

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

THELMA PRETEL BRANDÃO VECCHI

Otimização de rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos

Maringá
2016

THELMA PRETEL BRANDÃO VECCHI

Otimização de rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química do Departamento de Engenharia Química, Centro de Tecnologia da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Área de concentração: Otimização de Processos.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Paraíso.

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Mario de Matos Jorge.

Coorientador: Prof. Dr. Mauro Antônio da Silva Sá Ravagnani.

Maringá

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

V397o Vecchi, Thelma Pretel Brandão
Otimização de rotas dos caminhões de coleta de
resíduos sólidos urbanos / Thelma Pretel Brandão
Vecchi. - - Maringá, 2016.

136 f. : il., : color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Paraíso.

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Mario de Matos Jorge.

Coorientador: Prof. Dr. Mauro Antônio da Silva Sá
Ravagnani.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual
de Maringá, Centro Tecnologia, Departamento de
Engenharia Química, Programa de Pós - Graduação
em Engenharia Química, 2016.

1. Engenharia Química - Coleta de resíduos
sólidos. 2. Rotas - Otimização. 3. Roteamento de
veículos. I. Paraíso, Paulo Roberto, orient. II.
Jorge, Luiz Mario de Matos, coorient. III.
Ravagnani, Mauro Antônio da Silva Sá, coorient. IV.
Universidade Estadual de Maringá. Centro de
Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Química. III. Título.

CDD 21. ed.660

MGC - 001710

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Esta é a versão final da Tese de Doutorado apresentada por Thelma Pretel Brandão Vecchi perante a Comissão Julgadora do Curso de Doutorado em Engenharia Química em 19 de fevereiro de 2016.

COMISSÃO JULGADORA



Prof. Dr. Paulo Roberto Paraiso
Orientador / Presidente



Prof. Dr. Luiz Mario de Matos Jorge
Coorientador



Prof. Dr. Mauro Antonio da Silva Sá Ravagnani
Coorientador



Profª Drª Solange Regina dos Santos
Membro



Prof. Dr. Ademir Aparecido Constantino
Membro



Profª Drª Márcia Marcondes Altimari Samed
Membro



Prof. Dr. Paulo Eduardo Polon
Membro

Dedico este trabalho à memória de meu pai, Jacyr Brandão, que apesar do pouco tempo de convivência só me deixou boas lembranças e bons exemplos a serem seguidos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de tudo, por ter me guiado e me proporcionado condições para que este sonho pudesse ser realizado, colocando as pessoas certas ao meu lado.

Ao meu orientador Prof. Dr Paulo R. Paraíso e aos coorientadores Prof. Dr. Luiz Mario M. Jorge e Prof. Dr. Mauro A. S. S. Ravagnani, que sempre estiveram presentes, orientando-me com paciência, dedicação e competência.

Ao meu esposo Roberto R. Vecchi, que me apoia, me incentiva e me ajuda a conquistar os meus objetivos, com companheirismo, amor e compreensão.

À minha mãe Izabel P. Brandão, que desde muito pequena me incentiva a estudar, a me aperfeiçoar e a batalhar por uma vida digna e prazerosa.

À minha filha Lais B. Vecchi, que sempre foi uma pessoa responsável, amorosa e parceira, que me deu a tranquilidade necessária para que eu pudesse me dedicar aos meus estudos.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, que permitiu que eu me dedicasse em tempo integral ao doutorado, me afastando das minhas atividades profissionais durante quase todo o tempo de doutoramento.

Aos meus colegas de curso, pelos momentos que dedicamos juntos aos estudos, favorecendo assim para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Ao Prof. Dr Ademir A. Constantino, que participou da minha banca de qualificação e, a partir daí, se tornou um parceiro, colaborando com orientações específicas e necessárias para a conclusão do meu trabalho.

À toda minha família, que sempre torceu por mim, me incentivando, dando forças e enviando pensamentos positivos em todos os momentos de necessidade.

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein.

OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DOS CAMINHÕES DE COLETA DE RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS

Autora: Thelma Pretel Brandão Vecchi
Orientador: Dr. Paulo Roberto Paraíso

Tese de doutorado; Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química; Universidade Estadual de Maringá; Av. Colombo 5790, Bloco E-46, Sala 09; CEP 87020-900, Maringá, PR-Brasil; defendida em 19/02/2016.

O processo de coleta de resíduos sólidos urbanos é importante na sociedade moderna, porém consome muitos recursos das prefeituras brasileiras. Assim, este trabalho tem como objetivo desenvolver um sistema que otimize as rotas de coleta executadas pelos caminhões. Esta otimização visa a redução da distância percorrida e a emissão de poluentes pelos caminhões. Matematicamente, esse é um problema de otimização combinatória que apresenta um grande número de variáveis e restrições, o que muitas vezes dificulta a sua solução. Neste trabalho foram desenvolvidas duas abordagens diferentes que envolvem modelagem matemática: primeiramente considerou-se um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), conhecido como um Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e classificado como um Problema de Roteamento em Nós (PRN). Em seguida, desenvolveu-se uma abordagem sequencial em três fases. A primeira fase realiza o agrupamento dos arcos (trechos das ruas) que devem ser atendidos pelos caminhões, com base em um modelo adaptado do Problema das P-medianas, problema de Programação Linear Inteira Binária (PLIB). Na segunda fase, aplica-se um modelo para o Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (*Capacitated Arc Routing Problem - CARP*), formulado como um problema de PLIM, classificado como um Problema de Roteamento em Arcos (PRA). Na terceira fase, utiliza-se de um algoritmo adaptado do algoritmo de Hierholzer para obter o roteiro dos veículos. As duas abordagens desenvolvidas foram aplicadas aos dados da região central de uma cidade brasileira com aproximadamente 93.000 habitantes e permitiram soluções viáveis, em bom tempo computacional. Os resultados obtidos a partir da abordagem que utiliza o PRV permitiram uma redução de, aproximadamente, 32% na distância total percorrida e uma economia de cerca de US\$ 230,00 por dia. A abordagem sequencial foi aplicada a duas situações: coleta indiferenciada dos resíduos e coleta seletiva. Para a coleta indiferenciada, os resultados da abordagem sequencial permitiram uma redução de 1,5% na distância total percorrida e uma economia de cerca de US\$ 3200,00/ano. Para a coleta seletiva, os resultados da abordagem sequencial permitiram uma redução de 7,5% na distância total percorrida e uma economia de aproximadamente US\$ 4000,00/ano. As rotas otimizadas a partir da abordagem sequencial para a coleta indiferenciada e para a coleta seletiva também permitem uma redução anual das emissões de poluentes na atmosfera pelos caminhões de coleta, de cerca de: 780 g_{poluentes} de CO, 150 g_{poluentes} de NMHC, 1.700 g_{poluentes} de NO_x, 20 g_{poluentes} de MP, 45 g_{poluentes} de CH₄ e 915kg de CO₂.

Palavras-chave: Otimização de Rotas; Problema de Roteamento de Veículos; Problema de Roteamento em Arcos Capacitados; Coleta de Resíduos Sólidos.

ROUTE OPTIMIZATION OF COLLECTION TRUCKS OF MUNICIPAL SOLID WASTE

Author: Thelma Pretel Brandão Vecchi
Advisor: Dr. Paulo Roberto Paraíso

Doctoral thesis; Graduate Program in Chemical Engineering; State University of Maringá; Columbus Av 5790, Block E-46, Room 09.; CEP 87020-900, Maringá PR Brazil; defended in 02/19/2016.

The process of collecting municipal solid waste is important in modern society, but it consumes many resources of Brazilian municipalities. This work aims to develop a system that optimizes the collection routes carried by trucks. This optimization aims to reduce the distance traveled and the emission of pollutants from trucks. Mathematically, this is a combinatorial optimization problem that presents a large number of variables and constraints, which often hinders their solution. In this work it was developed two different approaches that involve mathematical modeling: first it was considered a model of Mixed Integer Linear Programming (MILP), known as a Vehicle Routing Problem (VRP) and classified as a Node Routing Problem (NRP). Then it was developed a sequential three-step approach. The first stage performs the grouping of the arcs (streets channel) that must be attended by the trucks, based on an adapted model of the P-median problem, a Binary Integer Linear Programming (BILP) problem. In the second phase applies a model for the Capacitated Arc Routing Problem (CARP), formulated as a problem of MILP and classified as an Arc Routing Problem (ARP). In the third phase, applies an algorithm that has been adapted from Hierholzer algorithm to obtain the itinerary of the vehicles. The two developed approaches have been applied to data from the central region of a Brazilian city with about 93,000 inhabitants, which allowed workable solutions, in good computational time. The results from the approach that uses the VRP allowed a reduction of approximately 32% in total distance traveled and a savings of about US\$ 230.00 per day. The sequential approach was applied to two situations: undifferentiated collection of waste and selective collection. For undifferentiated collection, the results of the sequential approach allowed a reduction of 1.5% in total distance traveled and a savings of about US\$ 3200.00/year. For the selective collection, the results of the sequential approach allowed a reduction of 7.5% in the total distance traveled and savings of approximately US\$ 4000.00/year. The optimized routes from the sequential approach to the undifferentiated collection and to the selective collection also enable an annual reduction of pollutant emissions into the atmosphere by the collection trucks, of about: 780 g_{pollutants} of CO, 150 g_{pollutants} of NMHC, 1700 g_{pollutants} of NO_x, 20 g_{pollutants} of PM (particulate material), 45 g_{pollutants} of CH₄ and 915 kg of CO₂.

Keywords: Route Optimization; Vehicle Routing Problem; Capacitated Arc Routing Problem; Solid Waste Collection.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Comparativo do destino final do lixo no Brasil, 1989 e 2000.	24
Figura 2.2 - O processo de construção de modelos.	34
Figura 2.3 - Tipos de Problemas de Roteamento.	42
Figura 2.4 - As sete pontes de Königsberg.	43
Figura 2.5 - G_1 : grafo não orientado; G_2 : dígrafo; G_3 : grafo misto.	45
Figura 2.6 - Grafo euleriano e semi-euleriano.	46
Figura 2.7 - Exemplo de árvore com nó raiz 1.	47
Figura 2.8 - Exemplo de aplicação do Algoritmo de Hierholzer.	56
Figura 2.9 - Redução das emissões ao longo das fases do PROCONVE para veículos pesados.	65
Figura 3.1 - Localização da cidade de Campo Mourão – PR.	68
Figura 3.2 - Mapa da região central da cidade de Campo Mourão com os respectivos pontos de coleta.	70
Figura 3.3 - Exemplo para o cálculo da distância entre os pontos de coleta.	70
Figura 3.4 - Rota realizada pelo caminhão 1 na região central da cidade de Campo Mourão.	71
Figura 3.5 - Rota realizada pelo caminhão 2 na região central da cidade de Campo Mourão.	71
Figura 3.6 - Exemplo de sub-rota gerada pelos nós 2, 3 e 4.	80
Figura 3.7 - Exemplo de sub-rota evitada pelo uso da restrição 3.31.	81
Figura 3.8 - Fluxograma para a execução do PRV modificado.	82
Figura 3.9 - Fluxograma para a execução da abordagem sequencial em três fases.	90
Figura 4.1 - Rota gerada para o caminhão 1 (mapa da região no autocad).	94
Figura 4.2 - Rota gerada para o caminhão 2 (mapa da região no autocad).	94
Figura 4.3 - Solução determinada pelo CARP (caminhão 1), com a presença de sub-rotas.	97

Figura 4.4 - Solução determinada pelo CARP (caminhão 2), com a presença de sub-rotas.	97
Figura 4.5 - Solução do problema das P-medianas.	99
Figura 4.6 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 1.....	102
Figura 4.7 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 2.....	103
Figura 4.8 - Solução do problema das P-medianas para a coleta seletiva.	106
Figura 4.9 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 1 da coleta seletiva.	109
Figura 4.10 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 2 da coleta seletiva.	109

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1: Estimativa da quantidade de resíduos sólidos domiciliares e/ou públicos coletados no Brasil.....	26
Tabela 2.2: Quantidade diária de resíduos sólidos domiciliares e/ou públicos encaminhados para diferentes formas de destinação final, para os anos 2000 e 2008.....	27
Tabela 2.3: Estratégia de implantação do PROCONVE para veículos pesados (Fases”P”)	62
Tabela 2.4: Limite das emissões para veículos pesados a diesel.....	64
Tabela 2.5: Fatores de emissão de CO, NO _x , NMHC e MP para motores Diesel, caminhões pesados, em g _{poluentes} /km.	66
Tabela 2.6: Fatores de emissão de CH ₄ para motores Diesel	66
Tabela 3.1: Dados referentes à coleta indiferenciada e coleta seletiva na região central de Campo Mourão - PR.....	69
Tabela 4.1 : Resultados obtidos para o problema das P-medianas.....	98
Tabela 4.2: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 1.	100
Tabela 4.3: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 2.	101
Tabela 4.4: Resultados obtidos para o problema das P-medianas para a coleta seletiva.	105
Tabela 4.5: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 1 da coleta seletiva.....	107
Tabela 4.6: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 2 da coleta seletiva.....	108
Tabela 4.7: AS para o número de caminhões (capacidade fixa em 6 ton)	111
Tabela 4.8: AS para a capacidade dos caminhões (número de caminhões fixo em dois).	112
Tabela 4.9: Redução de poluentes a partir das rotas otimizadas, considerando a fase P-7 do PROCONVE.....	113

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS – Análise de Sensibilidade

CARP – *Capacitated Arc Routing Problem*

C – Carbono

CH₄ – Metano

CO – Monóxido de carbono

CO₂ – Dióxido de carbono

COHb – Carboxiemoglobina

CONAMA – Conselho Nacional do Meio Ambiente

GAMS – *General Algebraic Modeling System*

GB – Giga bite

HC – Hidrocarbonetos

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

MP – Material particulado

MP_{2,5} – Material particulado com diâmetro inferior a 2,5µm.

NMHC – Hidrocarbonetos não metano

NO_x – Óxidos de Nitrogênio

O₂ – Oxigênio

O₃ – Ozônio

PCC – Problema do Carteiro Chinês

PCCM – Problema do Carteiro Chinês Misto

PCV – Problema do Caixeiro Viajante

PD – Programação Dinâmica

PI – Programação Inteira

PIM – Programação Inteira Mista

PL – Programação Linear

PLF – Problema de Localização de Facilidades

PLI – Programação Linear Inteira

PLIB – Programação Linear Inteira Binária

PLIM – Programação Linear Inteira Mista

PM – Programação Mista

PPMC – Problema das P-medianas Capacitado

PPMNC – Problema das P-medianas não Capacitado

PNL – Programação não Linear

PNRS – Política Nacional de Resíduos Sólidos

PNSB – Pesquisa Nacional de Saneamento Básico

PRA – Problema de Roteamento em Arcos

PRN – Problema de Roteamento em Nós

PROCONVE – Programa de Controle da Poluição do Ar por Veículos Automotores

PRV – Problema de Roteamento de Veículos

RCHO – Aldeídos

SO_x – Enxofre

SO₂ – Dióxido de Enxofre

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	21
1.1.1	Geral	21
1.1.2	Específicos	21
1.2	JUSTIFICATIVA	22
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	22
2	REVISÃO DE LITERATURA	24
2.1	PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO.....	33
2.2	PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	37
2.3	O PROBLEMA DE ROTEAMENTO	41
2.3.1	Definições e Terminologia da Teoria dos Grafos	44
2.4	PROBLEMAS CLÁSSICOS DE ROTEAMENTO	48
2.4.1	Problema de Roteamento de Veículos (PRV)	48
2.4.2	Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP)	51
2.5	PROBLEMA DAS P-MEDIANAS	53
2.6	ALGORITMO DE HIERHOLZER	56
2.7	IMPACTO AMBIENTAL	58
2.8	CONCLUSÃO	67
3	METODOLOGIA	68
3.1	DELIMITAÇÃO DO SISTEMA EM ESTUDO	68
3.2	MODELAGEM	72
3.2.1	Modelagem do Problema de Roteamento de Veículos (PRV)	74

3.2.1.1	Implementação e alterações propostas ao modelo de PRV	76
3.2.2	Modelagem da Abordagem Sequencial	83
3.2.2.1	Problema das P-medianas.....	83
3.2.2.2	Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP)	85
3.2.2.3	Algoritmo de Hierholzer	87
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	92
4.1	RESULTADOS DO MODELO DE PRV	93
4.2	RESULTADOS DA ABORDAGEM SEQUENCIAL.....	96
4.2.1	Coleta Indiferenciada.....	96
4.2.2	Coleta Seletiva.....	104
4.2.3	Análise de Sensibilidade.....	111
4.3	ANÁLISE DO IMPACTO AMBIENTAL	112
5	CONCLUSÕES.....	114
5.1	TRABALHOS PUBLICADOS	115
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	116
	REFERÊNCIAS	117

1 INTRODUÇÃO

A urbanização se intensificou no Brasil a partir de 1970. Atualmente, segundo o IBGE (2010), 84% dos brasileiros residem nos centros urbanos. Concomitantemente à urbanização, cresceu também a produção de bens e serviços que, à medida que são consumidos, geram um número cada vez maior de resíduos que necessitam ser coletados e dispostos em locais adequados. Essa coleta é dispendiosa para a maioria dos municípios brasileiros. Um gerenciamento eficiente de coleta de resíduos, que reduza os custos operacionais e o impacto ambiental, se faz necessário.

A coleta de resíduos sólidos urbanos (Anexo 1 - Política Nacional de Resíduos Sólidos) é uma atividade complexa que envolve recursos humanos, financeiros e materiais. Portanto, para ser bem sucedida, essa atividade deve operar sob um planejamento rigoroso em todos os aspectos. Nesse planejamento deve estar incluso a disposição seletiva dos resíduos nas residências, a coleta com rotas otimizadas e a disposição final do resíduo. Esse assunto tem sido debatido em diversas áreas do conhecimento, tais como: urbanismo, saneamento, engenharias, ecologia, administração, educação, entre outros. Alguns fatores importantes devem ser considerados ao tratar esse tema:

- Grande quantidade de lixo gerada – Segundo o IBGE (2010), o índice de lixo per capita brasileiro varia de 0,45 a 1,2 kg/hab/dia.
- Gastos financeiros relacionados ao gerenciamento de resíduos sólidos urbanos – No Brasil, a média dos gastos com os serviços de limpeza pública varia entre 7% e 15% do orçamento dos municípios, dos quais 50% são gastos com a coleta e com o transporte dos resíduos (CUNHA e CAIXETA, 2002).
- Impacto ao meio ambiente e à saúde da população – um destino final inadequado dos resíduos e a emissão de poluentes pelos caminhões de coleta podem levar a problemas sérios de contaminação do ar, da água, do solo e a proliferação de vetores nocivos à saúde humana.

A coleta dos resíduos nos municípios brasileiros é de responsabilidade das prefeituras, porém a maioria delas contrata empresas terceirizadas para a realização desse serviço. Essa operação inclui a coleta dos resíduos nas residências e/ou órgãos públicos e o transporte desses resíduos até o seu destino final.

A otimização das rotas dos caminhões que realizam esse tipo de coleta constitui o foco desse trabalho. Dentro da Pesquisa Operacional, pode ser considerada como um Problema de Roteamento em Arcos (PRA). Esse tipo de problema tem como objetivo percorrer arestas ou arcos (trechos viários) de uma rede, de tal modo que todos sejam atravessados pelo menos uma vez, o que minimiza a distância total percorrida. Podem surgir também em outros contextos práticos, como por exemplo, otimizar a entrega de cartas, a varrição e lavagem de ruas, a inspeção de redes elétricas, de água e de gás, as linhas de ônibus, entre outros. Segundo Ghiani *et al.* (2005), as aplicações mais estudadas de PRA envolvem a gestão de resíduos sólidos e esses estudos têm permitido significantes economias nesses processos. Dentre os principais Problemas de Roteamento em Arcos estão o Problema do Carteiro Chinês (PCC), o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e o Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP – *Capacitated Arc Routing Problem*). Esses tipos de problemas podem utilizar modelos matemáticos para chegar ao valor ótimo esperado (PAES e ARICA, 2005).

Vários trabalhos já foram desenvolvidos com a finalidade de otimizar rotas de veículos de coleta de resíduos. Alguns utilizam algoritmos exatos e outros heurísticos, devido ao grande número de variáveis e restrições do problema. Um método heurístico geralmente conduz a uma boa solução para o problema, porém não garante produzir uma solução ótima, pois possui a dificuldade de fugir de ótimos locais. Devido a essa dificuldade, surgiram as metaheurísticas, que possuem ferramentas que possibilitam sair desses ótimos locais, fazendo buscas em regiões mais promissoras.

A seguir, alguns exemplos de pesquisas realizadas nesta área: Paes e Arica (2005) propuseram a metaheurística Grasp para a solução do problema de otimização de rotas dos caminhões de coleta de resíduos domésticos. Godinho e Junqueira (2006) estudaram aplicações do Problema do Carteiro Chinês (PCC) para a coleta de resíduos domésticos na cidade de São Carlos - SP. Souza e Rangel (2009) utilizaram uma adaptação do algoritmo do PCC para otimizar a rota do caminhão de coleta de resíduos

sólidos em um bairro de Volta Redonda - RJ. Rigonatti *et al.* (2012) realizaram um estudo de caso numa região da cidade de São Paulo, utilizando modelos do Problema do Carteiro Chinês Misto para otimizar as rotas dos caminhões de coleta de resíduos. Wy *et al.* (2013), propuseram um algoritmo iterativo de abordagem heurística, uma variante do problema de roteamento de veículos, para otimizar rotas de coleta de resíduos. Moghadam *et al.* (2014) propuseram um algoritmo de metaheurística híbrida que combina sistema de colônia de formigas e *simulated annealing* para a solução de um problema de roteamento de veículos. Dondo e Cerdá (2009) apresentaram um algoritmo de melhoria de busca local para resolver o problema de roteamento de veículos com multi-depósitos e com janelas de tempo, que explora uma grande vizinhança da solução atual para descobrir um conjunto mais barato de rotas viáveis.

Devido ao grande número de variáveis que surgem ao tratar o problema com dados reais, a utilização de métodos heurísticos pode ser aplicada como uma alternativa de solução, pois a literatura mostra que as heurísticas geralmente chegam a resultados satisfatórios com menor esforço computacional e menos tempo de execução. A maioria dos trabalhos desenvolvidos nesta área apresenta a dificuldade em aplicar modelos matemáticos a problemas de médio e grande porte. Essa dificuldade está geralmente relacionada com a formação de sub-rotas na solução, que aumenta proporcionalmente com o aumento do número de nós e arcos considerados no grafo.

Então, a presente tese de doutorado apresenta sua contribuição ao desenvolver duas abordagens diferentes que envolvem modelos matemáticos para a otimização de rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos. Essas abordagens podem ser utilizadas em problemas de médio porte e permitem resultados viáveis, sem a presença de sub-rotas na solução, em bom tempo computacional.

A primeira abordagem proposta utiliza um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), denominado Problema de Roteamento de Veículos (PRV), classificado como um Problema de Roteamento em Nós (PRN) e foi adaptada do modelo proposto por Agha (2006). Essa modelagem apresenta bons resultados e é mais indicada em situações onde a coleta dos resíduos é feita no sistema de *containers*, em que o caminhão tem a necessidade de visitar todos os pontos de coleta (nós) que se encontram distribuídos na região de interesse.

Já a segunda consiste de uma abordagem sequencial composta por três fases, envolvendo dois modelos matemáticos e um algoritmo exato. Essa abordagem é indicada em situações em que os veículos de coleta necessitam visitar todos os trechos das ruas (arcos/arestas) de determinada região. A primeira fase utiliza um modelo adaptado do problema das P-medianas (Programação Linear Inteira Binária - PLIB), também conhecido como Problema de Localização de Facilidades (PLF), para dividir a região a ser atendida por cada veículo, ou seja, realizar agrupamentos das ruas (arestas/arcos) para cada veículo de coleta. Esse modelo foi adaptado para considerar a demanda de resíduos e a capacidade dos caminhões em sua formulação. A segunda fase utiliza um modelo de PLIM, adaptado do Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP) proposto por Dror (2001), que é aplicado a cada grupo de arcos obtidos da fase anterior para a otimização das rotas. Por fim, na terceira fase, o algoritmo adaptado de Hierholzer é aplicado para cada grafo resultante da fase anterior para obter a rota de cada veículo.

O CARP e o Algoritmo de Hierholzer foram adaptados para o fato de a rota ter início e fim em pontos diferentes (início na garagem dos caminhões e término no aterro sanitário ou na cooperativa de reciclagem), o que não ocorre em suas formulações originais, onde o início e o fim da rota coincidem em um mesmo ponto. Essa abordagem em três fases foi necessária para tornar possível a exclusão da restrição referente à eliminação de sub-rotas no modelo original do CARP, devido ao fato dessa não poder ser implementada com sucesso em problemas de médio e grande porte (otimização combinatória com grande número de combinações entre os vértices). Desta forma o CARP, inicialmente classificado como NP-*hard*, foi transformado em um problema de mais fácil solução, apresentando soluções viáveis, sem a presença de sub-rotas.

Essas duas abordagens foram aplicadas com sucesso usando dados reais coletados no centro da cidade de Campo Mourão, noroeste do Paraná, com o objetivo de planejar a coleta e o transporte de resíduos, a fim de minimizar as distâncias percorridas, os gastos com manutenção e combustível dos veículos e, conseqüentemente, reduzir as emissões de poluentes na atmosfera. Foram realizadas duas aplicações diferentes nessa região. A primeira considera os dados da coleta indiferenciada, onde a rota dos caminhões tem início na garagem e término no aterro sanitário. A segunda considera os dados da coleta seletiva. Nesse caso, as rotas dos caminhões tem início na garagem, porém o

término ocorre em um dos dois depósitos (cooperativas) que recebem os materiais para posterior reciclagem.

Naturalmente, essa pesquisa abrange apenas as rotas incluídas na área estudada, que serve como um exemplo, mas pode ser aplicada a qualquer outra área, simplesmente alterando a entrada de dados. Nos próximos capítulos, estas abordagens são apresentadas com detalhes, bem como os resultados obtidos a partir das aplicações realizadas.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Geral

Otimizar as rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos na região central de uma cidade de médio porte, por meio de modelos exatos de programação linear.

1.1.2 Específicos

- Desenvolver modelos matemáticos visando a minimização das distâncias percorridas pelos caminhões e, conseqüentemente, a minimização das emissões de poluentes na atmosfera;
- Implementar programas computacionais para execução dos modelos propostos, comparando-os quanto aos resultados obtidos;
- Fazer estudos de caso com dados coletados em uma cidade de médio porte, localizada na região noroeste do Paraná.

1.2 JUSTIFICATIVA

Um mal gerenciamento dos resíduos sólidos, além de ocasionar gastos financeiros elevados, pode provocar graves danos ao meio ambiente, ocasionando problemas de saúde à população e a degradação da natureza. Esse fato justifica o interesse em estudar e propor uma metodologia que permita a redução da distância total percorrida pelos caminhões de coleta de resíduos, a partir de rotas otimizadas, favorecendo assim economia aos cofres públicos, bem como redução na emissão de poluentes na atmosfera, o que beneficia o meio ambiente e a saúde da população.

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura apresenta solução para esse problema a partir da utilização de métodos heurísticos, devido ao grande número de variáveis e restrições que inviabilizam a modelagem matemática em aplicações de médio e grande porte. Por sua vez, esse trabalho propõe duas abordagens que utilizam modelagem matemática e que demonstraram ser eficientes para a solução desse problema, apresentando rotas viáveis em bom tempo computacional.

Dessa forma, o interesse em estudar e propor soluções para a problemática da geração, coleta, transporte e destino final de resíduos sólidos gerados nas cidades todos os dias fica justificado, pois os benefícios para a população e para o meio ambiente podem alcançar altos níveis, colaborando assim para uma melhor prática social e ambiental.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

O Capítulo 1, como já visto, apresenta a introdução, a justificativa, os objetivos da presente tese de doutorado e os artigos publicados no decorrer dessa pesquisa.

No Capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica com ênfase nos trabalhos desenvolvidos na área dos problemas de roteamento e otimização de rotas de veículos. Apresenta-se ainda a teoria matemática necessária para uma melhor compreensão dos modelos matemáticos que foram utilizados no decorrer do trabalho, para a otimização das

rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos. Finaliza-se o capítulo com uma seção referente aos impactos ambientais causados, principalmente, devido as emissões de gases poluentes pelos caminhões de coleta.

São apresentados no Capítulo 3 os materiais e a metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa. Os modelos matemáticos (e as modificações propostas) do Problema de Roteamento de Veículos e da abordagem sequencial desenvolvida em três fases (Problema das P-medianas, Problema de Roteamento em Arcos Capacitados e Método de Hierholzer) são descritos e implementados para a otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos na região central da cidade de Campo Mourão – PR.

O Capítulo 4 faz referência aos resultados obtidos a partir da implementação dos modelos descritos no Capítulo 3. Os resultados da primeira abordagem (Problema de Roteamento de Veículos) são referentes aos dados da coleta indiferenciada dos resíduos sólidos da região central de Campo Mourão-PR. Para a segunda abordagem, apresentam-se dois resultados distintos: o primeiro referente à coleta indiferenciada e o segundo referente à coleta seletiva, ambos na mesma região em estudo. Apresenta-se ainda uma análise de sensibilidade, onde são avaliados os parâmetros de entrada: número de caminhões e capacidade dos caminhões, a fim de verificar se o modelo produz resultados lógicos em função de alterações nesses parâmetros. Para finalizar, são apresentados os resultados referentes à diminuição das emissões de gases poluentes pelos caminhões de coleta, a partir das rotas otimizadas.

No Capítulo 5 são descritas as conclusões deste trabalho e são propostas algumas atividades futuras para novos projetos nesta área de pesquisa.

Por fim, encontram-se as referências e os anexos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

O crescimento desenfreado da população mundial nas últimas décadas gerou um inchaço das cidades. Para atender a demanda crescente, houve um aumento muito grande na produção de bens de consumo e, em consequência disto, é cada vez maior a quantidade de lixo gerada todos os dias. A falta de consciência ecológica para o trato com esse lixo tem causado cada vez mais degradação à natureza. Esse problema está sendo estudado em todo o mundo, em diversas áreas do conhecimento, em busca de soluções que minimizem os impactos à população e ao meio ambiente.

No Brasil, a Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS – ver anexo 1) foi instituída em 2010, com a lei nº 12.305/10. Essa política norteia os planos municipais de manejo dos resíduos sólidos. Porém, desde a década de 1980 são realizadas pesquisas que, dentre outros objetivos, buscam verificar a situação da problemática do lixo no país. Em 2000, a Pesquisa Nacional de Saneamento Básico (PNSB, 2002) constatou que a quantidade de lixo domiciliar coletada todos os dias nos municípios brasileiros era de aproximadamente 150 mil toneladas, e destes, 47,1% eram destinados a aterros sanitários, 22,3% a aterros controlados e 30,5% a lixões, ou seja, 69,4% de todo o lixo coletado no Brasil estaria tendo um final adequado. Esse resultado mostrou uma melhora quando comparado aos obtidos na pesquisa anterior, realizada em 1989. A Figura 2.1 mostra esse comparativo.

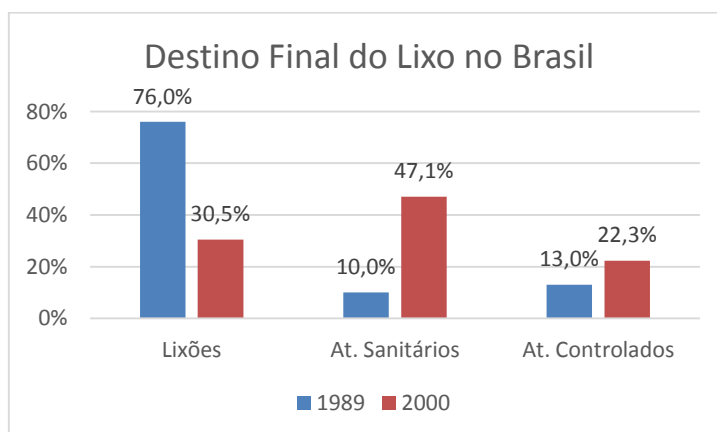


Figura 2.1 - Comparativo do destino final do lixo no Brasil, 1989 e 2000.

Fonte: Pesquisa Nacional de Saneamento Básico, 2002.

De acordo com essa pesquisa, define-se:

- Aterro controlado: local para despejo do lixo coletado, onde os resíduos são cobertos com camada de terra para não causar danos ou riscos à saúde pública e minimizar os impactos ambientais.
- Aterro sanitário: lugar de destinação final dos resíduos sólidos urbanos, com adequada disposição no solo, sob controles técnico e operacional permanentes, para que nem os resíduos, nem seus efluentes líquidos e gasosos venham a causar danos à saúde pública e/ou ao meio ambiente.
- Lixão ou vazadouro a céu aberto: local utilizado para disposição do lixo sem qualquer cuidado ou técnica especial, caracterizando-se pela falta de medidas de proteção ao meio ambiente ou à saúde pública.

Porém, em relação à forma de descarte dos resíduos pelos municípios, a pesquisa realizada em 2000 demonstrou um resultado não muito favorável: 63,6% utilizavam lixões, 32,2% aterros adequados (13,8% sanitários e 18,4% controlados) e 5% não informaram para onde são levados seus resíduos. Comparando esses resultados com os obtidos pela mesma pesquisa de 2008, temos um avanço: 50,8% dos municípios brasileiros despejam os resíduos sólidos em lixões, 22,5% descartam esses resíduos em aterro controlado e 27,7% utilizam aterro sanitário, de um total de aproximadamente 185 mil toneladas de lixo coletados diariamente. Os números mostram uma melhora, mas ainda falta muito para que a meta da PNRS seja alcançada, reduzir à zero o número de lixões no país (PNSB, 2010).

O Plano Nacional de Resíduos Sólidos (2011), previsto pela PNRS (ver Anexo 1), apresenta uma comparação entre os anos de 2000 e 2008, com relação à quantidade de resíduos sólidos produzidos por região no Brasil (ver Tabela 2.1), bem como uma comparação da quantidade de resíduos sólidos encaminhados para as diversas formas de destino final existentes no Brasil, no mesmo período (ver Tabela 2.2).

Tabela 2.1: Estimativa da quantidade de resíduos sólidos domiciliares e/ou públicos coletados no Brasil

Unidade de Análise	Quantidade de resíduos coletados (t/dia)		Quantidade de resíduos por habitante (kg/hab.dia)	
	2000	2008	2000	2008
Brasil	149.094,3	183.481,5	1,1	1,1
Norte	10.991,4	14.637,3	1,2	1,3
Nordeste	37.507,4	47.203,8	1,1	1,2
Sudeste	74.094,0	68.179,1	1,1	0,9
Sul	18.006,2	37.342,1	0,9	1,6
Centro-Oeste	8.495,3	16.119,2	0,8	1,3

Fonte: Plano Nacional de Resíduos Sólidos, 2011.

Analisando os dados da Tabela 2.1, pode-se perceber um aumento na produção de resíduos em todas as regiões do país, no período de 2000 a 2008, exceto na região sudeste, onde ocorreu um decréscimo, tanto na quantidade de resíduos coletados, como na quantidade de resíduos produzidos por habitante. Isto pode ser resultado de uma coleta seletiva mais eficiente realizada nesta região, pois dados obtidos no Plano Nacional de Resíduos Sólidos (2011), com relação à coleta seletiva no mesmo período (2000 – 2008), mostram que o número de programas passou de 451 para 994. A maior concentração desses programas está nas regiões Sul e Sudeste, onde, respectivamente, 46% e 32,4% dos municípios informaram que possuem coleta seletiva em todos os distritos. Apesar de ter ocorrido um avanço nesse período, esse número ainda representa apenas 18% dos municípios brasileiros.

Tabela 2.2: Quantidade diária de resíduos sólidos domiciliares e/ou públicos encaminhados para diferentes formas de destinação final, para os anos 2000 e 2008.

Destino Final	2000		2008	
	Quantidade (t/d)	%	Quantidade (t/d)	%
At. Sanitário	49.614,5	35,4	110.044,4	58,3
At. Controlado	33.854,3	24,2	36.673,2	19,4
Vazadouros a céu aberto (Lixão)	45.484,7	32,5	37.360,8	19,8
Unidade de Compostagem	6.364,5	4,5	1.519,5	0,8
Unidade de triagem para reciclagem	2.158,1	1,5	2.592,0	1,4
Unidade de incineração	483,1	0,3	64,8	<0,1
Vazadouro em áreas alagáveis	228,1	0,2	35,0	<0,1
Locais não fixos	877,3	0,6	Sem informação	
Outra unidade	1.015,1	0,7	525,2	0,3
Total	140.080,7		188.814,9	

Fonte: Plano Nacional de Resíduos Sólidos, 2011.

Uma unidade de compostagem consiste em máquinas e equipamentos que permitem a decomposição biológica dos materiais orgânicos contidos no lixo, que resulta no composto orgânico utilizado como condicionador do solo agrícola. Na unidade de incineração é realizado um processo de combustão (queima) do lixo, que apresenta custos elevados e há exigência de controle rigoroso da emissão de gases poluentes gerados por essa atividade. Por isso, esse processo é pouco incentivado (MOTA *et al.*, 2009).

Os números apresentados na Tabela 2.2 mostram avanços na disposição final dos resíduos sólidos no país de 2000 a 2008, porém ainda são necessários muitos esforços para que essa situação seja considerada ideal.

A coleta seletiva de resíduos se apresenta como uma solução indispensável, pois permite a redução da quantidade de lixo que se destinará aos aterros. O seu fundamento central é a separação, pela população, dos materiais recicláveis. A população também deve ser orientada para a divisão dos recicláveis em diferentes recipientes, de acordo com o tipo de material, facilitando assim o posterior trabalho de reciclagem. Para isso, é necessário um árduo trabalho de conscientização da população, incentivando medidas que visem a diminuição da geração de resíduos, bem como a separação dos recicláveis, para que cada vez mais a coleta seletiva se torne eficiente (MOTA *et al.*, 2009).

A problemática do lixo envolve três fatores principais: geração, coleta e transporte e disposição final. Os dados apresentados anteriormente dão uma ideia da situação brasileira com relação à grande quantidade de lixo produzida diariamente e também com relação à disposição final inadequada de uma boa parte dos resíduos coletados no país. Esses problemas são de grande importância e merecem atenção especial, porém este trabalho tem como foco a coleta e o transporte dos resíduos, fator esse tão importante quanto os demais.

A operação de coleta dos resíduos inclui a partida do veículo de sua garagem, o percurso gasto na viagem para remoção dos resíduos dos locais onde foram acondicionados aos locais de descarga e o retorno ao ponto de partida. A coleta normalmente pode ser classificada em dois tipos de sistemas: sistema especial de coleta (resíduos contaminados) e sistema de coleta de resíduos não contaminados. Para a segunda situação, a coleta pode ser realizada de maneira convencional, denominada coleta indiferenciada (resíduos encaminhados para o destino final, como os aterros) ou de maneira seletiva, denominada coleta seletiva (resíduos recicláveis encaminhados geralmente para as cooperativas de material reciclável). Com relação aos veículos coletores, esses podem ser classificados em compactadores ou comuns (tratores, coletor de caçamba aberta e coletor com carrocerias tipo baú). Os resíduos coletados são transportados para estações de transferência ou transbordo, para locais de processamento e recuperação (incineração ou usinas de triagem e compostagem) ou para seu destino final (aterros e lixões). Uma coleta eficiente, com rotas otimizadas, permite viagens mais curtas para os caminhões de coleta e, como consequência, gera economia para os cofres públicos

e menor índice de emissão de poluentes na atmosfera, o que favorece ganhos para a saúde da população e para o meio ambiente.

Os Problemas de Roteirização de Veículos pertencem a uma ampla categoria de problemas, conhecida como problemas de otimização combinatória. Vários trabalhos já foram desenvolvidos com o intuito de otimizar rotas para a coleta de resíduos domésticos. A maioria deles utiliza métodos heurísticos, devido à complexidade do problema que varia dependendo do número de variáveis e restrições consideradas em sua formulação. Mesmo utilizando computadores de última geração, dificuldades podem ser encontradas, pois estas residem na natureza combinatória dos problemas de roteamento de veículos. Segundo Goldbarg e Luna (2000), classificam-se os problemas combinatórios a partir da utilização de uma função matemática que expressa o tempo necessário para a resolução de uma instância do algoritmo utilizado. Esta função é chamada “função complexidade de tempo” e a classificação se dá da seguinte maneira:

- Classe P – fácil resolução computacional.
- Classe NP – difícil resolução computacional.
- Classe *NP-hard* ou NP-completos – resolução computacional muito difícil ou impossível.

Os problemas de roteamento de veículos são classificados como *NP-hard*, o que justifica a necessidade da utilização de métodos heurísticos para a solução do problema, em situações de médio e grande porte. Esses problemas vêm recebendo tratamento especial na literatura devido a sua grande complexidade e, conseqüentemente, dificuldade em gerar soluções boas ou ótimas.

Paes e Arica (2005) propõe uma otimização de rotas para a coleta do lixo doméstico a partir de modelos de Programação Linear Inteira (PLI) e da resolução de um algoritmo baseado na Metaheurística Grasp. Segundo os autores, o problema abordado é considerado um Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM), que é uma classe especial do Problema de Roteamento em Arcos (PRA). Em sua pesquisa apresentaram comparações entre os valores obtidos das soluções aproximadas e as soluções ótimas do PLI, usando grafos gerados a partir da malha viária da cidade de Campo dos Goytacazes (RJ). Com relação às soluções aproximadas, os resultados obtidos foram satisfatórios e o

algoritmo mostrou-se eficiente quanto ao tempo de resposta. Concluíram não ser possível determinar a solução ótima para o Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM), pois esse é classificado como *NP-hard*, ou seja, não permite solução em tempo de ordem polinomial para aplicação a dados reais.

Godinho e Junqueira (2006) estudaram aplicações do Problema do Carteiro Chinês (PCC) para a coleta de resíduos e também para entrega de cartas pelo correio, em uma região da cidade de São Carlos/SP. Analisaram se a complexidade do PCC para problemas mistos é maior do que para problemas direcionados ou não direcionados, como citado na literatura, por exemplo, por Pearn e Chou (1999). Porém, verificaram que os tempos computacionais para os grafos não direcionados, direcionados ou mistos, em grafos que representam problemas reais, não apresentam diferenças significativas, o que contradiz muitos autores. Demonstraram também que o tempo de execução computacional para grafos mistos está relacionado ao número de nós e também ao número de iterações para a resolução numérica, que é função da geometria do grafo. Utilizaram modelos matemáticos do PCC propostos na literatura e o software GAMS para os testes computacionais.

Agha (2006) utilizou de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) ao otimizar rotas para a coleta de resíduos de uma cidade de 44 mil habitantes, situada na Faixa de Gaza, utilizando um modelo de Problema de Roteamento de Veículos (PRV), que é considerado um problema de roteamento em nós (PRN) e o software LP-Solve. Seus resultados apresentaram um decréscimo de 24% na distância percorrida pelos caminhões e uma economia para o município de US\$ 1140,00/ mês. O autor dividiu a região pesquisada em 58 pontos de coleta (nós ou vértices), cada um com uma quantidade de *containers* a ser recolhida. Desta forma, diminuiu o número de nós considerados, o que permitiu a aplicação de um modelo exato. O modelo utilizado não contemplou restrições que eliminam sub-rotas geradas na solução ótima, o autor apenas comentou a necessidade de incluí-las, caso necessário.

Detofeno e Steiner (2010) apresentaram uma metodologia para otimizar a rota de serviço de coleta de resíduos na cidade de Joinville/SC, via solução aproximada. Utilizaram a heurística de Teitz e Bart e o algoritmo de Gillet e Johnson, bem como o algoritmo do Problema do Carteiro Chinês. Concluíram que seus resultados permitiram

um ganho médio de 8%, considerado satisfatório. O comparativo com os dados da coleta de resíduos, fornecidos pela empresa concessionária da coleta, com os resultados alcançados pelos autores, mostrou que as técnicas da área da Pesquisa Operacional utilizadas são uma alternativa para a redução da distância e, por consequência, para a redução dos custos para a empresa. Utilizaram de vários programas e tecnologias distribuídos gratuitamente através de sites na *web*: para a obtenção dos dados os programas *Google Earth*, API do *Google Maps* e a linguagem de programação PHP; no desenvolvimento dos algoritmos, o *Oracle Database 10G Express*.

Souza e Rangel (2009) utilizaram uma adaptação do algoritmo do PCC para otimizar a rota da coleta de resíduos em um bairro de Volta Redonda - RJ. Compararam os seus resultados com rotas viáveis escolhidas aleatoriamente e concluíram que o método utilizado possui vantagens significativas. O modelo matemático utilizado (PLI, implementado no software LINDO) apresentou uma limitação no número de vértices que representam os pontos de coleta. Os autores consideraram apenas 10 vértices para evitar problemas de tempo computacional.

Konowalenko *et al.* (2012) estudaram o PCCM e fizeram uma aplicação na área central da cidade de Irati/PR, para otimizar a rota percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos. Utilizaram modelos de Programação Linear Inteira, baseados no Problema do Carteiro Chinês, com o uso do software GAMS. Utilizaram o otimizador sítio NEOS para traçar a rota gerada pelo GAMS e concluíram que sua metodologia permitiu ganhos na formação de rotas otimizadas.

Rigonatti *et al.* (2012), realizaram um estudo de caso numa região da cidade de São Paulo, utilizando modelos do PCCM para otimizar a rota dos caminhões de coleta de resíduos. Compararam os resultados obtidos pelos softwares LINGO e XNÊS e concluíram que as rotas otimizadas são melhores do que as realizadas pela empresa coletora.

Wy *et al.* (2013), propuseram um algoritmo iterativo de abordagem heurística para otimizar rotas de coleta de resíduos. Apresentaram o “*the rollon–rolloff vehicle routing problem with time windows*”, que é uma variante do problema de roteamento de veículos. Segundo os autores, o problema apresenta restrições complexas e envolve

questões adicionais do mundo real. A abordagem utilizada gerou melhores soluções no tempo de rota que a praticada pela empresa contratada. Utilizaram a linguagem C++ na implementação computacional.

Como se observa, existe uma variedade de pesquisas desenvolvidas nesta área. Inicialmente, dentre as que utilizaram modelagem matemática, foco desta pesquisa, a realizada por Agha (2006) demonstrou ser mais viável, por considerar variáveis e restrições coerentes com o problema em questão. O modelo matemático utilizado é um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), denominado Problema de Roteamento de Veículos (PRV), classificado como um Problema de Roteamento em Nós (PRN). O Problema do Carteiro Chinês, bastante citado na literatura, é um problema de Programação Linear Inteira (PLI) que não considera em sua formulação situações importantes para o problema da coleta de resíduos, tais como: número de caminhões, capacidade dos caminhões e demanda nos arcos. Devido a esse fato, esse modelo não foi considerado para implementação neste trabalho.

O modelo sugerido por Agha (2006) tem classificação *NP-hard*. Neste trabalho, ele foi estudado e algumas modificações foram sugeridas para a obtenção de resultados viáveis na aplicação realizada com dados reais, coletados na região central da cidade de Campo Mourão – PR. Essa aplicação considerou os dados da coleta indiferenciada na região em estudo e as demandas (quantidade de resíduos a ser coletada) dispostas nas esquinas (vértices ou nós) da região, devido ao fato de ser um Problema de Roteamento em Nós (PRN). A formulação matemática considerada, bem como os resultados obtidos, serão apresentados nos capítulos seguintes.

Com o intuito de melhorar os resultados obtidos e adequar o modelo às características do problema, novos estudos foram realizados e uma nova abordagem foi feita, tratando-o como um Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (*Capacitated Arc Routing Problem* - CARP). Esse problema, classificado como um PRA, considera a demanda distribuída em arcos (ruas) e não em nós (esquinas), como é o caso do PRV. O PRV seria melhor utilizado em situações práticas onde a coleta é feita no sistema de *containers*, diferentemente do realizado na região considerada neste estudo, onde a coleta é feita no decorrer das ruas e avenidas. No entanto, o modelo proposto neste trabalho para

o PRV pode ser utilizado em outras situações de coleta ou entrega de produtos, como por exemplo, na coleta de lixo hospitalar.

Nas próximas seções, esses modelos serão apresentados. Porém, para um melhor entendimento, faz-se necessário uma apresentação prévia de algumas teorias matemáticas importantes envolvidas nesse assunto, bem como algumas definições necessárias para o estudo em questão.

2.1 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

A programação matemática ou otimização é o ramo da matemática que trabalha com métodos para otimizar (maximizar ou minimizar) uma função objetivo que está sujeita a restrições que envolvem as variáveis do problema. A teoria da otimização está diretamente relacionada ao estudo quantitativo do ótimo e dos métodos que podem ser empregados para determiná-lo. Otimizar significa atingir o ótimo e otimização nada mais é do que o ato de otimizar (LAGUNA, 2003).

A Pesquisa Operacional (PO) possui um conjunto de ferramentas utilizadas na resolução de Problemas de Otimização. Para Arenales *et al.* (2007), a PO faz uso de modelos matemáticos que representam (ou imitam) os problemas do mundo real. Um estudo da PO que visa resolver determinado problema baseia-se nas seguintes fases:

- definição do problema,
- construção do modelo,
- solução do modelo,
- validação do modelo,
- implementação da solução.

Para Goldberg e Luna (2000), o processo de modelagem pode ser resumido no esquema da Figura 2.2:

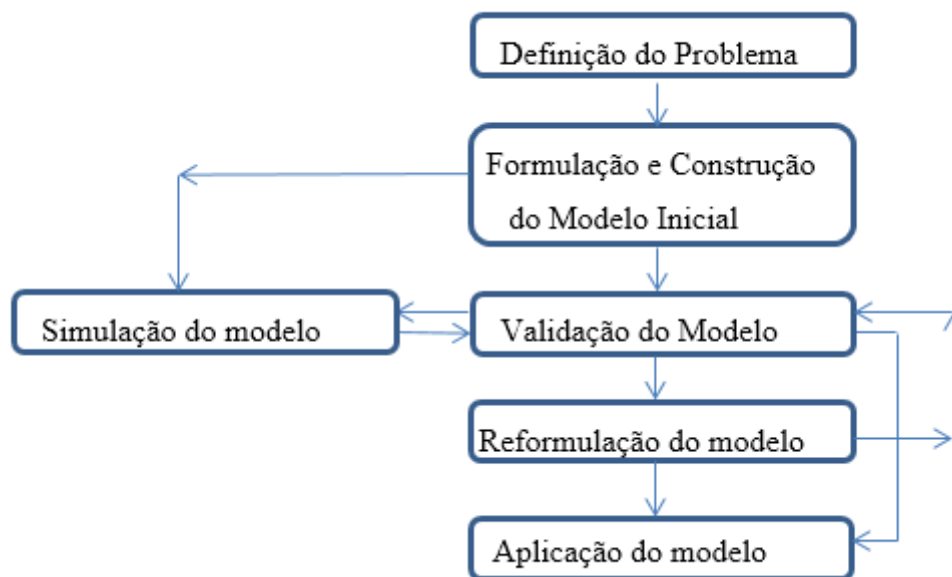


Figura 2.2 - O processo de construção de modelos.

Fonte: Goldbarg e Luna, 2000

A definição do problema é uma das fases mais importantes do processo, onde são definidos os seus objetivos.

A etapa de formulação das condições do problema para a modelagem matemática tem as seguintes características:

- definição de variáveis controláveis (de decisão ou controle) e não controláveis (externa ou de estado);
- elaboração da função objetivo e do critério de otimização;
- formulação das restrições do modelo.

Nessa etapa, as fórmulas ou equações do modelo geralmente não existem de forma pronta e acabada, elas precisam ser criadas ou modificadas pelo modelador e, para isto, é necessário usar: intuição, experiência, criatividade, poder de síntese, etc.

As variáveis do problema são classificadas conforme os valores que assumem em:

- reais ou contínuas;
- inteiras ou discretas;
- lógicas ou binárias (0 ou 1).

A função objetivo representa uma medida de efetividade do sistema (medida da eficácia procurada), expressa através das variáveis de decisão. As restrições representam as limitações impostas ao problema. A partir daí constrói-se o modelo, que geralmente é escrito da forma:

Maximizar ou minimizar $f(x)$

Sujeito a $g(x) \sim b$

Nessa formulação, $f(x)$ representa a função objetivo, x a variável de decisão e $g(x) \sim b$ representa o conjunto de restrições impostas ao problema, em que o símbolo \sim indica uma igualdade ou uma desigualdade ($=, \leq$ ou \geq).

Após a formulação e a simulação do modelo, é necessário fazer a sua validação. Nessa etapa deve-se comparar o comportamento do modelo com a realidade e, se necessário, atuar sobre esses elementos até que os mesmos se aproximem ao máximo. Esse processo consiste a etapa de Reformulação do modelo e, quando o mesmo estiver validado, faz-se então a sua aplicação.

Em seguida da aplicação, deve-se fazer uma análise dos resultados, o que compreende:

- análise de sensibilidade da solução;
- levantamento da precisão dos dados;
- estudo da estabilidade computacional;
- levantamento das demais especificações do modelo.

Ao construir um modelo seguindo os passos descritos acima, tem-se um modelo de otimização. Esses objetivam a redução do contexto em busca de simplificações e podem ser caracterizados pelas seguintes dicotomias:

Determinístico ↔ Probabilístico

Restrito ↔ Irrestrito

Monocritério ↔ Multicritério

Contínuo ↔ Discreto

Univariável ↔ Multivariável

Linear ↔ Não-linear

Uniojetivo ↔ Multiobjetivo

Um modelo é determinístico quando tem um conjunto de entradas conhecido, do qual resultará um único conjunto de saídas; é probabilístico se possui uma ou mais variáveis aleatórias como entrada. Entradas aleatórias conduzem a saídas aleatórias, que são consideradas estimativas das verdadeiras características do sistema. É dito restrito quando a otimização da função está sujeita à alguma restrição e, irrestrito, caso contrário. Com relação à quantidade de critérios usados na análise, são classificados em monocritério ou multicritério, para um ou mais parâmetros de decisão, respectivamente. Se as variáveis do modelo se relacionam através de equações que envolvem variações instantâneas, o problema é contínuo e as equações matemáticas são equações diferenciais, caso contrário, as variáveis envolvidas são discretas e as equações que descrevem o problema são equações de diferenças. Univariável e multivariável são os modelos que envolvem uma ou mais de uma variável, respectivamente, em sua formulação. Linear, quando todas as equações e/ou inequações que descrevem o problema são lineares, caso contrário, tem-se um modelo Não-linear. Modelos uniojetivos ou multiobjetivos relacionam-se à quantidade de objetivos envolvidos num problema de otimização, devido a natureza dos problemas reais. A otimização multiobjetivo não gera apenas uma solução ótima, como a uniojetivo, o que a torna mais complexa, visto que na maioria das vezes os objetivos são conflitantes entre si.

A programação matemática pode ser entendida como o processo de otimização feito a partir da descrição matemática do sistema em análise. O termo programação, nesse sentido, representa o planejamento das atividades, e pode ser classificado da seguinte maneira (GOLDBARG; LUNA, 2000):

1. Programação linear (PL) – quando a função objetivo e as restrições apresentam comportamento linear.
2. Programação não-linear (PNL)– quando a função objetivo e/ou alguma das restrições apresentam comportamento não-linear.
3. Programação inteira (PI) – quando todas as variáveis do modelo apenas assumem valores discretos (não-contínuos). Esta situação também pode receber a denominação de Problema de Otimização Combinatória.
4. Programação mista (PM) – quando algumas variáveis assumem valores discretos e outras assumem valores contínuos.
5. Programação dinâmica (PD) – quando o processo de decisão envolve etapas sucessivas de decisão correlacionadas, ou seja, quando a decisão de uma etapa influencia a decisão da etapa posterior.

O uso da Pesquisa Operacional nas empresas, indústrias e órgãos governamentais tem crescido muito nos últimos anos, causando grande impacto na atual administração. Algumas de suas técnicas envolvem idéias sofisticadas em ciências políticas, matemática, economia, teoria da probabilidade e estatística. Muitas indústrias, inclusive a de aviação e mísseis, automóveis, comunicações, computadores, energia elétrica, eletrônica, alimentos, metalúrgica, mineração, papel, petróleo e transporte, têm feito uso extensivo da PO em busca de melhores resultados, a partir da otimização do seu sistema de produção.

2.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Neste trabalho, os modelos matemáticos utilizados para a otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos são modelos determinísticos de Programação Linear. Esses modelos possuem as seguintes características, segundo Goldbarg e Luna (2000):

- Proporcionalidade: a quantidade de recurso consumido por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final

do problema. Além disso, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade.

- Não-negatividade: deve ser sempre possível desenvolver dada atividade em qualquer nível não negativo e qualquer proporção de um dado recurso deve sempre poder ser utilizado.
- Aditividade: o custo total é a soma das parcelas associadas a cada atividade.
- Separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo específico das operações de cada atividade.

Em um modelo de PL todas as equações e inequações envolvidas são lineares. De uma forma geral, um problema de PL pode ser escrito como se segue:

$$\text{Otimizar } x_0 = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = d_i, \quad i = p + 1, p + 2, \dots, m; \quad \text{com } m > p$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q$$

$$x_j \in R, j = q + 1, q + 2, \dots, n$$

onde:

- $M = \{1, 2, \dots, m\}$, é o conjunto dos índices das restrições do problema;
- $N = \{1, 2, \dots, n\}$, é o conjunto dos índices das variáveis;
- $A = \{a_{ij}\}$ = matriz de restrições;
- a_j = j -ésima coluna de A ;
- $x = (x_j)$ é o vetor coluna de n componentes, com $j \in N$;
- $c = (c_j)$ é o vetor coluna de n componentes, com $j \in N$;

- $d = (d_i)$ é o vetor linha de m componentes, com $i = 1, \dots, m$.

O termo otimizar, utilizado na função objetivo, representa as possibilidades de maximizar ou minimizar essa função. Com o intuito de simplificar essa representação apresentada, pode-se utilizar de outras duas formas: a Forma Canônica e a Forma Padrão, ambas descritas a seguir (GOLDBARG; LUNA, 2000):

Forma Canônica:

$$\text{Otimizar } x_0 = cx$$

Sujeito a:

$$Ax \begin{cases} \geq \\ \leq \end{cases} d$$

$$x \geq 0$$

Forma Padrão:

$$\text{Otimizar } x_0 = cx$$

Sujeito a:

$$Ax = d$$

$$x \geq 0$$

$$d \geq 0$$

Para solucionar um problema de PL, destaca-se o algoritmo Simplex. O Simplex trata-se de um algoritmo geral, muito eficiente para a solução de sistemas lineares, adaptável ao cálculo computacional, cuja compreensão funcional embasa vários outros métodos. Esse algoritmo utiliza ferramentas baseadas na Álgebra Linear que determina, de modo iterativo, a solução ótima de um problema de PL. Ele parte de uma solução viável do sistema de equações que constituem as restrições do problema (normalmente

um vértice da região convexa delimitada pelas mesmas) e, a partir daí, identifica novas soluções viáveis que apresentem valor igual ou melhor que a anterior, até que a solução ótima seja determinada (GOLDBARG; LUNA, 2000).

Quando o problema de PL apresenta variáveis que somente podem assumir valores inteiros, tem-se um problema de Programação Linear Inteira (PLI). Muitos autores utilizam outras denominações para essa situação, tais como: Programação Inteira, Programação Discreta ou Programação Inteira Pura. No caso em que o problema de PL apresenta variáveis inteiras e reais, o mesmo passa a ser denominado de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). E ainda existe a situação em que as variáveis do problema são binárias, quando assumem apenas os valores 0 e 1, e então tem-se um problema de Programação Inteira Binária (PIB) (ARENALES *et al.*, 2007).

A princípio, costuma-se pensar que um problema de PLI é mais simples de ser resolvido do que um problema de PL, porém isso não é verdade. Enquanto que um programa computacional pode resolver um problema de PL com milhares de variáveis e restrições, em tempo computacional razoável, um problema de PLI, com meia centena de variáveis, teria um tempo computacional bem maior. No caso de um problema de PIB com n variáveis, há 2^n soluções possíveis. Para um caso real de 50 variáveis, por exemplo, existem aproximadamente $1,13 \times 10^{15}$ soluções possíveis, o que pode causar impossibilidades de solução (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

Segundo Arenales *et al.* (2007), os dois métodos de relaxação linear mais utilizados para resolver esses tipos de problemas são: Método de *Branch-and-bound* e o Método de planos de corte. Esses métodos de relaxação linear consideram inicialmente o PLI como um PL. Em seguida, obtém-se uma solução inicial para o PL, que torna-se um limite superior para o PLI, e assim sucessivamente. A melhor solução para o PLI nunca será melhor do que a obtida para o PL, porém podem coincidir. Outra possibilidade de solução está na utilização de métodos heurísticos e metaheurísticos. As metaheurísticas mais utilizadas para esses casos, são: Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, Colônia de Formigas, *Simulated Annealing*, *Iterated Local Search*, entre outras.

2.3 O PROBLEMA DE ROTEAMENTO

Segundo Araújo e Michel (2003), o termo roteirização está relacionado com a determinação da melhor sequência entre vias e/ou pontos que devem ser percorridos por veículos a fim de atender demandas, com o objetivo de minimizar custos operacionais, distâncias percorridas ou tempos dos trajetos. Essas vias podem ser rodoviárias, férreas, aéreas ou aquaviárias.

Os problemas de roteamento apresentam variações segundo o tipo de modelagem e também com relação à origem e término dos trajetos. Com relação ao tipo de modelagem matemática, podem ser classificados basicamente de duas formas (GOLDEN *et al.*, 1983):

- Problemas de Roteamento em Nós ou Vértices (PRN) – os locais de atendimento são representados por pontos específicos em uma via, caracterizados como nós ou vértices;
- Problemas de Roteamento em Arcos (PRA) – os locais de atendimento são representados de forma contínua ao longo de vias, caracterizados como arcos ou arestas.

A Figura 2.3 ilustra essa classificação, considerando os principais problemas de roteamento citados na literatura:

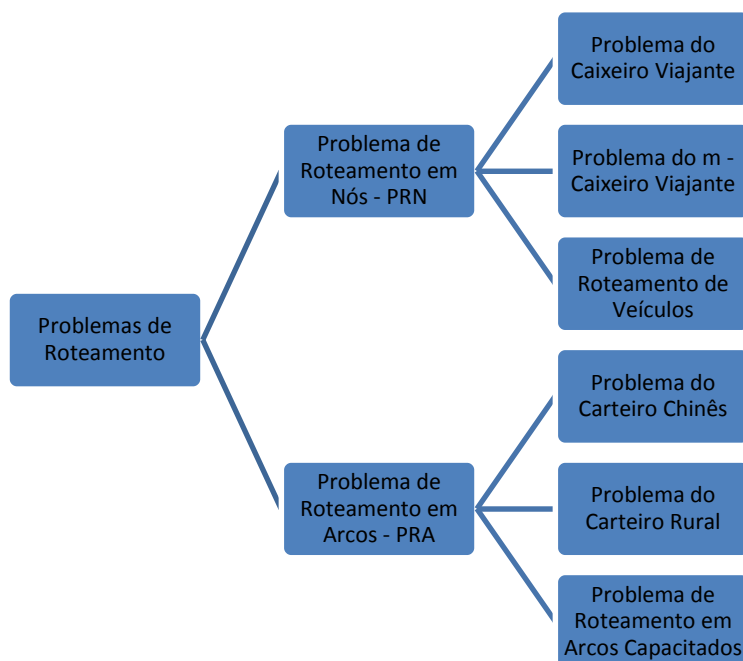


Figura 2.3 – Tipos de Problemas de Roteamento.

Fonte: AGUIAR (2010)

Para o caso dos Problemas de Roteamento em Arcos (mais utilizado para a otimização de rotas de veículos de coleta de resíduos), tem-se como objetivo a determinação de um percurso de custo mínimo, através dos segmentos de via de uma rede de transporte. Como aplicação pode-se citar: serviços de varrição de ruas, de remoção de neve das vias, de coleta de resíduos, de entrega de correspondências, de jornais, revistas, de inspeção de redes elétricas, entre outros.

Leonard Euler, no século XVIII, foi responsável pelo documento mais antigo que se refere a um PRA, o qual relata o famoso problema das sete pontes de Königsberg (Figura 2.4), que deu origem à Teoria dos Grafos. Esse problema consistia em buscar um caminho fechado que passasse exatamente uma vez por cada uma das sete pontes do rio Pregel, na Rússia. Seus estudos permitiram elucidar o problema, bem como criar uma teoria que se aplica a várias situações semelhantes. Ele simplificou o modelo e estabeleceu um teorema que diz em que condições é possível percorrer cada arco exatamente uma vez e voltar ao ponto inicial, o que o fez concluir que não havia solução para esse desafio (PAES; ARICA, 2005).

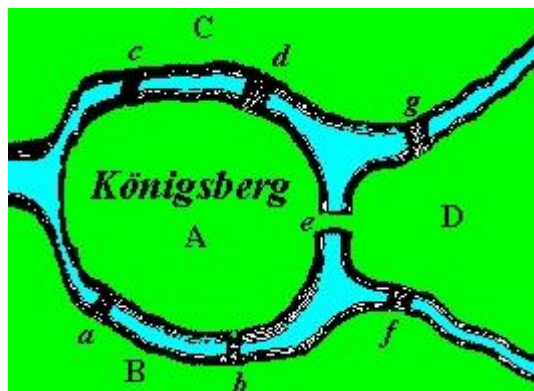


Figura 2.4 - As sete pontes de Königsberg.

Fonte: (PAES; ARICA, 2005).

Dois séculos após a publicação do trabalho de Euler, com o advento da Segunda Guerra Mundial, surgiu a necessidade da existência de modelos que fossem capazes de auxiliar a tomada de decisões sobre a alocação de recursos em sistemas logísticos complexos. A partir daí foram desenvolvidos os primeiros modelos da Pesquisa Operacional (meados da década de 40). Ao final da Guerra, os conhecimentos gerados foram estendidos a ambientes gerenciais (órgãos públicos e privados) bem como ao ambiente educacional (pesquisas nas Universidades), o que motivou um intenso desenvolvimento de novas técnicas aplicáveis a esse campo de conhecimento.

Na década de 1960, o matemático chinês Guan publicou um dos mais importantes trabalhos sobre um PRA, o Problema do Carteiro Chinês (PCC). Na década de 1970, Edmonds e Johnson publicaram uma pesquisa onde estabeleceram os principais algoritmos de solução para o PCC, considerando redes orientadas, não orientadas e mistas (EISELT *et al.*, 1995).

Em meados da década de 1970, Beltrami e Bodin publicaram uma importante aplicação do Problema de Roteamento em Arcos na coleta de resíduos em uma determinada região de Nova York (BELTRAMI; BODIN, 1974).

Já na década de 1980, a partir do lançamento no mercado dos primeiros aplicativos computacionais que armazenavam, manipulavam, apresentavam gráficos e informações contidas em bases de dados georeferenciadas, tornou-se possível um vasto

campo de aplicações junto aos Problemas de Roteamento, o que vem sendo aprimorado cada vez mais (ARAÚJO; MICHEL, 2003).

Atualmente, com o avanço técnico dos recursos computacionais, existe a possibilidade de tratar problemas cada vez mais complexos, com um número maior de variáveis de decisão, bem como restrições com maior grau de dificuldade.

Para tornar possível a introdução dos casos particulares de PRA que serão considerados nesta pesquisa, faz-se necessário apresentar a definição de alguns conceitos da Teoria dos Grafos.

2.3.1 Definições e Terminologia da Teoria dos Grafos

Definição 1: Grafo Não Orientado, representado por $G = (V, E)$, é definido como um conjunto V de vértices v_i e um conjunto E de pares não ordenados (v_i, v_j) de elementos distintos de V chamados arestas.

Definição 2: Grafo Orientado ou dígrafo, representado por $G = (V, A)$, é definido como um conjunto V de vértices v_i e um conjunto A de pares ordenados (v_i, v_j) de elementos distintos de V chamados arcos.

Definição 3: Grafo Misto, representado por $G = (V, A \cup E)$, é definido como um conjunto V de vértices v_i , um conjunto A de pares ordenados (v_i, v_j) chamados arcos e um conjunto E de pares não ordenados (v_i, v_j) chamados arestas.

A Figura 2.5 ilustra cada um dos tipos de grafos definidos.

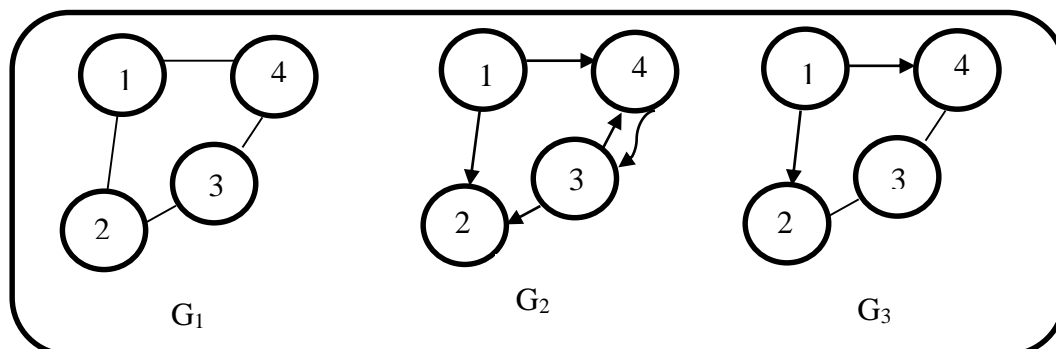


Figura 2.5 - G_1 : grafo não orientado; G_2 : dígrafo; G_3 : grafo misto.

Definição 4: Um grafo H é subgrafo de um grafo G se todo vértice de H é vértice de G e toda aresta de H é aresta de G , ou seja, $V(H) \subseteq V(G)$ e $E(H) \subseteq E(G)$. Escreve-se $H \subseteq G$ para indicar que H é subgrafo de G .

Definição 5: Um subgrafo H é um subgrafo induzido de G se, para qualquer par de vértices x e y de H , xy é uma aresta de H , se e somente se, xy é uma aresta de G . Em outras palavras, H é um subgrafo induzido de G se ele tem todas as arestas que aparecem em G sobre o mesmo conjunto de vértices.

Definição 6: O grau de um vértice é o número de arcos e/ou arestas que lhe são incidentes. Dessa forma, o grau de entrada de um vértice v_i é o número de arcos convergentes (que entram em v_i), enquanto o grau de saída é o número de arcos divergentes (que saem de v_i). No grafo G_2 da Figura 2.5, o grau de entrada do vértice 4 é 2, e o grau de saída é 1. Da mesma forma, se cada aresta for considerada como dois arcos orientados em sentidos opostos, no grafo G_3 o grau de entrada do vértice 4 é 2, e o grau de saída é 1.

Definição 7: Caminho é uma sequência de vértices $v_1, v_2, \dots, v_k \in V$, tal que (v_i, v_{i+1}) é uma aresta ou um arco, com $1 \leq i \leq k - 1$. Um caminho de k vértices é formado por $k - 1$ ligações, definindo assim o comprimento do caminho.

Definição 8: Circuito é uma sequência de vértices ligados por arcos com a mesma direção, com o vértice final ligado ao vértice inicial por um arco com a mesma

direção. Circuito é um caminho direcionado fechado. Uma rota pode ser entendida como sendo um circuito.

Definição 9: Caminho Simples é o caminho no qual todos os vértices $v_1, v_2, \dots, v_k \in V$ são distintos.

Definição 10: Ciclo é o caminho simples tal que o vértice inicial é igual ao vértice final, para $v_1, v_2, \dots, v_k, v_{k+1} \in V$ e $k \geq 3$. Diz-se que um grafo é acíclico quando não possui ciclos simples.

Definição 11: Caminho Euleriano é um caminho que atravessa todas as arestas ou arcos de um grafo exatamente uma vez. Um Circuito euleriano é um caminho euleriano que começa e termina no mesmo vértice. O custo de um circuito é o custo total de todas as arestas ou arcos atravessados pelo mesmo.

Definição 12: Grafo Conexo ou Conectado é um grafo não direcionado em que existe uma sequência de arestas ligando qualquer par de vértices do grafo G . Um grafo é fortemente conectado se, para todos pares de vértices v_i e v_j , existir um caminho de v_i para v_j e um caminho de v_j para v_i em G .

Definição 13: Grafo Euleriano é um grafo que contém um circuito euleriano. Um grafo que não contém um circuito euleriano, mas contém um caminho euleriano, será chamado grafo semi-euleriano. A Figura 2.6 ilustra um grafo euleriano e um semi-euleriano.

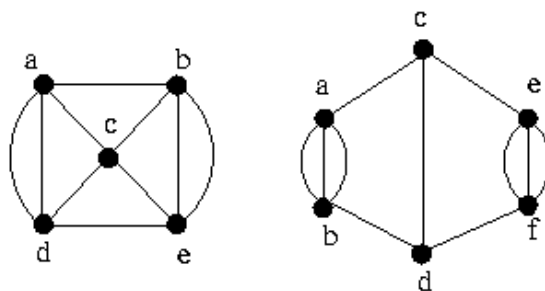


Figura 2.6 - Grafo euleriano e semi-euleriano.

Fonte: http://www.munif.com.br/munif/arquivos/E1-GrafoEuler_Hamilton.pdf?id=53

Por definição, um caminho é sempre conexo. Como um circuito euleriano contém todas as arestas de um grafo, um grafo euleriano é sempre conexo, com a exceção dos vértices isolados.

Um resultado muito importante estabelecido por Ford e Fulkerson (EISELT *et al.*, 1995) diz respeito às condições necessárias e suficientes para que um grafo conectado seja euleriano:

1. Se G é um grafo não direcionado, então G é euleriano se, e somente se, todo vértice de G tem grau par, isto é, um número par de arestas incidentes;
2. Se G é um grafo direcionado, então G é euleriano se, e somente se, o número de arcos que entram e saem de cada vértice são iguais, ou seja, o grafo é simétrico;
3. Se G é um grafo misto, então G é euleriano se, e somente se, todo vértice tem grau par e, além disso, é balanceado, ou seja, se contiver todos os nós com grau de entrada igual ao grau de saída.

Definição 14: Árvore é um grafo conexo acíclico com um vértice designado como a sua raiz. Se esta por sua vez for desconexa, então se tem uma floresta. Uma árvore é um dos tipos mais simples de grafo e a Figura 2.7 representa um exemplo.

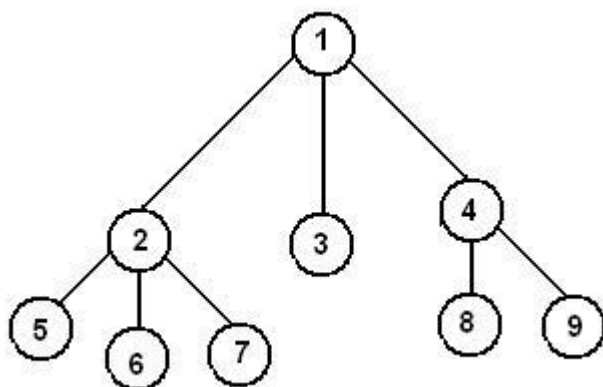


Figura 2.7 - Exemplo de árvore com nó raiz 1.

Fonte: <http://www.computacao.gigamundo.com/2009/03/10/busca-em-arvores-ou-grafos/>

2.4 PROBLEMAS CLÁSSICOS DE ROTEAMENTO

Segundo Goldbarg e Luna (2000), um sistema de roteamento é um conjunto organizado de meios, com o objetivo de atender pontos de demanda localizados em arcos ou nós de alguma rede de transportes. O objetivo principal do problema de roteamento é, com o uso de veículos, visitar uma série de clientes ao menor custo possível, considerando um conjunto de restrições impostas ao sistema.

Os problemas de roteamento mais utilizados em situações que envolvem otimização de rotas de veículos para a coleta de resíduos domésticos, citados na literatura, são: o Problema do Carteiro Chinês (PCC), o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e o Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP).

Neste trabalho, os modelos do PRV e do CARP foram utilizados para a obtenção de rotas otimizadas para os caminhões de coleta de resíduos e, a seguir, eles serão definidos e detalhados. O PCC não foi considerado nesta pesquisa pois a sua modelagem matemática não se adequou bem ao problema em questão. Na sua formulação não são consideradas restrições importantes, tais como as que se referem ao número de caminhões, à capacidade dos caminhões, a demanda de resíduos nos arcos, entre outras.

2.4.1 Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

Dantzig e Ramser introduziram o PRV em 1959. Consideraram uma frota ilimitada de veículos idênticos, estacionados num depósito, e um conjunto de clientes com procura conhecida. Nessas condições, pretendiam encontrar um conjunto de rotas que permitisse satisfazer a procura dos clientes com custo total mínimo. As rotas tinham início e fim no depósito e deveriam satisfazer a seguinte condição: a soma das procuras dos clientes visitados não deveria ultrapassar a capacidade do veículo. Os custos foram identificados como as distâncias físicas percorridas (GODINHO, 2011).

Desde então tem sido proposto e estudado um grande número de variantes do problema original, de modo que o PRV designa um conjunto de problemas, que têm como

objetivo comum a obtenção de rotas ótimas, que se diferenciam pelo tipo de restrições ou de estrutura de custos envolvidos. As diferenças aparecem ao considerar, por exemplo, a possibilidade de existência de mais de um depósito, a imposição de um limite à dimensão da frota, a utilização de frotas heterogêneas, a existência de janelas temporais ou de restrições de precedência associadas aos clientes, etc.

O Problema de Roteamento de Veículos é classificado como um Problema de Roteamento em Nós (PRN) e ainda como *NP-hard*. Esse tipo de problema pode ser resolvido a partir de algoritmos exatos, relaxações ou algoritmos aproximativos. Os algoritmos exatos são utilizados nas situações em que o PRV não apresenta um número grande de variáveis e restrições, devido à natureza combinatória do problema. Normalmente, esse tipo de resolução vem acompanhado de técnicas de relaxações, que ajudam a eliminar algumas variáveis e restrições do problema. Na maioria dos casos são utilizados algoritmos aproximativos (heurísticas ou metaheurísticas), que buscam de maneira simplificada, mas eficiente, soluções que aproximem ao máximo da solução ótima do problema.

Os algoritmos exatos possuem a garantia de uma solução ótima, mas, por vezes, em tempos excessivamente elevados de execução, enquanto que os algoritmos aproximativos (heurísticas e metaheurísticas) não garantem uma solução ótima, mas, possivelmente, apresentam uma boa solução, dentro de um período de tempo limitado. Assim, ao escolher a melhor abordagem para resolver um problema de roteamento de veículos, deve-se avaliar o equilíbrio entre a eficiência e a eficácia do método em relação à obtenção de soluções para o problema. O maior PRV que pode ser resolvido de forma consistente pelos algoritmos exatos propostos mais eficazes até o momento, contém cerca de 50 clientes (Nós), enquanto que instâncias maiores podem ser resolvidas apenas em casos particulares (AGUIAR, 2010).

Em relação aos métodos aproximativos, foram propostas várias famílias de heurísticas para a solução do PRV, que podem ser classificadas em duas classes principais: heurísticas clássicas, desenvolvidas principalmente entre 1960 e 1990, e metaheurísticas, cujo crescimento ocorreu a partir do ano 2000. As heurísticas clássicas podem ser classificadas em duas categorias: heurísticas construtivas e heurísticas de melhoria. As heurísticas construtivas constroem gradualmente uma solução viável,

mantendo o foco no custo da solução, enquanto que as heurísticas de melhoria tentam atualizar qualquer solução viável através da realização de uma seqüência de trocas de vértices dentro ou entre as rotas dos veículos. É comum que esses métodos se tornem presos em mínimos locais. Contudo, normalmente produzem boas soluções, dentro de tempos de computação modestos e são de fácil implementação. Já as metaheurísticas realizam uma pesquisa mais aprofundada do espaço de solução e são menos propensas a terminar em mínimos locais. A qualidade das soluções produzidas por esses métodos é muito mais elevada do que as obtidas pelas heurísticas clássicas, porém, o preço a pagar é o aumento do tempo computacional. As Metaheurísticas mais conhecidas são baseadas em fenômenos naturais, tais como: Algoritmos Genéticos, baseados no processo de evolução natural e o Sistema de Colônias de Formigas, baseado no comportamento de formigas na procura de um menor caminho entre a colônia e uma fonte de alimentos (AGUIAR, 2010).

Segundo Araújo e Michel (2003), os Problemas de Roteamento de Veículos podem ser classificados de acordo com as características de origem e destino do trajeto. Existem situações onde o ponto de origem e o ponto de destino são diferentes (caso considerado neste trabalho), também existem casos de múltiplos pontos de origem e de destino ou ainda situações onde a origem e o destino são coincidentes.

De modo geral, o PRV pode ser definido da seguinte maneira (LAPORTE, 2009):

Seja $G = (V, A)$ um grafo orientado, onde $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ é um conjunto de vértices e $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ um conjunto de arcos ou arestas. O vértice 0 representa o depósito (centro de triagem ou distribuição) e os demais vértices representam os clientes. Uma frota de m veículos com capacidade Q encontra-se no depósito. O tamanho da frota pode ser conhecido ou determinado como variável de decisão. Cada cliente, localizado em um dos vértices V , possui uma demanda não-negativa q_i . Define-se uma matriz de custos c_{ij} em A . O PRV consiste em formar m rotas, cada uma com origem e destino no depósito, onde cada cliente é visitado exatamente uma vez por um único veículo, cuja capacidade Q deve ser respeitada. A extensão do percurso deve ser mínima ou deve estar de acordo com um valor previamente estipulado.

Na prática, variantes do PRV são necessárias devido à diversidade de regras de operações e restrições encontradas na vida real. Como exemplo, pode-se citar: PRV com frotas heterogêneas; PRV com janelas de tempo; PRV com múltiplos depósitos; PRV com coletas e entregas; PRV periódico; PRV com tempo dependente (ARAÚJO; MICHEL, 2003).

No Capítulo 3 será apresentada a modelagem matemática do PRV, proposto por Agha (2006), bem como as alterações sugeridas para posterior aplicação aos dados reais considerados nesta pesquisa.

2.4.2 Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP)

O CARP foi inicialmente proposto por Golden e Wong, em 1981. Os autores caracterizaram esse tipo de problema ao considerar uma demanda não-negativa associada a cada arco da malha viária e um conjunto de veículos, com capacidade conhecida, que devem atravessar os arcos realizando as coletas ou entregas referentes às respectivas demandas, sem exceder a sua capacidade. O objetivo é a busca de um conjunto de rotas de custo mínimo que começam e terminam em um único vértice, frequentemente denominado depósito. Eles apresentaram o problema, sua formulação matemática, algumas relações com outros problemas da literatura e sua classificação como *NP-hard* (GOLDEN e WONG, 1981).

Ao contrário do PRV, no qual os n vértices possuem demandas a serem atendidas, o CARP consiste na visita de um subconjunto $|A|$ de arestas e/ou arcos, sendo então classificado como um Problema de Roteamento em Arcos (PRA). Na literatura, o CARP básico utiliza redes não-direcionadas. Cada aresta modela uma rua de sentido duplo, em que ambos os lados são tratados em paralelo e em qualquer direção. Uma frota de veículos idênticos de capacidade limitada Q tem como base um depósito (garagem dos veículos). Cada aresta pode ser percorrida várias vezes, com um custo de travessia pré-determinado. Algumas arestas são requeridas, isto é, possuem uma demanda (nesse caso, quantidade de resíduos) diferente de zero para ser coletada por um veículo. O CARP

consiste em determinar um conjunto de viagens dos veículos, totalizando um custo mínimo. Cada uma dessas viagens deve começar e terminar no depósito. Cada aresta requerida é atendida por uma única viagem. A demanda total atendida por uma viagem não pode ultrapassar Q .

Para Eiselt *et al.* (1995), o CARP é o mais importante problema na área de roteamento em arcos. Muitas variações do CARP são sugeridas para que se possa considerar situações distintas, como por exemplo, o início e o fim da rota em pontos diferentes, como acontece no caso considerado neste trabalho.

O CARP abrange a maioria das aplicações do mundo real em casos relacionados com a coleta ou entrega de produtos. Devido ao fato de ser classificado como *NP-hard*, as heurísticas são utilizadas com frequência para solucioná-lo de forma mais eficaz. Vários artigos publicados destacam algumas alternativas de solução para o problema: Belenguer *et al.* (2010) utilizaram uma metaheurística baseada em um algoritmo de plano de corte e em busca local evolutiva para um problema de *split-delivery*, ou seja, problema de entrega dividida; Laporte *et al.* (2010) apresentaram uma heurística de busca na vizinhança para um problema com demandas estocásticas; Mourão e Almeida (2000) propuseram uma heurística de limite inferior para um problema de coleta de resíduos; Mourão e Amado (2005) utilizaram as heurísticas: *Path-Scanning*, *the Augment-Merge* e o *Ulusoy's algorithms*, ou seja, “Escaneando” caminhos, a junção aumentada de arcos e os algoritmos de Ulusoy e Ghiani *et al.* (2005) desenvolveram uma abordagem baseada em uma heurística conhecida, *cluster-first route-second*, ou seja, agrupar primeiro e roteirizar depois, ambos para o problema de coleta de resíduos; Hertz *et al.* (2000) apresentaram um algoritmo baseado em Busca Tabu; Beullens *et al.* (2003) basearam-se em um algoritmo de busca local guiada (*guided local search*) e Lacomme *et al.* (2001) utilizaram Algoritmos Genéticos para resolver o CARP.

Para Usberti *et al.* (2011) existem duas formas de resolver o CARP a partir de um algoritmo exato: a primeira baseia-se em um algoritmo de *branch-and-bound* (HIRABAYASHI *et al.*, 1992) e a segunda transforma o CARP em um problema de roteamento de veículos capacitados (Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP) e o resolve utilizando um algoritmo de *branch-and-cut-and-price* (LONGO *et al.*, 2006). No

entanto, os autores advertem que essas abordagens específicas só podem resolver casos de tamanho relativamente pequeno.

Como observado por Dror (2001), existem duas versões do CARP no que diz respeito ao número de veículos a serem considerados no modelo. Na primeira, esse número é um parâmetro fixo. Já na segunda, é considerado como uma variável de decisão, o que faz com que os algoritmos possam fazer uso de uma frota ilimitada de veículos. Porém, Welz (1994) observou que determinar a existência de uma solução viável para um determinado número fixo de veículos já é um problema *NP-hard*, então, para a segunda versão do CARP, esse trabalho se torna ainda mais árduo, o que pode justificar o desenvolvimento de muitas heurísticas para esse fim.

Segundo Hirabayashi *et al.* (1992), os métodos exatos para a solução do CARP estão ainda limitados a problemas com 20 a 30 arestas. Um dos principais problemas para a solução do CARP está nas restrições que tentam evitar a formação de sub-rotas na solução, devido a natureza combinatória do problema. Lacomme *et al.* (2001), tentaram resolver essa situação ao sugerir um algoritmo de plano de corte, em que as restrições que evitam a formação de sub-rotas são desconsideradas no início e, a cada iteração onde ocorre uma sub-rota, as mesmas são inseridas, até que o problema seja resolvido. Porém, essa técnica somente resolve o problema em situações de pequeno porte.

Neste trabalho, uma abordagem sequencial foi desenvolvida para solucionar o problema da formação de sub-rotas na solução do CARP. Essa abordagem envolve dois modelos matemáticos (Problema das P-medianas e o CARP) e um algoritmo exato (Hierholzer). A partir daí foi possível transformar um problema inicialmente classificado como *NP-hard* em um de mais fácil solução, com bons resultados e em razoável tempo computacional. O problema das P-medianas e o Algoritmo de Hierholzer serão apresentados a seguir e a abordagem sequencial proposta será apresentada no Capítulo 3.

2.5 PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

O primeiro problema matemático clássico de localização foi formulado por Fermat, no século XVII, e estudado por Steiner, em 1837. Esse problema consistia em analisar a

melhor posição de um ponto central, sendo dados três pontos quaisquer, com o objetivo de a soma dessas três distâncias ser a mínima possível. Porém, o modelo que deu origem a teoria da localização, foi proposto por Alfred Weber, em 1909. O seu trabalho foi o primeiro a apresentar uma teoria geral para a localização de uma indústria, considerando os fornecedores de matéria prima e o mercado consumidor. Para o autor, a melhor localização da indústria é aquela que proporciona o menor custo de produção possível, sendo o fator transporte primordial desse custo. A extensão desse problema deu origem à metodologia das P-medianas (HÖRNER, 2009).

Segundo Larson e Odoni (1981), o problema da localização de P-medianas tem o objetivo de localizar p facilidades de tal forma que a distância entre essas p facilidades e os n locais de demanda seja minimizada. Para Pereira (2005), o problema das P-medianas é um problema de localização-alocação que visa determinar a configuração de custo mínimo de instalação de facilidades e de atendimento da demanda de cada cliente, em uma rede conectada por um número finito de caminhos. Os dados relevantes para esse problema são: o número finito de pontos de demanda, o número finito de candidatos a instalação de facilidades e a distância entre os pontos de demanda e o número p de facilidades a serem instaladas.

À medida que o tamanho do Problema das P-medianas aumenta, cresce também a complexidade da resolução, devido à sua natureza combinatória, o que torna inviável, a partir de um determinado ponto, encontrar a sua solução ótima em tempo aceitável. Por isso, nos últimos anos, têm sido sugeridas várias técnicas heurísticas para a solução do problema das P-medianas, como o algoritmo genético e a busca tabu, dentre outros, que são adaptados à sua resolução e podem proporcionar uma solução próxima da ótima, em um tempo de processamento compatível com aquele disponível pelo tomador de decisão (HÖRNER, 2009).

O Problema das P-medianas pode ser classificado em duas categorias: o problema das P-medianas não capacitado (PPMNC) e o problema das P-medianas capacitado (PPMC). O PPMNC tem por objetivo identificar p instalações (medianas) em um conjunto de n pontos de demanda ($n > p$) e realizar a alocação dos pontos remanescentes ($n - p$) às medianas, de modo que a soma dos custos (distância, tempo etc.) entre essas medianas e os pontos de demanda seja mínimo. O PPMC é uma

particularização do PPMNC, com restrições adicionais de que cada ponto de demanda seja alocado sem violar a restrição de capacidade de atendimento da mediana (ISLER, *et.al.*, 2012).

Na literatura, vários trabalhos foram desenvolvidos utilizando o Problema das P-medianas. Isler *et. al.* (2012) descreveram um método de solução de um PPMC, aplicado a um problema real de entrega de peças de um centro de distribuição de uma montadora de automóveis às suas concessionárias ou oficinas cadastradas; Reese (2006) apresentou uma revisão bibliográfica sobre o PPMNC e o PPMC, incluindo diversas abordagens para a resolução das variantes do problema, utilizando heurísticas e meta-heurísticas, tais como: Busca Dispersa, Algoritmo Genético, *Simulated Annealing*, Busca em Vizinhança Variável, entre outros. Pankratz (2005) utilizou uma variação do Algoritmo Genético para a formação de agrupamentos na resolução de um problema de coleta e entrega com janela de tempo para o atendimento de cargas fracionadas de uma transportadora; Correa *et al.* (2004) caracterizaram o PPMNC e o PPMC e apresentaram um Algoritmo Genético (AG) para resolução do problema capacitado associado a um operador de “hipermutação”, além dos operadores convencionais do AG. Compararam os resultados com os obtidos por um algoritmo de Busca Tabu e concluíram que o novo operador proporcionou benefícios. Conceição Neto *et al.* (2008) utilizaram a formação de agrupamentos para a determinação de regiões de transportes (regiões logísticas homogêneas) a serem atendidas a partir de um ponto comum.

Atualmente, os problemas de localização têm diversas aplicações, que podem tratar, por exemplo, da localização de um depósito, fábrica, escola, posto policial, localização de antenas, centrais telefônicas, estações de tratamento de água, localização de roteadores em redes de computadores, entre outros.

Neste trabalho, um modelo adaptado do problema das P-medianas (Programação Linear Inteira Binária), também conhecido como Problema de Localização de Facilidades (PLF), foi utilizado para dividir a região a ser atendida por cada veículo da coleta de resíduos, realizando assim o agrupamento das ruas para posterior otimização das rotas dos caminhões, a partir da abordagem sequencial desenvolvida. Esse modelo foi adaptado para considerar a demanda de resíduos e a capacidade dos caminhões em sua formulação e será apresentado no Capítulo 3.

2.6 ALGORITMO DE HIERHOLZER

Carl Hierholzer foi um matemático alemão que viveu no período de 1840 a 1871. Dentre suas principais contribuições, demonstrou que um grafo tem um ciclo euleriano se, e somente se, for conexo e cada vértice tiver grau par. Esse resultado tinha sido dado, sem provas, por Leonhard Euler, em 1736, no problema das sete pontes de Königsberg, apresentado anteriormente na secção 2.3 (MAGALHÃES, 2014).

O algoritmo de Hierholzer foi criado para a construção de um ciclo euleriano (ver definição na secção 2.3.1) cuja ideia pode ser expressa da seguinte forma:

- Comece em qualquer vértice v e percorra aleatoriamente as arestas ainda não visitadas a cada vértice visitado até fechar um ciclo;
- Se sobrirem arestas não visitadas, recomece a partir de um vértice do ciclo já formado;
- Se não existem mais arestas não visitadas, construa o ciclo euleriano a partir dos ciclos formados, unindo-os a partir de um vértice comum.

Essa ideia pode ser ilustrada no exemplo dado pela Figura 2.8:

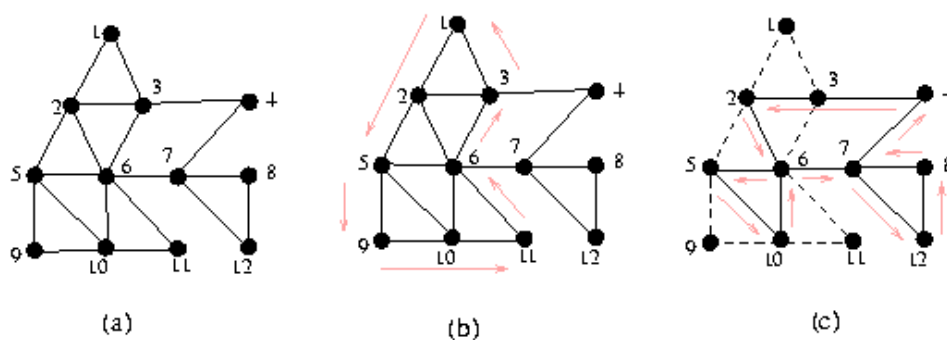


Figura 2.8 – Exemplo de aplicação do Algoritmo de Hierholzer.

Fonte: http://www.professeurs.polymtl.ca/michel.gagnon/Disiplinas/Bac/Grafos/EulerHam/euler_ham.ht

Nesse exemplo, o grafo a ser percorrido está representado na Figura 2.8a. Pode-se começar pelo vértice 1, e escolher aleatoriamente um aresta nunca visitada a cada

vértice visitado, até voltar ao vértice 1. A Figura 2.8b mostra uma possibilidade de circuito, que consiste na sequência: 1, 2, 5, 9, 10, 11, 6, 3, 1. Como restam arestas não percorridas, recomeça-se a partir de um vértice desse circuito. Supondo que o vértice 6 seja escolhido, então uma possibilidade pode ser dada por: 6, 7, 12, 8, 7, 4, 3, 2, 6, 5, 10, 6, como ilustrado na Figura 2.8c. A partir daí, combina-se os dois circuitos e obtém-se um novo: 1, 2, 5, 9, 10, 11, 6, 7, 12, 8, 7, 4, 3, 2, 6, 5, 10, 6, 3, 1. Como esse resultado cobre o grafo todo, termina-se o processo e o circuito euleriano está determinado.

Esse algoritmo é utilizado em grafos eulerianos. No entanto, existem situações em que um ou mais vértices tem grau ímpar e, nesses casos, o caminho terá de passar mais de uma vez por alguma aresta. Para resolver esse problema, pode-se transformar o grafo não euleriano em um euleriano, acrescentando arestas artificiais ao grafo original, de forma que todos os vértices de grau ímpar sejam transformados em vértices de grau par. Essas arestas representam os eventuais percursos repetidos de custo mínimo entre pares de vértices de grau ímpar e, para determiná-las, pode-se utilizar um algoritmo de emparelhamento (*Matching*) (GODINHO; JUNQUEIRA, 2006).

Konowalenko *et al.* (2012) aplicaram esse método em um problema de obtenção de rotas dos caminhões de coleta de resíduos, utilizando a solução encontrada pelo Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM). O método organiza a sequência dos arcos que devem ser atravessados (nesse caso determinados pelo PCCM) e fornece como resposta a rota a ser realizada.

Neste trabalho, o Método de Hierholzer foi adaptado para a obtenção do sequenciamento dos arcos determinados na solução do CARP, gerando assim as rotas otimizadas para os caminhões de coleta. Esse algoritmo será apresentado no Capítulo 3.

A partir da otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos, as emissões de poluentes na atmosfera causadas por esses veículos também são minimizadas. Então, como esse é um dos objetivos deste trabalho, apresenta-se a seguir um estudo dos impactos ambientais provocados por essa atividade.

2.7 IMPACTO AMBIENTAL

O impacto ambiental causado pela disposição final dos resíduos quando esses são descartados sem nenhum tratamento, afetando o solo, a água e o ar, causando prejuízo e poluição ao meio ambiente, é um problema mundial. A poluição do solo pode alterar suas características físico-químicas, tornando-se uma séria ameaça à saúde pública, pois o ambiente fica propício ao desenvolvimento de transmissores de doenças. A poluição da água pode alterar as características do ambiente aquático, através da lixiviação do líquido gerado pela decomposição da matéria orgânica presente no lixo, pelas águas pluviais e/ou nascentes existentes nos locais de descarga dos resíduos. Já a poluição do ar pode provocar a formação de gases naturais na massa de lixo, pela decomposição dos resíduos com e sem a presença de oxigênio no meio, o que pode originar riscos de migração de gás, explosões e ainda pode causar doenças respiratórias na população em contato (MOTA *et al.*, 2009).

Mas, além dessa situação que é de suma importância, existe também a poluição do ar causada pela emissão de gases poluentes pelos caminhões que realizam a coleta e o transporte dos resíduos. Esse problema está associado ao foco dessa pesquisa, por isso merece atenção neste trabalho.

A frota de veículos utilizada na coleta e transporte dos resíduos sólidos e também dos resíduos recicláveis no Brasil é movida a energia oriunda de combustível fóssil, o óleo diesel, cujo consumo contribui para aumentar a poluição atmosférica nas cidades. A queima do óleo diesel em motores libera gás carbônico, gases tóxicos e materiais particulados que se concentram na atmosfera, contribuindo para o aquecimento global através do efeito estufa. Além disso, a saúde da população é afetada na medida em que diminui a resistência do aparelho respiratório, com tendência ao agravamento de doenças pré-existentes, como asma e bronquite (LINO, 2009).

A poluição atmosférica oriunda dos veículos automotores é maior do que toda a produção oriunda de qualquer outra atividade humana isolada. Essa situação varia de acordo com as características de cada cidade, do tipo de combustível usado e também do número de veículos velhos em atividade, que não foram beneficiados por recentes

avanços na tecnologia da indústria automobilística. Além disso, muitos veículos ainda circulam com catalisadores cuja vida útil já expirou, deixando assim de ter a mesma eficácia na filtração de poluentes. Os poluentes mais comuns lançados na atmosfera pelos veículos são provenientes do processo de combustão incompleta, ou seja, quando o combustível injetado no cilindro não encontra a quantidade necessária de ar para sua queima. São denominados poluentes primários e os principais são: óxidos de carbono, óxidos de nitrogênio, enxofre, alcoóis, aldeídos, hidrocarbonetos, ácidos orgânicos e material particulado. Esses poluentes podem interagir entre si ou sofrer fotólise e formar os poluentes chamados secundários, em que os principais são o ozônio e os nitratos de peroxiacetila. Os poluentes secundários podem ser tão nocivos ao meio ambiente quanto os primários. Segundo Alves (2011), os quatro principais efeitos dos poluentes primários e secundários na troposfera são:

1. Alteram as propriedades da atmosfera e da precipitação.
2. Provocam danos na vegetação.
3. Provocam sujidade e deterioração dos materiais.
4. Aumentam o potencial de morbidade (doença) e mortalidade em humanos.

Com relação aos veículos a diesel, esses podem emitir centenas de poluentes à atmosfera. Dentre os compostos mais emitidos, destaca-se o óxido de nitrogênio (NO_x). Estudos mostram que os motores a Diesel produzem cinco vezes mais NO_x que os veículos a gasolina e que os caminhões são responsáveis pela maior parte da emissão de material particulado (MP) na atmosfera. Para tentar diminuir essas emissões, são utilizadas tecnologias como filtros, catalisadores de oxidação e aditivos para a redução da emissão de poluentes (SILVA *et al.*, 2014).

As emissões veiculares decorrem da queima dos combustíveis pelo motor e compreendem uma série de substâncias. As que mais se destacam são (2º INVENTÁRIO NACIONAL DE EMISSÕES ATMOSFÉRICAS POR VEÍCULOS AUTOMOTORES RODOVIÁRIOS, 2013):

- Monóxido de carbono (CO): as emissões de CO resultam da combustão incompleta do carbono (C) contido no combustível. É inodoro e incolor e o seu mecanismo de ação tóxica ao ser humano ocorre pela reação entre

o CO e a hemoglobina do sangue, formando carboxiemoglobina (COHb), o que faz com que o oxigênio (O_2) não seja transportado para as células, produzindo efeitos nos sistemas nervoso central, cardiovascular, pulmonar e outros. Essa reação pode causar sérios problemas à saúde, inclusive a morte, principalmente para o grupo de pessoas que já sofrem com algum problema cardiovascular.

- Hidrocarbonetos não metano (NMHC): a queima incompleta do combustível no motor gera também emissões de NMHC. Alguns dos hidrocarbonetos presentes no escape não são encontrados no combustível, no entanto, são derivados de combustível cuja a estrutura foi alterada devido a uma reação química, que não foi realizada. São classificados como emissões tóxicas e também são precursores da formação de ozônio (O_3) no nível troposférico. O ozônio é um dos principais componentes do *smog* (nevoeiro fotoquímico - grande massa de ar estagnado em conjunto com vários gases, vapores de ar e fumaça que ocorre nos grandes centros urbanos).
- Aldeídos (RCHO): o processo de combustão pode levar também à geração de compostos com o radical carbonila, onde os mais comuns são o acetaldeído e o formaldeído. Também participam na formação de ozônio (O_3) no nível troposférico. Em grandes concentrações, podem causar irritação nos olhos e nas vias respiratórias.
- Óxidos de nitrogênio (NO_x): grupo de gases altamente reativos, compostos por nitrogênio (N) e oxigênio (O) em quantidades variadas. São formados pela reação de oxigênio (O_2) e nitrogênio (N_2) presentes no ar sob condições de alta temperatura e elevada pressão. Juntamente com os hidrocarbonetos não metano (NMHC) e os aldeídos (RCHO), são precursores da formação de ozônio (O_3) no nível troposférico. Em altas concentrações, podem ser responsáveis pela redução da permeabilidade das membranas celulares, o que impede as trocas gasosas das folhas e prejudica a realização da fotossíntese. O NO_x é irritante para as vias respiratórias humanas e pode ser tóxico. Mesmo em concentrações

reduzidas causam irritação pulmonar, dano no tecido e irritação das mucosas. O ozônio e os NO_x são solúveis em gordura, o que pode provocar edemas pulmonares no ser humano e até causar a morte.

- Material particulado (MP): são partículas de material sólido ou líquido que podem conter uma variedade de componentes químicos. São classificados de acordo com seu tamanho, sendo que grande parte do MP de origem veicular tem diâmetro menor do que 2,5 µm, podendo ser referido como MP_{2,5}. Esse tipo de poluente é o segundo maior contribuinte com relação ao aquecimento global, ficando atrás apenas do CO₂. Outro problema relacionado a esse material é o aumento na densidade das nuvens, que dificulta a entrada da luz solar na atmosfera, criando um processo conhecido como forçamento radiativo. Isso pode causar outros impactos ambientais, como a diminuição da frequência de precipitações e a chuva ácida. Com relação à saúde humana, quando inalados, podem provocar sérios problemas respiratórios e cardiovasculares, sendo responsáveis pelo aumento de doenças, como a bronquite asmática.
- Metano (CH₄): o processo de combustão pode levar também à geração de CH₄, o mais simples dos hidrocarbonetos. É considerado um expressivo gás de efeito estufa, colaborando para o aquecimento global. Se inalado, o metano pode causar asfixia, parada cardíaca, inconsciência e até mesmo danos no sistema nervoso central.
- Dióxido de carbono (CO₂): produto da oxidação completa do carbono (C) presente no combustível durante sua queima. Se inalado, em grande quantidade, pode provocar irritações nas vias aéreas, vômitos, náuseas e até mesmo morte por asfixia (o que geralmente ocorre em incêndios). É considerado um dos gases que mais contribuem para o efeito estufa.

Com relação a poluição do ar a nível mundial, as atividades envolvidas nos sistemas de transportes são responsáveis pelas emissões na atmosfera de 70% de todo o CO, 50% de todo o NO_x, 50% dos hidrocarbonetos emitidos em áreas urbanas e cerca de

25% do total de emissões de CO₂. Se juntarmos o SO₂ (dióxido de enxofre) emitido pelos motores do ciclo diesel com o NO_x de origem automotiva, temos 1/3 de toda chuva ácida gerada no mundo (BERNI, 1998).

Desde a década de 1980, a emissão veicular no Brasil é normatizada pela Resolução do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA) nº 18/1986, que instituiu o Programa de Controle da Poluição do Ar por Veículos Automotores (PROCONVE). O PROCONVE trabalha em conjunto com o programa europeu de controle de emissões, na ativa desde 1988, quando foi lançado o Euro 0. Atualmente, o programa nacional está na Fase 7, a versão brasileira para o Euro V, que está em vigor na Europa desde 2009. O PROCONVE apresenta os seguintes objetivos:

- reduzir emissão de poluentes dos veículos automotores;
- promover o desenvolvimento tecnológico nacional;
- promover a melhoria das características dos combustíveis;
- criar programas de inspeção dos veículos em uso;
- promover a conscientização popular quanto à poluição veicular;
- estabelecer condições de avaliação dos resultados alcançados.

Segundo esse programa, verifica-se uma constante preocupação em relação aos veículos com massa total máxima maior que 3.856 kg (veículos pesados de transporte de passageiros e/ou carga), uma vez que são os principais emissores de material particulado e óxidos de nitrogênio. Então, a Resolução do CONAMA nº 18/86 instituiu os primeiros encaminhamentos para o controle da emissão de veículos a diesel (fases do PROCONVE), dados na Tabela 2.3:

Tabela 2.3: Estratégia de implantação do PROCONVE para veículos pesados (Fases "P")

FASE	IMPLANTAÇÃO	CARACTERÍSTICA/INOVAÇÃO
P-1 e P-2	1990 - 1993	Já em 1990 foram produzidos motores com níveis de emissão menores que aqueles que seriam requeridos em 1993 (ano em que teve início o controle de emissão para veículos deste tipo

		com a introdução das fases P-1 e P-2). Nesse período, os limites para emissão gasosa (fase P-1) e material particulado (fase P-2) não foram exigidos legalmente.
P-3	1994 - 1997	O desenvolvimento de novos modelos de motores visaram a redução do consumo de combustível, aumento da potência e redução das emissões de óxidos de nitrogênio (NOx) por meio da adoção de intercooler e motores turbo. Nesta fase se deu uma redução drástica das emissões de CO (43%) e HC (50%).
P-4	1998 - 2002	Reduziu ainda mais os limites criados pela fase P-3.
P-5	2003 - 2008	Teve como objetivo a redução de emissões de material particulado (MP), NOx e HC.
P-6	2009 - 2011	Em janeiro de 2009 deveria ter se dado o início à fase P-6, conforme Resolução CONAMA nº 315/2002, e cujo objetivo principal, assim como na fase cinco, era a redução de emissões de material particulado (MP), NOx e HC. Porém, não foi possível iniciar a comercialização dos veículos a diesel das Fases P-6 nesta data devido à indisponibilidade do diesel adequado, de tempo para o desenvolvimento e de logística de distribuição de combustível e uréia.
P-7	2012	Para compensar esse atraso, o CONAMA entendeu que deveria adotar fases mais severas do que as anteriores, dando origem à Resolução CONAMA 403/2008. Essa fase implicará na disponibilização ao mercado de um óleo diesel com teor aproximado de 10 ppm de enxofre. As indústrias automobilísticas e de combustíveis têm até 2016 para se adaptarem às novas normas técnicas, disponibilizando no mercado brasileiro diesel e motores nos padrões que já são adotados na Europa; onde os veículos movidos a diesel emitem uma quantidade de enxofre até 200 vezes menor do que é lançado pelos ônibus e caminhões brasileiros.

Fonte: PROCONVE

A Tabela 2.4 e a Figura 2.9 apresentam a evolução dos limites de emissões de alguns poluentes (em g/kW.h) ao longo das fases do PROCONVE para veículos pesados. Observam-se reduções bastante expressivas nos limites de emissões tolerados para veículos novos.

Tabela 2.4: Limite das emissões para veículos pesados a diesel.

PROCONVE FASE	EURO	CO (g/kW.h)	HC (g/kW.h)	NO _x (g/kW.h)	MP (g/kW.h)	Teor de Enxofre (S) (ppm)
P1	-	14,0	3,5	18	-	-
P2	EURO 0	11,2	2,45	14,4	0,6	3.000 a 10.000
P3	EURO 1	4,9	1,23	9,0	0,4	3.000 a 10.000
P4	EURO 2	4,0	1,1	7,0	0,15	3.000 a 10.000
P5	EURO 3	2,1	0,66	5,0	0,1	500 a 2000
P6	EURO 4	1,5	0,46	3,5	0,02	50
P7	EURO 5	1,5	0,46	2	0,02	10

Fonte: Fase P7 do PROCONVE e o impacto no setor de transporte, 2012.

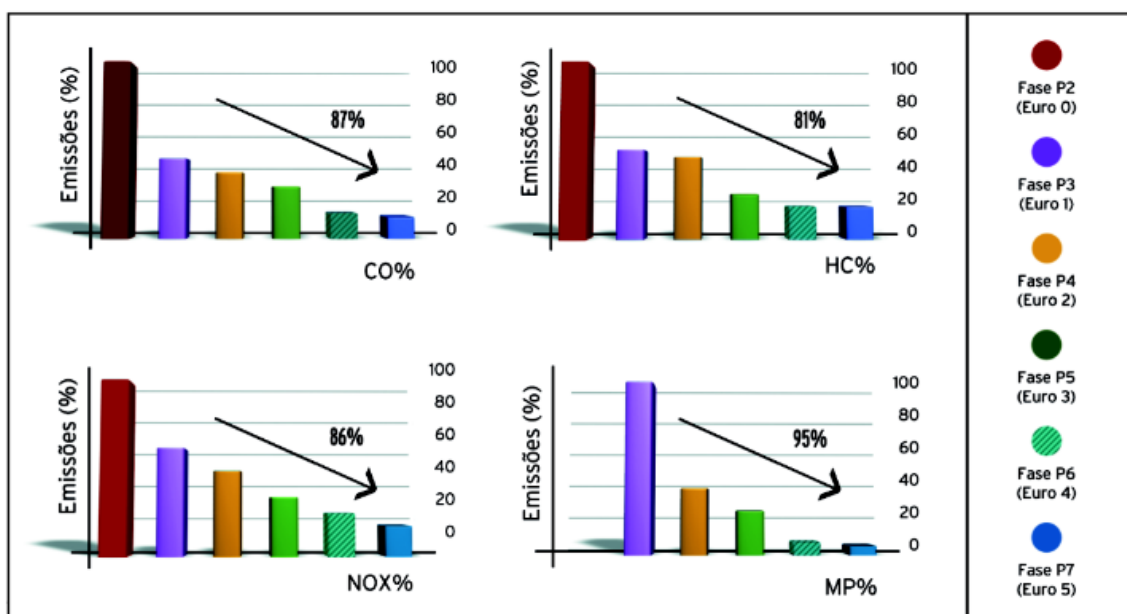


Figura 2.9 - Redução das emissões ao longo das fases do PROCONVE para veículos pesados.
 Fonte: Fase P7 do PROCONVE e o impacto no setor de transporte, 2012.

Essa resolução do CONAMA nº 18/86 pressupõe, entre outras coisas, a implantação do Programa Nacional de Inventários de Fontes Poluidoras do Ar. Então, segundo informações contidas no 1º Inventário Nacional de Emissões Atmosféricas por Veículos Automotores Rodoviários (2011), os fatores de emissão médios (em $g_{\text{poluentes}}/\text{km}$) para motores a diesel de caminhões pesados, por fase do PROCONVE, são apresentados na Tabela 2.5:

Tabela 2.5: Fatores de emissão de CO, NO_x, NMHC e MP para motores Diesel, caminhões pesados, em g_{poluentes}/km.

Fase do PROCONVE	CO	NMHC	NO _x	MP
Pré-PROCONVE, P1 e P2	2,21	0,81	12,73	0,785
P3	1,99	0,66	8,04	0,391
P4	1,08	0,37	7,85	0,153
P5	1,01	0,19	5,68	0,095
P7	1,06	0,20	2,30	0,023

Fonte: 1º Inventário Nacional de Emissões Atmosféricas por Veículos Automotores Rodoviários (2011).

De acordo com o 2º Inventário Nacional de Emissões Atmosféricas por Veículos Automotores Rodoviários (2013), os fatores de emissão de metano (CH₄, em g/km) para motores Diesel, considerando a fase P-7 do PROCONVE, são apresentados na Tabela 2.6:

Tabela 2.6: Fatores de emissão de CH₄ para motores Diesel

Categoria	CH ₄ (g/km)
Comerciais Leves Diesel	0,005
Ônibus	0,060
Caminhões	0,060

Fonte: 2º Inventário Nacional de Emissões Atmosféricas por Veículos Automotores Rodoviários (2013).

E ainda, um estudo realizado com cerca de 15 mil veículos em todo o Brasil constatou que os caminhões de coleta de resíduos são os que mais emitem CO₂ no meio ambiente, cerca de 1,24 kg de CO₂/km rodado. Esse fato deve estar relacionado com a característica da operação de coleta. O caminhão geralmente não passa da segunda marcha, andando e parando para que o coletor possa realizar seu trabalho, o que gera um consumo muito elevado (JORNAL AMBIENTE BRASIL, 2011).

O impacto ambiental causado pelos caminhões de coleta de resíduos é um problema a ser considerado. A partir da otimização das rotas desses caminhões, esse impacto também é minimizado, causando benefícios ao meio ambiente e à população. No capítulo 4 deste trabalho serão apresentados os resultados referentes à diminuição nas emissões dos gases poluentes pelos caminhões de coleta, no centro da cidade de Campo Mourão, considerando as rotas otimizadas, obtidas a partir da abordagem sequencial desenvolvida.

2.8 CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Como pôde ser observado na revisão da literatura, vários trabalhos apresentam a solução do problema de roteamento de veículos a partir de diferentes aspectos. A maioria dos autores utilizam algoritmos heurísticos devido à complexidade do uso de modelos matemáticos em situações de média e grande escala (classificação *NP-hard*). Essa dificuldade está geralmente relacionada com a formação de sub-rotas que aumenta proporcionalmente com o aumento do número de nós e arcos considerados.

Desta forma, no presente trabalho são apresentados dois métodos desenvolvidos a partir da utilização de modelos matemáticos: o primeiro utiliza o PRV proposto por Agha (2006), com algumas modificações, e o segundo consiste de uma abordagem sequencial, composta por três fases: o modelo adaptado do Problema das P-medianas, o modelo adaptado do Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP) e o algoritmo adaptado de Hierholzer. O primeiro consiste de um Problema de Roteamento em Nós e o segundo é um Problema de Roteamento em Arcos, e ambos apresentam resultados viáveis, sem a formação de sub-rotas na solução, com bom tempo computacional e com a possibilidade de aplicação em problemas de médio porte.

3 METODOLOGIA

Neste Capítulo é delimitado o sistema em estudo e apresentada a modelagem matemática dos modelos utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa.

3.1 DELIMITAÇÃO DO SISTEMA EM ESTUDO

A cidade de Campo Mourão fica na região noroeste do Paraná (Figura 3.1) e tem uma população aproximada de 93.000 habitantes, segundo estimativa do IBGE (2010). A coleta dos resíduos sólidos nessa cidade é realizada por uma empresa terceirizada que presta serviços de coleta indiferenciada e de coleta seletiva. Neste trabalho foram consideradas as rotas dos caminhões desses dois tipos de coleta, na região central do município. Nessa região, a coleta indiferenciada é realizada de 2^a-feira a sábado, no decorrer do período da noite e, para isso, a empresa utiliza de dois caminhões compactadores homogêneos, cada um com capacidade de 17 toneladas. Já a coleta seletiva é realizada duas vezes por semana, na quarta-feira e no sábado, por dois caminhões de capacidade 6 toneladas cada, durante o período diurno. Em ambas atividades, cada caminhão realiza uma única viagem diária nessa região.



Figura 3.1 – Localização da cidade de Campo Mourão – PR.

Fonte: <http://noticias.uol.com.br/cotidiano/ultimas-noticias/2013/01/14>

A quantidade de resíduos sólidos coletados diariamente pelos dois caminhões de coleta indiferenciada, em média nessa região, é de 32 toneladas. Para a coleta seletiva, a quantidade média diária de resíduos recicláveis coletados é de 9 toneladas. A empresa informou ainda que o gasto médio com manutenção e combustível dos caminhões é em torno de US\$ 10,00/km rodado. A Tabela 3.1 resume os dados informados pela empresa para a realização da coleta indiferenciada e da coleta seletiva, ambas na região central da cidade de Campo Mourão – PR.

Tabela 3.1 – Dados referentes à coleta indiferenciada e coleta seletiva na região central de Campo Mourão - PR

Tipo de coleta	Número de caminhões utilizados/capacidade de cada um	Quantidade de resíduos coletados diariamente (média)	Número de dias na semana	Gasto médio com combustível e manutenção dos caminhões
Indiferenciada	2 caminhões / 17 ton	32 ton	6	US\$ 10,00/km
Seletiva	2 caminhões / 6 ton	9 ton	2	US\$ 10,00/km

A Figura 3.2 representa o mapa da região central da cidade de Campo Mourão-PR, bem como a numeração (nas esquinas, em vermelho, feita de forma arbitrária) utilizada para os nós, que representam os pontos de coleta para o primeiro caso em estudo (PRV). A garagem dos caminhões é representada pelo nó 1. Os pontos de coleta são representados pelos nós de números 2 a 70 (considerando uma esquina sim e outra não) e o aterro sanitário pelo nó 71. Esse se encontra numa estrada vicinal a 12.000 m de distância do nó de número 25. Devido à escala, esse nó não aparece no mapa. A imagem foi obtida a partir de uma planta da cidade, no programa AUTOCAD 2007, que permitiu a localização de cada ponto de coleta, bem como o cálculo das distâncias entre eles.

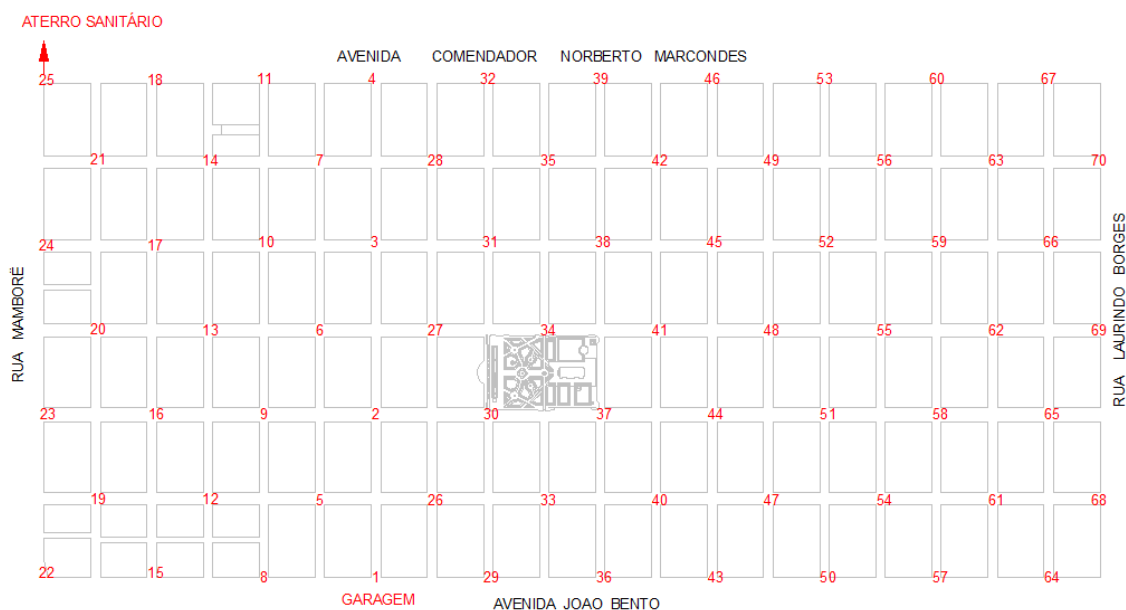


Figura 3.2 - Mapa da região central da cidade de Campo Mourão com os respectivos pontos de coleta.

O cálculo das distâncias entre os pontos de coleta foi feito a partir da soma dos trechos (arcos) entre eles. Por exemplo, a distância entre os nós 1 e 26 é calculada a partir da soma dos comprimentos “a” e “b”, como ilustrado na Figura 3.3:

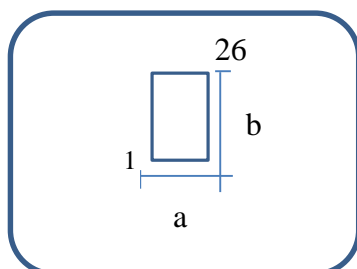


Figura 3.3 – Exemplo para o cálculo da distância entre os pontos de coleta.

A partir de informações cedidas pela empresa que realiza o serviço de coleta de resíduos sólidos em Campo Mourão, os dois caminhões que fazem esse serviço na região central da cidade realizam as seguintes rotas:

- Caminhão 1 – sai da garagem (nó 1), realiza a coleta em toda a região demarcada de azul na Figura 3.4 e segue para o aterro sanitário. Essa rota totaliza uma distância de 28.570m;

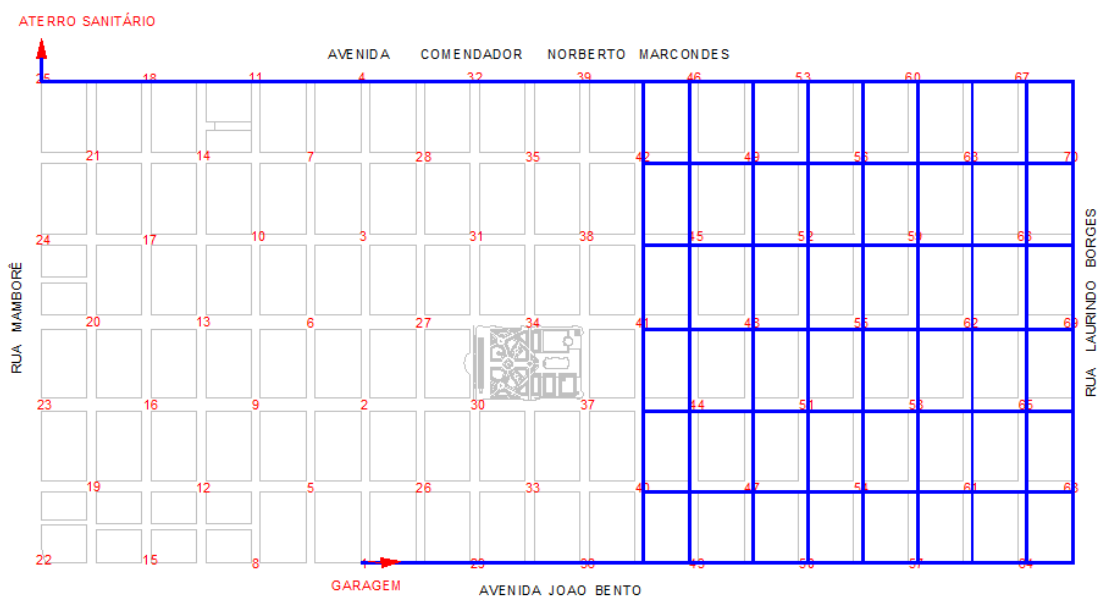


Figura 3.4 - Rota realizada pelo caminhão 1 na região central da cidade de Campo Mourão.

- Caminhão 2 – sai da garagem (nó 1), realiza a coleta em toda a região demarcada de azul na Figura 3.5 e segue para o aterro sanitário. Essa rota totaliza uma distância de 42.850 m.

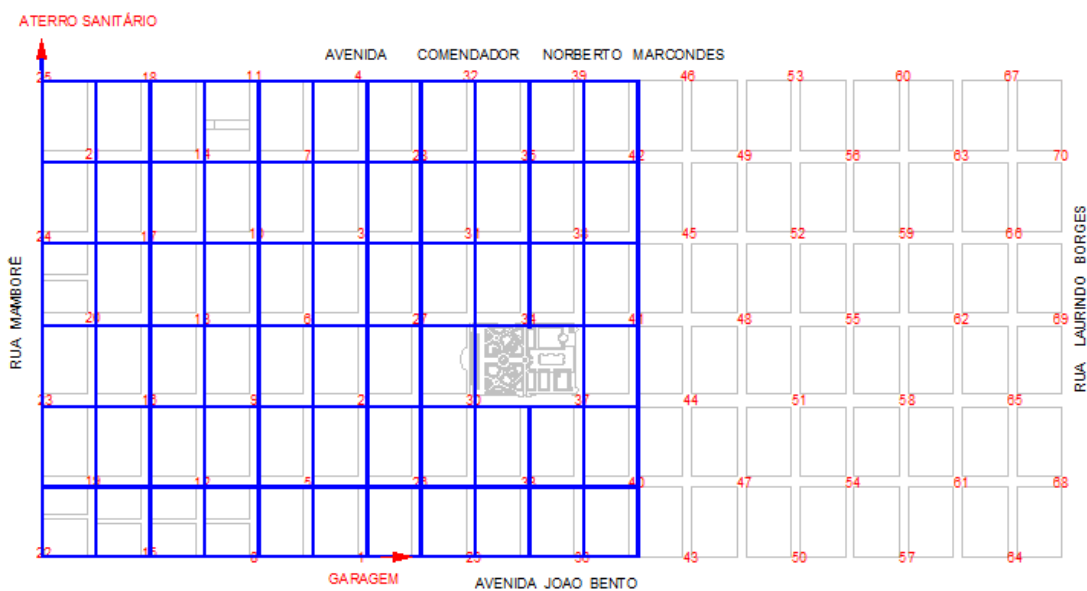


Figura 3.5 - Rota realizada pelo caminhão 2 na região central da cidade de Campo Mourão.

A soma das distâncias percorridas pelos dois caminhões de coleta na região em questão é de 71.420 m. Neste trabalho não foi considerada a distância percorrida pelos caminhões para retornarem à garagem, após descarregarem no aterro sanitário, visto que o trajeto de menor distância para esta viagem já é conhecido e praticado pelos veículos.

A seguir, são apresentadas as abordagens utilizadas para otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos na região em estudo.

3.2 MODELAGEM

Para o desenvolvimento desta pesquisa são propostas duas abordagens diferentes. Na primeira, o problema foi tratado como um Problema de Roteamento de Veículos (PRV), baseado no modelo de Agha (2006). Esse é um problema de roteamento em nós (PRN), onde a demanda (quantidade de resíduos a ser coletada) encontra-se nos vértices ou nós da região (esquinas ou cruzamento das ruas). Esse modelo tem como limitação o número de vértices considerados na sua formulação (neste trabalho limitou-se a 71 vértices) e é melhor utilizado em situações onde a coleta é realizada no sistema de *containers*. Na segunda abordagem, o problema foi tratado como um problema de roteamento em arcos, onde as demandas encontram-se no decorrer dos arcos ou arestas do grafo (ruas ou avenidas). Para isso, desenvolveu-se uma abordagem sequencial em três etapas.

Essa abordagem sequencial considera dois modelos matemáticos e um algoritmo exato. Primeiramente aplica-se um modelo de PLIB inspirado no problema das P-medianas ou Problema de Localização de Facilidades (PLF), que divide o conjunto de vértices em dois grupos, um para cada caminhão, considerando as demandas da região e a capacidade dos caminhões. Em seguida, é proposto um modelo de PLIM, simplificado para o CARP para um único veículo, adaptado do modelo proposto por Dror (2001), que deverá ser aplicado a cada grupo de arcos, separadamente, encontrados na fase anterior, para a otimização das rotas. Para finalizar, aplica-se o algoritmo adaptado de Hierholzer, utilizado para obter a sequência dos arcos que deverão ser atendidos (obtidos na fase anterior), criando assim a rota para cada caminhão.

Os modelos matemáticos modificados do PRV, do PLF e do CARP foram implementados no software GAMS (*General Algebraic Modeling System*), versão 24.2.3, usando o solver CPLEX. O algoritmo adaptado de Hierholzer foi implementado no software Matlab R2011, bem como os gráficos que apresentam os resultados obtidos, ambos em um computador com processador Intel Core i5 e 4 GB de memória RAM.

O GAMS é uma linguagem de modelagem que foi projetada para o desenvolvimento e solução de modelos de programação matemática e possui como principais vantagens (KONOWALENKO, 2012):

- Fornecer uma linguagem de alto nível para uma representação compacta de modelos extensos e complexos;
- Permitir mudanças na especificação dos modelos de forma simples e segura;
- Permitir relações algébricas enunciadas de forma não ambígua;
- Permitir descrições de modelos independentes dos algoritmos de solução;
- Simplificar a preparação de dados de entrada e relatórios de saída e transformar automaticamente os dados para a forma requerida pelos pacotes de programação matemática.

Essa linguagem disponibiliza um conjunto de Solvers (pacotes com opções de várias técnicas de solução de problemas de programação matemática) para diversas situações, como por exemplo, Programação Linear (PL), Programação Inteira Mista (PIM), Programação Não Linear (PNL), entre outras, que são utilizadas de acordo com a escolha do modelador.

Por sua vez, o MATLAB (*MATrix LABORatory*) é uma linguagem de programação e um ambiente de computação técnica onde é possível fazer análise e visualização de dados, cálculos matemáticos, construção de gráficos, desenvolvimento de algoritmos, entre outros. Sua primeira versão foi escrita no final da década de 1970, nas Universidades do Novo México e Stanford, visando fornecer suporte a cursos de teoria matricial, álgebra linear e análise numérica. Já na década de 1980, foi desenvolvido pelo “*The Mathworks, Inc*”, em Massachusetts. O elemento básico de informação é uma matriz que não requer dimensionamento.

Apresenta como vantagens:

- Simples utilização: é uma linguagem interpretada, de fácil escrita;
- Independente da Plataforma: o código desenvolvido corre em diferentes sistemas: Windows, Linux, Unix, Macintosh;
- Grande número de toolboxes desenvolvido pela Mathworks em diversas especialidades: engenharia, economia, bioinformática, finanças, etc;
- Utilizado por uma vasta comunidade.

e desvantagens:

- É uma linguagem interpretada, logo a execução é mais lenta que as linguagens compiladas;
- Licença com alto valor monetário.

3.2.1 Modelagem do Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

Agha (2006) desenvolveu uma pesquisa em Deir El-Balah, na Faixa de Gaza, em que um modelo de Problema de Roteamento de Veículos (Problema de Programação Linear com Variáveis Inteiras) foi implementado para otimizar as rotas dos caminhões de coleta de resíduos. A cidade foi dividida em 58 pontos de coleta (P_i) e, em cada ponto P_i , considerou-se um número de containers (f_i) a ser recolhido pelo caminhão. O modelo utilizado pelo autor considera:

Parâmetros:

- $k = 1, 2, \dots, m$ representa o tamanho da frota;
- $i, j = 0, 1, \dots, n, n + 1$ número de pontos de coleta, onde P_0 e P_{n+1} representam os pontos de início e fim da rota, respectivamente;
- d_{ij} = distância da viagem de P_i a P_j ;
- f_i = número de *containers* a serem recolhidos em P_i ;
- c_k = capacidade do veículo k , em toneladas.

Variáveis:

- $x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ viaja de } P_i \text{ a } P_j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ recolhe } \textit{containers} \text{ em } P_i, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- y_{ik} = número de *containers* em P_i recolhidos pelo veículo k .

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n+1} d_{ij} x_{ijk} \quad (3.7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n y_{ik} \leq c_k, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = f_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ilk} = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ljk}, \quad l = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i(n+1)k} = \sum_{j=1}^n x_{0jk} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.11)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ijk} \geq z_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (3.12)$$

$$y_{ik} \leq f_i z_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (3.13)$$

$$x_{ijk} + x_{jik} \leq 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jik} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq 1 \quad (3.15)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ou } 1, \quad z_{ik} = 0 \text{ ou } 1, \quad y_{ik} = \text{inteiro positivo} \quad (3.16)$$

Segundo Agha (2006), a função objetivo refere-se à minimização das distâncias; a restrição 3.8 garante que a capacidade dos veículos será considerada; a restrição 3.9 garante que os *containers* serão recolhidos; as restrições 3.10 e 3.11 estão relacionadas à continuidade do fluxo, ou seja, tudo que entra em um nó deve sair dele e ainda que a rota deve ter início em P_0 e término em P_{n+1} ; se um veículo pega *containers* em um determinado ponto de coleta, ele deve visitar esse ponto e isso está representado nas restrições 3.12 e 3.13; a restrição 3.14 garante que o *container* será recolhido por apenas um veículo; a restrição 3.15 é acrescentada para fazer com que o veículo se mova de um ponto i para apenas um ponto j e vice-versa. A restrição 3.16 refere-se à integralidade das variáveis. O autor não considerou em seu modelo as restrições que eliminam possíveis sub-rotas geradas ao implementá-lo, porém mencionou a necessidade de incluí-las, caso necessário.

Ao aplicar o modelo matemático proposto por Agha (2006) aos dados reais da cidade de Campo Mourão, o mesmo demonstrou ser eficiente, porém não evitou o surgimento de sub-rotas na solução (rotas não viáveis devido ao fato de não iniciarem na garagem dos caminhões e terminarem no aterro sanitário). Desta forma, este trabalho apresenta uma contribuição ao propôr algumas alterações no modelo proposto por Agha (2006), incluindo restrições que eliminam sub-rotas da solução, tornando-a assim compatível com aquela esperada para o problema.

3.2.1.1 Implementação e alterações propostas ao modelo de PRV

Para a implementação do modelo de PRV considerou-se a região central da cidade de Campo Mourão - PR, com 71 pontos de coleta, denominados nós (Figura 3.2), onde o nó 1 representa a garagem dos caminhões e o nó 71 o aterro sanitário da cidade. Cada um dos demais nós representa uma esquina da região.

Os dados necessários para a implementação do modelo estão a seguir:

- um conjunto de nós, $Nos(i) = \{1, 2, \dots, 71\}$;
- um conjunto que representa os caminhões destinados à coleta, $k = \{1, 2\}$;

- um parâmetro associado à capacidade dos caminhões, c_k ;
- um parâmetro associado à quantidade de resíduos em cada ponto de coleta, f_i ;
- uma tabela de distâncias entre os nós, de ordem 71×71 , $d(i, j)$ (apresenta-se parte dessa tabela no Anexo 2).

Variáveis:

- $x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ viaja de } i \text{ a } j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ recolhe resíduos em } i, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $y_{ik} =$ quantidade de resíduos em i recolhidos pelo veículo k

O modelo matemático considerado, com algumas alterações no modelo de Agha, é o seguinte:

Função objetivo:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{70} \sum_{j=2}^{71} d_{ij} x_{ijk}, \text{ para todo } i \neq j \quad (3.17)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=2}^{70} y_{ik} \leq c_k, \quad k = 1, 2 \quad (3.18)$$

$$\sum_{k=1}^2 y_{ik} = f_i, \quad i = 2, \dots, 70 \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^{70} x_{itk} = \sum_{j=2}^{71} x_{tjk}, \quad t = 2, \dots, 70; \quad k = 1, 2; \quad i \neq t; \quad j \neq t \quad (3.20)$$

$$\sum_{i=2}^{70} x_{i(71)k} = \sum_{j=2}^{70} x_{(1)jk} = 1, \quad k = 1, 2 \quad (3.21)$$

$$\sum_{j=2}^{71} x_{ijk} \geq z_{ik}, \quad i = 2, \dots, 70; k = 1, 2; i \neq j \quad (3.22)$$

$$y_{ik} \leq f_i z_{ik}, \quad i = 2, \dots, 70; k = 1, 2 \quad (3.23)$$

$$x_{ijk} + x_{jik} \leq 1, \quad i, j = 2, \dots, 70; i < j; k = 1, 2 \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=2}^{71} x_{ijk} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 70; i \neq j; k = 1, 2 \quad (3.25)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ou } 1, \quad z_{ik} = 0 \text{ ou } 1, \quad y_{ik} = \text{inteiro positivo} \quad (3.26)$$

As alterações propostas aparecem em várias restrições, ao considerar situações de desigualdade ($<$, \neq), entre os índices i, j, t . Fato que elimina viagens não permitidas (de um nó para ele mesmo) e reduz significativamente o número de equações geradas pelo modelo.

A restrição 3.14 no modelo de Agha ($x_{ijk} + x_{jik} \leq 1, i, j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m$) impõe que não ocorra um trajeto de ida e outro de volta entre dois nós do problema, por um mesmo caminhão. Por exemplo, ao considerar a inequação $x_{231} + x_{321} \leq 1$, tem-se que: se o trajeto do nó 2 para o nó 3 com o caminhão 1 é existente ($x_{231} = 1$), então o trajeto do nó 3 para o nó 2 com o caminhão 1 não deve ocorrer ($x_{321} = 0$). Ao que parece, Agha sugeriu essa restrição para garantir que o *container* fosse recolhido por apenas um veículo, equivocadamente. A fim de suprir essa falha, inclui-se a seguinte restrição ao modelo:

$$\sum_{k=1}^2 z_{ik} = 1, \quad i = 2, \dots, 70 \quad (3.27)$$

A Equação 3.27 considera que a variável z_{ik} seja 1 para um único veículo. Por exemplo, a equação $z_{51} + z_{52} = 1$ faz com que o resíduo no nó 5 seja recolhido por

apenas um caminhão. Se $z_{51} = 1$, $z_{52} = 0$, todo o resíduo será recolhido pelo caminhão 1.

Mais uma restrição é proposta ao modelo:

$$\sum_{k=1}^2 x_{ijk} \leq 1, \quad i, j = 2, \dots, 70; i \neq j \quad (3.28)$$

A restrição 3.28 impede que um mesmo trajeto entre os nós i e j seja realizado por mais de um caminhão. Por exemplo, a inequação $x_{341} + x_{342} \leq 1$ garante que o trajeto do nó 3 para o nó 4 seja realizado pelo caminhão 1 ou pelo caminhão 2 (não por ambos), ou ainda que esse trajeto não seja realizado por nenhum dos dois caminhões. Se $x_{341} = 1$, então x_{342} será zero. Mas, se $x_{341} = 0$, x_{342} poderá ser 1 ou zero.

As restrições 3.27 e 3.28 foram incluídas no modelo para a otimização de rotas da coleta de resíduos na região central de Campo Mourão. O modelo descrito foi implementado no software GAMS. Uma solução ótima foi obtida rapidamente, porém sub-rotas foram detectadas.

O conjunto de restrições do modelo de PRV, proposto por Ahuja *et al.* (1993), foi considerado no modelo matemático para a eliminação das sub-rotas. Segundo o autor, tem-se:

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} x_{ijk} \leq |Q| - 1, \text{ para todo subconjunto } Q \text{ de } \{2, 3, \dots, n\} \quad (3.29)$$

O conjunto Q representa todo subconjunto de nós que podem formar sub-rotas. Como exemplo, a Figura 3.6 representa, hipoteticamente, a situação em questão. Nela, o nó 1 é a garagem, o nó 71 o aterro sanitário e os demais nós os pontos de coleta. A rota deveria começar no nó 1 e terminar no nó 71, passando por todos os demais nós. Porém uma sub-rota aparece, formada pelos nós 2, 3 e 4.

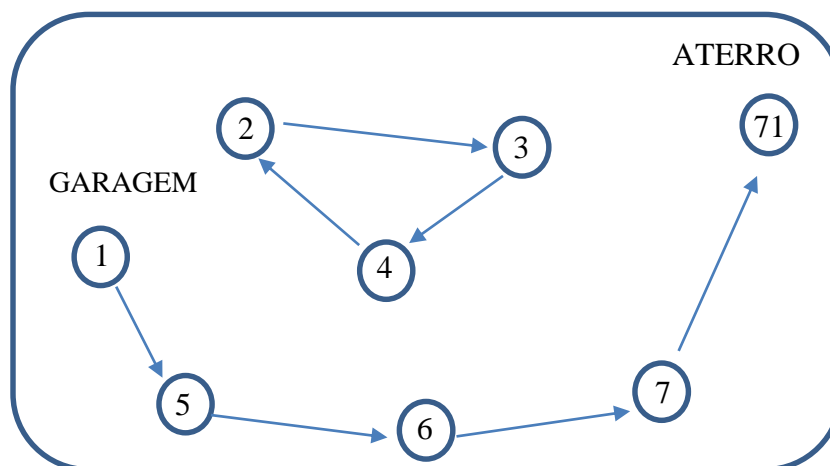


Figura 3.6 - Exemplo de sub-rota gerada pelos nós 2, 3 e 4.

Entretanto, considerar todas as sub-rotas possíveis para o problema em questão (71 nós) torna-se inviável computacionalmente, pois o número de combinações de nós é da ordem de 2^{69} (a garagem e o aterro são excluídos desse cálculo). Ao observar as sub-rotas obtidas nas primeiras iterações do modelo, percebeu-se que a maioria delas continham 3, 4 ou 5 nós. Então, desenvolveu-se o programa Subconjuntos, em *visual basic* (código apresentado no Anexo 3), para formar todas as combinações possíveis de 3, 4 e 5 nós que atendiam às restrições de distâncias entre eles (nós próximos entre si geralmente formam as sub-rotas), com o intuito de reduzir o número de iterações do programa ao serem acrescentadas essas restrições.

Para exemplificar como isso foi feito, considere todas as combinações possíveis de 3 nós (dentre os nós de números 2 a 70), que satisfazem à seguinte restrição: distam entre si até 360 m. Assim, tem-se os seguintes subconjuntos (obtidos a partir do programa Subconjuntos), denominados de subrotas1:

1. (2,3,4)
2. (2,3,6)
- ⋮
2903. (68,69,70)

Desta forma, a seguinte restrição é escrita:

$$\sum_{i,j} x_{ijk} \leq 2, \quad i, j \in \{subrotas1\}, i \neq j \text{ e } k = 1,2 \quad (3.30)$$

Para exemplificar, considera-se a inequação determinada pelo primeiro subconjunto de 3 nós (2, 3, 4) e $k = 1$:

$$x_{231} + x_{241} + x_{321} + x_{341} + x_{421} + x_{431} \leq 2 \quad (3.31)$$

A inequação 3.31 evita uma sub-rota entre os nós 2, 3 e 4 ao garantir que no máximo dois trechos entre eles terá valor igual a 1, fato que impede que o ciclo se feche, favorecendo assim a continuidade do fluxo na rota. A Figura 3.7 ilustra essa situação, no caso em que $x_{231} = 1$ e $x_{341} = 1$.

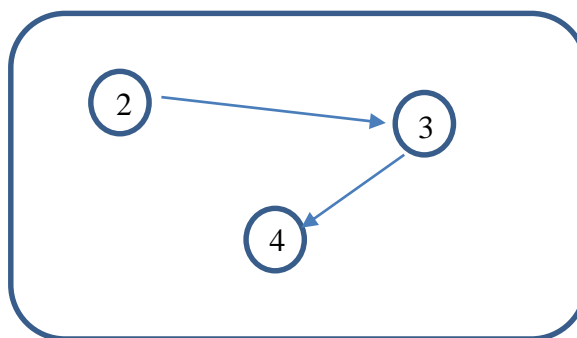


Figura 3.7 - Exemplo de sub-rota evitada pelo uso da restrição 3.31.

A Figura 3.8 apresenta o fluxograma que resume as etapas realizadas para a otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos, com base no modelo matemático do PRV modificado, considerando a possibilidade de formação de sub-rotas na solução. Caso isso ocorra, são incluídas as restrições que evitam a formação das mesmas no modelo do PRV. Para isso, utiliza-se o programa Subconjuntos, para a formação dos subconjuntos de 3, 4 e 5 nós que estão próximos entre si, pois as sub-rotas com essas quantidades de nós se mostraram mais frequentes nos testes computacionais realizados.

O modelo matemático do PRV proposto inicialmente por Agha (2006), não considera restrições que evitam a formação de sub-rotas. A partir das modificações propostas neste trabalho, incluindo as restrições que evitam a formação das mesmas na solução, o modelo se tornou mais eficiente para a aplicação à dados reais.

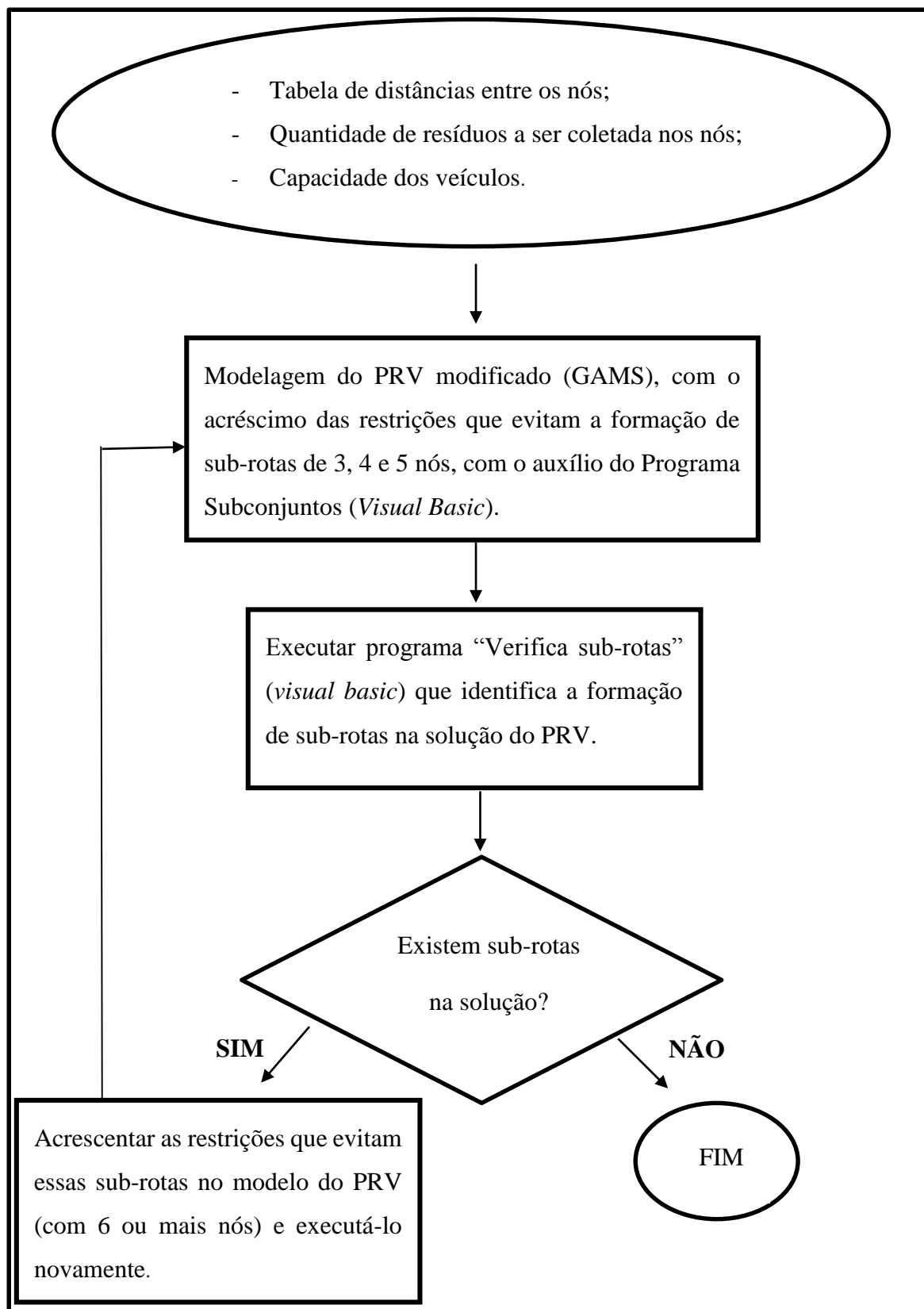


Figura 3.8 – Fluxograma para a execução do PRV modificado.

3.2.2 Modelagem da Abordagem Sequencial

Esta abordagem sequencial foi desenvolvida para resolver o problema de otimização de rotas dos caminhões de coleta de resíduos, considerando-o como um problema de roteamento em arcos, já que essa é a forma como o problema se caracteriza na prática em várias cidades, inclusive naquela onde os dados foram coletados para posterior aplicação. Para isso, foram considerados 141 vértices que dão origem aos arcos do grafo, onde o vértice 1 representa a garagem dos caminhões e o vértice 141 representa o aterro sanitário. Os demais vértices representam todas as esquinas da região central da cidade de Campo Mourão. Nessa abordagem, o problema é resolvido sequencialmente, a partir da utilização de dois diferentes modelos matemáticos e um algoritmo exato, que interagem em três fases.

Primeiramente aplica-se um modelo de PLIB, inspirado no problema das P-medianas ou PLF, que divide o conjunto de vértices em dois grupos, um para cada caminhão, considerando as demandas da região e a capacidade dos caminhões.

A seguir, é proposto um modelo de PLIM, simplificado para o CARP para um único veículo, adaptado do modelo proposto por Dror (2001), que deverá ser aplicado a cada grupo de arcos, separadamente, encontrados na fase anterior, para a otimização das rotas dos veículos.

Para finalizar, aplica-se o algoritmo adaptado de Hierholzer, utilizado para obter a sequência dos arcos que deverão ser atendidos (obtidos na fase anterior) criando assim a rota para cada caminhão.

A seguir, cada um desses modelos citados serão apresentados.

3.2.2.1 Problema das P-medianas

Este é um problema de localização-alocação que tem por objetivo determinar a configuração de custo mínimo de instalação de facilidades, que permita atender a

demanda de cada cliente, em uma rede conectada por um número finito de caminhos. O modelo matemático para o problema das P-medianas (com $p = 2$) considerado foi originalmente apresentado por Christofides (1975). Neste trabalho propomos uma adaptação com a inclusão da restrição 3.36. Consideramos $G^1(V, A)$, onde V representa o conjunto de vértices e A o conjunto de arcos, o grafo da rede viária em questão, excluindo os vértices que representam a origem e o destino. O modelo é um PLIB, dada por:

Função objetivo:

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.32)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (3.33)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (3.34)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii}, \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (3.35)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \leq c_k x_{ii}, \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.36)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (3.37)$$

em que :

- n é o número de vértices do grafo;
- p é o número de medianas a ser instalado (nesse caso, é interpretado como o número de veículos que serão utilizados na coleta e transporte dos resíduos);
- $[d_{ij}]$ é a matriz de distâncias entre os vértices (apresenta-se parte dessa matriz no Anexo 4);
- w_j é a demanda de cada vértice;
- c_k é a capacidade do caminhão k .

A função objetivo (3.32) diz respeito à minimização das distâncias entre os vértices e os vértices-medianas. A restrição (3.33) garante que todo vértice j é alocado a um e somente um vértice-mediana i . A restrição (3.34) garante que existem apenas p vértices-medianas. A restrição (3.35) garante que as alocações só poderão ser feitas a vértices-medianas; a restrição (3.36) está relacionada com a capacidade c_k dos caminhões, que não deve ser extrapolada e que, além disso, todas as demandas w_j deverão ser atendidas. A restrição (3.37) impõem a condição de que todas as variáveis deverão ser binárias.

Esse problema apresenta grande destaque dentro da teoria da localização e seu objetivo é instalar p facilidades (medianas) minimizando a soma das distâncias de todos os vértices à mediana mais próxima. Ele cresce em complexidade à medida que o tamanho do problema aumenta. Ou seja, é um problema *NP-hard* em situações de grande porte, fato que o torna inviável para a determinação da solução ótima com um tempo considerado aceitável (CHRISTOFIDES e BEASLEY, 1982).

Com a resolução deste modelo teremos os vértices divididos em P partições. Assim, um novo grafo será formado, o $G^2(V_k^2, A_k^2)$, que é o subgrafo induzido de G^1 , tal que $V_k^2 \subseteq V$ é o conjunto de vértices pertencentes a mediana k ($k = 1, \dots, P$). Esse grafo será usado na próxima etapa, na aplicação do CARP.

3.2.2.2 Problema de Roteamento em Arcos Capacitados (CARP)

Os primeiros estudos realizados sobre o problema de roteamento em arcos capacitados foram apresentados por Golden e Wong, em 1981. Os autores apresentaram o problema, sua formulação matemática, algumas relações com outros problemas da literatura e sua classificação como *NP-hard* (GOLDEN e WONG, 1981).

O modelo matemático básico do CARP envolve períodos simples (um dia, por exemplo) e considera que os arcos da rede possam ser atravessados em qualquer direção (LACOMME *et al.*, 2001). O modelo considerado neste trabalho foi adaptado do proposto por Dror (2001), que considera o grafo $G^2(V_k^2, A_k^2)$, com V vértices, A arestas e

um conjunto R das arcos requeridos (aqueles que possuem demanda). A adaptação foi feita a partir da inclusão da restrição (3.40) ao considerar o início e o término da rota em pontos diferentes, início no vértice 1 (garagem dos caminhões) e término no vértice 141 (aterro sanitário). Na modelagem original, o início e o fim da rota coincidem num mesmo ponto. No modelo são conhecidos os seguintes parâmetros:

- q_{ij} = demanda do arco $(i, j) \in R \subseteq A$;
- w_k = capacidade do veículo k ;
- c_{ij} = custo do arco $(i, j) \in A$ (ver anexo 4);
- K = número de veículos.
- M = número grande.

As variáveis são:

- x_{ijk} = número de vezes que um veículo k atravessa o arco $(i, j) \in A$;
- $y_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ realiza coleta ao longo do arco } (i, j) \in R; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

A modelagem matemática é dada por:

Função objetivo:

$$\text{Min } z = \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \quad (3.38)$$

Sujeito a:

$$\sum_{p \in A} x_{pik} = \sum_{p \in A} x_{ipk}, \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (3.39)$$

$$\sum_{i \in A} x_{1ik} = \sum_{i \in A} x_{i141k} = 1, \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (3.40)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{ijk} = 1, \forall (i, j) \in R \quad (3.41)$$

$$x_{ijk} \geq y_{ijk}, \forall (i, j) \in R, k = 1, 2, \dots, K \quad (3.42)$$

$$\sum_{(i,j) \in R} q_{ij} y_{ijk} \leq w_k, \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} M \sum_{i \notin S, j \in S} x_{ijk} &\geq \sum_{(j,p) \in A[S] \cap R} x_{ipk}, & \forall S \subseteq V, 1 \notin S, A[S] \cap R \neq \emptyset, k \\ &= 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$y_{ijk} \in \{0; 1\}, \forall (i, j) \in R, k = 1, 2, \dots, K \quad (3.45)$$

$$x_{ijk} \in Z^+, \forall (i, j) \in A, k = 1, 2, \dots, K \quad (3.46)$$

A função objetivo (3.38) minimiza o custo representado pela distância total percorrida pelos veículos. A restrição (3.39) garante a conservação do fluxo dos veículos ao longo do grafo, ou seja, o que “entra” em um vértice deverá ser igual ao que “sai” daquele vértice e a restrição (3.40) foi acrescentada para considerar o início da rota no vértice 1 e o término da mesma no vértice 141. A restrição (3.41) faz com que cada arco seja atendido uma única vez, durante todo o trajeto, e por um único veículo k . A restrição (3.42) garante que um veículo só irá realizar coleta no arco $(i, j) \in R$, se ele atravessar o referido arco. A restrição (3.43) refere-se à capacidade dos veículos que não deve ser extrapolada. A restrição (3.44) refere-se a eliminação de sub-rotas, onde M é um número tão grande quanto o máximo número de vezes que um arco pode ser atravessado. A restrição (3.45) impõe que as variáveis y sejam binárias e a restrição (3.46) representa a integralidade das variáveis x .

3.2.2.3 Algoritmo de Hierholzer

O algoritmo de Hierholzer foi criado com o objetivo de construir um ciclo euleriano em um grafo e foi apresentado anteriormente na seção 2.6. Segundo Konowalenko *et al.* (2012), o algoritmo exato de Hierholzer é originalmente dado da seguinte forma: seja $G(V, A)$ um grafo Euleriano de V vértices e A arestas. Então:

- Algoritmo 1: Hierholzer

Entrada: grafo $G(V, A)$

Saída: circuito C

1) $G' := G \setminus \{G' = (V', A')\}$

2) $v_0 :=$ um vértice de G'

3) $C := [v_0]$ {inicialmente, o circuito contém apenas v_0 }

4) **Enquanto** A' é não-vazio

5) $v_i :=$ um vértice C tal que $d(v_i) > 0$ em G'

6) $C' :=$ Circuito em G' que contém v_i

7) $G' := G' - \{a \mid a \text{ é aresta contida em } C'\}$

8) Em C , substituir o vértice v_i pelo circuito C'

9) **Retornar** C .

Uma observação importante: Na linha 7 o circuito é construído de forma arbitrária, saindo de v_i e selecionando arestas ainda não utilizadas até retornar a v_i .

Esse algoritmo foi adaptado ao problema em questão com o objetivo de organizar a rota dos caminhões, percorrendo todos os arcos encontrados na solução obtida pelo CARP, com origem na garagem dos caminhões e término no aterro sanitário (coleta indiferenciada) ou no depósito de resíduos recicláveis (coleta seletiva).

Seja $G_k^3(V_k^3, A_k^3)$ um subgrafo induzido por arestas de G_k^2 (gerado pelo CARP para o veículo k). Cada $(i, j) \in A_k^3$, se $x_{ijk}=1$ (no CARP). Caso $x_{ijk} = x_{jik} = 1$, então (i, j) e (j, i) são consideradas arestas paralelas em A_k^3 . Consideramos que a solução do CARP passa por todas as arestas de G_k^3 uma única vez, cujo roteiro sai de 1 (ponto inicial) e chega em n (ponto final da rota). Portanto, é possível chegar em cada vértice e sair por aresta diferente, logo todos os vértices tem grau par, exceto 1 e n . Então, inserimos uma aresta artificial ligando 1 e n , que pode ser interpretada como o menor caminho entre esses dois pontos, ou seja o caminho de retorno do veículo à garagem. Assim, todos os vértices tem grau par e o grafo é Euleriano. Como o grafo é Euleriano, o algoritmo de Hierholzer pode ser aplicado.

A seguir, o algoritmo adaptado:

- Algoritmo 2: Hierholzer – Vecchi

Entrada: grafo $G_k^3(V_k^3, A_k^3)$

Saída: circuito C

1) $G' := G_k^3 \{G' = (V', A')\}$

2) $v_0 :=$ um vértice de G'

3) $C :=$ construir uma rota qualquer em G' (iniciando no vértice inicial (v_0) e finalizando no vértice final (v_f));

4) **Enquanto** A' é não-vazio

5) $v_i :=$ um vértice C tal que $d(v_i) > 0$ em G'

6) $C' :=$ Circuito em G' que contém v_i

7) $G' := G' - \{a \mid a \text{ é aresta contida em } C'\}$

8) Em C , substituir o vértice v_i pelo circuito C'

9) **Retornar** C .

O fluxograma da Figura 3.9 resume as etapas realizadas para a otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos, com base nessa abordagem sequencial em três fases.

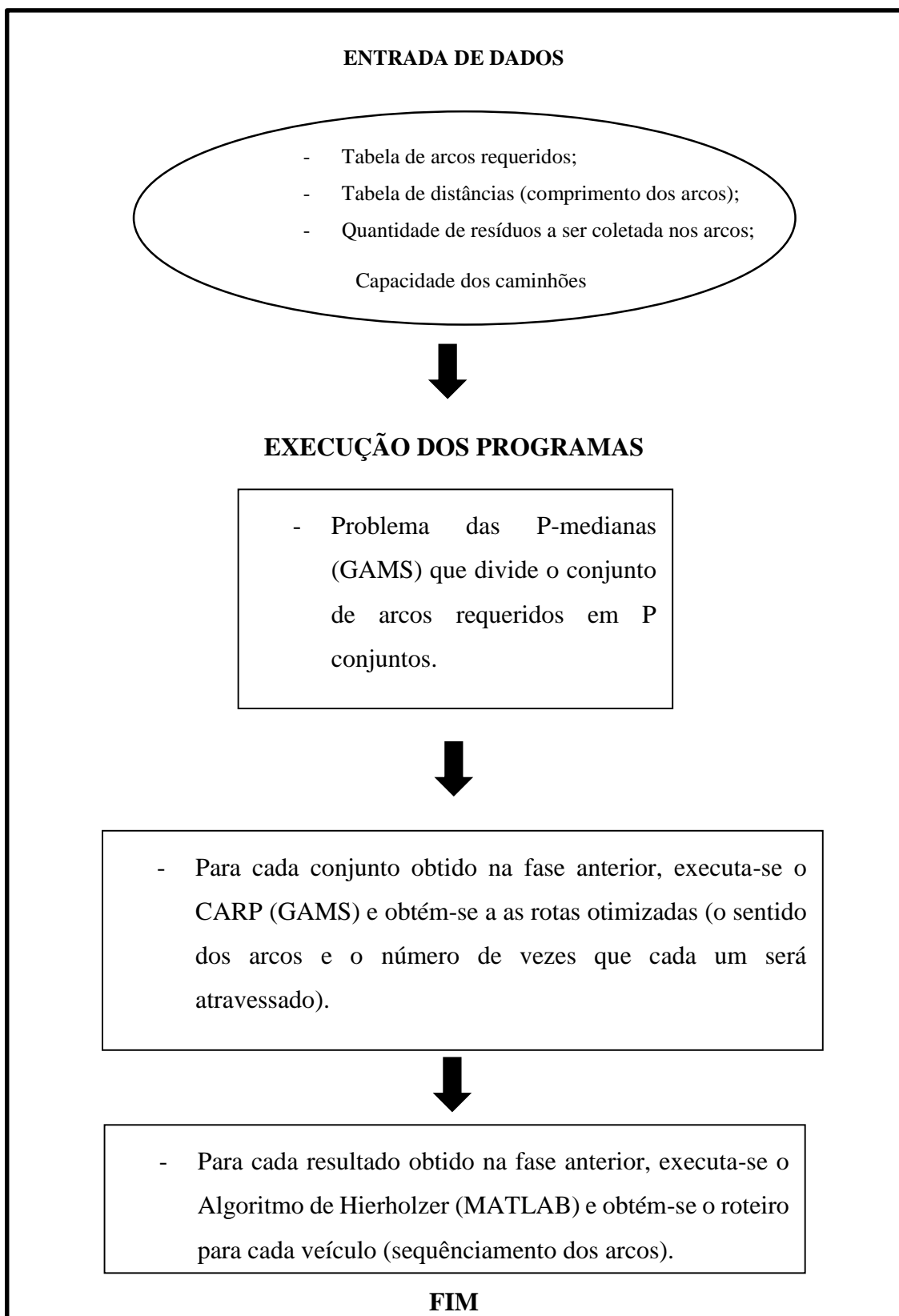


Figura 3.9 - Fluxograma para a execução da abordagem sequencial em três fases.

Essa abordagem sequencial permite que o problema da otimização de rotas dos veículos envolvidos na atividade de coleta seja resolvido de forma eficiente, sem a formação de sub-rotas na solução, devido ao fato de considerar apenas um caminhão por região na aplicação do CARP. Apesar dos problemas de cada fase serem resolvidos de forma a obter a solução ótima, o fato de dividir o problema geral (roteirização) em subproblemas, não garante a obtenção da sua solução ótima. Porém, os resultados obtidos nos testes realizados demonstraram ser melhores do que aqueles realizados na prática, considerando que estes já são obtidos a partir do uso de software comercial para a otimização das rotas dos caminhões, como informado pela empresa que realiza a coleta dos resíduos na cidade em estudo.

No Capítulo 4 serão apresentados e analisados os resultados obtidos a partir das aplicações feitas com dados reais, considerando as duas abordagens apresentadas nesse capítulo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados:

- Os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo modificado do PRV (ver Figura 3.8), utilizado para a otimização de rotas dos caminhões de coleta indiferenciada, na região central da cidade de Campo Mourão – PR, onde foram considerados 71 nós (pontos de coleta). Nessa abordagem o problema é tratado como um PRN;
- Os resultados obtidos a partir da aplicação da abordagem sequencial desenvolvida em três etapas (ver Figura 3.9), aplicada para a otimização das rotas dos caminhões utilizados em duas situações diferentes: coleta indiferenciada e coleta seletiva, ambas na região central da mesma cidade. Nesses casos foram considerados 141 nós que formam todos os arcos (trechos das ruas) da região em estudo. Nessa abordagem o problema é tratado como um PRA;
- Ainda os resultados obtidos a partir de uma análise de sensibilidade, que considerou os dados da coleta seletiva, avaliando os seguintes parâmetros de entrada: número de caminhões e capacidade dos caminhões. Essa análise tem como objetivo verificar se o modelo produz resultados lógicos em função de alterações nesses parâmetros de entrada.
- Para finalizar, os resultados que se referem ao impacto ambiental causado pelos poluentes liberados pelos caminhões que realizam a atividade de coleta e transporte de resíduos sólidos. Nesse caso os resultados beneficiam o meio ambiente pois, a partir da otimização das rotas dos caminhões, a emissão de poluentes é minimizada.

4.1 RESULTADOS DO MODELO DE PRV

O modelo de PRV implementado aos dados da região central da cidade de Campo Mourão - PR está descrito e detalhado no Capítulo 3 deste trabalho (secções 3.2.1 e 3.2.1.1). O modelo original proposto por Agha (2006) foi modificado para tornar viável a solução, eliminando a presença de sub-rotas. Esse problema foi identificado em testes computacionais feitos com quantidades variadas de nós. Naqueles em que a quantidade foi inferior a 21 nós, não foram identificadas sub-rotas. Porém, a partir daí, testes com quantidades superiores a esse valor começaram a apresentar sub-rotas na solução. Para a implementação feita na região em estudo foram considerados 71 nós. Inicialmente foram eliminadas as sub-rotas de 3, 4 e 5 nós, pois essas mostraram ser mais frequentes.

Após essas eliminações, outras sub-rotas apareceram na solução, com quantidades maiores de nós. Assim, ao término de cada iteração, as sub-rotas surgidas foram eliminadas pelo acréscimo das restrições necessárias e, ao final da 16^a iteração, uma solução ótima foi encontrada. Após o acréscimo dessas restrições, cada iteração apresentou tempo computacional, em média, de 3 min (ver Fluxograma da Figura 3.8).

A rota ótima obtida para cada caminhão é dada pelo sequenciamento dos nós que deverão ser atendidos e, a seguir, são apresentadas:

- **Caminhão 1:** 1 – 29 – 36 – 43 – 50 – 57 – 64 – 68 – 61 – 54 – 47 – 40 – 33 – 30 – 2 – 9 – 16 – 23 – 20 – 13 – 6 – 27 – 34 – 41 – 48 – 55 – 62 – 69 – 66 – 59 – 52 – 45 – 38 – 31 – 3 – 10 – 17 – 24 – 21 – 25 – 71.
- **Caminhão 2:** 1 – 8 – 15 – 22 – 19 – 12 – 5 – 26 – 33 – 40 – 47 – 54 – 61 – 65 – 58 – 51 – 44 – 37 – 30 – 27 – 6 – 13 – 14 – 7 – 28 – 35 – 42 – 49 – 56 – 63 – 70 – 67 – 60 – 53 – 46 – 39 – 32 – 4 – 11 – 18 – 25 – 71.

As Figuras 4.1 e 4.2 ilustram essas rotas otimizadas para cada um dos dois caminhões, na região central da cidade:

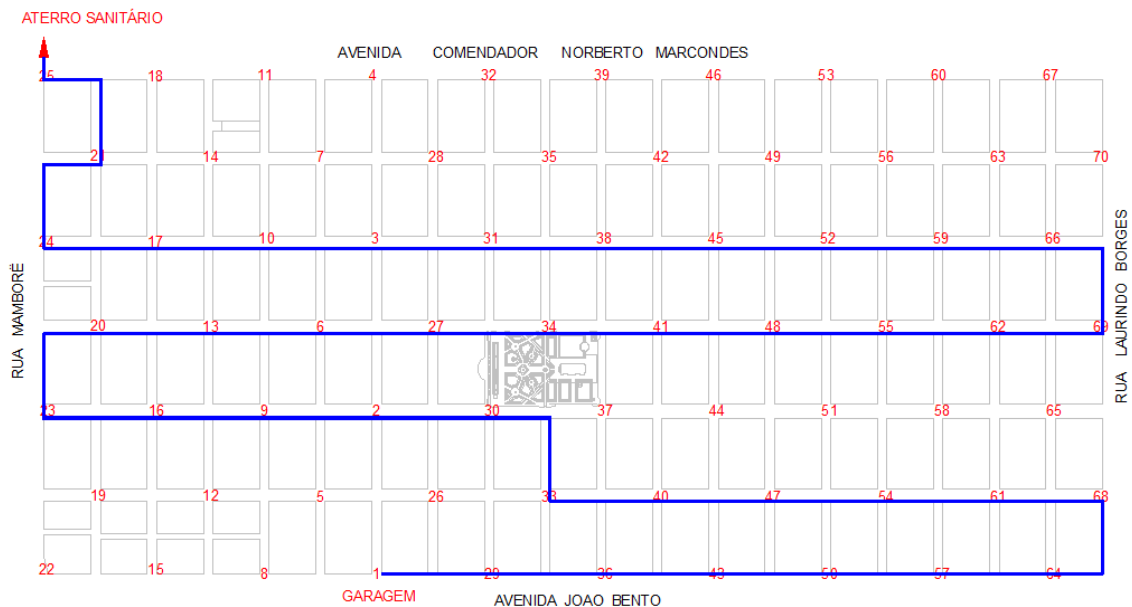


Figura 4.1 - Rota gerada para o caminhão 1 (mapa da região no autocad).

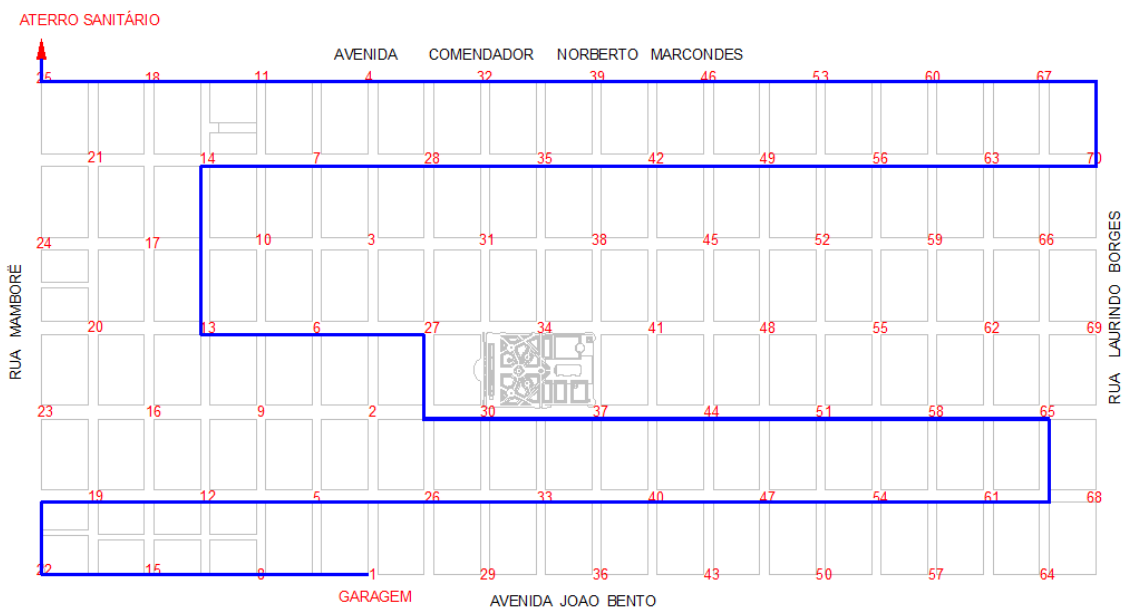


Figura 4.2 - Rota gerada para o caminhão 2 (mapa da região no autocad).

Cada rota inicia-se no nó 1 (garagem dos caminhões) e finaliza-se no aterro sanitário (nó 71), que encontra-se a 12 km de distância do nó de número 25, numa estrada

vicinal. Devido a escala, esse nó não aparece no mapa. Cada caminhão executou uma única viagem. Todos os pontos de coleta foram visitados e todo resíduo coletado (por um único caminhão em cada ponto), não extrapolando a capacidade dos caminhões. Os trechos comuns que aparecem nas duas rotas, por exemplo o trecho entre os nós 33 e 61, são realizados pelos caminhões em sentido contrário, excluindo assim a realização de um mesmo trecho pelos dois caminhões. A soma das distâncias percorridas nas duas rotas otimizadas é de 48.500m, 22.920m a menos do que a realizada na prática pelos caminhões. Isso representa uma redução na distância total percorrida de aproximadamente 32% e uma economia de cerca de US\$ 230,00 por dia, referente a gastos com combustível e manutenção dos caminhões (considerando a informação cedida pela empresa de que esse custo é de US\$ 10,00/km rodado).

O modelo utilizado demonstrou-se eficiente para a obtenção das rotas dos caminhões de coleta de resíduos. Os resultados obtidos são provenientes de um modelo exato, cuja limitação está na quantidade de nós considerados como pontos de coleta. Devido a esse fato, simplificações foram necessárias para que o PRV proposto pudesse ser aplicado com sucesso. A princípio, todas as esquinas da região central da cidade foram consideradas, totalizando 141 nós. Mas, ao acrescentar as restrições que evitam a formação de sub-rotas na solução, impossibilidades ocorreram devido ao grande número de combinações possíveis entre os nós, reafirmando a natureza combinatória do problema. Assim, ao diminuir a quantidade de nós para 71, considerando uma esquina sim e outra não, a solução pôde ser encontrada.

Sugere-se a aplicação desse modelo apresentado de PRV em situações reais de coleta de resíduos, em que esses estão dispostos em *containers*. A localização dos *containers* deve representar os nós e, nesses casos, o resultado obtido representará uma solução ótima viável e eficiente para o problema de otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos.

4.2 RESULTADOS DA ABORDAGEM SEQUENCIAL

4.2.1 Coleta Indiferenciada

Com o intuito de considerar um modelo matemático que se aproximasse melhor da prática realizada na cidade em estudo, onde a coleta dos resíduos é feita no decorrer das ruas e avenidas, o modelo adaptado do CARP (PRA) foi inicialmente utilizado, de forma direta, para otimizar as rotas dos caminhões que realizam a coleta indiferenciada na área em estudo. No entanto, a restrição (3.44), referente ao impedimento da formação de sub-rotas na solução, não pôde ser implementada com sucesso, devido ao grande número de combinações existentes entre os vértices do problema (da ordem de 2^{139}) ao considerarmos 141 nós. Esse fato torna a restrição (3.44) inviável computacionalmente, o que impede a sua utilização, e assim sub-rotas foram detectadas na solução. As Figuras 4.3 e 4.4 (MATLAB) ilustram os resultados obtidos para os dois veículos.

Ainda com relação às sub-rotas, outro problema apresentado ocorreu na tentativa de eliminar aquelas que possuem trechos de ida e volta num mesmo arco, como por exemplo a sub-rota entre os nós 127 e 134 da Figura 4.3. Para restringir essa formação é necessário impedir que cada arco seja atravessado nos dois sentidos. Isso torna o problema infactível pois, para que a rota seja formada, pelo menos um arco deve ser atravessado em ambos os sentidos.

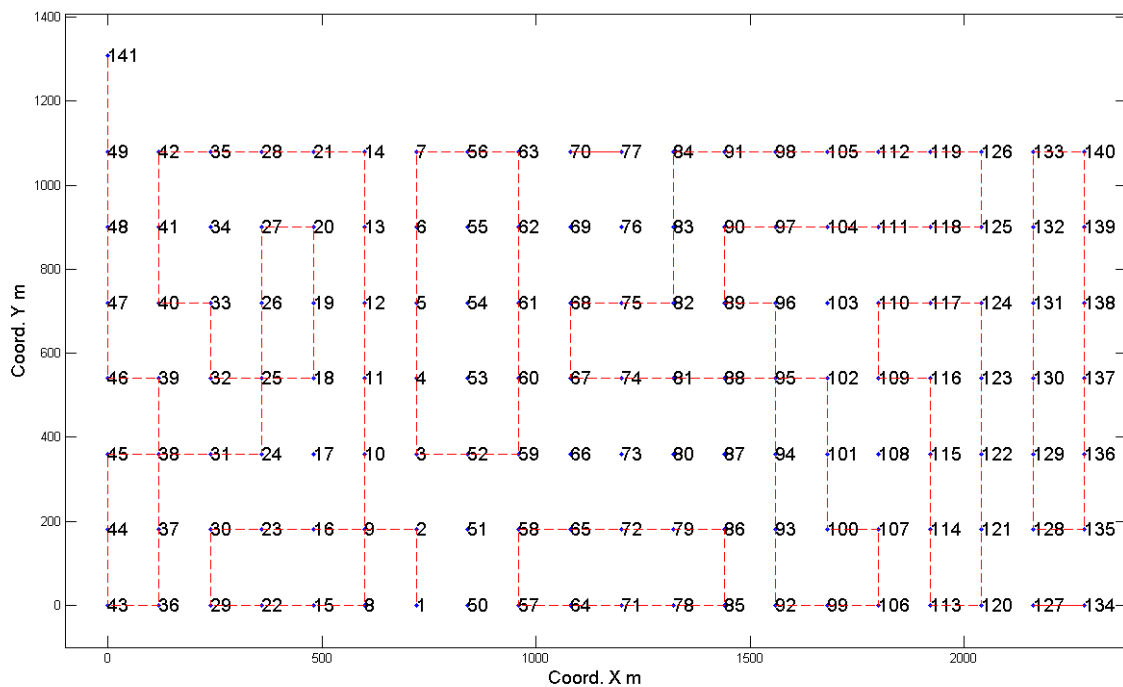


Figura 4.3 - Solução determinada pelo CARP (caminhão 1), com a presença de sub-rotas.

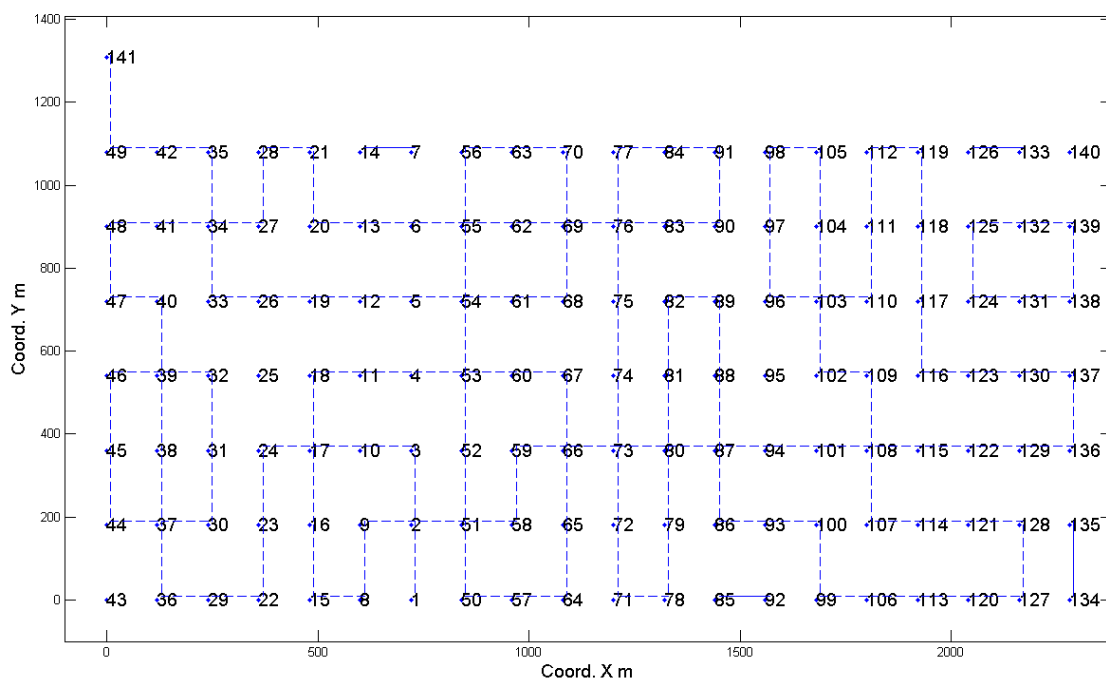


Figura 4.4 - Solução determinada pelo CARP (caminhão 2), com a presença de sub-rotas.

Devido a essa situação, como já comentado, optou-se por primeiramente agrupar os pontos (dois conjuntos, um para cada caminhão que realiza a coleta) e, em seguida, realizar o roteamento em cada grupo. Desta forma, os resultados obtidos a partir da abordagem sequencial desenvolvida em três fases permitem que esse problema da formação de sub-rotas seja resolvido, viabilizando a solução encontrada.

Primeiramente, para o problema das P-medianas (secção 3.2.2.1), os resultados obtidos demonstraram a eficiência do método, em tempo computacional muito pequeno (10 segundos). Desta forma, pode-se concluir que a quantidade de vértices considerada (141) não representou um empecilho para sua execução.

Os resultados obtidos no software GAMS estão representados na Tabela 4.1 e na Figura 4.5 (MATLAB). Pode-se observar que as duas medianas determinadas são: 18 e 102, representadas na tabela por M_1 e M_2 , respectivamente. Além disso, os pontos 25, 26, ..., 63, 65, 66, 68 e 70 foram designados à mediana 18 e os pontos 64, 67, 69, 71, ..., 140 foram designados à mediana 102.

Tabela 4.1 : Resultados obtidos para o problema das P-medianas.

V	M_1	M_2	V	M_1	M_2	V	M_1	M_2	V	M_1	M_2	V	M_1	M_2	V	M_1	M_2
2	1	0	25	1	0	48	1	0	71	0	1	94	0	1	117	0	1
3	1	0	26	1	0	49	1	0	72	0	1	95	0	1	118	0	1
4	1	0	27	1	0	50	1	0	73	0	1	96	0	1	119	0	1
5	1	0	28	1	0	51	1	0	74	0	1	97	0	1	120	0	1
6	1	0	29	1	0	52	1	0	75	0	1	98	0	1	122	0	1
7	1	0	30	1	0	53	1	0	76	0	1	99	0	1	123	0	1
8	1	0	31	1	0	54	1	0	77	0	1	100	0	1	124	0	1
9	1	0	32	1	0	55	1	0	78	0	1	101	0	1	125	0	1
10	1	0	33	1	0	56	1	0	79	0	1	102	0	1	126	0	1
11	1	0	34	1	0	57	1	0	80	0	1	103	0	1	127	0	1
12	1	0	35	1	0	58	1	0	81	0	1	104	0	1	128	0	1
13	1	0	36	1	0	59	1	0	82	0	1	105	0	1	129	0	1
14	1	0	37	1	0	60	1	0	83	0	1	106	0	1	130	0	1
15	1	0	38	1	0	61	1	0	84	0	1	107	0	1	131	0	1
16	1	0	39	1	0	62	1	0	85	0	1	108	0	1	132	0	1
17	1	0	40	1	0	63	1	0	86	0	1	109	0	1	133	0	1
18	1	0	41	1	0	64	0	1	87	0	1	110	0	1	134	0	1
19	1	0	42	1	0	65	1	0	88	0	1	111	0	1	135	0	1
20	1	0	43	1	0	66	1	0	89	0	1	112	0	1	136	0	1
21	1	0	44	1	0	67	0	1	90	0	1	113	0	1	137	0	1
22	1	0	45	1	0	68	1	0	91	0	1	114	0	1	138	0	1
23	1	0	46	1	0	69	0	1	92	0	1	115	0	1	139	0	1
24	1	0	47	1	0	70	1	0	93	0	1	116	0	1	140	0	1

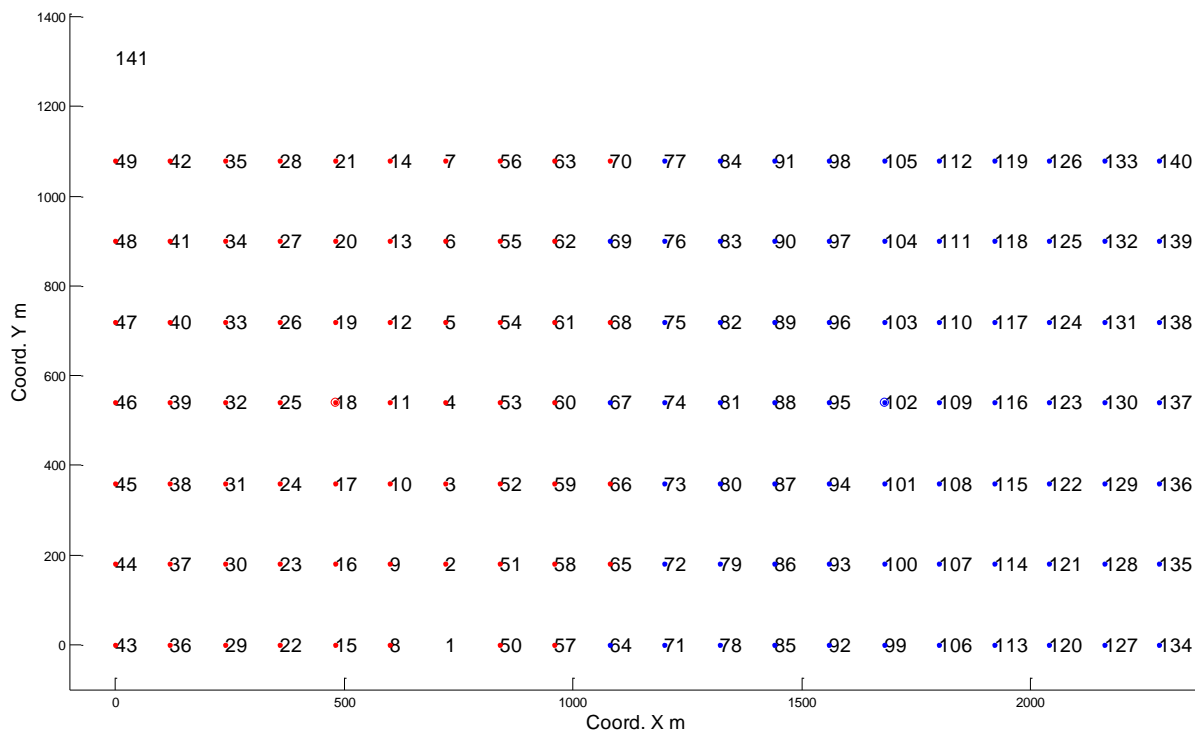


Figura 4.5 - Solução do problema das P-medianas.

Os pontos vermelhos e azuis na Figura 4.5 representam os conjuntos de vértices alocados às medianas instaladas pelo modelo, nos vértices 18 e 102, respectivamente. O objetivo de separar o conjunto de vértices em dois grupos, um para cada caminhão da coleta de resíduos, a fim de minimizar as distâncias entre os vértices, considerando a quantidade de resíduos a ser coletada e a capacidade dos caminhões, foi alcançado com sucesso.

A partir desses resultados, foi executado o modelo matemático do CARP (seção 3.2.2.2), para cada um dos grupos resultantes do problema das P-medianas, considerando apenas um caminhão, sem utilizar a restrição 3.44. O modelo mostrou-se bastante eficiente, com tempo de execução muito pequeno (15 segundos para o 1º. grupo, mediana 18; 17 segundos para o 2º. grupo, mediana 102). E, o que é mais importante, resolveu o problema sem a formação de sub-rotas na solução.

A Tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos pelo CARP (GAMS) para as variáveis inteiras x_{ijk} , considerando o vértice inicial (v_i) e o vértice final (v_f) de cada arco que será atravessado pelo caminhão 1. O valor da variável inteira x_{ijk} representa quantas vezes o arco será atravessado pelo veículo, ou seja, considerando como exemplo o primeiro arco da tabela, com início no vértice 1 e término no vértice 2, o valor da variável x_{ijk} é 1, o que significa que esse arco será atravessado apenas uma vez. Já o arco com início no vértice 46 e término no vértice 45 será atravessado duas vezes pelo caminhão 1.

Tabela 4.2: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 1.

v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}
1	2	1	14	7	1	27	34	1	40	41	1	54	5	1
1	8	1	14	21	1	28	27	1	40	47	1	54	53	1
2	3	1	15	8	1	28	35	1	41	42	1	54	55	1
2	51	1	15	16	1	29	22	1	41	48	1	55	54	1
3	10	1	16	9	1	29	36	1	42	35	1	55	56	1
3	52	1	16	23	1	30	29	1	42	49	1	55	62	1
4	3	1	17	18	1	30	31	1	43	36	1	56	7	1
4	5	1	18	11	1	31	24	1	43	44	1	56	55	1
5	6	1	18	25	1	31	32	1	44	37	1	56	63	1
5	12	1	19	18	1	32	25	1	44	43	1	57	50	1
6	13	1	19	20	1	32	39	1	45	38	1	57	64	1
6	55	1	20	21	1	33	32	1	45	44	1	58	51	1
7	6	1	20	27	1	33	34	1	46	45	2	58	57	1
7	56	1	21	14	1	34	27	1	47	40	1	59	58	1
8	9	1	21	28	1	34	33	1	47	46	1	59	60	1
8	15	1	22	15	1	34	41	1	48	47	1	59	66	1
9	2	1	22	29	1	35	34	1	48	49	1	60	59	1
9	10	1	23	22	1	35	42	1	49	48	1	60	61	1
10	11	1	23	30	1	36	37	1	49	141	1	61	54	2
10	17	1	24	17	1	36	43	1	50	1	1	61	68	1
11	4	1	24	23	1	37	30	1	51	50	1	62	61	1
11	12	1	25	24	1	37	38	1	51	52	1	62	63	1
12	13	1	25	26	1	38	31	1	51	58	1	63	56	1
12	19	1	26	19	1	38	39	1	52	53	1	63	62	1
13	14	1	26	33	1	39	40	1	52	59	1	64	57	1
13	20	1	27	26	1	39	46	1	53	4	1	66	59	1
14	7	1	27	28	1	40	33	1	53	60	1	68	61	1

Cada caminhão realiza apenas uma viagem diária e, de forma análoga à anterior, a Tabela 4.3 apresenta os resultados obtidos para o caminhão 2.

Tabela 4.3: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 2.

v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}
1	71	1	81	74	1	95	102	1	111	112	1	126	133	1
65	72	1	81	82	1	96	95	1	111	118	1	127	120	1
67	65	1	81	88	1	96	97	1	112	105	1	127	128	1
67	74	1	82	75	1	97	90	1	112	119	1	128	127	1
69	67	1	82	81	1	97	98	1	113	106	1	128	129	1
69	70	1	82	83	1	98	91	1	113	120	1	128	135	1
70	69	1	83	76	1	98	105	1	114	113	1	129	122	1
70	141	1	83	82	1	99	92	1	114	115	1	129	136	1
71	72	1	83	84	1	99	106	1	115	116	1	130	129	1
71	78	1	84	77	1	100	99	1	115	122	1	130	131	1
72	73	1	84	91	1	100	107	1	116	109	1	131	132	1
72	79	1	85	86	1	101	100	1	116	117	1	131	138	1
73	74	1	85	92	1	101	102	1	117	110	1	132	125	1
73	80	1	86	87	1	102	103	1	117	124	1	132	139	1
74	67	1	86	93	1	102	109	1	118	117	1	133	126	1
74	73	1	87	88	1	103	96	1	118	125	1	133	132	1
74	75	1	88	89	1	103	104	1	119	112	1	134	127	1
74	81	1	88	95	1	104	97	1	119	118	1	135	128	1
75	74	1	89	82	1	104	111	1	120	113	1	135	134	1
75	76	1	89	96	1	105	98	1	120	121	1	136	135	1
76	69	1	90	83	1	105	104	1	121	114	1	136	137	1
76	77	1	90	89	1	106	99	1	121	128	1	137	130	1
76	83	1	91	84	1	106	107	1	122	121	1	137	136	1
77	70	1	91	90	1	107	108	1	122	123	1	138	137	1
77	76	1	92	85	1	107	114	1	123	116	1	138	139	1
78	71	1	92	93	1	108	101	1	123	130	1	139	138	1
78	85	1	93	94	1	108	115	1	124	123	1	139	140	1
79	78	1	93	100	1	109	108	1	124	131	1	140	133	1
79	86	1	94	87	1	109	110	1	125	124	1			
80	79	1	94	101	1	110	103	1	125	126	1			
80	81	1	95	94	1	110	111	1	126	119	1			

A distância total minimizada para o caminhão 1 é de 32.830m e, para o caminhão 2, de 37.570m. A soma total dessas distâncias é de 70.400m, 1.020m a menos do que a realizada na prática pelos caminhões de coleta, diariamente.

Pode-se observar que as distâncias percorridas pelos caminhões nas rotas atuais estão próximas dos valores otimizados a partir deste estudo. Isso se deve ao planejamento das rotas pela empresa a partir do uso de software comercial.

Porém, esses resultados representam na prática o trabalho realizada nesta cidade pelos caminhões coletores, ou seja, cada rota percorre todos os arcos (trechos das ruas) da região considerada.

As Figuras 4.6 e 4.7 (MATLAB) representam os resultados apresentados nas Tabelas 4.2 e 4.3, respectivamente. Os arcos que aparecem duplicados nas Figuras 4.6 e 4.7 (um segmento contínuo e outro tracejado) significa que serão atravessados nos dois sentidos. Já os arcos representados por segmentos apenas tracejados serão atravessados em um único sentido.

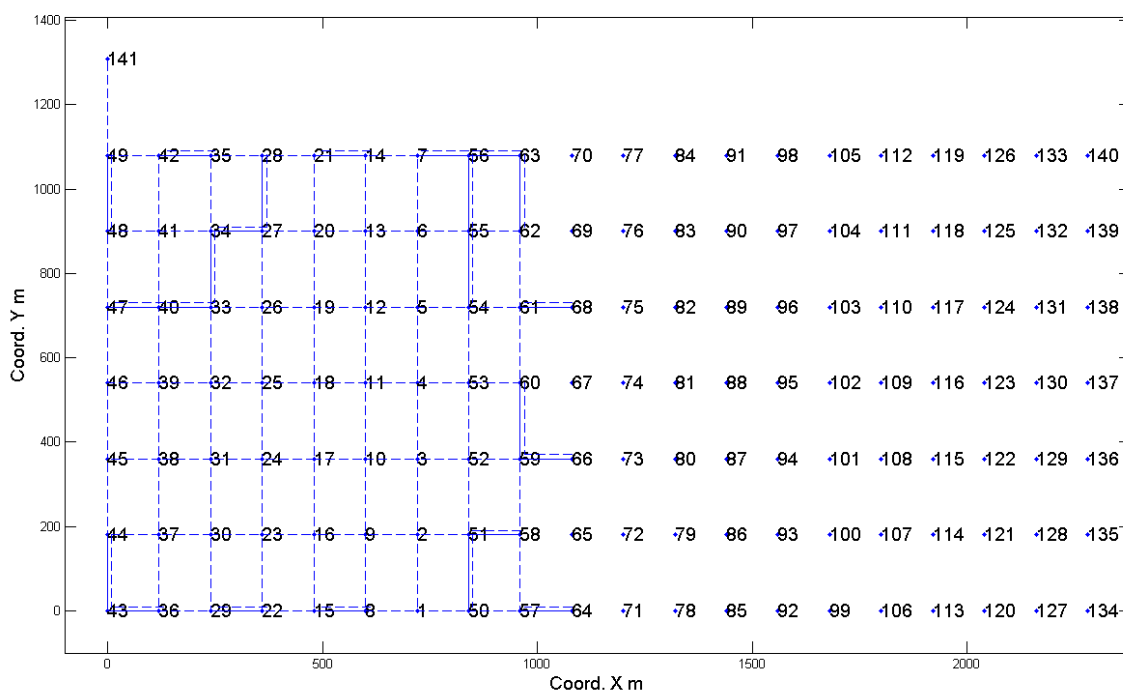


Figura 4.6 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 1.

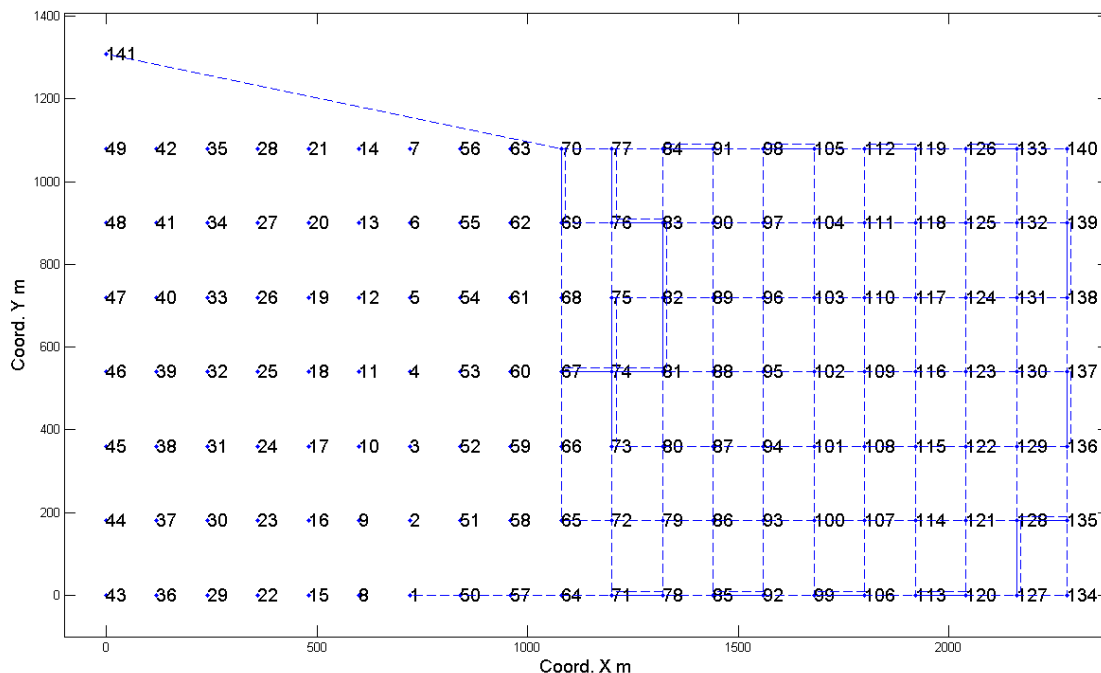


Figura 4.7 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 2.

Para finalizar, aplicou-se o algoritmo de Hierholzer (seção 3.2.2.3) que foi adaptado para considerar os resultados previamente obtidos pelo CARP para a obtenção do roteiro, ou seja, sequenciamento dos arcos a serem atravessados. Esse algoritmo apresentou tempo de processamento muito pequeno, alguns segundos.

As rotas obtidas são as seguintes:

- **ROTA 1** (ver Figura 4.6): 1 2 3 10 11 4 3 52 53 60 59 66 59 60 61 54 55 56 63 56 55 62 63 62 61 68 61 54 53 4 5 6 13 14 7 56 7 6 55 54 5 12 13 20 21 14 21 28 27 26 19 18 11 12 19 20 27 28 35 34 27 34 33 32 25 24 17 16 9 2 51 50 51 52 59 58 51 58 57 64 57 50 1 8 15 16 23 30 29 36 43 44 43 36 37 38 39 46 45 44 37 30 31 32 39 40 47 46 45 38 31 24 23 22 29 22 15 8 9 10 17 18 25 26 33 34 41 42 35 42 49 48 47 40 33 40 41 48 49 141.

- ROTA 2 (ver Figura 4.7): 1 71 72 73 74 67 65 72 79 78 71 78 85 86 87 80 79 86 93 94 87 88 89 96 97 98 105 98 91 90 89 82 75 74 73 80 81 74 75 76 83 82 83 84 91 84 77 76 69 67 74 81 82 81 88 95 94 101 100 99 106 107 114 115 122 123 130 131 138 137 130 129 122 121 114 113 120 121 128 127 128 129 136 137 136 135 128 135 134 127 120 113 106 99 92 85 92 93 100 107 108 101 102 103 96 95 102 109 108 115 116 117 124 123 116 109 110 111 118 125 124 131 132 139 138 139 140 133 132 125 126 133 126 119 118 117 110 103 104 111 112 119 112 105 104 97 90 83 76 77 70 69 70 141.

Os números representam os vértices do grafo que formam os arcos a serem atravessados pelos caminhões. As rotas tem início no vértice 1 (garagem) e término no vértice 141 (aterro sanitário). Todos os arcos foram atendidos e todo resíduo coletado, sem exceder a capacidade dos caminhões. Cada caminhão realizou uma única viagem.

Os resultados obtidos para a coleta seletiva, a partir da aplicação dessa abordagem sequencial, serão apresentados a seguir, bem como as modificações necessárias nos modelos matemáticos já anteriormente apresentados.

4.2.2 Coleta Seletiva

A abordagem utilizada para otimizar as rotas dos caminhões da coleta seletiva foi adaptada da mesma utilizada para a otimização das rotas dos caminhões da coleta indiferenciada. Na coleta indiferenciada, todo o resíduo coletado é depositado em um único local, o aterro sanitário. Agora, considerando a coleta seletiva, existem dois depósitos para a entrega dos materiais. Esses depósitos são cooperativas que recebem os resíduos e os separam para futura reciclagem. No mapa da Figura 4.8, esses são representados pelos vértices 141 e 142. O ponto de partida para os caminhões é a garagem dos veículos, representada pelo vértice 1. Para essa coleta foram considerados dois caminhões, pois esse é o número de veículos informado pela empresa que realiza essa tarefa na região central da cidade.

A abordagem sequencial desenvolvida e já utilizada anteriormente é composta de três fases. A primeira fase realiza a divisão dos vértices que dão origem aos arcos que deverão ser atendidos em dois grupos, um para cada caminhão, utilizando o modelo adaptado das P-medianas. Nesse caso, como existem dois depósitos para a entrega dos resíduos coletados, foi considerado que esses depósitos são previamente determinados como sendo as P-medianas e, os demais vértices serão alocados a uma dessas medianas, a partir do modelo. O objetivo dessa fase é dividir o conjunto de vértices que dão origem aos arcos em dois grupos (um para cada caminhão e conseqüentemente para cada depósito) minimizando a distância entre os vértices alocados e a correspondente mediana (depósito), considerando a quantidade de resíduos a serem coletados e a capacidade dos caminhões de coleta seletiva.

Os resultados obtidos nessa primeira etapa são apresentados na Tabela 4.4, onde as medianas são os vértices 141 e 142 (depósitos), os vértices de números 2 a 70 foram alocados à mediana 141 e os vértices de números 71 a 140 foram alocados à mediana 142.

Tabela 4.4: Resultados obtidos para o problema das P-medianas para a coleta seletiva.

V	M 141	M 142	V	M 141	M 142	V	M 141	M 142	V	M 141	M 142	V	M 141	M 142	V	M 141	M 142
2	1	0	25	1	0	48	1	0	71	0	1	94	0	1	117	0	1
3	1	0	26	1	0	49	1	0	72	0	1	95	0	1	118	0	1
4	1	0	27	1	0	50	1	0	73	0	1	96	0	1	119	0	1
5	1	0	28	1	0	51	1	0	74	0	1	97	0	1	120	0	1
6	1	0	29	1	0	52	1	0	75	0	1	98	0	1	122	0	1
7	1	0	30	1	0	53	1	0	76	0	1	99	0	1	123	0	1
8	1	0	31	1	0	54	1	0	77	0	1	100	0	1	124	0	1
9	1	0	32	1	0	55	1	0	78	0	1	101	0	1	125	0	1
10	1	0	33	1	0	56	1	0	79	0	1	102	0	1	126	0	1
11	1	0	34	1	0	57	1	0	80	0	1	103	0	1	127	0	1
12	1	0	35	1	0	58	1	0	81	0	1	104	0	1	128	0	1
13	1	0	36	1	0	59	1	0	82	0	1	105	0	1	129	0	1
14	1	0	37	1	0	60	1	0	83	0	1	106	0	1	130	0	1
15	1	0	38	1	0	61	1	0	84	0	1	107	0	1	131	0	1
16	1	0	39	1	0	62	1	0	85	0	1	108	0	1	132	0	1
17	1	0	40	1	0	63	1	0	86	0	1	109	0	1	133	0	1
18	1	0	41	1	0	64	1	0	87	0	1	110	0	1	134	0	1
19	1	0	42	1	0	65	1	0	88	0	1	111	0	1	135	0	1
20	1	0	43	1	0	66	1	0	89	0	1	112	0	1	136	0	1
21	1	0	44	1	0	67	1	0	90	0	1	113	0	1	137	0	1
22	1	0	45	1	0	68	1	0	91	0	1	114	0	1	138	0	1
23	1	0	46	1	0	69	1	0	92	0	1	115	0	1	139	0	1
24	1	0	47	1	0	70	1	0	93	0	1	116	0	1	140	0	1

A Figura 4.8 (MATLAB) ilustra os resultados apresentados na Tabela 4.4; em vermelho, os vértices alocados à mediana 141 e, em azul, aqueles alocados à mediana 142.

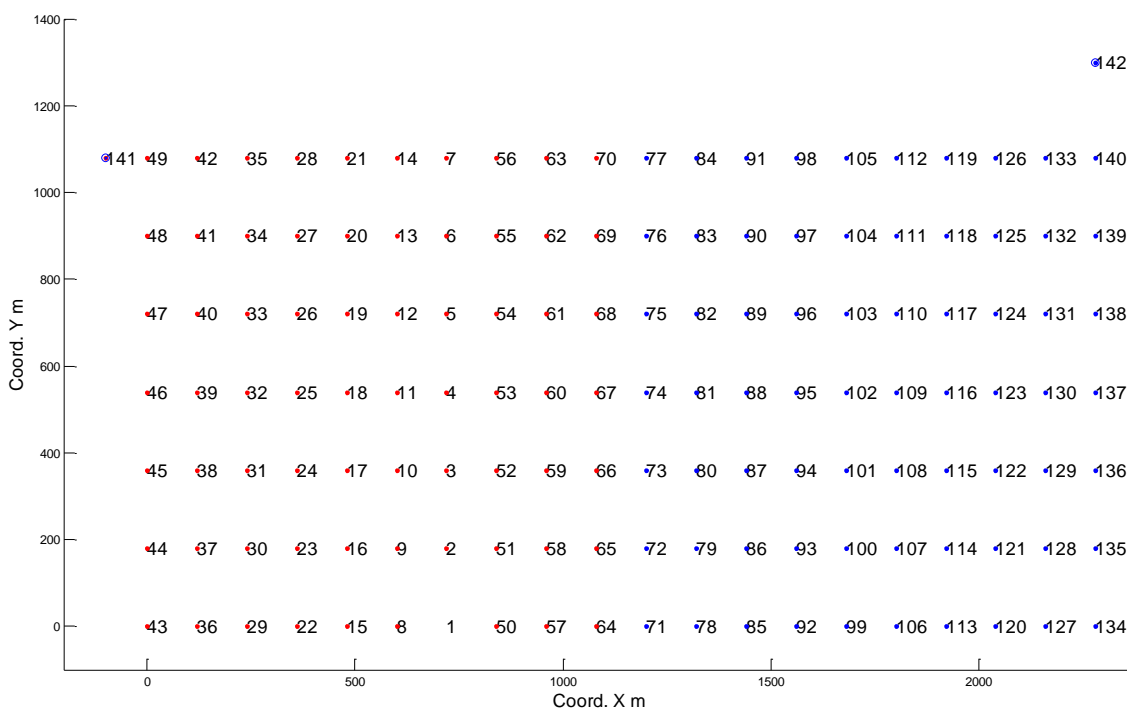


Figura 4.8 - Solução do problema das P-medianas para a coleta seletiva.

A segunda fase utiliza o modelo adaptado do CARP, que é aplicado a cada grupo de arcos obtidos da fase anterior para a minimização da distância total percorrida pelos caminhões. As rotas atuais realizadas pelos dois caminhões da coleta seletiva percorrem uma distância total de 49.780m. Já as rotas otimizadas totalizaram uma distância de 46.080m, o que proporciona aproximadamente 7,5% de redução na distância total percorrida. Os resultados obtidos nessa fase são apresentados nas Tabelas 4.5 e 4.6.

Tabela 4.5: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 1 da coleta seletiva.

v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}
1	2	1	15	8	2	29	22	2	43	36	1	57	50	1
1	50	1	16	15	1	30	29	1	43	44	1	57	58	1
2	3	1	16	17	1	30	31	1	44	37	1	58	51	1
2	9	1	17	18	1	31	24	1	44	43	1	58	59	1
3	4	1	17	24	1	31	38	1	45	38	1	59	60	1
3	10	1	18	19	1	32	31	1	45	44	1	59	66	1
4	5	1	18	25	1	32	39	1	46	45	2	60	53	1
4	11	1	19	20	1	33	32	1	47	46	1	60	61	1
5	12	1	19	26	1	33	40	1	47	48	1	61	62	1
5	54	1	20	13	1	34	33	1	48	47	1	61	68	1
6	5	1	20	21	1	34	41	1	48	49	1	62	55	1
6	7	1	21	14	1	35	28	1	49	42	1	62	63	1
7	56	2	21	28	1	35	34	1	49	141	1	62	69	1
8	1	1	22	15	1	36	29	1	50	51	1	63	62	1
8	9	1	22	23	1	36	43	1	50	57	1	63	70	1
9	10	1	23	16	1	37	30	1	51	2	1	64	57	1
9	16	1	23	30	1	37	36	1	51	52	1	65	58	1
10	11	1	24	23	1	38	37	1	52	3	1	65	64	1
10	17	1	24	25	1	38	39	1	52	59	1	66	65	2
11	12	1	25	26	1	39	40	1	53	4	1	67	60	1
11	18	1	25	32	1	39	46	1	53	52	1	67	66	1
12	13	1	26	27	1	40	41	1	54	53	1	68	67	2
12	19	1	26	33	1	40	47	1	54	61	1	69	62	1
13	6	1	27	20	1	41	42	1	55	6	1	69	68	1
13	14	1	27	34	1	41	48	1	55	54	1	70	69	1
14	7	1	28	27	1	42	35	1	56	55	1			
14	21	1	28	35	1	42	49	1	56	63	1			

Tabela 4.6: Resultados obtidos pelo CARP para as variáveis x_{ijk} para o caminhão 2 da coleta seletiva.

v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}	v_i	v_f	x_{ijk}
1	71	1	85	92	1	97	98	1	112	105	1	126	133	1
71	78	2	86	79	1	98	91	1	112	119	1	127	120	1
72	71	1	86	87	1	98	105	1	113	106	1	127	128	1
72	73	1	86	93	1	99	92	1	113	114	1	128	129	1
73	72	1	87	86	1	99	106	1	114	115	1	128	135	1
73	74	1	87	88	1	100	99	1	114	121	1	129	122	1
74	75	1	87	94	1	100	101	1	115	108	1	129	136	1
74	81	1	88	87	1	101	94	1	115	122	1	130	129	1
75	74	1	88	89	1	101	102	1	116	115	1	130	137	1
75	76	1	88	95	1	102	103	1	116	117	1	131	124	1
76	77	1	89	82	1	102	109	1	117	110	1	131	130	1
76	83	1	89	88	1	103	104	1	117	124	1	132	131	1
77	84	1	89	90	1	103	110	1	118	117	1	132	133	1
78	79	1	90	83	1	104	97	1	118	125	1	133	126	1
78	85	1	90	89	1	104	111	1	119	112	1	133	140	1
79	72	1	90	97	1	105	98	1	119	118	1	134	127	1
79	80	1	91	84	1	105	104	1	120	113	1	135	134	1
80	73	1	91	90	1	106	107	1	120	127	1	135	136	1
80	87	1	92	85	1	106	113	1	121	120	1	136	135	1
81	80	1	92	93	1	107	100	1	121	128	1	136	137	1
81	88	1	92	99	1	107	114	1	122	121	1	137	138	2
82	75	1	93	86	1	108	101	1	122	123	1	138	131	1
82	81	1	93	92	1	108	107	1	123	116	1	138	139	1
83	76	1	93	100	1	109	108	1	123	130	1	139	132	1
83	82	1	94	93	1	109	116	1	124	123	1	139	140	1
83	90	1	94	95	1	110	109	1	124	125	1	140	139	1
84	83	1	95	96	1	110	111	1	125	126	1	140	142	1
84	91	1	96	103	1	111	112	1	125	132	1			
85	86	1	97	96	1	111	118	1	126	119	1			

As Figuras 4.9 e 4.10 ilustram os resultados apresentados nas Tabelas 4.5 e 4.6, respectivamente, para cada um dos dois caminhões de coleta seletiva.

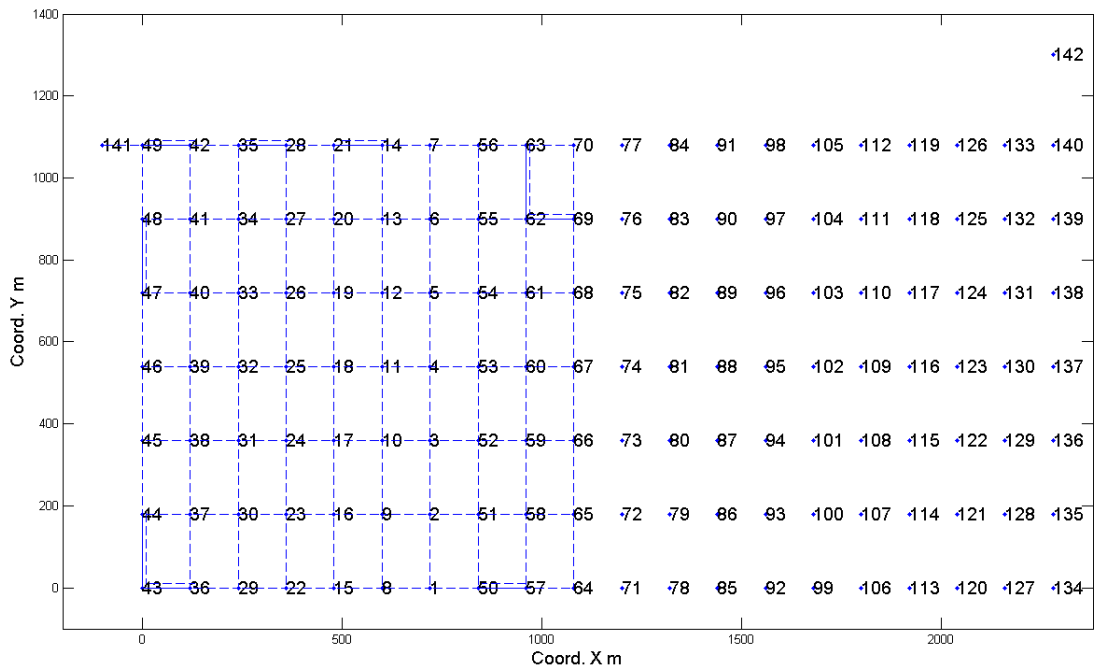


Figura 4.9 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 1 da coleta seletiva.

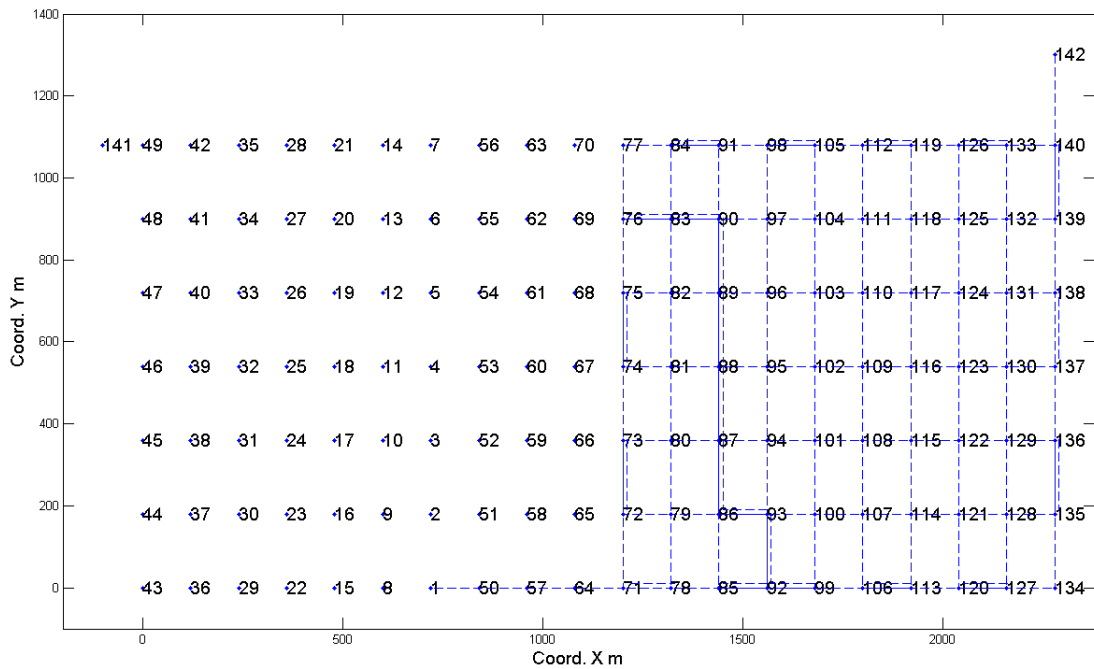


Figura 4.10 - Solução obtida pelo CARP para o caminhão 2 da coleta seletiva.

Na terceira fase, o algoritmo adaptado de Hierholzer é aplicado para cada grafo resultante da fase anterior, para obtenção do roteiro de cada veículo. O resultado obtido para cada um dos grafos é o seguinte:

- ROTA 1 (ver Figura 4.9): 1 2 3 4 5 12 13 6 5 54 53 4 11 12 19 20 13 14 7 56 55 6 7 56 63 62 55 54 61 62 63 70 69 62 69 68 67 60 53 52 3 10 11 18 19 26 27 20 21 14 21 28 27 34 33 32 31 24 23 16 15 8 1 50 57 58 59 66 65 64 57 50 51 52 59 60 61 68 67 66 65 58 51 2 9 10 17 18 25 26 33 40 41 42 35 28 35 34 41 48 47 46 45 38 37 30 29 22 23 30 31 38 39 46 45 44 37 36 43 44 43 36 29 22 15 8 9 16 17 24 25 32 39 40 47 48 49 42 49 141.
- ROTA 2 (ver Figura 4.10): 1 71 78 79 72 71 78 85 86 79 80 73 72 73 74 75 74 81 80 87 86 87 88 87 94 93 86 93 92 85 92 93 100 99 92 99 106 107 100 101 94 95 96 89 82 75 76 77 84 83 76 83 82 81 88 89 88 95 102 103 104 97 96 103 110 109 108 101 102 109 116 115 108 107 114 115 122 121 120 113 106 113 114 121 128 129 122 123 116 117 110 111 112 105 98 91 84 91 90 83 90 89 90 97 98 105 104 111 118 117 124 123 130 129 136 135 134 127 120 127 128 135 136 137 138 131 124 125 126 119 112 119 118 125 132 131 130 137 138 139 132 133 126 133 140 139 140 142.

Pode-se verificar que as duas rotas têm início no vértice 1, garagem dos veículos, e término no depósito de resíduos recicláveis, vértice 141 para a primeira rota e 142 para a segunda. Todos os arcos foram percorridos e todo o resíduo reciclável coletado, sem exceder a capacidade dos caminhões. Cada caminhão executou uma única viagem diária. Os tempos de processamento dos modelos utilizados nessa abordagem sequencial para a coleta seletiva ficaram bem próximos daqueles já apresentados para a coleta indiferenciada, por isso não serão informados.

Em situações onde o número de depósitos é superior a dois, pode-se proceder da mesma forma como a descrita anteriormente, basta considerar os depósitos como sendo as P-medianas previamente instaladas na primeira etapa dessa abordagem. Sendo assim,

essa abordagem sequencial proposta pode ser aplicada a situações práticas onde o número de depósitos é diferente daquele considerado neste trabalho.

No que diz respeito à economia que essas rotas otimizadas podem gerar aos cofres públicos, temos: aproximadamente US\$ 3200,00/ano para a coleta indiferenciada e cerca de US\$ 4000,00/ano para a coleta seletiva, considerando as informações cedidas pela empresa e apresentadas na Tabela 3.1. É importante lembrar que a coleta indiferenciada é realizada de segunda-feira a sábado e a coleta seletiva apenas dois dias da semana, na região central desta cidade.

4.2.3 Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade (AS) objetiva verificar se um modelo produz resultados lógicos em função de alterações em parâmetros de entrada e a necessidade de precisão desses parâmetros. A estabilidade da solução é avaliada sob uma condição *ceteris paribus* (tudo o mais constante), em que o efeito da alteração no valor de um único parâmetro (ou variável) de entrada é considerado, enquanto todos os outros são mantidos constantes (GOWDA *et al.*, 1999).

Desta forma, serão avaliados os seguintes parâmetros de entrada: número de caminhões e capacidade dos caminhões. Consideramos como base os resultados obtidos para a coleta seletiva, os quais proporcionaram melhores resultados (valores em negrito nas tabelas a seguir).

Tabela 4.7: AS para o número de caminhões (capacidade fixa em 6 ton)

Número de caminhões	Variação
1	Infactível
2	100%
3	117,5%

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.7, pode-se perceber que, mantendo fixa a capacidade dos caminhões em 6 ton, um único caminhão não pode realizar a coleta, pois sua capacidade é inferior à demanda, já três caminhões tornariam o resultado menos viável em 17,5% (aumento na distância total percorrida).

Tabela 4.8: AS para a capacidade dos caminhões (número de caminhões fixo em dois).

Capacidade dos caminhões	Variação
3 ton.	Infactível
6 ton.	100%
9 ton.	100%

Com relação à capacidade dos caminhões (considerando fixo o número de dois caminhões), a partir dos resultados apresentados na Tabela 4.8 pode-se concluir que, dois caminhões com 3 ton cada não conseguem realizar a tarefa, pois a demanda é superior a soma dessas capacidades. Já, dois caminhões com 9 ton cada, não apresentam variação na viabilidade do resultado.

Logo, o número de caminhões é um fator importante para a viabilidade da solução encontrada. Quanto menor o número de caminhões, maior a economia gerada. Porém, sua capacidade deve ser suficiente para a realização da tarefa. Caso contrário, o problema torna-se infactível.

4.3 ANÁLISE DO IMPACTO AMBIENTAL

Considerando os dados referentes às emissões de poluentes pelos caminhões de coleta, apresentados na secção 2.7 deste trabalho, as rotas otimizadas a partir da aplicação da abordagem sequencial desenvolvida, referentes à coleta indiferenciada e à coleta seletiva, ambas na região em estudo, podem proporcionar uma redução anual nas emissões de poluentes na atmosfera de, aproximadamente (Tabela 4.9):

Tabela 4.9: Redução de poluentes a partir das rotas otimizadas, considerando a fase P-7 do PROCONVE

Gases poluentes	Quantidade/ano
CO - Monóxido de carbono	780 g _{poluentes}
NMHC - Hidrocarbonetos não metano	150 g _{poluentes}
NO _x - Óxidos de Nitrogênio	1.700 g _{poluentes}
MP - Material particulado	20 g _{poluentes}
CH ₄ - Metano	45 g _{poluentes}
CO ₂ - Dióxido de carbono	915 kg

Para o cálculo das reduções constantes na Tabela 4.9, foram considerados os índices máximos de emissões da Fase P-7 do PROCONVE, que teve início em 2012, apresentados nas Tabelas 2.5 e 2.6. Porém, as indústrias automobilísticas e de combustíveis têm até 2016 para se adaptarem às novas normas técnicas. Sendo assim, os números apresentados na Tabela 4.9 podem ser maiores, pois é provável que os caminhões de coleta e o combustível utilizado pelos mesmos ainda não estejam totalmente regulamentados.

Desta forma, o objetivo de reduzir também as emissões de poluentes na atmosfera, na região em estudo, a partir das rotas otimizadas nessa pesquisa, foi alcançado com sucesso, proporcionando assim benefícios ao meio ambiente e à população. Vale lembrar que esses resultados são referentes apenas à área central da cidade de Campo Mourão - PR. Se as rotas dos caminhões de coleta de resíduos das demais regiões da cidade forem otimizadas, as reduções serão bem mais significativas.

5 CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste estudo permitiu concluir que métodos que envolvem modelagem matemática podem ser utilizados para a otimização de rotas de veículos de coleta de resíduos sólidos urbanos. Duas abordagens diferentes foram desenvolvidas nesta tese para que esse objetivo pudesse ser alcançado com sucesso. Foram realizadas aplicações dessas abordagens a partir de dados coletados na região central da cidade de Campo Mourão, noroeste do Paraná.

Para a aplicação da primeira abordagem foram realizadas modificações no modelo de PRV proposto por Agha (2006), classificado como PRN. Foram feitas algumas simplificações no grafo (número de nós considerados como ponto de coleta) e a solução ótima obtida gerou rotas para os dois caminhões utilizados na coleta indiferenciada na região central da cidade. Esses resultados proporcionaram uma redução na distância total percorrida de aproximadamente 32% e uma economia de cerca de US\$ 230,00 por dia, referente a gastos com combustível e manutenção dos caminhões.

Para a segunda abordagem desenvolvida, o problema foi tratado como um PRA. Essa abordagem foi feita de forma sequencial, utilizando dois modelos matemáticos (o Problema das P-medianas e o CARP) e um algoritmo exato (Método de Hierholzer) e demonstrou ser robusta e eficiente para a solução do problema, transformando um problema inicialmente classificado como *NP-hard* em um de mais fácil solução.

A partir dessa abordagem sequencial, duas aplicações foram realizadas na região em estudo. A primeira envolveu a coleta indiferenciada dos resíduos e os resultados permitiram uma redução de 1,5% na distância total percorrida pelos caminhões, o que pode resultar em uma economia de cerca de US\$ 3200,00/ano, relacionada a despesas com abastecimento e manutenção dos veículos. A segunda considerou os dados da coleta seletiva, cujos resultados permitiram uma redução de 7,5% na distância total percorrida, o que pode resultar em uma economia de aproximadamente US\$ 4000,00/ano, considerando que essa coleta é realizada apenas duas vezes por semana. As rotas otimizadas, em ambas as situações, também permitem uma redução anual das emissões de poluentes na atmosfera pelos caminhões de coleta, de cerca de: 780 g_{poluentes} de CO,

150 g_{poluentes} de NMHC, 1.700 g_{poluentes} de NO_x, 20 g_{poluentes} de MP, 45 g_{poluentes} de CH₄ e 915kg de CO₂. As reduções não foram maiores devido ao fato de a empresa que realiza a coleta dos resíduos nessa cidade utilizar de software comercial para otimização das rotas dos seus veículos.

Com relação à análise de sensibilidade realizada com base nos resultados obtidos para a coleta seletiva, considerando variações nos parâmetros de entrada "número de caminhões" e "capacidade dos caminhões", conclui-se que o número de veículos é inversamente proporcional à economia gerada, a partir dos resultados otimizados. No entanto, a sua capacidade tem de ser suficiente para evitar que o problema se torne infactível.

Finalmente, os resultados obtidos a partir do desenvolvimento deste trabalho, se colocados em prática, proporcionarão benefícios ao meio ambiente, à saúde da população, bem como economia aos cofres públicos, justificando assim a sua importância.

5.1 TRABALHOS PUBLICADOS

No decorrer deste trabalho, os seguintes artigos foram publicados:

- Vecchi, T. P. B., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. e Paraíso, P. R. *Optimization of Planning Routes in Solid Waste Collection. Journal of Chemistry and Chemical Engineering* 2014, v. 8, p. 596 - 601.
- Vecchi, T. P. B., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. e Paraíso, P. R. Otimização do planejamento de rotas na coleta de resíduos sólidos. XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Florianópolis-SC, 19 a 22 de outubro de 2014.
- Vecchi, T. P. B., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. e Paraíso, P. R. *Optimization of Planning Routes in Solid Waste Collection. A model of Mixed Integer Linear Programming to optimize routes for collection of waste. VIII ALIO/EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization*, Montevideo-UY, 8 a 10 de dezembro de 2014.

- Vecchi, T. P. B., Surco, D. F., Constantino, A. A., Steiner, M. T. A., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. e Paraíso, P. R. Uma Abordagem Sequencial para Otimização de Rotas dos Caminhões de Coleta de Resíduos Sólidos. Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, CMN-2015, Lisboa-PT, 29 de junho a 02 de julho de 2015.
- Vecchi, T. P. B., Surco, D. F., Constantino, A. A., Steiner, M. T. A., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. e Paraíso, P. R. *A Sequential Approach for the Optimization of Truck Routes for Solid Waste Collection*. Submetido à *Process Safety and Environmental Protection*.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões para trabalhos futuros são propostas:

- Realizar aplicações dos métodos desenvolvidos neste trabalho em outras regiões da cidade de Campo Mourão – PR e/ou em regiões de outras cidades, para otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos;
- Considerar outra variável a ser otimizada, o número de veículos utilizados nessa atividade;
- Desenvolver métodos heurísticos para a otimização das rotas dos caminhões de coleta de resíduos sólidos urbanos e comparar com os resultados obtidos neste trabalho;
- Otimizar outros sistemas de coleta, como por exemplo a coleta de lixo hospitalar, a partir das abordagens propostas neste trabalho, comparando com outras abordagens;
- Pesquisar o efeito do tempo na programação de rotas.

REFERÊNCIAS

- AGHA, S. R. Optimizing Routing of Municipal Solid Waste Collection Vehicles in Deir El-Balah – Gaza Strip. *The Islamic University Journal* 2006, v.14, n.2, p.75-89.
- AGUIAR, M. T. P. B. B. Optimization Techniques for the Mixed Urban Rural Solid Waste Collection Problem. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade Do Porto, 2010.
- AHUJA, R.K.; MAGNANTI, T.L.; ORLIN, J.B. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1993.
- ALVES, E. A. C; Contribuição das Emissões de Poluentes de Veículos para a Poluição Atmosférica Urbana. Dissertação (Mestrado em Engenharia Automobilística) – Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Leiria, Leiria, 2011.
- ARAÚJO, R. R. ; MICHEL, F. D. Um Modelo de Resolução para o Problema de Roteirização com Restrições de Capacidade. XVII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, 2003. p. 670-68.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. Editora Campus, 2007.
- BELENGUER, J.M., BENAVENT, E., LABADI, N., PRINS, C., REGHIOUI, M. Split-delivery capacitated arc-routing problem: lower bound and metaheuristic. *Transportation Science*, 2010, v. 44 (2), p. 206–220.
- BELTRAMI, E.J., BODIN, L.D. *Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection*. *Networks*, 1974, v.4, p. 65 – 94.
- BERNI, M. D. Planejamento, energia e meio ambiente no transporte urbano. Tese de doutorado, Unicamp, Campinas-SP, 1998.
- BEULLENS, P., MUYLDERMANS, L., CATTRYSSE, D., VAN OUDHEUSDEN, D. A guided local search heuristic for the capacitated arc routing problem. *European Journal of Operational Research* 2003, v. 147 (3), p. 629–643.
- CHRISTOFIDES, N. *Graph Theory – An Algorithmic Approach*. New York: Academic Press, 1975, ISBN-10: 0121743500.
- CHRISTOFIDES, N., BEASLEY, J. E. A tree search algorithm for the p-median problem. *European Journal of Operational Research* 1982, v. 10, p. 196 – 204.
- CONCEIÇÃO NETO, A. S., FERREIRA, J. J., MACHADO, L. M. C., SILVA, M. V. Análise de cluster aplicada à logística: Definição de zonas de transporte para uma empresa do setor siderúrgico. *Anais do XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 2008, ABEPRO, Rio de Janeiro.
- CONSELHO NACIONAL DO MEIO AMBIENTE – CONAMA, Nº 18/1986. Disponível em: <http://www.mma.gov.br/port/conama/res/res86/res1886.html>. Acesso em: 15/08/2015.
- CORREA, E. S.; STEINER, M. T.; FREITAS, A. A., CARNIERI, C. A genetic algorithm for solving a capacitated p-median problem. *Numerical Algorithms*, 2004, v. 35, p. 373–388.

- CUNHA, V., CAIXETA, F.J.V. Gerenciamento da Coleta de Resíduos Urbanos: Estruturação e Aplicação de Modelo Não-Linear de Programação por Metas. *Gestão e Produção* 2002, v.9, n.2, p.143-161.
- DETOFENO, T. C., STEINER, M. T. A. Optimizing Routes for the Collection of Urban Solid Waste: A Case Study for the City of Joinville, State of Santa Catarina. *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering* 2010, v. 2, nº 1, p. 124-136.
- DONDO, R. G., CERDÁ, J. A hybrid local improvement algorithm for large-scale multi-depot vehicle routing problems with time windows. *Computers and Chemical Engineering* 2009, v. 33, p. 513 – 530.
- DROR, M. Arc routing: theory, solutions and applications. 1st ed. Kluwer Academic Press 2001, ISBN: 0792378989.
- EISELT, H. A., GENDREAU, M., LAPORTE, G. Arc routing problems, Part II: the rural postman problem. *Operations Research* 1995, v. 43, p. 399 – 414.
- FASE P7 DO PROCONVE E O IMPACTO NO SETOR DE TRANSPORTE – 2.ed. – Brasília: CNT : Sest/Senat, 2012.
- GHIANI, G., GUERRIERO, F., IMPROTA, G., MUSMANNO, R. Waste collection in southern Italy: solution of a real-life arc routing problem. *International Transactions in Operational Research* 2005, v. 12 (2), p. 135 – 144.
- GODINHO, M. T. Modelos Envolvendo Variáveis Com Dependências Temporais para Problemas de Roteamento. Tese de Doutorado. Universidade de Lisboa, Lisboa – PT, 2011.
- GODINHO, M.; JUNQUEIRA, R. A. R. Problema do carteiro chinês (CPP): escolha de métodos de solução e análise de tempos computacionais. *Produção* 2006, v. 16, n. 3, p. 538 - 551.
- GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P. Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2000, ISBN: 978-85-352-1520-5.
- GOLDEN, B.L., WONG, R.T. Capacitated arc routing problems. *Networks* 1981, v. 11, p. 305 – 315.
- GOLDEN, B. L.; DE ARMON, J. S.; BAKER, E. K. Computational Experiments with Algorithms for a Class of Routing Problems. *Computers and Operations Research*, New York 1983, v. 10, n. 1, p. 47 - 59.
- GOWDA, P., WARD, A., WHITE, J. L., DESMOND, E. The sensitivity of ADAPT model predictions of streamflows to parameters used to define hydrologic response units. *Transactions of the ASAE*, St. Joseph 1999, v.42, n.2, p.381 - 389.
- HERTZ, A., LAPORTE, G., MITTAZ, M. A tabu search heuristic for the capacitated arc routing problem. *Operations Research* 2000, v. 48 (1), p. 129 – 135.
- HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional. 8ª ed. Porto Alegre, 2010.

HIRABAYASHI, R., SARUWATARI, Y., NISHIDA, N. Tour construction algorithm for the capacitated arc routing problem. *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 1992, v. 9, p. 55 – 75.

HÖRNER, D. Resolução do Problema das P-medianas não Capacitado. Comparação de Algumas Técnicas Heurísticas. Dissertação de mestrado, UFSC, Florianópolis – SC, 2009.

IBGE: Censo 2010. Disponível em: <http://censo2010.ibge.gov.br/noticias-censo?id=3&idnoticia=1766&t=censo-2010-populacao-brasil-190-732-694-pessoas&view=noticia>. Acesso em 20/02/2014.

ISLER, C. A., BONASSA, A. C., CUNHA, C. B. Algoritmo genético para resolução do problema de P-medianas capacitado associado à distribuição de peças automotivas. *Transportes*, 2012, v. 20, n. 2, p. 5–14.

JORNAL AMBIENTE BRASIL. Caminhões de lixo são os que mais emitem dióxido de carbono, (2011). Disponível em: <http://noticias.ambientebrasil.com.br/clipping/2011/10/24/75973-caminhoes-de-lixo-sao-os-que-mais-emitem-dioxido-de-carbono>. Acesso em: 07/10/2014.

KONOWALENKO, F.; BENEVIDES, P. F.; COSTA, D. M. B.; BARBOZA, A. O.; NUNES, L. F. Aplicação de um Algoritmo Genético para o Problema do Carteiro Chinês em uma Situação Real de Cobertura de Arcos. *Revista Ingenieria Industrial* 2012, v. 22, p. 27 – 36.

LAGUNA, M. Global Optimization and Meta-Heuristics. College of Business, University of Colorado at Boulder, 2003. Disponível em: <http://leeds.colorado.edu/faculty/laguna/articles/elss.pdf>. Acesso em 01/02/2014).

LACOMME, P., PRINS, C., RAMDANE-CHERIF, W. A genetic algorithm for the capacitated arc routing problem and its extensions. *Applications of Evolutionary Computing* 2001, v. 2037, p. 473 – 483.

LAPORTE, G. Fifty Years of Vehicle Routing. *Transportation Science* 2009, v. 43, n. 4, p. 408 – 416.

LAPORTE, G., MUSMANNO, R., VOCATURO, F. An adaptive large neighbourhood search heuristic for the capacitated arc-routing problem with stochastic demands. *Transportation Science* 2010, v. 44 (1), p. 125 – 135.

LARSON, R. C.; ODONI, A. R. *Urban Operations Research*. New Jersey: Prentice-Hall, 1981.

LINO, F. A. M. Consumo de energia no transporte da coleta seletiva de resíduo sólido domiciliar no município de Campinas (SP). Dissertação de Mestrado – Unicamp, Campinas-SP, 2009.

LONGO, H., ARAGÃO, M. P., UCHOA, E. Solving capacitated arc routing problems using a transformation to the CVRP. *Computers and Operations Research* 2006, v. 33, p. 1823 – 1837.

MAGALHÃES, T. M. Grafos como Ferramenta para o Ensino de Matemática. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Bahia, Salvador – BA, 2014.

- MOGHADAM, S. S., GHOMI, S. M. T. F., KARIMI, B. Vehicle routing scheduling problem with cross docking and split deliveries. *Computers and Chemical Engineering* 2014, v. 69, p. 98–107.
- MOTA, J. C., ALMEIDA, M. M., ALENCAR V. C., CURI, W. F. Características e Impactos Ambientais Causados Pelos Resíduos Sólidos: Uma Visão Conceitual. I Congresso Internacional de Meio Ambiente Subterrâneo, 15 a 18 de setembro de 2009, São Paulo – SP.
- MOURÃO, M.C., ALMEIDA, M.T. Lower-bounding and heuristic methods for a refuse collection vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research* 2000, v. 121 (2), p. 420 – 434.
- MOURÃO, M.C., AMADO, L. Heuristic method for a mixed capacitated arc routing problem: a refuse collection application. *European Journal of Operational Research* 2005, v. 160 (1), p. 139 – 153.
- PAES, F. G.; ARICA, G. M. Um Tratamento GRASP Híbrido do PCCM Destinado a Otimização de Rotas. XXVIII CNMAC Congresso Nacional de Matemática Computacional, 2005, São Paulo. v. 1. p. 1 – 7.
- PANKRATZ, G. Dynamic vehicle routing by means of a genetic algorithm. *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, 2005, v. 35, n. 5, p. 362–383.
- PEARN, W.L., CHOU, J.B. Improved Solutions for the Chinese postman problem on mixed networks. *Computers & Operations Research* 1999, vol. 26, pp. 819 – 827.
- PEREIRA, M. A. Um método Branch-and-Price para problemas de localização de P-medianas. Tese de Doutorado. INPE, São José dos Campos – SP, 2005.
- PESQUISA NACIONAL DE SANEAMENTO BÁSICO 2000 – PNSB. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, 2002. ISBN 85-240-0881-4.
- PESQUISA NACIONAL DE SANEAMENTO BÁSICO 2008 – PNSB. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, 2010. ISBN 9788524041358.
- PLANO NACIONAL DE RESÍDUOS SÓLIDOS. Ministério do Meio Ambiente, Governo Federal, versão preliminar, 2011.
- POLÍTICA NACIONAL DE RESÍDUOS SÓLIDOS – PNRS. Lei nº 12.305, de 2 de agosto de 2010. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/112305.htm. Acesso em 20/08/2015.
- PROGRAMA DE CONTROLE DE POLUIÇÃO DO AR POR VEÍCULOS AUTOMOTORES – PROCONVE. Disponível em: http://www.mma.gov.br/estruturas/163/_arquivos/proconve_163.pdf. Acesso em 20/08/2015.
- REESE, J. Solution methods for the p-median problem: An annotated bibliography. *Networks an International Journal*, 2006, v. 48, n. 3, p. 125–142.
- RIGONATTI, A.; RODRIGUES, J. A. V.; BATISTA, P. L. F.; GOMES, M. J. N. Experiências com coleta de lixo domiciliar e aplicação de modelos do problema do carteiro chinês misto: estudo de caso no Jardim Europa. *Engenharia* 2012, p. 114 - 121.

SILVA, R.F.; ARAÚJO, J. H. B.; TEIXEIRA, G. G.; MEIRA, G. R. N. Diagnóstico das Emissões Atmosféricas de Origem Veicular na Área Urbana De Campo Mourão – Pr. XX Congresso Brasileiro de engenharia Química, 19 a 22 de outubro de 2014, Florianópolis, SC.

SOUZA, B. C. S.; RANGEL, L. A. D. Determinação de Rota Ótima de um Caminhão de Coleta de Lixo para um Bairro Baseado no Problema do Carteiro Chinês. Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, 2009.

USBERTI, F. L., FRANÇA, P. M., FRANÇA, A. L. M. The open capacitated arc routing problem. *Computers & Operations Research* 2011, v. 38, p. 1543 – 1555.

WELZ, S. A. Optimal solutions for the capacitated arc routing problem using integer programming. PhD thesis 1994, University of Cincinnati, United States.

WY J., KIM B., KIM S. The rollon–rolloff waste collection vehicle routing problem with time windows (RR-VRPTW). *European Journal of Operational Research* 2013, v. 224, p. 466 – 476.

1º INVENTÁRIO NACIONAL DE EMISSÕES ATMOSFÉRICAS POR VEÍCULOS AUTOMOTORES RODOVIÁRIOS, 2011. Disponível em: http://www.mma.gov.br/estruturas/163/_publicacao/163_publicacao27072011055200.pdf. Acesso em 28/08/2015.

2º INVENTÁRIO NACIONAL DE EMISSÕES ATMOSFÉRICAS POR VEÍCULOS AUTOMOTORES RODOVIÁRIOS, 2013. Disponível em: <http://www.anp.gov.br/?pg=71044&m=&t1=&t2=&t3=&t4=&ar=&ps=&cachebust=1402497026479>. Acesso em 28/08/2015.

ANEXO 1: Política Nacional de Resíduos Sólidos

Segundo informações do Ministério do Meio Ambiente, a Política Nacional de Resíduos Sólidos – PNRS (Lei nº 12.305/10) – foi aprovada em 2010, após vinte e um anos de discussões no Congresso Nacional. Esta lei foi baseada no conceito da responsabilidade compartilhada, em que toda a sociedade – governos (municipais, estaduais e federal), cidadãos, setor privado e sociedade civil organizada – é responsável pela gestão ambientalmente adequada dos resíduos sólidos. Esta política tem como objetivo buscar soluções para os problemas encontrados na gestão dos resíduos que comprometem a qualidade de vida de todos os brasileiros. Ela foi regulamentada pelo decreto 7.404, de 23 de dezembro de 2010, que, entre outras medidas, institui o Comitê Interministerial da Política Nacional de Resíduos Sólidos. Esse Comitê tem a finalidade de apoiar a estruturação e implementação da Política Nacional de Resíduos Sólidos, por meio da articulação dos órgãos e entidades governamentais, de modo a possibilitar o cumprimento das determinações e das metas previstas na Lei nº 12.305 e no próprio Decreto (<http://www.mma.gov.br/cidades-sustentaveis/residuos-solidos/politica-nacional-de-residuos-solidos>).

Esta Lei que instituiu a PNRS, prevê a elaboração do Plano Nacional de Resíduos Sólidos, sendo o seu processo de construção descrito no Decreto no. 7.404/2010, que a regulamentou. Cabe à União, por intermédio do Ministério do Meio Ambiente, elaborar o Plano Nacional de Resíduos Sólidos num amplo processo de mobilização e participação social. O Plano Nacional de Resíduos Sólidos tem vigência por prazo indeterminado e horizonte de 20 (vinte) anos, com atualização a cada 04 (quatro) anos. Segundo o Plano Nacional de Resíduos Sólidos (2011), define-se:

- Resíduos sólidos: material, substância, objeto ou bem descartado resultante de atividades humanas em sociedade, a cuja destinação final se procede, se propõe proceder ou se está obrigado a proceder, nos estados sólido ou semissólido, bem como gases contidos em recipientes e líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública

de esgotos ou em corpos d'água, ou exijam para isso soluções técnica ou economicamente inviáveis em face da melhor tecnologia disponível.

- Rejeitos: resíduos sólidos que, depois de esgotadas todas as possibilidades de tratamento e recuperação por processos tecnológicos disponíveis e economicamente viáveis, não apresentem outra possibilidade que não a disposição final ambientalmente adequada.

A PNRS prevê, entre outras coisas, a redução na geração de resíduos, a partir da prática de hábitos de consumo sustentável e de um conjunto de medidas que propicie o aumento da reciclagem e da reutilização dos resíduos sólidos, bem como a destinação ambientalmente adequada dos rejeitos. Segundo a PNRS, os tipos de resíduos são:

- Resíduos domiciliares: os originários de atividades domésticas em residências urbanas;
- Resíduos de limpeza urbana: os originários da varrição, limpeza de logradouros e vias públicas e outros serviços de limpeza urbana;
- Resíduos sólidos urbanos: os englobados nas alíneas "a" e "b";
- Resíduos de Estabelecimentos Comerciais e Prestadores de Serviços: os gerados nessas atividades, excetuados os referidos nas alíneas "b", "e", "g", "h" e "j";
- Resíduos dos serviços públicos de saneamento básico: os gerados nessas atividades, excetuados os referidos na alínea "c";
- Resíduos industriais: os gerados nos processos produtivos e instalações industriais;
- Resíduos de serviços de saúde: os gerados nos serviços de saúde, conforme definido em regulamento ou em normas estabelecidas pelos órgãos do Sisnama (Sistema Nacional do Meio Ambiente) e do SNVS (Sistema Nacional de Vigilância Sanitária);
- Resíduos da construção civil: os gerados nas construções, reformas, reparos e demolições de obras de construção civil, incluídos os resultantes da preparação e escavação de terrenos para obras civis;

- Resíduos agrossilvopastoris: os gerados nas atividades agropecuárias e silviculturais, incluídos os relacionados a insumos utilizados nessas atividades;
- Resíduos de serviços de transportes: os originários de portos, aeroportos, terminais alfandegários, rodoviários e ferroviários e passagens de fronteira;
- Resíduos de mineração: os gerados na atividade de pesquisa, extração ou beneficiamento de minérios;

A PNRS cria metas importantes que irão contribuir para a eliminação dos lixões e institui instrumentos de planejamento nos níveis nacional, estadual, microregional, intermunicipal, metropolitano e municipal; além de impor que os particulares elaborem seus Planos de Gerenciamento de Resíduos Sólidos.

Segundo o Art. 42 desta lei, o poder público poderá instituir medidas indutoras e linhas de financiamento para atender, prioritariamente, às iniciativas de:

- I - prevenção e redução da geração de resíduos sólidos no processo produtivo;
- II - desenvolvimento de produtos com menores impactos à saúde humana e à qualidade ambiental em seu ciclo de vida;
- III - implantação de infraestrutura física e aquisição de equipamentos para cooperativas ou outras formas de associação de catadores de materiais reutilizáveis e recicláveis formadas por pessoas físicas de baixa renda;
- IV - desenvolvimento de projetos de gestão dos resíduos sólidos de caráter intermunicipal ou, nos termos do inciso I do **caput** do art. 11, regional;
- V - estruturação de sistemas de coleta seletiva e de logística reversa;
- VI - descontaminação de áreas contaminadas, incluindo as áreas órfãs;
- VII - desenvolvimento de pesquisas voltadas para tecnologias limpas aplicáveis aos resíduos sólidos;
- VIII - desenvolvimento de sistemas de gestão ambiental e empresarial voltados para a melhoria dos processos produtivos e ao reaproveitamento dos resíduos.

ANEXO 2: Parte da tabela de distâncias (em m) entre os 71 nós considerados na implementação do modelo modificado do PRV:

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	360	720	1080	300	660	1020	240
2	360	0	360	720	300	300	660	600
3	720	360	0	360	660	300	300	960
4	1080	720	360	0	1020	660	300	1320
5	300	300	660	1020	0	360	720	300
6	660	300	300	660	360	0	360	660
7	1020	660	300	300	720	240	0	1020
8	240	600	960	1320	300	660	1020	0
9	600	240	600	960	300	300	660	360
10	960	600	240	600	660	300	300	720
11	1320	960	600	240	1020	660	300	1080
12	540	540	900	1260	240	600	960	300
13	900	540	540	900	600	240	600	660
14	1260	900	540	540	960	600	240	1020
15	480	840	1200	1560	540	900	1260	240
16	840	480	840	1200	540	540	900	600
17	1200	840	480	840	900	540	540	960
18	1560	1200	840	480	1260	900	540	1320
19	780	780	1140	1500	480	840	1200	540
20	1140	780	780	1140	840	480	840	900
21	1500	1140	780	780	1200	840	480	1260
22	720	1080	1440	1800	780	1140	1500	480
23	1080	720	1080	1440	780	780	1140	840
24	1440	1080	720	1080	1140	780	780	1200
25	1800	1440	1080	720	1500	1140	780	1560
26	300	300	660	1020	240	600	960	540
27	660	300	300	660	600	240	600	900
28	1020	660	300	300	960	600	240	1260
29	240	600	960	1320	540	900	1260	480

ANEXO 3: Código do programa Subconjuntos para formar subconjuntos com 3, 4 e 5 nós, em *Visual Basic*.

```

Public N_ini As Integer
Public N_ult As Integer
Public Conta32, Conta33 As Integer
Public Conta42, Conta43, Conta44 As Integer
Public Conta52, Conta53, Conta54, Conta55 As Integer
Public newArquivo As String
Public Num As Single
Public N_TOTAL As Single
Public Lista() As String
Public Allcell As String
Public MatrizTXT() As String
Public matrizLP() As Double
Public Const ColorI = &HFFFFFF
Public Const ColorP = &HFFFF80
Public n_DMUs As Single
Public d3 As Double
Public d4 As Double
Public d5 As Double
Public Jini As Integer
Public Kini As Integer

Function Distancia(x1, y1, x2, y2) As Double
'returna a distancia entre 2 coordenadas 1(x1,y1) e 2(x2,y2)

***PARA LLAMAR A ESTA FUNCION USE
***Dim quanti
***quanti = Distancia(x1, y1, x2, y2)
'calculando distancia
  Dim dist2 As Double
  dist2 = (x1 - x2) ^ 2 + (y1 - y2) ^ 2
  Distancia = Sqr(dist2)
End Function
Private Sub pabirtxt()
  Kini = 1
  For i = Kini To n_DMUs
    MSFlexGrid2.Row = i
    For j = 1 To 3
      MSFlexGrid2.Col = j
      MSFlexGrid2.Text = matrizLP(i, j)
      MSFlexGrid2.CellAlignment = 4
    Next j
  Next i
End Sub
Private Sub TIT_grid2() ' matriz de custos

```

```
Dim Alto1, Largo1 As Long
Alto1 = 7095
Largo1 = 4335
MSFlexGrid2.Width = Largo1
MSFlexGrid2.Height = Alto1
MSFlexGrid2.BackColor = ColorI
'lblcom.Caption = lblcomMsg
'lblcom.Visible = True
MSFlexGrid2.Visible = True
MSFlexGrid2.Cols = 4
MSFlexGrid2.Rows = n_DMUs + 1
MSFlexGrid2.ColWidth(0) = 700
MSFlexGrid2.RowHeight(0) = 300
MSFlexGrid2.Row = 0
MSFlexGrid2.Col = 0
MSFlexGrid2.Text = "núm"
'titulos nas col insumos
MSFlexGrid2.Row = 0
    MSFlexGrid2.Col = 1
    MSFlexGrid2.Text = "Nó"
    MSFlexGrid2.ColWidth(i) = 800
    MSFlexGrid2.CellAlignment = 4
    MSFlexGrid2.CellBackColor = ColorI
    MSFlexGrid2.CellFontName = "Arial"
    MSFlexGrid2.Col = 2
    MSFlexGrid2.Text = "X"
    MSFlexGrid2.ColWidth(i) = 800
    MSFlexGrid2.CellAlignment = 4
    MSFlexGrid2.CellBackColor = ColorI
    MSFlexGrid2.CellFontName = "Arial"
    MSFlexGrid2.Col = 3
    MSFlexGrid2.Text = "Y"
    MSFlexGrid2.ColWidth(i) = 800
    MSFlexGrid2.CellAlignment = 4
    MSFlexGrid2.CellBackColor = ColorI
    MSFlexGrid2.CellFontName = "Arial"
'titulos nas linhas
MSFlexGrid2.Col = 0
For i = 1 To n_DMUs
    MSFlexGrid2.Row = i
    MSFlexGrid2.Text = i
    MSFlexGrid2.RowHeight(i) = 300
    MSFlexGrid2.CellAlignment = 4
    MSFlexGrid2.CellFontName = "Arial"
Next i
End Sub
Private Sub Command1_Click()
```

```
End
End Sub
```

```
Private Sub Command2_Click()
    Dim Allcell As String
    Dim linha As String
    Dim Mystring As String
    List1.ListIndex = 0
    Allcell = List1.List(0)
    Debug.Print Allcell
    For i = 1 To List1.ListCount - 1
        List1.ListIndex = i
        linha = List1.List(i)
        Allcell = Allcell & Chr(10) & linha
    Next i
    Clipboard.Clear
    Clipboard.SetText Allcell
    MsgBox "ABRA o WORD ou EXCEL E COLE NELA ", vbInformation
End Sub
```

```
Private Sub fim_Click()
    End
End Sub
```

```
Private Sub Form_Load()

    Text1.Text = 1
    Text2.Text = 6
    Text3.Text = 540
    Text4.Text = 720
    Text5.Text = 900
    Label4.Visible = False
    Label5.Visible = False
    Label6.Visible = False
    PBar1.Visible = False
    newArquivo = App.Path & "\nos.prn"
    FNUM = 1
    ' analisando o n_dmus
    N_col = 0
    j = 0 'n_DMUs nós
    Open newArquivo For Input As #FNUM
        Do While Not EOF(FNUM)
            Line Input #FNUM, strLinha
            If Len(strLinha) > 0 Then j = j + 1
        Loop
    Close #FNUM
    On Error GoTo 0
```



```

n_DMUs = j
'Text2.Text = j
'lendo p/converter os tabs em espaços
ReDim MatrizTXT(1 To j)
Open newArquivo For Input As #FNUM
  For i = 1 To n_DMUs '1 pq sem titulo
    Line Input #FNUM, strLinha
    strLinha = Replace(strLinha, Chr(9), " ") 'Substitua o tab por 1 spc
    MatrizTXT(i) = Trim(strLinha)
  Next i
Close #FNUM
Label7.Caption = Label7.Caption & "... " & n_DMUs
ReDim matrizLP(0 To n_DMUs, 1 To 3)
'convertendo em dados
For i = 1 To (n_DMUs)
  jcol = 1
  MatrizTXT(i) = LTrim(MatrizTXT(i))
  Kini = 1
  For ii = 1 To Len(MatrizTXT(i))
    aa = Mid(MatrizTXT(i), ii, 1)
    If aa = " " Then
      Kfim = ii - 1
      matrizLP(i, jcol) = Mid(MatrizTXT(i), Kini, Kfim - Kini + 1)
      jcol = jcol + 1
      'If jcol > (n_INSUMOs + n_PRODUTOs) Then
        'MsgBox "O Número de insumos e produtos não são " & (n_INSUMOs +
n_PRODUTOs), vbCritical
        'MSFlexGrid2.Visible = False
        'Exit Sub
      'End If
    If aa = " " Then
      LineStr = LTrim(Right(MatrizTXT(i), Len(MatrizTXT(i)) - Kfim)) 'sobra
    End If
    Kini = Len(MatrizTXT(i)) - Len(LineStr) + 1
    ii = Len(MatrizTXT(i)) - Len(LineStr)
  End If
Next ii
matrizLP(i, jcol) = LTrim(LineStr)
Next i
' verificando os dados
For i = 1 To n_DMUs
  For j = 1 To (n_INSUMOs + n_PRODUTOs)
    If IsNumeric(matrizLP(i, j)) Then
      If Cdbl(matrizLP(i, j)) < 0 Then
        MsgBox "Os valores tem que ser maiores ou iguais a zero, ver elemento " &
i & ", " & j & ", impossivel continuar", vbCritical
        'eficien.Enabled = False

```

```

        'exp_xls.Enabled = False
        'exp_d_txt.Enabled = False
        Exit Sub
    End If
    matrizLP(i, j) = CDBl(matrizLP(i, j))
Else
    MsgBox "Verifique os dados matriciais " & i & ", " & j & " , impossivel
continuar", vbCritical
    'exp_xls.Enabled = False
    'exp_d_txt.Enabled = False
    'eficien.Enabled = False
    'SALVA.Enabled = False
    'SALVAC_MN.Enabled = False
    Exit Sub
End If
Next j
Next i
'imp_tab.Visible = False
TIT_grid2
flag_Imp_Tab = True
pabirtxt
'flagNovo = False 'para não abrir comando precher

```

```
End Sub
```

```
Private Sub iniciar_Click()
```

```
    MsgBox "clique nas opções de grupo para a geração da combinação.."
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Option1_Click()
```

```
Dim Resto As Double
```

```
    If Option1.Value = True Then
```

```
        On Error GoTo ERRORHANDLER
```

```
        N_ini = CInt(Text1.Text)
```

```
        N_ult = CInt(Text2.Text)
```

```
        d3 = CDBl(Text3.Text)
```

```
        d4 = CDBl(Text4.Text)
```

```
        d5 = CDBl(Text5.Text)
```

```
        'RichTextBox1.Text = Null
```

```
        On Error GoTo ERRORHANDLER
```

```
100    Num = 1
```

```
        N_TOTAL = 0
```

```
        Allcell = ""
```

```
        PBar1.Visible = True
```

```
            PBar1.Min = 0
```

```
            PBar1.Max = N_ult
```

```

    PBar1.Value = PBar1.Min
    For i = N_ini To N_ult
        PBar1.Value = i
        For Conta32 = (i + 1) To N_ult
            If Distancia(matrizLP(i, 2), matrizLP(i, 3), matrizLP(Conta32, 2),
matrizLP(Conta32, 3)) <= d3 Then
                For Conta33 = (Conta32 + 1) To N_ult
                    If Distancia(matrizLP(Conta32, 2), matrizLP(Conta32, 3),
matrizLP(Conta33, 2), matrizLP(Conta33, 3)) <= d3 Then
                        Mystring = Num & ". (" & i & ", " & Conta32 & ", " & Conta33 & ")" '
1. (2,3,4)
                        Allcell = Allcell & Chr(10) & Mystring
                        Num = Num + 1
                        N_TOTAL = N_TOTAL + 1
                        'Stop
                        Resto = (N_TOTAL Mod 10000)
                        If Resto = 0 Then
                            'MsgBox N_TOTAL & " combinações"
                            RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & Allcell
                            Allcell = ""
                        End If
                    End If
                Next Conta33
            End If
        Next Conta32
    Next i
    Label4.Visible = True
    Label4.Caption = N_TOTAL
    RichTextBox1.Text = RichTextBox1.Text & Allcell
End If
On Error GoTo 0
Exit Sub
ERRORHANDLER:
MsgBox " error,.. " & Err & " = " & Error, vbCritical
Stop
If Err = 3022 Then
    MsgBox " A DESCRIÇÃO DO MATERIAL JA EXISTE,..", vbCritical
    Stop
    On Error GoTo 0
    Exit Sub
End If
End Sub

Private Sub Option2_Click()
    If Option2.Value = True Then
        N_ini = CInt(Text1.Text)
        N_ult = CInt(Text2.Text)

```

```

d3 = Cdbl(Text3.Text)
d4 = Cdbl(Text4.Text)
d5 = Cdbl(Text5.Text)
Num = 1
Allcell = ""
N_TOTAL = 0
'RichTextBox2.Text = ""
'grupo de 4
On Error GoTo 0
On Error GoTo ERRORHANDLER
200 Num = 1
Allcell = ""
N_TOTAL = 0
PBar1.Visible = True
PBar1.Min = 0
PBar1.Max = N_ult
PBar1.Value = PBar1.Min
For i = N_ini To N_ult
PBar1.Value = i
For Conta42 = (i + 1) To N_ult
If Distancia(matrizLP(i, 2), matrizLP(i, 3), matrizLP(Conta42, 2),
matrizLP(Conta42, 3)) <= d4 Then
For Conta43 = (Conta42 + 1) To N_ult
If Distancia(matrizLP(Conta42, 2), matrizLP(Conta42, 3),
matrizLP(Conta43, 2), matrizLP(Conta43, 3)) <= d4 Then
For Conta44 = (Conta43 + 1) To N_ult
If Distancia(matrizLP(Conta43, 2), matrizLP(Conta43, 3),
matrizLP(Conta44, 2), matrizLP(Conta44, 3)) <= d4 Then
Mystring = Num & ". (" & i & "," & Conta42 & "," & Conta43 &
"," & Conta44 & ")" ' 1. (2,3,4,5)
Allcell = Allcell & Chr(10) & Mystring
Num = Num + 1
N_TOTAL = N_TOTAL + 1
Resto = (N_TOTAL Mod 10000)
If Resto = 0 Then
'MsgBox N_TOTAL & " combinações"
RichTextBox2.Text = RichTextBox2.Text & Allcell
Allcell = ""
End If
End If
Next Conta44
End If
Next Conta43
End If
Next Conta42
Next i
Label5.Visible = True

```

```

    Label5.Caption = N_TOTAL
    RichTextBox2.Text = RichTextBox2.Text & Allcell
End If
On Error GoTo 0
Exit Sub
ERRORHANDLER:
MsgBox " error,.. " & Err & " = " & Error, vbCritical
Stop
If Err = 3022 Then
    MsgBox " A DESCRIÇÃO DO MATERIAL JA EXISTE,.. ", vbCritical
    Stop
    On Error GoTo 0
    Exit Sub
End If
End Sub

Private Sub Option3_Click()
    If Option3.Value = True Then
        N_ini = CInt(Text1.Text)
        N_ult = CInt(Text2.Text)
        d3 = CDbI(Text3.Text)
        d4 = CDbI(Text4.Text)
        d5 = CDbI(Text5.Text)
        'RichTextBox3.Text = Null
        Num = 1
        Allcell = ""
        N_TOTAL = 0
        PBar1.Visible = True
        PBar1.Min = 0
        PBar1.Max = N_ult
        PBar1.Value = PBar1.Min
        On Error GoTo 0
        On Error GoTo ERRORHANDLER
        For i = N_ini To N_ult
            PBar1.Value = i
            For Conta52 = (i + 1) To N_ult
                If Distancia(matrizLP(i, 2), matrizLP(i, 3), matrizLP(Conta52, 2),
matrizLP(Conta52, 3)) <= d5 Then
                    For Conta53 = (Conta52 + 1) To N_ult
                        If Distancia(matrizLP(Conta52, 2), matrizLP(Conta52, 3),
matrizLP(Conta53, 2), matrizLP(Conta53, 3)) <= d5 Then
                            For Conta54 = (Conta53 + 1) To N_ult
                                If Distancia(matrizLP(Conta53, 2), matrizLP(Conta53, 3),
matrizLP(Conta54, 2), matrizLP(Conta54, 3)) <= d5 Then
                                    For Conta55 = (Conta54 + 1) To N_ult
                                        If Distancia(matrizLP(Conta54, 2), matrizLP(Conta54, 3),
matrizLP(Conta55, 2), matrizLP(Conta55, 3)) <= d5 Then

```

```

        Mystring = Num & ". (" & i & "," & Conta52 & "," & Conta53
& "," & Conta54 & "," & Conta55 & ")"' 1. (2,3,4,5,6)
        Allcell = Allcell & Chr(10) & Mystring
        Num = Num + 1
        N_TOTAL = N_TOTAL + 1
        Resto = (N_TOTAL Mod 10000)
        If Resto = 0 Then
            'MsgBox N_TOTAL & " combinações"
            RichTextBox3.Text = RichTextBox3.Text & Allcell
            Allcell = ""
        End If
    End If
Next Conta55
End If
Next Conta54
End If
Next Conta53
End If
Next Conta52
Next i
Label6.Visible = True
Label6.Caption = N_TOTAL
RichTextBox3.Text = RichTextBox3.Text & Allcell
End If
On Error GoTo 0
Exit Sub
ERRORHANDLER:
MsgBox " error,.. " & Err & " = " & Error, vbCritical
Stop
If Err = 3022 Then
    MsgBox " A DESCRIÇÃO DO MATERIAL JA EXISTE,..", vbCritical
    Stop
    On Error GoTo 0
    Exit Sub
End If
End Sub

Private Sub Text1_GotFocus()
    Text1.SelStart = 0
    Text1.SelLength = Len(Text1.Text)
End Sub

Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
    If KeyAscii = 13 Then
        Text2.SetFocus
    End If
End Sub

```

```
Private Sub Text2_GotFocus()  
    Text2.SelStart = 0  
    Text2.SelLength = Len(Text2.Text)  
End Sub  
  
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)  
    If KeyAscii = 13 Then  
        MsgBox "clique nos botões opções de grupo para a geração da combinação.."  
    End If  
End Sub  
  
Private Sub Text3_GotFocus()  
    Text3.SelStart = 0  
    Text3.SelLength = Len(Text3.Text)  
End Sub  
  
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)  
    If KeyAscii = 13 Then  
        Text4.SetFocus  
    End If  
End Sub  
  
Private Sub Text4_GotFocus()  
    Text4.SelStart = 0  
    Text4.SelLength = Len(Text4.Text)  
End Sub  
  
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)  
    If KeyAscii = 13 Then  
        Text5.SetFocus  
    End If  
End Sub  
  
Private Sub Text5_GotFocus()  
    Text4.SelStart = 0  
    Text4.SelLength = Len(Text4.Text)  
End Sub  
  
Private Sub Text5_KeyPress(KeyAscii As Integer)  
    If KeyAscii = 13 Then  
        iniciar_Click  
    End If  
End Sub
```

Anexo 4: Parte da tabela de distâncias (em m) entre os 141 nós considerados na implementação da abordagem sequencial:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	180	360	540	720	900	300	120	300
3	180	0	180	360	540	720	480	300	120
4	360	180	0	180	360	540	660	480	300
5	540	360	120	0	180	360	840	660	480
6	720	540	240	180	0	180	1020	840	660
7	900	720	360	360	180	0	1200	1020	840
8	300	480	660	840	1020	1200	0	180	360
9	120	300	480	660	840	1020	180	0	180
10	300	120	300	480	660	840	360	180	0
11	480	300	120	300	480	660	540	360	180
12	660	480	300	120	300	480	720	540	360
13	840	660	480	300	120	300	900	720	540
14	1020	840	660	480	300	120	1080	900	720
15	420	600	780	960	1140	1320	120	300	480
16	240	420	600	780	960	1140	300	120	300
17	420	240	420	600	780	960	480	300	120
18	600	420	240	420	600	780	660	480	300
19	780	600	420	240	420	600	840	660	480
20	960	780	600	420	240	420	1020	840	660
21	1140	960	780	600	420	240	1200	1020	840
22	540	720	900	1080	1260	1440	240	420	600
23	360	540	720	900	1080	1260	420	240	420
24	540	360	540	720	900	1080	600	420	240
25	720	540	360	540	720	900	780	600	420
26	900	720	540	360	540	720	960	780	600