

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA - PEQ**

CAMILA DE BRITO MIRANDA

**SÍNTESE DE REDES FLEXÍVEIS DE TROCADORES DE CALOR VIA
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA USANDO UM MÉTODO SEQUENCIAL**

**MARINGÁ
2014**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA - PEQ**

CAMILA DE BRITO MIRANDA

**SÍNTESE DE REDES FLEXÍVEIS DE TROCADORES DE CALOR VIA
PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA USANDO UM MÉTODO SEQUENCIAL**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Química, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador:
Prof. Dr. Mauro A. S. S. Ravagnani

**MARINGÁ
2014**

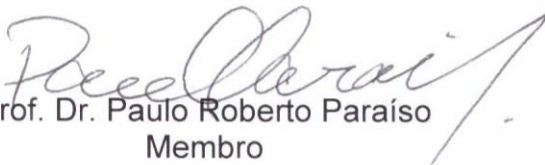
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Esta é a versão final da Dissertação de Mestrado apresentada por Camila de Brito Miranda perante a Comissão Julgadora do Curso de Mestrado em Engenharia Química em 21 de março de 2014.

COMISSÃO JULGADORA


Prof. Dr. Mauro Antonio da Silva Sá Ravagnani
Orientador / Presidente


Profª Drª Caliane Bastos Borba Costa
Membro


Prof. Dr. Paulo Roberto Paraíso
Membro

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

M672s Miranda, Camila de Brito
 Síntese de redes flexíveis de trocadores de calor
 via programação matemática usando um método
 sequencial / Camila de Brito Miranda. -- Maringá,
 2014.
 77 f. : il. (algumas color.), figs., tabs.

 Orientador: Prof. Dr. Mauro Antonio da Silva Sá
 Ravagnani.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
 Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de
 Engenharia Química, Programa de Pós-Graduação em
 Engenharia Química, 2014.

 1. Calor - Redes flexíveis de trocadores -
 Otimização. 2. Calor - Programação linear (PL) -
 Rede flexíveis - Método sequencial. 3. Calor -
 Programação não linear (PNL) - Programção
 matemática. I. Sobrenome, nome, orient. II.
 Universidade Estadual de Maringá... III. Título.

CDD 21.ed. 660.28427

Zss-2087

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida, pela oportunidade de concluir mais essa etapa, pelo amparo nos momentos difíceis e pelas graças e bênçãos que tenho recebido.

Agradeço minha mãe, meu pai, meu noivo, minha amiga-irmã, meus familiares e meus amigos que estiveram ao meu lado durante a caminhada desse mestrado, me apoiando, me incentivando, me alegrando, me ajudando e sendo compreensível com minhas falhas e ausências.

Agradeço todos os meus professores pela contribuição no meu desenvolvimento e aprendizado. Em especial ao professor Mauro, orientador deste trabalho, pelo auxílio e confiança no meu desenvolvimento, ao professor Munif e a professora Linnyer que me auxiliaram no ingresso ao mestrado e também aos professores que aceitaram participar da minha banca examinadora.

Agradeço a CAPES pelo auxílio financeiro.

RESUMO

Um dos ramos mais importantes no estudo dos processos industriais é a síntese de redes de trocadores de calor (RTC). Por meio das RTC pode-se maximizar a recuperação energética, reduzindo os gastos com utilidades quentes e frias. Desta forma, no presente trabalho apresentam-se modelos para a síntese de redes flexíveis de trocadores de calor, ou seja, redes capazes de suportar variações nas capacidades térmicas e nas temperaturas de entrada e saída das correntes em um número finito de períodos de operação. Os modelos desenvolvidos são baseados em técnicas de programação matemática e foi baseado em um método sequencial publicado em Floudas e Grossmann (1986, 1987a), o qual é decomposto em três objetivos: custo mínimo de utilidades para cada período de operação, formulado como um problema de programação linear (PL); mínimo número de unidades de troca de calor, formulado como um problema de programação linear mista inteira (PLMI); e mínimo custo de investimento, formulado como um problema de programação não linear (PNL). No último caso, propõe-se uma alteração na superestrutura apresentada pelos autores, adicionando um *by-pass* que sai da entrada de um trocador e entra na saída de outro trocador e propõe-se a criação de dois conjuntos e um parâmetro para reduzir o número de variáveis e de restrições envolvidas nessa formulação matemática. Dois exemplos da literatura foram estudados com o objetivo de comparar os resultados encontrados pelos modelos desenvolvidos no presente trabalho e os apresentados por Floudas e Grossmann (1987a). Os resultados encontrados evidenciaram custos totais menores que os do trabalho original, mostrando que os resultados obtidos por aqueles autores provavelmente ficaram aprisionados em ótimos locais. Além disso, o segundo exemplo também foi aplicado por Isafiade e Fraser (2010), os quais obtiveram um custo total anualizado maior que o encontrado pelos modelos desenvolvidos neste trabalho. Desta forma, comprovam a viabilidade dos modelos propostos, atingindo, assim, os objetivos do presente trabalho.

ABSTRACT

One of the most important fields in the study of industrial processes is the synthesis of heat exchanger networks (HEN). By using a HEN it is possible to maximize the energy recovery, reducing the use of cold and hot utilities. In this paper it is presented models using mathematical programming for the synthesis of flexible heat exchanger networks, which are HEN able to support changes in flowrates, inlet and outlet temperatures in a finite sequence of periods of time. The models were developed according to a sequential method based on Floudas and Grossmann (1986, 1987a). This work is decomposed in three goals: the minimum utility cost for each period of operation formulated as a linear programming (LP) problem; the fewest number of units of heat exchange formulated as a mixed integer linear programming (MILP) problem; and the minimum investment cost, formulated as a nonlinear programming (NLP) problem. In the last case the original superstructure is improved. A bypass coming out of the entrance of a heat exchanger and into the output of another heat exchanger is added. Also two sets and a parameter are created to reduce the number of variables and constraints involved in this mathematical formulation. Two examples were used to test the models applicability and results achieved by the models are compared with the results of Floudas and Grossmann (1987). Total costs are better than the original paper, indicating that the authors result was trapped in local minima. The last example was also applied for Isafiade and Fraser (2010), who had a total annualized cost higher than that found for models developed in this work. The results found demonstrate the viability of the proposed models, reaching the goals of this work.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Passos do método sequencial para a síntese de uma RTC flexível.....	14
Figura 2: Balanço de energia no intervalo de temperatura k	16
Figura 3: Exemplo para troca (i, j) que satisfaz a condição A.....	19
Figura 4: Exemplo para troca (i, j) que satisfaz a condição B.....	19
Figura 5: Superestrutura multiperiódica para corrente quente	24
Figura 6: Correntes e sub-redes para o Exemplo 1.....	41
Figura 7: Configuração da rede do Exemplo 1 desenvolvido pelo método sequencial.....	47
Figura 8: Configuração da rede do Exemplo 1.....	48
Figura 9: Configuração da rede do Exemplo 2 desenvolvido pelo método sequencial.....	53
Figura 10: Configuração da rede do Exemplo 2.....	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados para o Exemplo 1.....	40
Tabela 2: Utilidade mínima necessária para o Exemplo 1	41
Tabela 3: Trocas e quantidades de calor (kW) em cada período para o Exemplo 1	42
Tabela 4: Trocas e quantidades de calor (kW)	42
Tabela 5: Coeficiente de transferência de calor e área das unidades para o Exemplo 1	45
Tabela 6: Comparação dos custos \$ para o Exemplo 1	46
Tabela 7: Dados para o Exemplo 2.....	49
Tabela 8: Utilidade mínima necessária para o Exemplo 2	50
Tabela 9: Trocas e quantidades de calor (kW) em cada período para o Exemplo 2	50
Tabela 10: Coeficiente de transferência de calor e área das unidades para o Exemplo 2	51
Tabela 11: Comparação dos custos (\$) para o Exemplo 2.....	52
Tabela 12: Comparação dos custos (\$) deste trabalho com Isafiade e Fraser (2010).....	55
Tabela 13: Comparação dos custos anualizados (\$)	55

NOMENCLATURA

a, b, c	coeficientes da equação do custo: $Custo = a + b \cdot Area^c$
$Area_{u,t}$	área da unidade u do período t
$AreaM_u$	área máxima da unidade u
C_m	custo unitário da utilidade quente m
C_n	custo unitário da utilidade fria n
Co_u	coeficiente global de transferência de calor na unidade u
$Custo$	variável a ser minimizada do modelo de PNL
$CustoTotal$	custo calculado com as áreas das unidades u de todos os períodos t
$CustoTotal1$	custo calculado com as áreas máximas de cada unidade u entre os períodos de operação t
$d1_{u,t}$	diferença de temperatura no terminal quente da unidade u do período t ($Thinu_{i,j,u,t} - Tcoutu_{i,j,u,t}$)
$d2_{u,t}$	diferença de temperatura no terminal frio da unidade u do período t ($Thoutu_{i,j,u,t} - Tcinu_{i,j,u,t}$)
F	capacidade térmica (produto entre capacidade calorífica e vazão mássica da corrente)
$Fc_{j,t}$	capacidade térmica da corrente fria j no período t
$Fcinu_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 até a unidade u
$Fcmix1_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do misturador 1 até o divisor 2 da unidade u
$Fcmix2_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do misturador 2 até o divisor 3 da unidade u
$Fcoutu_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai da unidade u até o misturador 2
$Fcsplit1_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 1 até o misturador 1 da unidade u
$Fcsplit2_{i,j,ii,uu,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 da unidade u até o misturador 2 da unidade uu

$Fcsplit3_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 até o misturador 2 da unidade u (<i>by-pass</i> da unidade)
$Fcsplit4_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 3 até o misturador 3 da unidade u
$Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 3 da unidade u até o misturador 1 da unidade uu
$Fh_{i,t}$	capacidade térmica da corrente quente i no período t
$Fhinu_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 até a unidade u
$Fhmix1_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do misturador 1 até o divisor 2 da unidade u
$Fhmix2_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do misturador 2 até o divisor 3 da unidade u
$Fhoutu_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai da unidade u até o misturador 2
$Fhsplit1_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 1 até o misturador 1 da unidade u
$Fhsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 da unidade u até o misturador 2 da unidade uu
$Fhsplit3_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 até o misturador 2 da unidade u (<i>by-pass</i> da unidade)
$Fhsplit4_{i,j,u,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 3 até o misturador 3 da unidade u
$Fhsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$	capacidade térmica na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 3 da unidade u até o misturador 1 da unidade uu
GAMS	<i>General Algebraic Modelling System</i> (sistema genérico de modelagem algébrica)
Hc_j	coeficiente individual de transferência de calor da corrente fria j
Hh_i	coeficiente individual de transferência de calor da corrente quente i
IBMS	<i>interval-based MINLP superstructure</i>
K	quantidade total de intervalos de temperaturas
LINDO	<i>Linear Interactive Discrete Optimizer</i>

$LMTD_{u,t}$	média logarítmica das diferenças de temperaturas na unidade u do período t
N	quantidade total de períodos de operação
PL	programação linear
PLMI	programação linear mista inteira
PNL	programação não linear
PNLD	programação não linear com derivadas descontínuas
PNLMI	programação não linear mista inteira
$Q_{i,j,k,s,t}$	calor trocado no par de corrente (i,j) no intervalo de temperatura k na sub-rede s do período de operação t
$QC_{j,k}$	calor retirado pela corrente fria j no intervalo k
$QCa_{j,k,t}$	calor retirado pela corrente fria ou utilidade fria j no intervalo k do período t
$QH_{i,k}$	calor cedido pela corrente quente i no intervalo de temperatura k
$QHa_{i,k,t}$	calor cedido pela corrente quente ou utilidade quente i no intervalo de temperatura k do período t
$Qij_{u,t}$	calor trocado pelo par de corrente (i,j) na unidade u do período t encontrado no modelo multiperifódico de PLMI
QS_m	calor cedido pela utilidade quente m
$Qu_{u,t}$	calor na unidade u do período t
QW_n	calor retirado pela utilidade fria n
$R_{i,k,s,t}$	calor residual da corrente i no intervalo k na sub-rede s do período t
R_k	calor residual que abandona o intervalo de temperatura k
RTC	rede de trocadores de calor
$Sub_{u,t}$	número que representa a sub-rede da unidade u do período t
$Tcin_{j,t}$	temperatura de entrada da corrente fria j no período t
$Tcinu_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 até a unidade u
$Tcmix1_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do misturador 1 até o divisor 2 da unidade u
$Tcmix2_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do misturador 2 até o divisor 3 da unidade u

$T_{coutj,t}$	temperatura de saída da corrente fria j no período t
$T_{coutu_{i,j,u,t}}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai da unidade u até o misturador 2
$T_{csplit2_{i,j,ii,u,uu,t}}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 da unidade u até o misturador 2 da unidade uu
$T_{csplit3_{i,j,u,t}}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 2 até o misturador 2 da unidade u (<i>by-pass</i> da unidade)
$T_{csplit4_{i,j,u,t}}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 3 até o misturador 3 da unidade u
$T_{csplit5_{i,j,ii,u,uu,t}}$	temperatura na superestrutura da corrente fria que vai do divisor 3 da unidade u até o misturador 1 da unidade uu
$Thin_{i,t}$	temperatura de entrada da corrente quente i no período t
$Thinu_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 até a unidade u
$Thmix1_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do misturador 1 até o divisor 2 da unidade u
$Thmix2_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do misturador 2 até o divisor 3 da unidade u
$Thout_{i,t}$	temperatura de saída da corrente quente i no período t
$Thoutu_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai da unidade u até o misturador 2
$Thsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 da unidade u até o misturador 2 da unidade uu
$Thsplit3_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 2 até o misturador 2 da unidade u (<i>by-pass</i> da unidade)
$Thsplit4_{i,j,u,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 3 até o misturador 3 da unidade u
$Thsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$	temperatura na superestrutura da corrente quente que vai do divisor 3 da unidade u até o misturador 1 da unidade uu
$u_{i,j}$	Quantidade de unidade necessária para a troca de calor entre o par de corrente (i, j)

$U_{i,j,s,t}$	limite superior ao calor máximo possível que as correntes i e j podem trocar na sub-rede s do período t
$ya_{i,j}$	existência de troca entre pares que satisfazem a condição A
$yb_{i,j,s}$	existência de troca entre pares de correntes que satisfazem a condição B na sub-rede s
$y_{i,j,s,t}$	existência de troca entre pares que não satisfazem as condições A e B na sub-rede s do período t
Z	variável a ser minimizada do modelo de PL e do modelo de PLMI
$\Delta Hc_{j,t}$	variação da entalpia da utilidade fria j no período t
$\Delta Hh_{i,t}$	variação da entalpia da utilidade quente i no período t
ΔT_{min}	mínima temperatura de aproximação entre duas correntes

Índices:

i	corrente quente no modelo de PL / corrente quente e utilidade quente nos modelos de PLMI e PNL
ii	mesmas correntes de processo de i , apenas para auxiliar nas equações
j	corrente fria no modelo de PL / corrente fria e utilidade fria nos modelos de PLMI e PNL
jj	mesmas correntes de processo de j , apenas para auxiliar nas equações
k	intervalo de temperatura
m	utilidade quente
n	utilidade fria
s	sub-rede
t	período de operação
tt	mesmos períodos de operação de t , apenas para auxiliar nas equações
u	unidades de trocadores de calor
uu	mesmas unidades de u , apenas para auxiliar nas equações

Conjuntos de índices:

$Ca_{j,k,t}$	j é uma corrente fria ou uma utilidade fria que recebe calor do intervalo de temperatura k no período de operação t
$Ck_{j,k}$	j é uma corrente fria que demanda calor do intervalo de temperatura k
$d_{t,i,j}$	t é o período dominante do par de corrente (i, j)

$Ha_{i,k,t}$	i é uma corrente quente ou uma utilidade quente que cede calor ao intervalo de temperatura k ou em algum intervalo superior ao intervalo de temperatura k no período de operação t
$Hk_{i,k}$	i é uma corrente quente que cede calor ao intervalo de temperatura k
$IS_{s,t}$	s é uma sub-rede do período de operação t
$IT_{k,s,t}$	k é um intervalo de temperatura que pertence a sub-rede s do período t
$Nc_{j,u,uu,t}$	corrente fria j troca calor na unidade u e na unidade uu , que são unidades que estão em sub-redes sucessivas, no período t . Não se deve incluir nesse conjunto unidades que trocam calor com as utilidades
$Nh_{i,u,uu,t}$	corrente quente i troca calor na unidade u e na unidade uu , que são unidades que estão em sub-redes sucessivas, no período t . Não se deve incluir nesse conjunto unidades que trocam calor com as utilidades
$Pa_{i,j}$	pares de corrente (i, j) que satisfazem a condição A
$Pb_{i,j}$	pares de corrente (i, j) que satisfazem a condição B
$Pl_{i,j}$	par de corrente (i, j) tem apenas uma unidade em cada sub-rede dos períodos
$Pm_{i,j}$	par de corrente (i, j) tem diferentes unidades na sub-rede de pelo menos um período
$Sk_{m,k}$	m é uma utilidade quente que pode ceder calor no primeiro intervalo de temperatura k
$Un_{u,i,j}$	u é a unidade em que ocorre a troca entre o par (i, j) , também permite analisar uu que é a unidade em que ocorre a troca entre o par (ii, j) ou o par (i, jj)
$Wk_{n,k}$	n é uma utilidade fria que pode receber o calor residual no último intervalo de temperatura k

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	4
3	MODELO	11
3.1	SÍNTESE DA RTC FLEXÍVEL	12
3.2	CUSTO MÍNIMO DE UTILIDADES	15
3.3	MÍNIMO NÚMERO DE UNIDADES	17
3.4	MÍNIMO CUSTO DE INVESTIMENTO	23
4	ESTUDOS DE CASO.....	40
4.1	EXEMPLO 1	40
4.2	EXEMPLO 2.....	49
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	56
	REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

Os processos industriais, em sua grande maioria, são compostos por correntes quentes e frias, as quais correspondem a fluidos que são transportados de um equipamento a outro que possuem a necessidade de serem resfriados ou aquecidos, respectivamente. Esse aumento ou redução de temperatura das correntes é realizado por meio de uma rede de trocadores de calor (RTC), formada por equipamentos de troca térmica entre as correntes quentes e frias e/ou corrente e utilidade. As utilidades, por sua vez, são energias externas ao processo, adquiridas com o objetivo de aquecer ou resfriar uma corrente. São divididas em utilidades quentes como, por exemplo, o vapor d'água e utilidades frias, como a água de resfriamento (RAVAGNANI; CABALLERO SUÁREZ, 2012).

A busca em maximizar a recuperação energética, ou seja, aproveitar da melhor maneira possível a energia térmica existente nas correntes de processo, e em reduzir o gasto com utilidades quentes e frias faz a síntese de RTC se tornar um dos ramos mais importantes dos processos industriais. Essa consiste em combinar pares de correntes de processo que trocarão calor e configurar a rede dos equipamentos de troca térmica envolvidos de maneira praticável, analisando tanto a energia total de cada corrente, quanto às restrições termodinâmicas existentes. Assim, a síntese possibilita a otimização tanto de equipamentos já existentes, quanto a concepção de projetos de novas plantas com a finalidade da redução do custo global das indústrias (MÓDENES, 1995).

Dentre os métodos utilizados para o desenvolvimento dessa síntese destacam-se a Análise *Pinch*, que é baseada em conceitos termodinâmicos somados a algumas regras heurísticas, as técnicas matemáticas de programação linear e não linear, os métodos heurísticos de otimização e os métodos híbridos, os quais englobam os três métodos anteriores. Devido ao surgimento de muitos trabalhos que relacionam esses métodos para obter um melhor resultado, uma nova maneira de classificá-los se tornou mais conveniente: métodos sequenciais, que dividem o problema em uma série de subproblemas e permitem resolver problemas relativamente grandes com menor esforço computacional; métodos simultâneos, que obtêm a rede diretamente sem a decomposição do problema, otimizando simultaneamente todos os custos associados com a síntese de RTC (RAVAGNANI; CABALLERO SUÁREZ, 2012).

A programação matemática pode ser utilizada na resolução do problema de síntese de RTC, já que pode ser formulado como um problema de otimização. Apesar da necessidade de resolver problemas complexos de otimização devido a não linearidade e não convexidade de

algumas das equações envolvidas, este método possibilita agregar ao projeto critérios de segurança, controlabilidade e preferências do projetista. Ele permite sintetizar a rede de maneira sistemática, incluir mais de um tipo de utilidade quente ou fria e introduzir restrições quando necessário, como, por exemplo, proibir a troca de calor entre duas correntes de processo por motivos de segurança ou por trocas impraticáveis, limitar o tamanho dos trocadores de calor, limitar a área de troca térmica de alguns dos equipamentos, entre outras (RAVAGNANI; CABALLERO SUÁREZ, 2012).

Entretanto, indústrias que produzem seus produtos por meio do processo em batelada necessitam de uma rede flexível de trocadores de calor, por exemplo, uma indústria que produz refrigerante necessita variar seus fluidos devido ao tipo de refrigerante que será produzido e, com isso, ocorre a modificação de alguns dados da rede em certos períodos. Assim, a RTC, caso ela seja configurada para um único período, pode se tornar ineficiente em um ambiente de produção real que apresenta variações em determinados períodos do ano, o que compromete todo o processo industrial (JIANG; CHANG, 2013). Portanto, chama-se RTC flexível aquela rede capaz de suportar mudanças nas condições de operação, como variações nas temperaturas de entrada e saída e variações nas vazões (MÓDENES, 1995).

Desenvolver algoritmos que utilizam a programação matemática para alcançar a rede flexível de trocadores de calor não é uma tarefa fácil devido ao grau de dificuldade envolvido nas equações. No entanto, a abordagem do problema como o de otimização pode trazer resultados mais interessantes do ponto de vista da aplicação industrial. Assim, alguns autores se propuseram a desenvolver algoritmos utilizando esse método. Floudas e Grossmann (1986 e 1987a) sugeriram a produção de uma RTC flexível de maneira sequencial, alcançando separadamente o mínimo custo de utilidades, o mínimo número de unidades e, por fim, o mínimo custo de investimento para cada período. Também Jiang e Chang (2013) realizaram uma abordagem para gerar projetos de RTC multiperíodicas, porém de maneira simultânea e com o mecanismo de partilha do tempo.

Dessa forma, este trabalho tem como objetivo principal aperfeiçoar os algoritmos utilizados por Floudas e Grossmann (1986 e 1987a), buscando alcançar uma rede flexível de trocadores de calor, baseando-se nos fundamentos das técnicas de programação matemática. Para o desenvolvimento dos programas computacionais, adotou-se o ambiente de programação GAMS (*General Algebraic Modelling System*).

Além deste capítulo em que foi introduzido e justificado o tema do trabalho e apresentado o objetivo da pesquisa, o presente documento conta ainda com outros quatro capítulos. O segundo capítulo evidencia a fundamentação teórica, composta pelos principais

trabalhos de síntese de redes flexíveis de trocadores de calor, além de alguns trabalhos que abordam a síntese de RTC com condições de operação fixas e de RTC flexível e controlável. O terceiro capítulo apresenta os modelos teóricos e suas respectivas equações que foram utilizados no desenvolvimento do trabalho. O quarto capítulo descreve os resultados obtidos dos casos estudados para o método proposto e a comparação com resultados apresentados na literatura. O capítulo cinco exhibe as conclusões obtidas com o desenvolvimento do trabalho e também sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências utilizadas para elaboração do trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo tem como objetivo proporcionar uma revisão da literatura buscando fundamentar teoricamente o desenvolvimento da pesquisa proposta. Inicialmente apresenta-se o conceito de otimização, em seguida, são apresentados trabalhos que propuseram modelos de programação matemática para alcançar a síntese de RTC flexível e outros que abordaram a síntese de RTC com condições de operações fixas, os quais serviram de base para o desenvolvimento dos modelos flexíveis. Por fim, também são expostos trabalhos que alcançaram a RTC flexível por meio de outros métodos e estudos que tiveram como objetivo uma RTC flexível e controlável.

A síntese de RTC flexível consiste em um conjunto de equipamentos de troca térmica capaz de suportar mudanças nas condições de operação, a qual pode ser alcançada por meio da programação matemática, uma vez que pode ser formulada como um problema de otimização que busca, em geral, minimizar o custo industrial. Como todo problema da área de otimização que possui como finalidade encontrar o melhor valor para problemas em que a qualidade de uma resposta pode ser medida por um número, o problema da síntese de RTC flexível é também composto pela formulação padrão: a função objetivo, que associa cada ponto no espaço de soluções a um número real e permite medir a qualidade da resposta; as restrições, equações que podem ser de igualdade ou desigualdade; e as variáveis, que podem ser binárias, inteiras ou reais (RAVAGNANI; CABALLERO SUÁREZ, 2012).

A programação matemática é um método de otimização determinístico, pois, desde que se parta do mesmo ponto inicial, será alcançado a mesma resposta final. Devido a exatidão desse método e o interesse das indústrias em reduzir custos de capital e de operação da planta, pesquisadores propuseram modelos matemáticos que auxiliassem nesse objetivo industrial e continuam desenvolvendo trabalhos até hoje pelo desafio constante de aperfeiçoar cada vez mais os resultados.

Papoulias e Grossmann (1983) propuseram um modelo de programação linear (PL) com o objetivo de prever o custo mínimo de utilidade, além de possibilitar a utilização de múltiplas energias externas e restringir trocas necessárias. Este modelo foi baseado em um modelo de transbordo, no qual o calor deve ser transferido das correntes quentes para as correntes frias. Como esse modelo exige um pequeno esforço computacional, praticamente não há para ele limitação no número de correntes quentes ou frias. Estes autores também desenvolveram um modelo de programação linear mista inteira (PLMI) com a finalidade de minimizar o número de unidades da rede por meio dos dados obtidos com o cálculo do custo

mínimo de utilidades. Este modelo é resolvido para cada uma das sub-redes separadamente, que são formadas a partir da divisão do problema, baseando-se no ponto *Pinch*.

Floudas, Ciric e Grossmann (1986) apresentaram um modelo de programação não linear (PNL) para gerar automaticamente as configurações da RTC com o mínimo custo de investimento dentre as redes que possuem o mínimo custo de utilidades e o número mínimo de unidades. Baseando-se no modelo de transbordo da PL e PLMI para integração energética, propuseram uma superestrutura que incorpora muitas configurações alternativas, incluindo opções para trocas em série, paralelo, divisão da corrente e *by-pass*. A partir das informações de demanda mínima de utilidades quentes e frias, de localização do *Pinch*, de número mínimo de trocadores de calor e de calor trocado em cada trocador, é determinada a configuração para cada sub-rede separadamente.

Floudas e Grossmann (1986) foram os primeiros autores que buscaram atender a necessidade de uma RTC flexível com variações pré-especificadas nas vazões e nas temperaturas de entrada e saída em finitos períodos, utilizando a programação matemática. Eles desenvolveram um método sequencial que atinge, além de uma rede viável, dois critérios independentes do comprimento de cada período, obtendo o mínimo custo de utilidades para cada período de operação e o mínimo número de unidades de trocadores de calor. O primeiro critério é alcançado com a extensão do modelo de PL de Papoulias e Grossmann (1983), o qual é simplesmente resolvido para cada período separadamente. O segundo critério é obtido por uma versão multiperiódica do modelo de PLMI também de Papoulias e Grossmann (1983), considerando as variações do ponto *Pinch* e da quantidade de utilidades de cada período.

Linnhoff e Kotjabasakis (1986) introduziram o conceito de *Downstream Paths* com o objetivo de identificar o efeito que uma perturbação causa em uma variável controlada, além de sugerirem um procedimento simultâneo do projeto do caso base, da otimização e da operabilidade. Kotjabasakis e Linnhoff (1986) propuseram uma metodologia para alcançar uma RTC flexível em que, inicialmente, deriva-se e otimiza-se a rede para um único período denominado de caso base. Logo após, é realizado um *trade-off* entre energia, capital e flexibilidade por meio de tabelas conhecidas por “Tabelas de Sensibilidade”, que permitem ao projetista obter a rede final que leva ao menor custo de capital.

Já o modelo apresentado por Floudas e Grossmann (1987a) é uma continuação do modelo desenvolvido pelos próprios autores em 1986, passando a gerar automaticamente as configurações da rede multiperiódica de trocadores de calor. O estudo teve como base o modelo de PNL proposto por Floudas, Ciric e Grossmann (1986) para a síntese automática da

estrutura da rede com condições de operação fixa, que busca a minimização do custo para condições multiperíodicas. Floudas e Grossmann (1987a) utilizaram uma superestrutura que inclui todas as alternativas possíveis para um conjunto de trocas pré-estabelecidas para os diferentes períodos. Além disso, os autores propuseram uma representação gráfica com a finalidade de reduzir o tamanho do programa não linear e considerar as mudanças no ponto *Pinch*.

No mesmo ano, Floudas e Grossmann (1987b) apresentaram também um processo sistemático para a síntese de RTC com variações específicas de parâmetros incertos. Este modelo é decomposto em dois estágios, nos quais são realizados análises de flexibilidade para testar a viabilidade de operação do projeto. Kotjabasakis (1988) utilizou a Análise *Pinch* e os conceitos de *Downstream Paths* e “Tabelas de Sensibilidade” para sintetizar RTC flexíveis e apresentou uma estratégia para reduzir o custo de incrustações nas redes.

Cerdá *et al* (1990) utilizaram blocos de PLMI com uma versão nova da cascata de calor baseada na estratégia de recuperação de calor, usando conceitos de correntes de processo transiente e permanente. A cascata assume um *Pinch* contínuo e determina as metas de recuperação de calor a serem alcançadas pela rede flexível e as temperaturas *Pinch* dominantes que restringem as trocas de calor e que definem as sub-redes do problema. Cerdá e Galli (1990) adicionaram características no modelo de Cerdá *et al* (1990) com o objetivo de solucionar problemas de síntese de RTC não convexa com grandes perturbações nas temperaturas. Cerdá e Galli (1990) permitiram identificar o *Pinch-jump* e avaliar as temperaturas intermediárias nas quais a descontinuidade aparece.

Yee e Grossmann (1990) apresentaram um modelo de programação não linear mista interia (PNLMI) em que o custo de utilidades, a área dos trocadores e a seleção das trocas são otimizados simultaneamente. Este modelo utiliza uma superestrutura introduzida por Yee, Grossmann e Kravanja (1990a), a qual é gerada com base em duas ideias principais: a representação por etapas divididas por temperaturas em que dentro de cada etapa existe a possibilidade de cada corrente quente trocar calor com todas as correntes frias e vice-versa; e a suposição de mistura isotérmica para as correntes que apresentam divisões de fluxos, simplificando, dessa forma, o espaço factível que passa a ser delimitado apenas por restrições lineares. O modelo de Yee e Grossmann (1990) não se baseia em uma temperatura de aproximação fixa e nem na previsão do ponto de *Pinch* para a divisão em sub-redes. Além disso, apesar de perder algumas alternativas na configuração da rede devido ao modelo da superestrutura adotado, tem grande aceitação dentre os métodos simultâneos baseados em superestruturas, pois ganha em robustez numérica. Yee, Grossmann e Kravanja (1990b)

utilizaram a representação da integração energética proposta por Yee, Grossmann e Kravanja (1990a) para otimizar simultaneamente a síntese do processo e sua RTC.

Ciric e Floudas (1991) fornecem uma solução simultânea para o problema de síntese de RTC, obtendo a configuração da rede, as trocas e a quantidade de utilidades ao mesmo tempo. Este modelo não necessita da decomposição do problema em sub-redes por meio do ponto *Pinch* e nem da determinação de uma temperatura de aproximação, já que a topologia da rede e a mínima diferença de temperatura surgem como resultado do problema. O modelo também utiliza uma superestrutura, chamada pelos autores de hiperestrutura, que inclui todas as possibilidades de troca de calor e todas as possíveis configurações em que duas correntes podem trocar calor para desenvolver as restrições do problema. Seu principal objetivo é a minimização do custo global anual, que inclui o custo dos trocadores e o custo das utilidades.

Galli e Cerdá (1991) basearam-se em Cerdá *et al* (1990) e Cerdá e Galli (1990) e propuseram uma aproximação algorítmica em quatro etapas para a síntese de redes flexíveis de trocadores de calor. Papalexandri e Pistikopoulos (1993) desenvolveram um modelo de PNLMI com o objetivo de alcançar o *retrofit* da RTC que é energeticamente eficiente e flexível para operar nas condições críticas específicas. Mathisen (1994) propôs a formulação de regras heurísticas para serem incorporadas na programação matemática para gerar rede com boa operabilidade.

Papalexandri e Pistikopoulos (1994) abordaram o problema de síntese dos processos de transferência de massa e de calor levando em consideração as variações de alguns parâmetros, como temperatura, composição e vazão das correntes. Aguilera e Nasini (1995) apresentaram um modelo de PLMI para testar a flexibilidade em qualquer procedimento de síntese de RTC que possuem variações apenas nas capacidades térmicas das correntes. Módenes (1995) utilizou os conceitos de Análise *Pinch* para projetar a rede para o período Base e também o conceito de *Downstream Paths* para realizar a análise de flexibilidade e atingir a RTC flexível desejável.

Aguilera e Marchetti (1998) propuseram um modelo para otimização em tempo real e para controle da RTC, utilizando PL ou PNL, dependendo se os divisores de correntes são ou não utilizados como variáveis manipuladas. Kookos e Perkins (2001) introduziram um algoritmo para solucionar simultaneamente o problema de projeto do processo e do controle baseando-se na geração de limites inferiores e superiores para reduzir o espaço de busca. Yan, Yang e Huang (2001) desenvolveram um projeto para prever a propagação de perturbações e rejeitá-las usando desvio e para determinar a localização desses desvios e o esquema de controle da RTC.

Na busca de um ótimo global Aaltola (2002) foi o primeiro a desenvolver um modelo com método simultâneo utilizando a programação matemática com o propósito de gerar uma RTC flexível em uma única etapa. Essa rede é sintetizada usando uma combinação entre o modelo multiperíodico de PNLMI e algoritmos para otimizar o custo total anual. O modelo foi baseado no modelo proposto por Yee e Grossmann (1990) para condições fixas de operação e realiza um *trade-off* entre energia, unidade e área simultaneamente, em que a área de uma troca térmica considerada na função objetivo é calculada pela média dos valores das áreas dessa troca nos diferentes períodos. Já os algoritmos envolvem um modelo de PNL/PL para minimizar os custos de utilidades e são baseados no modelo multiperíodico de PNLMI proposto pelo autor. Konukman, Çamurdan e Akman (2002) realizaram uma formulação simultânea de PLMI não-iterativa baseada em uma superestrutura para alcançar uma RTC que demanda o mínimo de utilidades e que possui uma flexibilidade operacional desejada.

Chen e Hung (2004) abordaram uma estratégia decomposta em três etapas iterativas para a síntese de RTC flexível que envolve incertezas especificadas nas temperaturas e nas vazões. Chen, Kuo e Hung (2005) estenderam a metodologia de Chen e Hung (2004), omitindo a hipótese de mistura isotérmica nas unidades e considerando o tamanho dos trocadores na análise de flexibilidades. Os autores desenvolveram um modelo utilizando o método simultâneo para a síntese de RTC que possui perturbações esperadas nas temperaturas e nas vazões das correntes decomposto em quatro etapas principais. A primeira etapa realiza a síntese da rede candidata com um custo total anual mínimo. A segunda analisa a flexibilidade dessa rede para verificar a viabilidade da mesma dentro das perturbações esperadas sem considerar a restrição de área. A terceira realiza cortes inteiros no espaço de busca para excluir configurações de redes desqualificadas e retorna à etapa inicial para gerar uma nova rede. Essa etapa acontece apenas se a configuração da rede não atingir o valor desejado de flexibilidade. Finalmente, a quarta etapa realiza um novo teste de flexibilidade para a rede que foi qualificada na etapa dois, porém considerando dessa vez a restrição ignorada anteriormente. Nesta etapa é verificada a necessidade de aumentar ou não a área da unidade de troca térmica.

Gonzalez, Odloak e Marchetti (2006) abordaram a otimização em tempo real e o controle da RTC por meio de uma estrutura de controle de dois níveis. O nível baixo é um modelo de controle preditivo restrito e o nível alto é um otimizador de supervisão em tempo real. Verheyen e Zhang (2006) avaliaram e compararam criticamente os métodos de projeto de RTC existentes, modificaram o modelo de PNLMI proposto por Aaltola (2002), o qual é baseado em uma superestrutura para minimizar o custo total anualizado, e incluíram um

modelo de PNL para melhoria da solução baseado também em Aaltola (2002). O modelo multiperifódico de PNLMI simultâneo, em vez de utilizar a área média, calcula o custo da função objetivo por meio da área máxima entre os períodos para cada unidade. O modelo de PNL permitiu a mistura não isotérmica e removeu as variáveis de folga e os parâmetros de peso do modelo proposto por Aaltola (2002) para melhoria da solução. Chen e Hung (2007) desenvolveram uma estratégia, decomposta em três etapas iterativas, utilizada para síntese de RTC flexível envolvendo perturbações esperadas nas temperaturas e vazões ou para síntese de rede de transferência de massa envolvendo perturbações esperadas nas composições de entrada das correntes de processo.

Ma *et al* (2007) apresentaram uma estratégia de duas etapas para sintetizar a RTC flexível, otimizando por meio dos métodos estocásticos: algoritmo genético e recozimento simulado (*simulated annealing*). Segundo Medeiros e Kripka (2012), algoritmos genéticos são algoritmos de busca que utilizam os mecanismos de seleção natural e genética, em que o indivíduo mais bem adaptado sobrevive. Já recozimento simulado é um método baseado na mecânica estatística que tem origem a partir de um processo natural. Ma *et al* (2008) utilizaram uma nova estratégia para sintetizar a RTC multiperifódica, otimizando também por meio do algoritmo genético e do método do recozimento simulado.

Lersbamrungsuk *et al* (2008) desenvolveram um modelo de programação linear inteira com o objetivo de encontrar um sistema de controle para uma RTC que possui perturbações. O modelo é formado por duas funções objetivo que possuem a finalidade de rastrear as restrições ativas durante a operação e de controlar rapidamente as perturbações. Isafiade e Fraser (2010) desenvolveram um modelo para RTC multiperifódicas baseado na superestrutura utilizada na PNLMI de Isafiade e Fraser (2008) para condições de operação fixa, conhecida como IBMS (*interval-based MINLP superstructure*). O modelo permite períodos com duração desiguais determinados antecipadamente para serem incorporados na formulação do modelo e aplica a mesma abordagem de Verheyen e Zhang (2006) para calcular as áreas dos trocadores utilizadas na função objetivo.

Xiao *et al* (2010) apresentaram uma metodologia para otimizar simultaneamente a síntese e o cronograma de limpeza de RTC flexível utilizando algoritmo genético e método do recozimento simulado. Segundo Xiao *et al* (2010), o seu modelo pode ser aplicado para resolver problemas de larga escala para a síntese de RTC flexível. Ahmad *et al* (2012) utilizaram também do método do recozimento simulado para otimizar o projeto de RTC para operação multiperifódica.

El-Temtamy e Gabr (2012) usaram modelos multiperiódicos de PL e PLMI para determinar a configuração da RTC que alcance o número mínimo de unidades, permanecendo flexível para garantir os requisitos mínimos de utilidade em cada período de operação. Escobar, Trierweiler e Grossmann (2013) implementaram um procedimento para síntese de RTC com específicas perturbações, utilizando um sistema de controle descentralizado de realimentação, de modo a otimizar simultaneamente os custos de utilidade e de investimento. Os autores basearam-se em uma estratégia de duas etapas, em que a primeira é utilizada para escolher as variáveis de projeto e a segunda para ajustar as variáveis de controle durante a operação.

Jiang e Chang (2013) realizaram uma nova abordagem para gerar projetos de RTC flexíveis com o mecanismo de partilha do tempo. O algoritmo teve como objetivos ajustar os comprimentos dos períodos em resposta às perturbações inesperadas durante operações reais; contornar os desperdícios nas capacidades de trocadores de calor que possuem mudanças significantes em períodos diferentes; e diminuir a complexidade dos modelos que utilizam o método simultâneo. O algoritmo, em primeiro lugar, resolve um modelo de PNLMI para produzir o ótimo para cada período separadamente. Em seguida, aplica uma estratégia de partilha de tempo para integrar todos os projetos de modo a reduzir o investimento de capital e manter as taxas de consumo de utilidades em cada período a níveis mínimos. Yi *et al* (2013) apresentaram um modelo de otimização com análise da confiabilidade do sistema para RTC flexível por meio do algoritmo genético e do método de recozimento simulado. Zheng *et al* (2013) propuseram uma abordagem para síntese de RTC flexível sob severa incerteza de operação que é representada pela teoria da análise das probabilidades limitadas.

A partir desta revisão é possível observar que o estudo de RTC está cada vez mais atendendo as necessidades práticas de redes de trocadores de calor multiperiódicos. Além disso, destacam-se as vantagens da programação matemática, a qual permite a geração sistemática da rede, pois pode ser formulada como um problema de otimização que busca encontrar o melhor valor para os problemas de síntese de RTC flexível.

3 MODELO

Com o avanço ocorrido no desenvolvimento de software e na capacidade de cálculo dos computadores modernos, o método de programação matemática tem se tornado cada vez mais eficiente no cálculo de problemas mais complexos de otimização, como nos casos de PNL e PNLMI. Esses problemas muitas vezes apresentam dificuldades para alcançar ótimos globais quando a função objetivo não é convexa e/ou quando as restrições não formam uma região factível convexa, atingindo dessa forma ótimos locais. Apesar deste inconveniente, a programação matemática permite sintetizar a rede de maneira sistemática e é um método bastante flexível, o qual possibilita, por exemplo, na síntese de RTC flexível, incluir restrições que proibam a troca entre correntes impraticáveis ou indesejáveis, limitar o tamanho dos equipamentos e acrescentar mais de um tipo de utilidades quentes ou frias com temperaturas e custos diferentes (RAVAGNANI; CABALLERO SUÁREZ, 2012).

O método sequencial para a síntese de RTC flexível supõe que uma rede ótima ou próxima da ótima, a qual é viável nos diferentes períodos, segue três regras básicas, sendo que uma regra tem precedência sobre a outra: apresentar um custo mínimo de utilidades para cada período de operação; ter o mínimo número de unidades de trocadores de calor; e incluir o mínimo custo de investimento. Os modelos desenvolvidos neste trabalho foram baseados nos modelos desenvolvidos por Floudas e Grossmann (1986, 1987a), o qual independe do comprimento de cada período e assume algumas hipóteses para modelar o problema: a entalpia das correntes de processo depende linearmente da temperatura; a temperatura de aproximação mínima é especificada pelo projetista; e o efeito dinâmica de mudança na vazão e na temperatura de entrada e saída das correntes de um período para o outro é negligenciado.

Este capítulo é dividido em quatro tópicos: síntese da RTC flexível, o qual apresenta o procedimento sistemático para sintetizar uma rede flexível de trocadores de calor; custo mínimo de utilidades; mínimo número de unidades e mínimo custo de investimento, pois o presente trabalho tem a finalidade de aperfeiçoar a metodologia proposta por Floudas e Grossmann (1986, 1987a) para determinar a síntese da RTC flexível utilizando a programação matemática. Para alcançar este objetivo, propõem-se uma superestrutura diferenciada da apresentada pelos autores, além da utilização de dois conjuntos e de um parâmetro para reduzir o número de variáveis e equações. Uma vez que o problema da síntese é subdividido em três problemas menores, apresenta a vantagem de permitir a resolução de problemas relativamente grandes, devido ao menor esforço computacional exigido.

3.1 SÍNTESE DA RTC FLEXÍVEL

Com a finalidade de sintetizar uma rede flexível de trocadores de calor, utilizando o método sequencial para proporcionar uma configuração viável da rede com o custo mínimo de investimento, mínimo número de unidades e mínimo custo de utilidades para cada período de operação, um procedimento sistemático é proposto. Este procedimento sugere três etapas, em que uma tem precedência sobre a outra.

Na primeira etapa, inicialmente, deve-se definir o valor do ΔT_{min} (mínima temperatura de aproximação entre duas correntes) e corrigir as temperaturas de entrada e saída das correntes de processo, ou seja, adicionar para as correntes frias j o valor de $\Delta T_{min}/2$ em suas temperaturas e subtrair esse mesmo valor das temperaturas das correntes quentes i . Em seguida, gera-se intervalos com as temperaturas corrigidas, nos quais são realizados balanços de energia com o objetivo de criar as restrições do modelo de transbordo linear e resolve-se esse modelo separadamente para cada período. Por meio desse modelo, são obtidas, para cada período de operação, a temperatura do ponto *Pinch* e as demandas de utilidades quentes e de utilidades frias.

Na segunda etapa, utiliza-se da informação disponível do ponto *Pinch*, para cada período de operação, para determinar as sub-redes de cada período e os conjuntos $Pa_{i,j}$ e $Pb_{i,j}$ de pares de corrente. Os pares do conjunto $Pa_{i,j}$ são aqueles em que a troca de calor entre a corrente quente ou a utilidade quente com a corrente fria ou a utilidade fria é somente possível em uma única sub-rede de cada período de operação e os pares do conjunto $Pb_{i,j}$ são aqueles que podem trocar calor em diferentes sub-redes em apenas um período e nos demais períodos podem trocar calor somente em uma sub-rede. Também nesta etapa, deve-se formular e resolver o modelo multiperifódico de PLMI para encontrar o número mínimo de trocadores usando as demandas de utilidades previstas na etapa anterior. Com esse modelo, gera-se as trocas térmicas necessárias para as correntes e o calor trocado em cada unidade u para cada período de operação.

Na terceira etapa, deriva-se a superestrutura multiperifódica para cada corrente e utilidade disponível no processo, em que considera todas as possíveis conexões entre as trocas previstas na segunda etapa ($Un_{u,i,j}$ – u é a unidade em que ocorre a troca entre a corrente quente i e a corrente fria j). Também, deve-se definir os pares de corrente que satisfazem os conjuntos $Pl_{i,j}$ e $Pm_{i,j}$, ou seja, o par de corrente, que tem apenas uma unidade em cada sub-rede dos períodos, pertence ao conjunto $Pl_{i,j}$ e o par de corrente, que possui diferentes

unidades na sub-rede de pelo menos um período, pertence ao conjunto $Pm_{i,j}$. Além disso, utilizando das informações fornecidas na etapa anterior, é possível determinar um parâmetro ($Sub_{u,t}$) que indica em qual sub-rede a unidade está localizada em cada período t de operação e dois conjuntos ($Nh_{i,u,uu,t}$ e $Nc_{j,u,uu,t}$) que indicam que uma corrente troca calor com duas unidades (u e uu) que estão em sub-redes sucessivas. A criação desse parâmetro e desses conjuntos é necessária para auxiliar na redução do número de equações e variáveis do modelo de PNL. Por fim, resolve-se o modelo não linear para determinar a área de troca térmica da unidade que atenda todos os períodos de operação e a configuração viável da RTC flexível.

Esse procedimento sistemático é mostrado na Figura 1, em que apresenta o algoritmo utilizado pelo método sequencial para sintetizar uma RTC flexível para um valor fixo de ΔT_{min} . Os modelos matemáticos de PL, PLMI e PNL, mencionados nesse procedimento, possuem como regra atingir uma rede que apresente o custo mínimo de utilidades em cada período de operação, o mínimo número de trocadores de calor possível e o mínimo custo de investimento, respectivamente, em que uma regra tem precedência sobre as outras. Esses três modelos são apresentados detalhadamente nos tópicos 3.2, 3.3 e 3.4.

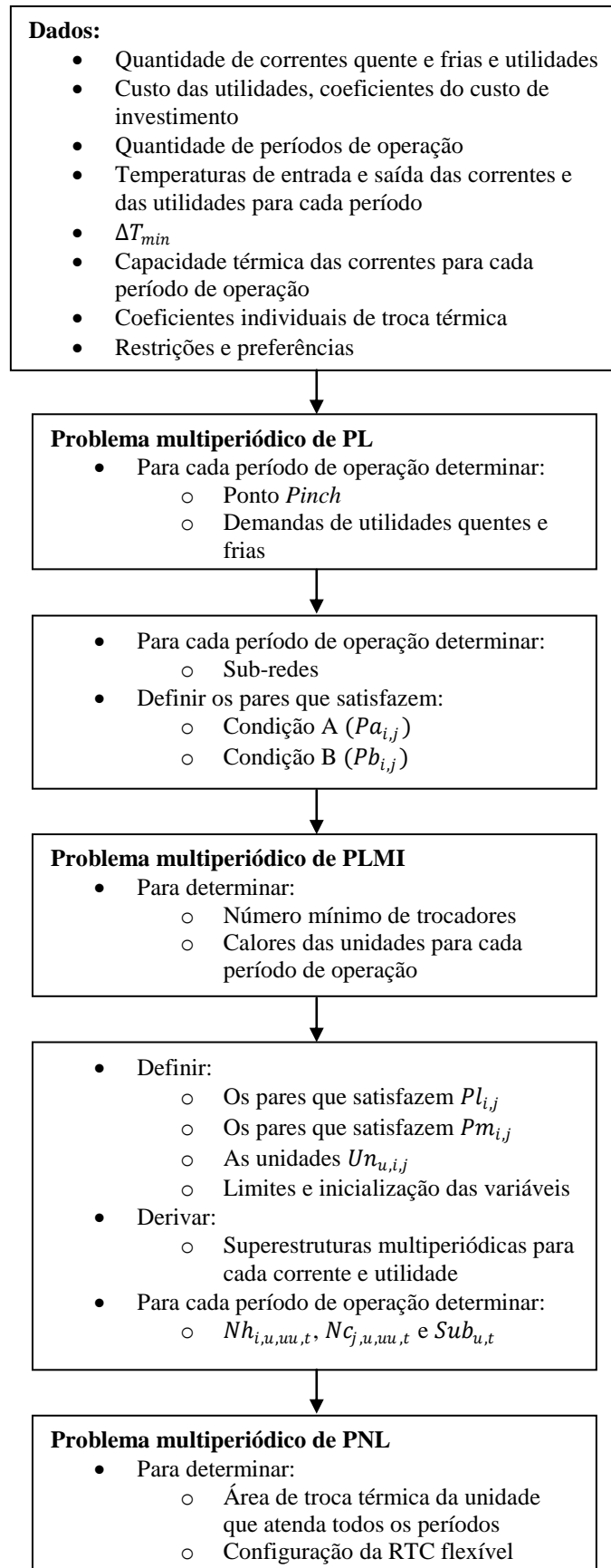


Figura 1: Passos do método sequencial para a síntese de uma RTC flexível

3.2 CUSTO MÍNIMO DE UTILIDADES

O modelo de transbordo multiperiódico, apresentado neste tópico, deve ser criado separadamente para cada período. É um problema linear que tem como finalidade minimizar o custo de utilidades de aquecimento e resfriamento e localizar o ponto *Pinch*. Este ponto, também conhecido como ponto de estrangulamento energético, corresponde ao intervalo de temperatura que não possui transferência de calor, ou seja, o calor residual é igual a zero.

Inicialmente faz-se necessário definir os índices e os conjuntos de índices. Os conjuntos recebem o valor unitário, se suas definições acontecerem, ou o valor zero, caso contrário:

Índices:

- i Corrente quente
- j Corrente fria
- m Utilidade quente
- n Utilidade fria
- k Intervalo de temperatura

Conjuntos de índices:

- $Hk_{i,k}$ i é uma corrente quente que cede calor ao intervalo de temperatura k
- $Ck_{j,k}$ j é uma corrente fria que demanda calor do intervalo de temperatura k
- $Sk_{m,k}$ m é uma utilidade quente que pode ceder calor no primeiro intervalo de temperatura k
- $Wk_{n,k}$ n é uma utilidade fria que pode receber o calor residual no último intervalo de temperatura k

Também é necessário definir o valor do ΔT_{min} e modificar as temperaturas de entrada e saída de cada corrente para definir uma nova escala, ou seja, para as temperaturas de entrada e saída das correntes quentes deve-se subtrair o valor de $(\Delta T_{min})/2$ e para as correntes frias deve-se adicionar esse mesmo valor. Assim, ao dividir toda a faixa de temperatura modificada, geram-se intervalos de temperaturas k , nos quais, aplicando-se o balanço de energia, as restrições do modelo de transbordo multiperiódico são geradas. Esse balanço segue representado na Figura 2.

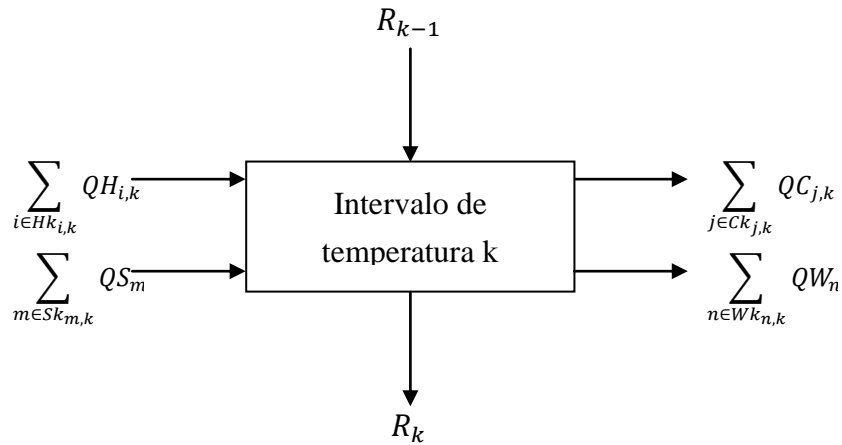


Figura 2: Balanço de energia no intervalo de temperatura k
 Fonte: Floudas e Grossmann (1986, p. 155)

O calor cedido pela corrente quente i no intervalo de temperatura k ($QH_{i,k}$) e o calor retirado pela corrente fria j no intervalo k ($QC_{j,k}$) são calculados pela multiplicação da capacidade térmica (F - produto entre capacidade calorífica e vazão mássica) da corrente correspondente com a diferença de temperaturas presente no intervalo k , se a corrente estiver nesse intervalo. Caso contrário, o calor será zero. Também o custo unitário da utilidade quente m (C_m) e o custo unitário da utilidade fria n (C_n) são dados conhecidos no problema. Além disso, deve-se declarar as variáveis do problema:

Variáveis:

QS_m	Calor cedido pela utilidade quente m
QW_n	Calor retirado pela utilidade fria n
R_k	Calor residual que abandona o intervalo de temperatura k
Z	Variável a ser minimizada

Por fim, a formulação matemática do modelo de transbordo, o qual é um problema de otimização linear, possui como função objetivo minimizar o custo de utilidades quentes e frias e como restrição principal realizar o balanço de energia em cada intervalo de temperatura, em que K é a quantidade total de intervalos de temperaturas.

$$\min Z = \sum_{m \in Sk_{m,1}} C_m \cdot QS_m + \sum_{n \in Wk_{n,K}} C_n \cdot QW_n \quad (1)$$

Sujeito a:

$$R_k - R_{k-1} - \sum_{m \in SK_{m,1}} QS_m + \sum_{n \in WK_{n,K}} QW_n = \sum_{i \in HK_{i,k}} QH_{i,k} - \sum_{j \in CK_{j,k}} QC_{j,k} \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$R_0 = R_K = 0 \quad (3)$$

$$R_k \geq 0 \quad \forall k = 1, \dots, (K - 1) \quad (4)$$

$$QS_m \geq 0; QW_n \geq 0 \quad (5)$$

Este modelo deve ser desenvolvido separadamente para cada período de operação, pois os mesmos podem apresentar valores diferentes das temperaturas de entrada e saída das correntes e das capacidades térmicas. Assim, os resultados encontrados para cada período podem ser distintos dos outros períodos, ou seja, diferentes quantidades mínimas de utilidades e diferentes temperaturas dos pontos *Pinch*, os quais são determinados pelas temperaturas do intervalo em que o calor residual é igual a zero.

3.3 MÍNIMO NÚMERO DE UNIDADES

O modelo para minimizar o número de unidades é um modelo de PLMI que permite extrair quais correntes trocam calor e a quantidade de calor trocada em cada unidade e em cada período. Para alcançar este objetivo, utiliza-se da informação adquirida no modelo de transbordo em cada período de operação, sendo: a existência e a localização do ponto *Pinch*, quando o período apresentar divisões de sub-redes; e a quantidade mínima de utilidades quentes e frias necessárias.

Para alcançar uma rede flexível viável com o mínimo número de trocadores de calor, algumas considerações devem ser feitas para esses equipamentos que necessitam realizar múltiplas tarefas:

- cada unidade deve ser capaz de lidar com cargas de calor variável;
- em todos os períodos de operação, para cada unidade deve ser atribuído o mesmo par de correntes quentes e frias com a finalidade de evitar o uso extensivo de tubulações;
- se em um período específico, um determinado par de correntes é necessário em várias sub-redes, também serão necessárias diferentes unidades para cada sub-

rede, objetivando que nenhuma troca de calor cruze o ponto *Pinch* e aumente a área dos trocadores.

Em geral, devido à possibilidade de diferentes localizações e diferentes números de pontos *Pinch* nos períodos de operação que auxiliam na identificação das quantidades de sub-redes de cada período, o problema multiperiódico do número de unidades não pode ser decomposto em sub-redes. Portanto, não se pode resolver o modelo acima do ponto *Pinch* e abaixo do ponto *Pinch* e depois juntar as duas soluções, mas sim, deve-se resolver simultaneamente para todos os períodos e todas as sub-redes.

Neste modelo, são necessárias variáveis binárias $y_{i,j}$ para indicar a existência ou inexistência da troca de calor entre duas correntes, ou seja, quando a variável binária recebe o valor 1 indica que o par (i,j) troca calor e quando a variável binária recebe o valor 0 indica que o par (i,j) não troca calor. Devido às inúmeras combinações entre as correntes quentes e frias, o número de variáveis binárias pode ser elevado. Para contornar essa desvantagem, duas condições foram sugeridas por Floudas e Grossmann (1986):

- condição A: a troca de calor entre a corrente ou utilidade quente i com a corrente ou utilidade fria j é somente possível em uma única sub-rede em cada período de operação;
- condição B: a troca de calor entre o par (i,j) é possível em diferentes sub-redes de um único período de operação, o qual recebe o nome de período dominante. Nos demais períodos a troca só é possível em uma única sub-rede.

Os pares de correntes podem satisfazer somente uma das condições ou podem não satisfazer nenhuma das duas. Essas condições são exemplificadas na Figura 3 e na Figura 4, as quais apresentam três períodos de operação, em que o primeiro período é subdividido em 3 sub-redes, apresentando dois pontos *Pinch*, o segundo em 2 sub-redes, apresentando um ponto *Pinch* e o terceiro não é subdividido. A Figura 3 indica que o par de corrente (i,j) satisfaz a condição A, pois o mesmo só pode ocorrer em uma sub-rede de cada período, ou seja, o par pode trocar calor na sub-rede intermediária do período 1, na segunda sub-rede do período 2 e no período 3 que não possui sub-rede. Já a Figura 4 indica que o par de corrente (i,j) satisfaz a condição B, pois o mesmo pode trocar calor nas três sub-redes do período 1 (período dominante), na segunda sub-rede do período 2 e no período 3 que não possui sub-rede, ou

seja, somente pode trocar calor em uma sub-rede dos períodos 2 e 3 (períodos não dominantes).

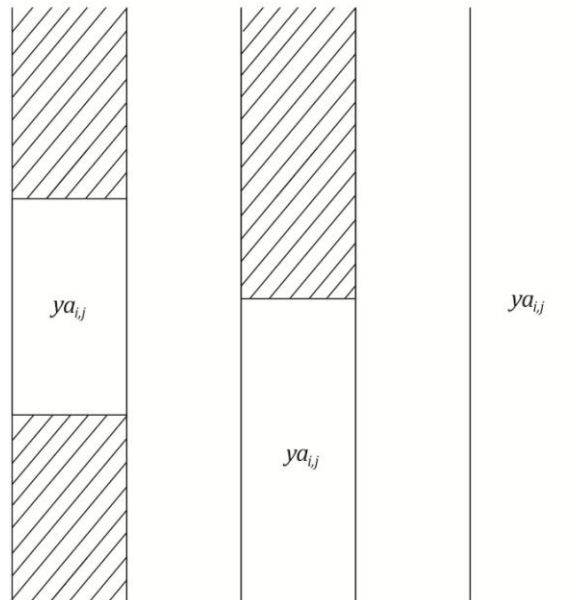


Figura 3: Exemplo para troca (i, j) que satisfaz a condição A
Fonte: Floudas e Grossmann (1986, p. 158)

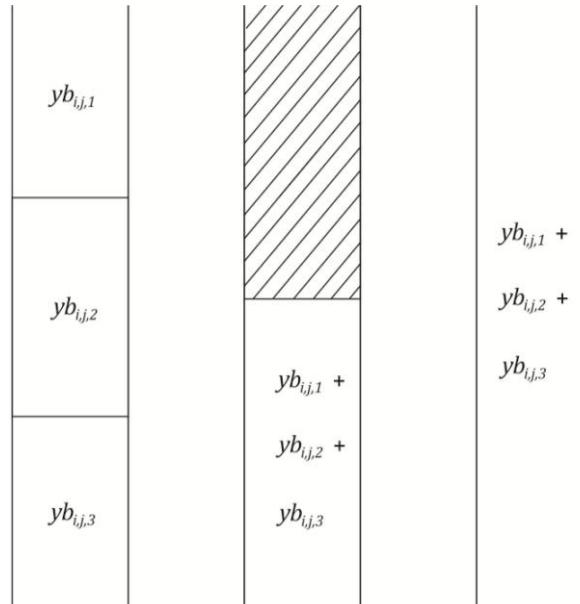


Figura 4: Exemplo para troca (i, j) que satisfaz a condição B
Fonte: Floudas e Grossmann (1986, p. 158)

As variáveis para os pares que satisfazem a condição A e a condição B são nomeados $ya_{i,j}$ e $yb_{i,j,s}$ respectivamente, em que s é o índice da sub-rede. Nos períodos não dominantes da condição B, como pode ser observado na Figura 4, é atribuída a soma das variáveis definidas no período dominante (período 1), tornando disponível uma ou mais trocas nas sub-

redes dos períodos 2 e 3. Já aos pares que não satisfazem as condições A e B, deve-se atribuir uma variável binária individual $y_{i,j,s,t}$ para cada período em que t é o índice do período, porém em aplicações práticas, essa variável muitas vezes não é utilizada, pois a maioria dos pares de correntes tendem a satisfazer essas duas condições.

A possibilidade das trocas entre as correntes são analisadas por meio das informações da temperatura de entrada e de saída de cada corrente em cada período de operação e da temperatura dos pontos *Pinch* encontrada com o modelo multiperíodo de transbordo linear. Para que seja possível a troca entre duas correntes ou entre corrente e utilidade, as mesmas devem estar na mesma sub-rede do período.

Como no modelo de transbordo linear, nesse modelo de PLMI também é necessário definir os índices e os conjuntos de índices. Observa-se que os índices i e j , além de representarem as correntes, representam também as utilidades, uma vez que se conhecem os calores trocados pelas correntes de processo e utilidades, pois foram definidos no modelo anterior. Dessa forma, quando se tratar de corrente quente i significa corrente e utilidade quente. O mesmo acontece para corrente j .

Índices:

- i Corrente quente e utilidade quente
- j Corrente fria e utilidade fria
- k Intervalo de temperatura
- s Sub-rede
- t Período de operação
- tt Mesmos períodos de operação de t , apenas para auxiliar nas equações

Conjuntos de índices:

- $Ha_{i,k,t}$ i é uma corrente quente ou uma utilidade quente que cede calor ao intervalo de temperatura k ou em algum intervalo superior ao intervalo de temperatura k no período de operação t
- $Ca_{j,k,t}$ j é uma corrente fria ou uma utilidade fria que recebe calor do intervalo de temperatura k no período de operação t
- $IS_{s,t}$ s é uma sub-rede do período de operação t
- $IT_{k,s,t}$ k é um intervalo de temperatura que pertence a sub-rede s do período t
- $Pa_{i,j}$ Pares de corrente (i, j) que satisfazem a condição A
- $Pb_{i,j}$ Pares de corrente (i, j) que satisfazem a condição B

$d_{t,i,j}$ t é o período dominante do par de corrente (i, j)

Os dados utilizados no modelo de transbordo linear, quantidade de calor cedido pela corrente quente i no intervalo de temperatura k e calor retirado pela corrente fria j no intervalo de temperatura k , são utilizados nesse modelo, acrescentando a quantidade de calor que a utilidade quente cede no primeiro intervalo de temperatura e que a utilidade fria retira no último intervalo. Assim, $QHa_{i,k,t}$ indica a quantidade de calor cedida pela corrente quente e pela utilidade quente e $QCa_{j,k,t}$ indica a quantidade de calor retirada pela corrente fria e pela utilidade fria.

Também é necessário calcular o limite superior ($U_{i,j,s,t}$) ao calor máximo possível que as correntes i e j podem trocar na sub-rede s do período t . Para alcançar esse valor, calcula-se o calor que a corrente quente i pode ceder na sub-rede s do período t e o calor que a corrente fria j necessita na mesma sub-rede s do mesmo período t . O mínimo entre esses valores é o máximo de calor que o par de corrente i e j pode trocar na sub-rede s do período t .

Além das variáveis binárias, as quais indicam a existência ou não de troca de calor entre duas correntes, outras variáveis devem ser declaradas:

Variáveis positivas:

$Q_{i,j,k,s,t}$	Calor trocado no par de corrente (i, j) no intervalo de temperatura k na sub-rede s do período de operação t
$R_{i,k,s,t}$	Calor residual da corrente i no intervalo k na sub-rede s do período de operação t
$u_{i,j}$	Quantidade de unidade necessária para a troca de calor entre o par de corrente (i, j)

Variável:

Z Variável a ser minimizada

A formulação matemática do modelo, o qual é um problema de otimização linear misto inteiro, possui a função objetivo de minimizar o número de unidades para N períodos de operação em K intervalos de temperaturas e as restrições que envolvem o número de unidades e o balanço de energia em cada intervalo de temperatura e em cada período de operação e as restrições lógicas.

$$\min Z = \sum_i \sum_j u_{i,j} \quad (6)$$

Sujeito a:

- Restrições para o número de unidades

$$u_{i,j} = ya_{i,j} \quad \forall (i,j) \in Pa_{i,j} \quad (7)$$

$$u_{i,j} = \sum_{s \in IS_{s,t}} yb_{i,j,s} \quad \forall (i,j) \in Pb_{i,j}; t \in d_{t,i,j} \quad (8)$$

$$u_{i,j} \geq \sum_{s \in IS_{s,t}} y_{i,j,s,t} \quad \forall t = 1, \dots, N; (i,j) \notin Pa_{i,j}, Pb_{i,j} \quad (9)$$

- Balanço de energia em cada intervalo de temperatura

$$R_{i,k,s,t} - R_{i,k-1,s,t} + \sum_{j \in Ca_{j,k,t}} Q_{i,j,k,s,t} = QHa_{i,k,t} \quad \forall i \in Ha_{i,k,t}; k \in IT_{k,s,t}; s \in IS_{s,t}; t = 1, \dots, N \quad (10)$$

$$\sum_{i \in Ha_{i,k,t}} Q_{i,j,k,s,t} = QCa_{j,k,t} \quad \forall j \in Ca_{j,k,t}; k \in IT_{k,s,t}; s \in IS_{s,t}; t = 1, \dots, N \quad (11)$$

$$R_{i,K,s,t} = 0 \quad (12)$$

- Restrições lógicas

$$\sum_{K \in IT_{k,s,t}} Q_{i,j,k,s,t} - U_{i,j,s,t} \cdot ya_{i,j} \leq 0 \quad \forall (i,j) \in Pa_{i,j}; s \in IS_{s,t}; t = 1, \dots, N \quad (13)$$

$$\sum_{K \in IT_{k,s,t}} Q_{i,j,k,s,t} - U_{i,j,s,t} \cdot yb_{i,j,s} \leq 0 \quad \forall (i,j) \in Pb_{i,j}; s \in IS_{s,t}; t \in d_{t,i,j} \quad (14)$$

$$\sum_{K \in IT_{k,s,t}} Q_{i,j,k,s,t} - U_{i,j,s,t} \cdot \sum_{tt \in d_{tt,i,j}} \sum_{s \in IS_{s,tt}} yb_{i,j,s} \leq 0 \quad \forall (i,j) \in Pb_{i,j}; s \in IS_{s,t}; t \notin d_{t,i,j} \quad (15)$$

$$\sum_{K \in IT_{k,s,t}} Q_{i,j,k,s,t} - U_{i,j,s,t} \cdot y_{i,j,s,t} \leq 0 \quad \forall (i,j) \notin Pa_{i,j}, Pb_{i,j}; s \in IS_{s,t}; t = 1, \dots, N \quad (16)$$

As restrições lógicas têm a finalidade de não permitir a transferência de calor entre a corrente quente i e a corrente fria j quando a unidade não existir, ou seja, o calor trocado no par de corrente (i, j) será zero quando a variável binária for zero. Já quando a variável binária for a unidade, a restrição é utilizada para limitar o valor total do calor trocado numa sub-rede s pelo determinado par (i, j) .

3.4 MÍNIMO CUSTO DE INVESTIMENTO

O modelo de otimização não linear multiperíodico, desenvolvido neste tópico, tem por finalidade prover automaticamente a configuração viável de uma rede com o mínimo custo de investimento, mínimo número de unidades e mínimo custo de utilidades para cada período de operação. Esse objetivo é alcançado com a utilização das informações atingidas nos outros dois modelos apresentados nos tópicos 3.2 e 3.3.

Este modelo sistemático de PNL, além da síntese automática da rede, determina o tamanho dos trocadores de calor, ou seja, as respectivas áreas das unidades. As unidades são associadas individualmente com cada troca dos pares (i, j) e com a quantidade de calor $Q_{ij_{u,t}}$ entre as mesmas encontrada no modelo multiperíodico de PLMI para configurar uma rede viável. Neste modelo multiperíodo, a associação individual não é mantida apenas quando diferentes unidades estão disponíveis para satisfazer a carga de calor prevista em uma dada troca em uma sub-rede de um período específico, como por exemplo, nos períodos não dominantes daquelas trocas que satisfazem a condição B do modelo de PLMI. Portanto, a soma da quantidade de calor em cada unidade $Q_{u_{u,t}}$, a qual é tratada como uma variável, deve ser igual a carga de calor $Q_{ij_{u,t}}$ para o par de troca em questão prevista no modelo multiperíodico de PLMI.

Para alcançar o modelo de PNL são desenvolvidas superestruturas individuais para cada corrente que são combinadas em uma superestrutura multiperíodica global, a qual considera todas as possíveis conexões entre as trocas previstas, como em série, em paralelo, com divisões das correntes. Para exemplificar, a Figura 5 mostra a superestrutura para o caso em que uma corrente quente H1 possa trocar calor com duas correntes frias C1 e C2, nas unidades U1 e U2 respectivamente, do período T1.

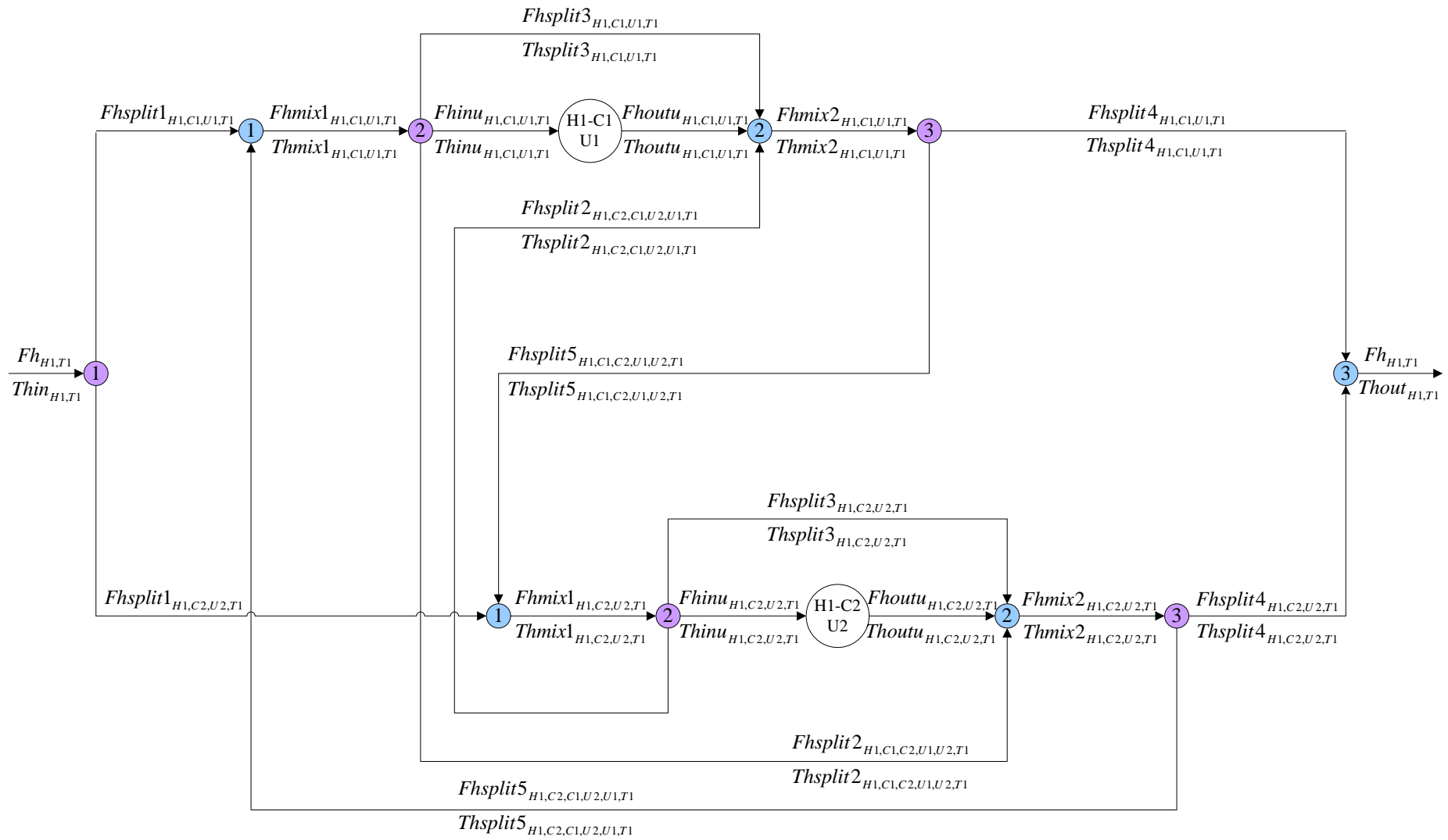


Figura 5: Superestrutura multiperiódica para corrente quente

Na Figura 5, as unidades e as correntes que trocam calor em cada unidade são informações obtidas pelo modelo de PLMI e as nomenclaturas com as iniciais Fh são as capacidades térmicas da corrente quente H1 nos ramos indicados e as nomenclaturas com iniciais Th são as temperaturas da corrente quente H1 nos ramos especificados. Essas nomenclaturas são fixas independentemente da quantidade de unidade que cada superestrutura possuirá, modificando apenas os índices de cada variável. Os círculos roxos são divisores de correntes e os círculos azuis são misturadores de correntes, os quais são enumerados para auxiliar na descrição das equações do modelo.

Como a quantidade de calor em cada unidade pode variar de um período para o outro e a área do trocador é fixa, é necessário adicionar a possibilidade de *by-pass* ao redor de cada trocador. Além disso, foi adicionado um *by-pass* que sai da entrada de um trocador (divisor 2) e entra na saída de outro trocador (misturador 2), se essa corrente trocar calor com pelo menos duas unidades. Esse ramo de *by-pass* possui as nomenclaturas $Fhsplit2$ e $Thsplit2$ e modifica a superestrutura adotada por Floudas e Grossmann (1987a).

Da mesma maneira devem-se gerar as superestruturas multiperíódicas das correntes frias e das utilidades quentes e frias. Porém, para as utilidades que trocam calor com mais de uma corrente de processo, as estruturas das mesmas devem ser geradas separadamente para cada troca. Nas superestruturas das correntes frias e utilidades frias, as variáveis recebem nomenclaturas diferenciadas: Fc para as capacidades térmicas e Tc para as temperaturas. Dessa forma, além das variáveis apresentadas na Figura 5 para cada ramo da superestrutura, precisa-se das variáveis de capacidade térmica e de temperatura para as correntes e utilidades frias: $Fcsplit1_{i,j,u,t}$, $Fcmix1_{i,j,u,t}$, $Tcmix1_{i,j,u,t}$, $Fcsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$, $Tcsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$, $Fcsplit3_{i,j,u,t}$, $Tcsplit3_{i,j,u,t}$, $Fcinu_{i,j,u,t}$, $Tcinu_{i,j,u,t}$, $Fcoutu_{i,j,u,t}$, $Tcoutu_{i,j,u,t}$, $Fcmix2_{i,j,u,t}$, $Tcmix2_{i,j,u,t}$, $Fcsplit4_{i,j,u,t}$, $Tcsplit4_{i,j,u,t}$, $Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$ e $Tcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$. Além disso, outras variáveis são necessárias para a formulação do modelo posteriormente:

Variáveis positivas:

$d1_{u,t}$	Diferença de temperatura no terminal quente da unidade u do período t ($Thinu_{i,j,u,t} - Tcoutu_{i,j,u,t}$)
$d2_{u,t}$	Diferença de temperatura no terminal frio da unidade u do período t ($Thoutu_{i,j,u,t} - Tcinu_{i,j,u,t}$)
$LMTD_{u,t}$	Média logarítmica das diferenças de temperaturas na unidade u do período t

$Area_{u,t}$	Área da unidade u do período t
$AreaM_u$	Área máxima da unidade u
$Qu_{u,t}$	Calor trocado na unidade u do período t
$CustoTotal$	Custo calculado com as áreas das unidades u de todos os períodos t
$CustoTotal1$	Custo calculado com as áreas máximas de cada unidade u entre os períodos de operação t

Variável:

$Custo$ Variável a ser minimizada

O cálculo da média logarítmica das diferenças de temperaturas pode apresentar dificuldades para ser implementado em alguns otimizadores. Portanto, duas aproximações existem na literatura para superar esse problema: aproximação de Chen (1987) e aproximação de Paterson (1984). Neste modelo, é utilizada a aproximação de Chen (1987), mostrada na Equação 17, pois, a mesma evita a indeterminação da média logarítmica quando as diferenças de temperaturas nos terminais dos trocadores são iguais e assume o valor zero quando qualquer uma das diferenças de temperatura dos terminais assume o valor zero. Além disso, a aproximação de Chen (1987) é mais simples que a aproximação de Paterson (1984) e ambas atingem resultados bem parecidos.

$$LMTD_{u,t} = \frac{d1_{u,t} - d2_{u,t}}{\ln \frac{d1_{u,t}}{d2_{u,t}}} \approx \left[\frac{d1_{u,t} \cdot d2_{u,t} \cdot (d1_{u,t} + d2_{u,t})}{2} \right]^{1/3} \quad (17)$$

Assim como nos outros modelos, neste modelo também são necessários alguns dados:

$Thin_{i,t}$	Temperatura de entrada da corrente quente i no período t
$Thout_{i,t}$	Temperatura de saída da corrente quente i no período t
$Tcin_{j,t}$	Temperatura de entrada da corrente fria j no período t
$Tcout_{j,t}$	Temperatura de saída da corrente fria j no período t
$Fh_{i,t}$	Capacidade térmica da corrente quente i no período t
$Fc_{j,t}$	Capacidade térmica da corrente fria j no período t
ΔT_{min}	Temperatura mínima de aproximação

$\Delta Hh_{i,t}$	Varição da entalpia da utilidade quente i no período t
$\Delta Hc_{j,t}$	Varição da entalpia da utilidade fria j no período t
Co_u	Coefficiente global de transferência de calor na unidade u
a, b, c	Coefficientes da equação do custo: $Custo = a + b \cdot Area^c$

A capacidade térmica das utilidades depende da variação da entalpia das mesmas e é calculada de acordo com as Equações 18 e 19, em que m e n são subíndices de i e j , respectivamente, incluindo apenas as utilidades quentes e frias. Para substância que está mudando de fase, adota-se que a diferença da temperatura de entrada e saída da mesma é 1:

$$Fh_{i,t} = \frac{\Delta Hh_{i,t}}{(Thin_{i,t} - Thout_{i,t})} \quad \forall i \in m \quad (18)$$

$$Fc_{j,t} = \frac{\Delta Hc_{j,t}}{(Tcout_{j,t} - Tcin_{j,t})} \quad \forall j \in n \quad (19)$$

O coeficiente global de transferência de calor na unidade u pode ser calculado a partir dos coeficientes individuais da corrente quente (Hh_i) e da corrente fria (Hc_j), em que $Un_{u,i,j}$ é o conjunto que indica qual par de corrente (i, j) troca calor na unidade u :

$$\frac{1}{Co_u} = \frac{1}{Hh_i} + \frac{1}{Hc_j} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (20)$$

Como no modelo de PLMI, nesse modelo de PNL também é necessário definir os índices e os conjuntos de índices. Os índices i e j representam as correntes e as utilidades, permitindo a existência de mais de um tipo de utilidade. Para as utilidades do mesmo tipo que trocam calor com mais de uma corrente, deve-se acrescentar nomenclaturas diferenciadas para gerar as superestruturas das mesmas separadamente.

Índices:

- i Corrente quente e utilidade quente
- ii Mesmas correntes de processo de i , apenas para auxiliar nas equações
- j Corrente fria e utilidade fria
- jj Mesmas correntes de processo de j , apenas para auxiliar nas equações
- t Período de operação

- u Unidades de trocadores de calor
 uu Mesmas unidades de u , apenas para auxiliar nas equações

Conjuntos de índices:

- $Pl_{i,j}$ Par de corrente (i,j) tem apenas uma unidade em cada sub-rede dos períodos
 $Pm_{i,j}$ Par de corrente (i,j) tem diferentes unidades na sub-rede de pelo menos um período
 $Un_{u,i,j}$ u é a unidade em que ocorre a troca entre o par (i,j) , também permite analisar uu que é a unidade em que ocorre a troca entre o par (ii,j) ou o par (i,jj)
 $d_{t,i,j}$ t é o período dominante do par de corrente (i,j)

Assim como no modelo de PLMI, neste modelo, as mudanças na localização e no número de pontos *Pinch* de um período de operação para o outro, em geral, dificulta derivar a configuração da rede, uma vez que o mesmo não pode ser decomposto para definir a configuração para cada sub-rede separadamente e posteriormente juntá-las. Porém é desejável utilizar as informações das sub-redes que estão presentes em cada período de operação para reduzir o número de variáveis e de restrições envolvido na formulação matemática de PNL da superestrutura multiperíódica, diminuindo as possibilidades de interconexões entre as trocas e simplificando o problema.

Para atingir este objetivo, este trabalho propõe a criação de dois conjuntos Nh e Nc que indicam a existência ou inexistência de correntes que trocam calor em unidades que estão em sub-redes sucessivas e também a criação de um parâmetro Sub que forneça a sub-rede s do período t , em que a unidade u está presente. Este parâmetro é definido, por exemplo, se a rede apresenta apenas um *Pinch*, pelo número 1, se a unidade está acima do *Pinch*, e pelo número 2, se a unidade está abaixo desse ponto de estrangulamento.

Conjuntos de índices:

- $Nh_{i,u,uu,t}$ Corrente quente i troca calor na unidade u e na unidade uu , que são unidades que estão em sub-redes sucessivas, no período t . Não se deve incluir nesse conjunto unidades que trocam calor com as utilidades

$Nc_{j,u,uu,t}$ Corrente fria j troca calor na unidade u e na unidade uu , que são unidades que estão em sub-redes sucessivas, no período t . Não se deve incluir nesse conjunto unidades que trocam calor com as utilidades

Dados:

$Sub_{u,t}$ Número que representa a sub-rede da unidade u do período t

A partir dessas informações é possível simplificar as superestruturas das correntes que trocam calor em mais de uma unidade, as quais estão localizadas em sub-redes sucessivas, zerando as vazões de algumas interconexões para alcançar a troca em série entre as sub-redes. Ressalta-se que cada unidade u está relacionada com apenas um par de corrente (i, j) e as unidades que estão na mesma sub-rede podem se interconectar de todas as maneiras:

- para as correntes quentes, deve-se zerar as capacidades térmicas $Fhsplit1_{i,j,u,t}$, $Fhsplit2_{i,j,jj,u,uu,t}$, $Fhsplit4_{i,jj,uu,t}$ e $Fhsplit5_{i,j,jj,u,uu,t}$ quando uu está na sub-rede acima da sub-rede de u ;
- para as correntes frias, deve-se zerar as capacidades térmicas $Fcsplit1_{i,j,u,t}$, $Fcsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$, $Fcsplit4_{ii,j,uu,t}$ e $Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$ quando uu está na sub-rede abaixo da sub-rede de u .

Além do objetivo de alcançar uma troca em série para sub-redes sucessivas, existem outros motivos que permitem também zerar algumas vazões:

- para a unidade que não troca calor em um determinado período t : deve-se zerar todas as vazões da superestrutura que relacionam com esta unidade, tanto da corrente quente como da corrente fria, para facilitar o desenvolvimento da rede. Ao encontrar a rede viável, deve-se acrescentar os *by-pass* nesta unidade, realizados pelas interconexões $Fhsplit3_{i,j,u,t}$ e $Fcsplit3_{i,j,u,t}$, para permitir que todo o fluxo que chega até ela seja desviado;
- para as utilidades quentes ($i \in m$), deve-se zerar as capacidades térmicas $Fhsplit2_{i,j,jj,u,uu,t}$, $Fhsplit3_{i,j,u,t}$ e $Fhsplit5_{i,j,jj,u,uu,t}$;
- para as utilidades frias ($j \in n$), deve-se zerar as capacidades térmicas $Fcsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$, $Fcsplit3_{i,j,u,t}$ e $Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$;

- para as correntes quentes que trocam calor com as utilidades frias ($j \in n$), deve-se zerar as capacidades térmicas $Fhsplit2_{i,j,jj,u,uu,t}$, $Fhsplit3_{i,j,u,t}$ e $Fhsplit5_{i,j,jj,u,uu,t}$;
- para as correntes frias que trocam calor com as utilidades quentes ($i \in m$), deve-se zerar as capacidades térmicas $Fcsplit2_{i,j,ii,u,uu,t}$, $Fcsplit3_{i,j,u,t}$ e $Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$;
- para as correntes quentes que trocam calor com pelo menos uma corrente fria j e com uma utilidade fria ($jj \in n$), deve-se zerar a capacidade térmica $Fhsplit1_{i,jj,uu,t}$;
- para as correntes frias que trocam calor com pelo menos uma corrente quente i e com uma utilidade quente ($ii \in n$), deve-se zerar a capacidade térmica $Fcsplit1_{ii,j,uu,t}$.

Também para auxiliar o desenvolvimento da rede, algumas unidades que trocam calor permitem fixar em um determinado valor algumas de suas variáveis:

- para as unidades que trocam calor entre uma utilidade quente ($i \in m$) e uma corrente fria, as capacidades térmicas $Fcinu_{i,j,u,t}$, $Fcoutu_{i,j,u,t}$, $Fcmix1_{i,j,u,t}$ e $Fcmix2_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da capacidade térmica da corrente fria j no período t ($Fc_{j,t}$);
- para as unidades que trocam calor entre uma corrente quente e uma utilidade fria ($j \in n$), as capacidades térmicas $Fhinu_{i,j,u,t}$, $Fhoutu_{i,j,u,t}$, $Fhmix1_{i,j,u,t}$ e $Fhmix2_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da capacidade térmica da corrente quente i no período t ($Fh_{i,t}$);
- para as unidades que trocam calor entre uma corrente quente e uma utilidade fria ($j \in n$), as temperaturas $Tcinu_{i,j,u,t}$ e $Tcmix1_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da temperatura de entrada da utilidade fria j no período t ($Tcin_{j,t}$) e as temperaturas $Tcoutu_{i,j,u,t}$, $Tcmix2_{i,j,u,t}$ e $Tcsplit4_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da temperatura de saída da utilidade fria j no período t ($Tcout_{j,t}$);
- para as unidades que trocam calor entre uma utilidade quente ($i \in m$) e uma corrente fria, as temperaturas $Thinu_{i,j,u,t}$ e $Thmix1_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da temperatura de entrada da utilidade quente i no período t ($Thin_{i,t}$) e as temperaturas $Thoutu_{i,j,u,t}$, $Thmix2_{i,j,u,t}$ e $Thsplit4_{i,j,u,t}$ devem possuir o valor da temperatura de saída da utilidade quente i no período t ($Thout_{i,t}$);
- para as unidades que trocam calor entre uma utilidade quente ($i \in m$) e uma corrente fria, a temperatura $Tcoutu_{i,j,u,t}$ deve possuir o valor da temperatura de saída da corrente fria j no período t ($Tcout_{j,t}$);

- para as unidades que trocam calor entre uma corrente quente e uma utilidade fria ($j \in n$), a temperatura $Thout_{i,j,u,t}$ deve possuir o valor da temperatura de saída da corrente quente i no período t ($Thout_{i,t}$).

Devido ao modelo ser formulado como um problema não linear, a ferramenta de otimização escolhida para programar os modelos apresenta um inconveniente que é a necessidade de inserir bons limites para as variáveis e boas inicializações para algumas delas. Os limites são utilizados para limitar o espaço de busca do otimizador e as inicializações para estimar um valor inicial das variáveis. Esses elementos não foram abordados por Floudas e Grossmann (1987a), porém são necessários por auxiliar o GAMS na otimização com o objetivo de alcançar uma solução viável. Alguns desses elementos serão apresentados somente no capítulo de resultados, pois dependem dos dados de cada problema.

Limites das variáveis:

- diferença de temperatura nos terminais dos trocadores:

$$d1_{u,t} \geq \Delta T_{min} \quad (21)$$

$$d2_{u,t} \geq \Delta T_{min} \quad (22)$$

- temperaturas das correntes em cada ramo da superestrutura: para reduzir o número de equações, as variáveis de temperaturas das correntes quentes são tratadas como $Th_{i,j,u,t}$ e das correntes frias $Tc_{i,j,u,t}$

$$Thout_{i,t} \leq Th_{i,j,u,t} \leq Thin_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (23)$$

$$Tcin_{j,t} \leq Tc_{i,j,u,t} \leq Tcout_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (24)$$

- capacidades térmicas das correntes em cada ramo da superestrutura: para reduzir o número de equações, as variáveis de capacidades térmicas das correntes quentes são tratadas como $Fh_{i,j,u,t}$ e das correntes frias $Fc_{i,j,u,t}$

$$Fh_{i,j,u,t} \leq Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (25)$$

$$Fc_{i,j,u,t} \leq Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (26)$$

- em alguns dos ramos da superestrutura é possível determinar o limite inferior das capacidades térmicas das correntes:

$$Fhinu_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (27)$$

$$Fhout_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (28)$$

$$Fhmix1_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (29)$$

$$Fhmix2_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (30)$$

$$Fcinu_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (31)$$

$$Fcout_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (32)$$

$$Fcmix1_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (33)$$

$$Fcmix2_{i,j,u,t} \geq 0,1 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (34)$$

Inicialização das variáveis:

- capacidades térmicas das correntes:

$$Fhinu_{i,j,u,t} = Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (35)$$

$$Fhout_{i,j,u,t} = Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (36)$$

$$Fhmix1_{i,j,u,t} = Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (37)$$

$$Fhmix2_{i,j,u,t} = Fh_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (38)$$

$$Fcinu_{i,j,u,t} = Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (39)$$

$$F_{cout_{i,j,u,t}} = F_{c_{j,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Q_{ij_{u,t}} \quad (40)$$

$$F_{cmix1_{i,j,u,t}} = F_{c_{j,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (41)$$

$$F_{cmix2_{i,j,u,t}} = F_{c_{j,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (42)$$

- temperaturas das correntes em cada ramo da superestrutura: para reduzir o número de equações, as variáveis de temperaturas das correntes quentes são tratadas como $Th_{i,j,u,t}$ e das correntes frias $Tc_{i,j,u,t}$

$$Th_{i,j,u,t} = \frac{Thin_{i,t} + Thout_{i,t}}{2} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (43)$$

$$Tc_{i,j,u,t} = \frac{Tcin_{j,t} + Tcout_{j,t}}{2} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (44)$$

Para auxiliar a ferramenta de otimização, estima-se valores iniciais para as temperaturas nos ramos da superestrutura. Estes valores são encontrados por meio do cálculo da média entre a temperatura de entrada e a temperatura de saída da corrente quente ou fria, que são dados de entrada do problema.

A formulação matemática do modelo, o qual é um problema de programação não linear, possui a função objetivo de minimizar o custo de investimento para N períodos de operação. Tem como restrições o balanço de massa e de energia em todos os misturadores e divisores de todas as correntes do processo existentes na superestrutura, a viabilidade das temperaturas e das capacidades térmicas, a aproximação mínima das temperaturas, o balanço de massa e de energia em cada unidade e o projeto dos trocadores.

$$\min \text{Custo} = \text{CustoTotal} \quad (45)$$

Sujeito a:

- Balanço de massa no divisor inicial (1) para as correntes quentes e frias:

$$Fh_{i,t} = \sum_j \sum_{u \in Un_{u,i,j}} Fhsplit1_{i,j,u,t} \quad (46)$$

$$Fc_{j,t} = \sum_i \sum_{u \in Un_{u,i,j}} Fc_{split1_{i,j,u,t}} \quad (47)$$

- Balanço de massa no divisor (2) para as correntes quentes e frias:

$$Fh_{mix1_{i,j,u,t}} = Fh_{split3_{i,j,u,t}} + Fh_{inu_{i,j,u,t}} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} Fh_{split2_{i,j,jj,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (48)$$

$$Fc_{mix1_{i,j,u,t}} = Fc_{split3_{i,j,u,t}} + Fc_{inu_{i,j,u,t}} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} Fc_{split2_{i,j,ii,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (49)$$

- Igualdade de temperatura no divisor (2) para as correntes quentes e frias:

$$Th_{mix1_{i,j,u,t}} = Th_{split3_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (50)$$

$$Th_{mix1_{i,j,u,t}} = Th_{inu_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (51)$$

$$Th_{mix1_{i,j,u,t}} = Th_{split2_{i,j,jj,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; u \neq uu \quad (52)$$

$$Tc_{mix1_{i,j,u,t}} = Tc_{split3_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (53)$$

$$Tc_{mix1_{i,j,u,t}} = Tc_{inu_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (54)$$

$$Tc_{mix1_{i,j,u,t}} = Tc_{split2_{i,j,ii,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; u \neq uu \quad (55)$$

- Balanço de massa no divisor (3) para as correntes quentes e frias:

$$Fh_{mix2_{i,j,u,t}} = Fh_{split4_{i,j,u,t}} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} Fh_{split5_{i,j,jj,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (56)$$

$$F_{cmix2_{i,j,u,t}} = F_{csplit4_{i,j,u,t}} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} F_{csplit5_{i,j,ii,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (57)$$

- Igualdade de temperatura no divisor (3) para as correntes quentes e frias:

$$Th_{mix2_{i,j,u,t}} = Th_{split4_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (58)$$

$$Th_{mix2_{i,j,u,t}} = Th_{split5_{i,j,jj,u,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; u \neq uu \quad (59)$$

$$T_{cmix2_{i,j,u,t}} = T_{csplit4_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (60)$$

$$T_{cmix2_{i,j,u,t}} = T_{csplit5_{i,j,ii,uu,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; u \neq uu \quad (61)$$

- Balanço de massa no misturador (1) para as correntes quentes e frias:

$$F_{hsplit1_{i,j,u,t}} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} F_{hsplit5_{i,j,j,uu,u,t}} = F_{hmix1_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (62)$$

$$F_{csplit1_{i,j,u,t}} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} F_{csplit5_{ii,j,i,uu,u,t}} = F_{cmix1_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (63)$$

- Balanço de energia no misturador (1) para as correntes quentes e frias:

$$\begin{aligned} F_{hsplit1_{i,j,u,t}} \cdot Th_{in_{i,t}} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} (F_{hsplit5_{i,j,j,uu,u,t}} \cdot Th_{split5_{i,j,j,uu,u,t}}) \\ = F_{hmix1_{i,j,u,t}} \cdot Th_{mix1_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} F_{csplit1_{i,j,u,t}} \cdot T_{cin_{j,t}} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} (F_{csplit5_{ii,j,i,uu,u,t}} \cdot T_{csplit5_{ii,j,i,uu,u,t}}) \\ = F_{cmix1_{i,j,u,t}} \cdot T_{cmix1_{i,j,u,t}} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \end{aligned} \quad (65)$$

- Balanço de massa no misturador (2) para as correntes quentes e frias:

$$Fhout_{i,j,u,t} + Fhsplit3_{i,j,u,t} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} Fhsplit2_{i,j,j,uu,u,t} = Fhmix2_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (66)$$

$$Fcout_{i,j,u,t} + Fcsplit3_{i,j,u,t} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} Fcsplit2_{ii,j,i,uu,u,t} = Fcmix2_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (67)$$

- Balanço de energia no misturador (2) para as correntes quentes e frias:

$$Fhout_{i,j,u,t} \cdot Thout_{i,j,u,t} + Fhsplit3_{i,j,u,t} \cdot Thsplit3_{i,j,u,t} + \sum_{jj} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} (Fhsplit2_{i,j,j,uu,u,t} \cdot Thsplit2_{i,j,j,uu,u,t}) = Fhmix2_{i,j,u,t} \cdot Thmix2_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (68)$$

$$Fcout_{i,j,u,t} \cdot Tcout_{i,j,u,t} + Fcsplit3_{i,j,u,t} \cdot Tcsplit3_{i,j,u,t} + \sum_{ii} \sum_{\substack{uu \in Un_{uu,i,j} \\ \forall uu \neq u}} (Fcsplit2_{ii,j,i,uu,u,t} \cdot Tcsplit2_{ii,j,i,uu,u,t}) = Fcmix2_{i,j,u,t} \cdot Tcmix2_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (69)$$

- Balanço de massa no misturador final (3) para as correntes quentes e frias:

$$\sum_j \sum_{u \in Un_{u,i,j}} Fhsplit4_{i,j,u,t} = Fh_{i,t} \quad (70)$$

$$\sum_i \sum_{u \in Un_{u,i,j}} Fcsplit4_{i,j,u,t} = Fc_{j,t} \quad (71)$$

- Balanço de energia no misturador final (3) para as correntes quentes e frias:

$$\sum_j \sum_{u \in Un_{u,i,j}} (Fhsplit4_{i,j,u,t} \cdot Thsplit4_{i,j,u,t}) = Fh_{i,t} \cdot Thout_{i,t} \quad (72)$$

$$\sum_i \sum_{u \in Un_{u,i,j}} (Fcsplit4_{i,j,u,t} \cdot Tcsplit4_{i,j,u,t}) = Fc_{j,t} \cdot Tcout_{j,t} \quad (73)$$

- Viabilidade das temperaturas:

$$\begin{aligned} Thoutu_{i,j,u,t} \geq Thoutu_{i,j,uu,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; i \in Nh_{i,u,uu,t}; Sub_{u,t} \\ < Sub_{uu,t} \end{aligned} \quad (74)$$

$$Tcoutu_{i,j,u,t} \geq Tcoutu_{ii,j,uu,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; uu \in Un_{uu,i,j}; j \in Nc_{j,u,uu,t}; Sub_{u,t} < Sub_{uu,t} \quad (75)$$

As correntes, que trocam calor em mais de uma unidade e estas unidades estão em sub-redes diferentes, devem apresentar uma temperatura de saída maior ou igual no trocador de calor que está na sub-rede superior.

- Viabilidade das capacidades térmicas:

$$\sum_{uu \in Un_{uu,i,j}} \sum_{u \in Un_{u,i,j}} \sum_{jj \notin n} \sum_j Fhsplit5_{i,j,jj,u,uu,t} \leq \sum_{uu \in Un_{uu,i,j}} \sum_{jj \notin n} Fhmix1_{i,jj,uu,t} \quad \forall i \notin m \quad (76)$$

$\forall Sub_{uu,t}=2 \quad \forall Sub_{u,t}=1$

$$\sum_{uu \in Un_{uu,i,j}} \sum_{u \in Un_{u,i,j}} \sum_{ii \notin m} \sum_i Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t} \leq \sum_{uu \in Un_{uu,i,j}} \sum_{ii \notin m} Fcmix1_{ii,j,uu,t} \quad \forall j \notin n \quad (77)$$

$\forall Sub_{uu,t}=1 \quad \forall Sub_{u,t}=2$

Essas duas restrições (76 e 77) são específicas para os problemas que apresentam apenas um ponto *Pinch* e apresentam o objetivo de deixar em série todas as unidades que estão em sub-redes sucessivas. Para os problemas que apresentam mais de um ponto de estrangulamento, deve-se acrescentar mais restrições manualmente.

Para a corrente quente sem incluir a utilidade quente, a soma de suas capacidades térmicas que vão do divisor 3 das unidades que estão acima do *Pinch* até o misturador 1 das unidades que estão abaixo do *Pinch*, sem incluir as unidades em que a corrente quente troca calor com uma utilidade, deve ser menor ou igual a soma de suas capacidades térmicas que vão do misturador 1 até o divisor 2 das unidades que estão abaixo do *Pinch*, sem incluir as unidades em que a corrente quente troca calor com uma utilidade. Para a corrente fria sem incluir a utilidade fria, a soma de suas capacidades térmicas que vão do divisor 3 das unidades

que estão abaixo do *Pinch* até o misturador 1 das unidades que estão acima do *Pinch*, sem incluir as unidades em que a corrente fria troca calor com uma utilidade, deve ser menor ou igual a soma de suas capacidades térmicas que vão do misturador 1 até o divisor 2 das unidades que estão acima do *Pinch*, sem incluir as unidades em que a corrente fria troca calor com uma utilidade.

- Aproximação mínima das temperaturas:

$$d1_{u,t} \geq \Delta T_{min} \quad (78)$$

$$d2_{u,t} \geq \Delta T_{min} \quad (79)$$

- Balanço de massa e de energia em cada unidade:

$$Fhinu_{i,j,u,t} = Fhoutu_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (80)$$

$$Fcinu_{i,j,u,t} = Fcoutu_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (81)$$

$$Qu_{u,t} = Fhinu_{i,j,u,t} \cdot (Thinu_{i,j,u,t} - Thoutu_{i,j,u,t}) \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (82)$$

$$Qu_{u,t} = Fcinu_{i,j,u,t} \cdot (Tcoutu_{i,j,u,t} - Tcinu_{i,j,u,t}) \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (83)$$

Onde,

$$Qu_{u,t} = Qij_{u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j} \quad (84)$$

$$Qu_{u,t} = Qij_{u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pm_{i,j}; t \in d_{t,i,j} \quad (85)$$

$$\sum_{u \in Un_{u,i,j}} Qu_{u,t} = Qij_{u,t} \quad \forall (i,j) \in Pm_{i,j}; t \notin d_{t,i,j} \quad (86)$$

- Projeto dos trocadores de calor:

$$d1_{u,t} = Thinu_{i,j,u,t} - Tcoutu_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (87)$$

$$d2_{u,t} = Thoutu_{i,j,u,t} - Tcinu_{i,j,u,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (88)$$

$$Qu_{u,t} = Co_u \cdot Area_{u,t} \cdot LMTD_{u,t} \quad (89)$$

$$CustoTotal = \sum_u \sum_t (a + b \cdot Area_{u,t}^c) \quad (90)$$

Para encontrar o custo de investimento real, deve-se utilizar a maior área necessária para a unidade u entre todas as áreas encontradas para u nos períodos t ($AreaM_u$):

$$CustoTotal1 = \sum_u (a + b \cdot AreaM_u^c) \quad (91)$$

Segundo Floudas, Ciric e Grossmann (1986), o aumento de correntes recicláveis ($Fhsplit5_{i,j,jj,u,uu,t}$ e $Fcsplit5_{i,j,ii,u,uu,t}$) implica no decréscimo da média logarítmica das diferenças de temperaturas, resultando no aumento da área dos trocadores e, conseqüentemente, no aumento do custo de investimento da rede. Com base nesta afirmação, este modelo busca otimizar a área de todas as unidades em todos os períodos de operação, visando diminuir o número de correntes recicláveis em todos os períodos e não apenas diminuir esse número no período em que a unidade possui área máxima e nos demais períodos permitir a existência de muitas correntes recicláveis em torno dessa mesma unidade. Com o modelo também é possível obter automaticamente a configuração da rede, a qual é definida simplesmente pelas capacidades térmicas não negativas que indicam as interconexões das correntes requeridas para as unidades de troca térmica.

4 ESTUDOS DE CASO

Neste capítulo são apresentados dois exemplos retirados da literatura com o objetivo de avaliar os modelos desenvolvidos, comparando os resultados obtidos com os reportados na literatura. Os exemplos foram resolvidos na ferramenta de otimização GAMS, com a versão 22.6 em um processador Intel Core 5, 2.60 GHz.

4.1 EXEMPLO 1

Este exemplo foi proposto por Floudas e Grossmann (1987a) e tem por finalidade utilizar o método sequencial para obter a síntese de uma RTC flexível, em que é necessário operar em três períodos. Trata-se de um problema com seis correntes quentes, uma corrente fria, uma utilidade quente (combustível - *CM*) e uma utilidade fria (água de resfriamento - *W*). Os valores das capacidades térmicas e das temperaturas de entrada das correntes de processo sofrem alterações de um período para o outro, os quais são apresentados na Tabela 1. A temperatura de entrada e saída do combustível é 700 *K* e 680 *K* respectivamente e da água de resfriamento 300 *K* e 330 *K*.

Tabela 1: Dados para o Exemplo 1

Corrente	Período 1			Período 2			Período 3		
	<i>T_{in}</i> (<i>K</i>)	<i>T_{out}</i> (<i>K</i>)	<i>F</i> (<i>kW/K</i>)	<i>T_{in}</i> (<i>K</i>)	<i>T_{out}</i> (<i>K</i>)	<i>F</i> (<i>kW/K</i>)	<i>T_{in}</i> (<i>K</i>)	<i>T_{out}</i> (<i>K</i>)	<i>F</i> (<i>kW/K</i>)
H1	640	460	9,9	620	460	9,9	620	460	8,1
H2	560	480	7,15	540	480	7,15	540	480	5,85
H3	540	480	3,3	520	480	3,3	520	480	2,7
H4	480	400	39,6	460	400	39,6	460	400	32,4
H5	460	310	7,7	440	310	7,7	440	310	6,3
H6	420	350	79,2	400	350	79,2	400	350	64,8
C1	300	650	29,7	300	650	29,7	300	650	24,3

Fonte: Floudas e Grossmann (1987a, p. 139)

O valor de 10 *K* proposto por Floudas e Grossmann (1987a) para a temperatura mínima de aproximação foi também adotado neste exemplo. Com isso, o modelo de transbordo de PL foi resolvido para cada período de operação por meio do solver CPLEX, o qual utiliza o algoritmo simplex (GAMS, 2008), em um tempo de processamento menor que 1

segundo. Os mesmos valores obtidos por Floudas e Grossmann (1987a) para a quantidade de utilidade quente e fria e para o ponto *Pinch* foram alcançados com o modelo de PL deste trabalho. Floudas e Grossmann (1987a) resolveram o modelo de PL utilizando o LINDO (*Linear Interactive Discrete Optimizer*) que usa o algoritmo simplex (LINDO, 2003). Os resultados são apresentados na Tabela 2, em que se pode observar a mudança da quantidade de utilidades necessárias de um período para o outro e também a diferença de temperatura do ponto *Pinch* do período 1 para os períodos 2 e 3.

Tabela 2: Utilidade mínima necessária para o Exemplo 1

	QS_m (kW)	QW_n (kW)	Ponto <i>Pinch</i> (K)
Período 1	2992	5016	480 – 470
Período 2	3795	2882	460 – 450
Período 3	3105	2358	460 – 450

Com os dados obtidos no modelo de PL e as informações das sub-redes apresentadas na Figura 6, baseada em Floudas e Grossmann (1986), pode-se identificar os pares de corrente que satisfazem as condições A e B. Os pares $H1 - W$, $H2 - C1$, $H3 - C1$, $H4 - C1$, $H4 - W$, $H5 - C1$, $H5 - W$, $H6 - C1$, $H6 - W$ e $CM - C1$ satisfazem a condição A, pois podem trocar calor em apenas uma sub-rede em cada período de operação. O par $H1 - C1$ satisfaz a condição B, porque é possível trocar calor nas duas sub-redes do período 1 e apenas em uma sub-rede do período 2 e do período 3. Devido a todos os pares possíveis entre as correntes atenderem uma das duas condições, o modelo de PLMI pode ser formulado utilizando apenas as variáveis binárias $ya_{i,j}$ e $yb_{i,j,s}$, sem usar a variável binária $y_{i,j,s,t}$.

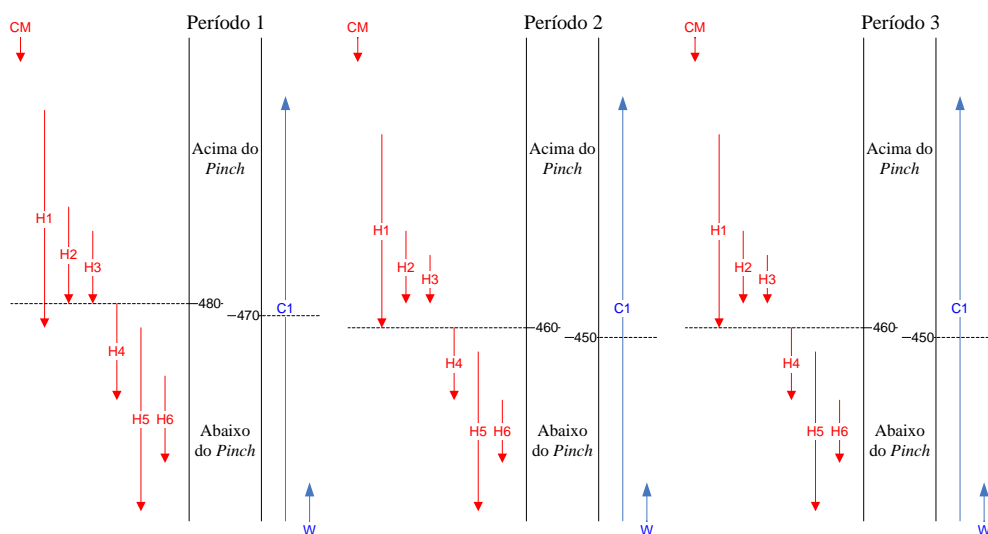


Figura 6: Correntes e sub-redes para o Exemplo 1

O modelo de PLMI para minimizar o número de unidades foi resolvido com o solver CPLEX, o qual utiliza o método de *Branch and Bound* para dividir o problema em subproblemas lineares e esses são resolvidos pelo algoritmo simplex (GAMS, 2008), com um tempo de processamento menor que 1 segundo. Este modelo é formulado com um total de 12 variáveis binárias, 4 blocos de variáveis contínuas e 16 blocos de equações citados no item 3.3 do capítulo do modelo e prevê nove unidades para a configuração da RTC. Os pares de correntes em cada trocador de calor e a quantidade de calor trocada em cada unidade e em cada período de operação são apresentados na Tabela 3. Floudas e Grossmann (1987a) também alcançaram nove unidades, utilizando o LINDO (*Linear Interactive Discrete Optimizer*) que também utiliza o método de *Branch and Bound* e o algoritmo simplex (LINDO, 2003), porém com mudanças nos pares de correntes e na quantidade de calor em cada unidade como mostra a Tabela 4.

Tabela 3: Trocas e quantidades de calor (kW) em cada período para o Exemplo 1

Unidade	Troca	Período 1	Período 2	Período 3
1	CM-C1	2992	3795	3105
2	H1-C1	1584	1584	1296
3	H2-C1	572	429	351
4	H3-C1	198	132	108
5	H1-C1	198	0	0 *
6	H4-C1	3168	2376	1944
7	H5-W	1155	1001	819
8	H6-C1	1683	2079	1701
9	H6-W	3861	1881	1539

* Linha que indica a divisão entre sub-redes

Tabela 4: Trocas e quantidades de calor (kW)

Unidade	Troca	Período 1	Período 2	Período 3
1	CM-C1	2992	3795	3105
2	H1-C1	1584	1584	1296
3	H2-C1	572	429	351
4	H3-C1	198	132	108 *
5	H1-W	198	0	0
6	H4-C1	3168	2377	1944
7	H5-W	1155	1001	819
8	H6-C1	1881	2078	1701
9	H6-W	3663	1881	1539

* Linha que indica a divisão entre sub-redes

Fonte: Floudas e Grossmann (1987a, p. 139)

A solução encontrada neste trabalho é validada por Ravagnani e Caballero Suárez (2012), pois estes autores afirmaram que podem existir soluções com diferentes configurações que alcançam os mínimos custos de utilidades e o número mínimo de trocadores de calor. Com as informações encontradas no modelo PLMI, é possível identificar que as unidades $U1$, $U2$, $U3$ e $U4$ estão acima do ponto *Pinch* para todos os períodos, portanto o parâmetro $Sub_{u,t}$ recebe o valor 1 para essas unidades em todos os períodos. As unidades $U6$, $U7$, $U8$ e $U9$ estão abaixo do *Pinch* para todos os períodos, assim $Sub_{u,t}$ recebe o valor 2 para essas unidades em todos os períodos. E para a unidade $U5$, o parâmetro $Sub_{u,t}$ recebe o valor 1 para o período 1, pois ela está acima do ponto de estrangulamento e o valor 2 para os períodos 2 e 3, pois a unidade está abaixo do mesmo.

Para desenvolver o modelo de PNL é necessário desenvolver uma superestrutura multiperiódica para cada corrente do processo e para cada utilidade. As estruturas das utilidades devem ser geradas separadamente para cada troca, portanto, é necessário renomear a utilidade fria para $W1$ e $W2$, pois a mesma é usada tanto na unidade 7 quanto na unidade 9. Também é necessário dividir os pares de correntes em dois conjuntos: Pl , o par tem apenas uma unidade em cada sub-rede dos períodos e Pm , o par tem diferentes unidades na sub-rede de pelo menos um período. O conjunto Pl é formado pelos pares $H2 - C1$, $H3 - C1$, $H4 - C1$, $H5 - W1$, $H6 - C1$, $H6 - W2$ e $CM - C1$ enquanto o conjunto Pm é formado pelo par $H1 - C1$, em que o período 1 é conhecido por dominante para esse par, pois as duas unidades que trocam calor entre essas correntes pertencem a sub-redes diferentes.

Além disso, com as informações obtidas pelos modelos anteriores, é possível gerar os conjuntos Nh e Nc para auxiliar na simplificação das superestruturas. O quarteto $H1 - U2 - U5 - T1$ faz parte do conjunto Nh , pois, no período 1, a corrente quente $H1$ troca calor tanto na unidade $U2$ quanto na unidade $U5$ e essas unidades estão em sub-redes sucessivas. Portanto, a corrente quente $H1$ deve ser conectada em série da unidade $U2$ para unidade $U5$ no período 1. Nos demais períodos a superestrutura dessa corrente terá todas as alternativas possíveis entre essas duas unidades. O conjunto Nc é composto por 21 quartetos: $C1 - U2 - U5 - T1$, $C1 - U2 - U6 - T1$, $C1 - U2 - U6 - T2$, $C1 - U2 - U6 - T3$, $C1 - U2 - U8 - T1$, $C1 - U2 - U8 - T2$, $C1 - U2 - U8 - T3$, $C1 - U3 - U5 - T1$, $C1 - U3 - U6 - T1$, $C1 - U3 - U6 - T2$, $C1 - U3 - U6 - T3$, $C1 - U3 - U8 - T1$, $C1 - U3 - U8 - T2$, $C1 - U3 - U8 - T3$, $C1 - U4 - U5 - T1$, $C1 - U4 - U6 - T1$, $C1 - U4 - U6 - T2$, $C1 - U4 - U6 - T3$, $C1 - U4 - U8 - T1$, $C1 - U4 - U8 - T2$, $C1 - U4 - U8 - T3$.

Para atingir uma rede viável neste exemplo, alguns limites de variáveis e suas inicializações, apresentados no capítulo do modelo teórico para minimizar o custo de investimento, precisam ser alterados. Além desses elementos, é necessário acrescentar outros limites de variáveis para alcançar uma rede flexível viável. Esses valores foram baseados nos resultados apresentados por Floudas e Grossmann (1987a):

Limites das variáveis:

- área das unidades:

$$Area_{u,t} \leq 1000 \quad (92)$$

$$5 \leq AreaM_u \leq 1000 \quad (93)$$

- temperatura das correntes quentes nas saídas das unidades

$$(Thout_{i,t} - 0,1 \cdot Thout_{i,t}) \leq Thout_{u,i,j,u,t} \leq Thin_{i,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (94)$$

- capacidades térmicas das correntes frias em alguns dos ramos da superestrutura:

$$Fcinu_{i,j,u,t} \geq 0,05 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (95)$$

$$Fcout_{i,j,u,t} \geq 0,05 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; \exists Qij_{u,t} \quad (96)$$

$$Fcmix1_{i,j,u,t} \geq 0,05 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (97)$$

$$Fcmix2_{i,j,u,t} \geq 0,05 \cdot Fc_{j,t} \quad \forall u \in Un_{u,i,j}; (i,j) \in Pl_{i,j}; i \notin m; j \notin n \quad (98)$$

Inicialização das variáveis:

- temperaturas das correntes quentes em cada ramo da superestrutura: para reduzir o número de equações, as variáveis de temperaturas das correntes quentes são tratadas como $Th_{i,j,u,t}$

$$Th_{i,j,u,t} = \frac{Thin_{i,t} + Thout_{i,t}}{3} \quad \forall u \in Un_{u,i,j} \quad (99)$$

O mesmo valor da temperatura de aproximação mínima especificada para os modelos anteriores é utilizado no modelo de PNL (10 K). Os coeficientes globais de transferência de calor e os dados de custo foram baseados em Floudas e Grossmann (1987a). Os coeficientes são apresentados na Tabela 5, a qual possui também a área das unidades encontradas com o desenvolvimento desse modelo.

Tabela 5: Coeficiente de transferência de calor e área das unidades para o Exemplo 1

Unidade	Troca	Co_u (kW/(m ² .K))	AreaM (m ²)
1	CM-C1	---	---
2	H1-C1	0,6	95,936
3	H2-C1	0,4	72,882
4	H3-C1	0,3	35,596
5	H1-C1	0,6	8,498
6	H4-C1	0,4	350,317
7	H5-CW	0,3	85,595
8	H6-C1	0,3	142,6
9	H6-CW	0,4	163,942

Já os dados de custo são:

- custo (\$) relacionado com a área das unidades: $Custo = 4333 \cdot Area^{0,6}$, a unidade de $Area$ deve ser (m²);
- custo (\$) com o forno: $Custo = 1,5246 \cdot Qs^{0,7}$, Qs deve ser o maior valor entre os períodos com a unidade em Watt (W);
- custo (\$/h) com combustível: $Custo = 204,732 \times 10^{-4} \cdot Qs$, a unidade de Qs deve ser (kW) e o custo total é a soma dos gastos em cada período;
- custo (\$/h) com água de resfriamento: $Custo = 60,576 \times 10^{-4} \cdot Qw$, a unidade de Qw deve ser (kW) e o custo total é a soma dos gastos em cada período.

O modelo de PNL é resolvido por meio do *solver* CONOPT3, o qual utiliza o método do gradiente reduzido (GAMS, 2008), com um tempo de processamento menor que 1 segundo. Quando o otimizador GAMS é utilizado e existem no modelo funções próprias que não podem ser diferenciáveis, representadas por comando como MAX, MIN, ABS, etc. utiliza-se uma técnica para que o otimizador entenda, ao chamar o solver, que é usar PNL, que quer dizer um modelo de programação não linear que possui funções não diferenciáveis. Porém este comando é restrito apenas a linguagem de programação e não tem a ver com o modelo matemático.

Este problema de otimização não linear envolve 62 blocos de equações e 43 blocos de variáveis citados no item 3.4 do capítulo do modelo. A solução deste modelo proporciona, além das áreas das unidades apresentadas na Tabela 5, a configuração da rede mostrada na Figura 7, em que apresenta as temperaturas e as capacidades térmicas dos três períodos em cada ramo da rede. Nota-se que existem duas divisões da corrente $C1$. A primeira divisão ocorre em duas correntes que são direcionadas para as entradas dos trocadores $H1 - C1$ (unidade 5) e $H4 - C1$ (unidade 6). A segunda ocorre em três correntes para os trocadores $H1 - C1$ (unidade 2), $H2 - C1$ (unidade 3) e $H3 - C1$ (unidade 4). Também observa-se que existe um *by-pass* da corrente $H1$ na unidade 5, pois a mesma não troca calor nos períodos 2 e 3.

A configuração da rede proposta pelo modelo desenvolvido neste trabalho é viável nos três períodos de operação. Apresenta os mesmos custos com utilidades da rede de Floudas e Grossmann (1987a): $\$91,64 \text{ h}^{-1}$ para o período 1, $\$95,15 \text{ h}^{-1}$ para o período 2 e $\$77,85 \text{ h}^{-1}$ para o período 3. Entretanto, exibe um custo de investimento menor que o proposto por Floudas e Grossmann (1987a) conforme indicado na Tabela 6. Este custo é obtido somando os custos das áreas de troca térmica e do forno. Floudas e Grossmann (1987a) resolveram o modelo de custo de investimento utilizando o MINOS/AUGMENTED, o qual usa o método de Lagrange para resolver um PNL.

Tabela 6: Comparação dos custos (\$) para o Exemplo 1

	Custo com as áreas de troca térmica	Custo com o forno	Custo de investimento
Floudas e Grossmann (1987a)	571.368,36	61.461,64	632.830,00
Método sequencial deste trabalho	561.994,05	61.461,64	623.455,69

Analisando a rede proposta por Floudas e Grossmann (1987a) mostrada na Figura 8, em que apresenta as temperaturas e as capacidades térmicas dos três períodos em cada ramo da rede, é possível observar que, apesar da rede apresentar apenas uma divisão da corrente $C1$ em três correntes, possui mais 5 *by-pass*: 2 *by-pass* na corrente $C1$, 1 na corrente $H4$, 1 na corrente $H2$ e 1 na corrente $H3$. Com isso, a configuração da rede proposta com o modelo deste trabalho apresenta 3 divisões a menos que a rede de Floudas e Grossmann (1987a), diminuindo ainda mais os gastos na implantação da rede, pois reduz a quantidade necessária de cotovelos, junções e tubulações.

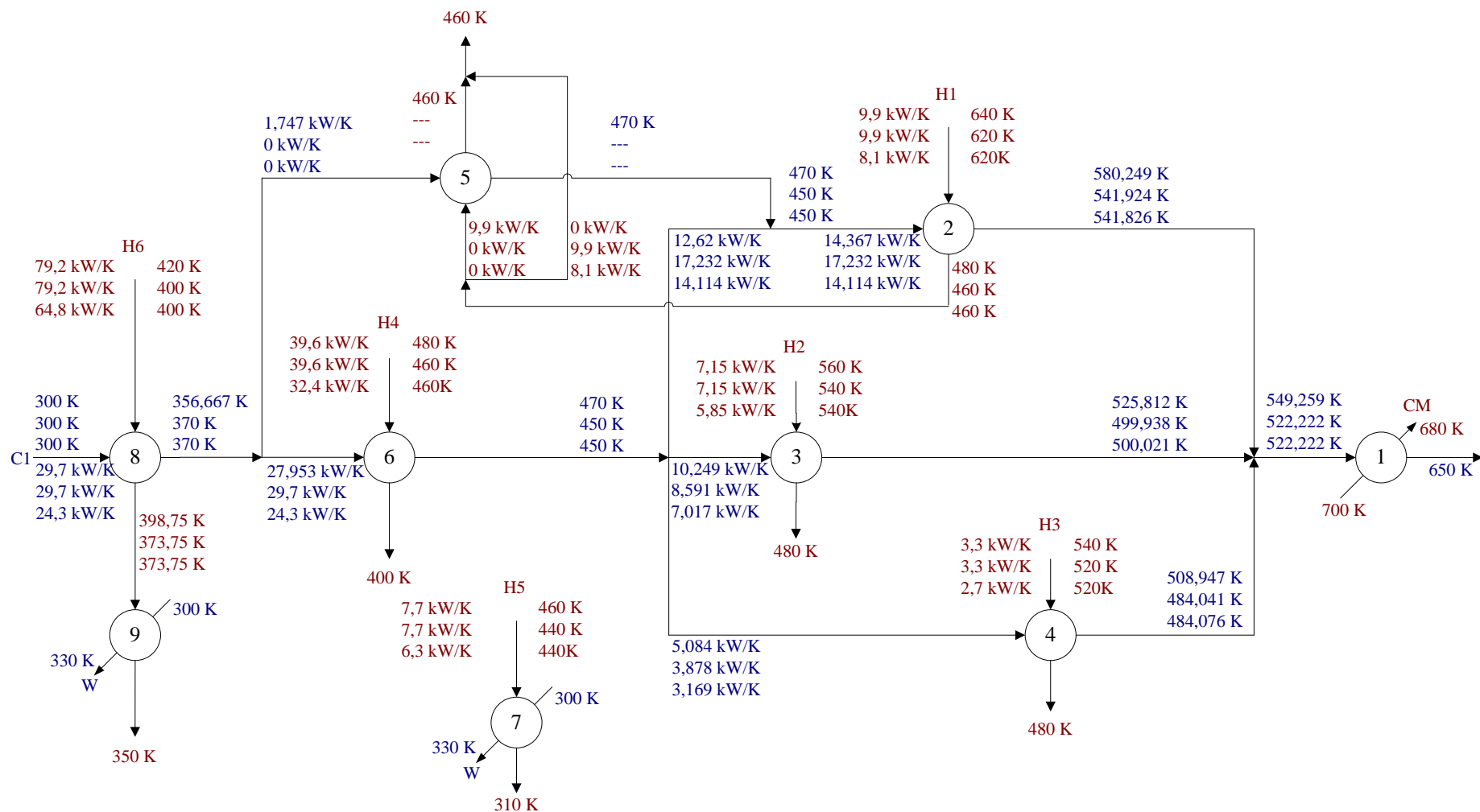


Figura 7: Configuração da rede do Exemplo 1 desenvolvido pelo método sequencial

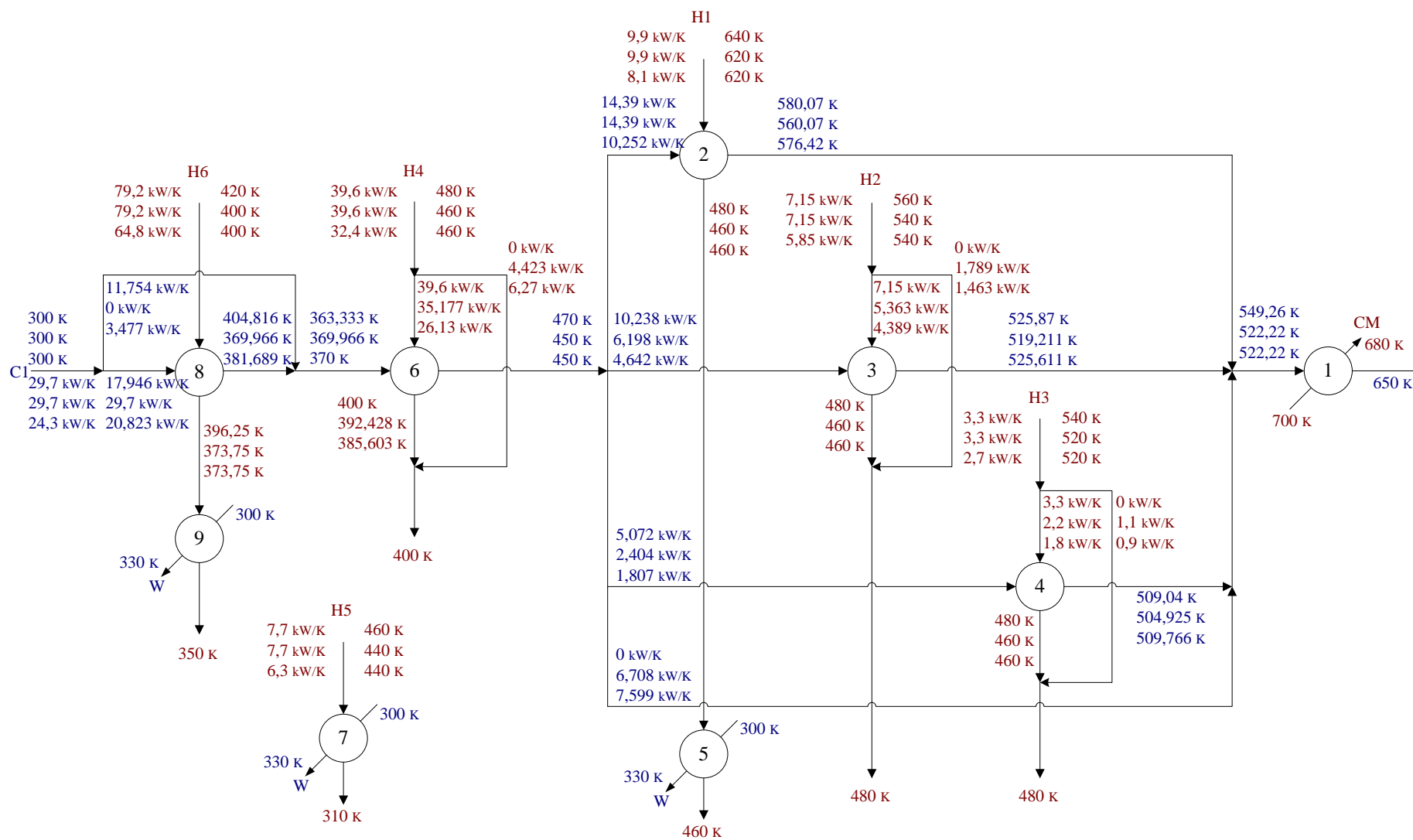


Figura 8: Configuração da rede do Exemplo 1
 Fonte: Floudas e Grossmann (1987a, p. 141)

Com a redução do custo de investimento e o menor número de divisões alcançados neste trabalho devido à melhoria realizada na superestrutura e no algoritmo do modelo de PNL, conclui-se que o resultado atingido por Floudas e Grossmann (1987a) para este exemplo é um ótimo local. Além disso, não é possível concluir se o resultado alcançado pelo presente trabalho é um ótimo global ou um ótimo local, pois o *solver* adotado não é um otimizador global.

4.2 EXEMPLO 2

O exemplo apresentado neste tópico foi retirado de Floudas e Grossmann (1987a) e tem por objetivo utilizar o método sequencial para obter a síntese de uma RTC flexível e comparar os resultados obtidos com aqueles de Floudas e Grossmann (1987a). Este problema é composto por duas correntes quentes, duas correntes frias, uma utilidade quente (vapor - S) e uma utilidade fria (água de resfriamento - W), operando em três períodos de operação. Os valores das capacidades térmicas e das temperaturas de entrada e de saída sofrem alterações de um período para o outro e são mostrados na Tabela 7. A temperatura de entrada e de saída do vapor é $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ e da água de resfriamento é $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, respectivamente.

Tabela 7: Dados para o Exemplo 2

Corrente	Período 1			Período 2			Período 3		
	T_{in} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{out} ($^{\circ}\text{C}$)	F ($\text{kW}/^{\circ}\text{C}$)	T_{in} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{out} ($^{\circ}\text{C}$)	F ($\text{kW}/^{\circ}\text{C}$)	T_{in} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{out} ($^{\circ}\text{C}$)	F ($\text{kW}/^{\circ}\text{C}$)
H1	249	100	10,55	229	120	7,032	249	100	10,55
H2	259	128	12,66	239	148	8,44	259	128	12,66
C1	96	170	9,144	96	170	9,144	116	150	6,096
C2	106	270	15	106	270	15	126	250	10

Fonte: Floudas e Grossmann (1987a, p. 133)

Para auxiliar nos cálculos adota-se que a temperatura de saída do vapor é $299\text{ }^{\circ}\text{C}$. Também se utiliza o valor de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ para a temperatura mínima de aproximação, como proposto por Floudas e Grossmann (1987a). Com essas informações, o modelo de transbordo de PL foi resolvido para cada período de operação por meio do solver CPLEX em um tempo de processamento menor que 1 segundo. Foram atingidos os mesmos valores para a quantidade de utilidade quente e fria e para o ponto *Pinch*, sendo os resultados apresentados na Tabela 8. Pode-se observar que a quantidade de utilidades necessárias de um período para

o outro altera-se significativamente, bem como que a temperatura do ponto *Pinch* do período 1 é diferente do período 3 e que o período 2 não possui sub-redes.

Tabela 8: Utilidade mínima necessária para o Exemplo 2

	QS_m (kW)	QW_n (kW)	Ponto <i>Pinch</i> (°C)
Período 1	338,4	432,154	249 – 239
Período 2	1602,128	0	-----
Período 3	10	1793,146	259 – 249

Com os dados obtidos no modelo de PL, pode-se identificar que os pares de corrente $H1 - C1$, $H1 - C2$, $H1 - W$, $H2 - C1$, $H2 - W$, $S - C1$ e $S - C2$ satisfazem a condição A, necessitando de 7 variáveis binárias $ya_{i,j}$, e que o par $H2 - C2$ satisfaz a condição B, necessitando de duas variáveis binárias $yb_{i,j,s}$: uma na sub-rede 1 e outra na sub-rede 2. Assim, o modelo de PLMI é formulado utilizando apenas as variáveis binárias $ya_{i,j}$ e $yb_{i,j,s}$, sem usar a variável binária $y_{i,j,s,t}$, pois todos os pares possíveis entre as correntes atendem uma das duas condições. Esse modelo foi formulado com um total de 9 variáveis binárias, 4 blocos de variáveis contínuas e 16 blocos de equações citados no item 3.3 do capítulo do modelo e foi resolvido com o solver CPLEX, com um tempo de processamento menor que 1 segundo.

Foram previstas sete unidades para a configuração da RTC, as mesmas previstas por Floudas e Grossmann (1987a), porém com mudança na quantidade de calor trocada em cada uma delas. Os pares de correntes em cada trocador de calor e a quantidade de calor trocada em cada unidade e em cada período de operação são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Trocas e quantidades de calor (kW) em cada período para o Exemplo 2

Unidade	Troca	Período 1	Período 2	Período 3
1	S-C2	338,4	1602,128	10 *
2	H2-C2	126,6	0	0
3	H1-C1	676,656	676,656	207,264
4	H1-C2	817,934	89,832	1045,846
5	H2-C2	1177,066	768,04	184,154
6	H1-W	77,36	0	318,84
7	H2-W	354,794	0	1474,306

* Linha que indica a divisão entre sub-redes

Com as informações encontradas no modelo PLMI, é possível identificar que o parâmetro $Sub_{u,t}$ recebe: o valor 1 em todas as unidades do período 2, pois o mesmo não

possui sub-rede; o valor 1 nos períodos 1 e 3 para a unidade $U1$; o valor 2 nos períodos 1 e 3 para as unidades $U3, U4, U5, U6$ e $U7$; e para a unidade $U2$, o valor é 1 para o período 1 e o valor é 2 para o período 3. Também se observa que a utilidade fria necessita ser renomeada para $W1$ e $W2$, pois a mesma é usada tanto na unidade 6 quanto na unidade 7.

Os pares de correntes são divididos em dois conjuntos: Pl é formado pelos pares $H1 - C1, H1 - C2, H1 - W1, H2 - W2$ e $S - C2$; e Pm é formado pelo par $H2 - C2$ em que o período 1 é o período dominante. Além disso, é possível gerar os conjuntos Nh e Nc para auxiliar na simplificação das superestruturas. O conjunto Nh é composto pelo quarteto $H2 - U2 - U5 - T1$ e o conjunto Nc é composto pelos quartetos: $C2 - U2 - U4 - T1$ e $C2 - U2 - U5 - T1$.

Para atingir uma rede viável neste exemplo, é necessário acrescentar, além dos limites e inicialização das variáveis apresentados no capítulo do modelo teórico para minimizar o custo de investimento, o limite da área das unidades, o qual foi baseado na solução apresentada por Floudas e Grossmann (1987a) para o mesmo exemplo:

$$Area_{u,t} \leq 1000 \quad (100)$$

$$10 \leq AreaM_u \leq 1000 \quad (101)$$

Para esse modelo de PNL, o valor da temperatura mínima de aproximação é modificado para $0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$. Tanto esse dado, quanto os coeficientes globais de transferência de calor e os dados de custo foram baseados em Floudas e Grossmann (1987a). Os coeficientes são apresentados na Tabela 10, a qual possui também a área das unidades encontradas com o desenvolvimento desse modelo.

Tabela 10: Coeficiente de transferência de calor e área das unidades para o Exemplo 2

Unidade	Troca	$Co_u \text{ (kW/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C))}$	$AreaM \text{ (m}^2\text{)}$
1	S-C2	0,8	28,756
2	H2-C2	1	11,765
3	H1-C1	1	28,155
4	H1-C2	1	84,995
5	H2-C2	1	57,992
6	H1-W	0,4	10,629
7	H2-W	0,3	34,923

Os dados de custo são:

- custo (\$) relacionado com a área das unidades: $Custo = 4333 \cdot Area^{0,6}$, a unidade de $Area$ deve ser (m^2);
- custo (\$/h) com vapor: $Custo = 171,428 \times 10^{-4} \cdot Q_s$, a unidade de Q_s deve ser (kW) e o custo total é a soma dos gastos em cada período;
- custo (\$/h) com água de resfriamento: $Custo = 60,576 \times 10^{-4} \cdot Q_w$, a unidade de Q_w deve ser (kW) e o custo total é a soma dos gastos em cada período.

O modelo de PNL envolve 62 blocos de equações e 43 blocos de variáveis citados no item 3.4 do capítulo do modelo e é resolvido por meio do solver CONOPT3, com um tempo de processamento menor que 1 segundo. Assim como no Exemplo 1, neste exemplo também é necessário indicar ao otimizador GAMS que existem funções não diferenciáveis, por meio da utilização da PNLD.

A solução do modelo de PNL proporciona as áreas das unidades apresentadas na Tabela 10 e a configuração da rede, viável nos três períodos de operação, mostrada na Figura 9. Nota-se que existe uma divisão da corrente $C2$ em duas correntes que são direcionadas para as entradas dos trocadores $H1 - C2$ (unidade 4) e $H2 - C2$ (unidade 5). Também existe uma divisão da corrente $H1$ em duas correntes para os trocadores $H1 - C2$ (unidade 4) e $H1 - C1$ (unidade 3). Além disso, é observado que os dois resfriadores (unidades 6 e 7) não são utilizados no período 2 e que existe *by-pass* na corrente $C2$, na corrente $H1$ e na corrente $H2$, envolvendo a unidade 2, pois a mesma não troca calor nos períodos 2 e 3.

A rede proposta pelo modelo desenvolvido neste trabalho apresenta os mesmos custos de utilidades atingidos por Floudas e Grossmann (1987a), porém com custo de investimento menor, conforme mostra a Tabela 11. Além disso, a rede deste trabalho proporcionar menos *by-pass* do que a rede proposta por Floudas e Grossmann (1987a), apresentada na Figura 10, o que diminui ainda mais os gastos na implantação da rede.

Tabela 11: Comparação dos custos (\$) para o Exemplo 2

	Custo com utilidades			Custo de investimento
	Período 1	Período 2	Período 3	
Floudas e Grossmann (1987a)	8,418 / h	27,465 / h	11,033 / h	269.380,00
Método sequencial deste trabalho	8,418 / h	27,465 / h	11,033 / h	249.866,75

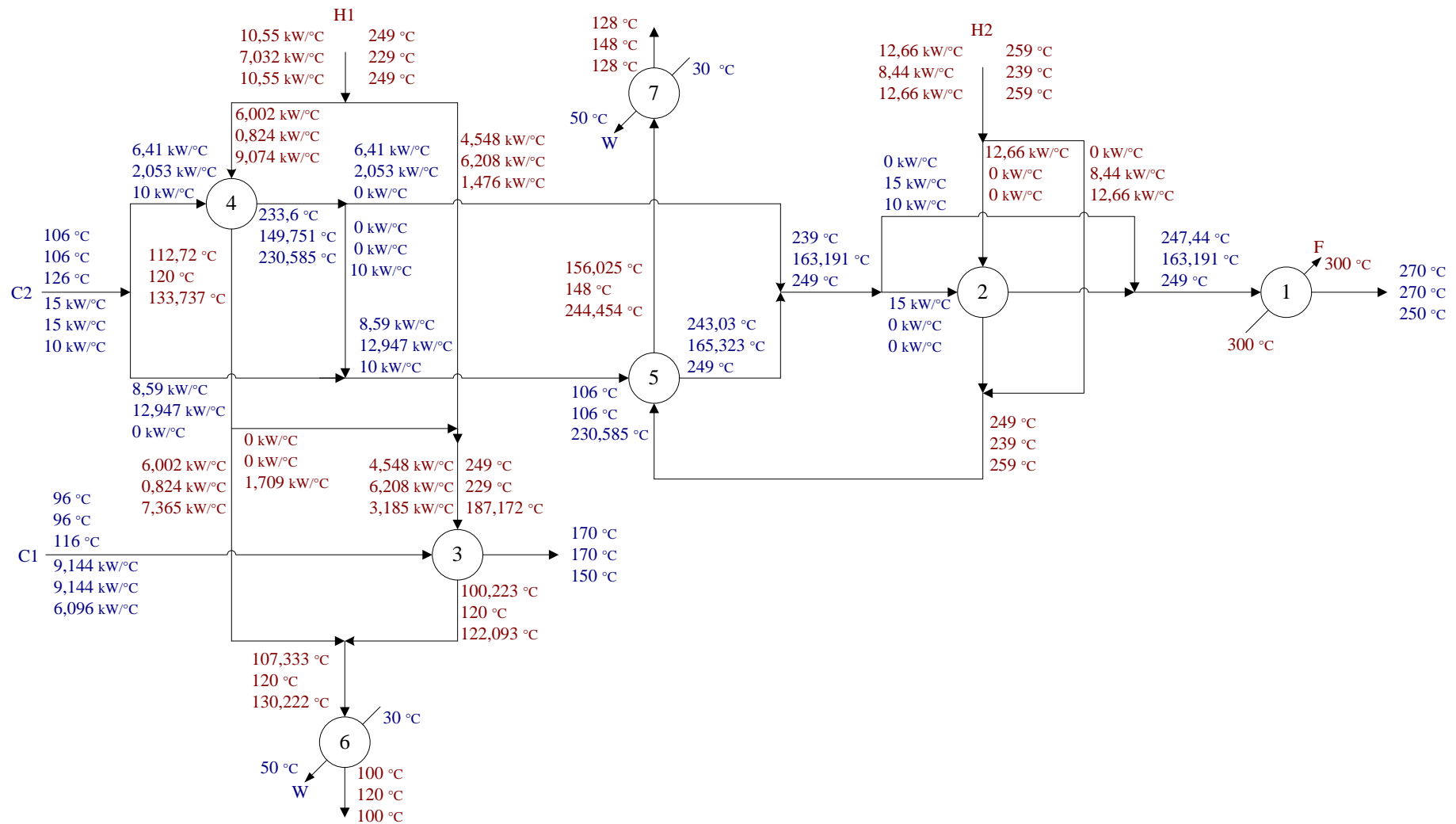


Figura 9: Configuração da rede do Exemplo 2 desenvolvido pelo método sequencial

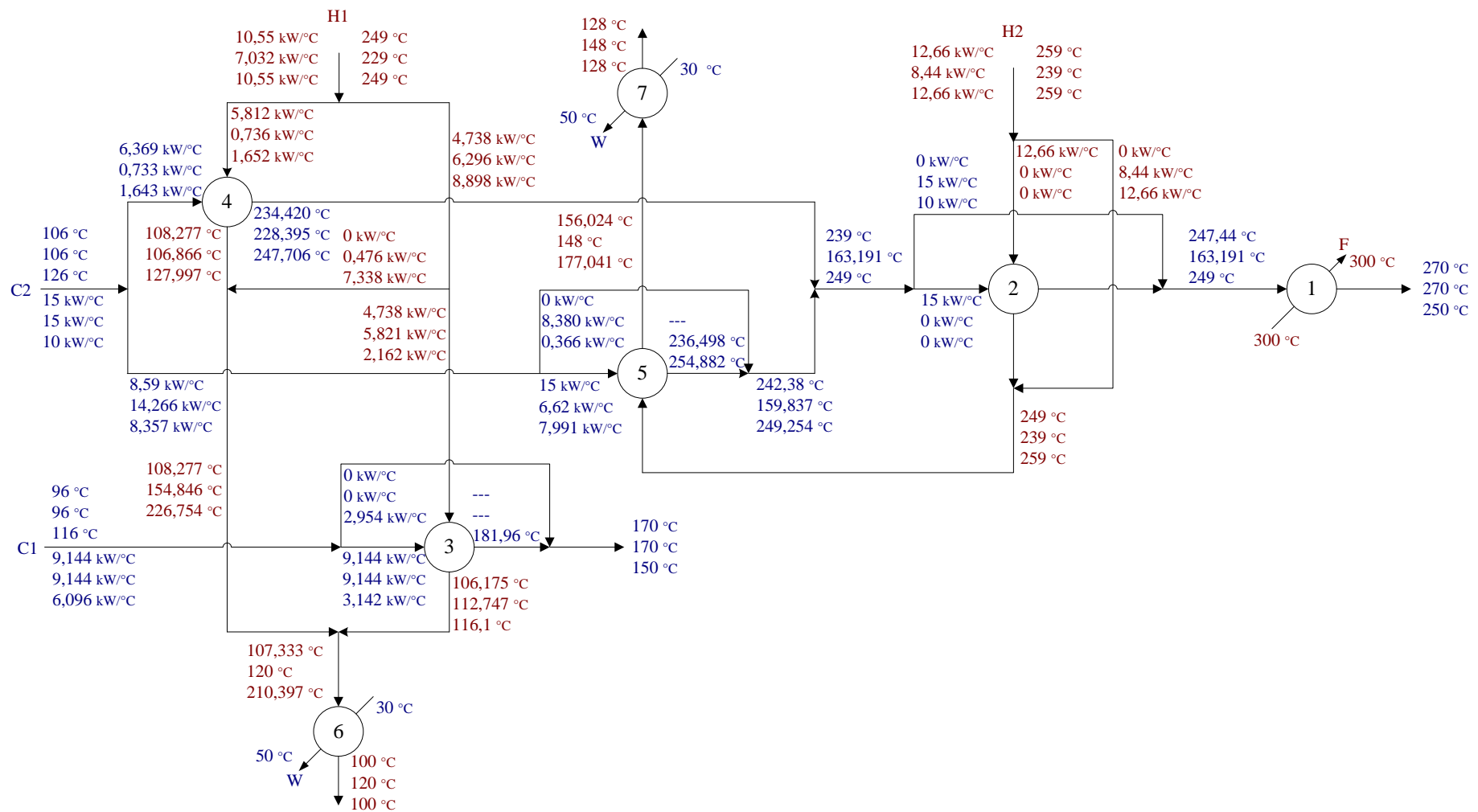


Figura 10: Configuração da rede do Exemplo 2
 Fonte: Floudas e Grossmann (1987a, p. 135)

Assim, conclui-se que o resultado atingido por Floudas e Grossmann (1987a) para este exemplo é um ótimo local e a redução dos gastos ocorre devido à melhoria realizada na superestrutura e no algoritmo do modelo de PNL. Não é possível concluir se o resultado atingido neste trabalho é um ótimo global ou um ótimo local, pois o *solver* adotado não é um otimizador global.

Além disso, este exemplo também foi aplicado por Isafiade e Fraser (2010) para analisar o modelo desenvolvido pelos autores, os quais utilizaram o método simultâneo para sintetizar uma RTC multiperiódica por meio de uma superestrutura de PNLMI. Isafiade e Fraser (2010) obtiveram uma rede com um custo de investimento menor que o obtido neste trabalho, porém o custo de utilidades foi bem maior, conforme mostra a Tabela 12.

Tabela 12: Comparação dos custos (\$) deste trabalho com Isafiade e Fraser (2010)

	Custo com utilidades			Custo de investimento
	Período 1	Período 2	Período 3	
Isafiade e Fraser (2010)	44,411 / h	36,695 / h	28,747 / h	134.701,40
Método sequencial deste trabalho	8,418 / h	27,465 / h	11,033 / h	249.866,75

Anualizando o custo de capital, por meio de um fator de anualização igual a 0,1 e o custo operacional, é possível verificar que este trabalho atinge um custo total anualizado menor que o custo atingido por Isafiade e Fraser (2010). Esses custos são apresentados na Tabela 13 e para a anualização do custo operacional, considera-se que as durações nos três períodos são iguais e que o ano possui 8000 horas. Desta forma, demonstra a importância de minimizar primeiramente a demanda de utilidades e depois o número de unidades e o custo de investimento, como suposto pelo método sequencial.

Tabela 13: Comparação dos custos anualizados (\$)

	Custo com utilidades	Custo de investimento	Custo Total
Isafiade e Fraser (2010)	292.941,33	13.470,14	306.411,47
Método sequencial deste trabalho	125.109,33	24.986,67	150.096,00

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como já mencionado, a síntese de RTC é um dos ramos mais importantes nos processos industriais, pois possibilita aproveitar melhor a energia térmica existente nas correntes de processo, reduzindo gastos com energias externas. Muitas vezes, redes com condições de operação fixas não atendem eficientemente as solicitações das indústrias, sendo necessário gerar redes flexíveis que suportam mudanças nas vazões e temperaturas de entrada e saída das correntes em um número finito de períodos de operação. Dessa forma, este trabalho apresentou três modelos, baseados nos fundamentos das técnicas de programação matemática, para alcançar redes flexíveis viáveis de trocadores de calor.

O método sequencial, baseado em Floudas e Grossmann (1986, 1987a), foi dividido em três subproblemas para alcançar sequencialmente o mínimo custo com utilidades em cada período de operação, o número mínimo de unidades e, por fim, o mínimo custo de investimento. Estes modelos levaram em consideração as diferentes quantidades de utilidades necessárias em cada período e as diferentes localizações e números de pontos *Pinch*. Também propôs uma superestrutura multiperiódica que considera todas as possíveis configurações em que duas ou mais correntes possam trocar calor. Além disso, foram indicados limites para as variáveis e suas inicializações com o objetivo de auxiliar a ferramenta de otimização.

Dois estudos de casos foram realizados com exemplos retirados da literatura com o objetivo de comparar os resultados encontrados com os modelos deste trabalho e os encontrados na literatura. Ambos os casos utilizaram o método sequencial para a síntese de RTC flexível e foram retirados de Floudas e Grossmann (1987a). Apresentaram uma rede viável para os três períodos de operação, com os mesmos custos de utilidades atingidos por Floudas e Grossmann (1987a), porém com custo de investimento menor. Além disso, exibiram a configuração da rede com menos divisões de correntes, o que proporciona um gasto ainda menor na implantação da rede. Também, para o segundo exemplo, foi possível verificar, que quando anualizado o custo total, os resultados obtidos neste trabalho são melhores que os resultados alcançados por Isafiade e Fraser (2010), os quais utilizaram um método simultâneo para sintetizar uma RTC multiperiódica.

Portanto, pode-se afirmar que foi alcançado o objetivo proposto neste trabalho, pois os modelos de Floudas e Grossmann (1986, 1987a) foram aperfeiçoados, resultando em redes com custos finais menores do que os custos apresentados pelos autores. A redução do custo de investimento e o menor número de divisões alcançados nos exemplos deste trabalho ocorreram devido à melhoria realizada na superestrutura e no algoritmo do modelo de PNL.

Porém, não foi possível concluir se os resultados alcançados pelo presente trabalho são ótimos globais ou ótimos locais, pois o *solver* CONOPT3 não é um otimizador global.

Também, a programação matemática se mostrou bastante eficiente para atingir uma rede flexível viável de trocadores de calor, não só pelos resultados obtidos, mas porque possibilita agregar ao projeto critérios de segurança, controlabilidade e preferências do projetista. Além disso, a escolha do ambiente GAMS para o desenvolvimento dos programas computacionais foi adequada, pois atingiu rapidamente a otimização das funções objetivo. O inconveniente desta ferramenta é a necessidade de adicionar bons limites para as variáveis e boas inicializações, quando os modelos são não lineares, para atingir uma resposta viável. Essas características adicionais, normalmente, não são apresentadas nos artigos.

A síntese de RTC flexível também pode ser encontrada por meio do método simultâneo. Este tem a finalidade de minimizar o custo global anualizado, realizando um *trade-off* entre os custos de capital e operação, ou seja, otimizando simultaneamente o custo de utilidades, o número de unidades e o custo de investimento. Desta forma, propõe-se para trabalhos futuros o desenvolvimento de um modelo para alcançar a rede flexível simultaneamente, com o objetivo de comparar os resultados alcançados entre os métodos sequencial e simultâneo, levantando as vantagens de ambos.

Outros aspectos que podem ser melhorados são: a complexidade dos modelos que utilizam o método simultâneo, os ajustes dos comprimentos dos períodos em resposta às perturbações inesperadas durante operações reais e os desperdícios nas capacidades de trocadores de calor que possuem mudanças significantes em períodos diferentes. Essas melhorias possuem a finalidade de simplificar os modelos, de reduzir o investimento de capital e de manter as taxas de consumo de utilidades em cada período a níveis mínimos para suportar as oscilações que podem ocorrer na duração de cada período.

Além da flexibilidade, a controlabilidade também é fortemente afetada pelo projeto da rede. Assim, existe a necessidade de alcançar uma RTC flexível e controlável que busca manter a temperatura de saída das correntes nos valores pré-estabelecidos de maneira mais fácil possível e que apresente respostas de curto prazo. Deste modo, propõe-se como trabalho futuro o desenvolvimento de um algoritmo que alcance uma RTC flexível e controlável, que considere as características operacionais durante a fase de projeto, realizando um *trade-off* entre os custos de capital e de operação, com características de operabilidade.

Outro ponto que pode ser aperfeiçoado é a inclusão do dimensionamento termo-hidráulico dos trocadores na síntese de redes flexíveis, com o objetivo de atingir configurações de RTC mais próximas da realidade industrial. Portanto, para alcançar projetos

mais reais de trocadores de calor, é necessário levar em consideração alguns fatores, como a perda de carga e incrustação das correntes.

REFERÊNCIAS

- AALTOLA, J. Simultaneous synthesis of flexible heat exchanger network. **Applied Thermal Engineering**, v. 22, p. 907-918, 2002.
- AGUILERA, N.; MARCHETTI, J. L. Optimizing and controlling the operation of heat-exchanger networks. **AIChE Journal**, v. 44, n. 5, p.1090-1104, 1998.
- AGUILERA, N.; NASINI, G. Flexibility test for heat exchanger networks with uncertain flowrates. **Computers & Chemical Engineering**, v. 19, n. 9, p. 1007-1017, 1995.
- AHMAD, M. I.; ZHANG, N.; JOBSON, M.; CHEN, L. Multi-period design of heat exchanger networks. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 90, p. 1883-1895, 2012.
- CERDÁ, J.; GALLI, M. R.; CAMUSSI, N.; ISLA, M. A. Synthesis of flexible heat exchanger networks – I. Convex networks. **Computers & Chemical Engineering**, v. 14, n. 2, p. 197-211, 1990.
- CERDÁ, J.; GALLI, M. R. Synthesis of flexible heat exchanger networks – II. Nonconvex networks with large temperature variations. **Computers & Chemical Engineering**, v. 14, n. 2, p. 213-225, 1990.
- CIRIC, A. R.; FLOUDAS, C. A. Heat exchanger network synthesis without decomposition. **Computers & Chemical Engineering**, v. 15, n. 6, p. 385-396, 1991.
- CHEN, C. L.; HUNG, P. S. Simultaneous synthesis of flexible heat-exchange networks with uncertain source-stream temperatures and flow rates. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 43, n. 18, p. 5916-5928, 2004.
- CHEN, C. L.; HUNG, P. S. Synthesis of flexible heat exchange networks and mass exchange networks. **Computers & Chemical Engineering**, v. 31, p. 1619-1632, 2007.
- CHEN, C. L.; KUO, C. H.; HUNG, P. S. A Novel Strategy for Synthesis of Flexible Heat-Exchange Networks. **Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers**, v. 36, n. 5, p. 421-432, 2005.
- CHEN, J. J. J. Letters to the editors: comments on improvements on a replacement for the logarithmic mean. **Chemical Engineering Science**, v. 42, n.10, p. 2488-2489, 1987.
- EL-TEMTAMY, S. A.; GABR, E. M. Design of optimum flexible heat exchanger networks for multiperiod process. **Egyptian Journal of Petroleum**, v. 21, p. 109-117, 2012.
- ESCOBAR, M.; TRIERWEILER, J. O.; GROSSMANN, I. E. Simultaneous synthesis of heat exchanger networks with operability considerations: Flexibility and controllability. **Computers & Chemical Engineering**, v. 55, p. 158-180, 2013.
- FLOUDAS, C. A.; CIRIC, A. R.; GROSSMANN, I. E. Automatic synthesis of optimum heat exchanger network configurations. **AIChE Journal**, v. 32, n. 2, p. 276-290, 1986.

FLOUDAS, C. A.; GROSSMANN, I. E. Synthesis of flexible heat exchanger networks for multiperiod operation. **Computers & Chemical Engineering**, v. 10, n. 2, p. 153-168, 1986.

FLOUDAS, C. A.; GROSSMANN, I. E. Automatic generation of multiperiod heat exchanger network configuration. **Computers & Chemical Engineering**, v. 11, n. 2, p. 123-142, 1987a.

FLOUDAS, C. A.; GROSSMANN, I. E. Synthesis of flexible heat exchanger networks with uncertain flowrates and temperatures. **Computers & Chemical Engineering**, v. 11, n. 4, p. 319-336, 1987b.

GALLI, M. R.; CERDÁ, J. Synthesis of flexible heat exchanger networks – III. Temperature and flowrate variations. **Computers & Chemical Engineering**, v. 15, n. 1, p. 7-24, 1991.

GAMS Development Corporation. **GAMS - The Solver Manuals**. Washington: 2008.

GONZALEZ, A. H.; ODLOAK, D.; MARCHETTI, J. L. Predictive control applied to heat-exchanger networks. **Chemical Engineering and Processing**, v. 45, p. 661-671, 2006.

ISAFIADE, A. J.; FRASER, D. M. Interval-based MINLP superstructure synthesis of heat exchanger networks. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 86, p. 245-257, 2008.

ISAFIADE, A. J.; FRASER, D. M. Interval based MINLP superstructure synthesis of heat exchanger networks for multi-period operations. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 88, p. 1329-1341, 2010.

JIANG, D.; CHANG, C. T. A New Approach to Generate Flexible Multiperiod Heat Exchanger Network Designs with Timesharing Mechanisms. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, p. 3794-3804, 2013.

KONUKMAN, A. E. S.; ÇAMURDAN, M. C.; AKMAN, U. Simultaneous flexibility targeting and synthesis of minimum-utility heat-exchanger networks with superstructure-based MILP formulation. **Chemical Engineering and Processing**, v. 41, p. 501-518, 2002.

KOOKOS, I. K.; PERKINS, J. D. An algorithm for simultaneous process design and control. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 40, p. 4079-4088, 2001.

KOTJABASAKIS, E. **Design of flexible heat exchanger networks**. 1998. Tese (PhD). University of Manchester Institute of Science and Technology – UMIST, Manchester, 1988.

KOTJABASAKIS, E.; LINNHOFF, B. Sensitivity tables for the design of flexible processes (1) – How much contingency in heat exchanger networks is cost-effective?. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 64, p. 197-211, 1986.

LEERSBAMRUNGSUK, V.; SRINOPHAKUN, T.; NARASHIMHAN, N.; SKOGESTAD, S. Control structure design for optimal operation of heat exchanger networks. **AIChE Journal**, v. 54, n. 1, p. 150-162, 2008.

LINDO Systems, Inc. **LINDO: User's manual**. Chicago: 2003.

LINHOFF, B.; KOTJABASAKIS, E. Downstream paths for operable process design. **Chemical Engineering Progress**, p. 23-28, 1986.

MA, X.; YAO, P.; LUO, X.; ROETZEL, W. Synthesis of flexible multi-stream heat exchanger networks based on stream pseudo-temperature with genetic/simulated annealing algorithms. **Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers**, v. 38, p. 321-331, 2007.

MA, X.; YAO, P.; LUO, X.; ROETZEL, W. Synthesis of multi-stream heat exchanger network for multi-period operation with genetic/simulated annealing algorithms. **Applied Thermal Engineering**, v. 28, p. 809-823, 2008.

MATHISEN, K. W. **Integrated design and control of heat exchanger networks**. 1994. Tese (PhD). Trondheim University – NTH, Norway, 1994.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC – UPF**, v. 4, n.1, p. 19-32, 2012.

MÓDENES, A. N. **Síntese de Redes de Trocadores de Calor Flexíveis**. 1995. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Curso de pós-graduação em engenharia química, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 1995.

PAPALEXANDRI, K. P.; PISTIKOPOULOS, E. N. A multiperiod MINLP model for improving the flexibility of heat exchanger networks. **European Symposium on Computer Aided Process Engineering – 2**, v. 17, p. S111-S116, 1993.

PAPALEXANDRI, K. P.; PISTIKOPOULOS, E. N. A multiperiod MINLP model for the synthesis of flexible heat and mass exchange networks. **Computers & Chemical Engineering**, v. 18, n. 11/12, p. 1125-1139, 1994.

PAPOULIAS, S. A.; GROSSMANN, I. E. A structural optimization approach in process synthesis. Part II: Heat recovery networks. **Computers & Chemical Engineering**, v. 7, n. 6, p. 707-721, 1983.

PATERSON, W. R. A replacement for the logarithmic mean. **Chemical Engineering Science**, v. 39, n. 11, p. 1635-1636, 1984.

RAVAGNANI, M. A. S. S.; CABALLERO SUÁREZ, J. A. **Redes de Cambiadores de Calor**. Alicante: Editora de la Universidad de Alicante, 2012.

VERHEYEN, W.; ZHANG, N. Design of flexible heat exchanger network for multi-period operation. **Chemical Engineering Science**, v. 61, p. 7730-7753, 2006.

XIAO, F.; DU, J.; LIU, L.; LUAN, G.; YAO, P. Simultaneous optimization of synthesis and scheduling of cleaning in flexible heat exchanger networks. **Chinese Journal of Chemical Engineering**, v. 18, n. 3, p. 402-411, 2010.

YAN, Q. Z.; YANG, Y. H.; HUANG, Y. L. Cost-effective bypass design of highly controllable heat-exchanger networks. **AIChE Journal**, v. 47, n. 10, p. 2253-2275, 2001.

YEE, T. F.; GROSSMANN, I. E.; KRAVANJA, Z. Simultaneous optimization models for heat integration - I. Area and energy targeting and modeling of multi-stream exchangers. **Computers & Chemical Engineering**, v. 14, n. 10, p. 1151-1164, 1990a.

YEE, T. F.; GROSSMANN, I. E.; KRAVANJA, Z. Simultaneous optimization models for heat integration - III. Process and heat exchanger network optimization. **Computers & Chemical Engineering**, v. 14, n. 11, p. 1185-1200, 1990b.

YEE, T. F.; GROSSMANN, I. E. Simultaneous optimization models for heat integration - II. Heat exchanger network synthesis. **Computers & Chemical Engineering**, v. 14, n. 10, p. 1165-1184, 1990.

YI, D.; HAN, Z.; WANG, K.; YAO, P. Strategy for synthesis of flexible heat exchanger networks embedded with system reliability analysis. **Chinese Journal of Chemical Engineering**, v. 21, n. 7, p. 742-753, 2013.

ZHENG, K.; LOU, H. H.; WANG, J.; CHENG, F. A method for flexible heat exchanger network design under severe operation uncertainty. **Chemical Engineering Technology**, v. 36, n.5, p. 757-765, 2013.