UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA

WILIAN BARBOSA TRAVASSOS

UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE INEQUAÇÃO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA:
contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

MARINGÁ – PR
2018

WILIAN BARBOSA TRAVASSOS

UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE INEQUAÇÃO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA:
contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.
Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador:
Profº. Dr. Marcelo Carlos de Proença.

MARINGÁ – PR
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

Travassos, Wilian Barbosa
T779u Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em matemática: contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica / Wilian Barbosa Travassos. -- Maringá, 2018.
183 f. : il. color., quadros

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2018.

1. Educação matemática - Aprendizagem. 2. Inequações (matemática). 3. Registros de Representação Semiótica. I. Proença, Marcelo Carlos de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 21.ed. 511.8

Mariza Nogami
Bibliotecária CRB 9/1569

WILIAN BARBOSA TRAVASSOS

Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em Matemática: *contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica*

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática.*

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

Prof. Dr. Rui Marcos de Oliveira Barros
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 20 de Fevereiro de 2018.

AGRADECIMENTOS

Durante toda essa caminhada, muitas pessoas por mim passaram, as quais contribuíram com palavras de força, orações e atitudes e, elas mesmo não tendo consciência disso, certamente me ajudaram a chegar onde cheguei. Devido a isso, registro aqui minha mais profunda gratidão àquelas pessoas que mostraram o real significado de amizade, generosidade e companheirismo.

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me guiou e me capacitou em todos os momentos dessa trajetória acadêmica.

Ao meu pai Valdeci, minha mãe Vera e meu irmão Weslen, que sempre estiveram ao meu lado nos melhores e piores momentos. Sempre acreditaram no meu potencial e nunca mediram esforços para verem meus sonhos realizarem-se. Por compreenderem minha ausência nos momentos difíceis do estudo e, por proporcionarem a mim, mesmo com toda simplicidade de vocês, condições para que eu pudesse continuar nos estudos. A vocês, minha eterna gratidão.

Ao meu tio Janilson, por sempre estar presente nas etapas decisivas de ingresso no mestrado, contribuindo com o seu conhecimento, disposição e sempre desejando o melhor para mim.

A minha avó, tios, tias e demais familiares por toda oração, palavras de força e ajuda nos momentos em que precisei.

Ao grupo de estudos GEPEM – UEM, pelas discussões e reflexões que contribuíram para a escrita desta pesquisa.

Aos professores que colaboraram para o desenvolvimento desse estudo, cedendo suas aulas para a aplicação dos instrumentos de pesquisa.

Aos acadêmicos, sujeitos do estudo piloto e sujeitos dessa pesquisa final. Sem a contribuição de vocês esta dissertação não existiria.

A todos os amigos do mestrado, e em especial ao Cleyton, Mônica, Pollyany e Trevas pelos momentos de descontração.

Aos amigos da faculdade Adriano, Carla, Clarice, Jeferson, Karina D., Karina D. B., Marlon, Rosimery, Suzana e Thiago, por todo o companheirismo durante a graduação, por todos os momentos divertidos e por todo incentivo, que contribuíram para o meu ingresso no mestrado.

Aos integrantes da república, na qual morei nesse período de mestrado, Bruno, Heitor, Michael, Saulo e Weslen, pela amizade e companheirismo.

Aos amigos Rodrigo e Bárbara, por todo o incentivo e ajuda, antes e durante o mestrado.

Aos professores da graduação, fontes de inspiração para o meu seguimento na carreira acadêmica.

Aos professores Rui Barros e Méricles Moretti pelas grandes contribuições no desenvolvimento dessa pesquisa.

A secretária do PCM, Sandra, por sempre ajudar nos momentos de dúvidas relacionadas aos regulamentos do programa.

A Capes, pelo apoio financeiro indispensável para que a realização dessa pesquisa fosse possível.

Agradeço ainda, imensamente, as minhas professoras da graduação e orientadoras de Iniciação Científica, Veridiana Rezende e Mariana Moran. Por sempre acreditarem em meu potencial e enxergarem em mim um futuro que eu nem sequer imaginava. Minha trajetória acadêmica e os méritos obtidos foram em grande parte consequência de todos os ensinamentos e dedicação que tiveram comigo.

Por fim, agradeço em especial, ao meu orientador e grande amigo Marcelo Carlos de Proença. Por aceitar o desafio dessa pesquisa comigo, por acreditar no meu potencial em desenvolvê-la, por desempenhar o verdadeiro papel de um orientador e, sobretudo, por romper paradigmas entre a relação de orientador × orientando, não representando mais um dos problemas que enfrentamos na pós-graduação, mas sim uma parceria com a qual pude contar sempre que precisei.

Aos familiares, amigos(as), e todos àqueles que aqui não foram citados, mas que guardo nas lembranças, meus sinceros agradecimentos.

"Aqueles que se sentem satisfeitos sentam-se e nada fazem. Os insatisfeitos são os únicos benfeitores do mundo." (Walter S. Landor)

UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE INEQUAÇÃO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA:
contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo analisar o desempenho de graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades envolvendo o conceito de inequação do 1º grau com uma variável e suas diferentes representações. Os sujeitos da pesquisa foram no total 16 acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública do Estado do Paraná. Para coleta dos dados, elaboramos três instrumentos de pesquisa envolvendo exercícios com diferentes níveis de complexidade baseados nos três critérios de congruência semântica; exercícios apresentando diferentes representações além de problemas contextualizados. Os procedimentos para análise das resoluções dos acadêmicos consistiram em primeiro momento separá-las entre acertos, erros e questões não respondidas. Na sequência, analisou-se apenas as resoluções incorretas, de acordo com cada instrumento. Os resultados obtidos nesta pesquisa indicaram dificuldades dos acadêmicos dos quatro anos do curso nas atividades cuja elaboração utilizou-se da congruência semântica, sobretudo, nas atividades nas quais os três critérios de congruência semântica são satisfeitas (congruentes). Para os problemas contextualizados, se comparados proporcionalmente com os demais instrumentos, este foi o segundo no quesito dificuldade, visto que, de modo geral, houve 41,5% de acertos nesse instrumento de pesquisa, mostrando certa compreensão parcial por parte dos estudantes em problemas contextualizados que abordam o conceito de inequação do 1º grau. Sobretudo, apresentaram dificuldades em interpretar o que se pedia em determinados problemas, bem como em algumas unidades significantes, tal como *a partir*. Já para os exercícios envolvendo diferentes representações, o exercício que se sobressaiu no quesito erro, foi o exercício em que era necessário realizar a conversão da representação algébrica para a representação geométrica, e que inclusive, também foram destaque neste exercício erros no tratamento algébrico da inequação. Apesar de ser um estudo amplo, esta pesquisa possibilitou identificar dados importantes referentes a erros e dificuldades dos acadêmicos dos quatro anos do curso, e que, consequentemente, influenciam no desempenho dos estudantes da graduação nas resoluções de atividades envolvendo o conceito de inequação do 1º grau com uma variável.

Palavras-chave: Aprendizagem. Inequação. Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

The present research had the objective of analyzing the performance of students of a Mathematics course in activities involving the concept of first-degree inequality with a variable and its different representations. The subjects of the research were 16 students from a Mathematics course at a public university in the State of Paraná. To collect the data, we elaborated three research instruments containing exercises with different levels of complexity based on the three conditions of semantic congruence; exercises presenting different representations and contextualized problems. The procedures for analyzing students' resolutions consisted in the first moment separating them between correct answers, errors and unresolved questions. Subsequently, we have analyzed only the incorrect resolutions according to each instrument. The results obtained in this research indicated difficulties of first year students, second year, third year and fourth year in activities containing semantic congruence, including congruent activities. For the contextualized problems, if compared proportionally with the other instruments, this instrument was the second one that presented the greatest number of errors, because it had 41.5% of correct answers in this research instrument, showing partial knowledge of the students in contextualized problems about the concept of inequation of the first-degree. Above all, the students presented difficulties in interpreting what was asked in certain problems, as well as difficulties in interpreting some significant units. For exercises involving different representations, the exercise that had the largest number of errors was the exercise that needed to convert the algebraic representation to the geometric representation. Also highlighted in this exercise were errors in the algebraic treatment of inequality. In spite of being a large study, this research presented important data involving errors and difficulties of the students of the four years of the course, and that consequently, influence the performance of undergraduate students in the resolutions of activities involving the concept of first degree inequality with a variable.

Keywords: Learning. Inequality. Registers of Semiotic Representation.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A origem do interesse pelo tema para o desenvolvimento dessa pesquisa, cuja área do objeto de estudo volta-se a um dos ramos da Matemática, a álgebra, remete-se à graduação, especificamente, em agosto do ano de 2013. Neste ano, o autor dessa pesquisa iniciou a produção de trabalhos científicos voltados à aprendizagem da álgebra por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), cujo foco voltou-se à aprendizagem do conceito de sistemas de equações lineares no Ensino Médio.

Intitulado *Sistemas Lineares e Registros de Representação Semiótica: um estudo com alunos do Ensino Médio* (TRAVASSOS; REZENDE, 2013), o trabalho teve como objetivo analisar e favorecer o avanço dos conhecimentos dos alunos do 3º ano do Ensino Médio de um colégio público do Estado do Paraná, no que se refere ao conceito de sistema linear e suas diferentes representações.

Os resultados deste estudo mostraram a falta de conhecimento dos alunos no que tange às diferentes representações do conceito de sistema linear, além da dificuldade em realizar conversões entre os diferentes registros. Em especial, do registro em língua natural para as escrituras algébricas. Fato relevante, tratando-se de uma turma concluinte do Ensino Médio.

Tendo como parâmetro o antes e o depois da implementação das atividades, observou-se a evolução dos conhecimentos dos alunos, mesmo que momentânea, a respeito da resolução de sistemas lineares e suas diferentes representações. Atendendo, portanto, as expectativas do objetivo do projeto de Iniciação Científica.

Esse projeto de Iniciação Científica possibilitou um olhar mais crítico acerca das dificuldades encontradas na aprendizagem de conceitos algébricos, que por vezes, passam despercebidas aos olhos do professor, pelo fato do mesmo pautar-se em uma aula tradicional, cujo conteúdo matemático é "transmitido" ao invés de ser "construído" e o livro didático é o único aporte para suas aulas e até mesmo "roteiro" para o desenvolvimento dos conteúdos e, sobretudo, não se atentar à possibilidade de estar executando um ensino tecnicista, voltado à prática de resolução de exercícios, utilização e memorização de fórmulas e algoritmos de operações.

No segundo projeto de iniciação científica, no período de 2014 a 2015, a fim de delimitar uma tema para o projeto, realizou-se uma busca no Banco de Teses e Dissertações da CAPES[1] sobre trabalhos científicos envolvendo o ensino e aprendizagem da álgebra. Essa busca

[1] http://bancodeteses.capes.gov.br

destacou a prioridade de trabalhos relacionados aos conceitos de função, equação, entre outros, quando comparados ao conceito de inequação. Esse fato culminou na escolha do tema inequações para o projeto de pesquisa.

Tendo em vista que para o ano de 2015 foram aprovadas seis coleções de livros didáticos para o Ensino Médio pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 2014), considerando também que o livro é muitas vezes o único repertório de atividades e até mesmo roteiro para as aulas de matemática, fazendo com o ensino de conteúdos torne-se dependente de como eles são abordados no livro do professor para as aulas de matemática. Assim, decidiu-se investigar as diferentes representações do conceito de inequação, presentes nos livros didáticos, identificando as prioridades de representações que os autores têm para os conteúdos de inequação do 1º grau, inequação-produto, inequação-quociente e inequações simultâneas.

Os dados obtidos durante o desenvolvimento deste projeto de Iniciação Científica geraram dois trabalhos. O primeiro intitulado *Diferentes representações do conceito de inequações: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio* (TRAVASSOS; REZENDE, 2015a).

Os resultados desse trabalho mostraram que determinados conceitos de inequações não são abordados por alguns livros, tais como: inequação-produto e inequação-quociente; com relação ao tratamento nas representações de inequações, os livros priorizam o tratamento algébrico; fica a desejar no que se refere a transição entre uma e outra representação do conceito de inequação; além de a maioria dos livros abordar um grande número de exercícios e poucos problemas contextualizados.

O outro trabalho realizado, posteriormente, intitulado *O conceito de inequação no manual do professor: um estudo à luz dos registros de representação semiótica* (TRAVASSOS; REZENDE, 2015b) consistiu em investigar como são abordados os conteúdos de inequações no manual do professor, a saber, as diferentes representações presentes nos enunciados e respostas dos exercícios e problemas contextualizados. Os resultados foram semelhantes àqueles obtidos no trabalho de Travassos e Rezende (2015a), todavia com um diferencial, o manual do professor apresentava possiblidades de resoluções que o livro didático não apresentava e, que deste modo, favoreciam a utilização de outros registros de representações nas resoluções de inequações, aprimorando o conhecimento sobre as diferentes representações dos conceitos de inequações.

O trabalho final de Iniciação Científica de 2014 a 2015 (TRAVASSOS; REZENDE, 2015c) intitulado *Livros didáticos de Matemática do Ensino Médio e diferentes representações* *do conceito de inequações* resultou do confronto de informações dos trabalhos (TRAVASSOS; REZENDE, 2015a, 2015b) oriundos dos dados obtidos ao longo do desenvolvimento desse projeto, apresentando a quantidade de exercícios e problemas que cada livro traz, as diferentes representações, bem como as prioridades de cada autor para com as inequações, mostrando em linhas gerais que utilizar unicamente o livro didático como recurso para as aulas, ainda é um fator preponderante na defasagem de conhecimentos dos alunos, e que por vezes, também favorece a prática de um ensino tecnicista.

Além desses trabalhos, o conteúdo de inequação também foi o foco do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), o qual teve estudantes do 1º ano do curso de Licenciatura em Matemática como sujeitos de pesquisa. Os dados do TCC deram origem ao artigo científico intitulado *O software aplusix*[2] *e a resolução de inequações: um estudo de erros e acertos de estudantes do 1º ano de Matemática* (TRAVASSOS; REZENDE, 2017), escrito entre 2015 e 2016 - um dos principais trabalhos que deram inspiração ao desenvolvimento do tema dessa dissertação, sendo este finalizado e submetido para a revista *Educação Matemática em Revista – EMR*[3] em 2016 e publicado em 2017.

Este artigo objetivou verificar erros e dificuldades, por meio da análise da resolução de uma sequência de atividades implementadas utilizando o *software Aplusix.*

As análises dessa pesquisa apontaram diversos erros de operações no tratamento das inequações, destacando-se o erro ao multiplicar ou dividir a inequação por um número negativo ao invés de inverter o sinal de desigualdade. Este fato foi também mencionado nas pesquisas de Melo (2007) e Fontalva (2006), uma vez que, a pesquisa de Fontalva (2006) trata-se de uma pesquisa diagnóstica, que consistiu em investigar a resolução de inequações por alunos do Ensino Médio e a pesquisa de Melo (2007) analisou como professores de um curso de Licenciatura em Matemática abordam o conceito de inequação (e constatou por meio dos relatos dos professores, que os alunos da graduação também apresentam as dificuldades acima mencionadas, no que refere-se a esta operação).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PNC (1998) para o 3º e 4º ciclos, já faz-se menção a um dos objetivos a serem alcançados no Ensino Fundamental, o qual é, porém, um obstáculo a ser superado até mesmo no Ensino Médio. Trata-se da articulação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

---

[2] Software shareware desenvolvido no Laboratório de Informática de Grenoble, para ajudar alunos a aprender aritmética e álgebra. Site do fabricante: http://www.aplusix.com/

[3] http://www.sbembrasil.org.br/revista/index.php/emr

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), um dos objetivos a serem alcançados no Ensino Fundamental é levar o aluno a “comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas” (p. 48). Todavia, pesquisas voltadas à análise de dificuldades de alunos em relação às inequações apontam que uma das principais dificuldades está na transformação do problema no registro língua natural para o registro sistema de escrita algébrico, ou seja, o aluno apresenta dificuldades em estabelecer relações entre essas diferentes representações, inviabilizando assim, a apreensão conceitual do objeto matemático trabalhado. Nesse caso, as inequações.

Pesquisas como a de Manoel (2013), desenvolvida no 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública e a de Conceição Junior (2011), que teve como sujeitos alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola particular, apresentam resultados semelhantes no que diz respeito às dificuldades dos alunos, relacionadas à interpretação do problema em língua natural bem como sua conversão para outros registros.

Um trabalho desenvolvido por Campos e Giusti (2008) buscou analisar os aspectos intuitivos e algorítmicos presentes nas resoluções envolvendo desigualdades algébricas de estudantes do 1º ano de um curso de Licenciatura em Matemática. Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram que os alunos não compreendem os aspectos formais utilizados na resolução de inequações em sua representação algébrica.

Dessa forma, nota-se que as dificuldades sobre o conceito de inequação podem ser encontradas nos diferentes níveis de ensino, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior. No entanto, nenhum dos trabalhos analisados apresenta uma análise mais consistente, no que tange aos conhecimentos relacionados às diferentes representações do conceito de inequação dos estudantes do Ensino Superior, especificamente, estudantes da graduação em Matemática. Além disso, as pesquisas não abordam os anos seguintes da graduação, instigando-nos a pensar, será que tais dificuldades relacionadas às inequações estendem-se por toda a graduação?

Deste modo, embasados nas informações e dados até aqui apresentados, estabeleceu-se o seguinte problema de pesquisa: **Qual o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações de 1º grau e suas diferentes representações?**

Para responder ao problema de pesquisa, determinou-se como objetivo geral: **Analisar o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações de 1º grau e suas diferentes representações.**

Desse modo, os procedimentos desdobraram-se nos seguintes objetivos específicos:

- Analisar as resoluções dos estudantes, com foco nas operações e transformações realizadas nas representações;
- Analisar as dificuldades apresentadas em cada registro de representação;
- Analisar o êxito nas resoluções de exercícios que obedecem a diferentes níveis de dificuldades.

Para fins de organização, a presente dissertação estrutura-se da seguinte forma:

1 – Ensino de álgebra e o conceito de inequação nos documentos curriculares oficiais brasileiros: Nesta seção apresenta-se uma discussão a respeito do que os documentos oficiais brasileiros, tais como: PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), PCN-EM (Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio), DCE-PR (Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná), os PCN+ (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio) e a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) abordam a respeito do Ensino de Álgebra na Educação Básica e, em especial, acerca do conceito de inequação.

2 – O conceito matemático inequação: Esta seção apresenta algumas definições que autores de livros didáticos, assim como autores de livros avulsos apresentam sobre o conceito de inequação do 1º grau.

3 – Exercícios e problemas no ensino de inequações do 1º grau: Devido à distinção entre exercícios e problemas no ramo da matemática, e à utilização de ambos para o desenvolvimento dessa pesquisa, evidenciou-se por meio dessa seção a definição de exercício e a definição de problema que consideramos, bem como, exemplos que demonstrem tais distinções.

4 – Revisão Bibliográfica: Nesta seção são apresentados os resumos decorrentes dos fichamentos realizados nas pesquisas, envolvendo dificuldades no conteúdo de inequações. Buscou-se revisar os trabalhos na área de Educação Matemática, que apresentassem como foco o conceito de inequações e até mesmo que analisassem dados em termos dos Registros de Representação Semiótica, e que assim, pudessem contribuir para o desenvolvimento dessa pesquisa. Desse modo, os resumos das pesquisas aqui apresentadas destacam os diferentes níveis de ensino que a pesquisa aborda (Ensino Fundamental, Médio e Superior). Além disso, apresenta-se na subseção final as considerações pessoais realizadas diante das leituras dos resumos dos fichamentos.

5 – Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Esta seção objetiva discorrer sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de maneira geral, trazendo termos e definições específicas da teoria, bem como apresentando dentre os demais conceitos que a teoria possui, os conceitos de tratamento, conversão e o fenômeno de congruência semântica, que foram essenciais para a elaboração dos instrumentos de pesquisa e análise dos dados obtidos. Nessa seção, aborda-se também as diferentes representações que o conceito de inequação do 1º grau pode assumir aliada a algum exemplo de atividade que demonstre sua possibilidade de ser representado em diferentes registros de representação.

6 – Metodologia: Esta seção apresenta informações pertinentes sobre a pesquisa em si, tais como sua natureza, problema de pesquisa e os sujeitos da pesquisa. Aborda-se também nesta seção o estudo piloto que foi realizado para fins de ajustes dos instrumentos, assim como os instrumentos de pesquisa detalhados e comentados; os procedimentos realizados para coleta de dados e os procedimentos realizados para análise dos dados.

7 – Análises e discussões dos dados: Nesta seção são apresentadas análises individuais a respeito de cada resolução errônea identificada entre as resoluções dos sujeitos da pesquisa, referente aos três instrumentos diagnósticos. Na sequência, é realizada uma síntese e discussão das principais dificuldades e erros identificados nas análises individuais que se destacaram das demais.

8 – Considerações finais: Nas considerações finais é apresentada uma recapitulação de algumas etapas no desenvolvimento da pesquisa, assim como, considerações pessoais a respeito dos resultados obtidos.

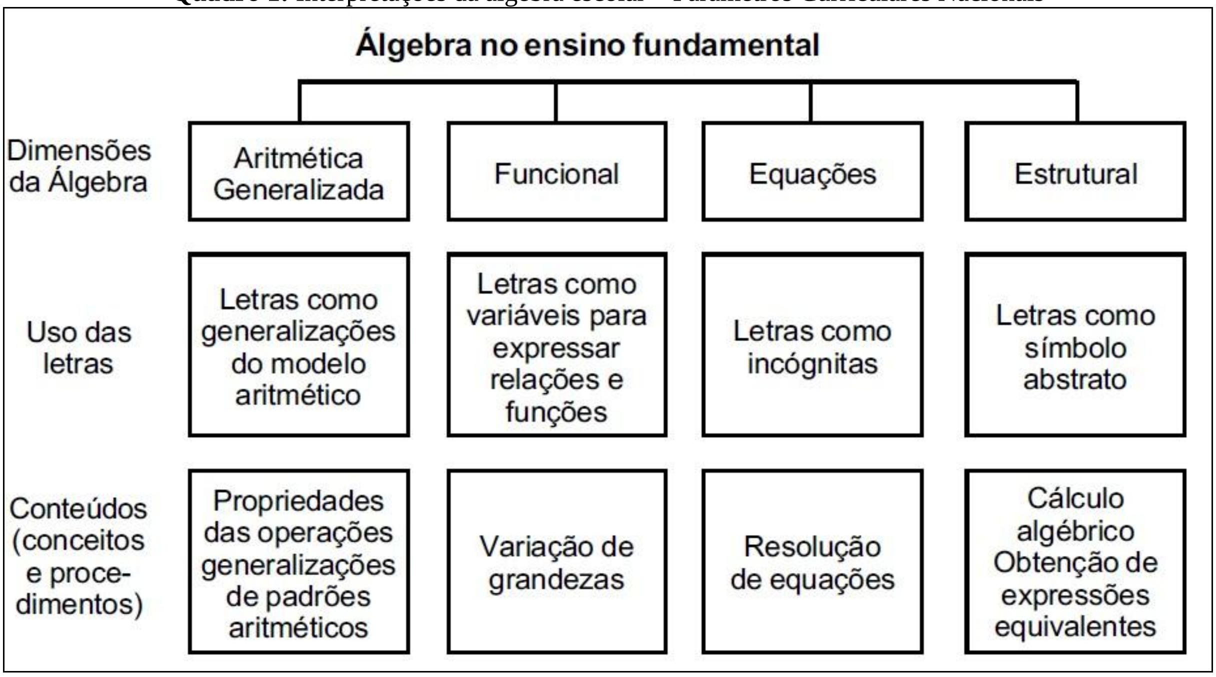
1 – ENSINO DE ÁLGEBRA E O CONCEITO DE INEQUAÇÃO NOS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS BRASILEIROS

A matemática é uma das disciplinas que estudamos durante toda a trajetória escolar da Educação Básica, todavia, a aprendizagem dela durante a vida, escolar ou acadêmica, remete-se à lembranças.

Ao questionar-se sobre questões da matemática, alude-se ainda a frases típicas, do tipo *... encontre o valor de x* ou ainda *Joãozinho possui uma quantidade x de dinheiro, Maria possui uma quantidade y de dinheiro...*, geralmente, presentes em problemas matemáticos, cujas técnicas, procedimentos, cálculos e operações realizadas para solução derivam-se de conceitos da álgebra. Por sua vez, a álgebra é o ramo da matemática responsável pela manipulação formal de registros presentes em expressões aritméticas, ou seja, é o momento no qual o aluno passa a operar não somente com números, mas com letras, em que há uma generalização de procedimentos aritméticos, possibilitando compreender que determinados conceitos, propriedades e operações são válidos não somente a um determinado valor, mas para um conjunto de valores em casos específicos.

Os PCN (1998) apresentam, de forma sintetizada, diferentes interpretações da álgebra escolar e também as diferentes funções das letras, conforme o quadro 1 a seguir.

Quadro 1: Interpretações da álgebra escolar – Parâmetros Curriculares Nacionais



Fonte: PCN (BRASIL, 1998, p. 116).

Dessa forma, há um consenso de que as atividades que inter-relacionam às diferentes concepções da álgebra propiciam aos alunos garantias para o desenvolvimento do pensamento algébrico (BRASIL, 1998).

Dentre os vários conceitos situados no ramo da álgebra, está presente o conceito de inequação. Usualmente representadas por uma expressão algébrica, as inequações expressam a discordância entre valores de dois membros. No caso da representação algébrica, ela é visualmente distinguida das equações pelos símbolos “>” (maior que), “<” (menor que), “≥” (maior ou igual) ou “≤” (menor ou igual). Conceito este, abordado inicialmente no 4º ciclo (8º e 9º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), em geral, posterior ao estudo das equações.

Dessa forma, esta seção discorre sobre o que os documentos curriculares brasileiros, como: os Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental (PCN) e Ensino Médio (PCNEM), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio (PCN+), a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e as Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE-PR) apresentam sobre a álgebra e, especificamente, sobre o conceito de inequação.

1.1. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental – PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacionais elaborados pelo Governo Federal Brasileiro são fruto da reforma instaurada pela Lei nº 9.394/96 de 20 de dezembro de 1996, a qual estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Ao consolidar os PCN, o Ministério da Educação e do Desporto aponta como propósito metas de qualidade, que auxiliem o aluno a atuar como cidadão participativo, autônomo e reflexivo, sobretudo, conhecedor de seus direitos e deveres (BRASIL, 1997).

Dessa forma, os PCN foram elaborados com o intuito de servir como referencial para o trabalho do professor, que por sua vez, pode realizar adaptações de acordo com a sua concepção pedagógica e com o contexto no qual está inserido, assim como a pluralidade cultural brasileira existente (BRASIL, 1997).

No que se refere à álgebra, conteúdo estruturante presente no bloco de conteúdos *Números e Operações* dos PCN 3º e 4º ciclos (1998), o mesmo indica a possibilidade de trabalhar alguns aspectos da álgebra, nas séries iniciais do Ensino Fundamental (3º ciclo), de modo a propiciar ao aluno o desenvolvimento e construção das noções de álgebra por meio de procedimentos aritméticos, conforme apresenta o trecho a seguir:

> No decorrer do trabalho com os números, é fundamental estudar algumas relações funcionais pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra (BRASIL, 1998, p. 68).

Contudo, os PCN não recomendam o estudo aprofundado da álgebra no 3º ciclo, de modo que, este conteúdo seja intensificado e detalhado no 4º ciclo, conforme destaca o trecho a seguir:

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p. 50-51).

Dos conceitos presentes na citação anterior, os PCN mencionam sobre a exploração da noção de função nas séries finais do Ensino Fundamental, entretanto, a abordagem formal do conceito deverá ser objeto de estudo apenas no Ensino Médio. Para as equações, os Parâmetros Curriculares Nacionais assinalam que ao explorarem situações-problema envolvendo variação de grandezas, é provável que os alunos deparem-se com equações, o que torna possível interpretar a letra já como uma incógnita. Porém, neste caso também é mencionado sobre a utilização de procedimentos diversos para resolvê-las, deixando para o quarto ciclo um estudo mais aprofundado sobre o tema (BRASIL, 1998).

Com relação ao quarto ciclo, os objetivos a serem alcançados, mencionados pelos PCN, com relação ao pensamento algébrico são:

> Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

Com relação ao trabalho com a álgebra, para este ciclo, os PCN (BRASIL, 1998) discorrem sobre a continuidade da “pré-álgebra”, desenvolvida no terceiro ciclo, de forma que neste ciclo, o ensino de álgebra continue via problemas, permitindo aos alunos darem significado as ideias e a linguagem matemática que o mesmo possui. Além dessas menções, enfatiza-se sobre a compreensão dos conceitos de variável e de função; as diferentes representações que um fenômeno pode assumir, por exemplo a representação algébrica e gráfica e, tanto a formulação como resolução de problemas por meio de equações.

Além disso, sugere-se também que o aluno faça conexões com noções e conceitos envolvendo outros *blocos*, sendo estes por exemplo, *grandezas e medidas*, *espaço e forma*, etc.

Com relação aos conceitos e procedimentos para o bloco *Números e Operações* relacionados ao conceito de inequação, temos o seguinte:

> Tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta (BRASIL, 1998, p. 87).

Na seção de *Orientações didáticas para terceiro e quarto ciclos,* os PCN relatam que, por mais que os estudos dos números e operações sejam relevantes no Ensino Fundamental, constata-se que há uma insuficiência de conhecimentos em um grande número de alunos concluintes do Ensino Fundamental, o que provavelmente deriva-se de uma má abordagem para o tratamento de números e operações, além do não aprofundamento em determinados assuntos nestes ciclos, conforme especifica:

> Mesmo os alunos das séries mais adiantadas, que calculam corretamente, muitas vezes não sabem interpretar os números obtidos para dar resposta a um problema. Em situações como: “Quantos ônibus de 36 lugares são necessários, no mínimo, para transportar 1128 passageiros, se nenhum ônibus pode transportar mais que 36 pessoas?” é frequente aparecerem respostas como 31,333... ou 31, e não 32 que, no caso, é a correta. Além de não saberem interpretar os números, também é comum apresentarem dificuldade para ler, escrever e comparar números com vários dígitos (BRASIL, 1998, p. 95).

Além deste fato, segundo os PCN (1998), os professores mencionam que estabelecer relação entre a situação-problema e as operações necessárias para solucioná-la está entre as maiores dificuldades dos alunos.

Segundo os PCN, para o terceiro e quarto ciclos (BRASIL, 1998), a álgebra constitui-se como uma grande aliada no desenvolvimento da capacidade de abstração e generalização, e também, uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Todavia, alguns professores tendem a priorizar o tempo dedicado a este ensino utilizando-se da resolução de mais exercícios, os quais utilizam de repetição mecânica para resolução, ou seja, algoritmos, fator que pode ser prejudicial para construção de conhecimentos por parte dos alunos.

Outros professores na intenção de tornar a aprendizagem mais significante acabam deslocando conceitos ensinados no Ensino Médio para o Ensino Fundamental, o que para este grau de ensino, não é adequado. Dessa forma, para um melhor ensino da álgebra, se faz necessário ter conhecimento do currículo bem como sobre a reflexão que os alunos têm sobre determinados conceitos e como constroem o conhecimento matemático, em especial, sobre a variedade de representações (BRASIL, 1998).

1.2. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM

Com relação às competências e habilidades para o Ensino Médio, os PCNEM (BRASIL, 2000) discorrem sobre o desenvolvimento da capacidade de comunicação, no que se refere a matemática, como “interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...)” (BRASIL, 2000, p. 12). Já para as finalidades do ensino de Matemática no Ensino Médio, dentre outras, os PCN indicam “reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações” (BRASIL, 2000, p. 42), além de estabelecer conexões entre os diferentes temas que a matemática possui.

As concepções da matemática abstraídas até o Ensino Fundamental serão utilizadas e ampliadas no Ensino Médio, de maneira a desenvolver outros aspectos como raciocínio, abstração e resolução de problemas. Além disso, dentre outros objetivos, a matemática do Ensino Médio busca propiciar aos alunos condições necessárias para que eles possam continuar aprendendo.

1.3. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCN+

Os PCN+ (BRASIL, 2002) são diretrizes complementares destinadas a orientar os educadores. Uma das considerações do PCN+ para o ensino de matemática é acerca da competência dos alunos em resolver problemas, deixando claro sua necessidade, se não de todos os problemas, pelo menos daqueles em que possibilitam desenvolver formas de pensar em Matemática (BRASIL, 2002).

Com relação às competências voltadas às representações e comunicações, destaca-se o seguinte trecho “ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas” (BRASIL, 2002, p. 27).

Ainda segundo os PCN+, o mesmo destaca a importância que a resolução de problemas tem no ensino de matemática, uma vez que o pensar e o fazer se desenvolvem na presença de desafios, o que não acontece quando são propostos exercícios de aplicação dos conceitos, técnicas e procedimentos algorítmicos, visto que, neste caso, o que ocorre é uma transposição analógica:

> O aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. Tanto isso é verdade que sabemos do fracasso dos alunos quando propomos a análise de situações onde devem ser relacionados dados ou fatos diversos ou quando é necessária a tomada de decisão entre diferentes e possíveis caminhos de resolução (BRASIL, 2002, p. 112-113).

Percebe-se que um maior número de alunos tendem a desistir de exercícios do que de problemas. Os exercícios, muitas vezes, não possuem um dado com o qual se possa confrontar a resposta, levando os alunos a desconfiarem das soluções obtidas (BRASIL, 2002). Na resolução de problemas é possível formular estratégias, relacionar cálculos e dados, contudo, os PCN + salienta “[...] para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido” (BRASIL, 2002, p. 113).

Logo, é preciso conciliar conteúdos e competências, assim como, organizar atividades, materiais didáticos, metodologias de ensino, entre outros fatores que proporcionem um melhor ambiente e uma aprendizagem mais consistente, no que se refere aos temas matemáticos (BRASIL, 2002).

No que se refere à articulação dos símbolos e códigos, os PCN+ abordam o seguinte:

> Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações (BRASIL, 2002, p. 114).

Já para os conceitos abordados, os PCN+ discorrem, em especial, sobre funções e equações, não sendo mencionado nada a respeito de inequações nos temas voltados à álgebra. O conceito de inequação aparece apenas no tema *Geometria e medidas*, no qual é mencionado sobre a transformação de problemas geométricos na resolução de inequações.

1.4. Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE-PR)

As Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) do Estado do Paraná é fruto de um longo processo de discussão envolvendo professores da Rede Estadual de Ensino, nos anos de 2004 a 2008 (PARANÁ, 2008). Durante os três primeiros anos foram promovidos pela Secretaria de Estado da Educação, semanas de estudos pedagógicos, simpósios e encontros, a fim de contribuírem para a elaboração dos textos das Diretrizes Curriculares, os quais passaram entre os anos de 2007 e 2008, por leituras críticas de especialistas das mais diversas universidades brasileiras, em que foram realizados inclusive debates presenciais visando os ajustes finais.

Assim, consolidou-se o documento das Diretrizes Curriculares Estaduais para a Educação Básica, servindo de apoio na fundamentação do trabalho pedagógico e, sobretudo, para melhoria do Ensino na Educação pública do Estado do Paraná.

No que tange aos conteúdos estruturantes, as DCE os explicitam de maneira mais detalhada se comparados aos PCN.

Com relação ao conteúdo estruturante *Números e Álgebra*, os seguintes conteúdos são mencionados para o Ensino Fundamental: conjuntos numéricos e operações; equações e inequações; polinômios e proporcionalidade. Já para o Ensino Médio, os conteúdos estruturantes são compostos pelos seguintes conteúdos: números reais; números complexos; sistemas lineares; matrizes e determinantes; equações e inequações exponenciais, logarítmicas e modulares e polinômios (PARANÁ, 2008).

Uma das expectativas para a aprendizagem da álgebra no Ensino Fundamental, é a de que o aluno "reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações" (PARANÁ, 2008, p. 52). Para o Ensino Médio, as DCE especificam sobre o conceito de inequações, no qual é mencionado o aprofundamento do conteúdo, de maneira que "identifique e resolva equações, sistemas de equações e inequações – inclusive as exponenciais, logarítmicas e modulares" (PARANÁ, 2008, p. 52).

No que se refere às inequações presentes no conteúdo estruturante *Números e Álgebra*, para 6º série (7º ano), as DCE já mencionam os mesmos como conteúdos básicos, trabalhados de forma que os alunos compreendam o princípio de equivalência, tanto da igualdade como da desigualdade. Fato curioso, pois para a 7ª série (8º ano), nada é mencionado a respeito do conceito de inequação. O mesmo fato é refletido para a 8ª série (9º ano).

Para o Ensino Médio, assinala-se somente a respeito do estudo mais abrangente das inequações, incluindo neste caso as exponenciais logarítmicas e modulares.

1.5. Base Nacional Comum Curricular – BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que rege o conjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver na Educação Básica (BRASIL, 2017). Portanto, não trata-se de um currículo em si, mas de um documento regulamentador na elaboração dos currículos das escolas brasileiras, sejam elas públicas ou privadas.

O processo de criação da BNCC começou em 2015, tendo sua segunda versão estruturada em 2016 e, em 20 de dezembro de 2017, foi homologada pelo Ministro da Educação Mendonça Filho, a terceira versão da BNCC.

Tratando-se das competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental, especialmente sobre a área abordada nessa pesquisa, a álgebra, a BNCC faz algumas colocações que de fato apresentam semelhanças com os demais documentos oficiais curriculares aqui mencionados, como apresentado a seguir:

> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). (BRASIL, 2017, p. 265).

Com relação às inequações, elas são mencionadas poucas vezes no documento, encontrando-se na seção das unidades temáticas da matemática, na qual é descrito sobre a formulação de habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Fundamental, principalmente, sua utilização na resolução de problemas.

> [...] é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 268).

Este documento da BNCC em específico, faz poucas menções com relação ao conceito de inequação, apresentando, de modo geral, o que deve ser priorizado em seu desenvolvimento: "Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações." (BRASIL, 2017, p. 268).

1.6. Considerações sobre os documentos oficiais curriculares brasileiros

Nota-se por meio das descrições aqui apresentadas sobre os cinco documentos oficiais supracitados, a semelhança em alguns aspectos, tal como as indicações sobre a importância de se trabalhar as diferentes representações de um conceito matemático e a articulação entre elas. Percebe-se também que, em poucas vezes, o conceito de inequação é mencionado se comparado a outros conceitos, por exemplo, funções e equações, além de trazer de forma genérica algumas indicações, como o aprofundamento do conteúdo de inequações no Ensino Médio, não o especificando.

Com exceção da BNCC, os demais documentos curriculares oficiais apresentados servem como apoio para elaboração dos currículos das escolas da Educação Básica, cabendo aos responsáveis a organização dos conteúdos, a escolha de quais serão abordados e de que forma serão tratados.

Desse modo, essa seção 1 visou apresentar ao leitor um panorama de como é tratada a álgebra e o conceito de inequação dos documentos, mostrando que, cabe ao professor, buscar novas tendências, novas formas de preparar uma aula entre outros fatores que possam contribuir para a aprendizagem em matemática e sobre o conceito de inequação.

2 – O CONCEITO MATEMÁTICO INEQUAÇÃO

Presente nos documentos curriculares brasileiro da Educação Básica, o conceito de inequação é trabalhado desde o Ensino Fundamental ao Ensino Médio, no que se refere ao conteúdo estruturante *números e álgebra*.

Composta por uma ou mais variáveis, as inequações têm como característica principal a desigualdade de valores entre dois membros, podendo cada membro assumir diferentes variáveis. Logo, temos as seguintes inequações: inequação produto; inequação quociente; inequação modular; inequação exponencial; inequação logarítmica; inequação trigonométrica; inequação de 1º grau; inequação de 2º grau etc. Além destas, as inequações podem ser representadas na forma de inequações simultâneas, por meio de um sistema de inequações ou em uma única expressão algébrica contento dois sinais de desigualdades ou mais.

Percebe-se a variedade de formas que uma inequação pode assumir conforme a quantidade de variáveis e o conteúdo trabalhado. Dessa forma, como essa pesquisa tem como foco a aprendizagem do conceito de inequação do 1º grau, realizamos buscas nos livros didáticos de matemática da Educação Básica e também em livros diversos, a fim de apresentar algumas definições para o conceito de inequação do 1º grau.

Para tanto, abordamos alguns livros, como os seis livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio das seis coleções aprovadas pelo PNLD, para o ano de 2015, além de dois livros avulsos, sendo um deles do Ensino Fundamental e outro que apresenta uma definição para o conceito de inequação do 1º grau, sendo este último voltado ao conteúdo de conjuntos numéricos e ao estudo de funções.

O quadro 2, ilustrado a seguir, apresenta a definição que o livro didático *Vontade de Saber* do Ensino Fundamental traz a respeito do conceito de inequação do 1º grau.

Quadro 2: Definição de inequação do 1º grau – livro didático *Vontade de Saber*.

▶Inequações são sentenças matemáticas que possuem uma ou mais incógnitas e são expressas por uma das seguintes desigualdades: > (maior que), < (menor que), ≥ (maior ou igual a) e ≤ (menor ou igual a).

Exemplos:

▶ $3x > 9$ lê se: 3x **maior que** 9	▶ $2x \geq x + 3$ lê se: 2x **maior ou igual a** x mais 3
▶ $5x - 2 < 8$ lê se: 5x menos 2 **menor que** 8	▶ $-x \leq 12$ lê se: menos x **menor ou igual a** 12

Fonte: Souza e Pataro (2013, p. 165).

Esse livro de Souza e Pataro apresenta uma definição apenas do conceito de inequação do 1º grau, apresentando suas especificidades em relação aos sinais de desigualdade e também exemplos, além da maneira de lê-los.

No que se refere aos livros do Ensino Médio, dos seis livros didáticos consultados, dois deles: *Matemática: contexto & aplicações* (DANTE, 2014) e *Matemática: ciência e aplicações* (IEZZI *et al,* 2013) não apresentam uma definição para o conceito de inequação do 1º grau, trazendo apenas exemplos para mostrar o que é uma inequação do 1º grau.

O quadro 3 a seguir apresenta a definição de inequação do 1º grau, segundo o livro *Conexões com a Matemática*.

Quadro 3: Definição de inequação do 1º grau – livro didático *Conexões com a Matemática.*

Toda inequação que pode ser reduzida a uma desigualdade em que o primeiro membro é um polinômio do tipo $ax + b$ (com $a \neq 0$) e o segundo membro é zero é chamada de **inequação do 1º grau** na incógnita x.

Exemplos

• $4x - 3 \geq 0$	• $-\sqrt{7}x + 1 \leq 0$
• $8x > 0$	• $-5x - 0{,}2 < 0$

Fonte: *Conexões com a Matemática* (MARTINS DE LEONARDO, 2013, p. 103).

Como nota-se no quadro 3, este livro apresenta uma definição de inequação do 1º grau partindo do pressuposto de que o estudante tenha conhecimento do que seja uma inequação e, em seguida, apresenta alguns exemplos que ilustram a definição mencionada. Esse livro apresenta semelhanças com a definição do livro didático do Ensino Fundamental *Vontade de Saber*.

O livro *Novo olhar matemática* (SOUZA, 2013) trata do conteúdo de inequações do 1º grau após o estudo de funções. Dessa forma, a definição de inequação do 1º grau é atrelada ao conteúdo de funções. O quadro 4 logo a seguir apresenta a definição presente no livro.

Quadro 4: Definição de inequação do 1º grau – livro didático *Novo olhar matemática.*

Sendo f:$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função, chamamos de inequação toda desigualdade que pode ser escrita de uma das seguintes formas:

•$f > 0$	•$f < 0$	•$f \geq 0$	•$f \leq 0$

Sendo $f(x) = ax + b$ uma função afim, chamamos de inequação do 1º grau toda desigualdade que, quando reduzida, possui uma das seguintes formas:

•$ax + b > 0$	•$ax + b < 0$	•$ax + b \geq 0$	•$ax - b \leq 0$

Fonte: *Novo olhar matemática* (SOUZA, 2013, p. 2016).

Conforme o quadro 4, percebe-se que o livro apresenta duas formas, uma na qual considera uma função f e representa por meio de f o conceito de inequação, e outra na qual considera uma função afim $f(x) = ax + b$ e a representa como uma inequação via os sinais de desigualdade.

O livro *Matemática Ensino Médio* (SMOLE; DINIZ, 2013) também apresenta uma definição de inequação do 1º grau atrelada ao estudo da função, neste caso, especificamente, função afim.

Quadro 5: Definição de inequação do 1º grau – livro didático *Matemática Ensino Médio*.

De modo geral, se $y = f(x)$ é uma função real, chamamos inequação a cada uma das seguintes desigualdades:

$$f(x) > 0 \qquad f(x) \geq 0$$

$$f(x) < 0 \qquad f(x) \leq 0$$

Dessa forma:

Sendo $y = ax + b$ uma função afim, uma **inequação do 1º grau** é toda inequação redutível a uma das formas seguintes:

$$ax + b > 0 \qquad ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0 \qquad ax + b \leq 0$$

Fonte: *Matemática Ensino Médio* (SMOLE; DINIZ, 2013, p. 107).

Esse tipo de definição de inequação, que vem acompanhado com o conceito de função está indicado nos livros, geralmente, na seção de funções após o estudo das mesmas, na qual usa-se de uma função *f(x)* para representar a variável. Isso mostra duas abordagens diferentes presentes no ensino do conceito de inequação do 1º grau.

Os livros didáticos apresentam o conteúdo de inequações do 1º grau, usualmente, na seção de funções, ou especificamente em seções cujo tema são funções afim. Contudo, alguns autores utilizam dos conceitos de função afim para fazer um “gancho” com o conteúdo de inequações, de modo que o aluno utilize os seus conhecimentos de funções afim na resolução de inequações do 1º grau com uma variável.

Nota-se que os livros didáticos, cujos conteúdos atrelam funções e inequações, inicialmente, fazem um estudo do sinal da função por intermédio da representação geométrica, como método para determinar o sentido do sinal de desigualdade, como exemplificado no quadro 6.

Quadro 6: Exemplo de abordagem do conceito de inequação do 1º grau – livro didático *Matemática Dante*.

12 Inequações do 1º grau

No ensino fundamental, vimos como resolver inequações do 1º grau.

Exemplos:

1º) $2x - 5 > 0$ em $\mathbb{R}$

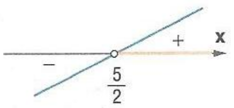
$$2x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{2}\right\}$$

Podemos também resolver essa inequação por meio do estudo do sinal da função afim.

$$\underbrace{2x - 5}_{f(x)} > 0$$

$$2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ (zero)}$$



$$f(x) > 0 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{5}{2}\right\}$$

2º) Observe a seguinte inequação resolvida de dois modos:

$3 - 2x \geqslant x - 12$, em $\mathbb{R}$

$$-2x - x \geqslant -12 - 3 \Rightarrow -3x \geqslant -15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x \leqslant 15 \Rightarrow x \leqslant \frac{15}{3} \Rightarrow x \leqslant 5$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 5\}$$

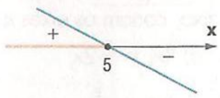
ou

$$3 - 2x \geqslant x - 12 \Rightarrow -2x - x + 3 + 12 \geqslant 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{-3x + 15}_{f(x)} \geqslant 0$$

$$-3x + 15 = 0 \Rightarrow -3x = -15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ (zero)}$$



$$f(x) \geqslant 0 \Rightarrow x \leqslant 5$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 5\}$$

Fonte: livro didático *Matemática Dante* (DANTE, 2009, p. 64).

Esse exemplo retirado do livro didático *Matemática Dante*, cujo conteúdo de inequações do 1º grau é abordado após o estudo de funções afim, apresenta como resolver a inequação por meio do estudo do sinal da função afim.

Inicialmente, é resolvida a inequação algebricamente realizando as operações de modo que a variável *x* seja isolada, porém, com um detalhe. Nesse caso, o autor não a representa como uma inequação, mas sim como uma equação. Na sequência, ele apresenta o estudo do sinal dessa função mediante uma representação geométrica e após identificado o sinal, finaliza o exercício representando a solução da inequação por meio de um conjunto solução.

Por outro lado, apesar do conteúdo “inequações do 1º grau” estar vinculado à seção de “funções”, existem autores que apresentam o conteúdo de inequações do 1º grau à uma variável sem utilizar do estudo do sinal da função afim para identificar o sentido do sinal de desigualdade. Um exemplo disso, é a abordagem que o livro *Conexões com a Matemática* faz, conforme ilustrado no quadro 7.

Quadro 7: Exemplo de abordagem do conceito de inequação do 1º grau – livro didático *Conexões com a Matemática*.

■ Princípio aditivo de equivalência das desigualdades

Ao adicionar um mesmo número aos dois membros de uma desigualdade, obtemos outra desigualdade de mesmo sentido.

Exemplos

a) $-4 > -7 \Rightarrow \underbrace{-4 + 12 > -7 + 12}_{\text{sinal mantido}} \Rightarrow 8 > 5$

b) $-2 < 3 \Rightarrow \underbrace{-2 + (-6) < 3 + (-6)}_{\text{sinal mantido}} \Rightarrow -8 < -3$

■ Princípio multiplicativo de equivalência das desigualdades

Ao multiplicar os dois membros de uma desigualdade por um mesmo número positivo, obtemos outra desigualdade de mesmo sentido.

Exemplos

a) $-12 < 8 \Rightarrow \underbrace{-12 \cdot 2 < 8 \cdot 2}_{\text{sinal mantido}} \Rightarrow -24 < 16$

b) $21 > 15 \Rightarrow \underbrace{21 \cdot \frac{1}{3} > 15 \cdot \frac{1}{3}}_{\text{sinal mantido}} \Rightarrow 7 > 5$

Ao multiplicar os dois membros de uma desigualdade por um mesmo número negativo, obtemos outra desigualdade de sentido invertido.

Exemplos

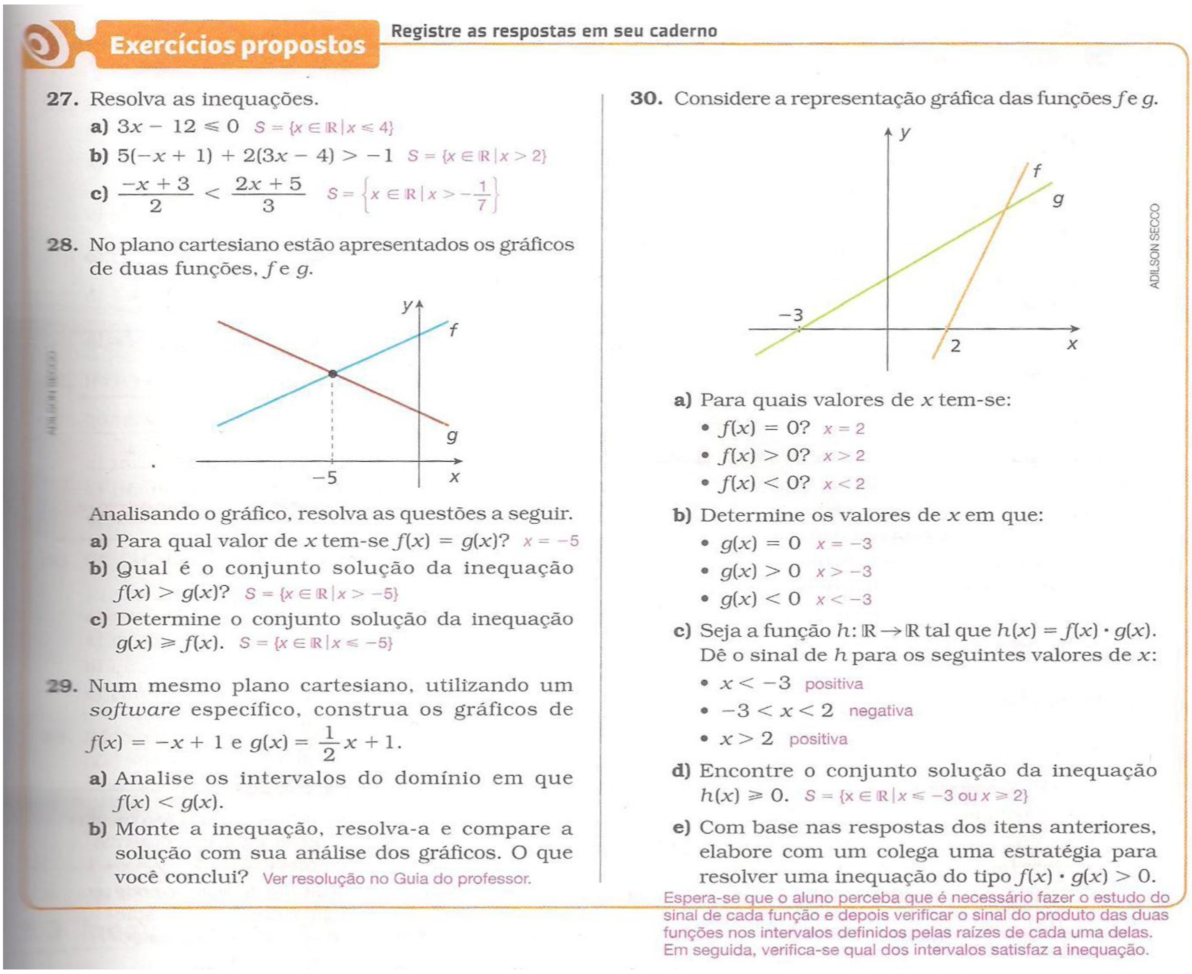
a) $14 > 1 \Rightarrow \underbrace{14 \cdot (-3) < 1 \cdot (-3)}_{\text{sinal invertido}} \Rightarrow -42 < -3$

b) $-32 < 64 \Rightarrow \underbrace{-32 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) > 64 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}_{\text{sinal invertido}} \Rightarrow 16 > -32$

Fonte: livro didático *Conexões com a Matemática* (MARTINS DE LEONARDO, 2014, p. 104).

Nesse exemplo do quadro 7, observa-se que o autor apresenta propriedades de operações para a resolução de inequações em sua representação algébrica, não levando em consideração o estudo do sinal da função afim, tampouco a representação geométrica. Entretanto, nos exercícios propostos, na página posterior do livro, o autor apresenta exercícios envolvendo funções, cuja solução é uma inequação de 1º grau, de acordo com o conteúdo exemplificado, logo após, no quadro 8.

Quadro 8: Exercícios propostos envolvendo o conceito de inequação do 1º grau – livro didático *Conexões com a Matemática*.



Exercícios propostos Registre as respostas em seu caderno

27. Resolva as inequações.

a) $3x - 12 \leqslant 0$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 4\}$

b) $5(-x + 1) + 2(3x - 4) > -1$ $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

c) $\frac{-x+3}{2} < \frac{2x+5}{3}$ $S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{7}\right\}$

28. No plano cartesiano estão apresentados os gráficos de duas funções, f e g.

Analisando o gráfico, resolva as questões a seguir.

a) Para qual valor de x tem-se $f(x) = g(x)$? $x = -5$

b) Qual é o conjunto solução da inequação $f(x) > g(x)$? $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$

c) Determine o conjunto solução da inequação $g(x) \geqslant f(x)$. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -5\}$

29. Num mesmo plano cartesiano, utilizando um *software* específico, construa os gráficos de $f(x) = -x + 1$ e $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

a) Analise os intervalos do domínio em que $f(x) < g(x)$.

b) Monte a inequação, resolva-a e compare a solução com sua análise dos gráficos. O que você conclui? Ver resolução no Guia do professor.

30. Considere a representação gráfica das funções f e g.

a) Para quais valores de x tem-se:

- $f(x) = 0$? $x = 2$
- $f(x) > 0$? $x > 2$
- $f(x) < 0$? $x < 2$

b) Determine os valores de x em que:

- $g(x) = 0$ $x = -3$
- $g(x) > 0$ $x > -3$
- $g(x) < 0$ $x < -3$

c) Seja a função $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $h(x) = f(x) \cdot g(x)$. Dê o sinal de h para os seguintes valores de x:

- $x < -3$ positiva
- $-3 < x < 2$ negativa
- $x > 2$ positiva

d) Encontre o conjunto solução da inequação $h(x) \geqslant 0$. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -3 \text{ ou } x \geqslant 2\}$

e) Com base nas respostas dos itens anteriores, elabore com um colega uma estratégia para resolver uma inequação do tipo $f(x) \cdot g(x) > 0$.
Espera-se que o aluno perceba que é necessário fazer o estudo do sinal de cada função e depois verificar o sinal do produto das duas funções nos intervalos definidos pelas raízes de cada uma delas. Em seguida, verifica-se qual dos intervalos satisfaz a inequação.

Fonte: livro didático *Conexões com a Matemática* (MARTINS DE LEONARDO, 2014, p. 104).

Vemos que, o autor apresenta uma definição especificamente para o conceito de inequação do 1º grau (quadro 7), e também exemplos envolvendo apenas o conceito de inequação e suas propriedades. No entanto, os exercícios propostos abordam o conteúdo de inequações atrelado ao conteúdo de funções, inclusive apresentando conversões do registro gráfico cartesiano para a o registro *sistemas de escrita* em sua representação algébrica.

O livro *Matemática Paiva* (PAIVA, 2013) define inequação do 1º grau trazendo uma especificação que difere dos demais, como pode ser observado, na sequência, no quadro 9.

Quadro 9: Definição de inequação do 1º grau – livro didático *Matemática Paiva.*

Inequação polinomial do 1º grau na variável x é toda desigualdade que pode ser representada sob a forma: $ax + b < 0$ (ou com as relações $\leq$, $>$, $\geq$ ou $\neq$), em que a e b são constantes reais, com $a \neq 0$.

Fonte: *Matemática Paiva* (PAIVA, 2013, p. 47).

O livro *Matemática Paiva* considera em sua definição para o conceito de inequação polinomial do 1º grau o sinal de diferença de termos (≠), como sendo uma relação de desigualdade. Fato curioso, pois, ao considerar as propriedades de operações das desigualdades, inclusive mencionada nesse mesmo livro, após a definição aqui apresentada do conceito de inequação do 1º grau, as mesmas não são válidas para o sinal de diferença (≠), operações como dividir ou multiplicar por um número negativo. Neste caso, não é mencionado nada a respeito para o sinal de diferença (≠), apenas para as relações de ">", "≥", "<" ou "≤," na qual realiza-se a inversão do sentido.

No que se refere ao livro *Matemática: temas e metas*, este apresenta uma definição sobre o conceito de inequação do 1º grau, e após isso, faz uso de uma variável y para representar a expressão algébrica, a qual contém os termos e a variável x, ou seja, uma função y, segundo apresentado no quadro 10.

Quadro 10: Definição de inequação do 1º grau – livro *Matemática: temas e metas.*

Chamamos inequações do 1º grau às sentenças:

$$Ax + b > 0, \quad ax + b \geq 0, \quad ax + b < 0, \quad ax + b \leq 0$$

onde a e b são números reais conhecidos, $a \neq 0$, e x é a incógnita.

Já sabemos resolvê-las aplicando propriedades das desigualdades, que estudamos no capítulo 2. Convém notar, porém, que fazendo-se $y = ax + b$, resolver cada inequação acima significa determinar para quais valores reais de x temos, respectivamente:

$$y > 0, \quad y \geq 0, \quad y < 0, \quad y \leq 0.$$

Isto pode ser feito analisando-se os sinais da função $y = ax + b$.

Fonte: Machado (1988, p. 82).

Este livro apresenta duas abordagens distintas para a definição do conceito de inequação do 1º grau. A primeira refere-se apenas à definição formal de uma inequação do 1º grau, trazendo de forma genérica as possíveis representações algébricas. Em contrapartida, a segunda definição, indica, por meio de uma função y, as definições de uma inequação e inclusive menciona o estudo do sinal da função y para determiná-la.

Aqui foram mostradas algumas definições de autores de livros didáticos as quais se assemelham, com exceção da definição do livro *Matemática Paiva*. Devido a isso, consideramos as definições dos demais livros, visto que todas convergem a um modelo específico, apenas com procedimentos diferentes ao exemplificarem suas definições.

Acreditamos que a maioria dos alunos regulares do Ensino Fundamental e Médio tenham sido apresentados à definições bem semelhantes às demonstradas aqui. Em particular, adotamos a ideia de que os graduandos (colaboradores dessa pesquisa) tinham contato com definições também semelhantes a essas.

Como não se pôde perguntar aos entrevistados quais os primeiros contatos que eles tiveram com definições de inequações, pois provavelmente as respostas não seriam confiáveis, defendemos que eles tenham estudado com livros semelhantes aos apresentados nessa seção.

3 – EXERCÍCIOS E PROBLEMAS NO ENSINO DE INEQUAÇÕES DO 1º GRAU

O ensino de inequações dá-se por meio de atividades que articulem em seu enunciado inequações algébricas explicitas, as quais podem ser apresentadas como exercícios algoritmizáveis e como problemas, estes que, em muitos casos, são vinculadas à situações contextualizadas, exigindo um raciocínio maior para suas resoluções.

Assim sendo, apresentamos na sequência dois modelos de atividades sobre o conceito de inequação do 1º grau com uma variável consideradas nessa pesquisa de mestrado, explicadas e exemplificadas.

3.1. Exercícios

Consideramos como exercícios, as atividades em que são utilizadas, exclusivamente, técnicas e procedimentos algorítmicos em sua resolução, ou seja, procedimentos automatizados, sem um contexto pré-estabelecido ou situações que exijam um processo de reflexão nos passos e estratégias a serem realizadas. Usualmente, representados em sua forma algébrica.

Segundo Echeverría (1998) "os exercícios servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para a posterior solução de problemas" (ECHEVERRÍA, 1998, p. 48-49). Logo, complementamos que, os exercícios propiciam o desenvolvimento de habilidades como operações, raciocínio lógico etc.

Para Echeverría (1998), os exercícios podem ser distinguidos em dois tipos. O primeiro consiste na realização automática de uma técnica que foi apresentada pelo professor.

> O objetivo desse tipo de exercícios é a consolidação e a automatização da técnica. As tarefas que fazem parte dos cadernos de cálculo, "o cálculo mental", a repetição da tabuada ou a solução contínua de equações de segundo grau são exemplos desse tipo de exercícios. A sua eficiência na automatização de algoritmos não depende somente do número de vezes que são repetidos, mas também da forma em que estão ordenados e do tipo de dificuldade que possam representar para os alunos (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49).

Deste modo, nota-se que os exercícios desse tipo favorecem, sobretudo, o aprimoramento de operações matemáticas, quando necessária a sua utilização nos diversos ramos da matemática. No quadro 11, a seguir, apresenta-se um exemplo de exercício do primeiro tipo.

Quadro 11: Exemplo de exercício do primeiro tipo – inequação.

Exercício: Resolva algebricamente a inequação a seguir:

$$2(x - 3) + x > 2x + \frac{1}{2}$$

Resolução:

$$2x - 6 + x > 2x + \frac{1}{2}$$

$$2x + x - 2x > \frac{1}{2} + 6$$

$$x > \frac{13}{2}$$

Fonte: autor.

Observe que o exercício apresentado no quadro acima não apresenta nenhum contexto em língua natural, não é preciso formular estratégias ou analisar dados, sendo necessárias para resolução do mesmo apenas operações, aplicação de métodos e propriedades do conceito de inequação.

Por outro lado, Echeverría (1998) faz menção há um segundo tipo de exercício, o qual não consiste apenas em automatizar técnicas, mas que sejam aprendidos alguns procedimentos, mediante a realização dessas técnicas.

> Se ao invés de pedir a um aluno que indique qual é o resultado de 7+5 propusermos que nos digam quantos animais há numa granja com sete pintinhos e cinco galinhas, estaremos propondo um exercício desse segundo tipo. A diferença entre um e outro exercício reside em que na segunda tarefa o aluno é obrigado a realizar uma tradução da linguagem falada para a linguagem matemática [...] e obriga-o a planejar a ordem em que a tarefa deve ser resolvida (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49).

Observe que diferente do primeiro tipo de exercício, o segundo pode abordar procedimentos que consistem na “tradução” de informações, com a finalidade de expressar em linguagem matemática o que é pedido. O quadro 12, ilustrado a seguir, apresenta um exemplo de exercício do segundo tipo.

Quadro 12: Exemplo de exercício do segundo tipo – inequação.

Exercício: Pensei em um número, em seguida multipliquei-o por 11. Como resultado obtive um valor menor que a soma de dez unidades ao número pensado inicialmente. Qual é o valor deste número que pensei inicialmente? **Resposta:** $11x < x + 10$ $11x - x < 10$ $10x < 10$ $x < 1$ O número pensado inicialmente, obrigatoriamente, deve ser um número menor que 1.

Fonte: autor.

Esse tipo de exercício demonstra um enunciado contendo relações que necessitam ser traduzidas para a linguagem simbólica (algébrica), antes de ser resolvido de maneira formal.

Echeverría (1998) destaca que “na medida em que esse segundo tipo de exercícios tem uma meta ou objetivo [...], está mais próximo dos problemas do que o primeiro tipo de tarefas que descrevemos” (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49), porém “embora esse exercício seja importante porque permite consolidar habilidades instrumentais básicas, não deve ser confundido com a solução de problemas, que exige o uso de estratégias, a tomada de decisões sobre o processo de resolução que deve ser seguido, etc.” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 17).

3.2. Problemas

Ao ouvirmos ou lermos o termo “problema”, percebemos que ele remete à várias situações subjetivas a um indivíduo ou a um grupo de pessoas, variando do contexto no qual estão inseridos, bem como em relação à sua vivência. No que se refere ao contexto escolar, especificamente, na matemática, concordando com Echeverría e Pozo (1998) consideramos que,

> Uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Isso posto, consideramos para essa pesquisa problemas que possam ser contextualizados, ou seja, problemas em língua portuguesa que abordam em seu enunciado uma situação cotidiana, comtemplando uma pergunta que possa ser modelada por meio de uma inequação.

Assim sendo, apresentamos situações em que o estudante não tem conhecimento da solução e nem conhecimento da maneira com que poderá obter a solução. Será necessário que ele reflita de maneira a elaborar estratégias e procedimentos para a resolução de tal.

No quadro 13, vemos um exemplo envolvendo um problema matemático contextualizado sobre o conceito de inequação.

Quadro 13: Exemplo de problema contextualizado – inequação.

Problema: O *Hand Spinner* (girador de mão no idioma português) é um brinquedo que está em alta atualmente. Constituído de três pontas com pesos em suas extremidades e um rolamento no centro o brinquedo tem como função amenizar níveis de estresse e ansiedade. Seu uso consiste basicamente em impulsioná-lo com um giro enquanto segura fixamente o rolamento central com os dedos polegar e indicador. Uma empresa que produz *Hand Spinner* possui um gasto mensal de R$1700,00 com a fabricação dos brinquedos. Sabendo que cada unidade é vendida a R$14,00, quantos *Hand Spinners* são necessários ser vendidos ao mês para que a empresa obtenha lucro?

Resposta:

$$14.x > 1700$$

$$x > \frac{1700}{14}$$

$$x > 121{,}43$$

Para que a empresa obtenha lucro, são necessários vender 122 *Hand Spinners*, no mínimo.

Fonte: autor.

Consoante Echeverría e Pozo (1998), uma das principais características que diferencia problema de exercício é a tomada de decisões sobre os passos a serem realizados perante a situação, "dito de outra forma, um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução" (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Logo, os problemas possuem essa função de *levar o aluno a refletir,* refletir sobre os dados específicos do problema, sobre o que se pede no enunciado, sobre as etapas a serem tomadas para se chegar à solução. Reflexões estas que os exercícios não propiciam. No entanto, um problema pode ainda possuir suas especificidades, desse modo, consideraram-se aqui *problemas contextualizados* pois estes possuem questões e dados voltados à situações que poderiam ser vivenciadas pelos estudantes.

4 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Revisar a literatura é destacar a pertinência do tema a ser abordado, fazendo referência a estudos precedentes, os quais deixaram ainda indagações, permitindo-nos refletir sobre e buscar respostas para elas.

Motta-Roth e Hendges (2010) salientam que “a revisão da literatura pode ser vista como o momento em que situamos nosso trabalho, pois ao citar uma série de estudos prévios que servirão como ponto de partida para nossa pesquisa, estaremos “afunilando” a discussão até chegar ao tópico específico que vamos investigar” (2010, p. 91).

Não pretende-se aqui desqualificar trabalhos já realizados, nem mesmo fazer com que este assemelhe-se ao “invento da roda”, mas sim apresentar um panorama das pesquisas realizadas acerca desse tema e os resultados obtidos por meio delas. Tais pesquisas e seus resultados, como já explicado anteriormente, favoreceram as indagações que possibilitaram o desenvolvimento dessa pesquisa, assim como indagações que possibilitarão a futuros pesquisadores um norte para elaboração de novos caminhos, a fim de propiciar uma aprendizagem mais consistente da matemática. Cabe aqui, sobretudo, utilizar-se da comparação que Feak e Swales[4] (2009, p. 2, apud MOTTA-RUTH; HENDGES, p. 90), faz entre a literatura prévia e a famosa frase de Isaac Newton: *Se consegui ver mais longe é porque estava aos ombros de gigantes*.

Para tanto, para o desenvolvimento da presente pesquisa, realizaram-se buscas[5] em diferentes bancos de dados, por exemplo: *Google* Acadêmico[6]*;* Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)[7] do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT) e no Banco de Teses e Dissertações da CAPES[8] (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), em busca de pesquisas referentes às dificuldades com inequações do 1º grau.

Para afunilar a busca, as pesquisas foram filtradas por meio das seguintes palavras-chave: *inequação*; *inequações*; *dificuldades*, com o propósito de encontrarmos pesquisas explicitando seus resultados à respeito das dificuldades na aprendizagem do conceito de inequações ou até mesmo relacionadas ao ensino das mesmas.

---

[4] FEAK, C. B.; SWALES, J. M. Telling a Research Story: writing the literature review. Michigan: The University of Michigan Press, 2009.
[5] Essas buscas nos bancos de dados foram realizadas no primeiro trimestre de 2017.
[6] https://scholar.google.com.br
[7] http://bdtd.ibict.br
[8] http://bancodeteses.capes.gov.br

Vale ressaltar que, consideramos importantes não somente pesquisas de mestrado e doutorado, mas também artigos publicados em periódicos científicos e trabalhos publicados em anais de eventos da área de Educação Matemática. Além disso, consideramos também não somente pesquisas, especificamente, sobre o conceito de inequações do 1º grau, mas também algumas outras importantes relacionadas ao conceito de inequação. Essas pesquisas foram distinguidas nos diferentes níveis de ensino:

- **Pesquisas desenvolvidas no Ensino Fundamental:** Na subseção 4.1 são apresentadas cinco pesquisas, sendo um trabalho de evento, dois artigos de periódicos científicos e duas dissertações de mestrado.
- **Pesquisas desenvolvidas no Ensino Médio:** Na subseção 4.2 são apresentadas quatro pesquisas, sendo um artigo de periódico científico e três dissertações de mestrado.
- **Pesquisas desenvolvidas no Ensino Superior:** Na subseção 4.3 apresentam-se cinco pesquisas, sendo dois artigos de periódico científico, duas dissertações de mestrado e uma tese de doutorado.

Salienta-se que, essas pesquisas são voltadas tanto ao ensino como a aprendizagem de conceitos matemáticos. Portanto, para as pesquisas cujos participantes são os professores, as mesmas estão na categoria de nível escolar no qual os professores lecionam.

4.1. Pesquisas desenvolvidas no Ensino Fundamental

Para as pesquisas desenvolvidas no Ensino Fundamental, temos o trabalho de Manoel (2013), que teve como objetivo discutir o processo de aprendizagem de equações e inequações e as dificuldades ao longo desse processo, de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública da cidade de Ilha Solteira – SP, na qual participaram da pesquisa 32 alunos. Como instrumento de pesquisa, foi aplicado um questionário com o objetivo de compreender as atitudes dos alunos em relação à Matemática, bem como seu desempenho voltado à exercícios que envolviam equações e inequações, além de algumas questões pessoais relacionadas a aspectos da vida escolar do aluno. O questionário aplicado continha 10 questões, das quais, as três últimas envolviam o conteúdo *equações e inequações*, sendo as questões oito e nove a respeito somente de equações e a questão 10 sobre inequação. No que se refere a décima atividade, foram propostas algumas questões relacionadas às inequações, por exemplo: *5 é maior que 4?* Entre outras similares. Ao todo foram cinco questões, em que o item c, cuja pergunta era se *-1 é maior do que -2*, apresentou o maior índice de erros, sendo que dos 32 sujeitos, 15 apresentaram erro, seguido pelo item d, o qual questionava os alunos se 0 é maior que -3, nesta foram obtidos um total de nove erros. Como considerações finais, os autores mencionam a necessidade de trabalhar situações-problema, para que além de contribuir no aprendizado dos alunos, possa envolvê-los no processo de construção do seu conhecimento, visto que eles apresentaram dificuldade na interpretação e tradução de problemas, ou seja, ao interpretar os dados presentes no enunciado e transpô-los para linguagem matemática. Um outro ponto a destacar, que chamou a atenção foi a dificuldade dos alunos em trabalhar com números negativos.

O artigo de Beltrão (2010) é um recorte de sua dissertação de mestrado, cuja pesquisa abrangeu não apenas inequações, mas questões acerca da álgebra. Assim, esse artigo objetivou investigar as dificuldades encontradas por alunos que estavam concluindo o Ensino Fundamental ao depararem-se com problemas de inequações. Ao todo, participaram dessa pesquisa 468 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de 11 escolas públicas, situadas na região metropolitana de Recife. O instrumento de pesquisa para este trabalho consistiu em um problema que fez parte do exame SAEPE (Sistema de Avalição do Estado de Pernambuco), no ano de 2008, envolvendo inequação, no qual havia um quadro de alternativas para assinalar com apenas uma correta. Além das análises, também foram realizadas entrevistas vídeo-grafadas com alguns alunos, para descobrir quais as estratégias utilizadas por eles para resolver à questão. Como resultados, analisando as respostas dos alunos, foi possível identificar que: 87 alunos utilizaram o procedimento aritmético para resolução do problema; 41 alunos utilizaram o procedimento algébrico; 107 utilizaram outro tipo ou nenhum procedimento; e 233 alunos não responderam a questão. Portanto, os resultados das produções dos alunos e também as entrevistas mostraram grandes dificuldades por parte deles em relação à desigualdade. Tal observação foi possível a partir da análise das resoluções, visto que 41 alunos utilizaram procedimento algébrico, sendo que destes 41, apenas 6 realizaram-no corretamente. Para concluir, o autor menciona entre outros fatores, a importância de utilizar diferentes linguagens, chamando a atenção para as língua natural, geométrica e algébrica, com a finalidade de que o aluno desenvolva as competências necessárias para dar conta de situações como as ocorridas nesse trabalho.

O artigo de Mata-Pereira e Ponte (2013) visou analisar por meio de tarefas algébricas, envolvendo inequações, os processos de raciocínio matemático de 17 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. O instrumento diagnóstico foi composto de três atividades, não contextualizadas, selecionadas pelos pesquisadores. Devido a alguns critérios, foram analisadas as produções de apenas quatro alunos. Os procedimentos para realização das análises partiram da recolha dos dados, realizada pela primeira autora, que participou como “professora de apoio” (processos característicos da observação participante), além de gravação com áudio e vídeo das aulas, recolha documental e diário de bordo com anotações durante ou logo após o término das aulas. As análises buscaram identificar os processos de raciocínio usados e o que os influenciou, bem como as representações utilizadas por eles e os processos de significação envolvidos. Os resultados deste trabalho mostram que os alunos seguem uma abordagem indutiva, isto é, generalizando as relações de um caso particular para um mais amplo. No que se refere as justificativas, os alunos não atribuem relevância à parte que faz com que a resolução seja matematicamente válida, apresentando dessa forma tanto justificativas válidas quanto não válidas. Podemos observar tal fato, em uma pergunta feita a um aluno a respeito da razão de o *x* ter sido passado ao outro lado, em que o aluno responde: “Porque me disseram que podia” (MATA-PEREIRA; PONTE, 2013, p. 27). No que tange às representações, os alunos não apresentaram dificuldades tanto na utilização da língua natural, como no registro simbólico com e sem variáveis. De modo geral, os alunos conseguiram estabelecer conexões entre os aspectos voltados à questão e os conceitos e/ou propriedades para realização da resolução, contudo, em alguns casos isso não é evidente, mostrando uma compreensão parcial da situação.

A dissertação de Fernandes (2013) buscou identificar se alunos do 9º ano compreendem e sabem utilizar as diferentes representações na resolução de situações problemáticas envolvendo inequações. A partir disso, constituíram-se duas questões de pesquisa: a primeira indagando sobre as principais representações utilizadas pelos alunos na resolução de situações problemáticas que envolvem inequações do 1º grau, e a segunda, tratando dos principais erros e dificuldades na conversão e no tratamento dessas resoluções. Os sujeitos da pesquisa foram 21 alunos do 9º ano de uma escola em Lisboa, dos quais dois alunos foram selecionados para o aprofundamento do estudo. Como instrumentos de pesquisa, foram realizadas observações de aulas, análise de alguns documentos da escola, um diário de bordo, produções escritas de todos os alunos e uma entrevista semiestruturada realizada com os dois alunos mencionados, gravada em áudio. Os resultados deste estudo revelam que os alunos passaram de forma progressiva do uso da representação numérica para representação algébrica, aprimorando assim seus conhecimentos a respeito das representações e suas propriedades. Em relação às conversões nas situações problemáticas (como denominadas pela autora), os alunos apresentaram dificuldades na conversão do registro na língua natural para o registro simbólico algébrico, em especial, na conversão do sinal de desigualdade especifico para cada caso. Já para o tratamento, de maneira geral, as resoluções dos alunos apresentaram erros, essencialmente, na aplicação do 2º princípio de equivalência (multiplicar ou dividir por um número negativo, em que inverte-se o sentido do sinal de desigualdade), além de apresentarem erros na construção do intervalo, representando o conjunto solução do problema. Sobretudo, cabe mencionar que as entrevistas e as análises inferidas aos dois alunos, especificamente, vão ao encontro das já mencionadas para toda a turma. Por fim, apesar das dificuldades nas realizações das conversões da língua natural para o registro algébrico, os alunos realizaram de forma imediata o tratamento dentro do registro simbólico algébrico, apresentando domínio no que se diz respeito às operações algébricas.

Na dissertação de Dias (2014), o objetivo foi analisar como os professores da Rede Pública Estadual da cidade de Carapicuíba – SP desenvolvem o tema desigualdade e inequações com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio. Foram sujeitos de pesquisa, cinco professores de cinco escolas distintas do município supracitado. A eles foram aplicados um questionário contendo 17 questões, sendo 15 delas de caráter didático do tipo: *Você trabalha inequações em sala de aula? Qual material utiliza?* Etc., buscando verificar se os professores trabalham as diferentes representações do conceito de inequação com base nos possíveis registros de representação (Teoria dos Registros de Representação Semiótica). As duas últimas questões apresentavam um exercício algoritmizável – (questão 16), contendo quatro itens (a, b, c, e d) para serem resolvidos algebricamente; e um problema – (questão 17) "Juliana e Marina têm menos de 40 anos de idade cada uma, mas suas idades juntas somam mais que isso. Se a idade da mais velha é o quádruplo da idade da mais nova, qual a soma de suas idades?" (DIAS, 2014, p. 113). As questões eram apresentadas aos professores participantes na escola e estes respondiam-nas individualmente, ocupando o tempo que precisassem. Após a coleta e análise de todos os dados, o pesquisador retornou às escolas para fazer uma pequena entrevista buscando coletar mais informações sobre o processo de resolução escolhido pelos sujeitos. Quando questionados sobre a metodologia de ensino de inequações, quatro dos cinco professores afirmaram utilizar somente a resolução pela forma técnica, usando apenas o registro simbólico algébrico, esquecendo outros registros, como o registro língua natural, o registro tabular ou, ainda, o registro na forma de representação gráfica. Em resoluções como (item b – questão 16), na qual solicitava-se a resolução da inequação $x^2 \leq 4$, um professor errou e os demais não concluíram o exercício, deixando como resposta o registro $x \leq \pm 2$, ao invés de apresentar a resolução em sua forma de intervalo numérico, por exemplo $x \in [-2,2]$. Além desse erro, na questão 17, um dos professores utilizou o registro algébrico para resolver o problema e até enviou, depois, um e-mail para o autor da pesquisa com a resolução gráfica do problema, elaborada no *software* Winplot. No entanto, a resposta do professor continha um erro, o que faz pensar se ele realmente trabalha de forma problematizada ou se é apenas um discurso sobre sua prática. Um outro professor relatou que por sistema de inequações não se pode afirmar a solução do problema, contudo, por tentativa e erro (método aritmético) ele chegou a resposta correta do problema. Outros dois professores construíram suas resoluções no registro algébrico, porém, consideraram apenas números inteiros para a solução. Na entrevista realizada com os professores sobre os erros cometidos nas questões 16 e 17, eles alegaram distração durante a resolução e até mesmo pressa. A partir das análises e dos dados obtidos, conclui-se que, uma vez que o modo de ensino do professor seja a resolução técnica da inequação, o mesmo não tem como avaliar outras possíveis dificuldades que os alunos poderiam apresentar no aprendizado das inequações se as mesmas fossem trabalhadas em problemas ou sem sua resolução via abordagem gráfica. Outro fato importante é que o material utilizado por eles para o ensino de inequações é basicamente o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2013a)[9] que prioriza o registro simbólico algébrico para esse assunto. Essa dissertação desenvolveu sua pesquisa com professores que lecionavam nos Ensino Fundamental e Ensino Médio, por isso, a mesma apresenta-se apenas nessa seção de pesquisas desenvolvidas no Ensino Fundamental, visto que, os resultados obtidos são referentes aos dois níveis de ensino e reescrever na seção de pesquisas desenvolvidas no Ensino Médio torná-la-ia redundante.

4.2. Pesquisas desenvolvidas no Ensino Médio

Dentre as pesquisas desenvolvidas no Ensino Médio, temos o artigo de Ramos (2014), cujo objetivo foi classificar, analisar e identificar erros cometidos por alunos no conteúdo de inequações, além de verificar se tais erros também são procedentes do Ensino Fundamental. Os sujeitos de pesquisam foram ao todo 37 alunos do 1º ano do curso técnico integrado de uma escola pública de Minas Gerais. Como instrumento de pesquisa foi aplicado a esses alunos um questionário que faz parte de uma avaliação somativa (como denominada pela instituição investigada), da disciplina de Matemática. Essa avaliação foi aplicada no final do primeiro semestre letivo de 2013 para turmas que cursavam o Ensino Médio no período da tarde, e abrangia todo o conteúdo lecionado nesse semestre. Entretanto, para a pesquisa de Ramos

[9] SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Coordenadora de Estudos e Normas Pedagógicas. Matemática: Ensino fundamental: 5ª a 8ª séries. 2. Ed. São Paulo: SE; CENP, 1998, V. 1. (Prática Pedagógica).

(2014), foram consideradas apenas duas questões sobre o conteúdo de inequação, sendo estas, a questão 14 “O conjunto solução da inequação $\frac{x+1}{x^2-3x+2} \geq 0$ é:” (RAMOS, 2014, p. 464), e a questão 20 “O conjunto solução de $2^{x^2} < 2$ é:” (RAMOS, 2014, p. 467). Após a resolução das questões por parte dos alunos, elas foram fotocopiadas e organizadas de maneira a formar o *corpus* para realização das análises. Os resultados obtidos mostraram que, dos 37 alunos, 12 alunos acertaram as duas questões; cinco erraram somente a inequação quociente, 15 erraram somente a inequação exponencial e cinco erraram as duas questões. Esse resultado revelou uma dificuldade maior em resolver inequações exponenciais do que inequações quociente, mostrando que estas dificuldades são provenientes de lacunas do Ensino Fundamental na resolução de função quadrática, como observado em algumas passagens, em que os alunos identificaram um único zero na função quadrática da questão 20. Contudo, é importante mencionar que o registro gráfico auxiliou na resolução da inequação quociente. Outro fato mencionável é que alguns alunos apresentaram dificuldades em interpretar o sinal de “≤”, inserindo o resultado em números na sua solução como se a condição de resposta fosse apenas “<”. Dessa forma, torna-se necessária a realização da análise de erros na produção escrita do aluno e auxílio na superação de suas dificuldades. Isso é fundamental, pois o aprendizado de novos conteúdos é prejudicado em função de erros recorrentes.

A dissertação de Fontalva (2006) trata-se de uma pesquisa diagnóstica aplicada a alunos do Ensino Médio, cujo objetivo consistiu em investigar, quais recursos, erros, domínios, propriedades, conceitos e justificativas os alunos apresentam na resolução de inequações. Os sujeitos da pesquisa foram no total 30 alunos voluntários das 3ªs séries, atualmente, 3ºs anos do Ensino Médio de uma Escola Técnica Estadual (ETE), da região do ABC, situada em São Bernardo do Campo, na Grande São Paulo, os quais já haviam estudado inequações no 1º ano do referido curso. Para a elaboração do instrumento diagnóstico, primeiramente, realizou-se uma análise do Plano de Trabalho Docente, referente aos 3ºs anos. Assim, com uma breve descrição do livro didático adotado e entrevistas com o professor que ministrou o conteúdo de inequações em anos anteriores para esse grupo de alunos, o instrumento diagnóstico compõem-se de sete exercícios em sua forma algébrica, dos quais serão apresentados aqui apenas as inequações 01 e 02, cujo conteúdo abordam inequações polinomiais de 1º grau: Inequação 01: $4(x-2) \leq 0$; Inequação 02: $-4x + 8 \geq 0$. A experimentação foi realizada em dois encontros de 50 minutos cada, em duas semanas consecutivas. No primeiro encontro foram aplicadas as quatro primeiras tarefas e no segundo encontro as três tarefas restantes, cujo grau de dificuldade era maior. Fazendo uma análise mais detalhada das inequações 01 e 02, observa-se o seguinte diagnóstico: na inequação 01 a causa do erro está relacionada ao uso inadequado da propriedade distributiva da multiplicação à adição. Na inequação 02, nove resoluções continham erros em sua solução, e dessas nove, sete alunos demonstraram não utilizar a propriedade de ordem com a multiplicação, corretamente (dividir por um número negativo e trocar o sinal da desigualdade). Após a realização das análises dos resultados, percebeu-se que os alunos durante as resoluções das inequações, tendem a fundamentarem-se e apoiarem-se mais em técnicas algébricas, apesar de surgir, mesmo que em pequenas proporções, citações relativas à propriedades e conceitos matemáticos, podendo indicar que o processo ensino-aprendizagem do conteúdo de inequações teve como prioridade o aspecto algorítmico e não o aspecto conceitual. Em relação ao uso de técnicas nas justificativas dos alunos, notou-se forte tendência ao uso da técnica algébrica em comparação com algum outro tipo de técnica. Com relação aos recursos que os alunos lançaram mão nas resoluções, observa-se que em 69,4% dos casos válidos os alunos utilizaram como recurso apenas o domínio algébrico. Em 28,4% dos casos ocorreram a interação entre os domínios algébrico e gráfico, e apenas 2,2% houve interação entre os domínios algébrico e numérico. Como nessa pesquisa, a prioridade é em relação a técnicas e não a conceitos e propriedades matemáticas, conclui-se que provavelmente o ensino-aprendizagem pautada em um processo técnico de resolução para os tópicos de inequação tenha gerado dificuldades nos alunos em relação ao aspecto conceitual do mesmo, assim, tem como sugestão a abordagem das inequações, de modo a envolver dois ou mais domínios durante a sua resolução, além de utilização de problemas onde as inequações se faz necessário, como nas áreas de Administração, Economia, Física, Matemática Financeira, etc.

A dissertação de Conceição Junior (2011) propôs-se a responder questões envolvendo o ensino de inequações, por exemplo: um ensino por meio de abordagem funcional gráfica, envolvendo o tratamento e a conversão de registros de representação semiótica favorece a aprendizagem de inequações? Quais as dificuldades encontradas nesse processo? E quais os avanços notados em relação à coordenação de diferentes registros? Os sujeitos de pesquisa foram quatro alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola particular, situada na zona sul da cidade de São Paulo. A escolha desses alunos deu-se pelo fato deles já terem participado de um encontro no ano anterior à realização dessa pesquisa. Ao todo foram cinco encontros com a participação de 20 alunos em que foi trabalhada a resolução de inequações utilizando o *software* Geogebra. Para realização da pesquisa foi elaborado um instrumento diagnóstico composto de cinco atividades que foram inspiradas nas experiências docentes dos autores, também nas análises de livros didáticos e, principalmente, em pesquisas de mestrado e doutorado. Além disso, o autor também realizou um estudo preliminar para elaboração das atividades, analisando o plano de curso do professor do 1ª ano do Ensino Médio e os livros didáticos que foram utilizados pelos alunos participantes dessa pesquisa, no período em que eles cursaram o 9º ano do Ensino Fundamental e o 1º ano do Ensino Médio. Das cinco atividades, três estão no registro algébrico, uma no registro língua natural (problema) e uma no registro gráfico. Essas questões abordam os conteúdos de inequações polinomiais do 1º grau, sistemas de inequações do 1º grau, inequações racionais, algumas funções, cujas expressões algébricas são representadas por radicais e inequações quociente, sobretudo, essas questões foram formuladas de modo que houvesse em sua resolução a coordenação de mais de um registro de representação semiótica. O instrumento diagnóstico foi aplicado individualmente aos quatro alunos, em dois momentos, com duração de duas horas, em um intervalo de sete dias. No primeiro momento, eles poderiam utilizar o *software Geogebra* para ajudá-los em suas respostas, já no segundo momento, os alunos respondiam às mesmas atividades, mas sem o uso do *software*. Os resultados se assemelham a outras pesquisas, mostrando que os alunos ainda possuem dificuldades em realizar a conversão da língua natural para o registro algébrico; não relacionam a resolução gráfica com a resolução algébrica; deduzem incorretamente os sinais ao resolver uma inequação quociente e praticam resolução tecnicista ao invés de conceitos matemáticos. Focalizando os objetivos propostos para essa pesquisa, o autor acredita sim que houve um avanço relacionado aos conhecimentos dos alunos, no que diz respeito à resolução de inequações, especificamente, por meio de uma abordagem funcional gráfica, utilizando-se como recurso o *software* Geogebra. Percebe-se também o aprimoramento de alguns alunos do primeiro para o segundo encontro, visto que estes passaram a cometer menos erros na resolução, além de mostrar mais conhecimentos matemáticos. Assim, observa-se que todos os alunos avançaram, aprimorando seus conhecimentos matemáticos em algum aspecto na compreensão do conceito de inequação.

A dissertação de Traldi Jr (2002) teve como objetivo avaliar a capacidade de alunos que estão concluindo o Ensino Médio em resolver problemas de otimização, visto que esse tipo de problema pode ser resolvido, dentre outras maneiras, por meio de inequações. Como sujeitos de pesquisa, participaram 33 alunos do 3ª ano – turma (A) e outros 24 alunos do 3º ano – turma (B) do Ensino Médio de uma escola pública. Todos já haviam estudado o conteúdo sistema de inequações do 1º grau. Como instrumento de pesquisa, foi elaborado um teste-diagnóstico, composto por atividades de conversão da língua natural para o registro algébrico, por exemplo: “Pensei em um número maior que -7 e menor ou igual a 10” (TRALDI JR, 2002, p. 42). Além desse tipo de exercício, foram solicitados exercícios de conversão do registro gráfico para o registro algébrico, resoluções de sistemas de inequações na forma algébrica (tratamento) e um problema de programação linear com duas variáveis e duas restrições. Foram aplicados um teste diagnóstico em uma turma (A), e uma sequência didática e pós-teste em outra (turma (B)), sendo esse pós-teste o mesmo teste diagnóstico aplicado na turma (A). Como resultados, por meio dos testes diagnósticos aplicados à turma (A), os autores notaram dificuldades dos alunos em realizar conversões do registro língua natural para o registro simbólico e conversões das sentenças matemáticas para a sua representação gráfica; leitura e interpretação de gráficos; representar graficamente inequações e resolver sistemas de inequações. Foi possível observar também que apesar de os alunos terem conhecimento sobre os conceitos necessários para resolverem problemas de programação linear, eles não utilizam desses conhecimentos no momento da abordagem desses problemas. Com isso, elaboraram e aplicaram uma sequência didática na turma (B) composta por oito atividades, objetivando observar as estratégias dos alunos ao resolverem os problemas, para que assim fosse introduzido o conteúdo de sistema de inequações do 1º grau. Após a implementação da sequência didática, o próximo passo foi realizar o pós-teste, o qual apresentou como resultados, uma atitude diferente dos alunos perante os problemas, uma vez que o número de questões em branco foram menores e os alunos demonstraram saber identificar o conceito de sistema de inequações em diversos registros de representação, mostrando assim ter noção do objeto. Por fim, o autor destaca a importância da inserção de atividades que permitam o tratamento, a conversão e a coordenação dos diferentes registros no processo ensino-aprendizagem, além do fato de que os problemas de otimização contribuem para este processo.

4.3. Pesquisas desenvolvidas no Ensino Superior

O artigo de Travassos e Rezende (2017) visava analisar o desempenho aritmético e algébrico de estudantes do primeiro ano de um curso de Licenciatura em Matemática ao trabalhar com o tratamento de inequações. Os participantes da pesquisa foram 16 alunos (divididos em 8 duplas), de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública do Paraná. Como instrumento de pesquisa, foi elaborada e implementada uma lista contendo nove atividades não contextualizadas e considerando diferentes graus de dificuldades, cuja resolução foi realizada em um *software* (Aplusix). Para a resolução da mesma fez-se necessária a realização de várias operações e propriedades, como adição, multiplicação, divisão, subtração, mínimo múltiplo comum e propriedades distributivas. Esta lista foi implementada na turma do primeiro ano do curso, no início do ano letivo, devido ao fato de os alunos ainda não terem contato com o tema inequações na graduação. Para a resolução, coleta e análise dos dados utilizou-se o *software* Aplusix, em que é possível o aluno resolver as inequações por etapas, até isolar a variável x, assim como é feito no papel utilizando lápis ou caneta. Além disso, esse software possui uma ferramenta denominada retroação (ferramenta opcional), a qual mostra a etapa em que o aluno efetuou algum cálculo errado, no entanto, ele não mostra onde está o erro, apenas a etapa, fazendo assim com que o aluno reflita sobre seu procedimento anterior de maneira a não errar no próximo. Outra ferramenta importante do software é a ferramenta videocassete, capaz de gravar todas as etapas desenvolvidas pelos alunos para resolver os exercícios em formato de vídeo (o qual apenas o professor tem acesso). Portanto, as análises se basearam na visualização desses vídeos. Como resultados, o erro com maior frequência corresponde à não inversão do sinal de desigualdade ao multiplicar ou dividir por um número negativo, sendo estes oito erros dos trinta referentes às atividades, seguido pelo erro na propriedade distributiva, sendo sete erros dos trinta erros encontrados nas atividades. Todavia, o diferencial desse trabalho está relacionado às retroações que ocorrem após cada etapa incorreta, fazendo com que os estudantes reflitam sobre as operações realizadas, aprendendo com seus erros, por meio do retrospecto. Neste caso, as retroações possibilitaram aos estudantes compreender as operações incorretas realizadas por eles e as propriedades aplicadas de forma errada, como multiplicar ou dividir por um número negativo e não inverter o sinal da desigualdade. Finalmente, os autores afirmam que houve aprendizado, mesmo que momentâneo por parte dos alunos, visto que todos os nove exercícios foram solucionados pelas oito duplas após algumas retroações do *software*, com exceção de um único exercício não resolvido por completo por uma dupla, talvez por questão de tempo.

O artigo de Campos e Giusti (2008) teve como objetivo “identificar os aspectos formais intuitivos e algorítmicos presentes na resolução de desigualdades algébricas com uma incógnita real” (CAMPOS; GIUSTI, 2008, p. 40). Os sujeitos da pesquisa foram 21 alunos do primeiro ano de um Curso de Licenciatura em Matemática e utilizou-se de um instrumento diagnóstico com seis desigualdades, das quais, duas são inequações polinomiais de 1º grau, duas são inequações quociente, uma inequação modular e uma inequação de 2º grau, além de que foi solicitado para que os alunos deixassem os passos da resolução, para contribuir posteriormente com as análises. Para análise dos dados, foram adotados os pressupostos de Fischbein (1993) de que, em uma atividade matemática, alguns aspectos estão presentes, os quais precisam interagir e inter-relacionar-se, para que assim ocorra a aprendizagem. Estes aspectos são: aspectos formais, composto por axiomas, definições, teoremas etc.; aspectos algorítmicos, que estão ligados a técnicas de resolução, estratégia e, aspectos intuitivos, que estão ligados a aceitação de um teorema ou solução sem que seja necessária uma demonstração. Como resultados, no que se refere as inequações polinomiais de 1º grau, com relação à inequação (a) $-3x < 6$, dois alunos não responderam a questão, 19% dos alunos erraram ao efetuar a multiplicação por (-1) em apenas um lado da inequação, 42,9% erraram ao multiplicar por um número negativo e não alterar o sinal de desigualdade e apenas 38,1% acertaram a questão. Com relação a segunda questão, envolvendo uma inequação polinomial de 1º grau ((f): $10 > 5x$), o índice de acertos foi muito superior ao da questão (a), alcançando 71,4% dos alunos. Os erros dessa questão (f), ocorreram devido ao posicionamento da variável e erros aritméticos. Como conclusões, as autoras destacam o fato de que nenhum desses alunos mostrou ter conhecimento dos aspectos formais relacionados à resolução algébrica de inequações, bem como mais da metade dos alunos não dominam os aspectos algorítmicos, usando apenas os aspectos intuitivos para resolver algebricamente as inequações, baseando-se, principalmente, nos procedimentos de resolução de equações. Logo, conclui-se que nenhum dos alunos conseguiu interagir e nem inter-relacionar os três aspectos: formal, algorítmico e intuitivo, para garantir a aprendizagem.

A dissertação de Melo (2007) teve como objetivo detectar "como professores de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos" (MELO, 2007, p.4). Os sujeitos da pesquisa foram quatro professores que lecionam em pelo menos uma disciplina do 1º ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática, de uma Universidade do Estado de São Paulo. Para tal, foram utilizadas entrevistas semiestruturadas contendo seis perguntas para cada professor, buscando evidenciar questões voltadas ao tema inequações e suas práticas pedagógicas. Entretanto, o autor da pesquisa também recorreu a livros ou apostilas utilizados pelos professores e cadernos de seus alunos, buscando identificar quais e quantos exemplos e exercícios poderiam envolver conversões ou tratamentos, visto que esta pesquisa tem como um dos princípios de aprendizagem os pressupostos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Por meio das entrevistas, observou-se que todos os professores apresentaram vasta experiência como professores no Ensino Superior, levando em consideração o tempo de trabalho que os mesmos possuem. Com relação à utilização dos registros de representação semiótica no trato com inequações e desigualdades, todos os professores trabalham com no mínimo três registros de representação. Quanto às avaliações, foram citadas como sendo desenvolvidas por intermédio de atividades individual ou em grupo, trabalhos individuais ou em grupos, seminários e avaliação individual, sem consulta. Nas principais dificuldades mencionadas pelos professores, três deles citaram como dificuldade o fato de os alunos esquecerem de trocar o sinal de desigualdade ao multiplicar a inequação por um número negativo. Outra dificuldade interessante, citada por um dos professores, refere-se a dificuldade que os alunos têm em reconhecer uma inequação, ou seja, saber interpretar os dados e com isso reconhecer que trata-se de uma inequação. Nos itens como livros ou apostilas, de modo geral, contatou-se que, dos 253 exercícios identificados, a conversão mais encontrada foi do registro simbólico algébrico para o registro gráfico, totalizando assim 133 exercícios, equivalente a 53% do total. Na disciplina de Complementos da Matemática, dos 123 exercícios, 122 envolvem a conversão apenas do registro simbólico algébrico para o registro gráfico, isto é, mais importante do que a conversão em um único registro, é não realizá-la em apenas um único sentido, mas sim em ambos (simbólico algébrico para o gráfico e do registro gráfico para o simbólico algébrico). Outro detalhe importante é que apenas 11 exercícios - equivalente a 4% do total, envolvem a representação no registro numérico, evidenciando-se assim a pouca utilização do mesmo. Já nos cadernos dos alunos, foi possível identificar por meio de anotações e exercícios resolvidos, trechos que confirmam a utilização dos registros de representação relacionados ao conteúdo de inequações. Ao finalizar os autores ressaltam que é viável dizer que, em partes, realmente ocorre a utilização de registros de representação semiótica no ensino de desigualdades e inequações. Porém, os professores enfatizam que é visível a ausência da conversão de registros em ambos os sentidos.

A dissertação de Magalhães (2013) buscou analisar qual seria o impacto de um trabalho envolvendo uma sequência de atividades em uma sala de aula do curso de matemática, voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico e funcional. Os sujeitos da pesquisa foram 29 alunos do curso de licenciatura em Matemática de uma instituição pública do Estado de Minas Gerais. Como instrumento de pesquisa, foi aplicado um questionário contendo seis atividades envolvendo conversão da língua natural para o registro simbólico e vice-versa, inequações simultâneas, relações de ordem envolvendo igualdades e desigualdades, propriedades básicas na ordem dos reais, entre outras. Utilizou-se para coleta de dados, as folhas de respostas dos alunos, as notas de campo do pesquisador, baseadas em suas observações em sala de aula, o questionário respondido pelos estudantes, além de uma entrevista com o professor regente da turma e gravações em vídeo. As seis atividades foram realizadas ao longo de sete encontros, sendo que apenas no quarto encontro houve a intervenção do professor. As atividades eram realizadas em dois momentos, sendo o primeiro nos primeiros 40 minutos de aula, na qual elas eram resolvidas individualmente, e na sequência, o segundo momento, nos 60 minutos seguintes, nos quais eram formados grupos para confrontar ideias, resultados, etc. O autor dessa pesquisa constatou diante das análises realizadas, certa evolução dos estudantes no que tange ao reconhecimento do sentido de regras e dos procedimentos no trato com desigualdades e também a interpretação e construção de dados na representação tabular, conseguindo relacionar estes dados com os obtidos nos tratamentos algébricos. Contudo, também é mencionado que uma das grandes dificuldades a ser superada está no processo de explicitar em língua natural nas resoluções dos problemas, cada procedimento realizado nos processos dedutivos ou indutivos. Dessa maneira, o autor finaliza respondendo sua questão de pesquisa, quer dizer, a sequência de atividades proporcionou moderadamente resultados positivos, atentando ao fato de que reconheceu-se um aprimoramento na capacidade de analisar situações-problema e o reconhecimento do sentido de regras no tratamento com desigualdades, Ainda assim, há possibilidades de intensificar tais resultados, considerando-se que este estudo proporcionou reflexões e indicou possibilidades de modificações.

A tese de Souza (2008) teve como objetivo verificar se uma abordagem envolvendo o tratamento e a conversão de registros pode desencadear uma discussão global a respeito de sua resolução, em relação às equações e/ou inequações. Os sujeitos da pesquisa foram dois grupos, sendo um composto por 30 estudantes do primeiro ano de um curso de Licenciatura em Matemática, e um grupo por 10 professores da formação continuada, que já participavam semanalmente com um grupo de pesquisadores, discutindo temas variados da Matemática presente na Educação Básica. O instrumento de pesquisa, foi uma sequência didática composta por cinco atividades, elaborada de modo a englobar três sistemas de representação: o algébrico, o gráfico e o registro em língua natural. Para implementação das atividades, primeiramente, foi realizado um trabalho inicial com funções e gráficos, focando na visualização destes, isto é, na apreensão dos aspectos globais a fim de estabelecer uma conexão com os aspectos formais, algorítmicos e intuitivos[10]. O grupo de professores trabalhou no ambiente informático, utilizando o *software* Cabri-géomètri II Plus, pois esses professores já tinham conhecimento e habilidade em manuseá-lo. Os procedimentos adotados para este trabalho deram-se nas etapas de análises preliminares, na qual encontra-se a revisão de literatura, bem como uma análise

[10] FISCHBEIN, Efraim. The interaction between the formal, the algoritmic and the intuitive componentes in a mathematical activity. In: BIEHLER, R. et al. (Org.). **Didactics of mathematics as a scientific discipline.** Dordrecht, Holanda: Kluwer, 1993. p. 231-240.

aprofundada sobre alguns aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e de duas coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio, identificando a abordagem funcional gráfica para as inequações (levando em conta que os professores do grupo mencionaram desconhecer alguns aspectos relacionados à abordagem funcional gráfica de inequações), e também na elaboração de um teste diagnóstico composto de seis exercícios não contextualizados. Esta pesquisa apresentou vários resultados, porém, os resultados apresentados aqui focam na questão mencionada inicialmente. O que observou-se, é que os sujeitos de pesquisa, tanto os estudantes como os professores passaram a impressão de que apenas os aspectos intuitivos, em especial, os numéricos, são necessários para a aprendizagem matemática, deixando de lado os aspectos formais. Por isso, para Souza (2008) a pesquisa não conseguiu proporcionar a eles uma inter-relação entre os três aspectos na resolução de inequações. O que de fato ocorreu foi uma maior frequência relacionada aos aspectos intuitivos para ambos os grupos. De modo geral, a abordagem envolvendo o tratamento e a conversão pode sim, desencadear uma discussão global sobre esta resolução, posto que, isso foi identificado pelo discurso escrito, o qual evidenciou que não é possível tratar o conteúdo de inequações como uma simples extensão das equações. No entanto, nota-se que há necessidade de aprimorar os estudos no contrato didático, a fim de propor mudanças para que a matemática seja apresentada com todos os aspectos para os alunos. Os autores ainda acrescentam que, apesar das dificuldades apontadas nessa pesquisa, as mesmas podem ser contornáveis com estudos preliminares, pois eles apresentaram resultados de qualidade.

4.4. Considerações/síntese sobre as pesquisas

Nesta seção, são apresentadas considerações/síntese a respeito de cada pesquisa realizada nos diferentes níveis de ensino, focando o desenvolvimento da pesquisa no geral, bem como os resultados obtidos e suas conclusões.

4.4.1. Ensino fundamental

Com base na leitura e interpretação das pesquisas, destacamos que o trabalho de Manoel (2013) mostra a necessidade de trabalhar problemas contextualizados além de operações envolvendo números negativos, afinal, trata-se de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em que o que fica evidente é a defasagem de conhecimentos, especialmente, as operações simples como adição e subtração de números inteiros.

A artigo de Beltrão (2010) mostrou por meio de uma amostra de dados relativamente grande que, além da dificuldade que os alunos possuem na conversão do registro língua natural para o registro simbólico algébrico, muitos deles sequer atentou-se ao fato de que a resposta do problema deveria ser na forma de uma inequação algébrica, evidenciando assim a importância de se trabalhar problemas em língua natural que levem a articulação da conversão em ambos os sentidos, para que assim o aluno faça um retrospecto de todo procedimento realizado.

O artigo de Mata-Pereira e Ponte (2013) mostra um fato importante de ser destacado: o caso da generalização de situações de um caso particular para o coletivo, mostrando a não compreensão do objeto matemático e suas propriedades, uma vez que, os procedimentos adotados para uma situação não são necessariamente válidos para outras que tratam de objetos matemáticos diferentes, como é o caso da equação e inequação. Utilizar-se de procedimentos de resolução de equações em situações envolvendo inequações pode ser incorreto em determinados casos.

A dissertação de Fernandes (2013) aponta resultados que condizem com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, na qual há necessidade de trabalhar os diferentes registros de representação, assim como a coordenação entre esses registros, para que o aluno não fique “preso” a um único registro e, por conseguinte, limite seu raciocínio apenas no tratamento deste registro.

Nota-se por meio da dissertação de Dias (2014), a prioridade do registro algébrico para a resolução de inequações pelos professores que lecionam tal conteúdo, bem como a unicidade desse registro entre alguns dos professores sujeitos da pesquisa. Outro fato importante observado é, sobretudo, a falta de conhecimento dos professores relacionados ao conteúdo de inequações e suas propriedades algébricas, mesmo tendo como prioridade o registro algébrico.

4.4.2. Ensino Médio

Para as pesquisas do Ensino Médio, observa-se no artigo de Ramos (2014), que as inequações exponenciais mostraram-se mais difíceis em sua resolução, pois seu processo envolveu a resolução de uma equação quadrática, conceito no qual os alunos apresentaram defasagem de conhecimentos em suas propriedades. Ao mesmo tempo, observa-se também que o registro gráfico da inequação quociente possibilitou compreender de forma correta a solução do exercício proposto envolvendo inequação quociente, fato positivo segundo Duval, dado que coordenar espontaneamente dois registros é um indicio de que o aluno realmente compreendeu o conceito matemático envolvido.

Percebe-se claramente que a pesquisa de Fontalva (2006), apesar de não utilizar como referencial a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, possui em suma, princípios que evidenciam semelhanças com a mesma. Neste caso o autor utiliza tanto para elaboração das atividades, quanto para a interpretação dos resultados o quadro teórico de Douady, que inclui as noções de ferramenta, objeto e as interações entre domínios, trazendo esse último semelhanças com os registros de representação de Duval. Ao final, ele conclui que provavelmente por ser um ensino pautado em técnicas, o ensino-aprendizagem tende a apresentar dificuldades relacionadas à conceitos e propriedades dos objetos matemáticos, sugerindo a interação entre os domínios, fator semelhante a coordenação de registros, considerado relevante na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003).

A dissertação de Conceição Junior (2011) mostrou que utilizar-se de uma abordagem funcional gráfica pode propiciar aos alunos o aprendizado do conteúdo de inequações. Todavia, deve-se levar em consideração que no segundo momento da pesquisa foi aplicado o mesmo instrumento aplicado no primeiro, com a diferença de que os alunos do segundo momento foram privados de utilizarem o s*oftware* Geogebra usado pelos do primeiro. Dessa forma, seria interessante ter um terceiro momento, no qual os alunos resolveriam outro instrumento diagnóstico semelhante, porém não igual ao anterior, a fim de verificar e validar o aprendizado deles com mais consistência e clareza.

A pesquisa de Traldi Jr (2002) mostra por meio do teste diagnóstico inicial aplicado a turma (A), as dificuldades que os alunos têm dificuldades em realizar a conversão entre os registros de representação, assim como identificar o objeto matemático sistema linear nos problemas e, consequentemente, resolver problemas de otimização. Contudo, mostrou também que trabalhar com atividades que favorecem a coordenação dos diferentes registros em uma sequência didática, propicia um maior êxito no mesmo teste diagnóstico.

4.4.3. Ensino Superior

Com vistas às pesquisas voltadas ao Ensino Superior, o artigo de Travassos e Rezende (2017) apesar de utilizar um software para realização dos exercícios, mostra, assim como as pesquisas de Fontalva (2006) e Melo (2007), que a operação de inversão ao multiplicar ou dividir por um número negativo é índice do maior número de erros na resolução de inequações polinomiais do 1º grau na representação algébrica, além de erros com operações elementares na aritmética e na álgebra, e isso ocorre até mesmo com alunos ingressos no curso de Licenciatura em Matemática. Considerando que o conteúdo de inequações é, inicialmente, estudado no 4º ciclo do Ensino Fundamental e que os graduandos do curso passaram por um teste vestibular para ingressar no Ensino Superior, nota-se que há uma defasagem nos conhecimentos aritméticos e algébricos por parte dos alunos relacionados a tal conceito.

O artigo de Campos e Giusti (2008) revela, assim como a pesquisa de Travassos e Rezende (2017) que, até mesmo os alunos do Ensino Superior, futuros professores de Matemática, trazem consigo dificuldades em resolver inequações polinomiais de 1º grau, em particular, aquelas cujo valor da incógnita x apresenta-se como um número inteiro negativo. Dificuldades estas, possivelmente, oriundas de uma formação deficiente durante a Educação Básica, levando em conta que os alunos utilizam mais dos aspectos intuitivos do que os outros aspectos para resolverem as inequações.

Pautada na teoria dos Registros de Representação Semiótica, a pesquisa de Melo (2007) mostra que utilizar os livros e apostilas como o único meio para trabalhar exercícios pode não ser o melhor caminho, devido a defasagem que os mesmos possuem em se tratando da coordenação de registros presentes em seus exercícios. Evidencia também que, apesar da vasta experiência que os docentes possuem no magistério, além de relatarem o uso dos diferentes registros de representação semiótica, ainda é falha a conversão no “sentido inverso”, a conversão entre um e outro registro.

A dissertação de Magalhães (2013) apresenta fatos semelhantes à pesquisa de Mata-Pereira e Ponte (2013), uma vez que menciona sobre a abordagem indutiva dos alunos com relação aos problemas de inequações, mostrando assim uma resolução tecnicista por parte dos estudantes, sem a compreensão das propriedades e conceitos envolvidos na resolução.

A tese de Souza (2008) apresenta resultados evidenciando a não utilização dos aspectos formais na resolução de inequações realizadas tanto por professores da Educação Básica, como por estudantes da Licenciatura em Matemática, mostrando mais uma vez a compreensão parcial a respeito do conceito de inequações.

4.5. Considerações finais sobre a literatura prévia abordada

Diante de toda informação elencada nessa revisão bibliográfica, notamos alguns aspectos relacionadas às pesquisas e também relações entre as mesmas.

De fato, pesquisas relacionadas especificamente ao conceito de inequação do 1º grau, conceito este abordado nessa dissertação, não são encontradas facilmente nas buscas, o que levou-nos a considerar algumas pesquisas pertinentes correlatas ao tema. Entretanto, percebe-se mesmo nessas pesquisas correlatas, aspectos semelhantes aos encontrados em outras pesquisas, tais como: dificuldades nas operações matemáticas de cálculo. Isto quer dizer que de todos os problemas elencados nessa pesquisa, este é, principalmente, o que de certa forma não deveria ser encontrado, posto que as operações matemáticas são a base para resolução algébrica de vários conceitos matemáticos e um fator essencial para o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Outro aspecto que ganha destaque nas pesquisas envolvendo resolução algébrica de inequações contendo variáveis negativas, é o fato de o estudante realizar incorretamente os processos na expressão, ao multiplicar ou dividir a desigualdade por um número negativo, o que pode indicar não somente a falta de atenção ao realizar o cálculo, mas uma compreensão parcial das propriedades e operações das inequações.

Dentre as demais dificuldades que são mencionadas nas pesquisas, observa-se também que uma boa parcela, como as pesquisas de Fernandes (2013), Dias (2014), Mata-Pereira e Ponte (2013), Conceição Junior (2011), Traldi Jr (2002), Travassos e Rezende (2017), Melo (2007), Magalhães (2013) e Souza (2008) utiliza pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, evidenciando não somente a importância desta, mas apresentando inclusive resultados que indicam a necessidade de trabalhar as diferentes representações do conceito de inequação, uma vez que os resultados apresentam situações nas quais os estudantes demonstram dificuldades, em especial, na resolução de problemas e, consequentemente, na conversão da língua natural para algébrica, o que sugere a não compreensão do conceito inequação em suas diferentes representações.

O quadro 14, ilustrado na sequência, apresenta o foco das 14 pesquisas apresentadas na seção de revisão bibliográfica.

Quadro 14: Pesquisas com foco em ensino e aprendizagem.

Ensino		Aprendizagem		Ensino/aprendizagem	
Dias (2014)		Manoel (2013)		Conceição Junior (2011)	
Melo (2007)		Beltrão (2010)			
		Mata-Pereira e Ponte (2013)			
		Fernandes (2013)			
		Ramos (2014)			
		Fontalva (2006)			
		Traldi Jr (2002)			
		Travassos e Rezende (2017)			
		Campos e Giusti (2008)			
		Magalhães (2013)			
		Souza (2008)			
Total	2	Total	11	Total	1

Fonte: autor.

Das 14 pesquisas, duas tem como foco o Ensino, 11 como foco a aprendizagem e uma foca tanto no ensino como na aprendizagem. Assim, infere-se que as pesquisas nessa temática tendem a ser mais voltadas à aprendizagem do que ao Ensino. Porém, das 11 pesquisas que apontaram erros e dificuldades dos alunos, nenhuma aborda sujeitos dos anos seguintes da graduação em licenciatura, deixando essa brecha para interpretarmos possibilidades de resultados, que poderiam ocorrer com algumas pesquisas que abordaram somente um determinado ano específico de um nível de ensino.

Posto isso, surge a necessidade de verificar nos quatro anos da licenciatura em Matemática se os conceitos referentes às inequações de 1º grau estão bem consolidados, e se caso não estejam, qual ano passa a ter mais êxitos nas respostas quando comparados aos estudantes do 1º ano de matemática, haja visto que as demais pesquisas não abordaram sujeitos de diferentes anos da graduação, para se ter um resultado mais amplo referente a graduação, e sim somente o primeiro ano da matemática, a qual deixa a desejar no objetivo que queremos obter: Qual o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações de 1º grau e suas diferentes representações?

5 – TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Esta seção objetiva apresentar ao leitor fundamentos teóricos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica utilizada para o desenvolvimento da pesquisa assim como para a elaboração das atividades relacionadas ao conceito de inequação, e sobretudo, para as análises dos dados obtidos.

Deste modo, são apresentados alguns conceitos importantes da teoria como as operações de tratamento, conversão e sobre o fenômeno de congruência semântica, que algumas atividades que envolvem a conversão de registros possuem.

Destacam-se também nessa seção as diferentes representações semióticas que o conceito de inequação pode assumir e que serão abrangidas no desenvolvimento dessa pesquisa, como parte do estudo piloto e estudo final.

5.1. Conceitos e definições sobre Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Filósofo e psicólogo de formação, Raymond Duval buscou na psicologia cognitiva respostas que pudessem contribuir para a aprendizagem em matemática, o que culminou na criação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A aprendizagem em matemática, segundo Duval (2003) apresenta algumas peculiaridades se comparada a outras ciências, devido a realidade abstrata em que a mesma se situa, isto é, o acesso a seus objetos somente é possível por meio de representações, o que a torna complexa diante das atividades cognitivas que devem ser realizadas para reconhecimento do objeto matemático. Mas afinal, o que são tais peculiaridades que a matemática apresenta em seu aprendizado?

Duval (2009) alega que essas peculiaridades que a matemática possui, quanto à aprendizagem, deriva-se do fato de que, os objetos matemáticos, ou seja, os conceitos, possuem especificidades com relação ao seu acesso, em razão da abstração. Eles só podem ser acessados por meio de suas representações, o que acarreta na necessidade de utilização de sistemas de expressão, imagens, representações e também, a língua natural. Tais aspectos serão detalhados posteriormente.

Considerando a necessidade de conhecimentos sobre os diferentes aspectos que a matemática exige para que haja sua compreensão, Duval (2009) acrescenta: “[...] não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação" (2009, p. 14).

Damm (2015) destaca que

> Em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino, precisamos levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2015, p. 167).

À vista disso, outra indagação concernente à aprendizagem manifesta-se neste momento. Se os objetos matemáticos só são identificados por meio de suas representações, como distinguir objeto de representação? Tal indagação gerou o que Duval define por "*paradoxo cognitivo da matemática"* (DUVAL *et al*, 2013, p. 17).

Duval (2009) menciona que é essencial distinguir o objeto matemático de suas representações, como por exemplo, as funções, equações, retas com suas representações, quer dizer, as escrituras, os símbolos, diagramas, figuras, gráficos, etc. Isso se dá pelo fato de que o mesmo objeto matemático pode apresentar diferentes representações, o que torna possível identificá-lo em suas diferentes formas.

Segundo Flores,

> Permanecer num único registro de representação significa tomar a representação como sendo de fato o objeto matemático – por exemplo, $f(x) = x$ seria a função, e não uma representação do objeto matemático. Logo, para não confundir o objeto e o conteúdo de sua representação é necessário dispor de, ao menos, duas representações, de modo que estas duas devam ser percebidas como representando o mesmo objeto. Além disso, é preciso que o estudante seja capaz de converter [...] entre uma e outra representação (2006, p.4).

Porém, se não compreendido de maneira que possa identificá-lo em cada uma de suas representações, com o tempo, essa confusão entre objeto e representação resulta na perda de compreensão de ambos.

Portanto, é preciso que o aluno não apenas tenha conhecimento sobre as diferentes representações que um objeto matemático possui, mas que também saiba coordenar os diferentes registros, transitando entre uma e outra representação de um mesmo objeto matemático a fim de que ocorra a apreensão conceitual do objeto estudado. Mas afinal, o que são esses registros? E como coordená-los?

Para designar, na matemática, os diferentes tipos de representações semióticas que podem ser utilizadas, Duval (2003) faz uma releitura do termo "registros" de representação de

Descartes, e classifica quatro grandes tipos de registros de representações diferentes entre si, os quais são apresentados no quadro 15 que segue.

Quadro 15: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática).

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária, decimal, fracionaria...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

Como é possível notar no quadro 15, dentro de um registro existem diversas representações. Tomemos como exemplo os sistemas de escrita, nos quais é possível elencar as representações desse registro em numéricas (binárias, decimal, fracionárias ...); algébricas; simbólicas etc., ou seja, há um leque de possibilidades de representações que cada conceito matemático possui, em consequência da diversidade de representações que o mesmo pode assumir, podendo uns ter mais, outros menos.

Dessa forma, Duval “conjectura” que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas” (2003, p. 15), quer dizer, o termo coordenar diante deste contexto, tem a função de “transitar” entre uma e outra representação identificando o objeto matemático de modo que estabeleça relações com suas diferentes representações semióticas, ocorrendo a transição de forma espontânea.

Duval (2012) é enfático ao mencionar a importância dos problemas na matemática em língua natural, devido ao fato deles propiciarem a coordenação de registros, uma vez que para a resolução deles é necessária a conversão para um determinado registro, entretanto, a resposta final volta ao registro em língua natural. Deste modo, “a língua natural deve ser considerada, ao mesmo tempo, um registro de partida e um registro de chegada. Mas, é aí que está o ponto importante: esta conversão interna não é feita diretamente, ela passa por representações intermediárias" (DUVAL, 2012, p. 295).

No processo de conversão, existem variáveis cognitivas que são especificas de cada registro (DUVAL, 2003), exigindo níveis cognitivos de raciocínio diferentes no processo de "ida" e no processo de "volta" da conversão.

> A conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha. Em outras palavras, para que haja coordenação sinérgica de vários registros, é preciso ser capaz de converter as representações nos dois sentidos e não em um único (DUVAL, 2011, p. 118).

Duval (2011) expõe tal divergência do processo de ida e volta de um registro, levando em conta que as conversões de determinados registros podem ser simples em um sentido, por exemplo, do registro algébrico para o registro gráfico, no processo de construção do gráfico de uma função, contudo, a volta da conversão, ou melhor, do gráfico para o registro algébrico pode ter um custo cognitivo maior quando comparado com a ida da conversão. É essa coordenação entre registros a essência da apreensão conceitual do objeto matemático.

Dessa maneira, a coordenação de registros destaca-se como via para a compreensão do objeto matemático, juntamente com os problemas em língua natural que propiciam tais coordenações. Essa coordenação de registros e inclusive o reconhecimento do mesmo objeto matemático em suas diferentes representações é mencionada de diversas formas, como podemos observar no Parâmetros Curriculares:

> Tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta (BRASIL, 1998, p. 87).

Nesse trecho os PCN (BRASIL, 1998) destacam ações que coincidem com os pressupostos da Teoria dos Registros de Representações Semióticas no que diz respeito à conversão, isto é, na passagem do registro língua natural (situação-problema) para um registro maior *sistema de escrita* algébrico. Já nos PCN+, há um trecho semelhante:

> Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações (BRASIL, 2002, p. 114).

Observe que neste trecho, os PCN+ mencionam ações que se assemelham às conversões da Teoria do Registros de Representação Semiótica, estas que implicam em realizar a conversão da linguagem discursiva (registro em língua natural) para esquemas, tabelas e gráficos (registro gráfico), desenhos (registro figural) fórmulas ou equações matemáticas (registro sistemas de escrita) e vice-versa (coordenar as diferentes representações).

Com isso, Duval (2012a) chama atenção para a utilização de problemas em língua natural, pois, as respostas requeridas por questionários do tipo QCM (questionário com questões de múltipla escolha) não propiciam a atividade de formação de representação, com exceção de poucas situações. Por outro lado, toda resolução de problema (língua natural) em matemática pressupõe de forma implícita ou explícita essa capacidade de mobilizar as representações, o que torna viável a utilização de problemas de objetos matemáticos no ensino-aprendizagem, devido a esse fator preponderante para apreensão conceitual. Este fator referente ao uso de problemas, ao invés de questionários ou mesmo exercícios fechados no ensino, apresenta respaldo também nas concepções de outros autores.

Para que ocorra essa coordenação de registros e a compreensão do objeto matemático, alguns fatores transformadores das representações semióticas são fundamentais para processos de transformação, estes denominados por Duval (2003, 2009) como **tratamento e conversão**.

"Um **tratamento** é a transformação de uma representação obtida como dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de parada na série de transformações efetuadas" (DUVAL, 2009, p. 57). De modo sucinto, os tratamentos são transformações internamente a um sistema ou a um registro de representação.

Segundo Duval (2009), são exemplos de tratamento:

- O cálculo: perceba que o cálculo é um tratamento realizado internamente, por exemplo, ao registro de uma escritura simbólica, na qual efetuam-se operações, fazendo com que algarismos e letras sejam alteradas, possibilitando uma nova etapa para o desenvolvimento do cálculo e, por conseguinte chegar a sua solução.

O exemplo abaixo, envolvendo a resolução de uma inequação algébrica, exemplifica o exposto.

Quadro 16: Exemplo de tratamento – cálculo.

Inequação

$$5x - 11 \geq x + 1$$

Tratamento da inequação

$$5x - x \geq 1 + 11$$

$$4x \geq 12$$

$$x \geq 3$$

Fonte: autor.

Nota-se que as transformações realizadas no registro de partida ($5x - 11 \geq x + 1$), ou seja, no sistema de escrita simbólico algébrico, não sofreram alterações de modo que passasse a outro registro, nem durante o processo de resolução, nem no registro final ($x \geq 3$), classificando tal procedimento como tratamento (caso houvesse alteração de registro, se trataria de uma conversão, conceito este que será apresentado posteriormente).

- Paráfrase: considera-se a paráfrase como tratamento específico para o registro discursivo multifuncional na língua natural, em que os tratamentos não são mais algoritmizáveis, como no exemplo do cálculo. Neste tratamento há uma reformulação de maneira que substitua o enunciado do mesmo ou explique-o.

O quadro 17 apresenta o tratamento em língua natural relacionado a um problema matemático sobre o conceito de inequação.

Quadro 17: Exemplo de tratamento – paráfrase.

Enunciado

Sabendo que um valor x mais o seu dobro não é menor, nem mesmo igual ao produto de quatro e cinco, determine o valor de x.

Tratamento do enunciado

Determine o valor de x, sabendo que x mais duas vezes o x é maior que vinte.

Fonte: autor.

Assim como no exemplo do quadro 16, percebe-se que no exemplo do quadro 17 houveram alterações internas ao registro em língua natural, que favoreceram a compreensão do enunciado por meio da substituição e organização de palavras, porém, não alterando o registro do qual partiu-se ao iniciar o tratamento, quer dizer, realizam-se modificações internas ao registro.

No que se refere à **conversão**, “converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58). De forma sucinta, a conversão é a transformação que ocorre externamente em relação ao registro de partida.

Assim como tratamento, algumas operações são denominadas como conversões de registros de representações semióticas, por exemplo: a ilustração, na qual denomina-se por ilustração a conversão de modo que haja correspondência entre uma palavra, uma frase ou um enunciado com uma figura; a interpretação ou descrição, que seria o processo inverso da ilustração, ou seja, da imagem ao texto. Também temos a “tradução”, a “codificação”, etc. (DUVAL, 2009).

O quadro 18, apresenta dois exemplos de conversões entre três diferentes registros de representação semióticas envolvendo o conceito de inequação.

Quadro 18: Exemplos de conversões.

Língua Natural → Sistema de escrita algébrico

Enunciado: Dado um número x, determine seu valor de modo que ao somá-lo com seu triplo, o resultado não ultrapasse 240.

Resolução (conversão)

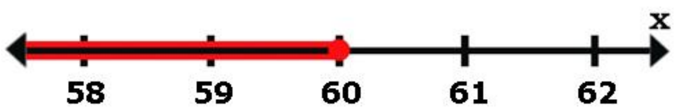
$$x + 3x \leq 240$$

Sistema de escrita algébrico simbólico → Registro geométrico

Represente a inequação a seguir na reta numérica.

$$x \leq 60$$

Resolução



Fonte: autor.

No quadro 18, há dois exemplos de conversões, na qual temos no primeiro exemplo a conversão do registo língua natural para o registro sistema de escrita algébrico e, no segundo exemplo, do registro sistemas de escrita algébrico para o registro geométrico. Esses exemplos envolvem três tipos diferentes de registros: o simbólico algébrico (sistemas de escrita), o registro na língua natural e o registro geométrico (figuras planas ou em perspectivas).

Realizar essas transformações nas representações semióticas, como o tratamento ou a conversão, vai muito além da parte visual, da observação dos símbolos, dos gráficos, etc. Esse conjunto de imagens e conceitos prende-se a existência do que Duval (2009) define por representações mentais.

“As representações mentais são todas as que permitem uma visão de objeto na ausência de todo o significante perceptível” (DUVAL, 2009, p. 45). É interessante mencionar ainda que, as representações mentais não se constituem apenas pelo que Duval chama de “imagens mentais” mas envolvem muito mais além dos conceitos, suposições, noções, isto é, envolvem, acima de tudo, “as projeções mais difusas e mais globais que refletem os conhecimentos e os valores que um indivíduo reparte com seu meio, ou com um grupo particular, ou as que refletem seus próprios desejos” (idem, p. 45).

Entretanto, há de se pensar que as representações semióticas são apenas consequências das representações mentais, ou apenas têm a função de comunicação, sendo uma maneira de exteriorizar as representações mentais. Para melhor compreensão disso, Duval (2009) chama de *semíosis*, a apreensão de uma representação, quer dizer, o reconhecimento da representação semiótica ou até a produção de uma representação semiótica, e *noésis* a apreensão conceitual do objeto, referindo-se aos atos cognitivos, que proporcionam o reconhecimento do objeto matemático na representação semiótica.

As representações semióticas não possuem apenas a função de comunicação, mas também são indispensáveis no processo de desenvolvimento da atividade matemática, das funções cognitivas fundamentais. “As representações mentais não podem jamais ser consideradas independente das representações semióticas, [...] é a *semíosis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*” (ibidem, p. 17).

A conversão é uma atividade que possibilita compreender essa relação entre *noésis* e *semíosis*, uma vez que a transformação de um registro para outro, exige no sujeito que a executa a coordenação dos registros, melhor dizendo, aprendizagens conceituais do objeto matemático em questão, o que possibilita inferir que não há *noésis* sem *semíosis*.

Observa-se que nos diferentes sistemas semióticos, cada representação possui suas especificidades, que permitem designá-los, e também características únicas, como nos casos dos registros monofuncionais (representação discursiva), que permitem a utilização de tratamentos algoritmizáveis.

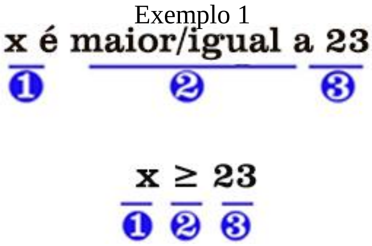
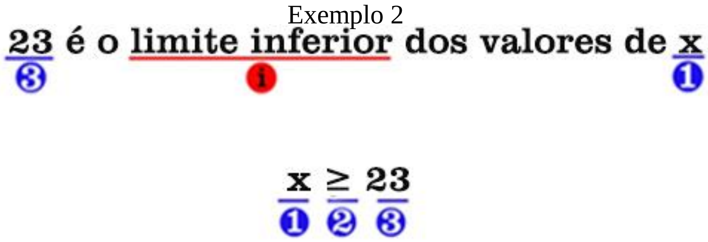
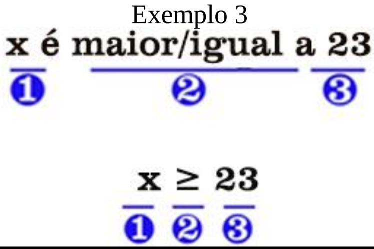
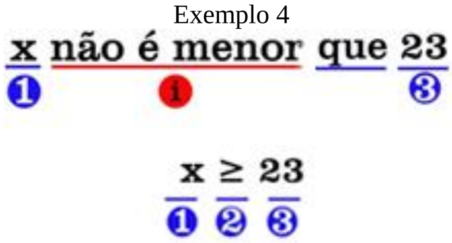
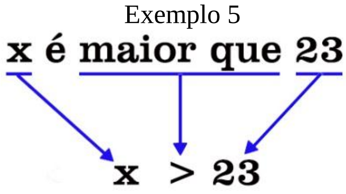
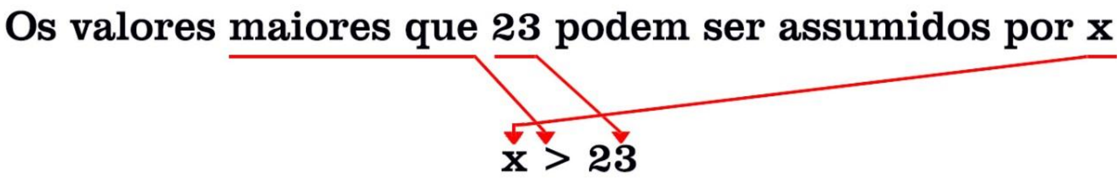
No tocante às operações de conversões, além dos aspectos supracitados, elas possuem problemas específicos em seus procedimentos, estes que influenciam na mudança de registros, tornando o processo mais complexo de ser realizado. Isso resulta do fenômeno definido por Duval (2009) de não-congruência.

Essa passagem de uma representação à outra torna-se espontânea quando as representações são congruentes, o que implica em obedecer às três condições: correspondência semântica, univocidade semântica terminal e a organização das unidades significantes (DUVAL, 2009).

- Correspondência semântica dos elementos significantes: a cada unidade significante presente no registro de partida, associa-se uma unidade significante no registro de chegada.
- Univocidade semântica terminal: para cada unidade significante presente no registro de partida, há a correspondência de apenas uma unidade significante no registro de chegada.
- Organização das unidades significantes: refere-se a ordem que as unidades significantes compõem cada uma das duas representações. Vale destacar que somente é pertinente quando as duas representações apresentam o mesmo número de dimensão.

No quadro 19, que segue, há a exemplificação dos três critérios relacionadas à congruência semântica. A questão ilustrada tem pretende expressar algebricamente o valor de *x* para as situações que são apresentadas em língua natural.

Quadro 19: Exemplos dos três critérios de congruência semântica.

Correspondência semântica dos elementos significativos
Exemplo 1 
Exemplo 2 
Univocidade semântica terminal
Exemplo 3 
Exemplo 4 
Organização das unidades significantes
Exemplo 5 
Exemplo 6 

Fonte: autor.

Ao interpretar o exemplo presente no quadro 19, relacionado à correspondência semântica, nota-se que no exemplo 1 a correspondência semântica é satisfeita, pois as unidades significantes presentes no enunciado em língua natural possuem correspondência com a resposta algébrica.

Por outro lado, no exemplo 2, a correspondência semântica não é satisfeita, considerando-se que o termo “limite inferior” não apresenta correspondência com a unidade significante “$\geq$”, presente na conversão algébrica. Percebe-se também que as unidades “x” e “23” possuem correspondência com a resposta, contudo, o fato de o enunciado não possuir correspondência para o termo “$\geq$” acarreta maiores dificuldades no processo de conversão de registros devido à complexidade distinta dos processos cognitivos, realizados do primeiro para o segundo exemplo.

Quanto à univocidade semântica terminal, observa-se que no exemplo 3 ela é satisfeita, isto porque, para univocidade semântica terminal ser satisfeita, é necessário que para cada unidade significante presente no registro de partida, neste caso, no enunciado do problema em língua natural, haja somente uma unidade significante correspondente no registro de chegada - o registro algébrico. Em contrapartida, observa-se no exemplo 4 não há univocidade semântica, uma vez que a unidade significante (i) possui mais de uma interpretação, ou melhor, o termo *não é menor* pode implicar no registro de chegada como sendo *maior, igual,* ou *maior/igual,* constituindo-se assim como um problema, o qual tal condição de congruência está ausente no processo de conversão para a escritura algébrica.

Em relação à condição de organização das unidades significantes, diante do exemplo 5, o qual distingue-se dos demais apenas no que diz respeito à representação das unidades significantes, indicadas por setas, nota-se que a condição de organização foi satisfeita, devido ao fato de a ordem em que as unidades significantes aparecem no registro de partida coincidirem com a mesma ordem em que aparecem as unidades significantes no registro de chegada. Um exemplo que vai no sentido oposto a este caso pode ser visto no exemplo 6, apresentado por um enunciado parafraseado, em que a ordem de incidência de leitura das unidades significantes foram alteradas.

O resultado deste tratamento no enunciado fez com que a sequência dos elementos significativos que compõem o enunciado e a resposta não coincidissem, resultando assim, na incompatibilidade de satisfazer-se tal condição. Duval explica que “duas expressões podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes (elas podem “querer dizer a mesma coisa”, elas podem ser verdadeiras ou falsas ao mesmo tempo) e não serem semanticamente congruentes: neste caso, há um custo cognitivo importante para a compreensão” (2012b, p. 100).

Portanto, perante os exemplos presentes no quadro 19, percebe-se que os enunciados apresentados nos exemplos um, três e cinco, satisfazem os três critérios mencionados, o que torna a conversão da língua natural para a escrita algébrica, uma conversão congruente. Já os demais exemplos (2, 4 e 6) exemplificaram situações em que apenas um simples tratamento no registro pode acarretar diferenças nos níveis de complexidade de resolução, visto que um ou mais critérios de congruência não são satisfeitas. **"Toda tarefa na qual a conversão das representações é congruente dá lugar a uma taxa elevada de sucesso. Toda tarefa na qual a conversão não é congruente dá lugar a uma taxa mais ou menos fraca de sucesso, conforme o grau de não-congruência"** (DUVAL, 2009, p. 19, grifo do autor).

Por um lado, pode-se afirmar que há um aumento na complexidade das resoluções das atividades, quando os critérios de congruência semântica não são satisfeitos. No entanto, é possível também pressupor que, na medida em que o estudante realiza corretamente a resolução, mesmo com níveis altos de não-congruência, é um sinal de que ele possa realmente ter compreendido a nível conceitual sobre o objeto matemático trabalhado.

5.2. Diferentes representações do conceito de inequação

Tendo como aporte teórico os pressupostos de Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para a compreensão de conceitos matemáticos, releva-se a importância de trabalhar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

Levando em consideração os quatro grandes registros mencionados por Duval (2003), e as diferentes representações que constituem cada sistema semiótico, são apresentadas a seguir, diferentes representações que o conceito de inequação do 1º grau pode assumir ao ser trabalhado no processo de ensino e aprendizagem.

5.2.1. Representação em língua natural

Categorizada como um dos quatro grandes registros, o registro em língua natural define-se como a língua na qual o estudante tem "afinidade", comumente chamada de língua materna ou língua corrente. Para os estudantes brasileiros, entende-se como língua natural o português – língua oficial do Brasil, para os estudantes Chineses, entende-se como língua natural o mandarim – língua oficial da China, etc. Entretanto, deve-se considerar o contexto no qual o estudante está inserido, pois existem casos em que um país apresenta variações de idioma em diferentes localidades.

O conceito de inequação pode ser representado em língua natural, por intermédio de exercícios que contêm em seu enunciado condições que expressam relações de diferenças entre dois termos. Todavia, temos os problemas contextualizados, que expressam por meio de uma situação contextualizada, condições que possam ser resolvidas por inequações. O quadro 20 exemplifica o exposto mencionado.

Quadro 20: Língua natural – exemplos de atividades envolvendo o conceito de inequação.

Exercício: Sabe-se que a diferença entre x e seu dobro é menor que 4. Quais valores x pode assumir neste caso? **Problema contextualizado:** O Centro Esportivo Francisco Bueno Neto, popularmente conhecido como Chico Neto, é um dos principais ginásios de Maringá, com capacidade para aproximadamente 6000 espectadores. Em uma determinada partida de Futsal, sabe-se que o número de adolescentes foi de 2640 e que o número de adultos foi igual ao dobro de idosos. Com base nessas informações, e considerando a capacidade máxima de 6000 pessoas, encontre o possível número de idosos espectadores desta partida (Considere faixas etárias diferentes para cada categoria).

Fonte: autor.

Nota-se que ambos os exemplos apresentados no quadro 20 estão no registro em língua natural e podem ser resolvidos por intermédio de inequações. A diferença é que o primeiro apresenta dados que podem ser resolvidos por procedimentos mais “simples”, enquanto que o segundo aborda um contexto no qual é preciso estabelecer relações entre os dados do problema a fim de sistematizar os procedimentos de resolução a serem executados.

5.2.2. Representação algébrica

Para essa pesquisa, consideramos como representação algébrica as representações do registro algébrico, pertencente a um dos quatro registros maiores definidos por Duval (2003), o registro *sistemas de escrita*.

Usualmente foco nos livros e apostilas do ensino superior (MELO, 2007) e uma das principais representações apresentadas nos livros didáticos (TRAVASSOS; REZENDE, 2015a, 2015b, 2015c), a representação algébrica do conceito de inequação caracteriza-se pela semelhança com o conceito de equação e por estabelecer conexões com o mesmo, mas que difere em suas propriedades, operações e, principalmente, no símbolo que separa a expressão algébrica em dois membros. Logo após, no quadro 21 há a apresentação de alguns exemplos de representações algébricas envolvendo inequação.

Quadro 21: Representação algébrica - exemplos de atividades envolvendo o conceito de inequação.

a) $-4x + 3 > -7 + x$

b) $10 - x < x - 10$

c) $23 \geq 5x - 37$

d) $\frac{4}{3}x \leq \frac{1}{3}x - 21$

Fonte: autor.

No que tange às representações algébricas, as inequações podem apresentar quatro tipos de relações entre os membros de uma expressão, são elas: a relação de maior/maior que “>”, relação de menor/menor que “<”, relação de maior ou igual “≥” e, relação de menor ou igual “≤”.

5.2.3. Representação numérica

A representação numérica, composta por números decimais, fracionários, binários, etc. faz parte do registro maior *sistemas de escritas*. Referente ao conceito de inequação, observa-se que o mesmo pode ter sua solução representada numericamente por intervalos, conforme exemplificado no quadro 22.

Quadro 22: Representação numérica - exemplo de solução envolvendo o conceito de inequação.

a) $(2, \infty)$

b) $(-\infty, 7)$

c) $[4, \infty)$

d) $(-\infty, 1]$

Fonte: autor.

O quadro 22 mostra alguns exemplos de intervalos numéricos, representando, acima de tudo, a solução de uma inequação. Além destes, outros poderiam ser realizados, tais como (1,4), [9,13], etc. No entanto, esses fazem referência às inequações simultâneas, conteúdo este que não é foco nesta pesquisa.

5.2.4. Representação gráfica - tabular

Define-se aqui por representação gráfica tabular ou apenas representação tabular, as representações gráficas do tipo tabela, as quais fazem parte do registro maior *gráficos cartesianos*. Uma de suas vantagens é a organização e visualização dos dados separadamente, propiciando a função cognitiva de identificação. Porém, é importante atentar-se ao fato de que,

> No que diz respeito a organização representacional das tabelas é visível a disposição dos dados, ou informações em linhas e colunas. Porém, esta não é uma característica exclusiva das tabelas, a utilização de uma forma quadriculada aparece, igualmente, nas representações cartesianas, e histogramas-gráficos de barra. Portando, tal característica, diz Duval (2002), não é suficiente para descrever o funcionamento representacional das tabelas, sendo necessário discernir a especificidade das tabelas em relação as outras representações gráficas (FLORES; MORETTI, 2005, p. 5).

Observe o exemplo do quadro 23, a seguir.

Quadro 23: Representação tabular - exemplo de atividade envolvendo o conceito de inequação.

Os dados na tabela a seguir apresentam a relação de preços que duas empresas cobram para realizar uma festa.

Empresa	Taxa fixa para contratação	Custo/hora da festa
WT-Eventos	R$ 25,00	R$ 75,00
MP-Eventos	R$ 60,00	R$ 65,00

Para economizar dinheiro, em qual condição a empresa MP-Eventos se torna apropriada para contratação?

Fonte: autor.

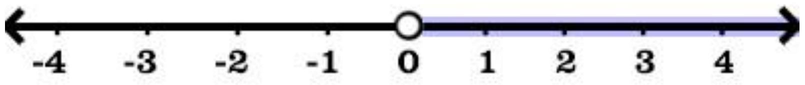
Observe que na representação tabular, a organização dos dados difere da representação gráfica cartesiana nesse aspecto, modificando assim, a leitura das unidades significantes entre as representações tabular e gráfica cartesiana.

5.2.5 Representação geométrica

Fazendo parte do registro maior *figuras geométricas planas ou em perspectivas*, aqui considerado como registro figural geométrico ou apenas registro geométrico, a reta numérica é representada por um segmento tendendo ao infinito tanto pela esquerda como pela direita, na qual pode-se representar um único valor ou um conjunto de valores em seu segmento, usualmente representados por valores correspondendo à *x*. O quadro 24 demonstra um exemplo de atividade de inequação envolvendo a representação geométrica – reta numérica.

Quadro 24: Representação geométrica - exemplo de atividade envolvendo o conceito de inequação.

Represente a reta numérica a seguir por meio de uma inequação algébrica.



Fonte: autor.

Há no quadro 24 a representação de uma reta numérica, na qual o traço azul indica elementos pertencentes àquele intervalo numérico e o círculo aberto indica o início do segmento numérico exceto o número zero, o que algebricamente corresponde ao sinal “>” ao invés de “≥” (caso o círculo estivesse preenchido internamente). Neste caso, a conversão para uma inequação algébrica seria $x > 0$.

Nessa seção foram apresentadas cinco representações semióticas diferentes sobre o conceito de inequação do 1º grau, abordando um exemplo de atividade em cada representação, mostrando que é possível, mesmo que de maneira simples, trabalhar as diferentes representações com o conceito de inequação do 1º grau.

6 – METODOLOGIA

Esta seção apresenta de forma detalhada os procedimentos adotados para o desenvolvimento da pesquisa, assim como informações gerais a respeito da pesquisa, dos sujeitos de pesquisa do teste piloto, do teste final, do instrumento de coleta de dados, dos procedimentos de coleta de dados e também, os procedimentos de análises desses dados.

6.1. Natureza da pesquisa e problema de pesquisa

A presente pesquisa no que diz respeito à abordagem, define-se como um estudo de natureza quanti-qualitativa, uma vez que aborda tanto dados e análises que trazem aspectos de uma pesquisa quantitativa atrelado as características de uma qualitativa.

Segundo Fonseca (2002),

> Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo da pesquisa. A pesquisa quantitativa se centra na objetividade. Influenciada pelo positivismo, considera que a realidade só pode ser compreendida com base na análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros. A pesquisa quantitativa recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc. A utilização conjunta da pesquisa qualitativa e quantitativa permite recolher mais informações do que se poderia conseguir isoladamente (FONSECA[11], 2002, p. 20 apud SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009, p. 33).

Atrelado ao quantitativo, a qualitativa exerce a função de analisar, subjetivamente, os dados quantitativos, externalizando dificuldades e erros analisados nos padrões de respostas encontrados nas análises, não se atentando, especificamente, à representatividade numérica, mas no aprofundamento das informações.

Para Silveira e Córdova (2009) "na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado" (SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009, p. 32). Logo, na pesquisa qualitativa, cabe ao pesquisador colocar-se como sujeito, com a finalidade de compreender os procedimentos envolvidos no desenvolvimento da pesquisa, bem como

[11] FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

questionar-se a respeito dos resultados, haja visto que nem todos resultados estão explícitos de acordo com o que se deseja obter.

Sobretudo, a presente pesquisa apresenta objetivos referentes à pesquisas de natureza exploratória. Conforme Gil (2008), as pesquisas exploratórias têm como objetivo proporcionar uma visão geral a respeito de determinado fato que geralmente é pouco explorado e, consequentemente, difícil de formular hipóteses precisas.

A metodologia apresentada delineou-se devido às necessidades em obter-se respostas do seguinte problema de pesquisa: **Qual o desempenho de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas às inequações e suas diferentes representações?**

Para responder ao problema de pesquisa, determina-se como objetivo geral: **Analisar o desempenho de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades relacionadas as inequações e suas diferentes representações.**

Para tanto, os procedimentos desdobraram-se nos seguintes objetivos específicos:

- Analisar as resoluções dos estudantes, com foco nas operações e transformações realizadas nas representações;
- Analisar as dificuldades apresentadas em cada registro de representação;
- Analisar o êxito nas resoluções de exercícios que obedecem a diferentes níveis de dificuldades.

6.2. Sujeitos da pesquisa

Os sujeitos para o estudo final dessa pesquisa de mestrado foram 16 acadêmicos, sendo: dois acadêmicos e duas acadêmicas do primeiro ano; um acadêmico e três acadêmicas do segundo ano; dois acadêmicos e duas acadêmicas do terceiro ano e dois acadêmicos e duas acadêmicas do quarto ano. Todos estudantes de graduação em licenciatura em Matemática - período integral, de uma Universidade pública do Estado do Paraná.

Contudo, para a presente dissertação, estamos referindo a todos esses estudantes como “acadêmico(s)”, no masculino, de modo a generalizar o termo.

6.3. Instrumentos de coleta de dados

Nesta seção são apresentados os instrumentos utilizados na coleta de dados no estudo final desta pesquisa, o qual visou identificar o desempenho dos estudantes a respeito do conceito de inequação do 1º grau com uma variável. Estes instrumentos foram organizados em três partes, que seguem:

- Instrumento de pesquisa – 1: composto por oito exercícios em língua natural, visa analisar o desempenho dos estudantes no que se refere à interpretação e organização das unidades significantes, presentes nos exercícios elaborados de acordo com os três níveis de congruência semântica.
- Instrumento de pesquisa – 2: composto por cinco problemas contextualizados, tem como objetivo analisar a identificação e interpretação das unidades significantes, presentes no problema por parte dos estudantes, bem como a conversão para o registro algébrico obedecendo os critérios e objetivos especificados nos enunciados dos problemas, de acordo com cada contexto.
- Instrumento de pesquisa – 3: composto por quatro exercícios, este terceiro e último instrumento de pesquisa objetivou analisar as diferentes conversões entre os registros de representação semiótica relacionadas ao conceito de inequação do 1º grau, e, assim como nos demais instrumentos de pesquisa, buscou verificar em qual exercício os estudantes possuem mais dificuldade e em quais eles possuem menos dificuldade.

  Nas subseções a seguir, cada um dos instrumentos é descrito detalhadamente.

6.3.1. Instrumento de pesquisa – 1

O instrumento de pesquisa - 1 é composto por oito exercícios, distribuídos em dois exercícios, que atendem os três critérios de congruência semântica, dois exercícios que atendem dois critérios de congruência semântica, dois exercícios que atendem apenas um critérios de congruência semântica e dois exercícios, nos quais nenhum critério de congruência semântica é satisfeito. O instrumento na íntegra pode ser consultado no APÊNDICE A.

O quadro 25 logo abaixo apresenta os exercícios 1 e 2, referentes ao exercícios congruentes.

Quadro 25: Exercícios 1 e 2: instrumento de pesquisa – 1.

1) Determine x sabendo que seu valor somado com 2 vezes o seu próprio valor é maior que 27. **Conversão para o registro algébrico:** $x + 2x > 27$
2) Pensei em um número x, em seguida mulpliquei-o por -3 de modo que seu valor fosse um número maior que 14. Que número pensei inicialmente? **Conversão para o registro algébrico:** $x.(-3) > 14$

Fonte: autor.

Os primeiros dois exercícios foram elaborados de maneira que fossem congruentes, isto é, que os três critérios de congruência semântica fossem satisfeitas.

Observe que, neste caso, as unidades significantes *x, somado com 2 vezes seu próprio valor* e *maior que* 27, possuem correspondência com as unidades significantes presentes no registro de chegada, possuem univocidade semântica terminal e estão na mesma ordem em que são convertidas do registro em língua natural para as escrituras algébricas. O mesmo pode se notar no exercício 2, cujas unidades significantes elementares são: *número x, multipliquei por -3* e *maior que 14.*

O quadro 26 apresenta os exercícios 3 e 4, atendendo a dois critérios de congruência semântica.

Quadro 26: Exercícios 3 e 4: instrumento de pesquisa – 1.

3) Não é igual, nem maior que 12 a diferença entre x e seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários. **Conversão para o registro algébrico:** $x - 3x < 12$
4) Um número inteiro somado com seu igual não é menor que 2 multiplicado com o seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários. **Conversão para o registro algébrico:** $x + x \geq 2.(6)$

Fonte: autor.

Os exercícios 3 e 4 foram elaborados atendendo à dois critérios de congruência em seus enunciados.

Analisando o exercício 3, percebe-se que as de correspondência semântica e univocidade semântica são satisfeitas. No entanto, a ordem em que as unidades significantes aparecem no enunciado não obedecem a ordem em que as unidades significantes são fixadas na conversão para o registro algébrico. As unidades significantes na questão 3 são: *não é igual nem maior; 12* e *diferença entre x e seu triplo.*

O exercício 4, apesar de atender dois critérios de congruência semântica, assim como o exercício 3, difere em seus critérios. Neste caso, os critérios satisfeitos são a correspondência semântica entre as unidades significantes e a ordem das unidades. Note que a unidade significante *a soma de dois números inteiros iguais* corresponde a expressão algébrica $x + x$. A unidade significante *não é menor que* corresponde ao símbolo ≥, e, a unidade significante *o produto de 2 com seu triplo* corresponde a expressão algébrica *2.(6)* (em que o ponto "." corresponde à operação de multiplicação). Observe também que a ordem das unidades significantes no registro de chegada corresponde à ordem das unidades significantes presentes no enunciado.

Por outro lado, atente-se ao fato de que a univocidade semântica não é satisfeita, uma vez que a unidade significante *a soma de dois números inteiros iguais* produz uma informação que possibilita outras interpretações, pois *a soma de dois números inteiros iguais* poderia ser interpretada como 1+1, 20+20, etc. O mesmo ocorre com a unidade significante *não é menor que*, a qual possibilita interpretar como resposta um valor que seja maior (>), ou igual (=), ou ainda, maior ou igual (≥).

Quando o estudante tem conhecimento a respeito das unidades significantes que representam uma situação envolvendo inequação, a interpretação dessa unidade significante é facilmente compreendida. Contudo, quando o estudante não tem familiaridade com estes termos, ou ainda, possui uma compreensão parcial a respeito do conceito de inequação, situações como essa podem facilmente ser interpretadas como um enunciado envolvendo o conceito de equação, ao invés de inequação.

Acredita-se que os exercícios 3 e 4 possibilitam verificar, de modo geral, qual das unidades significantes quando ausentes implicam em uma maior dificuldade na conversão do registro em língua natural para o registro algébrico.

O quadro 27, na sequência, apresenta os exercícios 5 e 6, nos quais atendem a apenas um critério de congruência semântica.

Quadro 27: Exercícios 5 e 6: instrumento de pesquisa – 1.

5) É no mínimo 17 a soma entre um número par e seu sucessor. Quais valores esse número pode assumir de modo que essa relação seja satisfeita? **Conversão para o registro algébrico:** $2x + 2x + 1 \geq 17$
6) Determine x de modo que ao realizar a diferença com seu dobro resulte sempre em um número não negativo. **Conversão para o registro algébrico:** $x - 2x \geq 0$

Fonte: autor.

Fazendo uma leitura do enunciado da questão 5, identificam-se as seguintes unidades significantes: *É no mínimo;17* e *a soma entre um número par e seu sucessor.*

De imediato, observa-se que a ordem das unidades significantes não é satisfeita, considerando que o termo *no mínimo* inicia o enunciado do problema, e que no registro algébrico, ele refere-se ao símbolo "≥", que localiza-se sempre na divisão entre os membros de uma inequação.

O segundo critério de congruência semântica que não é satisfeita é a univocidade. Neste caso temos duas unidades significantes passíveis de outras interpretações que não se referem unicamente as unidades significantes no registro de chegada algébrico, como *a soma entre um número par e seu sucessor.* Unidade esta que implica em representar de forma genérica, para que a resolução seja coerente com o enunciado do exercício.

Já a correspondência semântica é satisfeita, uma vez que as unidades significantes presentes no enunciado estabelecem conexões com as unidades significantes no registro algébrico.

Analisando o exercício 6, temos as seguintes unidades significantes: *x, a diferença com seu dobro* e *número não negativo.*

O exercício 6 foi elaborado de maneira que atendesse apenas um critério de congruência semântica e que fosse diferente do critério que a questão 5 possui. Percebe-se que nesse caso, a ordem das unidades significantes é satisfeita. Todavia, ao mesmo tempo vê-se que a correspondência semântica não é satisfeita, isto porque o enunciado não possui uma unidade significante que corresponda ao símbolo de desigualdade que o registro algébrico necessita. Assim, a expressão em língua portuguesa *número não negativo* faz referência ao símbolo ≥ e também faz referência ao segundo membro da inequação, o zero (0). Com isso, consequentemente, a univocidade semântica terminal não é satisfeita, com vistas às possibilidades de interpretações que podem ocorrer neste caso.

Outra informação preponderante no enunciado do exercício é o termo *resulte*. Como o enunciado não traz em uma linguagem "clara", ou melhor, um termo referente ao símbolo que representa a desigualdade entre os membros de uma inequação, a interpretação errônea do termo *resulte* pode inferir uma igualdade, o que de fato está incorreto, pois o termo *resulte* faz menção ao valor o qual o segundo membro da desigualdade pode assumir.

No quadro 28, são mostrados os exercícios 7 e 8, correspondentes aos exercícios totalmente não-congruentes.

Quadro 28: Exercícios 7 e 8: instrumento de pesquisa – 1.

7) Sabe-se que o valor máximo que x pode assumir é igual o produto entre 3 e seu dobro. Determine x. **Conversão para o registro algébrico:** $x \leq 3 . 6$
8) Sabe-se que o limite inferior dos valores que um número x somado com 8 pode assumir é igual a diferença de dois números iguais. Determine x. **Conversão para o registro algébrico:** $x + 8 \geq y - y$

Fonte: autor.

As questões 7 e 8 são as últimas do instrumento de pesquisa -1. Elas foram elaboradas a fim de não atender a nenhum critério de congruência semântica, e consideradas as questões mais complexas deste instrumento de pesquisa, no que concerne à interpretação e conversão dos dados para o registro algébrico.

Analisando o exercício 7, nota-se que se não for identificada a unidade significante representante do símbolo de desigualdade, dar-se a entender que o enunciado trata-se de uma questão envolvendo uma equação por conta do termo *igual* presente nele.

Nesse exercício, a unidade significante *valor máximo*, representa não apenas o sinal de desigualdade (que neste caso é o sinal de menor/igual (≤)), como também direciona os valores que são pertencentes ao segundo membro na inequação, portanto, o *produto entre 3 e seu dobro*. Com isso, podemos observar que nem a correspondência semântica, nem univocidade semântica terminal nem a ordem das unidades significantes são satisfeitas.

Referente ao exercício 8, vê-se a complexidade em interpretar as unidades significantes presentes, uma vez que os termos sinônimos, bem como a ordem em que as unidades significantes aparecem podem confundir o leitor.

Observe que a unidade significante *limite inferior dos valores*, sendo esta referente ao símbolo "≥" (maior/igual) além de não estar na ordem correta, é prejudicada na interpretação da mesma quando se lê o restante da frase: *...que um número x somado com 8 pode assumir é* ***igual*** *a diferença de dois números iguais.* O termo *igual* é uma unidade significante do conceito de equação, mas que não apresenta correspondência semântica, levando em conta que o termo *igual* refere-se aos valores que o segundo membro da inequação podem assumir. Essa complexidade de interpretação pode levar o estudante a confundir o exercício de inequação com equação.

Realizando um tratamento no registro em língua natural do exercício 8, ou seja, no enunciado do problema, temos a seguinte questão: *Sabe-se que os valores que um número x somado com 8 pode assumir é igual ao limite inferior da diferença de dois números iguais*.

Repare que ao alterar a ordem das unidades significantes no enunciado, a compreensão deste pode tornar-se “menos complexa” quando comparada com o enunciado original do exercício 8. Nesse exemplo, o termo *igual* faz referência não apenas *a diferença de dois números iguais,* mas *ao limite inferior da diferença de dois números iguais*. Isto quer dizer que o termo *igual* não refere-se apenas ao segundo membro da inequação, mas também ao símbolo que a divide em dois membros, aquele que define a relação de desigualdade.

O objetivo desse instrumento de pesquisa é propiciar a análise do conhecimento dos estudantes sobre a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico em atividades que não possuem um contexto pré-estabelecido, como também propiciar a análise da capacidade de identificação e conversão das unidades significantes presentes nas atividades, com diferentes níveis de complexidade congruência semântica.

Na resolução de atividades em língua natural, que envolvem o conceito de inequação, é essencial a identificação de termos presentes no enunciado, os quais dão indícios ou indicam que o exercício trata-se de uma inequação. Termos do tipo *menor que, maior que, não é menor, não é maior, no mínimo, no máximo* etc., representam condições indicando uma desigualdade de valores, pressupondo encontrar um intervalo de valores que satisfaça os critérios estabelecidos no exercício. Isto implicar dizer que identificar e transpor esses termos para a representação algébrica, é parte essencial no processo de resolução das inequações.

Os diferentes níveis de congruência semântica influenciam nos processos cognitivos exigidos na resolução. Duval (2009) salienta sobre a dificuldade e um maior índice de erros na resolução de problemas não-congruentes.

Quando de fato ocorre a congruência semântica, isto é, os três critérios são satisfeitos, a conversão pode tornar-se, inclusive, um processo de codificação, uma vez que este processo é realizado espontaneamente. Por outro lado, a medida em que os critérios não são satisfeitos, o processo de conversão torna-se penoso (DUVAL, 2009). Com isso, pode-se inferir que quando o estudante realiza corretamente a conversão de registros, envolvendo diferentes graus de não-congruência, tem-se um forte indicio de que ele compreende em nível conceitual o objeto matemático inserido no problema.

6.3.2. Instrumento de pesquisa – 2

O instrumento de pesquisa – 2 é composto por cinco problemas contextualizados. As elaborações deles foram realizadas de modo que abordassem em seus enunciados, contextos que pudessem atrair a atenção dos estudantes, instigando-os a descobrirem a resposta do problema.

Dos cinco problemas, apenas um foi retirado do livro Matemática Dante (DANTE, 2009), com a finalidade de analisar o desempenho dos estudantes não somente a partir dos problemas elaborados para a pesquisa, pois estes poderiam apresentar enunciados muito fáceis, ou até mesmo complexos e ambíguos. Assim, foi selecionado um problema do livro do 1º ano do Ensino Médio, aprovado pelo PNLD de 2015 (BRASIL, 2014). O instrumento de pesquisa – 2 na íntegra pode ser consultado no APÊNDICE B.

O quadro 29 apresenta o problema 1 do instrumento de pesquisa – 2.

Quadro 29: Problema 1: instrumento de pesquisa – 2.

1) Devido ao descaso com a educação brasileira e sobretudo, com as reformas impostas pelo governo a fim de cortar gastos, Célio, professor do Magistério, decidiu verificar a seguinte situação: sabe-se que o piso nacional do magistério para o ano de 2017 segundo o MEC é de R$2.298,80 para carga horária de 40 horas semanais. Sabe-se também que em média, o custo de um deputado federal segundo levantamento de dados realizado pelo *Congresso em Foco* fica em média R$168.662,44 mensal. Com base nessas informações, quantos salários integrais de professor do magistério são necessários juntar, no mínimo, para pagar o custo de um deputado no período de um ano?

Fonte: autor.

O problema apresenta uma situação contendo dados reais, a qual busca instigar o estudante a verificar quantos salários de professores do magistério são necessários juntar para pagar o custo médio de um deputado federal. Contudo, apesar de a princípio ser simples, o estudante deve atentar-se a algumas informações pertinentes para que a resposta seja coerente com o problema.

A primeira informação pertinente concerne à quantidade de salários, sendo estes integrais, ou seja, ao dividirmos o custo médio de um deputado federal que é R$ 168.662,44 pelo piso salarial do professor do magistério, sendo este de R$ 2.298,80, tem-se como resultado o número aproximado de 73,3698. Porém, como o enunciado do problema pede quantos salários integrais devem ser necessários, destaca-se a segunda informação pertinente, a qual refere-se ao número mínimo de salários integrais, logo, 74 salários.

Há ainda uma terceira informação pertinente, relacionada ao custo de um deputado *no período de um ano*. Portanto, deve-se multiplicar o valor aproximado de 73,3698 por 12 (correspondendo ao período de um ano), tendo como resultado o número aproximado de 840,4373, isto é, são necessários no mínimo 841 salários de professor do magistério para pagar o custo de um deputado federal no período de um ano.

O quadro 30, a seguir, apresenta o problema 2, do segundo instrumento de pesquisa.

Quadro 30: Problema 2: instrumento de pesquisa – 2.

2) Com o aumento da utilização de conexões com a internet 3g/4g. Uma operadora de celular disponibilizou para seus usuários, os seguintes planos de 50 MBs/dia.

Planos	Custo fixo mensal	Custo adicional por MB utilizado
A	R$15,00	R$0,2
B	R$10,00	R$0,4

A partir de quantos megabytes adicionais utilizados o plano A é mais vantajoso financeiramente que o plano B?

Fonte: autor.

O problema 2 faz uso da língua natural e do registro tabular para expressar informações e critérios, visando a resolução do problema, que pode ser efetuada por meio da conversão para o registro algébrico.

Essa resolução consiste em apresentar um valor representando a quantia de megabytes adicionais, utilizados para que o plano A seja mais vantajoso financeiramente que o plano B. Para isso, o estudante deverá realizar a conversão dos dados disponíveis no problema para o registro algébrico. Logo, deverá identificar as unidades significantes e assim montar corretamente a expressão algébrica.

Para a resolução do mesmo, é necessário considerar o custo fixo mensal de cada plano de internet (plano A e B) e na sequência, atribuir a variável *x* ao custo adicional por MB utilizado, de forma que o plano A seja mais vantajoso que o plano B, dessa forma, deve-se considerar o sinal de menor (<), visto que sendo menor ou igual já abre possibilidade para que o plano A não seja mais vantajoso que o plano B, resultando na seguinte expressão $15 + 0{,}2x < 10 + 0{,}4x$.

Podemos encontrar dois termos presentes na pergunta do problema, os quais fazem referência ao conceito de inequação, são eles: *a partir* e *mais vantajoso.* Considerando-se tal constatação, esse problema pode ser reconhecido facilmente como um problema envolvendo uma inequação, já que não possui termos que fazem referência ao conceito de equação.

Na sequência, o quadro 31 mostra o problema 3, do segundo instrumento de pesquisa.

Quadro 31: Problema 3: instrumento de pesquisa – 2.

3) (Vunesp) Duas pequenas fábricas de calçados, **A** e **B**, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica **A** aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica **B** aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica **B** superará a produção de **A** a partir de:

a) março.
b) maio.
c) julho.
d) setembro.
e) novembro.

Fonte: livro didático *Matemática Dantes* (2014, p. 59).

O problema 3 apresenta uma situação na qual é preciso verificar a partir de qual mês, considerando as informações de produções das duas fábricas, a produção da fábrica B superará a produção da fábrica A.

Nesse caso, a unidade significante que representa o conceito de inequação e a desigualdade abordada nesse problema, derivam-se do termo *superará*, em que o mesmo tem como representação algébrica, diante desse contexto, o sinal de maior (>), em consequência de B > A, para que a solução seja satisfeita. Dessa maneira, temos que $1100 + 290x > 3000 + 70x$.

Além da conversão realizada para o registro algébrico, deve-se interpretar o resultado obtido estabelecendo correspondência com determinado mês do ano, pois a resposta deste exercício encontra-se em uma das cinco alternativas, sendo a alternativa *d) setembro* a alternativa correta, e a solução algébrica da inequação é $x > 8{,}63$ aproximadamente.

O quadro 32 ilustra o problema 4, no segundo instrumento de pesquisa.

Quadro 32: Problema 4: instrumento de pesquisa – 2.

4) Em um determinado cinema, nos quatro primeiros dias da semana o ingresso possui um valor de R$ 8,00, já para os três últimos dias da semana o ingresso dobra seu valor. Sabendo que este cinema possui um gasto de R$ 7200,00 para exibir um filme durante uma semana (de Segunda a Domingo), e que este filme é exibido duas vezes ao dia, quantos espectadores são necessários, no mínimo, em média, durante cada dia para que o cinema não tenha prejuízo?

Fonte: autor.

O problema 4, de autoria do autor da pesquisa, foi selecionado para ser o penúltimo problema do instrumento de pesquisa 2, devido à quantidade de informações que o mesmo apresenta em seu enunciado, tornando a sua compreensão mais complexa quando comparada aos problemas anteriores.

Observe que há várias referências a números no enunciado, por exemplo: *quatro primeiros dias, R$ 8,00, três últimos dias da semana, R$ 7200,00, uma semana, duas vezes ao dia*. Ou seja, são diferentes unidades significantes que devem ser consideradas para a conversão do registro em língua natural para o algébrico.

Para a resolução do problema, que consiste em determinar quantos espectadores são necessários em média, no mínimo, durante cada dia da semana para que o cinema não tenha prejuízo, o estudante tem que inicialmente calcular o valor do ingresso para os quatro primeiros dias correspondente a R$ 8,00, mais o valor do ingresso referente aos três últimos dias da semana, que dobra o seu valor, R$ 16,00. Levando-se em conta também que cada filme passa duas vezes no dia, obtêm-se a seguinte relação de valores: $2.(8x + 8x + 8x + 8x) + 2.(16x + 16x + 16x)$, a qual equivale a $64x + 96x$, em que x representa o número de espectadores.

Como o objetivo do cinema é identificar o número de espectadores diários, de modo que não haja prejuízo, logo, $64x + 96 \geq 7200$. Realizando os cálculos necessários e isolando a variável *x*, obtém-se o resultado $x \geq 45$, quer dizer que são necessárias, no mínimo, um número médio de 45 pessoas por seção para que o cinema não tenha prejuízo. Como a pergunta no enunciado refere-se ao número mínimo de pessoas durante cada dia, são necessários no mínimo 90 pessoas por dia.

No quadro 33 que segue há o problema 5, do segundo questionário de pesquisa.

Quadro 33: Problema 5: instrumento de pesquisa – 2.

5) Disponível para a maioria dos sistemas de dispositivos celulares, o aplicativo *Whatsapp* está entre os mensageiros instantâneos mais utilizados atualmente, com mais de 1 bilhão de pessoas, em mais de 180 países segundo informações da *WhatsApp* Inc. Devido a sua versatilidade, o aplicativo é usualmente utilizado para o envio de mensagens de texto, fotos, áudios, vídeos entre outras informações. No grupo da família de Joãozinho, sabe-se que apenas referente ao cumprimento “bom dia” são enviados em média 4 fotos, 8 mensagens de textos e 2 vídeos diariamente. Considerando essa proporção de informações enviadas diariamente, qual seria o número máximo de vídeos recebidos para não ultrapassar 1000 “bom dia” entre fotos, mensagens de texto e vídeos em um certo período de tempo, para que a memória do celular de Joãozinho não enchesse rapidamente.

Fonte: autor.

O problema 5 aborda uma situação rotineira entre jovens e adultos que utilizam o aplicativo *Whatsapp*. A questão do problema é determinar quantos vídeos devem ser recebidos, no máximo, para que a quantidade de mensagens de texto, fotos e vídeos não ultrapasse os 1000 bons dias em um certo período de tempo.

A fim de resolvê-lo, o estudante deve considerar a proporção de informações referentes ao cumprimento *bom dia*, estabelecendo essa proporção com base nos vídeos e não nas mensagens de texto ou fotos. Para isso, ele deve montar o primeiro membro da inequação com base nos dados sobre as informações de *bom dia* recebidos diariamente, ou seja, 4 fotos, mais 8 mensagens, mais 2 vídeos. Estabelecendo os vídeos como a variável *x* e, considerando a proporção 4 – 8 – 2, por conseguinte, temos a seguinte expressão $4x + 8x + 2x$.

Para determinar o sinal de desigualdade, o estudante deve atentar-se para a unidade significante contida no enunciado do problema que represente uma relação de desigualdade ou igualdade, por exemplo. Nesse caso há apenas dois termos: *número máximo* e *não ultrapassar*, que representam o sinal de “≤”, e, o segundo membro da inequação é o valor no qual a proporção de informações tendo como variável o número de vídeos não pode ultrapassar, correspondendo a 1000. Assim, tem-se a inequação $4x + 8x + 2x \leq 1000$.

Isolando a variável *x*, obtém-se a inequação $x \leq \frac{500}{7}$, o que corresponde a aproximadamente 71, 43 vídeos. Entretanto, este é o valor de *x*, deste modo, o número máximo de vídeos recebidos para que não ultrapasse a quantia de 1000 *bom dia* corresponde a $\frac{500}{7} .(2) \cong 142{,}86$. Para este caso, a resposta é 142 para o número máximo de vídeos a serem recebidos durante um certo período de tempo e considerando-se a proporção de informações entre mensagens de texto, fotos e vídeos.

Com exceção do problema 3, que foi retirado do livro didático, esses problemas do instrumento de pesquisa – 2 foram elaborados de maneira a abordar situações que atraíssem a atenção do estudante e motivasse-os a encontrar a solução.

O propósito desse instrumento é possibilitar uma análise do desempenho dos estudantes no que tange à conversão do registro em língua natural para o registro algébrico, por intermédio de problemas contextualizados. Diferente do instrumento de pesquisa – 1, em que há a apresentação de exercícios em língua natural que não abordam um contexto.

Além da conversão de registros, esse instrumento possibilita analisar a identificação e conversão das unidades significantes do problema para o registro algébrico.

Quando inserido em um problema contextualizado, o conceito de inequação possui termos que representam uma relação de desigualdade de valores, podendo estes termos virem como no instrumento de pesquisa – 1: *no mínimo, no máximo, não é maior, não é menor etc.* ou apresentarem termos específicos de problemas cotidianos, como *lucro, prejuízo, ultrapassar, mais vantajoso etc.* Esses termos são unidades significantes que compõem um enunciado de um problema, cuja resolução dá-se por meio de uma inequação.

Dentre as conversões do registro como um todo e a identificação das unidades significantes, tem-se ainda o tratamento realizado no registro algébrico para se chegar a solução desejada, processo que possibilita identificar o desempenho dos estudantes em operações envolvendo inequações do 1º grau, tendo em vista que no conceito existem propriedades de operações que são inerentes ao mesmo. Sobretudo, cabe analisar a conversão do registro algébrico para o registro em língua natural, após o tratamento, pois os problemas contextualizados abordados anteriormente requerem uma resposta dissertativa, especificando o que se pede no enunciado.

6.3.3. Instrumento de pesquisa – 3

O instrumento de pesquisa – 3 é composto por quatro exercícios envolvendo conversões de diferentes registros, sendo que cada atividade contém dois ou mais itens (a, b, c etc.) para serem resolvidos. Esse instrumento na íntegra pode ser consultado no APÊNDICE C.

O quadro 34 apresenta o exercício 1 do referido instrumento.

Quadro 34: Exercício 1: instrumento de pesquisa – 3.

1) Represente as inequações na reta numérica.
a) $-3x + 11 > x - 1$
b) 5< x +4
c) 3(x+1) ≥ 0
d) $12 - x \leq x - 12$

Fonte: autor.

O exercício 1 visa analisar o desempenho dos estudantes no que diz respeito à conversão do registro algébrico para o registro geométrico.

Foram dispostos quatro itens, cada um contendo uma inequação diferente, com o intuito de analisar especificamente a conversão dos sinais de desigualdade para o registro geométrico, visto que os sinais de >, ≥, < e ≤ possuem especificidades no círculo que representa o limite máximo ou mínimo dos valores que a variável *x* pode assumir, além de possibilitar a análise do tratamento algébrico realizado.

O quadro 35 mostra o segundo exercício do instrumento de pesquisa – 3.

Quadro 35: Exercício 2: instrumento de pesquisa – 3.

2) Resolva as inequações a seguir, em seguida, represente as soluções em intervalos numéricos. Exemplos de intervalos numéricos: Abertos: (a,b) e]a,b[Fechados: [a,b] Aberto/Fechado: (a,b] e]a,b] Fechado/Aberto: [a,b) e [a,b[, onde a e b ∈ ℝ.
a) $x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$
b) $\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

Fonte: autor.

O exercício 2 busca analisar o desempenho dos estudantes na conversão do registro algébrico para o registro numérico, acima de tudo, analisar em específico a conversão dos sinais de desigualdades para os intervalos, podendo vir a ser fechado ou aberto, além de verificar o tratamento algébrico, efetuado na resolução dos itens *a* e *b*.

O quadro 36 apresenta o terceiro exercício do instrumento de pesquisa – 3.

Quadro 36: Exercício 3: instrumento de pesquisa – 3.

3) Elabore um problema/exercício em língua portuguesa, cuja solução pode ser representada pela inequação $2x + 3 > 1$.

Fonte: autor.

O exercício 3 tem como função desempenhar a formulação de um problema em língua portuguesa, por intermédio de uma inequação, isto é, realizar a conversão do registro algébrico para o registro língua natural. Tarefa à qual os estudantes não estão habituados.

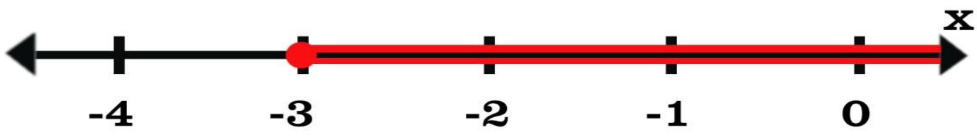
Esse exercício possibilita identificar não somente a capacidade de formulação do problema, que dá-se por meio da conversão dos registros, como também identificar qual unidade significante o estudante irá utilizar para representar o sinal “>” da expressão algébrica. Ele possibilita compreender a afinidade que os estudantes têm com determinado termo.

No quadro 37, há a apresentação do exercício 4 do instrumento de pesquisa – 3.

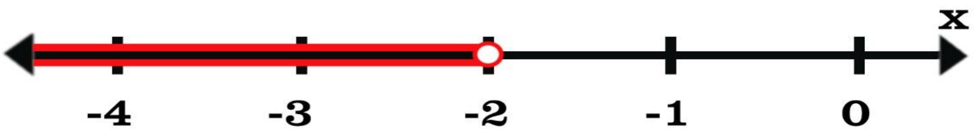
Quadro 37: Exercício 4: instrumento de pesquisa – 3.

4) Determine os valores que x pode assumir destacados nas retas numéricas, em seguida, represente-os na forma de intervalo numérico e na forma algébrica.

a)



b)



Fonte: autor.

O quarto e último exercício do instrumento de pesquisa – 3 consiste em realizar a conversão do registro geométrico para os registros algébrico e numérico.

Dadas duas figuras, representando a reta numérica com um intervalo numérico destacado, o objetivo do exercício consiste em propiciar a análise do conhecimento dos estudantes no que se refere, especificamente, à conversão para os registros de chegadas (estabelecidos no enunciado), visando analisar se o estudante identificou e converteu corretamente o sinal de desigualdade (registro algébrico) e o intervalo estabelecido (registro numérico), além da análise do registro de chegada em sua totalidade.

O objetivo do instrumento de pesquisa – 3 é propiciar a análise dos conhecimentos dos estudantes em atividades envolvendo a conversão de diferentes registros.

Esse instrumento aborda quatro exercícios que propiciam cinco tipos de conversões entre cinco registros diferentes, são eles: algébrico para o geométrico; algébrico para o numérico; algébrico para o registro em língua natural; geométrico para o algébrico e geométrico para o numérico.

Consoante Duval (2009), para que haja apreensão conceitual do objeto matemático estudado, é necessário que o estudante transite entre uma e outra representação semiótica espontaneamente. Nesse instrumento de pesquisa há a apresentação de algumas das possíveis conversões que podem ser realizadas em relação ao conceito de inequação, convenientes para análise nessa pesquisa, isto porque a conversão de registros pode muitas vezes ainda ser um processo penoso ao estudante que compreenda parcialmente o conceito de inequação.

Percebe-se ainda que tem-se como proposta de pesquisa a aplicação desses instrumentos em acadêmicos do 1º ao 4º ano da graduação em Licenciatura em Matemática, a fim de analisar seu desempenho por meio da análise de suas resoluções.

6.4. O estudo piloto

A presente pesquisa comtemplou em seu desenvolvimento um estudo piloto que teve como objetivo verificar e analisar o *feedback* das atividades elaboradas para cada instrumento de pesquisa.

Entendemos que, se tratando de uma análise envolvendo o desempenho de estudantes em relação à diferentes representações do conceito de inequação do 1º grau, é possível que a princípio as atividades elaboradas possam não atender aos objetivos pré-estabelecidos para as mesmas, problemas estes oriundos de equívocos em sua elaboração ou interpretações diferentes de sua real funcionalidade, podendo inclusive conter ambiguidade nos enunciados, dados incorretos, informações que não condizem com a situação contextualizada nos problemas, unidades significantes estabelecidas erroneamente no enunciado de questões envolvendo congruência semântica, erros na formulação de exercícios envolvendo conversões, dentre outros aspectos.

Além disso, dependendo do grau de complexidade e quantidade de atividades presentes nos instrumentos de pesquisas, eles podem ultrapassar o tempo viável para sua resolução, que seria de aproximadamente duas horas/aulas. Já que com a utilização de três a quatro horas/aula poderiam surgir empecilhos em sua aplicação, por conta do tempo estimado, prejudicando as disciplinas lecionadas no dia.

Dessa maneira, o estudo piloto teve a função de deixar as atividades mais próximas possíveis do seu real objetivo, que é o de propiciar a análise do desempenho dos estudantes sobre o conceito de inequação do 1º grau e suas diferentes representações, tornando as análises mais consistentes, no que tange ao estudo final dessa pesquisa

Esse estudo piloto teve como sujeitos de pesquisa acadêmicos da graduação em Licenciatura em Matemática (período noturno) da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR.

Ao todo, participaram da pesquisa seis acadêmicos dos diferentes anos da graduação, sendo uma acadêmica do 1º ano, um acadêmico do 2º ano, uma acadêmica do 3º ano e três acadêmicos do 4º ano, sendo estes últimos, dois acadêmicos e uma acadêmica.

Vale ressaltar que não houveram critérios de seleção para a escolha dos candidatos e que em uma conversa informal com uma professora do departamento de matemática da Universidade, juntamente com o coordenador, sobre a possibilidade de aplicação do instrumento de pesquisa em sala de aula, foi sugerido uma atividade extraclasse para que assim os estudantes pudessem resolver as atividades em seu tempo, além de não ser necessária a aplicação das atividades durante as disciplinas, dado que era a última semana do 1º semestre.

Portanto, com a contribuição da professora do departamento de matemática, que convidou alguns estudantes tanto por e-mail como pessoalmente, conseguiu-se um número razoável deles para realização do estudo piloto.

Após aplicado o teste piloto, realizou-se o mesmo procedimento de análise dos dados (que serão apresentados nas seções posteriores), obtendo-se assim os dados primários desta pesquisa, que foram apresentados no exame de qualificação. Após sugestões da banca de qualificação e também reflexões a respeito dos instrumentos de pesquisa, foram realizados ajustes e modificações, reestruturando os instrumentos de pesquisa para a sua implementação aos sujeitos finais deste estudo.

6.5. Procedimentos de coleta e seleção dos dados

Para a realização da aplicação e coleta de dados, inicialmente, discutiu-se a possibilidade de em qual universidade poderia ser desenvolvido o estudo final levando-se em conta que a escolhida fosse diferente da universidade, na qual o estudo piloto foi aplicado.

Decidida a universidade, entramos em contato com a professora coordenadora do departamento de matemática da mesma, para tratarmos a respeito da disponibilidade de realizar a pesquisa naquela instituição. Após a permissão e assinatura do termo de concordância pela coordenadora do curso, entramos em contato com diferentes professores das disciplinas de matemática, solicitando a disponibilidade para aplicar os instrumentos de pesquisa em duas horas aula de suas disciplinas.

As disciplinas das quais conseguimos disponibilidade para aplicação dos instrumentos de pesquisa foram: Cálculo Diferencial e Integral I – 1º ano; Cálculo Diferencial e Integral II – 2º ano; Estágio Supervisionado II – 3º ano e Teoria e Prática Pedagógica IV – 4º ano.

A aplicação destes ocorreu em apenas um momento, distribuído em algumas etapas.

A primeira etapa consistiu em explicar os objetivos do estudo que estava sendo desenvolvido e como as resoluções dos acadêmicos iriam colaborar para o desenvolvimento da pesquisa de mestrado. Nesse momento, também foi entregue um termo de consentimento livre e esclarecido (APÊNDICE E), para que os estudantes tivessem ciência da finalidade da aplicação das atividades. Também foi salientado que, caso desejasse, o estudante poderia se evadir da sala no momento em que achasse conveniente.

A segunda etapa consistiu na recolha do termo de consentimento. Assim que todos os termos foram recolhidos, distribui-se o instrumento de pesquisa – 1 para todos acadêmicos, e na medida em que os estudantes iam terminando, recolhia-se o instrumento de pesquisa respondido e entregava-se o próximo para ser respondido. Com isso, cada acadêmico respondia o instrumento de pesquisa de acordo com seu tempo, sem padronizar a entrega deles em determinado momento ou para determinadas quantidades de estudantes.

Para resolução das atividades foi permitido que os estudantes utilizassem a calculadora, além de poderem escolher como responderiam as questões, se à caneta ou lápis.

Quanto à escolha dos sujeitos, como obtivemos muitos dados, uma vez que os três instrumentos de pesquisa foram aplicados nos quatro ano da graduação, optamos por selecionar alguns filtros para delimitar o número de estudantes que seriam os sujeitos da pesquisa, pois conforme discutido com a banca da qualificação, um número entre 3 a 5 acadêmicos por ano seria adequado.

Visto que a pesquisa tem como objetivo analisar o desempenho de acadêmicos de Licenciatura em Matemática, futuros professores, selecionamos apenas aqueles que optaram na graduação escolher a licenciatura, isto porque a universidade na qual foi aplicado o teste final compõe em sua estrutura curricular a graduação em Matemática – bacharel e Matemática – licenciatura, entre as quais os acadêmicos decidem a partir do segundo ano do curso.

Para tal, no cabeçalho de cada instrumento de pesquisa continha uma parte para o acadêmico assinalar a respeito de qual curso iria optar, ou caso já estivesse cursando, assinalava o atual curso e ano.

Este fator reduziu muito os acadêmicos do 1º e 2º anos, restando apenas quatro deles que optaram pela licenciatura no primeiro ano e quatro, cursando licenciatura do segundo ano. Como o 3º e 4º anos do curso foi aplicado os instrumentos de pesquisa em disciplinas da licenciatura, na qual todos os acadêmicos poderiam ser sujeitos dessa pesquisa.

Para padronizar o número de acadêmicos por ano, decidimos selecionar quatro, considerando que o primeiro e segundo ano do curso já tinham quatros sujeitos disponíveis. Em vista disso, selecionamos alguns critérios para seleção dos acadêmicos do terceiro e quarto anos do curso.

Para o terceiro ano, foram organizadas as fichas dos acadêmicos, em seguida, escolhemos a primeira, a terceira, a quinta e a sétima ficha. Para o quarto ano, como havia um número maior de acadêmicos, escolhemos a primeira, a quarta, a sétima e a décima ficha.

Esses critérios foram escolhidos como forma de diferenciar a seleção de modo a não selecionar uma sequência única, por exemplo, o primeiro, o segundo, o terceiro e quarto aluno, já que para realização desses critérios, primeiramente, as fichas foram organizadas com os nomes dos acadêmicos em ordem alfabética.

Selecionados os acadêmicos sujeitos da pesquisa, a fim de manter o anonimato dos estudantes nomeou-se cada acadêmico com a inicial A em maiúsculo representando o termo “acadêmico” seguida por um número de um a quatro. Posteriormente, para representar o ano acadêmico do estudante, utilizou-se dos números ordinais seguidos pela letra A maiúscula. Por exemplo, o acadêmico A2 – 4ºA, lê-se *acadêmico dois do quarto ano*.

A partir da seleção, as análises foram iniciadas, cujos procedimentos são descritos na seção a seguir.

6.6. Procedimentos de análise dos dados

As análise dos dados consistiu na verificação de cada resolução e resposta final dos acadêmicos. Com isso, construímos um quadro para cada instrumento de pesquisa indicando os acertos, os erros e as atividades não respondidas.

Neste quadro foram analisadas apenas as resoluções incorretas dos acadêmicos referentes a cada questão, comentando o erro de cada estudante e, caso houvesse resoluções incorretas coincidentes, as mesmas eram descritas de maneira genérica, já que não possuíam especificidades entre si.

Destas análises individuais realizadas em relação a cada instrumento de pesquisa, apresentamos uma nova seção de análises, voltadas à discussão de determinados erros e dificuldades que nos chamaram a atenção, assim como apresentamos um quadro para cada instrumento de pesquisa, o qual mostra em qual processo de resolução o acadêmico errou em determinado exercício/problema, se no tratamento ou na conversão. A partir deste quadro sintetizamos as análises nos principais erros e dificuldades encontradas em cada exercício e problema, apresentando ao final de cada análise do instrumento de pesquisa, um quadro contendo o total numérico de acertos, erros e as atividades não resolvidas identificadas no instrumento de pesquisa, para cada ano da graduação.

No que diz respeito às análises individuais, como o objetivo aqui é analisar o desempenho dos estudantes por meio de atividades que articulem as diferentes representações do conceito de inequação, embasamo-nos em Damm (2015), que faz a seguinte reflexão: “Como fazer uma análise cognitiva, em termos de registros, de atividades matemáticas?" (DAMM”, 2015, p. 186), elencando assim algumas etapas para tal processo.

> Inicialmente devemos ter clara a distinção fundamental entre – tratamento: transformação de uma representação ficando no interior de um mesmo registro - conversão: transformação de uma representação mudando de registro. Em segundo lugar, as consequências dessa distinção seriam: a necessidade de verificar os tratamentos específicos a cada registro sem misturar com os tratamentos em outro registro. Isso parece-nos particularmente importante quando se trata dos *registros figurativos* (figuras geométricas, representações gráficas, esquemas), nos quais os tratamentos não podem ser transformados em algoritmos (um conjunto de regras operatórias); o estudo de graus de congruência ou não congruência durante a conversão das representações. Aqui apareceriam duas questões-chave para a aprendizagem: a discriminação das unidades significantes em uma representação; o fechamento dos registros e a articulação entre registros (DAMM, 2015, p. 186-187).

Damm (2015) acrescenta ainda que, uma das regras fundamentais no que se refere à análise cognitiva em termos de registro,

> [...] é tomando simultaneamente em conta dois registros de representação, e não cada um isoladamente, que podemos constatar a importância das representações semióticas nas atividades cognitivas matemáticas. Melhor dizendo, é durante a passagem de um registro de representação a outro que podemos observar a importância da forma das representações (DAMM, 2015, p. 187).

Seguindo essas condições, utilizou-se dos critérios de congruência semântica para analisar o instrumento de pesquisa – 1, em que foram abordadas os três critérios, com a finalidade de que haja congruência entre as conversões de registros, facilitando ou dificultando a passagem de um registro a outro, mostrando assim o desempenho dos estudantes nesse quesito.

Os procedimentos de análise para o instrumento de pesquisa – 2, consistiram na verificação dos procedimentos realizados pelos estudantes no que tange à identificação e conversão das unidades significantes presentes no enunciado em língua natural para o registro algébrico. Dessa forma, foram verificadas tanto as soluções finais, como o procedimento para se chegar a solução, pois o erro pode estar relacionado a conversão de registros ou simplesmente no tratamento.

No instrumento de pesquisa – 3, o qual foi elaborado visando analisar o desempenho de acadêmicos em atividades envolvendo as diferentes conversões de registros que o conceito de inequação pode assumir, o processo de análise consistiu em analisar a resolução de cada acadêmico, verificando as dificuldades e erros encontrados no processo de resolução de cada registro.

Sendo assim, o processo de análise de dados buscou analisar tanto de forma subjetiva as resoluções, bem como analisar e discutir alguns padrões de erros e dificuldades, que foram identificados nas resoluções dos acadêmicos.

7 – ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS DADOS

A presente seção apresenta as análises realizadas e as discussões a respeito dos dados obtidos, evidenciando-se assim os principais aspectos, tais como os erros e dificuldades identificadas nas resoluções dos acadêmicos.

7.1. Análises individuais dos resultados obtidos: instrumento de pesquisa – 1

O quadro 38 mostra os resultados obtidos no instrumento de pesquisa – 1 com relação às resoluções dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa. Este quadro possibilita um panorama geral dos dados obtidos nesse instrumento, apresentando os acertos, erros e os exercícios que não foram feitos. O símbolo "✓" indica que a atividade foi resolvida corretamente, atendendo a todos os critérios do exercício. O símbolo "✗" indica que houve algum erro em determinada passagem ou resposta final do exercício, já o símbolo "—" indica que o acadêmico não resolveu o exercício proposto, conforme observa-se a seguir.

Quadro 38: Acertos e erros no instrumento de pesquisa – 1.

Instrumento de pesquisa - 1									
Ano acadêmico	Acadêmicos	Exercícios							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1º ano	A1 - 1º A	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗
	A2 - 1º A	✗	✗	✗	✗	✓	—	✗	—
	A3 - 1º A	✗	✗	✗	✗	✗	✓	—	✓
	A4 - 1º A	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓
2º ano	A1 - 2º A	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✗	✓
	A2 - 2º A	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	A3 - 2º A	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗
	A4 - 2º A	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗
3º ano	A1 - 3º A	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✓
	A2 - 3º A	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
	A3 - 3º A	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✗
	A4 - 3º A	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗
4º ano	A1 - 4º A	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓
	A2 - 4º A	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✗
	A3 - 4º A	✓	✓	✓	✗	✗	✓	✗	✓
	A4 - 4º A	✗	✗	✗	✗	—	—	—	—

Fonte: autor.

Quanto ao exercício 1, o qual atende os três critérios de congruência semântica, dos 16 acadêmicos, 12 realizaram o exercício corretamente. São estes os acadêmicos: A1 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A2 – 3ºA, A3 – 3ºA, A4 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA e A3 – 4ºA. Os demais erraram em algum procedimento, cujas resoluções podem ser conferidas no quadro 39, que segue.

Quadro 39: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 1 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 1: Determine x sabendo que seu valor somado com 2 vezes o seu próprio valor é maior que 27.

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA.

Resolução	Resposta final
$X = 26$ $\begin{array}{r} 26 \\ +\ 26 \\ 26 \\ \hline 78 \end{array}$	$X = 26.$

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA.

Resolução	Resposta final
$x + 2x \geq 27$ $3x \geq 27$ $x \geq 9$	$x \geq 9$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA.

Resolução	Resposta final
$X + 2X > 27$ $3X > 27$ $3X = 27$ $X = \frac{27}{3}$ $X = 9$ $9 + 2 \cdot 9 > 27$ $27 = 27$	$X = 9$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA.

Resolução	Resposta final
$x + 2x > 27$	

Fonte: autor.

Observando o quadro 39, mais especificamente a resolução do acadêmico A2 – 1ºA, nota-se que o mesmo não conseguiu realizar a conversão da língua natural para o registro algébrico, atribuindo assim um valor qualquer a variável *x* e somando com duas vezes o seu próprio valor, obtendo como resultado um número maior que 27, que de fato é um resultado válido, porém, parcial, visto que a variável *x* pode assumir infinitos valores.

O acadêmico A3 – 1ºA interpretou e converteu duas das três unidades significantes corretamente, não se atentando ao fato de que o exercício pedia um número maior que 27 e não maior ou igual a 27.

O acadêmico A2 – 2ºA realizou corretamente a conversão para a linguagem matemática, contudo, no tratamento do registro algébrico transformou a inequação em uma equação da segunda para terceira passagem estabelecendo um valor fixo para *x*, sobretudo, incorreto, haja vista que $x = 9$, obedecendo os critérios estabelecidos no enunciado resulta em 27, que por sua vez, não pode ser representado como sendo maior que 27 e sim maior/igual.

O acadêmico A4 – 4ºA realizou corretamente a conversão, escrevendo a expressão algébrica desejada, todavia, talvez por falta de verificação não se atentou ao fato de que o exercício pedia para determinar *x*, e não somente a expressão algébrica que satisfizesse as condições apresentadas no enunciado, inclusive deixando o quadro de resposta final em branco.

Para este exercício, os demais acadêmicos realizaram corretamente toda a resolução, apresentando a resposta final correta: $x > 9$.

No exercício 2, dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, apenas 6 resolveram corretamente o exercício. São eles os acadêmicos: A1 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA e A3 – 4ºA, os demais erraram em algum procedimento, como apresentado no quadro 40.

Quadro 40: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 2 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 2: Pensei em um número x, em seguida multipliquei-o por -3, de modo que seu valor fosse um número maior que 14. Em que número pensei inicialmente?

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x = 6$ $6 \times 3 = 18$	$X = 6.$

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x(-3) \geq 14$ $x \geq \frac{14}{-3}$ $x \leq -\frac{14}{3}$	$x \leq -\frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$\cancel{x} \cdot 3 > 14$ $3x > 14$ analisando os valores multiplicados por 3 que seja maior que 14 temos que $x \geq 5$.	$x = 5$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$3x > 14$ $\Rightarrow x > 14/3$	$X \geq \frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$-3x > 14$ $x > -\frac{14}{3}$	$x > -\frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$3x > 14$ $x > \frac{14}{3}$	$x > \frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$-3x > 14$ $-x > \frac{14}{3} \Rightarrow x > -\frac{14}{3}$	$x = -6$

Resolução do acadêmico A1 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$-3x > 14$ $x > -\frac{14}{3}$	$x > -\frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$-3x > 14$ $x < -\frac{14}{3}$	Pensou inicialmente em um número $x > -\frac{14}{3}$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x \cdot -3 = 14$ $x = \frac{14}{3}$	$x = \frac{14}{3}$

Fonte: autor.

O acadêmico A2 – 1ºA, utilizando-se da mesma concepção adotada para resolução do exercício 1, realizou incorretamente a resolução do exercício 2, ao atribuir um valor fixo para a variável x e, em seguida, realizar as operações seguindo os critérios mencionados no enunciado, para assim validar sua resposta de acordo com sua interpretação.

O acadêmico A3 – 1ºA realizou corretamente a conversão de duas das três unidades significantes presentes no enunciado, não se atentando ao fato de que o exercício tratava-se de uma inequação, em que o primeiro membro é *maior que* o segundo membro, e não *maior/igual*. Isto ocasionou na solução incorreta do exercício.

O acadêmico A2 – 2ºA converteu corretamente as informações contidas no enunciado para o registro algébrico, com exceção do sinal de menos (-) que acompanha o três. Além do fato de que sua interpretação após ter montado a inequação inicial algébrica, foi errônea, a partir do momento em que o acadêmico considera apenas o conjunto dos naturais, não apresentado assim a resposta em fração, além de que a resposta final que ele atribui apresenta-se como uma equação.

O acadêmico A3 – 2ºA realizou parcialmente a conversão, não notando o sinal negativo que acompanha o número 3, entretanto, realizou corretamente o tratamento algébrico da expressão inicial convertida, porém, ao dar a resposta final, substitui o sinal “>” pelo sinal “≥”, o que está incorreto.

O acadêmico A2 – 3ºA montou corretamente a expressão algébrica, porém, errou no tratamento algébrico da expressão, não trocando o sinal de desigualdade quando multiplicada ou dividida a expressão por um número negativo.

O acadêmico A3 – 3ºA errou no procedimento de conversão, quando não prestou atenção ao fato de que o número 3 é negativo, inclusive presente no enunciado do exercício.

O acadêmico A4 – 3ºA realizou corretamente a conversão, contudo, efetuou o mesmo procedimento errado no tratamento algébrico, assim como o acadêmico A2 – 3ºA, não alterando o sinal de desigualdade ao multiplicar/dividir ambos os membros da inequação por um número negativo. Além desse erro, o acadêmico dá como resposta final um valor fixo, não compreendendo que a pergunta do exercício pode implicar diferentes respostas, ou seja, uma inequação, e não um única resposta como a igualdade, que foi apresentada na resposta final do acadêmico.

O acadêmico A1 – 4ºA errou no procedimento de tratamento da expressão algébrica, não invertendo o sinal de desigualdade quando necessário.

O acadêmico A2 – 4ºA efetuou todos os procedimentos corretamente em sua resolução, tanto a conversão para o registro algébrico como o tratamento do mesmo, todavia, ao dar a resposta final, inverteu novamente o sinal de desigualdade da expressão, o que a tornou incorreta diante da atividade.

O acadêmico A4 – 4ºA compreendeu a situação dada no enunciado como uma igualdade, além de efetuar incorretamente o tratamento da expressão encontrada, errando assim a resolução do exercício.

Referente ao exercício 3, apenas cinco acadêmicos o acertaram, sendo estes os acadêmicos A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA e A3 – 4ºA, os demais efetuaram algum procedimento incorreto ou na resolução ou na resposta final, conforme observa-se no quadro 41.

Quadro 41: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 3 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 3: Não é igual, nem maior que 12 a diferença entre x e seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários.

Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$3x - x < 12$ $2x < 12$ $x < 6$	$x < 6$

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x = 6$ $6 \times 3 = 18$	$x = 6.$

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$	$x - 3x < 12$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $2x < 12$ $2x = 12$ $x = \frac{12}{2}$ $x = 6$	$x = 6$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $\Rightarrow -2x < 12$ $\Rightarrow x < -6$	$x < -6$

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $-2x < 12$ $x > 6$	$x > 6$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $-2x < 12$ $x < -6$	$x < -6$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x < 12$ $3x < 12$	$x \leq 3x < 12$

Resolução do acadêmico A1 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $-2x < 12$ $x < -6$	$x - 3x < 12$ $x < -6$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$ $-2x < 12$ $x > 6$	$x > 6$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x - 3x < 12$	$x - 3x < 12$

Fonte: autor.

Em relação às resoluções incorretas dos acadêmicos no exercício 3, como apresentado no quadro 41, nota-se que o acadêmico A1 – 1ºA teve dificuldades em interpretar e converter a unidade significante *diferença entre x e seu triplo*, levando em conta que ele converteu como sendo *diferença entre o triplo de x e x*. Nesse caso, pressupõe-se que os acadêmicos possuem dificuldades em converter a unidade significante corretamente, pelo fato de obterem uma diferença de termos que resultará em um valor negativo.

O acadêmico A2 – 1ºA novamente compreendeu o exercício de maneira incorreta, não realizando a conversão. Apenas deduziu um número que condissesse com os critérios do enunciado, mas que nesse caso, foi uma resposta parcial, portanto, incorreta.

O acadêmico A3 – 1ºA realizou corretamente a conversão para o registro algébrico, entretanto, não efetuou o tratamento para encontrar o valor de *x*, deixando como resposta final a expressão algébrica inicial.

O acadêmico A2 – 2ºA realizou corretamente a conversão do enunciado, porém, no procedimento de tratamento, transformou a inequação em uma equação, apresentando como resposta final $x = 6$, e não $x > -6$, que seria o correto.

Os acadêmicos A2 – 3ºA e A1 – 4ºA erraram no tratamento no momento em que não operaram corretamente segundo as propriedades de inequação ao multiplicar ou dividir por um número negativo, no qual deveriam inverter o sinal da inequação.

O acadêmico A4 – 3ºA compreendeu parcialmente o exercícios, visto que conseguiu realizar corretamente a conversão do segundo membro da inequação, bem como o sinal de desigualdade, contudo, apresentou dificuldades no primeiro membro da inequação, especificamente, na conversão das unidades significantes “diferença entre x e seu triplo”.

O acadêmico A2 – 4ºA realizou corretamente a conversão, no entanto, não se atentou na operação de divisão no procedimento de tratamento. Assim, efetuou corretamente a mudança do sinal de desigualdade, mas não deixou o segundo membro negativo que seria o correto.

Já o acadêmico A4 – 4ºA realizou corretamente a conversão para o registro algébrico, porém, assim como no exercício 1, não realizou o tratamento, consequentemente, não determinou o valor de x.

Todos os acadêmicos erraram o exercício 4, apresentando dificuldades semelhantes em seus erros, como visto no quadro 42, que segue.

Quadro 42: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 4 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 4: Um número inteiro somado com seu igual não é menor que 2 multiplicado com o seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários.

Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x + x \geq 2 . 3x$ $2x \geq 6x$ $-4x \geq 0$ $x \leq 0$	$x \leq 0$

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$Z + Z > 2 . 3$ $Z = 5$ $5+5 = 10$ $10 \times 3 = 30$ $30 > 2.$ 30 é maior que 2	$Z = 5.$

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x + x \geq 2.(3x)$ $2x \geq 6\cancel{x}$ $2 \geq 6$	$x + x \geq 2.(3x)$

Resolução do acadêmico A4 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$(-x) + x \geq 2.3x$ $0 \geq 6x$ $0 \geq x$	

Resolução do acadêmico A1 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x + x \geq 2.3x$, tq $x \in \mathbb{Z}$ $2x \geq 6x \Rightarrow x \leq 0$ $-4x \geq 0$	$x \leq 0.$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$1+1.1^3 = 2.$ $2+2.2^3 = 4.8 = 16$ $x+x.x^3 \geq 2$	$x \geq 2$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x+x \geq 2(3x)$ $2x \geq 6x$ $-4x \geq 0 \Leftrightarrow x = 0$	$x=0$

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$3(x+x) \geq 2$ $6x \geq 2$ $x \geq \frac{1}{3}$	$x \geq 1$

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x + x \geq 2.3x$ $\frac{2x}{2} \geq \frac{6x}{2}$ $-x + x \geq 3x - x$ $0 \geq 2x$ $\frac{2x}{2} \leq \frac{0}{2}$ $x \leq 0$	x é um valor negativo ou nulo.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x + x > 2.3x$ $x + x - 6x > 0$ $x > 0$	$x > 0$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x + x > 2.(3x)$ $2x > 6x \rightarrow 2x - 6x > 0$ $-4x > 0 \ (x-1) \quad x < 0$	$x < 0$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$n + n < 2.(3n)$. $2n < 6n$	$2n < 6n$

Resolução do acadêmico A1 – 4ºA

Resolução	Resposta final
1ª interpretação $x + x \geq 2 \cdot 3x$ $2x \geq 6x$ $x \geq 3x$ $x = \overline{0}$ 2ª interpretação $x + x \geq 2 \cdot 3 \cdot 2$ $2x \geq 18$ $x \geq 9$	$x \geq 9$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x + x > 2(3x)$ $2x > 6x$ $2x - 6x > 0$ $-4x > 0 \Rightarrow x = 0$	$x < 0$

Resolução do acadêmico A3 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x \in \mathbb{Z}$ $+(-2x)$ $x + x \geq 2(3x) \Leftrightarrow 2x \geq 6x \Leftrightarrow$ $x\left(\frac{1}{4}\right)$ $\Leftrightarrow 2x - 2x \geq 6x - 2x \Leftrightarrow 0 \geq 4x \Leftrightarrow$ $\frac{0}{4} \geq \frac{4}{4}x \Leftrightarrow \boxed{x \leq 0}$	$x \in \mathbb{Z} / x \leq 0$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x + x \geq 2.3x$	

Fonte: autor.

De acordo com as informações mostradas do quadro 42, 13 acadêmicos erraram na conversão, ao considerarem o termo *triplo* referente à variável *x* inicial, e não ao número 2, que seria o correto.

O acadêmico A2 - 1ºA, apesar de não ter considerado o termo *triplo* como sendo referente ao termo *valor inteiro* (fato identificado na maioria das conversões deste exercício), também não o considerou como sendo referente ao número 2, apenas convertendo o termo *triplo* pelo número 3. Na sequência, já estipulou um valor para o número inteiro, o que tornou o resultado incorreto perante os critérios do exercício.

O acadêmico A2 – 2ºA não conseguiu realizar a conversão corretamente, estabelecendo alguns valores aleatórios e atribuindo um possível resultado.

O acadêmico A4 – 2ºA compreendeu o termo *triplo* como referente ao triplo da soma no primeiro membro da inequação, que corresponde às unidades significantes *um número inteiro somado com seu igual*, ficando $3\ (x + x)$, o que nesse caso foi incorreto.

Compreendemos que neste exercício, a estrutura sintática do enunciado pode levar o aluno a entender que o termo *triplo* estaria se referindo aos termos *número inteiro*. No entanto, a formulação perante a língua portuguesa está adequada, na qual o termo *triplo* refere-se a unidade significante anterior mais próxima, ou seja, o número 2. Assim sendo, para essa pesquisa, consideramos como incorreto tais procedimentos realizados pelos acadêmicos. Contudo, para futuras replicações deste estudo, deve-se atentar a este fato, realizando ajustes no enunciado para assim evitar interpretações equivocadas.

No que refere-se ao exercício 5, oito acadêmicos resolveram-no corretamente, são eles: A1 – 1ºA, A2 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 4ºA e A2 – 4ºA. Dos demais, sete apresentaram resoluções incorretas e um não realizou o exercício, sendo este último o acadêmico A4 – 4ºA. As resoluções incorretas são apresentadas no quadro 43.

Quadro 43: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 5 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 5: É no mínimo 17 a soma entre um número par e seu sucessor. Quais valores esse número pode assumir de modo que essa relação seja satisfeita?

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$(2n)+(2n+2)=17$ $4n+2=17$ $4n=16$ $n=4$	$n=4$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x+y \geqslant 17$ $8+9 \geqslant 17$ Qualquer numero maior igual a 8, satisfaz a relação.	8

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
nº par : 2K seu sucessor : 2K+1 $K \geqslant 4$ $2K+2K+1 \geqslant 17$ $-1+4K+1 \geqslant 17-1$ $\frac{4K}{4} \geqslant \frac{16}{4}$	Esse número pode assumir valor 4 ou mais.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x+(x+1)=17$ $2x=16$ $x=8$	$x=8$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$8+9=17$ $x>8$	$x>8$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$2p+(2p+1)=17$ $4p+1=17 \Rightarrow 4p=16 \Rightarrow p=4$ por: $2p=2\cdot4=8$	$p>8$

Resolução do acadêmico A3 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x+x+1 \geq 17 \iff 2x+1 \geq 17 \overset{+(-1)}{\iff}$ $2x \geq 16 \overset{\times(\frac{1}{2})}{\iff} \underline{x \geq 8}$	$\underline{x \geq 8}$

Fonte: autor.

Consoante as resoluções vistas no quadro 43, observe que o acadêmico A3 – 1ºA realizou corretamente a conversão de forma parcial, errando apenas na unidade significante *no mínimo*, que neste caso corresponde ao sinal de ≥ (maior ou igual) e não apenas ao sinal de = (igual), conforme consta na resolução do acadêmico.

O acadêmico A4 – 1ºA, apesar de realizar corretamente a conversão para o registro algébrico, não operou de maneira correta a soma das variáveis, errando assim nas operações referentes ao tratamento do registro.

O acadêmico A2 – 2ºA não conseguiu montar a expressão algébrica que satisfizesse as condições propostas no enunciado, estipulando alguns valores para as variáveis, encontrando assim um único valor, e não vários.

O acadêmico A1 – 3ºA realizou corretamente tanto a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico assim como seu tratamento, porém, a resposta final foi a seguinte: *esse número pode assumir valor 4 ou mais*. No que se refere ao exercício, e considerando as condições do mesmo, o valor 4 não o satisfaz, uma vez que 4 somado ao seu sucessor (5 neste caso) não é maior nem igual a 17. O valor 4 neste caso refere-se à variável *k*, que o acadêmico utiliza. Se a resposta do acadêmico fosse referente ao valor de *k*, o exercício estava completamente correto.

O acadêmico A2 – 3ºA não conseguiu representar de modo correto a unidade *um número par* e, consequentemente, *seu sucessor*, além de considerar o exercício como uma equação e não uma inequação.

O acadêmico A3 – 3ºA utilizou-se do método de *tentativa e erro* para verificar uma expressão matemática que satisfizesse as condições do exercício, e não conseguiu achar o número mínimo, mas representou como *x* sendo *maior* e não *maior ou igual*, que seria o correto.

O acadêmico A4 – 3ºA utilizou-se de igualdade para resolver a expressão matemática, inicialmente convertida, apresentando como resposta final uma inequação, todavia, incorreta pois o correto seria ≥ (maior ou igual) e não apenas > (maior).

O acadêmico A3 – 4ºA representou erroneamente a unidade significante *número par* ao representá-lo por *x* e não *2x*. Este fato ocasionou na resolução incorreta do exercício, devido a sua influência na resposta final.

Já o acadêmico A4 – 4ºA não resolveu o exercício.

Para o exercício 6, o qual atende a apenas uma condição de congruência semântica, sete acadêmicos o acertaram, sendo estes: A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A1 – 4ºA e A3 – 4ºA. Os acadêmicos A2 – 1ºA e A4 – 4ºA não responderam o exercício, deixando-o em branco. Os demais erraram o exercício em alguma etapa do processo de resolução, como pode perceber-se, na sequência, no quadro 44.

Quadro 44: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 6 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 6: Determine x de modo que ao realizar a diferença com seu dobro resulte sempre em um número não negativo.

Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$2x - x \geq 0$ $x \geq 0$	$X \geq 0$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x - 2x$ Seja x um numero qualquer negativo; então temos que se x é negativo ele terá o seguinte formato $-x - 2(-x)$ $\Rightarrow -x + 2x$ Ex: $x = -2$ $x - 2x$ $-2 - 2.(-2) = 2$	$x = 2$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x - 2x > 0$ $\Rightarrow -x > 0$ $\Rightarrow x < 0$	para x menores que zero $x \in \mathbb{R}^-$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$2x + x - 2x = 1$ $x = 1$	$x = 1$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x - 2x > 0$ $-x > 0$ $x < 0$	~~$x > 0$~~ $x < 0$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x - 2x^2 < 0 \Rightarrow -x^2 < 0 \Rightarrow x < x.x$ $1 < x.$	$x > 0$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x - 2x = \lvert y \rvert$ $-x = \lvert y \rvert$ $x = -\lvert y \rvert$ $x = \begin{cases} -y \text{ se } k>0 \\ y \text{ se } k<0 \end{cases}$	$x = \begin{cases} -y \text{ se } k>0 \\ y \text{ se } k<0 \end{cases}$

Fonte: autor.

Analisando as resoluções dos acadêmicos apresentadas no quadro 44, observa-se que o acadêmico A1 – 1ºA não compreendeu a unidade significante referente ao primeiro membro da inequação, convertendo como *2x – x,* quando o correto seria *x – 2x*. O mesmo fato com este acadêmico também ocorreu no exercício 3, o qual tratava-se de uma situação semelhante a esta.

O acadêmico A2 – 1ºA não resolveu o exercício, deixando-o em branco.

O acadêmico A2 – 2ºA utilizou-se de procedimentos diferentes dos demais, talvez em razão da unidade significante *não negativo,* tê-lo influenciado a supor que *x* fosse negativo, e o feito considerar tal fato para assim encontrar um valor que satisfizesse as condições do exercício, porém ele não obteve êxito em sua resposta final.

Os acadêmicos A3 – 2ºA e A3 – 3ºA operaram de maneira correta em seus procedimentos de resolução, entretanto, a conversão da unidade significante *não negativo* ficou incorreta, isto porque, eles consideraram como sendo > 0 (maior que 0) e não ≥ 0 (maior ou igual à 0), o que seria o correto.

O acadêmico A2 – 3ºA não conseguiu montar a expressão algébrica corretamente. Além de estipular o número 1 como sendo um valor não negativo e considerar mais variáveis *x* que o necessário, também montou uma equação para resolver o exercício

O acadêmico A4 – 3ºA montou a inequação algébrica de forma incorreta ao considerar a diferença entre x e seu dobro como sendo *2x – x* e converter a unidade significante *não negativo* para o sinal de < (menor).

O acadêmico A2 – 4ºA considerou o módulo *y* como sendo um valor não negativo, o que de fato está correto. Contudo, a resposta final não comtempla todos os valores que *x* pode assumir.

Já o acadêmico A4 – 4ºA não respondeu o exercício.

Quanto ao exercício 7, cujo grau de dificuldade consideramos como sendo o mais complexo, devido ao fato de que o exercício não satisfaz nenhuma condição de congruência semântica na formulação do seu enunciado, apenas um acadêmico, sendo este o A1 – 4ºA conseguiu resolvê-lo de maneira correta. Os acadêmicos A3 – 1ºA e A4 – 4ºA deixaram em branco. Os demais erraram em algum processo da resolução, segundo o exposto no quadro 45.

Quadro 45: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 7 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 7: Sabe-se que o valor máximo que x pode assumir é igual ao produto entre 3 e seu dobro. Determine x.

Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x \leq 3.2x$ $x \leq 6x$ $0 \leq 5x$ $5x \geq 0$ $x \geq 0$	$x \geq 0$

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x = 20$ dobro de $x = 20$ produto = $20 \times 3 = 60$	$x = 10$ $20 \times 3 = 60$

Resolução do acadêmico A4 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$3.2x \geq x$ $6x \geq x$ $5x \geq 0$ $x \geq 0$	X é um nº não negativo ($x \geq 0$).

Resolução do acadêmico A1 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x \leq 3.2x$ $x \leq 6x$ $-5x \leq 0$ $x \geq 0$	$x \geq 0$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x = 3 \cdot 2x$ $x = 6x$ Se $x = 1$ então seu valor máximo é igual a 6.	$x = 1$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x < 3 \cdot 2 \cdot 3$ $x < 18$	$x < 18$.

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$3 \cdot 2x$	$6x$

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x < 3 \cdot 2x$ $0 \leqslant x$ $-x + x \leqslant 6x - x$ $x \geqslant 0$ $\frac{0}{5} \leqslant \frac{5x}{5}$	x é um número não negativo.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$3 \cdot 2x = 1$ $6x = 1$ $x = 1/6$	$x = 1/6$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x = 3.(2x$ $x = 6x$ $x = 0$	$x = 0$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
max: $x = 3 \times 2x = 6x$	$x = \frac{max(x)}{6}$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x \leq 3(2x)$ $x \leq 6x$ $x - 6x \leq 0$ $-5x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$	$x \geq 0$

Resolução do acadêmico A3 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$x \leq 3(2x) \Leftrightarrow x \leq 6x \underset{+(-x)}{\Leftrightarrow} 0 \leq 5x$ $\underset{x(\frac{1}{5})}{\Leftrightarrow} \underline{x \geq 0}$	$\underline{x \geq 0}$

Fonte: autor.

Esse exercício foi o segundo exercício desse instrumento de pesquisa a obter o maior número de erros, perdendo apenas para o exercício 4, o qual nenhum acadêmico acertou.

Referente a ele, podemos observar que a maioria dos erros está relacionada a interpretação e, em consequência disso, a conversão das unidades significantes *produto entre 3 e seu dobro*, dado que a maioria dos acadêmicos consideraram *seu dobro* como sendo o dobro de *x* e não o dobro de *3* (que seria o correto, proposto para essa atividade), como pode ser notado nas resoluções dos acadêmicos A1 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A1 – 3ºA, A2 – 4ºA e A3 – 4ºA.

O acadêmico A2 – 1ºA não conseguiu montar a expressão algébrica, apresentando números possíveis de uma má interpretação do enunciado. Contudo, também interpretou *o dobro* como segundo referente a variável *x*, conforme observa-se em suas anotações.

Os acadêmicos A2 – 2ºA, A2 – 3ºA, A3 – 3ºA e A4 – 3ºA além de considerarem o termo *dobro* referente a variável *x*, também não conseguiram identificar a unidade significante *valor máximo* como sendo uma inequação, montando assim uma igualdade.

O acadêmico A3 – 2ºA dentre as resoluções consideradas incorretas, foi o único que compreendeu *o dobro* como sendo referente ao *3*, porém, realizou incorretamente a conversão na unidade significante *valor máximo*, além de errar no tratamento algébrico.

O acadêmico A4 – 2ºA não conseguiu montar uma inequação, apenas uma operação de multiplicação entre número e variável.

Deste modo, assim como o exercício 4, este exercício 7 apresenta um enunciado na qual constatou-se interpretações equivocadas dos acadêmicos. O termo *dobro* faz alusão ao número 3. Deste modo, para possíveis replicações deste estudo, aconselha-se realizar ajustes no enunciado de modo a sanar tal visão distorcida do exercício, possibilitando assim atingir seu real objetivo.

Com vistas ao exercício 8, o último do instrumento de pesquisa – 1, cujo enunciado assim como o exercício 7, não possui nenhum critério de congruência semântica satisfeita, constatou-se um número maior de acertos se comparado com o exercício 7. Nesse exercício, seis acadêmicos o resolveram de forma correta, são eles: A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A1 – 3ºA, A1 – 4ºA e A3 – 4ºA, já os acadêmicos A2 – 1ºA e A4 – 4ºA não o responderam, deixando a resolução em branco. Os demais erraram em algum procedimento da resolução, como pode-se observar logo abaixo, no quadro 46.

Quadro 46: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 8 do instrumento de pesquisa – 1.

Exercício 8: Sabe-se que o limite inferior dos valores que um número x somado com 8 pode assumir é igual a diferença de dois números iguais. Determine x.

Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$x+8>0$ $x>-8$	$x>-8$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$X+8=y-y$ $x+8=0$ $X=-8$	$x=-8$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$X+8=y-y$, y um nº qualquer $X+8=0$ $X=-8$	$X=-8$

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$x+8=x-x$ $x=-8$	$x=-8$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x-x=x+8$ $x=8$	$x=8$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x + 8 = 0$ $x = -8$ $\lim x = 0 \Leftrightarrow x = 0$	$x = -8$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$	$x = -8$

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$a - a < x + 8$ $0 < x + 8$ $-8 < x$	$x > -8$

Fonte: autor.

Como observado no quadro 46, as resoluções errôneas dos acadêmicos A1 – 1ºA e A2 – 4ºA são semelhantes. Nessa situação, eles somente erraram na conversão da unidade significante *limite inferior*, visto que esta unidade significante corresponde ao sinal de ≥ (maior ou igual), representando assim o valor mínimo que a variável *x* pode assumir.

Já os acadêmicos A2 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A2 – 3ºA, A3 – 3ºA e A4 – 3ºA também só efetuaram de forma incorreta a conversão da unidade significante *limite inferior*, pois não a identificaram, considerando que o termo *igual* presente no enunciado pode ter confundido os acadêmicos, levando-os a achar que tratava-se de um exercício envolvendo o conceito de equação.

7.2. Análises individuais dos resultados obtidos: instrumento de pesquisa – 2

Como elaborado no instrumento de pesquisa – 1, para o instrumento de pesquisa – 2 elaboramos um quadro, apresentando de modo geral os resultados obtidos na aplicação dos problemas contextualizados aos 16 alunos sujeitos da pesquisa. Assim, as análises seguintes serão referentes aos erros apresentados no quadro 47.

Quadro 47: Erros e acertos do instrumento de pesquisa – 2.

Instrumento de pesquisa - 2						
Ano acadêmico	Acadêmicos	Problemas				
		1	2	3	4	5
1º ano	A1 - 1º A	✓	✓	✓	✓	✓
	A2 - 1º A	✗	✓	✗	✗	✗
	A3 - 1º A	✗	—	✓	✗	✗
	A4 - 1º A	✓	—	✓	✗	✓
2º ano	A1 - 2º A	✓	✓	✓	✗	✓
	A2 - 2º A	✗	✗	✓	✗	✗
	A3 - 2º A	✓	✓	✓	✓	✓
	A4 - 2º A	✗	✗	✗	✗	✓
3º ano	A1 - 3º A	✗	✗	✓	✗	✗
	A2 - 3º A	✗	✗	✓	✗	✗
	A3 - 3º A	✗	✗	✓	✗	✗
	A4 - 3º A	✗	✗	✗	✓	✗
4º ano	A1 - 4º A	✓	✗	✓	✓	✗
	A2 - 4º A	✗	✗	✓	✗	✗
	A3 - 4º A	✓	✗	✓	✗	✓
	A4 - 4º A	✗	—	—	✗	✓

Fonte: autor.

Em razão de haverem cinco problemas contextualizados abordados nessa pesquisa e 16 acadêmicos sujeitos do estudo, obtemos um total de 80 resoluções. Dessas 80 resoluções, houveram 33 acertos, 43 erros e quatro respostas em branco, segundo as informações expostas no quadro 47.

Serão apresentadas, a seguir, as resoluções incorretas dos acadêmicos no que diz respeito aos problemas 1, 2, 3, 4 e 5.

Quadro 48: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao problema 1 do instrumento de pesquisa – 2.

Problema 1: Devido ao descaso com a educação brasileira e, sobretudo, com as reformas impostas pelo governo a fim de cortar gastos, Célio, professor do Magistério, decidiu verificar a seguinte situação: sabe-se que o piso nacional do magistério para o ano de 2017 segundo o MEC é de R$2.298,80 para carga horária de 40 horas semanais. Sabe-se também que em média, o custo de um deputado federal segundo levantamento de dados realizado pelo *Congresso em Foco* fica em média R$168.662,44 mensal. Com base nessas informações, quantos salários integrais de professor do magistério são necessários juntar, no mínimo, para pagar o custo de um deputado no período de um ano?

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
2017 – 2.298,80 – 40 168.662,44 / 2.298,80 74 salários	R: 74.

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
P: 2017 – 2298,80 – 40 h/s D: 2017 – 168662,44 $\frac{168662,44}{2298,80}$	S: $\frac{168662,44}{2298,80}$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
2.298,80 → $\frac{168.662,44}{2.298,80} \cong 73.36$ Será necessário mais ou menos o salário de 73 professores do magistério e 850,04 reais do salário de outro professor, ou seja aproximadamente 37% do salário.	$\cong 73,36$

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
168664,44 × 12 = 33732888; 16866444 +; 2.023.973,28 — 2.023.973,28 ÷ 2298,80: 2068920, 9	880 salários

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
Em um ano magistério: R$ 2.298,80 × 12 = 459760; 2298800; 27.585,60 — 168.662,44 × 12 = 33732488; 168662440; 2.023.949,28 — deputado:	São necessários pelo menos 74 salários de professor para pagar o custo de um deputado em um ano.

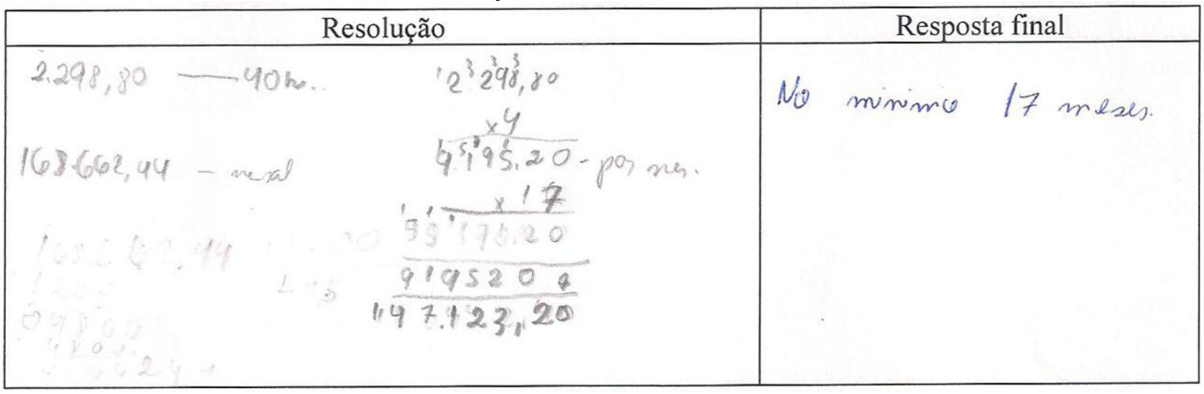
Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
	73 vezes

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

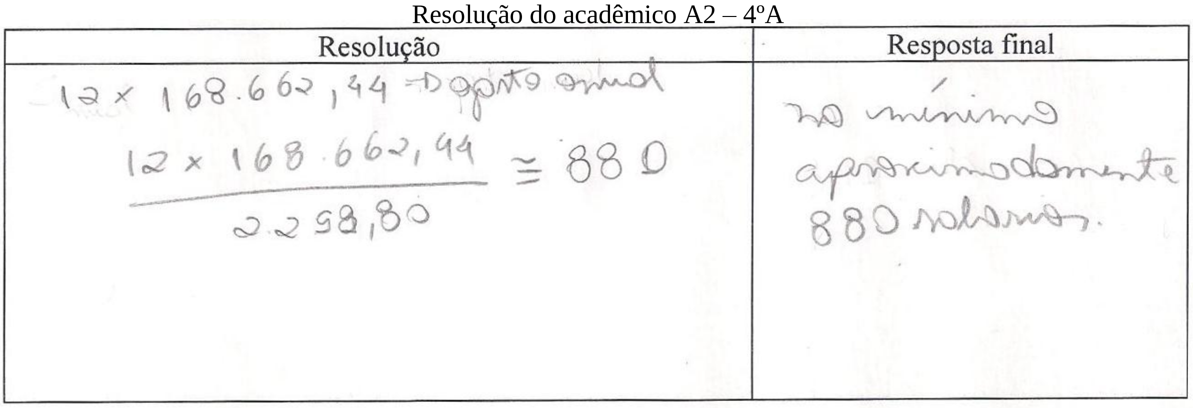
Resolução	Resposta final
168.662,44 × 12 = 33732488; 16866244 +; 2023949,28 — x; 2.298,80 — 1; $x = \frac{2023949,28}{2.298,80}$; 2023949,28 ÷ 2298,80: 1132040, 01919090, 8,8	$x \approx 9$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA



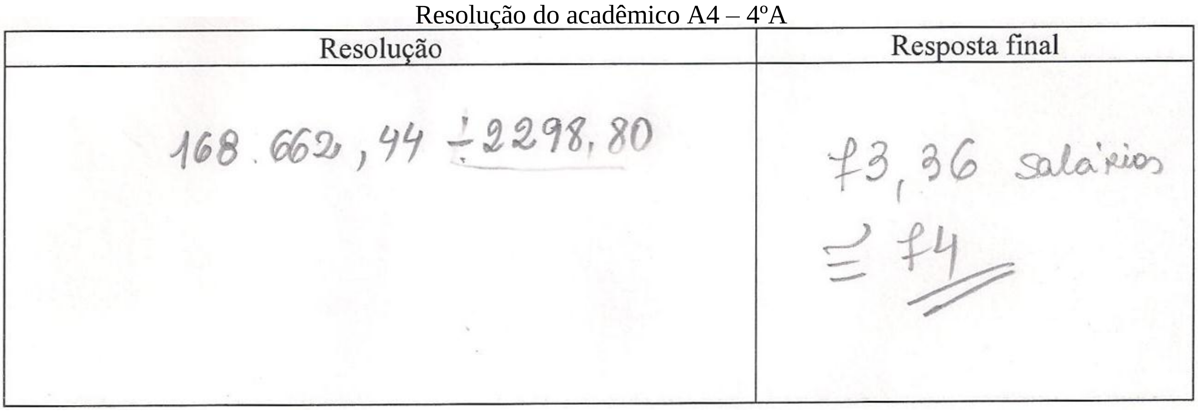
Resolução	Resposta final
2.298,80 —— 40h. / 168.662,44 – real / 2.298,80 × 4 = 9.195,20 - por mês. / × 17 / [illegible] / 919520 / 147.123,20	No mínimo 17 meses.

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA



Resolução	Resposta final
12 × 168.662,44 → gasto anual / $\frac{12 \times 168.662,44}{2.298,80} \cong 880$	no mínimo aproximadamente 880 salários.

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA



Resolução	Resposta final
168.662,44 ÷ 2298,80	73,36 salários ≅ 74

Fonte: autor.

O problema 1 aborda uma situação na qual solicita-se o cálculo de quantos salários integrais de um professor do magistério são necessários para pagar o custo de um deputado federal no período de um ano. Dessa forma, era necessário apenas multiplicar o salário do deputado por 12, representando assim a quantidade de meses em um ano e dividir pelo salário do professor do magistério. Como o exercício pedia o mínimo, logo, tratava-se de uma inequação com o sinal de ≥ (maior ou igual).

Os acadêmicos A2 – 1ºA e A4 – 4ºA colocaram como resposta o valor de *74 salários*, isto é, eles não consideram o *período de um ano*, pois não multiplicaram o valor encontrado por

12, mas atentaram-se ao fato de que se tratava de salários integrais, isto porque, aproximaram o resultado para um valor inteiro. Em contrapartida, o acadêmico A1 – 3ºA, apesar de ter a mesma resposta final que os dois acadêmicos já mencionados, considerou o período de um ano, todavia, considerou tanto para o salário de um deputado federal como para o salário do professor, o que inviabilizou o procedimento correto do cálculo.

Os acadêmicos A3 – 1ºA e A2 – 2ºA além de não consideraram o período de um ano do custo de um deputado, também não se atentaram ao fato de que a resposta deveria ser apresentada em salários integrais, e não em um valor decimal.

Os acadêmicos A4 – 2ºA e A2 – 4ºA escreveram como resposta final o valor de *880 salários*. Com isso, observa-se que eles efetuaram os cálculos corretamente, além de considerarem os critérios de 12 meses e salários integrais, no entanto, o cálculo final para se chegar a resposta de 880, chega a um resultado de 880,44, aproximadamente. Como no enunciado é especificado que além de serem salários integrais, necessita-se da quantidade mínima, seria necessário aproximar para 881 salários, e não 880, uma vez que esse valor não satisfaz as condições dadas no problema para uma resposta coerente.

O acadêmico A2 – 3ºA não apresentou na folha de coleta de dados o procedimento de resolução, atribuindo apenas a resposta final, que está incorreta. Sua resposta (*73*) indica que ele não considerou o período de um ano e realizou o mesmo erro dos acadêmicos citados no parágrafo anterior, quer dizer, aproximou o valor incorreto para menos e não para mais.

O acadêmico A3 – 3ºA realizou todas as operações de conversão de forma correta, bem como montou corretamente as operações com os valores para encontrar o valor final, porém, na operação de divisão do salário de um deputado no período de 12 meses sobre o salário do professor do magistério, confundiu-se ao utilizar a vírgula no resultado encontrado. Como o acadêmico já havia encontrado o valor 8, e já sabia (erroneamente) que os próximos valores estariam após a vírgula, aproximou o resultado para 9, ou melhor, 9 salários integrais.

O acadêmico A4 – 3ºA confundiu-se na interpretação do problema, utilizando-se de dados desnecessários, por exemplo, a carga horária do professor do magistério para compor seu salário integral. Além disso, não apresentou a resposta em salários, mas em meses.

Em relação ao problema 2, dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, apenas quatro acertaram-no, sendo estes: A1 – 1ºA, A2 – 1ºA, A1 – 2ºA e A3 – 2ºA. Os acadêmicos A3 – 1ºA, A4 – 1ºA e A4 – 4ºA não responderam o problema. Os restantes erraram em algum procedimento da resolução, como visto no quadro 49 a seguir.

Quadro 49: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao problema 2 do instrumento de pesquisa – 2.

Problema 2: Com o aumento da utilização de conexões com a internet 3g/4g. Uma operadora de celular disponibilizou para seus usuários, os seguintes planos de 50 MBs/dia.

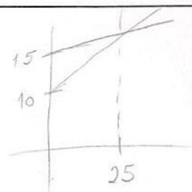
Planos	Custo fixo mensal	Custo adicional por MB utilizado
A	R$15,00	R$0,2
B	R$10,00	R$0,4

A partir de quantos megabytes adicionais utilizados o plano A é mais vantajoso financeiramente que o plano B?

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
A partir de 30MB começa a ser mais vantajoso a utilização do plano A, pois $30 \cdot 0{,}2 = 6$ $30 \cdot 0{,}4 = 12$ $6 + 15 = 21$ $12 + 10 = 22$.	30MB

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
A: $0{,}2x + 15$ B: $0{,}4x + 10$ $0{,}2x + 15 = 0{,}4x + 10$ $0{,}2x = 5$ $x = 5 \cdot \frac{10}{2} = \frac{50}{2} = 25$  	A partir de 25 megabytes adicionais

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$15 + 0{,}2m = 10 + 0{,}4m$ $5 = 0{,}2m$ $m = 25$	O plano A é mais vantajoso que o B a partir de 25 MB.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
50 mB/dia	A partir de 60 mB/dia

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
A – 15 + 0,2 = 15,2 B – 10 + 0,4 = 10,4 15,2 < x 10,4 → x > $\frac{15,2}{10,4}$ 15,2 ⌊10,4 = 1,46; 104, 0480, 408, 0720	a partir de x > 1,5

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
15,00 — 0,2 10,00 — 0,4 18 × 0,2 = 24,0 (246, 90) 18 × 0,4 = 72 1000 ⌊40 = 25; 80, 200 50 × 12 1500 ⌊20 = 75; 140, 100	A partir de 18 MB adicional.

Resolução do acadêmico A1 – 4ºA

Resolução	Resposta final
0,2m + 15 < 0,4m + 10 15 – 10 < 0,4m – 0,2m 5 < 0,2m m > 25	A partir de 25 MB.

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$15 + 0,2x = 10 + 0,4x$ $5 - 0,2x = 0$ $x = \frac{5}{0,2}$ $x = 25$	A partir de 5 megabytes

Resolução do acadêmico A3 – 4ºA

Resolução	Resposta final
A- $y = 15 + 0,2x$, onde, y - custo x - MB B- $y = 10 + 0,4x$ $+(-10)$ $15 + 0,2x \leq 10 + 0,4x \iff$ $+(-0,2x)$	$x \geq 25$

$\iff 5 \leq 0,2x \iff$
$\times\left(\frac{10}{2}\right)$

$\iff \boxed{x \geq 25}$

Fonte: autor.

O problema 2 consistia em determinar a partir de quantos Megabytes utilizados o plano A torna-se mais vantajoso que o plano B. Para isso era necessário que o acadêmico montasse uma inequação de modo a atender esses critérios, utilizando os dados presentes na tabela fornecida no problema.

Analisando a resolução do acadêmico A2 – 2ºA, dar-se a entender que o acadêmico estipulou um valor inicial, em seguida realizou os cálculos para comprovar se aquele valor respondia a pergunta do problema, e de fato é verificável, porém, não é partir de 30Mbs (resposta do acadêmico) que o plano A se torna mais vantajoso que o plano B.

Os acadêmicos A4 – 2ºA, A1 – 3ºA e A1 – 4ºA empregaram como resposta: *a partir de 25 Megabytes*, o que não estaria incorreto, se a expressão algébrica que representasse tal situação fosse do tipo $15 + 0,2x \leq 10 + 0,4x$. Contudo, o enunciado especifica ao mencionar os termos *mais vantajoso*, que para que isso ocorra, é necessário que um valor ultrapasse o outro, não havendo a possibilidade de ser igual. Portanto, compreende-se por meio das respostas desses acadêmicos, que eles confundiram o termo *a partir* como sendo referente ao próximo valor a ser considerado na contagem (a partir de 25 Mbs = 26, 27, 28...). Nesse caso, o termo *a partir* inclui o 25, o que torna as respostas desses acadêmicos incorretas.

O acadêmico A2 – 3ºA não apresentou cálculos em sua resolução, apenas o valor de *50 Mbs*, e na resposta final, o valor especificado de *a partir 60 Mbs*, o que sugere um possível cálculo mental, todavia, incorreto.

O acadêmico A3 – 3ºA até tentou montar uma inequação com os dados e os critérios fornecidos, porém, a conversão inicial para a expressão algébrica já demonstrou erros, que consequentemente permaneceram até a resposta final.

O acadêmico A4 – 3ºA tentou utilizar-se do método de *regra de 3*, dentre outras operações, não obtendo sucesso em sua resposta final.

O acadêmico A2 – 4ºA apesar de ter utilizado uma igualdade, realizou tanto a conversão dos demais dados como seu tratamento de maneira correta, entretanto, a resposta final apresentou dados não condizentes com sua resolução.

Por outro lado, o acadêmico A3 – 4ºA identificou e converteu todos os itens do enunciado para a expressão matemática, mas errou na unidade significante *vantajoso*, que implica na condição do plano A ser menor que o plano B, e não menor ou igual, conforme ele acadêmico considerou.

Quanto ao problema 3, este foi o qual apresentou o maior número de acertos, dentre os cinco problemas contextualizados desse instrumento de pesquisa. No total foram 12 acertos, cujos acadêmicos que resolveram corretamente são: A1 – 1ºA, A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A2 – 2ºA, A3 – 3ºA, A1 – 3ºA, A2 – 3ºA, A3 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA e A3 – 4ºA. O acadêmico A4 – 4ºA deixou sua resolução em branco e os demais erraram em algum procedimento em sua resolução, de acordo com o exposto no quadro 50, na sequência.

Quadro 50: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao problema 3 do instrumento de pesquisa – 2.

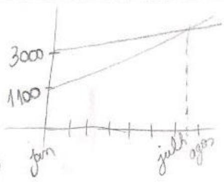
Problema 3: (Vunesp) Duas pequenas fábricas de calçados, **A** e **B**, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica **A** aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica **B** aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica **B** superará a produção de **A** a partir de:

a) março.
b) maio.
c) julho.
d) setembro.
e) novembro.

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
3000 e 1100	Em novembro.

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
A: $3000 + 70x$ B: $1100 + 290x$ $290x + 1100 = 70x + 3000$ $220x = 1900$ $x = 8{,}63$ meses 	julho

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
A — 3000 B — 1100 3000 − 1100 = 1900 1100 + 2410 = 3510 290 × 9 = 2410 70 × 9 = 730 3730	Novembro. (e)

Fonte: autor.

O problema 3 consiste em determinar em qual mês a produção da fábrica B irá superar a produção da fábrica A, conforme as condições e critérios estabelecidos no enunciado. Para tanto, uma possível e viável resolução para este problema é por meio de uma inequação de modo a determinar por meio dos dados, o mês em que ocorrerá esse superação da produção da fábrica B.

O acadêmico A2 – 1ºA não conseguiu realizar a conversão dos dados presentes no enunciado para a expressão matemática, pois escreveu apenas dois valores que já continham no enunciado e estipulou uma alternativa como resposta final.

O acadêmico A4 – 2ºA montou corretamente as duas expressões que representam as produções das duas fábricas, entretanto, utilizou-se de uma igualdade para resolução do mesmo (que de certa forma não está errada), porém, na hora de converter o valor final encontrado para o mês correspondente, acabou cometendo um equívoco, isto porque, sua resposta final foi o mês de Julho. Este fato pode estar ligado ao conhecimento de mundo do acadêmico, pelo fato de que este mesmo acadêmico na hora da aplicação dos instrumentos de pesquisa, perguntou ao aplicador, autor desta pesquisa, qual mês vinha primeiro: junho ou julho.

Já o acadêmico A4 – 3ºA realizou algumas operações matemáticas de soma e multiplicação, mas não obteve êxito na sua resposta final.

No que se refere ao problema 4, este apresentou o maior número de erros no instrumento de pesquisa – 2, sendo um total de 12 erros. Os acadêmicos que resolveram corretamente o problema foram: A1 – 1ºA, A3 – 2ºA e A4 – 3ºA. Os outros erraram em algum procedimento da resolução, como visto no quadro 51.

Quadro 51: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao problema 4 do instrumento de pesquisa – 2.

Problema 4: Em um determinado cinema, nos quatro primeiros dias da semana o ingresso possui um valor de R$ 8,00, já para os três últimos dias da semana o ingresso dobra seu valor. Sabendo que este cinema possui um gasto de R$ 7200,00 para exibir um filme durante uma semana (de Segunda a Domingo) e que este filme é exibido duas vezes ao dia, quantos espectadores são necessários, no mínimo, em média, durante cada dia para que o cinema não tenha prejuízo?

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
8,00 7,200 16,00	

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
S T Q Q S S D 8 8 8 8 16 16 16 16 16 16 16 32 32 32 x x x x 2x 2x 2x $n \cdot 10x = 7200$ $n \to$ ESPECTADORES $n = \frac{7200}{10x}$	$\cancel{14} = \frac{7200}{160}$

Resolução do acadêmico A4 – 1ºA

Resolução	Resposta final
$4.8 + 3.16 = 80$ reais se 1 ingresso por dia $7200 \div 80 = 90$ ingressos por dia Como são 7 dias $90 \times 7 = 630$	630 espectadores no mínimo.

Resolução do acadêmico A1 – 2ºA

Resolução	Resposta final
7200 (2 → vezes por dia 3600 $4.8x + 16.3x = 3600$ $32x + 48x = 3600$ $80x = 3600$ $x = 45$	Em média 45 pessoas por dia, Em média

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
$8.4 = 32$ $8.2.3 = 48$ $32+48 = 80$ valor gasto na semana Por semana é necessario que tenha 90 pessoas então por dia é necessario 12,85 ou seja 13 pessoas	13 pessoas.

Resolução do acadêmico A4 – 2ºA

Resolução	Resposta final
seg ter qua quin | sxt sab dom 8,00 | 16,00 x | $2x$ $32x + 6x = 7200$ $38x = 7200$ $x = 189$ 2 seções por dia	no mínimo 189 espectadores

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
S T Q Q S S D 8,00 16,00 $(32s + 48s)\,2 = 7200$ $80s = 3600$ $s = 45$	São necessários 45 espectadores.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
4 semanas 1- 32 - 48	45 pessoas.

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$7200,00 = x8 + 16x$ $7200 = 24x$ $x = \frac{7200}{24}$, $x = 300 \div 2$, $x = 150$ 7200 | 24 12 300 00	Devemos ter no mínimo 150 espectadores.

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

Resolução	Resposta final
1 espectador ao dia R$ 96 1 —— 96 x —— 7200 $x = \frac{7200}{96} \Rightarrow x = 75$	São necessários no mínimo 75 espectadores

Resolução do acadêmico A3 – 4ºA

Resolução	Resposta final
X -> pessoas: $\frac{y_1}{4} = 8x$ $\frac{y_2}{3} = 16x$ $y_1 = y_1 + y_2 = 32x + 48x$ $y_1 = 80x$ $(x2) \Rightarrow y = 160x$ $7200 < 160x \xrightarrow{x(1/160)}$ $45 < x$ $(\div 7)$ $\frac{x}{7} > 6{,}42$	$\boxed{x \approx 7}$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA

Resolução	Resposta final
$7.200 \div 7 = 1028{,}57$ dia 129 nos 4 primeiros dias 64 nos 3 ultimos dias	≃ 129 nos 4 primeiros dias ≃ 64 nos 3 ultimos dias

Fonte: autor.

O problema 4 consistia em determinar qual o número médio mínimo de espectadores por dia para que o cinema não tivesse prejuízo. Para resolvê-lo, o acadêmico deveria calcular com base nos valores dos ingressos e na quantidade de vezes que o filme era exibido, quantos espectadores seriam necessários.

O acadêmico A2 – 1ºA não conseguiu converter os dados presentes no enunciado para o registro algébrico, apenas escrevendo alguns valores numéricos já fornecidos no enunciado, não apresentando assim nenhum cálculo.

O acadêmico A3 – 1ºA por meio do método de *tentativa e erro* fez a distribuição dos valores a serem arrecadados nos sete dias da semana, seguindo as especificações de cada dia, com isso ele conseguiu determinar a quantidade de 45 expectadores, entretanto, não se atentou ao fato de que essa quantidade encontrada é referente apenas a uma sessão do cinema, e o cinema exibia o filme duas vezes ao dia, logo, o número correto de expectadores é 90.

Em contrapartida, os acadêmicos A1 – 2ºA, A1 – 3ºA e A2 – 3ºA também apresentaram como resposta final o número de 45 expectadores, mudando apenas o processo de resolução, no qual os acadêmicos A1 – 2ºA e A1 – 3ºA utilizaram-se de expressões algébricas e o acadêmico A2 – 3ºA apenas de números.

O acadêmico A4 – 1ºA por intermédio apenas de expressões aritméticas conseguiu realizar de maneira correta os cálculos necessários para determinar quantos expectadores deveriam haver no dia, para que o cinema não tivesse prejuízo. Todavia, ele interpretou mal a sua primeira operação, ao supor que 80 reais seria o valor arrecadado em um dia. Como ele já havia considerado os sete dias em sua conta, este valor refere-se ao valor arrecadado por uma pessoa durante a semana, com isso, bastaria dividir 7200 por 80 e encontrar o valor final. Em sua resolução, ele até fez essa conta, mas multiplicou o resultado por sete, obtendo um valor incorreto como resposta final.

O acadêmico A2 – 2ºA pensou contrariamente ao acadêmico A4 – 1ºA, analisado no parágrafo anterior, pois até encontrou o valor de 90 expectadores, porém, pensou que esse valor referia-se a semana, dividindo-o por sete (correspondendo aos dias da semana) e colocando como resposta final o número de 13 expectadores (resultado aproximado de 12,85).

O acadêmico A4 – 2ºA extraiu algumas informações do enunciado, mas não conseguiu montar uma expressão matemática correta que satisfizesse as condições especificados no enunciado do problema, apresentando assim uma reposta final incorreta.

O acadêmico A3 – 3ºA montou uma expressão matemática, que não condiz com os dados do problema.

O acadêmico A2 – 4ºA não soube calcular o valor diário obtido pelo cinema, errando assim no valor final de sua resolução.

O acadêmico A3 – 4ºA até conseguiu encontrar o valor diário de cada sessão, apesar ter colocado que *x* (correspondendo ao número de expectadores) deveria ser maior e não maior ou igual. Contudo, errou ao dividir esse número por sete (correspondendo aos dias semana) ao invés de multiplicar por dois, resultado do valor diário de expectadores.

O acadêmico A4 – 4ºA, inicialmente, dividiu o valor a ser arrecadado por sete para que assim conseguisse encontrar o valor diário, No entanto, após isso, não considerou o fato de que é pedido o valor médio diário de expectadores, o que tornou sua resposta incorreta.

No último problema do instrumento de pesquisa – 2 dos 16 acadêmicos, sete acadêmicos resolveram corretamente: A1 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. O restante errou em algum procedimento, como observado no quadro 52, a seguir.

Quadro 52: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao problema 5 do instrumento de pesquisa – 2.

Problema 5: Disponível para a maioria dos sistemas de dispositivos celulares, o aplicativo *Whatsapp* está entre os mensageiros instantâneos mais utilizados atualmente, com mais de 1 bilhão de pessoas, em mais de 180 países segundo informações da *WhatsApp* Inc. Devido a sua versatilidade, o aplicativo é usualmente utilizado para o envio de mensagens de texto, fotos, áudios, vídeos, entre outras informações. No grupo da família de Joãozinho, sabe-se que apenas referente ao cumprimento "bom dia" são enviados em média 4 fotos, 8 mensagens de textos e 2 vídeos diariamente. Considerando essa proporção de informações enviadas diariamente, qual seria o número máximo de vídeos recebidos para não ultrapassar 1000 "bom dia" entre fotos, mensagens de texto e vídeos em um certo período de tempo, para que a memória do celular de Joãozinho não enchesse rapidamente.

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

Resolução	Resposta final
1. 4, 8 12 83	

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

Resolução	Resposta final
4 f 8 m } DIARIOS $x+8+4=1000$ 2 v $x = 988$ → PARA UM DIA VÍDEOS	

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Resolução	Resposta final
4 fotos 8 mensagens 2 vídeos Em 71 dias Joãozinho teria recebido 994 informações, ou seja 284 fotos 568 mensagens, 142 vídeos	71 dias.

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

Resolução	Resposta final
1 bom dia: 4F, 8M, 2V 1000 bom dia: 4000 F, 8000 M, 2000 V	O número máximo de vídeos é 2000.

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Resolução	Resposta final
	71 vídeos.

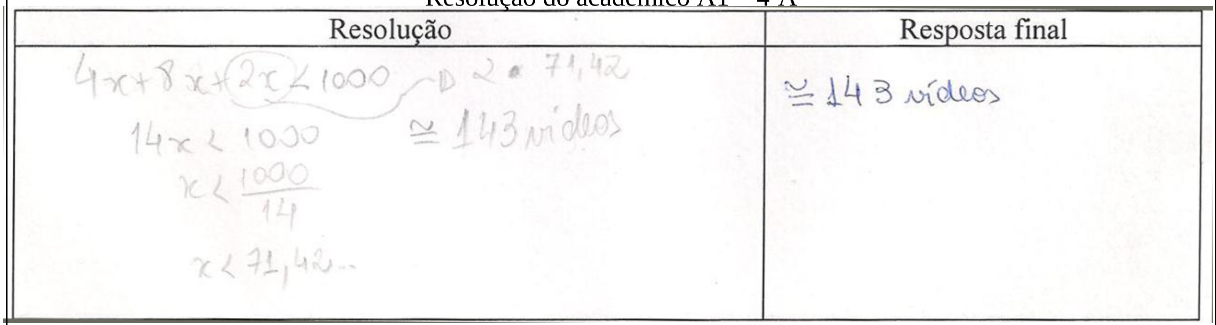
Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Resolução	Resposta final
$8+4+2=14$ 1000 | 14 98 71,4 20 14 60 ?04	aproximadamente 71 mensagens de "bom dia"

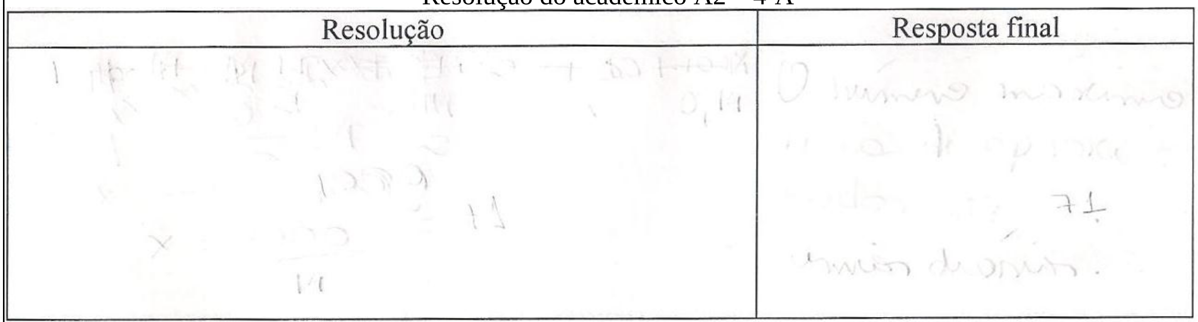
Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

Resolução	Resposta final
4 fot. 8 m. 2 V. 1000 500 | 7 49 71 010 7 3. L-d: $4+8+2=14$. $14x = 1000 \Rightarrow x = \frac{1000}{14} = \frac{500}{7}$	No máximo 36 vídeos.

Resolução do acadêmico A1 – 4ºA


Resolução	Resposta final
$4x + 8x + 2x < 1000 \rightarrow x < 71,42$ $\cong$ 143 vídeos $14x < 1000$ $x < \frac{1000}{14}$ $x < 71,42...$	$\cong$ 143 vídeos

Resolução do acadêmico A2 – 4ºA


Resolução	Resposta final
[illegible]	[illegible]

Fonte: autor.

O problema 5 apresenta uma situação voltada ao cotidiano dos acadêmicos e das pessoas em geral, no qual é necessário estipular o número máximo de vídeos, para que não ultrapasse 1000 mensagens de *bom dia*, obedecendo a proporção das informações como mensagens de texto e fotos que são vinculadas ao vídeo.

Analisando a resolução do acadêmico A2 – 1ºA, nota-se a dificuldade em converter as informações para uma expressão matemática, pois o acadêmico se quer chegou a uma resposta final.

O acadêmico A3 – 1ºA não conseguiu converter os dados segundo os critérios especificados, apresentando resultados que nos fazem pressupor que ele não considerou a proporção de informações enviadas, isto é, a medida em que aumentava o número de vídeos recebidos, o número de mensagens de textos e fotos também crescia.

O acadêmico A2 – 2ºA encontrou corretamente a quantidade máxima de vídeos a ser recebidos, a fim de que não ultrapassasse 1000 *bom dia* e apresentou também a quantidade de mensagens de textos e fotos que seriam recebidas, mas ao dar a resposta final, apresentou como resultado o número 71, especificando que esse número refere-se ao total de dias. Isso mostra que ele não verificou o que se pedia no enunciado (ou não compreendeu) após ter encontrado a resposta.

O acadêmico A1 – 3ºA multiplicou por 1000 a proporção fornecida no enunciado entre mensagens de textos, fotos e vídeos, obtendo como resultado 2000 o número máximo de vídeos.

Os acadêmicos A2 – 3ºA, A3 – 3ºA e A2 – 4ºA deram como resposta final 71 vídeos. Apesar de que o acadêmico A2 – 3ºA não apresentou resolução, apenas a resposta final e o acadêmico A2 – 4ºA apagou tanto a resolução quanto a resposta (talvez por motivo de insegurança), porém, devido às condições de visualização mesmo apagada resolvemos considerá-la nessa análise e pudemos inferir que a resposta foi resultado de um cálculo simples como fez o acadêmico A3 – 3ºA, no qual é somado a proporção e divido pelo total (1000), obtendo assim o valor aproximado de 71. Entretanto, este valor refere-se à variável *x*, a expressão que representa o número de vídeos é *2x*. Logo, a resposta final correta seria *2.71=142*.

O acadêmico A4 – 3ºA utilizou o mesmo procedimento de estratégia para chegar ao resultado 71 que o acadêmico A3 – 3ºA, analisado no parágrafo anterior. Contudo, ao invés de multiplicar o número 71 por 2, inferimos que ele dividiu-o, obtendo como resposta final o valor de 36.

O acadêmico A1 – 4ºA, apesar de errar o sinal da desigualdade, colocando "<", ao invés de "≤" realizou corretamente a conversão dos dados para o registro algébrico, bem como o tratamento realizado para encontrar a resposta. Apesar disso, o valor final encontrado para o número de vídeos corresponde a *142,84*, o que fez o acadêmico aproximar este valor para *143* vídeos. Esta aproximação tornou a resposta incorreta, uma vez que aproximar para mais, excedeu a quantidade de *bom dia* a serem recebidos segundo o critério, que era de no máximo 1000.

7.3. Análises individuais dos resultados obtidos: instrumento de pesquisa – 3

O instrumento de pesquisa – 3 é constituído por quatro exercícios, os quais possuem itens a serem resolvidos de acordo com o seu enunciado. Esse instrumento visa identificar o desempenho dos acadêmicos concernente a conversão e tratamento de registros. Seguidamente, o quadro 53 mostra a relação entre acertos, erros e os exercícios que não foram feitos.

Quadro 53: Erros e acertos do instrumento de pesquisa – 3.

Instrumento de pesquisa – 3										
Ano acadêmico	Acadêmicos	Exercícios								
		1a	1b	1c	1d	2a	2b	3	4a	4b
1º ano	A1 - 1º A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗
	A2 - 1º A	✗	✗	✗	✗	—	—	—	—	—
	A3 - 1º A	✗	✓	✗	✓	✓	✓	—	✓	✓
	A4 - 1º A	—	—	—	—	✓	✓	✓	✓	✓
2º ano	A1 - 2º A	✗	✗	✗	✓	✓	✗	✓	✓	✓
	A2 - 2º A	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗
	A3 - 2º A	✓	✓	✓	✗	✓	✗	—	✓	✓
	A4 - 2º A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
3º ano	A1 - 3º A	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓
	A2 - 3º A	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✗
	A3 - 3º A	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓
	A4 - 3º A	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓
4º ano	A1 - 4º A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	A2 - 4º A	✓	✓	✓	✗	✓	✓	—	✓	✓
	A3 - 4º A	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	A4 - 4º A	✓	✓	✓	✗	—	✗	✓	✓	✓

Fonte: autor.

O primeiro exercício do instrumento de pesquisa - 3 é composto por quatro itens (a, b, c e d). Nele deve-se em realizar, inicialmente, o tratamento algébrico e, posteriormente, a conversão do registro algébrico para o registro geométrico.

Em relação a esse exercício, dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, item a), metade dos acadêmicos (oito) acertaram o exercício, sendo estes: A1 – 1ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. O acadêmico A4 – 1ºA não resolveu o exercício e os demais erraram em algum procedimento referente ao tratamento ou conversão, segundo demonstrado no quadro 54.

Quadro 54: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 1.a) do instrumento de pesquisa – 3.

1) Represente as inequações na reta numérica.

a) $-3x + 11 > x - 1$

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

R: $x = 2$

Resolução do acadêmico A3 – 1ºA

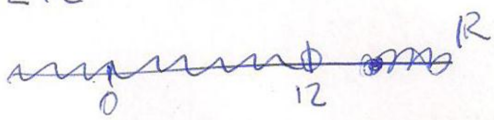
R:

$-3x + 11 > x - 1$

$-3x - x > -1 - 11 \Rightarrow x < 12$

$-4x > -12$

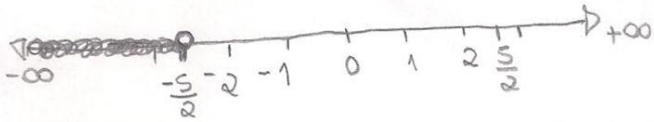
$4x < 12$



Resolução do acadêmico A1 – 2ºA

R: $-4x > 10$

$x < -\frac{5}{2}$



Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

R:

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

R:

$-3x + 11 > x - 1$

$-3x - x > -11 - 1$

$-4x > -12$

$x > 3$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

R: $-3x + 11 > x - 1 \Rightarrow -4x > -12 \quad x > 1$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA
R: $-3x+11 > x-1 \overset{-11}{\Rightarrow} -3x > x-1-11 \overset{-x}{\Rightarrow} -4x > -12$ $\Rightarrow x > 12$

Fonte: autor.

Os acadêmicos A2 – 1ºA e A2 – 2ºA não apresentaram cálculos ou quaisquer tratamentos algébricos em suas respostas, apenas a reta numérica, contendo intervalos incorretos.

Os acadêmicos A3 – 1ºA e A1 – 2ºA realizaram a conversão corretamente para o registro geométrico, porém, erraram no tratamento, apresentando uma resposta incorreta.

O acadêmico A2 – 2ºA além de não realizar o cálculo, não apresentou uma representação correta de um valor na reta numérica.

O acadêmico A2 – 3ºA e o acadêmico A4 – 3ºA não apresentaram o resultado na representação geométrica, além de que, erraram no tratamento no momento de multiplicação/divisão de ambos os lados na inequação por um número negativo.

O acadêmico A3 – 3ºA errou no tratamento algébrico.

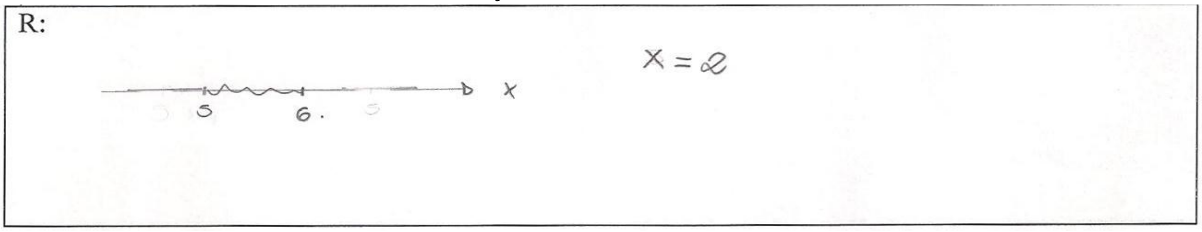
Para o item b) do exercício 1, vale ressaltar que os mesmos acadêmicos que acertaram o item a) acertaram o item b), com um acréscimo, pois no item b), os acadêmico A3 – 1ºA e A3 – 3ºA, que haviam errado no item anterior, acertaram. O acadêmico A4 – 1ºA novamente deixou em branco a resolução do exercício. Já os demais acadêmicos cometeram, basicamente, os mesmos erros anteriores, como visto no quadro 55 a seguir.

Quadro 55: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 1.b) do instrumento de pesquisa – 3.

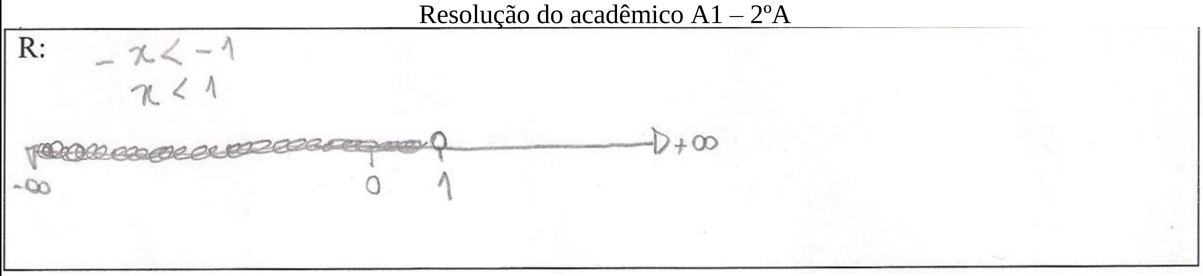
1) Represente as inequações na reta numérica.

b) $5 < x + 4$

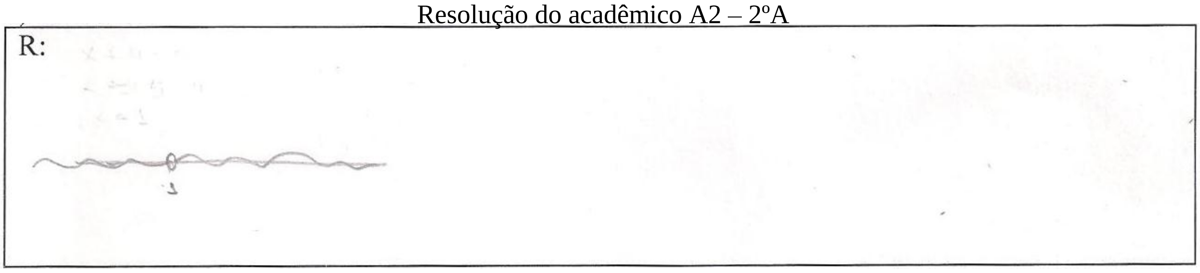
Resolução do acadêmico A2 – 1ºA



Resolução do acadêmico A1 – 2ºA



Resolução do acadêmico A2 – 2ºA



Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

R:

$5 < x + 4$

$5 - 4 < x$

$1 < x$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

R:

$5 < x + 4 \Rightarrow 5 - 4 < x + 4 - 4 \Rightarrow 1 < x$

Fonte: autor.

Nesse item b) os acadêmicos A2 – 1ºA e A2 – 2ºA cometeram os mesmos erros do item a), isto é, não apresentaram tratamento e as representações geométricas estão incorretas.

O acadêmico A1 – 2ºA realizou corretamente a conversão do registro algébrico para o registro geométrico, no entanto, realizou o tratamento algébrico de forma incorreta no momento em que multiplicou/dividiu ambos os lados da inequação por um número negativo, tornando sua resposta final errada.

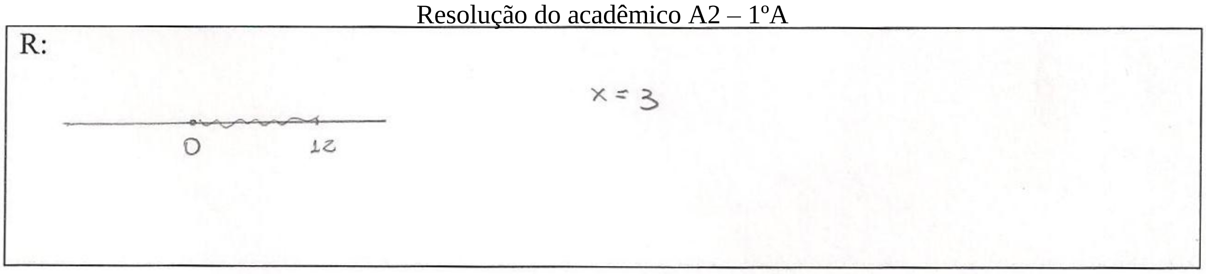
Os acadêmicos A2 – 3ºA e A4 – 3ºA realizaram corretamente o tratamento algébrico, apresentando como resposta final $1 < x$, mas não realizaram a conversão desta inequação para sua representação geométrica.

Para o item c) do exercício 1, o índice de acertos, erros e exercícios não resolvidos foi próximo dos itens a) e b), sendo que neste item, os acadêmicos que acertaram foram os seguintes: A1 – 1ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. O acadêmico A4 – 1ºA não resolveu e os restantes erraram em algum procedimento, de acordo com as resoluções demonstradas no quadro 56, a seguir.

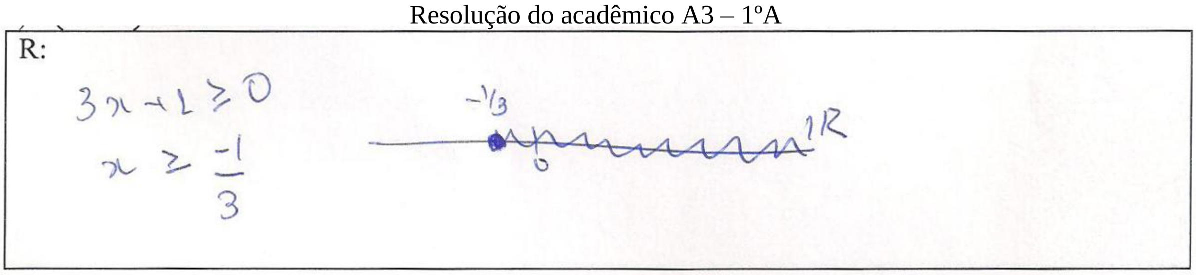
Quadro 56: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 1.c) do instrumento de pesquisa – 3.

1) Represente as inequações na reta numérica.
c) $3(x+1) \geq 0$

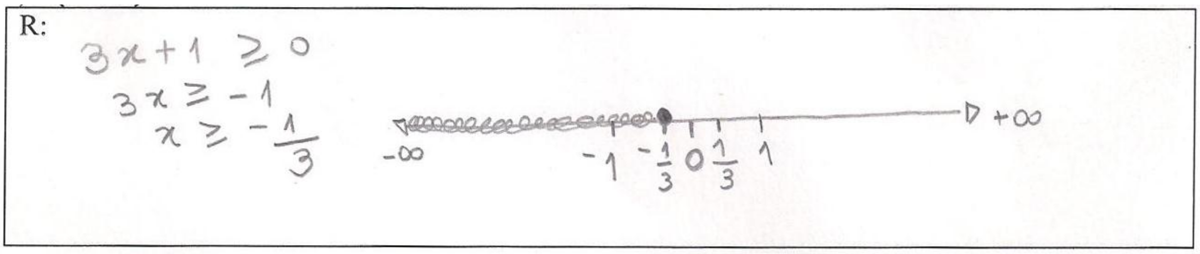
Resolução do acadêmico A2 – 1ºA



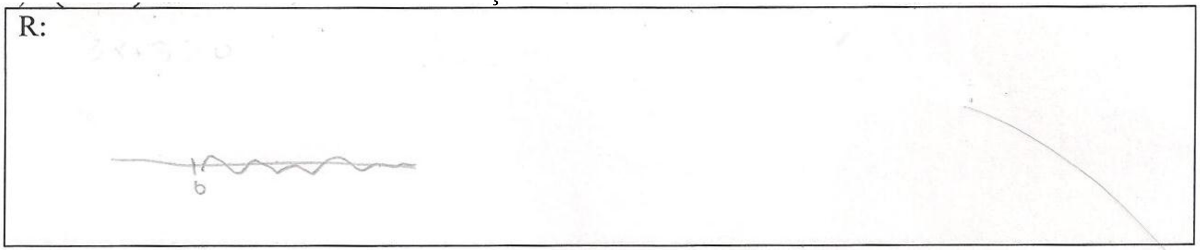
Resolução do acadêmico A3 – 1ºA



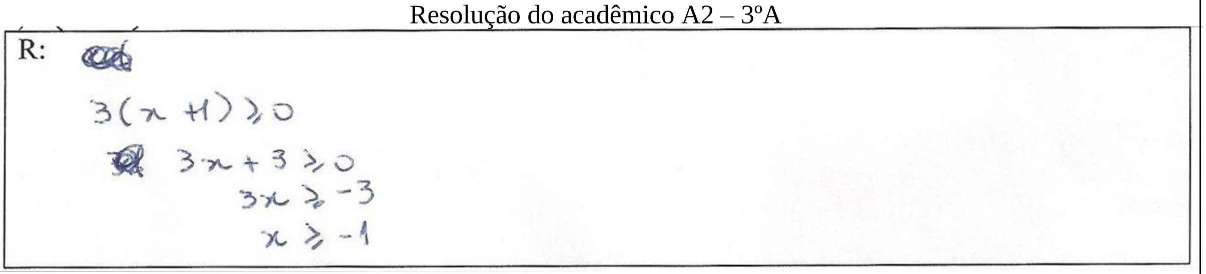
Resolução do acadêmico A1 – 2ºA



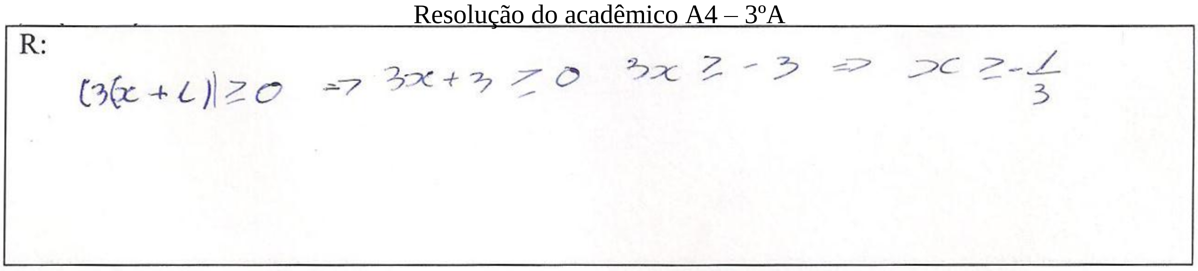
Resolução do acadêmico A2 – 2ºA



Resolução do acadêmico A2 – 3ºA



Resolução do acadêmico A4 – 3ºA



Fonte: autor.

Assim como nos itens anteriores, os acadêmicos A2 – 1ºA e A2 – 2ºA apresentaram apenas a representação geométrica, sobretudo, incorreta.

Os acadêmicos A3 – 1ºA e A1 – 2ºA realizaram o mesmo erro no tratamento, isto porque, não consideraram os parênteses para realizar a distributiva. Além disso, o acadêmico A1 – 2ºA representou de forma incorreta o valor de x encontrado.

O acadêmico A2 – 3ºA apesar de realizar corretamente o tratamento algébrico, não efetuou a conversão da inequação algébrica para sua representação geométrica.

O acadêmico A4 – 3ºA errou no último passo do tratamento algébrico, além de não apresentar a resposta final no registro geométrico.

O item d) apresentou um total de sete erros. Nesse item acertaram sua resolução e resposta os acadêmicos A1 – 1ºA, A3 – 1ºA, A1 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA, A1 – 4ºA e A3 – 4ºA. O acadêmico A4 – 1ºA novamente deixou a resolução do item em branco. Os demais erraram em algum procedimento da resolução, como visto no quadro 57.

Quadro 57: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 1.d) do instrumento de pesquisa – 3.

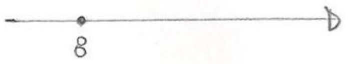
1) Represente as inequações na reta numérica.

d) $12 - x \leq x - 12$

Resolução do acadêmico A2 – 1ºA

R:

$x = 4$



Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

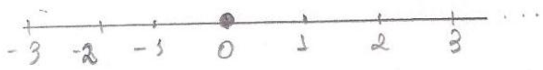
R:

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

R: $\cancel{12} - \cancel{x} \leq \cancel{x} - \cancel{12}$

$0 \leq 0$

$\Rightarrow 0 = 0$



Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

R: $12 - x \leq x - 12$

$-x - x \leq -12 - 12$

$-2x \leq -24$

$x \leq 12$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA

R: $12 - x \leq x - 12 \Rightarrow 12 - x - x \leq -12 \Rightarrow -2x \leq -24$

$\Rightarrow x \leq 12.$

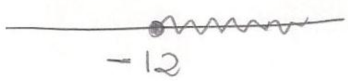
Resolução do acadêmico A2 – 4ºA

R: $12 - x - x + 12 \leq 0$

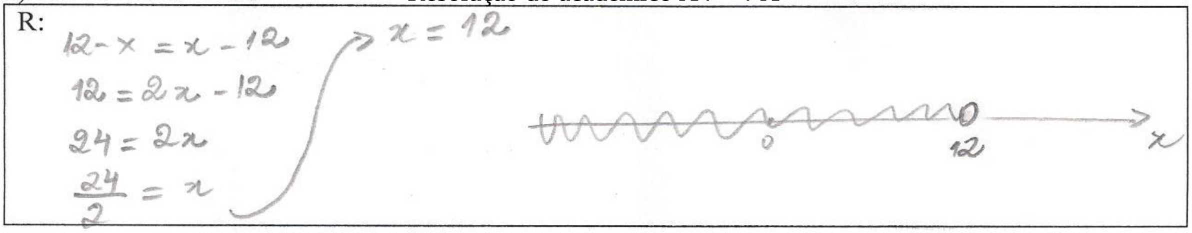
$24 - 2x \leq 0$

$-2x \leq 24$

$x \geq -12$



Resolução do acadêmico A4 – 4ºA



Fonte: autor.

Neste último item do exercício 1, os acadêmicos A2 – 1ºA e A2 – 2ºA erraram novamente a conversão, não apresentando o tratamento realizado no registro algébrico para chegar a um valor de x.

Os acadêmicos A3 – 2ºA e A2 – 4ºA realizaram de modo correto a conversão do registro algébrico para o registro geométrico, mas erraram no tratamento algébrico da inequação, comprometendo a resposta final.

O acadêmico A2 – 3ºA errou novamente no tratamento algébrico, especificamente, nas propriedades de inequações ao multiplicar/dividir por um número negativo. Além de tudo, não realizou a conversão para o registro geométrico.

O acadêmico A4 – 3ºA não apresentou a resposta final na representação geométrica e também errou ao realizar o tratamento algébrico.

O acadêmico A4 – 4ºA errou tanto no tratamento algébrico quanto na conversão para o registro geométrico.

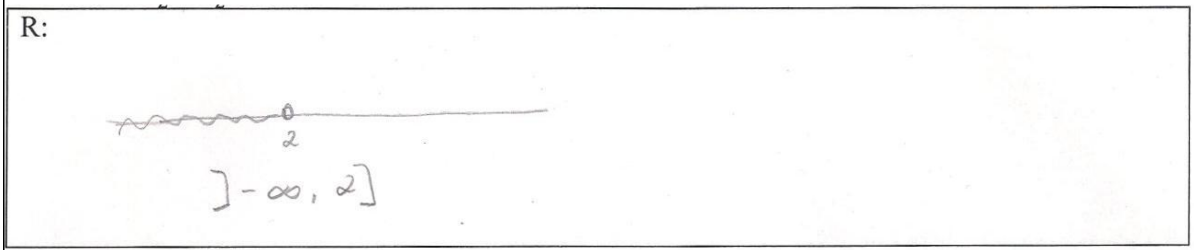
O exercício 2 possui dois itens (a e b) nos quais deve-se realizar o tratamento algébrico na expressão fornecida inicialmente, com a finalidade de realizar a conversão do valor de x para sua representação no registro numérico, ou melhor, representá-lo em intervalos (o enunciado completo contendo os intervalos sugeridos pode ser consultado na integra nos apêndices).

Em relação ao item a) do exercício 2, 11 acadêmicos responderam-no corretamente, são eles: A1 – 1ºA, A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA e A3 – 4ºA. Os acadêmicos A2 – 2ºA e A4 – 4ºA deixaram a resposta em branco e os demais erraram em algum procedimento, de acordo com o exposto no quadro 58.

Quadro 58: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 2.a) do instrumento de pesquisa – 3.

2) Resolva as inequações. Em seguida, represente as soluções em intervalos numéricos.
Exemplos de intervalos numéricos:
a) $x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

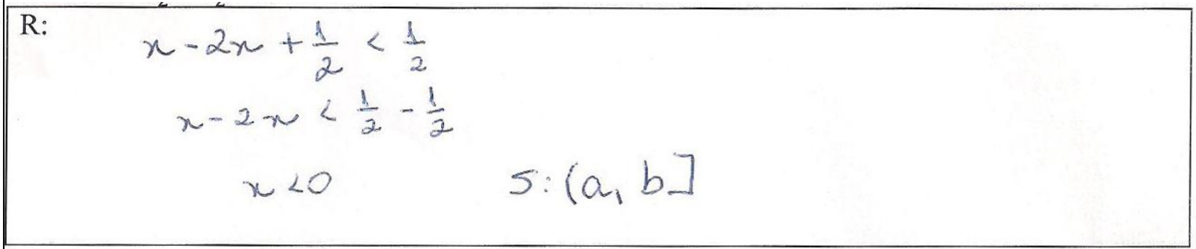
Resolução do acadêmico A2 – 2ºA


R:

2

$]-\infty, 2]$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

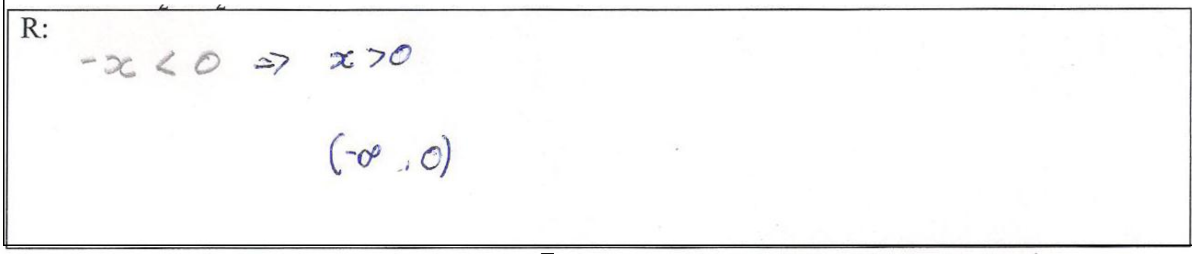

R:

$x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

$x - 2x < \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$x < 0$ $\quad$ S: $(a, b]$

Resolução do acadêmico A4 – 3ºA


R:

$-x < 0 \Rightarrow x > 0$

$(-\infty, 0)$

Fonte: autor.

Observando o quadro 58, nota-se que o acadêmico A2 – 2ºA até apresentou a resposta final na representação numérica, contudo, incorreta, pois a resposta correta para este item é $x > 0$, e vê-se que o acadêmico respondeu $x < 2$, não apresentando o tratamento algébrico da inequação inicial.

O acadêmico A2 – 3ºA não compreendeu qual seria a representação numérica da solução encontrada, visto que a solução que ele apresentou é um exemplo de intervalo numérico apresentado no enunciado do exercício. Além do mais, o acadêmico realizou de forma errada o tratamento algébrico com relação às propriedades de inequação.

O acadêmico A4 – 3ºA desenvolveu de maneira correta o tratamento algébrico, encontrando o valor da variável x. Apesar disso, errou ao representá-lo na forma de intervalo numérico.

Quanto ao item b) do exercício 2, o número de acertos foi inferior ao do item a), uma vez que nesse item, os acadêmicos A1 – 1ºA, A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 - 4ºA e A3 – 4ºA acertaram totalmente. O acadêmico A2 – 1ºA não resolveu o exercício, e os demais apresentaram erros no processo de resolução, cujos detalhes podem ser conferidos no quadro 59, a seguir.

Quadro 59: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 2.b) do instrumento de pesquisa – 3.

2) Resolva as inequações a seguir, em seguida, represente as soluções em intervalos numéricos.

b) $\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

Resolução do acadêmico A1 – 2ºA

R:

$\frac{x}{2} \geq 17$

$x \geq 34$

Intervalo $[34, +\infty)$

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

R:

$[0, \infty[$

Resolução do acadêmico A3 – 2ºA

R:

$\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

$\frac{x}{2} \geq 9$

$x \geq 9/2$

R: $[9/2, \infty)$

Resolução do acadêmico A1 – 3ºA

R:

$x + 8 \geq 13$

$x \geq 5$

$S = [5, +\infty)$

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

R:

$\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

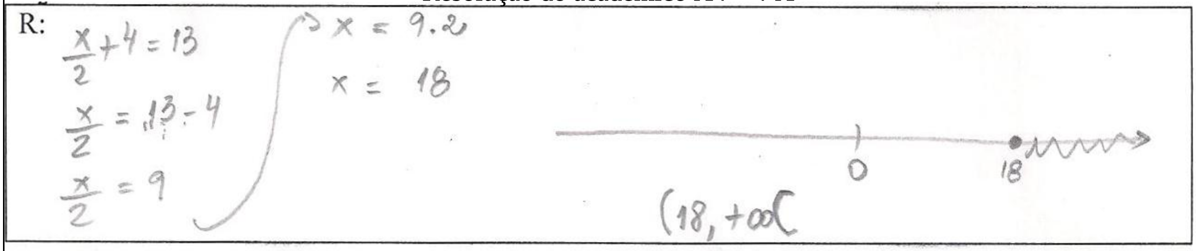
$\frac{x}{2} \geq 13 - 4$

$\frac{x}{2} \geq 11$

$x \geq 22$

$S: [a, b]$

Resolução do acadêmico A4 – 4ºA



Fonte: autor.

Neste item b), os acadêmicos A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A1 – 3ºA realizaram corretamente a conversão da solução encontrada no registro algébrico para a sua representação no registro numérico. Todavia, não se atentaram ao fato de que erraram ao efetuar o tratamento algébrico na inequação fornecida, o que culminou na solução final incorreta.

O acadêmico A2 – 2ºA não apresentou o tratamento efetuado a fim de chegar a um valor para a variável *x*. Além de tudo, a representação numérica da solução está incorreta.

O acadêmico A2 – 3ºA errou na operação de subtração no tratamento algébrico, ao diminuir 13 por 4, obtendo11 como resposta, além de não apresentar um intervalo numérico referente à solução encontrada.

O acadêmico A4 – 4ºA ao realizar o tratamento algébrico na inequação fornecida, transformou-a em uma equação por algum motivo e apresentou uma solução incorreta na representação numérica.

No que tange ao exercício 3, dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, 12 responderam o exercício corretamente, são eles: A1 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A2 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A2 – 3ºA, A3 – 3ºA, A4 – 3ºA, A1 – 4ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. Os acadêmicos A2 – 1ºA, A3 – 1ºA, A3 – 2ºA e A2 – 4ºA não responderam o exercício. É importante destacar que não houveram respostas incorretas.

Nesse exercício 3, os acadêmicos que responderam o exercício de forma correta, cujo objetivo era elaborar um exercício/problema que pudesse ser resolvido pela inequação fornecida no enunciado, utilizaram-se de situações semelhantes aos exercícios utilizados no instrumento de pesquisa – 1, por exemplo *pensei em um nº x. Logo em seguida multipliquei-o por 2 e somei 3, o resultado foi superior a 1. Em que nº pensei?* (Resolução do acadêmico A4 – 1ºA). Apesar de não apresentarem um contexto, os acadêmicos responderam conforme o solicitado no exercício, demonstrando a capacidade de realizar a conversão no sentido oposto da língua natural para o registro algébrico (que é a conversão mais comum utilizada em exercícios envolvendo inequações), mais especificamente, do registro algébrico para o registro em língua natural.

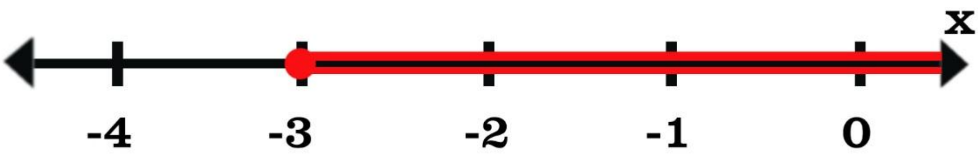
O exercício 4, sendo este o último exercício do instrumento de pesquisa – 3, abordava dois itens (a e b) a serem respondidos, nos quais solicitava-se que o acadêmico realizasse a conversão dos dados fornecidos na representação geométrica (reta numérica) para os registros algébricos, na forma de uma expressão algébrica e no registro numérico, na forma de intervalo numérico.

No item a), 13 dos 16 acadêmicos realizaram corretamente as duas conversões, são eles: A1 – 1ºA, A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 2ºA, A4 – 2ºA, A1 – 3ºA, A2 – 3ºA, A4 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. O acadêmico A2 – 1ºA não respondeu o exercício e os outros dois acadêmicos erraram em determinadas conversões, como vê-se no quadro 60.

Quadro 60: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 4.a) do instrumento de pesquisa – 3.

4) Determine os valores que x pode assumir destacados nas retas numéricas, em seguida, represente-os na forma de intervalo numérico e na forma algébrica.

a)



Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Intervalo numérico	Forma algébrica
$[-3, \infty[$	$\ldots -3x, -2x, -1x, 0, \ldots$

Resolução do acadêmico A3 – 3ºA

Intervalo numérico	Forma algébrica
$[-3, +\infty)$	$x > -3$

Fonte: autor.

Referente à resolução do acadêmico A2 – 2ºA, nota-se que ele cometeu um erro ao representar a solução da reta numérica na forma algébrica, pois sua resposta não condiz com o intervalo estabelecido na representação geométrica.

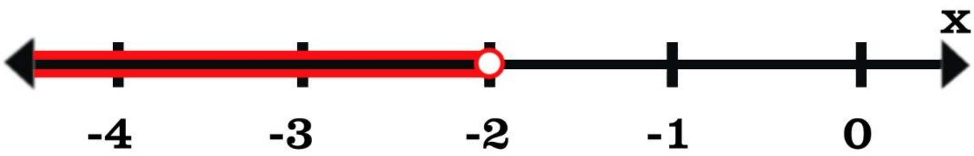
O acadêmico A3 – 3ºA, realizou de modo correto a conversão do registro geométrico para o numérico na forma de intervalo numérico. Entretanto, talvez por equívoco representou a solução algébrica como sendo $x > -3$, quando o correto seria $x \geq -3$.

Para o item b) do exercício 4, houveram mudanças nos acertos e erros quando comparados ao item a), do exercício 4. Neste item, 12 acadêmicos acertaram o exercício, sendo estes: A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 2ºA, A3 – 1ºA, A4 – 1ºA, A1 – 3ºA, A3 – 3ºA, A4 – 3ºA, A1 – 4ºA, A2 – 4ºA, A3 – 4ºA e A4 – 4ºA. O acadêmico A2 – 1ºA não resolveu o exercício, já os três acadêmicos restantes erraram em alguma conversão, de acordo com o exposto no quadro 61, logo abaixo.

Quadro 61: resoluções incorretas dos acadêmicos referentes ao exercício 4.b) do instrumento de pesquisa – 3.

4) Determine os valores que x pode assumir destacados nas retas numéricas, em seguida, represente-os na forma de intervalo numérico e na forma algébrica.

b)



Resolução do acadêmico A1 – 1ºA

Intervalo numérico	Forma algébrica
]-∞; -2]	x<-2

Resolução do acadêmico A2 – 2ºA

Intervalo numérico	Forma algébrica
]-∞, -2]	..., -4x, -3x, -2x

Resolução do acadêmico A2 – 3ºA

Intervalo numérico	Forma algébrica
(-2;∞]	x<-2

Fonte: autor.

Analisando o quadro 61, percebe-se que o acadêmico A1 – 1ºA, possivelmente, por equívoco, representou o intervalo numérico como sendo aberto em menos infinito e fechado em menos dois, quando o correto seria aberto em menos infinito e aberto em menos dois. A outra conversão para o registro algébrico, foi realizada sem erros.

O acadêmico A2 – 2ºA errou tanto a conversão para o intervalo numérico, como representou erroneamente a representação algébrica da solução apresentada na representação geométrica.

O acadêmico A2 – 3ºA acertou na conversão para o registro algébrico, contudo, na representação de intervalo numérico inverteu os extremos do intervalo, colocando (-2, -∞], além de fechar o intervalo no infinito, errando assim a conversão.

7.4. Síntese e discussão das análises individuais do instrumento de pesquisa – 1

Nesta seção são apresentados sintetizadamente os resultados obtidos na análise do instrumento de pesquisa – 1, bem como a discussão dos mesmos, com base nos tratamentos e nas conversões realizadas para resolução e também o êxito e fracasso obtido nos diferentes graus de congruência semântica presentes nos exercícios.

O quadro 63 ilustrado a seguir traz apenas os acadêmicos que erraram em algum procedimento dos oito exercícios presentes no instrumento de pesquisa – 1, cujo erro foi identificado no procedimento de conversão, representado pela maiúscula “C” e/ou no procedimento de tratamento, representado pela maiúscula “T”. O símbolo “−” representa os procedimentos não resolvidos pelos acadêmicos.

Quadro 62: Erros no instrumento de pesquisa – 1 relacionados à conversão e/ou tratamento.

Erros dos acadêmicos no instrumento de pesquisa - 1 identificados na conversão (C) e/ou tratamento (T).											
Exercício 1			Exercício 2			Exercício 3			Exercício 4		
A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C	
A3 - 1ºA	C		A3 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C	
A2 - 2ºA		T	A2 - 2ºA	C		A3 - 1ºA		T	A3 - 1ºA	C	
A4 - 4ºA		T	A3 - 2ºA	C		A2 - 2ºA		T	A4 - 1ºA	C	
			A2 - 3ºA		T	A3 - 2ºA		T	A1 - 2ºA	C	
			A3 - 3ºA	C		A4 - 2ºA		T	A2 - 2ºA	C	
			A4 - 3ºA		T	A2 - 3ºA		T	A3 - 2ºA	C	
			A1 - 4ºA		T	A4 - 3ºA	C		A4 - 2ºA	C	
			A2 - 4ºA	C		A1 - 4ºA		T	A1 - 3ºA	C	
			A4 - 4ºA	C		A2 - 4ºA		T	A2 - 3ºA	C	
						A4 - 4ºA		T	A3 - 3ºA	C	
									A4 - 3ºA	C	
									A1 - 4ºA	C	
									A2 - 4ºA	C	
									A3 - 4ºA	C	
									A4 - 4ºA	C	
Total	2	2	Total	7	3	Total	3	8	Total	16	0

Exercício 5			Exercício 6			Exercício 7			Exercício 8		
A3 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C	
A2 - 2ºA	C		A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C	
A1 - 3ºA	C		A2 - 2ºA	C		A3 - 1ºA	C		A2 - 2ºA	C	
A2 - 3ºA	C		A3 - 2ºA	C		A4 - 1ºA	C		A3 - 2ºA	C	
A3 - 3ºA	C		A2 - 3ºA	C		A1 - 2ºA	C		A4 - 2ºA	C	
A4 - 3ºA	C		A3 - 3ºA	C		A2 - 2ºA	C		A2 - 3ºA	C	
A3 - 4ºA	C		A4 - 3ºA	C		A3 - 2ºA	C	T	A3 - 3ºA	C	
A4 - 4ºA	C		A2 - 4ºA	C		A4 - 2ºA	C		A4 - 3ºA	C	
			A4 - 4ºA	C		A1 - 3ºA	C		A2 - 4ºA	C	
						A2 - 3ºA	C		A4 - 4ºA	C	
						A3 - 3ºA	C				
						A4 - 3ºA	C				
						A2 - 4ºA	C				
						A3 - 4ºA	C				
						A4 - 4ºA	C				
Total	8	0	Total	9	0	Total	15	1	Total	10	0

Fonte: autor.

Sabe-se que tanto o exercício 1 como o 2 atendem aos três critérios de congruência semântica, o que pressupõe, segundo Duval (2009) uma conversão de registros sem muita dificuldade, uma vez que as unidades significantes estão organizadas e escritas de maneira que tornam o processo de conversão como uma simples codificação, isto é, reduzir a informação a uma sequência de símbolos matemáticos.

Segundo R. Damm (DAMM[12], 1992, p. 52 apud DUVAL, 2009, p. 71), “quando os enunciados são estritamente congruentes com as igualdades aritméticas (identidade, ausência de verbos antônimos, ausência de inversão), os problemas são rapidamente resolvidos por quase todos os alunos”. No entanto, o exercício 1 apesar de possuir todos os critérios de congruência semântica ainda assim culminou na resolução incorreta por quatro acadêmicos.

Dos quatro acadêmicos que cometeram erros no exercício 1, dois destes erros dizem respeito as conversões e dois referem-se aos tratamentos, mostrando que as dificuldades de alguns acadêmicos podem ser notadas até mesmo nos exercícios congruentes.

Analisando o exercício 2, cujo grau de congruência semântica também atende aos três critérios como no exercício 1, observa-se que o número de erros foi muito superior ao número de erros identificados no exercício 1.

[12] DAMM, R. (1992) Apprentissage des problèmes additifs et compréhension des énoncés. Thèse. U. L. P. Strasbourg.

Dentre os erros identificados, sete relacionam-se à conversão e três ao tratamento. Quanto aos erros nas conversões, destacou-se o a conversão incorreta de uma das unidades significantes, a “-3”, em que os acadêmicos ao montarem a expressão algébrica, não colocam o sinal de negativo que acompanha o número três. Além desse fato, outras resoluções mostram a falta de atenção dos acadêmicos, como é o caso do acadêmico A2 – 4ºA que montou e resolveu corretamente a conversão, porém, ao responder o quadro em relação a resposta final, escreveu um valor contrário a solução encontrada, errando assim o exercício. Ou ainda, por exemplo, o acadêmico A2 – 1ºA que ao converter a unidade significante *maior*, colocou o sinal de “≥” (maior ou igual).

Em relação aos erros nos tratamentos algébricos, observa-se que todos os três referem-se à multiplicação/divisão de ambos os membros da inequação por um valor negativo, dado que ao realizarem tal operação, os acadêmicos não inverteram o sinal de desigualdade.

No tocante ao exercício 3, correspondendo aos exercícios com dois critérios de congruência semântica satisfeitos, o índice de erros foi maior, envolvendo mais as operações de tratamento do que as operações de conversão. Observe no quadro 65, que foram identificados 11 resoluções erradas, sendo que três envolveram conversão e oito envolveram o tratamento algébrico.

No que tange à conversão, dois acadêmicos não conseguiram montar a expressão algébrica, já um terceiro acadêmico confundiu-se ao realizar a conversão das unidades significantes. No enunciado fala-se *a diferença entre x e seu triplo*, já na conversão realizada pelo A1 – 1ºA, o mesmo escreve a diferença entre o triplo de x e x, talvez pelo fato de a diferença entre x e seu triplo gerar um valor negativo.

No exercício 4, cujo enunciado atende à dois critérios de congruência semântica, todos os acadêmicos, sem exceções, erraram em sua conversão, não conseguindo montar inicialmente uma expressão algébrica que representasse as condições e critérios oferecidas no enunciado em língua natural.

Nesse exercício houve um caso generalizado de erro na conversão. Com exceção dos acadêmicos A2 – 1ºA, A2 – 2ºA e A4 – 2ºA, os demais acadêmicos, 13 no total, cometeram exatamente o mesmo modo de interpretar e realizar a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico. Tal interpretação faz referência a seguinte unidade significante: *2 multiplicado com seu triplo*. Nesse caso, os acadêmicos interpretaram *seu triplo* como sendo referente a unidade significante *número inteiro* e não referente ao próprio número 2 da frase final. Deste modo, voltamos a dizer aqui que para esse exercício consideramos tal conversão como incorreta perante a norma culta de língua portuguesa, mas que para futuras replicações do estudo, é necessário revisar o enunciado do exercício de modo a não deixar margem para interpretações equivocadas.

No exercício 5, o primeiro que possui apenas uma condição de congruência semântica satisfeita, foram identificados oito erros, sendo estes relacionados à conversão de registro.

No que diz respeito às conversões, na resolução do acadêmico A3 – 3ºA, observa-se que o mesmo interpretou a unidade significante *número par* como sendo um número arbitrário, o que levou-o a representar esta unidade pelo número 8. Na sequência, pede-se a soma desse número par com o seu sucessor, por isso, ele representou tal soma como $8 + 9$. São nesses casos em que univocidade semântica terminal não é satisfeita, pois, o termo *número par*, possui diferentes representações, e não somente uma. Nessa situação, além de não representar um número par e seu sucessor de forma genérica, ele não realizou de modo correto a conversão da unidade significante *é no mínimo* para o registro algébrico.

Na resolução do acadêmico A3 – 4ºA, é possível notar que ele interpretou e representou corretamente as unidades significantes *no mínimo* e *17*, porém, representou o termo *um número par* como *x* e seu sucessor como sendo *x+1* (caso semelhante à resolução do acadêmico A2 – 3ºA). Entendemos que, pode-se considerar *x* como sendo um número par de fato, no entanto, representar um número par de maneira genérica é estabelecer condições para que qualquer valor inteiro que *x* possa assumir, sempre tenha como resultado um número par. Deste modo, o correto para a representação de *a soma de um número par e seu sucessor* é *2x+2x+1*.

No exercício 5, as respostas finais variaram entre 8 e 4. Compreendemos que o exercício é um tanto complexo, levando em conta que a pergunta final do enunciado é: *Quais valores esse número pode assumir de modo que essa relação seja satisfeita?* O termo *este número* refere-se ao valor do número par, porém, na resolução algébrica do exercício, encontra-se o valor 4, sendo que este valor representa o valor da variável *x*. Como a representação inicial é *2x*, logo, a resposta final são todos os números maiores ou iguais a 8. Entretanto, além dessa má interpretação dos acadêmicos, erros acerca da conversão da unidade significante *é no mínimo* foram identificados em metade dos erros tocantes à conversão.

Quanto ao exercício 6, cujo enunciado possui apenas uma condição de congruência semântica satisfeita, sendo esta a ordem das unidades, foram identificados erros em sete dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, visto que dois não realizaram a conversão. Nesse caso, todos erros são referem-se à conversão de registros.

Dentre os principais erros, destacou-se o relacionado à conversão da unidade significante *número não negativo*, sendo que este termo refere-se não apenas a valores positivos, mas também inclui o zero, que não é um valor positivo nem negativo.

No exercício 7, sendo este um dos dois exercícios mais complexos, devido ao fato de nenhuma condição de congruência semântica ser satisfeita, 15 dos 16 acadêmicos erraram no procedimento de conversão de registros, além de um acadêmico ter cometido erros no tratamento algébrico.

Os erros considerados nesse exercício assemelham-se aos identificados no exercício 4 (os quais culminaram em todas as resoluções incorretas). Destaca-se que a relação sintática do enunciado influenciou na conversão incorreta dos acadêmicos, pois no enunciado as unidades significantes *o produto entre 3 e seu dobro* apesar de terem sido elaboradas em ordem direta, quer dizer, o termo *dobro* fazendo referência ao valor *3*, não foram interpretadas deste modo pelos acadêmicos, os quais interpretaram-nas incorretamente como sendo referentes à variável *x*.

Assim sendo, para futuras utilizações deste instrumento de pesquisa, é necessário ajustar o enunciado deste exercício, para assim evitar este tipo de situação.

No último exercício (exercício 8) envolvendo congruência do questionário de pesquisa – 1 e não atendendo a nenhuma condição de congruência semântica, dos 16 acadêmicos sujeitos da pesquisa, 10 não o acertaram, pois apresentaram dificuldades na conversão de registros.

Dos 10 acadêmicos que não conseguiram encontrar uma solução correta, dois não resolveram o exercício. Dos oito acadêmicos que resolveram, seis realizaram a conversão para o registro algébrico como sendo uma equação, ou seja, tanto a correspondência semântica como a univocidade semântica foram fatores preponderantes para este erro, uma vez que o termo *igual*, presente no enunciado do exercício caracteriza-se como uma unidade significante do conceito de equação, que por sua vez não apresenta correspondência no registro algébrico.

Já o termo *limite inferior* não possui univocidade semântica terminal, isto porque, o mesmo é passível de diferentes interpretações. Um exemplo, seria o limite presente no cálculo diferencial e integral, em que nunca atinge-se o valor determinado (neste caso a conversão é apenas maior ou menor) ou o limite de um cartão de crédito, no qual é estabelecido um valor máximo ou mínimo (neste caso a conversão é maior/igual ou menor/igual). Este fato envolvendo o termo *limite inferior* foi motivo dos outros dois erros em relação à conversão.

O instrumento de pesquisa – 1 possibilitou identificar o desempenho dos acadêmicos em questões envolvendo os três casos de congruência semântica. No que diz respeito aos acertos e erros desse instrumento, teoricamente os exercícios 1 e 2 deveriam ter o maior número de acertos, devido ao fato de serem congruentes e não necessitarem de “um esforço intelectual” tão grande, haja visto que o processo de conversão dá-se por uma simples codificação de termos entre os registros. Por outro lado, os exercícios 7 e 8 possuem especificidades que os tornam mais complexos de serem resolvidos e, que assim, na teoria, deveriam possuir o maior número de erros entre os oito exercícios.

Nos exercícios 1 e 2, a relação foi de 18 acertos para 14 erros. Levando em consideração o nível de dificuldade que os exercícios propõem, esperávamos que o número de acertos fosse superior ao resultado obtido.

Nos exercícios 3 e 4, cujo grau de dificuldade é superior aos exercícios 1 e 2, mas que ainda assim possuem em sua formulação dois critérios satisfeitos, nota-se que o número de acertos decaiu quando comparado aos primeiros exercícios. A relação foi de 5 acertos para 27 erros. Percebe-se também que o exercício 3 apresenta um maior número de acertos quando comparados ao exercício 4, sendo cinco para o exercício 3 e nenhuma resolução correta para o exercício 4.

Essas discrepâncias de acertos entre os dois exercícios podem estar relacionadas aos critérios de congruência consideradas para cada exercício, em especial, à sintaxe do enunciado do exercício 4, a qual pode ter causado ambiguidade no objetivo da questão. No exercício 3, a única condição que não foi atendida no enunciado do exercício foi a terceira condição, ou seja, a ordem em que as unidades significantes estão. Já para o exercício 4, a única condição não satisfeita foi a segunda condição acerca da univocidade semântica terminal.

Nos exercícios 5 e 6, cujos enunciados atendem à apenas uma condição de congruência semântica, observe que o número de acertos foi superior aos exercícios 3 e 4, sendo 15 acertos. Já para os erros, estes foram 14 no total, tendo em vista que três exercícios não foram respondidos.

Em ambos os exercícios (5 e 6) a condição de univocidade semântica não foi satisfeita. Além disso, para o exercício 5, a ordem também não foi satisfeita, sendo apenas a condição de correspondência semântica satisfeita. No exercício 6, além da univocidade, a correspondência também não foi satisfeita, sendo apenas a condição de ordem das unidades significantes.

Apesar dos exercícios 5 e 6 terem uma condição a menos do que os exercícios 3 e 4, por conseguinte, teoricamente mais difíceis, ainda assim apresentaram um número maior de acertos. Este fato pode estar relacionado, não apenas à congruência semântica em que os exercícios possuem, mas ao conhecimento semântico que os acadêmicos possuem a respeito de determinadas palavras, influenciando na resolução dos exercícios.

Nos exercícios 7 e 8, totalmente não-congruentes, foram identificados 7 acertos, sendo apenas um no exercício 7. No total a relação foi de 7 acertos, 21 erros, além de quatro exercícios não resolvidos. Apesar de o enunciado do exercício 7 apresentar a mesma peculiaridade do exercício 4, podemos inferir que os critérios de congruência semântica foram uma das causas determinantes no número de acertos destes exercícios.

Deste modo, vale ressaltar que esse instrumento de pesquisa – 1 apresentou alguns dados semelhantes com pesquisas já realizadas envolvendo o conceito de inequação. Dentre os aspectos, pode-se notar a resolução de alguns exercícios, baseando-se nos procedimentos de resolução de equações, inclusive utilizando o sinal de igual, conforme algumas resoluções apresentadas nas análises. Erros estes semelhantes apresentados no artigo de Campos e Giusti (2008). Bem como o erro relacionado ao tratamento algébrico, no qual multiplica-se/divide-se por um valor negativo e não altera-se o sinal de desigualdade, erro esse considerado frequente e apontado em pesquisas, como a de Fontalva (2006), Travassos e Rezende (2017) e Campos e Giusti (2008).

Além disso, este instrumento de pesquisa apresentou de modo geral, dados preocupantes, considerando que o conceito aqui abordado é conteúdo de Ensino Fundamental e Médio e que graduandos do último ano do curso de matemática tiveram dificuldades em resolve-los. O quadro 63, ilustrado na sequência, apresenta a quantidade de resoluções corretas, incorretas e aquelas que não foram feitas categorizadas pelo ano de graduação dos sujeitos dessa pesquisa.

Quadro 63: Total de acertos, erros e os exercícios não resolvidos obtidos em cada ano da graduação referentes ao instrumento de pesquisa - 1.

Instrumento de pesquisa - 1			
Ano acadêmico	Acertos	Erros	Não resolvidos
1º ano	12	17	3
2º ano	12	20	0
3º ano	9	23	0
4º ano	12	16	4

Fonte: autor.

Levando em consideração quatro acadêmicos de cada ano e oito exercícios do instrumento de pesquisa – 1, temos um total de 32 resoluções. Logo, percebe-se que o número de acertos ficou abaixo da metade, ou seja, houveram mais erros do que acertos.

A princípio, esperava-se que os alunos dos anos finais da graduação obtivessem um número maior de acertos, devido à experiência e habilidade em operações matemáticas de conceitos básicos, advindos, sobretudo, da prática do estágio curricular, disciplina que o terceiro e quarto ano do curso possuem. No entanto, observa-se que o número de acertos foram iguais para os 1º, 2º e 4º anos do curso de licenciatura em Matemática, atingindo um total percentual de 40% de acertos.

Para o 3º ano do curso, o número de acertos foi ainda menor, sendo 9 de 32, correspondendo a 30% de acertos.

7.5. Síntese e discussão das análises individuais do instrumento de pesquisa – 2

Nesta seção apresenta-se uma síntese a respeito das análises individuais realizadas nas resoluções dos 16 acadêmicos, sujeitos da pesquisa referentes ao instrumento de pesquisa – 2, bem como algumas discussões a respeito de determinados aspectos, que não foram mencionados nas análises individuais.

O quadro 64 traz o total de resoluções incorretas identificadas nos cinco problemas contextualizados abordados nesse instrumento, os acadêmicos que erraram e principalmente, em qual(is) procedimento(s): tratamento e/ou conversão.

Quadro 64: Erros no instrumento de pesquisa – 2 relacionados à conversão e/ou tratamento.

Erros dos acadêmicos no instrumento de pesquisa - 2 identificados na conversão (C) e/ou tratamento (T).														
Problema 1			Problema 2			Problema 3			Problema 4			Problema 5		
A2 - 1ºA	C		A3 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C	
A3 - 1ºA	C		A4 - 1ºA	C		A4 - 2ºA	C		A3 - 1ºA	C		A3 - 1ºA	C	
A2 - 2ºA	C		A2 - 2ºA	C		A4 - 3ºA	C		A4 - 1ºA		T	A2 - 2ºA	C	
A4 - 2ºA		T	A4 - 2ºA	C		A4 - 4ºA	C		A1 - 2ºA	C		A1 - 3ºA	C	
A1 - 3ºA	C		A1 - 3ºA	C					A2 - 2ºA	C		A2 - 3ºA	C	
A2 - 3ºA	C		A2 - 3ºA	C					A4 - 2ºA	C		A3 - 3ºA	C	
A3 - 3ºA		T	A3 - 3ºA	C					A1 - 3ºA	C		A4 - 3ºA	C	
A4 - 3ºA	C		A4 - 3ºA	C					A2 - 3ºA	C		A1 - 4ºA	C	
A2 - 4ºA		T	A1 - 4ºA	C					A3 - 3ºA	C		A2 - 4ºA	C	
A4 - 4ºA	C		A2 - 4ºA	C					A2 - 4ºA	C				
			A3 - 4ºA	C					A3 - 4ºA	C				
			A4 - 4ºA	C					A4 - 4ºA	C				
Total	7	3	Total	12	0	Total	4	0	Total	11	1	Total	9	0

Fonte: autor.

Todos os problemas deste instrumento de pesquisa apresentam em seu enunciado situações que possam "chamar" a atenção do acadêmico, diversificando seus contextos. Assim, alguns problemas possuem mais dados e informações, como o problema 4 e 5, podendo vir a serem mais complexos em sua solução; ou então menos informações e menos operações a serem realizadas para sua solução, como o problema 1 e 2.

Referente ao problema 1, o qual aborda uma situação envolvendo salários de professores e deputados, observa-se que de 16 acadêmicos, 10 apresentaram dificuldades, sendo sete dos casos envolvendo a conversão e outros três envolvendo o tratamento.

No que tange às conversões, um dos principais erros referiu-se à conversão da frase *período de um ano*. Esta frase diz respeito ao tempo que deve ser considerado no cálculo final para determinar o custo médio de um deputado. Nesse caso, a maioria dos erros referem-se a esse item, pois não consideram o período de um ano (multiplicação por 12) nas suas resoluções.

Logo, percebe-se que, talvez por distração, os acadêmicos tenham falhado nessa conversão, haja visto que o segundo retângulo maior, ao lado da resolução é justamente para que o aluno faça o retrospecto e veja o que foi solicitado no problema. Mesmo assim, alguns acadêmicos inclusive dissertaram a reposta final ignorando o fato de ser no período de um ano.

Outro erro comum encontrado nas análises está relacionado ao tratamento, identificado na aproximação equivocada da solução final encontrada por meio dos cálculos, como é o caso do acadêmico A4 – 2ºA e A2 – 4ºA, os quais realizaram todos os procedimentos corretamente, mas, ao determinarem o valor final, aproximaram o valor de 880,44 para 880 e levando em conta que o resultado final refere-se ao mínimo de salários integrais de professores para pagar o curso de um deputado federal no período de um ano, o correto seria aproximar para 881.

O problema 2 foi um dos quais houve a detecção do maior número de erros, sendo 12 erros em 16 resoluções. Nesse problema, todos os acadêmicos tiveram dificuldades na conversão de registros.

Dentre os diferentes erros na conversão do registro tabular para o registro algébrico, obedecendo as condições informadas no enunciado em língua natural, destaca-se o erro na interpretação do termo *a partir de*, uma vez que esse fato foi identificado em três resoluções em que os acadêmicos escrevem tal frase e na sequência delimitam o valor *25mb*.

Nessa situação, a dificuldade está relacionada ao conhecimento semântico do acadêmico, isto porque a interpretação incorreta do termo o fez inferir que *a partir de* corresponderia ao sinal de $>$, mas na verdade corresponde ao sinal de $\geq$.

No problema 3 foi identificado o menor número de erros, sendo três erros e uma resolução em branco. Vale ressaltar que os erros e dificuldades encontradas estão relacionadas a conversão.

Neste problema, o objetivo era calcular a produção de duas fábricas de calçados seguindo as informações detalhadas no enunciado e, em seguida, indicar a partir do número encontrado em qual mês a produção da fábrica B superaria a produção da fábrica A. Porém, os acadêmicos tiveram dificuldades em montar uma expressão matemática para solucionar o problema.

O problema 4 abordava em seu enunciado informações suficientes sobre o objetivo da questão, com isso, já esperava-se que o índice de erros fosse superior aos problemas anteriores, porém, 12 dos 16 acadêmicos não conseguiram resolver corretamente, um número alto, dado que se trata de um problema envolvendo inequação do 1º grau com uma variável. Os acadêmicos até conseguiram extrair alguns dados do enunciado, todavia, a dificuldade maior estava em montar uma expressão matemática que satisfizesse as condições do problema.

Além deste fato, alguns dos acadêmicos que conseguiram montar uma expressão, que por vezes, tratava-se de uma igualdade, interpretaram mal o resultado encontrado, pois a resposta dada por eles era de 45, porém, 45 é o valor de x que representava uma sessão de filme do dia. O correto seria multiplicar por dois este valor devido ao filme ser apresentado duas vezes ao dia.

Assim, nota-se novamente a falta de verificar alguns critérios que o enunciado traz, não atentando-se apenas aos dados numéricos do problema.

No problema 5, sendo este o último do instrumento de pesquisa – 2, nove acadêmicos apresentaram dificuldades em sua conversão.

Analisando as resoluções incorretas, observa-se que alguns acadêmicos realizaram o mesmo erro mencionado no problema 4, isto é, não atentaram-se a algumas especificidades do problema, como é o caso do acadêmico A1 – 4ºA, que colocou como resposta o valor de aproximadamente 143. Seguindo os critérios estabelecidos no enunciado do problema, este valor excede o limite de 1000 *bom dia* a serem recebidos. No entanto, o acadêmico respondeu com este valor pelo fato de sua resposta dar um valor e 142,84, aproximando assim para 143, sendo que o correto seria aproximar para 142. Deste modo, inferimos que não houve verificação das implicações desta solução na expressão matemática inicial.

Outro fato semelhante a esse foi observado quando os acadêmicos responderam a 71 vídeos. Este valor refere-se à variável *x*, contudo, a expressão que representa a quantidade de vídeos é *2x*, o que implica como resposta final o valor de 142, e não 71.

Este instrumento de pesquisa – 2 possibilitou identificar algumas dificuldades e falhas que os acadêmicos têm na resolução de problemas.

Percebe-se que a maioria deles não verificam a resposta final encontrada, mesmo escrevendo por extenso o que se pedia no problema. O quadro com a frase *Resposta final* é justamente para que o acadêmico leia novamente o problema a fim de verificar o que está sendo solicitado no enunciado e responder de acordo, mas muitos não refletem sobre as soluções encontradas, confiando na conversão inicial realizada, bem como em seu tratamento algébrico e aritmético.

Observa-se também que poucos acadêmicos utilizam-se dos sinais de inequação para resolver os problemas matematicamente. A maioria utilizam-se de igualdades em sua resolução e alguns fazem essa conversão da equação para inequação na resposta final, o que muitas vezes acarreta em erros no processo. Vale evidenciar a resistência que os acadêmicos tem em operar com o conceito de inequação, conforme pode ser constatado nas análises dessa pesquisa.

O quadro 65 a seguir apresenta quantos erros, acertos e resoluções não realizadas foram identificadas no instrumento de pesquisa – 2, referentes aos quatro anos da graduação.

Quadro 65: Total de acertos, erros e os problemas não resolvidos obtidos em cada ano da graduação referente ao instrumento de pesquisa - 2.

Instrumento de pesquisa - 2			
Ano acadêmico	Acertos	Erros	Não resolvidos
1º ano	10	8	2
2º ano	11	9	0
3º ano	4	16	0
4º ano	8	10	2

Fonte: autor.

Considerando quatro acadêmicos de cada ano e cinco problemas, temos um total de 20 resoluções de cada ano da graduação em relação ao instrumento de pesquisa – 2.

Conforme o quadro 66, o 1º ano do curso apresentou um total de 10 acertos, correspondendo a 50% do instrumento de pesquisa. Em termos percentuais, o desempenho dos acadêmicos do 1º ano foram melhores na resolução de problemas do que no instrumento de pesquisa – 1, envolvendo conversões com diferentes graus de congruência.

O 2º ano do curso apresentou um índice de acertos um pouco maior que o 1º ano, sendo um total de 11 acertos, correspondendo a 55% do instrumento de pesquisa. Este foi o melhor desempenho dos quatro anos do curso, no que diz respeito a resolução de problemas contextualizados.

O 3º ano do curso novamente teve o pior desempenho, tendo um total de apenas quatro acertos. Este resultado em termos percentuais corresponde a 20%, um valor consideravelmente baixo, se levarmos em consideração o conceito abordado, os problemas elaborados e o ano acadêmico dos sujeitos.

O 4º ano apresentou oito acertos, ficando abaixo do primeiro e segundo ano do curso, no que se refere ao êxito obtido nas respostas desse instrumento de pesquisa. Em termos percentuais, de modo geral, o 4º ano acertou 40% das resoluções.

7.6. Síntese e discussão das análises individuais do instrumento de pesquisa – 3

O objetivo do instrumento de pesquisa – 3 é justamente a analisar a conversão entre os diferentes registros de representação do conceito de inequação. Contudo, alguns exercícios tais como 1a), 1b), 1c), 1d), 2a) e 2b) necessitam não apenas da conversão, mas também do tratamento para serem resolvidos. Em contrapartida os exercícios 3), 4a) e 4b) necessitam apenas da conversão direta. Deste modo, para padronizar as três sínteses acerca dos três instrumentos de pesquisa, elaboramos um quadro no qual apresenta os exercícios, os acadêmicos que erraram assim como em qual procedimento ocorreu o erro, representado por "C" os erros que se referem a conversão, por "T" os erros referentes ao tratamento, e por "−" os procedimentos (seja tratamento ou conversão) que não foram realizados pelos acadêmicos. O quadro 66 a seguir apresenta os erros referentes aos itens a), b), c) e d) do exercício 1.

Quadro 66: Erros no instrumentos de pesquisa – 3 (exercícios 1a, 1b, 1c e 1d), relacionados à conversão e/ou tratamento.

Erros dos acadêmicos no instrumento de pesquisa - 3 identificados na conversão (C) e/ou tratamento (T).											
Exercício 1a			Exercício 1b			Exercício 1c			Exercício 1d		
A2 - 1ºA	C	T	A2 - 1ºA	C	T	A2 - 1ºA	C	T	A2 - 1ºA	C	T
A3 - 1ºA		T	A1 - 2ºA		T	A3 - 1ºA		T	A2 - 2ºA	C	—
A1 - 2ºA		T	A2 - 2ºA	C		A1 - 2ºA		T	A3 - 2ºA		T
A2 - 2ºA	C	T	A2 - 3ºA	—		A2 - 2ºA	C	—	A2 - 3ºA	—	T
A2 - 3ºA	—	T	A4 - 3ºA	—		A2 - 3ºA	C		A4 - 3ºA	—	T
A3 - 3ºA		T				A4 - 3ºA	—	T	A2 - 4ºA		T
A4 - 3ºA	—	T							A4 - 4ºA	C	T
Total	2	7	Total	2	2	Total	3	4	Total	5	6

Fonte: autor.

O exercício 1 do instrumento de pesquisa – 3 é composto por quatro itens do tipo a, b, c e d, os quais são constituídos por expressões algébricas de inequações. O objetivo desse exercício foi verificar o desempenho dos acadêmicos, tanto no tratamento algébrico realizado quanto na conversão do registro algébrico para o registro geométrico.

Os exercícios 1a e 1b foram elaborados, trazendo inequações com sinais de "<" (menor) e ">" (maior), além de necessitarem de operações diferentes para se chegar a solução da inequação. Com isso, observa-se no quadro 66, que o número de erros foi próximo, sendo sete resoluções no exercício 1a e cinco no exercícios 1b, porém, o exercício 1a teve sete erros no tratamento algébrico, enquanto que no exercício 1b apenas dois.

Para os exercícios 1c e 1d, os mesmos abordam inequações que contém sinais de "≤" (menor ou igual) e "≥" (maior ou igual), para assim analisar a percepção/conhecimento do acadêmico a respeito desses sinais na representação geométrica.

No que tange à quantidade de erros, nota-se que foram semelhantes aos exercícios 1a e 1b, tendo apenas um erro a mais no total. Contudo, os motivos que levaram aos erros são semelhantes, isto é, erros na divisão, na multiplicação/divisão por um valor negativo na qual não inverteu o sinal de desigualdade, e, a própria representação geométrica da solução da inequação, contendo erros ou no valor representado ou na própria representação, dando indícios inclusive que alguns acadêmicos não tem conhecimento sobre a representação de uma inequação na reta numérica.

Para os exercícios 2, 3 e 4, elaboramos outro quadro (por conta do espaço), com o propósito de apresentar os dados sobre esses exercícios.

Quadro 67: Erros no instrumento de pesquisa – 3 (exercícios 2a, 2b, 3, 4a e 4b) relacionados à conversão e/ou tratamento.

Erros dos acadêmicos no instrumento de pesquisa - 3 identificados na conversão (C) e/ou tratamento (T).														
Exercício 2a			Exercício 2b			Exercício 3			Exercício 4a			Exercício 4b		
A2 - 2ºA		T	A1 - 2ºA		T	A2 - 1ºA	C		A2 - 1ºA	C		A1 - 1ºA	C	
A2 - 3ºA	C	T	A2 - 2ºA	C	–	A3 - 1ºA	C		A2 - 2ºA	C		A2 - 1ºA	C	
A4 - 3ºA	C		A3 - 2ºA		T	A3 - 2ºA	C		A3 - 3ºA	C		A2 - 2ºA	C	
			A1 - 3ºA		T	A2 - 4ºA	C					A2 - 3ºA	C	
			A2 - 3ºA	C	T									
			A4 - 4ºA	C	T									
Total	2	2	Total	3	5	Total	4	0	Total	3	0	Total	4	0

Fonte: autor.

Os exercícios 2a e 2b apresentam inequações algébricas para serem resolvidas e posteriormente convertidas para a representação em intervalos numéricos. O objetivo desse exercício é verificar o conhecimento dos acadêmicos na conversão do registro algébrico para o registro numérico envolvendo o conceito de inequação do 1º grau com uma variável.

Neste exercício 2, percebe-se que as dificuldades dos acadêmicos foram menores se comparadas ao exercício 1. O item a) apresentou três erros, enquanto que o item b), seis erros. No entanto, o item b) apresentou um número maior de erros relacionados ao tratamento. Essa discrepância pode estar relacionada ao modo que a variável é apresentada na inequação, considerando que no item b) ela aparece na forma de fração, o que pode tornar a simplificação da inequação mais complexa. Em relação às conversões, o item a) apresentou dois erros enquanto o item b) apresentou 3 erros.

No exercício 3, não houveram resoluções incorretas, porém, quatro acadêmicos não conseguiram responder, ou seja, não conseguiram montar um enunciado que satisfizesse as condições propostas no exercício, deixando-o em branco, o que podemos classificar como uma dificuldade relacionada à conversão do registro algébrico para o registro em língua natural.

No exercício 4, cujo objetivo consistia em converter o valor numérico representado no registro geométrico para os registros algébrico e numérico (na forma de intervalos), 3 erraram o item a) e 4 erraram o item b), sendo que para cada item houve uma resolução em branco.

Nesse último exercício, uma das causas do erro relaciona-se à atenção, isto porque, o acadêmico realizou de maneira correta um item, mas errou o outro. Já um outro acadêmico não conseguiu compreender como era a representação algébrica de modo correto, pois, na sua reposta a representação algébrica ficou como se a reta numérica contivesse apenas valores numéricos inteiros.

Na sequência, o quadro 68 apresenta os erros obtidos nesse instrumento de pesquisa, categorizados com base nos quatro anos acadêmicos.

Quadro 68: Total de acertos, erros e os exercícios não resolvidos obtidos em cada ano da graduação referentes ao instrumento de pesquisa - 3.

Instrumento de pesquisa - 3			
Ano acadêmico	Acertos	Erros	Não resolvidos
1º ano	19	7	10
2º ano	21	14	1
3º ano	21	15	0
4º ano	31	3	2

Fonte: autor.

Neste último instrumento de pesquisa, cujo objetivo é analisar o desempenho dos acadêmicos no que tange aos diferentes registros do conceito de inequação, observa-se um desempenho superior quando comparado aos outros dois instrumentos.

Considerando 4 acadêmicos para cada ano e 9 resoluções a serem realizadas (1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 3, 4a e 4b), temos um total de 36 resoluções a serem analisadas para cada ano acadêmico sobre esse instrumento de pesquisa.

Para o 1º ano do curso, identificou-se um total de 19 acertos, correspondendo a aproximadamente 53% das resoluções corretas.

Os acadêmicos do 2º ano acertaram um total de 21 resoluções, atingindo aproximadamente 58% do total das resoluções.

O 3º ano igualou-se ao percentual de acertos do 2º ano, atingindo um total de 21 acertos. Em termos percentuais, aproximadamente 58% das resoluções corretas.

Já o 4º ano apresentou o melhor desempenho entre os quatro anos do curso, acertando um total de 31 das 36 resoluções, atingindo aproximadamente 86% de acertos.

Com base nos resultados e discussões aqui elencadas, podemos inferir que, acerca da conversão de diferentes registros do conceito de inequação, o 4º ano apresentou uma diferença considerável dos demais anos acadêmicos. Porém, percebe-se também que o terceiro ano, apesar de ser o mais próximo do quarto ano, teve o mesmo índice de acerto do 2º ano e praticamente o mesmo índice de acerto que o 1º ano, evidenciando que o conhecimento sobre os diferentes registros de representação do conceito de inequação por parte dos acadêmicos ainda carece de atenção, sobretudo, nas operações matemáticas elementares.

8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa de mestrado foi pensada e formulada com o intuito de analisar o desempenho de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, em atividades envolvendo o conceito de inequação do 1º grau com uma vaiável e suas diferentes representações. Deste modo, os instrumentos de pesquisa foram elaborados de modo a articular diferentes representações do conceito de inequação, sobretudo, favorecer as conversões e os tratamentos, abordando diferentes graus de dificuldades, sendo estes categorizados com base na congruência semântica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Para reduzir as variáveis que poderiam influenciar uma análise tendenciosa ou mal fundamentada de acordo com o aporte teórico abordado, realizou-se um teste piloto que possibilitou ajustar e reestruturar os exercícios e problemas dos instrumentos de pesquisa, de modo a alcançar os objetivos de cada um desses instrumentos.

Após o exame de qualificação, tivemos um importante *feedback* da banca a respeito da dissertação como um todo, assim como do instrumento de pesquisa. Realizamos os ajustes necessários e demos continuidade, desta vez, à aplicação final das atividades aos sujeitos da pesquisa. Após o estabelecimento de determinados critérios (especificados na metodologia), passamos a considerar 16 acadêmicos, sendo quatro de cada ano do curso.

Esta pesquisa obteve um grande número de resoluções a serem analisadas, haja visto que são 22 atividades nos três instrumentos de pesquisa, e 16 acadêmicos no total, resultando em um total de 352 resoluções a serem analisadas. Dessa forma, consideramos apenas as resoluções incorretas e a partir delas, delineamos as análises e discussões com base nos erros e/ou dificuldades dos acadêmicos.

A partir disso, surgiu a necessidade de elaborar duas seções principais a respeito das análises. A primeira apresenta análises individuais acerca de cada resolução incorreta e a segunda traz uma síntese com discussões sobre as análises individuais.

Realizadas as análises, as discussões e reflexões apresentadas no decorrer dessa pesquisa, podemos fazer algumas inferências quanto aos erros e dificuldades dos acadêmicos, no que diz respeito aos três tipos de instrumentos de pesquisa.

No instrumento de pesquisa – 1, apesar das questões em si serem no registro língua natural, elas não apresentam um contexto em seu enunciado, mas apenas informações que levam a uma pergunta. Este fato, atrelado aos critérios de congruência semântica possibilitaram verificar o desempenho dos acadêmicos referentes aos diferentes níveis de congruência semântica.

Os resultados desse instrumento de pesquisa mostraram que os acadêmicos possuem dificuldades até mesmo em questões que satisfazem dois e três critérios de congruência semântica em sua estrutura léxica. Esse fato pode ser constatado nos quatro anos da graduação e é um aspecto relevante, considerando que os estudantes já tiveram contato com inequações tanto no Ensino Médio como na faculdade, e que segundo Duval (2009), este tipo de conversão entre questões envolvendo, em especial, três critérios (atividade congruente), é uma tarefa que não exige muita reflexão pelo fato de os critérios proporcionarem uma simples “codificação” no processo de conversão.

Com relação ao instrumento de pesquisa – 2, os acadêmicos tiveram algumas dificuldades em interpretar termos como *a partir* e em certos momentos, não conseguiram estruturar a expressão algébrica de acordo com os critérios estabelecidos no enunciado do problema. Este fato, em muitos casos, está relacionado à compreensão do problema pelo acadêmico, visto que a maioria das unidades significantes são identificadas e convertidas, porém, de maneira inadequada com o contexto estabelecido.

Outro fato referente à conversão do registro em língua natural para o algébrico, pode estar relacionado ao conhecimento semântico que o acadêmico possui no que tange aos termos presentes no campo semântico e lexical do conceito. Ainda, em relação às conversões de problemas contextualizados, é viável mencionar a falta de atenção dos acadêmicos, que muitas vezes dão respostas sem conferir exatamente o que é pedido no problema, fator este que impossibilita-os de verificar erros na expressão inicial convertida, que em alguns casos, apresentam a falta de informações convertidas, necessárias para a solução correta do problema, como é o caso do problema 2, no qual era pedido para calcular o custo de um deputado federal dentro do período de um ano.

No entanto, apesar das especificidades que os problemas contextualizados possuem, quando comparados aos exercícios, os acadêmicos saíram-se bem, especialmente, quando comparado ao instrumento de pesquisa – 1, cuja conversão também dá-se do registro língua natural para o registro algébrico.

O instrumento de pesquisa – 3 possibilitou analisar como ocorre o desempenho dos acadêmicos nos diferentes registros do conceito de inequação.

Dentre os 4 exercícios analisados, notou-se que o exercício 1, que consistia em realizar o tratamento algébrico na inequação fornecida e, posteriormente, realizar a conversão da solução para a representação na reta numérica (registro geométrico), foi o exercício que apresentou o maior número de erros neste instrumento. Além disso, notamos também que nas resoluções no registro geométrico apareceram representações que não condizem com a representação da reta numérica, o que nos faz inferir que alguns acadêmicos não possuem conhecimento sobre a representação da solução de uma inequação de 1º grau com uma variável na reta numérica, como é o caso do acadêmico A2 – 2ºA, que errou tanto a conversão de "ida", do registro algébrico para o registro geométrico (exercício 1), quanto a conversão de "volta", do registro geométrico para o registro algébrico (exercício 4).

Duval (2003, 2009) é enfático ao mencionar a importância da articulação entre o "ir" e "vir" de uma conversão, a fim de que o aluno não saiba apenas um sentido da conversão, mas que possa realizar o inverso caso necessário.

O instrumento de pesquisa 3 também mostrou que, grande parte dos acadêmicos ainda possuem dificuldades na realização de operações de tratamento referentes ao conceito de inequação. Isto porque, no exercício 1, grande parte dos erros não se encontravam apenas na conversão dos registros, mas também no tratamento algébrico realizado, por exemplo, em operações de divisão de números e erros relacionados às propriedades de inequações, como multiplicar/dividir ambos os membros por um valor negativo, alterando assim o sinal de desigualdade.

Este instrumento de pesquisa – 3 apresentou um índice de acertos maior dos acadêmicos do quarto ano em comparação aos demais anos da graduação, evidenciando assim um desempenho maior no que concerne as conversões dos diferentes registros de inequações do 1º grau, tais como: registro geométrico, registro numérico e registro algébrico, visto que do registro língua natural para algébrico, todos os anos apresentaram um número de acertos próximos uns dos outros, como analisado nos instrumentos de pesquisa 1 e 2.

Sendo assim, podemos concluir com a realização desta pesquisa que este estudo atingiu os pressupostos estabelecidos nos objetivos específicos propostos, evidenciando um baixo desempenho dos acadêmicos em exercícios envolvendo o fenômeno de congruência semântica, inclusive por acadêmicos dos anos finais do curso, conforme apontado nas análises referentes ao instrumento de pesquisa - 1.

No que se refere aos exercícios envolvendo as diferentes representações das inequações de 1º grau com uma variável, podemos classificar como um desempenho regular para os acadêmicos do 1º, 2º e 3º anos do curso, pois, atingiram um percentual de acertos entre aproximadamente 50% e 60%. Para os acadêmicos do 4º ano, classificamos como um desempenho satisfatório, pois atingiram 86% de acertos.

Contudo, essa pesquisa evidenciou dados preocupantes referentes às resoluções de problema contextualizados (instrumento de pesquisa – 2), visto que o 3º ano do curso apresentou um índice muito baixo de acertos (20%), fazendo-nos inferir que as dificuldades a respeito do conceito de inequação do 1º grau, mais especificamente, em relação à resolução de problemas, podem sim estender-se durante toda a graduação.

Dentre os sujeitos de pesquisa aqui abordados, compreendemos também que os resultados não podem ser generalizados, uma vez que cada sujeito possui uma formação diferente do outro. Entretanto, este estudo foi de grande valia para a proposta de pesquisa que visa analisar o desempenho dos acadêmicos dos quatro anos da graduação com respeito as atividades que articulam as diferentes representações do conceito de inequação do 1º grau, com base nos pressupostos da Teoria do Registros de Representação Semiótica, relacionados à compreensão de conceitos matemáticos, e que, acima de tudo, indicou erros e dificuldades que poderão contribuir para processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de inequações, buscando assim uma aprendizagem a nível conceitual por parte dos alunos e acadêmicos.

REFERÊNCIAS

BELTRÃO, R. C. H. Dificuldades dos alunos para resolver problemas com inequações. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 5, p. 84-95, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (1º e 2º ciclos do ensino fundamental). v. 3. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio).** Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+)** - Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2015.** Brasília, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª ed. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 19 jan. 2018.

CAMPOS, Tânia M. M.; GIUSTI, V. H. Resolução de Desigualdades com uma Incógnita: uma análise de erro. **Unión (San Cristobal de La Laguna)**, v. 14, p. 37-48, 2008.

CONCEIÇÃO JUNIOR, F. S. **Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no ensino médio.** 2011. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

DAMM, R.F. Registros de Representação. In: MACHADO, S.D.A.(org). **Educação Matemática:** Uma (nova) introdução. São Paulo: Educ, 2015, p.167-188.

DANTE, L. R. **Matemática Dante.** 1º ed. São Paulo: Ática, 2009. Volume único.

DANTE, L. R. **Matemática Contexto e Aplicações**. 2ª Edição. São Paulo: Ática, 2014. Volume I.

DIAS, R. A. X. G. **Análise do conhecimento de professores sobre o Ensino de Inequações.** 2014. 136 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: **Aprendizagem em Matemática**. Machado, S. D. A. (org.). pp. 11-33. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I). Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. Org.: Tânia M. M. Campos; tradução: Marlene Alves Dias. 1ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat.** Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012a.

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. Tradução de Méricles T. Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis. v. 7, p. 118-138, 2012b.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, p. 10-34, 2013.

ECHEVERRÍA, M. D. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I.(org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

FERNANDES, E. B. **Representações em situações problemáticas que envolvem inequações do 1º grau a uma incógnita:** Um estudo com alunos do 9º ano de escolaridade. 2013. 335 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

FLORES, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema: boletim de educação matemática**, vol. 26, 2006, p. 77-102.

FONTALVA, G. M. **Um estudo sobre inequações:** entre alunos do ensino médio. 2006. 134 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 2008.

IEZZI, G; DOLCE, O; DEGENSZAJN, D; PÉRIGO, R; ALMEIDA, N. **Matemática Ciência e Aplicações**. 7ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2013. Volume I.

MACHADO, A. S. **Matemática:** temas e metas. 2º ed. São Paulo: Atual, 1998. Volume 1.

MAGALHÃES, A. F. **Estudos das inequações:** contribuições para a formação do professor de matemática na licenciatura. 2013. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

MATA-PEREIRA, J; PONTE, J. P. Desenvolvendo o raciocínio matemático: Generalização e justificação no estudo das inequações. **Boletim GEPEM,** v. 62, p. 17-31, 2013.

MANOEL, S. C. **As dificuldades dos alunos 8º ano do Ensino Fundamental na compreensão de equações e inequações.** In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013, Curitiba. Anais do XI ENEM, 2013.

MARTINS DE LEONARDO, F. **Conexões com a Matemática**. 2ª Edição. São Paulo: Moderna, 2013. Volume I.

MELO, M. **O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.** 2007. 81 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOTTA-ROTH, D.; HENDGES, G. R. **Produção textual na universidade**. 1. ed. São Paulo: Parábola Editorial, 2010. v. 1. 165p.

PAIVA, M. **Matemática Paiva**. 2ª Edição. São Paulo: Moderna, 2013. Volume I.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio: Matemática** – Curitiba: Secretaria de Estado da Educação, 2008.

RAMOS, M. L. P. D.; CURI, E. Erros na Resolução de Inequações: consequências de dificuldades relativas a conteúdos dos Ensinos Fundamental e Médio. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 16, p. 457-471, 2014.

SILVEIRA, D. T.; **CORDOVA, F. P.** Unidade 2 - A pesquisa científica. In: Tatiana Engel Gerhardt; Denise Tolfo Silveira. (Org.). Métodos de Pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, v.1, p. 31-42.

SMOLE, K. T; DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio.** 8ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2013. Volume I.

SOUZA, J. **Novo Olhar Matemática**. 2ª Edição. São Paulo: FTD, 2013. Volume I.

SOUZA, Vera Helena Giusti. **O uso de vários registros na resolução de inequações:** uma abordagem funcional gráfica. 2008. 292 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber Matemática** (8º ano do Ensino Fundamental). 1º ed. São Paulo: Editora FTD, 2013. v. 1. 288p.

TRALDI JR, A. **Sistema de inequações:** uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representação. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifica Universidade Católica, São Paulo.

TRAVASSOS, W. B**.**; REZENDE, V. **Sistemas de Equações Lineares e Registros de Representação Semiótica:** um estudo relacionado ao Ensino Médio. In: VIII Encontro de Produção Científica e Tecnológica - EPCT, 2013, Campo Mourão. Anais do VIII Encontro de Produção Científica e Tecnológica - EPCT, 2013.

TRAVASSOS, W. B.; REZENDE, V. **Diferentes Representações do Conceito de Inequações:** uma análise de livros didáticos do Ensino Médio. In: 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Ilhéus - Bahia. Anais do IV SIPEMAT, 2015a. p. 1870-1881.

TRAVASSOS, W. B.; REZENDE, V. **O conceito de Inequação do Manual do Professor:** um estudo à luz dos registros de representação semiótica. In: Anais do XIII EPREM, 2015, Ponta Grossa. Anais - XIII EPREM, 2015b.

TRAVASSOS, W. B.; REZENDE, V. Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio e Diferentes Representações do Conceito de Inequações. In: Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar, 2015, Campo Mourão. ANAIS EAIC V.1(2015), 2015c.

TRAVASSOS, W. B.; REZENDE, V. O Software Aplusix e a Resolução de Inequações: um estudo de erros e acertos de estudantes do 1º ano de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 22, p. 85-98, 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A: INTRUMENTO DE PESQUISA - 1

Acadêmico(a): ____

Ano acadêmico: ____

Graduação: (   ) Licenciatura   (   ) Bacharel   (   ) Não definido

INTRUMENTO DE PESQUISA - 1

1) Determine x sabendo que seu valor somado com 2 vezes o seu próprio valor é maior que 27.

Resolução	Resposta final

2) Pensei em um número x, em seguida mulpliquei-o por -3 de modo que seu valor fosse um número maior que 14. Que número pensei inicialmente?

Resolução	Resposta final

3) Não é igual, nem maior que 12 a diferença entre x e seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários.

Resolução	Resposta final

4) Um número inteiro somado com seu igual não é menor que 2 multiplicado com o seu triplo. Represente algebricamente o enunciado, em seguida, resolva utilizando os procedimentos necessários.

Resolução	Resposta final

5) É no mínimo 17 a soma entre um número par e seu sucessor. Quais valores esse número pode assumir de modo que essa relação seja satisfeita?

Resolução	Resposta final

6) Determine x de modo que ao realizar a diferença com seu dobro resulte sempre em um número não negativo.

Resolução	Resposta final

7) Sabe-se que o valor máximo que x pode assumir é igual o produto entre 3 e seu dobro. Determine x.

Resolução	Resposta final

8) Sabe-se que o limite inferior dos valores que um número x somado com 8 pode assumir é igual a diferença de dois números iguais. Determine x.

Resolução	Resposta final

APÊNDICE B: INTRUMENTO DE PESQUISA - 2

Acadêmico(a): ____

Ano acadêmico: ____

Graduação: (   ) Licenciatura   (   ) Bacharel   (   ) Não definido

INSTRUMENTO DE PESQUISA - 2

1) Devido ao descaso com a educação brasileira e sobretudo, com as reformas impostas pelo governo a fim de cortar gastos, Célio, professor do Magistério, decidiu verificar a seguinte situação: sabe-se que o piso nacional do magistério para o ano de 2017 segundo o MEC é de R$2.298,80 para carga horária de 40 horas semanais. Sabe-se também que em média, o custo de um deputado federal segundo levantamento de dados realizado pelo *Congresso em Foco* fica em média R$168.662,44 mensal. Com base nessas informações, quantos salários integrais de professor do magistério são necessários juntar, no mínimo, para pagar o custo de um deputado no período de um ano?

Resolução	Resposta final

2) Com o aumento da utilização de conexões com a internet 3g/4g. Uma operadora de celular disponibilizou para seus usuários, os seguintes planos de 50 MBs/dia.

Planos	Custo fixo mensal	Custo adicional por MB utilizado
A	R$15,00	R$0,2
B	R$10,00	R$0,4

A partir de quantos megabytes adicionais utilizados o plano A é mais vantajoso financeiramente que o plano B?

Resolução	Resposta final

3) (Vunesp) Duas pequenas fábricas de calçados, **A** e **B**, têm fabricado, respectivamente, 3000 e 1100 pares de sapatos por mês. Se, a partir de janeiro, a fábrica **A** aumentar sucessivamente a produção em 70 pares por mês e a fábrica **B** aumentar sucessivamente a produção em 290 pares por mês, a produção da fábrica **B** superará a produção de **A** a partir de:

a) março.
b) maio.
c) julho.
d) setembro.
e) novembro.

Resolução	Resposta final

4) Em um determinado cinema, nos quatro primeiros dias da semana o ingresso possui um valor de R$ 8,00, já para os três últimos dias da semana o ingresso dobra seu valor. Sabendo que este cinema possui um gasto de R$ 7200,00 para exibir um filme durante uma semana (De Segunda a Domingo), e que este filme é exibido duas vezes ao dia, quantos espectadores são necessários ter no mínimo, em média, durante cada dia para que o cinema não tenha prejuízo?

Resolução	Resposta final

5) Disponível para a maioria dos sistemas de dispositivos celulares, o aplicativo *Whatsapp* está entre os mensageiros instantâneos mais utilizados atualmente, com mais de 1 bilhão de pessoas, em mais de 180 países segundo informações da *WhatsApp* Inc. Devido à sua versatilidade, o aplicativo é usualmente utilizado para o envio de mensagens de texto, fotos, áudios, vídeos entre outras informações. No grupo da família de Joãozinho, sabe-se que apenas referente ao cumprimento "bom dia" são enviados em média 4 fotos, 8 mensagens de textos e 2 vídeos diariamente. Considerando essa proporção de informações enviadas diariamente, qual seria o número máximo de vídeos recebidos para não ultrapassar 1000 "bom dia" entre fotos, mensagens de texto e vídeos em um certo período de tempo, para que a memória do celular de Joãozinho não enchesse rapidamente.

Resolução	Resposta final

APÊNDICE C: INTRUMENTO DE PESQUISA - 3

Acadêmico(a): ____

Ano acadêmico: ____

Graduação: ( ) Licenciatura ( ) Bacharel ( ) Não definido

INSTRUMENTO DE PESQUISA - 3

1) Represente as inequações na reta numérica.

a) $-3x + 11 > x - 1$

R:

b) $5 < x + 4$

R:

c) $3(x + 1) \geq 0$

R:

d) $12 - x \leq x - 12$

R:

2) Resolva as inequações a seguir, em seguida, represente as soluções em intervalos numéricos.
Exemplos de intervalos numéricos:
Abertos: (a,b) e]a,b[
Fechados: [a,b]
Aberto/Fechado: (a,b] e]a,b]
Fechado/Aberto: [a,b) e [a,b[, onde a e b $\in \mathbb{R}$.

a) $x - 2x + \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

R:

b) $\frac{x}{2} + 4 \geq 13$

R:

3) Elabore um problema/exercício em língua portuguesa, cuja solução pode ser representada pela inequação $2x + 3 > 1$.

R:____

____

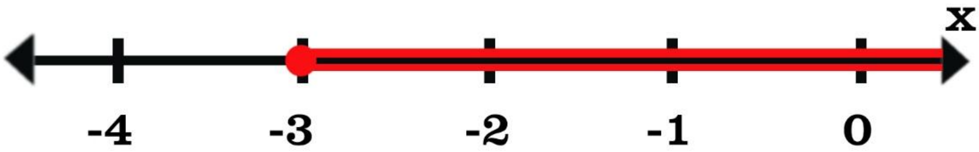
____

____

____

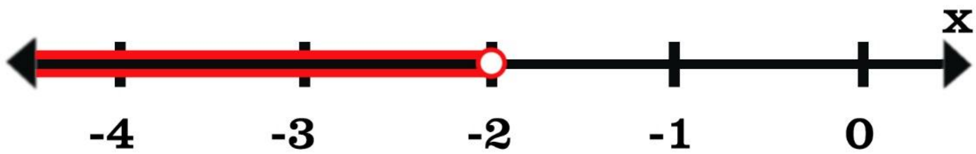
4) Determine os valores que x pode assumir destacados nas retas numéricas, em seguida, represente-os na forma de intervalo numérico e na forma algébrica.

a)



Intervalo numérico	Forma algébrica

b)



Intervalo numérico	Forma algébrica

APÊNDICE D: TERMO DE CONSENTIMENTO APRESENTADO À COORDENAÇÃO

CARTA DE SOLICITAÇÃO DA PESQUISA AO CENÁRIO DE ESTUDO
Solicitação de realização da pesquisa na Universidade Estadual de Maringá – UEM

Eu, Wilian Barbosa Travassos, portador do CPF: 090.988.039-54, devidamente matriculado nesta instituição de ensino, discente do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá – UEM, estou desenvolvendo uma pesquisa nível mestrado intitulada: **UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE INEQUAÇÃO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA: contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica,** cujo objetivo é analisar o desempenho de graduandos de um curso de Licenciatura em Matemática em atividades referentes ao conceito de inequação do 1º grau e suas diferentes representações, no qual o processo de coleta e análise dos dados se dará por meio das resoluções dos instrumentos de pesquisa que serão entregues aos acadêmicos que tiverem interesse em contribuir com a pesquisa.

Para tanto, serão necessários 2 horas/aula com cada ano da graduação para realização da implementação dos instrumentos de pesquisa.

Sendo assim, solicito a vossa contribuição com o estudo na autorização da realização do mesmo com os acadêmicos do curso de Matemática da referida instituição.

A coordenação poderá solicitar esclarecimentos se necessário for. Asseguro que serão mantidos o sigilo e o anonimato dos dados pessoais dos acadêmicos.

A referida proposta de pesquisa também será encaminhada ao Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com Seres Humanos – COPEP.

Agradecemos vossa compreensão no processo de desenvolvimento desta pesquisa científica que trará contribuições para o ensino e aprendizagem da matemática. Em caso de dúvida, a coordenação pode consultar a qualquer momento que julgar necessário o acadêmico desta proposta de pesquisa por meio do telefone celular (44) 9 9946-5285 ou e-mail wiliantravassos@hotmail.com, ou o orientador desta pesquisa, Marcelo Carlos de Proença, por meio do telefone (44) 3011-4933 ou e-mail mcproenca@uem.br.

Maringá, ___ de __________ de _____.

____________________________ ____________________________
Wilian Barbosa Travassos — Marcelo Carlos de Proença

Diante do exposto, declaro ter compreendido e concordado com os procedimentos aqui apresentados, autorizando a realização desta pesquisa.

____________________________ ____________________________
Prof. Dr. Alexandra de Oliveira Abdala Cousin — Local e data
Coordenadora do curso de graduação em Matemática – UEM

APÊNDICE E: TERMO DE CONSENTIMENTO APRESENTADO AO ACADÊMICO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, portador do CPF: ______________________, declaro por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa de mestrado desenvolvida pelo discente do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência e a Matemática, Wilian Barbosa Travassos, da Universidade Estadual de Maringá.

Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pela Profº. Drº. Marcelo Carlos de Proença, a quem poderei contatar ou consultar a qualquer momento que julgar necessário por meio do telefone (44) 3011-4933 ou e-mail mcproenca@uem.br. Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que em linhas gerais consiste em investigar o desempenho em matemática relacionada à conceitos algébricos.

Minha colaboração se fará de forma anônima, por meio da resolução das atividades dos instrumentos de pesquisa na qual utilizarei, a partir da assinatura desta autorização. O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e seu orientador. Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem prejuízo para meu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Maringá, ___ de __________ de _____

______________________________________ ______________________________________

Assinatura do(a) licenciando(a) em Matemática Assinatura do pesquisador