

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA**  
**A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA – MESTRADO E DOUTORADO**

**LORENA CAROLINA ROSA BIFFI**

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO**  
**MÉDIO:**  
**Um olhar a partir do Manual do Professor**

**Maringá**  
**Fevereiro de 2018**

**LORENA CAROLINA ROSA BIFFI**

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO  
MÉDIO:  
UM OLHAR A PARTIR DO MANUAL DO PROFESSOR**

Linha de pesquisa do PCM: **L3 - História, Epistemologia e Ética da Ciência**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá como requisito para obtenção do grau de mestre.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Lucieli M. Trivizoli

**Maringá  
Fevereiro de 2018**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
(Biblioteca Central - UEM, Maringá – PR, Brasil)

B591h Biffi, Lorena Carolina Rosa  
História da matemática em livros didáticos do ensino médio: um olhar a partir do manual do professor / Lorena Carolina Rosa Biffi. -- Maringá, PR, 2018.  
121 f.: il. color.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Lucieli M. Trivizoli.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2018.

1. Livro didático - Matemática. 2. PNLD - Programa Nacional do Livro Didático. 3. Educação matemática. 4. História da matemática. I. Trivizoli, Lucieli M., orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 371.32

Márcia Regina Paiva de Brito – CRB-9/1267

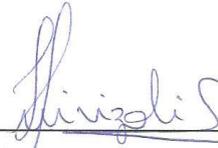
---

LORENA CAROLINA ROSA BIFFI

**História da Matemática em Livros Didáticos do Ensino Médio:**  
*um olhar a partir do Manual do Professor*

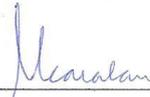
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática*.

**BANCA EXAMINADORA**



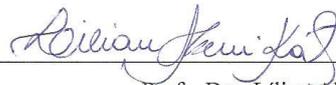
---

Profa. Dra. Lucieli Maria Trivizoli da Silva  
Universidade Estadual de Maringá – UEM



---

Profa. Dra. Mariana Feiteiro Cavaleri Silva  
Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI



---

Profa. Dra. Lílian Akemi Kato  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 01 de Fevereiro de 2018.

## Dedicatória

Dedico este trabalho a muitas pessoas que estiveram comigo durante esta caminhada, dando-me forças e incentivo para que sua realização fosse possível.

À minha mãe, Jovercina, que sempre me incentivou a seguir estudando, acreditando na minha capacidade de prosseguir quando eu mesma duvidei.

Ao meu pai, Osmar, o qual insiste em que continue os estudos acadêmicos, mesmo que, à sua maneira, seja mais reservado quanto a minhas escolhas.

Ao meu irmão, Vitor, que inicialmente não queria sequer fazer vestibular, agora está cursando o mestrado e insistindo para que eu, assim como ele almeja, prossiga para o doutorado.

À minha prima-irmã Daniela. Poucas pessoas tem a sorte de ter uma melhor amiga na família, e eu tenho.

Ao meu avô materno, Celestrino, *in memorian*, que ficou muito feliz quando soube que teria uma neta professora, mas infelizmente se foi poucos meses antes da minha formatura.

À minha amiga de risadas e estudos Katiane, *in memorian*, que ficou muito animada quando soube que eu estava cursando o mestrado e disse que iria à minha defesa. Sei que ela irá mesmo assim.

## Agradecimentos

Não poderia começar os agradecimentos de outra forma senão agradecendo a Deus, que esteve comigo em todos os momentos desta jornada.

Agradeço ainda:

Meus pais e irmão pelo incentivo;

Minha orientadora, Lucieli Trivizoli, pela confiança e auxílio.

Minha psicóloga, Daniela, por me ajudar a ver meu potencial e a colocar muitas coisas em perspectiva.

Meus colegas do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática – GHMEM/UEM: Vanessa, uma amiga inesperada sem a qual os meses seriam mais difíceis, Eliane, que esteve sempre presente para tirar minhas dúvidas e dar conselhos, Wynston, com suas contribuições que deram uma guinada muito importante nessa pesquisa, Breno, que acabou se tornando praticamente um irmão, Suelen, com sua visão técnica sobre meus escritos, Marisa, que além das contribuições, me emprestou a última coleção que faltava, e Antônio, com sua experiência.

A Banca, formada pelas professoras Mariana Cavalari e Lilian Akemi Kato, por aceitarem participar da construção deste trabalho com suas observações e recomendações.

Aos meus colegas de turma, principalmente Thais, Vanessa Rhea, Fernanda e Pollyany.

À Thais, especificamente, pelas conversas absurdamente intermináveis sobre todos os assuntos.

À professora Alexandra Cousin, que me orientou no PIBID por 3 anos, ministrou aula na graduação, me estimulou a ingressar no mestrado e, principalmente, sugeriu que eu estudasse livros didáticos, tema pelo qual me encantei.

Ao projeto PIBID, que me permitiu um amadurecimento enorme, além do contato com professores e escolas que me emprestaram as coleções aqui analisadas: #ficaPIBID.

À professora Elisangela, docente em um dos colégios atendidos pelo PIBID/Matemática – UEM no período em que fiz parte do programa, que mesmo depois da minha formatura e de o colégio não ser mais atendido, prontamente concordou em me emprestar três coleções de seu acervo pessoal para minha análise.

Ao colégio Gastão Vidigal, que me emprestou duas coleções para análise, recebeu-me mesmo eu não sendo mais sua docente/estagiária e confiou-me as coleções das quais eu precisava.

À colega de grupo Marisa, que me emprestou a coleção mais difícil de obter.

À minha amiga e quase irmã Priscilla, que durante a graduação passou mais tempo comigo do que minha própria família.

À minha amiga de longa data Ana Carolina, que me perdoou por não ter comparecido à sua formatura devido aos eventos.

À minha nova e velha amiga Larissa, com a qual passei mais tempo do que esperava, e tem sido maravilhoso.

Às minhas amigas Letícia, Naiara, Miriam, Heloisa, e tantos outros que eu não conseguiria listar aqui.

**Maior**

Dani Black

Eu sou maior do que era antes  
Estou melhor do que era ontem  
Eu sou filho do mistério e do silêncio  
Somente o tempo vai me revelar quem sou

As cores mudam  
As mudas crescem  
Quando se desnudam  
Quando não se esquecem  
Daquelas dores que deixamos para trás  
Sem saber que aquele choro valia ouro  
Estamos existindo entre mistérios e silêncios  
Evoluindo a cada lua a cada sol  
Se era certo ou se errei  
Se sou súdito se sou rei  
Somente atento à voz do tempo saberei

Compositor: Dani Black part. Milton Nascimento

## Resumo

Nesta pesquisa objetivamos identificar e analisar a presença da História da Matemática no manual do professor das seis coleções de Livros Didáticos de Matemática de Ensino Médio, recomendadas pelo Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2015, a fim de verificar de que maneira a História da Matemática aparece no Manual do Professor. Esta proposta é motivada pela importância atribuída ao uso da História da Matemática como ferramenta na construção do conhecimento por diversos estudiosos, por recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de que essa estratégia seja utilizada com o objetivo de propiciar uma aprendizagem com significado, não apenas como uma curiosidade presente no início ou fim de cada tópico, e pelo fato de o Guia do PNLD levá-la em conta ao avaliar os livros a serem adotados pelos docentes. Deste modo, definimos nossa questão de pesquisa: “como a História da Matemática aparece no manual do professor das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovadas pelo guia do PNLD de 2015?”. Nossa análise foi baseada nas classificações propostas por Maria Isabel Zanutto Bianchi, em “Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos” (2006) para classificar as aparições da História nesses materiais. Entre os resultados, verificamos que a maior parte das menções se caracteriza como uso da História da Matemática como informação, o que vem sendo verificado em outras pesquisas que analisaram livros didáticos, mas uma das coleções analisadas obteve um total de 34,5% de menções classificadas como Estratégia Didática, em que a História da Matemática é incorporada por meio de situações construídas a partir de dificuldades ou facilidades que ocorreram durante o desenvolvimento de determinado tema. Constatamos uma média de duas menções históricas caracterizadas como Estratégia Didática em cada livro. Percebemos ainda a necessidade de uma maior atenção por parte dos pesquisadores com relação ao Manual do Professor, que tem critérios específicos a serem seguidos e visa fornecer suporte ao docente, indo além do que é proposto no livro do aluno.

**Palavras-chave:** Livro Didático de Matemática; PNLD; Educação Matemática; História da Matemática; Livro do Professor.

## Abstract

In this research, we aimed to identify and examine the presence of the History of Mathematics within the teacher's manual throughout the six collections of High School Mathematics Didactic Books, recommended by the Guide of the Didactic Book of the National Didactic Book's Plan (PNLD) of 2015, in order to survey how the History of Mathematics appears in the Teacher's Manual. This proposal is driven by the importance attributed in the use of the History of Mathematics as a tool in the construction of knowledge by several researchers, by the recommendation of the National Curricular Parameters that this strategy can be used in order to provide meaningful learning, not only as a curiosity present at the beginning or the end of each topic, and because the PNLD Guide takes it into consideration when evaluating the books that will be adopted by the teachers. Thus, we set our research question as: "How does the History of Mathematics appear in the teacher's manual of the High School Mathematics Didactic Book collections approved by the 2015 PNLD guide?" Our analysis was based on the classifications suggested by Maria Isabel Zanutto Bianchi in "A reflection over the presence of the History of Mathematics in Didactic Books" (2006) to sort the appearances of History in these subjects. Among the results, we found that most of the entries is characterized as using the History of Mathematics as an information, which has been observed in other studies that analyzed Didactic Books, but one of the analyzed collections obtained a total of 34.5% of mentions classified as Teaching Strategy, in which the History of Mathematics is incorporated through constructed situations from difficulties or easiness that occurred during the development of a certain theme. We found an average of two historical mentions characterized as a Teaching Strategy in each book. We also noticed the need for greater attention from researchers in relation to the Teacher's Manual, which has specific criteria to be followed and aims to provide support to teachers, going beyond what is proposed in the student's book.

**Key Words:** Mathematics Didactic Book; National Didactic Book's Plan (PNLD); Mathematical Education; History of Mathematics.

**Lista de Siglas:**

CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

COLTED: Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático

CNLD: Comissão Nacional do Livro Didático

EJA: Educação de Jovens e Adultos

FAE: Fundação de Assistência ao Estudante

FENAME: Fundação Nacional do Material Escolar

FNDE: Fundo Nacional e Desenvolvimento da Educação

GHMEM – UEM: Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática

INL: Instituto Nacional do Livro

HM: História da Matemática

LD: Livros Didáticos

MEC: Ministério da Educação e Cultura

PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PLIDEF: Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental

PNLD: Programa Nacional do Livro Didático

PNLEM: Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

RBHM: Revista Brasileira de História da Matemática

SBHMat: Sociedade Brasileira de História da Matemática

# **História da Matemática em Livros Didáticos do Ensino Médio: um olhar a partir do Manual do Professor**

## **Sumário**

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>1.1. Objetivos</b> .....	17
<b>1.2. Apresentação da Pesquisa</b> .....	17
<b>1.1.2 Objetos de estudo</b> .....	18
<b>1.1.3 Procedimentos Metodológicos</b> .....	19
<b>2. LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL</b> .....	26
<b>2.1. Primeiros materiais</b> .....	26
<b>2.2. Matemática nos PCN e nos guias do PNLD: o que dizem os documentos oficiais</b> .....	29
<b>2.2.1. Parâmetros Curriculares Nacionais</b> .....	29
<b>2.2.2. Guias do PNLD</b> .....	31
<b>3. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	35
<b>3.1 História da Matemática como estratégia didática</b> .....	35
<b>3.2 História da Matemática na formação de professores</b> .....	37
<b>4. CENÁRIO DE PESQUISAS: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS</b> .....	42
<b>4.1. Busca: História da Matemática em livros didáticos</b> .....	42
<b>4.2. Trabalhos selecionados: uma breve descrição</b> .....	45
<b>4.3. Relações e entrelaçamentos: algumas considerações</b> .....	56
<b>5. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: INDICAÇÕES AO PROFESSOR NOS LIVROS DIDÁTICOS</b> .....	59
<b>5.1. Menções históricas nas coleções analisadas</b> .....	59
<b>5.1.1. Matemática: Paiva</b> .....	60
<b>5.1.2. Novo Olhar: Matemática</b> .....	66
<b>5.1.3. Matemática – Ciência e Aplicações</b> .....	77
<b>5.1.4. Matemática – Ensino Médio</b> .....	80
<b>5.1.5. Conexões com a Matemática</b> .....	87
<b>5.1.6. Matemática: contextos e aplicações</b> .....	92
<b>5.2. Discussão</b> .....	101
<b>6. CONSIDERAÇÕES</b> .....	113

**7. REFERÊNCIAS .....116**

*“[...] a vida é uma história que contam sobre nós,  
não uma história que escolhemos contar. [...] a  
gente acha que é o pintor, mas é a tela”*

(GREEN, 2017, p. 9)

## 1. INTRODUÇÃO

Mesmo com o amplo acesso a novas tecnologias, grande parte dos professores se apoia consideravelmente no livro didático. Levando em conta o predomínio deste material, consideramos que as estratégias didáticas trabalhadas em sala de aula dependem, muitas vezes, de sua presença ou ausência nos livros didáticos utilizados.

Por mais que as discussões educacionais indiquem que o livro didático deve ser apenas uma das fontes na qual o professor deve procurar subsídios para seu trabalho em sala de aula, o livro didático ainda “assume configurações de autoridade, de detentor das verdades que deverão ser ensinadas, além de ser o condutor, o norteador das atividades do professor” (WITZEL, 2002, p. 20). Assim, o livro didático possui um *status* elevado, o que nos leva a defender um livro que traga estratégias didáticas, como a História da Matemática, de modo que possa ser ativamente trabalhada em sala de aula e não apenas como uma leitura no fim do capítulo, o que acaba acontecendo em várias obras.

No entanto, o livro didático não pode ser a única fonte de abordagens diferenciadas e estratégias de ensino apoiadas em diferentes metodologias: ele precisa servir apenas como um apoio. Ainda nesse sentido, Souza (2014) coloca que “[...] o livro didático é uma mercadoria e um suporte de conhecimentos, matizado por visões de mundo, ideias e memórias.” (p. 17), o que corrobora com a visão do livro didático como orientação para o ensino.

A falta de tempo por parte dos professores da Educação Básica é um obstáculo para o uso da História da Matemática na sala de aula (estratégia foco desta pesquisa), impede que os profissionais da educação produzam atividades que tragam essa estratégia como peça base na construção dos conceitos. De acordo com Miguel e Miorim (2011), em referência a Grattan-Guinness (1973) e Byers (1982), ocorre uma “[...] quase ausência de literatura adequada sobre a história da Matemática anterior aos dois últimos séculos” (p. 63), o que é um problema já que a Matemática estudada na Educação Básica se localiza nesse intervalo de tempo.

Outro obstáculo elencado por esses autores diz respeito à natureza da literatura disponível, uma vez que as obras que versam sobre a História da Matemática em geral evidenciam os resultados obtidos pelos matemáticos em detrimento ao processo de construção desses conceitos, sendo esta última a etapa mais valorosa para o ensino por meio da história (MIGUEL, MIORIM, 2011). Apesar disso, os autores apontam que esse obstáculo se caracteriza “[...] como um estímulo à continuidade das investigações nesse sentido.” (p. 64), e não tanto como uma barreira.

Assim, “a mobilização da história da Matemática por parte dos autores de livros didáticos acaba também condicionando a formação de professores e estudantes” (GOMES, 2008, p. 22). Logo, os autores de livros didáticos são um componente importante para a utilização da História da Matemática em sala de aula por parte dos professores que, conforme já mencionado, em geral usam esse material como referência e inspiração.

Além disso, são os professores que escolhem os livros didáticos adotados pelas escolas públicas brasileiras dentre os aprovados pelo Guia de Livros Didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O guia do Ensino Médio, cujos livros serão analisados, verifica, entre outros aspectos, a contextualização, na qual “avaliam-se, ainda, as contextualizações feitas com base na história da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo” (BRASIL, 2014, p. 18).

Usando como referência a pesquisa de Bianchi (2006), que questionou “de que maneira as menções históricas estão presentes nos livros didáticos, no decorrer das avaliações realizadas nos terceiros e quartos ciclos, pelo PNLD?” (BIANCHI, 2006, p. 40), e levando em conta a declaração de Becker de que “quanto mais se avança no ensino/aprendizagem da Matemática, mais precisa-se da história da Matemática para dar conta deste ensino e desta aprendizagem” (BECKER, 1998, p. 129), colocamo-nos a analisar como a História da Matemática aparece no manual do professor das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovadas pelo guia do PNLD de 2015.

A partir das categorias de Bianchi, prosseguimos a análise na classificação das menções históricas presentes nas coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas pelo guia PNLD 2015, com um olhar específico para o Manual do Professor, o que difere nossas pesquisas de outras que já analisaram as mesmas obras quanto à História da Matemática, visto que Ocampos (2016) e Pereira (2016) dedicam sua atenção ao livro do aluno. Nossa motivação para a escolha da verificação desses aspectos se justifica pelo fato de que o PNLD exige que o manual do professor “[...] explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados” (BRASIL, 2014, p. 14), ou seja, apresente encaminhamentos diferentes dos que constam no livro do aluno.

Denominamos aqui por “Manual do Professor” o livro didático do aluno que contém um apêndice com recomendações restritas aos docentes, com resolução dos exercícios, sugestões de leitura para o professor, de tarefas extras para uso em sala de aula, assim como anotações específicas para o professor ao longo do trecho do livro, correspondente ao do aluno, que

aparecem em fonte de cor diferenciada. Chamaremos de “corpo do livro” o trecho do livro que corresponde à parte comum do livro do professor/aluno. Chamaremos de “orientações ao professor” o apêndice do livro voltado exclusivamente para o docente.

### **1.1. Objetivos**

Elencamos como objetivo geral de nossa pesquisa identificar e analisar a presença da História da Matemática no Manual do Professor dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovados pelo guia do PNLD de 2015. Quanto aos objetivos específicos, nos propomos a analisar a presença da História da Matemática como estratégia de ensino nas recomendações presentes no Manual do Professor das coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas pelo guia PNLD de 2015; comparar a participação da História da Matemática no Manual do Professor dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovadas pelo guia PNLD de 2015 de uma coleção para outra, assim como comparar a participação da História da Matemática no livro do aluno e no Manual do Professor por meio dos resultados de pesquisas já realizadas; e refletir sobre a importância do uso da História da Matemática e de sua presença nos livros didáticos.

### **1.2. Apresentação da Pesquisa**

Estruturamos o texto dissertativo no intuito de delinear as ideias da nossa questão de pesquisa, definida por: “como a História da Matemática aparece no manual do professor das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovadas pelo guia do PNLD de 2015?”.

Dessa maneira, nesta primeira seção, faremos uma apresentação dos aspectos gerais da pesquisa, dos objetos de estudo, que são as coleções de Livros didáticos aprovadas pelo PNLD 2015, dos percursos metodológicos percorridos e das categorias utilizadas para classificação das menções históricas.

Na segunda seção, apresentaremos o histórico e a legislação que rege a implementação dos programas de distribuição de livros didáticos no Brasil, passando pela elaboração e distribuição dos primeiros materiais didáticos, pelos primeiros programas e avaliações desses materiais realizados pelo Governo Federal, e os critérios que balizam o processo de análise das obras a serem distribuídas, que englobam, entre outros fatores, a verificação da presença da História da Matemática nesses materiais.

Na terceira seção, discutiremos a utilização da História da Matemática como uma estratégia de ensino, como ela pode ser inserida em sala de aula, suas potencialidades enquanto justificativas para o desenvolvimento de áreas da Matemática e sua importância para a humanização e desmistificação dessa ciência. Discutiremos ainda a participação da História da Matemática na Formação Inicial de professores a partir das falas de pesquisadores da área, visto que nossa pesquisa se volta para a busca e classificação de recomendações de uso da história pelos professores.

Na quarta seção, apresentaremos uma revisão bibliográfica sistematizada das pesquisas realizadas no Brasil sobre o tema aqui discutido. Essa seleção de trabalhos ocorreu por meio da busca em algumas plataformas digitais, esta foi realizada a fim de nos fornecer um breve panorama sobre o que vem sendo pesquisado e constatado nesse campo nos últimos anos no Brasil, assim como relacionar essas pesquisas com a que desenvolvemos.

Na quinta seção, traremos uma descrição das menções encontradas por nós ao longo das coleções, seguida da categorização e discussão das citações à História da Matemática, localizadas a partir das categorias descritas na primeira seção.

Na sexta seção, apresentaremos nossas considerações a partir do que foi percebido com a análise das coleções, a comparação entre elas e entre livro do aluno e manual do professor.

### **1.1.2 Objetos de estudo**

A partir do *corpus* de nossa pesquisa, que se define pelas coleções de livros didáticos já mencionadas, nosso objeto de estudo se delimita pelas menções históricas voltadas ao professor nessas coleções, ou seja, referências à História da Matemática presentes exclusivamente no Manual do professor, diferentes das encontradas no livro do aluno.

Optamos por analisar as coleções do PNLD de 2015 por ser o guia do Ensino Médio mais recente publicado até o início das análises das obras, que se deu no primeiro semestre de 2017. Já quanto ao nível dos livros a serem analisados, elegemos os do Ensino Médio por ser o nível de ensino cujo o Guia do PNLD era o mais recente quando essa pesquisa foi estruturada. Além disso, a afirmação de Becker (1998), que aponta que o avanço no ensino de Matemática requer o uso da História da Matemática como uma justificativa, o que nos fez questionar se poderíamos encontrar uma quantidade significativa de referências à História da Matemática nessas obras.

No PNLD de 2015 – Matemática foram aprovadas seis coleções, de quatro editoras diferentes. Como será melhor descrito adiante, o processo de escolha dos livros didáticos

começa cerca de dois anos antes de chegarem as escolas, passando por diversas etapas bem delimitadas pelos órgãos reguladores. Deste modo, as obras aprovadas para serem distribuídas em 2015 são todas edições de 2013, período em que foram submetidas à avaliação.

As coleções aprovadas foram: *Conexões com a Matemática*, de Fábio Martins de Leonardo, 2ª edição, 2013, Editora Moderna; *Matemática: Contextos e Aplicações*, de Luiz Roberto Dante, 2ª edição, 2013, Editora Ática; *Matemática – Paiva*, de Manoel Paiva, 2ª edição, 2013, Editora Moderna; *Matemática – Ciência e Aplicações*, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo, Nilze de Almeida, 7ª edição, 2013, Editora Saraiva; *Matemática – Ensino Médio*, de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, 8ª edição, 2013, Editora Saraiva; *Novo Olhar: Matemática*, de Joamir Souza, 2ª edição, 2013, editora FTD.

A obtenção das coleções foi um processo trabalhoso, que passou por algumas etapas. A busca por essas obras iniciou-se em 2017 e foram enviadas para avaliação dos professores em 2014, ou seja, tivemos um espaço de quase três anos entre a distribuição dessas coleções e o início de nossas buscas, o que impossibilitou a sua obtenção junto as editoras, visto que elas já estavam recebendo as obras que seriam avaliadas pelos professores em 2017 para serem distribuídas em 2018, além disso, os livros que estudamos estão em seu terceiro ano de uso.

Frente à falta das obras junto às editoras, passamos a buscá-las em escolas. Assim, obtivemos em maio de 2017, através de uma professora da rede estadual, as coleções *Matemática – Paiva*, *Matemática – Ciência e Aplicações* e *Novo Olhar: Matemática*. Ainda em maio, em visita a um segundo colégio, obtivemos outras duas coleções: *Conexões com a Matemática* e *Matemática – Ensino Médio*. A última coleção a ser obtida foi *Matemática: Contextos e Aplicações*, a qual tivemos acesso por meio de uma colega do Grupo de Estudos em História da Matemática e Educação Matemática GHMEM – UEM. Todo esse percurso nos leva a corroborar o que vem sendo apontado por outros pesquisadores que estudam livros didáticos, como Souza (2014): há uma grande dificuldade na obtenção de obras junto as editoras.

### **1.1.3 Procedimentos Metodológicos**

Nessa subseção, apresentaremos os percursos metodológicos percorridos durante a pesquisa. Adotamos duas abordagens diferentes em nossa pesquisa: uma para o levantamento de trabalhos já produzidos que versavam sobre a presença da História da Matemática em livros didáticos; e outra para a análise das coleções presentes no guia PNLD 2015 quanto à presença da História da Matemática no manual do professor.

A fim de produzir um texto que trouxesse contribuições ao cenário de pesquisas sobre Livros Didáticos, antes de avaliar as coleções propriamente ditas, colocamo-nos a buscar por produções acerca desse tema. A partir dessa busca, podemos perceber dificuldades a serem enfrentadas, como a obtenção de obras publicadas há alguns anos, assim como conhecer obras analisadas e discussões já realizadas.

Para o levantamento e escrita da seção sobre as pesquisas já produzidas sobre o tema em estudo, seguimos os passos descritos por Cervo, Bervian e Silva (2007) que apresentam as seguintes etapas para a leitura informativa: Pré-leitura, Leitura Crítica ou Reflexiva, Leitura Interpretativa, e Comentários de Texto.

Nossa busca teve duas etapas principais: a primeira ainda em 2016, e a segunda em 2017. Na primeira etapa, buscamos a palavra-chave “livros didáticos de Matemática” no Banco de Teses e Dissertações da CAPES<sup>1</sup> e na Biblioteca Nacional Brasileira de Teses e Dissertações<sup>2</sup>; já na segunda etapa, refizemos a busca já realizada a fim de atualizar os resultados, assim como buscamos pela palavra-chave “livro didático de Matemática”, o que nos levou a alguns novos resultados, nesta também buscamos as duas palavras-chave citadas nos bancos de 36 instituições que tiveram trabalhos entre os resultados da primeira busca.

Caracterizamos essa etapa de nossa pesquisa como bibliográfica, uma vez que nosso foco é o levantamento das produções sobre o tema já mencionado. Para selecionar os trabalhos, seguimos os passos apresentados por Cervo, Bervian e Silva (2007) sobre leitura informativa, a qual “[...] é feita com vista à coleta de dados ou informações que serão utilizados em trabalhos para responder questões específicas.” (p. 84). As etapas da busca e os procedimentos adotados para seleção dos trabalhos seguiram as fases definidas por esses autores para a leitura informativa, que são Pré-leitura, Leitura Crítica ou Reflexiva, Leitura Interpretativa, e Comentários de Texto (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007).

Na Pré-leitura, o pesquisador pode selecionar os materiais bibliográficos que tragam informações que possam ser utilizadas na fundamentação da pesquisa, assim como ter uma visão geral do assunto estudado (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007). Em nosso trabalho, essa etapa se caracterizou pela leitura dos resumos das pesquisas obtidas na busca pelas palavras-chave “livros didáticos de Matemática” e “livro didático de Matemática” nos repositórios citados, com o objetivo de selecionar os que traziam a História da Matemática, visto que nossa

---

<sup>1</sup> Banco de Teses e Dissertações da CAPES. Disponível em <<http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#/>>

<sup>2</sup> Biblioteca Nacional Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>

pesquisa se volta para a busca de indicações ao professor para o uso dessa estratégia nesses materiais didáticos.

Na *Leitura Seletiva*, o pesquisador escolhe entre os trabalhos selecionados na etapa anterior os que são mais adequados à intenção de seu trabalho. Nesta etapa é necessário definir os critérios de seleção de modo que levem a conclusões sobre o problema em questão (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007). No nosso caso, os critérios utilizados para manter ou retirar trabalhos da seleção foram: o trabalho trata da História Na Educação Matemática? Ou seja, traz discussões referentes ao uso dessa estratégia no ensino? E ainda, o trabalho traz apontamentos ou observações em livros didáticos de Matemática e a história presente nesses materiais? Esta etapa foi realizada com a leitura dos trabalhos selecionados na anterior. Com a identificação dessas características, os trabalhos foram selecionados para a próxima etapa.

Na *Leitura Crítica ou Reflexiva*, o pesquisador se dedica a uma leitura minuciosa dos trabalhos já selecionados sem perder sua problemática de vista, refletindo sobre os materiais estudados, percebendo os significados trazidos por eles, apropriando-se de dados que apontam para a resposta do problema (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007). Os autores colocam que “Para se chegar a cinco minutos de síntese, gastam-se, por vezes, semanas ou meses nos esforços de análise.” (p. 85). No nosso caso, dedicamo-nos a reler os trabalhos selecionados na etapa anterior e a verificar as confluências e divergências entre eles, assim como em relação à pesquisa aqui apresentada.

Na *Leitura Interpretativa*, a última etapa de leitura definida pelos autores, cabe ao pesquisador realizar as seguintes deliberações: verificar o que o autor do trabalho lido afirma, seu problema, suas conclusões; relacionar as afirmações trazidas pelo autor do trabalho em estudo com os problemas que ele, o pesquisador, busca solucionar; julgar as afirmações trazidas pelo autor do trabalho selecionado em relação às provas apresentadas por ele que fundamente essa conclusão (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007). Realizada esta etapa, o pesquisador prossegue para a sintetização dos dados coletados, seguindo a próxima.

Última etapa da leitura informativa, nos *Comentários de Texto* é tecido o texto que será a síntese de todo o processo descrito anteriormente e requer do pesquisador muito esforço e reflexão (CERVO, BERVIAN, SILVA, 2007). Realizamos esta etapa de maneira um pouco diferente da proposta pelos autores, o fizemos concomitantemente à etapa anterior, o que culminou da descrição que será vista adiante nessa seção.

Em relação aos procedimentos adotados na análise das coleções de livros didáticos, nos baseamos na categorização e classificação de Bianchi (2006), com algumas adaptações que

ocorreram no decorrer da pesquisa. Essa autora utilizou as mesmas etapas descritas acima para a leitura das obras analisadas, mas em nossa pesquisa, restringimos a leitura informativa ao levantamento de pesquisas. Para categorizar as menções históricas nos livros, Bianchi (2006) se baseou nas categorias de Vianna (1995), que segundo Bianchi (2006), apesar de haver um espaço de cerca de dez anos entre as pesquisas, foram utilizadas como ponto de partida para a elaboração das categorias utilizadas em sua pesquisa.

As categorias determinadas por Bianchi (2006) foram divididas de acordo com a localização das menções ao longo das obras, entre parte teórica e atividades, assim como os objetivos percebidos por ela em cada menção, sendo para a parte teórica: Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e Flash; já para as atividades, as categorias foram: Informação, Estratégia Didática e Atividade sobre a História da Matemática. A seguir descreveremos detalhadamente o que compreende cada uma dessas categorias.

As categorias da parte teórica se caracterizam da seguinte forma:

**Informação Geral:** como o nome sugere, insere-se nesta categoria as menções históricas que trazem datas, nomes de estudiosos que foram importantes para o desenvolvimento de determinado assunto, biografia de matemáticos e imagens de objetos históricos. Aparece no início ou no decorrer do capítulo, antes do tópico sobre o qual fala ser abordado no livro (BIANCHI, 2006).

**Informação Adicional:** bastante similar à Informação Geral, diferencia-se dela por aparecer como uma informação extra que não é utilizada posteriormente (BIANCHI, 2006) ao final do capítulo ou da seção em que o conteúdo foi trabalhado.

Em nossa categorização, como nossa busca tratou da verificação das menções presentes no manual do professor, consideramos que as categorias de Bianchi (2006) Informação Geral e Informação Adicional podem ser unidas em uma nova única categoria a ser denominada por nós Informação. Essa adaptação foi feita pois ao longo das análises percebemos que em alguns casos não é possível determinar se as menções devem ser usadas no início/ decorrer do conteúdo (Informação Geral) ou apenas no seu encerramento (Informação adicional), ficando essa escolha a cargo do professor. A menção mostrada na figura 1 a seguir pode ser categorizada dessa maneira:

Figura 1 – Exemplo da Categoria Informação

Na página 276, apresentamos a sinopse e indicamos a leitura do livro *O caderno secreto de Descartes*, que pode ampliar o conhecimento do aluno em relação ao assunto tratado aqui; devemos lembrar, porém, que, como toda obra literária, se baseia no ponto de vista do autor, constituindo apenas uma referência entre outras.

Fonte: Leonardo, 2013, p. 79

**Estratégia Didática:** são as aparições mais ricas do ponto de vista da aprendizagem, por trazerem a História da Matemática como uma ferramenta para enriquecer o ensino e entender a matemática. Por meio de situações históricas, apresenta as justificativas e etapas da construção de determinado tema (BIANCHI, 2006), como pode ser visto na figura 2 a seguir:

Figura 2 – Exemplo da categoria Estratégia Didática

### Unidade 10 – Sistemas lineares

As unidades 10, 11 e 12, as últimas deste volume, tratam da resolução de sistemas lineares. Normalmente, os temas dessas unidades – sistemas lineares, matrizes e determinantes – aparecem em ordem diferente da que adotamos neste livro. A opção que foi feita é coerente com a evolução histórica desses conceitos e visa, principalmente, abordá-los de maneira integrada, com mais sentido para o aluno, de modo que ele possa estabelecer relações entre todo esse conteúdo.

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 364

**Flash:** menções muito breves, sem ênfase, se apresentam mescladas ao texto sem receber destaque (BIANCHI, 2006), o que ocorre com a menção mostrada na figura 3:

Figura 3 – Exemplo da Categoria Flash

Em seguida, fazemos um estudo inicial dos determinantes de matrizes quadradas de ordem 2 e 3, visando mostrar ao leitor que, historicamente, os determinantes foram sistematizados a partir da análise de um sistema linear, por meio dos coeficientes de suas equações. Os determinantes são usados nos cálculos da regra de Cramer. O capítulo é encerrado com o estudo dos sistemas homogêneos.

Fonte: Iezzi et. al, 2013, p. 355

As categorias das atividades se caracterizam pelo seguinte:

**Informação:** nessa categoria se inserem as atividades que apresentam algum tipo de informação histórica, mas que não é utilizada na resolução da atividade, apenas se apresenta como curiosidade (BIANCHI, 2006). Na atividade a seguir podemos ver um exemplo dessa categoria:

Figura 4 – Exemplo da Categoria Atividade com Informação

**EXPLORANDO O TEMA**

Equações cúbicas e quárticas

- Solicite aos alunos que leiam o texto e respondam às questões propostas em uma folha de papel avulsa. Em seguida, peça que troquem as folhas, de modo que uns corrijam as respostas dos outros. Após a folha ser devolvida ao respectivo aluno, se houver dúvidas na correção feita pelo colega, intervenha e esclareça a resposta com base no texto. Informe aos alunos que a publicação de *Ars magna*, de Cardano, que contém a resolução das equações cúbicas e quárticas, causou um impacto tão grande sobre os algebristas da época que o ano de sua publicação, 1545, frequentemente é lembrado como o ano do início da Matemática Moderna.

Podem ser propostas outras equações cúbicas do tipo  $x^3 + mx = n$ , para que os alunos encontrem as raízes, do modo que julgarem mais fácil.

Fonte: Souza, 2013, p. 79

**Estratégia Didática:** se caracteriza por apresentar a História da Matemática junto à atividade a fim de facilitar sua resolução, levar o aluno a uma compreensão mais geral sobre o que está respondendo e conhecer os métodos utilizados ao longo da história (BIANCHI, 2006), o que mostra a figura 5 a seguir:

Figura 5 – Exemplo da categoria Atividade com Estratégia Didática

A seguir, apresentamos uma atividade sobre domínio:

Observe as funções:

a)  $f: A \rightarrow B$  definida por  $f(x) = x + 2$   
 b)  $g: A \rightarrow B$  definida por  $g(x) = x - 2$   
 c)  $h: A \rightarrow B$  definida por  $h(x) = 2x$   
 d)  $j: A \rightarrow B$  definida por  $j(x) = \frac{x}{2}$

Essas funções estão bem definidas se  $A = B = \mathbb{N}$ ? E se  $A = B = \mathbb{R}$ ?

**Resolução:**

Esse exercício visa mostrar que as operações de subtração e divisão nem sempre estão definidas para o conjunto dos números naturais, reforçando a necessidade histórica do surgimento dos outros conjuntos numéricos, em especial o conjunto dos números reais, estudado no capítulo 1. Nos itens **a** e **c**, não faz diferença se a função está definida de  $\mathbb{N}$  em  $\mathbb{N}$  ou de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ . Já nos itens **b** e **d** as funções não estão bem definidas de  $\mathbb{N}$  em  $\mathbb{N}$ , pois, por exemplo,  $g(0) = 0 - 2 = -2 \notin \mathbb{N}$  e  $j(1) = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ .

Fonte: Dante, 2014, p. 342

**Atividade Sobre a História da Matemática:** se apresenta na sequência de um texto que aborda a história de algum assunto matemático, com questionamentos sobre o que foi apresentado no texto (BIANCHI, 2006), como na figura 6 a seguir:

Figura 6 – Exemplo da categoria Atividade Sobre a História da Matemática



**4** O termo Trigonometria foi criado em 1595 pelo matemático Bartholomeus Pitiscus para designar o ramo da Matemática que estuda as relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo. Porém a origem desse campo de estudo é muito mais antiga. O papiro de Rhind, escrito no Egito por volta de 1650 a.C., é constituído de 85 problemas, sendo que o de número 56 é um dos mais antigos registros conhecidos sobre Trigonometria. Pesquisem na internet sobre esse problema e redijam um texto sobre o assunto nele tratado.

Fonte: Paiva, 2013, p. 16

Assim, a partir dessas categorias, fizemos a leitura e classificação do Manual do Professor das seis coleções de livros didáticos que foram aprovadas pelo Guia do Livro Didático de 2015, como pode ser inicialmente visto nas figuras aqui apresentadas, e que será apresentada na seção 5. A seguir, na seção 2, apresentaremos um breve histórico da distribuição do livro didático no Brasil.

## **2. LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL**

Instituído em 1985 com a edição do Decreto nº 91.542, de 19/8/85, o PNLD é responsável pela avaliação e distribuição de livros didáticos para alunos da Educação Básica de escolas públicas brasileiras. Os primeiros critérios para a avaliação desses materiais foram publicados apenas em 1993/1994 (BRASIL, 2017). Em 1996 foi publicado o primeiro Guia do Livro Didático com pareceres de livros das então 1ª a 4ª séries, e a partir de 1997 o Ministério da Educação e Cultura – MEC, através do Fundo Nacional e Desenvolvimento da Educação – FNDE, passou a distribuir esses materiais para alunos das então 1ª a 8ª séries matriculados em escolas públicas. Desde então, a cada três anos é realizada a análise de livros de uma etapa da educação básica com a publicação de um guia voltado para uma das etapas a cada ano de maneira alternada: Ensino Médio, anos finais do Ensino Fundamental e anos iniciais do Ensino Fundamental.

### **2.1. Primeiros materiais**

Iniciada ainda no século XVIII, a escrita de livros didáticos por autores brasileiros só teve sua distribuição regulamentada mais de um século depois. Neves (2005), que estudou a história da atividade editorial brasileira com foco no livro didático de matemática, aponta em sua pesquisa que o autor José Fernandes Pinto Alpoim se destacou na escrita de livros didáticos no Brasil em 1744, além disso, ministrava aulas de Artilharia na cidade do Rio de Janeiro, sendo autor das obras “Exames de Artilheiros” e “Exames de Bombeiros”. Segundo Neves, “Os dois ‘manuais escolares’ foram os primeiros livros de matemática escritos por brasileiro.” (2005, p. 29).

Entre as primeiras publicações didáticas e a regulamentação da distribuição desses materiais, diversos autores brasileiros se destacaram, como Euclides Roxo. Não nos aprofundaremos na discussão dos materiais distribuídos nesse período, visto que nossa proposta se volta para a análise de obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e os programas que levaram a sua instituição.

De acordo com informações do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), em 1929 o Estado criou o Instituto Nacional do Livro (INL), responsável pelas leis que regeram a produção desses materiais (BRASIL, 2017). Em 1938, o MEC constituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), esta verificava se os livros didáticos cumpriam

os programas oficiais de ensino sem levar em conta a qualidade daqueles (CARVALHO, 2008, p. 3). Foi a primeira política brasileira a supervisionar a produção e distribuição dos livros didáticos e, “Pelo Decreto-Lei nº 8.460, de 26/12/45, é consolidada a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos” (BRASIL, 2017).

Já em 1966, período em que o país estava sob regime militar, foi criada a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED), a qual visava por orientar a produção e distribuição dos livros. Em 1971, a COLTED, hoje extinta, teve suas funções assumidas pelo Instituto Nacional do Livro (INL), que passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF) e determinar como deveria ser a elaboração de programas editoriais, além de dirigir as finanças que antes eram gerenciadas pela COLTED. Em 1976, quem fica encarregada das questões acerca do livro didático é a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), nesse período o livro didático começa a ser associado à criança carente. Criada em 1983, a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) passa a administrar o PLIDEF que já existia desde 1971 (BRASIL, 2017).

No ano de 1985 é estabelecido o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que tinha entre suas características a escolha dos livros pelos professores, a reutilização do livro, entre outros. Foi apenas em 1993 que houve a definição de “[...] critérios para avaliação dos livros didáticos” (BRASIL, 2017) e a qualidade dos livros didáticos começou a ser verificada (CARVALHO, 2008, p. 3). Nesse período foram analisados os livros de ensino fundamental mais escolhidos pelos professores e “os resultados foram catastróficos. Em matemática, foram examinadas dez coleções completas e cinco incompletas. Foi aprovada somente uma coleção completa e um livro isolado” (CARVALHO, 2008, p. 4).

Esse parecer levou a mídia a destacar a baixa qualidade dos livros didáticos adquiridos e distribuídos pelo governo. Para se justificar, “[...]o chefe do então Ministro da Educação, João Batista de Oliveira desqualificou na imprensa o trabalho da comissão, dizendo que o mesmo era um trabalho amargo, de acadêmicos, e que era melhor um livro ruim do que nenhum livro.” (CARVALHO, 2008, p. 4).

A partir de 1995 houve a distribuição de obras voltadas ao ensino fundamental para as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. No ano de 1996 os livros de Ciências passaram a ser distribuídos, e em 1997 os de Geografia (BRASIL, 2017). Também em 1996 é iniciada a avaliação das obras submetidas ao que seria então o primeiro guia do PNLD, que avaliou obras

de 1ª a 4ª séries a partir de critérios definidos pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) (BRASIL, 2017).

Na análise realizada em 1997 houve um aumento nos resultados das obras analisadas, mas ainda assim, a quantidade de livros recomendados foi de pouco mais que a metade das obras inscritas (63 obras dentre 116 avaliadas). Nesse guia foram expostas as resenhas de todas as obras inscritas, sendo estas recomendadas ou não, e os professores puderam escolher qualquer título ali presente, muitos acabaram escolhendo obras não recomendadas em detrimento das bem avaliadas. Devido a esse fato, no guia do PNLD seguinte (1999), foram excluídas obras não recomendadas, e instituída uma classificação por estrelas, em que os livros recomendados com distinção receberam três estrelas, os recomendados, duas estrelas, e os recomendados com ressalvas, uma estrela (CARVALHO, 2008).

Como era de se esperar, a maioria dos professores escolheu livros classificados com três estrelas. Porém, devido a dificuldades que eles tiveram em trabalhar as obras melhores classificadas, notou-se que na edição seguinte do guia, os professores optaram pelos livros que receberam classificação intermediária, o que conseqüentemente levou os autores de livros didáticos a preferirem receber apenas duas estrelas e venderem mais exemplares. Esses fatos evidenciam a divergência entre as partes integrantes do processo de escolha dos livros didáticos: os autores, os examinadores e os professores (WITZEL, 2002).

Para o Ensino Médio, nível escolar cuja análise dos livros será apresentada nessa pesquisa, o processo de compra e distribuição de livros didáticos é bastante recente. De acordo com o FNDE, a distribuição de livros didáticos se deu de forma paulatina, em decorrência da publicação da Resolução CD FNDE nº. 38, de 15/10/2003, que instituiu o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) que em 2004 distribuiu livros de Português e Matemática para o 1º ano das escolas do Norte e Nordeste. Em 2005, “houve distribuição de livros de português e matemática para todos os anos e regiões.” (BRASIL, 2017). A partir daí, além das reposições anuais, as escolas passaram a receber livros didáticos de Biologia, em 2007, de Química e História, em 2008, de Física e Geografia, em 2009, com reposição anual dos livros já distribuídos, até que em 2012 começou a distribuição integral de livros didáticos para todos os anos do Ensino Médio, o que ocorre a cada três anos (BRASIL, 2017). Os livros que nos propomos analisar são os aprovados na edição de 2015 do referido programa.

Entre seus critérios de análise das obras, o PNLD estabelece a necessidade de que elas cumpram alguns requisitos, os quais foram apresentados no Guia de 2015. As categorias de análise são Metodologia de ensino e aprendizagem, Contextualização, Linguagem e aspectos

gráfico-editoriais, Manual do Professor, Os livros digitais, e Em sala de aula; destacamos a categoria Contextualização, em que “[...] são avaliadas as [...] contextualizações feitas com base na história da Matemática, com o objetivo de tornar o estudo mais significativo.” (BRASIL, 2014, p. 18), assim como a categoria Manual do professor, na qual se verifica, entre outros fatores, se há orientações para o uso de recursos didáticos, ou seja, há uma preocupação por parte do guia com a presença da história nos livros didáticos de matemática, e com a utilização de recursos variados para o ensino, o que justifica nossa busca.

## **2.2. Matemática nos PCN e nos guias do PNLD: o que dizem os documentos oficiais<sup>3</sup>**

Os Livros Didáticos, antes de serem distribuídos para as escolas públicas anualmente, passam por uma série de verificações e são analisados por especialistas da área a qual pertencem. Essas obras não são analisadas ao acaso: sua verificação é regida por critérios bem determinados e estabelecidos previamente pelos órgãos governamentais responsáveis por essa distribuição. Deste modo, nessa subseção, apresentaremos os critérios, os documentos que os balizam e seus apontamentos sobre a História da Matemática. Para isso, discutiremos os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os guias do PNLD que, direta ou indiretamente, guiam a educação brasileira, visto que os PCN apontam o que deve ser contemplado pelo ensino, enquanto os guias do PNLD apontam critérios para que os livros didáticos sejam aprovados e então adotados nas escolas.

### **2.2.1. Parâmetros Curriculares Nacionais**

Com a intenção de assegurar e regulamentar a Educação Básica no Brasil, na década de 1990 ocorreu a aprovação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (lei 9.394/1996), mesmo período em que se iniciaram as discussões acerca da elaboração de um documento que pudesse nortear o ensino no nosso país.

A elaboração dos PCN contou com contribuições de professores universitários, funcionários da Educação Básica, especialistas etc., que contribuíram com aproximadamente 700 sugestões para a versão inicial desse documento, que era voltado para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir dessas sugestões, houve uma reelaboração do documento na qual

---

<sup>3</sup> Como os livros analisados foram publicados em 2013, período anterior à Base Nacional Comum Curricular – BNCC – não faremos uma discussão desse documento nesse momento, mas consideramos como uma possibilidade de pesquisa futura a análise de livros didáticos considerando as especificações desse documento.

novamente houve a participação de indivíduos de alguma forma ligados ao ensino (BRASIL, 1997).

A versão final dos PCN voltados para os Anos Iniciais foi publicada em 1997 e segue em vigência até os dias atuais. No ano seguinte, em 1998, houve a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para os Anos Finais do Ensino Fundamental e, em 2000, a publicação dos PCNEM, voltados para o Ensino Médio. Levando em conta o nível escolar dos livros didáticos que serão apresentados e analisados mais adiante nessa dissertação, nos dedicaremos a destacar os aspectos desse último documento dando especial atenção às sugestões de uso da História da Matemática presentes no mesmo.

Diferente dos PCN voltados para o Ensino Fundamental (tanto dos Anos Iniciais quanto dos Anos Finais), cujos cadernos são divididos de acordo com as disciplinas, nos parâmetros voltados para o Ensino Médio a divisão ocorre em: Bases Legais (parte I); Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (Parte II); Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (Parte III); e Ciências Humanas e suas Tecnologias (Parte IV).

Nossa atenção se voltará para a parte III desse documento, assim como ao material complementar a ele, o PCN+. De acordo com esse último material, as disciplinas agrupadas nesse caderno foram dispostas juntas por comporem “[...] a cultura científica e tecnológica que, como toda cultura humana, é resultado e instrumento da evolução social e econômica, na atualidade e ao longo da história.” (BRASIL, 2002 p. 20), ou seja, como parte do conhecimento desenvolvido pela humanidade, as disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia não devem ser dissociadas de sua história, de seu contexto.

Ainda na discussão sobre esse assunto, os PCN+ apontam que a contextualização insere a Ciência e suas tecnologias em uma abordagem que valoriza o desenvolvimento histórico, social e cultural, de modo a evidenciar que esse campo se desenvolveu e se desenvolve graças à construção humana, que está inserida em um ambiente particular com diversas características a serem consideradas. Além desses aspectos, os PCNEM abordam a importância de um ensino de Matemática no ensino médio que não seja feito através de tópicos isolados, mas pela integração dos campos, assim como pela utilização da perspectiva sócio histórica (BRASIL, 2000, p. 44).

Deste modo, algumas competências são elencadas pelos PCN+ (BRASIL, 2002), estando entre elas a contextualização sociocultural, na qual espera-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época, de modo a permitir a aquisição de

uma visão crítica da ciência em constante construção, sem dogmatismos ou certezas definitivas. [...]

- Compreender o desenvolvimento histórico da tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida. [...]
- Perceber o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história. A exigência de rapidez e complexidade dos cálculos fez com que a Matemática se desenvolvesse e, por outro lado, as pesquisas e avanços teóricos da Matemática e demais ciências permitiram o aperfeiçoamento de máquinas como o computador, que vêm tornando os cálculos cada vez mais rápidos. (BRASIL, 2002, p. 117-118)

Assim, percebemos que os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio objetivam que os alunos sejam capazes de compreender o papel da Matemática ao longo da História, sem que ela seja desvinculada de seu contexto, sendo então relacionada com a evolução da humanidade, que, veremos mais adiante, também é buscado nos livros didáticos pelo Guia do PNLD, nossos objetos de pesquisa.

### **2.2.2. Guias do PNLD**

Concebido por seus organizadores como instrumento de auxílio ao professor na escolha do livro didático a ser utilizado por ele como “[...] um instrumento auxiliar do trabalho educativo” (PNLD, 2015, p. 9), o guia do PNLD apresenta as coleções aprovadas por uma equipe de avaliadores seguindo critérios pré-estabelecidos. É publicado anualmente e, a cada ano, o guia divulgado é voltado para um nível da Educação Básica: Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio. Deste modo, cada guia tem validade de três anos.

O processo de submissão e avaliação das obras começa cerca de dois anos antes de as obras chegarem às escolas para serem distribuídas para os alunos. Para o guia de 2015, cujos livros serão analisados nessa pesquisa, o edital de convocação para submissão das obras a serem avaliadas foi publicado 13 de janeiro de 2013. Nesse edital é exposto de forma detalhada os itens a serem verificados, as informações que podem levar uma coleção a ser excluída do guia, entre outros aspectos (EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2013 – CGPLI).

Após a publicação do edital, os interessados em terem suas obras avaliadas tiveram do dia 21 de janeiro de 2013 até 21 de maio de 2013 para efetuar o cadastro dos editores e a pré-inscrição das obras, com a inscrição e entrega dos livros impressos devendo ser feita de 3 a 7 de junho, e a dos livros digitais de 5 a 9 de agosto de 2013.

No guia de 2015 propriamente dito, são descritos, de maneira menos técnica e mais clara, os aspectos considerados pelos avaliadores ao classificar uma obra como aprovada para distribuição, o que se espera que os livros contemplem, assim como a ficha de avaliação utilizada para analisar as obras submetidas. Além disso, como produto de todas essas etapas e análises, o guia traz as resenhas e descrição de cada uma das coleções aprovadas, para que a partir delas os docentes possam realizar a sua escolha.

Ainda nesse sentido, na ficha de avaliação pedagógica do guia PNLD 2015 estão presentes os critérios do Manual do Professor que são verificados na análise das obras. Esses aspectos são:

- 5.1. No Manual do Professor, estão explicitados os pressupostos teóricos e os objetivos que nortearam a elaboração da coleção.
- 5.2. Há coerência entre os pressupostos teóricos explicitados no Manual do Professor e o Livro do Aluno.
- 5.3. A linguagem do Manual do Professor é clara.
- 5.4. *O Manual traz subsídios para a atuação do professor em sala de aula, com respeito:*
  - 5.4.1. *a orientações metodológicas para o trabalho com o Livro do Aluno;*
  - 5.4.2. *à apresentação de alternativas para a sequência de estudo dos conteúdos do Livro do Aluno;*
  - 5.4.3. *à inclusão de atividades diversificadas (projetos, pesquisas, jogos etc.), além das contidas no Livro do Aluno;*
  - 5.4.4. *à apresentação de resoluções das atividades propostas aos alunos;*
  - 5.4.5. *às contribuições oferecidas para reflexões sobre o processo de avaliação do aluno.*
- 5.5. O Manual favorece a formação e a atualização do professor:
  - 5.5.1. *por meio de sugestões de leituras complementares;*
  - 5.5.2. *com apresentação da bibliografia utilizada pelo autor;*
  - 5.5.3. *por meio de indicação de fontes de informação. (PNLD, 2015, p. 82, grifos nossos).*

Ou seja, uma das características verificadas pelo guia PNLD de 2015 diz respeito a recomendações metodológicas voltadas para o professor de maneira a complementar o livro do aluno. Um dos critérios que nos chamou atenção e que se caracteriza como uma justificativa para nossa pesquisa é o de número 4.1.8, que estipula que:

O manual do professor não poderá ser apenas cópia do livro do aluno com os exercícios resolvidos. É necessário que ofereça orientação teórico-metodológica e de articulação dos conteúdos do livro entre si e com outras áreas do conhecimento; ofereça, também, discussão sobre a proposta de avaliação da aprendizagem, leituras e informações adicionais ao livro do aluno, bibliografia, bem como sugestões de leituras que contribuam para a formação e atualização do professor. (EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2013 – CGPLI, p. 2)

Portanto, espera-se que as obras submetidas, e conseqüentemente as aprovadas pelo PNLD de 2015 contenham indicações metodológicas voltadas para o professor na edição do livro didático

que é voltado para ele. Deste modo, nos colocamos a buscar indicações quanto ao uso da História da Matemática nesses materiais.

A partir dessas e das outras preocupações do guia quanto a um Manual do Professor que apresente direções ao professor, e de um livro didático que traga contribuições da História da Matemática, discutiremos o uso dessa estratégia no Ensino de Matemática na próxima seção.

*“Eu serei esquecido, mas as histórias ficarão. Então, nós todos somos importantes – talvez menos do que muito, mas sempre mais do que nada.”*

(GREEN, 2013, p. 283)

### 3. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Brolezzi (1991), a preocupação acerca da difusão da História da Matemática data de, pelo menos, trezentos anos. Porém, ainda que hoje existam “[...] muitos livros de História da Matemática, poucos são acessíveis” (BROLEZZI, 1991, p. 1). Mesmo os que são acessíveis, não são fáceis de se trabalhar em sala de aula por apresentarem a história do desenvolvimento dos conceitos sem uma adaptação para ser utilizada no Ensino Básico, cabendo ao professor fazer essa transposição.

Brolezzi (1991) afirma ainda que devemos nos lembrar de que a Matemática, como as demais ciências, tem uma história e não está finalizada, permanece em constante crescimento. Porém, a história não deve ser relegada a uma curiosidade, deve servir para guiar o desenvolvimento do conteúdo, já que, ao seguir os passos originalmente dados em direção a um novo conceito, a construção do conhecimento pode tornar-se mais espontânea, natural.

Nesse sentido, Mendes e Chaquiam (2016) colocam que a História da Matemática, quando inserida no ensino por meio de biografias, nomes e datas, pode “[...] contribuir de forma apenas ilustrativa para o ensino e a aprendizagem de conceitos, propriedades e relações matemáticas, se forem exploradas apenas no âmbito dessas biografias.” (p. 20), isto é, para que haja um maior aproveitamento no sentido de atribuir maior significado à aprendizagem, é necessário que se vá além do tratamento da história como curiosidade.

#### 3.1 História da Matemática como estratégia didática

Para utilizar a História da Matemática em sala de aula, o professor não precisa apresentá-la aos alunos tal qual ela aparece nos livros específicos, seguindo etapas lógicas e encadeadas. Ele pode incorporar a história por meio de situações construídas a partir de considerações, dificuldades ou facilidades que ocorreram durante o desenvolvimento do conteúdo, sem necessariamente citar nomes e datas. É o que Vianna (1995) chama de Uso Imbricado, o que exige um conhecimento histórico mais amplo por parte do docente. De acordo com Vianna (1995), usar a história de maneira intrínseca ao desenvolvimento do conteúdo, sem nomear personagens e datas, é a maneira que ele defende como a mais proveitosa.

Becker (1998) aponta que os matemáticos, “[...] como quaisquer pensadores, produziram conhecimento matemático para resolver problemas de sua época” (p. 128), mas que recriar os passos de construção desses conhecimentos partindo apenas de aspectos lógicos não

basta. Nesse sentido, Becker coloca ainda que “[...] o aluno precisa apropriar-se do processo próprio de formação do conhecimento de matemática [...] no momento em que ele está acontecendo” (p. 129). Afirma também que, apesar de importante, a inserção da história não deve focar apenas no desenvolvimento da Matemática, principalmente em nível elementar.

Ainda, de acordo com Brolezzi (1991, p. 1), a presença da História nas aulas de Matemática permite que os alunos a assimilem de maneira mais panorâmica, em que as diversas áreas dessa Ciência se complementem, e não uma sequência de conteúdos independentes. Ao evidenciar a Matemática como uma união de conceitos interligados, fazendo uso da sua história, fica mais eficiente dar uma explicação satisfatória aos alunos quando o professor é questionado sobre “para que serve isso”, visto que até mesmo os tópicos matemáticos que não têm aplicação direta em situações do dia a dia, têm aplicação dentro da própria Matemática, servindo de ponte entre um conceito e outro, o que pode ser mostrado pela História da Matemática.

Sobre a discussão acerca do questionamento dos alunos quanto à utilidade de determinados conceitos, ou à nomenclatura atribuída a entidades matemáticas, Miguel (1997), em referência a Jones (1969), elenca três categorias de porquês que deveriam ser considerados por aqueles que ensinam Matemática: os porquês cronológicos, os porquês lógicos e os porquês pedagógicos, e cada uma dessas categorias de questionamentos pode ser respondida por meio da História da Matemática (JONES, 1969, apud MIGUEL, 1997).

Outro aspecto levantado por Miguel e Miorim (2011) trata da importância da história como um viabilizador da “desmistificação da Matemática e o estímulo à não alienação do seu ensino” (p. 52), importância essa que, segundo eles, é defendida por diversos autores, pois em geral, o conhecimento matemático não foi originalmente desenvolvido da forma como é comumente trabalhada em sala de aula, de maneira linear e encadeada logicamente. Essa abordagem lógica pode levar a crer que a Matemática está finalizada.

Ainda nesse sentido, Miguel e Miorim (2011) apontam que a história pode ser usada para levar os alunos a perceberem:

- (1) a matemática como uma criação humana;
- (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
- (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas;
- (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.;
- (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
- (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
- (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIGUEL, MIORIM, 2011, p. 53).

Isto é, por meio da história, é possível mostrar aos alunos os processos que envolvem a criação e construção da matemática, enfatizar que essa área, diferente do que o senso comum difunde,

não é cercada de certezas e construída em etapas diretas e bem definidas, sendo necessária a superação dos mais variados obstáculos, como o momento histórico em que determinado conteúdo foi desenvolvido, questões políticas, religiosas, econômicas, etc.

Miguel e Miorim (2011) apontam ainda uma série de argumentos motivadores e argumentos questionadores quanto ao uso da história em sala de aula. Os argumentos motivadores são divididos por eles entre argumentos de natureza epistemológica e de natureza ética. Afirmam que denominam os argumentos de natureza epistemológica dessa maneira por estarem se referindo especificamente ao conhecimento matemático. Esses argumentos são:

- fonte de seleção e constituição de sequências adequadas de tópicos de ensino;
- fonte de seleção de métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar;
- fonte de seleção de objetivos adequados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de seleção de tópicos, problemas ou episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade;
- fonte de identificação de obstáculos epistemológicos de origem epistemológica para se enfrentar certas dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar;
- fonte de identificação de mecanismos operatórios cognitivos de passagem a serem levados em consideração nos processos de investigação em Educação Matemática e no processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar (MIGUEL, MIORIM, 2011, p. 61-62).

Os argumentos de natureza ética se referem à conscientização acerca da construção da Matemática, à desalienação de seu ensino, à compreensão cultural dessa ciência, enquanto os argumentos questionadores se referem à escassez de literatura que possa ser utilizada pelos docentes, à natureza da literatura existente, avançada para o nível básico, a possibilidade de que a inserção da história torne a aprendizagem mais difícil.

Descrevemos anteriormente os argumentos de natureza epistemológica por considerarmos que eles podem ser vistos como argumentos para que o professor insira a história com o objetivo enriquecer e significar a aprendizagem da matemática por meio da seleção de atividades, de abordagens, de escolha de conteúdo e métodos de ensino e do conhecimento das possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar.

### **3.2 História da Matemática na formação de professores**

Miguel e Miorim (2011), a fim de propor um debate para finalizar seu livro, discutem a participação da História da Matemática na formação inicial de professores. Apontam que em

geral a HM aparece em alguma disciplina da graduação, mas o interesse que os alunos desenvolvem por ela se aproxima mais do conhecimento de novos assuntos do que pelas potencialidades pedagógicas evidenciadas na disciplina para a sua incorporação na prática docente. Nesse sentido, defendem que não basta apresentar a história para despertar o interesse dos professores em formação: é necessário relacionar esse interesse às potencialidades da história.

Deste modo, os autores apresentam uma maneira de incluir a História da Matemática nos cursos de graduação: conectando o campo da História da Matemática propriamente dito e o da História da Educação Matemática. Por meio dessa conexão, se originaria a

*Concepção orgânica da participação da história na produção do saber docente, a qual, por sua vez, se sustenta em e se define por uma forma particular de concepção de problematização da educação matemática escolar, isto é, de concepção do modo como a cultura matemática e a educação matemática se constituem, se instituem e se transformam como práticas sociais escolares (MIGUEL, MIORIM, 2011, p. 154, grifo dos autores).*

Ou seja, por meio da relação entre esses dois campos seria possível destacar a construção da Matemática em si e a construção do campo da História da Educação Matemática.

Miguel e Miorim (2011) apontam ainda que essa problematização da matemática em relação a sua cultura e à educação se caracteriza como multidimensional, por englobar dimensões epistemológica, histórica, ética, didática, etc.; interativo-dialógica, por estimular o diálogo em sala de aula; e investigativa, por apresentar ao professor em formação os campos de pesquisa em História da Matemática que são basicamente História da Matemática, História da Educação Matemática, e História na Educação Matemática e, assim, mostrar as diferenças entre cada um deles bem como suas potencialidades na pesquisa e no ensino.

Ainda a respeito da formação inicial de professores de Matemática, Balestri (2008) apresenta e discute entrevistas realizadas com pesquisadores da Educação Matemática e da História da Matemática sobre a presença da História da Matemática nos cursos de licenciatura em Matemática. Entre seus entrevistados, focaremos em Ubiratan D'Ambrosio e Carlos Roberto Vianna.

Na entrevista com D'Ambrosio, ele (D'Ambrosio) afirma que a História da Matemática é “[...] importante para a formação inicial do professor de matemática, pois uma visão histórica e contextualizada dos temas matemáticos pode contribuir para a constituição de um panorama da sociedade.” (p. 38) Ainda nesse sentido, Ubiratan aponta que apresentações de fatos históricos não são suficientes, apesar de dar uma pequena contribuição. Para ele, o que mais

contribui para a formação do professor é a abordagem da história junto com “[...] comentários sociais” (p. 39).

Quando questionado sobre a presença de uma disciplina específica nos cursos de licenciatura em matemática, D’Ambrosio afirma que é essencial, já que

Se você tiver essa disciplina, vai perceber onde que a matemática e os conteúdos que você vai ensinar, como professor, se situam na história, no tempo e no espaço. Isso é muito importante. Você saber que praticamente tudo que está ensinando hoje vem de um pedaço pequeno lá da Europa, que é o Mediterrâneo, Grécia, Roma, França, Itália. É muito importante saber que essa história se fez em determinados séculos e naquela região. Isso dá um sentido para essa matemática que você está ensinando. Que ela pertence a algo da humanidade. A um momento e um local da humanidade. Por isso acho indispensável que se dê o curso. (D’AMBROSIO, apud BALESTRI, 2008, p. 39)

Ainda sobre a oferta de uma disciplina específica de História da Matemática, D’Ambrosio coloca que ela deve estar presente em dois momentos do curso: no início e no fim com o mesmo conteúdo, mas com um maior aprofundamento ao final do curso, já que os alunos já terão estudado as produções matemáticas (BALESTRI, 2008).

Além da disciplina específica, D’Ambrosio afirma ter sempre procurado inserir a história em outras disciplinas de conteúdo matemático ministradas por ele e aponta que a História da Matemática deve permear todas as disciplinas, mas é importante que também seja estudada separadamente, o que se torna complicado, pois, segundo ele, “O que está acontecendo, e que eu acho muito ruim, é que os mestres e doutores que fazem um mestrado, onde, por exemplo, seu trabalho foi somente com álgebra, então eles vão dar aula de álgebra e não sabem nada de história.” (BALESTRI, 2008, p.41), e afirma que acredita que todos os cursos de mestrado e doutorado deveriam ter uma disciplina de história.

D’Ambrosio, na entrevista, coloca ainda que considera essencial que o docente conheça a História da Matemática, caso contrário, pode ser um bom treinador, pode passar técnicas, mas não conseguirá levar seu aluno a perceber a importância do e no conteúdo, ou seja, a posição daquele tema em relação à humanidade. Acrescenta ainda que não existem muitos livros para que o professor leve a História da Matemática para a sala de aula, no entanto, ele destaca a importância do uso da internet para buscar materiais, de maneira consciente, sabendo se orientar entre tantos sites disponíveis (BALESTRI, 2008).

Nesse sentido, destacamos aqui a importância dessas indicações no manual do professor dos livros didáticos, visto que todas essas propostas são recentes e muitos professores não tiveram uma disciplina de História da Matemática durante sua formação inicial. Acreditamos

ser bastante possível a inserção dessas indicações de materiais e sites nos livros didáticos, principalmente no trecho reservado ao professor.

Outro pesquisador entrevistado por Balestri (2008) foi Carlos Roberto Vianna. Diferente do que defendeu D'Ambrosio, Vianna afirmou acreditar ser possível organizar uma licenciatura em Matemática “[...] que não tenha nenhuma disciplina de História da Matemática, que não tenha a história da matemática contemplada em nenhuma das disciplinas e ainda assim ser um bom programa de formação de professores.” (BALESTRI, 2008). Vianna defende que a História da Matemática pode ser contemplada em disciplinas tradicionais do curso por meio de problemas históricos, desenvolvimento do tema, etc.

Vianna aponta também que é preciso atenção ao afirmar que a história deve “permeiar” as disciplinas do curso, já que essa afirmação pode levar a interpretações de que basta mencionar informações históricas para fazer uso dela. Para ele, a história contribuiria na formação inicial se fosse desenvolvida por meio de problemas que se apresentaram e motivaram o desenvolvimento de dado conteúdo. Chama atenção ainda para o cuidado ao trabalhar a história na formação inicial, já que se ela for abordada como obra de gênios, os professores em formação entenderão que é preciso estar além da norma para se produzir matemática (BALESTRI, 2008).

Defende, portanto, que as disciplinas do curso, de modo geral, sejam ministradas por meio de uma perspectiva histórica e que havendo isso não seria necessária uma disciplina voltada exclusivamente para a História da Matemática. No entanto, ele reconhece que os professores formadores que atuam nas universidades não tiveram História da Matemática em sua formação (mestrado e doutorado), por isso apesar de defender que a história seja trabalhada mesclada às disciplinas, afirma que isso não vai acontecer.

A partir dessa constatação, Vianna aponta que a inserção de uma disciplina específica de história poderia sanar essa ausência, isto é, ele defende que não é essencial que haja a disciplina de História da Matemática, desde que a história seja incorporada nas demais disciplinas. Mas como isso é bastante improvável, já que os professores que lecionam na graduação não têm o domínio da história necessário para mesclá-la ao conteúdo, a solução seria uma disciplina específica. Afirma também que o conhecimento histórico pode auxiliar consideravelmente no trabalho do professor, visto que por meio dele o docente pode escolher desafios que interessem mais aos alunos (BALESTRI, 2008).

Afirma ainda que a escassez de referências é um obstáculo para o uso da história nas aulas de matemática, já que considera a quantidade e a qualidade dos materiais existentes em

língua portuguesa insuficiente. Além disso, destaca a importância de tornar a história atrativa para os alunos, já que a História da Matemática, segundo ele, é uma “*ferramenta para o professor e é algo de interesse do professor*” (VIANNA, apud BALESTRI, 2008, p. 61). Ou seja, cabe ao docente levar seus alunos a aproveitarem a História da Matemática para aprender matemática, mas apenas se o primeiro se sentir confortável para fazer uso da história.

A partir da opinião desses pesquisadores, quer eles considerem indispensável ou não a presença de uma disciplina específica de História da Matemática nos cursos de formação de professores, não podemos nos esquecer dos professores já formados. O campo de História na Educação Matemática é relativamente recente, portanto, muitos professores formados não tiveram acesso a ele durante sua formação inicial. Nesse sentido, defendemos a presença de indicações para o uso dessa estratégia de ensino nos materiais didáticos que são distribuídos pelo Governo Federal depois de análise criteriosa já descrita na seção 2, e por meio deles se constituírem o material mais democrático das escolas brasileiras, visto que está disponível, senão em todas, na grande maioria.

#### 4. CENÁRIO DE PESQUISAS: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS

Nessa seção, apontaremos os resultados de uma busca por teses e dissertações que versem sobre a presença da História da Matemática em livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)<sup>4</sup>.

A busca teve como problemática fornecer uma percepção acerca do que vem sendo produzido no Brasil, em termos de teses e dissertações, sobre a presença da História da Matemática em livros didáticos. Para isso, colocamo-nos a buscar por trabalhos que abordassem esse tema na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações<sup>5</sup>, assim como no Banco de Teses e Dissertações da Capes<sup>6</sup>, e nos repositórios digitais de algumas universidades brasileiras<sup>7</sup>.

Tal busca se justifica no sentido de auxiliar no direcionamento da pesquisa, assim como no nível dos livros a serem analisados, a fim de produzir um trabalho que possa trazer novas contribuições para esse campo de pesquisa, evitando analisar obras iguais sob os mesmos aspectos. Para isso, realizamos buscas em bancos nacionais e institucionais.

##### 4.1. Busca: História da Matemática em livros didáticos

Considerando os objetivos dessa dissertação, cuja proposta se volta para a análise de livros didáticos de matemática presentes no Guia do Livro Didático, mais especificamente para a busca por menções históricas nessas obras, nos propusemos a fazer um levantamento da produção de trabalhos que apresentam investigações similares. Utilizamos aqui o termo “menções históricas” com a mesma conotação utilizada por Pereira (2016), que as define como:

[...] trechos que abordam: origem/surgimento de alguma ideia/noção/conceito relacionado à Matemática; atribuição de autoria (fatos, obras, teoremas, relações, paradoxos, etc); biografias; fatos da vida de estudiosos ou suas

<sup>4</sup> Parte dessa seção foi apresentada como Comunicação Científica para o XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática: BIFFI, Lorena C. R.; TRIVIZOLI, Lucieli M. História Da Matemática em Livros Didáticos: primeiras observações no cenário de pesquisas realizadas. In: XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel. **Anais do XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática**, 2017. v. 1. p. 1-14.

<sup>5</sup> Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em <<http://bdtd.ibict.br/vufind/>>

<sup>6</sup> Banco de Teses e Dissertações da Capes. Disponível em <[http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#!/>](http://bancodeteses.capes.gov.br/banco-teses/#!/)

<sup>7</sup> Anhanguera SP, Braz Cubas, CEFET-MG, Centro Universitário Franciscano, PUC-PR, PUC-RJ, PUC-RS, PUC-SP, UCS, USC, UFES, UFG, UFJF, UFMG, UFMS, UFPA, UFPB, UFPE, UFPel, UFPR, UFRGS, UFRN, UFRPE, UFS, UFSC, UFSCar, UFSM, UFU, ULBRA, UNESP, UNICAMP, UNIFEI, UNIUBE, Univates/Fuvates, USP e UTFPR

realizações no campo da Matemática; cronologias; histórico do desenvolvimento de algum conceito matemático; conhecimento das antigas civilizações a respeito da Matemática (babilônios, egípcios, gregos, chineses, árabes, etc); problemas de origem histórica (Papiro de Rhind, de Cairo, etc); utilização de conhecimentos matemáticos em outras áreas (Astronomia, Física, Artes, Arquitetura, etc), que fazem parte da HM. (PEREIRA, 2016, p. 46)

Em nossas buscas iniciais, realizadas entre agosto e setembro de 2016, obtivemos 82 trabalhos na Biblioteca Digital, e 138 trabalhos no Banco da Capes. As palavras-chave buscadas foram “Livros Didáticos de Matemática” em ambos os bancos. Outras palavras também foram utilizadas mas acabaram sendo descartadas por apresentarem poucos resultados, como quando buscamos por “História da Matemática em livros didáticos” na Biblioteca Digital e obtivemos apenas quatro trabalhos. O outro termo pesquisado nesse banco foi “história da matemática no ensino médio”, com dois resultados. Já no banco da Capes, essas mesmas palavras chaves não apresentaram resultados.

Já na segunda etapa da busca, realizada entre os meses de março e abril de 2017, refizemos a busca anterior, a fim de atualizar os resultados, o que nos levou a 111 resultados na Biblioteca Digital, dos quais 8 não haviam aparecido nas buscas anteriores, e 147 resultados no banco da Capes, dos quais 14 nos eram inéditos. Além disso, buscamos por “livro didático de Matemática” nesses dois repositórios, que geraram 57 resultados no banco da Capes, dos quais 39 nos eram inéditos, e 111 resultados na biblioteca digital, dos quais 17 não estiveram em buscas anteriores.

Em seguida, realizamos a busca pelas palavras-chave “livros didáticos de Matemática” e “livro didático de Matemática” em repositórios de 36 instituições que tiveram trabalhos entre os resultados da primeira etapa da busca. A partir desse levantamento, foram selecionados quatro trabalhos que ainda não haviam aparecido nas buscas anteriores.

Excluindo-se os trabalhos que estavam entre os resultados de ambos os bancos, fizemos o que Cerro, Bervian e Da Silva (2007) chamam de Pré-leitura: foram lidos os resumos de todos os resultados, salvo os que apareceram em mais de um banco, a partir dos quais foram selecionados trabalhos para serem lidos integralmente. Esses trabalhos foram escolhidos por apresentarem em seus títulos e/ou resumos referências a busca pela história em materiais didáticos, a leitura deles constituiu a etapa de Leitura Seletiva. Entre os resultados, figuravam trabalhos que analisavam o desenvolvimento de determinados conteúdos, a contextualização, a abordagens em livros destinados a EJA, aos anos iniciais, livros didáticos de determinados períodos de destaque para a Educação Matemática no Brasil como o Movimento da Matemática Moderna, a prática de professores que adotavam determinados livros didáticos, entre outros.

Apresentaremos, no Quadro 1, as principais informações sobre os trabalhos selecionados. Em seguida, traremos uma síntese de cada um deles.

Quadro 1: trabalhos selecionados na primeira etapa da busca

Título	Autor	Ano	Instituição	Pós-graduação
Livro Didático de Matemática: Conceção, Seleção e Possibilidades Frente a Descritores de Análise e Tendências em Educação Matemática	Jairo de Araujo Lopes	2000	UNESP	Doutorado em Educação
Uma Análise dos Questionamentos dos Alunos nas aulas de Números Complexos	Maria Sueli Fonsêca Ferreira	2006	UFRN	Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
Uma Reflexão Sobre a Presença da História da Matemática Nos Livros Didáticos	Maria Isabel Zanutto Bianchi	2006	UNESP	Mestrado em Educação Matemática
As Práticas Culturais de Mobilização de Histórias da Matemática em Livros Didáticos Destinados ao Ensino Médio	Marcos Luis Gomes	2008	UNICAMP	Mestrado em Educação
Continuidade(s) e Ruptura(s) Nos Livros Didáticos “A Conquista da Matemática”: como ensinar a partir de orientações metodológicas da Educação Matemática (1982 – 2009)	Nayara Jane Souza Moreira	2013	UFS	Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
História da Matemática na Formação do professor: Dificuldades e Sugestões	Juliana de Melo Pereira	2013	UFRN	Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática
História da Matemática no livro didático de Matemática: Práticas discursivas	Alexsandro Coelho Alencar	2014	UEPB	Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática
A história da geometria nos livros didáticos e perspectivas do PNLD	Guilherme Henrique Pimentel	2014	UFSCar	Mestrado em Educação
A Introdução do Conceito de Grandezas Incomensuráveis / Números Irracionais nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Uma Análise Crítica dos Livros Didáticos	Fernando Augusto Da Silva Souza	2014	UFPE	Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica

A Coleção Matemática: Imenes & Lellis: A História Da Matemática Em Foco	Marcos Paulo De Souza	2014	USF	Mestrado em Educação
A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens	Elisângela Miranda Pereira	2016	UNIFEI	Mestrado Profissional em ensino de Ciências
Redes Discursivas Sobre a História da Matemática em Livros Didáticos do Ensino Médio	João Danival Gil Ocampos	2016	UFMS	Mestrado em Educação Matemática
Tendências No Ensino da Matemática no Brasil: Uma Análise a Partir de Livros Didáticos	Luana Angélica Alberti	2016	UFFS	Mestrado em Educação

Fonte: elaborado pela autora

Esses trabalhos foram mantidos por apresentarem categorizações em suas análises e/ou verificarem a presença da história nos livros didáticos. Entre os trabalhos selecionados, temos uma tese, sendo os demais, dissertações. A seguir apresentaremos uma breve descrição de cada um deles, a fim de discutir as relações entre eles e o que os diferencia.

#### 4.2. Trabalhos selecionados: uma breve descrição

O trabalho mais antigo selecionado em nossa busca, foi a tese de Lopes (2000), em que foram discutidas tendências da Educação Matemática, as propostas do Guia do Livro Didático de 1999, assim como a possibilidade de essas tendências integrarem os livros didáticos. Aponta como uma justificativa para a execução da pesquisa a “[...] escassez de pesquisas acadêmicas voltadas ao livro didático, e os programas de avaliação do livro didático desenvolvidos nos últimos anos [...]” (p. 13).

As tendências apresentadas, discutidas e buscadas nos livros didáticos pelo autor são: Resolução de Problemas, História da Matemática e Tecnologias Educacionais e Informática, mas dedicaremos nossa atenção à discussão sobre a História da Matemática. Lopes (2000) analisou as obras presentes no guia de 1999 a fim de verificar quais e como traziam a História da Matemática. Aponta os argumentos reforçadores e os questionadores elencados por Miguel (1997), e traz à tona discussões de outros autores, entre eles D’Ambrosio. Não dividiu as aparições históricas das obras em categorias, mas teceu considerações sobre a pertinência e utilidade das mesmas no contexto em que apareciam na obra.

Constatou que nos livros didáticos brasileiros observados, as biografias de matemáticos aparecem como curiosidades (LOPES, p. 150, 2000) e aponta como exemplo o livro da 7ª série de uma coleção cujo título é “Matemática: Conceitos e Histórias”, nele há apenas cinco sessões de fatos históricos e “[...] não apresenta a história da Matemática como ponto de referência para a apropriação significativa do conhecimento, como se recomenda.” (p. 150). Cabe destacar que no Guia de 1999, os livros eram analisados por série, não por coleção, como ocorre atualmente. Lopes (2000) aponta que entre os oito livros da 5ª série, apenas dois apontam algum relato histórico. Entre as oito obras da 6ª série, as aparições são mais frequentes que nos da série anterior, apesar de ainda serem insatisfatórias. Das oito obras da 7ª série, apenas cinco tinham considerações à história e, entre as dez da 8ª série, também só houve cinco aparições.

Em suas considerações finais, aponta a importância de os autores dominarem a matemática escolar e suas concepções, abordagens e tendências, assim como as questões que se inserem na sociedade e se manifestam no dia-a-dia escolar. Coloca também a importância da consciência por parte do professor ao escolher o livro que será adotado, para que possa haver uma combinação produtiva.

Ferreira (2006), por meio de uma sequência de ensino abordando números complexos, classificou os questionamentos levantados por uma turma de 3º ano do ensino médio de acordo com as categorias de porquês definidas por Jones (1969): Porquês lógicos, porquês cronológicos e porquês pedagógicos, já que segundo ele, a História da Matemática poderia responder esses questionamentos. As etapas da aplicação das aulas foram as da Engenharia Didática<sup>8</sup>. Em seu trabalho, ela aborda a importância de justificar o ensino para os alunos, assim como alguns exemplos para cada categoria de porquês.

Quanto aos dados e sua análise, traz que ocorreram 16 encontros, totalizando 29 horas/aula, em que foram feitos 59 questionamentos, alguns deles contendo mais de uma pergunta. Desses, dois estavam inaudíveis, por isso ela considerou apenas 57, e os classificou de acordo com as categorias mencionadas. 29 questionamentos foram classificados como “porque pedagógico”, 17 como “porque lógico”, 1 como “porque cronológico”, 2 “lógico” e “pedagógico”, 5 “lógico” e “cronológico”, 2 nas três categorias, 1 sem categoria. Afirma que o aluno faz questionamentos cronológicos quando incentivado, quando o conteúdo se refere a algo histórico, e que a maioria dos questionamentos é pedagógico (como “porque somamos da direita para a esquerda? ”).

---

<sup>8</sup> As etapas da Engenharia didática são: análise preliminar, análise *a priori*, experimentação ou aplicação da sequência didática, análise *a posteriori*.

Em seguida, a autora apresenta uma observação de livros, inclusive didáticos, que abordam a História da Matemática, o que justifica a inclusão dessa pesquisa no levantamento aqui apresentado. A autora observou a abordagem histórica dos números complexos em obras como Boyer (1996), Eves (2004) entre outros, assim como nos livros didáticos de Dante (2001), que explica a origem dos Complexos com Cardano e a representação com Gauss; de Giovanni, Giovanni Jr. e Bonjorno (2002), onde há uma citação a Euler e a Gauss; de Iezzi et. Al.(1993, 1999) que foi considerado o mais completo, com uma operação realizada por Cardano que teria sido um avanço importante para esse conjunto; de Bezerra (2001), que traz uma curta citação na qual Gauss, Argand, Euler e Bombeli são mencionados; e de Paiva (1995), que não apresentou nenhuma menção histórica. Entre suas considerações finais, aponta a escassez de abordagens voltadas à História da Matemática em livros didáticos do ensino médio e a falta de informação, nos livros observados, acerca do surgimento e evolução dos métodos de cálculo utilizados atualmente (FERREIRA, 2006).

Bianchi (2006) é a pesquisa mais referenciada por outros trabalhos selecionados nessa busca. A autora analisou três edições dos livros de Imenes & Lellis e de Iracema & Dulce (presentes nos três guias publicados até 2005) a fim de verificar como e onde aparece a história nesses materiais e, então, compará-las de uma edição para outra. Elaborou categorias que permitiram a classificação dessas aparições separando-as a partir do lugar em que apareciam: parte teórica ou atividades.

As categorias da parte teórica são: Informação Geral, que abrange datas, fatos, nomes, no início ou decorrer do capítulo, antes da abordagem do conteúdo; Informação Adicional, presente no final dos capítulos; Estratégia Didática, em que a história é utilizada como ferramenta de ensino a fim de auxiliar o entendimento do conteúdo; e Flash, em que a história aparece mesclada ao texto com um nome ou data, por exemplo. Já nas atividades, as categorias são: Informação, em que a história vem seguida de tarefas de aprendizagem matemática; Estratégia Didática, em que a história é utilizada como ferramenta para que aluno construa o conhecimento; e Atividade Sobre a História da Matemática, em geral vem na sequência de um texto histórico e questiona o que foi abordado nele (BIANCHI, 2006). Conclui, entre outros aspectos, que as categorias mais presentes nos livros analisados foram Informação Geral e Informação Adicional.

Outro trabalho presente entre os resultados de nossas buscas foi o de Gomes (2008). Ele analisou cinco das onze coleções de livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) 2005, sendo elas: Matemática, Luiz Roberto Dante;

Matemática, Oscar Augusto Guelli Neto; Matemática: Ensino Médio, 3ª edição reformada, Kátia Cristina Stocco Smole; Maria Ignez de Souza Vieira Diniz; Matemática: Ciências e Aplicações, Gelson Iezzi et al.; e Matemática Aula por Aula, Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva.

Além disso, destacam-se nessa pesquisa as entrevistas realizadas por ele com os autores das obras analisadas, a fim de, segundo ele,

[...] verificar como histórias da matemática, da educação matemática ou história em geral, são mobilizadas pelos autores de livros-texto e, em seguida, apresentadas por eles em suas obras didáticas a fim de que histórias participem como um recurso didático para a melhoria da educação matemática escolar. (GOMES, 2008, p. 12)

Ou seja, sua análise é feita considerando os discursos apresentados pelos autores e suas respectivas obras, levando em conta, ainda, as solicitações do PNLEM.

O autor aponta em suas considerações finais que apesar de alguns autores entrevistados terem afirmado certa dificuldade em inserir a História da Matemática em suas obras, acabam sendo praticamente induzidos a isso, o que, de acordo com ele, mostra a influência das políticas públicas sobre a produção dos livros, que se dá por intermédio do mercado editorial (GOMES, 2008).

O trabalho seguinte, realizado por Moreira (2013), discute alterações ao longo de cinco edições da coleção de livros didáticos “A Conquista da Matemática”, de Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Junior. Essa discussão é realizada levando em conta os “pressupostos teóricos e metodológicos da Educação Matemática” (p. 23), como uso da História da Matemática, Jogos, Resolução de Problemas e Modelagem, e de que maneira eles modificaram a coleção com o passar dos anos, já que as obras analisadas são de 1982, 1985, 1992, 1998, 2002 e 2009.

Durante sua análise quanto à História da Matemática, refere-se as categorias definidas por Vianna (1995) sobre como a história pode ser usada no ensino da Matemática, que são: História da Matemática como Motivação, História da Matemática como Informação, História da Matemática como Estratégia Didática e História da Matemática como Parte Integrante do Desenvolvimento do Conteúdo (imbricado) (VIANNA, 1995). Moreira (2013) também verifica a presença de outras estratégias de ensino da Matemática, no entanto, focaremos na história por ser nossa área de interesse.

Apresenta as continuidades e rupturas constatadas de uma coleção para outra, e afirma que “[...] a história da matemática é a orientação mais antiga presente nas edições” (MOREIRA, 2013, p. 100). Em suas considerações finais, afirma que nos livros mais antigos analisados a

História da Matemática só aparecia no início dos conteúdos como motivação e, a partir de 2002 essa configuração mudou, com aparições ao longo dos conteúdos, assim como em problemas e atividades (p. 108).

Já Pereira (2013), que inicialmente planejava verificar a presença da História da Matemática nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental, por considerar que já havia uma quantidade considerável de pesquisas que fizeram isso, optou por produzir um material que “[...] atendessem as necessidades apresentadas pelos pesquisadores.” (p. 9), mas que também atendessem as expectativas dos professores, que seriam entrevistados por ela e colaborariam na elaboração do material. No entanto, apesar de o convite para participar da pesquisa ter sido feito a diversos professores de várias escolas, apenas um se dispôs a participar do estudo, que foi levado adiante com a sua participação.

Ocorreram nove encontros entre a pesquisadora e o professor com duração de três horas cada um, foi feita a explicação da dinâmica das reuniões a esse professor, nas quais seria feita a leitura e discussão de textos sobre a História da Matemática e a elaboração do material. Desde o início, o professor deixou claro que se houvesse a necessidade de realizar leituras fora das reuniões, ele precisaria de um prazo de pelo menos um mês para realizá-las, visto que em sua formação não houve cobrança por leituras desse tipo e ele não tinha o hábito de fazê-lo por conta própria. Em seus encontros, optaram por estudar função. Para selecionarem o material a ser estudado, a pesquisadora solicitou que o professor levasse material que julgasse adequado para o encontro seguinte. O professor disse ter feito buscas, mas não encontrou materiais que julgasse “confiáveis”. Levando isso em conta, a autora propôs que o estudo iniciasse com a leitura do livro “práticas de leitura em tópicos de história da matemática”, de Pacheco e Pacheco (2011). Decidiram ler então os textos do livro didático, os quais o professor considerou ter abordagens históricas não suficientes para motivar os alunos a estudar Matemática.

Após a reflexão e discussão, Pereira (2013) elaborou o manual, e considera que “[...] ao elaborar ou adaptar um material, com informações históricas, adequado para o professor e para ser usado em sala de aula devemos ficar atentos a: Posição das informações dentro da unidade didática; Título; Verbetes; Glossário; Imagens; Mapa; Linha do tempo.” (p. 31), e explica os cuidados que foram tomados a partir daí na elaboração do material, que foi intitulado “As experiências de Galileu Galilei e a relação entre grandezas”. Suas considerações são tecidas acerca do que o professor que colaborou com a confecção do material achou sobre o mesmo, se estava adequado, se atendeu suas expectativas, e de acordo com a autora, o professor

considerou a linguagem de fácil compreensão, que o foco em um personagem histórico facilita visualizar suas contribuições, e o docente afirmou que inseriria o material em suas aulas.

Já Alencar (2014) observou três das sete coleções aprovadas pelo PNLD 2012. As obras foram escolhidas por terem sido coleções mais utilizadas nas escolas públicas de Juazeiro do Norte, no estado do Ceará, e são elas: *Conexões com a matemática*, de Barroso, J. M.; *Matemática: contexto e aplicações*, de Dante, L. R.. *Matemática ciência e aplicações*, de Iezzi, G. (et al).

Em sua categorização, se refere a Vianna (1995), assim como Bianchi (2006), e a partir das categorias definidas por esses dois autores elabora categorias próprias, as quais ele chama de “categorias de sentidos”, que são divididas quanto à natureza do conteúdo veiculado (História personalística, Centralidade no conteúdo, Fato curioso, Comentário sutil, Contexto histórico-matemático e Contexto sócio-cultural), e quanto ao objetivo da menção histórica (Introdução de conteúdo, Apêndice, Recurso didático e Atividade sobre história da matemática), e destaca que uma mesma menção pode estar presente em mais de uma categoria. Descreve e apresenta exemplos para cada uma delas, para posteriormente categorizar todas as aparições e discutir os resultados.

Em suas considerações finais, o autor coloca que a maioria das menções descrevem “[...] feitos heroicos ou notáveis de grandes matemáticos” (ALENCAR, 2014, p. 109), sem considerar o contexto ao qual essas figuras pertenceram. Também dá atenção a grande presença de aparições da história em apêndices, posterior ao estudo do conteúdo. Conclui que o livro didático acaba por reforçar o paradigma tradicional de uma ciência construída por gênios.

Outro resultado da busca, o trabalho de Pimentel (2014) nos mostra uma investigação acerca das maneiras como a História da Matemática aparece em capítulos voltados ao estudo de Geometria em livros didáticos do 9º ano, ou 8ª série, distribuídos após a implantação do PNLD. Os livros foram selecionados por terem sido os que mais apareceram nas edições do guia entre 1999 e 2011.

As obras analisadas foram: *Matemática e Vida: Trabalhando com Números, Medidas e Geometria*, Bongiovanni, Leite, Laureano, 8ª série, 1996; *PROMAT: Projeto oficina de matemática*, Grasseschi, Andretta e Silva, 8ª série, 1999; *Idéias e Relações*, Tosatto, Peracchi e Estephan, 8ª série, 2002; *Matemática para todos*, Imenes e Lellis, 8ª série, 2002; *Matemática: Ideias e Desafios*, Mori e Onaga, 9º ano, 2009; *Matemática e Realidade*, Iezzi, Dolce e Machado, 9º ano, 2009; *Tudo é Matemática*, Dante, 9º ano, 2009; *A conquista da Matemática*, Giovanni Junior e Castrucci, 9º ano, 2009; *Projeto Radix: matemática*, Ribeiro, 9º ano, 2009; e

Aplicando a Matemática: Ensino Fundamental Carvalho e Reis, 9º ano, 2010. (PIMENTEL, 2014, p. 40).

Para construir um roteiro para sua análise, Pimentel (2014) elaborou um questionário sobre como a História da Matemática aparece nas atividades e na parte teórica dos livros observados por ele. Em sua análise, também foram levadas em conta as características visuais dos livros, assim como as resenhas deles no guia do PNLD. Coloca que suas categorias foram escolhidas com base em diversos autores, entre eles Bianchi (2006) e Vianna (1995), que já foram citados aqui por terem servido de referência para outros trabalhos. As categorias utilizadas por Pimentel (2014) foram: “[...]história da matemática como motivação, história da matemática como uma informação, história da matemática como interdisciplinaridade e contextualização, e história da matemática como resolução de problemas.” (p. 41-42). Pimentel (2014) também apresenta exemplos retirados dos livros para cada categoria observada por ele.

Na discussão dos resultados, o autor constata que a História da Matemática já aparecia em alguns materiais anteriores ao PNLD, no entanto houve um aumento na quantidade de menções após a implementação dessa política e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Também considera que o aumento do rigor na avaliação das obras contribuiu para esse aumento. Em relação a história presente nos livros, o autor discute “que história é essa”. Afirmar haver uma certa divergência entre as orientações dos PCN e a história presente nos livros didáticos de Matemática, pois os primeiros defendem o uso da História da Matemática a fim de diminuir a fragmentação do seu ensino, enquanto nos livros ela aparece de forma desvinculada do conteúdo na maioria das vezes. Encerra o trabalho afirmando que a História da Matemática “[...] está presente nos livros didáticos mais pela exigência do PNLD do que pela sua possibilidade metodológica” (PIMENTEL, 2014, p. 126).

Outro trabalho selecionado foi a pesquisa de Silva Souza (2014) que observou de que maneira se dá a introdução do conceito de grandezas incomensuráveis / números irracionais, devido a sua relevância na História da Matemática, e pela “[...] similaridade existente entre os filósofos gregos, no que se refere à descoberta das grandezas incomensuráveis e os estudantes do Ensino Fundamental, ao serem apresentados ao conteúdo dos números irracionais” (SILVA SOUZA, 2014, p. 6).

O autor verificou a abordagem dos números irracionais nos livros aprovados pelo PNLD 2014 que contemplavam esse tema (observe que nem todos os livros da coleção abordam esse conteúdo, por isso o autor analisou apenas um livro de cada coleção). As coleções analisadas foram: Descobrimo e Aplicando a Matemática, de Alceu dos Santos Mazzeiro e Paulo Antônio

F. Machado, 2012 (9º ano); Matemática – Bianchini, de Edwaldo Roque Bianchini (8º ano); Matemática – Ideias e Desafios, de Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori (8º ano); Matemática – Imenes & Lellis, de Luiz Marcio Pereira Imenes e Marcelo Cestari Terra Lellis (8º ano); Matemática: Teoria e Contexto, de Marília Ramos Centurión e José Jakubovik (8º ano); Praticando Matemática – Edição Renovada, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos (8º ano); Projeto Araribá Matemática, de Fábio Martins de Leonardo (8º ano); Projeto Teláris – MATEMÁTICA Luiz Roberto Dante (8º ano); Projeto Velear – Matemática, de Antonio José Lopes (9º ano); e Vontade De Saber Matemática, de Patrícia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza (8º ano). (SILVA SOUZA, 2014).

Silva Souza (2014) apresenta categorias para a análise dos capítulos, uma vez que seu foco é como o conteúdo em questão é abordado nos livros didáticos. Neste trabalho, a História da Matemática figura como suporte teórico, uma justificativa para a necessidade de cuidado por parte do professor ao apresentar os números irracionais, uma vez que historicamente esses números foram fontes de inúmeras discussões, e é atribuído à descoberta desses números um grande abalo na Escola Pitagórica. As categorias sob as quais os livros foram analisados são: forma de introdução, clareza e coerência e atenção às recomendações curriculares.

O autor aponta em suas considerações finais que os livros trazem a História da Matemática ao abordar a descoberta das grandezas incomensuráveis, apesar de não aproveitarem esse momento para aprofundar as discussões e estudos. Considerou também que os autores dos livros dão maior importância a exercícios e regras do que ao conceito, e que certas afirmações presentes neles, como “O número  $\pi$  é um dos mais famosos números irracionais. É definido como a razão do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro”. (MAZZIEIRO, 2012, p. 39, 9º ano, apud SILVA SOUZA, 2014, p. 145), afinal a maior parte dos livros define número irracional como qualquer número que não possa ser escrito como razão entre dois números inteiros.

No trabalho de Souza (2014), é apresentada a análise de dois livros didáticos voltados para a mesma série/ ano do ensino fundamental com relação a uma temática: números naturais e sistemas de numeração. Souza (2014) explica que escolheu analisar apenas os capítulos que abordam esses temas pois “[...] o estudo dos números naturais é muito valorizado pelos professores de Matemática” (p. 60).

Os livros analisados foram: Matemática: Imenes & Lellis, de 1997 e Matemática: Imenes & Lellis 2009, ou seja, um deles é anterior ao PNL, o outro posterior, com um intervalo de mais de dez anos entre eles. Souza (2014) não apresenta nenhuma categorização, e

sua análise ocorre concomitante à apresentação de cada capítulo estudado. O autor observou todos os livros das coleções, mas apresenta e discute apenas o da 6ª série de 1997 e o do 7º ano de 2009.

Em suas considerações, o autor destaca que a História da Matemática aparece diversas vezes no livro de 1997 e no guia para o professor, mas é pouco explorada. Também aponta que nesse livro as menções históricas são apresentadas como fatos indubitáveis, com uma versão única do acontecimento. Ainda assim, o autor coloca que a coleção da qual essa obra faz parte se destacou em 1997, e foi a mais bem avaliada no guia de 1998, passando a servir de modelo para outros autores. Já em relação a coleção de 2009, afirma que a História da Matemática aparece em todas as unidades dos livros, apesar de manter a apresentação da história como verdade absoluta.

Pereira (2016) analisou as seis coleções de livros didáticos do ensino médio aprovadas pelo guia de 2015, que são: Conexões com a Matemática, de Fábio Martins de Leonardo; Matemática: Contexto e aplicações, de Luiz Roberto Dante; Matemática: Paiva, de Manoel Rodrigues Paiva; Matemática – Ciência e aplicações, de Gelson Iezzi e outros; Matemática – Ensino Médio, Kátia Cristina Stocco Smole e Maria Ignez de Souza Vieira Diniz; Novo Olhar: Matemática, de Joamir Souza.

Estabeleceu, para sua busca, categorias de mapeamento que dizem respeito ao formato das menções: exposição didática (texto ou atividade); estilo (distingue-se ou não do texto com formatações diferenciadas); e posicionamento das menções no texto. Já para a análise das funções didáticas das menções, tomando entre suas referências o trabalho de Vianna (1995), definiu quatro categorias: História da Matemática e estratégia didática, História da Matemática e a elucidação dos *porquês*, História da Matemática e a elucidação do *para que?* e História da Matemática e formação cultural geral.

Em suas considerações finais, aponta que a maioria das menções se destaca em relação ao texto, recebendo algum tipo de destaque, o que não necessariamente significa que essa menção esteja contribuindo com o processo de aprendizagem. Coloca que mais de um terço das menções aparece no início de um novo tema de estudo, o que sugere que elas estão ajudando na apresentação do tema. Afirma ainda que quanto as funções didáticas, mais da metade se enquadra na categoria de formação cultural geral, considerada por ela a menos interessante em termos de contribuição para a compreensão dos conteúdos matemáticos. A função da História da Matemática como estratégia didática, considerada a mais proveitosa a ser utilizada em sala de aula, foi a que menos apareceu nos livros. Conclui que a adoção de uma única coleção não

é suficiente para o professor que queira inserir a história em suas aulas, sendo necessário que ele busque em todas as demais.

Ocampos (2016), assim como Pereira (2016), analisou os livros didáticos do ensino médio aprovados pelo guia de 2015 nos trechos que abordavam Conjuntos Numéricos, Função Logarítmica, Matrizes e Determinantes, Números Complexos, Sequências Numéricas e Trigonometria no Triângulo Retângulo. Afirma que “O movimento analítico com os dados empíricos, foi realizado com base nas teorizações de Michael Foucault, acerca da Análise do Discurso como referencial teórico-metodológico”, e apresenta alguns aspectos que podem ser considerados ao se elaborar os livros didáticos de Matemática como os documentos oficiais do governo, os discursos da educação matemática, a História da Matemática, entre outros.

O autor verifica “como são construídas as representações da história da matemática em seções específicas do material didático, assim como também as formas como tais discursos podem contribuir para constituir estudantes” (OCAMPOS, 2016, p. 85), não apresentou categorias para as aparições históricas e discutiu com base em Foucault algumas menções presentes nos livros, articulando-as a partir de características comuns como a noção de continuidade passada por elas (p. 91). Aponta que alguns textos presentes nos livros têm caráter informativo e que cabe ao professor decidir se aborda ou não a História da Matemática nas aulas.

Retoma a discussão a partir de Foucault, relacionando com a história da matemática e trazendo outros autores. Coloca que a apresentação da matemática como algo historicamente produzida por gênios leva os alunos a crerem que apenas quem tem um “dom” pode aprender e fazer matemática (OCAMPOS, 2016, p. 136). Nas considerações finais, encerra a discussão com alguns questionamentos como o porquê de os autores dos livros apresentarem a história da maneira como vem sendo feita, qual a importância dela nesses materiais, se ela aparece apenas para cumprir as determinações do PNLD, e deixa essas questões em aberto para que outros pesquisadores possam ir além do que ele foi.

Alberti (2016), último trabalho aqui apresentado, analisou a coleção “Praticando a Matemática”, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, de 2012, aprovada pelo PNLD de 2014 e que foi a coleção com a maior quantidade de livros distribuídos no Brasil naquele ano, a fim de verificar quais das tendências do Ensino da Matemática propostas pelos PCN são apresentadas em obras publicadas depois da alteração do ensino fundamental de séries para anos. A metodologia utilizada por ela foi a análise de conteúdo (Bardin).

Discute o ensino da matemática no Brasil desde sua descoberta, passando pelas reformas e publicação dos PCN. Apresenta, então, as tendências que são abordadas nesse documento: Resolução de Problemas; História da Matemática; Matemática e tecnologias; Contextualização e Interdisciplinaridade; Jogos e materiais didáticos; e a Etnomatemática. Também discute outras três tendências: Modelagem Matemática, Pedagogia de Projetos ou Investigação Matemática e Educação Matemática Crítica. Descreve cada uma dessas tendências para, então, apresentar a análise dos livros.

Na análise dos livros, construiu uma tabela em que as aparições das tendências foram classificadas em colunas em que se registra a qual dos blocos dos PCN o conteúdo pertence, qual a tendência foi abordada, a unidade de contexto ou descrição da aparição da tendência, o título do capítulo em que ela se encontra, sua localização no decorrer do livro, e sua classificação como conectada ao conteúdo ou apenas como informação (ALBERTI, 2016). No total, a autora contabilizou 158 aparições quanto as tendências, sendo que a maior parte delas estavam inseridas no bloco de números e operações. Já entre as tendências, a mais frequente foi “contextualização”, com 55% das menções, seguido de história da matemática, com 20%. Já em relação à localização das menções, a maior parte está no desenvolvimento e considera que apenas seis das 158 menções são apenas informativas, ou seja, não se relacionam diretamente com o conteúdo abordado.

Quanto à categoria “abordagem histórica para apresentação e/ou desenvolvimento de conteúdos matemáticos”, na qual é discutida a presença da História da Matemática na coleção analisada, a autora aponta que a História da Matemática tem ganhado espaço nos livros didáticos, apesar da variedade de possibilidades de abordá-la. Coloca que grande parte das aparições históricas presentes na coleção analisada tem cunho de informação adicional, o que não deveria ser o objetivo da presença da história nesses materiais. Mostra uma atividade em que os dados históricos são apenas utilizados para executar uma operação, sem serem essenciais para a resolução do problema proposto. Aborda as demais tendências, mas não as apresentarei aqui para não perder o foco desse levantamento.

Nas considerações finais, ressalta que houve apenas seis registros de situações em que as tendências foram consideradas informação adicional. No entanto, aponta que muitas das aparições não ofereciam muitas opções de abordagem. Coloca que apesar de a coleção apresentar diversas abordagens das tendências, ainda se faz necessária uma participação intensa do professor para que elas possam ser efetivadas, o que leva à importância da educação inicial e continuada do professor visarem a sustentação desse tipo de abordagem.

### 4.3. Relações e entrelaçamentos: algumas considerações

A busca em dois dos principais repositórios nacionais de teses e dissertações, assim como nos repositórios de diversas universidades, nos levaram aos treze trabalhos aqui apresentados. Foram mantidos na seleção trabalhos que apresentaram categorizações quanto as aparições da História da Matemática em livros didáticos, que compararam essas aparições de uma edição para outra de uma mesma obra ou que observaram a presença dessa estratégia nas obras, alguns deles com foco secundário para os livros, mas com contribuições importantes para nossa pesquisa.

Com a leitura e sintetização dos trabalhos apresentados, voltamo-nos para seus pontos comuns. Destacamos aqui como primeiro ponto comum de seis dos treze trabalhos apresentados a referência a Bianchi (2006), cujo trabalho serviu como base para criação de categorias de análise, sendo que do total de trabalhos, 11 são posteriores ao dela, ou seja, seu trabalho serviu de referência para mais da metade dos trabalhos selecionados e publicados após 2006. Assim como esses pesquisadores, nos basearemos nas categorias estabelecidas por Bianchi para classificar as menções históricas nas coleções analisadas por nós.

Além disso, é possível perceber relações entre um trabalho e outro, como no caso de Alencar (2014), cuja pesquisa aproxima-se da pesquisa de Gomes (2008) quanto à discussão e análise da presença da História da Matemática em livros didáticos do ensino médio, e Pimentel (2014), que assim como Alencar (2014) apresenta exemplos retirados dos livros para cada categoria observada por ele.

Ainda nesse sentido, temos a pesquisa de Silva Souza (2014) próxima ao trabalho de Pimentel (2014). Enquanto o segundo analisou a presença da História da Matemática em capítulos de Geometria de livros do ensino fundamental, o primeiro examinou como é feita a apresentação do conceito de grandezas incomensuráveis / números irracionais, considerando seu importante papel na História da Matemática (pitagóricos). Além disso, diferente dos trabalhos apresentados até aqui, Silva Souza (2014) não apresenta categorias para estudo da história, e sim para a análise dos capítulos.

Já Souza (2014) caminha entre os trabalhos de Pimentel (2014), que observou um conteúdo específico em diversos livros de 1996 a 2010, e Silva Souza (2014) que analisou a abordagem de um tema em diversos livros do mesmo período. Diferente da maioria dos trabalhos apresentados anteriormente, Souza (2014) não apresenta nenhuma categorização e sua análise ocorre concomitante à apresentação de cada capítulo estudado.

Temos ainda Pereira (2016) e Ocampos (2016), que analisaram as mesmas obras, sendo que o segundo fez uma análise com base em considerações de Foucault, enquanto a primeira dividiu as menções históricas em categorias. Além disso, em nossa pesquisa apresentaremos a análise do Manual do Professor dessas obras (PNLD 2015).

Destacamos aqui como alguns dos maiores pontos comuns de vários destes trabalhos o uso da pesquisa de Vianna (1995) como referência, visto que este autor analisou, entre outros materiais, uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental e estabeleceu categorias para as aparições históricas que ainda hoje são usadas e adaptadas em diversos estudos sobre História da Matemática em livros didáticos. Não aprofundaremos nesse espaço a discussão deste trabalho já que nosso foco aqui foram os resultados do levantamento mencionado, mas frisamos seu destaque no cenário de pesquisas sobre esse tema.

Com essas leituras, podemos ter uma visão inicial da produção acadêmica sobre a presença da História da Matemática em livros didáticos, que indica que, apesar das determinações do PNLD, ainda acontece de maneira diferente da recomendada, apresentando a Matemática como obra de gênios e dotada de regras absolutas, ao invés de uma matemática humana, cuja construção envolveu a superação de erros e dificuldades.

Considerando o foco dessa pesquisa, que é verificar a presença de recomendações e sugestões do uso de História da Matemática no livro do professor que se distinguem do livro do aluno, percebemos semelhanças e diferenças em relação aos resultados da busca. Entre as semelhanças, destacamos o uso de categorização das menções históricas, o fato de que diversos deles analisarem livros voltados para o ensino médio, assim como vários deles serem citados uns pelos outros. Já como principal diferencial, apontamos a verificação do material voltado ao uso do professor, visto que o PNLD exige que o manual do professor “[...] explicita as alternativas e recursos didáticos ao alcance do docente, permitindo-lhe selecionar, caso o deseje, os conteúdos que apresentará em sala de aula e a sequência em que serão apresentados” (BRASIL, 2014, p. 14), ou seja, traga apontamentos diferentes dos que já aparecem no livro do aluno. Nesse sentido, nos propusemos a verificar essas obras a fim de acrescentar considerações ao cenário atual das pesquisas que investigam a presença da História da Matemática no livro didático. Essa análise será apresentada no capítulo a seguir.

*“É preciso exigir de cada um o que cada um pode dar” (SAINT-EXUPÉRY, 2015, p. 53)*

## 5. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA: INDICAÇÕES AO PROFESSOR NOS LIVROS DIDÁTICOS

Em sua dissertação, na qual analisou “O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental”, Oliveira (2007) aponta que, apesar de as professoras acompanhadas na pesquisa afirmarem gostar dos livros didáticos adotados em suas escolas, levantaram aspectos negativos dos mesmos, “[...] sem que isso se constituísse em motivo para sua não utilização em sala de aula com os alunos.” (p. 107). Nesse sentido, consideramos que professores vêm utilizando os livros didáticos em suas aulas, dando ênfase ao que consideram mais adequado e buscando complementos quando julgam necessário.

Como já mencionamos, o foco na nossa pesquisa foi analisar a presença de indicações de uso da História da Matemática no manual do professor<sup>9</sup> dos livros didáticos aprovados no Guia PNLD 2015, para tanto analisamos esses materiais em busca de indicações aos professores além das que aparecem no livro do aluno, visto que já existem trabalhos que verificaram as coleções voltadas para o discente quanto a presença dessa estratégia, como o de Pereira (2016) e Ocampos (2016), que foram descritos no capítulo anterior.

### 5.1. Menções históricas nas coleções analisadas

Partindo das categorias definidas por Bianchi (2006), classificaremos as aparições históricas considerando se elas ocorrem na parte teórica do livro ou nas atividades, assim como a função que essas aparições desempenham na aprendizagem, e a partir daí faremos a distribuição das menções. Conforme apontado no capítulo anterior, quando foi feita a descrição da pesquisa de Bianchi (2006), as categorias da parte teórica eram: Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e Flash. Já nas atividades, as categorias são: Informação, Estratégia Didática e Atividade Sobre a História da Matemática. (BIANCHI, 2006, p. 48-49).

As coleções analisadas são: *Matemática – Paiva*, de Manoel Paiva, 2ª edição, 2013, Editora Moderna; *Novo Olhar: Matemática*, de Joamir Souza, 2ª edição, 2013, editora FTD. *Matemática – Ciência e Aplicações*, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn,

---

<sup>9</sup> Estamos chamando aqui de “corpo do livro” o trecho do livro que corresponde a parte comum do livro do professor/aluno, de “orientações ao professor” o apêndice do livro voltado exclusivamente para o docente, e de “manual do professor” o livro didático com a união dos dois anteriores

Roberto Périco, Nilze de Almeida, 7ª edição, 2013, Editora Saraiva; *Matemática – Ensino Médio*, de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, 8ª edição, 2013, Editora Saraiva; *Conexões com a Matemática*, de Fábio Martins de Leonardo, 2ª edição, 2013, Editora Moderna; e *Matemática: Contextos e Aplicações*, de Luiz Roberto Dante, 2ª edição, 2013, Editora Ática.

### 5.1.1. Matemática: Paiva

A primeira coleção a ser discutida será “Matemática: Paiva”, de Manoel Paiva, 2013. Adotamos aqui a definição de menções históricas adotada por Pereira (2016), que as determina como

[...] trechos que abordam: origem/surgimento de alguma ideia/noção/conceito relacionado à Matemática; atribuição de autoria (fatos, obras, teoremas, relações, paradoxos, etc); biografias; fatos da vida de estudiosos ou suas realizações no campo da Matemática; cronologias; histórico do desenvolvimento de algum conceito matemático; conhecimento das antigas civilizações a respeito da Matemática (babilônios, egípcios, gregos, chineses, árabes, etc); problemas de origem histórica (Papiro de Rhind, de Cairo, etc); utilização de conhecimentos matemáticos em outras áreas (Astronomia, Física, Artes, Arquitetura, etc), que fazem parte da HM. (PEREIRA, 2016, p. 46)

Detectamos 25 menções ao professor de uso da História da Matemática, sendo 17 distintas, visto que 4 delas se repetem em todos os livros da coleção. Dessas, 8 se encontram no livro 1, 9 no livro 2 e 8 no livro 3. Elas estão distribuídas no corpo do livro didático e nas orientações ao professor, salvo o livro 3, no qual as menções só aparecem no trecho voltado exclusivamente ao docente. Essas menções aparecem como textos que podem complementar a introdução de um assunto, propostas de busca por parte dos alunos, citação de nomes e datas como informação voltada ao professor.

Quadro 2: localização das indicações de uso da História da Matemática - Paiva

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menção nas orientações para o professor)
Matemática: Paiva	1	249	7, 12, 14[a], 14[b], 47, 48, 57
	2	16, 56	7, 12, 14[a], 14[b], 24, 34, 58
	3	-	7, 12, 14[a], 14[b], 30, 37, 38, 39

Fonte: elaborado pela autora

No livro 1, referente ao primeiro ano do Ensino Médio, identificamos apenas uma menção no corpo do livro didático (Figura 7), na página 249, seção “Roteiro de Trabalho”, o que aparece em todos os capítulos trazendo questões que levam o aluno a escrever um apanhado geral do que foi trabalhado naquele capítulo até então.

Figura 7 – Criação dos logaritmos

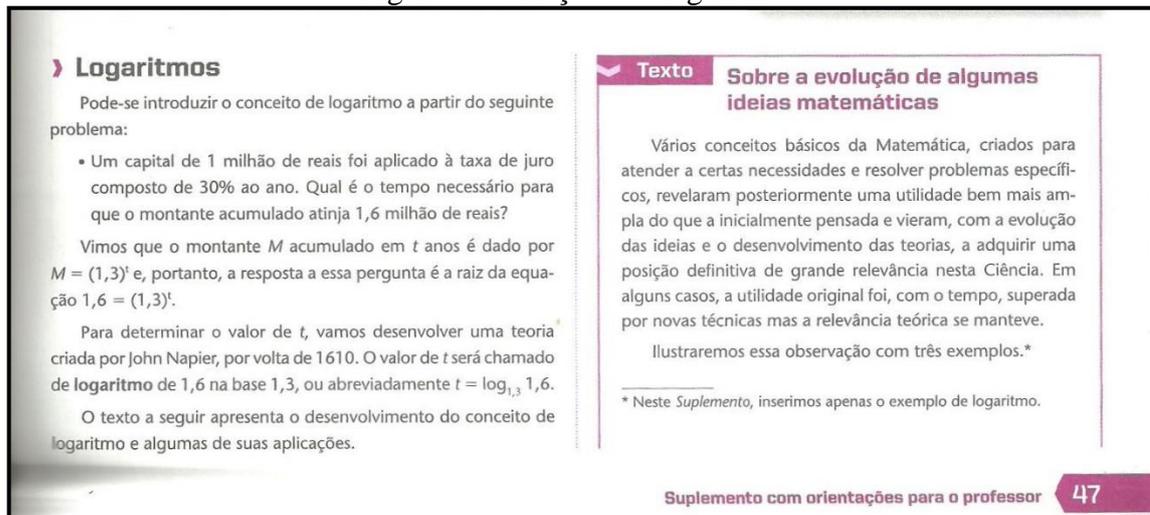
 <b>ROTEIRO DE TRABALHO</b>	
<p>1. Espera-se que os alunos associem a criação do logaritmo com a simplificação nos cálculos que envolvem multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. <b>Lembre-se: resolva as questões no caderno.</b></p> <p><b>1</b> A partir dos textos do capítulo e de outras fontes de consulta, junte-se a um colega e respondam: qual foi a motivação para a criação dos logaritmos?</p> <p><b>2</b> Em grupos, redijam um texto justificando por que não se define logaritmo de base 1. <i>Ver Suplemento com orientações para o professor.</i></p> <p><b>3</b> Em grupos, redijam um texto explicando a influência da base <math>b</math> na variação da função logarítmica de base <math>b</math>. <b>3.</b> Espera-se que os alunos estabeleçam que, se <math>b &gt; 1</math>, a função logarítmica é crescente. Já se <math>0 &lt; b &lt; 1</math>, a função logarítmica é decrescente.</p>	<p>5. b) Por exemplo, atribuindo a <math>p</math> o valor 4, temos <math>y = \log_2(x + 4)</math>. Observamos que o gráfico dessa função é uma translação horizontal de 4 unidades para a esquerda, em relação ao gráfico <math>y = \log_2 x</math>. Assim, a assíntota vertical do gráfico <math>y = \log_2(x + 4)</math> é a reta que passa pelo ponto <math>(0, -4)</math> e é paralela ao eixo das ordenadas. Atribuindo a <math>p</math> o valor <math>-4</math>, temos <math>y = \log_2(x - 4)</math>. Observamos que o gráfico dessa função é uma translação horizontal de 4 unidades para a direita, em relação ao gráfico <math>y = \log_2 x</math>. Assim, a assíntota vertical do gráfico <math>y = \log_2(x - 4)</math> é a reta que passa</p>

Fonte: Paiva, 2013, p. 249

Nesse roteiro, os alunos são levados a buscar a motivação para a criação dos logaritmos, que classificamos como “Atividade com Estratégia Didática”. Apesar do “Roteiro de Trabalho” estar presente no encerramento do capítulo, consideramos que esta proposta cumpre um dos objetivos do uso da história como estratégia didática, visto que permite que os alunos vejam “[...] a matemática como uma criação humana; [...] as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas; [...]” (MIGUEL, MIORIM, 2011, p. 53).

Junto à pergunta há uma indicação do que se espera que o aluno responda, enquanto no trecho correspondente a esse capítulo, no suplemento de orientações ao professor, há um texto que explica esse processo assim como uma introdução que menciona o matemático ao qual se atribui o desenvolvimento da teoria dos logaritmos (PAIVA, 2013, p. 48, orientações para o professor), o que nos levou a considerar essa menção como pertencente à parte teórica, categorizada como Flash (Figura 8).

Figura 8 – Criação dos logaritmos



Fonte: Paiva, 2013, p. 47 – Orientações ao professor.

Na sequência, temos um texto que discute a importância dos logaritmos no período de sua criação, e sua importância nos dias de hoje (PAIVA, 2013, p. 49, Orientações ao professor). Essa menção foi classificada por nós como Informação. Essas menções aparecem em dois momentos distintos no apêndice voltado ao professor, e em um momento no corpo do livro, contabilizando 3 menções acerca de um único tema.

Já entre as menções comuns a todos os livros, categorizamos todas como Informação. A primeira delas aponta que no suplemento de cada livro da coleção há informações sobre a História da Matemática e as demais se tratam de recomendações de leituras de obras que abordam a HM.

Ainda no apêndice com orientações ao professor, no trecho que se refere a sugestões para o desenvolvimento do infográfico do capítulo 4 (PAIVA, 2013, p. 57, Orientações ao professor), há encaminhamentos para que o professor verifique se os alunos conhecem personagens como Pitágoras e Gauss e propõe que se peça aos alunos que busquem em livros de História da Matemática mais informações sobre Eratóstenes. Nesse sentido, essa menção se caracteriza como Atividade Sobre a História da Matemática.

Já no livro do segundo ano, percebemos um aumento no número de menções históricas voltadas ao professor, sendo duas delas localizadas no corpo do livro didático e três nas orientações para o professor. No capítulo 1, novamente na seção “Roteiro de Trabalho”, temos a seguinte questão:

4. O termo Trigonometria foi criado em 1595 pelo matemático Bartholomeus Pitiscus para designar o ramo da matemática que estuda a

relação entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de um triângulo. Porém, a origem desse campo de estudo é muito mais antiga. O papiro de Rhind, escrito no Egito por volta de 1650 a.C., é constituído de 85 problemas, sendo que o de número 56 é um dos mais antigos registros conhecidos sobre Trigonometria. Pesquisem na internet sobre esse problema e redijam um texto sobre o assunto nele tratado. (PAIVA, 2013, p. 16)

Ou seja, há um momento do livro do aluno em que o professor pode levá-lo a buscar mais informações sobre um acontecimento da História da Matemática. Deste modo, essa menção foi classificada como Atividade Sobre a História da Matemática. Essa questão tem sugestão de resposta no manual do professor, que discutiremos logo adiante.

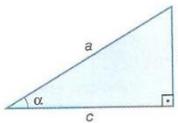
No capítulo 3 do mesmo livro, temos a indicação ao professor de que ao introduzir os conceitos de secante, cossecante e cotangente, pode ser conveniente discutir as origens das razões trigonométricas (Figura 9) e indica que há subsídios para isso no trecho do livro reservado ao professor. Como essa sugestão recebe destaque no livro do professor, sendo apresentada em fonte de cor diferente, mas trata-se de uma explicação sobre a origem de um conteúdo matemático, a classificamos como pertencente à parte teórica, como uma Informação.

Figura 9 – Indicação para o professor

5 **Secante, cossecante e cotangente**

No triângulo retângulo, estudamos três razões trigonométricas: o seno, o cosseno e a tangente, que revisamos a seguir.

FAUSTINO



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha} = \frac{b}{c}$$

As recíprocas (inversas) dessas razões também são chamadas de razões trigonométricas e recebem nomes especiais: a recíproca do seno é chamada de **cossecante** (cossec), a do cosseno é chamada de **secante** (sec) e a da tangente é chamada de **cotangente** (cotg), ou seja:

$$\text{cossec } \alpha = \frac{\text{medida da hipotenusa}}{\text{medida do cateto oposto a } \alpha} = \frac{a}{b}$$

$$\text{sec } \alpha = \frac{\text{medida da hipotenusa}}{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha} = \frac{a}{c}$$

$$\text{cotg } \alpha = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \alpha}{\text{medida do cateto oposto a } \alpha} = \frac{c}{b}$$

Generalizando, podemos definir as razões recíprocas do seno, cosseno e tangente de um arco trigonométrico de medida  $\alpha$ , desde que seja obedecida a condição de existência de cada razão, da seguinte maneira:

Fonte: Paiva, 2013, p. 56

Assim, podemos novamente perceber que há uma situação em que o autor da obra sugere ao professor o uso da HM, deixando a cargo do docente a opção por utilizá-la ou não.

Nas sugestões para o desenvolvimento dos capítulos, paralelamente ao que constatamos no primeiro capítulo do livro, há apontamentos sobre a História da Trigonometria em diversas épocas e a contribuição dada a esse desenvolvimento por gregos, hindus, árabes e persas. Traz alguns exemplos ao longo do texto, que possui 6 páginas, e aponta diversos nomes e datas de matemáticos que tiveram papéis consideráveis no desenvolvimento dessa área. Pela característica informativa do texto, ele foi categorizado por nós como Informação.

De maneira análoga ao que se percebe no corpo do livro didático, há sugestões para o uso da HM na seção reservada a sugestões para o capítulo 3. Nesse trecho há um texto que questiona “De onde vêm os nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente etc)? E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?” o que nos levou a categorizar essa menção como Informação, já que como vimos na descrição da dissertação de Ferreira (2006) apresentada anteriormente, a História da Matemática pode responder a esses questionamentos, e é o que o texto que acompanha a pergunta faz: aponta justificativas para essa nomenclatura, que se apoiam na História da Matemática.

Como é indicado pelo PNLD, o manual do professor deve conter, além das respostas às atividades, a resolução das mesmas. Na seção do manual reservada a essas soluções, no trecho correspondente ao capítulo 1, há uma possibilidade de texto que os alunos podem produzir em resposta a questão do Roteiro de Trabalho anteriormente mencionada, a respeito do Papiro Rhind, além de um endereço *online*<sup>10</sup> para acesso a uma citação do problema 56 desse documento. Por ser uma resposta a atividade presente na página 16 desse mesmo livro, que foi classificada como Atividade Sobre a História da Matemática, essa menção presente no trecho de orientações ao professor foi classificada na mesma categoria.

No livro destinado ao terceiro ano, constatamos o menor número de orientações ao professor sobre o uso da História da Matemática para complementar e enriquecer o ensino dessa coleção. No corpo do livro não há indicações ao professor para o uso dessa estratégia, mas temos três indicações na seção Suplemento com Orientações para o Professor. Dessas três indicações, uma foi dividida por nós em duas categorias, por se tratar de um texto de três páginas e meia que possui quatro tópicos.

---

<sup>10</sup> Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. Disponível em <[http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro\\_rhind.htm](http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm)>

No trecho que contém orientações para serem usadas no capítulo 4, intitulado “complementos sobre o estudo da reta” há um texto intitulado “utilizando a história no ensino de Geometria”, que segundo o autor visa pelo “[...]enriquecimento dos conteúdos trabalhados.” (PAIVA, 2013, p. 30, Orientações ao professor). No entanto, diferente de textos que são fornecidos nos outros livros dessa coleção, esse texto é voltado ao professor, com indicações da importância do uso de problemas históricos ou de adaptações destes para possibilitar discussões em sala de aula, além de abordar a questão das representações semióticas de Raymond Duval, e o relacionamento dessas representações com a aprendizagem de Geometria. Por esse motivo, essa menção foi categorizada como Estratégia Didática, já que apresenta ao professor possibilidades e potencialidades da incorporação da História da Matemática no ensino.

Na seção reservada a orientações ao capítulo 7, em que é abordado o conjunto dos números complexos, há orientações sobre o uso de uma representação em detrimento de outra, já que a que teria sido historicamente utilizada pode levar os alunos a interpretações equivocadas (figura 10). Nessa menção, é sugerido ao professor que defina a unidade  $i$  como um número tal que  $i^2 = -1$ , já que apesar de historicamente ele ter sido utilizado como  $\sqrt{-1}$ , podemos levar os alunos a acreditarem que existem dois valores para  $i$ . Ou seja, apesar de ter havido uma abordagem comumente utilizada, o autor propõe que esse não seja o tratamento empregado pelo professor, devido a possibilidade de confundir o aluno, o que consideramos ir ao encontro do que afirmam Miguel e Miorim (2011, p.61) quando colocam que a História da Matemática pode servir como “[...] fonte de seleção e métodos adequados de ensino para diferentes tópicos da Matemática escolar”.

Figura 10 – Notação para os números complexos

**› Número complexo**

I. Embora, historicamente, tenha-se usado o símbolo  $\sqrt{-1}$  para representar a unidade imaginária  $i$ , é preferível não usá-lo, porque ao escrever  $i = \sqrt{-1}$  cometem-se dois erros: afirmar que existem dois valores diferentes para  $i$ , pois existem duas raízes quadradas de  $-1$ ; contrariar a propriedade transitiva da igualdade (ver a seguir); por isso, a opção para definir a unidade  $i$  como sendo um número tal que  $i^2 = -1$ .

Fonte: Paiva, 2013, p. 37

Em seguida é apresentada uma breve explicação sobre a criação da representação geométrica para os números complexos e apontamentos sobre matemáticos que constroem objetos similares sem terem conhecimento das produções dos outros matemáticos e acabam

ficando com a “glória” (PAIVA, p. 37, Orientações ao professor) da criação para si, mesmo não tendo sido os pioneiros nos estudos em questão. Em decorrência da sugestão quanto ao uso de determinada notação para lidar com os números complexos, a fim de evitar ambiguidades entre os alunos, essa menção foi categorizada como Estratégia Didática.

Na mesma seção, ainda discutindo números complexos, o autor traz um texto com três páginas e meia, intitulado “A emergência dos números complexos”, no qual há uma retomada histórica sobre os primeiros aparecimentos de equações que levavam a raízes negativas, explicando que apenas com o estudo das equações de terceiro grau houve a necessidade de trabalhar com esses números, que até então eram considerados apenas indicativos de que o problema em estudo cujos passos da resolução levaram a esses valores não possuíam solução.

Essas informações se localizam no segundo tópico do texto, intitulado “A necessidade dos números complexos”, que foi categorizado como Estratégia Didática, já que por meio da apresentação de questões levantadas na época, justifica a necessidade que levou à formalização desses números. Os demais tópicos do texto (1. Introdução; 3. Progressos ulteriores; 4. A representação gráfica) trazem informações extras acerca desse conjunto, o que consideramos como Informação. Ainda há a referência a diversos matemáticos, como Bhaskara (1114 - 1185 aproximadamente), Luca Paccioli, Raphael Bombelli, Cardano, Carl Friederich Gauss, John Wallis, entre outros, perpassando o processo de idas e vindas que levou a criação e formalização desse conjunto numérico, colocando no decorrer do texto exemplos de equações que teriam levado esses e outros matemáticos a conclusões que os fizeram perceber ou descartar a necessidade de considerar esses números em seus estudos.

Podemos constatar nessa coleção que não há muitas sugestões ao professor do uso da HM de maneira ativa pelo aluno, visto que das 17 menções contabilizadas, apenas quatro delas foram consideradas por nós como sugestões para que o estudante busque por informações relativas à História da Matemática, sendo duas delas colocadas como questões no “roteiro de estudos”, e uma como complemento ao infográfico que introduz um capítulo.

### **5.1.2. Novo Olhar: Matemática**

A segunda coleção analisada por nós foi “Novo Olhar: Matemática”, de Joamir Souza, 2013. De maneira similar ao constatado na coleção de Manoel Paiva, percebemos que na coleção de Joamir Souza não há um aumento linear de citações à HM de um livro para o outro, visto que contabilizamos 20 menções no livro 1, 16 no livro 2 e 23 no livro 3, totalizando 59 menções históricas voltadas ao professor, sendo 44 distintas. Os livros trazem indicações ao

professor no corpo do livro e no manual mas a concentração é maior no manual do professor, que traz sugestões de textos complementares, demonstrações, biografias.

Quadro 3: localização das indicações de uso da História da Matemática – Souza

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menções nas Orientações ao professor)
Novo Olhar: Matemática	1	280	6, 8, 13, 18, 28, 31, 33, 40, 42, 47, 57, 60, 62, 75, 83, 88, 90, 91, 172
	2	221	6, 8, 13, 18, 28, 31, 33, 39, 41, 77[a], 77[b], 82, 84, 127
	3	150	6, 8, 13, 18, 28, 31, 33, 45, 46, 48, 49, 55, 58, 62, 65, 68, 70 [a], 70 [b] 73, 75, 76, 79

Fonte: elaborado pela autora

No livro 1, temos uma indicação de uso da História da Matemática ao professor no corpo do livro, e 19 na seção com orientações voltadas a ele, totalizando 20 menções. A primeira menção (Figura 11) se encontra junto a uma atividade sobre o surgimento da trigonometria. Nessa atividade, são apresentados dados utilizados por Aristarco para estimar a distância entre a Terra e o Sol e a Terra e a Lua por volta de 260 a.C. A partir da atividade, há uma recomendação para que o professor explique aos alunos que o resultado obtido é uma aproximação feita utilizando o mesmo método adotado por Aristarco. Deste modo, essa menção foi classificada por nós como Atividade Sobre a História da Matemática.

Figura 11 – Aristarco e a estimativa de grandes distâncias

54. Conforme já mencionado neste capítulo, é provável que o estudo inicial da Trigonometria esteja diretamente relacionado à Astronomia. Por isso, quando estudamos a História da Matemática, nos deparamos com diversos problemas astronômicos envolvendo as relações trigonométricas. Um desses problemas, que lidava com as distâncias da Terra ao Sol e da Terra à Lua, foi tratado por Aristarco de Samos (c. 310-230 a.C.) em cerca de 260 a.C.

Aristarco observou que, quando a Lua estava com a metade iluminada e a outra metade escura, a Terra, o Sol e a Lua formavam um triângulo retângulo. O ângulo reto era localizado no vértice ocupado pela Lua; no vértice ocupado pela Terra havia um ângulo de  $87^\circ$ ; e no vértice ocupado pelo Sol, um ângulo de  $3^\circ$ .



Hartmann Schedel, Séc. XV. Gravura. Coleção particular. Foto: Image Asset Management/Age Fotostock/Glow Images



Aristarco de Samos

- a) De acordo com os dados obtidos por Aristarco, a distância da Terra ao Sol corresponde a quantas vezes a distância da Terra à Lua? *aproximadamente 19 vezes*
- b) Atualmente, com equipamentos mais modernos e precisos, verificou-se que o ângulo no vértice ocupado pela Terra é de aproximadamente  $89,83^\circ$ , e não de  $87^\circ$ , como estimava Aristarco. Considerando este ângulo, calcule novamente quantas vezes, aproximadamente, a distância da Terra ao Sol corresponde à distância da Terra à Lua. *aproximadamente 333 vezes*
- Considere  $\text{sen}0,17^\circ = 0,003$ .
- c) A partir do resultado obtido no item b, determine a distância aproximada da Terra ao Sol, sabendo que a distância da Terra à Lua é, aproximadamente, 384 400 km. *aproximadamente 128 005 200 km*
- d) Em sua opinião, a diferença aproximada de  $2,83^\circ$  entre as medições realizadas por Aristarco e as atuais, com o auxílio de equipamentos mais modernos, ocasiona discrepância considerável no cálculo da distância da Terra ao Sol? Justifique. *Resposta no final do livro.*

\*Explique aos alunos que a distância da Terra ao Sol é de aproximadamente 150 000 000 km; o valor obtido, nesta atividade é uma aproximação utilizando o mesmo método empregado por Aristarco.

280

Fonte: Souza, 2013, p. 280

As seguintes referências à história se encontram na seção de orientações ao professor que são comuns aos três livros da coleção, ou seja, aparecem em todos, nas mesmas páginas: 6, 8, 13, 18, 28, 31 e 33. A primeira delas foi categorizada como Informação, por explicar ao professor que na seção “Explorando o tema” são abordados temas ligados à HM. Na menção seguinte, o autor explica que em algumas questões é apresentado o contexto histórico do tema que está sendo estudado, caracterizando-se também como Informação.

A menção da página 13 aponta que no capítulo 1 do livro 1, a seção “Explorando o tema” discute a Sequência de Fibonacci e o número  $\phi$ , sendo também categorizada como Informação. A menção seguinte, localizada na página 18 (figura 12), aponta junto a trechos de documentos oficiais a informação de que é esperado de um aluno que conclui o Ensino Médio a compreensão de que a Matemática é um conhecimento historicamente construído, se caracterizando também como Informação. Na página 28, entre indicações de recursos que

podem ser utilizados para enriquecer o ensino, o autor aponta a História da Matemática, o que nos levou a classificar essa menção como Informação.

Figura 12 –Matemática no Ensino Médio

Dessa maneira, acredita-se que o ensino de Matemática pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades relacionadas à compreensão, comunicação, investigação e contextualização sociocultural.

Ao concluir o Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam utilizar o conhecimento matemático na resolução de problemas práticos relacionados ao cotidiano ou a outras áreas do conhecimento, além de compreender a Matemática enquanto ciência organizada e como um conhecimento social e historicamente construído, percebendo seu papel junto ao desenvolvimento científico e tecnológico.

Fonte: Souza, 2013, p. 18, orientações ao professor

Nas páginas 31 e 33 temos recomendações de leitura sobre a História da Matemática, 10 sugestões na página 31, assim como recomendações mais gerais sobre os temas abordados na coleção na página 33, entre as quais há 3 sugestões que abordam a História da Matemática. Por se tratarem de sugestões de leitura ao docente, o qual pode decidir se e como essas referências poderão ser utilizadas em sala de aula, não foram classificadas por nós em uma das categorias especificadas.

Na página 40 do manual do professor, encontramos outra referência à história: a sugestão de ao trabalhar os números irracionais, na página 36 do livro do aluno, o professor apresente a demonstração de Euclides para a afirmação de que  $\sqrt{2}$  é irracional, assim como explicar aos alunos que “a descoberta” desse tipo de número causou um abalo na Escola Pitagórica. Assim, consideramos essa menção como pertencente à teoria, em que ocorre o uso da História da Matemática como Estratégia Didática, visto que a partir de uma demonstração histórica é mostrado aos alunos uma justificativa matemática.

A sugestão seguinte, na página 42 das Orientações ao professor, sugere que o docente apresente um texto sobre Fibonacci, que traga algumas contribuições sobre ele, suas obras, e uma breve biografia. Essa menção foi categorizada por nós como parte das atividades, visto que propõe ao professor que peça para os alunos pesquisarem aplicações da Sequência de Fibonacci, bem como do número de ouro. Assim, classificamos essa menção como Atividade Sobre a História da Matemática, e também como Atividade com Informação Histórica.

Em seguida, agora na página 47 das orientações para o professor, há um texto que relaciona Matemática e Língua Portuguesa ao falar das mensagens criptografadas. A partir dessa relação, o autor afirma que essas mensagens são transmitidas por meio de uma função que relaciona representações simbólicas, com um texto sobre a construção e funcionamento do disco de cifras. Sugere ainda que os alunos construam seu disco a partir dos materiais presentes

no livro. Neste sentido, consideramos essa menção como pertencente à parte teórica, sendo caracterizada como Estratégia Didática, visto que por meio do problema histórico de enviar mensagens que não deveriam ser lidas por qualquer pessoa, é trabalhado o conceito de função.

A sugestão seguinte se encontra na página 57 das orientações para o professor. Em referência a uma atividade da página 128 do livro do aluno, o autor aborda a proporção áurea e em seguida propõe que seja feita uma relação entre o número de ouro e a sequência de Fibonacci. Essa menção foi categorizada como Atividade com Estratégia Didática. Já na página 60 das orientações para o professor é sugerido que o docente apresente um texto que traz uma experiência realizada por Galileu sobre o tempo de queda de um corpo. O autor recomenda que esse texto seja apresentado após a discussão da seção “explorando o tema” da página 144 do livro do aluno. Junto com o texto, são propostas discussões envolvendo funções quadráticas e a equação proposta por Galileu sobre a distância percorrida por um objeto em queda livre em função do tempo. Portanto, essa menção foi categorizada como Atividade com Informação.

Na página 62 das orientações para o professor, o autor apresenta um pequeno texto sobre a vida e as contribuições de Fermat, e sugere que ele seja trabalhado após a resolução de uma atividade da página 152 sobre o último teorema de Fermat. Esse texto foi categorizado como pertencente a parte teórica, como Informação. Na página 75, há uma sugestão para que o professor peça aos alunos para pesquisarem, em grupo, a história do conceito de módulo na Matemática e em seguida apresentarem suas descobertas para a turma. Essa busca é sugerida como complemento da explicação sobre o estudo de vetores na Física com foco no deslocamento de um corpo. Essa menção foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática.

Como complemento, a atividade presente no livro do aluno sobre o paradoxo de Zenão sobre Aquiles e a Tartaruga na página 83 das orientações para o professor, o autor apresenta um pequeno texto sobre o filósofo, o objetivo de seus paradoxos e sua morte. Essa menção foi categorizada como Informação, na parte teórica. Já na página 88 do manual, como complemento ao estudo do Teorema de Pitágoras, é sugerido que o professor solicite aos alunos uma busca sobre demonstrações alternativas a esse teorema. Categorizamos essa menção como Atividade com Estratégia Didática, visto que propõe que os alunos apresentem as demonstrações encontradas, sendo elas produzidas ao longo do tempo, mesmo que uma demonstração única seja suficiente para validar um resultado matemático.

Em paralelo à abordagem existente no livro do aluno sobre o desenvolvimento da trigonometria, as orientações para o professor sugerem que seja trabalhado um pequeno texto

sobre o astrônomo Hiparco, sua construção de uma tábua de cordas e a equivalência dela com uma tábua de senos. Essa menção foi categorizada como informação geral, sendo parte da teoria. Ainda no estudo do Teorema de Pitágoras, como acréscimo à uma seção em que é explorada a relação dele com as navegações do século XV, há um pequeno texto com a biografia de Pitágoras. Junto com este texto, há propostas de questões a serem levantadas pelo professor sobre a utilização do triângulo de lados 3, 4 e 5 desde a antiguidade. Por isso, essa menção foi classificada como Atividade com Informação.

A última menção categorizada por nós encontra-se no trecho das orientações para o professor que apresenta as resoluções das atividades. Em resposta à atividade 54 da página 280, sobre as distâncias entre Terra e Lua e Terra e Sol estimadas por Aristarco, o autor apresenta que há uma diferença considerável entre os dados obtidos pelo astrônomo e os dados atuais, obtidos “[...] com o auxílio de equipamentos mais modernos” (p. 280). Assim, essa menção foi classificada como Atividade Sobre a História da Matemática.

No livro 2, obtivemos um total de 10 menções, das quais, novamente, apenas uma se encontra no corpo do livro didático, estando as demais presentes na seção reservada ao professor. Na página 221 do livro didático, na introdução do conceito de fatorial, há uma sugestão ao professor (em letras rosas, no canto da página) para que informe aos alunos quem foi o responsável pela introdução da notação utilizada atualmente e o motivo para adoção de tal notação, ou seja, a História da Matemática aparece nesse momento como fonte de identificação de obstáculos epistemológicos (MIGUEL, MIORIM, 2011). As duas menções seguintes são as indicações de leitura, que acreditamos que possam ser classificadas em todas as (ou nenhuma) categorias. Por esse motivo, categorizamos essa menção como Estratégia Didática, pertencente à parte teórica.

Conforme já descrevemos anteriormente, nas páginas 31 e 33 das orientações para o professor de todos os livros temos a indicação de algumas leituras que abordam a História da Matemática, as sugestões são as mesmas nos três livros, e podem ser classificadas em qualquer uma das categorias. Já na página 39 das orientações para o professor, em complemento a uma atividade que aborda a razão áurea, há um texto sobre ela e sua história seguido de um passo-a-passo para a divisão de um seguimento na razão áurea, portanto se caracteriza como Atividade com Estratégia Didática.

Paralelamente ao estudo das funções trigonométricas, na página 41 das orientações para o professor há um texto com informações sobre Gilles Personne de Roberval que teria sido o

primeiro a esboçar a curva da função seno. Assim, classificamos essa menção como parte da teoria, sendo uma Informação. Já na página 77 temos duas menções distintas:

Figura 13 – Menções da página 77 - livro 2

Página 204

- Ao resolver a atividade 36, peça aos alunos que utilizem a fórmula de resolução do problema 50 do Papiro de Rhind para verificar se a aproximação feita pelos egípcios é satisfatória. Solicite que construam uma circunferência com 9 cm de raio e um quadrado com a medida do lado equivalente a  $\frac{8}{9}$  do diâmetro da circunferência, comparando a área dessas duas figuras visual e numericamente.

EXPLORANDO O TEMA

A medição da terra

- Nessas páginas é apresentada uma relação entre as disciplinas de Matemática e História. Nelas, o conceito de área de polígono é associado ao método utilizado pelos antigos egípcios para demarcar as divisões de terras. Nessa abordagem, é aplicado o método de cubação para calcular áreas de terrenos, técnica utilizada no Antigo Egito.

Peça aos alunos que leiam o texto e respondam às questões propostas. Caso tenham dificuldades, promova uma discussão com toda a turma.

Verifique se os alunos percebem que o cálculo de área de figuras planas que estudamos na escola nem sempre é o mesmo utilizado pelos camponeses. Diga que o cálculo utilizado pelos camponeses pode variar, de acordo com a localização geográfica.

Para complementar as informações do texto, diga aos alunos que existem medidas agrárias que não são padronizadas. O alqueire, utilizado na maioria das regiões do Brasil para determinar áreas rurais, é um exemplo, pois o alqueire paulista possui 24 200 m<sup>2</sup>, enquanto o alqueire mineiro possui exatamente o dobro, 48 400 m<sup>2</sup>.

Se achar conveniente, faça outros questionamentos, como, por exemplo, a relação entre a medida topográfica e a medida obtida pelo método da cubação.

Fonte: Souza 2013, p. 77, orientações para o professor

Como a primeira menção sugere que os alunos façam uso o método utilizado pelos egípcios para estimar a área do círculo, classificamos como Atividade Com Estratégia Didática. Já a segunda menção dessa página também foi classificada como Estratégia Didática por se tratar de um complemento a uma atividade do livro que trata da cubação, método utilizado pelos egípcios para calcular a área de terrenos por meio da aproximação de figuras cujo cálculo da área é mais simples. É sugerido que esse método seja discutido, e que as atividades presentes no corpo do livro sejam discutidas e respondidas utilizando o método egípcio.

A menção seguinte, localizada na página 82 das orientações para o professor, é bastante sucinta e se restringe a afirmar que na introdução do capítulo de probabilidade buscou-se levar aos alunos determinados fatos históricos sobre o desenvolvimento dessa área, logo, se caracteriza como Informação, pertencente à parte teórica. De forma similar, acontece a menção seguinte: a informação de que de Moivre foi a primeira pessoa a trabalhar com a curva normal, acompanhada da sugestão de que essa informação seja fornecida aos alunos juntamente com uma atividade do livro do aluno. Portanto, se caracteriza como uma Atividade com Informação. A última menção foi localizada no trecho do livro com as resoluções das atividades: a resposta

da atividade 79 do capítulo 3 que trata de um problema de conversão de moedas proposto por Tartaglia, sendo categorizada como Atividade com Informação.

No livro 3, contabilizamos 18 menções, das quais duas se encontram na parte comum aos três livros da coleção. Quanto as menções específicas do livro 3, a primeira se encontra no corpo do livro didático, na introdução do estudo de geometria analítica em que há uma indicação, junto a um texto que menciona René Descartes, de que ao fim do capítulo esse estudioso é novamente abordado. Classificamos como Atividade sobre a História da Matemática, a recomendação presente na página 150 do livro do aluno que indica ao professor que há uma atividade sobre René Descartes que complementa o assunto estudado: geometria analítica.

Já na seção do livro destinada ao professor, na página 45, o autor apresenta um texto complementar sobre a vida e obra de Tales, a ser trabalhado concomitante ao conteúdo da página 46 do livro em que é feita a introdução da geometria espacial de posição. Como o próprio autor indica, esse texto traz informações sobre Tales de Mileto, portanto foi classificado como pertencente à teoria, na categoria de Informação. Ainda como recomendação a esse capítulo, o autor sugere que o professor diga aos alunos que o postulado 7 (conhecido popularmente como 5º postulado) foi objeto de estudo de diversos matemáticos por diversos anos, que tentaram demonstrá-lo e a partir dessas tentativas construíram outras geometrias. Sugere também que a partir dessa informação, o professor peça aos alunos que realizem buscas sobre as geometrias não euclidianas, o que se caracteriza como uma Atividade Sobre a História da Matemática.

Entre as recomendações sobre poliedros, o autor sugere na página 48 das orientações para o professor que o ensino seja relacionado a fatos históricos, a fim de que os alunos compreendam as relações atribuídas pelos gregos entre a matéria e os poliedros e em seguida apresenta um pequeno texto sobre esse assunto. Propõe também que o professor organize um trabalho de pesquisa com os alunos sobre esse tema. Portanto, classificamos essa menção como Atividade Sobre a História da Matemática. Já na página 49, é proposto que seja inserido um texto com informações sobre a vida de Leonhard Euler de maneira paralela ao estudo da relação entre vértices, faces e arestas dos poliedros, conhecida como Relação de Euler. Por se tratar de um texto informativo, categorizamos essa menção como Informação.

Na página 55 das orientações para o professor, como complemento ao estudo do volume do cone realizado na página 126, o autor traz um texto sobre a vida e as contribuições de Eudoxo. Na página 58, ao apresentar para o professor o que será abordado na unidade 3, o autor aponta que os capítulos que compõem essa unidade se baseiam no sistema de coordenadas

criado por Descartes no século XVII. A menção se restringe a isso, sem se aprofundar, mas na página 62 das orientações para o professor o autor apresenta um pequeno texto sobre a vida de Descartes. Classificamos essas três menções como pertencentes à teoria, na categoria de Informação.

Como complemento a uma atividade da página 209 do livro do aluno que discute a trajetória percorrida por um cometa, é sugerido na página 65 das orientações para o professor que se trabalhe um texto sobre Kepler e suas contribuições para a Astronomia. Essa menção se caracteriza como Informação, pertencente à parte teórica, e é complementada na página 68 das orientações para o professor, em que o autor recomenda que o professor informe aos alunos que as leis de Kepler marcaram a História da Matemática e da Astronomia e que, a fim de justificá-la, Newton teria sido levado “[...] a desenvolver a teoria mecânica celeste moderna”. Essa menção foi categorizada como Atividade com Informação.

Quanto ao estudo de números complexos, em um texto voltado especificamente para o professor, na página 70, o autor sugere abordagens para o ensino desse tema, chamando atenção do docente para o processo histórico de construção e aceitação dos conjuntos numéricos como a preocupação de matemáticos quanto à abordagem de raízes de índice par e radicandos negativos, e como essa preocupação levou ao desenvolvimento do conjunto dos números complexos. Apesar de os textos estarem todos nas orientações para o professor, alguns são sugestões de uso em sala de aula e outros se destinam apenas à reflexão do docente, que é o caso do texto em questão (Figura 14).

Essa menção foi categorizada como Estratégia Didática justamente por propor que o professor destaque que por muito tempo apenas o uso dos números racionais foi suficiente para suprir as necessidades humanas, mas a partir de certo ponto foi necessário ir além, levando então ao conjunto dos números irracionais. De maneira similar ocorreu com os conjuntos dos números reais e dos números complexos. Nesse contexto, o autor sugere questionamentos a serem feitos pelo professor para que os alunos entendam os passos da construção do conjunto, da aceitação desses números e dos avanços possibilitados por eles.

Figura 14 – Orientações para o ensino de números complexos

Lembre a eles que, durante o desenvolvimento histórico da humanidade, por muito tempo pensou-se que apenas os racionais fossem suficientes para expressar as necessidades humanas. Mas, em certo momento, o ser humano se deparou com a incomensurabilidade, desenvolvendo então o conjunto dos números irracionais.

Verifique se os alunos lembram que a união do conjunto dos irracionais com o conjunto dos racionais corresponde ao conjunto dos números reais.

Quando acrescentamos a operação da radiciação às quatro operações básicas e continuamos a experiência descrita, um novo problema surge. Não se define, em nenhum dos conjuntos numéricos acima citados, nem mesmo nos reais, a raiz de índice par de um número negativo.

Na introdução do capítulo, tenta-se mostrar como alguns matemáticos se preocuparam com essa questão, e que isso culminou no desenvolvimento de um novo conjunto numérico, o dos números complexos.

Leve os alunos a perceber que as necessidades humanas, em geral, determinam o desenvolvimento da Matemática. Esta, por sua vez, permite o desenvolvimento científico e tecnológico, evidenciando seu caráter prático.

Diga aos alunos que o desenvolvimento do conjunto dos números complexos permitiu aos cientistas e físicos explorar os conceitos relacionados à eletricidade e à eletrônica, por exemplo.

Se possível, em parceria com o professor de Física, peça aos alunos que pesquisem temas relacionados à corrente alternada, ao campo magnético e outros assuntos diretamente relacionados com números complexos. Os alunos devem saber que no processo pelo qual a energia elétrica chega às nossas residências estão presentes cálculos que envolvem os números complexos.

Fonte: Souza, 2013, p. 70, orientações para o professor

Ainda na página 70, o autor sugere que após abordar as informações históricas presentes no livro do aluno, o professor complemente a discussão com um texto sobre Cardano. Essa menção foi categorizada como Informação, sendo parte da teoria. Na página 73 do manual (figura 15) que traz sugestões paralelas ao estudo do texto histórico presente na página 253 do livro do aluno, encontram-se algumas informações complementares sobre matemáticos que contribuíram na construção e formalização dos números complexos, além da proposta de resolução de um problema de Heron de Alexandria. Essa menção foi categorizada como Atividade Com Informação.

Figura 15 – construção dos números complexos

**EXPLORANDO O TEMA****Números complexos (A história de  $\sqrt{-1}$ )**

- Organize os alunos em duplas, para que leiam o texto e respondam às questões propostas. Promova um debate, agindo como mediador, com o objetivo de que eles compreendam melhor o texto. Se alguma dupla apresentar dificuldades em responder às questões, peça a um integrante de outra dupla que escreva a solução na lousa e justifique sua resposta, pois, com a linguagem dos próprios alunos, talvez haja maior facilidade na compreensão. Para complementar as informações do texto, comente um pouco mais sobre alguns dos principais personagens da história dos números complexos. Apesar de sua grande contribuição para esse ramo da Matemática, Caspar Wessel (1745-1818) e Jean Robert Argand (1768-1822) não eram professores de Matemática. Wessel, nascido em Julsrud, na Noruega, era agrimensor, e Argand, nascido em Genebra, na Suíça, era guarda-livros. Já Carl Friedrich Gauss (1777-1855), nascido em Brunswick, na Alemanha, é considerado o maior matemático do século XIX e, ao lado de Arquimedes e Isaac Newton, é um dos maiores da história.

Peça aos alunos que escrevam e resolvam uma equação quadrática em que o discriminante seja o mesmo da expressão que aparece na *Stereometrica*, de Heron de Alexandria.

Possível resposta:  $6x^2+9x+6=0$ , em que  $x=\frac{-9+i\sqrt{63}}{12}$  ou  $x=\frac{-9-i\sqrt{63}}{12}$

- Resolução de algumas questões:

d) Utilizando a fórmula resolutiva, temos:

$$336x^2+24=172x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 84x^2-43x+6=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{43 \pm \sqrt{-167}}{168} \begin{cases} x_1 = \frac{43+i\sqrt{167}}{168} \\ x_2 = \frac{43-i\sqrt{167}}{168} \end{cases}$$

Fonte: Souza, 2013, p. 73, orientações para o professor

Na seção paralela, a unidade que aborda polinômios e equações polinomiais das orientações para o professor sugerem na página 75 que ele apresente informações adicionais sobre Mandelbrot, que foi um dos matemáticos que contribuiu para o desenvolvimento dessa geometria. Sendo parte da teoria, essa menção foi classificada como Informação. Na sequência, junto à introdução do estudo de polinômios, na página 258 do livro do aluno há uma breve seção sobre um experimento de Galileu que, na página 76 das orientações para o professor, é complementada por uma pequena biografia dele para que o professor aprofunde a discussão sobre a vida desse estudioso, sendo categorizada como Informação.

A última menção histórica localizada por nós na coleção de Joamir Souza se encontra na página 79 das orientações para o professor e é colocada como informação complementar a um texto presente no livro do aluno que conta com informações históricas sobre as equações de graus 3 e 4. Em uma breve sugestão, o autor indica que o professor informe aos alunos que a obra *Ars Magna*, de Cardano, foi tão impactante na Matemática que 1545, ano em que foi

publicada, é referenciado como o início da Matemática Moderna. Concomitantemente, o autor propõe que o professor solicite que os alunos resolvam equações análogas às apresentadas por Cardano, utilizando, se preferirem, o método proposto pelo matemático. Portanto, essa menção foi classificada como Atividade com Informação.

### 5.1.3. Matemática – Ciência e Aplicações

A terceira coleção analisada foi “Matemática – Ciência e Aplicações”, de Gelson Iezzi et. al., 2013. Nesta coleção, contabilizamos 37 menções ao todo, no entanto, 10 menções se repetem em todos os livros da coleção, portanto, tivemos 17 menções distintas. Além disso, nesta coleção não foram localizadas menções no corpo do livro: todas elas se restringem ao trecho com orientações ao professor. No livro 1, foram localizadas 10 menções na seção das orientações ao professor que são comum aos três livros e 2 menções específicas para o primeiro ano, totalizando 12 menções. No livro 2, além das 10 menções comuns à todos os livros da coleção, foram localizadas outras duas menções específicas para o segundo ano, também totalizando 12 menções. No livro 3, temos novamente as 10 menções que constam nos três livros e 3 menções específicas para o terceiro ano, totalizando 13 menções.

Quadro 4: localização das indicações de uso da História da Matemática

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menção nas orientações para o professor)
Matemática – ciência e aplicações	1	-	327, 329, 332, 337, 345, 346 [a], 346 [b], 347, 348, 353, 356, 359
	2	-	328, 329, 333, 338, 346, 347 [a], 347 [b], 348, 349, 354, 355, 360
	3	-	263, 265, 268, 273, 281, 282 [a], 282 [b], 283, 284, 289, 291 [a], 291 [b], 294

Fonte: elaborado pela autora

No livro 1, a menção da página 327 indica para o professor que em diversos momentos nos capítulos da coleção, são feitas referências a acontecimentos da História da Matemática para que o aluno tenha contato com ela. Por essa característica, essa menção foi classificada como pertencente à parte teórica, sendo uma Informação. A menção seguinte apenas cita como

exemplo de integração entre Matemática e Astronomia a estimativa realizada por Eratóstenes para determinar o raio da Terra, por isso, foi classificada como pertencente à parte teórica, sendo um Flash.

A menção na página 332, é um trecho dos PCN+ trazido pelos autores. Nela é apontada a importância da dimensão histórica da Matemática e suas relações com a sociedade e cultura a cada momento, assim como suas formas de se relacionar com outras áreas. Classificamos essa menção como parte da teoria, sendo uma Informação. Já na página 337, ainda em referência aos PCN+, temos um trecho que aponta como competência a ser desenvolvida em Matemática pelos alunos do Ensino Médio a compreensão de que a construção da Matemática é um processo histórico. Por isso, categorizamos essa menção como Estratégia Didática pertencente à parte teórica, visto que defende o uso da HM como potencializadora na construção do conhecimento.

Na página 345, temos uma referência sucinta à História da Matemática, o autor indica que o professor deve ter acesso a informações da HM, portanto, classificamos essa categoria como Flash, o que também ocorre com as menções das páginas 346 [a] e 346 [b], 347, 348, e 353, que trazem recomendações de leitura de obras e textos que tratam da História da Matemática, são caracterizadas como informativas. As menções citadas até aqui são comuns à todos os livros desta coleção, portanto não faremos sua descrição novamente.

Entre as menções voltadas especificamente para serem trabalhadas junto ao conteúdo do livro 1, a menção presente na página 356 aparece listada junto a objetivos da aprendizagem de funções para que o aluno reconheça a importância histórica dos logaritmos. A menção seguinte (figura 16) também traz recomendações sobre o estudo dos logaritmos, sua importância no período de sua invenção e seu papel hoje. Essas duas menções foram categorizadas como Informação.

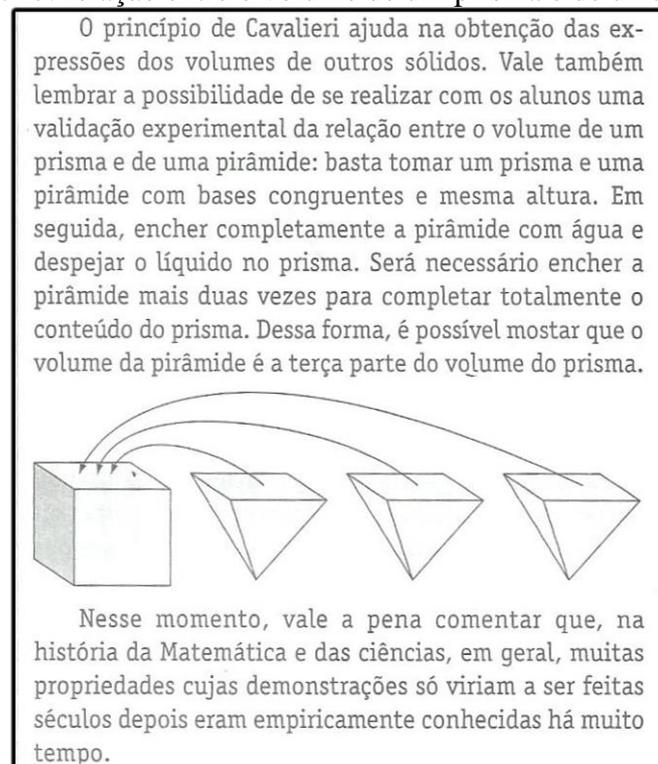
Figura 16 – História dos logaritmos

Com relação aos logaritmos, é importante que se faça, em algum momento, um resgate histórico, a partir da seção *Um pouco de História* deste capítulo sobre a importância que os logaritmos tiveram no passado como instrumento de cálculo. É natural que os alunos perguntem o porquê de se estudarem logaritmos hoje em dia, com tantos recursos tecnológicos disponíveis. O professor só dará uma resposta satisfatória ao aluno se trabalhar na sala de aula com as diversas aplicações da função logarítmica e da exponencial, em contextos variados.

Fonte: Iezzi, et. al, 2013, p. 359

Em relação ao livro 2, apenas 2 das 12 menções são diferentes das presentes no livro 1, e se encontram no trecho das orientações específicas ao professor para o segundo ano. A primeira menção foi categorizada por nós como Flash, visto que apenas cita como os sistemas lineares contribuíram para a sistematização dos determinantes. A menção seguinte foi classificada como Estratégia Didática, pois juntamente com a sugestão de que o professor demonstre empiricamente que o volume de uma pirâmide é a terça parte do volume do prisma de mesma base (figura 17), indica a discussão com os alunos de que na História da Matemática muitas propriedades só foram algebricamente demonstradas depois de muito tempo sendo usadas tendo apenas demonstração empírica.

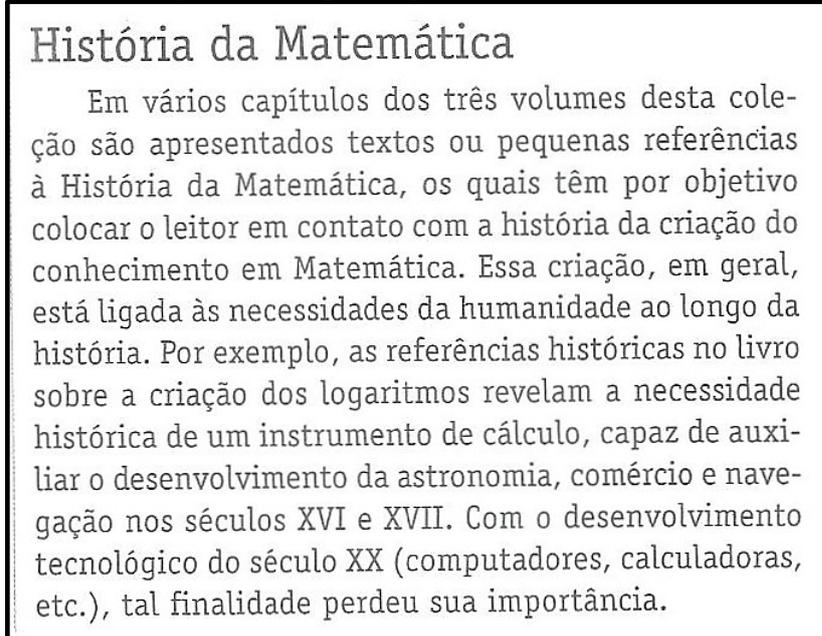
Figura 17: relação entre o volume de um prisma e de uma pirâmide



Fonte: Iezzi, et. al, 2013, p. 360

Quanto ao livro 3, temos 3 menções além das 10 que são comuns a toda coleção, sendo uma dessas a da página 263 (figura 18). A primeira menção, na página 291 [a], foi categorizada como Flash, pois apenas informa ao professor muito brevemente que no capítulo de números complexos há informações sobre a História da Matemática. A menção seguinte foi categorizada como Estratégia Didática, visto que aponta entre os objetivos específicos para aprendizagem de números complexos, que o aluno deve ser capaz de “Compreender o contexto histórico que envolve o surgimento e reconhecimento dos números complexos.” (p. 291 [b]).

Figura 18 – Informação sobre a presença da História da Matemática na coleção



Fonte: Iezzi, et. al, 2013, p. 263

A menção seguinte, presente na página 294, também foi categorizada como Estratégia Didática, pois nas orientações dedicadas ao ensino de números e álgebra, os autores afirmam que “O conjunto dos números complexos deve ser apresentado, no contexto da história da Matemática, pela necessidade de um novo campo para resolução de equações que não apresentam solução no universo dos números reais” (294).

#### **5.1.4. Matemática – Ensino Médio**

A coleção seguinte a ser analisada foi a das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, intitulada “Matemática – Ensino Médio”, 2013. Nessa coleção, foram contabilizadas 37 menções, das quais 4 aparecem em todos os livros da coleção, na parte comum do trecho de orientações ao professor, portanto, totalizam 29 menções distintas. A maior parte das menções se localiza entre as orientações para o professor, nos trechos com orientações específicas para cada livro. No livro 1, temos 5 menções no corpo do livro e 7 menções nas orientações ao professor, totalizando 12 menções. No livro 2, contabilizamos 4 menções no corpo do livro e 8 nas orientações para o professor, totalizando 12 menções. Já no livro 3, foram 3 menções no corpo do livro e 10 menções nas orientações para o professor, totalizando 13 menções.

Quadro 5: localização das indicações de uso da História da Matemática

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menção nas orientações para o professor)
Matemática – Ensino Médio	1	24, 188[a], 188[b], 188[c], 230	317[a], 317[b], 318, 326, 340, 343, 346
	2	10[a], 10[b], 144, 187	333[a], 333[b], 334, 342, 358, 364, 365, 368
	3	15, 32, 224	333[a], 333[b], 334, 342, 351, 353, 363[a], 363[b], 364, 367

Fonte: elaborado pela autora

A primeira menção localizada no livro 1 refere-se à razão áurea, ao número de ouro e sua presença nas artes e na natureza. Ao fim de um texto que apresenta os cálculos para obtenção desse número, as autoras propõem que o professor solicite aos alunos que pesquisem mais sobre o retângulo áureo e o número de ouro. Deste modo, essa menção foi classificada como Atividade Sobre a História da Matemática.

As três menções seguintes se encontram na página 188 do corpo do livro junto à introdução do capítulo de logaritmos. Com cor e tamanho de fonte diferenciados, trazem justificativas e sugestões ao professor (figura 19). A primeira delas justifica que as autoras optaram por abordar os logaritmos por meio da história para que os alunos possam atribuir um maior significado ao conceito. Nesse sentido, categorizamos essa menção como Estratégia Didática, já que a maneira como o conteúdo foi inserido se baseia na história. A menção seguinte, localizada na sequência da anterior, foi dividida por nós em duas categorias, já que as autoras inicialmente sugerem que o professor informe aos alunos que no período em que os logaritmos foram desenvolvidos, a linguagem matemática corrente não era a mesma utilizada atualmente. Portanto, categorizamos essa menção como pertencente à teoria, sendo uma Informação. Em seguida, as autoras sugerem que o professor peça que os alunos leiam o texto em duplas ou equipes, portanto, essa parte da menção foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática.

Figura 19: história dos logaritmos

Dando continuidade ao tema da unidade anterior, esta unidade tem como objetivo estudar a função logarítmica, que é definida a partir da função exponencial.

Mas, antes disso, vamos falar sobre a origem dos logaritmos, anterior às funções exponencial e logarítmica, criados para resolver problemas de cálculos que podem parecer inacreditáveis nos dias de hoje.

Optamos pela abordagem histórica dos logaritmos para assegurar aos alunos maior significado desse conceito, uma vez que para esses jovens os logaritmos estarão restritos quase exclusivamente às aulas de Matemática na escola.

**PARA SABER MAIS**

**Um pouco de uma grande história**

Antes de iniciar a leitura deste **Para saber mais**, informe aos alunos que vão ler sobre a história de homens e de uma cultura que enfrentavam a necessidade de cálculos sem conhecer a linguagem matemática de que dispomos hoje. Peça então que se reúnam em duplas ou grupos para realizar a leitura.

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 188, corpo do livro

A quarta menção, presente na página 230, aponta como um dos objetivos da unidade sobre trigonometria no triângulo retângulo, que o aluno possa conhecer a origem da Trigonometria na história da humanidade, portanto, foi categorizada como Informação.

Entre as menções presentes na parte comum das orientações ao professor, a primeira e a segunda delas se encontram na página 317. Em dois parágrafos distintos, as autoras justificam, primeiramente, a opção por abordar, no livro do primeiro ano, progressões antes de funções exponenciais e logarítmicas, já que foi a partir das progressões aritméticas e geométricas que houve o desenvolvimento dos logaritmos. Portanto, essa menção foi categorizada como Estratégia Didática.

A segunda menção na página 317 traz a justificativa das autoras para a apresentação, no livro do segundo ano, do estudo de sistemas lineares antes da apresentação de matrizes e determinantes, já que essa foi a sequência histórica de desenvolvimento desses temas. Assim, essa menção também foi classificada como Estratégia Didática.

A menção seguinte, presente na página 318, refere-se ao livro do terceiro ano, em que as autoras afirmam haver informações sobre a história das razões trigonométricas. Essa menção foi classificada como Informação.

A última menção que é comum aos três livros desta coleção se encontra na página 326 do livro 1, e informa o professor que na seção “Para Saber Mais”, a qual está presente em todas as unidades da obra, apresenta, entre outras situações, a visão de determinado assunto pela História da Matemática. Como as autoras apenas comunicam o docente que a HM pode aparecer nessas sessões, categorizamos essa menção como Informação.

Na página 340, onde se encontram as recomendações para o trabalho da unidade de sequências e progressões, as autoras explicam novamente porque esse assunto é trabalhado antes de funções logarítmicas e exponenciais; de acordo com elas,

[...] devido às regularidades e aos padrões envolvidos na progressão geométrica, é possível introduzir as funções exponencial e logarítmica a partir de uma abordagem histórica.” (SMOLE, DINIZ, 2013, p. 340, orientações ao professor).

Portanto, categorizamos essa menção como parte da teoria, sendo uma Estratégia Didática.

Na menção seguinte, presente entre as orientações da unidade sobre logaritmos, as autoras afirmam que, a fim de evitar questões sobre a utilidade dos logaritmos, eles são apresentados a partir de sua origem histórica. Na página 346, entre as recomendações para a unidade de trigonometria no triângulo retângulo, as autoras afirmam que o tema é apresentado por meio da história, mostrando o desenvolvimento do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras. Essa menção, pertencente à parte teórica, foi categorizada como Informação.

No livro 2, temos uma menção histórica na introdução da primeira unidade (figura 20) que dividimos em dois momentos: no primeiro deles, as autoras sugerem que o professor solicite a leitura em duplas pelos alunos e que busquem por temas que envolvam cálculos de distâncias inacessíveis. Como o texto apresenta a construção da trigonometria por meio da observação dos astros e propõe que os alunos façam buscas complementares, essa menção foi categorizada como Atividade sobre a História da Matemática. A segunda parte da menção foi categorizada como Informação, visto que as autoras apontam que mostrar a Matemática como uma construção humana permite que o aluno se veja capaz de fazê-la, e parte de sua construção.

Figura 20 – história da Trigonometria

<p>O texto permite explorar integração com História e Física (Astronomia). Os alunos podem realizar a leitura em duplas, fazer uma lista das aplicações da Trigonometria e pesquisar temas que envolvem cálculo de</p> <p><b>1. Trigonometria e Astronomia: uma só história</b></p> <p>distâncias inacessíveis. O site da Nasa, indicado na página 12, pode auxiliar na pesquisa.</p> <p><i>“O universo é escrito em linguagem matemática.”</i></p> <p>Para conhecer a função do texto dirigido ao aluno, Galileu leia o <b>Manual do professor</b>, páginas 338 e 339.</p> <p>A humanidade sempre foi movida pela curio-</p>	<p>Nesta obra, optamos por desenvolver a Trigonometria nos três volumes para:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• permitir que o aluno se aproprie progressivamente dos conceitos do tema;</li> <li>• favorecer as relações com funções, Geometria e números complexos;</li> <li>• fazer revisões constantes sobre o tema.</li> </ul> <p>A percepção da Matemática, especificamente da Trigonometria, como construção humana originada por problemas próximos das necessidades do dia a dia e depois aplicada em várias ciências permite ao aluno se identificar como parte desse processo de construção de uma ciência.</p>
---	---

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 10

A terceira menção presente no corpo do livro 2 trata-se de uma Atividade com Estratégia Didática. Na seção “Projeto” (figura 21), presente ao menos uma vez em cada livro, as autoras

propõem um estudo sobre a história da probabilidade e suas aplicações. Essa seção vem acompanhada de uma recomendação, ao professor, que busque por mais informações para o projeto no trecho com orientações específicas.

Figura 21 – História da probabilidade

PROJETO

**Probabilidade: história e aplicações**

Ao terminarem o estudo sobre Probabilidade, você e seus colegas terão o conhecimento necessário para auxiliá-los em uma investigação acerca da história da Probabilidade e de suas aplicações no mundo à sua volta.

Siga as orientações do professor e prepare-se para produzir uma publicação sobre os resultados dessa pesquisa que possa servir para outras pessoas aprenderem com você.

Leia mais sobre a proposta de projetos neste livro no **Manual do professor**, página 368.

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 144

Na página 187 temos a última menção histórica do corpo do livro 2 (figura 22). Essa menção foi categorizada como Atividade com Estratégia Didática, pois sugere que o professor solicite aos alunos que pesquisem sobre Heron e busquem uma justificativa para a fórmula que leva seu nome, ou seja, através da HM o aluno deve buscar e compreender justificativas matemáticas.

Figura 22: fórmula de Heron

Proponha aos alunos que pesquisem sobre o geômetra e engenheiro grego Heron e busquem uma justificativa para a fórmula que leva seu nome. Uma possibilidade é começar pelo valor de  $p(p - a)(p - b)(p - c)$  substituindo  $p$  por  $\frac{a + b + c}{2}$  e usando

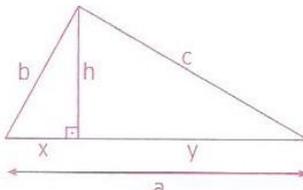
- c]

$$a^2 = (x + y)^2$$

$$b^2 = h^2 + x^2$$

$$c^2 = h^2 + y^2$$

**(Fórmula de Heron)**



até mostrar que:

$$p(p - a)(p - b)(p - c) = \left(\frac{a \cdot h}{2}\right)^2 = A^2$$

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 187, corpo do livro

Entre as menções da parte comum da coleção, não refaremos a descrição, apenas apontaremos suas equivalências: as menções que se localizam na página 333 do livro 2 são as mesmas que foram descritas como presentes na página 317 do livro 1, sendo categorizadas como Estratégia Didática. A menção da página 334 do livro 2 se encontra na página 318 no

livro 1, e a menção da página 342 do livro 2 aparece a página 326 do livro 1, sendo ambas categorizadas como Informação.

Já como menções específicas das orientações ao professor do livro 2, a primeira delas se localiza na página 358, entre as sugestões para a abordagem da unidade sobre probabilidade. As autoras sugerem que os alunos reproduzam um “[...] experimento semelhante ao realizado por matemáticos que desenvolveram a teoria da probabilidade” (p. 358). Essa menção foi categorizada como Atividade com Estratégia Didática, visto que espera-se que os alunos cheguem a conclusões semelhantes às obtidas pelos matemáticos.

Entre as recomendações para o desenvolvimento da unidade sobre sistemas lineares, as autoras afirmam que, em geral e diferente do que acontece na coleção, esse assunto não é o último a ser abordado no segundo ano e justificam terem feito essa opção por ser “[...] coerente com a evolução histórica desses conceitos” (SMOLE, DINIZ, 2013, p. 364, orientações ao professor), além de permitir, através de uma abordagem integrada, que os alunos possam criar relações. Portanto, essa menção foi categorizada como Estratégia Didática.

Na página seguinte, há uma menção que foi categorizada como Informação, por comunicar o professor que na seção “Conexão” é apresentada uma relação entre a programação linear e a produção matemática no século passado, a fim de mostrar aos discentes que a produção desta ciência não acabou. A última menção deste livro se encontra na página 368, refere-se a orientações para desenvolvimento do projeto sobre história da probabilidade mencionado a pouco. Esta menção foi alocada por nós em duas categorias: Atividade Sobre a História da Matemática, visto que propõe que os alunos busquem a origem da probabilidade, sua evolução, entre outros aspectos; e também como Atividade como Estratégia Didática, já que ela propõe, como uma conclusão da pesquisa empreendida pelos alunos, a produção de um material paradidático.

No livro 3, a primeira menção se encontra na página 15, em que junto à seção “Para saber mais”, na qual é apresentada a história da prática de cobrança de juros, as autoras sugerem que o professor peça aos alunos que pesquisem sobre a história dos bancos por permitir integrar questões culturais, sociais e a matemática. Categorizamos essa menção como Atividade Sobre a História da Matemática. A menção seguinte, presente na página 36, foi categorizada por nós como Informação. Essa classificação foi feita pois as autoras, antes do texto que apresenta informações sobre Descartes e a Geometria Analítica, afirmam que leituras como essa apresentam os porquês do desenvolvimento de campos matemáticos, que são importantes para

que os alunos vejam a matemática como construção humana e vejam a si mesmos como potenciais cientistas.

Similar à menção da página 32, a da página 224 aponta a importância de informar os alunos sobre a construção da matemática pelos seres humanos como resposta a situações para as quais eles buscavam soluções. Assim, essa menção também foi categorizada como Informação.

As menções da parte comum das orientações ao professor, no livro 3, se encontram nas mesmas páginas que no livro 2, portanto não rerepresentaremos sua localização/classificação, apenas o exemplo de uma dessas menções (figura 23).

Figura 23 – menção da parte comum da coleção

Nesse mesmo volume, a unidade sobre *progressões* antecede o estudo de *funções exponenciais e logarítmicas*, por diversas razões. A primeira delas é permitir ao aluno conhecer funções cujos domínios são conjuntos discretos. Em segundo lugar, para dar maior significado ao crescimento exponencial e compreensão da função exponencial. E, finalmente, porque, a partir das progressões aritméticas e geométricas e de seu desenvolvimento na história da Matemática, é possível mostrar ao aluno o significado dos logaritmos e seu valor para a realização de cálculos que hoje são executados com o simples teclar em uma calculadora científica.

No volume do 2º ano, também buscando favorecer a compreensão do aluno por uma abordagem próxima ao desenvolvimento histórico dos conceitos, organizamos o estudo de *sistemas lineares* antes da apresentação de *matrizes* e *determinantes*. Assim, quando esses dois últimos temas são apresentados, o aluno sabe sua origem, para que servem, e terá ao final o conhecimento para decidir sobre o melhor método para a resolução de um sistema.

Fonte: Smole, Diniz, 2013, p. 333

Entre as menções da parte específica do terceiro ano das orientações ao professor, temos na página 351 uma menção que se refere à seção “Para saber mais” da unidade de matemática financeira. Categorizada como Informação, essa menção apenas comunica o professor de que, o aluno pode conhecer a história do desenvolvimento desse campo da Matemática. A menção seguinte, na página 353, também foi categorizada como Informação, por indicar ao professor que Descartes unificou Álgebra e Geometria por meio da Geometria Analítica.

Entre as orientações para abordagem da unidade 8, que discute as funções trigonométricas, contabilizamos duas menções na página 363, ambas categorizadas como Informação. A primeira delas diz respeito à opção das autoras por iniciar o assunto com uma abordagem histórica para que o aluno veja a produção do conhecimento matemático como uma ação humana. A segunda menção trata-se da indicação de que por meio de tabelas trigonométricas antigas são apresentadas as origens das razões trigonométricas.

Na página seguinte, as autoras sugerem que os alunos podem ler o texto da seção “Para saber mais”, que traz informações sobre a origem dos nomes seno e cosseno e em seguida

apresentarem suas conclusões para a turma. Essa menção foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática. A última menção da coleção, presente na página 367, foi categorizada por nós como Estratégia Didática. Nas orientações para o desenvolvimento da unidade sobre números complexos, as autoras explicam que a abordagem adotada para apresentar esse conjunto foi a sua história, através da necessidade de solucionar problemas que até então eram tomados como impossíveis.

### 5.1.5. Conexões com a Matemática

A quinta coleção analisada foi a de Fábio Martins Leonardo, intitulada “Conexões com a Matemática”, 2013. Nessa coleção, foram contabilizadas 18 menções distintas, 34 ao todo. Essa divergência nas quantidades ocorre porque em todos os livros da coleção, a maior parte das menções se encontra em meio as sugestões comuns a toda coleção, resultando em um total de 8 menções que se repetem nos três livros, 5 menções exclusivas do livro 1, 2 do livro 2 e 3 do livro 3.

Quadro 6: localização das indicações de uso da História da Matemática

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menção nas orientações para o professor)
Conexões com a Matemática	1	66, 240	4, 10, 11, 13, 14[a], 14[b], 16, 17, 68, 69, 171
	2	-	4, 10, 11, 13, 14[a], 14[b], 16, 17, 47, 74
	3	82	4, 10, 11, 13, 14[a], 14[b], 16, 17, 119, 140

Fonte: elaborado pela autora

No livro 1, a primeira menção histórica voltada para o professor se encontra na página 66 do corpo do livro. Em cor de fonte diferente do restante do texto, o autor apresenta a informação de que ao final do livro do aluno encontra-se a sinopse e recomendação de leitura de um livro que se aproxima do assunto ali tratado, o plano cartesiano. Essa menção foi categorizada como Informação. A menção seguinte, presente na página 240 do corpo do livro,

foi alocada na mesma categoria por também se tratar de uma recomendação de leitura relacionando o número de ouro e um livro que aborda a razão áurea.

Na parte geral das orientações ao professor, que aparece em todos os livros da coleção trazendo recomendações para todos os anos do Ensino Médio, tivemos 9 menções. A primeira delas, localizada na página 4, foi categorizada como Estratégia Didática, por elencar como objetivo das tarefas de investigação, a reprodução de atividades dos matemáticos a fim de formular hipóteses e conjecturas. A menção seguinte, presente na página 10, diz respeito a uma sugestão de leitura para o professor e cita um livro que traz informações sobre a História da Matemática. Portanto, essa menção foi categorizada como Informação, assim como as seis menções seguintes por se tratarem de recomendações de materiais que abordam a História da Matemática. Na página 11, há uma lista com diversos livros de HM; na página 13, temos uma recomendação de *site*<sup>11</sup>, na 14 temos uma sugestão de periódico e uma sugestão de livro de literatura que envolve a HM, na 16 a sugestão de mais obras desse tipo, e na 17, sugestões de leituras ao professor sobre os temas transversais.

Já entre as menções presentes no trecho do livro voltado ao professor com recomendações específicas ao primeiro ano, temos na página 68 uma menção que foi categorizada como Estratégia Didática (figura 24), por abordar uma dificuldade comum aos alunos envolvendo os números irracionais: a dificuldade na compreensão dos incomensuráveis. Assim, a partir da apresentação do que teria sido a demonstração adotada por Pitágoras, explica a incomensurabilidade de um segmento.

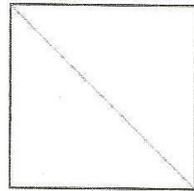
---

<sup>11</sup> <http://portalmatemático.com/inicial.shtml>

Figura 24 – números irracionais

**R8.** *Comentário:* Dewdney, por meio de um diálogo entre os personagens sobre Pitágoras, em seu livro *20.000 léguas matemáticas*, apresenta o seguinte raciocínio para a demonstração da existência da irracionalidade de raiz de 2.

ADILSON SECCO



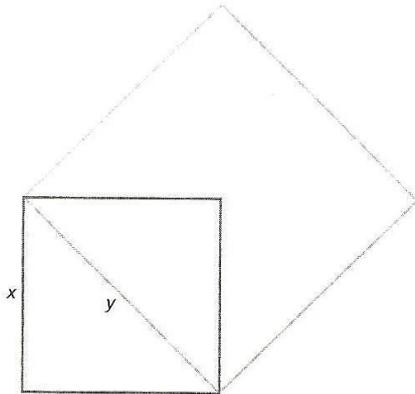
No quadrado, há dois comprimentos: o do lado e o da diagonal.

A razão entre os dois comprimentos é uma razão de inteiros?

Seja  $x$  a medida do lado do quadrado e  $y$  a medida de sua diagonal.

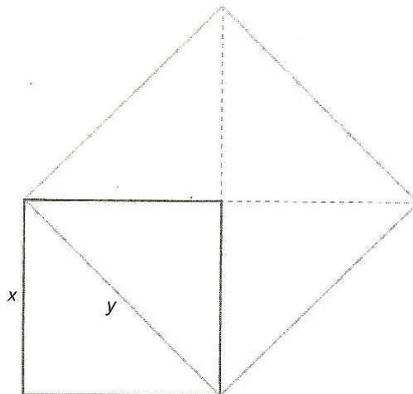
Pitágoras desenhou então um segundo quadrado, inclinado em relação ao primeiro, de tal maneira que um dos lados do novo quadrado era a diagonal do primeiro.

ADILSON SECCO



Segundo Dewdney, os egípcios descobriram que o quadrado maior tinha o dobro da área do menor. A demonstração egípcia era simples, alcançada pelo prolongamento dos lados do quadrado menor no interior do maior, o que o dividia em quatro pequenos triângulos. Assim, percebe-se que o quadrado maior possui o dobro da área do menor.

ADILSON SECCO



Supôs então que  $x$  e  $y$  são ambos números inteiros e são os menores com a propriedade de não terem um divisor comum. Continuando, Dewdney diz que certamente Pitágoras soube imaginar não apenas os segmentos  $x$  e  $y$ , mas também os quadrados compostos a partir deles. Em particular, deve ter observado que o “número de pontos” (a área) do quadrado maior é par, pois era o dobro do “número de pontos” do quadrado menor. Então, Pitágoras deve ter se perguntado: “pode um número ímpar ser elevado ao quadrado e produzir um número par?”. Além disso, certamente ele já sabia que o quadrado de um número ímpar é sempre um número ímpar e, da mesma forma, o quadrado de um número par é sempre par.

Ora, o quadrado maior tinha o dobro da área do menor, o que significava que essa área, ou “o número de pontos existente nela”, era par.

Mas, como já vimos, isso só poderia acontecer se o comprimento do lado que estava sendo elevado ao quadrado, ou seja,  $y$ , fosse um número par.

Se  $y$  tivesse um número par de pontos, seu quadrado teria não somente um par de pontos, mas um número de pontos múltiplo de 4.

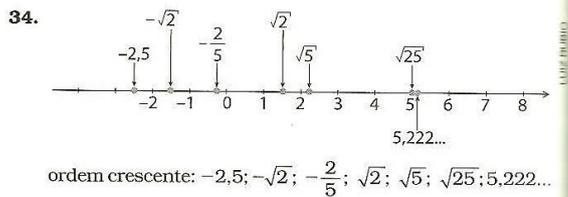
Mas, como já vimos, o quadrado de  $y$  era o dobro do quadrado de  $x$ . Entretanto, o quadrado de  $y$  era também um múltiplo de 4. Isso queria dizer que o quadrado de  $x$  devia ser múltiplo de 2.

Pitágoras pôde então aplicar a  $x$  o mesmo raciocínio, finalmente concluindo que os dois comprimentos tinham medidas pares. Isso queria dizer que se cada um dos inteiros menores fosse cortado pela metade seriam obtidos novos inteiros menores, com a mesma propriedade, sua razão seria novamente de  $x$  para  $y$ . Entretanto, como os números inteiros em questão já eram os menores possíveis, isso era uma contradição. Isso significava então que o pressuposto estava errado, ou seja, que  $x$  e  $y$  não podem representar uma razão de inteiros.

Portanto,  $x$  e  $y$  são incomensuráveis, ou seja, não existem  $x$  e  $y$  inteiros tal que  $x$  seja lado e  $y$  diagonal de um mesmo quadrado. Em particular, no caso de  $x$  igual a 1, a diagonal não pode ser inteira. Em outras palavras, a raiz quadrada de 2 é irracional.

DEWDNEY, A. K. *20.000 léguas matemáticas*: um passeio pelo misterioso mundo dos números. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2000.

- 33. a) V
- b) V
- c) F, pois, por exemplo,  $1 \in \mathbb{Q}$ ,  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  e  $1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .
- d) V
- e) V
- f) F, pois toda dízima periódica pode ser escrita na forma  $\frac{p}{q}$ ,  $p \in \mathbb{Z}$  e  $q \in \mathbb{Z}^*$ , portanto, é um número racional.



Na página 69, temos uma menção que foi classificada como Atividade com Estratégia Didática por propor que os alunos cheguem a uma aproximação do valor de  $\pi$  através da Série de Gregory, que teria sido publicada em 1670. A última menção desse livro se encontra na página 171 (figura 25) e foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática, visto que sugere ao professor que peça aos alunos para buscarem informações sobre a sequência de Fibonacci, sua história, suas aplicações.

Figura 25 – história da sequência de Fibonacci

e) Resposta pessoal. A pesquisa também pode ser feita na internet, onde possivelmente o aluno encontrará relação com natureza, pintura, arte e anatomia.

*Comentário:* Caso considere adequado, solicite aos alunos que busquem outras informações relacionadas à sequência de Fibonacci, como sua história, a descoberta da sequência, aplicações na Botânica etc. Caso ainda não tenha sugerido a leitura de livro para pesquisar, agora é um bom momento para indicar *O diabo dos números*, de Hans Magnus Enzensberger.

Fonte: Leonardo, 2013, p. 171, Orientações ao professor

No livro 2, contabilizamos apenas duas menções além das 9 que aparecem em todos os livros e foram descritas anteriormente. Essas menções localizam-se na parte específica do livro 2 com orientações ao professor. A primeira delas aparece na página 47 (figura 26) e foi categorizada como Informação por apontar que a busca por soluções de problemas, às vezes dentro da própria Matemática, leva à produção de novos conhecimentos matemáticos. A menção seguinte, presente na página 74 das orientações ao professor, também foi categorizada como Informação por apontar que, em termos de comparações históricas, os *softwares* para construção de gráficos representam um papel tão importante quanto foi o papel da tábua de logaritmos.

Figura 26 – Informação histórica

*Comentário:* Entre este e o próximo boxe **Refleta**, pode-se aproveitar o momento para comentar que a resolução de um problema, em geral, pode ser obtida por mais de uma maneira. E que a aquisição do conhecimento não se dá apenas na obtenção de um resultado, mas também na busca desse resultado. A História da Matemática é repleta de casos que atestam tal afirmação. Um exemplo é a busca da demonstração do “último teorema de Fermat” que, por mais de 300 anos, propiciou grande desenvolvimento da Matemática.

Fonte: Leonardo, 2013, p. 47, Orientações ao professor

No livro 3, a primeira menção histórica exclusiva está localizada no corpo do livro didático, página 82 (figura 27). Categorizamos essa menção como Informação, visto que ela chama a atenção do professor para as recomendações de leitura presentes ao final do livro do aluno, e aponta a relação de uma dessas obras com o assunto trabalhado naquele momento (quadrantes do plano cartesiano).

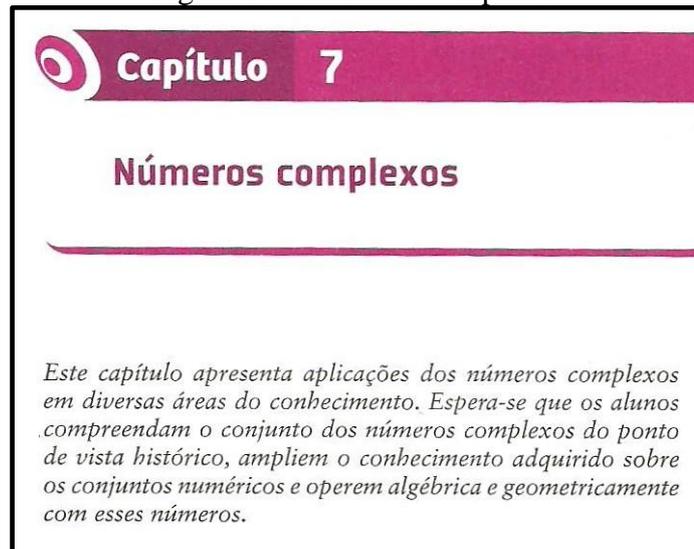
Figura 27 – sugestão de leitura sobre a História da Matemática

O livro *O caderno secreto de Descartes* (ver “Sugestão de leitura” na página 208) pode ampliar o conhecimento do aluno em relação ao assunto; porém, devemos lembrar que, como toda obra literária, se baseia no ponto de vista do autor, constituindo apenas uma referência entre outras.

Fonte: Leonardo, 2013, p. 82, Orientações ao professor

A menção seguinte, localizada na página 119 do trecho do livro com orientações ao professor (figura 28), também foi categorizada como Informação, já que ao apresentar as recomendações relativas ao capítulo 7, que discute os números complexos, o autor afirma que em relação a esse conteúdo, “Espera-se que os alunos compreendam o conjunto dos números complexos do ponto de vista histórico” (LEONARDO, 2013, p. 118, Orientações ao professor). A última menção deste livro e desta coleção aparece na página 140 das orientações ao professor. Como resposta a uma questão presente no corpo do livro didático temos uma informação a respeito da origem dos números complexos. Nesse sentido, essa menção foi categorizada como Atividade Com Informação Histórica.

Figura 28 – números complexos



Fonte: Leonardo, 2013, p. 119, das orientações para o professor

### 5.1.6. Matemática: contextos e aplicações

A última coleção analisada foi a de Luiz Roberto Dante, intitulada “Matemática: contextos e aplicações”, 2014. Nessa coleção, localizamos um total de 42 menções distintas, totalizando 60 menções em todos os livros, já que 9 menções aparecem entre as orientações gerais dos 3 livros. No livro 1, há um total de 28 menções, sendo 19 voltadas especificamente para o primeiro ano. No livro 2, temos 16 menções, sendo 7 específicas para o segundo ano. Já no livro 3, temos novamente 16 menções, das quais 7 são específicas para o terceiro ano.

Quadro 7: localização das indicações de uso da História da Matemática

Coleção	Livro	Página (menção no corpo do livro)	Página (menção nas orientações para o professor)
Matemática: contextos e aplicações	1	20, 21, 235[a], 235[b]	302, 303, 306, 308, 309, 315, 331, 332[a], 332[b], 338, 339, 341, 342, 362, 363[a], 363[b], 364, 366[a], 366[b], 367[a], 367[b], 368, 421[a], 421[b]
	2	25, 26	326, 327, 330, 332, 333, 339, 355, 356[a], 356[b], 371, 379[a], 379[b], 387, 388

	3	-	222, 223, 226, 228, 229, 235, 251, 252[a], 252[b], 267, 274, 276[a], 276[b], 276[c], 277, 281
--	---	---	---

Fonte: elaborado pela autora

No corpo do livro 1, a primeira menção foi categorizada como Informação, por recomendar que o professor estimule os alunos a lerem e discutirem um texto presente nas páginas seguintes em que é apresentada a dificuldade dos pitagóricos em lidar com os números irracionais. A menção seguinte, na página 21 (figura 29), foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática por se tratar de uma sugestão para que o professor peça aos alunos que pesquisem sobre o número áureo.

Figura 29 – Número de ouro

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180339887\dots$$

Esse número irracional,  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ , cujo **valor aproximado** racional é 1,618034, é conhecido como **número de ouro**, **razão de ouro** ou ainda **razão áurea**.

Para os gregos, o número de ouro representava harmonia, equilíbrio e beleza. Por esse motivo, muitas construções gregas tinham como base esse número. Mas foi no século XIII que o matemático Fibonacci constatou que o número de ouro está presente também na natureza. No Renascimento, a revalorização dos conceitos estéticos gregos levou grandes pintores, como Leonardo da Vinci, a utilizar o número de ouro em suas pinturas, como na obra *Mona Lisa*, citada no início deste capítulo.

*Estimule os alunos a pesquisar sobre o número áureo ou número de ouro dos gregos.*

*O número de ouro será retomado no capítulo 7, que aborda seqüências.*



*Mona Lisa*, óleo sobre tela de Leonardo da Vinci.

Capítulo 1 • Conjuntos numéricos
21

Fonte: Dante, 2014, p. 21

Adiante, na página 235 (figura 30), temos duas menções voltadas para o professor: a primeira delas foi categorizada como Atividade Com Estratégia Didática, visto que sugere ao professor que solicite aos alunos a reflexão e discussão do método utilizado por Tales para calcular a altura da pirâmide egípcia, essa sugestão se encontra junto à proposta de que os alunos discutam como esse método permite que se encontre a altura procurada. Ainda na página 235 do corpo do livro, tivemos uma menção categorizada como Atividade Sobre a História da

Matemática. Essa menção se trata da resposta a uma questão que solicita aos alunos uma investigação acerca de quem foram os seis sábios da antiguidade além de Tales.

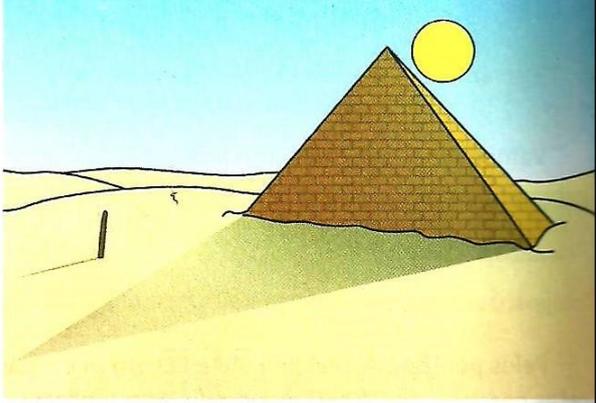
Figura 30 – método de Tales para medição da altura de uma pirâmide

Junte-se com um colega e discutam como esse método usado por Tales permite que se descubra a altura da pirâmide. Poderia ter sido usado outro momento do dia, por exemplo, o momento em que a sombra da vareta fosse metade da altura dela?

*A ideia aqui é que os alunos reflitam sobre a situação proposta. Podem surgir dúvidas sobre o fato de a pirâmide não ser um segmento vertical. Estimule os alunos a vencer suas dificuldades. Seria interessante que as duplas discutissem entre si.*

**Você sabia?**  
Tales é considerado um dos sete sábios da Antiguidade. Formem trios e pesquisem quem são os outros seis.

Periandro de Corinto, Pítaco de Mitilene, Bias de Priene, Cleóbulo de Lindos, Sólon de Atenas e Quílon de Esparta.



Fonte: Dante, 2014, p. 235

Na parte do livro que contém orientações específicas ao professor, tivemos 9 menções presentes em todos os livros da coleção, portanto as apresentaremos apenas uma vez<sup>12</sup>. Na página 302 do livro 1, localizamos uma menção que foi categorizada como Informação por apontar que a matemática busca

[...] resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), [...] investigações internas à própria Matemática.” (DANTE, 2014, p. 302, orientações ao professor).

A menção seguinte, da página 303, aponta que em sua aprendizagem, o aluno faz transferências e retificações que se assemelham ao que se observa na História da Matemática. Portanto, essa menção foi categorizada como Informação, assim como a menção seguinte, localizada na página 306, que explica a demora na aceitação do sistema de numeração indo-arábico. Na página 308, é feita uma menção às crises na matemática ao longo da história, e na 309 o autor explica em que momentos do livro didático a HM pode aparecer. Todas foram classificadas como Informação.

<sup>12</sup> As equivalências entre as menções repetidas são, em ordem: livro 1: 302, 303, 306, 308, 309, 315, 331, 332[a], 332[b]; livro 2: 326, 327, 330, 332, 333, 339, 355, 356[a], 356[b]; livro 3: 222, 223, 226, 228, 229, 235, 251, 252[a], 252[b].

Na página 315, o autor explica como utilizar a História da Matemática como recurso didático e traz o exemplo da descoberta dos irracionais (figura 31). Essa menção foi categorizada como Estratégia Didática.

Figura 31 – HM como recurso didático

- **utilizar a história da Matemática como um excelente recurso didático.** Comparar a Matemática de diferentes períodos da história ou de diferentes culturas (Etnomatemática). Por exemplo, pode-se contar a época na qual os pitagóricos só conheciam os números racionais e acreditavam apenas na existência dos segmentos comensuráveis (um pode ser medido pelo outro e a medida é expressa por um número racional). Ao medir a diagonal do quadrado de lado igual a uma unidade, usando esse lado como unidade de medida, surgem os números irracionais ( $\sqrt{2}$ , no caso) e os segmentos incomensuráveis:  $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$ . O lado do quadrado e a diagonal desse quadrado são segmentos incomensuráveis entre si;

Fonte: Dante, 2014, p. 315

A seguir, na página 331, temos a última menção que se repete em todos os livros da coleção. Entre sugestões de revistas que podem auxiliar o professor, é sugerida a Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM da SBHMat). Por se tratar de uma sugestão de leitura, classificamos essa menção como Informação (figura 32). No entanto, destacamos que das seis coleções analisadas, essa foi a única em que a RBHM foi sugerida como leitura ao docente – são sugeridas outras revistas, mas apenas este autor sugere a da Revista Brasileira de História da Matemática – o que nos mostra que o autor conhece as publicações da área. Na página 332 tivemos duas menções, sendo ambas recomendações de leitura envolvendo a História da Matemática, portanto, as classificamos como Informação.

Figura 32 – sugestões de leitura para o docente

- Revista Brasileira de História da Matemática (SBHMat)  
*site*: <[www.sbhmat.com.br](http://www.sbhmat.com.br)>. Acesso em: 4 jan. 2013.
- Revista do Professor de Matemática  
Revista da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).  
*site*: <[www.rpm.org.br](http://www.rpm.org.br)>. Acesso em: 4 jan. 2013.
- Revista Pró-Posições  
Publicada pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) e editora Cortez.  
*site*: <[mail.fae.unicamp.br/~proposicoes](mailto:mail.fae.unicamp.br/~proposicoes)>. Acesso em: 4 jan. 2013.
- Zetetiké  
Publicações do Cempem – Unicamp.  
*site*: <[www.cempem.fae.unicamp.br/zetetike.htm](http://www.cempem.fae.unicamp.br/zetetike.htm)>. Acesso em: 4 jan. 2013.

Fonte: Dante, 2014, p. 355

Já entre as menções voltadas exclusivamente para o livro 1, contidas no trecho do livro com orientações específicas para o docente, a primeira aparece na página 338, em que o autor aponta que a apresentação da evolução dos estudos sobre conjuntos numéricos é complementada pelas motivações históricas. Essa menção foi classificada como Informação, assim como a da página seguinte, que apresenta traços históricos no desenvolvimento dos conjuntos numéricos, novamente se referindo aos incomensuráveis.

Na página 341 tivemos a primeira menção classificada como Flash da coleção, que foi assim designada por elencar como um dos tópicos do capítulo de funções “um pouco da história das funções”, sem especificar como isso será desenvolvido. Na página seguinte, temos uma menção categorizada como Atividade com Estratégia Didática, por mostrar através de atividades que o conjunto dos números naturais não foram suficientes para resolver as operações básicas, levando à criação de novos conjuntos.

Na página 362 localizamos uma menção que foi categorizada como Estratégia Didática, pois utiliza o paradoxo de Zenão para abordar intuitivamente os conceitos de continuidade e de infinito. Na página seguinte localizamos duas menções distintas, sendo a primeira delas categorizada como Informação por citar exemplos sobre as sequências numéricas ao longo do tempo. Ainda na página 363 (figura 33), há uma sugestão para que o professor peça aos alunos que façam uma pesquisa histórica sobre Fibonacci, o que caracteriza essa menção como Atividade Sobre a História da Matemática.

Figura 33 – surgimento da sequência Fibonacci

Depois que os alunos tiveram contato com os fundamentos da sequência, a seção **Leitura** explica como surgiu a sequência de Fibonacci. Esse pode ser um bom momento para uma pequena pesquisa histórica, já que Fibonacci foi um dos primeiros pensadores do Renascimento. Devido ao trabalho de seu pai, ele passou muito tempo no Egito e teve a oportunidade de aprender uma Matemática muito mais avançada do que a que existia na Europa da época e, com isso, teve papel importante na transformação cultural, econômica e política que ocorreu no Ocidente. Além

Fonte: Dante, 2014, p. 363

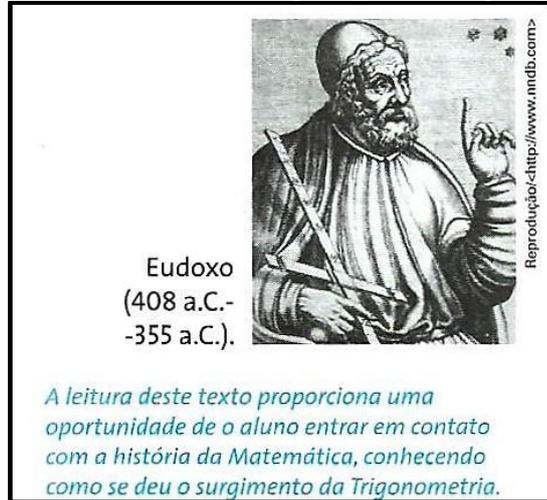
Na página 364, a menção foi categorizada como Atividade com Estratégia didática, pois sugere a reprodução adaptada do processo que teria levado Gauss a obter a soma dos termos de uma sequência sem somar os termos um a um. Na página 366 localizamos duas menções: a primeira delas explicando como surgiu a trigonometria e a seguinte apontando que Tales é considerado o primeiro filósofo da História. Essas menções foram categorizadas como Informação e Flash, respectivamente. Na página seguinte, novamente aparecem duas menções, sendo a primeira delas apontando que os agrimensores egípcios utilizavam um triângulo retângulo específico que era bastante simples e a seguinte afirma apenas que “ao longo da História” cada razão trigonométrica recebeu um nome. Novamente, as menções foram categorizadas como Informação e Flash, nessa ordem.

Na página seguinte, a menção aponta que dois exercícios do capítulo 8, na seção “Pensando no Enem” possuem indicações históricas, o que nos levou a categorizá-la como Informação. Na página 421 encontram-se as duas últimas menções da coleção, que foram classificadas como Atividade Sobre a História da Matemática por se tratarem, a primeira delas, da resposta a uma questão sobre os 7 grandes sábios e a segunda como resposta a uma questão sobre os esticadores de corda do Egito e sua relação com os triângulos retângulos.

No livro 2, a primeira menção aparece no corpo do livro, na página 25. Essa menção foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática por se tratar da resposta a uma questão sobre Claudius Ptolomeu e suas contribuições no desenvolvimento da Cartografia. Essa questão aparece na sequência de um texto que elenca contribuições da Matemática para o desenvolvimento dessa área. Na página seguinte do livro, temos uma menção que informa o docente que o texto ali presente permite que o aluno tenha contato com a História da Matemática

ao conhecer o que deu origem à Trigonometria (figura 34). Essa menção foi categorizada como Informação.

Figura 34 – Eudoxo e o surgimento da Trigonometria



Fonte: Dante, 2014, p. 26

Na seção dedicada ao professor, foram contabilizadas 14 menções, sendo 9 delas já descritas anteriormente, que aparecem em todos os livros da coleção. Entre as recomendações específicas para o livro 2, na página 371 localizamos uma que foi categorizada como Flash, pois faz referência, sem se aprofundar, ao fato de os sistemas lineares serem objetos de estudo desde o século XVII, no ocidente. Na página 379 foram localizadas duas menções, sendo a primeira delas também categorizada como Flash, pois cita de maneira breve um poliedro descoberto por Arquimedes que inspirou a fabricação da bola de futebol. A segunda menção dessa página foi categorizada como Informação por sugerir que o professor solicite a leitura de um texto presente no corpo do livro didático que discute os Poliedros de Platão.

Na página 387, nas Orientações ao professor, temos mais uma menção categorizada como Informação por indicar que o professor peça a leitura de um texto presente no corpo do livro que discute o Triângulo de Pascal e sua história. Na página seguinte, temos uma Atividade Sobre a História da Matemática, foi assim classificada por sugerir uma discussão e análise histórica das probabilidades e sua relação com a “sorte”.

No livro 3, não foram localizadas menções no corpo do livro didático. As menções específicas desse livro aparecem nas orientações ao professor a partir da página 267, em que o autor aponta que a Geometria Analítica é historicamente relevante pois, ao integrar Álgebra e Geometria, facilitou o estudo de funções, permitindo um desenvolvimento expressivo na Matemática. Essa menção foi categorizada como Informação. Na página 274, o autor

recomenda que ao iniciar o estudo da Cônicas a turma seja dividida em equipes para que cada uma delas pesquise sobre estudiosos que se relacionam a esse tema: Apolônio de Pérgamo, Copérnico, Kepler, Halley e Newton. Essa menção foi categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática.

Na página 276 foram localizadas três menções (figura 35). A primeira delas aponta que ao longo da história, problemas que não possuíam soluções entre os números reais foram motivo de preocupação e reflexão por parte dos estudiosos. Essa menção foi categorizada como Informação. A menção seguinte recomenda que os alunos façam a leitura de um texto presente no corpo do livro, que traz informações sobre a história dos números complexos, e em seguida pesquisem sobre matemáticos que estiveram envolvidos no desenvolvimento desse conjunto, sendo categorizada como Atividade Sobre a História da Matemática. Em seguida, temos uma menção categorizada como Estratégia Didática por recomendar a discussão dos problemas que geraram essa teoria, as primeiras aparições desse tipo de situação datando do século III, passando pelas constatações de Cardano.

Figura 35 – números complexos

Para a maioria dos alunos do Ensino Médio, o estudo dos números complexos muitas vezes parece desnecessário e absurdo. A pergunta mais comum é: para que serve isso, onde usarei esse conhecimento? Obviamente não usaremos um número complexo em situações cotidianas, mas é muito importante que os alunos saibam que o mundo dos números se expande além dos números reais, que existem problemas para os quais não temos a solução, a não ser que pensemos em uma nova espécie de número.

Ao longo da história algumas pessoas se preocuparam com esse tipo de problema, se isso não tivesse ocorrido teríamos dificuldades com algumas tecnologias, por exemplo. Sem os números complexos não seriam possíveis grandes avanços nas áreas de Engenharia Elétrica, Mecânica Quântica, Aerodinâmica, Mecânica de Fluidos, etc. Quem foram essas pessoas e quais eram os problemas em questão? Peça aos alunos que leiam o texto inicial do capítulo, bem como a seção **Leitura** no final e pesquisem as biografias de Girolamo Cardano, Niccolò Fontana Tartaglia, Rafael Bombelli, Leonhard Euler, Carl Friedrich Gauss e Sir William Rowan Hamilton. Converse com os alunos sobre os resultados das pesquisas feitas, pontuando em uma linha do tempo. Se necessário, peça ajuda ao professor de História, ele certamente enriquecerá a discussão.

Em seguida, discuta os problemas que geraram as teorias que estudaremos, tais como o problema da raiz quadrada negativa (já observada por Diofanto no século III) e as soluções das equações cúbicas propostas por Cardano. Apresente o tópico **Retomando: conjuntos numéricos**, e mostre aos alunos que determinadas equações têm solução em um conjunto numérico, mas não em outro. Aumente o grau de dificuldade das equações apresentadas, proponha a solução da equação  $x^2 + 1 = 0$ , destaque que ela não apresenta soluções em nenhum conjunto numérico estudado até então, mas a solução poderá ser determinada no conjunto dos

Fonte: Dante, 2014, p. 276, Orientações ao Professor

Na página 277 localizamos uma menção categorizada como Informação, pois pede que o professor retome o que foi pesquisado anteriormente sobre matemáticos envolvidos na construção e formalização dos números complexos para explicar a representação geométrica dos números complexos definida por Gauss. A última menção do livro 3, e da coleção, foi localizada na página 281, foi classificada como Atividade Sobre a História da Matemática por sugerir que ao fim da leitura da abertura da unidade de polinômios e equações algébricas sejam solicitadas pesquisas sobre o desenvolvimento histórico, assim como ressaltado que o conhecimento se desenvolve a partir de necessidades práticas ou teóricas.

A seguir, faremos a discussão e comparação das quantidades e tipos de menções dentro de uma mesma coleção, a comparação com os resultados de pesquisas anteriores que verificaram o livro do aluno, assim como a comparação entre as coleções.

## 5.2. Discussão

Nessa seção, faremos a discussão do total de menções a partir do que é apresentado por Pereira (2016), que analisou as mesmas coleções verificadas por nós, mas quanto as menções históricas presentes no livro do aluno. Faremos a comparação principalmente entre as categorias de Estratégia Didática, no entanto, a definição adotada em nossa pesquisa difere ligeiramente da definida por Pereira (2016). Essa autora coloca que

A função “HM e estratégia didática” desempenha o papel de possibilitar ao aluno a desenvolver algum raciocínio matemático. Esta função, a princípio, é a mais interessante, e talvez a mais importante, já que está diretamente relacionada ao raciocínio matemático, à compreensão de algum conteúdo ou conceito matemático (PEREIRA, 2016, p. 61-62).

Já em nossa categorização, adotamos a categoria de Estratégia Didática como sendo a que apresenta a História da Matemática como uma ferramenta para enriquecer o ensino e históricas, apresenta as justificativas e etapas da construção de determinado tema (BIANCHI, 2006).

De modo geral, a proporção de menções na categoria de Estratégia Didática – na parte teórica ou nas atividades - entre o livro do aluno e do professor manteve-se bastante próxima. Além disso, em nenhuma das coleções constatamos um aumento progressivo na quantidade de menções conforme as séries avançam, sendo que a coleções de Iezzi et. al teve 12 menções no livro 1 e no livro 2, e 13 no livro 3, o que também aconteceu na coleção de Smole e Diniz. Na coleção de Souza, houve uma diminuição na quantidade do livro 1 para o 2, mas o maior número de menções se encontra no livro 3. Já na coleção de Dante, a maior concentração de menções ocorreu no livro 1, diferente do que esperávamos a partir da indicação de Becker (1998).

Com a classificação de cada menção da coleção Matemática – Paiva, constatamos que um quarto delas se caracteriza como estratégia didática, que é considerada a maneira mais enriquecedora de abordar e utilizar a HM no ensino. No quadro 8 a seguir apresentamos uma síntese das categorizações:

Quadro 8: categorização das menções históricas na coleção Matemática: Paiva

Livro	Atividades			Parte Teórica		
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash
1	249	56*			7*•, 12*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 48*	47*
2		16, 58*			56, 7*•, 12*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 34*, 24*	
3				30*, 37*, 39*	7*•, 12*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 38*	

\*: página das orientações para o professor; \*\*: menção classificada em mais de uma categoria; •: menção presente em todos os livros da coleção

Fonte: elaborado pela autora

Vale destacar que Pereira (2016), em sua análise quanto a presença da História da Matemática nas mesmas coleções aqui discutidas, verificou “[...] nesta coleção, que 8,1% das menções estão desempenhando a função ‘HM e estratégia didática’” (p. 87) mas, o que constatamos segundo nossa análise do manual do professor, é que essa categoria representa 23,5% das menções voltadas ao uso do professor. Apesar de termos observado uma quantidade reduzida de indicações de uso da História da Matemática (17 na coleção), uma parte considerável delas pode ser utilizada como instrumento para enriquecer o ensino.

Consideramos importante trazer à luz uma fala de Ocampos (2016) acerca da coleção de Manoel Paiva. Ele aponta que

[...] nas orientações direcionadas aos professores, propostas no livro didático, não se faz nenhuma menção, ou não se propõe nada, especificamente, no que diz respeito às possibilidades de abordagens da história da matemática. A única recomendação apresentada encontra-se nas orientações gerais, recomendando-se que, para complementar o desenvolvimento do estudo e as atividades propostas no livro do aluno, são inseridos textos e atividades extras no suplemento de cada volume (p. 93).

No entanto, conforme explicitamos na seção anterior, em todos os livros dessa coleção há indicações para o uso da História da Matemática na seção reservada ao professor. Em nossas observações iniciais, podemos perceber que a coleção não vai ao encontro do que Becker (1998) aponta quando afirma que “[...] quanto mais se avança no ensino/aprendizagem de Matemática, mais precisa-se da história da Matemática para dar conta deste ensino e desta aprendizagem” (p. 129), já que nossa primeira constatação foi que as menções históricas nessa coleção aumentam apenas do primeiro livro para o segundo.

A partir da categorização da coleção de Souza, podemos perceber que entre teoria e atividades, das 39 menções voltadas ao professor, 9 tratam do uso da história como estratégia didática, 23 como informação, 6 como indicações de leitura, que podem, ou não, serem utilizadas em qualquer uma das categorias e 5 como atividades sobre a História da Matemática. No quadro 9, a seguir, apresentamos uma síntese das categorizações:

Quadro 9: categorização das menções históricas na coleção Novo Olhar: Matemática

Livro	Atividades			Parte Teórica			
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash	Todas
1	57*, 88*	280, 42***, 75*, 172*	42***, 60*, 91*	40*, 47*	6*, 8*, 13*, 18*, 28*, 62*, 83*, 90*	-	31*, 33*
2	39*, 77[a]*, 77[b]*	-	84*, 127*	221	6*, 8*, 13*, 18*, 28*, 41*, 82*	-	31*, 33*
3	-	150, 46*, 48*	68*, 73*, 79*	70*[a]	6*, 8*, 13*, 18*, 28*, 45*, 49*, 55*, 58*, 62*, 65*, 170[b]*, 75*, 76*	-	31*, 33*

\*: página das orientações para o professor; \*\*: menção classificada em mais de uma categoria;  
 \*\*\*: menção presente nas orientações para o professor e classificada em mais de uma categoria;  
 [a]/[b]: ordem das menções em uma mesma página  
 •: menção presente em todos os livros da coleção

Fonte: elaborado pela autora

Enquanto na coleção de Paiva tivemos 4 de 17 menções classificadas como Estratégia Didática, na de Souza temos 9 de 44, ou seja, apesar de a coleção de Souza apresentar mais menções históricas em termos de quantidade, são menos menções como Estratégia, que é a categoria com maior potencial quanto ao ensino. De acordo com a análise realizada por Pereira (2016), que investigou as orientações de uso da história no livro do aluno, “[...] esta coleção é a que mais apresenta menções exercendo a função de estratégia didática, que é aquela função

em que a menção à HM contribui para que o aluno desenvolva algum raciocínio matemático.” (p. 88).

Já em relação à coleção que discutiremos a seguir, de Iezzi et. al, a coleção de Souza teve, proporcionalmente, menos menções classificadas com Estratégia, apesar de o total de menções nessa categoria ser maior na coleção de Souza. Essa coleção só tem menos menções na categoria de Estratégia do que a de Smole e Diniz, mas em termos de proporção, está à frente apenas da coleção de Dante.

Na comparação de Pereira (2016), 23,7% das menções desta coleção se caracteriza como Estratégia Didática, o que se aproxima da quantidade de menções voltadas ao professor contabilizadas em nossa pesquisa, que foi de 20,5% do total, no entanto, proporcionalmente, são menos menções do que constatamos na coleção Matemática – Paiva.

Na coleção de Iezzi et. al, das 17 menções, 9 foram categorizadas como Flash, que é a categoria menos significativa do ponto de vista da utilização da História da Matemática como ferramenta de ensino. Na categoria Estratégia Didática, tivemos apenas 4 menções, ou seja, menos de 25% do total, assim como ocorreu na coleção de Souza, Leonardo e Dante. Chamou-nos a atenção o fato de que nessa coleção não foram localizadas atividades que envolvessem a História da Matemática nem referências a ela voltadas ao professor no corpo do livro didático: todas as menções localizadas se encontram exclusivamente no trecho do livro com orientações ao professor e todas são da parte teórica, o que não ocorre nas demais coleções. Além disso, diferente do que se percebeu nas outras coleções, em que a maior parte das menções se caracteriza como Informação, a maior concentração de menções na coleção de Iezzi et. al se localiza na categoria “Flash”, chegando a 52,9%.

Em relação ao percebido por Pereira (2016), ainda podemos constatar uma maior quantidade de menções categorizadas como Estratégia Didática, visto que essa autora, em sua análise do livro do aluno, contabilizou 8,8% das menções nessa categoria e 56% como História da Matemática e formação cultural geral, que diz respeito a “[...]informações históricas sucintas que não contribuem para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, como por exemplo, fatos da vida de algum ‘matemático’” (PEREIRA, 2016, p. 49-50), ou seja, aproxima-se das categorias de Informação e Flash adotadas por nós. Nesse sentido, constatamos que 13 das 17 menções têm essas características, ou seja, a História da Matemática se faz presente nessa coleção, mas poucas vezes da maneira mais proveitosa. A seguir, é possível ter uma visão geral da categorização das menções dessa coleção.

Quadro 10: categorização das menções históricas na coleção Matemática – ciência e aplicações

Livro	Atividades			Parte teórica		
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash
1	-	-	-	337•	327•, 332•, 356, 359	329•, 345•, 346[a] •, 346[b] •, 347•, 348•, 353•
2	-	-	-	338•, 360	328•, 333•	329•, 346•, 347[a] •, 347[b] •, 348•, 349•, 354•, 355
3	-	-	-	273•, 291[b], 294	263•, 268•	265•, 281•, 282[a] •, 282[b] •, 283•, 284•, 289•, 291[a]

•: menção presente em todos os livros da coleção

Fonte: elaborado pela autora

Na coleção Matemática – Ensino Médio, de Smole e Diniz, das 29 menções distintas contabilizadas por nós, 10 foram categorizadas como Estratégia Didática, sendo elas pertencentes à parte teórica ou as atividades, o que diverge do constatado por Pereira (2016), que em sua análise do livro do aluno categorizou apenas 9% das menções como Estratégia Didática contra os 34,5% constatados em nossa análise do livro do professor.

Acreditamos que essa diferença exista pela proposta do manual do professor, que seria trazer indicações extras e que vão além do que se encontra no livro do aluno. No entanto, em outras coleções, como a de Iezzi et. al, não foi constatada essa variação, já que em geral as porcentagens de menções categorizadas como Estratégia Didática no livro do professor tem se mantido próximas às verificadas por Pereira (2016) no livro do aluno.

Já na categoria de História da Matemática e Formação Cultural Geral, de Pereira (2016), que abrange nossas categorias de Informação e Flash, encontram-se 54,5% das menções, enquanto em nossa categorização, 14 das 29 menções, ou 48,3%, foram alocadas nessas categorias, o que se aproxima do constatado por Pereira (2016). Assim como na coleção de Iezzi et. al, destacamos a grande quantidade de menções históricas que aparecem em todos os livros da coleção, já que, apesar de contribuírem para que o valor total de menções da coleção seja significativo, acabam não tendo participação em todos os anos, visto que, apesar de

aparecerem nos três livros, muitas delas são voltadas para um livro específico. A seguir apresentamos um quadro com a síntese da categorização das menções desta coleção.

Quadro 11: categorização das menções históricas na coleção Matemática – Ensino Médio

Livro	Atividades			Parte teórica		
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash
1	-	24, 188[b],	-	188[c], 317[a] •, 317[b] •, 340	188[a], 230, 318•, 326•, 343, 346	-
2	144, 187, 358, 368**	10[a], 368**	-	333[a] •, 333[b] •, 364	10[b], 334•, 342•, 365	-
3	-	15, 364	-	333[a] •, 333[b] •, 367	32, 224, 334•, 342•, 351, 353, 363[a], 363[b]	-

•: menção presente em todos os livros da coleção

\*\* : menção classificada em mais de uma categoria;

Fonte: elaborado pela autora

Na coleção “Conexões com a Matemática”, de Fábio Martins Leonardo, das 18 menções distintas localizadas, 13 se caracterizam como Informação, ou seja, mais de 70% das menções dessa coleção apresentam as características menos enriquecedoras quanto ao uso da história no ensino de Matemática, sendo 3 menções caracterizadas como Estratégia – uma como Atividade com Estratégia e duas como Estratégia junto à parte teórica – totalizando menos de 20% das menções da coleção, o segundo menor percentual nessa categoria entre as coleções verificadas, estando atrás apenas da coleção de Dante, que será discutida logo mais.

Comparativamente, observamos que a coleção Matemática: Paiva, que é da mesma editora e que teve o menor número de menções voltadas ao professor entre as coleções analisadas, possui 23,5% de suas menções categorizadas como Estratégia, assim como a coleção de Smole e Diniz, que possui 34,5% das menções classificadas nessa categoria, contra 16,7% das menções na coleção de Leonardo. Entendemos que, apesar de um número total de menções maior do que as da primeira coleção, as potencialidades delas quanto ao ensino não são tantas.

Quadro 12: categorização das menções históricas na coleção Conexões com a Matemática

Livro	Atividades			Parte teórica		
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash
1	69*	171*	-	4*•, 68*,	66, 240, 10*•, 11*•, 13*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 16*•, 17*•	-
2	-	-	-	4*•,	10*•, 11*•, 13*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 16*•, 17*•, 47*, 74*	-
3	-	140*	-	4*•,	82, 10*•, 11*•, 13*•, 14[a]*•, 14[b]*•, 16*•, 17*•, 119*	-

•: menção presente em todos os livros da coleção

\*: página das orientações para o professor

Fonte: elaborado pela autora

Em sua análise do livro do aluno, Pereira (2016) verificou que nesta coleção 10% das menções se caracterizavam como Estratégia Didática, ou seja, no livro do aluno a quantidade de menções nessa categoria é ainda menor que os 16,7% observados por nós no Manual do Professor. Em sua categoria “HM e formação cultural”, que tem definição bastante próxima da que aqui chamamos de “Informação”, totalizou 53,5% do total de menções, enquanto no livro do professor contabilizamos aproximadamente 72% das menções com essa característica, que não apenas é menos proveitosa quanto à aprendizagem de matemática, como acreditamos não ir no sentido da proposta do manual do professor, que seria a de trazer complementações que auxiliem no ensino e na aprendizagem.

Destacamos a linguagem utilizada em alguns momentos pelo autor nessa coleção, referindo-se aos alunos como “clientela”, e ao processo avaliativo através de um portfólio como um meio de atestar “as competências através da construção de um produto” (LEONARDO, 2013, p. 8 – manual do professor). Aqui é possível ver o que é levantado por Souza (2014), quando aponta que o livro didático é uma mercadoria, já que acreditamos que essa linguagem se adegue mais a termos comerciais, o que, claro, pode ter sido feito de maneira proposital, mas deixaremos essa discussão como possibilidade para pesquisas futuras.

Na última coleção analisada, intitulada “Matemática: contexto e Aplicações”, do total de 42 menções distintas localizadas, o maior número de menções entre as 6 coleções, teve 6 menções categorizadas como Estratégia, sendo 3 delas atividades, totalizando 14,2% das menções da coleção, isto é, apesar de ser a coleção com o maior número de menções históricas, é a que tem a menor proporção enquanto Estratégia Didática.

No entanto, a coleção traz 10 Atividades Sobre a História da Matemática, o que representa 23,8% do total de menções, sendo esta a maneira mais adequada de inserir a História da Matemática após a Estratégia Didática, por colocar os alunos em contato com a HM, ainda que seja para conhecê-la por ela mesma, mas de uma maneira mais ativa do que através de informações fornecidas diretamente. Nas demais coleções, a maior porcentagem nessa categoria foi de 20,7%, na coleção de Smole e Diniz, que também teve o maior número de menções classificadas como Estratégia Didática.

Quadro 13: categorização das menções históricas na coleção Matemática: contexto e aplicações

Livro	Atividades			Parte teórica		
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash
1	235[a], 342, 364	21, 235[b], 363[b], 421[a], 421[b]	-	315•, 362	20, 302•, 303•, 306•, 308•, 309•, 331•, 332[a] •, 332[b] •, 338, 339, 363[a], 366[a], 367[a], 368	341, 366[b], 367[b]
2	-	25, 388	-	339•	26, 326•, 327•, 330•, 332•, 333•, 355•, 356[a] •, 356[b] •, 379[b], 387	371, 379[a]
3	-	274, 276[b], 281	-	235•, 276[c]	222•, 223•, 226•, 228•, 229•, 251•, 252[a] •, 252[b] •, 267, 276[a], 277	-

•: menção presente em todos os livros da coleção

\*: página do manual do professor

Fonte: elaborado pela autora

Comparando com os resultados obtidos por Pereira (2016), quem constatou que 13,6% das menções do livro do aluno correspondiam à categoria de Estratégia Didática, percebemos que a variação entre livro do aluno e do professor é muito pequena, padrão percebido em outras coleções aqui discutidas.

De modo geral, como vem sendo verificado em outras pesquisas já realizadas, conforme discutimos na seção 4, podemos perceber que das 6 coleções, 5 tem a maior parte de suas menções categorizadas como Informação, e a única que foge a esse padrão tem 52,9% de suas menções categorizadas como Flash. Ainda assim, localizamos um total de 36 menções históricas voltadas ao professor e categorizadas como Estratégia Didática, estando na parte teórica ou nas atividades, e 28 atividades sobre a História da Matemática. A partir desses dados, apresentaremos agora os resultados obtidos por nós.

Das seis coleções analisadas, pudemos perceber que cinco tiveram o maior número de menções categorizadas como Informação, com aproximadamente 50% das menções nessa categoria, com a coleção “Matemática – Ensino Médio” tendo 48,3% das menções como Informação, com a menor proporção entre essas cinco, e a coleção “Conexões com a Matemática” atingindo 72,2% das menções nessa categoria. Apenas a coleção “Matemática – Ciência e Aplicações” teve a maior concentração de menções na categoria Flash, totalizando 52,9% das menções.

Entre as menções categorizadas como Estratégia Didática, sendo atividade ou parte teórica, a coleção “Matemática – Ensino Médio”, de Smole e Diniz, foi a coleção com maior número total de menções – 10 – e também com a maior proporção delas, chegando a 34,5%. Com uma distância de quase 10%, a segunda coleção com mais menções como Estratégia Didática foi “Matemática – Paiva”, com 23,5% das menções nessa categoria, assim como Matemática – ciência e aplicações.

Em consonância com Lopes (2000), que constatou que as biografias de matemáticos apareciam nos livros didáticos como curiosidade, assim como Bianchi (2006) e Pereira (2016), que verificaram que a maior parte das menções históricas tem características informativas, podemos perceber em nossas análises que em cinco das seis coleções analisadas, mais da metade das menções se caracteriza como Informação e a única que foge a esse padrão tem mais da metade de suas menções categorizadas como Flash, cuja utilidade para o ensino, além de trazer uma situação histórica muito breve, pode ser questionada.

Ainda em relação a outras pesquisas apresentadas anteriormente, Ferreira (2006) constatou que haviam poucas abordagens à História da Matemática nos livros didáticos,

enquanto Gomes (2008) apontou que os autores de livros didáticos têm dificuldade em inserir a História da Matemática em suas obras, mas acabam por fazê-lo assim mesmo, o que de acordo com Gomes (2008) evidencia a grande influência que as políticas públicas relativas a esse material têm sobre seus produtores, enquanto Pimentel (2014) destaca que o aumento no rigor das avaliações dos livros didáticos contribuiu para o aumento no número de menções históricas.

Em relação aos dados obtidos por nós, foi possível perceber uma variação grande entre a quantidade de menções de uma coleção para a outra: duas delas tiveram 42 menções, uma teve 29 menções, uma com 18 e duas com 17, isto é, metade das coleções tem menos de 20 menções ao todo, o que é um valor relativamente baixo, no entanto, duas dessas três coleções estão entre as que tiveram maior concentração de menções categorizadas como Estratégia Didática, ou seja, a quantidade de menções não representa a qualidade delas junto ao ensino, como pode ser visto no quadro 14 a seguir:

Quadro 14: percentual de cada categoria por coleção

Categoria Coleção	Atividades			Parte Teórica				Total de menções
	Estratégia didática	Sobre a HM	Com informação	Estratégia didática	Informação	Flash	Todas	
Matemática: Paiva	5,9%	17,6%	0%	17,6%	52,9%	5,9%	-	17
Novo Olhar: Matemática	11,4%	15,9%	18,2%	9,1%	45,5%	0%	4,5%	44*
Matemática – Ciência e Aplicações	0%	0%	0%	23,5%	23,5%	52,9%	-	17
Matemática – Ensino Médio	13,8%	20,7%	0%	20,7%	48,3%	0%	-	29*
Conexões com a Matemática	5,6%	11,1%	0%	11,1%	72,2%	0%	-	18
Matemática: contextos e aplicações	7,1%	23,8%	0%	7,1%	50%	11,9%	-	42

\*coleção com uma mesma menção em duas categorias

Fonte: elaborado pela autora

A partir do quadro, é possível perceber que a coleção Matemática – Ensino Médio tem mais menções categorizadas como Atividade com Estratégia Didática e como Estratégia

Didática (parte teórica) assim como a predominância de menções junto à categoria de Informação.

É possível perceber com base nos resultados que as menções históricas, que não são tantas no livro do aluno, são complementadas pelo que aparece no Manual do Professor, mesmo que proporcionalmente, a quantidade de menções esteja próxima. É necessário que o Manual traga mais menções como sugestões ao docente, visto que muitas vezes o livro didático se constitui como ponto de partida para a busca por materiais da HM que possam ser utilizados em sala de aula, podendo ser o único material ao qual o docente tem acesso para desenvolver tal busca.

Destacamos ainda o fato de Dante (2014) ter apontado nas orientações ao professor, entre as sugestões de leitura, a indicação de que o docente poderia ler a Revista Brasileira de História da Matemática, já que nas demais coleções isso não ocorre e os autores sugerem leituras das mesmas revistas, que tratam da Educação Matemática de forma geral. Isso mostra uma dedicação e envolvimento do autor dos livros didáticos com o que vem sendo produzido na área da História da Matemática.

Além disso, um questionamento que vem sendo feito em diversas pesquisas e que continua se fazendo necessário é: os autores incorporam a História da Matemática em suas obras por defenderem seu uso e acreditarem na sua potencialidade, ou o fazem apenas para cumprir os requisitos do PNLD?

*“[...] a história não funcionaria mais como um meio para promover interesse ou motivação, mas estaria no coração da matemática e do que significa aprender matemática.”*  
(ROQUE, 2014, p. 169)

## 6. CONSIDERAÇÕES

A partir da análise dessas coleções, podemos verificar, como já esperávamos a partir das solicitações dos documentos oficiais que regem a política do livro didático no Brasil, que a História da Matemática tem se manifestado no Manual do Professor, em maior ou menor quantidade, trazendo algumas sugestões com muito potencial para o enriquecimento da construção do conhecimento, e outras que apontam apenas curiosidades quanto ao desenvolvimento de determinados tópicos matemáticos.

Considerando a afirmação de Becker (1998), de que a História da Matemática se mostra mais necessária com o avanço das séries, constatamos que em apenas três coleções a quantidade de menções foi maior no livro do terceiro ano: “Matemática – ciência e aplicações”, “Matemática – Ensino Médio”, e “Novo Olhar: Matemática”. Dessas coleções, nas duas primeiras a quantidade de menções se manteve constante nos livros 1 e 2, com uma menção a mais no livro 3. Já na terceira, houve uma diminuição do número de menções do primeiro para o segundo livro, com o maior número de menções no livro 3.

De modo geral, essa afirmação não foi confirmada. Ainda assim, percebe-se um interesse dos autores dos livros didáticos em inserir a História da Matemática no Manual do professor, mas não nos arriscaremos a responder até que ponto isso ocorre pelos autores acreditarem no potencial da História da Matemática enquanto estratégia de ensino, ou se eles a indicam em suas obras para atender as especificações do PNLD.

Além disso, devemos considerar o fato de que a afirmação de Becker (1998) tem quase 20 anos, período em que sequer havia distribuição de livros didáticos para o Ensino Médio, portanto, o interesse das editoras pela produção desse material era menor do que ocorre atualmente, em que a compra de livros didáticos movimenta valores na casa dos bilhões todos os anos.

Em relação à nossa questão de pesquisa, definida por “como a História da Matemática aparece no manual do professor das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovadas pelo guia do PNLD de 2015?” podemos responder de maneira categórica e similar ao constatado por outros pesquisadores: a História da Matemática aparece nesses livros como informações, apontando nomes e datas. Percebemos uma mobilização por parte dos autores de algumas coleções no sentido de estimular os alunos a buscarem informações sobre a

História da Matemática, o que consideramos ser uma maneira mais enriquecedora de conhecer a história sem aplicá-la à aprendizagem do que apenas ler informações dadas.

Ainda assim, o uso da História da Matemática como desmistificadora de uma ciência construída por gênios, isenta de falhas, tem potencial para mostrar aos alunos e professores que todos podem produzir matemática, aprender matemática, ensinar matemática.

Em relação ao objetivo de comparar as coleções entre si, percebemos que a coleção que teve maior número total de menções, “Matemática – contexto e aplicações”, com 60 menções ao todo, e 42 menções distintas, foi a que teve menor percentual de menções categorizadas como Estratégia Didática. Por outro lado, a coleção “Conexões com a Matemática” teve 34 menções, sendo 18 distintas, teve apenas 3 menções classificadas como Estratégia Didática.

Os valores totais obtidos e discutidos podem ser números pouco expressivos, considerando o total de livros analisados, mas temos uma média de 2 menções categorizadas como Estratégia Didática em cada livro. Se essas sugestões forem empregadas em sala de aula, os alunos sairiam do Ensino Médio tendo aprendido matemática por meio da história em pelo menos 6 situações, o que já pode ser considerado um começo quanto à inserção e utilização da História da Matemática no ensino.

Apesar dessa possibilidade, consideramos essa quantidade muito pequena. Os livros apresentam uma quantidade considerável de menções históricas, mas a grande maioria se caracteriza como informação, o que acaba por levar os alunos a uma visão contrária ao que visa a inserção da HM no ensino, pois ao contar apenas que determinado matemático obteve certo resultado quando ainda era criança reforça a visão de que a Matemática é para poucos.

Além disso, enfatizamos a necessidade de uma maior quantidade de pesquisas e discussões acerca do Manual do Professor, que tem tido uma estrutura mais completa em relação às primeiras obras aprovadas pelo PNLD e que segue mais critérios para que sejam aprovados, não bastando que contenham as respostas das atividades,

Deste modo, elencamos como possibilidade de uma futura pesquisa a verificação sobre como e se ocorre o uso do Manual do Professor por parte dos docentes, afinal, considerando que, após a avaliação do PNLD, são eles quem escolhem os livros a serem adotados, seus interesses e necessidades precisam ser considerados. Vemos ainda como possibilidade a comparação entre diversas edições de uma mesma coleção ou obras de mesmo(s) autor(es) que vem sendo seguidamente aprovada pelo PNLD quanto a evolução – ou não – da abordagem dada a História da Matemática. Uma outra possibilidade vislumbrada por nós é a análise da presença da História da Matemática em livros didáticos levando-se em conta o que é discutido

na Base Nacional Comum Curricular – BNCC – do Ensino médio, que ainda não foi publicada, mas estaria em elaboração.

## 7. REFERÊNCIAS

ALBERTI, Luana Angélica. **Tendências no Ensino da Matemática no Brasil: uma análise a partir de livros didáticos.** 2016. 194 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2016. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=3678872](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3678872)>. Acesso em: 29 maio 2017.

ALENCAR, Alexsandro Coelho. **História da Matemática no livro didático de Matemática: Práticas discursivas.** 2014. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014. Disponível em: <<http://tede.bc.uepb.edu.br/tede/jspui/handle/tede/2094>>. Acesso em: 28 abr. 2017.

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A Participação da História da Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática na Ótica de Professores e Pesquisadores.** 2008. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008. Disponível em: <[http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/rodrigo\\_balestri\\_texto.pdf](http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/rodrigo_balestri_texto.pdf)>. Acesso em: 07 ago. 2017.

BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola.** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 1998. 344 p

BEZERRA, M. J., **Matemática para o ensino médio.** São Paulo: Scipione, 2001.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da história da Matemática nos livros didáticos.** 2006. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Educação Matemática, Unesp, Rio Claro, 2006.

BIFFI, Lorena Carolina R. ; TRIVIZOLI, Lucieli M. . História Da Matemática em Livros Didáticos: primeiras observações no cenário de pesquisas realizadas. In: XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel. **Anais do XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática**, 2017. v. 1. p. 1-14.

BOYER, Carl. Benjamin. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blücher, 1996

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:**

**Matemática.** Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998. 148 p.

\_\_\_\_\_. Luís Carlos de Menezes. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio:** Parte III Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2000. 58 p.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio:** PCN +: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2002. 141 p.

\_\_\_\_\_. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2015 : matemática : ensino médio.2014. 108 f. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Brasília 2014.

\_\_\_\_\_. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Ministério da Educação e Cultura (Org.). **Programa Nacional do Livro Didático - Histórico.** 2017. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico>>. Acesso em: 28 abr. 2017

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. Ministério da Educação e Cultura (Org.). **PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: INTRODUÇÃO AOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS.** Brasília: Mec, 1997. 79 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Acesso em: 07 ago. 2017.

BROLEZZI, Antonio. Carlos. **A Arte de Contar:** uma introdução do estudo do valor didático da história da matemática. 1991. 244 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 1991.

BYERS, V. **Why study the history of mathematics?** International Journal of Math. Educ. Sci. Technol. 13(1): 59-66.1982

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Políticas Públicas e o Livro Didático de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática,** Rio Claro, v. 21, n. 29, p.1-11, fev. 2008. Quadrimestral.

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino; SILVA, Roberto da. **Metodologia Científica.** 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 162 p.

DANTE, Luiz Roberto, **Matemática.** São Paulo: Ática, 2005 (série Novo Ensino Médio)

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2014. Vol. 1.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2014. Vol. 2.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2.ed. São Paulo: Ática, 2014. Vol. 3.

FERREIRA, Maria Sueli Fonsêca. **Uma análise dos questionamentos dos alunos nas aulas de números complexos**. 2006. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006. Disponível em: <<http://repositorio.ufrn.br:8080/jspui/handle/123456789/16026>>. Acesso em: 29 maio 2017.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **Matemática fundamental**. São Paulo: FTD, 1994.

GOMES, Marcos Luis. **As práticas culturais de mobilização de histórias da matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio**. 2008. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2008.

GRATTAN-GUINNESS, I. **Not from nowhere: history and philosophy behind mathematical education**. International Journal of Math. Educ. Technol. 4: 421 – 453, 1973

GREEN, John. **O Teorema de Katherine**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013. 302 p. Tradução de Renata Pettengill.

GREEN, John. **Tartarugas até lá embaixo**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2017. 272 p. Tradução de Ana Rodrigues.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações**. 7.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 1.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações**. 7.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 2.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações**. 7.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 3.

JONES, P. S. **The History of Mathematics as Teaching tool**. In: Historical Topics for the mathematics class room. Whashington D.C.: National Council of Teachers os Matematics, 1969.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões com a Matemática**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 1.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões com a Matemática**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 2.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões com a Matemática**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 3.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro Didático de Matemática**: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise de tendências em educação matemática. 2000. 331 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: <<http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253415>>. Acesso em: 29 maio 2017.

MAZZIEIRO, Alceu dos Santos. **Descobrimo e aplicando a matemática**; 9º ano / texto de Alceu dos Santos Mazzieiro e Paulo Antônio Fonseca Machado; — Belo Horizonte: Dimensão, 2012.304 p. il. – (6º ao 9º ano do ensino fundamental – Matemática).

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: Sbhmat, 2016. 124 p.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Unicamp, v. 5, n. 8, p.73105, jul. 1997. Semestral.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: Propostas e Desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 208 p. (Tendências em Educação Matemática).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO; FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO; SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2013 – CGPLI**: Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Obras Didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2015. Brasília, 2013. 81 p

MOREIRA, Nayara Jane Souza. **Continuidade(s) e Ruptura(s) Nos Livros Didáticos “A Conquista da Matemática”**: como ensinar a partir de orientações metodológicas da Educação Matemática (1982 – 2009). 2013. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2013. Disponível em: <<http://bdtd.ufs.br/handle/tede/1920>>. Acesso em: 28 abr. 2017.

NEVES, Edna Roséle da Conceição. **Uma Trajetória pela História da Atividade Editorial Brasileira**: Livro Didático de Matemática, Autores e Editoras. 2005. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Puc/sp, São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11485>>. Acesso em: 07 ago. 2017.

OCAMPOS, João Danival Gil. **Redes discursivas sobre a história da Matemática em livros didáticos do ensino médio**. 2016. 174 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016. Disponível em: <[http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2950/1/João Danival Gil Ocampos.pdf](http://repositorio.cbc.ufms.br:8080/jspui/bitstream/123456789/2950/1/João%20Danival%20Gil%20Ocampos.pdf)>. Acesso em: 29 maio 2017.

OLIVEIRA, Esmeralda Maria Queiroz de. **O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. Disponível em: <<http://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4542>>. Acesso em: 02 dez. 2017.

PACHECO, Edilson Roberto. PACHECO, Enilda das Graças. **Práticas de leitura em tópicos de história da matemática**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011

PAIVA, Manoel, **Matemática 3**. São Paulo: Moderna, 1996.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 1.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 2.

PAIVA, Manoel. **Matemática: Paiva**. 2.ed. São Paulo: Moderna, 2013. Vol. 3.

PEREIRA, Elisângela Miranda. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens.** 2016. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências Mestrado Profissional, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016. Disponível em: <<http://repositorio.unifei.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/476>>. Acesso em: 28 abr. 2017.

PEREIRA, Juliana de Melo. **História da Matemática na Formação do Professor: dificuldades e sugestões.** 2013. 54 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013. Disponível em: <<http://repositorio.ufrn.br:8080/jspui/handle/123456789/16109>>. Acesso em: 29 maio 2017.

PIMENTEL, Guilherme Henrique. **A História da Geometria nos Livros Didáticos e Perspectivas do PNLD.** 2014. 139 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação e Ciência Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012. Disponível em: <[http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde\\_busca/arquivo.php?codArquivo=7984](http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=7984)>. Acesso em: 28 abr. 2017.

ROQUE, Tatiana. Desmascarando a equação.: A história no ensino de que matemática? **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p.167-185, jul. 2014. Semestral.

SAINT-EXUPÉRY, Antonie de. **O Pequeno Príncipe.** São Paulo: Geração, 2015. 129 p. Tradução de Frei Betto.

SILVA SOUZA, Fernando Augusto da. **A Introdução do Conceito de Grandezas Incomensuráveis / Números Irracionais nos Anos Finais do Ensino Fundamental: uma análise crítica dos livros didáticos.** 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=2297784#](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2297784#)>. Acesso em: 28 abr. 2017.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática Ensino Médio.** 8.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 1.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática Ensino Médio**. 8.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 2.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática Ensino Médio**. 8.ed. São Paulo: Saraiva, 2013. Vol. 3.

SOUZA, Joamir. **Novo olhar Matemática**. 2.ed. São Paulo: FTD, 2013. Vol. 1.

SOUZA, Joamir. **Novo olhar Matemática**. 2.ed. São Paulo: FTD, 2013. Vol. 2.

SOUZA, Joamir. **Novo olhar Matemática**. 2.ed. São Paulo: FTD, 2013. Vol. 3.

SOUZA, Marcos Paulo de. **A Coleção Matemática: Imenes & Lellis: A História da Matemática em Foco**. 2014. 128 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2014. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=1074814#](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1074814#)>. Acesso em: 28 abr. 2017.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e História: Algumas relações e implicações pedagógicas**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995, 228p.

WITZEL, Denise Gabriel. **Identidade e Livro Didático: movimentos identitários do professor de língua portuguesa**. 2002. 181 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Fundamentos da Educação, UEM, Maringá, 2002.