

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A  
MATEMÁTICA**

**OS CONHECIMENTOS E AS DIFICULDADES DE  
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PERÍMETRO E  
ÁREA**

**AMANDA STEFANI**

**ORIENTADOR: PROF. DR. MARCELO CARLOS DE PROENÇA**

Maringá - PR  
2019

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A  
MATEMÁTICA**

**OS CONHECIMENTOS E AS DIFICULDADES DE  
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PERÍMETRO E  
ÁREA**

**AMANDA STEFANI**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência e a Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença.

Maringá - PR  
2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)**

Stefani, Amanda

S816c        Os conhecimentos e as dificuldades de alunos do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro de área / Amanda Stefani. -- Maringá, 2019.

141 f. : il., figs., grafs., tabs., quadros.

Orientador (a): Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2019.

1. Matemática - Resolução de problemas. 2. Ensino Fundamental. 3. Perímetro e Área. I. Proença, Marcelo Carlos de, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 21.ed.510.7

MAS-CRB 9/1094

AMANDA STEFANI

**Os conhecimentos e as dificuldades de alunos do Ensino  
Fundamental na Resolução de Problemas de Perímetro e Área**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em *Ensino de Ciências e Matemática*.

**BANCA EXAMINADORA**



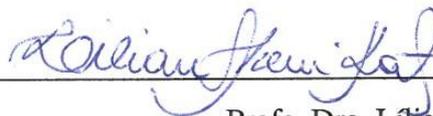
---

Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença  
Universidade Estadual de Maringá– UEM



---

Profa. Dra. Ettiène Cordeiros Guérios  
Universidade Federal do Paraná – UFPR



---

Profa. Dra. Lílian Akemi Kato  
Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá, 25 de Fevereiro de 2019.

*Para os meus pais, Francineti e Edilson, que sempre estiveram presentes em minha caminhada, me apoiando em todos os momentos, principalmente nesta etapa da minha vida.*

## AGRADECIMENTO

Primeiramente agradeço a todos que de forma direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta pesquisa.

De modo especial agradeço:

A Deus, que sempre me guia em todos os momentos para que eu tome sempre a melhor decisão.

Aos meus pais, que sempre despertaram em mim a busca pelo conhecimento e desde o início dos meus estudos me incentivaram, depositando toda confiança em mim, dizendo inúmeras vezes que eu era capaz de vencer mais essa etapa e enfrentar todos os obstáculos que surgissem pelo caminho. A força de vontade e o incentivo e principalmente a fé me conduzem a cada dia da minha vida. Obrigada por cada conselho, por todo carinho e amor demonstrado por mim, por cada angústia compartilhada, principalmente quando os caminhos pareciam se fechar. Vocês são minha inspiração. Amo vocês.

À minha família, que inúmeras vezes estava torcendo por mim e me apoiando. A você, em especial, Raul, pela paciência, motivação e dedicação em todos os momentos, nas noites maldormidas.

Ao meu orientador, Professor Dr. Marcelo Carlos de Proença, pela confiança depositada em mim desde a Iniciação Científica. Agradeço por todos os seus ensinamentos e orientações durante todo este processo.

Às minhas amigas e companheiras de sempre, Kamila Segatelli Marin, Suélen Rita Andrade Machado e Maiara Cristina de Carvalho, que dividiram todas as dificuldades e vitórias durante todo este processo.

Ao grupo GEPEM, por todas contribuições, conhecimentos e ensinamentos compartilhados.

Às professoras Dra. Lilian Akemi Kato e Dra. Ettiène Cordeiro Guérios, por aceitarem fazer parte da banca de qualificação e da banca de defesa final. Agradeço em especial pelos apontamentos, considerações e implicações realizadas na escrita do texto de qualificação.

À coordenação e direção da escola em que este estudo foi realizado, pela receptividade e carinho.

À professora Geralda, que cedeu suas aulas para a testagem dos instrumentos de coleta de dados, e à professora Ana, que disponibilizou suas aulas para a aplicação do estudo final.

Também agradeço aos alunos que aceitaram participar do estudo piloto, principalmente aqueles que aceitaram participar do estudo final.

E, por fim, à Capes, pelo apoio financeiro parcial durante esta pesquisa.

*“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence os obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”*

*José de Alencar*

## RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar os conhecimentos e as dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental em relação à resolução de problemas envolvendo os conceitos de perímetro e área. Participaram da pesquisa 43 alunos matriculados no sétimo, oitavo e nono anos do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Maringá - PR. Os dados foram coletados por meio de um questionário informativo, uma prova de Matemática que apresentava dez (10) situações de Matemática sobre os conceitos de perímetro e área e uma entrevista utilizando a técnica *pensar em voz alta*, que foi aplicada a seis alunos selecionados. Sendo que três obtiveram as maiores notas e três as menores. Para a análise dos dados em relação ao questionário informativo, utilizamos como critério o de categorização. Para a prova de Matemática, atribuímos notas para cada participante de acordo com as etapas do processo de resolução de problemas sugeridas por Brito (2006). As entrevistas realizadas com a técnica *pensar em voz alta* foram analisadas qualitativamente. Os resultados mostraram que nos dez problemas propostos, a maior dificuldade estava relacionada à etapa da compreensão, interpretação de um problema, principalmente naqueles que apresentavam informações supérfluas e incompletas. As respostas relatadas pelos participantes implicaram em uma defasagem de conhecimentos sobre o conteúdo de geometria, principalmente os conceitos de perímetro e área. Além disso, os resultados nos permitiram investigar e verificar as dificuldades que os participantes demonstraram em relação à resolução de problemas, quando atrelada ao conteúdo de geometria. Constatamos, então, que as dificuldades podem estar relacionadas ao mal entendimento dos conceitos por parte dos alunos e má abordagem dos mesmos pelos professores. Enfim, compreendeu-se que além das situações propostas, os estudantes possuem dificuldades de interpretar e compreender os enunciados que envolvem os problemas apresentados. Neste sentido, entendeu-se que o problema vai além da Matemática, já que envolve o processo de leitura dos alunos.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas. Ensino Fundamental. Perímetro e Área.

## ABSTRACT

This research aimed to investigate the knowledge and difficulties presented by Elementary School students in solving problems involving perimeter and area concepts. A total of 43 students enrolled in the seventh, eighth and ninth years of Elementary School of a public school in the city of Maringá (PR) participated in this study. We collected the data through an informative questionnaire, a mathematics test with ten (10) Mathematical situations about the concepts of perimeter and area, and an interview using the think-aloud technique, which we applied to six selected students. Three of them had the highest grades, and three had the smallest. For the data analysis in relation to the informative questionnaire, we used categorization as a criterion. For the Mathematics test, we assigned notes for each participant according to the stages of the problem-solving process suggested by Brito (2006). The interviews performed with the technique to think-aloud were analyzed qualitatively. The results showed that in the ten problems proposed, the hugest difficulty was related to the stage of comprehension, interpretation of a problem, especially in those who presented superfluous and incomplete information. The responses reported by the participants implied a lack of knowledge about the content of geometry, especially the concepts of perimeter and area. In addition, the results allowed us to investigate and verify the difficulties that the participants demonstrated in solving problems when tied to geometry content. We found, then, that these difficulties can be related to the misunderstanding of the concepts by the students and their weak approach by the teachers. Finally, we understood that in addition to the proposed situations, students have difficulties when interpreting and understanding the statements that involve those problems. In this sense, we noted that the problem goes beyond Mathematics since it involves the students' reading process.

Keywords: Solving problems. Elementary School. Perimeter and area.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Exemplo de problema com informação incompleta.....	52
Quadro 2: Exemplo de problema com informação supérflua.....	52
Quadro 3: Exemplo de problema com informação completa.....	53
Quadro 4: Quantidade de alunos por turma do Ensino Fundamental.....	62
Quadro 5: Enunciado do problema 1.....	68
Quadro 6: Enunciado do problema 2.....	69
Quadro 7: Enunciado do problema 3.....	69
Quadro 8: Enunciado do problema 4.....	69
Quadro 9: Enunciado do problema 5.....	70
Quadro 10: Enunciado do problema 6.....	70
Quadro 11: Enunciado do problema 7.....	71
Quadro 12: Enunciado do problema 8.....	71
Quadro 13: Em relação à Matemática.....	76
Quadro 14: Para você, o que é um problema? Por quê?.....	77
Quadro 15: Para você, o que é geometria? Explique. ....	78
Quadro 16: Você gosta de geometria? Por quê?.....	80
Quadro 17: Qual conteúdo você mais gosta de geometria? Qual você tem mais dificuldade? Por quê?.....	81
Quadro 18: O que você estuda em geometria plana?.....	83
Quadro 19: O que você entende por perímetro? Explique. ....	84
Quadro 20: O que você entende por área? Explique. ....	85
Quadro 21: Respostas retiradas do questionário informativo.....	89
Quadro 22: Resolução apresentada em voz alta pela participante A2.....	112
Quadro 23: Resolução apresentada em voz alta pelo participante A3.....	113
Quadro 24: Resolução apresentada em voz alta pelo participante B1.....	114
Quadro 25: Resolução apresentada em voz alta pelo participante B2.....	115
Quadro 26: Resolução apresentada em voz alta pelo participante C4.....	116
Quadro 27: Resolução apresentada em voz alta pela participante C10.....	118

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Observação do participante A4 do sétimo ano.....	88
Figura 2: Observação do participante A9 do sétimo ano.....	89
Figura 3: Observação do participante B7 do oitavo ano.....	89
Figura 4: Observação do participante B11 do oitavo ano.....	89
Figura 5: Resolução de um dos participantes da pesquisa.....	93
Figura 6: Observação do participante B8 do oitavo ano.....	94
Figura 7: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 1.....	96
Figura 8: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2.....	96
Figura 9: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2.....	97
Figura 10: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2.....	98
Figura 11: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 3.....	98
Figura 12: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 4.....	100
Figura 13: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 5.....	101
Figura 14: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 5.....	101
Figura 15: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 6.....	103
Figura 16: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 7.....	104
Figura 17: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 8.....	105
Figura 18: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 9.....	106
Figura 19: Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema10.....	107
Figura 20: Dificuldades apontadas nos problemas por um participante.....	108
Figura 21: Dificuldades apontadas nos problemas por um participante.....	108
Figura 22: Dificuldades apontadas nos problemas por um participante.....	109

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Faixa etária dos participantes.....	63
Gráfico 2: Ano Escolar.....	79
Gráfico 3: Notas dos alunos do sétimo ano na prova de matemática.....	87
Gráfico 4: Notas dos alunos do oitavo ano na prova de matemática.....	87
Gráfico 5: Notas dos alunos do nono ano na prova de matemática.....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Critérios para a correção da prova de Matemática.....	74
Tabela 2: Média geral das três turmas participantes.....	90
Tabela 3: Desempenho das três turmas em cada problema.....	92
Tabela 4: Participantes que apresentaram dificuldades nas etapas de resolução de problemas..	94

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**UEM** - *Universidade Estadual de Maringá*

**UNICAMP** - *Universidade Estadual de Campinas*

**PIBIC** - *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica*

**BNCC** - *Base Nacional Comum Curricular*

**IBICT** - *Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia*

**PCN** - *Parâmetros Curriculares Nacionais*

**COPEP** - *Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos*

**CAPES** - *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior*

**SCIELO** - *Scientific Electronic Library Online*

**NCTM** - *National Council of the Teachers of Mathematics*

**SARESP** - *Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo*

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>SEÇÃO 1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>24</b>
1.1 Dificuldades dos alunos.....	26
1.2 A visão dos professores sobre as dificuldades dos alunos.....	31
1.3 A questão da aprendizagem.....	32
<b>SEÇÃO 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>36</b>
2.1 Breve histórico sobre a resolução de problemas.....	36
2.2 O ensino na resolução de problemas.....	38
2.3 Exercícios e problemas: diferenças.....	41
2.4 Etapas do processo da resolução de problemas.....	44
2.5 Tipos de problemas.....	49
<b>SEÇÃO 3 APRENDER E ENSINAR GEOMETRIA.....</b>	<b>54</b>
<b>SEÇÃO 4 METODOLOGIA.....</b>	<b>61</b>
4.1 Tipo de Pesquisa.....	61
4.2 Problema de Pesquisa.....	62
4.3 Caracterização dos sujeitos da pesquisa.....	62
4.4 Instrumentos de Coleta de Dados.....	63
4.4.1 Questionário Informativo.....	64
4.4.2 Prova de Matemática.....	65
4.4.3 Entrevista.....	65
4.5 Estudo Piloto.....	67
4.6 Procedimentos de Coleta de Dados.....	72
4.7 Procedimentos de Análise de Dados.....	74
<b>SEÇÃO 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....</b>	<b>76</b>
5.1 Análise do Questionário Informativo.....	76
5.2 Análise da Prova de Matemática.....	86
5.3 Análise das Entrevistas com a técnica pensar em voz alta.....	112
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>120</b>

<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>125</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>131</b>
Anexo I: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pelo diretora da unidade escolar.....	131
Anexo II: Termo de Assentimento que foi assinado pelos estudantes de cada ano escolar.....	133
Anexo III: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pelos responsáveis dos menores.....	135
Anexo IV: Questionário Informativo.....	137
Anexo V: Prova de Matemática.....	139

## INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática no Brasil prossegue sendo alvo de discussões em vários estudos em relação às dificuldades apresentadas pelos alunos durante a escolarização, ou até mesmo em seu cotidiano. O tema grandezas e medidas é um dos temas de geometria que os alunos pouco sabem e está absolutamente ligado à nossa vida. Há uma confusão muito grande entre unidades de medidas, conversões de unidades, cálculo de perímetro, área e volume.

Nesta pesquisa, aborda-se a geometria, com enfoque nos conceitos de perímetro e área e a resolução de problemas. A geometria, por compor uma das linhas da matemática de grande valia para a formação do cidadão, está presente nas diversas situações da vida, como por exemplo, nos elementos da natureza, nos objetos que manipulamos, nas construções, nas pinturas, inclusive nas brincadeiras de criança. Além da geometria, estão também os conceitos de perímetro e área que, de acordo com Belleiman e Lima (2000, p. 2), são “dos mais importantes no ensino-aprendizagem da matemática” e ressaltantes “para a formação do cidadão pleno”, tendo a necessidade de medi-los em atividades rotineiras. Além de seu grande valor no cotidiano, o conceito de área é importante por conectar outras linhas da Matemática e por suas aplicações em diferentes campos do conhecimento.

A resolução de problemas é abordada, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), pesquisadores e educadores matemáticos indicam-na como ponto de partida das questões matemáticas e não como uma simples reprodução de conhecimento ou acúmulo de informações insignificantes. Essa alternativa de perspectiva traz consigo a ideia de que questões desafiadoras acarretam aos alunos um conhecimento de matemática mais significativo, pois propiciam um trabalho que auxilia no desenvolvimento de estratégias de resolução.

O interesse desta pesquisa teve origem a partir do desenvolvimento do projeto Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) do qual fiz parte desde 2013. Mas foi durante o ano de 2014 que tive a oportunidade de ter contato com alunos do Ensino Fundamental, quando o objetivo foi analisar seus conhecimentos para resolverem problemas.

Durante o processo de aplicação de uma prova para a análise de seus conhecimentos, principalmente quando envolvia problemas geométricos, percebi que os alunos possuíam mais

afinidade em resolver exercícios do que problemas matemáticos<sup>1</sup>. Neste último percebi que muito antes de terminarem de ler ou de tentarem resolver, desistiam de procurar uma forma para que fosse resolvido o problema em si. Neste estudo ficou evidente que os alunos, ao resolverem problemas geométricos, tiveram dificuldades tanto na compreensão, quanto na formulação de um plano, ou seja, uma estratégia para que os mesmos pudessem solucionar o problema.

Desta maneira, surgiram inquietações enquanto futura professora e nesse sentido comecei a refletir e a me questionar se isso vinha acontecendo com alunos de outros anos escolares do Ensino Fundamental, uma vez que o trabalho na perspectiva da resolução de problemas deveria ser desenvolvido com os alunos no decorrer da escolaridade, pois “o ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 9).

Mas, às vezes, o ensino em sala de aula segue uma forma de ensino tradicional, o qual pode ser entendido como uma prática que “[...] consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado” (BRASIL, 1998, p. 40). Nesse sentido, priorizam apenas a reprodução do conhecimento, seja por meio de exercícios, decorar fórmulas matemáticas, entre outros.

É essencial que o ensino de Matemática proporcione ao aluno “a oportunidade de desenvolver sua capacidade de pensamento mediante atividades que permitam testar hipóteses, generalizar, fazer conjecturas, transferir conhecimentos, desenvolver uma atitude positiva perante a Matemática entre outras” (PROENÇA, 2008, p. 16). Entendemos que é necessário que o professor conheça o seu aluno, assim como o conteúdo e outras tendências de ensino a serem trabalhadas em sala de aula, como por exemplo a de resolução de problemas.

Os PCN (BRASIL, 1998) afirmam que ao se trabalhar a resolução de problemas na sala de aula, esta deve abordar a atividade Matemática, ou seja, o problema matemático, como um ponto de partida e não como uma aplicação da aprendizagem, pois a resolução de problemas deve fazer com que os alunos criem suas próprias estratégias para solucionar a situação. Isso porque esta perspectiva permite investigar e aferir os alunos durante o seu processo de aprendizagem.

---

<sup>1</sup> Entendendo-se exercícios como atividade que conduz o aluno a utilizar um conhecimento matemático já aprendido e problemas matemáticos como uma situação na qual se procura algo desconhecido e o aluno não tem nenhum algoritmo prévio que garanta a sua resolução.

Com relação à geometria, os PCN (BRASIL, 1998) defendem que é um campo fértil a ser desenvolvido no ensino e principalmente com a resolução de problemas, pois a noção geométrica permite que os alunos observem, analisem as semelhanças e diferenças dos objetos. Além disso, “os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 39).

Ao se pensar na relevância do ensino de geometria nas escolas, Lorenzato (1995) afirma que:

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas (LORENZATO, 1995, p. 5).

O ensino da geometria é de suma importância, pois proporciona a construção de habilidades e conhecimento matemático aos alunos e, apesar da geometria ter sua importância, percebemos que o seu ensino no Brasil foi colocado em um segundo plano e que não é um conteúdo muitas vezes trabalhado em sala de aula, ocasionando de certa forma um abandono desse conteúdo escolar. Lorenzato (1995) e Nacarato (2001) reconhecem que muitas podem ser as causas desse abandono.

Um dos motivos pode estar associado a má formação dos professores, pelo fato de não possuírem os conhecimentos essenciais de geometria, o que causa insegurança e desespero por parte dos professores e por isso não ensinam a geometria em sala de aula. Outra possível causa refere-se à vinculação que o professor tem com o livro didático, pois, em sua maioria os professores apresentam os conceitos de perímetro e área apenas com uma definição e, conseqüentemente, passam ao cálculo do perímetro e área apenas com exploração de fórmulas, sem vínculo com a realidade, ou seja, sem vínculo com o cotidiano do aluno. Outro ponto a ser destacado é que a escola, por possuir um currículo “inchado”, muitas vezes deixa o conteúdo de geometria para ser ensinado apenas no final do trimestre, o que prejudica a aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo referido, tal fato pode ser observado nos planos de ensino das escolas.

Lobo e Bayer (2004), no artigo intitulado “O ensino da geometria no Ensino Fundamental”, demonstram que os conteúdos de geometria estão quase sempre relacionados no último bimestre ou trimestre e que, quando surge a possibilidade de o plano de ensino não ser

cumprido integralmente, esses conteúdos são até mesmo excluídos dos planos. Também ficou evidente neste estudo que em muitas escolas os conteúdos de geometria são dispostos nas últimas séries e sempre para o final do ano.

Observando o livro do sexto ano, *Praticando Matemática* dos autores Andrini e Vasconcellos (2012), o qual era utilizado na escola onde foi realizada a pesquisa, evidenciamos que os conteúdos relacionados à geometria estavam contidos nas Unidades 8, 9 e 10, em que se apresenta o conceito de *perímetro*, e na Unidade 14 onde o livro traz o conceito de *área* que é introduzido por meio de exemplos e, logo em seguida, são trazidas suas definições, sendo este último, o conceito de *área* explorado de uma maneira mais intuitiva. Dessa maneira, entendemos que como o professor, bem como o plano de ensino da escola, segue o livro didático, a geometria é colocada em segundo plano.

Além disso, nos estudos realizados por Araújo (2015) ficou evidente que os alunos apresentam algumas dificuldades em relação à resolução de problemas envolvendo geometria. São dificuldades como: não compreenderem o enunciado e não saberem que operação matemática utilizar de forma satisfatória; cometerem equívocos no processo de resolução do problema; não conseguirem entender a linguagem matemática, levando-os a selecionar dados de forma aleatória e sem critério algum; e não quererem fazer uma segunda ou terceira leitura do problema como forma de buscar a compreensão.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) aponta-se que a geometria é uma área do conhecimento que envolve um amplo campo de conceitos e procedimentos fundamentais para resolver tanto problemas físicos quanto de outras áreas. Assim, “estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos” (BNCC, 2017, p. 267). Nesse sentido, queremos destacar que esse pensamento geométrico é importante para que o aluno possa desenvolver conjecturas, elaborar argumentos geométricos e até mesmo investigar propriedades.

Nesta perspectiva, tendo em vista a pesquisa PIBIC que realizei com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e as inquietações aqui apresentadas, a nossa preocupação foi elaborar um questionário informativo, uma prova de Matemática envolvendo os conceitos de perímetro e área e uma entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, com seis alunos selecionados. Em função da problemática apresentada, buscamos responder ao seguinte problema: Que conhecimentos e dificuldades são apresentadas por alunos do 7º ao 9º anos do Ensino Fundamental em situações envolvendo os conceitos de perímetro e área, segundo a resolução de problemas?

Assim, a fim de responder o problema de pesquisa, elaboramos os seguintes objetivos específicos:

- 1) Verificar quais conhecimentos os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental mobilizam na resolução de problemas de perímetro e área;
- 2) Investigar as dificuldades dos alunos em situações de Matemática, envolvendo problemas de perímetro e área;
- 3) Identificar as dificuldades dos participantes no processo de resolução de problemas, tendo em vista os conceitos de perímetro e área.

Apresentamos, na sequência, a organização do nosso estudo. Para isso, dividimos nossa pesquisa em 5 seções. Inicialmente elaboramos a introdução da pesquisa, onde elencamos o que nos motivou a investigar sobre a resolução de problemas, assim como o conteúdo de geometria e elencamos as questões norteadoras de nossa pesquisa.

A primeira seção consiste na Revisão Bibliográfica, a qual teve por objetivo elencar pesquisas relacionadas à resolução de problemas no que se refere às dificuldades ensino-aprendizagem dos alunos.

A segunda seção apresenta a resolução de problemas, destacando o que é um problema matemático, a diferença entre problema e exercício, as etapas do processo de resolução e, por fim, os tipos de problemas que abordamos, sendo estes de três tipos: com informações completas, incompletas e supérfluas.

Já a terceira seção expõe aspectos sobre aprender e ensinar geometria destacando o que autores e os documentos como PCN (1998), BNCC (2017), Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (2008) apontam sobre a geometria, resolução de problemas e o ensino de geometria.

A quarta seção descreve a metodologia empregada. Inicialmente apresentamos o tipo de pesquisa, o problema da pesquisa, bem como o objetivo geral e os objetivos específicos. Destacamos a caracterização dos sujeitos da pesquisa, descrevemos e justificamos os instrumentos de coleta de dados, assim como delineamos os procedimentos de coleta de dados e de análise. Além disso, nesta seção apresenta-se um delineamento do estudo piloto empregado para a testagem dos instrumentos de coletas de dados, destacando quais foram as modificações importantes para a reelaboração dos instrumentos para a aplicação do estudo final.

Na quinta seção desenvolve-se a análise dos dados e a discussão dos resultados, onde apresentamos as repostas dos participantes sobre o questionário informativo, a solução da prova de Matemática e fala dos participantes em relação à entrevista, estando organizada conforme descrito nos procedimentos de coleta de dados e dos procedimentos de análise.

Por fim, são apresentadas as considerações e implicações dos resultados da pesquisa desenvolvida, que foi elaborada por meio do referencial teórico e da análise dos dados coletados.

## SEÇÃO 1

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A finalidade principal da revisão bibliográfica foi buscar conhecer pesquisas desenvolvidas sobre a resolução de problemas, assim como sua importância no processo de ensino. A busca de alguns estudos foi realizada no banco de teses e dissertações, como o Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), e consultas em periódicos, como CAPES e SCIELO, entre outros.

Esta seção da pesquisa evidencia os resultados de estudos que se inquietam com a questão das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos em Matemática, em especial, com o papel do professor em relação às dificuldades dos alunos e ao ensino. Nesse sentido, subdividimos esta seção em três, em que na primeira constam pesquisas sobre as dificuldades dos alunos, a segunda traz a visão dos professores sobre as dificuldades dos alunos e, por fim, a terceira aponta a questão da aprendizagem.

Considerando a resolução de problemas como foco para o ensino da Matemática, um dos estudiosos, George Polya, professor húngaro, deu relevância ao raciocínio e à invenção e incluiu a heurística em seus estudos como orientação para trilhar esses caminhos. As estratégias heurísticas apresentadas por Polya incluem a exploração da analogia, o pensamento em um problema correlato, o estabelecimento de subobjetivos, desenhos de esquemas ou tracejados de figuras e exames de casos particulares, que segundo o autor se constituem em instrumentos disponíveis na busca da solução de um problema. Além disso, o autor destaca que o conhecimento dessas estratégias permite que o aluno se torne apto a resolver problemas.

Esses conhecimentos sobre resolução de problemas constam no livro *Como resolver problemas* (2003), em que o autor diz que o problema pode ser simples, mas deve ser desafiador, de modo que desperte a curiosidade e ponha em jogo a criatividade, pois, quem o resolver por seus próprios meios sentirá o prazer em resolvê-lo. O autor ainda destaca que essas experiências, quando trabalhadas em uma idade como a dos alunos do Ensino Fundamental, poderão despertar o gosto pelo exercício mental e marcar toda a vida do estudante.

Além disso, Polya (1997) considera que:

Resolver problemas é próprio da natureza do ser humano. Podemos caracterizar o homem como o 'animal que resolve problemas'; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos a simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim (p. 2).

Outro item para o qual o autor chama a atenção é o fato de que a Matemática é dependente da intuição, da imaginação e da descoberta e que fazer ideias sobre a prova de um teorema qualquer antes de testá-lo é de fundamental importância. Devemos entender, então, que muitas vezes erramos e precisamos estar dispostos a encontrar outros caminhos que contribuam para a melhoria da nossa capacidade de resolver problemas.

Com o desenvolvimento dos estudos acerca da resolução de problemas, outros educadores e estudiosos se interessaram pelo assunto, passando a estudar e conceituar tal perspectiva. Entre eles encontram-se Onuchic e Allevato (2009) que reafirmam a importância da Matemática no desenvolvimento da sociedade humana, a presença mais constante dela no contexto diário e no mundo do trabalho.

Para as autoras, o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas é considerado uma perspectiva consistente com as exigências feitas nas recomendações constantes dos documentos que embasam a educação, como destacam os PCN (BRASIL, 1998), que colocam a resolução de problemas como recurso e caminho para o ensino e aprendizagem da disciplina. Ainda de acordo com os PCN, “é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução” (BRASIL, 1998, p. 42).

Onuchic e Allevato (2009) também destacam que o professor pode lançar mãos de muitos recursos como coleção de problemas, listas de estratégias, sugestão de atividades e orientações para avaliar o desempenho dos alunos, desde que cumpra seu papel de observador, intervindo na aprendizagem do aluno e reforçando o trabalho colaborativo.

Autores como Echeverría e Pozo (1998) também defendem e incentivam o ensino embasado na abordagem resolução de problemas, justificando seu uso:

[...] em função dos seus valores formadores do desenvolvimento de estratégias de pensamento e raciocínio ...a Matemática é o idioma das ciências e da tecnologia. Nesse sentido, aprender a resolver problemas matemáticos e a analisar como os especialistas e os não-especialistas resolvem esse tipo de tarefas pode contribuir para um aumento do conhecimento científico e tecnológico de maneira geral. [...] a complexidade do mundo atual faz com que esse tipo de conhecimento seja uma ferramenta muito útil para analisar certas tarefas mais ou menos cotidianas como, por exemplo pedir um empréstimo, analisar os resultados eleitorais, jogar na Loteria Esportiva ou tomar decisões no âmbito do consumo diário (ECHEVERRÍA, 1998, p. 45).

Echeverría e Pozo (1998) afirmam ainda que não é suficiente “dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes” para a resolução de problemas, sendo necessário "criar neles

o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta" (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 14).

Em se tratando do uso da resolução de problemas no Ensino Fundamental, os pesquisadores afirmam que “quando a prática nos proporcionar a solução direta e eficaz para a solução de um problema, escolar ou pessoal, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente e a tarefa servirá, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas” (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 17).

Os autores ainda destacam em seus estudos que para se compreender um problema, a compreensão das palavras, da linguagem e dos símbolos não é suficiente. É preciso traçar e buscar um caminho em que a superação de dificuldades e dos obstáculos apresentados seja uma constante ao solucionador.

Queremos mostrar por meio de Polya que, ao tratar sobre a resolução de problemas, há uma necessidade da realização em sala de aula de um trabalho específico na interpretação dos textos dos problemas, no qual a prática vai habituá-los a dispensar uma maior atenção à leitura e aos processos de resolução do problema, evitando os obstáculos e as dificuldades que possam ser encontradas.

A seguir, apresenta-se pesquisas relacionadas às dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

### **1.1 Dificuldades dos alunos na resolução de problemas**

Como um dos objetivos desta pesquisa é a investigação das dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas, tendo em vista, nesse caso específico, a compreensão dos conceitos de perímetro e área, também se faz necessário analisar algumas pesquisas que tratam do assunto e de outros conceitos que envolvem a resolução de problemas.

As pesquisas aqui descritas evidenciam que a maioria dos alunos da Educação Básica tem apontado dificuldades ao se depararem com situações-problemas envolvendo operações elementares e principalmente envolvendo conceitos geométricos, e essas dificuldades podem estar interligadas a *como* os alunos compreendem ou aprendem esses conceitos durante o período escolar.

Sendo assim, nos detemos nas pesquisas de Lopes (2007), Gil (2008), Dombelle (2016), Alvarenga, Andrade e Santos (2016), Souza et al. (2013), Quevedo (2010), Henriques e Silva (2012) e Santos (2014), que discorrem sobre algumas dificuldades dos alunos em relação à resolução de problemas. Os referidos autores foram selecionados após um processo de busca

embasado em leituras sobre as dificuldades dos alunos acerca da problemática em sites especializados, tendo como descritores: dificuldades, resolução de problemas, alunos.

A pesquisa de Lopes (2007) teve por objetivo analisar os fatores que dificultaram a interpretação e a execução de problemas matemáticos por alunos da 5<sup>o</sup> e 8<sup>o</sup> séries do Ensino Fundamental. Os participantes da pesquisa foram 20 alunos, sendo dez de cada série do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública em uma cidade da região Noroeste do Paraná. O instrumento utilizado para coleta de dados foi uma entrevista clínica realizada individualmente com cada aluno, em que continha quatro problemas a serem resolvidos envolvendo conceitos e conhecimentos matemáticos elementares, como algoritmos.

As análises dos dados mostraram que as dificuldades tanto dos alunos da 5<sup>o</sup> série como os da 8<sup>o</sup> série na resolução de problemas estavam relacionadas à sua compreensão em leitura e na interpretação dos textos matemáticos, ou seja, nos enunciados, como por exemplo, significados de algumas palavras matemáticas ou até mesmo a compreensão dos conceitos envolvidos nos problemas matemáticos.

A pesquisa de Gil (2008) teve como principal objetivo compreender as dificuldades que os alunos de 7<sup>o</sup> série encontraram com relação ao entendimento dos conceitos e procedimentos que envolvem o estudo de Álgebra e por fim propor alternativas de solução. Os participantes da pesquisa foram 32 alunos da 7<sup>o</sup> série de uma escola da rede privada de Porto Alegre e os professores que ensinavam nesta turma. Os instrumentos utilizados na coleta de dados para detectar as causas das dificuldades dos alunos com relação aos conceitos de Álgebra foram observações realizadas em sala de aula, aplicação de testes (contendo três atividades) com os alunos e uma entrevista com os alunos e professores.

As análises dos dados ocorreram de maneira qualitativa e de acordo com cada atividade realizada envolvendo os alunos e professores, para investigar e identificar as dificuldades aos conceitos da aprendizagem de Álgebra. Por meio das análises, a autora observou que a interpretação de problemas algébricos é a grande dificuldade para os alunos, com relação à tradução da linguagem materna (português) para a linguagem matemática (simbólica), o que mostrou ser um obstáculo durante o processo de solução das atividades, assim como os conceitos de Álgebra e Aritmética estarem relacionados em uma mesma questão.

Dombele (2016) desenvolveu um estudo com o objetivo de analisar as dificuldades dos alunos do 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental no que diz respeito à resolução de problemas, com foco em verificar como os alunos interpretam e compreendem a linguagem matemática nas situações-problema. Os participantes foram duas turmas de 5<sup>o</sup> ano, totalizando em 27 alunos e 8 professores de uma escola do Ensino Fundamental da cidade de Pongá - SP.

Como instrumentos de coleta de dados foi aplicado um pré-teste com 11 situações-problema, um teste com 6, uma sequência didática para minimizar as dificuldades, um pós-teste com 5 situações-problema, sendo que essas questões envolviam as operações básicas, e por fim um questionário para os professores. Todas essas aplicações, com exceção do questionário, envolviam o conteúdo de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

As análises dos dados mostraram que as dificuldades que os alunos apresentaram foram com relação à compreensão da linguagem dos conceitos matemáticos e à interpretação do que estava sendo exigido no enunciado para resolver a situação. Além disso, apresentaram dificuldades referentes à falta de organização dos dados, pois alguns alunos deram respostas apenas numéricas, com cálculos mecânicos, dificultando obter uma resposta final para o problema. Assim, o autor destacou que, após a aplicação da sequência de atividades para tentar sanar as dificuldades dos alunos, foi possível verificar uma superação considerável com relação às operações básicas envolvidas nas situações-problema.

O artigo dos autores Alvarenga, Andrade e Souza (2016) teve por objetivo discutir os tipos de respostas apresentadas por alunos do sétimo ano com relação a situações-problema, envolvendo as operações básicas, com o foco de analisar os erros e as dificuldades mais comuns desses estudantes e com o intuito de observar se os participantes usariam as etapas de resolução de problemas para resolvê-las. Os participantes foram alunos do sétimo ano de duas escolas municipais da cidade de Itabaiana - Sergipe, totalizando em 65 alunos e duas professoras que lecionavam Matemática para esses mesmos estudantes.

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados um teste composto com cinco questões abertas envolvendo operações básicas e a observação de seis aulas das professoras envolvidas na pesquisa. A análise dos dados evidenciou que as principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem os problemas consistiam em interpretar o enunciado, identificar e coletar as informações corretamente no enunciado das situações-problema, assim como em compreender os significados das operações básicas (adição, subtração, multiplicação, divisão) e resolvê-las. Os autores destacam que essas dificuldades podem decorrer do fato de os professores trabalharem pouco com a abordagem resolução de problemas em sala de aula e de os alunos estarem habituados com um ensino baseado na aplicação de fórmulas.

Souza et al. (2013) desenvolveram um artigo com o objetivo de investigar as dificuldades dos alunos do 6º ano na resolução de diferentes tipos de problemas, sendo esses *problemas-padrão* (problemas em que o solucionador precisa resolver uma ou mais de uma operação para encontrar uma solução), *problemas-processo* ou *heurístico* (problemas em que o solucionador é desafiado, tendo ele mesmo que elaborar, criar suas estratégias para encontrar

uma solução), *problema de aplicação* (tipo de problema em que o solucionador deve extrair as informações por meio de gráficos, figuras ou até mesmo aplicar conhecimentos e conceitos de outras áreas do conhecimento) e *problema quebra-cabeça* (são problemas que desafiam e envolvem o solucionador de uma maneira dinâmica e criativa).

Os participantes foram 34 alunos do sexto ano do Ensino Fundamental da escola municipal de Marabá - PA. O instrumento para coleta de dados se deu pela aplicação de cinco problemas matemáticos. Na análise dos dados ficou evidente que os problemas que os alunos tiveram maior dificuldade em resolver foram os *problemas heurísticos* e os *problemas quebra-cabeça*. De acordo com os autores, esses problemas são desafiantes e exigem que os alunos sejam capazes de planejar e criar estratégias para solucioná-los.

Quevedo (2010) realizou uma pesquisa com o objetivo de identificar possíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes na compreensão de conceitos de perímetro e área. Os participantes da pesquisa foram alunos de uma turma de 8º série do Ensino Fundamental de uma escola privada, no município de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul. O instrumento utilizado para coleta de dados foi uma prova que envolvia problemas matemáticos sobre os conceitos de área e perímetro. Após a aplicação da prova, o autor criou uma proposta, envolvendo uma sequência didática sobre o tema abordado, com o objetivo de sanar as dificuldades dos estudantes, além de propor a construção das definições.

A análise de dados mostrou que os alunos apresentaram dificuldades na compreensão dos conceitos de área e perímetro ao resolverem problemas geométricos, pois confundiram os conceitos. Porém, o autor destacou que após a aplicação da sequência de atividades para tentar sanar as dificuldades dos alunos, foi possível verificar maior entendimento e compreensão desses conceitos por parte dos estudantes.

Henriques e Silva (2012) tiveram como objetivo diagnosticar possíveis dificuldades de aprendizagem dos conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas, possibilitando ao professor identificar as dificuldades de seus alunos quando produziam algo significativo sobre esses conceitos. Os participantes da pesquisa foram alunos do 9º ano de duas escolas públicas da cidade de Juiz de Fora - Minas Gerais. Dentre esses alunos, destacaram-se dois do 9º ano que cursavam pela primeira vez e foram escolhidos por sua disponibilidade.

Os instrumentos utilizados para coleta dos dados foram videografia e o registro de oito atividades desenvolvidas pela dupla. A análise dos dados evidenciou que as maiores dificuldades apresentadas pelos alunos foram a confusão entre os conceitos e também dificuldades em realizar atividades envolvendo noção de malhas com figuras geométricas. No entanto, por meio desses exercícios foi possível mostrar aos docentes como essas tarefas

poderiam ser aplicadas no Ensino Fundamental de acordo com as dificuldades dos alunos e, principalmente, como os professores poderiam abordar esses conceitos em sala de aula.

O trabalho de Santos (2014) teve como objetivo evidenciar dificuldades de ensino e aprendizagem ao abordar os conteúdos de perímetro e área de figuras planas. Especificamente, o objetivo foi o de verificar o entendimento dos alunos envolvendo problemas matemáticos de perímetro e área e, também, identificar as dificuldades dos professores ao trabalharem esses conceitos, bem como perceber como eles analisavam os erros dos alunos com relação a estes problemas.

Os participantes foram 85 alunos da 7<sup>o</sup> série de uma escola pública do interior do estado de São Paulo. Os dados foram coletados a partir de duas questões retiradas do SARESP 2007 e 2008, referentes a cálculos de perímetro e área de figuras planas e a partir de uma entrevista desenvolvida com 13 alunos escolhidos aleatoriamente e mais três professores que lecionavam no Ensino Fundamental.

De acordo com os dados analisados, em relação aos professores foi possível que os autores notassem uma lacuna na formação sobre o conhecimento geométrico e a falta de um estudo aprofundado sobre esses conceitos. Essa defasagem faz com que os mesmos não se motivem e não procurem maneiras diversificadas de ensinar estes conceitos aprofundadamente aos alunos, pois os professores sentem insegurança ao trabalhar a geometria em sala de aula. Além disso, na pesquisa ficou evidente pelas falas dos três professores que eles preferiam ensinar Álgebra em vez de Geometria, de maneira que se evidenciou o trabalho com as práticas tradicionais de ensino.

No entanto, os autores observaram por meio das falas dos professores que os alunos possuem mais facilidade em aprender o conceito de perímetro do que de área e que grande parte dos erros cometidos pelos estudantes decorreu do fato de apresentarem falta de domínio em relação aos conceitos de perímetro e área, pois ficou perceptível que quando esses conceitos se entrelaçavam em um único problema matemático, os alunos confundiam os termos, isso porque eles não foram bem compreendidos pelos alunos em questão.

Realizar esta busca de pesquisa sobre as dificuldades do alunos nos propiciou identificar que as principais dificuldades apontadas e apresentadas por alunos e/ou professores são: dificuldade na leitura, interpretação de textos matemáticos, compreensão da linguagem materna (português) para a linguagem matemática, dificuldade em interpretar o enunciado da questão e identificar o que estava sendo exigido, dificuldades em identificar as informações coerentes para a atividade proposta, falta de organização dos dados do enunciado e, por fim, confusão dos conceitos de perímetro e área. Nesse sentido, é fundamental que os professores sempre estejam

buscando novos caminhos de ensino para que ocorra tanto a aprendizagem significativa para os alunos, quanto para os próprios professores.

## **1.2 A visão dos professores sobre as dificuldades dos alunos**

Observar a visão dos professores sobre as dificuldades encontradas e o desempenho dos alunos torna-se relevante na medida em que há o entendimento da necessidade de novos caminhos no trabalho com a resolução de problemas, que objetivem sanar essas dificuldades e elevar o desempenho dos mesmos. Para tanto, verificamos também as constatações obtidas nos estudos de Oliveira e Mastroianni (2015) e Bassaneze (2010) quanto a função do professor no tratamento desse conteúdo.

Oliveira e Mastroianni (2015) realizaram uma pesquisa com professoras polivalentes que buscou investigar quais eram as suas concepções sobre a abordagem resolução de problemas e como elas a exerciam em sua prática durante as aulas de matemática, do Ensino Fundamental na rede particular de São Paulo, sob a inquietação gerada pela constatação de que muitos alunos chegavam ao final desse ciclo ainda dependentes do professor para conseguirem resolver certos problemas.

Na pesquisa, os autores ressaltam que

Habitados a “buscar pistas” no enunciado para descobrirem qual operação deveriam fazer como principal recurso de resolução, mostravam-se inseguros em relação ao movimento de investigar, de maneira autônoma, no intuito de propor resoluções e/ou conjecturas. As argumentações e confrontações que deveriam estar em pleno exercício, mesmo quando incentivadas, nem sempre aconteciam como prática estabelecida nas aulas (OLIVEIRA; MASTROIANNI, 2015, p. 457).

Na verdade, os autores chegam à constatação de que, no Ensino Fundamental, a maioria dos professores entende que deve haver um momento específico de suas aulas para a realização do trabalho com a resolução de problemas, previsto em planejamento. Outro dado revelado pelos autores:

Nessas aulas, pudemos perceber que se preocupam em ensinar os alunos a resolverem problemas, tendo como foco o uso de heurísticas, estratégias e outras ferramentas. Dessa forma, percebemos que, de maneira geral, entendem como dificuldade a não aplicabilidade imediata dos conteúdos aprendidos nas resoluções, o que nos leva a pensar que acreditam na utilização da resolução de problemas depois da formalização dos conceitos, como abordagem instituída implicitamente em sua prática, e não para introdução dos mesmos (OLIVEIRA; MASTROIANNI, 2015, p. 478).

Para os autores, os professores pesquisados atribuem as dificuldades dos alunos, ao resolverem problemas, às questões de leitura e de compreensão (entendimento) do que foi lido, deixando claro que não compreendem a resolução de problemas como parte do processo investigativo que depende da mediação do professor para conseguirem ultrapassar entraves que seus alunos encontram.

Ancorados na fala de Bassaneze (2010),

O professor, enquanto orientador da aprendizagem, precisa buscar diferentes maneiras de ensinar, utilizando-se de metodologias diferentes e de instrumentos didáticos que subsidiem suas aulas e atividades. Precisa proporcionar aos seus estudantes experiências matemáticas para que eles possam se tornar mais autônomos, independentes e críticos (BASSANEZE, 2010, p. 10).

Em seu trabalho, a autora se centra no papel do professor afirmando que este “torna-se ainda mais importante, pois o erro poderá comprometer a aprendizagem dos alunos” (BASSANEZE, 2010, p. 11) e que é necessária a inserção de situações didáticas em que se apresentem ferramentas para a resolução de problemas em todos os contextos possíveis.

Ensinar Matemática implica aceitar uma mudança profunda nas relações entre os alunos, o professor e o saber. Por esta razão, a autora afirma que a resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos, pois, trata-se de “uma estratégia metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da matemática” (BASSANEZE, 2010, p. 30).

Realizar esta pesquisa deu-nos a certeza de que os professores necessitam estar sempre estudando medidas e caminhos possíveis para tentarem sanar as dificuldades encontradas pelos alunos no que se refere à resolução de problemas. Essa preocupação demonstra a necessidade também de sempre se preocupar com o processo ensino - aprendizagem, sabendo que esta última tem gerado um quadro preocupante para os professores em âmbito geral. Por esta razão, a questão da aprendizagem será o item estudado a seguir.

### **1.3 A questão da aprendizagem**

Para tratar da questão da aprendizagem relacionamos pesquisas atreladas à resolução de problemas como um caminho para o processo do ensino na Matemática. Focaremos essa discussão em Forest (2014), que realizou uma pesquisa com o objetivo de investigar os estudos dos logaritmos no Ensino Médio e a possibilidade da utilização da resolução de problemas para tal. Devemos destacar que as contribuições de Forest (2014) se centram na aprendizagem da

Matemática que tem gerado insatisfação por parte de muitos alunos, que por sua vez têm seus desempenhos qualificados como negativo frente a essa disciplina.

Os estudos de Forest (2014) envolvendo a resolução de problemas se embasam em Pozo (1999), Onuchic e Allevato (2005), Polya (1995) e Dante (1988) e o autor afirma que é crescente nos últimos anos a preocupação com o ensino e a aprendizagem de Matemática. Para Forest (2014, p. 8) “o problema da aprendizagem da Matemática pode estar relacionado com o ensino da mesma” e defende que o estudo dessa disciplina se tornaria significativo a partir da percepção da relação entre o conhecimento matemático e o conhecimento de outras áreas pelos alunos.

De acordo com o autor

A Resolução de Problemas tem surgido nos últimos anos como uma alternativa para o ensino da Matemática. Entendemos que, por meio da resolução de problemas é que a matemática se desenvolve por manter um elo, com todas as outras tendências da Educação Matemática (FOREST, 2014, p.9).

Forest (2014, p. 09) entende que o ensino de matemática só tem sentido se trabalhado através da resolução de problemas “porque trazem ideias novas, impulsionando os diversos ramos da Matemática, muitas vezes sem estarem diretamente ligados”, ou seja, “fazendo uma relação entre a ideia matemática e o contexto”.

O autor ainda defende o ensino da matemática através da resolução de problemas, porque entende que esta motiva o aluno a ser um sujeito ativo no desenvolvimento e organização do conhecimento. Segundo Forest (2014) se trata de uma metodologia que coloca professores e alunos como sujeitos ativos no processo ensino-aprendizagem.

Além de apontar os enunciados dos problemas como a grande dificuldade da aprendizagem através da resolução de problemas, Forest (2014) reforça que é importante buscar novas metodologias de ensino quando há o surgimento de novas dificuldades de aprendizagem e que surgem novas tecnologias para a melhoria do processo ensino-aprendizagem da Matemática.

No estudo apresentado à revista *Unión*, Zuffi e Onuchic (2007) apresentam uma experiência de prática do uso da metodologia da resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática em uma escola pública do Ensino Médio no Brasil. Fazendo uma demonstração do cenário da resolução de problemas no Brasil, as autoras afirmam que os estudos acerca do assunto ganham fôlego a partir de artigos especializados sobre a perspectiva, publicados na década de 1980 no National Council of Teachers of Mathematics dos E.U.A.

Destacam ainda que foi somente a partir do final da década de 1980 que houve o surgimento de vários trabalhos abordando o assunto sob diversos prismas e referenciais teóricos.

Apesar de toda a defesa em favor do uso da resolução de problemas no ensino-aprendizagem da Matemática e, mesmo destacando a grande preocupação em se continuar estudando sobre o tema, ao terminarem a experiência proposta, Zuffi e Onuchic (2007) perceberam que a mesma quase nunca está presente nas salas de aula em qualquer nível de ensino no Brasil.

Ficou claro que há uma tradição no ensino de Matemática e que é muito difícil uma mudança nesses processos. Apesar disso, as autoras destacam:

Mostramos que a implantação da metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas, de maneira continuada, nessa escola pública, trouxe fortes indícios de que é possível explorar tal metodologia com êxito, no ambiente natural da sala de aula, com todas as adversidades e facilidades que possamos aí encontrar (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 94).

Neste trabalho ficou claro também que a relação entre professor e alunos pode mudar, porque os alunos podem aceitar o professor como mediador e não mais como aquele que tudo sabe e que deve ter respostas prontas para tudo.

Além disso, Pirola (2000) e Proença (2008) mostram em suas pesquisas a preocupação sobre a temática resolução de problemas, destacando o Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), onde são desenvolvidas pesquisas sobre a temática.

Sendo assim, é importante que sejam realizados trabalhos abordando a resolução de problemas, tanto relacionados às dificuldades dos alunos, como também no âmbito de sala de aula. Entender o processo de aprendizagem dos alunos dentro do ensino de Matemática traz contribuições importantes para o trabalho em sala de aula por parte do professor, uma vez que este terá ferramentas para se posicionar quanto à forma de ensinar o aluno.

Dentro do tema desta pesquisa, esse entendimento favorece a compreensão dos elementos necessários para o professor buscar caminhos que favoreçam o processo de aprendizagem por meio de uma temática que trará sentido àquilo que o aluno aprende em sala de aula.

Nessa perspectiva, essas pesquisas – principalmente em relação às dificuldades – fizeram com que desenvolvêssemos os instrumentos de coleta de dados com uma linguagem mais propícia aos sujeitos envolvidos na pesquisa, além de propormos problemas que envolviam situações do cotidiano dos participantes. Além disso, essas pesquisas refletem nos

resultados obtidos em nosso estudo, tanto em relação às dificuldades, quanto no processo de ensino e aprendizagem e no conhecimento dos professores.

## SEÇÃO 2

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção faremos uma discussão sobre a resolução de problemas em sua origem, como abordagem de ensino de Matemática, fazendo a diferenciação entre exercício e problema, trazendo suas definições e etapas, bem como os tipos de problemas empregados nesta pesquisa. O embasamento de toda esta seção se dará em autores como Onuchic (1999), Van de Walle (2009), Echeverría (1998), Dante (2003), Sternberg (2000), Polya (1997), Mayer (1983), Chi e Glaser (1992), Echeverría; Pozo (1998), Brito (2006), Krutetskii (1976) entre outros.

#### 2.1 Breve histórico sobre a resolução de problemas

O estudo sobre a resolução de problemas como estratégia para o ensino de Matemática tem cumprido diferentes papéis ao longo dos tempos. Segundo Onuchic (1999), na Antiguidade problemas matemáticos eram trabalhados de forma mais mecânica e repetitiva por povos como os egípcios e os gregos, onde utilizava-se a solução de um problema que indicava um caminho para resolver problemas semelhantes.

No século XX também se empregava este formato de memorização e repetição mecânica no ensino da Matemática. Para o aluno ter êxito, precisava ter uma capacidade de memorização muito boa, bastando apenas seguir o caminho estipulado. Bastava receber a informação, anotar, memorizar e repetir, afirma Onuchic (1999).

No final da década de 50, com o surgimento da Matemática Moderna, tem-se o nascimento de um método excessivamente formal, teórico, que usava a abstração e não dava base para aplicação no mundo real. De acordo com Brandão e Selva (1999), a Matemática Moderna ia contra os estudos que defendiam um modelo mais integrado, real e participativo de ensino da Matemática.

Assim, segundo Huamán Huanca (2008), a resolução de problemas teve seu destaque com o Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 1960 e 1970, porém as pesquisas se intensificaram a partir de questionamentos acerca do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido, devemos nos atentar para o fato de que na história da Matemática, a resolução de problemas teve seu percurso construído devido à demanda de soluções para problemas de ordem prática que advinham do cotidiano social, em conjunto com as

investigações realizadas por educadores matemáticos entre as décadas de 60 e 70, afirmam Eisermann e Fuchs (2017). Contudo, a resolução se tornou tema de interesse e começou a ser investigada a partir da publicação do livro *How to solve it* de George Polya, em 1945 no exterior, e publicado posteriormente no Brasil em 1975 com o título *A Arte de Resolver Problemas*.

Assim, com os estudos de Polya e a publicação de seu livro deu-se uma quebra de paradigmas com relação ao processo de ensino e aprendizagem, confrontando com a educação tradicional, baseada na repetição e memorização que vinha sendo utilizada e a proposição da resolução de problemas como metodologia de ensino para a Matemática (EISERMANN; FUCHS, 2017).

Conforme Martins et al. (2002), na década de 1980 surgiram proposições acerca do ensino da Matemática, destacando o documento denominado *Agenda para Ação e Documentos para a Renovação do Currículo da Matemática*. Ambos os documentos priorizando a resolução de problemas para o ensino da Matemática.

Segundo Morais (2015), nesta década pesquisadores e educadores preocupados com o ensino de Matemática se interessaram em dar mais atenção a um Currículo sem diferenciação, voltados para todos os alunos. Com base nisso, tendo em vista o desenvolvimento constante da teoria sobre a resolução de problemas, propuseram a criação de um modelo de ensino atrelado ao currículo de Matemática com a resolução de problemas e enfoque na sua compreensão.

Esta autora ainda destaca que nessa mesma época o National Council of Teachers of Mathematics - NCTM ficou com o papel de divulgar essa mudança no currículo que estava ligada ao ensino de Matemática. Com isso o NCTM publicou um documento *An Agenda for Action – Recommendations for School Mathematics of the 1980s* (Uma Agenda para Ação – que continha recomendações relacionadas à Matemática para esta época). Neste documento, a resolução de problemas deveria considerar questões do dia a dia das pessoas, encadeadas ao ensino de Matemática, não se limitando a problemas isolados, mas associados à aplicabilidade da Matemática com o mundo real. E foi por meio desta publicação que a resolução de problemas ganhou espaço no mundo inteiro, chamando atenção de todos os interessados como pesquisadores, entre outros.

De acordo com Onuchic (1999), algumas ações recomendadas neste documento destacam que o ensino de Matemática deveria ser organizado e orientado pela resolução de problemas, em que os professores deveriam criar estratégias que possibilitassem o desenvolvimento desta em sala de aula. Em todos os níveis escolares deveria haver materiais adequados, voltados para a resolução de problemas. Os programas de Matemática da década de 80 deveriam ter suas aplicações no ensino de resolução de problemas em todos os níveis

escolares, em que pesquisadores e agências pudessem priorizar as investigações nesta área. Também ressaltam a importância de levar em consideração os “[...] aspectos sociais, antropológicos e linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática” (ONUCHIC, 1999, p. 205).

Sendo assim, ao iniciar a reflexão sobre a resolução de problemas, devemos nos ater no primeiro momento ao significado de “problema” e à importância da perspectiva resolução de problemas para o ensino da Matemática, como exposto na próxima subseção.

## **2.2 O ensino na resolução de problemas**

Segundo Echeverría e Pozo (1998, p. 20), “existem inúmeras classificações das possíveis estruturas dos problemas, tanto em função da área à qual pertencem e do conteúdo dos mesmos, como do tipo de operações e processos necessários para resolvê-los, ou de outras características”.

Para os PCN (BRASIL, 1998, p. 41), “só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”. Assim, para os PCN (BRASIL, 1998), só existe um problema se o aluno é motivado a resolvê-lo e até mesmo consiga compreender as informações contidas no enunciado para que o mesmo possa solucioná-lo. Desta forma, temos na resolução de problemas uma forma acessível ao conhecimento, sendo possível levar os alunos a aprender a aprender.

Para Van de Walle (2009):

Um problema é qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Acrescentando um caráter subjetivo a esta questão, no contexto da metodologia aqui apresentada, consideramos que problema refere-se a tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Percebe-se que na resolução de problemas não há uma única fórmula ou procedimento que possa ser seguido para que exista uma boa aprendizagem, mas sim caminhos que dão apoio aos professores na busca pela melhoria dessa aprendizagem. É neste sentido que se apresenta a resolução de problemas como um caminho para o ensino da Matemática. Deste modo, devemos estar atentos ao fato de que o problema é uma situação que um indivíduo, neste caso o aluno, quer ou precisa resolver mas não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.

Assim, a solução de problemas baseia-se na apresentação de algumas situações em que se sugere ao aluno uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas. O que se procura neste tipo de ensino é promover nos alunos o domínio de determinados procedimentos, bem como a utilização de conhecimentos prévios e disponíveis para dar respostas a situações impostas e diferentes (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Para Sternberg (2000), a atividade de resolução de problemas exige do professor criatividade e a elaboração de estratégias que estejam de acordo com o que o aluno já traz de experiência e com aquilo que ele sabe. Não se deve esquecer também de que a busca por uma resposta correta se dá de modo diferente para cada um dos envolvidos neste tipo de trabalho.

Assim, no que diz respeito à resolução de problema no ensino da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) evidenciam

[...] que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1998, p. 40).

Nesse sentido, Chi e Glaser (1992) afirmam que desde crianças solucionamos problemas matemáticos, problemas aqueles que nos são apresentados por meio do mundo, onde organizamos as informações e as armazenamos em nossas memórias. Essas informações são acarretadas por crenças, convicções, modelos mentais e corpos de entendimentos que influenciam a forma de solucionarmos os problemas.

Sendo assim, é de suma importância que sejam realizadas pesquisas e trabalhos envolvendo a resolução de problemas desde a Educação Básica, pois como afirma Chi e Glaser (1992, p. 250), “a solução de problemas é uma habilidade cognitiva complexa que caracteriza uma das atividades humanas mais inteligentes”.

Além disso, os PCN (BRASIL, 1998) do Ensino Fundamental indicam o trabalho com a temática resolução de problemas como um “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática” (BRASIL, 1998, p. 40). Esse eixo parte do princípio de que a situação-problema é o ponto de partida no ensino de Matemática e não uma definição, ou seja, uma regra a ser seguida, tornando-se de certa maneira uma circunstância importante para o ensino, de forma que possibilite, por meio do problema, aos alunos se engajarem em estratégias e procedimentos para solucioná-lo. Nesse sentido, os PCN afirmam que “a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos

mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance” (BRASIL, 1998, p. 40).

Mas, por se tratar de uma “habilidade cognitiva complexa”, podemos destacar que a resolução de problemas não tem tido êxito como uma prática em sala de aula, pois muitos dos professores se restringem apenas à reprodução do conhecimento, como por exemplo, aulas expositivas e a exercícios de memorização e fixação do conteúdo. Assim, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998) habitualmente

[...] os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas (BRASIL, 1998, p. 40).

Deste modo, o fato de os problemas não serem trabalhados de uma maneira significativa pode ser verificado na pesquisa de Proença (2013) que investigou os conhecimentos de quatro futuros professores de Matemática que estavam cursando o terceiro ano do curso. Para investigar esses conhecimentos, o autor realizou entrevistas individuais com esses professores e por meio dos seus relatos analisou que o ensino e a aprendizagem pertinentes na Escola Básica não passava de uma atividade mecanizada, onde os seus professores passavam exercícios para resolverem por meio de fórmulas e era avaliado se haviam encontrado uma resposta coerente, ou seja, correta para a atividade proposta, não levando em consideração o processo de resolução. Além disso, verificou na fala dos participantes que o problema deve ser trabalhado após a aplicação de um conteúdo e não como um ponto de partida. E mais, observou que esses participantes, mesmo estando em formação inicial, apresentavam dificuldades e limites para abordar e colocar em prática os conhecimentos sobre resolução de problemas.

Desta maneira, no que se refere à resolução de problemas, umas das principais dificuldades dos professores é diferenciar um problema de um exercício, mas para que essa abordagem seja aplicada com êxito em sala de aula é necessário identificar essa diferença. Assim, antes de tratarmos sobre problemas matemáticos, é necessário termos conhecimentos sobre a concepção desta diferenciação, assim propomos a subseção a seguir.

### 2.3 Exercício e problema: diferenças

Diversos autores trazem diferentes definições sobre o significado de problema. No que segue, de acordo com Chi e Glaser (1992, p. 253), “um problema é uma situação na qual o solucionador está tentando alcançar um objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá”. Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 41), “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la”. Neste sentido, esses autores e esse documento versam que para que uma atividade Matemática seja um problema para aqueles que irão solucioná-lo, é necessário que essa atividade seja desafiadora, onde o solucionar buscará uma maneira, ou seja, caminhos, estratégias para se obter uma resposta.

Já na visão de Sternberg (2000, p. 306), “[...] se pudermos recuperar rapidamente uma resposta da memória, não temos um problema. Se não pudermos recuperar uma resposta imediata, então temos um problema para ser resolvido”. Essa recuperação está associada a quem soluciona o problema, pois uma atividade de Matemática pode ser um problema muitas vezes para mim e para outra pessoa não, pois tudo isso está relacionado ao conhecimento que cada um possui.

Dessa maneira, o problema é uma situação diferenciada em relação às tarefas aplicadas como os exercícios em sala de aula. Para Echeverría e Pozo (1998, p. 16), “um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam de forma imediata à solução”. Por esta razão, o professor deve conhecer e diferenciar bem um do outro. A ele cabe propor atividades que não sejam apenas exercícios prontos, mas situações-problemas que permitam aos alunos momentos de reflexão e aplicação dos conhecimentos matemáticos dos quais já é possuidor. Isto porque, o problema demanda interesse por sua solução ou a busca por respostas por meio próprios, exigindo do aluno conhecimentos prévios e criatividade no estabelecimento de estratégias de resolução.

Segundo Echeverría (1998, p. 49), “[...] os exercícios servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas”. Esses tipos de exercícios não estão próximos de serem problemas, pois, para Echeverría (1998, p. 48), “[...] para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta”. Nessa perspectiva, para que uma atividade seja verdadeiramente qualificada como um problema matemático para quem for resolvê-la, é essencial que esta atividade se componha de um verdadeiro desafio onde

o aluno nunca se deparou antes, buscando por meio de uma sequência de estratégias ou ações obter uma solução. Por esse motivo o que compõe um verdadeiro problema para os professores, pode não ser para os seus alunos.

Deste modo, ao abordar a resolução de problemas em sala de aula é necessário que o professor averigüe o processo de resolução do aluno e não apenas a resposta final, pois o aluno apenas ao apresentar uma resposta correta ou não, não significa que ele compreendeu e teve um conhecimento do significado de um determinado conteúdo de Matemática. Visto que os PCN (BRASIL, 1998, p. 42) indicam que “resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados”, ou seja, não basta apenas compreender, interpretar o problema, também é essencial verificar o processo de solução, para desenvolver no aluno a capacidade de comparar seus dados com outros alunos e até mesmo escolher um caminho, uma estratégia para solucionar o problema.

No que concerne a exercícios, não podemos deixar de ressaltar que os exercícios matemáticos também são importantes no processo do ensino da Matemática, mas é necessário ter um equilíbrio da quantidade de exercícios e problemas matemáticos trabalhados em sala de aula, pois é essencial que essas atividades beneficiem a competência do aluno em raciocinar, elaborar, refletir, estabelecer estratégias, medir e aferir as soluções encontradas. Deste modo a autora Echeverría (1998, p. 48) explicita que o exercício “não é só a repetição das operações matemáticas mais básicas, seja de forma oral ou de forma escrita, mas também pode ser um outro tipo de tarefa na qual o aluno não precisa tomar nenhuma decisão sobre os procedimentos que deve usar para chegar a solução”. Assim, adotamos neste trabalho como exercícios matemáticos aqueles que podem ser representados por simbologias matemáticas, números e resolvidos imediatamente sem necessidade de uma decisão ou uma reflexão dos procedimentos adequados para resolvê-los. Em outras palavras, são situações sem a necessidade de contexto, que não demandam do aluno um processo de compreensão ou interpretação mais elaborado.

Desse modo, a autora Echeverría (1998) classifica exercícios em dois tipos: um consiste na aplicação de técnicas e algoritmos já ensinados pelo professor em sala de aula, favorecendo a automatização de diversas operações matemáticas, pois

O objetivo desse tipo de exercícios é a consolidação e a automatização da técnica. As tarefas que fazem parte dos cadernos de cálculo, “o cálculo mental”, a repetição da tabuada ou a solução contínua de equações de segundo grau são exemplos desse tipo de exercícios. A sua eficiência na automatização de algoritmos não depende somente do número de vezes que são repetidos, mas também da forma em que estão ordenados e do tipo de dificuldade que possam representar para os alunos (ECHEVERRÍA, 1998, p. 49).

O outro tipo baseia-se não apenas nas repetições de técnicas, mas também o processo que se encontra por trás da técnica, como no exemplo indicado pela autora Echeverría (1998, p. 49), “se ao invés de pedir a um aluno que indique qual é o resultado de  $7+5$ , propusermos que nos diga quantos animais há numa granja com sete pintinhos e cinco galinhas, estaremos propondo um exercício desse segundo tipo”.

A diferença entre os dois tipos de problema, como apontado por Echeverría (1998), é que na resolução deste exercício acima exige que o aluno realize uma tradução, transformando as informações de uma linguagem falada para a linguagem matemática, fazendo com que o aluno planeje uma ordem para resolver a tarefa.

No que diz respeito à diferença de exercícios e problemas Dante (2000) afirma que:

Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema ou problema-processo é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias (DANTE, 2000, p. 43).

Em outras palavras, isso significa que o exercício serve somente para mecanizar algum algoritmo ou conteúdo que foi explicado pelo professor, no qual o aluno não precisa de nenhuma estratégia ou muita compreensão para conseguir chegar a uma resolução, apenas praticar e executar um processo já conhecido. Já um problema matemático é uma tarefa que mobiliza o aluno a pensar e a criar suas próprias estratégias ou caminhos que possibilitem o mesmo a resolvê-lo.

Contudo, com relação à distinção de um exercício para um problema podemos destacar, segundo os PCNs (BRASIL, 1998, p. 41), que “o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”.

Neste sentido, para que o professor consiga trabalhar com a resolução de problemas, é essencial que o mesmo saiba identificar a diferença entre exercício e problema, pois não é difícil encontrar professores que ensinam a disciplina de Matemática de uma forma “rotineira” nas escolas, onde o método de ensino é baseado em aulas expositivas e exercícios de fixação e memorização para a aprendizagem e os conteúdos que abordamos são aqueles apresentados nos livros didáticos (CHAGAS, 2004).

A resolução de problemas não deve ser desenvolvida de maneira desvinculada dos conteúdos, ou seja, em paralelo e muito menos como uma atividade de aplicação da aprendizagem. Assim, a temática deve ser tratada como um norteamento para a aprendizagem, visto que a resolução de problemas possibilita um contexto onde se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998).

Portanto, na subseção abaixo vamos discorrer sobre o processo de resolução de problemas.

## **2.4 Etapas do processo da resolução de problemas**

Diversos autores defendem que um problema matemático consiste na superação de um obstáculo e na busca por um caminho ou uma estratégia. Como mencionado anteriormente por Echeverría (1998), estaria relacionado ao processo de resolução de problemas, ou seja, às fases/etapas da resolução de problemas. Desse modo, autores como Polya (1995), Mayer (1992), Echeverría (1998), Sternberg (2000), Brito (2006) elencaram fases/etapas que integram o processo de resolução de problemas, que consiste em compreender, interpretar uma tarefa Matemática, elaborar um plano para se alcançar um objetivo, executar esse plano e, por último, averiguar a solução.

Assim, Brito (2006) ressalta que não existe uma única maneira ou regra para se resolver um problema matemático e afirma que o aluno precisa na solução de problemas

[...] combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma re-organização conceitual cognitiva. Trata-se, portanto, de uma re-organização dos elementos já presentes na estrutura cognitiva, combinados com os novos elementos trazidos pela nova situação (BRITO, 2006, p. 19).

Dessa maneira, Echeverría (1998) afirma que para que seja possível solucionar qualquer problema matemático, é necessário que qualquer pessoa lembre, preste atenção nos significados dos problemas e até mesmo relacione seus elementos entre si. Mas claro que é necessário que essas habilidades, por sua vez, sigam um determinado processo de resolução, para se possível encontrar uma resposta adequada.

Deste modo, Polya (1995) desmembrou o processo de resolução de problemas em quatro etapas a serem adotadas para se obter uma solução a um problema matemático. A primeira versa sobre a compreensão do problema, em que busca não apenas entender o

significado das palavras, mas também entender o problema com perguntas que podem auxiliar durante o processo de resolução. A segunda etapa seria o estabelecimento de um plano, onde deve-se procurar elaborar uma estratégia. A terceira consiste na execução do plano, quando o solucionador deve buscar desenvolver a estratégia e validar cada passo. E por fim, a última etapa se resume no retrospecto da solução que procura verificar a resposta obtida analisando o processo empregado durante a resolução.

Por sua vez, Polya (1995) afirma que para resolver um problema, é fundamental que o solucionador compreenda o problema. Mas, que apenas compreender o problema não é o suficiente. É essencial que o solucionador também se sinta motivado e interessado em romper obstáculos e barreiras para se obter uma solução. Para isso, o autor Polya (1995, p. 4) admite que “[...] o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante”. Assim, entende-se que para o solucionador compreender um problema, deve-se primeiramente compreender a linguagem do enunciado, assim como ser capaz de identificar quais são as principais informações, os dados necessários, as incógnitas e as condições para se encontrar uma solução, além de tentar familiarizar simbologias ou elementos com a situação proposta.

Já com relação à etapa de estabelecimento de um plano, que se refere à elaboração de uma ou mais estratégias para o problema, o autor afirma que diversas ideias podem surgir, sendo elas adequadas ou não, sendo que as ideias para se estabelecer um plano estão baseadas em conhecimentos já adquiridos, ou seja, problemas similares e também por meio de experiências vivenciadas pelo solucionador. Além disso, Polya (1995, p. 5) reconhece que “temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita”.

A terceira etapa consiste na execução do plano, segundo Polya (1995), se refere a solucionar a tarefa, versa sobre executar a estratégia elaborada na etapa anterior e verificar cada passo do problema, por meio das regras já estabelecidas ou conhecidas. Nessa etapa, é fundamental, de acordo com o autor, escolher a ideia mais adequada para se encontrar a solução, pois além dos conhecimentos matemáticos, a paciência é essencial para que se obtenha êxito durante o processo de resolução, pois se o próprio solucionador atingir o objetivo do problema e analisar cada passo executado, o mesmo aprenderá um novo conhecimento que dificilmente será esquecido.

A última etapa denominada retrospecto está relacionada à etapa em que o solucionador alcançou o objetivo e realizou uma análise da solução obtida. Neste caso, o solucionador

verifica cada passo em sua resolução, analisando todo o seu procedimento e averiguando se há erros ou não na solução obtida. Além disso, esta etapa permite que a pessoa que está engajada no processo de resolução tome ciência das suas estratégias e regras efetuadas, pois, segundo Polya (1995, p.10), se o solucionador fizer “[...] um retrospecto da solução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas”.

A autora Brito (2006) realizou um estudo sobre as etapas que um indivíduo realiza ao se envolver no ato de resolver um problema, etapas essas nas quais o pensamento passa durante o processo de solução de um problema com base em diversos autores, como Dewey (1910), Krutetskii (1976), Polya (1978), Mayer (1992), Sternberg (2000). A autora sintetizou o processo de resolução de problemas apoiados em quatro fases/etapas, sendo elas: representação de um problema, planejamento, execução e monitoramento.

A fase/etapa de representação de um problema, segundo Sternberg (2000), consiste em identificar qual o objetivo principal do problema e a partir disso defini-lo e representá-lo para que se possa solucioná-lo de maneira correta. Para Sternberg (2000, p. 307), “essa etapa é crucial para você descobrir a resposta”.

Para a autora Brito (2006, p. 26), consiste em uma “[...] imagem mental coerente com a tarefa, isto é, o indivíduo disponibiliza material necessário para a solução de uma tarefa específica. A informação organizada na estrutura cognitiva constitui a arquitetura mental”. Além disso, Brito destaca que antes de compreender o problema matematicamente, é fundamental que o solucionador o compreenda em sua proposição verbal, ou seja, compreenda seu enunciado. Assim, para representar um problema, o solucionador precisa da habilidade verbal – ler e interpretar o problema para que seja possível compreendê-lo matematicamente. Nesse sentido, Brito (2006, p. 27) afirma que “[...] a leitura cuidadosa e atenta do enunciado é fundamental, pois permite ao indivíduo elaborar uma representação do problema e, em seguida, formular um plano de execução”.

Segundo Mayer (1983), citado por Echeverría (1998, p. 51), “[...] o processo de solução de problemas exige, em primeiro lugar, que uma pessoa compreenda o problema e o traduza para uma série de expressões e símbolos matemáticos”. A partir disso, devem ser delineadas estratégias que levem a diferentes caminhos que alcancem o objetivo de encontrar a solução e também selecionar as técnicas que proporcionem atingir cada submeta. Posteriormente, o solucionador deve interpretar os problemas com os resultados obtidos e traduzir em solução admissível. Dessa maneira, Mayer (1983) afirma que para que seja possível compreender e

traduzir o problema, a linguagem matemática tem um significado fundamental para esta fase/etapa de compreensão do problema.

Além disso, essa fase/etapa envolve, de acordo com Mayer (1992), conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos, onde o autor afirma que

[...] podemos separar a representação do problema em duas partes: a) a tradução do problema, que envolve converter cada frase ou condição numa representação mental e depende dos conhecimentos linguístico e semântico; b) integração do problema, que envolve combinar as informações numa estrutura coerente e depende do conhecimento esquemático (MAYER, 1992, p. 459).

Assim, o conhecimento linguístico consiste em identificar a linguagem com a qual escreveu-se o problema matemático, de tal modo que possibilite compreender, no nosso caso a linguagem portuguesa, o seu significado, a terminologia da palavra e até mesmo a linguagem Matemática e suas relações no enunciado do problema. No que lhe concerne, o conhecimento semântico refere-se ao conhecimento dos fatos do mundo que não está explícito no problema, mas que é necessário para o processo de resolução, como no exemplo em que o autor Mayer (1992, p. 458) afirma que esse conhecimento consiste em compreender “[...] que um metro é igual a 100 centímetros ou que os quadrados têm quatro lados iguais”. Em seguida, a pessoa deve empregar seu conhecimento esquemático que está relacionado aos tipos de problema, ou seja, esse conhecimento auxiliaria na classificação de um problema, como por exemplo, no caso do solucionador “[...] saber que os problemas de área são baseados na área da fórmula = largura x largura” (MAYER, 1992, p. 458).

A segunda fase/etapa que consiste no planejamento de um problema versa sobre o solucionar, buscar maneiras, procedimentos para a obtenção da solução, seja esta busca por meio de representações gráficas, desenhos entre outros, como o próprio Sternberg (2008, p. 307) enfatiza que “uma vez que o problema tenha sido identificado, o próximo passo é o planejar uma estratégia para resolvê-lo”. Lembrando que não existe apenas uma única estratégia ou maneira de se resolver todos os problemas, pois cada problema apresenta suas características particulares e cada solucionador possui suas prioridades ao elaborar um planejamento.

Após ter realizado o planejamento, é necessário que o solucionador o coloque em prática, o que corresponde à terceira fase/etapa do processo de resolução que seria a execução. Essa fase/etapa consiste em selecionar um procedimento mais acessível e plausível pautado em cálculos matemáticos e outras formas de representações. Assim, o solucionador deve executar a estratégia para obter sucesso.

Por fim, a última fase/etapa especificada por Brito (2006) é o monitoramento, que remete ao fato de solucionar, checar e avaliar os passos da solução obtida no problema, executada por ele próprio. Segundo Sternberg (2008), essa etapa consiste em fazer verificações ao longo da execução do problema para averiguar se a resposta está próxima do objetivo.

Após termos elencado essas etapas do processo de resolução de problemas, vale ressaltar que para que a abordagem resolução de problemas tenha sua eficiência, é necessário levar em consideração os conhecimentos que os estudantes possuem em suas memórias e a maneira como os mobilizarão. Destacando que é fundamental que os professores não apenas avaliem a resposta final da tarefa e sim o processo de resolução. Pois de acordo com Pirola (2000),

Embora as respostas sejam importantes no processo de solução de problemas elas não devem ser valorizadas em detrimento do processo. As respostas são decorrentes da utilização de procedimentos adequados e da criatividade. Se apenas o produto final (resposta) é avaliado, o professor terá dificuldades para reconhecer as diversas maneiras que os estudantes buscam ao solucionar um determinado problema (PIROLA, 2000, p. 88-89).

Comparando as fases/etapas propostas pelos diferentes autores e as destacadas por Brito (2006) e Polya (1995), percebemos (em sua maioria) que todas essas fases/etapas abrangem os mesmos caminhos essenciais atrelados ao processo da solução de um problema. Nesse sentido, utilizando uma teoria mais atual, nos pautamos em Brito (2006) para analisar as dificuldades dos alunos no processo de solução de um problema (nas etapas), na qual as elencamos como sendo: interpretação de um problema, que consiste em identificar as informações e compreender sua forma verbal; estratégia, correspondendo à elaboração de um caminho para se encontrar uma solução; execução do problema, que versa executar a estratégia elaborada na etapa anterior; verificação de um problema, que concerne a avaliar o processo de resolução traçado e a aferir a resposta encontrada. Desse modo, ilustramos tais dificuldades por meio de Tabelas e Figuras que revelaram o processo de resolução seguido.

Além disso, é essencial destacarmos que as etapas/fases do processo de resolução devem ser utilizadas pelos professores como um auxílio durante o processo de desenvolvimento de um problema. Pois, os problemas propostos em sala de aula devem promover aos alunos uma reflexão e não se concretizar apenas em uma simples busca de descobrir quais operações ele mesmo precisa executar para solucioná-lo e encontrar uma resposta análoga a do professor.

Assim, os professores devem dar autonomia para os alunos e expor que nem sempre um problema tem uma única resposta, de modo que leve o aluno a interpretar corretamente o

enunciado e tomar suas próprias conclusões. Além disso, dar a oportunidade aos alunos de trilharem suas próprias estratégias de solução de problemas, usufruir e aproveitar as ideias dos alunos em sua totalidade, permitir e incentivar que eles façam perguntas para a compreensão do problema e não expor respostas prontas e arrumadas, são caminhos positivos que os professores devem procurar para estimular seus alunos durante o processo de solução de problema, desenvolvendo o espírito crítico, inovador e de criatividade neles.

Os professores, ao ensinarem sobre resolução de problemas, sempre precisarão realizar comentários com relação ao processo de resolução, como as fases/etapas do processo, táticas empregadas, quais decisões devem ser tomadas para se obter a solução de um determinado problema. Nesta perspectiva, é necessário abordarmos os tipos de problemas que propomos em nossa pesquisa. Para isto compomos a próxima subseção.

## **2.5 Tipos de problemas**

Nesta pesquisa, dentre as várias definições sobre o termo problema, tomamos como referência os autores Chi e Glaser (1992, p. 251) que apontaram que “um problema é uma situação na qual você está tentando alcançar algum objetivo e deve encontrar um meio de chegar lá”.

Diante dessa definição de problema, entende-se que há um processo de resolução a ser seguido. Foi por meio do uso de problemas que Krutetskii (1976) desenvolveu uma investigação por aproximadamente 11 anos, com 201 estudantes russos, cujo objetivo era de identificar a estrutura das habilidades matemáticas que esses estudantes da escola básica possuíam.

Krutetskii (1976) investigou características psicológicas referentes à capacidade para a matemática e defendeu a inexistência da incapacidade absoluta para a matemática, afirmando que todo aluno normal, com um bom ensino, pode apresentar bons ou maus resultados dependendo de poder adquirir as correspondentes noções e capacidades.

De acordo com Krutetskii (1976), é necessário formar, desenvolver, cultivar e melhorar as habilidades das crianças, tendo em vista que não são condições predeterminadas. Para Krutetskii (1976),

O professor não deve se contentar com a noção de que desempenhos variados das crianças em matemática, por exemplo, são reflexos dos níveis de habilidades das mesmas. Habilidades não são algo pré-determinado de uma vez por todas, são formadas e desenvolvidas através da instrução prática, e domínio de uma atividade. Portanto, falamos da necessidade de formar, desenvolver, cultivar e melhorar as

habilidades das crianças e não podemos prever exatamente até onde esse desenvolvimento pode ir (KRUTETSKII, 1976, p. 4).

Nesse sentido, Krutetskii (1976) afirma que para que um estudante seja capaz de executar uma atividade, o mesmo deve possuir habilidades e condições psicológicas favoráveis para o desenvolvimento e o sucesso dessa atividade. Assim, Krutetskii (1976) conclui que para o sucesso de uma atividade, as habilidades não dependem apenas de características psicológicas individuais, mas sim de um conjunto completo de traços essenciais de personalidade, que envolvem o intelectual, o emocional (KRUTETSKII, 1976, p. 74, tradução nossa). Para o autor, a habilidade é um fenômeno interno que resulta de um amplo conjunto de características psicológicas individuais e seus componentes, que para serem estudados é necessário observar o estudante durante o processo de solução da atividade.

Deste modo, Krutetskii (1976) para identificar os componentes da estrutura das habilidades matemáticas, desenvolveu problemas experimentais compostos por 26 séries, contendo 79 testes, sendo que 22 testes eram aritméticos, 17 algébricos, 25 geométricos e 15 de outros tipos, todos compostos por uma variedade de problemas que possibilitassem analisar cada uma das habilidades. O estudo foi realizado por meio de seções e, em seguida, por meio de grupos de alunos, compostos por estudantes muito capazes em Matemática, capazes, médios e menos capazes em Matemática. Além disso, os problemas escolhidos por Krutetskii (1976, p. 90) “tinham vários graus de dificuldade (baixa, média, alta), incluindo problemas não padronizados requerendo elementos da criatividade matemática”. E acreditava que quando os estudantes resolviam os problemas por meio da técnica *pensar em voz alta*, era possível coletar dados e características da atividade mental que não estavam explícitas na resolução.

A partir desses problemas experimentais (testes), o autor apresentou uma estrutura das habilidades matemáticas, na qual os componentes se comprovam durante as etapas de solução de problemas. Segundo Krutetskii (1976, p. 350-351), a estrutura das habilidades matemáticas está presente nos quatro estágios, como explicado abaixo:

- 1) Obtenção da informação matemática, que consiste na habilidade para percepção formalizada do material matemático e a habilidade para a compreensão da estrutura formal do problema, que incide na compreensão (linguagem escrita e linguagem Matemática) do enunciado do problema, onde envolve a habilidade do aluno perceber problemas com informações incompletas e supérfluas;
- 2) Processamento da informação matemática, na qual desenvolvem diversas habilidades de pensamento, como por exemplo generalização, pensar em símbolos matemáticos, habilidade em resumir o processo de raciocínio matemático como suas operações,

flexibilidade do processo mental, reversibilidade do processo mental no raciocínio matemático e outros;

- 3) Retenção da informação Matemática, a qual consiste na memória matemática, como memória generalizada relacionada aos tipos (características) do problema, esquemas de argumentos, princípios de abordagem, provas, métodos de resolução de problemas;
- 4) Componente geral sintético, que se refere ao tipo de mente Matemática, que consiste em três estilos, sendo eles: estilo analítico, estilo geométrico e estilo harmônico. Esses estilos estão relacionados ao pensamento do aluno ao resolver um problema baseado em componentes verbal-lógico e visual-pictórico.

Podemos perceber que os três estágios básicos presentes no processo de solução de um problema matemático são: obtenção da informação Matemática, processamento da informação Matemática e retenção da informação Matemática. Assim, no processo de resolução de um problema, para Krutetskii (1976, p. 352), “habilidades matemáticas são habilidades para usar material matemático de forma generalizada, abreviada, flexível e de reversibilidade de seus sistemas e associações”.

No que diz respeito à obtenção da informação Matemática, Krutetskii (1976) considerou de fundamental importância que as informações, ao serem utilizadas no momento da solução do problema, fossem bem compreendidas. Segundo o autor, a compreensão tinha seu início na identificação dos componentes matemáticos presentes no enunciado, tratando-os como: problemas de informações incompletas e problemas de informações supérfluas.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, além dos problemas com informações incompletas, supérfluas, baseadas em Krutetskii (1976), acrescentamos problemas com informações completas, elaborados pela pesquisadora.

Os problemas com informações incompletas são aqueles que apresentam uma deficiência em seu enunciado, ou seja, segundo Krutetskii (1976, p. 107), são problemas que “faltam algumas informações, o que parece impossibilitar uma resposta exata à questão do problema. Quando a informação é introduzida, uma resposta exata pode ser obtida”.

Mas, para o autor, mesmo que os problemas possuam fatos incompletos, é possível extrair um tipo de solução ou até mesmo levantar hipóteses de solução. Mas, isso só é possível a partir do momento que a estrutura formal do problema for percebida, se o aluno tem a capacidade de identificar que é possível resolver o problema caso o mesmo forneça ou suponha uma informação, obtendo-se uma solução para a situação matemática proposta.

Observando esse exemplo, mostrado por Krutetskii (1976), pode-se compreender o que o autor quer mostrar:

**Quadro 1** – Exemplo de problema com informação incompleta

**Problema 1:** Dado dois círculos, o raio de um é de 3 cm e as distâncias entre seus centros é de 10 cm. Os círculos se cruzam?

Fonte: Krutetskii (1976, p. 109).

Neste caso, para solucionar este problema o solucionador deverá conhecer o raio do outro círculo para obter uma solução.

Já no que diz respeito a problemas com informações supérfluas, Krutetskii (1976) define como sendo problemas nos quais são introduzidas sugestões suplementares, desnecessárias ou inúteis que mascaram os fatos necessários para a solução. Nesse sentido, esses problemas, de acordo com o autor, têm como objetivo analisar se os estudantes conseguem “distinguir o complexo de relações entre as quantidades matemáticas necessárias para resolver o problema e eliminar os fatos desnecessários” (KRUTETSKII, 1976, p. 109). Ou seja, se os mesmos seriam capazes de coletar o que realmente seria importante, essencial e suficiente para a resolução do problema matemático.

Segue um exemplo de problema supérfluo citado pelo autor Krutetskii (1976) em sua obra:

**Quadro 2** – Exemplo de problema com informação supérflua

Dado um triângulo isósceles, com um dos lados medindo 2 cm, outro 10 cm, e o terceiro igual a um dos dois lados, encontre o terceiro lado.

Fonte: Krutetskii (1976, p. 111).

Se o problema já informa que o triângulo é isósceles, não precisaria da informação de que o terceiro lado seria igual a um dos outros dois lados.

Por fim, os problemas com informações completas são aqueles que envolvem em seu enunciado informações necessárias para a solução, isso quer dizer que todas as informações que estão contidas no enunciado são utilizadas na busca por uma solução.

O Quadro 3 a seguir é um exemplo de problema com informação completa.

**Quadro 3** – Exemplo de problema com informação completa

Qual o volume de uma pirâmide quadrangular onde cada lado da base mede 5 metros e tem como altura 3 metros?

Fonte: Elaboração da autora.

Nesse sentido, Pirola (2000) em sua pesquisa de doutorado teve por objetivo investigar a solução de problemas geométricos envolvendo 124 estudantes do curso de Habilitação Específica do Magistério (HEM) e 90 alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma faculdade do interior de São Paulo. Para coleta de dados, o autor utilizou um questionário informativo e uma prova de Matemática baseados nos problemas apresentados por Krutetskii (1976), sendo eles: problemas com informações incompletas, supérfluas, acrescidos de problemas com informações completas.

Os resultados desta pesquisa evidenciaram que os dois cursos tiveram diferenças significativas, como o baixo desempenho nos problemas, pois as médias numa escala de zero a dez foi de 2,0 para os estudantes da Licenciatura e 0,68 para os estudantes do Magistério. Além do fato de os estudantes de Licenciatura utilizarem os conceitos, ou seja, conteúdos e princípios matemáticos coerentes para resolverem os problemas geométricos mais do que os estudantes do Magistério.

Com base na resolução de problemas, iremos investigar os conhecimentos e as dificuldades apresentadas por alunos da Educação Básica com relação aos conceitos de perímetro e área. Mas para isso elaboramos a próxima seção, destacando fatos sobre a importância da geometria no ensino, assim como no processo de aprendizagem.

### SEÇÃO 3

#### APRENDER E ENSINAR GEOMETRIA

Percebemos que a geometria está presente nas mais diversas formas e situações da vida humana. Vemos imagens e conceitos geométricos nos objetos que usamos ou que nos rodeiam, nos jogos, nas brincadeiras e nas construções e até mesmo na natureza a ideia de uma figura geométrica pode nos ser apresentada. Diversas explicações sobre a geometria têm sido divulgadas, assim como seu significado, origem e desenvolvimento.

Nesse sentido, a geometria no dicionário (1999) está manifesta como na citação abaixo:

[...] ciência que investiga as formas e dimensões dos seres matemáticos”, ou ainda, “um ramo da matemática que estuda as formas, plana e espacial, com suas propriedades, ramo da matemática que estuda a extensão e as propriedades das figuras (geometria Plana) e dos sólidos (geometria no espaço) (FERREIRA, 1999, p. 983).

Quando se trata de discutir ou pensar sobre o desenvolvimento da geometria, pode-se recorrer a Boyer (1996, p. 5), que afirma que “o desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem”.

Autores como Pavanello (1989), Lorenzato (1995) entre outros argumentam sobre a importância da Geometria por ser uma área cheia de aplicações práticas e cotidianas, que contribui para o desenvolvimento dos alunos em relação a comparar, descrever, observar, generalizar, além de auxiliar na resolução de problemas e em outras áreas do conhecimento como Física, Química por exemplo.

Além disso, Bulos (2011) enfatiza que:

A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair (BULOS, 2011, p. 5).

Nota-se que a geometria é um dos conteúdos matemáticos que apresenta uma extensa probabilidade de vinculação com outros conteúdos de outras áreas do conhecimento, como por exemplo a álgebra e a aritmética. Por ser um conteúdo em que se consegue estabelecer conexões do cotidiano e visualizar objetos, isso favorece a aprendizagem, pois o aluno consegue por meio

de situações reais desenvolver e até mesmo construir o conhecimento de uma maneira significativa.

A autora Passos (2000) também destaca que é fundamental a geometria para a formação dos alunos, pois pode ser considerada uma ferramenta “para a descrição e a inter-relação do homem com o espaço em que vive já que pode ser considerada como a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade” (PASSOS, 2000, p. 49).

O estudo da geometria é importante, sendo que a introdução deste conteúdo deveria ocorrer desde os Anos Iniciais, para que conseqüentemente fosse dada sequência no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, para que os alunos compreendam a geometria de uma maneira mais significativa, sem memorização dos conceitos. Para isso, é necessário que os professores tenham conhecimento sobre a geometria, suas propriedades e princípios fundamentais que possibilitem diferentes formas de ensino para a aprendizagem dos alunos.

É interessante destacar que a geometria é um dos campos da Matemática que pode estimular o interesse do aluno pelo aprendizado desse conteúdo, pois pode associar atividades que os cercam, do cotidiano dos alunos, fornecendo a oportunidade de desenvolver capacidades inventivas.

Uma das possibilidades mais encantadoras do ensino de geometria, de acordo com o documento PCN (BRASIL, 1998), incide em induzir o aluno a entender e avaliar sua presença na criação do homem e nos elementos da natureza. Isso pode proceder por meio de atividades em que o aluno possa procurar e explorar formas como as de flores, teia de aranha, ou formas em obras de arte, mosaicos entre outros.

Quando discutimos sobre o ensino de geometria, é importante ressaltar os benefícios que as atividades geométricas proporcionam aos alunos durante o processo de construção dos conceitos matemáticos, principalmente quando os alunos são tratados como indivíduos ativos, que participam das discussões e são submetidos às possibilidades do ensino por meio da resolução de problemas. Vale ressaltar que “É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução” (BRASIL, 1998, p. 63) e não focadas em atividades desprovidas de significado, que consideram apenas a memorização e formalização de conceitos sem compreensão alguma. Pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998)

[...] as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras. Desse modo, o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico (BRASIL, 1998, p. 68).

Nesse sentido, é fundamental proporcionar atividades que incentivem os alunos para que os mesmos desenvolvam o pensamento matemático de uma maneira mais concreta e inovadora. Além disso, as atividades geométricas podem possibilitar o “desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida” (BRASIL, 1998, p. 83).

Algumas dessas ações podem ser atividades de geometria atreladas a recursos tecnológicos como o *software* Geogebra, ou trabalhos com dobraduras, espelhos, modelagem de figuras com massa de modelar, maquetes. Desse modo, “recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas” (BNCC, 2017, p. 273). Vale ressaltar que esses recursos didáticos devem estar ligados a situações que induzam os alunos a uma reflexão e sistematização, para que posteriormente haja uma formalização do conteúdo, pois a aprendizagem em Matemática está totalmente atrelada “à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações” (BNCC, 2017, p. 273).

Também nos PCN (BRASIL, 1998) nos deparamos com o apoio ao uso de recursos e tecnologias para o ensino de Matemática. A utilização de computador, calculadora e jogos como recursos de ensino possibilita que os alunos consigam identificar qual o verdadeiro significado de uma atividade Matemática, desenvolvendo nos alunos atitudes positivas, além de proporcionar que eles se motivem a investigar e explorar como parte de sua aprendizagem. Assim, o PCN destaca que:

A utilização de recursos como o computador e a calculadora pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 45).

Já com relação aos jogos, o mesmo documento ressalta que é um recurso de grande valia para se trabalhar com a abordagem resolução de problemas, pois é uma forma atrativa de propor

situações-problema possibilitando aos alunos elaborar suas próprias estratégias e busca por uma solução.

Nessa perspectiva, os PCN (BRASIL, 1998) afirmam que os conhecimentos geométricos compõem uma parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, pois, é por meio do conhecimento geométrico que o aluno amplia o seu pensamento permitindo que o mesmo compreenda, descreva e represente o mundo em que vive.

O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.(...) Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 51).

A geometria “deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que se vive, por ser o campo mais intuitivo e concreto da Matemática e o mais ligado à realidade” (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 29).

Deste modo, sabendo-se da importância do trabalho com a geometria no Ensino Fundamental, os PCN chamam a atenção para o fato desta não ser tão trabalhada nos anos finais do Ensino Fundamental e para o fato de que o conhecimento matemático formalizado precisa passar por uma transformação, de modo que seja possível ser ensinado e aprendido (BRASIL, 1998).

Refletindo sobre o processo de ensino e aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental, podemos verificar que a geometria pode se tornar num “campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente” (BRASIL, 1998, p. 51). Nesse sentido, se torna fundamental desenvolver atividades com resolução de problemas, de maneira que as mesmas proporcionem a capacidade nos alunos de compreenderem determinado conteúdo, assim como atividades que envolvem o pensamento geométrico.

Então, a geometria é um conteúdo que se faz necessário para o ensino de Matemática e para o ensino da solução de problemas no âmbito escolar. Mas para que isso ocorra é essencial que o professor tenha experiência com essa abordagem e principalmente conhecimento sobre os conceitos geométricos (PIROLA, 2000).

De acordo com Bicudo (2005), o professor só pode ensinar ao aluno se ele tiver domínio do conteúdo, tanto em relação aos objetivos específicos de sua área quanto à sua finalidade. O professor só ensina aquilo que julga importante e o que é inerente à sua área de atuação. Caso

contrário poderá encontrar dificuldades na promoção da aprendizagem dos seus alunos. A autora destaca que o domínio dos conteúdos por si só não basta, é preciso também uma profunda reflexão sobre a forma de como ensinar e sobre a linguagem a ser utilizada para atingir os objetivos.

Para Dana (1998), a geometria ensinada no Ensino Fundamental pelos professores,

[...] é muito influenciada pela geometria que eles tiveram (geralmente uma pincelada durante o primeiro grau, seguida de um curso com definições e demonstrações no segundo grau), por aquilo que está contido nos manuais de uso corrente (muito pouco) e pelo que é exigido nos exames finais de seu nível (não muito) (DANA, 1998, p. 141).

Isso demonstra que há certo despreparo dos professores no que diz respeito ao trabalho com este tema, principalmente quando se trata do ensino de figuras geométricas, ou quando envolve noções relacionadas a perímetro e área, essa prática do professor normalmente leva a um tipo de aprendizagem restrita, que não dá abertura para análises, inferências e comparações na elaboração de conceitos mais apropriados no que diz respeito aos saberes geométricos.

Ao analisarmos as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2008), percebemos que os conceitos e procedimentos que devem ser trabalhados no sexto ano sobre perímetro e área são os seguintes:

- Cálculo do perímetro usando unidades de medida padronizadas (PARANÁ, 2008, p. 77);
- Cálculo da área de uma superfície usando unidades de medida de superfície padronizada (PARANÁ, 2008, p. 77).

Além das Diretrizes Curriculares da Educação Básica, analisamos também os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) referentes ao terceiro e quarto ciclos. De acordo com esse documento, devem ser trabalhados terceiro ciclo, alguns conceitos e procedimentos relacionados a esse conteúdo:

- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras (BRASIL, 1998, p. 74);
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas (BRASIL, 1998, p. 74).

Já para o quarto ciclo alguns dos conceitos e procedimentos são:

- Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações (BRASIL, 1998, p. 89);

- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência) (BRASIL, 1998, p. 89).

Além do mais, esses documentos não são os únicos que apresentam a importância dos conceitos perímetro e área de figuras planas para a aprendizagem matemática de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Na Base Nacional Comum Curricular (2017) têm-se para a unidade temática Grandezas e Medidas, os seguintes objetos de conhecimento:

- Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume (BNCC, 2017, p. 298);
- Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado (BNCC, 2017, p. 298).

Assim, esses objetos de conhecimento fazem que os alunos desenvolvam habilidades como:

Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área (BNCC, 2017, p. 299).

Decidimos investigar o conteúdo de geometria pelo fato de os conceitos de perímetro e área serem importantes e relevantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, principalmente pelo fato de os alunos confundirem esses conceitos, não conseguindo relacioná-los, apresentando dificuldades em sua aprendizagem. De fato, segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 130), “[...] é bastante frequente os alunos confundirem noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas”. Deste modo, o trabalho com medidas e a geometria deve ser considerado como uma peça fundamental para que os alunos sejam capazes de desenvolver seu raciocínio, criatividade.

Ainda, salientamos que essa pesquisa tem por objetivo investigar esses conceitos matemáticos, pois, de acordo com as Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado do Paraná (2008), esses conceitos são trabalhados desde o 6º ano do Ensino Fundamental, onde é abordado no conteúdo estruturante Geometrias deste documento, como também apontado no documento Parâmetros Curriculares de Matemática (1998), onde esses conceitos são abordados no terceiro e quarto ciclos, abordado na temática Grandezas e Medidas.

Assim, na próxima seção apresentamos a metodologia empregada para o desenvolvimento da pesquisa.

## SEÇÃO 4

### METODOLOGIA

Nesta seção procuraremos explicitar a base metodológica que deu suporte à pesquisa, segundo Richardson (1989), Lüdke e André (1986), Bicudo (2004), Gil (1999), Cervo e Bervian (2002). O estudo se insere no campo da pesquisa exploratória e pretende, num primeiro momento, discutir o tipo e o problema da pesquisa e a caracterização dos sujeitos da pesquisa. Num segundo momento, discorrerá sobre os instrumentos de coleta de dados escolhidos: questionário informativo, prova de Matemática e a entrevista com técnica *pensar em voz alta*. E no terceiro momento versará sobre os procedimentos de coleta de dados e de análise dos dados recolhidos.

#### 4.1 Tipo de pesquisa

Trata-se de uma pesquisa que se insere no âmbito de pesquisa exploratória que, segundo Richardson (1989, p. 281), “[...] procura conhecer as características de um fenômeno para procurar explicações das causas e consequências de dito fenômeno”. Adotando uma abordagem qualitativa, a fim de obter conhecimentos sobre os conhecimentos e as dificuldades dos alunos da Escola Básica sobre os conceitos de perímetro e área na resolução de problemas.

Para Lüdke e André (1986), uma pesquisa qualitativa tem “o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento” e deve-se estar atento ao “maior número possível de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para a melhor compreensão do problema que está sendo estudado”. Segundo os autores, “o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11).

Já para Bicudo (2004, p. 104), “o qualitativo engloba a ideia do sujeito, possível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências”.

Deve-se salientar que “a pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes e ficando claro que ela (a pesquisa qualitativa) depende da relação entre observador-observado” (D’AMBROSIO, 2004, p. 11).

## 4.2 Problema de pesquisa

O estudo pretende responder ao seguinte problema de pesquisa: Que conhecimentos e dificuldades são apresentadas por alunos do 7º ao 9º anos do Ensino Fundamental em situações envolvendo os conceitos de perímetro e área segundo a resolução de problemas?

Assim, esse estudo tem como objetivo investigar os conhecimentos e as dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental em relação à resolução de problemas envolvendo os conceitos de perímetro e área.

Nesse sentido, a fim de responder o problema de pesquisa, elaboramos os seguintes objetivos específicos:

- 1) Verificar quais conhecimentos os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental mobilizam na resolução de problemas de perímetro e área;
- 2) Investigar as dificuldades dos alunos em situações de Matemática, envolvendo problemas de perímetro e área;
- 3) Identificar as dificuldades dos participantes no processo de resolução de problemas, tendo em vista os conceitos de perímetro e área.

## 4.3 Caracterização dos sujeitos da pesquisa

Os participantes investigados nesta pesquisa foram alunos do sétimo, oitavo e nono anos (uma turma de cada) do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Maringá, do estado do Paraná, que estavam matriculados no período matutino.

Participaram da pesquisa 43 alunos, sendo 21 do gênero masculino e 22 do gênero feminino. Desses 43 alunos, 10 alunos estavam matriculados no sétimo ano, 20 alunos no oitavo ano e 13 alunos matriculados no nono ano, como mostra o Quadro 4 a seguir:

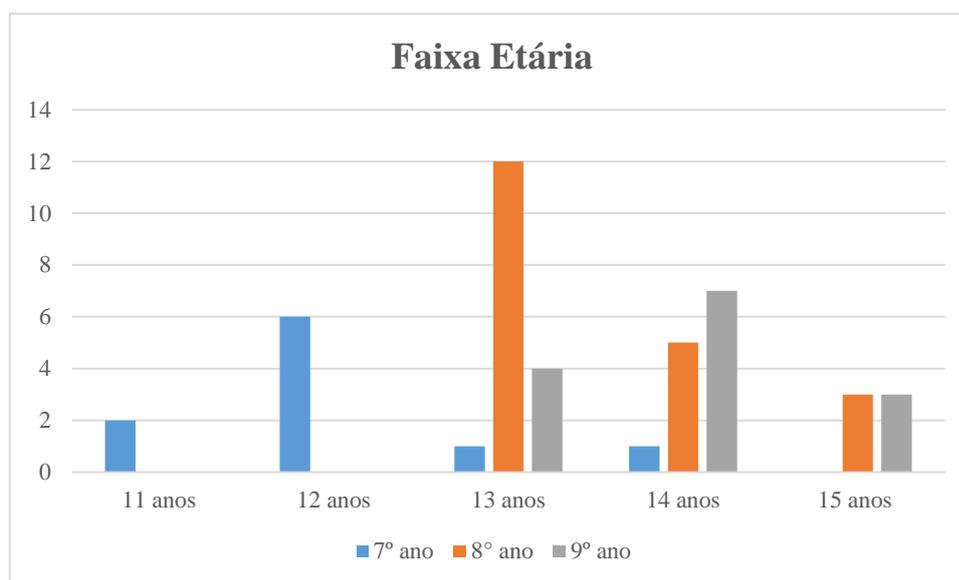
**Quadro 4** – Quantidade de alunos por turma do Ensino Fundamental

Turmas	Alunos por Turma
7º ano	10
8º ano	20
9º ano	13
<b>Total</b>	<b>43</b>

Fonte: Elaboração da autora.

A faixa etária dos participantes envolvidos nesta pesquisa varia entre 11 e 15 anos como pode ser visto no Gráfico 1.

**Gráfico 1** – Faixa etária dos participantes



Fonte: Elaboração da autora.

A escolha por turmas do Ensino Fundamental deu-se porque o assunto a ser investigado sobre os conceitos de perímetro e área, de acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2008), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e a Base Nacional Comum Curricular (2017), já deveria ter sido ensinado e desenvolvido em sala de aula desde o sexto ano, o que nos permitiu evidenciar os conhecimentos mobilizados e as dificuldades dos alunos em problemas relacionados a esses conceitos abordados.

#### **4.4 Instrumentos de coleta de dados**

Após realizar a revisão da literatura pertinente, para a coleta de dados foram elaborados três instrumentos, sendo eles: um questionário informativo, uma prova de Matemática e a entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, com a finalidade de identificar os conhecimentos e dificuldades que os alunos do Ensino Fundamental apresentam em relação à resolução de problemas quando atrelados aos conceitos de perímetro e área. Assim, nos subitens abaixo descrevemos e explicamos cada um dos instrumentos utilizados nesta pesquisa.

#### 4.4.1 Questionário informativo

O questionário, segundo Gil (1989, p.124), pode ser definido “como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.”. Nesse sentido, o questionário foi elaborado com a intenção de ser aplicado aos 43 alunos da Educação Básica.

O questionário informativo (Anexo IV) contém tanto questões abertas (essas questões possibilitam ao participante responder de acordo com sua opinião, sem que seja induzido por perguntas já preestabelecidas, além de não ter um limite de palavras) quanto questões fechadas (são questões onde os participantes devem escolher uma ou mais alternativas dentro daquelas predeterminadas pelo pesquisador). Esses tipos de questões geralmente são usadas em questionários, a fim de obter uma análise mais precisa dos participantes. Segundo Cervo e Bervian (2002, p.138), “o questionário é a forma mais usada para coletar dados, pois possibilita medir com melhor exatidão o que se deseja”.

Esse questionário informativo foi elaborado com 13 questões, as quais foram divididas da seguinte maneira: as questões de 1 a 4 visam coletar informações sobre a vida escolar, assim como algumas características do tipo (idade, gênero, ano de escolaridade na qual o participante se encontra). As questões 5 e 6 versam sobre qual o interesse dos participantes em relação à matemática e que conhecimentos esses participantes mobilizam sobre problema matemático. E já as questões de 7 a 13 tratam sobre a geometria e quais os conhecimentos os participantes possuem em relação aos conceitos de perímetro e área.

Inicialmente os alunos se deparam com um questionamento para que eles expliquem o que é geometria, em seguida, qual ano escolar em que mais o participante estudou geometria, se o mesmo gosta de geometria e por quê, qual conteúdo ele mais gosta de geometria e qual conteúdo o participante tem mais dificuldade e o que ele estuda em geometria plana. Por fim, perguntamos aos participantes o que eles entendiam por perímetro e área explicando suas respostas.

O questionário informativo foi aplicado em todas as turmas (sétimo, oitavo e nono) totalizando 43 alunos, pois apresentam informações sobre a vida pessoal e escolar de cada um deles e assuntos relacionados à temática investigada.

#### 4.4.2 Prova de Matemática

Elaboramos uma prova de Matemática (Anexo V), contendo dez problemas que envolviam os conceitos de perímetro e área, sendo quatro com informações completas; três com informações supérfluas (dados desnecessários); três com informações incompletas (sem permitir uma única resposta, ou seja, com várias respostas). Foi elaborada apenas uma prova para ser aplicada tanto para os alunos do sétimo ano quanto para os alunos do oitavo e nono anos. Assim, esta prova teve por finalidade avaliar quais conhecimentos e dificuldades os participantes apresentam com relação a problemas de perímetro e área.

Os problemas foram elaborados por meio do estudo dos conceitos de perímetro e área e de atividades propostas em livros didáticos e/ou pela própria pesquisadora, com base no autor Krutetskii (1976) e por outros autores ligados à temática resolução de problemas. Sendo que os problemas 2, 4, 7 e 9 são com informações completas, os problemas 3, 6 e 8 são com informações supérfluas e, por fim, os problemas 1, 5 e 10 são com informações incompletas.

#### 4.4.3 Entrevista

De acordo com Marconi e Lakatos (2007)

A entrevista é um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de um determinado assunto. É um procedimento utilizado na investigação social, para a coleta de dados ou para ajudar no diagnóstico ou no tratamento de um problema social (MARCONI; LAKATOS, 2007, p. 92).

Para aplicação desse último instrumento, selecionamos seis alunos, os quais desenvolveram as provas para uma entrevista utilizando a técnica *pensar em voz alta*. Essa técnica, segundo Krutetskii (1976), permite que o pesquisador evidencie “os processos mentais que caracterizam o processo de solução - consideração, reflexão, comparação de diferentes possibilidades e assim sucessivamente que não é possível encontrar no registro” (KRUTETSKII, 1976, p. 92, tradução nossa).

De acordo com Krutetskii (1976), essa técnica consiste em que o aluno fale e pense em voz alta tudo que lhe vem à mente sobre um determinado problema, mesmo que essas informações não sejam relevantes para o aluno e para o processo, possibilitando que ideias sejam verbalizadas de maneira que as estratégias utilizadas pelos participantes sejam evidenciadas.

Para este mesmo autor, os alunos podem apresentar certas dificuldades ao solicitar que eles pensem em voz alta, pois os alunos não estão acostumados a pensar em voz alta e sim para si próprio. Essas dificuldades elencadas pelo autor partem do fato de impor aos alunos um procedimento que não é natural e isso pode abalá-los, distorcendo a ideia do aluno, no sentido de ele explicar como é que se resolve o problema, entendendo que deve ser uma explicação de “solução para os outros”, ou seja, uma maneira compreensível de entendê-la ou até mesmo explicar o que ele está pensando de uma forma exaustiva (KRUTETSKII, 1976, p. 92-93).

Assim, sua equipe juntamente com o autor Krutetskii (1976), a fim de superar essas dificuldades, tomaram atitudes. Inicialmente a ideia dessa técnica *pensar em voz alta* consiste em o pesquisador explicar ao aluno o que se pretende alcançar com essa técnica, ou seja, que o aluno “não conte como ele está pensando, mas que ele simplesmente pense em voz alta, sem tentar explicar o processo de solução para o pesquisador” (KRUTETSKII, 1976, p. 93).

Nesse sentido, uma instrução que é dada ao aluno é a seguinte:

Pense em voz alta. Anote no papel tudo o que vier à sua cabeça em conexão com a solução. Não estou interessado em sua decisão final, não no tempo que leva, mas no próprio processo. Não tente explicar nada a ninguém; finja que não há ninguém aqui além de você mesmo; não fale sobre a solução, mas resolva-o (KRUTETSKII, 1976, p. 93, tradução nossa).

Dessa forma, elaboramos um roteiro com perguntas orientadoras, como suporte para a entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, sendo elas:

- 1) Como você resolveu este problema? Você poderia resolvê-lo novamente comentando o processo e a solução encontrada?
- 2) Como você pensou para resolver esse problema?
- 3) Qual dificuldade você sentiu ao resolver este problema?
- 4) Neste problema você identificou alguma informação desnecessária?
- 5) Você utilizou todos os dados do problema para resolvê-lo?
- 6) Neste problema falta informação em seu enunciado?

Os responsáveis pelos participantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e os entrevistados assinaram um Termo de Assentimento no qual eles tomaram consciência e nos permitiram que o trabalho fosse divulgado com a transcrição das entrevistas, além das outras etapas da pesquisa.

A entrevista realizada buscou identificar os conhecimentos dos participantes na resolução de problemas e evidenciar as estratégias utilizadas por cada um desses seis participantes selecionados.

Na próxima subseção apresentamos algumas informações sobre o estudo piloto e as modificações necessárias para a coleta de dados para o estudo final.

#### **4.5 Estudo Piloto**

Segundo Bailer, Tomitch e D'ely (2011), o estudo piloto proporciona ao pesquisador testar os instrumentos delineados para a sua pesquisa, com intuito de verificar se cada um desses instrumentos versará em resultados que responderam às perguntas de pesquisa. Além disso, permite avaliar a efetividade e a utilidade dos procedimentos em cada fase da pesquisa, assim como revisar e modificar informações necessárias. Portanto, “[...] o estudo piloto mostra-se instrumento valioso, já que permite ao pesquisador chegar ao contexto de sua pesquisa mais experiente e com escolhas metodológicas mais afinadas” (BAILER; TOMITCH; D'ELEY, 2011, p. 130). A princípio, este estudo piloto seria realizado com os alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Maringá. Porém, ao entrar em contato com as escolas tive a informação que os professores estavam em fechamento de trimestre, aplicando trabalhos, provas e recuperações e que a maioria dos professores não conseguiam ceder aulas para que fosse realizado o estudo piloto. Assim, apenas uma professora de uma escola pública de Maringá disponibilizou uma turma. Deste modo, os instrumentos foram aplicados a 10 alunos do oitavo ano no período vespertino.

Antes da entrega da prova de matemática, a pesquisadora explicou para os alunos quais eram os objetivos e as finalidades que se pretendiam com a realização do estudo piloto. Após a entrega das provas, a pesquisadora expôs todas as orientações necessárias para a sua realização e pediu para que os alunos lessem com cautela os enunciados e anotassem todas as informações que eles achassem pertinentes no papel em um tempo de 50 minutos. Além disso, foi informado aos estudantes que um deles iria ser selecionado para uma entrevista. O estudante selecionado foi o que obteve um maior desempenho com relação aos outros alunos e para entrevistá-lo utilizamos um gravador.

Neste estudo piloto foram testadas a prova de Matemática, com os 10 problemas matemáticos que possuíam informação incompleta, supérflua e completa, e a entrevista com a técnica *pensar em voz alta* com um aluno. Esses 10 alunos foram escolhidos aleatoriamente.

Porém, o aluno para entrevista foi escolhido pelo seu desempenho na prova, sendo que acertou 7 problemas matemáticos do total de 10.

Ao realizarmos uma análise dos dados obtidos, identificamos que algumas questões empregadas em um dos nossos instrumentos de coleta de dados, no caso a prova de Matemática, precisavam ser revistas e formuladas.

Após o processo de exame de qualificação, reformulamos a prova e antes de se obter o instrumento em sua forma adequada para a aplicação do estudo final, entramos em contato com duas pessoas graduadas em Matemática, sendo uma do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá e a outra de uma Instituição Privada de Ensino Superior, para que pudessem realizar uma análise dos conceitos e contextos presentes nos enunciados da prova elaborada. A seguir, elencamos as modificações em relação a cada uma das questões do nosso instrumento de pesquisa. Em cada alteração realizada, por meio das sugestões tanto da banca do exame de qualificação quanto dos sujeitos como já mencionado, buscamos analisar a viabilidade dos problemas, para que fosse possível que os participantes vinculassem os conceitos matemáticos à sua realidade e também a coerência verbal e gramatical no enunciado de cada situação. Destacamos que os problemas 9 e 10 não sofreram modificações para a aplicação do estudo final.

**Problema 1:** percebemos que um disco de vinil não era um objeto adequado para caber em uma capa de  $36 \text{ cm}^2$ . Sendo assim, o problema 1 passou a ter o seguinte enunciado, como segue no Quadro 5.

**Quadro 5** – Enunciado do problema 1

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
Problema 1: Ana Júlia e Beatriz são fanáticas em colecionar discos de vinil. Para guardar esses discos, elas resolveram confeccionar capas que possuem formato retangular para cada um desses discos. Sabendo que essa capa tem uma área de 36 centímetros quadrados, qual é a medida dos lados desse retângulo?	Problema 1: Ana Júlia e Beatriz estão fazendo o trabalho da disciplina de Arte que consiste em pintar uma tela com formato retangular. A professora as orientou que a tela utilizada para executar a pintura deverá ter uma área de 36 centímetros quadrados. Dessa forma, quais serão as medidas de cada lado da tela?

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 2:** percebemos que as medidas 25 metros de comprimento e 5 metros de largura não condiziam às medidas oficiais da FIFA para um campo de futebol. Conseqüentemente, o Quadro 6 a seguir ilustra como sucedeu o enunciado do problema 2.

Quadro 6 – Enunciado do problema 2

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
<p>Problema 2: A FIFA realizou um estudo para a Copa de 2018 com o objetivo de descobrir quais eram as medidas do campo de futebol, de formato retangular, no qual iriam ser realizadas as partidas para informar aos jogadores. Para isso, eles resolveram determinar o perímetro e a área desse campo e estão precisando da sua ajuda. Qual é o perímetro e a área do campo de futebol, o qual possui 25 metros de comprimento e 5 metros de largura?</p>	<p>Problema 2: A Confederação Brasileira de Voleibol realizou estudo com o objetivo de verificar quais eram as medidas de uma quadra de voleibol, em formato retangular, onde seria realizada a partida. Para tanto, resolveram determinar o perímetro e a área dessa quadra. Sabendo que a quadra de voleibol possui 18 metros de comprimento e 9 metros de largura, quais as medidas, encontradas pela Confederação, correspondem ao perímetro e à área dessa quadra de voleibol?</p>

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 3:** compreendemos que precisávamos escrever de uma maneira diferente para que os alunos entendessem melhor o que era proposto no problema. Assim, o Quadro 7 ilustra o enunciado do problema 3.

Quadro 7 – Enunciado do problema 3

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
<p>Problema 3: A casa de Kamila possui um telhado retangular. Sabendo que a diagonal desse telhado mede <math>\sqrt{164}</math> m, determine qual é o perímetro e a área de todo esse telhado com medidas iguais a 10 m de largura e 8 m de comprimento?</p>	<p>Problema 3: A mãe de Kamila decidiu instalar, em sua casa, um equipamento de energia solar para economizar a energia elétrica utilizada mensalmente. Sabe-se que este equipamento deve ser instalado no telhado da residência, que tem formato retangular. Ao medir o telhado para verificar qual seria o espaço disponível para a instalação do equipamento, ela constatou que ele possui uma diagonal que mede <math>\sqrt{164}</math> m e medidas iguais a 10 m de largura e 8 m de comprimento. Qual o valor do perímetro e da área deste telhado?</p>

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 4:** admitimos que um problema deveria conter uma indagação final. Nesse sentido, alteramos a maneira de perguntar qual era a área da pipa que possuía a forma de um losango. Assim, o enunciado do problema 4 sucedeu-se conforme o Quadro 8 a seguir.

Quadro 8 – Enunciado do problema 4

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
<p>Problema 4: Pedro foi convidado para festa de aniversário do seu primo João. Como ele é um menino que gosta de criar seus próprios brinquedos, ele decidiu construir uma pipa na forma de um losango para presentear seu primo. Para que Pedro construa essa pipa, determine qual</p>	<p>Problema 4: Pedro foi convidado para festa de aniversário do seu primo João. Como ele é um menino que gosta de criar seus próprios brinquedos, decidiu construir uma pipa em forma de losango para presentear seu primo. Sabendo que o losango escolhido por Pedro para</p>

é a área do losango cuja diagonal maior mede 8 cm e a diagonal menor mede 4 cm.	construir essa pipa possui uma diagonal maior medindo 8 cm e a diagonal menor medindo 4 cm, qual é a área desse losango?
---	--

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 5:** constatamos que a Praça Rocha Pombo da cidade de Londrina - PR possuía um formato retangular e não o de um círculo. Assim, substituímos essa praça por uma praça da cidade de Maringá - PR e contextualizamos melhor o problema. O Quadro 9 mostra esta modificação do enunciado.

**Quadro 9** – Enunciado do problema 5

<b>Pré - Qualificação</b>	<b>Pós – Qualificação</b>
Problema 5: Nicolas e Vinicius precisam resolver um trabalho de Matemática. Para que eles consigam resolver esse trabalho, os meninos precisam saber qual é a área da Praça Rocha Pombo da cidade de Londrina que tem o formato de um círculo. Utilizando $\pi = 3,14$ , qual é a área dessa Praça?	Problema 5: A prefeitura de Maringá tem como projeto revitalizar algumas obras da cidade. Uma delas é a Praça Rocha Pombo, que possui o formato de um círculo. O arquiteto responsável pela obra precisa encontrar o valor da área dessa praça para dar sequência ao projeto. Se ele utilizar $\pi = 3,14$ , qual o valor da área da praça que o arquiteto encontrará?

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 6:** identificamos que certas palavras deveriam ser modificadas para melhor compreensão, assim como uma indagação final para o problema. Nesse sentido, o Quadro 10 ilustra o enunciado do problema 6.

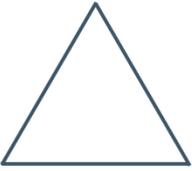
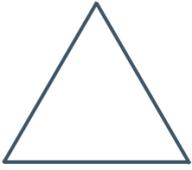
**Quadro 10** – Enunciado do problema 6

<b>Pré - Qualificação</b>	<b>Pós – Qualificação</b>
Problema 6: Marcelo está cercando um terreno para construir uma horta em seu sítio. Marcelo, como é um fazendeiro criativo, resolveu cercar esse terreno no formato de um triângulo isósceles. Sabendo que um dos lados desse terreno mede 5 metros, outro lado mede 3 metros e o terceiro lado possui medida igual a um dos outros dois lados, determine qual é o perímetro desse terreno.	Problema 6: Marcelo está cercando um terreno para construir uma horta em seu sítio. Como ele é um fazendeiro criativo, resolveu cercar esse terreno no formato de um triângulo isósceles. Sabendo que um dos lados desse terreno mede 5 metros, outro lado mede 3 metros e o terceiro lado possui medida igual a um dos outros dois lados, qual é o perímetro desse terreno?

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 7:** averiguamos que não é comum ou usual um sofá na forma triangular, por isso alteramos o enunciado conforme ilustrado no Quadro 11.

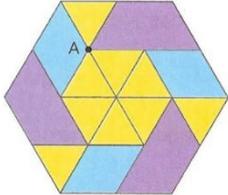
Quadro 11 – Enunciado do problema 7

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
<p>Problema 7: Ana Lúcia pretende construir um sofá na forma de um triângulo equilátero. Para que ela consiga construir esse sofá, responda: Qual é o valor de <math>x</math> para que o triângulo equilátero possua perímetro igual a 24 centímetros?</p> <div style="text-align: center;">  <p><math>2x + 2</math></p> </div>	<p>Problema 7: Ana Lúcia possui uma construtora, na cidade de Londrina, que tem por finalidade construir um prédio com formato triangular. Para aproveitar completamente o espaço, ela decidiu projetar o formato do prédio em um software que auxilia na construção desses projetos, no qual ela obteve a seguinte figura:</p> <div style="text-align: center;">  <p><math>2x + 2</math></p> </div> <p>Considerando que o perímetro deste triângulo equilátero, que representa seu futuro prédio, é igual a 24 cm, qual será o valor de <math>x</math> que apareceu na figura projetada pelo software?</p>

Fonte: Elaboração da autora.

**Problema 8:** identificamos que seria mais conveniente ilustrarmos um mosaico contendo alguns polígonos, como por exemplo, o trapézio, pois o problema solicitava que os participantes encontrassem a área de um trapézio. Além disso, elaboramos melhor o enunciado do problema, modificando-o, como segue no Quadro 12.

Quadro 12 – Enunciado do problema 8

Pré - Qualificação	Pós – Qualificação
<p>Problema 8: Para a confecção de um mosaico utiliza-se variados polígonos, como por exemplo o trapézio. Dessa maneira, qual é a área de um trapézio, sendo que as bases possuem medidas iguais a 5 cm e 20 cm, um dos lados mede 12 cm e a altura é 8 cm?</p>	<p>Problema 8: Uma decoradora chamada Helena teve como proposta, elaborar um projeto para decorar uma parede de um escritório. De acordo com Helena, seu cliente deseja que essa parede seja preenchida com um mosaico. Sabendo-se que para confecção de um mosaico utiliza-se variados polígonos, como representado na figura a seguir projetada por Helena, responda:</p> <div style="text-align: center;">  </div>

Fonte: Elaboração da autora.

	Qual será a área de um trapézio encontrada pela decoradora, sabendo que as bases possuem medidas iguais a 5 cm e 20 cm, um dos lados mede 12 cm e a altura é igual a 8 cm?
--	--

Avaliamos que este estudo piloto foi fundamental para que conseguíssemos decidir e aprimorar um dos nossos instrumentos de coletas de dados que foi utilizado no estudo.

#### 4.6 Procedimentos de coleta de dados

Para a realização da coleta de dados, primeiramente entramos em contato com a coordenação de um Colégio Público da cidade de Maringá, para a qual apresentamos a proposta da pesquisa e solicitamos a autorização para a aplicação da mesma. Após a autorização da diretora e do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo I) assinado e da autorização do Núcleo Regional de Maringá, a pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos (COPEP) da Universidade Estadual de Maringá.

Concedida a autorização para a pesquisa, nos conduzimos até a escola para conversarmos e apresentarmos nossa proposta de pesquisa aos professores. Após uma semana, uma professora que lecionava nas três turmas de nosso interesse, do período matutino, nos autorizou e cedeu as suas aulas para a realização da pesquisa, destacando que disponibilizaria apenas aulas de 50 minutos tanto para a entrega dos Termos aos alunos, quanto para a aplicação do questionário e da prova de Matemática. Além disso, solicitou que em um mesmo dia fosse entregue os termos, sucedendo o mesmo para a aplicação do questionário e da prova de Matemática.

Determinadas as datas para a aplicação dos instrumentos de coleta de dados, com exceção da entrevista que foi aplicada apenas aos alunos selecionados, utilizando a técnica *pensar em voz alta*, procedemos da seguinte maneira nas três turmas: Primeiramente, em uma quarta-feira, a pesquisadora explicou aos participantes quais eram os objetivos, as intenções e os benefícios que se pretendia com a realização da pesquisa. Entregou a cada um dos participantes um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo II) para que os mesmos entregassem aos seus responsáveis, para que eles assinassem e autorizassem seu filho(a) a participar da pesquisa, caso concordassem. Em seguida, apresentou um Termo de Assentimento (Anexo III) assinado por cada um dos estudantes que aceitaram participar e tiveram a autorização dos responsáveis, garantindo que as informações fornecidas por eles seriam tratadas com cuidado para que as mesmas não trouxessem desconfortos, mantendo o sigilo absoluto.

Após o recolhimento dos termos, tanto dos responsáveis quanto dos participantes, em uma quinta-feira a pesquisadora aplicou o questionário informativo, que permitiu estabelecer critérios com relação à vida escolar e características dos participantes (idade, gênero, se gostavam de Matemática entre outras informações), além de averiguar e analisar quais os conhecimentos que os alunos mobilizavam sobre os conceitos de perímetro e área, principalmente quando atrelado à abordagem sobre resolução de problemas. A pesquisadora solicitou que cada um dos participantes lesse cada uma das questões com atenção e que respondessem cada uma delas com calma e sinceridade.

No dia seguinte, a pesquisadora aplicou a prova de Matemática, onde expôs todas as orientações necessárias para a sua resolução, além de ressaltar que ao final da prova havia uma pergunta a ser respondida em relação às dificuldades que eles sentiram ao resolverem os problemas que foram propostos. Também foi avisado aos participantes que após análise desses instrumentos, selecionaríamos seis estudantes para participarem da entrevista com a técnica *pensar em voz alta*. A prova de Matemática nos permitiu analisar o desempenho dos estudantes, se eles compreendem os enunciados dos problemas, se interpretam os dados, quais estratégias foram utilizadas por eles e os procedimentos de cada problema matemático.

Assim, finalizada a primeira etapa que correspondeu à aplicação dos termos, questionário informativo e a prova de Matemática e também a partir dos resultados obtidos pelos participantes, foi possível selecionar seis deles para a segunda etapa.

Para a segunda etapa foram calculadas as notas obtidas pelos participantes. Após a atribuição das notas a cada participante, foi possível selecionar seis estudantes, dois de cada ano escolar, para realizar a entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, sendo dois do gênero feminino e 4 do gênero masculino. Assim, os participantes foram escolhidos por notas, três alunos que obtiveram maiores notas e os outros três que obtiveram as menores notas na prova de Matemática. Assim, classificamos com a letra A os alunos do sétimo ano, com a letra B os alunos do oitavo ano e com a letra C os alunos do nono ano. Sendo eles:

Menores notas: A3 (1,3), B1 (1,5) e C4 (1,0).

Maiores notas: A2 (5,3), B2 (7,5) e C10 (8,3).

Em relação aos alunos escolhidos para a entrevista, tanto no sétimo e oitavo ano, havia alunos com notas menores, mas que apresentaram apenas resposta final ou que deixaram as respostas em branco, o que não atingia ao nosso objeto. Com isso, selecionamos os alunos, como mencionado anteriormente.

Após os participantes serem selecionados, entramos em contato com os sujeitos na própria escola e agendamos as entrevistas para a próxima semana, no horário e local de aula cedidos pela professora de Matemática responsável pelas turmas.

A entrevista com a técnica *pensar em voz alta* nos permitiu compreender melhor sobre cada procedimento utilizado por cada participante, principalmente pelo fato de tentarem resolver novamente dois problemas da prova, que selecionamos aleatoriamente, sendo que um consistiu em que o estudante acertou e o outro em que errou. Durante a realização das entrevistas, a pesquisadora sempre questionava os participantes (quando necessário).

As entrevistas foram gravadas com o subsídio de um gravador, para futura transcrição das informações registradas, garantindo aos participantes selecionados – por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que os responsáveis assinaram e um Termo de Assentimento que os próprios estudantes assinaram, como mencionado anteriormente – que essas informações apenas seriam utilizadas para os fins da pesquisa e tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a integridade de cada um dos sujeitos. As entrevistas com os sujeitos selecionados foram realizadas em dois dias, com duração aproximadamente entre 8min34s e 10min13s.

#### **4.7 Procedimentos de análise de dados**

Finalizada a coleta de dados, realizamos a análise de tais dados. Ao procurarmos uma caracterização dos resultados alcançados, analisamos os dados embasados nas palavras e representações identificadas nas respostas apresentadas pelos participantes nos instrumentos aplicados na coleta.

Para análise do questionário informativo, elencamos como critério o de categorização que consiste, segundo McCleary e Viotti (2009, p. 11), “na habilidade que nós temos de identificar as semelhanças e diferenças que percebemos que existem entre certas entidades, ou entre certas eventualidades, ou entre certas relações, de modo a juntá-las em diferentes grupos”. Adotamos a categorização como um critério com o intuito de compreendermos o significado linguístico e a representação do conhecimento, de acordo com as respostas fornecidas pelos participantes nas questões 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

As categorias elaboradas serão expostas ao apresentarmos as análises dos resultados obtidos, referentes ao questionário informativo com base nas respostas de cada questão.

Em relação às provas de Matemática, realizamos a correção manual de cada uma delas. Tendo em vista os dados coletados, a realização da análise desses dados buscou apresentar as

notas dos alunos, evidenciando o desempenho na resolução dos problemas. A nota atribuída a cada problema baseou-se nas quatro etapas do processo da resolução de problemas apresentadas por Brito (2006), que consiste na representação de um problema, planejamento, execução e monitoramento e em critérios como apresentados na Tabela 1 a seguir:

**Tabela 1** – Critérios para a correção da prova de Matemática

<b>Pontuação</b>	<b>Atributos a cada problema</b>
<b>0,0</b>	Não compreendeu o enunciado corretamente ou respostas em branco
<b>0,25</b>	Interpretou o enunciado corretamente, planejou uma (ou mais) estratégia incoerente ou não planejou
<b>0,75</b>	Interpretou o enunciado corretamente, planejou uma (ou mais) estratégia correta, não executou os cálculos ou não executou corretamente
<b>1,0</b>	Interpretou o enunciado corretamente, planejou uma (ou mais) estratégia correta, executou os cálculos corretamente e apresentou uma solução adequada ao problema proposto

Fonte: Elaboração da autora.

Assim, para cada problema, os estudantes poderiam receber no máximo 1,0 ponto e sua nota poderia ser no máximo 10,0 pontos.

Também buscamos analisar as dificuldades dos alunos ao utilizar os conceitos de perímetro e área, tendo como base a apresentação de Tabelas, Quadros e Figuras que delimitaram suas dificuldades no processo de resolução de problemas (etapas), considerando o tipo de problema (com informação completa, incompleta e supérflua) para evidenciar suas habilidades matemáticas. Assim, o intuito consistiu em analisar como os participantes compreenderam e interpretaram os problemas, quais foram as estratégias utilizadas, como executaram essas estratégias ou a ideia que escolheram para resolver cada um dos problemas.

Os resultados obtidos nas entrevistas foram analisados qualitativamente, com o intuito de averiguar quais as dificuldades que os participantes mobilizaram em relação aos dois problemas selecionados e como eles pensavam a respeito sobre cada um dos problemas envolvendo os conceitos de perímetro e área, pois, de acordo com Neves (2015, p. 19), “pesquisar qualitativamente é não abrir mão da observação, análise, descrição e compreensão do fenômeno a fim de entender seu significado”. As falas (respostas), dos dois problemas selecionados a cada um dos seis participantes, transcrevemos em Quadros com o objetivo de mostrar de forma detalhada suas dificuldades na resolução dos dois problemas selecionados, revelando suas habilidades matemáticas ao tentarem resolver os dois problemas novamente envolvendo os conceitos de perímetro e área.

## SEÇÃO 5

### ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção descrevemos as análises dos resultados obtidos e apresentamos uma discussão sobre esses materiais.

#### 5.1 Análise do questionário informativo

No transcorrer da discussão apresentamos as categorias que elaboramos, evidenciando as respostas obtidas em cada uma das questões do questionário aplicado.

Primeiramente, perguntamos aos alunos qual era a opinião de cada um deles em relação à disciplina de Matemática. Ao analisarmos essa questão, evidenciamos que do total dos 43 participantes investigados, 20,93% alegaram gostar muito de Matemática; 44,19% afirmaram gostar de Matemática; 30,23% apontaram não gostar; 2,33% alegaram que a Matemática é indiferente e um participante não respondeu sobre essa questão como pode ser observado no Quadro 13 a seguir:

**Quadro 13** – Em relação à Matemática

<b>Respostas dos Participantes</b>	<b>7º ano</b>	<b>8º ano</b>	<b>9º ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Gosta muito	1	6	2	9	20,93
Gosta	8	10	1	19	44,19
Não gosta	0	3	10	13	30,23
Indiferente	0	1	0	1	2,33
Sem resposta	1	0	0	1	2,33
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>13</b>	<b>43</b>	<b>100,00</b>

Fonte: Elaboração da autora.

Os dados que mais se destacaram neste quadro são em relação aos alunos gostarem e não gostarem de Matemática. Sendo que 44,19% alegaram gostar de Matemática e 30,23% não gostar da disciplina. Deste total de 44,19%, os alunos que apresentaram um percentual maior em relação às outras turmas foram os alunos do oitavo ano, sendo que 23,26% alegaram gostar de Matemática. No que se refere ao total de 30,23% evidenciou que os alunos do nono ano apresentaram um percentual maior de 23,26% em relação às outras turmas, alegando não gostarem de Matemática.

O fato de os alunos afirmarem não gostar de Matemática pode estar relacionado à rejeição que eles sentem em relação à disciplina. Esta rejeição está interligada à maneira como os conteúdos são ensinados em sala de aula, às dificuldades, como eles compreendem os conteúdos, às experiências negativas, às concepções predeterminadas que eles possuem em relação à disciplina, falta de motivação entre outros fatores, como evidenciado no artigo das autoras Tatto e Scapin (2004) que concluíram e constataram

que as causas da rejeição à Matemática são ou estão relacionadas à ideia pré-concebida de que a Matemática é difícil pelas experiências negativas passadas, à falta de interesse e a uma auto-imagem negativa que o aluno tem de si próprio, à falta de apoio familiar, à falta de motivação devido aos conteúdos não terem uma aplicação prática, à falta de incentivos de alguns professores e à formação não específica, ao relacionamento humano em conflito, ao condicionamento, à passividade e ao uso da memória em detrimento do raciocínio, podendo estas causas serem extrínsecas ou intrínsecas aos alunos (TATTO; SCAPIN, 2004, p. 13).

A próxima questão está relacionada com as respostas obtidas na pergunta 6, na qual os participantes deveriam descrever o que eles entendiam sobre o que é um problema e explicar o porquê da sua resposta, como mostra o Quadro 14.

**Quadro 14** – Para você, o que é um problema? Por quê?

<b>Categorias</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Resolver contas	8	8	9	25	58,14
Uma questão que deve ser resolvida e precisa de uma resposta, resultado final	0	3	2	5	11,63
Uma pergunta que deve ser respondida	1	1	0	2	4,65
Interpretar as informações e resolver	0	1	2	3	6,98
Sem resposta	1	1	0	2	4,65
Outros	0	6	0	6	13,95

Fonte: Elaboração da autora.

De acordo com o Quadro 14, na categoria *Outros*, com um percentual de 13,95%, consideramos respostas do tipo: que um problema seria uma equação; algo que não consigo resolver, entender; a matéria é um problema; não consigo aprender com facilidade; quando eu não entendo muito bem a matéria e digamos que tudo.

Observamos que grande parte dos alunos com um percentual de 58,14% definiram problema como resolver contas. Observamos ainda que 11,63% dos participantes conceberam um problema como sendo uma questão que deve ser resolvida e precisa de uma resposta, de resultado final. Notamos que para os alunos um problema é uma atividade onde deve se encontrar uma resposta seja por meio de aplicação de fórmulas ou até mesmo solucionar um algoritmo. Além disso, compreendemos que os conhecimentos dos participantes em relação a

um problema estão relacionados com o que eles aprenderam ou ainda aprendem durante o processo de ensino na vida escolar, o que vai ao encontro com o autor Chiréia (2008) que desenvolveu um material que apresentou um relato sobre sua experiência, realizada no âmbito da sala de aula, com conteúdos regulares de Matemática e onde afirma que os problemas que são trabalhados em sala de aula não motivam os alunos na maioria das vezes, não despertando a curiosidade ou até mesmo não provocando algum desafio, pois acabam sendo problemas de natureza onde as resoluções e procedimentos são semelhantes aos exemplos que os professores explicam na lousa, ou apenas exercícios simples para mera fixação.

Esse resultado obtido por meio do questionário informativo confirma o que Dante (1998) afirmou, que embora a resolução de problemas seja tão valorizada, é uma das abordagens mais difíceis de se trabalhar em sala de aula, pois é comum os alunos saberem resolver os algoritmos e não efetuarem um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Isso está ligado ao fato de como os problemas são ensinados em sala de aula e exibidos nos livros didáticos, seguidos na maioria das vezes de exercícios de fixação como mera reprodução dos conteúdos ensinados.

Sobre os conhecimentos que os alunos da Educação Básica, sujeitos dessa pesquisa, apresentaram sobre o que é a geometria para cada um deles, categorizamos as respostas da questão 7, como exposto no Quadro 15.

**Quadro 15** – Para você, o que é geometria? Explique

<b>Categorias</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Estudo das formas geométricas	4	9	7	20	46,51
Estudo da área/ vértice /ângulo/ perímetro/ altura/ profundidade das formas	1	4	0	5	11,63
Não sei/ Não lembro/ Não estudei	3	3	2	8	18,6
Estudo das formas	2	0	2	4	9,3
Estudo do espaço e suas dimensões	0	1	0	1	2,33
Outros	0	3	2	5	11,63

Fonte: Elaboração da autora.

Na categoria *Outros* do Quadro 15, com 11,63%, consideramos as seguintes respostas: geometria é contas com letras; conjunto de números e letras somadas juntas; está ligada ao conteúdo de Matemática; figuras que se calcula outras; partes de uma figura com somatório ou x ou qualquer tipo de conta em Matemática só que em figura.

O Quadro 15 apontou que 46,51% dos participantes limitam a geometria como sendo o estudo das formas geométricas, associando que o estudo das formas geométricas está

relacionado com as figuras como por exemplo: losango, círculo, quadrado, retângulo. Sendo que os participantes do oitavo (20,93%) e nono anos (16,27%) foram os que mais indicaram sobre esse estudo, como mostra o Quadro 15. Uma resposta mais geral do que seria a geometria foi escrita por um aluno do oitavo ano, que explicou a geometria como sendo o estudo do espaço e as suas dimensões.

Na categoria *estudo da área, vértice, ângulo, perímetro, altura, profundidade das formas*, com um percentual de 11,63%, os participantes alegaram que além da geometria estar associada ao estudo das formas, também está relacionada a efetuar os cálculos, as contas que as envolvem. Sendo que os alunos do oitavo ano (9,31%) foram os que mais afirmaram sobre essa categorização.

Ao serem questionados sobre qual ano de escolaridade os participantes mais estudaram geometria na questão 8, observamos que 18,60% afirmaram ser no quinto ano; 39,53% afirmaram ter estudado ou ter o primeiro contato com o conteúdo de geometria no sexto ano do Ensino Fundamental; 16,28% no sétimo ano; 2,33% tanto no oitavo quanto no nono ano e 20,93% alegaram não saber o ano escolar, por não lembrarem ou por não terem estudado, como verificado no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Ano Escolar



Fonte: Elaboração da autora.

De acordo com as respostas obtidas, observamos no Gráfico 2 que a maioria dos alunos (39,53%) afirmou ter estudado o conteúdo de geometria no sexto ano do Ensino Fundamental, o que vai ao encontro com os documentos como por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais que indicam que tanto os conteúdos de geometria como de álgebra e de outras áreas

de ensino devem ser ensinados desde os Anos Iniciais e ter continuidade nos Anos Finais e assim sucessivamente, principalmente de maneira intuitiva, onde o aluno desenvolva seu raciocínio dedutivo, como afirmado no PCN (BRASIL, 1998):

Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos. A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos (BRASIL, 1998, p. 86).

Com referência à questão 9, sobre “Você gosta de geometria? Por quê?”, categorizamos as respostas obtidas, como mostrado no Quadro 16.

**Quadro 16 – Você gosta de geometria? Por quê?**

<b>Sim</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Faz parte da Matemática	1	0	0	1	2,33
Interessante	1	4	0	5	11,63
Não sei/ Não lembro	0	1	1	2	4,65
Calcula perímetro e área	0	1	0	1	2,33
Simples, fácil e gostoso de resolver as contas	0	0	2	2	4,65
Outros	0	0	1	1	2,33
<b>Não</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Não lembro/ Não estudei	3	7	1	11	25,58
Não sei o que é direito	0	2	0	2	4,65
Outros	1	1	4	6	13,95
<b>Mais ou menos</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Tenho dificuldade	1	1	1	3	6,98
Não sei o que é direito	1	0	0	1	2,33
Não sou boa em contas/ no assunto/ fórmulas	0	1	2	3	6,98
Outros	2	2	1	5	11,63

Fonte: Elaboração da autora.

Na categoria *Outros* do Quadro 16, com 27,91%, consideramos respostas do tipo: não gosto porque dá muito trabalho e usa muito o cérebro; não gosto porque é entediante; não gosto porque não me dou bem com a Matemática; não gosto porque envolve Matemática; mais ou menos porque se a conta é fácil eu gosto, respostas em brancos e sem justificativas.

O Quadro 16 apontou que 44,18% dos participantes alegaram não gostar do conteúdo de geometria. Verificamos ainda que os alunos das três turmas responderam que não gostavam de geometria, pois os índices foram altos. Sendo que o oitavo ano foi o que afirmou que menos gostava com um percentual de 23,25%.

Quanto à justificativa dada pelos participantes referente a não gostar de geometria, a maioria (25,58%) alegou que não lembrava ou que não havia estudado até o momento da aplicação do questionário informativo. A segunda maior porcentagem (13,95%) se encaixou na categoria *Outros*. Sendo que as respostas fornecidas apresentaram tendências negativas ao conteúdo de geometria e principalmente em relação à disciplina de Matemática, como algo entediante, por não ser bom na disciplina entre outros fatores. Essa atitude negativa pode estar relacionada ao fato de os conteúdos serem ensinados de uma forma mecanizada, sem demonstrar a matemática real e a sua aplicabilidade, ocasionando um desempenho e um rendimento baixos e desestimuladores em relação à disciplina de Matemática, como evidenciado pela pesquisadora Sadovsky (2007) que alega que o baixo desempenho, rendimento dos alunos na disciplina de Matemática é uma realidade não só no Brasil, mas em diversos países. Que o ensino de Matemática hoje se sintetiza em regras mecanizadas concedidas pela escola, que por muitas vezes os alunos não sabem onde utilizar, aplicar. “Falta formação aos docentes para aprofundar os aspectos mais relevantes, aqueles que possibilitam considerar os conhecimentos prévios dos alunos, as situações e os novos saberes a construir” (SADOVSKY, 2007, p. 15).

Além disso, para os que afirmaram gostar de geometria, com 27,92%, a maioria com 11,63% respondeu que gostava por ser um conteúdo interessante, pois por meio do conteúdo conseguiam construir figuras, desenhos.

Ainda em relação à questão 9, temos que 27,92% responderam gostar mais ou menos do conteúdo de geometria. Deste total, 11,63% se enquadraram na categoria *Outros* como já mostrado anteriormente. A segunda maior porcentagem (6,98%) com relação a gostar mais ou menos de geometria, os participantes apresentaram justificativas como terem dificuldades, não serem bons em contas, no assunto ou no conceito ensinado e até mesmo não serem bons com as fórmulas.

O Quadro 17 a seguir apresenta as respostas obtidas quando analisamos a questão 10, “Qual o conteúdo que você mais gosta de geometria? Qual você tem mais dificuldade? Por quê?”

**Quadro 17** – Qual conteúdo você mais gosta de geometria? Qual você tem mais dificuldade? Por quê?

<b>Mais gosta</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Não lembro/ Não estudei/ Não sei/ Nenhum/ Não gosto de Geometria	6	11	7	24	55,81
Montar contas	1	0	0	1	2,33
Conteúdo das figuras	1	0	1	2	4,65
Poliedros/Área/Perímetro/ Ângulos/ Volume/ Raio/ Teorema de Pitágoras/Teorema de Tales/ Geometria Básica	2	4	4	10	23,26
Outros	0	5	1	6	13,95
<b>Dificuldades</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Geometria plana e identificar os elementos	1	0	1	2	4,65
Perímetro/ Área de polígonos/ Ângulos/ Trigonometria	1	3	7	11	25,58
Não lembro/ Não sei/ Nenhum/ Não estudei/ Todos	7	10	3	20	46,51
Outros	1	7	2	10	23,26

Fonte: Elaboração da autora.

Na categoria *Outros*, com um percentual de 37,21% no Quadro 17, consideramos as seguintes respostas: dificuldade em Matemática, pois não consigo entender; eu tenho dificuldades em todos os conteúdos; dificuldades em Matemática porque é algo que não tem sentido e por fim repostas em branco e sem justificativas. O fato de os estudantes afirmarem essas dificuldades foi evidenciado na pesquisa de Santos, França e Santos (2007) em que desenvolveram um estudo com o intuito de identificar as causas que levavam os alunos a apresentarem dificuldades em relação à disciplina de Matemática. Uma das causas, de acordo com os pesquisadores elencados acima, reflete os sentimentos negativos que a disciplina proporciona a cada um dos indivíduos, principalmente pelo fato de os mesmos não compreenderem ou não dominarem a linguagem Matemática, não atribuindo nenhum conhecimento significativo, ocasionando o sentimento de fracasso pela Matemática.

O Quadro 17 apontou que 55,81% dos participantes alegaram em relação ao conteúdo que mais gostavam de geometria, repostas do tipo: não lembro, não estudei, não sei, nenhum e não gosto de geometria. Sendo que as justificativas afirmavam não saber pois não lembravam dos conteúdos; não lembravam o que é geometria, principalmente os conteúdos envolvidos; não têm nenhum conteúdo preferido pois não estudaram completamente o conteúdo; não gosto de geometria pois não sei nada sobre; não me lembro porque já faz muito tempo que estudei; eu nunca estudei geometria.

Além disso, verificamos que a maioria dos sujeitos (46,51%) responderam não possuir dificuldade em algum conteúdo de geometria, pois não lembravam, não sabiam, não estudaram ou tinham dificuldades em todos ou em nenhum. A segunda maior porcentagem (25,58%) se encaixou na categoria *em mobilizarem dificuldades sobre os conceitos de perímetro, área de polígonos, ângulos e trigonometria*. Sendo que desse percentual, 3 (6,97%) participantes alegaram ter dificuldade em calcular o perímetro e área de polígonos (figuras). Como pode ser observado na resposta de um dos participantes do oitavo ano: *é complexo entender uma área de um trapézio para mim, por exemplo, porque eu não sei o porquê estou calculando essa área*. Além disso, 5 (11,62%) participantes alegaram ter dificuldade em trigonometria, principalmente na identificação dos catetos e hipotenusa e no cálculo do Teorema de Pitágoras e, por fim, 3 (6,97%) afirmaram ter dificuldades em ângulos, apresentando justificativas *que eram muitas ângulos para decorar*.

Observamos que nas respostas apresentadas pelos participantes fica evidente o fato de as suas dificuldades estarem atreladas apenas ao processo de substituir as informações em uma fórmula, ou até mesmo decorar um determinado conteúdo para se encontrar uma solução, sem nenhum interesse de aprender, simplesmente com o objetivo de atingir um objetivo, uma nota, não adquirindo nenhum tipo de aprendizagem significativa. Pois, de acordo com Santos, França e Santos (2007, p. 29) “[...] a aprendizagem significativa possibilita a compreensão de significados, relacionando-se às experiências anteriores e vivências pessoais dos alunos, permitindo a formulação de problemas de algum modo desafiantes que incentivem o aprender”. Desse modo, o aprender não deve estar relacionado apenas à quantidade de conteúdo, mas sim à qualidade e às competências que os alunos possuem e são capazes de desenvolver.

O Quadro 18 apresenta as repostas à questão 11: “O que você estuda em geometria plana?”

**Quadro 18** – O que você estuda em geometria plana?

<b>Categorias</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Não lembro/ Não sei/ Não estudei	6	6	3	15	34,88
Plano do desenho	1	0	0	1	2,33
Estuda raio/ diâmetro/ área/ perímetro/ profundidade/ área de formas bidimensionais/ ângulos/ retas/ Teorema de Pitágoras/ Teorema de Tales	0	3	7	10	23,26
Formas geométricas planas	0	3	1	4	9,30
Outros	3	8	2	13	30,23

Fonte: Elaboração da autora.

Conforme o Quadro 18, a maioria dos estudantes (34,88%) respondeu que não lembrava, não sabia ou não estudou geometria plana. Sendo que suas justificativas para essas respostas foram: porque ainda não haviam estudado esse conteúdo ou apresentaram apenas essas respostas sem justificativas. Sendo que os participantes do sétimo e do oitavo anos são os que mais expressaram essa resposta. Em relação à categoria com um percentual de 23,26%, verificamos que 7 participantes (16,29%) do nono ano responderam que o que eles estudavam em geometria plana eram triângulos, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, altura, profundidade, ângulos, perímetro, área, retas; e outros 3 participantes (6,97%) do oitavo ano relacionaram o estudo da geometria plana ao estudo do raio, diâmetro e áreas de formas bidimensionais.

Além disso, observamos que 9,30% dos participantes alegaram que o que estudaram em geometria plana está relacionado às formas geométricas planas, sendo que o oitavo ano foi a turma que mais expressou essa resposta. Desse percentual, 3 participantes (6,97%) do oitavo ano justificam que as formas geométricas planas estão relacionadas à medida de uma área, ao estudo de formas geométricas, como quadrado, retângulo; e 1 dos participantes (2,33%) do nono ano alega estar ligada à forma das figuras planas, como quadrado e retângulo.

Por fim, na categoria *Outros*, com um percentual de 30,23% no Quadro 18, consideramos respostas em brancos, respostas sem justificativas, ou repostas da seguinte maneira: não tem profundidade; não tem altura; não tem largura; não dá pra pegar; eu posso não me lembrar do nome do conteúdo mas se eu ver posso refrescar minha memória.

O Quadro 19 a seguir apresenta as respostas obtidas quando perguntamos aos participantes o que eles entendiam por perímetro.

**Quadro 19** – O que você entende por perímetro? Explique

<b>Categorias</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Não sei/ Não lembro/ Não estudei	4	3	1	8	18,60
Tamanho da área	1	0	0	1	2,33
Cálculo de dentro da área da forma geométrica	1	1	0	2	4,65
Parte externa da figura	4	0	0	4	9,30
Linha/ Comprimento/ Medidas/ Borda/ Contorno da figura geométrica	0	7	2	9	20,93
Soma de todos os lados	0	0	9	9	20,93
Uma área dentro de outra forma	0	0	1	1	2,33
Outros	0	9	0	9	20,93

Fonte: Elaboração da autora.

Na categoria *Outros*, com um percentual de 20,93% no Quadro 19, consideramos respostas em brancos e respostas da seguinte natureza: uma área que você define por metros quadrados; perímetro é metros cúbicos; não consigo entender perímetro e não posso responder; tenho um pouco de dificuldade mas tento; perímetro é centímetro de uma parede (a altura).

Observamos que 9 participantes (20,93%) entendem perímetro como sendo uma linha, comprimento, medidas, borda, contorno de uma figura geométrica. Sendo que o oitavo ano foi a turma que mais expressou essa resposta (16,28%). Com esse mesmo percentual de 20,93%, observamos que apenas 9 participantes (13,95%) do nono ano alegaram que o perímetro é a soma de todos os lados de uma forma, tendo que identificá-las.

Em relação à turma do sétimo ano, 4 participantes (9,30%) alegaram não saber, não lembrar e não estudar; outros 9,30% justificaram suas respostas como sendo a parte externa da figura.

Assim, observamos de uma maneira geral que os participantes das três turmas entendem que o perímetro está relacionado ao contorno, comprimento, soma de todos os lados de uma figura ou uma forma e assim sucessivamente. Os conhecimentos desses alunos estão interligados a este conceito, foi construído e desenvolvido durante o processo escolar, sendo que eles assimilam que para se encontrar o perímetro é possível apenas somar todos os lados.

A última questão solicitava que os alunos respondessem o que eles entendiam sobre o conceito de área, que é ilustrada no Quadro 20 a seguir.

**Quadro 20** – O que você entende por área? Explique

<b>Categorias</b>	<b>7º Ano</b>	<b>8º Ano</b>	<b>9º Ano</b>	<b>Total</b>	<b>Porcentagem</b>
Não sei/ Não estudei/ Não lembro	3	4	3	10	23,26
Medida/ Espaço de dentro de uma figura geométrica	5	4	2	11	25,58
Tamanho de um terreno	1	0	0	1	2,33
Cálculo da área de dentro do perímetro, como, trapézio/ quadrado/ retângulo	0	4	0	4	9,30
Parte externa	0	0	1	1	2,33
Largura vezes altura	0	0	5	5	11,63
Outros	1	8	2	11	25,58

Fonte: Elaboração da autora.

Na categoria *Outros*, com um percentual de 25,58%, consideramos respostas em branco e do tipo: cantos de uma forma geométrica; medida de um todo; metro que é utilizado; tenho um pouco de dificuldade mas tento; medida de uma casa; área de um local; metros, quilômetros e milímetros, uma medida.

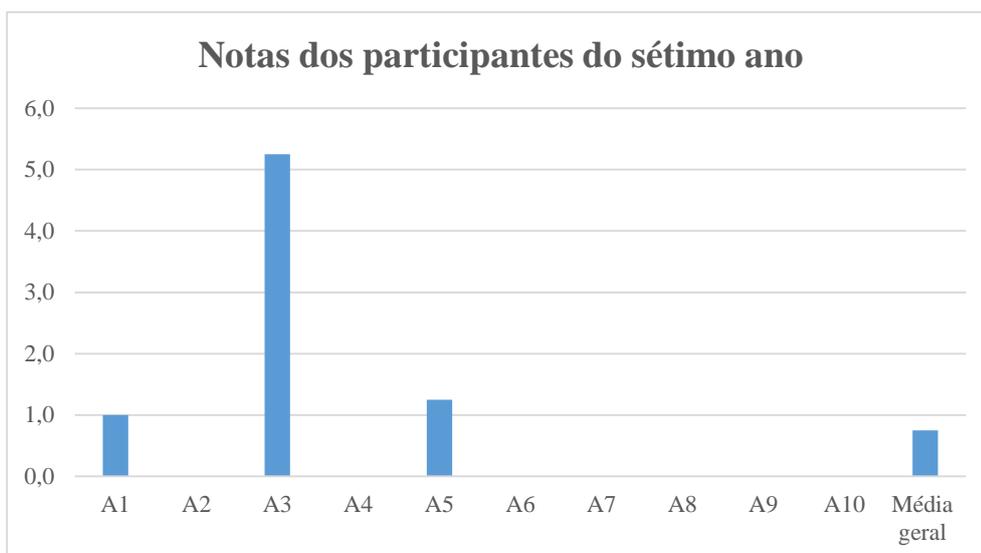
Em relação à segunda maior porcentagem (25,58%), verificamos na categoria *Medida/ Espaço de dentro de uma figura geométrica*, sendo que a turma do sétimo ano foi que mais expressou essa resposta (11,63%), justificando que essa medida ou espaço deve-se encontrar por meio de um cálculo. Outro dado importante a destacar é que 5 participantes do nono ano (11,63%) limitam-se explicando que a área é a largura multiplicada pela altura.

Destacamos que tanto para o conceito de perímetro e área ficou claro nas respostas dos participantes que a maneira como eles aprenderam esses conceitos está atrelada a regras ou mera memorização. Pois, a partir do momento em que é ensinado ao aluno que o perímetro é a soma das medidas de todos os lados de uma figura, fica evidente que isso é aplicável a qualquer forma geométrica, bastando apenas que o aluno memorize essa definição e o reproduza como um exercício, sem compreendê-lo, ou até mesmo sem reconstruir o conceito. Isso equivale para o conceito de área, onde o conceito é apresentado por fórmulas e definições.

Uma compreensão mais detalhada de como os alunos compreendem os conceitos de perímetro e área pode ser observada nos resultados apresentados em relação ao próximo instrumento de coleta de dados na prova de Matemática.

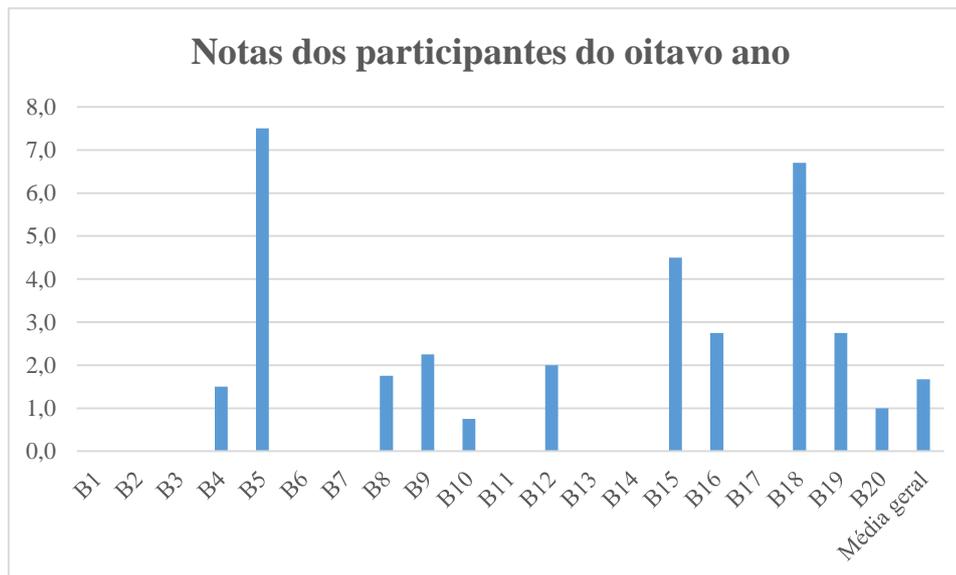
## **5.2 Análise da prova de Matemática**

Inicialmente atribuímos uma nota em relação à prova de Matemática aplicada para as três turmas do Ensino Fundamental, totalizando em 43 alunos que participaram desta pesquisa. Vale ressaltar que a nota máxima que poderiam obter em relação à prova era de 100 pontos. Averiguamos a média geral de cada turma em uma escala de 0 a 100 pontos, o que evidenciou um baixo desempenho referente às notas atribuídas a cada um dos participantes. A média geral dos alunos do sétimo ano foi de 0,75 pontos; em relação aos participantes do oitavo ano a média geral foi de 1,67 pontos, sendo que a média geral apresentada pelos alunos do nono ano foi de 3,60 pontos. O Gráfico 3 evidencia as notas atribuídas a cada um dos participantes do sétimo ano em uma escala de zero a dez pontos.

**Gráfico 3** – Notas dos alunos do sétimo ano na prova de Matemática

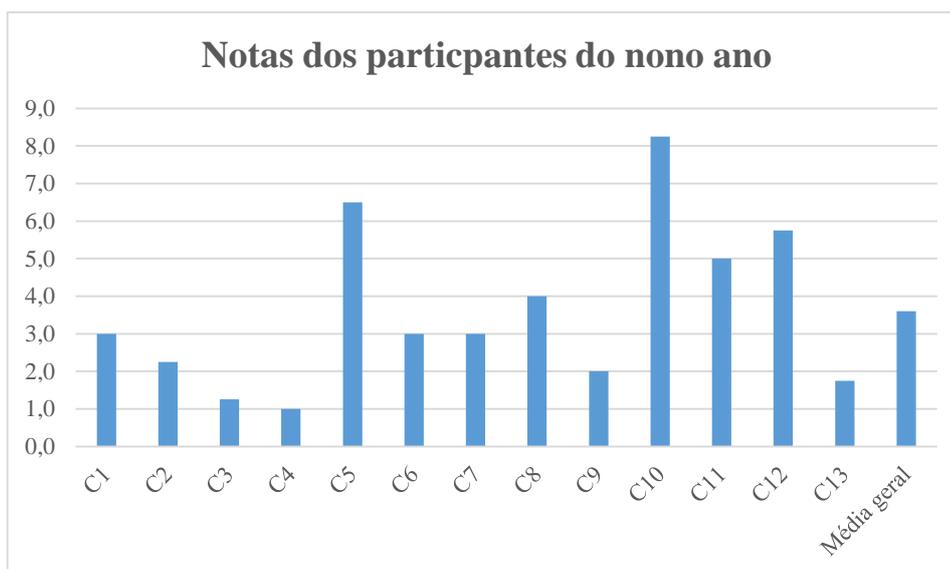
Fonte: Elaboração da autora.

Já o Gráfico 4 evidencia as notas atribuídas a cada um dos participantes do oitavo ano em uma escala de zero a dez pontos.

**Gráfico 4** – Notas dos alunos do oitavo ano na prova de Matemática

Fonte: Elaboração da autora.

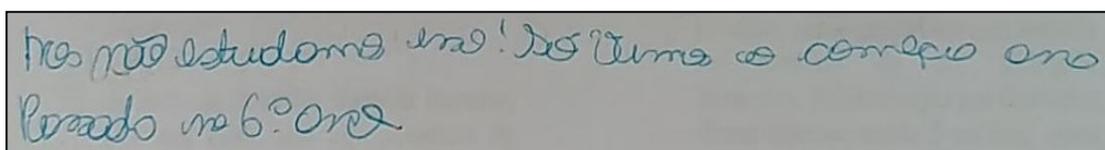
Por fim, o Gráfico 5 evidencia as notas atribuídas a cada um dos participantes do nono ano em uma escala de zero a dez pontos.

**Gráfico 5** – Notas dos alunos do oitavo ano na prova de Matemática

Fonte: Elaboração da autora.

Por meio da análise realizada em relação às notas obtidas pelos 43 participantes, observamos que para 16 alunos atribuiu-se a nota zero na prova de matemática. Nesse sentido, resolvemos retirar os alunos que tiraram zero, com exceção do A6 e B17, pois estes alunos erraram todos os problemas. Verificamos que os demais deixaram todos os problemas da prova em branco e um dos participantes apresentou apenas as respostas finais sem o processo de resolução. Assim, não analisamos 14 provas, sendo que seis eram do sétimo ano e oito do oitavo ano, da turma do nono ano nenhum dos participantes tirou nota zero.

Pressupomos que o fato de os alunos terem deixado todos os problemas em branco ou apenas [com a resposta, não indica que eles não sabiam resolver nenhum problema, mas sim que no período em que foi aplicado a prova para as três turmas, principalmente ao sétimo e oitavo anos, não haviam estudado sobre os conceitos neste ano ou já fazia muito tempo que eles haviam visto sobre os conceitos de perímetro e área. Esse fato ficou claro em algumas respostas evidenciadas pelos alunos, tanto do sétimo quanto do oitavo ano, analisadas na prova como ilustrado nas Figuras, 1, 2, 3 e 4.

**Figura 1** – Observação do participante A4 do sétimo ano

Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 2** – Observação do participante A9 do sétimo ano

Trive dificuldades em perímetro e área porque não estudamos sobre eles. Se estudarmos partir do próximo semana.

Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 3** – Observação do participante B7 do oitavo ano

Eu não entendo, porque é muito complexa e eu não me lembro porque faz muito tempo que eu não estudo formas geométricas e áreas.

Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 4** – Observação do participante B11 do oitavo ano

~~Por~~ Por eu não saber resolver geometria, pois eu não aprendi, por isso eu não sei resolver.

Fonte: Elaboração da autora.

Ao analisarmos as repostas desses quatro participantes em relação ao questionário informativo, observamos respostas que remetem à geometria como formas e aplicação de fórmulas, ou até mesmo que não haviam estudado o conteúdo naquele determinado período, ou ainda que não sabiam o que era geometria. Como pode ser observado nas repostas dos quatro participantes no Quadro 21 a seguir:

**Quadro 21** – Respostas retiradas do questionário informativo

Participantes	Respostas do questionário informativo
A4	“geometria é o que você estuda em formas geométricas...mas eu gosto mais ou menos de geometria, pois não sei o que é direito.”
A9	“geometria é as formas como círculo, quadrado, triângulo...não gosto muito, mas o que eu mais gosto é montar as formas.”
B7	“geometria são figuras geométricas...eu gosto de geometria porque eu desenho.”

B11	“geometria é algo relacionado com a matemática envolvendo formas, por causa do geo...eu não tenho uma opinião formada em relação a gostar de geometria, pois nunca estudei profundamente geometria.”
-----	--

Fonte: Elaboração da autora.

É inquietante como os alunos do sétimo e oitavo anos definem a geometria ensinada em sala de aula. As respostas desses quatro participantes é um reflexo daquilo que lhes é ensinado durante o período escolar e que remete a definições e fórmulas, ou até mesmo conteúdos poucos trabalhados ou aprofundados, desvinculados do cotidiano dos alunos. Esse fato fica evidente na fala de três autores que afirmam que a Matemática, na maioria das vezes, é ensinada de uma maneira abstrata, sem conexões com a realidade do aluno, fazendo com que não consiga compreender alguns conceitos. Isto está relacionado principalmente ao fato de o aluno não conseguir associar o conteúdo ensinado com uma circunstância que pode aparecer em sua vida. (RABAIOLLI; STROHSHOEN; GIONGO, 2013).

Ao retirarmos os participantes que atribuímos nota zero, como mencionado anteriormente, passamos a ter um total de 29 provas de Matemática para serem analisadas. Identificamos que a média geral dos alunos do sétimo ano foi de 1,9 pontos; em relação aos participantes do oitavo ano a média geral foi de 2,8 pontos; sendo que a média geral apresentada pelos alunos do nono ano foi de 3,6 pontos. Como pode ser verificado na Tabela 2 a seguir:

**Tabela 2** – Média geral das três turmas participantes

Turmas	Média
7º ano	1,9
8º ano	3,0
9º ano	3,6

Fonte: Elaboração da autora.

Com base na Tabela 2, foi possível verificar que a turma que apresentou um maior rendimento em relação à média obtida foi a turma do nono ano, seguida da turma do oitavo ano e, por fim, do sétimo ano. Lembrando que as três turmas apresentaram um baixo desempenho em relação à prova de Matemática, já que nenhuma das turmas obteve nota acima da média.

Foi notável, durante a aplicação da prova, o quanto os alunos afirmavam que não sabiam o conteúdo e que estavam com dificuldades de interpretar os problemas, como evidenciado na resposta do participante B4: *O problema é que eu não sei esse conteúdo, não sei nada... Eu não*

*soube interpretar as atividades... E eu não sei esse negócio de retângulo, losango, etc. e a área deles.*

Novamente observa-se nesta resposta que um dos participantes alega que não conseguiu resolver os problemas por não saber os conceitos abordados, no caso perímetro e área, e não conseguir compreender o enunciado das atividades propostas. Isto pode estar ligado à maneira como os alunos entendem um problema, para que em seguida, possam identificar suas informações, planejar uma solução, para resolvê-lo e por fim monitorá-lo.

Essas médias obtidas nos causam uma preocupação no sentido de que estes conceitos deveriam ter sido ensinados e desenvolvidos desde os Anos Iniciais dando sequência no sexto ano do Ensino Fundamental. Por esta razão, os problemas formulados para a prova de Matemática aplicada foram baseados em livros didáticos do sexto ano, nos documentos oficiais e elementos relacionados ao cotidiano dos alunos, o que nos permitiu analisar as dificuldades dos participantes das turmas do sétimo ao nono anos em cada problema da prova. Ressaltando que os problemas 2, 4, 7 e 9 são com informações completas, os problemas 3, 6 e 8 são com informações supérfluas e os problemas 1, 5 e 10 são com informações incompletas.

Assim sendo, elaboramos a Tabela 3 para compreender-se melhor os resultados e mostrar o índice de acertos, erros e brancos e o desempenho dos participantes em cada um dos problemas.

**Tabela 3 – Desempenho das três turmas em cada problema**

<b>Problemas</b>	<b>Acertos (1) (%)</b>	<b>Acertos (2) (%)</b>	<b>Erros (%)</b>	<b>Brancos (%)</b>	<b>Total (29=100%)</b>
<b>1</b>	10,34	3,45	58,62	27,59	100,00
<b>2</b>	27,59	37,93	17,24	17,24	100,00
<b>3</b>	27,59	31,03	17,24	24,14	100,00
<b>4</b>	27,59	34,48	6,90	31,03	100,00
<b>5</b>	10,34	24,14	17,24	48,28	100,00
<b>6</b>	0,00	31,03	24,14	44,83	100,00
<b>7</b>	6,90	0,00	51,72	41,38	100,00
<b>8</b>	13,79	6,90	20,69	58,62	100,00
<b>9</b>	6,90	31,03	17,24	44,83	100,00
<b>10</b>	6,90	31,03	3,45	58,62	100,00

(1) Corresponde ao acerto do processo de resposta do problema. (2) Corresponde ao acerto de quase todo o processo, o que gerou uma resposta errada ou apresentou apenas a resposta sem resolução do problema matemático.

Fonte: Elaboração da autora.

De modo geral, de acordo com a Tabela 3 é possível verificar que o maior número de acertos se concentrou nos problemas de número 2, 3 e 4. Ambos com um percentual de 27,59%. Sendo que os problemas 2 e 4 são com informações completas e o problema 3 com informações supérfluas. Em relação ao problema 2 que se tratava de encontrar o perímetro e a área de uma quadra de voleibol de formato retangular, analisamos que nenhum dos alunos do sétimo ano acertou este problema; sendo que apenas 3 (10,34%) alunos do oitavo ano e 5 (17,24%) do nono ano acertaram tanto o processo como a resposta final do problema proposto.

Já o problema 3 com o mesmo percentual, se tratava de calcular o perímetro e a área de um telhado de formato retangular, sendo que em seu enunciado havia as informações das medidas e a informação da medida da diagonal (informação supérflua). Ao analisar, observamos nas respostas que apenas um aluno, tanto do sétimo quanto do oitavo ano, acertaram o problema, sendo que o restante. Ao analisar, observamos nas respostas que apenas um aluno, tanto do sétimo quanto do oitavo ano, acertaram o problema, sendo que o restante dos acertos ocorreram por 6 (20,69%) alunos do nono ano.

Por fim, o problema 4 solicitava que os alunos encontrassem a área de uma pipa cujo formato era o de um losango. Observamos novamente que nenhum dos alunos da turma do sétimo ano acertou este problema; e que 4 (13,79%) tanto do oitavo quanto do nono ano tiveram êxito ao solucionar este problema. Em geral, a turma do nono ano tendeu a se sair melhor nesses três problemas do que as outras turmas.

Verificamos ainda que dos dez problemas propostos, o problema no qual se concentrou um maior número de erros foi o problema 1 com um percentual de 58,62%, sendo 4 alunos (todos) do sétimo ano, 7 (24,14%) do oitavo ano e 6 (20,69%) alunos do nono ano. O problema 1 estava relacionado aos alunos encontrarem as medidas de uma tela (retangular) que deveria ter uma área de  $36 \text{ cm}^2$ . Possivelmente, os estudantes sentiram mais dificuldade neste problema, pelo fato de o enunciado do problema ser de informação incompleta (não possuía as medidas dos lados da tela), no caso faltavam informações para a possível solução, gerando uma interpretação inconclusiva se o estudante não perceber essa circunstância. Pois, de acordo com Pirola (2000, p.48), baseado na teoria de Krutetskii (1976), problemas com informações incompletas seriam aqueles que “apresentam uma deficiência em seu enunciado, parecendo que o mesmo não tem solução. Quando uma informação é introduzida, o problema passa a ter uma solução”. Mas só é possível se o aluno perceber essa “deficiência” em seu enunciado. Nesse sentido, supomos que a maior parte dos erros ocorreram neste problema, pelo fato de os alunos sentirem dificuldade em estabelecer uma representação adequada para o problema, pois se eles não apresentarem a habilidade de compreender a estrutura formal do problema (enunciado),

terão dificuldades para perceber se no enunciado dos problemas faltam informações ou se contém informações que não são convenientes para o processo de solução. Como ilustrado na Figura 5, em uma das resoluções de um dos participantes da pesquisa a seguir:

**Figura 5** – Resolução de um dos participantes da pesquisa

1) Ana Júlia e Beatriz estão fazendo o trabalho da disciplina de Arte que consiste em pintar uma tela com formato retangular. A professora as orientou que a tela utilizada para executar a pintura deverá ter uma área de 36 centímetros quadrados. Dessa forma, quais serão as medidas de cada lado da tela?

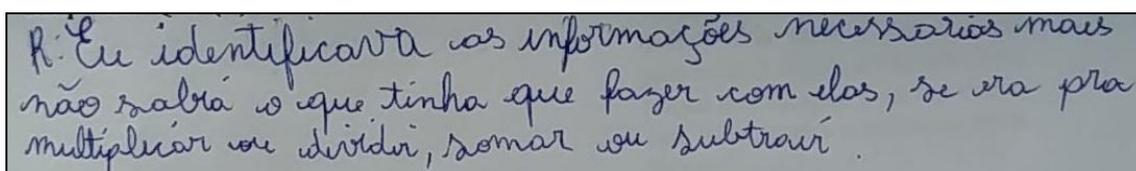
Handwritten notes and calculations:

- Division:  $36 \div 4 = 09$
- Rectangle diagram with dimensions 6 and 12.
- Multiplication:  $6 \times 12 = 72$
- Handwritten labels: "Comprimento: 12cm" and "Largura: 6"

Fonte: Elaboração da autora.

Na Figura 5 temos que, a princípio, em uma das resoluções é possível perceber que o participante dividiu a área de  $36 \text{ cm}^2$  por 4, obtendo uma resposta que cada lado media 9 cm – o que acabou gerando uma resposta equivocada, mas que não a utilizou em sua resposta final. Além disso, reparamos que o mesmo representou a tela por meio de uma figura de formato retangular, apresentando como resposta para o problema que a tela possuía 12 cm de comprimento e 6 cm de largura, mas que ao multiplicar resultaria em uma área de  $72 \text{ cm}^2$  e não de  $36 \text{ cm}^2$ . Desse modo, fica evidente que o conceito de área para este participante não está bem compreendido, acarretando uma representação equivocada para o problema, além de o mesmo não identificar que este problema apresentava informações incompletas.

Na Tabela 3 também é visível notar que todos os participantes deixaram pelo menos um problema em branco. Este fato pode estar ligado ao fato de eles não se lembrarem do conteúdo, falta de motivação ou até mesmo são saber proceder após identificar as informações necessárias para solucionar um problema, como pode ser observado na Figura 6 em uma das respostas retirada da prova de Matemática de um dos participantes da pesquisa.

**Figura 6** – Observação do participante B8 do oitavo ano


R: Eu identificava as informações necessárias mas não sabia o que tinha que fazer com elas, se era pra multiplicar ou dividir, somar ou subtrair.

Fonte: Elaboração da autora.

Inicialmente podemos destacar que o participante sentiu dificuldades em interpretar o enunciado do problema, por mais que ele tenha conseguido coletar as informações, não teve êxito para averiguar o que estava sendo solicitado no enunciado do problema. Além disso, o participante também apresentou dificuldade na tradução da linguagem materna (português) para a linguagem Matemática, simbólica.

Como a atribuição de notas foi realizada de acordo com as etapas do processo de resolução de problemas, decidimos analisar as dificuldades de cada participante dessa pesquisa em cada uma das quatro etapas, sendo elas: interpretação de um problema, estratégia, execução e verificação de um problema. Um fato importante a destacar é que se os participantes já tivessem dificuldades na primeira etapa, no caso a interpretação do problema, as outras etapas não eram analisadas, pois uma representação imprópria do problema pode impedir ou dificultar o processo de resolução ou até mesmo induzir a uma solução equivocada para o problema (SILVA, 2015). Esta análise foi realizada nos dez problemas propostos, como mostrado na Tabela 4 a seguir:

**Tabela 4** – Participantes que apresentaram dificuldades nas etapas da resolução de problemas

<b>Problemas</b>	<b>Interpretação (%)</b>	<b>Estratégia (%)</b>	<b>Execução (%)</b>	<b>Verificação (%)</b>
<b>1</b>	48,28	10,34	0,00	0,00
<b>2</b>	24,14	6,90	3,45	0,00
<b>3</b>	3,45	6,90	3,45	0,00
<b>4</b>	6,90	17,24	0,00	10,34
<b>5</b>	0,00	3,45	0,00	0,00
<b>6</b>	31,03	0,00	3,45	0,00
<b>7</b>	27,59	0,00	0,00	0,00
<b>8</b>	0,00	3,45	10,34	0,00
<b>9</b>	3,45	6,90	0,00	0,00
<b>10</b>	0,00	20,69	0,00	0,00

Fonte: Elaboração da autora.

De modo geral, os participantes apresentaram maior dificuldade na etapa de interpretação do problema em relação aos dez problemas propostos, correspondendo a um percentual de 14,48%. O índice mais alto em relação a esta etapa pode ser verificado no

problema 1, com um percentual de 48,28%, sendo que dos 29 participantes da pesquisa, 14 evidenciaram dificuldades neste problema. A seguir, o maior índice de dificuldade exibido foi em relação à etapa da estratégia (7,59%), que ocorreu no problema 10 com um percentual de 20,69%; seguida da etapa de execução 2,07%, sendo que a maior dificuldade sucedeu no problema 8 com 10,34%; conseqüentemente a etapa de verificação com 1,03%, sendo que o índice mais elevado de dificuldade aconteceu no problema 4, com um percentual de 10,34%.

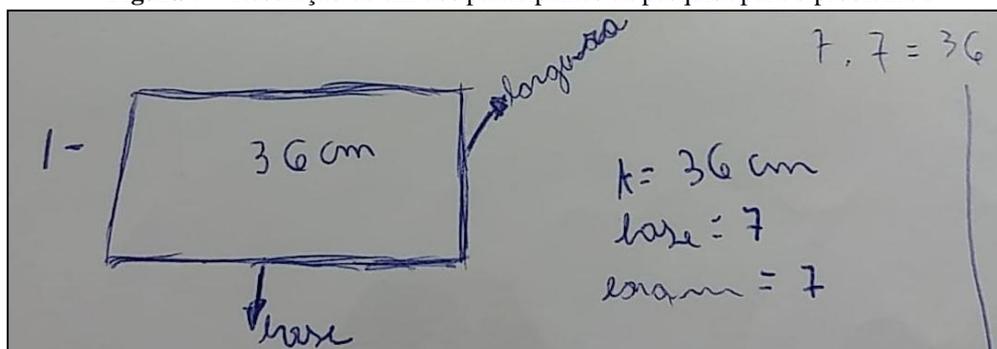
Para verificarmos e compreendermos as dificuldades apresentadas na Tabela 4, decidimos ilustrar os dez problemas, para apresentar as soluções e as repostas dos participantes por meio de figuras, evidenciando as suas dificuldades em relação às etapas. Dando seqüência, vamos apresentar os resultados obtidos em cada problema.

**Problema 1:** *Ana Júlia e Beatriz estão fazendo o trabalho da disciplina de Arte que consiste em pintar uma tela com formato retangular. A professora as orientou que a tela utilizada para executar a pintura deverá ter uma área de 36 centímetros quadrados. Dessa forma, quais serão as medidas de cada lado da tela?*

Este problema contém no enunciado informações incompletas. Inicialmente seria necessário que os participantes acionassem os esquemas adequados para solucionar o problema, adotando que esse problema se refere ao conceito de área e não ao conceito de perímetro. A seguir, o participante deveria empregar o algoritmo correto e adequado para encontrar uma solução final. Neste problema pode ser utilizado (a princípio) que a área do retângulo é igual a base multiplicada pela altura, ou comprimento multiplicado pela largura, para encontrar a medida de cada lado da tela.

A análise de alguns procedimentos utilizados na solução do problema 1 pelos participantes evidenciaram que os mesmos utilizaram processos e conceitos equivocados. Como pode ser observado na Figura 7 a seguir:

**Figura 7** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 1



Fonte: Elaboração da autora.

A Figura 7 mostra a dificuldade que o participante possui para compreender/interpretar um problema, pois ao representar o problema, o estudante ilustrou a tela por meio de um retângulo, mas ao executar considerou que todas as medidas do lado da tela eram iguais, o que gerou uma resposta incorreta para o problema, pois o mesmo considerou que as medidas da tela eram 7 cm. Este fato pode ser evidenciado no artigo de Pirola e Proença (2009), onde afirmam que a má formação e a falta de domínio dos professores em relação à geometria, pode implicar no processo conceitual e de conhecimento geométrico dos alunos. Neste problema, verificamos que foi o problema com um maior percentual de erros e que apenas dois alunos tanto do oitavo quanto do nono anos acertaram esse problema na íntegra ou parcialmente e nenhum aluno do sétimo conseguiu resolvê-lo.

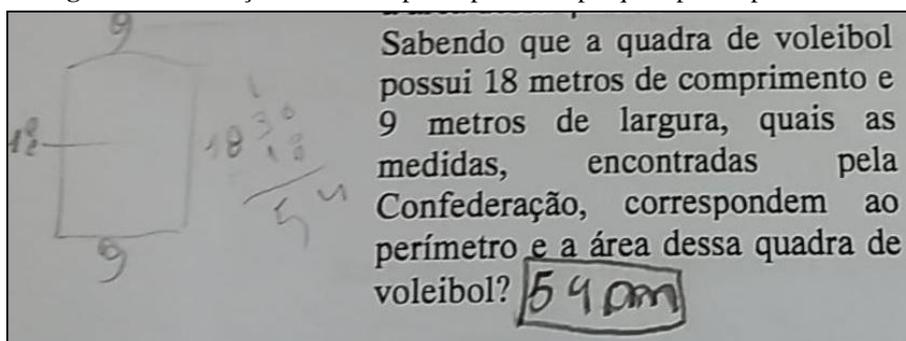
**Problema 2:** *A Confederação Brasileira de Voleibol realizou estudo com o objetivo de verificar quais eram as medidas de uma quadra de voleibol em formato retangular, onde seria realizada a partida. Para tanto, resolveram determinar o perímetro e a área dessa quadra.*

*Sabendo que a quadra de voleibol possui 18 metros de comprimento e 9 metros de largura, quais as medidas encontradas pela Confederação correspondem ao perímetro e à área dessa quadra de voleibol?*

O problema 2 possui informações completas, com uma única resposta e envolve os conceitos de perímetro e área de uma quadra de voleibol de formato retangular. Para solucioná-lo era necessário que os alunos assimilassem que o retângulo possui quatro lados, sendo eles dois a dois paralelos, para assim calcular o perímetro e a área da quadra.

A análise mostrou que 19 dos 29 participantes acertaram o problema 2; sendo que 8 (27,59%) conseguiram solucionar este problema completamente e 11 (37,93%) apresentaram solução apenas para perímetro ou apenas para a área, parcialmente. Como ilustrado na Figura 8 e 9 a seguir:

**Figura 8** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2



Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 9** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2

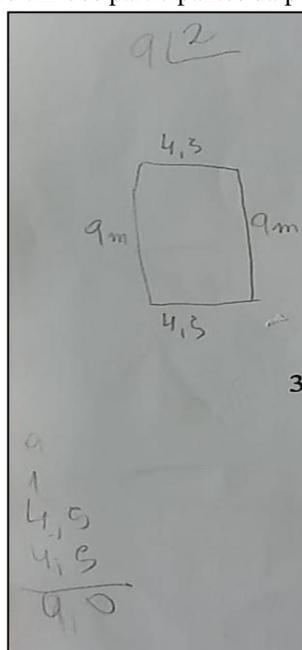
$$A = b \cdot h$$

$$A = 18 \cdot 9$$

$$\underline{A = 162}$$

Fonte: Elaboração da autora.

Além disso, na análise também foi possível verificar a dificuldade dos participantes em interpretar e compreender o conceito de perímetro e área, o que se sucedeu em uma estratégia errada de solução para o problema, pois um dos participantes considerou os 9 metros de largura e dividiu por dois para encontrar a medida do comprimento que já estava no enunciado do problema, como pode ser visto na Figura 10.

**Figura 10** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 2

Fonte: Elaboração da autora.

Para chegar à resposta do problema, um processo que poderia ser empregado, a princípio, seria ativar os conceitos essenciais para a solução, no caso os conceitos de perímetro e área de um retângulo, e a seguir calculá-los conforme o procedimento correto e adequado.

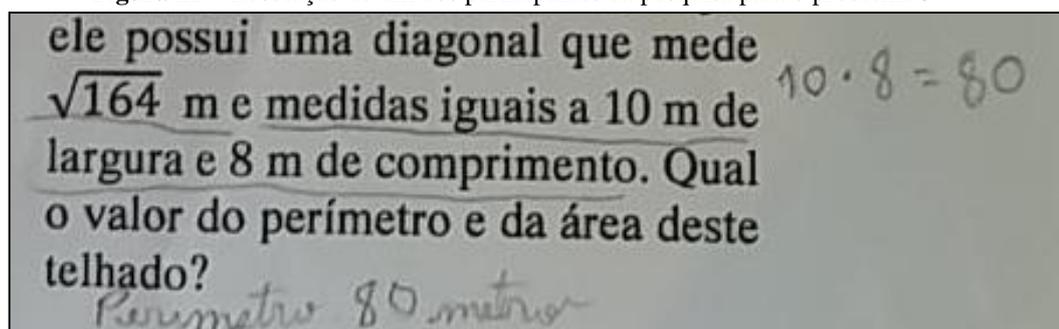
Mesmo este problema sendo um dos problemas que obteve mais acertos, vale destacar que a turma que teve um melhor desempenho nesta questão foi o nono ano, onde 5 alunos acertaram o problema por completo e 6 alunos parcialmente, calculando apenas o perímetro ou a área do retângulo.

**Problema 3:** *A mãe de Kamila decidiu instalar em sua casa um equipamento de energia solar para economizar a energia elétrica utilizada mensalmente. Sabe-se que este equipamento deve ser instalado no telhado da residência que tem formato retangular. Ao medir o telhado para verificar qual seria o espaço disponível para a instalação do equipamento, ela constatou que ele possui uma diagonal que mede  $\sqrt{164}$  m e medidas iguais a 10 m de largura e 8 m de comprimento. Qual o valor do perímetro e da área deste telhado?*

O problema 3 possui informações supérfluas, pois no enunciado do problema é fornecida a informação que a diagonal do telhado media  $\sqrt{164}$  metros e sabemos que para calcular o perímetro e a área de um telhado de formato retangular não é necessário saber a sua diagonal. O objetivo do problema com essa informação foi o de averiguar a habilidade dos participantes em relação à percepção das informações que realmente se faziam necessárias para a solução do problema.

A análise mostrou que os participantes em sua maioria sentiram dificuldades em compreender os conceitos de perímetro e área, além de confundirem os conceitos, o que nos remete mais uma vez ao erro conceitual sobre o tema. Pirola (2000, p.73-74) afirma que “uma das grandes dificuldades encontradas por alunos de diferentes séries do ensino fundamental e médio é a diferenciação entre área e perímetro. Em muitos casos, em que é solicitado encontrar a área de uma figura, o aluno encontra o perímetro”. Esse fato pode ser mostrado na Figura 11 a seguir, onde um participante calculou a área do retângulo, mas considerou sendo o perímetro, resultando em uma solução incorreta.

**Figura 11** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 3



Fonte: Elaboração da autora.

Para atingir a resposta para este problema, uma maneira correta seria recuperar em sua memória os significados dos conceitos, para na sequência encontrar a maneira mais adequada para executar o procedimento, além de reconhecer que a raiz de 164 era uma informação desnecessária para a solução. A princípio, para encontrar o perímetro seria necessário somar todas as medidas dos lados do retângulo, sendo  $10+8+10+8 = 36$  metros, e na sequência calcular a área do retângulo que seria multiplicar a largura pelo comprimento ( $10 \times 8 = 80$  metros quadrados). Essa confusão dos conceitos pode ser verificado na pesquisa de Lopes (2013), onde investigou alunos do 5º ano com o objetivo de compreender a maneira como esses alunos desenvolviam os conceitos de perímetro e área e quais eram as suas dificuldades sobre estes conceitos ao lidaram com um ambiente virtual, no caso o Geogebra, e um fato desta pesquisa que está relacionado à dificuldade que os alunos apresentaram em relação ao problema 3, é que a autora afirma que em muitos casos os alunos decoram as fórmulas sem entender seu significado e que frequentemente acabam confundindo o conceito de perímetro com o conceito de área.

Um fato que nos chamou a atenção é que os participantes das três turmas que tentaram resolver ou resolveram este problema, conseguiram identificar a informação supérflua que estava contida no enunciado. Ficou nítido que ao lerem o enunciado do problema, eles compreendiam que a raiz de 164 não era uma informação necessária para resolvê-lo. Além disso, destacamos que a turma que teve um maior desempenho neste problema, novamente foi a turma do nono ano, onde 10 alunos apresentaram acertos completos ou parciais.

**Problema 4:** *Pedro foi convidado para a festa de aniversário do seu primo João. Como ele é um menino que gosta de criar seus próprios brinquedos, decidiu construir uma pipa em forma de losango para presentear seu primo. Sabendo que o losango escolhido por Pedro para construir essa pipa possui uma diagonal maior, medindo 8 cm, e a diagonal menor medindo 4 cm, qual é a área desse losango?*

O problema 4 possui informações completas com as quais os alunos geralmente estão aptos a resolverem esse tipo de questão, pois são as mais frequentes nos livros didáticos que fornecem uma única resposta. Além disso, este problema envolve o conceito de área de uma pipa que possui formato de um losango.

A análise mostrou que 18 dos 29 alunos acertaram este problema proposto. Mas que os alunos sentiram dificuldades de verificar a solução e a resposta obtida para o problema. Que segundo Brito (2006), o monitoramento é a etapa na qual o solucionador deve averiguar e avaliar o processo de solução e a resposta final do problema. Esse fato pode ser evidenciado na Figura 12, onde um dos participantes da pesquisa compreendeu e representou o problema

corretamente, assim como multiplicou a diagonal maior pela diagonal menor e dividiu por 2, obtendo como resultado  $11 \text{ cm}^2$  e não  $16 \text{ cm}^2$  como seria a resposta adequada ao problema.

**Figura 12** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 4

criar seus próprios brinquedos, decidiu construir uma pipa em forma de losango para presentear seu primo. Sabendo que o losango escolhido por Pedro para construir essa pipa possui uma diagonal maior medindo 8 cm, e a diagonal menor medindo 4 cm, qual é a área desse losango?

$$\frac{8 \cdot 4}{2} = 32$$

11

Fonte: Elaboração da autora.

Percebeu-se que o participante não avaliou se a resposta fornecida estava coerente com a pergunta do problema, assim como não identificou o equívoco de ter fornecido uma solução errada para o problema, além de não ter verificado o processo de resolução que ele mesmo executou. Versa que o estudante não possui a habilidade de reconstruir uma nova solução, caso ele perceba que a resposta esteja errada, tendo que refazer o cálculo novamente.

Para chegar a uma solução final para este problema, um processo que poderia ser empregado, além de os participantes saberem sobre o conceito de área, era multiplicar 8 cm (diagonal maior) por 4 cm (diagonal menor) e o resultado 32 dividir por dois, obtendo como resposta que a área do losango correspondia a  $16 \text{ cm}^2$ .

Este problema também foi um dos problemas que obteve um maior número de acertos completos. Mas verificamos que das três turmas, a que apresentou um maior desempenho neste problema foi a turma do oitavo ano, onde 9 alunos tiveram acertos completos ou parciais.

**Problema 5:** *A prefeitura de Maringá tem como projeto revitalizar algumas obras da cidade. Uma delas é a Praça Rocha Pombo que possui o formato de um círculo. O arquiteto responsável pela obra precisa encontrar o valor da área dessa praça para dar sequência ao projeto. Se ele utilizar  $\pi = 3,14$ , qual o valor da área da praça que o arquiteto encontrará?*

O problema 5 possui informações incompletas e tratava sobre a área de uma praça que possuía o formato de um círculo. Neste problema, observamos que 19 alunos deixaram este problema em branco ou erraram. Sendo que desse total, 14 (48,28%) deixaram o problema em branco e 5 (17,24%) erraram este problema.

A análise evidenciou que os alunos apresentaram dificuldade em relação a compreender e elaborar uma estratégia para possível solução. Essa dificuldade dos alunos pode estar

relacionada ao enunciado do problema não fornecer a medida do raio. Como este problema apresenta informações incompletas, os participantes que conseguiram resolver este problema, ou identificaram que faltou esta informação e calculou a área do círculo com um valor que eles atribuíram, ou escreveram apenas que estava faltando a informação.

Por meio dos resultados analisados, evidenciamos que a falta da informação do raio em seu enunciado afetou a resolução de alguns participantes. Pois grande parte alegou que como estava faltando informação no problema, era impossível de resolvê-lo, ou apresentavam soluções incompatíveis sobre o conceito de área de um círculo. Conforme os exemplos a seguir. A Figura 13 mostra o tipo de resposta fornecido e a Figura 14 evidenciou que um dos participantes multiplicou o valor de  $\pi = 3,14$  fornecido no enunciado, multiplicou por ele mesmo, resultado em uma resposta de 128,586, o que resultou em uma solução equivocada.

**Figura 13** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 5

A prefeitura de Maringá tem como projeto revitalizar algumas obras da cidade. Uma delas é a Praça Rocha Pombo, que possui o formato de um círculo. O arquiteto responsável pela obra precisa encontrar o valor da área dessa praça para dar sequência ao projeto. Se ele utilizar  $\pi = 3,14$ , qual o valor da área da praça que o arquiteto encontrará?

*Esse problema não pode ser resolvido porque não possui todas as informações necessárias.*

Fonte: Elaboração da autora.

**Figura 14** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 5

$$\begin{array}{r}
 5 - 3,14 \pi^2 \\
 \times 3,14 \\
 \hline
 1246 \\
 314 = \\
 1242 = \\
 \hline
 128586
 \end{array}$$

Fonte: Elaboração da autora.

Para resolver este problema, os alunos teriam que saber sobre o conceito de área de um círculo, além de identificar que em seu enunciado não foi fornecido o valor do raio.

Averiguamos ainda neste problema que a turma que teve um melhor desempenho na sua resolução, mais uma vez, foi a turma do nono ano, onde apenas um aluno acertou todo o processo e a resposta final e cinco acertaram parcialmente, identificando apenas a falta da informação.

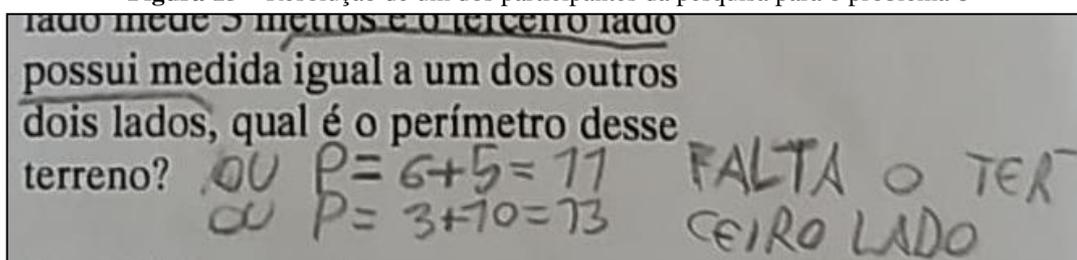
**Problema 6:** *Marcelo está cercando um terreno para construir uma horta em seu sítio. Como ele é um fazendeiro criativo, resolveu cercar esse terreno no formato de um triângulo isósceles. Sabendo que um dos lados desse terreno mede 5 metros, outro lado mede 3 metros e o terceiro lado possui medida igual a um dos outros dois lados, qual é o perímetro desse terreno?*

O problema 6 apresentava informações supérfluas, além de estar relacionado ao perímetro de um terreno no formato de um triângulo isósceles. Por se tratar de um triângulo isósceles, no enunciado não precisava ser fornecida a informação que o terceiro lado possuía a mesma medida igual a um dos outros dois lados.

A análise mostrou que dos 29 participantes da pesquisa, 13 (44,83%) apresentaram respostas em branco, 9 (31,03%) acertaram uma parte da solução e 7 (24,13%) erraram o problema. Sendo que a turma que mais errou este problema foi a turma do oitavo ano, com um percentual de 10,34%, e já a turma que teve um melhor desempenho neste problema, foi tanto a turma do oitavo ano quanto a turma do nono ano.

Ficou evidente que os alunos apresentaram dificuldades em interpretar o problema, o seu enunciado, além da dificuldade em compreender o conceito de triângulo isósceles. Verificamos que as soluções apresentadas foram influenciadas pelo conhecimento que os alunos possuíam sobre o conceito de perímetro e principalmente pelo fato de os alunos afirmarem não lembrar ou desconhecer o que seria um triângulo isósceles, conforme ilustrado na Figura 15, onde um dos participantes compreendeu que para encontrar o perímetro do terreno, deveria somar os comprimentos de cada lado do triângulo, mas afirmou que estava faltando o terceiro lado do triângulo.

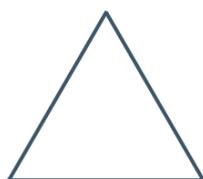
**Figura 15** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 6



Fonte: Elaboração da autora.

Os participantes que desconheciam o conceito de triângulo isósceles não identificaram que este problema possuía informação supérflua em seu enunciado, o que ocasionou respostas equivocadas para o problema. Isso ressalta que é fundamental que os alunos compreendam que durante o período escolar da educação básica, é essencial a utilização de significados e termos rígidos, para que estes possam ser empregados no desenvolvimento das suas competências referentes ao raciocínio e à resolução de problemas (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999).

**Problema 7:** *Ana Lúcia possui uma construtora, na cidade de Londrina, que tem por finalidade construir um prédio com formato triangular. Para aproveitar completamente o espaço, ela decidiu projetar o formato do prédio em um software que auxilia na construção desses projetos e ela obteve a seguinte figura:*



$$2x + 2$$

*Considerando que o perímetro deste triângulo equilátero, que representa seu futuro prédio, é igual a 24 cm, qual será o valor de x que apareceu na figura projetada pelo software?*

O problema 7 possui informações completas, o qual trata sobre o conceito de perímetro de um triângulo equilátero. Na análise observamos que 27,59% dos alunos apresentaram dificuldades em compreender, interpretar o problema, pois não conseguiram extrair as informações necessárias para resolver o problema, além de não compreenderem a linguagem do enunciado, resultando em soluções inadequadas para a situação proposta, como mostrado na Figura 16, onde um dos participantes igualou apenas um dos lados do triângulo a 24 centímetros e não a medida dos seus três lados, no caso o perímetro.

**Figura 16** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 7

$2x + 2 = 24$ $2x = 24 - 2$ $2x = 22$ $x = \frac{22}{2}$ $x = 11$	<p>Considerando que o perímetro deste triângulo equilátero, que representa seu futuro prédio, é igual a 24 cm, qual será o valor de x que apareceu na figura projetada pelo software?</p> <p>11.</p> <p>8) Uma decoradora chamada Helena teve como proposta, elaborar um projeto para decorar uma parede de um escritório. De acordo com</p>
---	--

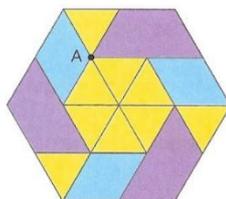
Fonte: Elaboração da autora.

Neste problema, como o triângulo é equilátero, uma maneira coerente para se resolver, seria multiplicar 3.  $(2x+2) = 24$  ou  $6x+6= 24$  para se obter o valor de  $x=3$  e substituí-lo para averiguar que o comprimento de cada lado do triângulo equivalia a 8 cm e não a 11 cm.

Na análise, ainda evidenciamos a dificuldade que os alunos sentem de relacionar o conceito de perímetro e suas relações às figuras geométricas. Estes dados podem estar interligados com um dos resultados evidenciados na pesquisa de Muller e Lorenzato (2015) que investigou o conhecimento de professores dos anos iniciais sobre os conceitos de perímetro e área de figuras planas e evidenciou que no que se refere ao conhecimento geométrico os participantes não demonstraram mobilizar conhecimentos sobre a definição de perímetro e de propriedades geométricas. O que é um fato preocupante, pois, como esses professores ensinam sobre esse conceito de perímetro se eles não dominam o conteúdo?

Além disso, temos que dos 29 participantes da pesquisa, 27 erraram o problema ou deixaram em branco. Desse total, 15 (51,72%) dos alunos das três turmas erraram este problema e 12 (41,38%) não responderam a este problema. Sendo que apenas dois alunos acertaram este problema, um do oitavo ano e outro do nono ano.

**Problema 8:** *Uma decoradora chamada Helena teve como proposta, elaborar um projeto para decorar uma parede de um escritório. De acordo com Helena, seu cliente deseja que essa parede seja preenchida com um mosaico. Sabendo-se que para confecção de um mosaico utiliza-se variados polígonos, como representado na figura a seguir projetada por Helena, responda:*



*Qual será a área de um trapézio encontrada pela decoradora, sabendo que as bases possuem medidas iguais a 5 cm e 20 cm, um dos lados mede 12 cm e a altura é igual a 8 cm?*

Este problema 8 envolve o conceito de área de um trapézio e possui informações supérfluas. Na análise ficou evidente que os 10,34% dos participantes apresentaram dificuldades em executar este problema, na Figura 17 observamos que um dos participantes compreendeu o enunciado do problema corretamente, elaborou uma estratégia adequada para o problema, mas ao executar a multiplicação da soma das bases  $20+5 = 25$  cm pela altura 8 cm, forneceu como resultado desta multiplicação 120 cm, o que implicou em uma resposta incorreta para o problema 8.

**Figura 17** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 8

$$8 - \frac{(20+5) \cdot 8}{2} =$$

$$\frac{25 \cdot 8}{2} = \frac{120}{2}$$

$$60 \text{ m}^2$$

$$A = 60 \text{ m}^2$$

Fonte: Elaboração da autora.

Os alunos da turma do oitavo ano foram os que mais acertaram este problema. Como o problema 8 envolve o conceito de área de um trapézio, era exigido do aluno que identificasse que a informação que um dos lados mede 12 cm não era importante para a solução, além de coletar as informações necessárias para que se fosse possível encontrar uma resposta, onde teriam que somar a base maior com a base menor, em seguida multiplicar pela altura e dividir o resultado por dois, obtendo como resposta que a área do trapézio era equivalente a  $100 \text{ cm}^2$ .

Aparentemente, os alunos não estão conseguindo identificar os problemas com informações supérfluas, pois dos 29 participantes, apenas 6 (20,69%) acertaram o problema, 6 (20,69%) erraram e 17 (58,62%) deixaram o problema em branco.

**Problema 9:** Dona Maria quer colocar uma moldura em um quadro, cujos lados têm medidas iguais, para decorar a sua sala. Sabendo que um dos lados mede seis metros, qual é o perímetro e a área do quadro de Dona Maria?

Este problema possui informações completas e se tratava de encontrar o perímetro e a área de uma moldura para um quadro no formato de um quadrado. A análise dos resultados mostrou que 6,90% dos participantes apresentaram dificuldades em elaborar uma estratégia pertinente para encontrar uma solução, onde a maioria calculou o perímetro corretamente, mas ao executar a área não procederam de maneira correta. Conforme ilustrado na Figura 18, onde para encontrar o perímetro, um dos participantes somou as 4 medidas do quadrado resultando em 24 cm, mas ao calcular a área, multiplicou  $6 \times 6$  resultando em 36, mas somou o resultado 36 ao 36, obtendo como resposta  $72 \text{ cm}^2$  de área e não  $36 \text{ cm}^2$ , que gerou uma solução incorreta para o conceito de área.

**Figura 18** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 9

6 m

mede seis metros, qual é o perímetro e a área do quadro de Dona Maria?

Perímetro: 24, área 72

10) Clara é professora de Matemática de uma escola da cidade de Maringá. Em uma de suas aulas ela decidiu ensinar aos seus alunos como construir um tangram, lembrando que o tangram tem formato de um quadrado. Com essas informações

36

+36

---

72

Fonte: Elaboração da autora.

Como o problema 9 envolve os conceitos de perímetro e área de um quadrado, era exigido do aluno que identificasse que cada lado do quadrado media 6 metros e que para todos os lados as medidas eram iguais como fornecido no enunciado. Como se tratava de um quadrado que possui as medidas dos lados iguais, para se encontrar uma solução para o perímetro era necessário somar o comprimento dos quatro lados do quadrado, no caso  $6 + 6 + 6 + 6$  ou  $4 \times 6$ , obtendo como resposta 24 m e para a solução da área uma possível solução seria multiplicar lado vezes lado, resultado que o quadrado possuía  $36 \text{ m}^2$  de área.

A turma que obteve melhor êxito neste problema foi a turma do nono ano com um percentual de acertos de 17,24%. Sendo que dos 29 participantes, 11 (37,93%) dos alunos

acertaram o problema por completo ou parte dele, 5 (17,24%) erraram e 13 (44,82%) dos participantes deixaram o problema em branco.

**Problema 10:** *Clara é professora de Matemática de uma escola da cidade de Maringá. Em uma de suas aulas ela decidiu ensinar aos seus alunos como construir um tangram, lembrando que o tangram tem formato de um quadrado. Com essas informações, qual é o perímetro e a área desse tangram, cuja a medida é dada em centímetros?*

O problema 10 também envolve o conceito de perímetro e área de um tangram que tem o formato de um quadrado, mas a diferença é que este problema possui informações incompletas. Para possível solução, era necessário que os alunos identificassem que no enunciado do problema faltavam informações, para que na sequência fosse possível supor uma medida para o cálculo da questão proposta.

Identificamos por meio da análise que 20,69% dos alunos apresentaram dificuldades em elaborar um caminho, uma estratégia para o problema, pois evidenciamos que a falta da informação da medida do comprimento dos lados do tangram influenciou nas soluções fornecidas, conforme mostrado na Figura 19, onde a maioria dos alunos alegaram que o valor das medidas não era fornecido e por esse motivo não era possível de se resolver.

**Figura 19** – Resolução de um dos participantes da pesquisa para o problema 10

No problema de número 10, não aparece o valor dos lados de quadrado, não dá para resolver

Fonte: Elaboração da autora.

Esse participante alegou que o problema não admitia solução. O autor Krutetskii (1976), em seu estudo, observou que a maioria dos alunos com média capacidade em Matemática mostrou possuir dificuldades para identificar informações inexistentes e relacioná-las a uma possível solução para o problema. Destacamos que os participantes da pesquisa não parecem estar familiarizados em resolver problemas desse tipo, pois dos 29 participantes, 17 (58,62%) deixaram este problema sem responder, sendo que das três turmas, a turma do oitavo ano foi a que obteve maior desempenho neste problema com um percentual de 20,68%.

Com relação à pergunta realizada aos participantes ao final da prova de matemática, sobre quais dificuldades eles encontraram para resolverem os problemas, verificamos respostas das quais não conseguimos retirar nenhuma informação sobre as dificuldades, como evidenciado em alguns exemplos a seguir: *senti dificuldades em praticamente todas; não*

*lembro desse conteúdo por isso tive dificuldades em colocar as informações em prática; achei muito difícil na hora de achar a área; eu tive bastante dificuldade para fazer os exercícios pois não sou muito bom em matemática; achei bastante difícil.*

Mas destacamos que outras respostas foram importantes para compreendermos e identificarmos as dificuldades apontadas pelos participantes das três turmas investigadas na pesquisa.

Os alunos da turma do sétimo ano apontaram que sentiram dificuldades nos problemas em geral, pois não haviam estudado os conceitos abordados até o momento que realizei a aplicação, tanto do questionário informativo quanto da prova de matemática, e pelo fato de não lembrarem sobre o que já haviam aprendido sobre os conceitos de perímetro e área. Esse fato pode ser evidenciado na Figura 20 a seguir.

**Figura 20** – Dificuldades apontadas nos problemas por um participante

**Resposta:** Qual (is) dificuldades você encontrou ao resolver cada um dos problemas?  
*Eu não sei bem porque de área e nota de perímetro  
 não lembro como fazer então dificuldades.*

Fonte: Elaboração da autora.

Já os alunos da turma do oitavo ano indicaram que sentiram dificuldades em realizar as contas de perímetro e área porque não sabiam muito bem o conteúdo, que em alguns problemas sentiram dificuldades de identificar a informação adequada para substituir na fórmula, apontando os problemas 5 e 10 como exemplos, alegando que esses problemas não possuíam informações suficientes, assim não sendo possível de resolver, além de explicitarem dificuldades em interpretar as perguntas ou até mesmo alegar que só haviam visto geometria uma vez e que não haviam entendido, conforme mostra a Figura 21 a seguir.

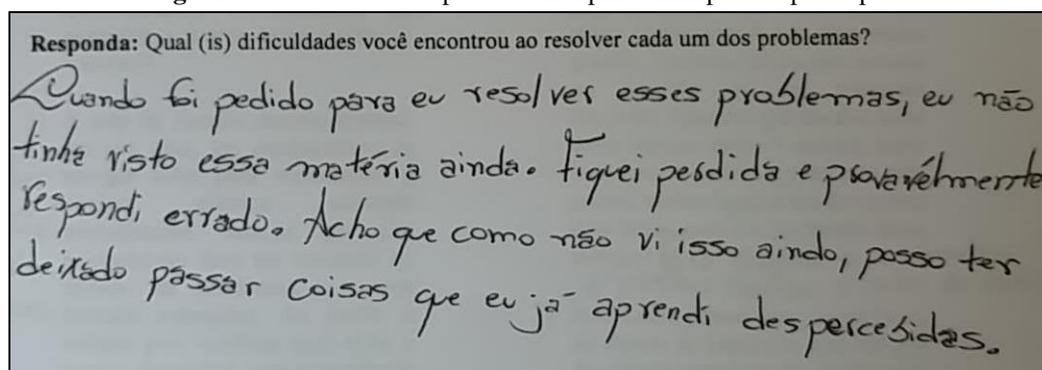
**Figura 21** – Dificuldades apontadas nos problemas por um participante

**Resposta:** Qual (is) dificuldades você encontrou ao resolver cada um dos problemas?  
*R: Eu não vou dizer que entendi algo por que não entendi.  
 Nunca aprendemos geometria nem as áreas nós nunca  
 fizemos esse tipo de conta. Não entendo de perímetro,  
 medidas, não vou conseguir fazer essas contas não consegui  
 entender nada, geometria só ouvi falar uma vez e não  
 entendi*

Fonte: Elaboração da autora.

Por fim, os alunos do nono ano, apontaram sentir dificuldade no problema 8 por causa da área do trapézio e indicaram os problemas 1, 5 e 10 como os problemas mais difíceis e que sentiram dificuldades, pois nesses problemas faltavam informações ou as informações não eram suficientes. Além disso, mostraram apresentar dificuldade em relacionar as fórmulas com o enunciado, pois não haviam compreendido o enunciado e alguns indicaram que ainda não tinham visto esse conteúdo, como ilustrado na Figura 22 a seguir.

**Figura 22** – Dificuldades apontadas nos problemas por um participante



Fonte: Elaboração da autora.

Na análise em relação aos dados fornecidos pelos participantes no que se refere à prova de matemática ficou evidente que os participantes encontraram dificuldade em ativar, permitir em sua estrutura cognitiva, os elementos e princípios fundamentais para uma possível solução. Os resultados ilustrados por esses participantes podem estar interligados à maneira como os conceitos vêm sendo desenvolvidos e construídos em cada estudante. Além disso, os resultados mostrados indicam que durante o período escolar, esses participantes são submetidos ao desenvolvimento de atividades rotineiras e de reprodução, não contribuindo e nem privilegiando o conhecimento desses estudantes, fazendo com que eles acreditem que um problema matemático não passa de mera repetição de exemplos e aplicação de fórmulas, ou seja, exercícios. A reprodução de algoritmos e estratégias pode ter contribuído para que esses estudantes desenvolvessem o pensamento de repetição e memorização, muitas vezes fazendo com que os mesmos não sejam capazes de desenvolver novos pensamentos e maneiras de solucionar os problemas.

Constatamos diante das respostas apresentadas em relação à pergunta “Qual (is) dificuldade você encontrou ao resolver cada um dos problemas?”, que os alunos apresentaram mais dificuldades nos problemas com informações incompletas e supérfluas, assim como na interpretação do enunciado e das perguntas ao final de cada problema proposto.

Além disso, evidenciamos que as três turmas apresentaram um baixo desempenho quando submetidos a problemas que envolvem os conceitos de perímetro e área, onde a maior dificuldade encontrada e apontada pelos participantes são nos problemas que apresentavam informações incompletas e supérfluas. Isso pode ser devido à dificuldade que os participantes encontraram para identificar no enunciado a falta de informação ou a informação desnecessária no enunciado dos problemas, pois quando a estrutura do problema não é compreendida, interpretada, a mesma pode acabar dificultando e até mesmo impedindo os participantes de encontrarem uma solução.

O desconhecimento dos conceitos envolvidos, das formas geométricas, da falta de interpretação e da tradução da linguagem materna (português) para a linguagem Matemática também indicaram ser algumas dificuldades apresentadas pelas três turmas.

Após a aplicação da prova de Matemática demos sequência à segunda etapa da nossa pesquisa, que consiste na realização da entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, com os seis alunos selecionados por meio da nota atribuída a eles em relação à prova, para averiguar como esses participantes pensavam quando colocados à frente dos mesmos problemas matemáticos, sendo dois selecionados aleatoriamente para a realização da entrevista.

O objetivo foi o de compreender e obter dados que não conseguimos coletar no papel. Para a realização da entrevista selecionamos seis alunos, três com médias mais baixas e três com as médias mais altas para responderem novamente os problemas que foram selecionados aleatoriamente, mas tendo como critério que um problema o participante deveria ter acertado e outro porque havia errado.

Os seis participantes selecionados concordaram em participar da entrevista. Os alunos do sétimo, oitavo e nono anos que tiveram as médias mais baixas e que aceitaram participar da entrevista serão chamados de A3, B1 e C4, respectivamente. Já os participantes que tiveram as médias mais altas que concordaram em ser entrevistados serão chamados de A2, B2 e C10.

O participante A2 é do gênero feminino, 12 anos de idade e teve uma média de 5,3 pontos numa escala de zero a dez na prova de matemática e está matriculada no sétimo ano do Ensino Fundamental.

O participante A3 é do gênero masculino, 11 anos de idade e obteve uma média de 1,3 pontos numa escala de zero a dez na prova de matemática e está matriculado no sétimo ano do Ensino Fundamental.

O participante B1 é do gênero masculino, 15 anos de idade e teve uma média de 1,5 pontos numa escala de zero a dez na prova de matemática e está matriculado no oitavo ano do Ensino Fundamental.

O participante B2 é do gênero masculino, 13 anos de idade e obteve uma média de 7,5 pontos numa escala de zero a dez na prova de matemática e está matriculado no oitavo ano do Ensino Fundamental.

O participante C4 é do gênero masculino, 14 anos de idade e teve uma média de 1,0 ponto numa escala de zero a dez na prova de Matemática e está matriculado no nono ano do Ensino Fundamental.

Por fim, o participante C10 é do gênero feminino, 13 anos de idade e obteve uma média de 8,3 pontos numa escala de zero a dez na prova de matemática e está matriculada no nono ano do Ensino Fundamental.

Os participantes do oitavo e nono anos foram entrevistados no mesmo dia, um após o outro; e no outro dia foram entrevistados os dois alunos do sétimo ano, um após o outro, pois haviam faltado no dia anterior.

Desse modo, as entrevistas consistiram em os alunos resolverem novamente dois problemas da prova de Matemática. Fizemos a escolha aleatória desses problemas, selecionando: um problema que o participante errou e um problema que o participante acertou. Diante disso, nas entrevistas foi solicitado o seguinte a cada aluno: *Primeiramente eu quero que você pense em voz alta e finja que não tem ninguém aqui. Pense que está sozinho. Agora eu quero que você resolva o problema número x e número y novamente e me explique como pensou para obter a solução para estes problemas.*

A análise dos conhecimentos e das dificuldades dos alunos na resolução dos dois problemas consistiu em apresentar as transcrições das suas falas sobre a exposição em voz alta da forma como buscaram resolver esses problemas.

### **5.3 Análise da entrevista com a técnica “pensar em voz alta”**

O Quadro 22 e o Quadro 23 mostram as falas dos participantes do sétimo ano. A participante A2 foi entrevistada individualmente, onde destacamos como a participante procedeu nos problema 1 e 3, sendo que o problema 1 a participante errou e o problema 3 obteve êxito em sua resolução.

Quadro 22 – Resolução apresentada em voz alta pela participante A2

Problemas	Resolução do estudante A2 do sétimo ano
Problema 1 (informação incompleta)	A2: “Ah ta...é...é um retângulo, ai eu dividi 36 por 4...será que ta errado, pode ser...porque um retângulo tem uma parte maior e outra parte menor...então não pode ser 9 centímetros, porque se eu multiplicar 9 por 9 não dá 36 dá outro valor...to pensando diferente agora, pera ai...já sei, se eu multiplicar 9 vezes 4 dá 36, então um lado mede 4 e o outro lado mede 9.”
Problema 3 (informação supérflua)	A2: “Olha nessa aqui a raiz de 164 é uma informação a mais...eu para calcular o perímetro e peguei as duas medidas 10 metros de largura e somei e depois fiz os 8 metros de comprimento dos dois lados que dá 36 metros e a área eu multipliquei 10 pelo 8 o que deu 80 metros.”

Fonte: Elaboração da autora.

É perceptível nas falas da participante A2 que ao se referir ao problema 1, a mesma teria compreendido o enunciado do problema, pois sua primeira estratégia foi pegar o valor da área total e dividir por 4, considerando a tela como um quadrado. Ao tentar resolver esse mesmo problema novamente, percebe-se que inicialmente a participante considera a tela como um quadrado, o que não está errado, pois todo quadrado é um retângulo. Mas ainda observa-se que a estudante percebeu que se multiplicasse 9 vezes 9 não daria uma área de  $36 \text{ cm}^2$  e começou a pensar de uma maneira diferente, onde percebeu que a tela não poderia possuir as mesmas medidas, considerando que a tela possuía o formato de um retângulo, pois explicou que dois lados do retângulo mediam 4 e outros dois mediam 9, resultando na área de  $36 \text{ cm}^2$  se multiplicasse. Podemos verificar isso em sua fala quando afirma que: “*não pode ser 9 centímetros, porque se eu multiplicar 9 por 9 não dá 36 dá outro valor...to pensando diferente agora, pera ai...já sei, se eu multiplicar 9 vezes 4 dá 36, então um lado mede 4 e o outro lado mede 9*”. Ao tentar resolver este problema novamente, a participante A2 percebeu que a solução apresentada para este problema estava errada e o compreendeu de uma maneira coerente com o que era exigido no problema, mas não identificou que este problema continha informações incompletas, ou seja, que esse problema não apresentava as medidas dos lados do retângulo, apenas elaborou uma estratégia onde foi possível encontrar uma solução.

Ainda na fala da participante A2, vemos que ao se referir ao problema 3 e ao tentar resolvê-lo novamente, a participante compreendeu a estrutura formal do problema, pois percebeu que a raiz de 164 era uma informação desnecessária para o processo de resolução da situação proposta, onde após perceber esta informação coletou os dados necessários e solucionou o problema. Esse fato podemos evidenciar em uma das suas falas: *Olha nessa aqui, a raiz de 164 é uma informação a mais*. Ao compararmos as suas resoluções, observamos que a participante resolveu este problema da mesma forma, como explicado anteriormente.

A seguir apresentamos as falas do participante A3, onde acertou o problema 2 e errou o problema 4.

**Quadro 23** – Resolução apresentada em voz alta pelo participante A3

<b>Problemas</b>	<b>Resolução do estudante A3 do sétimo ano</b>
Problema 2 (informação completa)	A3: “Ah era para calcular o perímetro e área, mas eu calculei apenas...pera ai deixa eu ver...ah calculei o perímetro...mas primeiro eu peguei o 18 e multipliquei por 9, vou fazer a conta, que dá 162 e se eu somar esses números dá 54 que é o perímetro.”
Problema 4 (informação completa)	A3: “Então esse tinha que calcular a área do losango...então a é igual a d maior vezes d menor igual a dois...é...é...hum...o que eu fiz nisso aqui...eu acho que eu fiz isso aqui, eu somei 4 mais 8 que deu 12 e eu dividi por 4 e encontrei 6...mas pra ser bem sincero, eu não sei como...acho que não tá errado.”

Fonte: Elaboração da autora.

Na fala do aluno quando se refere ao problema 2, temos que ele conseguiu interpretar e representar o problema corretamente, onde elaborou um estratégia e a executou de uma maneira adequada o que gerou uma solução correta para o problema, como explicado na fala do participante: *“primeiro eu peguei o 18 e multipliquei por 9, vou fazer a conta, que dá 162 e se eu somar esses números dá 54 que é o perímetro”*. Ao analisarmos sua primeira resolução, foi possível identificar que ao resolver este problema novamente, o resolveu de maneira diferente. Na primeira etapa o participante A3 havia calculado apenas o perímetro nesse problema e percebemos que ao entrevistá-lo conseguiu compreender o problema em sua totalidade, onde calculou tanto o perímetro quanto a área utilizando todas as informações apresentadas no enunciado de uma maneira correta.

No que se refere ao problema 4, percebemos que o aluno apresentou dificuldades de compreender o problema e elaborar uma estratégia para solucioná-lo, pois em vez de multiplicar as diagonais e dividir por dois, o participante somou as duas diagonais e dividiu por 4, afirmando que a resposta seria 6, mas quando dividimos 12 por 4 obtemos como resposta o valor 3 e não 6. Ilustramos esse fato em sua fala: *eu somei 4 mais 8 que deu 12 e eu dividi por 4 e encontrei 6...mas pra ser bem sincero, eu não sei como...acho que não tá errado*. Reparamos que tanto na primeira etapa quanto na entrevista, o participante A3, ao se deparar com este problema com informação completa, identificou a diagonal maior e a diagonal menor e compreendeu que o resultado deveria dividir por 2, mas ao pensar em uma maneira de resolver este problema sentiu dificuldade de planejar uma estratégia que lhe fornecesse uma resposta correta, pois em vez de multiplicar as diagonais e o resultado dividir por dois, ele as somou.

De um modo geral, as dificuldades apresentadas pelos participantes A2 e A3, respectivamente, foram em relação à interpretação do enunciado e na elaboração de um caminho para se encontrar uma possível solução, que acabou ocasionando uma resposta equivocada para os problemas, pois se o aluno apresentou dificuldades na primeira etapa do processo de resolução de problemas, pode impedir ou dificultar o processo de resolução ou até mesmo induzir a uma solução equivocada para o problema (SILVA, 2015). O participante A2 percebeu o erro que havia cometido, procedendo de uma maneira adequada para se obter nova solução para o problema 1, mas não identificou que o problema não possui todas as informações, que possuía informações incompletas.

O Quadro 24 e o Quadro 25 evidenciam as falas dos alunos do oitavo ano. O participante B1 foi entrevistado individualmente, onde destacamos como o participante procedeu nos problemas 4 e 5, sendo que o problema 4 o participante acertou e o problema 5 errou.

**Quadro 24** – Resolução apresentada em voz alta pelo participante B1

<b>Problemas</b>	<b>Resolução do estudante B1 do oitavo ano</b>
Problema 4 (informação completa)	B1: “De todos os problemas, esse problema foi o mais fácil para encontrar a área do losango...aqui eu peguei 8 cm e multiplicando por dezinho que é 4 e dividi por dois que eu cheguei que a área media 16 cm...meu dezinho vale 4 e o outro do D maiúsculo vale 8...eu usei todas as informações desse problema.”
Problema 5 (informação incompleta)	B1: “Nesse problema aqui, o que eu fiz que eu me lembro e o que eu to fazendo é que pra encontrar a área do círculo eu peguei o valor de pi e multipliquei por dois só...por dois só onde encontrei o 6,28...eu só peguei e multipliquei por dois...mas com certeza ta errado, mas é assim que eu resolvi.”

Fonte: Elaboração da autora.

Na fala de B1 em relação ao problema 4, observamos que ele afirma que de todos os problemas, este é o problema mais fácil, pois bastava multiplicar a diagonal maior pela diagonal menor e dividir por dois que se encontrava a solução, além de afirmar que utilizou todas as informações do enunciado. Conforme afirma em sua fala: *de todos os problemas, esse problema foi o mais fácil para encontrar a área do losango...aqui eu peguei 8 cm e multiplicando por dezinho que é 4 e dividi por dois que eu cheguei que a área media 16 cm*. Além disso, observamos que o aluno não obteve nenhuma dificuldade de resolver este problema na primeira etapa e nem de resolvê-lo em outro momento.

No que se refere ao problema 5, o participante ao resolvê-lo novamente apresentou possuir dificuldades em compreender o problema, pois ao tentar encontrar a área do círculo, multiplicou o valor de  $\pi$  por dois, resultando em uma resposta incorreta, como ilustrado em

sua fala: *é que pra encontrar a área do círculo eu peguei o valor de pi e multipliquei por dois só...por dois só onde encontrei o 6,28*. Evidenciamos que em nenhuma das aplicações, o participante identificou que o problema 5 apresentava informações incompletas (que o enunciado do problema não fornecia a medida do raio do círculo), o que o impediu de encontrar uma resposta coerente.

Posteriormente apresentamos as falas do participante B2, onde errou o problema 6 e acertou o problema 7.

**Quadro 25** – Resolução apresentada em voz alta pelo participante B2

Problemas	Resolução do estudante B2 do oitavo ano
Problema 6 (informação supérflua)	B2: “Esse problema era para calcular... a área, pera ai...só o perímetro de um triângulo isósceles...daí pra calcular o perímetro...não consegui encontrar...na verdade eu encontrei, mas eu afirmei que tava faltando o terceiro lado...mas pensando aqui...se o triângulo tem duas medidas iguais não ta faltando o terceiro lado...mas não dizia qual lado era igual também para essas medidas...então eu somei e sei que o perímetro ou é $11 = 6+5$ ou é igual a $13 = 3+10$ .”
Problema 7 (informação completa)	B2: “É então eu...eu não consegui saber exatamente o que era pra fazer...então eu achei que tinha que descobrir o valor do lado para eu calcular o perímetro...ai eu peguei o 24 dividi por 3, porque é um triângulo perfeito e daí deu 8 centímetros em cada lado então se eu multiplicasse 2 vezes o 3 e somasse com o dois eu ia ter 8...então nesse caso o x é igual a 3 ...eu tive um pouco de dúvida porque não mostrou a informação explicitamente...mas ta certo eu acredito porque se você somar o 8 três vezes resulta em 24, o que é o perímetro deste triângulo.”

Fonte: Elaboração da autora.

A princípio, evidenciamos na fala do participante B2 dificuldades em identificar que este problema possuía informações supérfluas, pois alegou que estava faltando o terceiro lado do triângulo. Mas, ao resolver novamente o problema, identifica que o triângulo possui dois lados iguais, mas ainda não compreende o problema em sua totalidade, pois afirma que no enunciado não estava explícito qual medida era igual e por isso calculou que o perímetro era 11 ou 13, conforme explícito em sua fala: *mas pensando aqui...se o triângulo tem duas medidas iguais não ta faltando o terceiro lado...mas não dizia qual lado era igual também para essas medidas...então eu somei e sei que o perímetro ou é  $11 = 6+5$  ou é igual a  $13 = 3+10$* . O que gerou uma resposta incorreta. Observamos que além de obter uma resposta incorreta para o problema, o aluno não conseguiu compreender a estrutura do enunciado do problema, pois não identificou que o problema apresentava informações supérfluas (não identificou que como o triângulo era isósceles, não precisava da informação que o terceiro lado do terreno – triângulo possuía medida igual a um dos outros dois lados).

Já em relação ao problema 7, inicialmente o participante ao resolver o problema novamente alegou que não conseguiu compreender o que estava sendo solicitado no enunciado do problema, mas que tentou resolvê-lo de acordo com o que havia entendido. Observamos que o participante ficou em dúvida de qual caminho ou estratégia executar e por fim avaliar seu processo de resolução. Mas que de acordo com sua fala, o mesmo compreendeu o problema corretamente, elaborou uma estratégia adequada e por fim executou e verificou sua solução, conforme segue a sua fala: *eu peguei o 24 dividi por 3, porque é um triângulo perfeito e daí deu 8 centímetros em cada lado então se eu multiplicasse 2 vezes o 3 e somasse com o dois eu ia ter 8...então nesse caso o x é igual a 3 ...eu tive um pouco de dúvida porque não mostrou a informação explicitamente...mas ta certo eu acredito porque se você somar o 8 três vezes resulta em 24, o que é o perímetro deste triângulo.* Observamos que o participante mesmo apresentando dificuldade em compreender o enunciado do problema, o mesmo conseguiu encontrar um caminho onde foi possível encontrar uma solução coerente com o problema proposto.

De modo geral, observamos que ambos os participantes também evidenciaram apresentar dificuldades em interpretar, compreender a estrutura formal do problema, pois ambos não perceberam que o problema 5 possuía informação incompleta e o problema 6 possuía informação supérflua, o que acabou dificultando a execução de uma estratégia propícia para os problemas.

Por fim, o Quadro 26 e o Quadro 27 demonstram as falas dos alunos do nono ano. O participante C4 foi entrevistado individualmente, onde destacamos como o participante procedeu nos problemas 3 e 9, sendo que o problema 3 o participante acertou e o problema 9 errou.

**Quadro 26** – Resolução apresentada em voz alta pelo participante C4

<b>Problemas</b>	<b>Resolução do estudante C4 do nono ano</b>
Problema 3 (informação supérflua)	C4: "Ah eu fiz assim...10...pra descobrir acho que a área eu fiz 10 vezes 8 e do perímetro é...a soma...então o perímetro é só somar...ai o perímetro eu só somei o $10 + 8$ que dá 18, ai 18 vezes 2 que dá 36...acho que é isso...pera ai...e como esse problema tava pedindo só a área e o perímetro a raiz de 164 é desnecessária, porque eu não preciso usar essa informação na fórmula."
Problema 9 (informação completa)	C4: "Então esse aqui para calcular a área eu peguei 6 vezes 6 que é igual a 36, multipliquei o 6 vezes 6 porque é um quadrado...no perímetro eu só somei...vi que se eu pegar o $6+6$ é igual a 18, então o perímetro é 18."

Fonte: Elaboração da autora.

Na fala do participante C4 em relação ao problema 3, é perceptível que ao resolvê-lo pela segunda vez, o participante identificou que este problema continha informações supérfluas, pois indicou que a raiz de 164 era uma informação desnecessária porque não precisou utilizar esta informação do enunciado na fórmula. Além de representar e compreender, elaborar uma estratégia e executá-la de uma maneira correta tanto para encontrar o perímetro quanto para encontrar a área. Conforme sua fala a seguir: *como esse problema tava pedindo só a área e o perímetro a raiz de 164 é desnecessária, porque eu não preciso usar essa informação na fórmula*. Observamos que quando resolveu o problema 3 pela primeira vez, calculou a área do telhado corretamente, mas ao calcular o perímetro, considerou que o perímetro era equivalente a 18 m, pois somou a largura pelo comprimento, indicando que sobre o conceito de perímetro não ocorreu uma aprendizagem significativa no primeiro momento.

Em relação ao problema 9, percebemos que o participante apresentou dificuldades em elaborar uma estratégia para calcular o perímetro. Pois verificamos que o conceito de área para este participante está bem desenvolvido pois calculou corretamente. Mas ao calcular o perímetro do quadrado, apenas somou  $6 + 6$  resultando em 18 m e não a 24 m como deveria ser a solução. Esse fato, evidenciamos em sua fala: *para calcular a área eu peguei 6 vezes 6 que é igual a 36, multipliquei o 6 vezes 6 porque é um quadrado...no perímetro eu só somei...vi que se eu pegar o  $6+6$  é igual a 18, então o perímetro é 18*.

Sucessivamente apresentamos as falas da participante C10, onde errou o problema 6 e acertou o problema 8.

**Quadro 27** – Resolução apresentada em voz alta pela participante C10

Problemas	Resolução do estudante C10 do nono ano
Problema 6 (informação supérflua)	C10: “Então esse eu calculei o perímetro...mas considerei só uma das medidas peguei os dois lados valendo 5 e o lado de baixo, no caso o terceiro lado medindo 3 ai eu somei tudo dando 13 e essa é a única resposta não tem outra.”
Problema 8 (informação supérflua)	C10: “Esse aqui...eu fiz eu somei $5 + 20$ que deu 25, ai eu fiz esse valor vezes 8 que a altura e depois eu dividi por 2 que deu 100...e eu utilizei todas as informações...na verdade eu coloquei o 12 no meu desenho, mas para encontrar a área eu não utilizei o 12.”

Fonte: Elaboração da autora.

Percebemos que a participante C10, ao resolver este problema novamente, não identificou que o problema apresentava informações supérfluas (não identificou a informação que o terceiro lado do terreno-triângulo possuía medida igual a um dos outros lados), pois

considerou apenas uma das medidas para calcular o perímetro do terreno, alegando que o problema 6 possuía única resposta. Evidenciamos em sua fala que a participante apresentou dificuldades para compreender a estrutura formal do problema, averiguar quais informações eram válidas para a solução no próprio enunciado. Conforme, mostrado em sua fala: *considerarei só uma das medidas peguei os dois lados valendo 5 e o lado de baixo, no caso o terceiro lado medindo 3 ai eu somei tudo dando 13 e essa é a única resposta não tem outra*. Essa dificuldade também ficou evidente ao resolver a prova de Matemática pela primeira vez.

No que concerne à fala referente ao problema 8, evidenciamos que a participante representa o problema e o interpreta corretamente, até pela forma de um desenho onde dispõe todas as informações do enunciado no desenho relativo a um trapézio, mas afirma que não utilizou a informação que um dos lados media 12 cm para encontrar a área do trapézio. Nesse sentido, compreendeu a estrutura formal do problema, elaborou uma estratégia coerente e a executou e monitorou corretamente. Notamos esse aspecto em sua fala: *eu fiz eu somei  $5 + 20$  que deu 25, ai eu fiz esse valor vezes 8 que a altura e depois eu dividi por 2 que deu 100...e eu utilizei todas as informações...na verdade eu coloquei o 12 no meu desenho, mas para encontrar a área eu não utilizei o 12*.

De modo geral, observamos que as dificuldades apresentadas pelos participantes C4 e C10 mais uma vez se derivaram da interpretação, representação dos problemas e na elaboração de uma estratégia. Dentre elas, uma relacionada ao erro conceitual sobre o conceito de perímetro e a outra por falta de identificar as informações corretas para se calcular o perímetro de um triângulo isósceles, pois a participante C10 não identificou que este problema apresentava informações supérfluas.

As dificuldades apresentadas pelos seis participantes do sétimo, oitavo e nono anos confirmam que (em geral) devido ao fato de não compreenderem e não interpretarem o enunciado do problema ou até mesmo o significado das palavras e o desconhecimento dos conceitos geométricos, os resultados condizem com as dificuldades apresentadas em relação à prova de Matemática.

Destacamos que o aluno ao ter dificuldade nesta primeira etapa do processo de resolução de problema, conseqüentemente terá dificuldades para elaborar uma estratégia, apresentará dificuldades para executar e verificar o processo e a solução final, o que acarreta empecilhos para encontrar uma solução.

No momento da entrevista, os seis estudantes explicaram novamente como procederam nos dois problemas selecionados e foi possível observar os resultados, nos quais não identificamos, tanto no questionário quanto na resolução da prova. A princípio, ao entrevistá-

los, observamos que os estudantes estavam mais curiosos e engajados para resolver os problemas que lhes foram propostos novamente, além de que no começo de suas falas alguns escolheram um caminho equivocados, mas que durante a resolução conseguiram compreender que a estratégia que estavam pensando em usar não condizia com o que estava sendo proposto no problema.

Assim, evidenciamos que o baixo desempenho apresentado na aplicação do questionário informativo e na prova de Matemática, juntamente com os resultados obtidos na entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, apontam que esse desempenho está associado a um ensino que não está contribuindo para o desenvolvimento e compreensão dos conteúdos de geometria, principalmente aos assuntos relacionados aos conceitos geométricos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos evidenciados na revisão bibliográfica possibilitaram perceber que tanto alunos da Educação Básica como docentes que lecionam Matemática apresentaram dificuldades em relação à resolução de problemas, principalmente a problemas relacionados aos conceitos geométricos. Acreditamos ser relevante os dados desses trabalhos, pois manifestaram que alunos da Educação Básica não apresentam os conceitos de perímetro e área bem construídos e desenvolvidos durante o período de escolarização, além daqueles conceitos elementares que envolvem outros conteúdos e não apenas o de geometria. Nesse contexto, outros estudos apontaram a utilização de ferramentas e de caminhos nos quais professores que lecionam na Educação Básica podem recorrer em relação à resolução de problemas, pois permitem que os alunos aprendam determinados conceitos por meio de um ensino que promova uma aprendizagem significativa.

Neste estudo buscamos investigar o conhecimento e as dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de Maringá na resolução de problemas de Matemática quando atrelados aos conceitos de perímetro e área. Com isso, analisamos 43 alunos no total, onde 10 alunos estavam matriculados no sétimo ano, 20 no oitavo ano e 13 alunos estavam matriculados no nono ano.

Esse estudo revelou por meio da categorização das respostas do questionário informativo que as três turmas (sétimo, oitavo e nono anos) não dominavam os conceitos de perímetro e área, no sentido de a maioria deles confundirem ou só resolverem sobre um dos conceitos. Além disso, as respostas mencionadas pelos alunos conduzem à desfasagem que eles possuem em relação à disciplina de Matemática, em específico ao conteúdo de geometria. Em algumas respostas atribuem a culpa por não terem estudado os conceitos, por não lembrarem ou por fazer algum tempo que não estudavam esses conceitos, principalmente pelo fato de não conseguirem relacionar os conceitos geométricos com as situações e aplicações cotidianas e até mesmo por possuírem uma certa rejeição em relação à disciplina de Matemática, ocasionando dificuldades como motivação, interesse entre outros fatores.

Ainda, referente às respostas categorizadas do questionário informativo, percebemos que ambas as turmas limitam o conteúdo de geometria a formas geométricas e a cálculos dessas formas. Além disso, ficou evidente que os alunos admitem como problema aquelas atividades onde deve-se encontrar uma resposta, seja por meio de aplicação de fórmulas, ou até mesmo solucionar, executar um algoritmo. Esse fato pode estar relacionado a como os conteúdos de

geometria e de outras áreas são ensinados em sala de aula, o que indica que se trata de apresentação de conceitos e aplicação de exemplos e exercícios para a memorização do conteúdo. Isso implica que o ensino atualmente tem dado pouca atenção ao desenvolvimento do conhecimento significativo dos alunos em relação aos conceitos de perímetro e área.

O estudo indicou que apesar de terem sido encontradas diferenças entre as três turmas em relação às médias da prova de matemática, todas apresentaram notas baixas. Sendo, de 1,9 a média dos alunos da turma do sétimo ano; 2,8 a média para alunos do oitavo ano; e 3,6 a média dos alunos da turma do nono ano. O que evidenciou um baixo desempenho em relação aos problemas propostos. Sendo que em geral, o problema 2 que possuía informação completa foi o problema que as turmas mais acertaram com um percentual de 65,52%. Este problema envolvia o conceito de perímetro e área de um retângulo, onde o enunciado do problema fornecia todas as informações necessárias para uma possível solução.

Pela análise dos dados coletados, percebemos em relação ao desempenho que os problemas 8 e 10 foram os problemas que os participantes mais deixaram em branco, ambos com um percentual de 58,62%, sendo que o problema 8 apresentava informações supérfluas e o problema 10 continha informações incompletas. Além disso, evidenciamos que o problema 1 (58,62%) e o problema 7 (51,72%) foram os problemas nos quais os alunos das três turmas cometeram mais erros, destacando que o problema 1 possuía informações incompletas e o problema 7 apresentava informações completas. De modo geral, a análise dos dados mostrou um baixo desempenho dos estudantes na resolução de problemas quando envolvem os conceitos de perímetro e área, principalmente nos problemas que possuíam informações incompletas e supérfluas. Essa dificuldade pode ser oriunda do fato de os estudantes não compreenderem os dados contidos no enunciado dos problemas, ou seja, a estrutura formal do problema não é compreendida, impedindo na maioria das vezes os problemas de serem resolvidos. Esse fato também pode estar relacionado ao fato de os alunos não estarem familiarizados com esses tipos de problemas. Problemas com informações incompletas e supérfluas podem proporcionar aos alunos a habilidade dos mesmos compreenderem a sua estrutura formal, conseguirem identificar quando um problema possui informações insuficientes, desnecessárias e até mesmo coerentes para a solução. De acordo com Krutetskii (1976), citado por Pirola (2000, p. 146), o enunciado é uma parte integrante da categoria *de compreensão do problema*. Pois, ainda apoiado na ideia do autor, por meio do enunciado do problema é possível averiguar antes de iniciar o processo de solução, se o problema abordado apresenta uma única solução, variadas soluções ou se não admite nenhuma solução.

Além disso, certas dificuldades surgiram pelo fato de os estudantes confundirem os conceitos de perímetro e área, ou até mesmo pelo fato do desconhecimento ou esquecimento de alguns conceitos e princípios essenciais da geometria, como o conceito de perímetro, área, triângulo equilátero, triângulo isósceles, assim como fórmulas para o cálculo do perímetro e áreas de algumas formas geométricas, como quadrado, retângulo, trapézio, losango, círculo.

Assim, o baixo desempenho dos estudantes na solução de problemas é um indício que os conceitos, princípios geométricos e até mesmo a resolução de problemas pode ter sido trabalhada por meio de aplicação de fórmulas, ou apenas reprodução de algoritmos, que na maior parte das situações foram esquecidos ou não compreendidos, dificultando uma resolução coerente para os problemas abordados.

Deste modo, é fundamental e importante que os professores pesquisem diferentes caminhos de se trabalhar e ensinar a Matemática de uma maneira mais prazerosa. Com isso, devemos destacar que é de suma importância tanto os alunos quanto os professores reconhecerem a diferença entre exercício e problema, para que a aprendizagem aconteça de uma forma significativa e não de mera memorização.

Ainda ressaltamos que os estudantes apresentaram dificuldades nas etapas do processo de resolução de problemas, sendo: interpretação de um problema, estratégia, execução e verificação de um problema ao tentarem solucioná-los. Na prova de Matemática, averiguamos que os participantes demonstraram uma falta de segurança e entendimento ao buscarem caminhos ou estratégias para uma possível resposta aos problemas.

De modo geral, com os resultados obtidos nos dez problemas propostos, a maior dificuldade dos participantes se referia à etapa da interpretação do problema, correspondendo a um percentual de 14,48%. Dentre as dificuldades evidenciadas, a maior estava em representar, compreender a estrutura dos enunciados dos problemas propostos. O índice mais alto pode ser identificado no problema 1, em que 14 dos 29 participantes que tentaram solucionar ou solucionaram o problema apresentaram dificuldades nesta primeira etapa do processo de resolução de problemas. Nesse sentido, verifica-se que para a compreensão de um problema, exige-se da pessoa envolvida certas habilidades, como interpretar o enunciado do problema, assim como analisar se o problema apresenta informação completa, supérflua ou incompleta, ou seja, perceber as informações necessárias para solucionar o problema. Assim, de acordo com Pirola (2000, p.146), “essas habilidades podem ser desenvolvidas na escola através de um ensino adequado que priorize a metodologia da solução de problemas, capacitando o aluno para solucionar problemas matemáticos diversificados”.

A seguir, a maior dificuldade apresentada se refere à etapa da estratégia com um percentual de 7,59%, na qual o índice mais elevado pode ser verificado no problema 10. Na sequência, a maior dificuldade está relacionada à terceira etapa, a de execução, na qual pode ser observada esta dificuldade no problema 8 com um índice de 2,07%, seguido da etapa de verificação de um problema com um percentual de 1,03%, sendo que o índice mais elevado de dificuldade ocorreu no problema 4.

Como os conceitos abordados são indicados nos PCN (BRASIL, 1998) para serem trabalhados pelos professores desde os Anos Iniciais e sequencialmente no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, é fundamental que futuros professores e professoras que já lecionam a disciplina de Matemática nestes anos escolares, tenham domínio sobre os conteúdos abordados e consigam resolver as atividades que são trabalhadas em sala de aula. Em vista disto, é necessário que o ensino atual e os professores reflitam sobre os caminhos mais adequados para que aconteça o ensino e a aprendizagem em sala de aula.

Por isso, o papel do professor é importante para que se desenvolva no aluno a capacidade do mesmo resolver problemas, estimulando o raciocínio lógico, criatividade, além de proporcionar ao aluno a compreensão do meio onde ele está inserido, pois, segundo Alvarenga, Andrade e Santos (2016), é fundamental que os estudantes desenvolvam a capacidade de encontrar ou pelo menos tentem encontrar suas próprias soluções, não aceitando respostas já construídas ou dadas como verdades absolutas e também não se acomodem com as estratégias metodológicas que têm por objetivo a repetição e uma sequência a ser seguida como “definição, exemplo e exercícios”.

Além disso, foi realizada uma entrevista com a técnica *pensar em voz alta*, com seis participantes, sendo 2 do gênero feminino e 4 do gênero masculino, selecionados de acordo com sua nota obtida na prova de Matemática.

Durante a entrevista, verificamos que os participantes em geral utilizaram diferentes estratégias para resolverem os problemas propostos. Mas, ao elaborarem uma estratégia acabaram tomando caminhos inadequados, principalmente nos problemas 1, 5 e 6, pois os problemas 1 e 5 apresentavam informações incompletas e o problema 6 continha informações supérfluas.

Ressaltamos que a realização dessa entrevista, por meio da técnica *pensar em voz alta*, nos permitiu obter resultados que não conseguimos identificar no questionário informativo e na prova de Matemática. Esses resultados foram importantes, pois identificamos pensamentos e resoluções diferentes quando os alunos foram colocados para resolverem os mesmos problemas

pela segunda vez, pois as falas transcritas permitiram que analisássemos aspectos fundamentais tanto para compreensão do aluno quanto do pesquisador.

Contudo, verifica-se que os conhecimentos sobre perímetro e área desses participantes de nosso estudo ainda precisam ser desenvolvidos. Tal fato sugere que possivelmente, em sala de aula, um trabalho baseado na formação desses conceitos ainda não está dando suporte aos alunos para que possam utilizá-los na resolução de problemas.

Portanto, entendemos que muitas são as razões que colaboram para que alguns alunos sintam dificuldades na interpretação, na leitura dos enunciados, no domínio sobre os conceitos de perímetro e área, principalmente na tradução da linguagem materna (português) para a linguagem matemática abordada na resolução de problemas. Essas dificuldades podem ser oriundas da falta de interesse, da desmotivação, de rejeição pela Matemática, de empenho para os estudos, de tempo pequeno de dedicação para a disciplina e até mesmo pela maneira que os conteúdos são ensinados em sala de aula.

Compreendemos que o nosso estudo permite questionamentos e reflexões sobre como os conceitos de perímetro e área estão sendo abordados e desenvolvidos em sala de aula, principalmente quando atrelados à resolução de problemas. Assim, é essencial que mais estudos sejam realizados para que se possa ter ideia sobre quais ações poderiam ser tomadas em relação ao ensino de geometria, para que aconteça uma aprendizagem significativa dos conceitos geométricos.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, A.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **A Matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.
- ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; SANTOS, R. D. J. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Belém, v. 12, n. 24, p. 39-52, 2016.
- ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- ARAÚLO, N. K. S. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.
- BAILER, C.; TOMITCH, L. M. B.; D'ELY, R. C. S. F. O planejamento como processo dinâmico: a importância do estudo piloto para uma pesquisa experimental em linguística aplicada. **Revista Intercâmbio**, São Paulo, v. XXIV, p. 126-146, 2011.
- BASSANEZE, M. **O estudo das equações matemáticas no Ensino Fundamental e Médio**. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Regional Integrada, Erechim, 2010.
- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. Análises prévias à concepção de uma engenharia de formação continuada para professores de matemática do Ensino Fundamental. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 23, 2000, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2000.
- BICUDO, M. A. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004, p. 101-114.
- BICUDO, M. A. V. (org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Centauro, 2005.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BULOS, A. M. M. O Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *In*: XIII CIAEM – IACME, 13, 2011, Recife. **Anais [...]**. Recife: UFPE, 2011.
- BRANDÃO, A. C.; SELVA, A. C. V. O livro didático na Educação Infantil: reflexão versus repetição na resolução de problemas matemáticos. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 69-83, 1999.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.
- BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

CHAGAS, E. M. P. F. Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções. *Millenium* (Viseu), v. 29, p. 240-248, 2004.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, R. **As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações**. Tradução de Dayse Batista. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992, p. 249-275.

CHIRÉIA, J.V . **Trabalhando com a Resolução de Problemas na Educação Básica**. Disponível em: [http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_jose\\_vagner\\_chireia.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_jose_vagner_chireia.pdf). Acesso em: 6 dez. 2018.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. *In*: BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. de L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

DANA, M. E. Geometria: um enriquecimento para a escola elementar. *In*: LINDQUIST, M. M.; SHULTE A. P. (orgs.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1998.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. 1988. Tese (Livre Docência) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1988.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 1998.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2000.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de Problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2003.

DEWEY, J. **How we think**. Boston: D.C. Health & Co., 1910.

DOMBELE, J. **Resolução de Problemas: Análise das dificuldades dos alunos do 5º ano do ensino fundamental na resolução de problemas**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium, Lins, 2016.

ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 44-65.

ECHEVERRÍA, M. D. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

EISERMANN, J. I.; FUCHS, M. J. Resolução de Problemas no processo de ensinar e aprender Matemática: experiências na formação de licenciandos. **REMAT**, Bento Gonçalves, v. 3, n. 2, p. 52-61, 2017.

FERREIRA, A. B. de H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 2. ed. Curitiba: Nova Fronteira, 1999.

FOREST, M. **Ensino e aprendizagem de logaritmos através da resolução de problemas**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1989.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2008.

HENRIQUES, M.D.; SILVA, A.M. **Sobre a produção de significados para área e perímetro no ensino fundamental**. 2012, 50p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora - MG, 2012.

HUAMÁN HUANCA, R. R. Um Olhar para a Sala de Aula a Partir da Resolução de Problemas e Modelação Matemática. *In: I SEMINÁRIO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS*, 1, 2008, Rio Claro. **Anais [...]**. Rio Claro: SERP, 2008.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Tradução de Joan Teller. Chigado: University of Chicago Press, 1976.

LOBO, J. S.; BAYER, A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. **ACTA SCIENTIAE**, Canoas, v. 6, n. 1, p. 19-26, 2004.

LOPES, C. L. M. **A aprendizagem de perímetros e áreas com geogebra: uma experiência de ensino**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

LOPES, S. E. **Alunos do Ensino Fundamental e Problemas Escolares: Leitura e Interpretação de Enunciados e Procedimentos de Resolução**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2007.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, a. III, n. 4, p. 3-13, 1995.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARCONI, M. D. A; LAKATOS, E. V. **Técnicas de Pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MARTINS, C.; MAIA, E.; MENINO, H.; ROCHA, I.; PIRES, M. V. O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. *In*: PONTE, J. P. et al. (org.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. New York: W.H. Freeman and Company, 1983.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1992.

McCLEARY, L.; VIOTTI, E. **Semântica e Pragmática**. Disponível em: [http://www.libras.ufsc.br/colecaoLetrasLibras/eixoFormacaoBasica/semanticaEPragmatica/asets/722/Texto\\_base\\_Semantica-Final\\_2\\_dez\\_2008.pdf](http://www.libras.ufsc.br/colecaoLetrasLibras/eixoFormacaoBasica/semanticaEPragmatica/asets/722/Texto_base_Semantica-Final_2_dez_2008.pdf). Acesso em: 12 dez. 2018.

MORAIS, R.S. **O processo constitutivo da Resolução de Problemas como uma temática da pesquisa em Educação Matemática** - um inventário a partir de documentos dos ICMEs. 2015. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2015.

MÜLLER, M. C.; LORENZATO, S. Geometria nos anos iniciais: sobre os conceitos de área e perímetro. *In*: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 14, 2015, Chiapas. **Anais [...]**. Chiapas: CIAEM, 2015.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. *In*: SISTO, F. F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (org.). **Cotidiano escolar**: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: USF, 2001, p. 84-99.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EDUFSCAR, 2003.

NEVES, M. O. A importância da investigação qualitativa no processo de formação continuada de professores: subsídios ao exercício da docência. **Revista Fundamentos**, Piauí, v. 2, n. 1, p. 17-31, 2015.

OLIVEIRA, G. P.; MASTROIANNI, M. T. M. R. Resolução de problemas matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação com professores polivalentes. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, v. 17, n. 2, p. 455-482, 2015.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Trabalhando volume de cilindros através da resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 10, n. 1, p. 95-103, 2003.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005.

PARANÁ (Estado). Secretaria de Estado da Educação (SEED). **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná – Matemática**. Curitiba, 2008.

PASSOS, C. L. B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: A Geometria na Sala de Aula**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PIROLA, N. A.; PROENÇA, M. C. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígonos. **Zetetiki: Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 17, n. 1, p. 11-46, 2009.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1997.

POLYA, G. **Como resolver problemas**. Tradução portuguesa do original de 1945. Lisboa: Gradiva, 2003.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2008.

PROENÇA, M. C. Os conhecimentos de licenciandos em matemática sobre a resolução de problemas. *In*: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 2013, Montevideu. **Anais** [...] Montevideu: CIBEM, 2013.

QUEVEDO, G. A. **Compreendendo conceitos em Geometria: área e perímetro**. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

RABAIOLLI, L. L.; STROHSCHOEN, A. A. G; GIONGO, I. M. **O Ensino de Geometria nos anos iniciais da Educação Básica**. Disponível em: [https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2013/o\\_ensino\\_de\\_geometria\\_nos\\_anos\\_iniciais\\_da\\_educacao\\_basica\\_.pdf](https://www.univates.br/ppgece/media/pdf/2013/o_ensino_de_geometria_nos_anos_iniciais_da_educacao_basica_.pdf). Acesso em: 6 dez. 2018.

RICHARDSON, R. (coord.) et al. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. São Paulo: Atlas, 1989.

SADOVSKY, P. Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática. **Nova Escola**, São Paulo, Editora Abril, jan./fev. 2007.

SANTOS, J. A. S. Problemas de Ensino e de aprendizagem em perímetro e área de figuras planas. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 224-238, 2014.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, T. B. P. A cognição no processo de design. **Revista Brasileira de Design da Informação**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 318-335, 2015.

SOUZA, A. R. F. et al. Dificuldades de alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas. **Ponto de Partida: Revista Acadêmica Discente do Campus de Marabá**, Marabá, n. 2, p. 40-51, 2013.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução de Roberto Costa. 4. ed. Porto Alegre: Artimed, 2008. 584 p.

TATTO, F.; SCAPIN, I. J. Matemática: por que o nível elevado da rejeição. **Revista de Ciências Humanas**, Porto Alegre, v. 5, n. 5, p. 1-14, 2004.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

ZUFFI, E. D.; ONUCHIC, L. L. R. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 11, p. 79-97, 2007.

## ANEXOS

### **Anexo I: Modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pela diretora da unidade escolar**

#### **TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Desenvolvo a pesquisa intitulada “**O conhecimento e as dificuldades de alunos do Ensino Fundamental sobre a resolução de problemas de área e perímetro**”, que faz parte do curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e Matemática da Universidade Estadual de Maringá e é orientada pelo Prof. Doutor Marcelo Carlos de Proença do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM/PR). O objetivo da pesquisa versa investigar o desempenho e os conhecimentos de alunos do 7º, 8º e 9º anos sobre a abordagem da resolução de problemas envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras geométricas. Para isto, os instrumentos de coleta de dados consiste na aplicação de um questionário informativo sobre a vida escolar dos estudantes e características como idade, gênero, se sabe o que é um problema entre outros; aplicação de uma prova de matemática que contém dez problemas geométricos envolvendo perímetro e área e a realização de uma entrevista caso o aluno seja selecionado. Gostaríamos de esclarecer que a participação dos estudantes é totalmente voluntária, podendo os mesmos recusarem-se a participar ou mesmo desistir a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo a eles. Informamos que poderão ocorrer riscos causando desconfortos aos estudantes caso outras pessoas os identifiquem, porém, ainda ressaltamos que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade dos estudantes. Os benefícios esperados são os de evidenciar os conhecimentos que os alunos da Educação Básica possuem sobre a abordagem empregada, assim como identificar quais dificuldades eles possuem sobre a resolução de problemas envolvendo os conceitos de área e perímetro, além de conhecer e contribuir com a realidade do ensino na escola pública.

Eu,....., diretor da Escola Pública Estadual da cidade de Maringá, declaro que fui devidamente esclarecido(a) sobre a pesquisa coordenada pelo Prof. Doutor Marcelo Carlos de Proença e concordo em autorizar a realização da mesma na escola.

---

Assinatura ou impressão datiloscópica

Data:

Eu, Amanda Stefani, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra nominado.

\_\_\_\_\_

Assinatura da pesquisadora

Data:

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Amanda Stefani

Endereço: Rua Bragança, 759, ap. 16

(telefone/e-mail): (44) 988168106/amandastefani\_tuneiras@hotmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. UEM-PPG-sala 4.

CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3011-4444

E-mail: [copep@uem.br](mailto:copep@uem.br)

**Anexo II: Modelo do Termo de Assentimento que foi assinado pelos estudantes de cada ano.**

**TERMO DE ASSENTIMENTO**

Desenvolvo a pesquisa intitulada “**O conhecimento e as dificuldades de alunos do Ensino Fundamental sobre a resolução de problemas de área e perímetro**”, que faz parte do curso de mestrado da Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e é orientada pelo Prof. Doutor Marcelo Carlos de Proença do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM/PR). O objetivo da pesquisa é investigar o desempenho e os conhecimentos de alunos do 7º, 8º e 9º anos sobre a abordagem da resolução de problemas envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras geométricas. Sua participação é importante, na qual consiste na aplicação de um questionário informativo sobre a vida escolar dos estudantes e características como idade, gênero, se sabe o que é um problema entre outros; aplicação de uma prova de matemática que contém dez problemas geométricos envolvendo perímetro e área; e se selecionado, participar de uma entrevista. Informamos que poderão ocorrer riscos causando desconfortos a você caso outras pessoas lhe identifiquem, porém, destacamos que as informações coletadas e gravadas caso você seja selecionado serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade. Gostaríamos de esclarecer que sua participação é totalmente voluntária, podendo você recusar-se a participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa. Os benefícios esperados são de conseguir identificar as suas dificuldades com relação à abordagem empregada, além de conhecer e contribuir com a realidade do ensino na escola pública.

Eu,.....(nome por extenso do sujeito de pesquisa /menor de idade), declaro que recebi todas as explicações sobre esta pesquisa e concordo em participar da mesma, desde que meu pai/mãe (responsável) concorde com esta participação.

\_\_\_\_\_  
Assinatura ou impressão datiloscópica

Data:

Eu, Amanda Stefani, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra nominado.

\_\_\_\_\_

Data:

---

Assinatura do pesquisador

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Amanda Stefani

Endereço: Rua Bragança, 759, ap. 16

(telefone/e-mail): (44) 988168106/amandastefani\_tuneiras@hotmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. UEM-PPG-sala 4.

CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3011-4444

E-mail: [copep@uem.br](mailto:copep@uem.br)

**Anexo III: Modelo do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que foi assinado pelos responsáveis dos menores****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Gostaríamos de solicitar sua autorização para a participação de seu filho(a) na pesquisa intitulada “**O conhecimento e as dificuldades de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de perímetro e área**”, que faz parte do curso de mestrado da Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá, financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e é orientada pelo Prof. Doutor Marcelo Carlos de Proença do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM/PR). O objetivo da pesquisa é investigar o desempenho e os conhecimentos de alunos do 7º, 8º e 9º anos sobre a abordagem da resolução de problemas envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras geométricas. Para isto a participação de seu filho(a) é muito importante, na qual consiste na aplicação de um questionário informativo sobre a vida escolar dos estudantes e características como idade, gênero, se sabe o que é um problema entre outros; aplicação de uma prova de matemática que contém dez problemas geométricos envolvendo perímetro e área; e se selecionado, participar de uma entrevista. Informamos que poderão ocorrer riscos causando desconfortos ao seu filho(a) caso o mesmo seja identificado por outras pessoas, mas salientamos ainda que as informações coletadas e gravadas caso seu filho(a) seja selecionado serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade, sua e a de seu (sua) filho(a). Gostaríamos de esclarecer que a participação de seu filho(a) é totalmente voluntária, podendo você recusar-se a autorizar tal participação, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa ou à de seu filho(a). Os benefícios esperados são de conseguir identificar as dificuldades dos alunos com relação à abordagem empregada, assim como evidenciar os conhecimentos que os alunos possuem sobre a resolução de problemas geométricos, além de conhecer e contribuir com a realidade do ensino na escola pública.

Eu,.....(nome por extenso do responsável pelo menor), declaro que fui devidamente esclarecido e concordo e autorizo que meu filho(a) participe **VOLUNTARIAMENTE** da pesquisa coordenada pelo Prof. Doutor Marcelo Carlos de Proença.

\_\_\_\_\_ Data:

Assinatura ou impressão datiloscópica

Eu, Amanda Stefani, declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra nominado.

\_\_\_\_\_  
Assinatura da pesquisadora

Data:

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o pesquisador, conforme o endereço abaixo:

Nome: Amanda Stefani

Endereço: Rua Bragança, 759, ap. 16

(telefone/e-mail): (44) 988168106/amandastefani\_tuneiras@hotmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM, no endereço abaixo:

COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.

Av. Colombo, 5790. UEM-PPG-sala 4.

CEP 87020-900. Maringá-Pr. Tel: (44) 3011-4444

E-mail: [copep@uem.br](mailto:copep@uem.br)

**Anexo IV: Questionário Informativo****Questionário Informativo**

- 1) Qual seu nome? \_\_\_\_\_
- 2) Quantos anos você tem? \_\_\_\_\_
- 3) Qual ano de escolaridade se encontra? Ano/turma: \_\_\_\_\_
- 4) Qual seu gênero:
- ( ) feminino.                      ( ) masculino
- 5) Com relação à Matemática:
- ( ) gosta muito.                      ( ) não gosta.
- ( ) gosta.                              ( ) indiferente.
- 6) Para você, o que é um problema? Por quê?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- 7) Para você, o que é Geometria? Explique.
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- 8) Qual ano escolar você mais estudou Geometria?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- 9) Você gosta de Geometria? Por quê?
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

10) Qual o conteúdo que você mais gosta de Geometria? Qual você tem mais dificuldade? Por quê?

---

---

---

---

11) O que você estuda em geometria plana?

---

---

---

---

12) O que você entende por perímetro? Explique

---

---

---

---

13) O que você entende por área? Explique

---

---

---

---

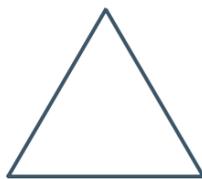
**Anexo V: Prova de Matemática****Prova de Matemática**

Nome:

Ano/Turma:

- 1) Ana Júlia e Beatriz estão fazendo o trabalho da disciplina de Arte que consiste em pintar uma tela com formato retangular. A professora as orientou que a tela utilizada para executar a pintura deverá ter uma área de 36 centímetros quadrados. Dessa forma, quais serão as medidas de cada lado da tela?
- 2) A Confederação Brasileira de Voleibol realizou estudo com o objetivo de verificar quais eram as medidas de uma quadra de voleibol em formato retangular, onde seria realizada a partida. Para tanto, resolveram determinar o perímetro e a área dessa quadra. Sabendo que a quadra de voleibol possui 18 metros de comprimento e 9 metros de largura, quais as medidas, encontradas pela Confederação, correspondem ao perímetro e à área dessa quadra de voleibol?
- 3) A mãe de Kamila decidiu instalar, em sua casa, um equipamento de energia solar para economizar a energia elétrica utilizada mensalmente. Sabe-se que este equipamento deve ser instalado no telhado da residência, que tem formato retangular. Ao medir o telhado para verificar qual seria o espaço disponível para a instalação do equipamento, ela constatou que ele possui uma diagonal que mede  $\sqrt{164}$  m e medidas iguais a 10 m de largura e 8 m de comprimento. Qual o valor do perímetro e da área deste telhado?
- 4) Pedro foi convidado para festa de aniversário do seu primo João. Como ele é um menino que gosta de criar seus próprios brinquedos, decidiu construir uma pipa em forma de losango para presentear seu primo. Sabendo que o losango escolhido por Pedro para construir essa pipa possui uma diagonal maior medindo 8 cm, e a diagonal menor medindo 4 cm, qual é a área desse losango?
- 5) A prefeitura de Maringá tem como projeto revitalizar algumas obras da cidade. Uma delas é a Praça Rocha Pombo, que possui o formato de um círculo. O arquiteto responsável pela obra precisa encontrar o valor da área dessa praça para dar sequência ao projeto. Se ele utilizar  $\pi = 3,14$ , qual o valor da área da praça que o arquiteto encontrará?
- 6) Marcelo está cercado um terreno para construir uma horta em seu sítio. Como ele é um fazendeiro criativo, resolveu cercar esse terreno no formato de um triângulo isósceles. Sabendo que um dos lados desse terreno mede 5 metros, outro lado mede 3 metros e o terceiro lado possui medida igual a um dos outros dois lados, qual é o perímetro desse terreno?

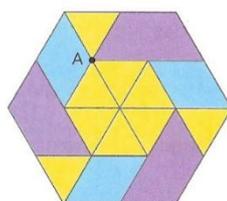
- 7) Ana Lúcia possui uma construtora na cidade de Londrina que tem por finalidade construir um prédio com formato triangular. Para aproveitar completamente o espaço, ela decidiu projetar o formato do prédio em um software que auxilia na construção desses projetos, na qual ela obteve a seguinte figura:



$$2x + 2$$

Considerando que o perímetro deste triângulo equilátero, que representa seu futuro prédio, é igual a 24 cm, qual será o valor de  $x$  que apareceu na figura projetada pelo software?

- 8) Uma decoradora chamada Helena teve como proposta, elaborar um projeto para decorar uma parede de um escritório. De acordo com Helena, seu cliente deseja que essa parede seja preenchida com um mosaico. Sabendo-se que para confecção de um mosaico utiliza-se variados polígonos, como representado na figura a seguir projetada por Helena, responda:



Qual será a área de um trapézio encontrada pela decoradora, sabendo que as bases possuem medidas iguais a 5 cm e 20 cm, um dos lados mede 12 cm e a altura é igual a 8 cm?

- 9) Dona Maria quer colocar uma moldura em um quadro, cujos lados têm medidas iguais, para decorar a sua sala. Sabendo que um dos lados mede seis metros, qual é o perímetro e a área do quadro de Dona Maria?
- 10) Clara é professora de Matemática de uma escola da cidade de Maringá. Em uma de suas aulas ela decidiu ensinar aos seus alunos como construir um tangram, lembrando que o tangram tem formato de um quadrado. Com essas informações, qual é o perímetro e a área desse tangram, cuja a medida é dada em centímetros?

Qual (is) dificuldade (s) você encontrou ao resolver cada um dos problemas?