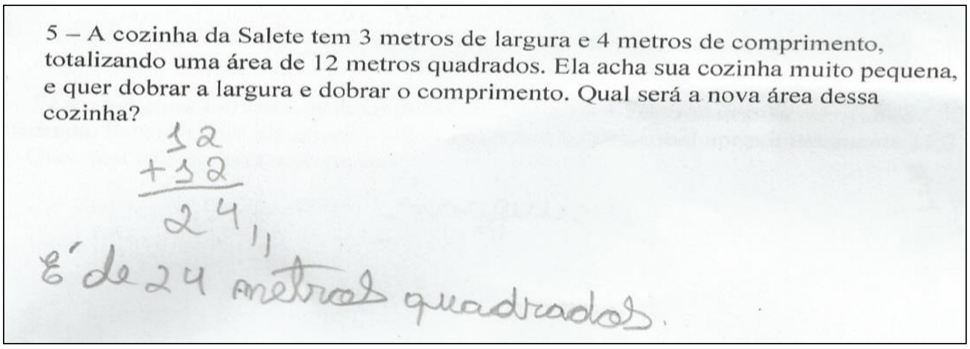


5 – A cozinha da Salete tem 3 metros de largura e 4 metros de comprimento, totalizando uma área de 12 metros quadrados. Ela acha sua cozinha muito pequena, e quer dobrar a largura e dobrar o comprimento. Qual será a nova área dessa cozinha? 6 x 8 : 48

Fonte: dados dos sujeitos da pesquisa

E, por fim, 7 (sete) alunos, sendo 4 (quatro) do 7º ano, 2 (dois) do 8º ano e 1 (um) aluno do 9º ano, dobraram o valor da área inicial, como exemplifica a figura a seguir:

Figura 4: exemplo de respostas da questão 5



5 – A cozinha da Salete tem 3 metros de largura e 4 metros de comprimento, totalizando uma área de 12 metros quadrados. Ela acha sua cozinha muito pequena, e quer dobrar a largura e dobrar o comprimento. Qual será a nova área dessa cozinha?

12
+12
24,,

É de 24 metros quadrados.

Fonte: dados dos sujeitos da pesquisa

Nesse último grupo de respostas, podemos indicar a presença do teorema em ação falso, “*Se dobro os lados de uma figura, dobro a sua área”,* conforme indicado nas respostas dos sujeitos de Ferreira (2010).

As conclusões que Ferreira (2010) e Teles (2007) obtiveram, em suas pesquisas, estendem-se à realidade. Uma das conclusões mais relevantes das pesquisadoras está relacionada à confusão entre o conceito de área e perímetro, o que também ocorreu nas respostas dos sujeitos dessa pesquisa, pois doze alunos, dentre os dezessete, calcularam o perímetro ao invés de calcularem a área.

A partir das conclusões obtidas com nosso teste piloto, confirmamos algo que já havíamos cogitado inicialmente, que não conseguiríamos trabalhar somente com o conceito de área, pois, para os alunos, os conceitos de área e perímetro estão interligados e, levando em consideração os Parâmetros Curriculares Nacionais, nos quais destacam que essa confusão pode se dar devido ao fato da abordagem de questões envolverem os conceitos separadamente e não abordar os dois conceitos juntos em uma mesma situação, optamos por incluir em nossa pesquisa o conceito de perímetro.

Além disso, verificamos nas respostas dos alunos os mesmos equívocos identificados por Teles (2007) e Ferreira (2010), ou seja, a manifestação dos teoremas em ação falsos elencados, em suas pesquisas.

Assim, percebemos que teríamos que mudar as estratégias de elaboração ou de aplicação das questões, a fim de investigarmos quais tipos de estratégias poderiamos oportunizar aos alunos a desestabilizarem esses equívocos já constatados nas pesquisas estudadas e também em nosso teste piloto. Partindo dessas conclusões, surgiu a ideia de trabalharmos com questões contextualizadas e um projeto de Modelagem Matemática.

Para tanto, optamos, primeiramente, por realizar um agrupamento dos teoremas em ação falsos identificados nas pesquisas de Teles (2007) e Ferreira (2010), a fim de que as questões envolvessem situações que oportunizassem a mobilização de algum(s) dos teoremas constituintes de cada um dos agrupamentos.

Os trabalhos de Teles (2007) e Ferreira (2010) apresentam invariantes operatórios do tipo preposição, isto é, invariantes do tipo teoremas em ação. Essas autoras apresentam teoremas em ação verdadeiros e falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro e, em nossa pesquisa, utilizamos e trabalhamos com os teoremas em ação falsos.

Teles (2010) apresentou em seu trabalho 27 teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro de retângulos, triângulos e paralelogramos, identificados a partir do seu teste diagnóstico, aplicado com um total de 259 alunos do 2º ano, do Ensino Médio. Já o trabalho de Ferreira (2010), apresenta seis teoremas em ação falsos referentes aos conceitos de área e perímetro, identificados por meio das atividades aplicadas aos alunos do 3º ciclo do Ensino Fundamental.

Dos teoremas em ação falsos identificados por Ferreira (2010), utilizamos todos para nosso agrupamento, já dos identificados por Teles (2007), utilizamos somente 22, pois cinco desses teoremas em ação falsos eram relacionados aos paralelogramos e, em nossa pesquisa, não utilizamos problemas envolvendo paralelogramos.

Logo, selecionamos 28 teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro das figuras planas, retângulos e triângulos, no trabalho de Teles (2007) e Ferreira (2010). A tabela 2 apresenta os 28 teoremas em ação falsos, relacionados aos conceitos de área e perímetro de retângulos e triângulos que utilizamos em nossa pesquisa.

QUADRO 2: TEOREMAS EM AÇÃO FALSOS

Sigla	*Autora*	*Teorema em ação falso*	*Tipo de erro*
TAF01	Teles (2007)	A área de uma figura geométrica plana é o produto de todos os comprimentos dos lados.	Este TAF relaciona-se à utilização das medidas que foram apresentadas nas figuras.
TAF02	Teles (2007)	A área de uma figura geométrica plana é o produto de todas as medidas que aparecem na figura.	Este TAF relaciona-se à utilização das medidas que foram apresentadas nas figuras.
TAF03	Teles (2007)	Para calcular a área do retângulo, multiplica-se todos os lados.	Este TAF se relaciona ao uso de todas as medidas da figura para realizar a operação desejada.
TAF04	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se a medida de todos os lados do triângulo pela medida da altura, ou seja, deve-se multiplicar os comprimentos de todos os elementos da figura.	Este TAF relaciona-se à utilização das medidas que foram apresentadas nas figuras.
TAF05	Teles (2007)	O perímetro é a soma de todas as medidas que aparecem na figura.	Este TAF relaciona-se à utilização das medidas que foram apresentadas nas figuras.

TAF06	Teles (2007)	O perímetro do retângulo é a soma dos comprimentos de apenas 2 lados, ou seja, é a soma somente das medidas que aparecem na figura.	Este TAF relaciona-se à utilização das medidas que foram apresentadas nas figuras.
TAF07	Teles (2007)	O perímetro do triângulo é a soma das medidas de todos os lados e da altura.	Este TAF se relaciona com o uso de todas as medidas da figura para realizar a operação desejada.
TAF08	Teles (2007)	A área de uma figura geométrica plana corresponde ao comprimento de um de seus lados ou ao comprimento de algum elemento da figura (uma altura, por exemplo).	Esse TAF está relacionado ao uso das medidas fornecidas pela atividade.
TAF09	Teles (2007)	O perímetro do triângulo é a soma da medida do lado tomado como base com a medida de um dos lados.	Neste TAF fica evidente à pouca compreensão das propriedades das figuras geométricas.
TAF10	Teles (2007)	O perímetro do triângulo é a soma das medidas de dois lados do triângulo e da altura.	Este TAF relaciona-se ao uso incorreto das propriedades da figura
TAF11	Teles (2007)	A área do retângulo é dada por $A = \frac{bxh}{2}$.	Este TAF está relacionado a confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF12	Teles (2007)	Para calcular o perímetro do retângulo, eleva-se os comprimentos dos lados ao quadrado e os somam.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF13	Teles (2007)	O perímetro do retângulo é o resultado da multiplicação base x altura e da divisão do produto por 2 (área do triângulo).	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF14	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo multiplica-se medida dos dois lados pela medida da base.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF15	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se a medida do lado pela medida do outro lado.	Este TAF está relacionado a confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.

TAF16	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, usa-se a fórmula do trapézio.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF17	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se a medida do lado tomado como base pela medida de um dos lados.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF18	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se a medida de um dos lados pela medida da altura e não divide por 2.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF19	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se um lado x altura x base.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF20	Teles (2007)	Para calcular a área do triângulo, multiplica-se a medida de todos os lados do triângulo e divide por 2.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF21	Teles (2007)	O perímetro de uma figura plana é dado pela área dividida por dois.	Neste TAF fica evidente a confusão dos conceitos de área e perímetro.
TAF22	Teles (2007)	Para calcular a área do retângulo somam-se os lados paralelos e os multiplica.	Este TAF está relacionado à confusão entre as fórmulas e das propriedades das figuras geométricas.
TAF23	Teles (2007)	Para calcular o perímetro do retângulo, eleva-se os comprimentos dos lados ao quadrado e os somam.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras e a confusão entre os conceitos.
TAF24	Ferreira (2010)	Dado um quadrado de lado l, a medida do lado, a medida da diagonal, e a medida do arco de circunferência de raio l, são todos iguais a l.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras e a confusão entre os conceitos.
TAF25	Ferreira (2010)	Se dobro os lados de uma figura, dobro a sua área.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras.
TAF26	Ferreira (2010)	A maior figura é proporcional ao comprimento das suas projeções.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras.

TAF27	Ferreira (2010)	Figuras de mesma área possuem mesmo perímetro.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras.
TAF28	Ferreira (2010)	O lado e a diagonal de um quadrado têm mesma medida de comprimento.	Neste TAF, está evidente a pouca compreensão das propriedades das figuras.

Fonte: elaborada pela autora

Considerando nosso objetivo de investigar a respeito da manifestação desses teoremas em ação falsos, da Tabela 02, pelos estudantes, durante a resolução de problemas contextualizados e na realização de um projeto de Modelagem Matemática, resolvemos agrupar os teoremas em ação falsos que tinham relação a um mesmo tipo de erro, como, por exemplo, dois teoremas em ação falsos relacionados à compreensão das propriedades das figuras geométricas.

Esse agrupamento nos facilitaria na análise das questões contextualizadas, bem como no projeto de Modelagem Matemática, pois possibilitaria investigar em qual dos agrupamentos um possível equívoco pertenceria, caso os alunos o cometessem.

Além de auxiliar na análise das atividades, os agrupamentos nos auxiliaram na elaboração das questões contextualizadas, pois, no momento de sua elaboração, sempre em seu enunciado, implicitamente, pensávamos em qual dos agrupamentos as possíveis respostas dos sujeitos poderiam se enquadrar. Desse estudo (do teoremas da tabela 02), surgiram 3 (três) agrupamentos, que são apresentados a seguir.

O primeiro agrupamento elaborado *diz respeito ao cálculo da área ou perímetro, envolvendo necessariamente todas/somente as medidas que aparecem na figura dada*, ou seja, abrange os teoremas em ação falsos mobilizados pelos estudantes, quando as situações propostas apresentam explicitamente os valores das medidas das figuras, induzindo os alunos a deduzirem que precisam utilizar todas ou somente as medidas que foram apresentadas na atividade. Esse primeiro agrupamento abrange 10 (dez) teoremas em ação falsos da Tabela 2, TAF1, TAF2, TAF3, TAF4, TAF5, TAF6, TAF7, TAF8, TAF9 e TAF10.

O segundo agrupamento é referente ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para o cálculo da área e perímetro*. Ele aborda os teoremas em ação falsos referentes às fórmulas para calcular a área e o perímetro, como, por exemplo, quando o aluno utiliza a fórmula da área do triângulo para o cálculo da área do retângulo. Outrossim, esse agrupamento também refere-se aos erros no momento de utilização das fórmulas de área e perímetro, ou seja, esquecendo ou acrescentando medidas não existentes nesse cálculo, como, por exemplo, para calcular a área do triângulo, deve-se multiplicar a altura e o comprimento e não dividir por dois. Esse agrupamento abrange 11 (onze) teoremas em ação falsos da Tabela 2, sendo eles TAF11, TAF12, TAF13, TAF14, TAF15, TAF16, TAF17, TAF18, TAF19, TAF20, TAF22.

O terceiro e último agrupamento relaciona-se às *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros,* abordando os teoremas em ação falsos relacionados às comparações errôneas entre os conceitos de área e perímetro, à confusão entre esses dois conceitos, bem como às generalizações que os alunos podem realizar, tanto para conceitos como para medidas nas figuras, por exemplo, generalizar o cálculo de qualquer área como sendo a multiplicação da base pela altura.

Nesse terceiro agrupamento, temos 7 teoremas em ação falsos da Tabela 2, nesse agrupamento, TAF21, TAF23, TAF24, TAF25, TAF26 TAF27, TAF28.

Apresentamos, assim, uma tabela na qual há os três agrupamentos elaborados:

QUADRO 3: AGRUPAMENTO DOS TEOREMAS EM AÇÃO FALSOS

Sigla para os agrupamentos	Agrupamentos	Teoremas em ação falsos relacionados
C01	*Primeiro agrupamento: o cálculo da área ou perímetro, envolvendo necessariamente todas/somente as medidas que aparecem na figura dada*.	TAF1, TAF2, TAF3, TAF4, TAF5, TAF6, TAF7, TAF8, TAF9 e TAF10
C02	*Segundo agrupamento: uso incorreto das fórmulas matemáticas para o cálculo da área e perímetro.*	TAF11, TAF12, TAF13, TAF14, TAF15, TAF16, TAF17, TAF18, TAF19, TAF20, TAF22.
C03	*Terceiro agrupamento: compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.*	TAF21, TAF23, TAF24, TAF25, TAF26 TAF27, TAF28.

Fonte: autora deste trabalho

Por meio desses agrupamentos, elaboramos quatro questões contextualizadas que explorassem algumas situações vivenciadas por esses alunos em seu dia a dia, bem como seus interesses identificados a partir de um questionário inicial. Também elaboramos um projeto de Modelagem Matemática. A elaboração dessas questões e do projeto de Modelagem Matemática teve por objetivo verificar se os teoremas em ação falsos, identificados nessas pesquisas, também seriam manifestados nas respostas dos alunos e se os erros que surgissem tinham relações com os agrupamentos elaborados.

4 A Pesquisa

Neste capítulo, discorremos sobre nosso estudo, apresentando o problema de pesquisa, os procedimentos metodológicos e os encaminhamentos apresentados.

Também apresentamos o teste diagnóstico aplicado aos alunos e as análises desse teste.

Organização da Seção

4.1 O Problema De Pesquisa

Após os estudos realizados e, a partir dos teoremas em ação falsos identificados em pesquisas anteriores – a respeito dos conceitos de área e perímetro de retângulos e triângulos considerando, ainda, que os sujeitos de pesquisa são alunos de uma escola do campo, assumindo suas particularidades de localização e ensino – nosso problema de pesquisa voltou-se a indagar: “Que teoremas em ação são manifestados pelos estudantes, ao resolverem questões contextualizadas e um projeto de Modelagem Matemática, envolvendo os conceitos de área e perímetro?

Nesse sentido, essa pesquisa teve por objetivo geral *investigar a existência, ou não, de teoremas em ação falsos manifestados nas respostas de estudantes, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola do campo, mediante questões contextualizadas e em um projeto de Modelagem Matemática, envolvendo os conceitos de área e perímetro. Então, caso haja manifestações, quais teoremas.*

Para alcançar esse objetivo, a princípio, elaboramos e aplicamos um questionário aos sujeitos da pesquisa, objetivando conhecer seus interesses e seus anseios em relação ao ambiente escolar, assim como investigar a realidade em que esses alunos vivem. Em seguida, elaboramos e aplicamos quatro questões contextualizadas com os sujeitos da pesquisa. Essas questões foram elaboradas, tomando-se como referência o contexto vivenciado por esses alunos e baseadas nas respostas obtidas no questionário, anteriormente aplicado.

Por último, analisando as respostas obtidas com o questionário aplicado e por conversas informais com alunos, percebemos o interesse deles pela pintura do muro da escola, uma vez que o muro não estava “nem rebocado”. Assim, propomos a esses sujeitos a elaboração de um projeto para a pintura do mesmo, no qual eles deveriam apresentar um orçamento para esse trabalho.

Dando sequência ao nosso trabalho, na próxima seção, apresentamos os procedimentos metodológicos adotados para chegar ao objetivo delimitado a esta pesquisa.

4.2 Os Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa adotou a abordagem qualitativa baseada nos pressupostos da Pesquisa Participante, na qual "consiste na inserção do pesquisador no ambiente natural de ocorrência do fenômeno e de sua interação com a situação investigada" (PERUZZO, 2003, p.2). Dentre os autores que discutem sobre esse tipo de pesquisa, apresentaremos a definição de Peruzzo (2003), com a qual mais nos identificamos.

Peruzzo (2003) apresenta três aspectos que caracterizam uma pesquisa participante, sendo o primeiro, a presença constante do observador no ambiente investigado a fim de que ele possa ver as coisas de dentro. O segundo é o investigador compartilhar de modo consistente e sistematizado das atividades do grupo ou do contexto que está sendo estudado, ou seja, ele se envolve nas atividades, além de compartilhar interesses e fatos. Já o terceiro, a necessidade do pesquisador de assumir o papel do outro para poder atingir o sentido de suas ações.

Para Peruzzo (2003), esses são aspectos fundamentais para se ter uma pesquisa participante. Essa autora ainda esclarece que o pesquisador se insere, participando de todas atividades do grupo pesquisado, isto é, o pesquisador deve acompanhar e viver uma situação concreta que abriga o objeto de sua investigação, na qual deve interagir como membro. Além de observar, ele deve se envolver, assumir algum papel no grupo. Esse tipo de procedimento exige muita maturidade intelectual, pois, ao mesmo tempo em que o pesquisador deve assumir um papel no grupo, deve manter um certo distanciamento a fim de não criar vieses de percepção e interpretação.

Nesse contexto, inserimo-nos no ambiente escolar e acompanhamos todo o desenvolvimento das atividades, o que nos permitiu a seguinte indagação: Afinal, quem são os sujeitos da pesquisa? Quais seus anseios e expectativas?

A escola escolhida para a aplicação continha 20 alunos matriculados nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). Todos esses alunos descendem de famílias que vivem basicamente da agricultura, alguns alunos eram moradores do distrito onde se localiza a escola, sendo que a renda familiar vem das atividades agrícolas.

Por ser um pequeno distrito, a população possui uma estreita relação com a escola, que sofre ameaças constantes de ser fechada em razão do número reduzido de alunos matriculados. Com o intuito de conhecer melhor a relação entre os alunos e o ambiente escolar, quais os interesses, quais os desejos e quais as reivindicações esses alunos pudessem ter, elaboramos um questionário que contou com cinco questões, o qual apresentamos na próxima seção deste capítulo.

4.2.2 – Questionário Inicial

Tendo por objetivo, esta pesquisa, o de investigar a existência de teoremas em ação falsos relacionados aos conceitos de área e perímetro, em questões que envolvessem a realidade desses alunos, precisávamos conhecer sobre a realidade vivenciada por eles, quais seus interesses, seus desejos e seus objetivos, a fim de que as questões pudessem motivá-los a desenvolver raciocínios que os conduzissem às noções coerentes sobre área e perímetro. Para isso, elaboramos um questionário que contou com 5 (cinco) questões.

Responderam a este questionário 18 alunos que estavam presentes no dia da aplicação, sendo 3 (três) alunos do 6º ano, 4 (quatro) alunos do 7º ano, 4 (quatro) alunos do 8º ano e 7 (sete) alunos do 9º ano.

No quadro a seguir, apresentamos as questões elaboradas, na primeira coluna; na segunda, exibimos os nossos objetivos com cada questão; na terceira apresentamos as respostas oferecidas pelos alunos a essas questões; e, por fim, na última coluna, alguns exemplos dessas respostas.

QUADRO 4: QUESTIONÁRIO

Questão	**Objetivo**	**Categorias de Respostas dos alunos**	**Exemplo de respostas**
Por que você optou por estudar nesta escola?	Identificar o público alvo e qual o motivo de estarem nesta escola.	Proximidade das suas residências (12 alunos (dois do 6º, três do 7º, três do 8º e três do 9º ano)).	*"Porque é a mais perto". "Porque eu moro bem perto da escola".*
		Qualidade da escola com bons professores (3 alunos (dois do 9º e um do 7º ano))	*"Porque tem bons professores". "Porque a escola é boa e os professores também".*
O que você mais gosta na escola do Marilu? Por quê?	Investigar sobre o que lhes chamavam atenção na escola, o que eles gostavam neste ambiente.	Quantidade reduzida de alunos (4 alunos (dois do 7º, um do 8º e um do 9º ano)).	*"O que mais gosto é que por ser poucos alunos a professora pode passar coisas mais legais e a gente não precisa ficar copiando", "Das aulas porque são poucos alunos e aprendemos mais".*
		Das professoras, dos amigos, dos funcionários, da aula de computação, da quadra de esportes (7 alunos (4 do 9º ano, um do 8º, um do 7º ano e um aluno do 6º ano)).	*"eu gosto é das professoras da aula no computador e da quadra"*
		Da aula de Educação Física e de artes (4 alunos (dois do 9º ano, um do 8º ano, um aluno do 6º ano)).	*"Das aulas de artes porque eu adoro desenhar"*
O que você acha que precisaria ser modificado ou acrescentado na escola de Marilu? Por quê?	Investigar quais as insatisfações dos alunos, ou seja, o que os incomodavam no ambiente escolar.	A quadra de esporte e o sinal de troca de aulas (três alunos (um do 7º, um do 6º e um aluno do 9º ano)).	*"o sinal e a quadra"*
		Cursos diferentes (4 alunos (dois do 7º ano e dois do 8º)).	*"tinha que ter cursos de coisas diferentes"*
		Aumentar a quantidade de alunos na escola (4 alunos (dois do 8º e dois do 9º ano)).	
		Mudanças estruturais na escola, construção de jardim e refeitório	*"tinha que fazer um jardim para ficar mais bonito"*

		(dois alunos do 9º ano).	*“um lugar para comer sentado, na mesa não cabe todo mundo”*
Você recomendaria a escola de Marilu para algum amigo ou parente? Por quê?	Conhecer a satisfação ou insatisfação dos alunos com a escola.	Sim, pela qualidade do ensino (17 alunos (três alunos do 6º, quatro do 7º ano, três alunos do 8º e 5 do 9º ano)).	*“sim, porque é boa”*
		Não, por ser distante da sua residência (1 aluno do 9º ano).	*“não, eles moram longe”*
Como você poderia contribuir para melhorar ainda mais a escola de Marilu? Por quê?	Verificar se os alunos se sentiam capazes de melhorar o ambiente escolar, bem como o que eles gostariam que mudasse.	Melhorando seus comportamentos e disciplinas no ambiente escolar (13 alunos (um do 6º ano, 4 do 7º, três do 8º e 5 do 9º ano)).	*“melhorando meu comportamento e as notas”*
		Contribuindo com a pintura do muro da escola (dois alunos (um do 6º ano e outro do 9º)).	“*pintar os muros e cuidar deles, não sujar”*

Fonte: Elaborado pela autora

A partir desse questionário, foi possível perceber que os alunos se sentem satisfeitos em seu ambiente escolar, no entanto, eles sugeriram algumas melhorias das quais eles poderiam contribuir. Por meio das respostas obtidas nesse questionário e levando em consideração a realidade vivenciada por esses alunos, elaboramos um teste diagnóstico com quatro questões contextualizadas e, na sequência, propomos um projeto de Modelagem Matemática.

Tanto com o teste diagnóstico, quanto com a atividade de Modelagem Matemática, nosso objetivo foi o de verificar se os agrupamentos dos teoremas em ação falsos, identificados nas pesquisas de Teles (2007) e Ferreira (2010), manifestam-se e como se manifestam, quando os estudantes estão envolvidos em atividades que abrangem a sua realidade.

Diante do exposto, as questões contextualizadas são apresentadas na seção seguinte.

4.2.3 Teste Diagnóstico: Questões Contextualizadas

A partir das análises das respostas apresentadas no questionário pelos alunos do 6º ao 9º anos, do Ensino Fundamental, elaboramos o teste diagnóstico propondo quatro questões *contextualizadas,* envolvendo os conceitos de área e perímetro. Adotamos para a palavra "contextualizada" os mesmos pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> É no contexto de experiências intuitivas e informais com a medição que o aluno constrói representações mentais que lhe permitem, por exemplo, saber que comprimentos com 10, 20 ou 30 centímetros são possíveis de visualizar numa régua, que 1 quilo é equivalente a um pacote pequeno de açúcar ou que 2 litros correspondem a uma garrafa de refrigerante grande (BRASIL, 1997, p. 83)

Dessa forma, utilizamos o sentido de contextualização para apresentar situações relacionadas ao cotidiano diário do aluno, apresentando situações que sejam compatíveis com sua realidade e que envolvam os conceitos de área e perímetro, uma vez que acreditamos que a contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno (FERNANDES, 2009).

Nesse contexto, optamos por questões contextualizadas com o intuito de levar o aluno a imaginar a situação proposta. Sendo assim, tendo familiaridade com o contexto, esse aluno poderia sentir a curiosidade e um maior interesse em apresentar uma resposta coerente. Além de levar em consideração que:

> Não é mais possível apresentar a Matemática aos alunos de forma descontextualizada, sem levar em conta que a origem e o fim da Matemática é responder às demandas de situações-problema da vida diária. (GROENWALD, FILLIPSEN, 2002)

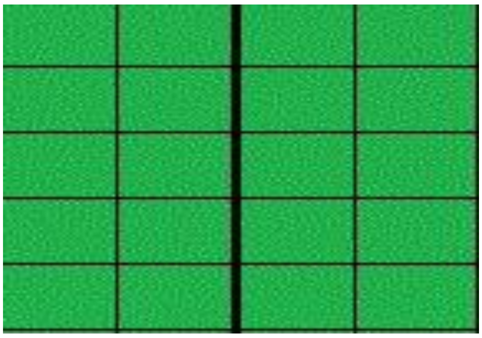
O teste foi aplicado a 16 alunos do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental presentes no dia da aplicação. Para a elaboração dessas questões, pautamo-nos nas respostas dos alunos apresentadas ao questionário, nas categorias elaboradas por meio dos teoremas em ação falsos, identificados nos trabalhos de Teles (2007) e Ferreira (2010) e no contexto social em que esses alunos se encontram, ou seja, na realidade vivida por eles.

A *primeira questão* apresenta um contexto vivido por muitos dos alunos, uma divisão em piquetes de aveia para pastoreio de bovinos. Nessa questão, apresentamos aos alunos uma figura que representava um espaço com plantio de aveia, já com as divisões dos piquetes. Informamos as medidas de cada piquete e a quantidade dos mesmos. Outra informação apontada é a quantidade média de aveia que cada bovino come por semana.

Partindo dessas informações, a atividade solicitava ao aluno que calculasse a quantidade de vacas para cada piquete e sua área. Logo, para tal, precisariam do cálculo da área e perímetro para tirar suas conclusões.

QUADRO 5: QUESTÃO 1 CONTEXTUALIZADA

Pedro plantou aveia em seu sítio e construiu 20 piquetes, com a intenção de distribuir as vacas entre eles e fazer um rodízio ao final de uma semana. Mas Pedro está com um problema, não sabe quantas vacas deve colocar nos piquetes. O que ele sabe é que os construiu com 15 metros de comprimento e 8 metros de largura, assim como mostra a figura.



Outra informação que Pedro tem é que cada vaca come, aproximadamente, 10 metros quadrados de aveia por semana.

a) *Sabendo dessas informações, quantas vacas Pedro pode colocar em cada piquete?*
b) *Uma vaca escapou e percorreu, pelo lado de fora, todo o contorno da cerca onde a aveia está plantada. Quantos metros esta vaca percorreu?*

Fonte: elaborada pela autora

Para essa questão, era esperado que os alunos, na alternativa a), calculassem a área de cada piquete (120 m^2) e, logo após, realizassem a divisão da área de cada piquete por 10 metros quadrados, assim verificando que Pedro poderia colocar 12 vacas em cada piquete.

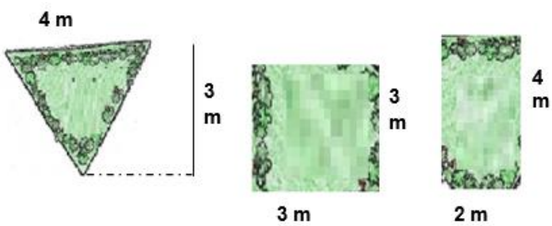
Já para a alterativa b), era esperado que os alunos calculassem o perímetro de todo o espaço (constituído pelos 20 piquetes de 8 x 15 m) com o plantio de aveia, chegando à resposta de que que a vaca percorreu 200 metros, ao redor dos piquetes.

A segunda *questão* foi elaborada a partir das respostas dos alunos, em que manifestaram que poderia ser construído um jardim na escola. Foram apresentados, nesta questão, três modelos distintos de jardins e solicitava-se aos alunos que escolhessem o jardim que ocupasse o menor espaço e que informassem quantos metros de cerca seria preciso para cercar esse jardim (o jardim que ele havia escolhido como menor).

QUADRO 6: QUESTÃO 2 CONTEXTUALIZADA

O diretor de uma escola quer fazer um jardim no pátio da escola. Analisando alguns modelos, ficou em dúvida entre três:

Figura 5: Jardins



a) *Nesta escola, o pátio não é muito grande e, por isso, o diretor deve escolher o jardim que ocupe o menor espaço. Sendo assim, qual desses três modelos ele deve escolher?*
b) *Outro problema que o diretor irá enfrentar é com cachorros que possam entrar no jardim e arrancar as flores que serão plantadas. Por esse motivo, ele precisa cercá-lo. Quantos metros de cerca o diretor deve comprar?*

Fonte: elaborada pela autora

Para essa questão, era esperado que os alunos calculassem as áreas dos três jardins e os comparassem, apresentando como resposta para a alternativa a) o jardim de menor área. Para a alternativa b), esperávamos que os alunos, a partir do jardim encontrado na primeira alternativa, apresentassem o cálculo do perímetro desse jardim e, portanto, saberia a quantidade de cerca necessária.

A *terceira questão* também abordava um tema da realidade dos alunos, pois apresentava a comparação entre notas de dinheiro de dois reais. Essa atividade apresentava as duas notas de dois reais, a antiga e a nova, e solicitava-se o cálculo da área e perímetro das duas notas para verificar qual das duas possuíam maior área.

QUADRO 7: QUESTÃO 3 CONTEXTUALIZADA

Marcos e Felipe estavam conversando sobre dinheiro, especificamente sobre as notas de dois reais. Marcos afirmou que a nova nota de dois reais tem maior área e maior perímetro que a antiga. Felipe afirmou que a nota antiga de dois reais é a que tem a área e perímetro maior. Quem está correto? Por quê?

Figura 6: Nota Antiga

Figura 7: Nota Nova

Fonte: elaborada pela autora

Esperávamos que os alunos afirmassem que Felipe estava com a razão, pois a nota antiga possuía a maior área e perímetro. Justificando, então, por meio do cálculo da área e perímetro das duas notas e realizando a comparação. Foram fornecidos aos alunos lápis, borracha e régua para realizarem essa questão.

A última questão foi elaborada a partir das respostas dos alunos às questões 3 e 5 do questionário, já que alguns alunos apresentaram que não tinham local apropriado para realizar suas refeições. A escola já possui uma mesa de refeitório, porém não está sendo suficiente para todos os alunos. Nesse sentido, a questão 4 apresenta aos alunos esse problema e também as medidas originais da mesa, incluindo a área. A questão propõe uma solução para esse problema, em dobrar as medidas dos lados dessa mesa e, por fim, pergunta qual seria a nova área da mesma e se esta é uma boa solução.

QUADRO 8: QUESTÃO 4 CONTEXTUALIZADA

Em uma Escola do Campo, foi feita uma mesa de refeitório com 3,7 metros de comprimento e 0,83 metros de largura, totalizando uma área de 3,071 metros quadrado. Essa mesa não está sendo suficiente para que todos os alunos consigam lanchar. Logo, o diretor da escola irá dobrar a largura e dobrar o comprimento dessa mesa. Qual será a nova área da mesa do refeitório? Essa é uma boa solução?

Fonte: elaborada pela autora

Como solução para essa questão, esperávamos que os alunos dobrassem as medidas dos lados da mesa e calculassem a nova área a partir das novas medidas.

4.2.4 Análise do Teste: Questões Contextualizadas

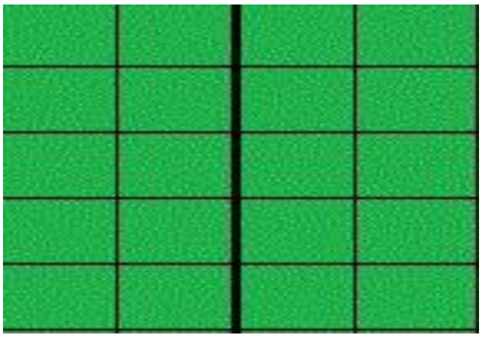
Nesta seção, analisaremos as respostas dos alunos às questões contextualizadas propostas no teste diagnóstico, buscando evidenciar ações manifestadas por eles, durante a realização do mesmo, relacionadas aos agrupamentos dos teoremas em ação, construídos a partir dos trabalhos de Teles (2007) e Ferreira (2010), apresentados na tabela 3.

A análise do teste diagnóstico se deu a partir dos registros dos alunos e de uma entrevista realizada posteriormente à aplicação do teste, com o objetivo de verificar os procedimentos adotados por esses alunos para a resolução das questões propostas.

Apresentamos as análises das questões do teste diagnóstico, agrupando as respostas semelhantes e verificando se essas respostas se enquadram em alguns dos agrupamentos elaborados, apresentados na tabela 3.

Primeira Questão

Pedro plantou aveia em seu sítio e construiu 20 piquetes, com a intenção de distribuir as vacas entre eles e fazer um rodízio ao final de uma semana. Mas Pedro está com um problema, não sabe quantas vacas deve colocar nos piquetes. O que ele sabe é que os construiu com 15 metros de comprimento e 8 metros de largura, assim como mostra a figura.



Outra informação que Pedro tem é que cada vaca come, aproximadamente, 10 metros quadrados de aveia por semana.

a) *Sabendo dessas informações, quantas vacas Pedro pode colocar em cada piquete?*
b) *Uma vaca escapou e percorreu, pelo lado de fora, todo o contorno da cerca onde a aveia está plantada. Quantos metros essa vaca percorreu?*

Inicialmente, apresentamos a análise do item a). Para essa alternativa da primeira questão, tivemos 10 (dez) respostas distintas. 1 (um) aluno do 8º ano apresentou como resposta que poderia ser colocado somente 1 (uma) vaca em cada piquete, o que fica evidente que a resposta desse aluno sofreu influência do desenho. No momento da entrevista, quando questionamos o aluno sobre o porquê dessa resposta, ele aponta com o dedo a figura de um piquete e afirma que cabe somente 1 (uma) vaca, como mostra o trecho seguinte da entrevista,

Pesquisadora: Você lembra dessa questão?
Aluno: mais ou menos.
Pesquisadora: quer ler?

Aluno: (faz sinal com a cabeça que sim).
Aluno: pronto.
Pesquisadora: quantas vacas você colocou que cabe em cada piquete?
Aluno: 1 vaca.
Pesquisadora: e como você chegou a essa resposta?
Aluno: olha aqui (aponta com o dedo para a figura), está vendo só cabe uma vaca neste piquete.

Com o intuito de investigar teoremas em ação falsos sobre os conceitos de área e perímetro, não podemos associar essa resposta a algum teorema, pois o aluno não utilizou nenhum raciocínio matemático envolvendo esses conceitos para chegar à resposta.

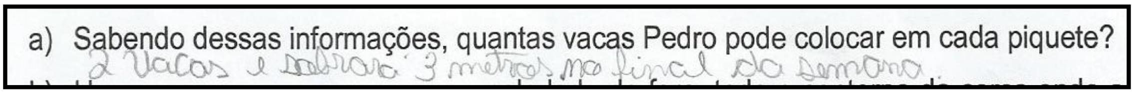
Quatro alunos, sendo 2 (dois) do 9º ano e 2 (dois) do 8º ano, propuseram como solução colocar 2 (duas) vacas em cada piquete. Os alunos obtiveram essa resposta somando as medidas de cada piquete apresentadas na questão, o comprimento e a largura e, logo após, dividiram o resultado obtido pela quantidade de aveia que uma vaca come por semana: (15+8)÷10.

Chegamos a essa conclusão, visto que, no momento da entrevista, os alunos relataram os seguintes fatos:

Pesquisadora: quantas vacas você colocou que cabe em cada piquete?
Aluno: 2 vacas
Pesquisadora: como você chegou a esse resultado?
Aluno: somando 15 mais 8 dá 23, aí aqui (aponta para a folha da atividade) fala que cada vaca come 10 metros quadrados, aí cabe só duas.

Além das respostas apresentadas na entrevista, um dos alunos, do 8º ano, acrescentou, em sua resposta ao teste, que podem ser colocadas *“2 vacas e sobrará 3 metros no final da semana”*.

Figura 8: Resposta do aluno do 8º ano para o item a)

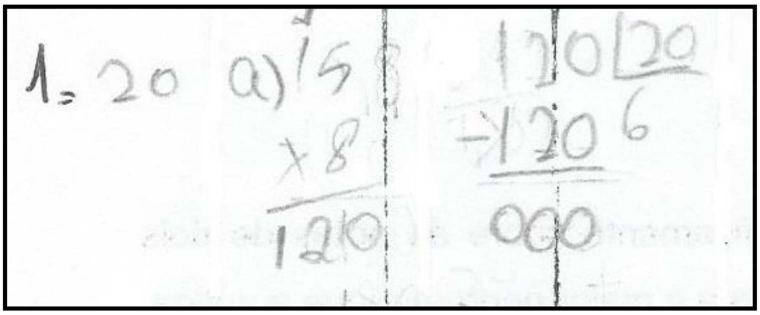

a) Sabendo dessas informações, quantas vacas Pedro pode colocar em cada piquete?
2 Vacas e sobrara 3 metros no final da semana.

Fonte: aluno do 8º ano

Essa resposta, apresentada por esses quatro alunos, vai ao encontro de dois agrupamentos da tabela 3, o C03, *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros,* que aborda os teoremas em ação falsos referentes às comparações errôneas entre os conceitos de área e perímetro; o agrupamento C01, *cálculo de áreas e perímetros em problemas que aparecem as medidas explícitas,* que abrange os teoremas em ação falsos relacionados às medidas apresentadas nas situações propostas, levando o aluno a utilizar todas/somente as medidas apresentadas. Essa resposta pertence a esses dois agrupamentos, uma vez que percebemos a confusão entre os conceitos de área e perímetro, porém esses alunos utilizaram somente a medida de dois lados do piquete, apenas os valores explícitos no problema, então, podemos classificar como pertencente ao agrupamento C01 e um possível teorema em ação falso para esses alunos, já que *se temos um retângulo, então soma-se a medida dos dois lados para obter sua área*.

Dois alunos, 1 (um) aluno do 7º ano e outro do 9º ano, apresentaram como respostas para alternativa a) 6 (seis) vacas em cada piquete. Esses alunos realizaram o cálculo da área dos piquetes corretamente e, no próximo passo, para calcularem a quantidade de vacas por piquete, eles deveriam dividir a área encontrada pela quantidade de aveia que cada vaca comeria em uma semana (10 metros quadrados, dado fornecido na questão), porém os alunos efetuaram a divisão pelo número de piquetes (20 piquetes, dado fornecido na questão),

Figura 9 **-** resposta apresentada por um aluno do 7º ano à alternativa a) da primeira questão.



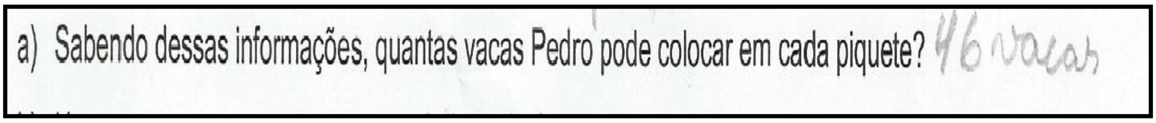
Fonte**:** aluno do 7º ano

Logo, esses alunos obtiveram o número total de 6 (seis) vacas por piquete. Não podemos classificar esse erro em nenhum dos agrupamentos, pois os agrupamentos elaborados foram a partir dos teoremas em ação falsos relacionados aos cálculos dos conceitos de área e perímetro, assim, o erro dos alunos está relacionado à interpretação da questão.

Um aluno, do 9º ano, respondeu que poderiam ser colocadas 16 (dezesseis) vacas em cada piquete, porém não indicou os cálculos utilizados para chegar a esse resultado. No momento da entrevista, quando o indagamos sobre como havia chegado a esse número de vacas, ele respondeu: *“Ah, eu não lembro não, fiz as contas meio de cabeça”*, por isso, não podemos inferir sobre o procedimento adotado.

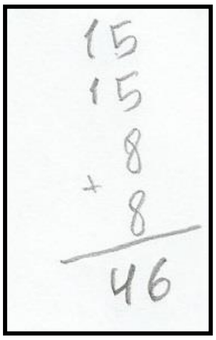
Um aluno, sendo este do 9º ano, propôs como resposta 46 (quarenta e seis) vacas. Para alcançar esse resultado, ele realizou o cálculo do perímetro de um piquete e o resultado obtido apresentou como sendo a quantidade de vacas que podem ser colocadas em cada piquete:

Figura 10 **-** resposta apresentada por um aluno do 9º ano a alternativa a) da primeira questão.


a) Sabendo dessas informações, quantas vacas Pedro pode colocar em cada piquete? 46 vacas

Fonte**:** aluno do 9º ano

Figura 11 - cálculo realizado para a alternativa a) da primeira questão



Fonte**:** aluno do 9º ano

Com isso, podemos afirmar que essa resposta encontra-se no agrupamento C03, *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros,* já que também apresenta a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Além disso, esse aluno provavelmente não se atentou ao contexto da pergunta realizada e sim em chegar a algum resultado. Não conseguimos obter melhores explicações da resposta ofertada pelo aluno, pois este não compareceu no dia da entrevista.

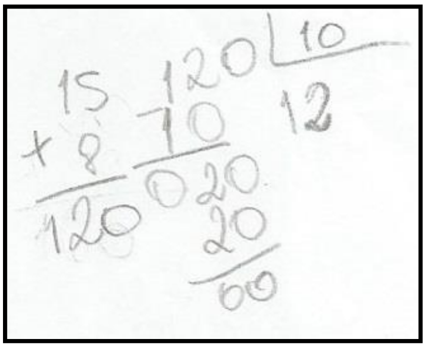
Obtivemos, também a essa questão, 5 (cinco) respostas que, a princípio, não conseguimos compreender o raciocínio utilizado, pois não apresentavam o cálculo realizado ou justificativa de suas respostas. Com isso, realizamos as entrevistas para verificarmos quais os procedimentos adotados por esses alunos. Um aluno, do 9º ano, apresentou como resposta 3 (três) vacas, quando o indagamos o porquê dessa resposta, esse aluno respondeu que não se lembrava, que achava que tinha *“dividido quinze por vinte*”, porém não soube justificar como chegou ao resultado de três vacas.

Dois (2) alunos, ambos do 6º ano, no momento da entrevista, alegaram que colocaram o número de vacas que eles “*achavam*” que caberiam e que não utilizaram cálculos matemáticos para resolver, sendo que um deles respondeu que caberiam dez vacas e o outro que caberiam cinco vacas em cada piquete. Um aluno do 6º ano respondeu que podem ser colocadas 20 (vinte) vacas em cada piquete, no entanto também não apresentou cálculos e, no momento em que o indagamos sobre a justificativa de sua resposta, ele disse que não lembrava o que havia pensado.

Na sequência, um aluno do 9º ano também respondeu que caberiam 5 (cinco) vacas em cada piquete, porém não se lembrava de como havia pensado. Assim, não conseguimos inferir sobre os conhecimentos utilizados por esses cinco alunos na resolução dessa questão.

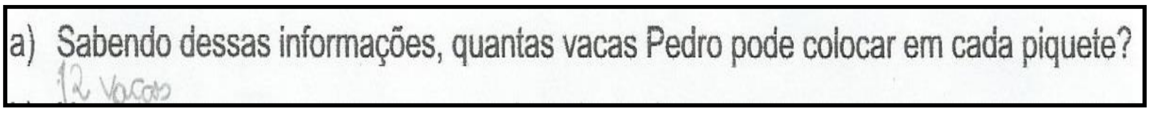
Por fim, 2 (dois) alunos, ambos do 7º ano, responderam que caberiam 12 (doze) vacas em cada piquete, apresentando ao problema a resposta esperada. Esses alunos utilizaram-se do raciocínio corretamente, como mostra o exemplo a seguir:

Figura 12 - cálculo realizado para a alternativa a) da primeira questão



Fonte**:** aluno do 7º ano

Figura 13 - resposta apresentada para a alternativa a) da primeira questão


a) Sabendo dessas informações, quantas vacas Pedro pode colocar em cada piquete?

12 vacas

Fonte**:** aluno do 7º ano

Nesse item da questão 1, percebemos a manifestação de 2 (dois) agrupamentos, C01 e C03. Podemos destacar, nessa questão, a confusão entre os conceitos de área e perímetro, mesmo realce realizado por Teles (2007, p.190) “a análise dos testes possibilitou a confirmação de aspectos relacionados à confusão de área e perímetro, amplamente discutida nas pesquisas em educação matemática”.

Outra observação preocupante é a dificuldade dos alunos na interpretação dos dados apresentados na questão e da própria questão. Possivelmente, a dificuldade com a interpretação esteja diretamente relacionada à incompreensão dos conceitos de área e perímetro.

Devemos destacar também a influência da figura nas repostas dos alunos. Nessa atividade, o desenho influenciou na tomada de decisão de 1 (um) aluno em relação à quantidade de vacas que caberiam nos piquetes, respondendo que caberia somente 1 (uma), pois ele observou o tamanho da representação da vaca e do piquete.

O quadro a seguir, apresenta um resumo dos tipos de respostas apresentadas no item a) da questão 1.

QUADRO 9: RESUMO DO ITEM A) DA PRIMEIRA QUESTÃO CONTEXTUALIZADA

Resposta apresentada	**Quantidade / ano**	**Agrupamentos**	**Procedimento adotado**
1 vaca	Um aluno/ 8º ano	Essa resposta não se encaixa em nenhum agrupamento. No entanto, devemos destacar o raciocínio do aluno, que não realizou cálculos matemáticos, inferindo sua resposta somente pelo desenho apresentado.	Sofreu influência do desenho apresentado.
2 vacas	Quatro alunos/ 2 do 9º ano e 2 do 8º ano	*C01:* cálculo de áreas e perímetros em problemas que aparecem as medidas explícitas. *C03:* compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.	Somaram as medidas de comprimento e de largura e, logo após, dividiram o resultado obtido pela quantidade de aveia que uma vaca come por semana.

6 vacas	Dois alunos/ um do 7º ano e outro do 9º ano	Não podemos classificar esse erro em nenhum dos três agrupamentos. No entanto, destacamos a dificuldade na interpretação da questão.	Realizaram o cálculo da área e dividiram pela quantidade de piquetes.
16 vacas	Um aluno/ do 9º ano	Não inferimos sobre o procedimento adotado.	Não apresentou os cálculos utilizados para chegar a este resultado.
46 vacas.	Um aluno/ do 9º ano	*C03:* compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.	Realizou o cálculo do perímetro de um piquete.
12 vacas	Dois aluno/ ambos do 7º ano		Procederam de forma correta.

Fonte: elaborada pela autora

A seguir, apresentamos as respostas obtidas no item b) da questão 1, a qual propunha, como enunciado, que *"uma vaca escapou e percorreu, pelo lado de fora, todo o contorno da cerca onde a aveia está plantada. Quantos metros essa vaca percorreu?"*

Nessa questão, foram apresentadas 8 (oito) respostas distintas. Sendo que 2 (dois) alunos, ambos do 6º ano, deixaram a questão em branco. 2 (dois) alunos, um do 8º ano e o outro do 9º ano, apresentaram respostas em que não foi possível identificar os procedimentos adotados e, durante as entrevistas, também não souberam justificar suas respostas.

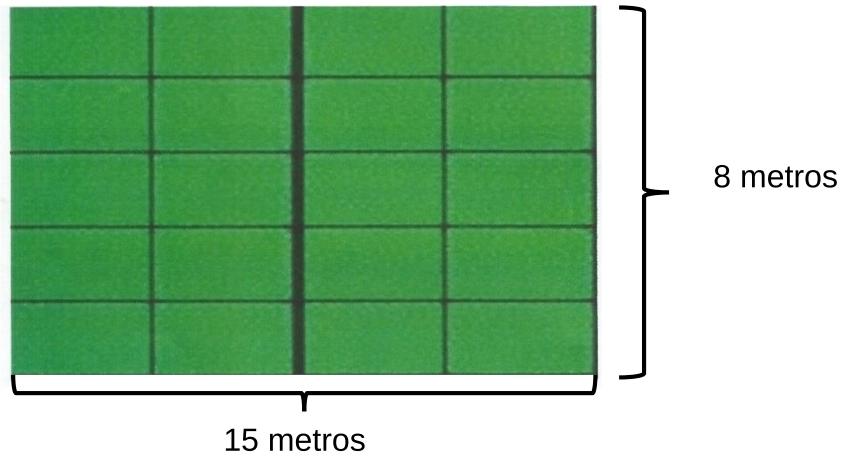
Dois alunos, ambos do 8º ano, apresentaram como resposta a essa questão: 23 metros. Para a obtenção desse valor, os alunos somaram as informações fornecidas no problema (comprimento e a largura), não levando em consideração que essas medidas eram somente de dois lados de cada um dos piquetes. Esse procedimento se confirma por meio das respostas fornecidas a entrevista:

Pesquisadora: e para essa questão, qual a sua resposta?
Aluno: 23 metros.
Pesquisadora: como você obteve essa resposta?
Aluno: somando o 8 mais o 15.

Compreendemos a manifestação, na resposta desses alunos, do agrupamento C01, ‘teoremas em ação falsos relacionados à utilização de todos/somente as medidas fornecidas na atividade, ou seja, na realização do *cálculo de áreas e perímetros em problemas que aparecem as medidas explícitas,* explicitando o teorema em ação falso “*o perímetro do retângulo é a soma dos comprimentos de apenas 2 lados, isto é, a soma somente das medidas que aparecem na figura”* (TELES, 2007), pertencente a esse agrupamento.

3 (três) alunos, todos do 9º ano, responderam que a vaca percorreria 46 metros. Esses alunos admitiram, para a alterativa b) dessa questão, que a medida de um dos piquetes fosse a medida de toda a extensão da aveia, ou seja:

Figura 14 - representação dos piquetes de aveia da primeira atividade



Fonte**:** elaborado pela autora

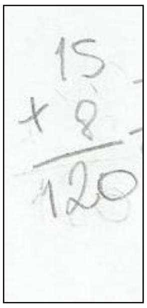
Dessa forma, como eles admitiram que toda a extensão tinha essas dimensões, calcularam o perímetro de forma coerente, errando somente na interpretação da questão. Devemos destacar que esse erro pode ser decorrente do enunciado da questão, pois foi apresentada somente a seguinte informação “*O que ele sabe é que os construiu com 15 metros de comprimento e 8 metros de largura, assim como mostra a figura.”* Portanto, não especificando que era *cada* piquete construído com essas medidas.

3 (três alunos), sendo 1 (um) aluno do 9º ano e 2 (dois) alunos do 7º ano, apresentaram como resposta incorreta 120 metros, admitindo a área de cada um dos piquetes como o perímetro do espaço com o plantio de aveia. Devemos apontar que os dois alunos do 7º ano são os mesmos que apresentaram a resposta esperada para

a alternativa a) dessa mesma questão e, quando questionados sobre suas respostas a essa questão, afirmaram que já haviam calculado no item anterior, como mostra o diálogo a seguir:

Pesquisadora: e aqui (aponta com o dedo para o item b) da primeira questão), quantos metros a vaca percorreu?
Aluno: 120 metros
Pesquisadora: como você chegou a esse resultado?
Aluno: eu já calculei aqui (apontando com o dedo o cálculo), aí utilizei esse resultado para as duas contas.

Figura 15: cálculo realizados por um aluno do 8º ano



Fonte: aluno do 8º ano

Desse modo, verificamos que a resposta dada por esses sujeitos se enquadram no agrupamento C03, *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros,* destacando, mais uma vez, a confusão entre os conceitos de área e perímetro.

Um aluno do 7º ano respondeu que a vaca percorreria 400 metros ao redor da cerca, não apresentando nenhuma resolução. Então, quando perguntamos qual foi seu procedimento para chegar a esse resultado, ele respondeu que havia multiplicado pelo valor do metro, como mostra o diálogo a seguir:

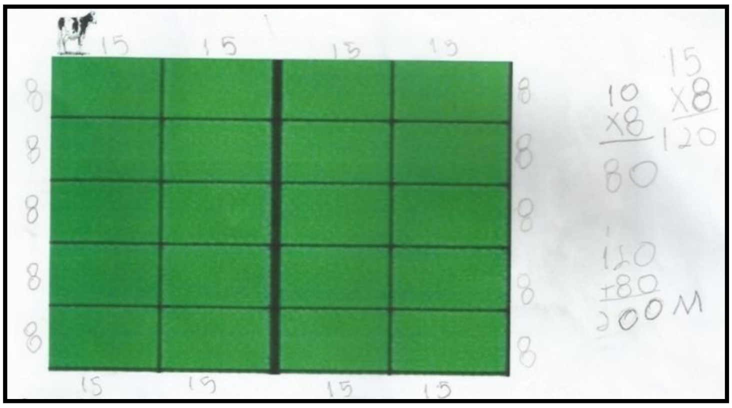
Pesquisadora: quantos metros você colocou que a vaca percorre?
Aluno: 400 metros.
Pesquisadora: e como você chegou a essa resposta?
Aluno: somando esses lados (aponta com o dedo os lados dos piquetes)
Pesquisadora: mas somando esses lados dá 400?
Aluno: não dá 200.
Pesquisadora: então por que sua resposta deu 400?
Aluno: porque eu fiz vezes o valor do metro.
Pesquisadora: o metro tem um valor?
Aluno: sim, tem.

Pesquisadora: e qual é?
Aluno: hum, agora num lembro.

Essa resposta pode ser classificada no agrupamento C02, *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*, pois verificamos que o aluno utilizou uma estratégia errônea para encontrar o perímetro da aveia, atribuindo um valor ao metro.

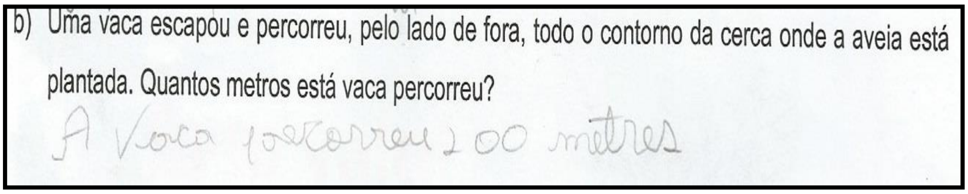
3 (três) alunos, no qual dois eram do 9º ano e um do 8º ano, apresentaram a resposta esperada, isto é, 200 metros. Esses alunos utilizaram o conceito de perímetro corretamente para realizar essa atividade.

Figura 16–resolução da alternativa b) da primeira questão



Fonte: aluno do 8º ano

Figura 17 - resposta apresentada para a alternativa b) da primeira questão


b) Uma vaca escapou e percorreu, pelo lado de fora, todo o contorno da cerca onde a aveia está plantada. Quantos metros está vaca percorreu?

A Vaca percorreu 200 metros

Fonte: aluno do 8º ano

Podemos verificar que, para a alternativa b) dessa questão, os 3 (três) agrupamentos de teoremas em ação falsos mostraram-se presentes nas respostas dos alunos. O quadro a seguir apresenta resumidamente as respostas obtidas no item b), da primeira questão contextualizada:

QUADRO 10: RESUMO DO ITEM B) DA PRIMEIRA QUESTÃO CONTEXTUALIZADA

Resposta apresentada	**Quantidade / ano**	**Categorias**	**Procedimento adotado**
23 metros	Dois alunos/ ambos do 8º ano	*C01:* realização do cálculo de áreas e perímetros em problemas que aparecem as medidas explícitas.	Somaram as medidas de comprimento e de largura fornecidas na questão.
46 metros	Três alunos/ todos do 9º ano	Dificuldade de interpretação da questão.	Calcularam o perímetro de somente 1 piquete.
120 metros	Três alunos/ um do 9º ano e dois do 7º ano	*C03:* compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.	Calcularam a área de um piquete.
400 metros	Um aluno/ 7º ano	*C02*: uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	O aluno realizou o cálculo do perímetro corretamente, no entanto, respondeu que depois *“eu fiz vezes o valor do metro”.*
200 metros	Três alunos/ dois do 9º ano e um do 8º ano	Não apresentaram teoremas em ação falsos.	Procederam de forma correta.

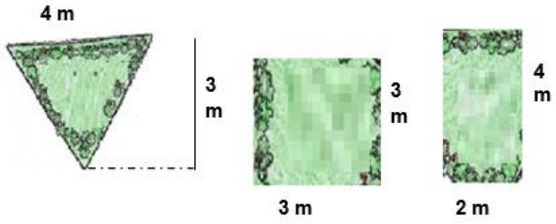
Fonte: elaborado pela autora

Podemos inferir que, além da manifestação dos equívocos referentes aos agrupamentos, fica evidente a dificuldade dos alunos com a interpretação das questões propostas, ainda que essas estivessem retratando uma realidade no contexto de vivência deles, pois a pecuária é uma prática presente no cotidiano desses alunos.

Segunda Questão

O diretor de uma escola quer fazer um jardim no pátio da escola. Analisando alguns modelos, ficou em dúvida entre três:

Figura 18: Jardins



a) *Nessa escola, o pátio não é muito grande e, por isso, o diretor deve escolher o jardim que ocupe o menor espaço. Sendo assim, qual desses três modelos ele deve escolher?*
b) *Outro problema que o diretor irá enfrentar é com cachorros que possam entrar no jardim e arrancar as flores que serão plantadas. Por esse motivo, ele precisa cercar esse jardim. Quantos metros de cerca o diretor deve comprar?*

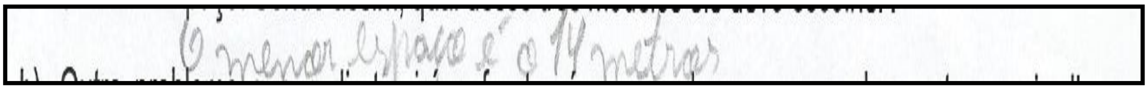
Nessa questão, todos os alunos basearam-se na escolha do jardim para calcular a metragem necessária para a cerca, isto é, primeiramente eles resolveram o item a), porém, sem definirem um critério específico, para depois resolverem o item b). Por isso, para essa questão, analisaremos o item a) e b) juntos.

Esperavamos que os alunos calculassem a área de cada figura para determinar a de menor área e, então, calculassem o perímetro e verificassem quantos metros de cerca deveriam ser comprados para cercar o jardim.

Todos os 16 (dezesseis) alunos que realizaram as questões adotaram como critério para a escolha do jardim como resposta do item a), aquele que tivesse o menor perímetro, ou seja, eles não realizaram o cálculo da área para constatar o menor espaço, mas o perímetro de cada figura. Essa observação já nos remete ao agrupamento C03, *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.* Podemos, ainda, inferir outro possível teorema em ação falso relacionado a esse equívoco, *se precisamos determinar a medida de uma região plana, somamos as medidas do contorno dessa figura.*

Um aluno do 9º ano apresentou como resposta ao item a) que o menor jardim era o de 14 metros, como mostra a figura a seguir,

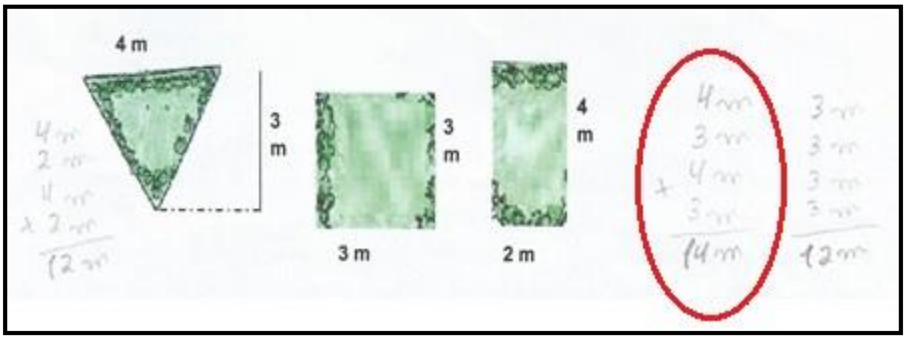
Figura 19 - resposta apresentada ao item a) da segunda questão



Fonte: aluno do 9º ano

Para obter essa resposta, o aluno realizou o cálculo do perímetro dos três jardins, no entanto, para calcular o perímetro do triângulo, ele somou a medida de quatro lados. Uma possível explicação para essa resposta é o aluno ter adotado o triângulo como um quadrilátero, como apresentado a seguir:

Figura 20 - cálculos realizados na segunda questão



Fonte: aluno do 9º ano

Para esse item, podemos averiguar que a resposta dada pelo aluno corresponde ao agrupamento C02, referente ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro,* manifestando o teorema em ação falso *“O perímetro do triângulo é a soma das medidas de todos os lados e da altura”* (TELES, 2007). Essa resposta também corresponde ao agrupamento C03, que abrange as *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros,* cometendo a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Esse aluno não apresentou resposta para o item b), deixando-o em branco.

4 (quatro) alunos, todos do 9º ano, apresentaram como resposta o jardim retangular, com medidas 4mx2m. Dentre eles, 3 (três) indicaram que deveriam comprar 12 (doze) metros de cerca. Apesar de terem escolhido de forma equivocada o jardim retangular, assumindo-o como base para o cálculo da cerca, eles realizaram o cálculo do perímetro corretamente. O outro aluno apresentou como resposta 5

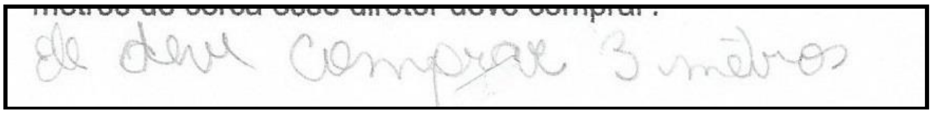
(cinco) metros de cerca, no entanto, não compreendemos seu raciocínio e, durante a entrevista, não soube explicar qual procedimento adotou.

Ainda, 4 (quatro) alunos, três do 6º ano e 1 (um) do 8º ano, apresentaram como resposta o quadrado, com medidas 3mx3m, como o de menor área. Destes, 1 (um) aluno, do 6º ano, apresentou como resolução para a compra da cerca, 9 (nove) metros, realizando o cálculo da área ao invés do perímetro. Essa resposta insere-se no agrupamento C02, quanto ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*. Os demais alunos expuseram o cálculo do perímetro corretamente, apresentando como solução 12 (doze) metros de cerca.

Tivemos 7 (sete) alunos, 2 (dois) do 9º ano, 2 (dois) do 8º ano e 3 (três) alunos do 7º ano, que apresentaram como resposta para o menor jardim, o triangular, expondo a resposta correta, porém podemos notar que eles assumiram a medida da altura do triângulo para o valor da medida dos lados que não eram apresentados na questão. Portanto, essas respostas referem-se ao agrupamento C03, que se referem às *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros*. Desse modo, diante dessa resposta, podemos inferir, ainda, um possível teorema em ação falso, *se não temos a medida dos lados de um triângulo, então podemos tomar a medida da altura como medida dos lados*.

Destes 7 (sete) alunos, 1 (um) aluno do 7º ano apresentou como resposta 100 metros de cerca, então, ele justificou que a soma dos lados do triângulo é 10 metros e que, logo após, multiplicou por ele novamente, (este aluno já havia procedido dessa forma em outra questão). Sendo assim, essa resposta se insere no agrupamento C02, que se relaciona ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*. Outro aluno do 7º ano apresentou como resposta somente uma das medidas apresentadas na questão, 3 metros, cuja resposta pertence ao agrupamento C01, em que *o cálculo de áreas e perímetros em problemas que aparecem as medidas explícitas*, manifestando o teorema em ação falso *"o perímetro de uma figura geométrica plana corresponde ao comprimento de um de seus lados ou ao comprimento de algum elemento da figura (uma altura, por exemplo)"* (TELES, 2007).

Figura 21 - resposta apresentada ao item b) da segunda questão



Fonte: aluno do 7º ano

1 (um) aluno do 9º ano apresentou como resposta 36 (trinta e seis) metros de cerca, a qual foi obtida realizando a multiplicação dos 3 (três) lados do triângulo, sendo que ele utilizou como medidas de comprimentos dos lados: 2 (dois) com medidas de comprimento de 3 (três) metros e um lado com medida de comprimento de 4 (quatro) metros. Tal erro, que se refere ao agrupamento C02, referente ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*, manifestando, assim, o teorema em ação falso *"a área de uma figura geométrica plana é o produto de todos os comprimentos dos lados"* (TELES, 2010). Além desse teorema em ação falso, esse aluno também apresenta a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Já os demais alunos calcularam o perímetro corretamente.

Ressaltamos que, nesta questão, os alunos manifestaram erros que se enquadram nos três agrupamentos. O quadro seguinte apresenta de forma sintetizada as respostas dadas pelos alunos na segunda questão, contextualizadas:

QUADRO 11: RESUMO DA SEGUNDA QUESTÃO CONTEXTUALIZADA

<table>
<tr><th colspan="2">Resposta apresentada</th><th rowspan="2">Quantidade / ano</th><th rowspan="2">Categorias</th><th colspan="2">Procedimento adotado</th></tr>
<tr><th>a)</th><th>b)</th><th>a)</th><th>b)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Triângulo</td><td rowspan="2">36 metros</td><td rowspan="2">Um aluno/ 9º ano</td><td>C02: uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.</td><td rowspan="2">Calculou o perímetro das figuras.</td><td rowspan="2">Multiplicou os três lados do triângulo.</td></tr>
<tr><td>C03: compreensões errôneas das figuras geométricas, em suas áreas e perímetros.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Triângulo</td><td rowspan="2">14 metros</td><td rowspan="2">Um aluno/ 9º ano</td><td>C02: uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.</td><td rowspan="2">Calculou o perímetro das figuras.</td><td rowspan="2">Somou quatro vezes a medida de um dos lados.</td></tr>
<tr><td>C03: compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.</td></tr>
</table>

Retângulo (4mx2m)	12 metros	Quatro alunos/ todos do 9º ano	*C03:* compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros.	Calculou o perímetro das figuras.	Procedeu corretamente.
Quadrado	12 metros	Quatro alunos/ três do 6º ano e um do 8º	*C03:* compreensões errôneas das figuras geométricas, em suas áreas e perímetros.	Calculou o perímetro das figuras.	Procedeu corretamente.

Fonte: elaborada pela autora

Terceira questão

Marcos e Felipe estavam conversando sobre dinheiro, especificamente sobre as notas de dois reais. Marcos afirmou que a nova nota de dois reais tem maior área e maior perímetro do que a antiga. Felipe afirmou que a nota antiga de dois reais é a que tem a área e perímetro maior. Quem está correto? Por quê?

figura22: Nota Antiga

Figura 23: Nota Nova

Para essa questão, surgiram 5 (cinco) tipos distintos de respostas. Os alunos tinham à disposição réguas, para utilizarem na resolução dessa questão.

Dois alunos apresentaram respostas incoerentes em relação à questão apresentada, não sendo possível analisá-las. Um desses alunos, do 8º ano, por exemplo, apresentou como resposta: *“os dois tem o mesmo tamanho porque um é mais comprido e o outro mais largo”.* Já o outro aluno, do 9º ano, respondeu que *“é a primeira, porque foi ela que saiu no Brasil”*.

Onze alunos, sendo 2 (dois) alunos do 6º ano, 2 (dois) alunos do 7º ano, 1 (um) aluno do 8º ano e 6 (seis) alunos do 9º ano, responderam corretamente, alegando que Felipe está correto, ou seja, que a nota antiga tem maior área e perímetro do que a nova, justificando da seguinte forma: *“Felipe, porque a nota de 2 antiga é da mesma largura que a nova, mas ela é mais comprida*”. No entanto, os alunos fizeram essa afirmação somente verificando as imagens, manifestando o teorema em ação falso *“a maior figura é proporcional ao comprimento das suas projeções”* (FERREIRA, 2007). Desses alunos, somente um, do 7º ano, realizou o cálculo do perímetro.

Dois alunos, sendo um aluno do 7º ano e outro do 8º ano, apresentaram como resposta que Marcos tem razão, pois a nota nova de dois reais tem a maior área e perímetro. Contudo, esses alunos não apresentaram cálculos matemáticos e, no momento em que os questionamos, afirmaram que chegaram a essa conclusão olhando para as notas. Já um aluno do 6º ano não apresentou resolução para essa atividade.

Nessa questão, podemos inferir que os alunos não se preocuparam em realizar os cálculos, eles somente utilizaram a imagem dada para tirarem suas conclusões quanto às medidas das duas notas. Por esse motivo, não apresentamos o quadro, uma vez que, nessa questão, não tivemos a manifestação dos agrupamentos.

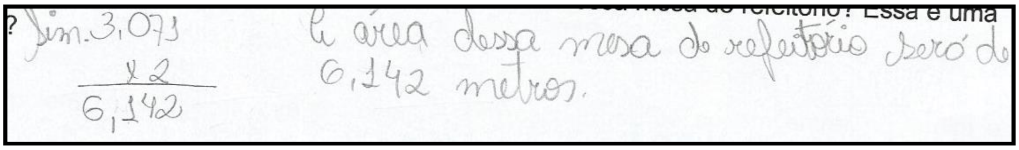
Quarta questão

Em uma Escola do Campo, foi feita uma mesa de refeitório com 3,7 metros de comprimento e 0,83 metros de largura, totalizando uma área de 3,071 metros quadrado. Essa mesa não está sendo suficiente para que todos os alunos consigam lanchar. Logo, o diretor da escola irá dobrar a largura e dobrar o comprimento da mesma. Qual será a nova área da mesa do refeitório? Essa é uma boa solução?

Para essa questão, foram obtidos 10 (dez) tipos de respostas distintas. Entretanto, 2 (dois) alunos, ambos do 6º ano, não realizaram a questão.

Dos que responderam, 3 (três) alunos do 9º ano, 2 (dois) do 7º ano e 1 (um) aluno do 8º ano apresentaram como resposta que a mesa terá área igual a 6,142 metros, ou seja, dobraram o valor da área inicial, conforme mostra a figura seguinte:

Figura 24: Resposta apresentada à questão 4

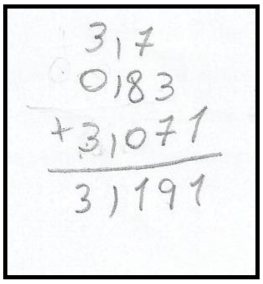


Fonte: aluno do 9º ano

Essa resposta corresponde ao agrupamento C03, referente às *compreensões errôneas das figuras geométricas em suas áreas e perímetros*, exprimindo o teorema em ação falso “se dobro os lados de uma figura, dobro a sua área” (FERREIRA, 2010).

Um aluno do 8º ano expôs como resposta que a mesa terá 7,042 metros quadrados de área; 1 (um) aluno do 9º ano apresentou como resposta 3,191; outro, também do 9º ano, acrescentou, como resposta, 20,83. Sendo assim, esses 3 (três) alunos somaram todas as medidas apresentadas na questão (comprimento, largura e área), destacando ainda que não souberam realizar a soma corretamente com números decimais. Os mesmos expuseram respostas que correspondem à categoria C02, quanto ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*. A figura a seguir mostra uma dessas resoluções, na qual o aluno, além de somar todos os números que aparecem na questão, também manifesta o teorema em ação falso *“se dobro os lados de uma figura, dobro a sua área”* (FERREIRA, 2010).

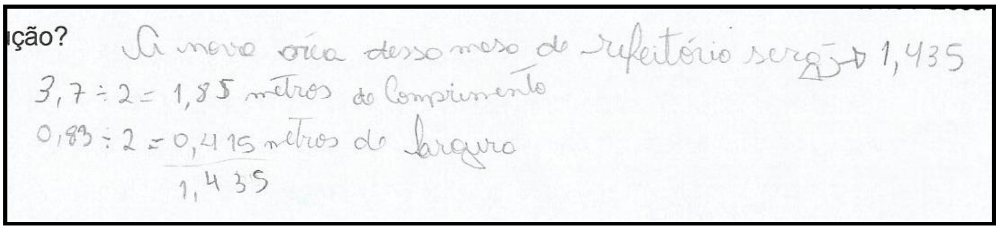
Figura 25: resposta apresentada a questão 4



Fonte: aluno do 9º ano

Um aluno do 9º ano apresentou como a nova área da mesa 1,435. Desse modo, para obter esse valor, o aluno dividiu as medidas da mesa por dois, ou seja, interpretou o dobro como sendo a metade, então, com os resultados obtidos, subtraiu um do outro.

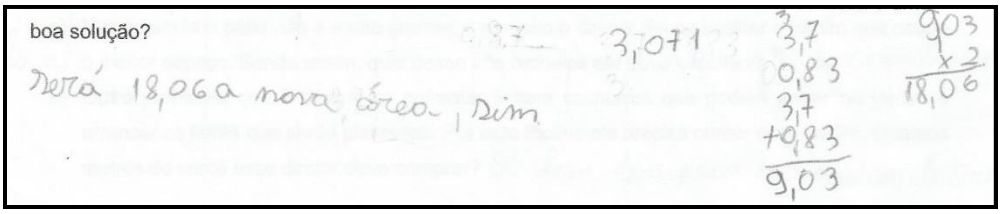
Figura 26: resposta apresentada para a questão 4



Fonte: aluno do 9º ano

Um aluno do 9º ano apresentou como resposta 5,071, que foi obtido somando o número dois à área inicial da mesa apresentada na questão, isto é, ele interpretou o dobro como sendo a soma de duas unidades a cada medida do lado. 1 (um) aluno, do 7º ano, calculou o perímetro da mesa e, na sequência, multiplicou o resultado por 2 (dobrando o perímetro), apresentando como a nova área da mesa 18,06.

Figura 27: resposta apresentada a questão 4



Fonte: aluno do 7º ano

Esses 3 (três) alunos também apresentam respostas condizentes com o agrupamento C02, relacionado ao *uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro*. Ademais, manifestaram, novamente, a confusão entre os conceitos de área e perímetro.

O quadro a seguir expõe, de forma resumida, as respostas obtidas, à quarta questão contextualizada:

QUADRO 12: RESUMO DA QUARTA QUESTÃO CONTEXTUALIZADA

Resposta apresentada	**Quantidade / ano**	**Categorias**	**Procedimento adotado**
6,142 metros quadrados	6 alunos/ três do 9º ano, dois do 7º e um do 8º ano	*C03*: compreensões errôneas das figuras geométricas, em suas áreas e perímetros.	Dobraram o valor da área inicial.
7,042 metros quadrados	Um aluno/ 8º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Somaram todas as medidas de forma incorreta (comprimento, largura e área).
3,191 metros quadrados	Um aluno/ 9º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Somaram todas as medidas de forma incorreta (comprimento, largura e área).
20,83 metros quadrados	Um aluno/ 9º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Somaram todas as medidas de forma incorreta (comprimento, largura e área).
1,435 metros quadrados	Um aluno/ 9º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Dividiu as medidas fornecidas pela questão por dois e com os resultados obtidos subtraiu um do outro.
5,071 metros quadrados	Um aluno/ 9º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Somou o algarismo 2 à área inicial.
18,06 metros quadrados	Um aluno/ 7º ano	*C02:* Uso incorreto das fórmulas matemáticas para calcular a área e perímetro.	Calculou o perímetro da mesa e multiplicou o resultado por 2.

Fonte: elaborada pela autora

Observamos, nessa questão, que nenhum dos 16 (dezesseis) alunos apresentaram uma resposta coerente de acordo com o esperado.

A partir dos resultados obtidos, nesse teste diagnóstico, constatamos que, mesmo em questões contextualizadas, nas quais buscamos retratar elementos da vivência e do interesse dos alunos a fim de que eles possam mentalizar a problemática envolvida, na resolução dos cálculos matemáticos, os alunos, ainda, manifestam dificuldades com os conceitos de área e perímetro, de modo a ocasionarem respostas que não condizem às situações apresentadas, contudo, eles não se atentaram a isso, bem como não verificaram seus erros, a fim de fazer uma validação de suas respostas.

Podemos constatar, dessa forma, que, mesmo em questões contextualizadas, as quais propõem situações em que os alunos possuem familiaridade, os teoremas em ação falsos e a confusão entre os conceitos de área e perímetro encontrados na literatura, de fato, manifestam-se.

Nesse contexto, nosso próximo passo foi desenvolver com os alunos um projeto de Modelagem Matemática em que eles precisassem utilizar, na prática, os conceitos de área e perímetro e, assim, podermos verificar seus procedimentos, a manifestação dos teoremas em ação falsos e a confusão dos conceitos de área e perímetro.

No próximo capítulo, apresentamos o projeto de Modelagem Matemática que foi proposto aos alunos, no qual eles deveriam elaborar um orçamento para a pintura do muro da escola. Essa atividade foi realizada com os mesmos sujeitos e gostaríamos de verificar suas ações, durante a elaboração desse orçamento, a fim de que possamos identificar possíveis mudanças que indicassem outras formas de pensar e agir, em situações reais, envolvendo os conceitos de área e perímetro de figuras planas.

5 Atividade de Modelagem Matemática: um projeto de pintura do muro

Neste capítulo, apresentamos os pressupostos da Modelagem Matemática que utilizamos, em nossa pesquisa, assim como a apresentação e o desenvolvimento do projeto proposto aos alunos.

Organização da Seção

5.1 A Modelagem Matemática Como Estratégia De Ensino

A Modelagem Matemática teve seus primeiros passos na Educação Matemática, no Brasil, no final da década de 70, já que sua origem, segundo Barbosa (2001a), deu-se na Matemática Aplicada. Conforme esse pesquisador, “o germe do movimento de Modelagem Matemática na Educação Matemática está ligada, no Brasil, aos trabalhos de um grupo de professores do IMECC/UNICAMP (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – Universidade Estadual de Campinas)” (BARBOSA, 2001a, p.25).

No entanto, qual a importância de se trabalhar com atividades de Modelagem Matemática? Para responder a esse questionamento, Barbosa (2004) apresenta cinco argumentos, pois, para ele, a Modelagem Matemática promove a “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da matemática” (BARBOSA, 2004, p.2). Além disso, Barbosa (2001b) destaca que “As atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea” (p. 4).

Em nosso ponto de vista, explorar os papéis da matemática significa, ao nosso público alvo, fazer uso da Matemática para comunicar suas ideias e justificar suas argumentações, nesse sentido, consideramos para este trabalho os pressupostos da Modelagem Matemática do professor Dionísio Burak. Esse autor apresenta que:

> A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p.62).

Burak também esclarece que a Modelagem Matemática “parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas” (BURAK, 2010, p.18). Esse autor sugere que o tema das atividades de Modelagem Matemática deve partir do interesse dos alunos, ou seja, temas propostos por eles próprios, pois, “Nessa perspectiva, o ensino de Matemática torna-se mais dinâmico, mais vivo e, portanto, mais significativo para o aluno” (BURAK, 2005 p.8).

Burak sugere, ainda, que para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, no contexto de sala de aula, podemos proceder seguindo 5 etapas:

1º *Escolha do Tema* – esta etapa consiste do:

> [...] momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdo matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar (BURAK; KLÜBER, p.21, 2008)

2º *Pesquisa exploratória* – depois de terem escolhido o tema de estudo, os alunos passam a coletar informações, materiais, subsídios bibliográficos e tudo o que acharem conveniente sobre o tema escolhido;

> [...] os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta (BURAK; KLÜBER, p.21, 2008).

3º *Levantamento do(s) problema(s*) – de posse dos dados coletados, segundo o tema escolhido, “[...] incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos” (BURAK; KLÜBER, p.21, 2008).

4º Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nesta etapa, os alunos irão procurar uma solução para o problema inicial, utilizando os dados coletados. O interessante dessa etapa é que esses alunos utilizam conceitos matemáticos que eles acreditam ser convenientes para a resolução do problema:

> [...] em que se faz uso de todo o ferramental matemático disponível. Na resolução de um problema ou de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos ganham importância e significado. As operações, as propriedades, e os diversos campos da matemática que se fazem presentes nessa etapa, sem dúvida atribuem significados aos conteúdos matemáticos (BURAK, 2010, p.22)

5º *Análise crítica da(s) solução (es)* - Essa etapa da Modelagem Matemática "[...] é um momento muito rico e especial para analisar e discutir [...] as soluções encontradas. É um momento em que se fazem as considerações e análise das hipóteses consideradas na etapa de levantamento dos problemas" (BURAK, 2010, p.24). Assim, é nesse momento em que se pode analisar a coerência e a consistência lógica matemática, utilizadas nas resoluções encontradas, averiguando se as hipóteses levantadas são coerentes com o esperado.

Baseados nos pressupostos de Burak, nosso tema da atividade de Modelagem Matemática surgiu do interesse do grupo de alunos, que foram sujeitos desta pesquisa.

Por meio do questionário inicial aplicado aos alunos, percebemos o entusiasmo com atividades que envolvam a pintura. Também podemos concluir que um desejo desses alunos é a pintura do muro da escola, pois, quando indagados como poderiam contribuir para melhorar o ambiente escolar, uma das respostas apresentadas foi: "*pintar os muros e cuidar deles, não sujar".* Além disso, a pintura do muro é um desejo de toda a comunidade. A percepção desse fato deve-se nosso convívio nessa comunidade, uma vez que o muro não se encontrava nem rebocado, como mostra a figura:

Fonte: foto do muro da escola

A partir dessas informações, propomos a esses alunos um projeto. Esse projeto possuía o tema: “*vamos pintar o muro?”.*

Quando optamos por trabalhar com um projeto de Modelagem Matemática, tomamos como referência Malheiros (2008), pois, em sua tese, a autora apresenta as convergências entre a Pedagogia de Projetos e a Modelagem Matemática. Essa pesquisadora explica que um projeto de Modelagem Matemática:

> [...] ocorre quando o tema eleito para a investigação surge do interesse dos alunos ou quando este é definido a partir de uma negociação pedagógica na qual os estudantes têm voz, são ouvidos e, conseqüentemente, seus interesses também prevalecem. Neste contexto, considero que são elaborados, então, projetos de Modelagem (MALHEIROS, 2008, p. 66)

Partindo dessa definição, elaboramos, juntamente com os alunos, o projeto de pintura do muro da escola. Sendo assim, na próxima seção, abordamos a descrição da atividade de Modelagem Matemática e dos grupos participantes dessa atividade.

5.2 Projeto de Modelagem Matemática

A organização do projeto de Modelagem Matemática seguiu as etapas de Burak. A primeira etapa, constituída da escolha do tema, seguiu os pressupostos de que o tema apresentado deve gerar o interesse dos alunos, no qual os alunos gostariam de pesquisar (BURAK; KLÜBER,2008).

Na segunda etapa, que constitui a pesquisa exploratória, os alunos precisariam ir a campo medir o muro, buscar as informações referentes aos materiais necessários e coletar as informações que julgariam necessárias, como, por exemplo, a média das alturas do muro.

A terceira etapa aborda o levantamento dos problemas. Nela, os alunos investigariam quais os problemas deveriam ser elaborados e resolvidos para conseguirem concluir o projeto inicial, como, por exemplo, dependendo do rendimento de uma lata de tinta e do espaço do muro que desejariam pintar, eles precisariam calcular a quantidade de latas de tinta necessária.

Na etapa seguinte, os alunos resolveriam os problemas que surgiriam no desenvolvimento do projeto, como, por exemplo, calcular a área do muro para saber quantas latas de tintas seriam necessárias. E, por último, eles apresentariam o seu projeto de orçamento, mostrando e validando suas estratégias utilizadas.

Para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, reuniram-se todos os alunos, de 6º ao 9º ano, em uma sala de aula e lançamos o projeto a eles com o tema: "*vamos pintar o muro?".* Esse projeto era uma proposta para que esses estudantes trouxessem um orçamento para a pintura do muro da escola, deixando-os livres para decidir a cor, qual tinta utilizariam, como seriam as pinturas, o espaço que iriam pintar do muro (toda a extensão ou somente uma parte), se iriam rebocar, ou não.

Pedimos, então, que esses alunos se dividissem em grupos ou como achassem melhor. Então, eles, juntamente com o diretor da escola, optaram por se dividirem em quatro grupos constituídos por cinco integrantes, assim se dividiram conforme suas afinidades. O trecho a seguir mostra esse diálogo,

Pesquisadora: então, para realizarem esse projeto vocês podem formar grupo. Como querem formar?
Diretor: professora (pesquisadora) é para eles formarem quantos grupos?
Pesquisadora: quantos eles acharem melhor.
Diretor: podíamos formar, então, quatro grupos com cinco pessoas cada, já que eles são em 20 alunos?
Alunos: isso, aí fica bem legal.
Pesquisadora: como vocês acharem melhor.
Alunos: pode misturar as turmas?
Pesquisadora: sim, como vocês preferirem.

A tabela que segue mostra os quatro grupos formados e, também, são apresentados os integrantes de cada grupo com nomes fictícios para cada um,

Tabela 3: descrição dos grupos

Grupos	Integrantes/ Séries abrangentes
Grupo 1: As Believes	Leila / 7º ano Fabiana / 9º ano Cristiane / 9º ano Marta / 9º ano Carla / 9º ano
Grupo 2: VASPP	Maicon / 9º ano José / 9º ano

	Vinícius / 7º ano Willian / 8º ano
Grupo 3: O Quinteto Mágico	Lucas / 6º ano Emerson / 6º ano Roger / 8º ano Lúcio / 8º ano Celso / 9º ano
Grupo 4: Filhos dos Camponeses	Josiane / 7º ano Eloísa / 8º ano Luana / 9º ano Everaldo / 6º ano Jonathan / 7º ano

Fonte: elaborado pela autora

Diante da organização dos grupos, foram disponibilizadas 3 (três) horas/aulas, em dias distintos e 3 (três) semanas, a fim de que os alunos se organizassem para a realização do projeto. Nessa organização, estivemos presentes e auxiliando com os materiais e instrumentos necessários requeridos pelos grupos. Para finalizar o projeto, os alunos apresentaram seus orçamentos, estando presentes na apresentação os outros grupos, a pesquisadora, o diretor e a pedagoga do colégio.

Apresentamos, na sequência, o desenvolvimento dos projetos de cada grupo. As 3 (três) horas/aulas que foram disponibilizadas foram gravadas, logo, cada grupo ficou com um gravador e a tomamos de outro, para que pudéssemos gravar todos os diálogos entre os integrantes dos grupos e, também, entre nós.

5.3 Análise da atividade de Modelagem Matemática do grupo 1: As Believes

O primeiro grupo, "As Believes", composto por 5 (cinco) alunas, iniciou o desenvolvimento do projeto decidindo que o primeiro passo que deveriam tomar era a medição do muro. Nesse momento, indagamos às alunas como procederiam para medir o muro, então, a aluna Fabiana respondeu que mediriam com barbante. No entanto, quando essas alunas decidiram medir o muro com o barbante, foram à secretária da escola verificar se havia esse material na direção, assim, o diretor deu-lhes a ideia de medir com a trena, como mostra o diálogo seguinte:

Fabiana: Diretor, tem um rolo de barbante?

Diretor: é para o projeto?
Fabiana: Sim, para medir o muro.
Diretor: vocês podem medir o muro com uma trena ou uma fita métrica, que vão dar a medida mais exata.
Fabiana: é.
Diretor: mas vocês vão medir o muro inteiro?
Cristiane: a horta também?
Fabiana: também.
Diretor: a horta também, vai dar bastante trabalho. E quando vocês vão medir?
Carla: agora.
Diretor: olha, essa fita é de 3 metros, Fabiana.
Diretor: então, vocês vão medindo de 3 em 3. Já vou travá-la nos 3 metros, que é só ir medindo de 3 em 3 e ir anotando.

Desse modo, após a conversa com o diretor, as alunas optaram por medir o muro utilizando a trena. Nesse momento, as alunas realizaram a medição do muro. O diálogo anterior mostra que as alunas optaram por medir toda a extensão do muro da escola, incluindo o muro em torno da Horta. Em um momento durante a mediação, Marta fala para as demais alunas que elas estão medindo o muro somente de um lado e que teriam que dobrar essa medida no final, pois iriam pintar o muro do lado de dentro e do lado de fora da escola, como mostra o diálogo seguinte:

Marta: mas todas as medidas vão dar de um lado só do muro.
Fabiana: como assim?
Marta: só do lado de fora, aí tem o lado de dentro.
Fabiana: daí é só colocar duas vezes essa medida.
Carla: e a altura tem que medir também?
Fabiana: Sim.
Carla: Nossa, vamos demorar um monte, porque tem várias alturas diferentes.
Cristiane: Vai ter que tirar a medida dos portões.
Fabiana: nossa, verdade.
Marta: Não, a gente não mediu os portões, nós pulamos.
Carla: e esse pedacinho aqui? (*Aponta com a mão a largura do muro*) não temos que pintar também?
Fabiana: verdade, mas esse é mais fácil é igual para tudo.

Então, as alunas realizaram a medida do comprimento, da altura e da largura do muro. O próximo passo desse grupo foi a escolha dos materiais que deveriam ser utilizados e qual tinta usariam. Para isso, se dirigiram à biblioteca, pois os computadores da escola, disponíveis aos alunos, ficavam neste local. Durante as pesquisas, as alunas decidiram que, em seu orçamento, deveria conter pincéis, uma desempenadeira, tintas e corantes (chamados por elas de xadrez).

No momento da apresentação desse grupo, as alunas apresentaram um orçamento de 994,00 reais. O quadro a seguir aborda as informações do projeto do grupo:

Tabela 4: Orçamento do grupo 1

Quantidade de tinta: 5 latas de 18 litros Cor da tinta: branca Rendimento de 1 lata de tinta: 500 metros quadrados por demão. Comprimento do muro (aproximado): 275 metros Altura média: 1,5 metros

Fonte: elaborado pela autora

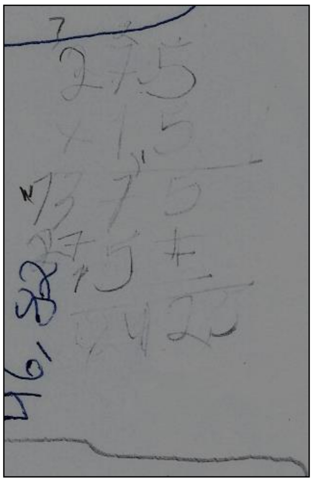
Para chegarem nesse orçamento, as alunas somaram todas as medidas dos comprimentos (do lado interno do muro da escola) encontrados por elas, então, arredondaram o valor para 275 metros de comprimento. Como o muro da escola apresenta alturas diferentes, as alunas mediram diversas alturas e realizaram uma média, utilizando como medida da altura a média de 1,5 metros.

Identificamos a preocupação das alunas com a medida exata do muro, pois precisavam colocar em seu orçamento a quantidade de latas de tinta necessária, não podendo faltar e ainda apresentar o melhor orçamento, com custos baixos, ou seja, sem desperdícios. Uma dessas preocupações revelou-se no cálculo da altura do muro, pois esta não é a mesma em todo seu comprimento, já que o muro tem alturas diferentes no decorrer de sua extensão, assim não poderiam adotar a maior altura, uma vez que haveria desperdício. Também não poderiam estabelecer a menor altura, pois faltaria tinta.

O próximo passo foi a multiplicação da medida da altura pela medida de comprimento, isto é, o cálculo da área. No entanto, essas alunas realizaram esse cálculo implicitamente, sem dar-se conta de que estavam realizando o cálculo da área.

Como o projeto era apresentar um orçamento para a pintura do muro, as alunas realizaram esse cálculo em um rascunho, pois não acreditavam ser um cálculo importante nesse projeto, mas conseguimos coletar esse rascunho. Contudo, elas apagaram esse cálculo (o cálculo da área) e, por esse motivo, ficou difícil sua visualização, porém é possível identificá-lo, como mostra a figura a seguir:

Figura 29: Cálculo da área do grupo 1



Com o cálculo da área, elas chegaram ao resultado de 412,5 metros quadrados. A tinta escolhida por elas rendia 500 metros quadrados por demão, então, optaram por utilizar duas demãos. A área encontrada por elas era somente da parte exterior do muro da escola. Como gostariam de pintar o muro, abrangendo seu lado interno e externo, concluíram que precisariam de aproximadamente 4 latas de tinta.

Entretanto, também mediram a largura do muro e constataram que, para pintar a largura e realizar desenhos, precisariam de um pouco mais de tinta e, assim, finalizaram o orçamento em 5 latas de tinta.

Realizando uma análise do projeto desse grupo, podemos verificar que ele utilizou, implicitamente, o conceito de área corretamente. Sendo implícito, pois, em momento algum, as alunas alegaram estar utilizando o conceito de área, tiveram a noção de que precisavam desse cálculo para verificar o espaço do muro, sem se atentar a que conceito se tratava.

Devemos destacar também que essas alunas fizeram uso dos conceitos de área e perímetro, ainda que pudesse ser de forma "inconsciente", percebendo quais medidas seriam necessárias e que conta deveriam realizar para determinar a quantidade de tinta.

Com isso, concluímos que os teoremas em ação falsos, dos agrupamentos elaborados, não se manifestaram no desenvolvimento desse projeto, por esta equipe, sendo que o grupo conseguiu resolver o problema proposto de forma satisfatória, ou seja, não evidenciaram as dificuldades apresentadas nas questões contextualizadas.

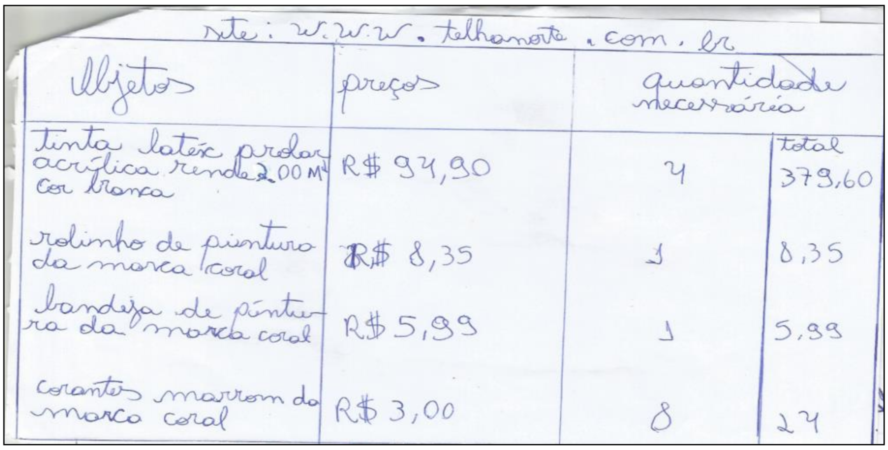
5.4 Análise da atividade de Modelagem Matemática do grupo 2: VASPP

O grupo 2, denominado “VASPP”, era composto por 4 (quatro) meninos. Esses alunos iniciaram tomando todas as decisões que acharam necessárias para o desenvolvimento do projeto. Já na primeira hora/aula disponibilizada e as demais, utilizaram para colorarem em prática essas decisões tomadas. O diálogo a seguir mostra as decisões do grupo:

> **Maicon**: nós temos que medir o muro.
> **José**: por quê?
> **Maicon**: pra saber a medida e pra saber comprar quantas tintas.
> **Vinícius**: temos que medir o comprimento e a altura.
> **Willian**: Por que a altura?
> **Vinícius**: você vai pintar só uma faixa do muro ou toda a altura dele?
> **Willian**: hum! Verdade.
> **José**: então vamos medir.
> **Maicon**: mas nós precisamos de uma trena
> **José**: o Diretor tem.
> **José**: temos que pesquisar o preço das tintas também.
> **Vinícius**: e ver o rendimento de cada lata.
> **Willian**: vamos pesquisar isso na biblioteca?
> **José**: não vamos pedir pro diretor, a internet lá é melhor.
> **Willian**: e a cor? Que cor vamos pintar?
> **Maicon**: há, sei lá, o que você acha?
> **Willian**: marrom, aí já num suja.
> **José**: boa.

Tomadas as decisões, o grupo pesquisou, junto ao diretor, a tinta e seu rendimento. Decidiram por comprar a tinta da cor branca, por ser a mais barata e adicionar corantes marrom. Os alunos apresentaram uma tabela, contendo as informações sobre os materiais utilizados:

Figura 30: orçamento do grupo VASPP



site: w.w.w. telhanorte.com.br

Objetos	preços	quantidade necessária	total
tinta latex pralar acrílica rende 200 M² cor branca	R$ 94,90	4	379,60
rolinho de pintura da marca coral	R$ 8,35	1	8,35
bandeja de pintura da marca coral	R$ 5,99	1	5,99
corantes marrom da marca coral	R$ 3,00	8	24

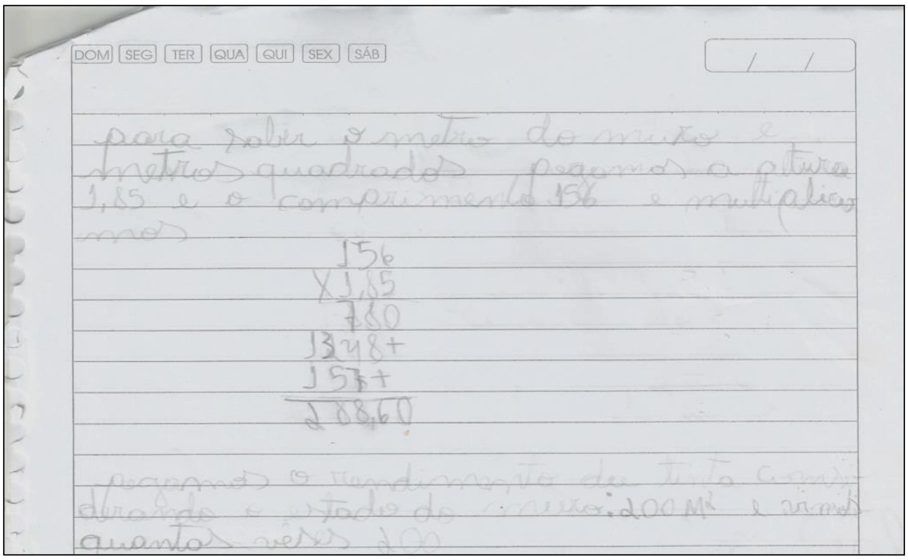
Fonte: orçamento do grupo 2

Para chegarem às quantidades necessárias de materiais, esses alunos realizaram a medição do muro, optando por não medirem a extensão em torno da horta. Utilizaram, então, das mesmas estratégias que o grupo anterior, medindo com uma trena de 5 metros e, depois, somaram os comprimentos encontrados, chegando ao resultado de 156 metros para a medida do comprimento do muro.

Para a altura, o grupo também utilizou uma média das alturas encontradas, obtendo como medida da altura 1,85m. Destacamos que esse grupo teve a mesma preocupação do grupo anterior, no sentido de obter a quantidade exata de tinta e, por isso, deveriam ter as medidas exatas, não podendo utilizar uma medida qualquer da altura, mas sim a média dela.

O próximo passo do grupo foi realizar a multiplicação da medida de comprimento pela medida da altura do muro, ou seja, o cálculo da área. Em momento algum, esses alunos relataram estar calculando a área, no entanto, eles relataram que “para saber o metro do muro em metros quadrado, pegamos a altura 1,85 e o comprimento 156 e multiplicamos”, conforme mostra a imagem a seguir:

Figura 31: Cálculo da área



Fonte: cálculo da área grupo 2

Eles realizaram o cálculo da área corretamente, chegando ao resultado de 288,60 metros quadrados. A tinta escolhida por eles rendia 200 metros quadrados por demão, mas eles apresentaram para o projeto duas demãos. A área encontrada é somente da parte externa do muro e, assim como o primeiro grupo, eles gostariam de pintar os lados interno e externo do muro. Assim, concluíram que precisariam de 4 latas de tinta, como afirmado na fala deles: "*Pegamos o rendimento da tinta considerando o estado do muro: 200 metros quadrados e vimos quantas vezes 200".*

Analisando o procedimento desse grupo e os registros, observamos que eles, explicitamente, utilizaram do conceito de área, quando escrevem "para saber o metro do muro em metros quadrados", ou seja, esses alunos, mesmo sem utilizar o vocábulo "*área",* sabem utilizar esse conceito corretamente, tendo a noção de que, para calcular o espaço a ser pintado, que eles chamam de "metro do muro em metros quadrados", é preciso multiplicar as duas medidas. Podemos concluir que apresentam essa noção, principalmente pela conversa entre eles:

> **Vinícius**: temos que medir o comprimento e a altura.
> **Willian**: Por que a altura?
> **Vinícius**: você vai pintar só uma faixa do muro ou toda a altura dele?
> **Willian**: hum! Verdade.

Nesse trecho, percebemos a manifestação do conceito de área, visto que eles compreenderam que, se não medissem a altura, não pintariam todo o espaço do muro. Por isso, podemos entender que esses alunos não manifestaram nenhum dos teoremas em ação falsos a respeito dos conceitos de área e perímetro dos agrupamentos apresentados. Também devemos destacar que a confusão entre os conceitos de área e perímetro não se manifestou nessa atividade – um entrave presente em todas as demais etapas dessa pesquisa.

5.5 Análise da atividade de Modelagem Matemática do grupo 3: O Quinteto Mágico

O terceiro grupo era constituído por 5 (cinco) meninos, sendo alunos faltosos. No primeiro encontro, todos estavam presentes, no entanto, detiveram-se somente em discutir qual seria o nome do grupo e não chegaram a uma decisão. Somente no final da hora/aula disponibilizada, decidiram que deveriam medir o muro e pesquisar preços para as tintas. Decidiram, mas não realizaram, somente estabeleceram que esse seria o próximo passo e que fariam no segundo encontro.

No segundo encontro, estavam somente dois alunos presentes desse grupo. Então, esses realizaram a medição do muro com uma trena. Mediram 3 (três) alturas distintas do muro e, assim, resolveram que fariam uma média dessas alturas. Desse modo, mediram uma parte do muro, somente um lado, como mostra o diálogo a seguir:

> **Lucas**: olha, vamos medir aqui (e aponta a altura do muro).
> **Celso**: você viu que os outros estão medindo vários lugares? (se refere aos outros grupos e as várias alturas)
> **Lucas**: é porque a altura é diferente, olha, ali é mais alto e aqui é bem mais baixo. Aí a gente tem que ver uma altura mais ou menos padrão.
> **Celso**: então também temos que medir em outros lugares.
> **Lucas**: é. Vamos medir aqui, lá perto do posto (posto de saúde que fica próximo a escola) e perto da horta.
> **Celso**: beleza! Aí medimos tudo de comprido (refere-se ao comprimento do muro).
> **Lucas**: se der tempo, né?

Nesse diálogo, percebemos que os alunos mostraram-se interessados com o projeto, no entanto, no terceiro encontro estavam presentes somente três alunos, mas não quiseram concluir o projeto, alegando que a folha em que estavam as anotações estaria com outro integrante do grupo, o Celso, e, que nela, estariam as medidas do muro e que eles não teriam tempo de medir novamente.

Por fim, no dia da apresentação do projeto, esse grupo não apresentou nenhuma proposta e também não entregou seus rascunhos. Por meio de seus áudios, podemos concluir que esses alunos se interessaram no início com o desenvolvimento do projeto, entretanto, no desenvolver, acabaram se dispersando e não quiseram concluir.

Mesmo não tendo concluído o projeto e assim não conseguimos uma análise completa de seus procedimentos, podemos inferir que, de forma implícita, esses alunos mostraram indícios de compreensão de que precisariam utilizar duas dimensões do muro: a altura e o comprimento. Não podemos concluir se manifestariam corretamente o conceito de área, assim como os dois primeiros grupos.

5.5 Análise da atividade de Modelagem Matemática do grupo 4: Filhos dos Camponeses

O Grupo 4, denominado “filhos dos camponeses”, era composto por dois alunos e duas alunas. O primeiro passo desse grupo foi discutir o que deveriam fazer, optando por dividirem os serviços entre os seus integrantes, como mostra o diálogo seguinte:

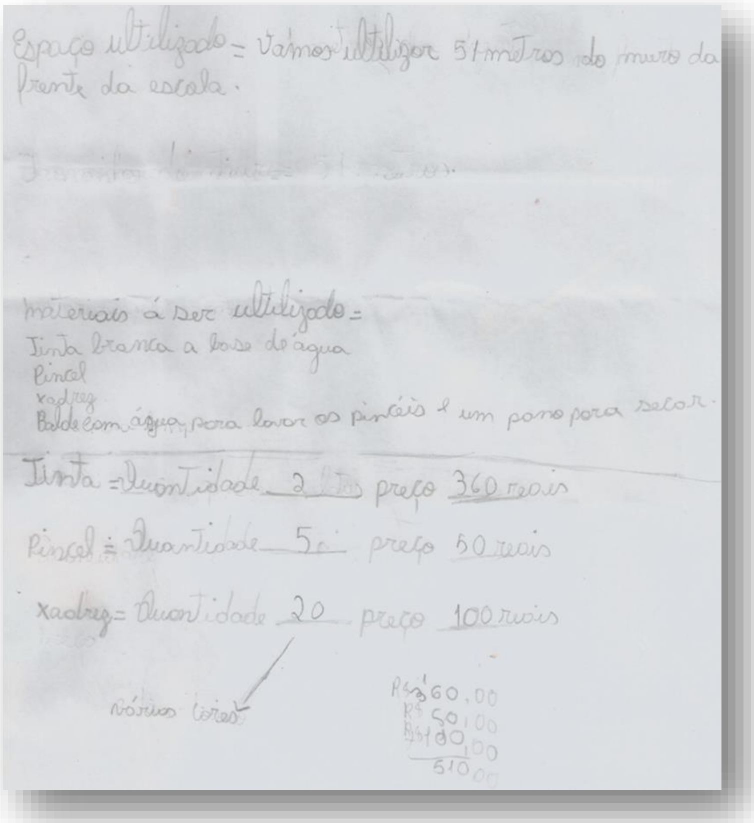
> **Josiane**: Acho que a gente deveria ver as coisas e cada um fazer uma coisa.
> **Everaldo**: é, mas primeiro temos que saber o que vamos fazer.
> **Josiane**: Tá. Eu acho que nós podíamos desenhar umas coisas diferentes, tipo que lembre a agricultura.
> **Luana**: podíamos desenhar um trator.
> **Eloísa**: mas nós vamos pintar o muro todo?
> **Everaldo**: a gente podia pintar só a parte da frente e do lado do posto.
> **Josiane**: por que?
> **Everaldo**: é só onde dá pra ver.
> **Josiane**: Pode ser, mas vamos dividir os serviços. Luana, você fica responsável pra medir o muro, o Everaldo de pesquisar quanto de tinta vai, a Eloísa de escrever o projeto e eu vou pesquisar os desenhos para fazer no muro e os preços.
> **Everaldo**: tá.

Essas decisões foram tomadas na primeira hora/aula disponibilizada e o restante do tempo dessa hora/aula utilizaram para medir o muro.

Na segunda hora/aula disponibilizada, eles terminaram de medir o muro. Esse grupo mediu somente um lado do muro (o lado externo) e uma das laterais, que fica ao lado do posto de saúde do distrito, alegando, conforme o diálogo, que eram as partes visíveis do muro e, então ficaria, mais barato. Assim, eles utilizaram uma trena para medir o muro, medindo somente o comprimento.

Esse grupo, na terceira hora/aula disponível para realizar o projeto, afirmou que seu projeto já estaria pronto e que, por terem dividido os serviços, eles já teriam finalizado. No dia da apresentação do projeto, o orçamento deles foi de 510,00 reais e duas latas de tinta, como mostra a figura a seguir

Figura 32: orçamento do grupo filhos dos Camponeses



Espaço ultilizado = Vamos ultilizar 51 metros do muro da frente da escola.

materiais á ser ultilizado =
Tinta branca a base de água
Pincel
xadrez
Balde com água para lavar os pincéis e um pano para secar.

Tinta = Quantidade 2 preço 360 reais

Pincel = Quantidade 5 preço 50 reais

xadrez = Quantidade 20 preço 100 reais

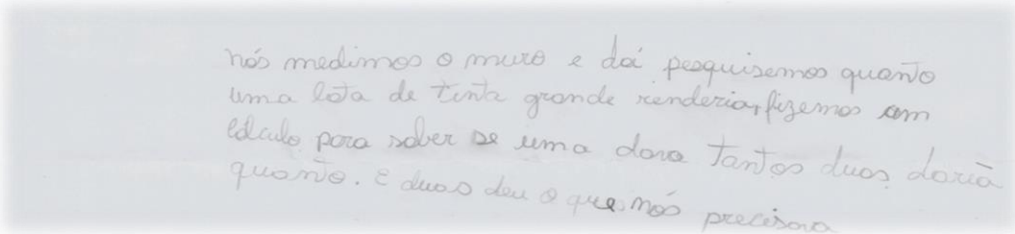
várias cores

R$ 360,00
R$ 50,00
R$ 100,00
510,00

Fonte: grupo 4

Esse grupo, “Filhos dos Camponeses”, apresentou, no projeto, que haviam realizado alguns cálculos, como mostra a figura a seguir:

Figura 33: projeto do grupo 4, filhos dos camponeses



nós medimos o muro e daí pesquisemos quanto
uma lata de tinta grande renderia, fizemos um
cálculo para saber se uma dava tantos duas daria
quanto. E duas deu o que nós precisava

Fonte: grupo 4

No momento da apresentação, questionamos quais eram esses cálculos utilizados e eles não souberam responder, alegando que tinham esquecido. Ao verificar os diálogos desse grupo, identificamos suposições da quantidade de latas de tintas que seriam utilizadas, como mostra o trecho a seguir:

Josiane: temos que ver quantas tintas vai.
Everaldo: acho que umas duas latas dá.
Eloísa: será? Acho que vai mais.
Everaldo: não, meu pai usou só três na casa inteira e passou três mão.
Josiane: então duas dá?
Everaldo: dá sim, é só colocar mais água.

Podemos verificar com esse diálogo, que os alunos não se utilizaram do conceito de área, como era necessário. O grupo realizou o projeto com suposições, o que, para ele, estaria coerente.

Não podemos concluir que esses alunos não compreendam os conceitos de área e perímetro, pois não os utilizaram no desenvolvimento de seu projeto. No entanto, eles resolveram o problema proposto, que era apresentar um orçamento de pintura para o muro.

Também, não podemos inferir sobre a confusão entre conceitos de área e perímetro nem sobre os agrupamentos, pois eles não se utilizaram de cálculos matemáticos que nos dessem suporte para realizar essa análise. O que podemos inferir é que esses alunos mediram somente o comprimento do muro e, assim, manifestaram um possível teorema em ação falso que, *se precisamos determinar o espaço de um objeto, então medimos somente seu comprimento.*

5.6 Análise do projeto de Modelagem Matemática

Analisando o projeto de Modelagem Matemática, podemos observar que os alunos dos dois primeiros grupos (As Believes; VASPP) apresentaram ações envolvendo os conceitos de área e perímetro, que conduziram à solução correta do problema. Destacamos que eles não tiveram dúvidas dos procedimentos e cálculos que deveriam utilizar.

Já os dois últimos grupos (O Quinteto Mágico; Filhos dos Camponeses) não obtiveram o mesmo resultado. O grupo 3, “O Quinteto Mágico”, não finalizou o projeto, o que pode ter sido causado por desinteresse sobre o tema. Já o grupo 4, “Filhos dos Camponeses”, resolveram e apresentaram o projeto conforme solicitado, resolvendo de suas maneiras, no entanto, não realizaram cálculos que manifestassem os conceitos de área e perímetro, o que podemos compreender como uma manifestação de um possível teorema em ação falso que, *se precisamos determinar o espaço de um objeto, então medimos somente seu comprimento.*

Analisando os projetos dos dois primeiros grupos, verificamos, que, embora os alunos apresentassem dificuldades na resolução de problemas contextualizados, envolvendo os conceitos de área e perímetro, quando eles precisaram colocar em prática esses conceitos, conseguiram implicitamente utilizar o conceito de área sem confundir com o conceito de perímetro.

Inferimos que os problemas apresentados no papel, ainda que descrevendo uma situação da realidade por eles vivenciada, o caso da mesa do refeitório, por exemplo, tem as mesmas características dos problemas que constam nos livros didáticos ou que são passados pela professora no quadro. Os dados (as medidas) são mostrados no problema e eles só tem que utilizá-los.

No caso do projeto da pintura do muro, esses dados não foram fornecidos, e eles tiveram que discutir quais medidas seriam necessárias e o porquê. Um outro fato interessante é que as latas de tinta que eles pesquisariam apresentavam uma medida do rendimento da tinta, logo, tiveram que estabelecer relações entre essa informação e os dados que eles possuíam.

6 Conclusões

Esta pesquisa teve por objetivo investigar se há a existência, ou não, de teoremas em ação falsos manifestados nas respostas de estudantes, do 6º ao 9º anos, do Ensino Fundamental de uma escola do campo, mediante questões contextualizadas e em um projeto de Modelagem Matemática, envolvendo os conceitos de área e perímetro.

Baseados nos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, elaboramos as questões contextualizadas e o projeto de Modelagem Matemática com o intuito de propor aos alunos diferentes situações a respeito desses conceitos, a fim de confrontarmo-los a utilizarem conceito, ferramentas e seus conhecimentos prévios, para verificarmos se esses alunos manifestariam os teoremas em ação falsos.

Nas questões contextualizadas, preocupamo-nos em elaborar atividades que abordassem a vivência e o interesse dos alunos, para que esses sujeitos, no momento da resolução das questões, pudessem imaginar, ou mesmo simular, as situações problema a fim de resolver com coerência a atividade.

No entanto, concluímos que, nessas questões, esses alunos manifestaram teoremas em ação falsos já identificados nas pesquisas de Teles (2007) e Ferreira (2010), assim como novos indicativos de teoremas em ação falsos, confirmando a dificuldade desses alunos em resolver problemas, envolvendo os conceitos de área e perímetro. Além dos teoremas, devemos destacar a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Esse fato já vem sendo destacado em várias pesquisas e pelo documento orientador da educação no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais. Com efeito, em todas as questões, os sujeitos desta pesquisa manifestaram essa confusão.

Logo, detectamos, nas questões contextualizadas, os mesmos equívocos, teoremas em ação falsos e, principalmente, a confusão entre os conceitos estudados, o que outras pesquisas já haviam relatado, como Teles (2007) e Ferreira (2010). Ainda que abordassem situações vivenciadas por eles, como, por exemplo, a divisão da aveia em piquetes, a questão tem as mesmas características de problemas que aparecem em livros didáticos ou no quadro, com a professora.

Vergnaud (2012), destaca que precisamos confrontar os alunos com as diferentes situações sobre um mesmo conceito, para que esses possam desenvolver conceitos, ferramentas, símbolos para resolverem a nova situação proposta e, assim, evoluir seus conhecimentos. Com as questões contextualizadas, não conseguimos verificar essa ocorrência.

No entanto, no projeto de Modelagem Matemática, no qual os alunos selecionados precisaram colocar em prática o conceito de área, alguns se instigaram pela situação proposta e utilizaram-se de ferramentas e conceitos corretos, não apresentando equívocos sobre os conceitos de área e perímetro, explicitamente. Ou seja, não identificamos a manifestação dos teoremas em ação falsos identificados anteriormente, além disso, esses alunos, em momento algum, durante a execução desse projeto, apresentaram indícios de confusão entre os conceitos de área e perímetro.

Para melhor analisarmos essas conclusões, é necessário relembrar os agrupamentos realizados nessa pesquisa sobre os equívocos relacionados aos conceitos de área e perímetro.

Dos agrupamentos elaborados, o primeiro relatava sobre os cálculos da área e do perímetro envolvendo medidas errôneas, ou seja, os sujeitos utilizavam qualquer valor dado nos problemas ou até mesmo de todos os valores apresentados nas figuras, para realizarem um cálculo, sem a preocupação se o resultado obtido tinha coerência, ou não, com a realidade. Nas questões contextualizadas, ficou evidente a manifestação de teoremas em ação falsos, pertencentes a esse agrupamento. Por exemplo, na primeira questão, quando os alunos somaram as medidas do comprimento e a medida da largura dos piquetes e, em seguida, dividiram por 10 (dez), não estando preocupados com a coerência da resposta, eles tinham números e precisavam utilizá-los.

Já no projeto de Modelagem Matemática, a preocupação dos alunos com as medidas exatas e corretas fica evidente, mesmo no grupo que não finalizou o projeto. Por exemplo, quando esses alunos calcularam a média das alturas, eles estavam preocupados com a exatidão dessa medida, pois precisavam de dados corretos para calcularem a quantidade de tinta necessária para a pintura do muro e, assim, elaborar o melhor orçamento sem desperdícios nem falta de materiais.

Contudo, um dos grupos não apresentou essa preocupação, manifestando um possível teorema em ação falso, que pertenceria à primeira categoria, isto é, *se precisamos determinar o espaço de um objeto, então medimos somente seu comprimento,* evidenciando a utilização de uma medida sem a preocupação de sua veracidade, no final do projeto.

O segundo agrupamento estava relacionado ao uso incorreto das fórmulas matemáticas para o cálculo da área e perímetro. Nas questões contextualizadas, os teoremas em ação falsos, referentes a esse agrupamento, também foram manifestados, por exemplo, na segunda questão um aluno, para calcular o perímetro do jardim triangular, multiplicou a medida dos três lados do triângulo.

Entretanto, no projeto de Modelagem Matemática, não constatamos teoremas pertencentes a esse agrupamento. Dos três grupos que finalizaram o projeto, dois calcularam corretamente, mesmo sem explicitarem que estavam calculando a área e o outro grupo não se utilizou de fórmulas matemáticas. Os dois grupos, que procederam de forma coerente com o cálculo da área, utilizaram os valores encontrados para determinaram a quantidade de tinta necessária, tomando como referência o rendimento da tinta dada nas informações da embalagem.

O terceiro agrupamento abordava os teoremas em ação falsos relacionados às compreensões errôneas das figuras e, principalmente, a confusão entre os conceitos de área e perímetro. Nas questões contextualizadas, esse agrupamento esteve fortemente presente, principalmente na confusão entre os conceitos de área e perímetro. Nas 4 (quatro) questões, a confusão entre esses conceitos foi manifestada. No projeto de Modelagem Matemática, o mesmo não ocorreu, visto que os dois grupos, que utilizaram as medidas do muro para resolver o projeto, perceberam que deveriam utilizar as duas medidas, altura e comprimento do muro para determinarem a quantidade de tinta necessária. E o grupo que não finalizou o projeto, também havia apresentado as duas medidas.

Com isso, destacamos a potencialidade do projeto de Modelagem Matemática como uma situação a promover a desestabilização dos teoremas em ação falsos pertencentes aos agrupamentos, pois [...] se não confrontamos as crianças com situações nas quais elas precisem desenvolver conceitos, ferramentas, limites, elas não têm razão para aprender (VERGNAUD, 2012). Nesse caso, o projeto propôs uma situação em que os alunos precisaram desenvolver o conceito de área para chegarem ao orçamento desejado. O que não ocorreu nas questões contextualizadas que foram apresentadas no papel, assim como as tradicionais atividades dos livros didáticos, por esse motivo, os alunos não se sentiram confrontados.

Dessa forma, como solução prática, sugerimos aos professores a abordagem dos conceitos de área e perímetro no âmbito escolar, visto que que os alunos precisam medir e calcular, pois, muitas vezes, somente a teoria e a resolução de exercícios, em sala, não são suficientes para identificarmos os conhecimentos dos alunos sobre um conceito.

Vergnaud (2012), destaca que precisamos ampliar as dificuldades aos alunos, mas com o objetivo de onde se quer chegar, permitindo a possibilidade de desestabilização dos teoremas em ação falsos, os quais exercem um papel relevante na construção de um conceito e dos teoremas em ação verdadeiros. Nesta Pesquisa, pudemos constatar esse fato, pois, quando os alunos resolveram questões dentro da sala de aula, mesmo contextualizando com sua vivência e interesse, os resultados obtidos convergiram para teoremas em ação falsos e, principalmente, para a confusão dos conceitos de área e perímetro, ou seja, não tiveram um confronto nem a ampliação das dificuldades na resolução dessas questões.

Contudo, quando esses mesmos sujeitos se depararam com o projeto de Modelagem Matemática, com uma situação diferenciada, em que precisaram colocar na prática esses conceitos, a maioria desses alunos manifestaram os conceitos de área corretamente, sem confundir com o conceito de perímetro.

Com os resultados obtidos nesta pesquisa, esperamos ser possível que auxilie na contribuição de outras pesquisas e, principalmente, para com os professores da educação básica, a fim de que percebam a importância das diversificadas situações na aprendizagem de um conceito. Também, deixamos como sugestão, para futuras pesquisas, a investigação da desestabilização dos teoremas em ação falsos sobre os conceitos de área e perímetro. Se apresentando diferentes situações, nas quais os alunos possam ser confrontados a evoluir seus conhecimentos, ao voltarem às questões na folha de papel, como são apresentados nos livros didáticos, esses alunos manifestam conhecimentos verdadeiros sobre esses conceitos.

Referências

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** 2001. 253 f. Tese (Doutorado) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

______. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

______. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001b. 1 CD -ROM.

BRASIL. Conselho Nacional De Educação. Resolução CNE/CEB 1, de 3 de Abril de 2002, **Institui Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas Escolas do Campo.** Câmara De Educação Básica. Abril de 2002.

______. Decreto Nº 7.352, De 4 De Novembro De 2010. **Dispõe sobre a política de educação do campo e o Programa Nacional de Educação na Reforma Agrária - PRONERA**. Novembro De 2010.

______. Ministério Da Educação. Conselho Nacional De Educação. Resolução Nº 2, De 28 De Abril De 2008, **Estabelece diretrizes complementares, normas e princípios para o desenvolvimento de políticas públicas de atendimento da Educação Básica do Campo. Abril De 2008.**

______. Ministério Da Educação. *DOU de 04/02/2013* (nº 24, Seção 1, pág. 28). Portaria Nº 86, de 1º de Fevereiro de 2013. **Institui o Programa Nacional de Educação do Campo - PRONACAMPO, e define suas diretrizes gerais.** Fevereiro de 2013.

______. Ministério Da Educação. **Programa Nacional de Educação do Campo (PRONACAMPO)**. Documento Orientador. Brasília, janeiro de 2012.

______. Ministério Da Educação**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)**. Lei n. 9394/96, de 20 de dezembro de 1996.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN**). Matemática, Ensino Fundamental. Primeiro e Segundo Ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN**). Matemática, Ensino Fundamental. Terceiro e quarto Ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. In: Revista de Modelagem na Educação Matemática**, p. 10-27, Vol. 1, No. 1, 1, 2010.

__________. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) -Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. 1992.

__________. **As Diretrizes Curriculares Para O Ensino De Matemática E A Modelagem Matemática**. In: Perspectivas, Erechim – RS, v. 29, n.113, 2005.

BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. Revista Educação Matemática e Pesquisa,** São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º Ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais. Dissertação** (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia M. M; MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina. **Repensando Multiplicação e Divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. Editora PROEM, São Paulo, 2014.

GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia M. M; MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina. **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.** Editora PROEM, São Paulo, 2008.

JENSKE, Grazielle. **A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso.** Dissertação (Programa De Pós-Graduação Em Educação Em Ciências E Matemática), Pontifícia Universidade Católica Do Rio Grande Do Sul Faculdade De Física, Porto Alegre, 2011.

LEITE, S. C. **Escola rural: urbanização e políticas educacionais.** São Paulo: Cortez, 1999.

OLIVEIRA, Caroline Mari. **Bases Legais Para Uma Educação Do E No Campo E As Experiências Educativas De Uma Escola De Agroecologia Na Região Norte Do Paraná**. In: BOIAGO, Daiane Letícia. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul. 2012.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares Da Educação Do Campo.** Governo Do Estado Do Paraná. Curitiba, 2006.

________. **Resolução Estadual nº 127/82.** Governo do Estado do Paraná. Curitiba, 1982.

________. **Resolução Estadual nº 800/85**. Ato de Reconhecimento. Governo do Estado do Paraná, Curitiba, 1985.

PERUZZO, Cicilia Maria Krohling. **Da Observação Participante à Pesquisa-Ação em Comunicação: pressupostos epistemológicos e metodológicos. XXVI Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação** – BH/MG – 2 a 6 Set 2003.

REZENDE, Veridiana. **Conhecimentos Sobre Números Irracionais Mobilizados Por Alunos Brasileiros E Franceses: Um Estudo Com Alunos Concluintes De Três Níveis De Ensino**. Tese (Doutorado Em Educação Para A Ciência E A Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Adição e Subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Editora da UESC, Ilhéus, 2012.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo. **Imbricações entre Campos Conceituais na Matemática Escolar: Um Estudo sobre as Fórmulas de Área de Figuras Geométricas Planas**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

VERGNAUD, Gérard. **A Aprendizagem Matemática na Perspectiva dos Campos Conceituais - O que é Aprender,** p.13-52, 2007.

__________. **Entrevista concedida a Revista Pátio**, ano II nº 5, maio/julho 1998.

__________. **Entrevista concedia da Gabriel Pillar Grossi**, Revista nova escola, 2012

______. **La théorie des champs conceptuels. Recherche en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage**, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

_______. **O que é aprender? In. A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Org. BITTAR, Marilena, MUNIZ, Cristiano Alberto. Editora CRV, Curitiba, 2009.

______. **A gênese dos campos conceituais. In. Por que ainda há quem não aprende?** Org. GROSSI, Esther Pillar. 2ª edição. Editora Vozes, Petrópolis, 2003.

______. **Teoria dos Campos Conceituais. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, p. 1 - 26. Rio de Janeiro,1993

ZANELLA, Marli Schmitt; BARROS, Rui Marcos de Oliveira. **Teoria dos Campos Conceituais: situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais.** Editora CRV, Curitiba, 2014.