UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

NELMA SGARBOSA ROMAN DE ARAÚJO

A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Maringá
2007

NELMA SGARBOSA ROMAN DE ARAÚJO

A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Doherty Andrade
Co-orientadora: Profª. Drª. Regina Maria Pavanello

Maringá
2007

NELMA SGARBOSA ROMAN DE ARAÚJO

A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática.

Aprovada em: ___________________________________

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Doherty Andrade
Universidade Estadual de Maringá – UEM

____
Profª. Drª.Regina Maria Pavanello
Universidade Estadual de Maringá – UEM

____
Profª. Drª. Dione Lucchesi de Carvalho
UNICAMP - Faculdade de Educação

____
Profª. Drª. Luzia Marta Bellini
Universidade Estadual de Maringá – UEM

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Nelson e Helena, que me ensinaram os valores da vida.
Aos meus irmãos e familiares que me apoiaram e compreenderam minhas ausências.
A todos que estiveram sempre presentes, dividindo comigo as angústias, decepções, incertezas e conquistas.
Ao meu esposo, Gilberto, pelo amor e carinho, dedicação, compreensão e contribuição nos momentos mais difíceis.
A meu sobrinho J.H.H. (in memoriam) que, onde estiver, sempre terá meu amor.

AGRADECIMENTOS

Seus olhares de amores me disseram muito em momentos especiais.

Estes mesmos olhares em minha memória eternizaram o incentivo.

Obrigada àqueles que passaram em minha vida como um raio de luz

e àqueles que fizeram questão de manter a chama da esperança acesa.

Agradecimentos especiais:

* À Deus, por conceder-me força e serenidade para concluir este trabalho.

* Aos meus familiares: esposo, pai, mãe, irmãos, tios, tias, primos e primas, que intercedem, torcem e vibram comigo em cada conquista, fazendo-me reconhecer quem sou e acreditar que posso ser melhor. Obrigada pelo amor, apoio, compreensão e incentivo. Amo vocês!

* Aos professores orientadores, Drs. Doherty Andrade e Regina Maria Pavanello, pelos incontáveis momentos de orientações necessárias ao desenvolvimento dessa Dissertação de Mestrado. Pela amizade, paciência, disponibilidade e, principalmente, pela oportunidade de crescimento intelectual e profissional, sempre me incentivando nos momentos difíceis.

* Aos professores integrantes da banca de exame de qualificação – Professoras Drªs. Luzia Marta Bellini e Dione Lucchesi de Carvalho – as quais aceitaram amavelmente o convite e cujas críticas pertinentes e sugestões valiosas contribuíram para a elaboração final deste trabalho.

* À professora Drª. Ana Tiyomi Obara, pela amizade e incentivo a prestar o exame de seleção deste Programa de Pós-Graduação.

* Ao coordenador do Programa, Professor Dr. Marcos César Danhoni Neves, pela dedicação e compreensão e às secretárias Vânia, Marta e Tânia, pela paciência e simpatia em atenderem às nossas necessidades.

* Aos demais professores do Mestrado, pelas lições de competência, coragem e ousadia e as reflexões que juntos realizamos.

* Aos meus colegas do Mestrado pela possibilidade de conviver de forma humana, fraterna e solidária com todos.

* Aos alunos, professores e coordenador da escola onde realizamos a pesquisa, os quais autorizaram a valiosa coleta de dados, de suma importância para a realização deste trabalho.

* À APAE de Diamante do Norte, pelo apoio e compreensão nas minhas ausências, bem como pela flexibilização do horário de trabalho para que pudesse cursar a Pós-Graduação.

* Aos colegas de trabalho, pelas palavras de conforto diante das dificuldades e pelas alegrias em todas as ocasiões.

* À todos os que, direta ou indiretamente, contribuíram para este trabalho.

RESUMO

Neste trabalho, foram estudados os fatos que colaboram ou dificultam a interpretação e a resolução de problemas matemáticos escolares por alunos do sistema de Educação de Jovens e Adultos, que estavam cursando a Fase II do Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

Os sujeitos foram submetidos a uma entrevista clínica semi-estruturada, com proposta de resolução de problemas que envolviam conceitos e conhecimentos matemáticos elementares, individualmente.

Os resultados obtidos indicaram que a complexidade envolvida no ato de resolução de problemas extrapola a questão da fluência na leitura ou da utilização ou não de certas estratégias ou conhecimentos conceituais isolados. Percebemos que a compreensão dos enunciados dos problemas e as conseqüentes abordagens adequadas são dependentes de vários fatores, dentre os quais citamos a compreensão dos termos dos enunciados, os conhecimentos prévios daqueles que tentam resolvê-los e a coordenação das informações essenciais contidas no enunciado.

Foi possível supor que, do ponto de vista matemático, o tempo de escolaridade a mais dos alunos do grupo II parece não proporcionar influência alguma, ou seja, não possibilitou ampliação dos conhecimentos que os sujeitos trouxeram da vida; enquanto que o fato de alguns alunos usarem determinados conhecimentos matemáticos na prática, demonstrou permitir maior facilidade na mobilização de procedimentos para a resolução e explicação dos problemas.

Em decorrência dos resultados obtidos, surge uma indagação que poderá ser foco de um próximo trabalho, qual seja: Se repetíssemos essa pesquisa com um número maior de pessoas, e se os resultados se repetissem, o que isso nos indicaria?

Palavras-chaves: Educação de jovens e adultos; interpretação e resolução de problemas matemáticos; linguagem.

ABSTRACT

In this work, were studied the facts that collaborate or difficult the interpretation and the resolution of school mathematical problems for students of the system of Education of Youngs and Adults, that were studying the Phase II of the Fundamental Teaching and the Medium Teaching.

The subjects were submitted to a semi-structured clinical interview, with proposal of resolution of problems that involved concepts and elementary mathematical knowledge, individually.

The obtained results indicated that the complexity involved in the action of resolution of problems extrapolates either of the use or the subject of the fluency in the reading not of certain strategies or isolated conceptual knowledge. We noticed that the understanding of the statements of the problems and the consequent appropriate approaches are dependent of several factors, among which we mentioned the understanding of the terms of the statements, the previous knowledge of those that try solve them and the coordination of the essential information contained in the statement.

It was possible to suppose that, of the mathematical point of view, the time of education the more of the students of the group II it seems not to provide any influence, in other words, it didn't make possible enlargement of the knowledge that the subjects brought of the life; while the fact of some students to use certain mathematical knowledge in practice, it demonstrated to allow larger easiness in the mobilization of procedures for the resolution and explanation of the problems.

Due to the obtained results, an inquiry that can be focus of a next work, which is appears: If we repeated this research with a larger number of people, and if the results repeated, what would that indicate us?

Key-words: Education of youngs and adults; interpretation and resolution of mathematical problems; language.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A educação de jovens e adultos ainda é uma necessidade no Brasil do Século XXI, pois uma boa parte dos jovens não completa sua escolarização. Dados do IBGE revelam que existem 16 milhões de analfabetos absolutos e 33 milhões de pessoas que não concluíram os quatro primeiros anos do ensino fundamental, com idade acima de 15 anos.

A preocupação com o tema educação de jovens e adultos surgiu de nossa prática docente no Programa de Educação de Jovens e Adultos, em 2004. Observamos, neste programa, as dificuldades que os alunos enfrentavam no momento de resolverem os problemas propostos nas aulas de matemática. Nossa experiência com alunos da EJA e do ensino regular mostra que muitas das dificuldades enfrentadas pelos estudantes da EJA são semelhantes às dos alunos do ensino fundamental e médio (EF e EM), o que pode ser verificado, também, por meio dos índices das avaliações, como PISA, SAEB e INAF, que apontam para as deficiências crônicas no Ensino Fundamental e Médio.

"A matemática é frequentemente vista como uma matéria para técnicos, e o talento para matemática é confundido com habilidades automáticas, capacidades de programação elementar ou rapidez de cálculo" (PAULOS, 1994, p.97). Para os alunos, a pessoa que compreende a linguagem e manuseia a simbologia matemática, é considerada gênio; fórmulas e símbolos matemáticos são coisas muito complicadas para eles.

Nossa hipótese é que isso se deve ao fato de que os enunciados dos problemas apresentados aos alunos utilizam uma linguagem pouco compreensível ao estudante, criando dificuldades desnecessárias e chegando mesmo a impedir que eles compreendam a idéia representada.

Apesar dessa linguagem ter se desenvolvido para facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas, essa mesma linguagem, quando utilizada de modo inadequado, cria dificuldades na compreensão. É comum a apresentação inadequada da linguagem matemática em sala de aula, como por exemplo Menezes (2000a) nos apresenta. Quando abusamos do uso de símbolos e termos técnicos específicos da área e não nos preocupamos em trabalhar a compreensão dos mesmos, clareando os seus significados, conseguimos o efeito contrário: dificultamos o processo de aprendizagem em matemática.

Bezerra nos expõe que:

> Como acontece com outras aprendizagens, o ponto de partida para a aquisição dos novos conhecimentos matemáticos deve ser os conhecimentos prévios dos estudantes. Na Educação de Jovens e Adultos, mais do que em outras modalidades de ensino, esses conhecimentos costumam ser bastante diversificados e muitas vezes encarados, equivocadamente, como obstáculos à aprendizagem (BEZERRA, 2003, p. 4).

Como vemos, a comunicação desempenha um papel fundamental para auxiliar os alunos a construírem os vínculos entre as noções formais e intuitivas e a linguagem matemática. Quando os alunos percebem que uma representação é capaz de descrever muitas situações e que existem formas de representar um problema que são mais úteis que outras, começam a compreender e valorizar a utilidade da linguagem matemática.

Consideramos esta pesquisa relevante, pois traz como desafio estudar a compreensão e as dificuldades dos sujeitos, alunos da educação de jovens e adultos, na interpretação dos enunciados de problemas matemáticos e analisar os procedimentos mobilizados por eles, para a sua resolução. Para isto, realizamos entrevistas clínicas com alunos da Fase II do Ensino Fundamental (equivalente a 5ª a 8ª séries) e do Ensino Médio na modalidade de Educação de Jovens e Adultos de uma escola pública do Noroeste do Paraná, nas quais apresentamos alguns problemas retirados de livros didáticos que os professores desta escola mais utilizam.

O presente estudo será desenvolvido em seis seções, que se apresenta estruturado conforme destacamos a seguir.

Na seção 1, **Contextualização Histórica e Considerações Teóricas sobre a Educação de Jovens e Adultos**, antes mesmo de nos debruçarmos sobre as teorias que tratam dos objetivos que buscamos alcançar, entendemos que é necessário apresentar uma retrospectiva da evolução e dos retrocessos das políticas educacionais destinadas a esta população, para compreendermos o descaso que ocorre na atualidade na maioria dos programas de Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Brasil. O texto aborda alguns processos sistemáticos e organizados de formação geral de pessoas jovens e adultas, sem a pretensão de esgotar o assunto. Procuramos mostrar quais foram as preocupações com esta modalidade de educação, em que momentos ela foi abandonada, até chegarmos à época atual. Ainda nesta seção, apresentamos uma breve discussão sobre analfabetismo matemático, analfabetismo funcional e suas conseqüências.

Na seção 2, **A Matemática na Educação de Jovens e Adultos**, evidenciamos algumas contradições e distorções que vêm ocorrendo nesta modalidade de ensino em função de políticas públicas adotadas. Além disso, ressaltamos a importância de se estabelecer uma linguagem comum entre aluno e professor. Fizemos, também, uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos publicados no Brasil sobre o ensino de matemática, o ensino de problemas matemáticos e sua evolução histórica, na expectativa de esclarecer algumas confusões e crenças que pairam sobre esse modo de atividade de ensino.

Na seção 3, **Linguagem e Problemas Matemáticos,** trazemos idéias de alguns autores sobre a relação existente entre leitura, escrita e compreensão de problemas matemáticos; ressaltamos a importância do trabalho com gêneros textuais específicos, necessários para possibilitar maior familiaridade com o gênero textual "problemas de matemática", trabalho que só o professor de matemática pode fazer satisfatoriamente. Trazemos, também, algumas considerações sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica, pois acreditamos que possa ajudar em nossas análises.

Na seção 4, **A Pesquisa**, apresentamos o surgimento do interesse pelo tema, nossos objetivos, a escolha dos entrevistados e metodologia, o perfil dos entrevistados, a escolha dos problemas e os problemas apresentados com sua análise *a priori*.

A seção 5, **Análise dos Resultados**, foi subdividida em dois itens. No item 5.1 trazemos a organização e a descrição dos resultados das entrevistas feitas com os alunos[1] da Fase II do Ensino Fundamental (Grupo I) e do Ensino Médio (Grupo II) da modalidade de Educação de Jovens e Adultos. A organização é feita em quadros, de forma a categorizar os tipos de procedimentos mobilizados pelos sujeitos para a resolução de cada problema. Na seqüência de cada quadro, descrevemos os procedimentos e as dificuldades dos sujeitos frente aos problemas. Apresentamos,

---

[1] Esclarecemos que os sujeitos de nossa pesquisa são tratados tanto de alunos como de entrevistados no decorrer das análises.

primeiramente, os resultados coletados sobre cada problema com os alunos do Grupo I; em seguida, fazemos o mesmo para os alunos do Grupo II.

No item 5.2, apresentamos a análise dos resultados obtidos. Em consonância com os objetivos de nossa pesquisa, procuramos discutir os fatos ou fatores que podem influenciar os sujeitos na (in)compreensão dos enunciados e na mobilização de procedimentos para resolução dos problemas propostos. No decorrer das análises, realizadas primeiramente por grupo de sujeitos, e por fim de forma geral, expomos nossas percepções e nos reportamos aos teóricos que realizaram estudos sobre o assunto e nos ajudam a esclarecer estes aspectos. Procuramos verificar se os resultados dos grupos são significativamente diferentes ou não, do ponto de vista matemático, observando suas incongruências e semelhanças. Procuramos, também, apresentar sugestões baseadas nas dificuldades apresentadas e nos procedimentos mobilizados pelos sujeitos dessa pesquisa.

No fechamento do trabalho, com a seção VI, expomos nossas **Considerações Finais.**

I CONTEXTUALIZAÇÃO HISTÓRICA E CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Nesta seção procuramos mostrar quais foram as preocupações com esta modalidade de educação desde o período colonial, em que momentos ela foi abandonada, até chegarmos à época atual. Ainda nesta seção, apresentamos uma breve discussão sobre analfabetismo matemático, analfabetismo funcional e suas conseqüências.

1.1 Histórico da educação de jovens e adultos no Brasil: de abandono a abandono

No período colonial, a educação apresentava um cunho religioso, época em que o monopólio dos Jesuítas professava as idéias da Igreja Católica e impunha a cultura européia, principalmente utilizando-se da catequese orientada para adolescentes e adultos. Estas idéias se associavam à preocupação das elites em ampliar o seu poder econômico por meio do aumento do número de escravos, "justificando" o descaso com o investimento em educação. Dessa forma, observou-se durante quase quatro séculos, o domínio da cultura branca, cristã, masculina e alfabetizada sobre a cultura dos índios, negros, mulheres e analfabetos, podendo-se constatar o desenrolar de uma educação seletiva, discriminatória e excludente (PARANÁ/SEED, 2005, p.10 – adaptado).

Conforme Haddad e Di Pierro (2000b, p.109) "Com a desorganização do sistema de ensino produzido pela expulsão dos jesuítas do Brasil em 1759, somente no Império (1822-1889) voltaremos a encontrar informações sobre ações educativas no campo da educação de adultos", quando , tivemos o Ato Adicional de 1834, que conferia às Províncias o direito de legislar sobre a instrução pública. De posse desse direito, as

Províncias organizaram seus sistemas escolares em níveis primário e secundário, incluindo, em algumas delas, a educação elementar de adolescentes e adultos. Porém, como o orçamento não previa fundos para o salário dos professores, o sistema fora do processo de seriação (chamado agora supletivo) foi organizado pela iniciativa particular, que impedia qualquer possibilidade de um “filho do povo” nele ingressar. Ao final do Império, 82% da população com idade superior a 5 anos era analfabeta.

Com isso, utilizamo-nos das palavras de Lima, para expressar o que sentimos:

> O povo brasileiro, através da seriação, ficava do lado de fora do sistema escolar médio, salvo pelos exames [...], de madureza[2], [...] o que é uma forma de punir os que querem quebrar a sistemática serial da escolarização elitizante (LIMA, 1979, p.320, nota nossa).

No final do século XIX e início do século XX, em um contexto de emergente desenvolvimento urbano-industrial e sob forte influência da cultura européia, são aprovados projetos de leis que enfatizam a obrigatoriedade da educação de adultos, atendendo a interesses das elites com o objetivo de aumentar o contingente eleitoral, principalmente no primeiro período republicano (1889-1930). A escolarização passa a se tornar critério de ascensão social, referendada pela Lei Saraiva de 1882, incorporada posteriormente à Constituição Federal de 1891, em que se inviabilizará o voto ao analfabeto, alistando somente os eleitores e candidatos que dominassem as técnicas de leitura e escrita (PARANÁ/SEED, 2005, p.10).

Entretanto, os modelos pedagógicos, então adotados na época, não eram adequados para alfabetização de adultos, sendo a maioria dos educadores leigos e com a tarefa apenas de ensinar a decodificação da escrita. Neste contexto, em

[2] Nome do curso e também do exame final de aprovação do curso de EJA que ministrava disciplinas dos antigos ginásio e colegial, a partir da LDB de 1961. Em 1971, o curso de Madureza foi substituído pelo Projeto Minerva e, posteriormente, pelo Curso Supletivo.

1920, a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) indicou que 64,9% da população com 15 anos ou mais permanecia analfabeta (HADDAD e DI PIERRO, 2000a, p.30), Neste mesmo ano, o censo indicava que a população acima de 5 anos que permanecia analfabeta chegava a 72% (HADDAD e DI PIERRO, 2000b, p.110).

Em 1925, com a Reforma João Alves, estabeleceu-se o ensino noturno para jovens e adultos atendendo, novamente, os interesses da classe dominante que, por volta de 1930, iniciava um movimento contra o analfabetismo, mobilizado por organismos sociais e civis cujo objetivo também era o de aumentar o contingente eleitoral. A educação escolar passa a ser considerada como baluarte do progresso e desenvolvimento da nação (PARANÁ/SEED, 2005, p.11).

Pela Constituição Federal de 1934 (Governo ditatorial provisório de Vargas), foi instituída no Brasil a obrigatoriedade e gratuidade do ensino primário a todos. Contudo, sua oferta foi incipiente, considerando os altos índices de analfabetismo no país. Neste mesmo ano, a educação de jovens e adultos constituía-se em tema de política educacional, sendo que só em 1942, com a Reforma Capanema, ocorre a ampliação da reforma educacional, reconhecendo-a como modalidade de ensino (PARANÁ/SEED, 2005, p.11).

A relevância da educação de adultos se referenda pelo Decreto 19.513 de 25 de agosto de 1945, que determinava dotação de 25 % dos recursos do Fundo Nacional do Ensino Primário (FNEP) destinada especificamente à alfabetização e educação da população adulta analfabeta. A criação do FNEP em 1942, cujo funcionamento inicia-se somente em 1946, pode ser considerada como marco propulsor de uma política pública de educação de adultos, considerada dentro do espectro da instrução básica popular (PAIVA, 1983; BEISEGEL, 1992).

Parafraseando Lima (1979, p.324): “Instalava-se, assim, 450 anos depois do descobrimento, a primeira tentativa do Poder Público alfabetizar o povo brasileiro [...]”.

Contudo, “[...] a insuficiente expansão do ensino elementar continuou a ampliar os índices de analfabetismo, seja pela falta de escolas e vagas, seja pela péssima qualidade do ensino, potencial indicador dos índices de semi-analfabetismo” (PARANÁ/SEED, 2005, p.12).

Somente após a Segunda Guerra Mundial, quando caíra o governo Getúlio Vargas e a UNESCO se instalava com sua primeira investida internacional, a educação de adultos passa a ser “entendida” como uma educação diferente do ensino regular. Conforme nos lembra Lima (1979, p. 324) “Esse período é fortemente marcado por campanhas nacionais de alfabetização em massa, realizadas pelo Governo Federal, sobretudo por influência de Lourenço Filho e de Anísio Teixeira” (ambos foram diretores do INEP[3]).

Essas campanhas receberam grandes investimentos, tanto em recursos financeiros, como em material pedagógico que se serviram os alfabetizadores.

Lima, por ter presenciado muitos destes acontecimentos, fez seu comentário:

> Segundo os relatórios da campanha, em 1950, [...] Calculou-se que cerca de UM MILHÃO de adultos foram, então, alfabetizados... Embora as estatísticas sobre o fenômeno sejam divergentes, por simples “impressão”, temos muito a duvidar dos dados que constam dos relatórios (LIMA, 1979, p. 324).

Neste contexto, a campanha de educação de adultos se estendeu até 1954, quando o ritmo destes trabalhos declinou em função da mudança de orientação, imprimida a política educacional da União por novas administrações. Foram inaugurados novos

---

[3] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Da sua fundação, em 1937 por iniciativa de Gustavo Capanema, Ministro de Educação e Saúde (MES) da época, até 1964, o INEP teve apenas três diretores: Lourenço Filho (1938-1945), Murilo Braga de Carvalho (1945-1952) e Anísio Teixeira (1952-1964) (Adaptado de MENDONÇA, 2005, p.4 e 7).

projetos nessa área de ensino e os investimentos foram diminuídos. A campanha passou a ser alvo de críticas em relação à qualidade dos serviços prestados e foi oficialmente extinta em 1963. Todavia, o Serviço de Educação de Adultos (SEA) continuou a manter em funcionamento a rede de ensino supletivo em alguns Estados, mas não com a ênfase dos primeiros anos.

É interessante, neste momento, citarmos, mais uma vez, Lima que, se referindo ao ano de 1957, diz:

> Passada a “festa da mobilização nacional contra o analfabetismo” – dez anos depois – tive a ocasião de examinar de perto o que ficara da “campanha”: o SERVIÇO DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS (SEA) (os “sistemas” estaduais absorveram a “campanha”, instalando serviços burocráticos de educação de adultos que passavam a ser, regularmente, financiados pelas verbas do FNEP) (LIMA, 1979, p. 325).

Os relatórios que chegavam ao Ministério de Educação e Saúde eram todos “fabricados”, mostrando que a administração estadual foi capaz de efetuar ajustes fraudulentos para prestar contas de verbas federais cedidas aos estados. Quando Lauro de Oliveira Lima foi solicitado pelo diretor do Departamento Nacional de Educação (DNE), como inspetor seccional, a fazer a fiscalização da educação de adultos, mal pôde iniciar e teve de desistir, pois “[...] tal foi a celeuma que os políticos criaram em torno da ‘fiscalização’; de fato, não existia nenhum serviço de educação de adultos, sendo as verbas para este fim destinadas usadas de maneira que não chegamos a verificar[...]” (LIMA, 1979, p. 325).

No final da década de 50 e início da de 60, constata-se a emergência de uma nova perspectiva na educação brasileira. A possibilidade de mudança do ensino supletivo surgiu com as idéias e experiências de Paulo Freire, que idealizou e vivenciou uma pedagogia voltada para as demandas e necessidades das camadas populares. Ficaram muito conhecidas as suas experiências de alfabetização “em 40 horas” realizadas em Tiriri (Pernambuco) e em Angicos (R.G. do Norte).

Os registros de 1960, indicam que os índices de analfabetismo caíram para 39,6% das pessoas com 15 anos ou mais e 46,7% das pessoas acima de 5 anos de idade" (HADDAD e DI PIERRO, 2000a, p. 30; HADDAD e DI PIERRO, 2000b, p.111).

Este novo movimento está associado a um contexto de efervescência de movimentos sociais, políticos e culturais da época. Dentre as experiências de educação popular realizadas neste período, destacam-se o Movimento de Educação de Base (MEB) desenvolvido pela Confederação Nacional dos Bispos do Brasil (CNBB), os Centros Populares de Cultura (CPCs) desenvolvidos pela União Nacional dos Estudantes (UNE) e o início da execução do Plano Nacional de Alfabetização (PNA), de janeiro a abril de 1964, pelo Governo Federal, objetivando construir uma política nacional de alfabetização de jovens e adultos em todo o país, coordenada por Paulo Freire. Estas experiências de educação e cultura popular passaram a questionar a ordem capitalista, fomentando a articulação das organizações e movimentos sociais em torno das Reformas de Base, conduzidas pelo então governo João Goulart (PARANÁ/SEED, 2005, p. 12-13).

O golpe militar de 1964 impediu a realização de muitas experiências educacionais. A reforma do ensino, realizada entre 1960 e 1970, foi feita segundo a ótica do novo regime das ditaduras militares, que implementou uma série de leis garantindo o controle político e ideológico sobre a educação escolar, dentre elas a Lei 5379, de 15 de dezembro de 1967, que aprovou o Plano de Alfabetização Funcional e Educação Continuada de Adolescentes e Adultos e autorizou a instituição de uma fundação denominada Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL) no início do Governo Médici, iniciando suas atividades em 1970.

Sobre o MOBRAL, Lima (1979, p. 331) diz que “[...] é a prossecução da campanha iniciada em 1947 por Lourenço Filho com o fito de eliminar do país esta velha e vergonhosa mancha cultural denominada ‘analfabetismo’ ”.

No entanto, constatam-se poucos avanços durante o período de vigência do MOBRAL, pois das quarenta milhões de pessoas que durante 15 (quinze) anos freqüentaram este movimento, apenas 10% foram alfabetizadas (PARANÁ/SEED, 2005, p.13).

Com a Lei 5.692/71 (LDB) é atribuído um capítulo para o ensino supletivo e o Parecer 699/72, do Conselho Nacional de Educação (CNE) regulamentou os cursos supletivos seriados e os exames com certificação, atualizando exames de madureza já existentes há longa data. Porém, não se denotou qualquer especificidade à população jovem e adulta neste processo de escolarização (DI PIERRO, JOIA e RIBEIRO, 2001, p. 62 – adaptado).

Salienta-se que o ensino supletivo foi apresentado, a princípio, como uma modalidade temporária, de suplência, para os que necessitavam comprovar escolaridade no trabalho e para os analfabetos. Porém, tornou-se uma forma de ensino permanente, necessária para atender uma demanda que veio aumentando a cada ano. Essa modalidade foi considerada como uma fonte de soluções, ajustando-se cada vez mais às mudanças da realidade escolar (PARANÁ/SEED, 2005, p.14).

Neste contexto, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) implanta, em 1974, os Centros de Educação Supletiva (CES), que são organizados de forma a atender alunos trabalhadores que não podem freqüentar a escola regularmente e que não tiveram oportunidade de fazê-lo na idade própria.

> Os centros atuariam mediante o ensino a distância com a utilização de blocos integrados de trabalho, baseados no princípio do ensino personalizado. Recomendava-se a adoção do estudo dirigido, da orientação individual ou em grupo, do rádio e da TV, da correspondência e da instrução programada, das séries metódicas e dos multimeios. O ensino seria desenvolvido através de módulos. Cada módulo compreenderia um fascículo, abrangendo os textos estudados pela “clientela”. As atividades dos centros não ficariam restritas ao fornecimento de material didático ou à realização dos exames supletivos: haveria permanentemente esforço de orientação e de avaliação do nível de adiantamento dos “clientes”. O tempo dedicado ao estudo de cada um dos módulos, o ritmo de freqüência aos Centros, a duração total de trabalhos nos cursos e sua respectivas cargas horárias seriam variáveis, dependendo, sobretudo, das características individuais da “clientela” (BEISIEGEL, 1997, aspas nossa).

Com a abertura democrática do país, na primeira metade dos anos 80, são postos no cenário nacional os debates em torno das grandes questões sociais, dentre elas, a educação pública, de qualidade e universalizada para todos.

A partir de 1985, o Governo Federal rompe com a política de educação de jovens e adultos do período militar extinguindo o MOBRAL e substituindo-o pela Fundação EDUCAR (Fundação Nacional para Educação de Jovens e Adultos). No início, a Fundação EDUCAR apoiou técnica e financeiramente algumas iniciativas de educação de jovens e adultos conduzidas por prefeituras municipais e instituições da sociedade civil (PARANÁ/SEED, 2005, p.14).

Em 1986, o Ministério da Educação organizou uma comissão de elaboração de Diretrizes Curriculares Político-Pedagógicas da Fundação EDUCAR, a qual reivindicou do Estado a oferta pública, gratuita e de qualidade do ensino de 1º Grau aos jovens e adultos, dotando-se de identidade própria (PARANÁ/SEED, 2005, p.15).

Nesse período, teve início o processo de descentralização dos recursos e do poder decisório até então concentrados no MEC em torno das políticas educacionais. Emergem, neste processo, duas organizações fundamentais: o Conselho de Secretários de Educação (CONSED) e a União dos Dirigentes Municipais da Educação (UNDIME). Estas organizações criaram vários Fóruns, todos com a finalidade de pôr em prática as diretrizes de uma política educacional que não saía do papel. Outrossim, vislumbra-se neste período, a emergência de ofertas de educação de jovens e adultos pelos próprios estados e municípios que passam a assumir, com seus orçamentos próprios, a demanda de alfabetização e escolarização deste público (PARANÁ/SEED, 2005, p.15).

Problemas sociais e péssima qualidade das escolas fundamentais continuam alimentando os altos índices de analfabetismo.

A busca da ampliação do atendimento à escolarização da população jovem e adulta pelos sistemas estaduais se vincula às conquistas legais referendadas pela Constituição Federal de 1988. Nesta Constituição, a EJA passa a ser reconhecida enquanto modalidade específica no conjunto das políticas educacionais brasileiras, estabelecendo-se o direito à educação gratuita para todos os indivíduos, inclusive aos que a ela não tiveram acesso na idade própria (PARANÁ/SEED, 2005, p.16).

Entretanto, quando se analisam os currículos dos programas de EJA, o que se constata é uma grande homogeneidade na reprodução dos conteúdos do ensino regular, sua organização nas disciplinas e seqüenciação. São poucas as experiências que inovam nesse sentido, experimentando novos eixos curriculares e novas formas de organizar os tempos e espaços de aprendizagem.

Vale mencionar que, com a extinção da Fundação EDUCAR no ano de 1990 – ano que a UNESCO institui como o Ano Internacional da Alfabetização – o Governo Federal omite-se do cenário de financiamento para a educação de jovens e adultos, ocorrendo a cessação dos programas de alfabetização até então existentes (PARANÁ/SEED, 2005, p.16).

Neste mesmo ano, realiza-se em Jomtien[4], Tailândia, a Conferência Mundial de Educação para Todos, explicitando a dramática realidade mundial de analfabetismo de pessoas jovens e adultas, bem como dos dramáticos índices do reduzido tempo de escolarização básica e da evasão escolar de crianças e adolescentes (PARANÁ/SEED, 2005, p.16 - adaptado). Na Declaração de Jomtien, elaborada nesta Conferência, a educação de adultos é incluída no conceito de educação básica e é recomendada aos países participantes a elaboração de um plano decenal de educação a ser realizado na década de 1990. Segundo Di Pierro, Joia e Ribeiro (2001, p. 68), "Esta declaração deu destaque à redução de taxas de analfabetismo, além da expansão dos serviços de educação básica e capacitação aos jovens e adultos, com avaliação sobre seus impactos sociais".

No ano de 1991 (Governo Collor), foi lançado o Plano Nacional de Alfabetização e Cidadania (PNAC), como uma primeira tentativa de priorização da alfabetização de adultos. Porém, ele acabou morrendo antes mesmo de seu nascimento, por falta de apoio político e financeiro, pois o Ministro da Educação, professor José Goldemberg e outras personalidades influentes declararam publicamente opor-se a que os governos investissem na educação de adultos (adaptado de BRZEZINSKI, 1997a, p.106).

Com o *impeachment* de Collor, assume o novo presidente, Itamar Franco e o Ministro da Educação, Murilo Hingel, que desencadeara o processo de elaboração do Plano Decenal de Educação para Todos (1993-2003), envolvendo setores governamentais, entidades e sindicatos de educação, tendo como meta o atendimento de 8,3 milhões de jovens e adultos (2,7 milhões de analfabetos e 4,6 milhões de subescolarizados) (BRASIL/MEC, 1994, p.1042).

---

[4] Adotamos a forma de escrita utilizada por Moacir Gadotti (1999).

A boa vontade em relação à EJA manteve-se por pouco tempo, uma vez que o próximo Presidente da República eleito, Fernando Henrique Cardoso (1995/98 e 1999/02)**,** ao adotar políticas neoliberais, colocou o Plano Decenal de lado e reduziu os recursos. A EJA passou a ser uma política à margem, desqualificando a educação de adultos por meio de uma sutil alteração no inciso do artigo 208 da Constituição, no qual o governo manteve a gratuidade da educação básica de jovens e adultos, mas suprimiu a obrigatoriedade de o poder público oferecê-la, restringindo o direito público subjetivo de acesso ao ensino fundamental apenas à escola regular (BRZEZINSKI, 1997a. p.109).

Parafraseando Lima (1979, p.35) mais uma vez “O ‘sistema’ educacional nunca foi destinado ao povo, ao longo de nossa história”. Assim, acreditamos que a conquista e a definição da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA) como política pública de acesso e continuidade à escolarização básica, ainda não se concretizou. Essa conquista vem sendo adquirida aos poucos e por pressões externas, em função de acordos que o Brasil assinou após a abertura democrática.

No ano de 1996 é promulgada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 9394/96, na qual a EJA passa a ser considerada uma modalidade da educação básica, de caráter permanente, nas etapas do ensino fundamental e médio (PARANÁ/SEED, 2005, p.17).

Esta LDB manteve ênfase nos exames ao rebaixar a idade mínima para o acesso a essa forma de certificação de 18 para 15 anos no Ensino Fundamental e de 21 para 18 no Ensino Médio (DI PIERRO, JOIA e RIBEIRO, 2001, p. 67).

Um elemento que vem complicar a construção de uma identidade pedagógica do ensino supletivo e de sua adequação às características específicas da população a que se destina é o processo notado em todas as regiões do país, de juvenilização da “clientela”, ou seja, a “clientela” dos cursos supletivos tornava-se crescentemente mais jovem e urbana, em função da dinâmica escolar brasileira (excludente) e das pressões oriundas do mundo do trabalho. Nesse sentido, mais do que uma “nova escola”, voltada a um novo público, antes não atendido pela escola básica insuficiente, a educação supletiva sinaliza um mecanismo de “aceleração de estudos” para adolescentes e jovens com baixo desempenho na escola regular, visando a correção do fluxo no sistema. Desta forma, há uma contribuição para confundir as estatísticas educacionais, mascarando os dados reais dos analfabetos funcionais[5] e causando a deslegitimação da EJA no conjunto das políticas educacionais (DI PIERRO, JOIA e RIBEIRO, 2001, p.64, aspas nossa).

As conhecidas deficiências do sistema escolar regular público são, sem dúvida, responsáveis por parte da demanda do público mais jovem sobre o programa de ensino supletivo. A entrada precoce no mercado de trabalho e o aumento das exigências de instrução e domínio de habilidades no mundo do trabalho também constituem fatores principais a direcionar os adolescentes e jovens para os cursos de suplência (DI PIERRO, JOIA e RIBEIRO, 2001, p.64-65).

Continuando a relatar o descaso político com a EJA, é importante ressaltar a aprovação da Emenda Constitucional número 14 (quatorze) que suprime a obrigatoriedade do poder público em oferecer o Ensino Fundamental para os que a ele não tiveram acesso na idade própria; suprime o compromisso de eliminar o

[5] Trata-se de pessoas que conseguem assinar o nome, mas não compreendem textos nem são capazes de executar simples cálculos matemáticos (BRASIL/ MEC/ SEF, 2002). Pelo critério do IBGE, são analfabetas funcionais as pessoas com menos de quatro anos de escolaridade (DI PIERRO, 2001, p.9).

analfabetismo no prazo de dez anos, bem como a vinculação dos percentuais de recursos financeiros estabelecidos em lei para este fim. Com esta Emenda, cria-se o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (FUNDEF), regulamentado pela Lei 9424/96, na qual é vetada a contabilização das matrículas de Ensino Fundamental nos cursos de Educação de Jovens e Adultos, para fins de repasse de recursos. Este veto inviabilizou a inclusão da demanda de EJA no financiamento da educação básica, evidenciando, mais uma vez, o descaso para o atendimento desta demanda (PARANÁ/SEED, 2005, p.17).

A segunda metade da década de 90 (noventa) apresentou um processo de articulação de diversos segmentos sociais, buscando debater e propor políticas públicas para a EJA em nível nacional. Provocados pelas discussões preparatórias e posteriores à V Conferência Internacional de Educação de Adultos (CONFINTEA), realizada em julho de 1997, em Hamburgo, Alemanha, estes vários segmentos iniciam sua articulação por meio da constituição de Fóruns Estaduais de EJA, num crescente e importante movimento cuja culminância vem ocorrendo em Encontros Nacionais de EJA (ENEJAS), desde o ano de 1999 (PARANÁ/SEED, 2005, p.18 - adaptado).

Dez anos após a assinatura da Declaração Mundial de Educação para todos, em Dacar, Senegal, um balanço das metas estabelecidas em Jomtien revelou que, na maioria dos países em desenvolvimento, a meta de educação básica fora reduzida à educação primária para todos que, proposta como piso mínimo, tornou-se teto máximo. Ao mesmo tempo, a promessa de educação para todos se reduziu à educação para todas as crianças e adolescentes, excluindo ou dando atenção marginal para a educação e aprendizagem de adultos (UNESCO, 2004, p.8).

Temos a “impressão” que, a partir desta constatação em Dacar (é bem provável que tenha havido uns “puxões de orelha”), o Brasil voltou um pouco mais o olhar para esta demanda que, de longa data, vem sofrendo abandono.

É neste contexto que foram aprovadas em 19/05/2000, as Diretrizes Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (DNEJA), pelo Governo Federal, elaboradas pelo Conselho Nacional de Educação, através da Câmara de Educação Básica (Parecer CEB nº 11/2000). Este “[...] documento ressalta a EJA como direito, deslocando a idéia de compensação e substituindo-a pelas de reparação e eqüidade” (PARANÁ/SEED, 2005, p.19).

Neste mesmo período, ressaltamos a inclusão da EJA no Plano Nacional de Educação (PNE), aprovado e sancionado em 09/01/2001, pelo Governo Federal. Este Plano, que vem em seu texto amenizar as incoerências e injustiças da Lei 9394/96, referenda a determinação constitucional que define como um dos objetivos do PNE, a integração das ações do poder público que conduzam à erradicação do analfabetismo (art. 214, I). O Plano compreende que da EJA devem fazer parte, no mínimo, a oferta gratuita pelos Estados (C.F. art.208 §1º) de uma formação equivalente às oito séries iniciais do ensino fundamental, estabelecendo, dentre as metas, alfabetizar 10 milhões de jovens e adultos, em cinco anos (já passados) e, até o final da década, superar os índices de analfabetismo.

Como vimos, no Brasil, existe um grande aparato de Leis em vigência que garantem o direito ao acesso e permanência à educação de qualidade para todos os cidadãos. No entanto, dados estatísticos oficiais (IBGE. Censos Demográficos e Contagem da População 1996. PNAD, 1997) demonstram que a grande maioria da população ainda não tem esse acesso. Estas pessoas acabam por serem excluídos do sistema educacional, ou se “formam”, com precariedade da leitura, da escrita e do cálculo, fato pelo qual lhes vale o “rótulo” de analfabetos funcionais. Trago, novamente, Haddad e Di Pierro, que comentam este tipo de exclusão:

> A ampliação da oferta de vagas não foi acompanhada de uma melhoria das condições de ensino, de modo que, hoje, temos mais escolas, mas sua qualidade é muito ruim. A má qualidade do ensino combina-se à situação de pobreza extrema em que vive uma parcela importante da população para produzir um contingente numeroso de crianças e adolescentes que passam pela escola sem lograr aprendizagens significativas e que, submetidas a experiências penosas de fracasso e repetência escolar, acabam por abandonar os estudos. Temos agora um novo tipo de exclusão educacional: antes as crianças não podiam freqüentar a escola por ausência de vagas, hoje ingressam na escola mas não aprendem e dela são excluídas antes de concluir os estudos com êxito (HADDAD e DI PIERRO, 2000b, p.126).

Assim, o desafio da expansão do atendimento na educação de jovens e adultos já não reside apenas na população que jamais foi à escola, mas se estende àquela que freqüentou os bancos escolares e, neles, não teve a aprendizagem para participar plenamente da vida econômica, política e cultural do país e seguir aprendendo ao longo da vida.

Conclui-se, com isso, que há uma dívida moral para com os jovens e adultos analfabetos ou pouco escolarizados. Como percebemos, a sociedade, representada pelo governo, tem pago muito pouco por essa dívida. Além disso, como há pouco investimento na educação e rendimento baixo, o problema do jovem analfabeto se perpetua. Há uma sucessão de problemas no país ocasionados pelo analfabetismo e pela pouca escolarização da população. Desta forma, cabe a nós também cobrarmos essa dívida.

Dados do INEP (Censo 2005) demonstram que o Brasil tinha 4.619.409 alunos matriculados em cursos presenciais e 996 mil matriculados em cursos semipresenciais na modalidade de ensino Educação de Jovens e Adultos (EJA). Se observarmos as avaliações realizadas com esses alunos (ENEM) ou as pesquisas realizadas com a população jovem e adulta (acima de 15 anos) que não está na escola, por exemplo, o Mapa do Analfabetismo (INEP) e Indicadores Sociais (IBGE) verificaremos que a escola tem feito ou fez pouca diferença para eles. Abrimos um parêntese para dizer que existem exceções, afinal, algumas escolas que trabalham com EJA, como a “Escola Municipal Milton Sales de Belo Horizonte” e as “Escolas Municipais de Florianópolis” (são as quais tive conhecimento mediante apresentação de trabalhos apresentados no EBRAPEM em Belo Horizonte, em setembro de 2006) se propõe a inovar e trabalhar com metodologias e currículo diferenciado e adequado à demanda. Parte dos alunos (que recebem seus “certificados”) saem da lista dos analfabetos e entram na lista dos analfabetos funcionais, que está se configurando a cada dia. Supomos que isto vem ocorrendo também em função da utilização de estratégias e metodologias de ensino equivocadas, do baixo nível de exigência e estímulo, inclusive de freqüência, e participação nas aulas.

1. 2 O analfabetismo matemático e suas conseqüências

Em todo o mundo, a modernização das sociedades, o desenvolvimento tecnológico, a ampliação da participação social e política apresentam demandas cada vez maiores com relação às habilidades de leitura e escrita. A questão não é mais apenas saber se as pessoas conseguem ou não ler e escrever, mas também o que elas são capazes de fazer com essas habilidades. Isso quer dizer que, além da preocupação com o analfabetismo[6], problema que ainda persiste nos países mais pobres e também no Brasil, emerge a preocupação com o alfabetismo, ou seja, com "as capacidades e usos efetivos da leitura e escrita nas diferentes esferas da vida social" (RIBEIRO, 2006, p.1). No meio educacional brasileiro, letramento[7] (embora ainda não dicionarizado) é o termo que vem sendo usado para designar esse conceito de alfabetismo, que corresponde ao *literacy*, do inglês, ou ao *littératie*, do francês, ou ainda ao *literacia*, em Portugal.

O Brasil tem obtido "avanços" numéricos significativos no combate ao analfabetismo, uma das "tragédias" nacionais que sempre estiveram enraizadas nas desigualdades e na exclusão social e se relacionam com o permanente desafio de se construir uma nação próspera e mais justa. Segundo as Sínteses dos Indicadores Sociais do IBGE, em 1970, o Brasil tinha uma taxa de 33,60% da população analfabeta e essa taxa, em 2004, cai para 11,4%. Hoje, são 16 milhões de pessoas com 15 anos ou mais que ainda não foram alfabetizadas.

No entanto, o problema atinge proporções maiores quando se fala no analfabetismo funcional, cujo conceito originou-se nos Estados Unidos e sua disseminação, em âmbito mundial, deveu-se basicamente à ação da UNESCO, que adotou o termo na

---

[6] Palavra utilizada no português corrente para designar a condição daqueles que não sabem ler e escrever (RIBEIRO, 1997, p.1).

[7] Ver Soares (2004) e/ou Kleiman (1995).

definição de alfabetização que propôs, em 1958, visando padronizar as estatísticas educacionais e influenciar as políticas educativas dos países-membros. Em 1992, dados revelavam uma taxa de 36,9% de analfabetos funcionais e, segundo dados recentes do IBGE, no site do MEC, o Brasil tem, atualmente, 33 milhões de analfabetos funcionais (cerca de 18% da população). Carvalho (2005, p.90-91) traz a definição de analfabeto funcional adotada pela pesquisadora Isabel Infante:

> [...] uma pessoa funcionalmente analfabeta é aquela que não pode participar de todas as atividades nas quais a alfabetização é requerida para uma atuação eficaz em seu grupo e comunidade, e que lhe permitem, também, continuar usando a leitura, a escrita e o cálculo a serviço de seu próprio desenvolvimento e do desenvolvimento da comunidade (INFANTE, 1994, p.7).

Conseqüentemente, considera-se que a alfabetização é funcional quando proporciona à pessoa a condição de utilizar a leitura e a escrita para fazer frente às demandas de seu contexto social e usar essas habilidades para continuar aprendendo e se desenvolvendo ao longo da vida (INAF, 2004, p.3). Em caso de não possuírem esta capacidade, as pessoas são consideradas analfabetas funcionais. Pelo critério do IBGE, adotado como forma “prática” de medir, são analfabetas funcionais as pessoas com menos de quatro anos de escolaridade. Entretanto, conforme Soares (1998, p.97), “[...] é preciso mencionar que nos chamados países avançados não são quatro, mas pelo menos oito anos de estudo o patamar tido como necessário para superar a condição de analfabetismo funcional”.

No caso do Brasil, tendo em vista que a Constituição estabelece oito anos de ensino como direito de todos os cidadãos e que só após esse período é possível obter uma certificação mínima, relativa à educação fundamental, este seria o número de anos de estudo mais apropriado para se estabelecer um indicador dessa natureza.

Di Pierro (2003, p.30) menciona dados importantes sobre o analfabetismo, os quais ressaltamos aqui:

> Mesmo tendo regredido, o analfabetismo continua a ser um fenômeno difundido por todas as faixas etárias. A escolaridade média dos jovens e adultos aumentou de 5,8 anos para 6,4 anos, mas permaneceu abaixo do mínimo obrigatório por lei. Além disso, pesquisas sobre o desempenho de jovens e adultos em tarefas cotidianas de leitura, escrita e cálculo revelam que os níveis de aprendizagem estão abaixo dos mínimos socialmente necessários para que as pessoas adultas possam manter e desenvolver as competências características do alfabetismo.

Conforme Fonseca (2004, pp.12-13),

> É com freqüência e relevância cada vez maiores que as habilidades matemática vêm sendo consideradas no estabelecimento de indicadores de alfabetismo funcional refletindo o alargamento, a diversificação e a crescente sofisticação das demandas de leitura e escrita a que o sujeito deve atender para ser considerado funcionalmente alfabetizado.

Com o mesmo sentido usado por Paulos (1994, p.1), referimo-nos ao analfabetismo matemático como "uma incapacidade de lidar confortavelmente com as noções fundamentais de números e de probabilidade [...]". Segundo Paulos (*op. cit.*, p.75), mesmo pessoas instruídas em outros assuntos, podem ser consideradas analfabetas matemáticas, devido ao "nível de instrução insuficiente, bloqueios psicológicos e equívocos românticos quanto à natureza da matemática".

Gomes (1998, p.22) identifica como suporte do analfabetismo matemático "a formação de hábitos que a escola desenvolve com tanta competência, ou seja, o emprego das fórmulas ensinadas pela escola e que são utilizadas por seus alunos e ex-alunos em qualquer circunstância, sem serem questionadas ou analisadas de acordo com a situação em que está sendo empregada [...]". Desta forma, conforme documento do INAF (2002, *apud* TOLEDO, 2004, p.96), podemos considerar como indivíduo dotado de alfabetismo matemático aquele "capaz de mobilizar os conhecimentos associados a quantificação, ordenação, orientação e suas relações, operações e representações, na realização de tarefas ou na resolução de situações problemas".

Na expectativa de “[...] fomentar o debate público e orientar a formulação, a implementação e a avaliação de políticas educacionais e propostas pedagógicas” (INAF, 2004, p.3), desde 2001, a Ação Educativa e o Instituto Paulo Montenegro vêm realizando pesquisas amostrais nacionais para medir os níveis de alfabetismo da população jovem e adulta brasileira, levando em conta não apenas a escolaridade, mas as habilidades demonstradas em um teste sobre a utilização da leitura, da escrita e das operações matemáticas. A primeira edição da pesquisa verificou, ainda em 2001, que 9% da população era analfabeta absoluta.

Em 2004, esta pesquisa (denominada 4º Indicador Nacional de Analfabetismo Funcional - INAF) abordou as habilidades matemáticas aplicadas ao cotidiano e revelou que “[...] 2% da população brasileira com idade entre 15 (quinze) e 64 (sessenta e quatro) anos encontram-se numa situação considerada de analfabetismo matemático”, ou seja, não demonstram dominar sequer habilidades matemáticas mais simples, como ler o preço de um produto, um anúncio ou anotar um número de telefone ditado por alguém; “29% apresentam habilidade matemática elementar”: lêem números de uso freqüente em contextos específicos (preços, horários, números de telefone, instrumentos de medida simples, calendários), mas encontram dificuldade em resolver problemas envolvendo cálculos, em identificar relações de proporcionalidade ou em compreender outras representações matemáticas como tabelas ou gráficos; “46% dos entrevistados já demonstram dominar completamente a leitura dos números naturais, independente da ordem de grandeza”, são capazes de ler e comparar números decimais que se referem a preços, contar dinheiro e “fazer” troco. Estes resultados também indicam que “[...] apenas 23% da população jovem e adulta brasileira é capaz de adotar e controlar uma estratégia na resolução de um problema que envolva a execução de uma série de operações. É ainda mais preocupante a revelação de que apenas nesse grupo encontram-se os sujeitos que demonstram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos" (INAF, 2004, p.8). Estes dados nos sugerem que a escola básica precisa se dedicar ao trabalho com essas representações como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la (INAF, 2004, p.19).

As conseqüências dessa situação são previsíveis. Como uma pessoa com lacunas na alfabetização pode sobreviver e crescer numa civilização em que a palavra escrita é uma das ferramentas mais importantes de comunicação? Do ponto de vista pessoal, o analfabetismo funcional (e, da mesma forma, o analfabetismo matemático) reduz a empregabilidade e as oportunidades de inclusão social, principalmente das camadas da base da pirâmide social. Sem qualificações básicas, como a capacidade de ler e entender os textos, o cidadão não conquista seus plenos direitos de cidadania.

Numa visão mais ampla, o analfabetismo funcional tem forte impacto na produtividade e na competitividade nacional. Ressalta-se que o problema não é exclusivo do País, embora a nossa realidade pareça ser mais dramática e, segundo Matias (2006, p.1), provoca perdas em torno de US$ 6 bilhões ao ano. Essas lacunas se traduzem, por exemplo, na dificuldade ou incapacidade da pessoa ler e entender um manual de instruções ou normas de qualidade e segurança para desenvolver bem seu trabalho, ou acompanhar cursos de treinamento que exijam leitura, escrita e cálculos. Mas também sobre saúde e educação, considerando que um adulto sem compreensão de escrita corre risco de vida ao não conseguir ler uma bula ou seguir uma prescrição médica corretamente.

Concordamos com Ribeiro quando fala sobre os compromissos necessários para um Brasil alfabetizado:

> É preciso também reconhecer que os resultados da escolarização em termos de aprendizagem ainda são muito insuficientes e que um eixo norteador para a melhoria pedagógica na educação básica deve ser o aprimoramento do trabalho sobre a leitura e a escrita. É preciso superar a visão de que esse é um problema apenas dos professores alfabetizadores e dos professores de Português. Grande parte das aprendizagens escolares depende da capacidade de processar informações escritas, verbais e numéricas, relacionando-as com imagens, gráficos etc. Todos os educadores precisam atuar de forma coordenada na promoção dessas habilidades, contando com referências claras quanto a estratégias e estágios de progressão desejáveis ao longo do processo, para que os avanços possam ser monitorados. Com apoio dos gestores, todos os professores devem agir sistemática e intensivamente no sentido de desenvolver nos alunos hábitos e procedimentos de leitura para estudo, lazer e informação, assim como proporcionar o acesso e a manipulação das fontes: bibliotecas com bons acervos de livros, revistas e jornais, computador e internet (RIBEIRO, 2006a, p.6).

Consideramos esse comentário de Ribeiro de extrema importância e, por isso, continuaremos nossa discussão sobre leitura e escrita na Seção III deste trabalho. No entanto, ficamos com uma indagação: será que a promoção do alfabetismo é tarefa só da escola? Ainda não temos argumentos suficientes para discutir essa indagação, mas Ribeiro (2006, p.6) afirma que não. Segundo ela,

> Os países que já conseguiram garantir o acesso universal à educação básica estão conscientes de que é necessário também que os jovens e adultos encontrem, depois da escolarização, oportunidades e estímulos para continuar aprendendo e desenvolvendo as suas habilidades.

Os programas de dinamização de bibliotecas e inclusão digital são fundamentais e devem ser levados a sério pelas políticas públicas. Para a população empregada, o próprio local de trabalho pode ser potencializado como espaço de aprendizagem e, nesse caso, os empresários têm uma participação importante nos compromissos a serem assumidos.

II A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Nesta seção, evidenciamos algumas contradições e distorções que vêm ocorrendo nesta modalidade de ensino em função de políticas públicas adotadas. Ressaltamos a importância de se estabelecer uma linguagem comum entre aluno e professor. Fizemos, também, uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos publicados no Brasil sobre o ensino de matemática, o ensino de problemas matemáticos e sua evolução histórica, na expectativa de esclarecer algumas confusões e crenças que pairam sobre esse modo de atividade de ensino.

2.1 Dificuldades dos alunos

Uma das dificuldades dos alunos jovens e adultos, que percebemos pela nossa atuação em sala de aula, ocorre em função de estarem incluídos não só jovens e adultos, mas também grande número de adolescentes que se encontram fora da faixa etária "adequada" à série no Ensino Regular. Estes adolescentes migram para o sistema EJA a fim de obter o nível de escolaridade almejado, de forma mais rápida e mais fácil. Com isso, a opção pela modalidade de EJA passa a ser vista como "educação de segunda oportunidade, destinada aos alunos 'mais fracos', defasados e menos privilegiados do ponto de vista social e educacional" (GOMES e CARNIELLI, 2003, p.50). As pessoas com idade mais avançada se sentem desestimulados e, geralmente, subestimados pelos adolescentes, que, na maioria das vezes, entendem as explicações mais rapidamente e não têm paciência para esperar o professor repetir as explicações aos adultos.

No aspecto cognitivo, muitas vezes, se concebe a idade adulta como uma fase de estabilidade e ausência de mudanças, o que vem revelar uma descrença em relação às capacidades de aprendizagem do adulto. Fonseca (2002, p.20) nos diz, com outras palavras, que os próprios alunos assumem o discurso da dificuldade, da quase impossibilidade de aprender, trazendo para si as causas do fracasso tanto nas suas características pessoais (aptidão, talento) quanto à sua idade e tempo "fora" da escola. Eles se sentem constrangidos diante das suas dificuldades relacionadas à aprendizagem da matemática e, como os professores (ou a maioria deles), não os encorajam a apresentar suas conjecturas e argumentações, permanecem em silêncio com suas dúvidas.

Fonseca ainda comenta que:

> Palácios (1995, p. 312) aponta para um redimensionamento das condições que determinam as possibilidades de aprendizagem e construção de conhecimentos na idade adulta, apoiando-se na posição de psicólogos evolutivos, cada vez mais convencidos de que o que determina o nível de competência cognitiva das pessoas mais velhas não é tanto a idade em si mesma quanto uma série de fatores de natureza diversa. Entre esses fatores, Palácios destaca o nível de saúde, o nível educativo e cultural, a experiência profissional e o tônus vital da pessoa (sua motivação, seu bem-estar psicológico...) (FONSECA, 2002. p.22).

Segundo Fonseca (*op. cit.*) é incorreto procurar na Psicologia causas para explicar as dificuldades de aprendizagem de alunos adultos. Isso, então, obriga-nos a uma reflexão mais cuidadosa sobre os fatores que determinam as condições de enfrentamento das demandas de natureza cognitiva desses sujeitos.

Acredita-se que o modo diferenciado de inserção no mundo do trabalho e das relações interpessoais propiciados por oportunidades de vivências e relações define modos também diferenciados de relação com o mundo escolar e de perspectivas, critérios e estratégias de produção de conhecimento.

Assim, os estudantes da EJA apresentam traços muito próprios da relação do aprendiz adulto. Sobre este assunto, Shoter (1990, *apud* FONSECA, 2002, p.26), nos diz que:

> Todo processo de construção de conhecimento, marcadamente o do adulto, aluno da EJA, é permeado por suas vivências, cuja lembrança é mobilizada em determinados momentos das interações de ensino-aprendizagem escolar, não porque se refiram a fatos de interesse exclusivamente pessoal, mas porque são justamente lembranças “que se encaixam no marco aportado por nossas instituições sociais – aquelas em que temos sido socializados – caso contrário, não se recordariam” (SHOTER, 1990, p.148).

No entanto, a maioria dos professores ainda não percebeu a importância ou não está “preparado” para realizar este trabalho aproveitando as vivências ou experiências dos adultos. É preciso contextualizar o conhecimento a ser comunicado, repensar a concepção de matemática como “Ciência da Quantidade” pois, como nos diz Ruiz (2002) “[...] em nossa cultura, a matemática é sempre pensada em sua dimensão restrita: fazer contas e medir. Impera, ainda, o espírito que teve o seu apogeu no Antigo Egito”.

São poucos os que compreendem a matemática como um “sistema vivo de idéias” (RUIZ e BELLINI, 2001), impregnado de relações com a linguagem materna. A maioria ainda acredita na transmissão de inertes fragmentos, passo-a-passo e, muitas vezes, sem pensamento, sujeitos a serem decorados e reproduzidos fielmente.

Enquanto “[...] há um mundo pulsando vida em nosso redor e há idéias matemáticas instigando e orientando nossas leituras” a matemática que ainda se “ensina” nas escolas (pela maioria dos professores) tem “preservado [...] fortes laços com idéias de fracasso escolar, de sacrifício, de punição”, impondo aos alunos uma obediência cega às definições, aos algoritmos, etc. (RUIZ e BELLINI, 2001, p. 12). Sobre esse assunto, Hans Freudenthal (*apud* GOMES, 1998, p.69), em 1981, já apontava que a “grande ênfase em algoritmos pode estar criando um grande número de pessoas com desenvolvimento abaixo de seu próprio potencial”.

Neste mesmo sentido, com outras palavras, Piaget (*apud* RUIZ e BELLINI, 2001, p.15), em 1980, já considerava a ênfase na quantificação e no cálculo como propiciadora de obstáculos para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos. Segundo Piaget, o insucesso escolar pode ser decorrente de passagens rápidas demais da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos) para a esquematização quantitativa ou matemática (equações já elaboradas) usadas habitualmente pelos físicos e matemáticos profissionais.

A comunicação na aula de Matemática, por sua vez, assume uma importância fundamental porque esta disciplina se utiliza de uma linguagem[8] própria, para comunicar idéias com precisão, clareza e economia. Como nos diz Menezes (2000b, p.11):

> A comunicação entre os alunos, tanto oral como escrita, constitui um aspecto que o professor deve incrementar, porque permite o desenvolvimento de capacidades, de atitudes e de conhecimentos. É por este motivo que os programas portugueses de Matemática do 2º Ciclo do Ensino Básico, nas orientações metodológicas gerais (Ministério da Educação, 1991, p. 16), enfatizam a importância da comunicação: 'Considerando a estreita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem, há que promover actividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os seus raciocínios, explicando, discutindo, confrontando processos e resultados'.

É primordial ressaltar a importância de se estabelecer uma linguagem comum entre aluno e professor. O professor deve esclarecer os termos "técnicos" que utiliza na sua aula a fim de contemplar o rigor da matemática e, ao mesmo tempo, proporcionar a construção do conhecimento. Assim, consideramos a comunicação (escrita, oral e também simbólica) uma das partes fundamentais do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

---

[8] Linguagem é entendida, aqui, como recurso à função semiótica, recobrindo desde a utilização de signos linguisticos orais ou escritos até o apelo a suportes simbólicos de forma geral (LESSA e FALCÃO, 2005, p. 1).

Neste contexto, o professor, como principal responsável pela organização do discurso da aula, desempenha um papel fundamental apresentando questões, proporcionando situações que favoreçam a ligação da Matemática à realidade, estimulando a discussão e a partilha de idéias.

Como sublinha Stubbs (1987), a linguagem é uma realidade central e dominante nas escolas e nas aulas. A importância do estudo do discurso da aula de Matemática advém do relevo que a linguagem assume na interação comunicativa, aspecto que também é reconhecido nas Normas Profissionais para o Ensino da Matemática, do NCTM (1994). Segundo este mesmo documento, o interesse do estudo das práticas discursivas do professor assenta nesta justificativa: "o discurso na aula de Matemática reflete o que significa saber Matemática, o que torna algo verdadeiro ou razoável e o que implica fazer Matemática; é portanto de importância central quer a respeito do que os alunos aprendem acerca de Matemática, quer a respeito de como aprendem" (NCTM, 1994, p. 57 *apud* Menezes, 2000b).

Outra questão para debater neste tema é a formação dos professores que atuam na escola em geral. Esta formação vem ocorrendo de maneira deficiente, principalmente em se tratando de metodologias adequadas ao ensino de jovens e adultos. Na maioria das vezes, os conceitos e algoritmos não são compreendidos pelos alunos porque o próprio professor não tem clareza e segurança para o seu ensino. Os professores habitualmente utilizam livros didáticos (e apenas eles) com uma linguagem complexa e imprecisa, o que compromete o entendimento pelo aluno, que não aprende e permanece calado, pois acredita que a dificuldade é devido à sua idade avançada e ao longo tempo que permaneceu “fora da escola”.

Como nos diz Lopes (2005), o livro didático “é um material tão polêmico nos dias de hoje, combatido por uns e valorizado por outros[...]”. Não queremos aprofundar nesta discussão, mas somos adeptos do pensamento que:

> [...] por si só o livro não se presta para obtenção de uma aprendizagem que possa ser considerada eficaz: a ação do professor perante esse instrumento é fundamental. Um bom livro, nas mãos de um professor despreparado, pode produzir péssimos resultados, assim como um livro de baixa qualidade, conduzido pelas mãos de um professor competente, mediante conjecturas sobre o conteúdo apresentado e sobre o contexto focado, pode resultar numa aprendizagem significativa, crítica, criativa, participativa. [...] Tem acontecido que, pela formação deficitária do professor, pelas condições precárias de trabalho e ainda pela falta de uma boa política de formação continuada, o livro didático torna-se a solução, decidindo o conteúdo a ser trabalhado, formulando os exercícios e problemas a serem resolvidos [...] (LOPES, 2005, p.36).

Larrosa (a*pud* JARAMILO, FREITAS e NACARATO, 2005, p.169), também se referindo aos livros didáticos nos diz que “Os livros devem ativar a vida espiritual, mas não conformá-la, devem dar a pensar, mas não transmitir o que já está pensado, devem ser um ponto de partida e nunca uma meta”.

Infelizmente, os livros de matemática também não privilegiam o aspecto da transposição lingüística da matemática para a matemática escolar. Parece que os autores simplesmente pegam os conteúdos da matemática e põe nos livros, o que é um grande equívoco, proporcionando à comunidade escolar a certeza de que a escola deve formar matemáticos. Esta discussão é bastante pertinente ao nosso estudo e será abordada no próximo subitem.

Concordamos com Gadotti quando menciona:

> É preciso respeitar o aluno através de uma metodologia apropriada, uma metodologia que resgate a importância da sua biografia. [...] Os jovens e adultos alfabetizandos já foram desrespeitados uma vez quando tiveram seu direito à educação negado. Não podem agora, ao retomar sua instrução, serem humilhados mais uma vez por uma metodologia que lhes nega o direito de afirmação de sua identidade, de seu saber, de sua cultura (GADOTTI, 2003, p.3).

Neste sentido, acreditamos que os Cursos de Licenciatura em Matemática devem considerar as especificidades dos estudantes da educação de jovens e adultos, dando melhor formação aos graduandos, pois é uma humilhação para um adulto ter que estudar como se fosse uma criança, renunciando a tudo o que a vida lhe ensinou.

2.2 Conhecimento matemático e conhecimento matemático escolar

Uma outra questão conveniente para discutirmos neste trabalho é: Vamos "formar" matemáticos na escola?

Existe uma confusão sobre este aspecto, pois muitos professores e alunos têm a convicção de que a matemática escolar é a mesma matemática do matemático. Isso não é verdade. Na escola, vamos "formar" pessoas que vão usar matemática na vida e depois, se gostarem e quiserem, podem seguir fazendo matemática.

Segundo Duval[9]:

> [...] o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2003, p. 11).

Ainda de acordo com Duval (*op. cit*., p.11), para compreender as dificuldades muitas vezes insuperáveis que muitos alunos têm na compreensão da matemática, é necessário uma abordagem cognitiva; não podemos nos restringir ao campo matemático ou à sua história. Para Duval, "a originalidade da abordagem cognitiva está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade de processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino".

---

[9] Raymond Duval – francês, filósofo e psicólogo de formação. Sua teoria dos registros de representação Semiótica foi difundida no Brasil a partir da década de 90 (COLOMBO, CASAGRANDE e COSTA, 2006, p.1).

Observa-se, conforme Gómez-Granell (2002, p.28-29) que:

> [...] o conhecimento matemático que se ministra nas salas de aulas é apresentado de forma tão estereotipada, formalizada e distante do significado e das condições de produção e aplicação desse conhecimento matemático, que dificilmente alunos e alunas podem adquirir o verdadeiro *sentido matemático*. [...] seria melhor redefinir o verdadeiro sentido e objetivos do conhecimento matemático a ensinar na escola, que difere tanto do conhecimento matemático cotidiano como do científico.

Gómez-Granell (*op. cit.,* p.29) ainda comenta da dificuldade apresentada pelos alunos quanto ao domínio da linguagem matemática, especificamente da álgebra (por exemplo, x.x = 2x), dizendo que “a explicação mais generalizada é que essa dificuldade se deve ao fato de que tradicionalmente o ensino da matemática teve um caráter mais sintático que semântico, mais baseado na aplicação de regras que na compreensão do significados”.

Compreende-se, desta forma, que aprender matemática é aprender uma forma de discurso que, ainda que tenha estreita relação com a atividade conceitual, mantém sua própria especificidade como discurso lingüístico (*op. cit.,* p. 34).

No entanto, é preciso lembrar que os princípios que regem a matemática escolar não provêm apenas da matemática, caso contrário o que se ensina na disciplina de matemática e a matemática, enquanto campo de produção de conhecimento coincidiriam. Isso não acontece e, segundo Bernstein (90; 96, *apud* FERNANDES e MATOS, 2005, p. 2), “o que se ensina na escola é um discurso pedagógico sobre a matemática”.

De fato, as finalidades do ensino da matemática devem ser formuladas no quadro do reconhecimento de que o discurso da matemática escolar tem características próprias e que não é possível trazer às práticas escolares o mesmo tipo de objetivos que se pode reconhecer nas práticas profissionais em matemática.

Paulos (1994, p.76), criticando a exagerada ênfase no fazer “continhas”, insinua que, na escola primária, deveria haver aulas dedicadas a decidir qual é a operação, ou sucessão de operações, para resolver um problema dado, a estimar grandezas.

Desta forma, como vem sendo encaminhada a educação matemática, pode-se dizer, amparados em Paulos, que “[...] há uma relação óbvia entre o analfabetismo em matemática e o ensino deficiente de matemática recebido por tantas pessoas” (*op. cit*., p. 83).

Conforme nos diz D’Ambrósio (1986 *apud* GOMES, 1998, p. 34), faz-se necessário que a escola mude

> [...] completamente a ênfase do conteúdo e da quantidade de conhecimentos que a criança adquira, para uma ênfase na metodologia que desenvolva atitudes, que desenvolva capacidade de matematizar situações reais, que desenvolva capacidade de criar teorias adequadas para as situações diversas e na metodologia que permita o recolhimento de informações onde ela esteja, metodologia que permita identificar o tipo de informação adequada para uma certa situação e condição para que sejam encontrados, em qualquer nível, os conteúdos e métodos adequados.

Piaget (1980, *apud* GOMES, 1998, p.37), já dizia que não existem maus alunos, “o tipo de ensino oferecido é que conduz à crença de que existem aprendizes ruins em matemática [...]”. Segundo ele, os considerados maus alunos, são aqueles que não se adaptam ao tipo de ensino ao qual são submetidos.

Na perspectiva Piagetiana, conforme Ruiz e Bellini (2001, p.90), “[...] aprender matemática é adquirir ferramentas cognitivas para matematizar situações pertencentes a um mundo em construção”.

Não se quer aqui, de forma alguma, desconsiderar a importância da matemática do matemático (pura), pois sabemos que muitas teorias surgiram, e continuam a surgir, a partir dos problemas internos à própria ciência, como, por exemplo, os números complexos.

No entanto, conforme Gomes nos expõe:

> [...] faz-se necessário que a Educação Matemática não seja interpretada como sinônimo de ensino de matemática, mas como uma área de conhecimentos, em que educador e educando se apresentam numa relação de cumplicidade, de parceria, de troca; entendida como uma forma de pensamento, como uma “ferramenta” cognitiva, como instrumento para a leitura do mundo e que, muitas vezes, depende de outras áreas de conhecimento; que o processo de aquisição de conhecimentos não implicasse numa relação de dominação, mas numa busca constante de novos desafios, com base na pesquisa, na reconstrução e, principalmente, na compreensão (GOMES, 1998, p.31).

Enfim, é primordial que a matemática não seja vista como uma ciência puramente abstrata, exata, mas como uma área de conhecimento voltada para grandes objetivos.

2.2.1 Matemática concreta e matemática abstrata?

Essa é uma indagação que requer esclarecimentos, pois a maioria dos professores acredita existir duas dimensões da matemática: a abstrata e a concreta. Maia (2000, p. 18), após estudo, chegou à conclusão que “a expressão matemática concreta é ela própria uma dimensão da representação, ou seja, um conhecimento de senso comum [...]”. Esta autora ainda complementa dizendo que, “O que há de concreto não é a matemática, mas as situações nas quais o homem pode e deve atuar tendo por domínio este instrumento de medição cultural que é a matemática”.

No que diz respeito ao conhecimento matemático, Ferreiro (1999, *apud* MAIA, 2000, p.1) nos diz que “Piaget acredita que este não procede da abstração das propriedades do objeto, mas sim, das propriedades que a ação do sujeito introduz aos objetos”. Piaget diferencia dois tipos de abstração: a empírica e a reflexiva. Para ele, a abstração empírica corresponde à atividade mental capaz de abstrair as propriedades dos objetos. Dessa forma, este tipo de abstração necessita da realidade concreta para ser desencadeada, ela corresponde ao pensamento operatório concreto. A abstração reflexiva, própria ao estágio das operações formais, não tem mais como suporte o mundo das coisas e, sim, o mundo das idéias e das relações (MAIA, 2000, p. 12).

Nesta medida, o conhecimento de senso comum que almeja a presença na escola da dimensão concreta da matemática, precisa ser questionado, não no sentido de eliminar o sentido desta disciplina ou sua utilidade, mas de entender que a matemática é, em sua essência, uma disciplina da razão e, como tal, uma produção humana. Aprender matemática não é apenas resolver problemas da vida cotidiana, é também, mas para que a escola cumpra o seu papel social ela deve promover o pleno desenvolvimento do Homem, e uma das especificidades da espécie é a possibilidade de refletir sobre fatos nunca vividos (MAIA, 2000, p. 19).

2.3 Educação matemática e problemas matemáticos

Problemas existem nos textos de matemática desde a Antigüidade (3000 a. C.), embora a consideração do que vem a ser problemas não seja a mesma nas diferentes épocas.

Segundo Bacquet (2001, p.24), “Existem manuais de problemas muito antigos destinados aos adultos. Mas os problemas para as jovens crianças são, na realidade, uma invenção recente [...]. Foi a partir de 1860, que as obras comportando problemas floresceram [...] ‘coincidindo’ com a expansão da ideologia educadora do Século XIX”.

Os manuais do final do Século XIX testemunham sérias tentativas de representar uma suposta realidade familiar às crianças. Surgem problemas didáticos, como motivação de conhecimento, nos quais os aspectos lúdicos e de desafio são substituídos por textos reveladores da sociedade do momento, os quais são também frequentemente a oportunidade de propagar algumas boas regras de educação moral (por exemplo, o alcoolismo como um flagelo social), questões econômicas, entre outras (BACQUET, *op. cit*., p.25).

No início do Século XX, “o ensino de matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básico era considerado muito importante” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2005, p.214). Neste período, havia a concepção de que seria repetindo, decorando, que o aluno aprenderia. Portanto, o professor falava, o aluno recebia as informações passivamente, escrevia, memorizava e reproduzia igualmente nas provas. Será que essa prática ainda existe hoje em nossas escolas?

Nas décadas de 60 e 70, o ensino de matemática no Brasil e em outros países do mundo foi influenciado pelo movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna.

A Matemática Moderna não conseguiu resolver os problemas do ensino dessa disciplina. Ao contrário, segundo vários estudiosos, os problemas agravaram-se, devido ao enfoque centrado apenas na questão da linguagem matemática e em sua formalização. No início dos anos 70, pesadas críticas foram feitas ao movimento, influenciadas em parte por professores franceses, que começavam, já nessa época, a criar os Institutos de Pesquisa em Ensino de Matemática - IREM. (http://www.sbem.com.br/index.php?op=Atividades). Piaget (2003, p.53) também comenta que, “[...] a matemática moderna coloca tônica mais na teoria dos conjuntos e nos isomorfismos estruturais do que nas compartimentações tradicionais, surgindo, pois, um movimento que visava introduzir tais noções o mais cedo possível no ensino".

Após a 2ª Guerra Mundial cresceu o número de pesquisas sobre a cognição humana; a psicologia cognitiva, desde então, procura entender os mecanismos básicos do pensamento humano. Com isso, o estudo de resolução de problemas ganhou novo impulso, gerando uma onda de discussões e pesquisas que, ainda hoje, estão presentes na educação matemática. Livros com problemas apareceram em todas as civilizações, ao longo da história até nossos dias. "É interessante observar que problemas iguais aparecem em civilizações diferentes e em períodos diferentes" (LAGARTO, 2005).

A discussão sobre o papel da resolução de problemas na Educação Matemática tem seu grande marco na década de 40, a partir do livro *How to solve it* de Polya (1945), porém apenas nas décadas de 70/80 o tema veio a se firmar como objeto de estudo (MOURA, 2005, p.4). Assim, percebemos o quanto é recente a importância dada ao assunto.

Segundo Coelho:

> Polya foi um dos matemáticos que mais se destacou com seus trabalhos ao conceptualizar Matemática como Resolução de Problemas, colocando-a como foco principal da instrução matemática. Ele concebe a matemática não como uma disciplina formal, mas enfatiza a sua dependência com a intuição, a imaginação e a descoberta, defendendo que deve-se imaginar a idéia da prova de um teorema antes de prová-lo. Pode-se dessa maneira perceber que muitas vezes erramos e temos que descobrir outras saídas, o que acaba contribuindo para melhorar nossa capacidade de imaginar soluções (COELHO, 2005, p.3).

Nos anos 80, nos Estados Unidos, o NCTM[10] – *National Council of Teacher of Mathematics* (Conselho Nacional de professores de Matemática), elaborou um conjunto de recomendações para o progresso da matemática nas escolas. Nesta

[10] Organização sem fins lucrativos, com aproximadamente 125.000 membros; muito respeitada.

época, muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos visando o trabalho de sala de aula (coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas).

A partir do fim da década de 80, o NCTM publicou várias obras no sentido de buscar uma nova reforma para a educação Matemática, entre eles *Assessment Standards for School Mathematics* (1995) e *Principles and Standards for School Mathematics* (2000), esta última conhecida como Standards 2000 (na qual apresenta uma proposta para saber o que deveria ser considerado importante na Educação Matemática).

No Brasil, incorporando "as mais recentes pesquisas e avanços em Educação Matemática" (PIETROPAOLO, 1999, p.3) de vários países, foram elaborados os PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais (1997- 1º e 2º ciclos, 98 – Ensino Fundamental e 99- Ensino Médio), que discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula. A proposta dos PCNs é fundamentada nos seguintes Princípios, conforme Allevato e Onuchic (2003, p. 6-7):

> 1º) A situação problema é o ponto de partida e não a definição.
>
> 2º) Os problemas deixam de ser uma aplicação mecânica de uma fórmula no processo operatório (como nos exercícios dos livros didáticos e outros). O aluno é levado a interpretar o enunciado.
>
> 3º) A construção de conceitos adquire sentido nos problemas.
>
> 4º) A resolução de problemas deixa de ser uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem. Ela é uma orientação para a aprendizagem.

No entanto, pelo nosso contato com colegas professores, observamos que desde 1998 os PCNs foram propostos e são poucos professores que compreenderam as suas recomendações; muitos nem tiveram interesse de o ler.

2.3.1 O que é um problema matemático?

Expomos, de início, a definição de Silveira:

> Um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-la, e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado. O fundamental é que o resolvedor tenha de inventar estratégias e criar idéias[...] (SILVEIRA, 2001, p.1).

Dante (1994, p.10), diz que problema matemático “é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”. O termo “problema” no ensino da matemática é usado de formas distintas por diferentes pessoas e representa diversas situações, o que causa alguns equívocos. Sendo assim, convém diferenciarmos os termos: Exercício e Problema Matemático.

Problema (matemático) é questão (matemática) que alguém deseja resolver, mas não apresenta um algoritmo imediato para encontrar a solução (LESTER, *apud* SZTAJN, 1997, p.3); necessita de meios intelectuais para resolvê-lo (CARVALHO, 1994 *apud* MOREIRA, 2005, p.2), ou seja, é obrigada refletir, explorar a situação, hesitar, fazer tentativas frustradas, fazer opções corretas até, eventualmente, ser bem sucedida ou desistir (SZTAJN, 1997, p.3); precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta.

Exercício é um tipo de tarefa na qual o aluno não precisa tomar nenhuma decisão sobre os procedimentos que deve usar para chegar à solução (ECHEVERRÍA, 1998, p.48); sua resolução é imediata e baseia-se no uso de habilidades ou técnicas automatizadas.

No entanto, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interessa pela situação, quer porque apresente mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício (ECHEVERRÍA e POZO, 1998, p.16).

Como é possível perceber, os autores citados não compartilham da mesma definição para problemas matemáticos, existem nuances entre elas. Nesse trabalho, nos identificamos com a definição de Silveira, tendo em vista que as questões propostas aos entrevistados são problemas que requerem reflexão e mobilização de procedimentos (estratégias) para resolvê-los. No entanto, a escola costuma trabalhar com um único tipo de problema, o que tem solução, e isso é uma visão muito acanhada do que é ser problema, porque um problema pode ter uma solução, várias, nenhuma ou infinitas soluções. Estes problemas, com solução única, são os que constam dos livros que, em geral, não privilegiam o pensar e o professor os utiliza sem fazer uma análise crítica.

III LINGUAGEM E PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Nesta seção, trazemos idéias de alguns autores sobre a relação existente entre leitura, escrita e compreensão de problemas matemáticos; ressaltamos a importância do trabalho com gêneros textuais específicos, necessários para possibilitar maior familiaridade com o gênero textual “problemas de matemática”, trabalho que só o professor de matemática pode fazer satisfatoriamente. Trazemos, também, algumas considerações sobre a teoria de Duval, referente aos Registros de Representação Semiótica, pois acreditamos que possa ajudar em nossas análises.

3.1 Leitura, escrita e compreensão dos enunciados de problemas matemáticos

Ensinar a ler e a escrever são tarefas da escola, desafios indispensáveis para todas as áreas/disciplinas escolares, uma vez que ler e escrever são os meios básicos para o desenvolvimento da capacidade de aprender e constituem competências para a formação do estudante.

Numa primeira instância, ler e escrever é alfabetizar, levar o aluno ao domínio do código escrito. E é sempre bom levar em conta o que nos dizem as atuais pesquisas sobre o processo de alfabetização. Ao alfabetizar-se, o aluno não está apenas transpondo a língua que já fala para um outro código, mas está aprendendo uma outra língua, a língua escrita, isto porque a língua que falamos não é a mesma que escrevemos, havendo, assim, aprendizagens específicas que devem ser consideradas por nós, professores (Equipe do Núcleo de Integração Universidade Escola da Pró-Reitoria de Extensão da UFRGS - NIUE/UFRGS, 2002, p.2).

Neste contexto, trabalhar redação e leitura é tarefa de todos os professores, não só dos que lecionam Língua Portuguesa, pois a capacidade de entender e produzir textos são fundamentais em qualquer disciplina, desde Português até Matemática. No entanto, sabemos que o que é tarefa de todos costuma ser de ninguém. Por isso, é necessário que os papéis de cada educador nessa tarefa sejam bem explicitados.

Um tipo de texto que pode ser considerado nas aulas de matemática é o texto de problemas. É freqüente os professores acreditarem que as dificuldades apresentadas por seus alunos em ler e interpretar um problema ou exercício de matemática, estejam associados a pouca competência que eles têm para leitura da língua materna.

Embora tais afirmações estejam em parte corretas, pois ler é um dos caminhos para ampliarmos nossa aprendizagem em qualquer área do conhecimento, da mesma forma que Smole e Diniz, consideramos que

> A dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas estão, entre outras coisas, ligadas à ausência de um trabalho pedagógico específico com o texto de problema, nas aulas de matemática. O estilo nos quais geralmente os problemas de matemática são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da matemática e que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e, mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela, podem se constituir em obstáculos para que a compreensão ocorra (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 72).

Podemos, neste momento, lembrar Bakhtin (1992, p.280), que nos diz, com outras palavras, que para cada esfera da atividade humana, ou para cada esfera da comunicação verbal, são gerados tipos de enunciados relativamente estáveis no que diz respeito ao tema, à composição e ao estilo. Estes tipos de enunciados foram denominadas por ele *gêneros de discurso.* Sendo assim, Bakhtin (*op. cit.*) considera todos os enunciados orais ou escritos, que atendam à um propósito comunicativo, um gênero de discurso.

Baseados nas idéias de Bakhtin, podemos dizer que uma das razões que podem justificar as dificuldades de compreensão dos textos dos problemas pelos alunos é a falta de domínio de um gênero -e de seu contexto de circulação- por não terem tido muito contato com ele ou, mesmo, por desconhecê-lo.

Bakhtin nos esclarece este assunto na seguinte citação:

> Muitas pessoas que dominam muito bem a língua se sentem, entretanto, totalmente desamparadas em algumas esferas de comunicação, precisamente porque não dominam os gêneros criados por essas esferas. Não raro, uma pessoa que domina perfeitamente o discurso de diferentes esferas da comunicação cultural, que sabe dar uma conferência, levar a termo uma discussão científica, que se expressa excelentemente em relação a questões públicas, fica, não obstante, calada ou participa de uma maneira muito inadequada numa conversa trivial de bar. Nesse caso, não se trata da pobreza de vocabulário nem de um estilo abstrato; simplesmente trata-se de uma inabilidade para dominar o gênero da conversação mundana, que provém da ausência de noções sobre a totalidade do enunciado, que ajudem a planejar seu discurso em determinar forma composicionais e estilísticas (gêneros) rápida e fluentemente; uma pessoa assim não sabe intervir a tempo, não sabe começar e terminar corretamente (apesar desses gêneros serem muito simples) (BAKHTIN, 1992 *apud* BRÄKLING, 2006, p.1).

Assim, se não tivermos acesso a determinados gêneros e sua aprendizagem for fundamental para a nossa formação, precisamos aprendê-lo. E é aqui que entra a escola: “ela precisa assumir a tarefa de ensinar a seus alunos as características dos gêneros mais complexos, que não são aprendidos espontaneamente nas situações do cotidiano” (BRÄKLING, *op. cit.*, p.1).

Em se tratando especificamente da disciplina de matemática, a atividade com texto envolve a relação entre duas linguagens diferentes - as palavras e os símbolos matemáticos. Só o professor da área pode trabalhar satisfatoriamente a combinação das linguagens presente na resolução de problemas, pois (essas linguagens) apresentam certas especificidades que demandam estratégias de leituras específicas.

No entanto, os professores de matemática precisam de muito estudo nessa área, pois na sua formação, dificilmente são tratadas essas questões. Sendo assim, como nos diz Fonseca e Cardoso:

> Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de estratégias de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da atividade matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instrução de propriedades, teoremas [...] demandam e merecem investigação e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 64-65).

De fato, nas aulas de matemática, privilegia-se muito mais explicações orais, os macetes, as receitas, deixando a desejar as práticas de leitura de textos de matemática, de descrições ou explicações escritas de procedimentos (FONSECA e CARDOSO, *op.cit.*, p.66-adaptado), acarretando à maioria dos alunos bloqueios na compreensão da matemática em algum ponto do seu processo escolar.

Fonseca ainda nos chama a atenção para a existência de diversos outros tipos de textos matemáticos (além do texto do problema), em que não predomina a linguagem verbal. Segundo ela, “são textos com poucas palavras, que recorrem a sinais não só com sintaxe própria, mas com uma diagramação também diferenciada. Para a realização de uma atividade de leitura típica de aulas de Matemática, é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do texto pode ser escrito” (FONSECA e CARDOSO, 2005, p. 65).

Duval (2003, p. 29) parece concordar com Fonseca e Cardoso a respeito da diversidade de registros de representações semióticas[11] existentes, enfatizando que “a compreensão do conhecimento matemático requer a coordenação destes

[11] Semiótica é a ciência dos signos e da semiose, ou seja, do processo de significação na natureza e na cultura (SPINOLA, 2006, p.2). Registro de representação semiótica é um sistema se signos que tem por objetivo não somente a comunicação mas também o tratamento da informação e a objetivação (DUVAL, 1995 *apud* MARIANI e SILVA, 2004, p. 4). Exemplos de representações semióticas: sistema de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e linguagem natural (DUVAL, 2003, p. 14).

diferentes registros”. Na perspectiva deste autor, “uma análise do conhecimento matemático é, essencialmente, uma análise do sistema de produção das representações semióticas referentes a esse conhecimento” (DUVAL, *op, cit*., p.8).

Recorremos ainda a outra citação de Duval (1993) utilizada por Mariani e Silva (2004, p. 3), na qual expõe que “a aquisição do conhecimento matemático está ligada a organização das situações de aprendizagem. E, estas situações precisam levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, pois o conhecimento matemático só pode ser mobilizado na medida em que utilizamos das representações”.

Esta teoria de Duval é bastante profunda e pensamos requerer um pouco mais de atenção neste trabalho, por isso, faremos, no próximo item, algumas considerações mais pontuais sobre o assunto. No entanto, não é nossa intenção abordar todo o estudo do autor sobre o tema.

3.2 Registros de representação semiótica

De acordo com Duval, o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio de registros de representação semiótica, pois esses objetos matemáticos não são perceptíveis fisicamente (SILVA e BAROLLI, 2006, p. 1). Ele classifica os registros semióticos em discursivos e não discursivos, cada um dividindo-se em duas categorias: multifuncionais e monofuncionais. O quadro seguinte apresenta a classificação dos diferentes registros mobilizáveis numa atividade matemática.

QUADRO 1 - CLASSIFICAÇÃO DOS DIFERENTES REGISTROS MOBILIZÁVEIS NO FUNCIONAMENTO MATEMÁTICO (FAZER MATEMÁTICO, ATIVIDADE MATEMÁTICA)

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua Natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças... • dedução válida a partir de definição ou de teoremas	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1,2 ou 3) • apreensão operatória e não somente perceptiva • construção com instrumentos
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionaria...) • algébricas • simbólicas (línguas formais) Cálculo	Gráficos cartesianos • mudanças de sistema de coordenadas • Interpolação, extrapolação

Fonte: DUVAL, 2003, p. 14.

Segundo Duval (2003, p.14) “[...] a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação, ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Para ele, é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática.

Para analisar o foco das dificuldades na aprendizagem, Duval (*op. cit.*) propõe considerar as *transformações* entre os registros de representação, prioritariamente a *conversão* e o *tratamento*. Segundo ele, tratamento é a transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica, permanecendo o mesmo sistema. Por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita de representação dos números. Conversão é a transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos. Por exemplo, passar a escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.

Vários textos (entre eles o de SILVA e BAROLLI, 2006, p.6) enfatizam que no ensino, de forma geral, não é dada a importância devida às conversões, e os tratamentos são escolhidos segundo a forma que mais convém, ou seja, uma forma que seja mais facilmente compreendida pelos estudantes. Um dos equívocos que Duval pontua é o de que geralmente considerava-se converter a representação de um objeto de um registro a outro, uma operação simples e local. No entanto, na realidade, "a passagem de um enunciado em língua natural a uma representação em um outro registro toca um conjunto complexo de operações para designar os objetos" (*op. cit.*, p.18).

Do ponto de vista cognitivo, para Duval (*op. cit.,* p.16), "é a atividade de conversão que [...] conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão". Assim, segundo ele, "a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isto porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação".

Para ele, "o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas" (DUVAL, *op. cit*., p.21). Um dos fenômenos que Duval observa a respeito de qualquer operação de conversão são as variações de congruência e de não-congruência.

Para melhor compreendermos este fenômeno utilizaremos, como exemplificação, as considerações de Damm (2003, p. 42), quando nos fala da resolução de problemas aditivos. Segundo ela, "um problema aditivo é estritamente congruente quando, de um lado, existe a correspondência[12] e, de outro, não exige a inversão[13] e não existe a presença de verbos antônimos[14] nos enunciados" (notas acrescidas por nós).

Outrossim, estes três fatores não têm o mesmo peso. A inversão se revela mais forte que a não-correspondência. Uma vez que a resolução do problema exija a inversão e os verbos que fornecem a informação numérica e exprimem uma transformação forem antônimos, as passagens a serem efetuadas podem ser não-congruentes (DAMM, 2003, p. 42). Em outras palavras, quando a representação final (resolução) transparece ou se torna clara na representação de partida (enunciado) e a conversão está próxima de uma simples codificação, dizemos que ocorreu uma *congruência* na conversão de registro. Quando a conversão de registro não transparece absolutamente ou ela não se torna clara, dizemos que ocorreu a *não-congruência* na conversão de registros (GRANDE e BIANCHINI, 2005, pp. 4-5).

Segundo Duval (2003, p.19)

> A maior parte das dificuldades com problemas elementares de aplicação, como os problemas aditivos (DAMM, 1992, pp.50-53) ou aqueles de colocar em forma de equação (DIDIERJEAN *et alii*, 1997. pp.38-39), pode ser explicada pelo caráter congruente ou não da conversão de um enunciado em uma escrita que permita efetuar cálculos.

Duval (*op.cit*, p. 21) nos expõe que, por meio de suas numerosas observações, pode pôr em evidência que "os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida [...]*"*. Com estas palavras, ele justifica o porquê da compreensão matemática estar intimamente ligada ao fato de dispor de ao menos dois registros de representação

---

[12] Entende-se aqui que há correspondência quando há congruência semântica entre verbos do enunciado e o sentido da operação a ser efetuada. Por exemplo, a palavra mais corresponde a operação de adição (PASSONI e CAMPOS, 2003, p. 51).

[13] Inversão se refere à necesidade de alteração da ordem da apresentação dos dados para resolver o problema (*op.cit*, p. 52).

[14] Quando so verbos portadores de informação numérica são antônimos, não há univocidade semântica terminal. Por exemplo, quando o texto do problema diz que ganha 4 [...] e perde 6 [...] e, no entanto, é preciso efetuar operação 6 menos 4 (*op.cit*, p. 50).

diferentes. Para ele, essa é a única possibilidade de que se dispõe para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado. Assim, como ele diz "É enganosa a idéia de que todos os registros de representação de um mesmo objeto tenham igual conteúdo ou que se deixem perceber uns nos outros" (*op. cit.*, p.31).

O contato do aluno com a análise de dados desde a primeira série, de forma a valorizar a passagem de ida e vinda entre diferentes tipos de registros, proporciona ao aluno visualizar um mesmo objeto matemático sob diferentes formas (BUEHRING, 2006, p.11), evitando que se forme um *enclausuramento de registros*, que segundo Duval (*op. cit.*, p.21), leva o indivíduo a "ver" um objeto matemático de apenas uma maneira e não conseguir pensar diferente.

Conforme Buehring (2006, p.39):

> Duval, (1993, p.49; 50) ressalta que a ausência da coordenação entre registros não impede toda a compreensão, mas a limita ao contexto semiótico de um só registro, não favorecendo em nada as transferências e as aprendizagens ulteriores: "ela rende conhecimentos adquiridos pouco ou não mobilizados em todas as situações nas quais elas deveriam realmente ser utilizadas".

Pudemos perceber, com esta perspectiva de Raymond Duval, que a linguagem matemática vai muito além da comunicação, pois cada forma de representar nos dá uma visão diferente da situação e a coordenação dessas diferentes visões é que nos possibilita mais condições de "atacar" o problema de forma diferenciada, propiciando maior flexibilidade de pensamento.

IV A PESQUISA

Nesta seção apresentamos o surgimento do interesse pelo tema, nossos objetivos, a escolha dos entrevistados e da metodologia, o perfil dos entrevistados, os problemas apresentados e sua análise *a priori.*

4.1 Interesse pelo tema e objetivos

Nosso trabalho surgiu da observação, em nossa vivência como professora na Educação de Jovens e Adultos (EJA), de quanto os alunos apresentam dificuldades para utilização de conhecimentos matemáticos para resolução de problemas.

A inquietação se ampliou a partir do levantamento histórico realizado na seção I, quando constatamos o quanto a Educação voltada para os Jovens e Adultos foi deixada à margem das políticas educacionais, caracterizando o abandono à demanda de analfabetos ou pouco escolarizados do país, o que também contribuiu para o agravamento da situação.

Percebemos, também, que a pesquisa nesta modalidade de educação não tem recebido toda a atenção que merece por parte dos estudiosos, não apenas em relação à diversidade e à relevância de suas questões, mas também com relação aos estudos que poderia subsidiar.

Com esta investigação procuramos estudar os fatores que facilitam ou dificultam a interpretação dos enunciados e a resolução de problemas matemáticos escolares por alunos do sistema de educação de jovens e adultos, bem como analisar os procedimentos mobilizados para a sua resolução. Pelo fato de termos dois grupos de sujeitos, de grau de escolaridade diferentes, podemos analisar se um tempo a mais de escolaridade possibilita uma compreensão melhor do enunciado e uma maior facilidade para mobilizar os procedimentos de resolução ou não. Pretendemos, ainda, observar como os alunos lidam com a aritmética e a álgebra; se a álgebra é lembrada ou se oferece alguma possibilidade a mais aos que têm um grau de escolaridade um pouco maior (ensino médio).

4.2 Seleção dos entrevistados e estudo prévio

Escolhemos como base para este estudo, educandos jovens e adultos da única Escola Pública de um Município do Noroeste do Paraná, por termos maior facilidade para contato e para o levantamento de informações. Esta escola mantém parceria com o CEEBJA[15] de uma cidade vizinha.

Primeiramente, realizamos um estudo prévio, no qual entrevistamos 04 (quatro) alunos do Programa de Educação de Jovens e Adultos (dois que estavam cursando a 4ª Série e dois que estavam cursando a Suplência equivalente 5ª a 8ª Séries por módulos – mais ou menos 1 ano e meio de curso). A seleção dos entrevistados foi realizada por meio de sorteio junto ao Coordenador do Programa de EJA, pelos números da relação da chamada.

No dia seguinte ao sorteio, conversamos com os alunos sorteados para explicação dos objetivos do trabalho e como este se daria, assim como para verificação da aceitação quanto à participação. Havendo total aceitação, deixamos agendados 02 (dois) encontros com cada aluno para realização das entrevistas.

O estudo prévio teve como objetivo adquirir experiência como pesquisadora, além de verificar se as situações problemas estavam apropriadas aos sujeitos que iríamos entrevistar. Estas entrevistas piloto foram transcritas pela pesquisadora e analisadas em conjunto com o orientador e a coorientadora para adequações necessárias.

---

[15] Centro Estadual de Educação Básica para Jovens e Adultos.

As entrevistas deste estudo contaram inicialmente com seis questões matemáticas (três para cada encontro) retiradas dos livros didáticos que os professores desta escola disseram (em conversa informal) mais utilizar. No entanto, somente com dois alunos realizamos a entrevista utilizando as seis questões. Com o restante dos entrevistados realizamos dois encontros com duas questões cada, pois percebemos a repetição das formas de resolução nas demais. Assim, percebemos que apenas quatro das seis questões apresentadas seriam suficientes para atingirmos nossos objetivos. Essas questões foram apresentadas uma a uma aos alunos. Então, transcrevemos e analisamos apenas as quatro primeiras questões.

O procedimento foi o mesmo que será realizado na pesquisa, conforme explicitaremos logo abaixo. Achamos conveniente alterar os nomes dos objetos utilizados no enunciado de uma das situações problemas, pois se tratavam de objetos menos manipulados pelos adultos, assim como os seus valores para números inteiros.

4.3 Metodologia

Para coletarmos as informações requeridas por nossa pesquisa, seria necessário o diálogo com os sujeitos colaboradores. Por esta razão, optamos por desenvolver uma pesquisa qualitativa, mediante a realização de entrevistas semi-estruturadas, utilizando o método clínico crítico.

Segundo Lakatos e Marconi (2004) os métodos qualitativos “englobam dois momentos distintos: a Pesquisa ou coleta de dados, e a Análise e Interpretação, quando se procura desvendar o significado dos mesmos" (LAKATOS e MARCONI, 2004, p.271).

O método clínico crítico de Jean Piaget permite a livre conversação entre o pesquisador e a criança sobre o tema que se objetiva investigar. A entrevista é apoiada por um roteiro flexível, adaptável a cada criança, que serve apenas para orientar o pesquisador, evitando que este se desvie do foco de estudo. A cada resposta dada pela criança, surge uma nova hipótese, e é essa seqüência de perguntas e respostas que torna a entrevista coerente (BANKS-LEITE, 1987).

Segundo Carraher (1989), o pesquisador deve estar atento ao tipo de linguagem a ser utilizada durante a entrevista. Ela deve ser simples e definida anteriormente, a fim de não tornar-se um obstáculo ao entendimento da situação que se pretende verificar. A autora alerta a necessidade de se reformular uma questão feita para criança caso esta não consiga entender o que lhe está sendo proposto. Sendo assim, é indispensável saber antecipadamente que tipos de perguntas serão empregadas, para que estas não levem a criança a dar respostas dirigidas. Caso a resposta não seja clara, o método permite que o pesquisador peça à criança a apresentação de uma justificativa a respeito do exposto. A maneira sugerida é a contra-argumentação.

Matuí (1995), em outras palavras, afirma que o pesquisador deve conversar com a criança e, no decorrer da entrevista, identificar as respostas fundamentais a serem exploradas, segundo o foco da pesquisa, as quais devem revelar os conceitos formulados e, ao mesmo tempo, provocar conflitos cognitivos. Deve-se indagar o porquê de cada resposta, isto é, pedir que a criança justifique o que respondeu.

Castro (1996) expõe que Piaget constatou a existência de cinco diferentes maneiras de reagir ao exame clínico: a criança pode dar uma resposta qualquer; inventar histórias, *fabulação*; “a crença sugerida”, a resposta dada tem a intenção de agradar o entrevistador; “a crença desencadeada”, respostas gerada a partir de raciocínio e reflexões próprias, sem a influência do pesquisador; e “a crença espontânea”, resposta formulada sem a necessidade de raciocinar. Nesse caso, mesmo que o pesquisador contra-argumente, a criança não modifica sua resposta (CARRAHER, 1989, p.170).

Com a aprovação da pesquisa pelo COPEP (Comitê Permanente de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos), iniciamos o trabalho com as entrevistas do estudo definitivo. Foram sorteados 10 (dez) alunos: 5 (cinco) que estavam cursando a Fase II do Ensino Fundamental (equivalente a 5ª a 8ª Séries) e 5 (cinco) que estavam cursando a EJA no Ensino Médio, por módulos em um ano e meio. Foram separados para o sorteio, os alunos com maiores idades e de ambos os sexos, com preferência aos que ficaram algum tempo fora da escola.

Conversamos com os alunos sorteados para explicação dos objetivos do trabalho, como este se desenvolveria para a verificação da aceitação quanto à participação, assim como para o agendamento dos encontros. Trabalhamos com os sujeitos que concordaram em participar (vide item 4.4). Apenas um aluno não aceitou e, então, foi sorteado outro.

Seguindo as orientações dos autores citados, apresentamos algumas “situações problemas” que constam dos livros didáticos mais utilizados pelos professores no Estado do Paraná. Expomos uma questão de cada vez para o aluno pensar e observamos como ele resolvia, que respostas ele dava. Ressaltamos que não foi permitido o uso de calculadora. Para nós, as entrevistas foram de grande importância, pois possibilitaram analisar as formas como os alunos resolvem as questões, que conhecimentos eles mobilizam, verificar como os sujeitos percebem a sua resolução dos problemas propostos, como vêem suas dificuldades perante os problemas.

As entrevistas, assim como foi o estudo prévio, foram gravadas em áudio e anotadas ao mesmo tempo, as quais foram transcritas e constam dos anexos do presente trabalho.

Segundo Pádua (2004), a pesquisa bibliográfica é a que conduz o pesquisador a levantar o que se tem produzido e registrado perante o tema a que se dispõe pesquisar; permite ao pesquisador o acesso diversificado referente a estudos de vários autores, assim com pontos de vista, informações diversas e a cobertura em qualquer escala que cada autor faz com seu enfoque perante o tema. Pensando da mesma forma que Pádua, realizamos as análises tendo em vista o quadro teórico apresentado no início deste trabalho. Foram consideradas as respostas apresentadas, as explicações e os registros feitos. Todos os nomes foram substituídos por siglas fictícias para preservar a identidade dos sujeitos colaboradores, evitando-se, no texto, a identificação de cada um.

4.4. Os sujeitos

A diversidade das histórias de vida e dos diferentes saberes, marcam a trajetória destes sujeitos, é principalmente no espaço escolar que elas aparecem de formas explícitas dadas nas relações do processo de ensino e aprendizagem. Os alunos que chegam na EJA são também marcados por essa diversidade e pela heterogeneidade. Alunos que vêm das diferentes culturas, e cada um deles encontra-se em um momento do processo ensino-aprendizagem, já tendo percorrido um caminho, ou seja, conquistado uma série de saberes, em diferentes áreas do conhecimento.

E esse conhecimento precisa se integrar ao conjunto de conhecimentos sistematizados, ou seja, possibilitar a junção dos saberes, por meio de uma ação pedagógica adequada, do contrário, estaremos, mais uma vez, fortalecendo a discriminação e a exclusão desses adultos da sociedade. Em outras palavras, Fonseca (2002, p.69), expõe que a heterogeneidade de conhecimentos prévios dos alunos é uma condição para a aprendizagem e, em nenhum momento, deve ser encarada como um problema.

Os alunos que chegam à escolarização na modalidade de EJA, em geral, são das mais diversas faixas etárias que, por motivos diversos, não se escolarizaram na idade regular; isso caracteriza uma só realidade social.

Na seqüência, elencamos alguns pontos comuns da maioria destes alunos: assumir-se como aluno, após um longo período de afastamento dos bancos escolares; a necessidade imperativa de desenvolver a disciplina necessária aos estudos; o pouco tempo livre para estudar em casa; o cansaço sentido, após um dia inteiro de trabalho; a percepção de terem um ritmo diferenciado de aprendizagem, demandando mais tempo e atenção. Tudo isso contribui para tornar ainda mais tensa e difícil a retomada da trajetória de escolarização.

Foram sujeitos desta pesquisa educandos da única escola pública de um município do Noroeste do Paraná, que residem neste ou em municípios vizinhos.

Os sujeitos desta pesquisa foram divididos em dois grupos, de acordo com sua escolaridade, ou seja:

Grupo I: Alunos que estão cursando a Fase II do Ensino Fundamental no sistema EJA.

Grupo II: Alunos que estão cursando o Ensino Médio no sistema EJA.

No entanto, essa divisão foi feita apenas para análise e discussão dos resultados obtidos, uma vez que os problemas apresentados e os procedimentos foram os mesmos para todos os sujeitos.

Para cada grupo foram selecionados 5 (cinco) sujeitos, os quais apresentamos a seguir:

Grupo I: Alunos que estão cursando a Fase II do Ensino Fundamental no sistema EJA.

Aluna 1 (A_1): 26 anos; trabalhadora do lar; parou de estudar na 5ª série do ensino regular; voltou estudar agora na EJA na II Fase do Ensino Fundamental; esteve aproximadamente 10 anos “fora da escola”. Não cursou o módulo de matemática da II Fase do Ensino Fundamental

Aluno 2 (A_2): 62 anos; Funcionário público “colaborador”; estudou até 3ª série do ensino regular; retornou depois de 46 anos ou mais, na 4ª série da EJA; está cursando a II Fase do Ensino Fundamental da EJA este ano. Não cursou o módulo de matemática da II Fase do Ensino Fundamental

Aluno 3 (A_3): 28 anos; Comerciante; estudou no ensino regular até 7ª série e desistiu; voltou a estudar este ano na EJA na II Fase do Ensino Fundamental, ficou uns 10 nos “fora da escola”. Já Cursou o módulo de matemática da II Fase do Ensino Fundamental

Aluna 4 (A_4): 56 anos; coordenadora (não é pedagógica) de um Centro de Educação Infantil; estudou até 7ª série no ensino regular e retornou agora para cursar a II Fase do Ensino Fundamental na EJA; ficou aproximadamente 40 anos sem estudar. Já Cursou o módulo de matemática da II Fase do Ensino Fundamental

Aluna 5 (A_5): 35 anos; Auxiliar de Serviços Gerais no Posto de Saúde; estudou até 7ª série no ensino regular; voltou à escola após 19 anos e está cursando a II Fase do Ensino Fundamental na EJA. Já Cursou o módulo de matemática da II Fase do Ensino Fundamental

<u>Grupo II:</u> Alunos que estão cursando o Ensino Médio no sistema EJA.

Aluna 1 (B_1): 35 anos; trabalhadora do lar; estudou até a 5ª no ensino regular; ficou aproximadamente 20 anos sem estudar; voltou e fez a II Fase do Ensino Fundamental na EJA e agora está fazendo o ensino médio também na EJA. Já cursou o módulo de matemática do Ensino Médio.

Aluno 2 (B_2): 37 anos; operador de perfuratriz (máquina que perfura minas de petróleo); é beneficiário há 5 anos no INSS – perda parcial de audição devido aos ruídos; estudou até a 4ª série no ensino regular; voltou a estudar depois de aproximadamente 20 anos, fez a II Fase do Ensino Fundamental na EJA e agora está cursando o ensino médio, também na EJA. Já cursou o módulo de matemática do Ensino Médio.

Aluno 3 (B_3): 46 anos; "administrador" (toma conta) de duas fazendas de gado; estudou até a 4ª série do ensino regular; tentou duas vezes estudar por correspondência; voltou a estudar depois de aproximadamente 30 anos, fez a II Fase do Ensino Fundamental na EJA e agora está cursando o ensino médio, também na EJA. Já cursou o módulo de matemática do Ensino Médio.

Aluno 4 (B_4): 19 anos; ajudante de pedreiro; cursou até a 6ª série no ensino regular, passando em seguida para a EJA, na qual cursou a II Fase do Ensino Fundamental e agora está cursando o ensino médio. Já cursou o módulo de matemática do Ensino Médio.

Aluna 5 (B_5): 25 anos; trabalhadora do lar; estudou até 8ª série no ensino regular; ficou aproximadamente quatro anos fora da escola; voltou a estudar este ano o ensino médio na EJA. Já cursou o módulo de matemática do Ensino Médio.

4.5 Os problemas apresentados e sua analise *a priori*

Pelo estudo teórico que realizamos sobre Resolução de Problemas, constatamos que o termo “problemas”, no ensino da matemática, é usado de formas distintas por diferentes pessoas e representa diversas situações, o que causa alguns equívocos. Não é tão simples dizer que um enunciado de uma situação é um problema para um aluno, pois é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interessa pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício (adaptado de ECHEVERRÍA e POZO, 1998, p.16).

Por outro lado, considerando que os problemas habitualmente propostos aos alunos são aqueles que provêm dos livros didáticos e que são estes os que eles devem interpretar para resolver em sala de aula, decidimos que, em nossa investigação os problemas utilizados teriam a mesma procedência.

Na escolha dos problemas a serem utilizados no trabalho, foram obedecidos alguns parâmetros que vinham ao encontro dos objetivos da pesquisa: deveriam poder ser resolvidos de vários modos, com a utilização de diferentes procedimentos e/ou diferentes conhecimentos matemáticos dentre os trabalhados no Ensino Fundamental.

A seguir são apresentados os problemas utilizados em nosso trabalho, juntamente com sua análise *a priori*.

1. A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

2. Com R$ 80,00, posso comprar duas camisas, três pacotes de meias e ainda sobram R$ 10,00 de troco. Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias. Quanto custa cada camisa? E cada pacote de meias?

3. Todos os dias José faz um percurso de 850 m. Desse percurso, 45% está asfaltado.

a) Quantos metros estão asfaltados?
b) Quantos por cento do percurso não estão asfaltados?
c) Quantos metros não estão asfaltados?
d) Quantos metros correspondem a 100%?

4. O perímetro de um retângulo é 72 cm. Sabendo que o lado maior é o dobro do menor, encontre as medidas dos lados do retângulo.

Fontes: Primeiro problema: MORI, Iracema; ONAGA Dulce Satiko. **Matemática**: idéias e desafios. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 1999. Demais problemas: BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002 (segundo problema transcrito com alterações). No segundo problema, achamos conveniente alterar os nomes dos objetos utilizados no enunciado, pois se tratavam de objetos menos manipulados pelos adultos (gibis e pacotes de figurinhas), assim como os seus valores para números inteiros.

Para a resolução de problemas, consideramos que os alunos precisariam ter conhecimentos prévios[16], tanto do ponto de vista matemático, lingüístico, como textual.

Na seqüência, apresentamos de forma mais detalhada, os conhecimentos prévios necessários aos alunos e as estratégias possíveis para a resolução de cada problema apresentado. As estratégias possíveis foram elaboradas pela pesquisadora, juntamente com os orientadores; algumas estratégias são as que os alunos apresentavam quando da prática docente da pesquisadora em sala de aula de EJA.

[16] Conhecimentos prévios aqui não devem ser confundidos com pré-requisitos.

<u>1º Problema:</u>

A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

Para a resolução deste problema, os alunos deveriam conhecer o significado da palavra consecutivo quando referida a um contexto matemático (números consecutivos), bem como compreender que três números consecutivos só terão sentido no conjunto dos números inteiros, de tal forma que, o segundo número é uma unidade maior que o primeiro e, ao mesmo tempo, uma unidade menor que o terceiro. Uma outra questão seria o significado da palavra soma, os alunos deveriam relacioná-la à operação de adição (ao resultado de uma operação de adição), Neste caso, a não compreensão dos termos "números consecutivos" e "soma" impossibilita a resolução deste problema.

Quanto à resolução do problema, propriamente dito, consideramos que os alunos poderiam recorrer a uma das estratégias seguintes:

<u>Estratégia 01:</u>

Os alunos poderiam ir tomando os números de três em três, somando-os até chegar àqueles cuja soma é 63, ou seja, poderiam resolver o problema por tentativas de forma aleatória, sem qualquer parâmetro, a não ser o fato de que a soma dos três números deveria ser 63. Por exemplo:

7+8+9= 24

12+13+14= 39

17+18+19= 54

20+21+22= 63.

Neste caso, os conhecimentos necessários seriam: o significado da expressão "números consecutivos" e o algoritmo da adição, incluindo o significado de "soma".

Estratégia 02:

Os alunos poderiam dividir 63 por 3 por compreenderem que, como os números se seguem imediatamente, o resultado estará próximos do quociente da divisão, ou seja, pela divisão obteriam um número que poderia ser um dos procurados e os outros estariam próximos a ele.

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ \underline{-6} & 21 \\ 03 & \\ \underline{-3} & \\ 0 & \end{array}$$

Desta forma, os números seriam 20, 21, 22, ou seja, um antecessor de 21 e um sucessor de 21.

Os conhecimentos necessários para utilizarem-se desta estratégia seriam o algoritmo da divisão e o que são números antecessores e sucessores.

Estratégia 03:

Esta estratégia consistiria na utilização da linguagem algébrica para simbolizar a situação problema. Assim, os números poderiam ser indicados por x, x + 1, x + 1 + 1 (ou x, x + 1, x + 2 ou ainda x -1, x, x + 1), de modo que a soma destes números desse 63.

$x + x + 1 + x + 1+1 = 63$		$x -1 + x + x + 1 = 63$
$3x +3 = 63$		$3x +3 = 63$
$3x +3 -3 = 63 - 3$	**ou**	$3x +3 -3 = 63 - 3$
$3x = 60$		$3x = 60$
$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$		$\frac{3x}{3} = \frac{60}{3}$
$\mathbf{x = 20}$		$\mathbf{x = 20}$

Como 20 + 21 + 22 = 63, logo, os três números consecutivos seriam 20, 21 e 22.

Consideramos que, para o uso desta estratégia, os alunos deveriam ter conhecimentos como: saber representar, por meio de linguagem algébrica, os elementos envolvidos no enunciado (representação de números consecutivos); saber o significado de uma equação; saber resolver uma equação de primeiro grau com uma incógnita, bem como ser capaz de interpretar a solução para fornecer a resposta pedida no enunciado.

Entretanto, esta estratégia poderia ser utilizada por alunos do Ensino Médio e, talvez, por alguns da Fase II do Ensino Fundamental, pois alguns destes ainda não cursaram o módulo de matemática do Ensino Fundamental e, portanto, não tiveram contato com a linguagem algébrica.

Estratégia 04:

Uma outra estratégia que resolveria esta questão seria o uso da fórmula da soma dos termos de uma Progressão Aritmética finita (P.A.), uma vez que o problema trata de uma seqüência numérica cuja razão é uma unidade. Se conhecida a fórmula da soma dos termos de uma P.A. finita,

$Sn = \dfrac{(a_1 + a_n).n}{2}$, a solução seria:

$$63 = \frac{[a_1 + (a_1 + 2)]\,.3}{2}$$

$$126 = 3\,a_1 + 3a_n + 6$$

$$126 - 6 = 6\,a_1 + 6 - 6$$

$$120 = 6\,a_1$$

$$\frac{120}{6} = \frac{6\,a_1}{6}$$

$$\mathbf{a_1 = 20}$$

Então, 20 seria o primeiro termo da P.A. e outros seriam 21 e 22. Logo, os três números consecutivos são 20, 21 e 22.

No entanto, consideramos que apenas alguns alunos do Ensino Médio poderiam fazer uso de tal estratégia, pelo fato de envolver conhecimentos e procedimentos matemáticos que, habitualmente, são abordados somente no Ensino Médio e, alguns dos alunos ainda não cursaram o módulo de matemática deste nível de ensino.

2º Problema:

Com R$ 80,00, posso comprar duas camisas, três pacotes de meias e ainda sobram R$ 10,00 de troco. Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias. Quanto custa cada camisa? E cada pacote de meias?

Este problema, num primeiro olhar, parece ser facilmente resolvido, pois não utiliza termos específicos da linguagem matemática. No entanto, para a resolução deste, os alunos teriam que, em primeiro lugar, compreender qual foi o valor efetivamente gasto, uma vez que de 80 reais, sobraram 10 reais de troco. Assim sendo, a quantia realmente utilizada para a compra das camisas e dos pacotes de meias foi de R$ 70,00.

Uma outra questão com que os alunos teriam de lidar é a compreensão lingüística (do significado) da informação: “Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias”. Eles teriam que compreender que há uma comparação entre os preços das camisas e das meias e que, no entanto, os 5 objetos não têm o mesmo valor. Portanto, não poderiam fazer uma divisão por 5. Para poder dividir por 5, seria necessário que a diferença entre os preços fosse eliminada, ou seja, o valor pago a mais pelas duas camisas (R$40,00) deveria ser retirado da quantia total gasta.

Para sua resolução os alunos poderiam fazer uso de uma das estratégias aqui expostas:

Estratégia 01:

Poderiam resolver utilizando-se de tentativas aleatórias, atribuindo valor ao preço de cada pacote de meias, controlando os R$ 20,00 a mais para o preço de cada camisa, por exemplo:

Pacote de meias: 3,00 x 3 = 9,00
Camisa: 23,00 x 2 = 46,00
55,00

Pacote de meias: 4,00 x 3 = 12,00
Camisa: 24,00 x 2 = 48,00
60,00

Pacote de meias: 8,00 x 3 = 24,00
Camisa: 28,00 x 2 = 56,00
80,00

Pacote de meias: 6,00 x 3 = 18,00
Camisa: 26,00 x 2 = 52,00
70,00

Desta forma, encontrariam o preço de cada pacote de meias e de cada camisa, utilizando-se apenas das operações básicas da aritmética: multiplicação, adição e comparação de valores em reais.

Estratégia 02:

Uma outra forma que poderiam resolver seria dividindo a quantia (R$ 70,00) gasta por dois, considerando que as duas camisas custam R$ 35,00 e os três pacotes de meias também custam R$ 35,00 e, por tentativas, irem acrescentando alguns reais para as camisas e retirando dos pacotes de meias. Como, por exemplo:

Pacote de meias: R$ 11,00 cada (dividiu R$ 35,00 por 3 e arredondou para 11,00)
Camisa: R$ 17,00 cada (dividiu R$ 35,00 por 2 e arredondou para 17,00)
Total: R$ 67,00

Observando que não deu a diferença dos R$ 20,00 entre os preços, poderia tentar:

Pacote de meias: R$ 3,00 cada
Camisa: R$ 23,00 cada
Total: R$ 55,00.

Se perceber que faltou R$ 15,00, poderia dividir por 5 (quantidade de objetos), obtendo 3 no quociente e aumentar R$3,00 ao preço que atribui a cada um nesta tentativa, ficando assim:

Pacote de meias: R$ 6,00 cada
Camisa: R$ 26,00 cada
Total: R$ 70,00.

Caso contrário poderia continuar com as tentativas:

Pacote de meias: R$ 8,00 cada
Camisa: R$ 28,00 cada
Total: R$ 80,00.

Pacote de meias: R$ 6,00 cada
Camisa: R$ 26,00 cada
Total: R$ 70,00.
Para o uso desta estratégia, os alunos precisam dominar o algoritmo da divisão e saber comparar valores em reais.

Poderiam, também, fazer uso de linguagem pictórica, como recurso auxiliar no uso das tentativas, com objetivo de melhor representar a situação problema proposta.

<u>Estratégia 03:</u>

Outra estratégia seria, após subtrair os R$ 10,00 de troco e perceber que tinham R$ 70,00 para comprar 5 objetos, ou seja, duas camisas e três pacotes de meias, dividir R$ 70,00 por 5, de modo que o quociente obtido na divisão serviria como ponto de partida para se chegar no resultado esperado. Por exemplo:

$$\begin{array}{r} -\,\text{R\$ }80{,}00 \\ \underline{\text{R\$ }10{,}00} \\ \text{R\$ }70{,}00 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} -\,70 & \;5\quad \\ \cline{2-2} \underline{5\;} & \;1\,4 \\ -\,20 & \\ \underline{20} & \\ 00 & \end{array}$$

Assim, R$ 14,00 seria o preço de cada objeto comprado.

Partindo dos R$ 14,00, o aluno iria retirando alguns reais do preço dos pacotes de meias e controlando os R$ 20,00 a mais para o preço de cada camisa, até chegar nos R$ 70,00 gastos.

Pacote de meias: 10,00 x 3 = 30,00
Camisa: 30,00 x 2 = <u>60,00</u>
90,00

Pacote de meias: 9,00 x 3 = 27,00
Camisa: 29,00 x 2 = <u>58,00</u>
. 85,00
.
.
Pacote de meias: 7,00 x 3 = 21,00
Camisa: 27,00 x 2 = <u>54,00</u>
75,00

Pacote de meias: 6,00 x 3 = 18,00
Camisa: 26,00 x 2 = <u>52,00</u>
70,00

Por certo, esta estratégia requer do aluno grande atenção e controle, sobre tudo na ação de retirada e acréscimo, principalmente pelo fato de que o número de camisas é diferente do número de pacotes de meias. Além disso, o aluno deve saber usar os algoritmos da divisão, multiplicação, subtração e adição, assim como perceber que a palavra troco neste caso representa uma subtração.

<u>Estratégia 04:</u>

O alunos também poderiam resolver o problema subtraindo, no início, os R$ 40,00 a mais do preço das duas camisas, considerando, a partir daí, que cada objeto custe o mesmo preço, chegando ao preço de cada pacote de meias.

$$\begin{array}{rr} - & \text{R\$ } 70{,}00 \\ & \underline{\text{R\$ } 40{,}00} \\ & \text{R\$ } 30{,}00 \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} - & 30 & \;5 \\ \cline{3-3} & \underline{30} & \;6 \\ & 00 & \end{array}$$

E, como a camisa custa R$ 20,00 a mais, então o preço de cada camisa será:

R$ 20,00 + R$ 6,00= R$ 26,00.

Logo, cada camisa custa R$ 26,00 e cada pacote de meias custa R$ 6,00.

Estratégia 05:

Poderiam também utilizar um processo um tanto mais específico da matemática, escrevendo uma equação de 1º grau com uma incógnita (ou um sistema de equações), ou seja, recorrendo ao repertório algébrico. Como por exemplo: (x-camisa / y- pacote de meias)

$$
\begin{array}{c}
2\,(y+20) + 3y = 70 \\
2y + 40 + 3y = 70 \\
5y + 40 = 70 \\
5y + 40 - 40 = 70 - 40 \\
5y = 30 \\
\dfrac{5y}{5} = \dfrac{30}{5} \\
y = 6
\end{array}
$$

$$
\begin{cases}
2x+3y = 70 \\
\underline{(-2)\ x - y = 20}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
2x+3y = 70 \\
\underline{-2x+2y = -40}
\end{cases}
$$

$$
\begin{array}{c}
\dfrac{5y}{5} = \dfrac{30}{5} \\
y = 6
\end{array}
$$

Se o preço de cada pacote de meias é R$ 6,00, então o preço de cada camisa é R$ 26,00.

Para o uso da álgebra, além do conhecimento da linguagem matemática, os alunos ainda deveriam saber interpretar o resultado obtido na resolução da equação, ou seja, saber a que objeto ele atribuiu a incógnita (y), no início da resolução.

Qualquer que seja a estratégia utilizada, a familiaridade dos alunos com representações pictóricas pode ser um apoio a mais para a compreensão e a resolução do problema.

3º Problema:

Todos os dias José faz um percurso de 850 m. Desse percurso, 45% está asfaltado.

a) Quantos metros estão asfaltados?
b) Quantos por cento do percurso não estão asfaltados?
c) Quantos metros não estão asfaltados?
d) Quantos metros correspondem a 100%?

Para resolver este problema, os alunos deveriam conhecer, além do significado da palavra percurso, algumas noções sobre porcentagem (implicitamente de proporção), conteúdo este abordado desde a terceira série do Ensino Fundamental. É fundamental que os alunos compreendam que o percurso inteiro corresponde a 100% (que 850 corresponde a 100% do percurso).

Expomos aqui algumas das estratégias de resolução que poderiam ser usadas na busca da solução da primeira questão deste problema, uma vez que, compreendida e respondida esta questão, basta o aluno usar a resposta encontrada para responder as demais, pois entre elas há uma relação de dependência.

Estratégia 01:

Para a resposta da primeira questão do problema, os alunos poderiam calcular a metade de 850 m dividindo-o por dois, que representa 50% do percurso e perceber que 50% está bem próximo de 45%, uma vez que obtido o 50% de 850 m, bastaria calcular os 5%. Para isso, calculariam primeiramente quanto é 10% de 850 m e dividiriam o resultado ao meio que representaria os 5%; em seguida, diminuiria o valor referente aos 5% do valor que representa os 50%, encontrado anteriormente.

50% de 850 m

$$\begin{array}{r|l} -850 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{8} & 425 \\ -05 & \\ \underline{4} & \\ -10 & \\ \underline{10} & \\ 00 & \end{array}$$

10% de 850 m = 85,0

$$\begin{array}{r|l} -85,\cancel{0} & 2,\cancel{0} \\ \cline{2-2} \underline{8} & 42,5 \\ 05 & \\ \underline{4} & \\ 10 & \\ \underline{10} & \\ 00 & \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} -425,00 & (50\%) \\ \underline{42,50} & \underline{(5\%)} \\ 382,50 & (45\%) \end{array}$$

Então, 45% de 850 m é 382,50 m.

Estratégia 02:

O aluno poderia transformar 45% em fração e fazer o cálculo:

$$45\% = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{45}{100} \text{ de } 850 \text{ m} = \frac{45}{100} \cdot \frac{850}{1} = \frac{38250}{100} = 382{,}50$$

Logo, a resposta da primeira questão é 382,50.

Nesta estratégia, os alunos devem saber que a porcentagem pode ser expressa em forma de fração, de modo que a questão se resume a calcular a parte do todo correspondente.

Estratégia 03:

Os alunos poderiam também calcular 10% de 850 m e somá-lo quatro vezes, compreendendo que 45% é o mesmo que quatro vezes os 10% mais uma vez os 5%. Por exemplo:

10% de 850 m = 85,0

5% de 850= 85/2 = 42,5

40% de 850 m:

$$\begin{array}{r} 85 \\ 85 \\ +\ 85 \\ \underline{85} \\ 340 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 340{,}00 \\ \underline{+42{,}50} \\ 382{,}50 \end{array}$$

Assim, chegariam aos 382,50 m correspondes aos 45% asfaltados.

Para utilizarem esta estratégia, os alunos precisam compreender que 45% é o mesmo que quatro vezes os 10% mais a metade de 10%, ou seja, decompor 45% em 10% + 10% + 10% + 10% + 5%, além de saber como calcular 10% do todo.

Estratégia 04:

De forma semelhante à estratégia 03, os alunos poderiam calcular, primeiramente, 45% de 100 m e multiplicar por 8 (ou somá-lo oito vezes); em seguida, dividir o valor correspondente a 45% de 100 m por dois, para achar os 45% de 50 e, ao fim, somar os dois valores encontrados, como mostra o exemplo:

45% de 100 m= 45 m

45% de 50 m = 45 m/2= 22,50 m

$$\begin{array}{r} 45 \\ \underline{\times 8} \\ 360 \end{array}$$

360,00 + 22,50 = 382,50

Assim chegariam ao resultado da questão, obtendo que 45% de 850 m é igual a 382,50 m.

Para usarem esta estratégia, os alunos precisam compreender que 45% de 850 m é o mesmo que 45% de 800 m mais 45% de 50 m.

Estratégia 05:

Esta questão ainda poderia ser resolvida utilizando o conhecimento matemático de porcentagem, transformando 45% em um número escrito na forma decimal (45% = 0,45) e, em seguida, fazer a multiplicação de 0,45 por 850, como demonstra o exemplo: (ou multiplicar 850 por 45 e, em seguida, dividir o resultado por 100)

a)
$$\begin{array}{r} 850 \\ \underline{\times 0{,}45} \\ 4250 \\ \underline{3400+} \\ 382{,}50 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 850 \\ \underline{\times 45} \\ 4250 \\ \underline{3400+} \\ 38250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 38250 & 100 \\ \cline{2-2} -\underline{300} & 382{,}5 \\ 0825 & \\ -\underline{800} & \\ 0250 & \\ -\underline{200} & \\ 0500 & \\ -\underline{500} & \\ 000 & \end{array}$$

Assim chegariam ao resultado da questão, obtendo 382,50 m.

Para o uso desta estratégia, os alunos precisam compreender que quarenta e cinco centésimos representa a mesma quantia que 45% de um inteiro e dominar o algoritmo da multiplicação com números decimais (e divisão com quociente com número decimal).

Estratégia 06:

Os alunos poderiam também resolver a questão proposta usando regra de três, da seguine forma:

Porcentagem	Percurso
100	850
45	x

$$\frac{100}{45} = \frac{850}{x} \Longrightarrow 100x = 38250 \quad \frac{100x}{100} = \frac{38250}{100} \quad \mathbf{x = 382{,}50\ m}$$

Estratégia 07:

Há também a possibilidade de resolução do problema usando a idéia de proporção. Como se segue o exemplo:

$$\frac{45\%}{X} = \frac{100\%}{850} \Rightarrow 100\%x = 45\%.850 \Rightarrow \frac{100x}{100} = \frac{45}{100}.\underline{850} \Rightarrow x = \frac{38250}{100} \qquad \mathbf{x = 382{,}50m}$$

Para se utilizarem destas duas últimas estratégias, os alunos deveriam ter um maior conhecimento sobre proporção e regra de três e, portanto, poderiam ser utilizados pelos alunos do ensino Médio e alguns da Fase II do Ensino Fundamental, que já cursaram o módulo de matemática, uma vez que esses temas não são trabalhados nas séries inicias.

4º Problema:

O perímetro de um retângulo é 72 cm. Sabendo que o lado maior é o dobro do menor, encontre as medidas dos lados do retângulo.

Para a resolução deste problema, os alunos precisariam conhecer palavras que têm significados precisos no contexto matemático: retângulo, perímetro, dobro e medidas. Neste caso, teriam que saber que o retângulo (propriamente dito - não quadrado) tem 4 lados, sendo dois maiores e paralelos e dois lados menores também paralelos e que, neste problema, o lado maior tem o dobro da medida do menor, ou seja, corresponde a duas vezes a medida do menor.

Além disso, é fundamental que os alunos saibam que perímetro é o tamanho (comprimento) do contorno da figura e que, portanto, só será encontrado somando os quatro lados (iguais dois a dois) da figura.

Essa resolução requer que os alunos consigam representar de alguma forma, a relação quantitativa entre os elementos matemáticos que fazem parte desse enunciado. Pode-se utilizar apenas operações básicas da aritmética ou recorrer ao repertório algébrico para fornecer a resposta solicitada na questão.

Consideramos que os alunos poderiam recorrer a uma das seguintes estratégias para sua resolução.

<u>Estratégia 01:</u>

Os alunos poderiam dividir 72 por quatro e depois, por tentativas, iriam procurar os números que obedecessem aos critérios do problema.

```
_ 72 |_4____
   4    18
_ 32
  32
  00
```

Lado maior: 18+18= 36
Lado menor: 9 + 9 = 18
54

Lado maior: 20+20= 40
Lado menor: 10+10= 20
60

Lado maior: 22+22= 44
Lado menor: 11+11= 22
66

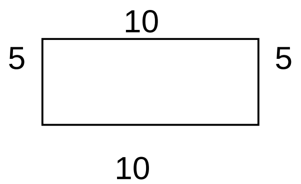
Lado maior: 24+24= 48
Lado menor: 12+12= 24
72

Logo, o lado maior do retângulo mede 24 cm e o menor 12 cm.

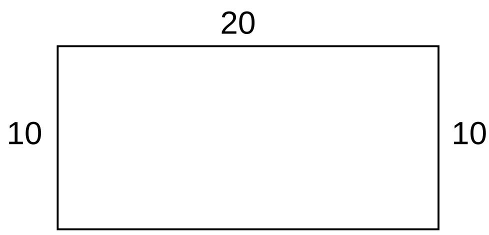
Para utilizarem-se desta estratégia, os alunos precisam dominar os algoritmo da divisão e adição.

<u>Estratégia 02:</u>

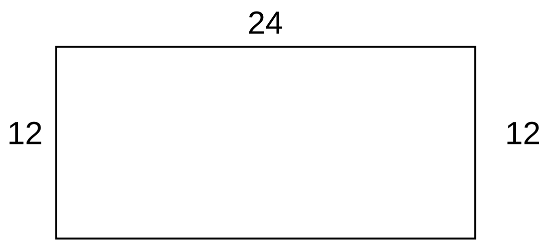
Os alunos também poderiam fazer a representação do retângulo e, aleatoriamente, ir distribuindo os 72 cm nos lados, de maneira que o maior tenha o dobro da medida do menor.



$$\begin{array}{r} 10 + 10 = 20 \\ 5 + 5 = \underline{10} \\ 30\ \text{cm} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 + 30 = 60 \\ 15 + 15 = \underline{30} \\ 90\ \text{cm} \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 20+20 = 40 \\ 10 + 10 = \underline{20} \\ 60\text{cm} \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 24 + 24 = 48 \\ 12 + 12 = \underline{24} \\ 72\ \text{cm} \end{array}$$

Logo, o lado maior mede 24 cm e o menor 12 cm.

Para o uso desta estratégia, os alunos precisam dominar o algoritmo da adição e estar atento para o controle do fato do lado maior ter que ser o dobro do menor.

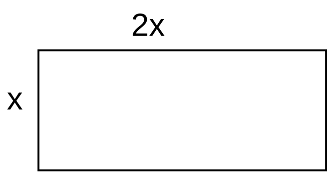
Estratégia 03:

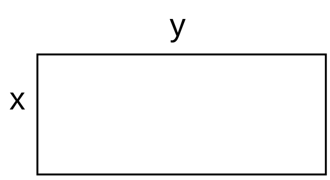
Há ainda a possibilidade de resolver este problema utilizando-se da linguagem algébrica. Os alunos poderiam representar a situação problema na forma de equação do 1º grau com uma incógnita (ou um sistema de equações) e resolvê-la.

Lado maior: 2x
Lado menor: x

ou

Lado maior: y
Lado menor: x





$$2x + 2x + x + x = 72$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{72}{6}$$

$$\mathbf{x = 12}$$

$$\begin{cases} 2y+2x = 72 \\ y = 2x \ \ (-2) \end{cases} \qquad \begin{cases} 2y+2x = 72 \\ \underline{-2y+4x = 0} \end{cases}$$

$$6x = 72$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{72}{6}$$

$$\mathbf{x = 12}$$

Desta forma, também chegariam ao resultado esperado: As medidas dos lados do retângulo são 24 e 12 cm.

No entanto, para o uso desta estratégia, os alunos deveriam saber representar a situação por meio da linguagem algébrica, saber resolver uma equação e saber interpretar o resultado obtido, para fornecer a resposta solicitada na questão.

Conforme Medeiros (2001, p. 229),

> A compreensão das mensagens escritas dos problemas e as conseqüentes abordagens adequadas (aqui chamadas de estratégias ou procedimentos) são dependentes do contexto verbal (lingüístico) e do contexto real (situação real subjacente), bem como dos conhecimentos prévios daqueles que tentam resolvê-lo.

Dessa forma, a complexidade envolvida no ato da resolução de problemas extrapola a questão da mera utilização ou não de certas estratégias. As origens das dificuldades maiores enfrentadas adentram outras esferas cognitivas.

V ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados e analisados os resultados obtidos na pesquisa.

5.1 Procedimentos e dificuldades dos sujeitos frente aos problemas

Neste item, trazemos a organização dos resultados das entrevistas feitas com os alunos da Fase II do Ensino Fundamental (Grupo I) e do Ensino Médio (Grupo II) da modalidade de Educação de Jovens e Adultos[17]. A organização é feita em quadros, de forma a categorizar os tipos de procedimentos mobilizados pelos sujeitos para a resolução de cada problema. Para melhor compreensão deste estudo, faremos um comentário sobre os quadros que apresentaremos no decorrer deste item. Nos quadros, organizamos os resultados de forma sintetizada, tendo classificado-os em 5 (cinco) categorias: a) Tentativas aleatórias; b) Tentativas com parâmetro; c) Tentativa de algebrizar; d) Prático/ experiência; e) Lógico/ aritmético.

Em termos de organização dos resultados, o procedimento “Tentativas aleatórias” se consistiu naquele em que os sujeitos, além de não saber qual algoritmo utilizarem, também não tinham uma noção do resultado, partindo, por isso, de quaisquer valores para suas tentativas. O procedimento “Tentativas com parâmetros” consistiu naquele em que os sujeitos partiam de valores próximos ao resultado, demonstrando certa noção do resultado e/ou algoritmo a utilizar. O procedimento “Tentativa de algebrizar” consistiria em realizar operações semelhantes em ambos os membros da igualdade, a partir de uma representação explícita ou mental, sem conseguir registrar graficamente. O procedimento “Prático/ experiência” consistiu naquele em que os sujeitos se utilizaram de estratégias mais “elaboradas” para a resolução dos

[17] Na EJA existem três níveis de ensino, os quais são: 1º) Fase I do Ensino Fundamental (equivalente à 1ª a 4ª séries), composto de 4 (quatro) etapas, cursado no mínimo em dois anos (20 semanas cada etapa); 2º) Fase II do Ensino Fundamental (equivalente à 5ª a 8ª séries), composto por nove módulos, com duração mínima de 360 dias letivos; 3º) Ensino Médio, composto por doze módulos, com duração mínima de 360 dias letivos.

problemas, demonstrando *engenhosidade intelectual* (PAULOS, 1994, p. 79), provavelmente, fundamentada em cálculos e problemas solucionados no cotidiano, geralmente utilizando operações básicas da aritmética. E, por fim, o procedimento "Lógico/ aritmético" é considerado nos casos em que os sujeitos se utilizaram apenas de relações lógicas e/ou operações aritméticas básicas, ou seja, buscaram imediatamente o valor das incógnitas, para chegar aos resultados.

Na seqüência de cada quadro, descrevemos os procedimentos e as dificuldades dos sujeitos frente aos problemas. Procuramos observar como se deu a compreensão dos enunciados pelos sujeitos e os tipos de procedimentos mobilizados por eles para a solução dos problemas, assim como as facilidades e "obstáculos" encontrados no decorrer das tentativas de resolução. Procuramos, também, buscar os sentidos que os sujeitos atribuem para os entes matemáticos envolvidos nos problemas, o que eles indicam saber, como utilizam este conhecimento para resolver os problemas e como re-significam esses conhecimentos na interação com a pesquisadora, retomando conhecimentos anteriores ou não.

Apresentamos, primeiramente, os resultados coletados sobre cada problema com os alunos do Grupo I (os quais serão denominados nos diálogos como A_1, A_2, A_3, A_4, e A_5). Em seguida, fazemos o mesmo para os alunos do Grupo II (apresentados nos diálogos como B_1, B_2, B_3, B_4, e B_5). A pesquisadora é indicada simplesmente por E nos diálogos apresentados.

<u>Grupo I:</u> Alunos que estão cursando a Fase II do Ensino Fundamental no sistema EJA[18].

<u>Grupo II:</u> Alunos que estão cursando o Ensino Médio no sistema EJA.

---

[18] Os perfis dos sujeitos são apresentados no item 4.4 desta dissertação.

Ao finalizar este item, realizamos uma análise comparativa entre os sujeitos do Grupo I e do Grupo II, referente a compreensão dos enunciados e os procedimentos mobilizados para a resolução dos problemas propostos.

5.1.1 O grupo I

1º Problema: A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
A_1		X^{-}			
A_2		$X^{-\ \#}$			
A_3		X			
A_4	$X^{-\ \#}$				
A_5		X			

- Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora (palavra “consecutivos”).
Dificuldade de compreensão e memorização das relações consideradas.

Quadro 1

Dos cinco alunos entrevistados do ensino fundamental, dois resolveram esta questão necessitando de pouca interação com a pesquisadora. São os alunos A_3 e A_5 e, se observarmos seus perfis (item 4.4 desta dissertação), verificaremos que ambos cursaram ensino regular até a 7ª série quando mais jovens, enquanto que dos três demais, que tiveram mais dificuldades, dois cursaram menos séries no ensino regular (A_1-5ª série/ A_2-3ª série/ A_4- 7ª série). No entanto, embora não possamos afirmar que o ensino fundamental regular seja mais eficaz que o da educação de jovens e adultos, podemos levantar a questão que, talvez, ele proporcione maior familiaridade com esse de gênero discursivo, que é o enunciado de problemas de matemática. Isso é muito provável que aconteça porque no ensino fundamental regular os alunos freqüentam em séries, os conhecimentos são trabalhados de forma cumulativa e expostos numa ordem, supostamente, crescente de dificuldades. Apenas com os resultados obtidos na pesquisa, é difícil analisarmos tal fato, uma vez que existem outros fatores externos (à escola) que podem influenciar no desenvolvimento da pessoa, entre eles: o trabalho e o convívio na comunidade, os quais podem ter possibilitado a construção de conhecimentos extra-escolares que não foram coletados no dia-a-dia da sala de aula e, no entanto, foram conhecimentos práticos que serviram para estes dois alunos resolverem esta questão com mais facilidade.

Os alunos A_3 e A_5 entenderam de início que números consecutivos são "um atrás do outro", "em seqüência" e deram exemplos corretos. No momento de encontrar os três números consecutivos, suas tentativas já partiram de valores próximos ao resultado, demonstrando certa noção de que se tinham seis dezenas, os números procurados deveriam estar em torno de duas dezenas cada um.

A primeira dificuldade apresentada pelos alunos A_1, A_2 e A_4 nesta questão, foi com o significado da palavra "consecutivos", pois minha conversa com eles mostrou que o significado não estava claro, principalmente no âmbito da matemática, ou seja, o "consecutivos" referidos à números, como podemos observar nos seguintes fragmentos de diálogos:

> E: [...] Essa palavra consecutivos. Você já ouviu falar?
> A_1: Não. Se eu já estudei eu não lembro.
> E: Nem em português? Conversando com alguma pessoa...?
> A_1: Que eu lembre não.
> ---
>
> E: Como o senhor faria então, vamos ver?
> A_2: (fez a conta 63x3= 189 e disse:) 189!
> E: Uhum! O que é, nesse caso, isso que o senhor achou?
> A_2: Então, agora eu fiquei meio indeciso aqui.
> [...]
> A_2: Eu não sei, falá a verdade!

Eles precisaram entender o significado do termo “consecutivos” em um contexto do cotidiano e voltar para o contexto matemático. Nos diálogos seguintes, demonstramos os exemplos apresentados pela pesquisadora aos alunos A_1, A_2 e A_4:

> E: Se eu falasse assim para você: meu professor deu interpretação de texto na escola três dias consecutivos. [...] O que será que quer dizer esses dias consecutivos?
> A_1: Ai, ai, seguidos?
> [...]
> E: O que seria números seguidos? Dá um exemplo para mim de números consecutivos.
> A_1: 1, 2, 3,...
> [...]
> A_1: Vamos ver, 21, vou ver se é mais ou menos. (somou 21, 22 e 23)
> [...]
> A_1: Passou.
> [...]
> A_1: 20, 21 e 22.
> --
>
> E: Tá, então se eu falasse assim para o senhor: eu fui à prefeitura três dias consecutivos?
> A_2: Isso, aí eu sei que você foi três dias em seguida lá!
> E: 3 dias seguidos! E, por exemplo, se eu fui na segunda... depois...?
> A_2: ... cê tem que í na terça consecutiva e na quarta. [...] treis número 63 vai sê consecutivo. [...]
>
> * Este aluno compreendeu o que seriam dias consecutivos, mas não conseguiu transferir a idéia para números consecutivos. Por isso, a pesquisadora voltou a exemplificar os dias da semana, agora substituindo pelos números (dias 24, 25 e 26), continuando o diálogo:
>
> A_2: Pode dá diferente sim! (em silêncio, fez a conta 21+21+21=63) Pode sê assim também!
> [...]
> E: Uhum! Tá, e daí por exemplo, se eu fui na prefeitura dia 21, aí eu fui dia 21 e dia 21?
> [...]
> A_2: Então tem que sê 20, 21 e 22.
> --
>
> E: Se eu falar assim para a senhora: eu vim nessa escola 3 dias consecutivos.
> A_4: Entendi... seguidos.
> [...]
> A_4: A soma de 3 números consecutivos, seria a soma de... 63 mais 64, mais 65?
> [...]
> A_4: A senhora achou que tinha de ser 63+64+65 é isso?
> A_4: 63 mais 1, mais 1?

Pudemos perceber, pelos últimos fragmentos de diálogos com os alunos A_1 e A_2 apresentados, que suas principais dificuldades estão relacionadas à compreensão do significado do termo “consecutivos” no contexto matemático, pois, ultrapassado este “obstáculo”, suas tentativas partiram de valores próximos ao resultado.

A aluna A_4 parecia ter entendido o sentido de “consecutivos”, ou seja, que o segundo número é igual o primeiro mais uma unidade e que o terceiro número é igual o segundo mais uma unidade. No entanto, a dificuldade fica patente, pelo fato que foi necessário que a pesquisadora e a aluna voltassem novamente a ler por partes, exemplificando a partir dos dias da semana com os números (dias 24, 25 e 26) e a aluna, ainda assim, parecia não compreender, pensando depois em dividir por três:

> A_4: Dá pra gente dividir por 3?
> E: Dividir por 3?
> A_4: Seria 21 dias?
> E: O que ele está perguntando para senhora nesse problema?
> A_4: A soma.
> E: Ele está falando que a soma de 3 números consecutivos é 63. Mas e daí, o que ele perguntou? A pergunta está aqui não é?
> A_4: Quais são esses 3 números?
> E: O que a senhora vai ter que responder então, vai ter que encontrar neste problema? (não respondeu) Com essa conta que a senhora fez aqui, a senhora acha que já dá pra responder?
> A_4: O número 21?

Constatamos, no decorrer desta entrevista, que a aluna A_4 teve dificuldade em entender qual a ligação do 21 com o que ela teria que pensar; por isso, partiu para tentativas aleatórias até perceber, tentar por 19, 20 e 21 e chegar no 20, 21 e 22.

O procedimento utilizado pela maioria dos alunos do Ensino Fundamental foi o de tentativa e erro com parâmetro, pois, no momento de encontrar os três números consecutivos, suas tentativas partiam de valores próximos ao resultado, demonstrando certa noção de que, se tinham seis dezenas, os números procurados deveriam estar em torno de duas dezenas cada um. Não houve menção de tentar traduzir a questão para uma equação ou utilizar alguma estratégia diferenciada de resolução.

2º Problema: Com R$ 80,00, posso comprar duas camisas, três pacotes de meias e ainda sobram R$ 10,00 de troco. Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias. Quanto custa cada camisa? E cada pacote de meias?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
A_1	X^-				
A_2^+	X^-				
A_3^+	X^-				
A_4	X^-				
A_5					X

$^-$ Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora ("...R$ 20,00 a mais do que...").
$^+$ Aluno aparentemente mais motivado para resolver a questão.

Quadro 2

Os cinco alunos entrevistados do Ensino Fundamental concluíram corretamente qual foi o valor efetivamente gasto na compra das duas camisas e dos três pacotes de meias. No entanto, apenas um aluno compreendeu o enunciado do problema por completo. E, um fato interessante de ser mencionado, é que esse mesmo aluno foi o único que se utilizou de uma estratégia diferenciada para resolver o problema e necessitou de pouca interação com a pesquisadora para resolvê-lo. Trata-se da aluna A_5[19], que se utilizou da estratégia que convencionamos como a de número 04, para este problema. Ela subtraiu a diferença do valor das duas camisas (R$ 40,00) dos R$ 70,00 e os R$ 30,00 restantes desta subtração, dividiu por 5 supondo que, agora, os 5 objetos (2 camisas e 3 pacotes de meias) teriam o mesmo valor, chegando ao preço de cada pacote de meias R$ 6,00 e, com os R$ 20,00 a mais, o preço de cada camisa R$ 26,00.

[19] A_5 cursou até 7ª série no ensino regular e trabalha de auxiliar geral em um Posto de Saúde.

A principal dificuldade apresentada pelos quatro demais alunos do Ensino Fundamental (A_1, A_2, A_3 e A_4) foi a não compreensão lingüística (e matemática) da informação contida na frase: "Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias", pois entendiam, equivocadamente, que o preço de cada camisa seria R$ 20,00, como podemos constatar pelos diálogos com A_2 e A_4:

> E: O senhor pode representar aí então as contas que o senhor fez para mim? Se quiser fazer desenho, pode tá? Do jeito que o senhor quiser tentar resolver...
> A_2: Tá bom... acho que é assim: 20.00x2 = 40,00 80.00–40.00=40.00 10.00x3 = 30.00 40.00-30.00=10.00
> E: O senhor pode me explicar essas contas que o senhor fez aí?
> A_2: Eu peguei 20 que é o preço das camisas e vezes duas camisas, deu 40. Daí eu peguei 80 que era o dinheiro que ele tinha, menos 40 das duas camisas, sobrou 40 reais. Eu peguei 10 que é o preço do par de meias vezes 3 pacote e deu 30 reais. Daí peguei 40 reais (que sobraram dos 80-40) menos 30 (dos 3 pacotes de meias) e sobrou os 10 de troco.
> --
>
> E: O que a senhora entendeu então? Só nessa parte aqui o que a senhora...?
> A_4: 70 reais né? Cada camisa custa 20. Qué dizê com mais..., são duas camisas?
> E: Aham.
> A_4: Aí são 40.

Ao analisarmos estes fragmentos, percebemos que os alunos A_2 e A_4 não entendiam que se tratava de uma comparação entre os preços da camisa e do pacote de meias.

Embora os entrevistados A_1, A_2, A_3 e A_4 tenham se utilizado da mesma estratégia de resolução, a de tentativas aleatórias (convencionada por nós como a de número 01), A_3 e A_2 se mostraram, respectivamente, mais motivados[20] para resolverem a questão, enquanto que A_1 e A_4[21] quase não respondiam aos questionamentos da pesquisadora e diziam que não conseguiriam. Mesmo com suas repetidas leituras, estes quatro alunos, não compreenderam corretamente a informação contida na frase: "Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias". Então, a pesquisadora sentiu necessidade de ler a questão para eles, sem enfatizar palavra alguma durante a leitura. Com isso, os alunos A_2 e A_3 compreenderam a frase e

---

[20] Motivados no sentido de, testada uma hipótese e não resolvida, procuravam outra hipótese e não desistiam.

[21] As alunas A_1 e A_4 aparentam serem pessoas fechadas, tímidas; parecem ter medo de errar; disseram não usar a matemática no dia-a-dia.

partiram para suas tentativas até chegarem ao resultado, enquanto que as alunas A_1 e A_4 continuaram a não perceber que se tratava de uma comparação entre os preços da camisa e do pacote de meia. Sendo assim, a pesquisadora apresentou exemplos mais simples para estas, na intenção de ajudá-las no entendimento da informação, mas não obteve êxito, como podemos observar nos seguintes fragmentos de diálogos das entrevistas:

> A_1: E aí porque que eu não sei. Aí que eu num tô entendendo. Eu não estou conseguindo fazer a conta.
> E: Ele está falando assim: a camisa tem que custar 20 reais a mais do que o pacote de meias. Então por exemplo: se eu falar assim, essa caneta tem que custar 10 reais a mais do que esta borracha. Então, supondo que esta borracha custa 1 real, quanto tem que custar esta caneta?
> A_1: 10?
> --
>
> E: [...] O que a senhora entende por: cada camisa custar 20 reais a mais do que o pacote de meia? (não respondeu) Se eu falar assim [...], essa caneta custa 3 reais a mais do que esse lápis. Por exemplo, se esse lápis custar 1 real, quanto tem que tem que custar essa caneta?
> A_4: Quanto custa os dois?

As intervenções e questionamentos, pela pesquisadora, continuaram até que ambas compreendessem e chegassem ao resultado correto, embora não afirmassem ter certeza se estava correta a resolução.

Percebe-se, assim, que a estratégia utilizada pela maioria dos alunos para a resolução deste problema foi a de tentativas de forma aleatória, com pequenas diferenças apenas na intensidade das intervenções necessárias por parte da pesquisadora.

3º Problema: Todos os dias José faz um percurso de 850 m. Desse percurso, 45% está asfaltado.

a) Quantos metros estão asfaltados?

Alunos	Procedimentos utilizados					
	Tentativas aleatórias	Tentativas com parâmetro(s)	Tentativa de algebrizar	Prático/ experiência	Lógico/ aritmético	Não resolveu
A_1[e]						X
A_2				X*		
A_3				X*		
A_4				X (?)		
A_5				X**		

* Não consegue explicar ao certo o processo utilizado (chegou pela noção que possui do resultado).
(?) Insegura quanto ao resultado.
** Chegou próximo ao resultado mais adequado.
[e] Não possuía noções de porcentagem.

Quadro 3a

b) Quantos por cento do percurso não estão asfaltados?

Alunos	Procedimentos utilizados					
	Tentativas aleatórias	Tentativas com parâmetro(s)	Tentativa de algebrizar	Prático/ experiência	Lógico/ aritmético	Não resolveu
A_1[e]				X[-]		
A_2	X					
A_3				X (?)		
A_4	X					
A_5				X		

[-] Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
(?) Inseguro quanto ao resultado.
[e] Não possuía noções de porcentagem.

Quadro 3b

c) Quantos metros não estão asfaltados?

Alunos	Procedimentos utilizados					
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**	**Não resolveu**
A_1[e]						X
A_2				X		
A_3				X		
A_4				X[-]		
A_5				X**		

[-] Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
** Chegou próximo ao resultado mais adequado.
[e] Não possuía noções de porcentagem.

Quadro 3c

d) Quantos metros correspondem a 100%?

Alunos	Procedimentos utilizados					
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**	**Não resolveu**
A_1[e]	X[-]					
A_2				X		
A_3				X (?)		
A_4				X[-]		
A_5				X		

[-] Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
(?) Inseguro quanto ao resultado.
[e] Não possuía noções de porcentagem.

Quadro 3d

Todos os alunos do Ensino Fundamental compreendiam o significado da palavra percurso, relacionando-a com: “estrada”, “caminho”, “o que anda”. Dos cinco entrevistados, um deles, A_1[22], disse nunca ter estudado porcentagem e, realmente, não tinha noção alguma sobre o assunto, a não ser o 10% do dízimo da Igreja, conforme seu depoimento: “[...]10%, de 10, você tira e dá 1, de 20 você tira 2 [...] Só que o problema embaralha a mente”. Depois de várias explicações e exemplos da

[22] A aluna A1 não cursou o módulo de matemática do segundo ciclo do ensino fundamental ainda.

pesquisadora, por intermédio da representação pictórica do percurso e de outras situações, a aluna A_1 parece ter compreendido o todo como 100% e o 55% como parte não asfaltada na segunda questão, como mostra o seguinte fragmento do diálogo:

> E: [...] Quantos por cento teria aqui então que não tem asfalto?
> A_1: 55!
> E: 55? Como você chegou a essa conclusão?
> A_1: Porque se aqui é metade... um pouco menos, aqui ia dar 50 e aqui 5...
> E: Tá. Teria alguma conta você fez de cabeça para chegar?
> A_1: 50 + 5.

Com relação à primeira questão deste problema (a), a aluna A_1 não conseguiu realizar as transformações de porcentagem para metros, preferindo deixá-la sem resolver. Tinha dúvida sobre quase tudo o que a pesquisadora questionava, sempre usando expressões “Ai Deus”, “Jesus Amado”, “Ô meu Deus” e “Não sei”, demonstrando insegurança e falta de conhecimento sobre o assunto.

De modo geral, os demais alunos (A_2, A_3, A_4 e A_5) tinham alguma noção de porcentagem, como, por exemplo: relacionavam metade do percurso a 50% e 45% a menos da metade. Estes alunos disseram usar sempre a calculadora para realizar cálculos de porcentagem, inclusive na sala de aula e que, por isso, não fazem cálculos à mão freqüentemente, fato que possivelmente tenha acarretado dúvidas durante a resolução de alguns algoritmos.

Os entrevistados A_2 e A_3 tiveram mais segurança nos cálculos feitos para a resolução da primeira questão deste problema (a), embora não soubessem explicar ao certo todo o processo realizado. A_2, por exemplo, multiplicou 45% por 850 (estratégia convencionada como a de número 05b), chegando ao resultado 382,5, mas não conseguiu justificar a colocação da vírgula após o 382, como exemplifica o seguinte fragmento do diálogo da entrevista, ou seja, demonstrou não compreender que 45% pode ser escrito na forma decimal 0,45:

A_2: Vamo vê... (montou a conta 850 x 45%= 38250. Depois acrescentou mais um zero à direita, ficando assim: 382.500. Na seqüência, cortou os dois zeros da direita, ficando: 382.5)
E: Como o senhor fez então, pode me explicar? Aqui o senhor fez vezes, 850 e 45%, é isso?
A_2: É, fiz de vezes.
E: Quanto deu quando o senhor multiplicou aqui? Que resultado deu, antes do senhor acrescentar esse zero aqui?
A_2: Tinha dado até aqui, mais sempre em porcentagem tem que colocar um zero e cortá ele, não é isso?
E: É? O que o senhor fez? O senhor acrescentou um zero e cortou duas casas?
A_2: É, duas casa!

Já o entrevistado A_3[23] utilizou-se da estratégia convencionada como a de número 03 para este problema. Ele procura sempre calcular 10% do total e, assim, vai compondo e decompondo o valor, conforme a necessidade. No caso da primeira questão (a) deste problema, sabia que 10% de 850 m era 85 m, então multiplicou 85 por 4, chegando nos 340 m (40% de 850). Para calcular os 5% restantes do 45%, dividiu o 85 (10% de 850 m) por 2 e chegou em 42,50 m. Em seguida, somou o 340 com 42,50, obtendo o resultado 382,5 m, que é os 45% dos 850 m. Segundo ele, aprendeu esta forma de resolução com um amigo, pois “era ruim em porcentagem”(sic). No momento de colocar as vírgulas nos resultados encontrados, vai pela lógica dos dados, demonstrando possuir algumas lacunas na sua compreensão[24] sobre porcentagem, como mostra o fragmento da conversa em que procura explicar seu pensamento à pesquisadora, num outro exemplo, após a conclusão da resolução da questão:

A_3: Vô colocá aqui 12 reais, aí 10%.
E: Tá!
A_3: Aí, 10% seria aqui, no caso, seria um real e vinte centavos (1,20). Entendeu? Eu multiprico e depois eu diminuo!
E: Tá, então espera aí, então vamos ver... se você pegar o 12 reais e multiplicar por 10, quanto vai dá? Já vai dá direto esse 1,20? Queria sabe assim, como você chega no 1,20?
A_3: Deixa eu colocar um valor maior... vou colocar aqui 100 reais, aí 10%? Aí eu multiprico, entendeu?
E: Tá, quanto vai dar 100 reais vezes o 10?
A_3: Aí seria... porque eu usava sempre fazê assim, porque é só colocá um zero a mais, mais pra ficá mais concreto assim... (fez 100,00 x 10= 100000) Aí seria...

[23] A_3 tem experiência, na prática, com porcentagem.
[24] Referimo-nos a lacunas na compreensão, baseados em SOLÉ (1998, p.128).

* Contou 4 casa, colocou a vírgula e disse:
A_3: ...10 reais né?
[...]
E: Sem cortar as vírgulas, que número seria? Que número formou aqui?
A_3: 100 mil!
E: 100 mil! Aí, por que você sabe que tem que colocar uma vírgula aqui (depois do 10)? (sorri)
A_3: (sorriu) Isso aí eu num sei!!

Analisando estes dois fragmentos anteriores, percebemos que os alunos A_2 e A_3 utilizam-se de certa lógica na resolução, porém, não conseguem explicá-la nos termos matemáticos.

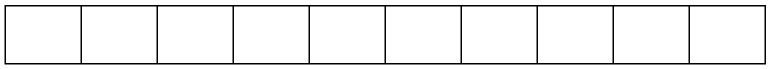
A entrevistada A_5, assim como A_3, calcula 10% dos valores, mas não consegue precisar os resultados, tenta aproximar os valores, também pela lógica dos dados do problema. Na primeira questão (a), equivocou-se ao calcular 40% de 400, quando na verdade teria que calcular 40% dos 850 m, para chegar à quantidade aproximada de metros correspondentes aos 45% do percurso que estão asfaltados.

A entrevistada A4 demonstrou, de início, ter convicção da operação a utilizar: multiplicou 850 por 45, chegando ao resultado 382,50. No entanto, quando questionada pela pesquisadora quanto ao porquê da colocação da vírgula, ficou bastante insegura, demonstrando não ter total compreensão do processo utilizado. Tentou a divisão 850/45, mas não teve êxito no cálculo, chegando ao quociente 108. Com intervenção da pesquisadora, achou que deveria considerar a conta de multiplicação, embora tenha ficado intrigada com a questão da vírgula.

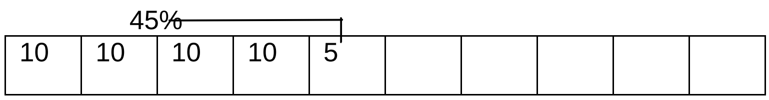
A primeira questão foi resolvida com mais tranqüilidade pelos alunos que tinham maior conhecimento prático sobre porcentagem (A_2, A_3 e A_5).

De modo geral, a segunda questão deste problema (b) foi resolvida com menos dificuldade apenas pela entrevistada A_5. Com a primeira leitura já respondeu: “se 45% está, 55 não está” e explicou seu pensamento quanto à resolução, embora resistente no momento de transcrever para o papel. Os entrevistados $A_{2,}$ A_3 e A_4, leram a primeira vez e entenderam que estava perguntando quantos metros não estariam asfaltados, já partindo para o cálculo 850-382,5. Quando solicitados para lerem novamente, A_3 respondeu certo, representou dividindo o todo (100%) em 10 partes, explicando:

> A_3: Aqui é a metade, 45%... aqui seria 850...
> E: O percurso inteiro né?
> A_3: É!! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (dividiu o percurso que desenhou em 10 partes)



> E: Por que você dividiu em 10 pedacinhos?
> A_3: Pra ficá mais fácil!! (sorriu)
> [...]
> A_3: Aí, no caso, aqui seria... daqui pra cá, que eu vô fazê 45%... vamos supor que cada um desses aqui é 10, aqui é metade: 5...



No entanto, quando questionado porque pegou 100% e diminuiu 45%, ficou em dúvida, se mostrando inseguro quanto ao que tinha feito:

> E: Por que você pegou 100%?
> A_3: Por que eu peguei? (sorriu)
> E: É!
> A_3: Porque geralmente é assim, eu aprendi assim!
> E: O que é esse 100% que você pegou?
> A_3: Esse 100% no caso seria os 800. Mas só que eu acho que não tá certo! Porque não é 100%, né?
> E: Ahm?
> A_3: No caso aqui não é 1000! Não é 100 metro! É 850 metros né?
> E: Aham!
> A_3: Então não tem como...
> E: Não tem?
> A_3: ...não tem como sê 55! Se fosse 1000 aqui seria mais fácil! Ou 100 ou 10, aí era batata, era pegá e diminuí!

Neste caso, A_3 não teve segurança quanto aos 850 m ser 100% do percurso, demonstrando que existem lacunas na sua compreensão sobre porcentagem, o que confundiu sua forma de resolução.

Ainda referente à mesma questão, os alunos A_2 e A_4 já iniciaram a resolução a partir de tentativas aleatórias, sem saber explicar o porquê, pegando dados explícitos e implícitos no enunciado, como mostra este fragmento do diálogo com a aluna A_4:

> A_4: Peraí, dexa eu ver aqui... (foi dividir 382,50 por 100; o quociente da divisão deu 300, ela cortou os dois zeros)
>
> 382,50 | 100
> 00050   3~~00~~
>
> A_4: 3% seria?
> E: 3% a senhora acha?
> A_4: Não é na matemática que corta os zeros?
> E: Ah, é... ?
> A_4: Ah, num sei!

A_2 e A_4[25] compreenderam do que se tratava, após intervenções mais diretas da pesquisadora, recorrendo à representação pictórica do trajeto, na qual conseguiram marcar corretamente os 45% que estavam asfaltados e, relacionando o todo (850 m) com 100% do percurso, chegaram aos 55% não asfaltados.

A dificuldade nesta questão (b) nos chamou atenção, pois pensávamos que seria facilmente resolvida pelos alunos, uma vez que seria necessário apenas de uma subtração (100 - 45). Percebemos que, no entanto, para eles, essa transposição de metros para porcentagem não está bem fundamentada (ou acomodada[26]).

Com relação à terceira questão (c) deste problema, a entrevistada A_1 não quis nem tentar porque disse que não tinha conseguido a primeira questão (a), que também falava em metros. A_2 e A_3 compreenderam e resolveram corretamente, percebendo a relação com a primeira questão (a), subtraindo 382,50 dos 850 m. A entrevistada A_4 achou que, como um metro tem cem centímetros, bastava multiplicar os 55% por 100 que chegaria à quantidade de metros asfaltados, mas sem muita convicção do que estava fazendo. Quando a pesquisadora questionou se ela sabia quantos

---

[25] A_2 e A_4 são pessoas mais idosas, que ficaram mais tempo fora da escola.
[26] Acomodada no sentido Piagetiano, de acomodação do conhecimento.

metros estavam asfaltados, A_4 reconheceu que poderia chegar ao resultado subtraindo[27] 382,50 dos 850, pois até então, não havia percebido a inter-relação entre esta questão e a primeira (a). Já a entrevistada A_5, tentou utilizar a mesma estratégia utilizada para resolver a primeira questão (a) deste problema, ou seja, por aproximação ao resultado, como mostra o seguinte fragmento do diálogo:

> A_5: A metade... 425 mais 5%... (fez 5+5+5+5=20) uns 450 metro.
> E: 450 você acha?
> A_5: É.
> E: O que você fez para chegar no 450?
> A_5: Que a metade dá 425, com mais 5%..., vai dar... que nem de cada 100... 450, um pouquinho mais, 452...
> [...]
> A_5: Foi a metade, metade 425 depois tem mais o 5%, aí eu coloquei...
> E: Como você calculou esse 5%?
> A_5: Cada 100, que aí fica mais fácil né, aí no caso dá 5, 10, 15, 20, dá 20, deixa eu ver se foi desse jeito mesmo, mais 5% é: 5, 10, 15, 20, ... 20, 25.
> [...]
> A_5: Aí deixa eu ver aqui... É 425 mais, mais, vai dar mais uns 25, 27 no caso... mais 27, 12 (5+7), (425+27= 452) 452 km.

Como pudemos perceber, ainda com relação à terceira questão, a entrevistada A_5, no momento de calcular os 5% restante, fez os cálculos sobre os 425, (metade) quando deveria ter feito sobre os 850 m, demonstrando também não ter o conhecimento sobre porcentagem totalmente acomodado.

Com relação à quarta questão (d) deste problema, só a entrevistada A_1[28] não compreendeu o significado da palavra "correspondem", mesmo após várias explicações da pesquisadora. Conseguiu responder quando tal palavra foi substituída por "têm" e explicada de forma mais narrativa, com mais elementos do problema, como pode ser comprovado ao final do fragmento do diálogo:

> E: Aí ele perguntou para você quantos metros correspondem, essa palavra aqui correspondem, você entende?
> A_1: Não.
> E: O que quer dizer correspondem?
> A_1: Não.
> E: Não? Corresponde quer dizer assim que é, né. Quantos metros é 100% do percurso? Quantos metros têm 100% do percurso? Uma coisa que corresponde, se eu falar assim... O percurso inteiro é quantos por cento?

[27] A aluna A_4 teve dificuldade na operação de subtração com os números decimais que inseriu no problema.
[28] A entrevistada A_1 demonstra ser tímida e possuir um vocabulário um tanto restrito; diz que gosta de ler só gibi.

A_1: 100 né?
E: 100%. Isso, então quantos metros correspondem a esse 100% do percurso?
A_1: 10? 1000?
E: Ahm?
A_1: Não sei não.
[...]
E: Quantos têm o percurso inteiro, quantos por cento?
A_1: 100.
E: 100%. E isso em metros, quanto que corresponde o percurso inteiro em metros?
A_1: 10 metros?
E: Quer dizer assim: quantos metros têm o percurso inteiro que o José faz, né? Quantos metros têm? Aqui oh (mostrou no desenho), esse percurso que o José faz todos os dias, quantos metros têm?
A_1: 850.

Ainda com relação à quarta questão (d), os entrevistados A_2 e A_5 responderam corretamente, relacionando 100% do percurso aos 850 m. Já A_3, como havia ficado em dúvida na segunda questão (b), não sabia ao certo se 100% do percurso seria 850 ou 1000 m, mas optou pelos 850 m como resposta final. A entrevistada A_4 foi a única que achou, de início, que teria que fazer alguma conta para responder esta questão (d), voltando à relação “um metro tem cem centímetros”. Fez a operação 850x100 e achou que o resultado poderia ser 85000. Na seqüência, quando a pesquisadora questionou quantos metros tinha o percurso, percebeu que não poderia dar 85000, então achou que deveria fazer 850 dividido por 100. Foi preciso que a pesquisadora e a aluna voltassem analisar a representação pictórica do percurso para conseguir responder corretamente. Segundo ela, a questão “não estava tão difícil, é que a gente ainda não tem um estudo de matemática perfeito” [...] “uma porcentagem deve ser muito bem estudada”. Por esta declaração da aluna A_4, entendemos que talvez seus conhecimentos sobre porcentagem não fossem fundamentados como deveria, permanecendo algumas lacunas na sua compreensão sobre o assunto.

Pudemos perceber que, para a resolução da primeira questão deste problema (a), os alunos recorreram a estratégias variadas, predominado os procedimentos mais próximos aos feitos quando utiliza-se a calculadora, pois transformavam números inteiros em valores decimais apenas pela noção que tinham do resultado à obter, sem saber explicar o processo matemático.

4º Problema: O perímetro de um retângulo é 72 cm. Sabendo que o lado maior é o dobro do menor, encontre as medidas dos lados do retângulo.

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
A_1	X#				
A_2	X#				
A_3				X°	
A_4	X#				
A_5	X				

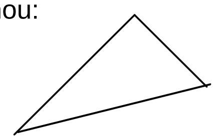
° Chegou direto ao resultado, sem cálculo algum.
Dificuldade em controlar a relação do dobro entre os lados e o perímetro de 72 cm, ao mesmo tempo, nas tentativas.

Quadro 4

Na resolução deste problema, a primeira dificuldade encontrada pelos entrevistados do Ensino Fundamental foi com o significado das palavras retângulo e perímetro. Nenhum, dos cinco alunos, soube o que é perímetro, relacionando o 72 cm com a medida de um dos lados do retângulo ou à soma de dois deles, havendo necessidade da pesquisadora esclarecer tal conceito matemático. Dois alunos (A_1 e A_2) além de não compreenderem o que seria perímetro, não reconheciam qual das figuras geométricas seria o retângulo, como nos mostra os seguintes fragmentos dos diálogos com eles, respectivamente:

> A_1: Ai, eu tô em duvida entre dois.
> E: Não tem importância, faz o que você acha que é, o que você acha mais que é. (desenhou triângulo). Esse você acha que é o retângulo?
> A_1: Ou é esse ou o redondo, sei lá.
> ---
>
> E: Isso! Retângulo, o senhor conhece o que é?
> A_2: Retângulo? Pode sê... retângulo... bom, faz muito tempo que eu fazia isso aí... o retângulo é treis parte não é?

E: É? O senhor pode desenhar, então, para mim aqui? Como o senhor acha que é um retângulo?
* Desenhou:



A palavra dobro era compreendida por todos, embora sua relação entre os lados do retângulo nem sempre fosse lembrada ou considerada.

No momento da resolução deste problema, após entendidos aparentemente todos os termos do enunciado, um aluno (A_3) chegou ao resultado correto na primeira tentativa. Ele atribuiu 24 cm a cada um dos lados maiores e disse que, como o lado menor seria a metade do maior, este mediria 12 cm. Os quatro demais alunos (A_1, A_2, A_4 e A_5), tentaram resolver o problema utilizando-se de inúmeras tentativas aleatórias, ou seja, sem entender a relação entre os lados do retângulo, ou noção de aproximação ao resultado, semelhante à estratégia que convencionamos como a de número 02 para este problema. Os alunos A_1, A_2 e A_4, de início, acharam que teriam que dividir o 72 por 2; no entanto, A_2 foi o aluno mais persistente na divisão, tentando de várias maneiras, entre elas, a que destacamos a seguir:

E: Então, só para o senhor me explicar, o que o senhor fez... O senhor pegou o 72 e dividiu por 2, deu 36. O senhor usou o 36 aqui ou não?
A_2: Não, esse 36 aí eu fui dividí por 2...
E: Ah, tá! O senhor dividiu por 2 de novo, deu... ?
A_2: ... 18!
E: ...18! Aí esse 18 o senhor achou que seria o lado maior, é isso?
A_2: É!
E: Aí o senhor pegou 18, dividiu por 2 de novo, deu... ?
A_2: 9!
E: 9! Aí o senhor achou que 9 era o lado menor?
A_2: Não é, não é!

Não obtendo resultado com as divisões, partiam para as tentativas aleatórias, ora lembrando de controlar a relação do dobro entre os lados, ora o perímetro de 72 cm, até chegarem ao resultado que satisfez ambas as condições.

A entrevistada A_5 utilizou-se também de tentativas aleatórias para a resolução deste problema, porém foi mais perceptiva que os demais quanto às condições exigidas, procurando controlar a relação do dobro entre os lados e aproximando o resultado ao perímetro de 72 cm. Podemos observar, por exemplo, que sua última tentativa foi com parâmetro, pois, do resultado encontrado, calculou o que faltava para chegar ao perímetro e dividiu igualmente entre os valores das medidas atribuídas na tentativa anterior (23,5 cm para o lado maior e 11,5 cm para o lado menor), demonstrando que estabeleceu certa lógica:

> * Montou a conta no formato vertical: 23,5+23,5+11,5+11,5= 70,0
>
> A_5: [...] deu 70, tá faltando 2...
> E: É?
> A_5: 2, você coloca 5 cada um (quis dizer acrescentar 0,5 a cada valor dos lados pensado anteriormente), 24... 24, são 48 (24+24= 48)... metade de 24 são 12... 12 e 12, 24... (Fez: 24+24= 48+24= 72 e disse:)... achei!

Convém ressaltar o fato de parecer não ter ficado claro para a maioria dos alunos que o enunciado solicitava encontrar as medidas de **cada** lado do retângulo, pois como demonstra o fragmento do diálogo com A_4, surgiram dúvidas quanto ao que realmente pedia este problema:

> E: Aí o perímetro a senhora já sabe que é 72, ele pediu para senhora encontrar o quê, então?
> A_4: Encontre as medidas do lado do retângulo.
> E: Isso encontre as medidas **dos lados** do retângulo.
> A_4: Aí eu ia somá!!
> E: A senhora encontrou as medidas dos lados do retângulo?
> A_4: Isso é pegadinha não é?
> E: Não!!!
> A_4: É pegadinha, não é pussive!!! Oh, porque as medida.... (parou)
> [...]
> A_4: Eu tô na dúvida porque "dos lados"...
> E: Por que ele perguntou encontre as medidas dos lados do retângulo, não foi isso?
> * Ela ficou em dúvida se seriam as medidas de cada lado do retângulo ou de todos eles, somados!!!
> A_4: Então, aí eu teria que o que agora? Todos os lados?
> E: Não.
> A_4: Mais gente, a medida dele é 72 não é?
> E: 72 é o...?
> A_4: ...perímetro!
> E: ...perímetro. É que a senhora está associando que medida tem que ser a soma de tudo. Será que é isso que é medida? [...]
> A_4: É! Eu ia medi as partes e somá!

Analisando o diálogo acima, percebemos que “medidas dos lados” era compreendida por A_4 como sinônimo de medir os lados do retângulo e, em seguida, somá-los. Talvez este enunciado precisasse estar escrito de forma mais explícita para se tornar compreensível por todos, pois, se a pesquisadora não estivesse ali para esclarecê-lo, a resolução de alguns alunos estaria incorreta pelo fato do texto gerar ambigüidades de interpretação.

Como observamos, foi unânime a utilização do procedimento de resolução por tentativas (estratégia possível número 02), nenhum aluno tentou representar a situação de uma outra forma. Pelo fato dos alunos A_3, A_4 e A_5 já terem cursado o módulo de matemática da Fase II do Ensino Fundamental, pensamos que poderiam ter recorrido a outros conhecimentos matemáticos que oferecem maiores possibilidades nos cálculos.

5.1.2 O Grupo II:

1º Problema: A soma de três números consecutivos é 63. Quais são esses três números?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	Tentativas com parâmetro(s)	Tentativa de algebrizar	Prático/ experiência	Lógico/ aritmético
B_1	X§ - #				
B_2	X§ - #				
B_3		X			
B_4		X			
B_5	X§ - #				

§ Teve necessidade de operar com números que apareceram no enunciado.
- Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora (palavra "consecutivos").
Dificuldade em controlar todas as relações do problema ao mesmo tempo nas tentativas.

Quadro 5

Os cinco alunos entrevistados do ensino médio disseram não lembrar ou nunca ter ouvido falar "números consecutivos". Sendo assim, a pesquisadora sentiu necessidade de apresentar alguns exemplos em contextos do cotidiano em que a palavra "consecutivos" é usada, para ver se eles conseguiam transferir para o sentido para o contexto matemático, como podemos observar o fragmento do diálogo com B_5:

> E: [...] Então [...] se eu falei assim, ó: eu freqüentei a escola três dias consecutivos! O que você acha que eu quis dizer com isso?
> B_5: Que eu não faltei nenhum dia!
> E: Que eu não faltei nenhum dia, ou seja, que eu vim três dias....
> B_5: ...três dias seguidos!
> E: Isso! Seguidos! Três dias seguidos! Sem faltar um! Então, se eu vim na segunda, eu vim também na... ?
> B_5: ...na terça... e na quarta!

Um dos alunos, B_3[29], disse que imaginava que seriam números iguais e permaneceu com sua idéia até ler o significado da palavra no dicionário. A partir daí, teve como

[29] O aluno B_3 está sempre em contato com cálculos no trabalho, o que pode ter auxiliado na aproximação ao resultado.

parâmetro que os números estariam próximos a 20; pensou primeiramente nos números 19, 20 e 21, cuja soma deu 60; depois já descobriu que seriam os números 20, 21 e 22, pois a soma deu 63.

O aluno B_4[30], após ter compreendido o significado de consecutivo no contexto cotidiano, com exemplo da pesquisadora, também iniciou suas tentativas com o parâmetro de que os números estariam próximos a 20; tentou as somas 21+22+23, 19+20+21 e chegou aos números 20, 21 e 22 como resultado do problema.

Os alunos B_1, B_2 e B_5, mesmo após o exemplo no contexto cotidiano, demonstraram ter necessidade de operar diretamente com os números que apareceram no enunciado, ou seja, compreenderam o que seria dias consecutivos, mas não conseguiram transferir a idéia para números consecutivos, como podemos observar no fragmento do diálogo com B_1:

> E: [...] Quando eu falei dias consecutivos, você entendeu que tem que ser dias...? ...seguidos, não é isso?
> B_1: ...seguidos, é!
> E: E quando eu passo aqui para números consecutivos, o que quer dizer, então?
> B_1: Então vai sê a soma do número 3 mais 63?
> E: Você acha que tem que somar o 3 mais o 63?
> B_1: É!
> E: É? Quando ele falou aqui "esses três números consecutivos"... você entendeu o que quer dizer três números consecutivos?
> B_1: Entendi!
> E: Como que seriam três números consecutivos?
> B_1: Teria que ser o 3, né?
> E: Ahm?
> B_1: Não, como que é...? Somando esse 63 mais 3, vai dá três número, não dá?
> [...]
>
> E: [...] Então como seriam esses três números consecutivos?
> B_1: Ói, então vai ser a soma de trêis, somá os trêis mais o 63!
> E: Os três mais o 63?
> B_1: É, somano os trêis número daí!
> E: Ahm? Qual seria então esses três números então?
> B_1: 3 mais o 63!

Embora a pesquisadora tenha retornado ao exemplo do cotidiano, com dias consecutivos, a idéia de B_1 permanecia na soma dos números 3 e 63. Para estes

[30] O aluno B_4 utiliza-se de cálculos e medidas no trabalho, fato que pode ter ajudado na aproximação do resultado.

três alunos (B_1, B_2 e B_5), a pesquisadora sentiu necessidade de retomar o enunciado, com explicações mais direcionadas, questionamentos, utilizando exemplos de soma de três números consecutivos. Quando compreenderam, utilizaram-se de tentativas aleatórias, apresentando pequenas diferenças nos procedimentos realizados, porque cada aluno se fixou em dados diferentes do enunciado do problema, por exemplo, B_1[31]:

> E: São, né! Quanto vai dar a soma desses 3? (fez a conta: 30+31+32=93)
> B_1: Vai dá 93!
> E: 93! E tem que dar quanto na nossa conta?
> B_1: Deixa eu vê aqui... que daí eu vô tê que diminuí 30... (pegou 90-30= 63) e daí vai dá 63!
> E: Só que do jeito que ele fala aqui, a gente pode fazer assim? Depois diminui 30? (sorri)
> B_1: (também sorriu – não falou nada)
> E: A gente tem que achar quais são esses três números que vai somar e já dar de cara o 63, né?
> B_1: Então, vai tê que diminuí essa conta aqui... vai tê que fazê assim, oh: 93 menos 30, pra dá 63.
> E: Uhm? Mais daí quais são os 3 números que somados dá 63?
> B_1: Ai, o pior que agora só tem dois né...?

Como observamos, embora a aluna B_1 já tenha utilizado três números consecutivos na primeira tentativa (30, 31 e 32), esqueceu-se desta informação, fixando-se na soma ter que dar 63. O mesmo ocorreu, por exemplo, com B_2[32], que, quando compreendeu o que são números consecutivos e que a soma deles deveria ser 63, deixou de lado a informação "**três** números consecutivos", somando os números consecutivos a partir do 1 até dar 63:

> B_2: ...que dá os 63?
> E: ...que dá os 63. E esses números têm que ser que jeito? Esses 3 números?
> B_2: Tem que ser um após o outro.
> E: Isso. Um após o outro.
> B_2: Deu 3... deu 3... deu 6?
> E: Isso.
> B_2: Deu 6... deu 4... 10... né?
> E: Aham.
> B_2: Dá 15... 6... 21... 7... 28... 8... 21...
> E: O senhor está somando daí o 1 mais 2 mais 3 mais 4... é isso?
> [...]
> B_2: É 2, é 1 mais 2, mais 4, até dar o 63, né?

[31] A aluna B_1 é trabalhadora do lar, disse usar apenas as operações básicas da matemática no dia-a-dia, recorrendo sempre à calculadora.
[32] O aluno B_2 disse ter repetido várias séries escolares, estudou até 3ª série no ensino regular e não usa a matemática no trabalho. Demonstrou dificuldade em controlar, ao mesmo tempo, todas as informações do enunciado.

Depois disso, foram tentando sucessivamente outras seqüências de três números consecutivos, até chegarem à seqüência cuja soma deu 63.

Analisando os fragmentos dos diálogos com B_1 e B_2, parece que existe pouca familiaridade com os textos matemáticos, além de que a retenção das informações lidas e discutidas ocorre parcialmente.

Percebemos que a dificuldade maior dos alunos foi com relação à questão central deste problema, ou seja, conhecer o conceito matemático "números consecutivos", uma vez que não se refere a três números quaisquer, eles precisam ser de tal forma que o segundo é uma unidade a mais que o primeiro e, ao mesmo tempo, uma unidade a menos que o terceiro.

Como pudemos observar, nenhum aluno utilizou-se de estratégia diferenciada, todos resolveram por tentativas , sendo a maioria de forma aleatória.

2º Problema: Com R$ 80,00, posso comprar duas camisas, três pacotes de meias e ainda sobram R$ 10,00 de troco. Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias. Quanto custa cada camisa? E cada pacote de meias?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
B_1	X[-][#]				
B_2	X[-]				
B_3					X[!][x]
B_4	X[/][-]				
B_5	X[-][#]				

[-] Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora ("...R$ 20,00 a mais do que...").
[!] Achou que o enunciado estava incompleto.
[/] Tentou algebrizar mas não soube o que fazer.
[x] Sua primeira tentativa foi com noção algébrica, depois usou a aritmética para chegar ao resultado.
[#] Dificuldade em controlar todas as relações do problema ao mesmo tempo nas tentativas.

Quadro 6

Com as primeiras leituras deste problema, os cinco alunos do ensino médio compreenderam que o valor gasto na compra das camisas e dos pacotes de meias foi de R$ 70,00; no entanto, três deles (B_1, B_2 e B_5) entenderam, equivocadamente, que o enunciado dizia ser R$ 20,00 o preço de cada camisa, demonstrando dificuldade na leitura compreensiva do enunciado. Com a leitura e a interpretação por partes, sugerida pela pesquisadora, todos compreenderam o real sentido da frase: "Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias". O aluno B_2 já foi fazendo tentativas aleatórias para o valor de cada pacote de meias, sempre atento aos R$ 20,00 a mais para o preço da camisa, até encontrar o valor efetivamente gasto. Já as entrevistadas B_1 e B_5 diziam não saber como começar a resolução e, por sugestão da pesquisadora, utilizaram-se também da estratégia de tentativas (aleatória); porém se fixavam ao valor gasto, esquecendo-se de controlar os R$ 20,00 a mais para o preço das camisas, como podemos observar no seguinte diálogo, o qual mostra uma das tentativas da aluna B_1:

> B_1: (ficou murmurando baixinho...) 27 e 50 (27,50) !
> E: E aí seria o quê 27 e 50?
> B_1: A camisa!
> E: A camisa! Ah, tá!
> *Fez a conta 27.50 + 27.50 = 55 00 e disse:
> B_1: 55 daria as camisa!
> E: As duas camisas né... que você pegou 27 e 50 mais 27 e 50 né?
> B_1: É!
> E: E aí, nesse caso, a meia tinha que custar quanto?
> B_1: 5 real cada meia vai dá...?

Se analisarmos os parágrafos anteriores deste diálogo com a aluna B_1, observaremos que ela permaneceu com o valor atribuído na tentativa anterior a cada pacote de meias e "acertou" o valor das camisas para obter os R$ 70,00 gastos.

Os entrevistados B_3 e B_4 entenderam, desde as primeiras leituras, que existia uma diferença de preço de R$ 20,00; porém, B_3 achou que seriam R$ 40,00 a mais que os três pacotes de meias e utilizou-se de uma estratégia diferenciada para sua resolução, na tentativa de algebrizar, conforme ele explica seu pensamento, oralmente, neste fragmento do diálogo:

> B_3: Agora tenho que saber quanto vale cada pacote, vinte reais a mais são quarenta, eu tinha setenta, vai sobrar só trinta... Treis pacotes de meias são quinze, são cinco reais cada pacote, são duas camisas? São duas camisas. São sete e cinqüenta cada camisa.
> * Quando a pesquisadora perguntou se estava tudo certo, ele voltou a ler e achou que o enunciado estava incompleto[33], dizendo:
>
> B_3: Quanto custa cada camisa e quanto custa cada pacote de meias, faltou um s aqui... seria os pacotes...

Com esta estratégia, o aluno demonstrou possuir algumas noções de álgebra, fazendo tudo oralmente, não tentou traduzir o que pensou para uma equação matemática. Embora tenha realizado o procedimento oralmente e não registre na forma algébrica o desenvolvimento das equações, resolve-as corretamente demonstrando ter noções da lógica da notação.

Após esclarecida esta dúvida, B_3[34], utilizando-se de tentativa, pensou em R$ 5,00 o preço de cada pacote de meias e R$ 25,00 o de cada camisa, obtendo R$ 65,00. Como faltaram R$ 5,00 para chegar ao total gasto, dividiu estes R$ 5,00 faltantes por 5 (2 camisas e 3 pacotes de meias), entendo que deveria acrescentar R$ 1,00 ao valor atribuído anteriormente a cada objeto, chegando nos R$ 6,00 para o preço de cada pacote de meias e R$ 26,00 para cada camisa.

O entrevistado B_4, assim como B_3, tentou iniciar subtraindo a diferença de R$ 40,00 (das duas camisas), dos R$ 70,00 gastos, porém, não conseguiu prosseguir com o pensamento, dizendo que não daria certo. À partir das intervenções da pesquisadora, começou a fazer tentativas aleatórias, atribuindo valores a cada

---

[33] Parece não ter ficado claro no enunciado que seriam R$ 20,00 a mais do que cada pacote de meias.

[34] O aluno B3 cursou até 4ª série do ensino regular. Utiliza estratégias "engenhosas" para resolver problemas. Como ele trabalha muito com números e cálculos, voltamos a pensar que este fato possa influenciar no desenvolvimento de seus conhecimentos matemáticos. Disse que se confundiu na hora de ler e que entende melhor quando outra pessoa lê para ele.

pacote de meias, controlando os R$ 20,00 a mais para o preço das camisas, até chegar nos R$ 70,00 gastos.

Desta forma, mais uma vez, a estratégia utilizada pela maioria dos alunos é a de tentativas de forma aleatória, ou seja, sem um parâmetro direcionador de aproximação ao resultado ou sem utilizar conhecimentos e procedimentos matemáticos habitualmente abordados no contexto escolar, o que não desmerece (ou desvaloriza) sua forma de resolução.

* Nenhum aluno utilizou-se de representação pictórica (linguagem figurativa).

3º Problema: Todos os dias José faz um percurso de 850 m. Desse percurso, 45% está asfaltado.

a) Quantos metros estão asfaltados?

Alunos	**Procedimentos utilizados**				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
$B_1^{e\ \%}$	X^-				
$B_2^{\%}$		X*			
$B_3^{\%}$				X	
$B_4^{(\%?)}$		X^- *			
B_5^{e}					X^- **

^{e} Não possuía principais noções de porcentagem.
$^{\%}$ Disse usar somente a calculadora para cálculos de porcentagem.
$^{(\%?)}$ Indícios de usar calculadora para cálculos gerais.
$^{-}$ Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
* Não consegue explicar ao certo o processo utilizado (chegou pela noção que possuía do resultado).
** Procedimento equivocado. Não chegou à resposta correta.

Quadro 7a

b) Quantos por cento do percurso não estão asfaltados?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	Tentativas com parâmetro(s)	Tentativa de algebrizar	Prático/ experiência	Lógico/ aritmético
$B_1^{e\ \%}$	X^-				
$B_2^{\%}$				$X^{-(?)}$	
$B_3^{\%}$				X	
$B_4^{(\%?)}$				X	
B_5^{e}				X^-	

^{e} Não possuía principais noções de porcentagem.
$^{\%}$ Disse usar somente a calculadora para cálculos de porcentagem.
$^{(\%?)}$ Indícios de usar calculadora para cálculos gerais.
$^-$ Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
(?) Inseguro quanto ao resultado.

Quadro 7b

c) Quantos metros não estão asfaltados?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	Tentativas com parâmetro(s)	Tentativa de algebrizar	Prático/ experiência	Lógico/ aritmético
$B_1^{e\ \%}$				X^-	
$B_2^{\%}$				X	
$B_3^{\%}$				X	
$B_4^{(\%?)}$				X	
B_5^{e}					X^- **

^{e} Não possuía principais noções de porcentagem.
$^{\%}$ Disse usar somente a calculadora para cálculos de porcentagem.
$^{(\%?)}$ Indícios de usar calculadora para cálculos gerais.
$^-$ Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
** Procedimento equivocado. Não chegou à resposta correta.

Quadro 7c

d) Quantos metros correspondem a 100%?

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
B_1 [e %]					X [- a]
B_2 [%]				X [- a(?)]	
B_3 [%]				X [a]	
B_4 [(%?)]				X [a]	
B_5 [e]				X [- a]	

[e] Não possuía principais noções de porcentagem.
[%] Disse usar somente a calculadora para cálculos de porcentagem.
[(%?)] Indícios de usar calculadora para cálculos gerais.
[-] Chegou ao resultado com intervenção da pesquisadora.
[a] Não utilizou cálculo, só dedução.
(?) Inseguro quanto ao resultado.

Quadro 7d

Todos os alunos do Ensino Médio compreendiam o significado da palavra “percurso”, relacionando-a com: “estrada”, “trajeto”, “caminho que ele anda”.

A maioria dos alunos (B_1, B_2 e B_3) disseram usar sempre a calculadora para cálculos de porcentagem. Entre eles, apenas B_3 disse saber resolver a primeira questão de outra forma, a qual destacaremos mais abaixo no decorrer desta análise. O aluno B_4, embora não tenha dito claramente, apresentou indícios de utilizar a calculadora para cálculos em geral.

Dos cinco alunos, dois (B_1 e B_5) não possuíam uma das principais noções sobre porcentagem, ou seja, não compreendiam o todo como 100% e, conseqüentemente, que 45% se tratava de menos da metade do percurso. Sendo assim, a pesquisadora sentiu necessidade de fazer algumas comparações com outras situações cotidianas, dar exemplos e explicações sobre porcentagem, com auxílio da representação pictórica do percurso. Na resolução da primeira questão deste problema, a aluna B_1, embora tenha dito usar sempre a multiplicação para cálculo de porcentagem na calculadora, possuía dúvidas quanto ao algoritmo a utilizar na resolução deste problema, como mostra o seguinte diálogo:

> B_1: Deu 38 mil e 250 (850x45).
> E: 38 mil e 250! E daí, o que você acha desse resultado?
> B_1: Ave! Daí agora eu num sei...
> E: Você acha que está certa essa conta que você fez?
> B_1: Ah, eu acho que sei lá... deu muito não deu?
> E: Deu muito? Por que você acha que deu muito?
> B_1: Porque é 850 metro, 45 foi diminuído né?
> E: Ah?
> B_1: Então aqui o negócio vai ter que diminuir né? Não fazê vezes!

Neste fragmento, a aluna B_1[35] demonstrou não compreender que 45% pode ser escrito na forma decimal 0,45 e que usa a calculadora automaticamente para seus cálculos, não compreendendo o que ocorre nas operações nela realizadas. Para esta aluna chegar ao resultado de todas as questões deste problema, foi necessário intervenções da pesquisadora, talvez por dificuldade em reter as informações lidas ou discutidas, mas seria necessário um estudo de caso para chegarmos à esta conclusão, não bastando as informações colhidas nesta pesquisa.

A entrevistada B_5 demonstrou-se totalmente alheia ao assunto "porcentagem", como podemos observar nesta sua explicação à pesquisadora:

> E: Tá! Só me explica por que você achou que 45% têm que ser menos da metade?
> B_5: Ah, porque sei lá... 45 mais 45... não vai dá 850!

De início, desistiu de resolver a primeira questão por não saber o algoritmo a utilizar, no entanto, depois de resolver a terceira, com intervenção da pesquisadora, percebeu a inter-relação entre as questões. Na sua forma ingênua de pensar, para calcular porcentagem de algum valor, basta retirar o símbolo de porcentagem e fazer a operação de adição entre os números mencionados no enunciado, colocando a unidade solicitada (m, R$, l) no resultado, como ela expõe na resolução da terceira

[35] Foram precisas várias explicações e auxílio da pesquisadora para B_1 chegar ao resultado, pois parece ter dificuldade de compreensão e retenção das informações lidas e discutidas.

questão deste problema (c), quando tenta encontrar quantos metros do percurso não estão asfaltados:

> B_5: Ah, eu posso pôr 430 metros.
> E: Você acha que dá isso mesmo né?
> B_5: É!
> E: Por que você pensou em 430?
> B_5: Porque é os 5% daqui né?
> E: Ah, daí esse 5 você somou então com o 425?
> B_5: É! 425+5!

É possível concluir, analisando este fragmento do diálogo, que a aluna B_5 adicionou os 425 (m), referente à metade do percurso, aos 5(%) da outra metade que estava sem asfaltar, com muita naturalidade, dizendo estar certa. As questões que não necessitaram de cálculos para transformação de porcentagem para metros (segunda e quarta), a aluna B_5 demonstrou ter compreendido após os exemplos e explicações da pesquisadora. Na quarta questão, compreendeu melhor do que se tratava após a pesquisadora ter acrescido "...do percurso" ao final da pergunta.

Os entrevistados B_2, B_3 e B_4 possuem noções de porcentagem, entre as quais pudemos verificar que relacionam 50% à metade do percurso e 45% a um pouco menos da metade. Com relação à primeira questão deste problema, B_2 e B_4 tinham noção aproximada do resultado, mas não tinham certeza quanto ao algoritmo a ser utilizado. B_4, por exemplo, pensou de início utilizar a multiplicação (850x45), mas achou o resultado da conta estranho (38.250) e, então, foi tentar pela divisão (850/45). Com algumas intervenções da pesquisadora e a noção que ele tinha do resultado, disse que seria a conta de vezes mesmo e que o resultado poderia ser 382,50, mas não soube explicar ao certo o motivo de acrescentar a vírgula após o 382. As demais questões deste problema, B_4 resolveu com poucas intervenções da pesquisadora. O entrevistado B_2 pensou, primeiramente, utilizar-se da subtração (850-45%) para resolver a primeira questão, pois, semelhante ao pensamento da entrevistada B_5, tem a convicção de que para calcular porcentagem de algum valor bastaria retirar o símbolo de porcentagem e fazer a operação de subtração entre os números mencionados no enunciado. Seu pensamento pode ser comprovado pelo seguinte fragmento do diálogo, quando a pesquisadora apresentava um exemplo paralelo ao problema:

> E: E se uma coisa custar, por exemplo, 70 reais e ela falar que tem 15 por cento de desconto...
> B_2: 70? Eu vou pagar [...] 55! (70-15)

Percebendo que, com o algoritmo da subtração, não se aproximou do resultado previsto por ele, o aluno B_2 continuou as tentativas pela adição, depois pela divisão e, finalmente, pela multiplicação[36]. Achou que pela multiplicação seria o correto, chegando ao resultado 382,50m, mas não conseguiu justificar a colocação da vírgula, foi pela lógica do resultado. A terceira questão (c) foi resolvida pelo aluno utilizando-se das operações básicas da aritmética, observando a inter-relação com a primeira questão; porém, no momento da resolução da segunda (b) e da quarta questão (d) deste problema, B_2 demonstrou insegurança quanto aos 850 m (o percurso total) corresponder a 100% do percurso, como nos mostrou neste fragmento do protocolo da quarta questão (d):

> B_2: 100 por cento do percurso. Vai dar 100 metros não é?
> E: É? Quer dizer: 100 por cento do percurso têm 100 metros, o senhor acha?
> B_2: Aí embaraçou tudo agora.

Com estas palavras de B_2, a pesquisadora sentiu necessidade de retornar à representação pictórica do percurso e fazer novos questionamentos ao aluno para que chegasse aos resultados, pois ele tinha alguns conhecimentos de porcentagem e, neste momento, os (se) “desequilibrou”[37]. Percebemos assim, que os alunos B_2 e B_4 talvez precisem de um trabalho mais direcionado sobre porcentagem, enquanto que as alunas B_1 e B_5 precisam compreender desde as noções básicas de porcentagem.

---

[36] O aluno B_2 precisou de auxílio nos processos de divisão e multiplicação, pois não se lembrava.
[37] Utilizamos o termo “desequilibrou” no sentido Piagetiano, de desequilíbrio e acomodação do conhecimento; conflito cognitivo.

B_3 foi o (único) entrevistado do Ensino Médio que utilizou-se de uma estratégia mais "elaborada" (engenhosa) para a resolução da primeira questão deste problema, demonstrando ter um conhecimento mais prático sobre o assunto. Para calcular 45% dos 850 m, como sabia que 45% de 100 é 45, multiplicou 45 por 8, obtendo 360 (45% de 800) e, em seguida, dividiu 45 por 2 (45% de 50), obtendo 22,50 que somou aos 360, chegando ao resultado 382,50 m, (fundamentando oralmente seu raciocínio no decorrer das operações realizadas). É interessante também a forma que realizou a subtração 850-382,50 da terceira questão, decompondo mentalmente[38] o 382,50 em: 300, 80 e 2,50 para subtrair de 850, realizando assim a operação: 850-300=500; 500-80=420; 20-2,50=17,50; 400+17,50=417,50. Percebendo o equívoco em 50 a menos na subtração 850-300, acrescentou 50 aos 417,50, obtendo o resultado final correto de 467,50 m. A segunda (b) e a quarta (d) questões foram resolvidas, observando as inter-relações das informações do problema, utilizando-se das noções básicas de porcentagem.

A maioria dos alunos chegou aos resultados utilizando-se das suas noções básicas sobre porcentagem e de aritmética, demonstrando que, possivelmente, as noções de proporção e de regra de três não estão bem fundamentadas (ou acomodadas) para eles ou não foram consideradas como bons instrumentos (boas estratégias) para resolverem as questões deste problema.

4º Problema: O perímetro de um retângulo é 72 cm. Sabendo que o lado maior é o dobro do menor, encontre as medidas dos lados do retângulo.

[38] O aluno B_3 usa constantemente a porcentagem no trabalho para fazer cálculos mentais de rendimento(%) do boi, depois limpo (sem couro e barrigada).

Alunos	Procedimentos utilizados				
	Tentativas aleatórias	**Tentativas com parâmetro(s)**	**Tentativa de algebrizar**	**Prático/ experiência**	**Lógico/ aritmético**
B_1	$X^{-\ \#}$				
B_2	X^{-} **				
B_3					X
B_4					X^{-}
B_5	X^{-}				

[#] Dificuldade em controlar a relação do dobro entre os lados e o perímetro de 72 cm, ao mesmo tempo, nas tentativas.
[-] Intervenção para lembrá-lo das relações entre os lados.
** Chegou ao resultado correto na última tentativa realizada, porém escreveu resposta equivocada.

Quadro 8

Na resolução deste problema, a primeira dificuldade encontrada pelos entrevistados foi com o significado das palavras: retângulo e perímetro. Nenhum, dos cinco alunos do Ensino Médio, soube ao certo o que é perímetro, prevendo que poderia ser a medida de um de seus lados, havendo necessidade da pesquisadora esclarecer (ou relembrar) tal conceito matemático. Destes alunos, apenas um (B_3) soube representar o retângulo corretamente, os demais não relacionavam o nome retângulo à figura correta. Por exemplo, os alunos B_4 e B_5 associavam à figura do triângulo retângulo; B_2 associava ao círculo; B_1 e B_5 acreditavam que quadrado e retângulo tinham o mesmo nome, chamando as duas figuras de quadrado. Para B_1 e B_2 foi necessário esclarecer qual era o retângulo, enquanto que B_4 e B_5 conseguiram chegar por eliminação. A palavra dobro era compreendida por todos, embora a relação entre os lados do retângulo ficasse esquecida às vezes, por alguns deles.

No momento da resolução, após entendidos aparentemente todos os termos do enunciado, B_1, B_2 e B_4 continuaram com a previsão de perímetro se referir a um dos lados do retângulo, como mostra, por exemplo, o fragmento do diálogo da pesquisadora com B_4:

E: Essas medidas desse retângulo, se você sabe que o perímetro é 72, e que o lado maior tem que ser o dobro do menor... E agora R., como será que tem que fazer isso? Tem alguma idéia?
B_4: (pensou... pensou:) Acho que é essa daqui mesmo, não é? Essa mesma conta aí? (se referindo à feita anteriormente)
E: Acha que é? Se você somar aqui os quatro lados, 72+144+72+144 vai dá o perímetro que é 72?
B_4: Ah... tem que dar 72?

O entrevistado B_3 foi o que demonstrou maior facilidade para resolver este problema, fazia cálculos mentais para aproximação ao resultado. Tentou chegar ao resultado atribuindo medidas 11 e 22 cm aos lados menores e maiores respectivamente (11+11=22; 22+22=44; 22+44=66) e, como percebeu que faltaram 6 cm para chegar ao perímetro, concluiu que bastava distribuí-los de forma que aumentasse no lado maior o dobro da quantia que aumentou no menor, ou seja, acrescentou 4 aos 44 cm da soma dos lados maiores e 2 aos 22 cm da soma dos lados menores, chegando às medidas dos lados 12 e 24 cm.

O entrevistado B_4[39], na primeira tentativa de chegar ao resultado, atribuiu 11 e 25 cm aos lados menores e maiores respectivamente, esquecendo-se de controlar a condição de o lado maior ser o dobro do menor. No entanto, quando relembrado desta condição, percebeu que bastava transferir 1 cm da medida atribuída ao lado maior para o menor para dar certo, chegando às medidas 12 cm para os lados menores e 24 cm para os lados maiores.

As entrevistadas B_1 e B_5[40], de início, pensaram em dividir o 72 por 4, depois dividir por 2, mas suas hipóteses não atendiam às condições do problema, quando questionadas pela pesquisadora. Assim, da mesma forma que o aluno B_2, as alunas B_1 e B_5 chegaram ao resultado após inúmeras tentativas aleatórias de atribuir medidas aos lados menores e maiores. B_2[41] e B_5 foram mais perceptivos quanto a

[39] No decorrer da resolução, este aluno nos pareceu ter dificuldade de reter as informações lidas ou ouvidas.
[40] A aluna B_5 demonstrou dificuldade em operações com os números decimais que inseriu nos problemas.
[41] O aluno B2 também demonstrou dificuldade em operações com os números decimais que inseriu nos problemas.

condição do lado maior ser o dobro do menor, enquanto que B_1[42] esquecia algumas vezes, fixando-se apenas no perímetro ser 72 cm. Entretanto, no momento de responder ao problema, o aluno B_2, apesar de ter lido novamente o que se pedia, escreveu "A medida do lado do retângulo e (é) 72 cm", releu e disse que a resposta estava certa. Diante disso, não conseguimos analisar, ao certo, o que realmente pensou B_2 no momento da resolução deste problema, porque desde o início tinha a informação 72 cm. Possivelmente, ele não compreendeu porque fez todas as tentativas para descobrir as medidas de cada lado do retângulo.

A estratégia utilizada por todos os alunos para a resolução deste problema foi a de tentativas , sendo a maioria (3) de forma aleatória, ou seja, sem noção do resultado ou adoção de qualquer parâmetro norteador. Pelo grau de escolaridade destes alunos, concluída a Fase II do Ensino Fundamental da EJA ou do ensino regular e cursado o módulo de matemática do Ensino Médio, poderiam ter utilizado outros conhecimentos matemáticos mais específicos, além da lógica e operações básicas da aritmética que utilizaram.

[42] Neste ponto da resolução, a aluna B_1 dizia: "Não consigo" "Agora não sei", demonstrando-se desmotivada para continuar.

5.2 Análise e discussão dos resultados

Neste item, apresentamos a análise dos resultados obtidos. Em consonância com os objetivos de nossa pesquisa, procuramos discutir os fatos ou fatores que podem influenciar os sujeitos na (in)compreensão dos enunciados e na mobilização de procedimentos para resolução dos problemas propostos. Ao analisar os resultados obtidos, procuramos agrupar os fatos ou fatores mais significativos, expressos pelos sujeitos, em 3 (três) categorias distintas, porém não desvinculadas entre si, a saber:

a) Familiaridade com o gênero discursivo “enunciados de problemas matemáticos”.
b) Utilização da matemática no cotidiano e a resolução de problemas matemáticos.
c) Atitudes em relação à matemática e às atividades a ela relacionadas.

Os itens acima são genéricos, ou seja, procuram em poucas palavras denotar as dificuldades categorizadas. Faremos, a seguir, o desdobramento de cada categoria, de forma sintetizada, para tornar eloqüente o significado do título da mesma.

a) Familiaridade com o gênero discursivo “enunciados de problemas matemáticos”

Esta primeira categoria diz respeito ao contato e à “facilidade” que os sujeitos possuem ou não com o gênero discursivo “enunciados de problemas matemáticos”. Relembrando o que nos diz Bakhtin (1992, p. 280), gêneros discursivos são os tipos relativamente estáveis de enunciados que cada esfera da utilização da língua elabora. Consideramos que a familiaridade pode ser verificada quando os sujeitos são alfabetizados lingüística e matematicamente, ou seja, possuem conhecimentos prévios[43] bem fundamentados, que lhes permitem compreender o enunciado, coordenar as informações essenciais e mobilizar procedimentos adequados para resolver os problemas.

Conforme sintetiza Santorum (2005, p.5), o conhecimento prévio, que se constitui na bagagem que o leitor traz consigo, divide-se em três níveis: o conhecimento lingüístico, o conhecimento textual e o conhecimento de mundo.

O conhecimento lingüístico abrange desde o conhecimento de como pronunciar as palavras, passando pelo conhecimento do vocabulário e regras da língua, até o conhecimento do uso da língua.

O conhecimento textual é o conhecimento dos diversos tipos de texto e de formas de discurso.

O terceiro e último, nível do conhecimento prévio, é o conhecimento de mundo. Este conhecimento pode ser adquirido formal ou informalmente. É o esquema que o leitor tem organizado dentro de si e que é responsável por determinar suas expectativas sobre a ordem natural das coisas, permitindo também grande economia na comunicação, uma vez que fica implícito aquilo que é típico da situação sem a necessidade do autor descrever.

No que se refere aos conhecimentos prévios, acreditamos ser importante acrescentar, em nosso caso, um quarto nível que Santorum (2005) não cita, e que é o conhecimento prévio sobre matemática, aquele que as pessoas foram construindo ao longo de sua história, seja em contato com o trabalho, seja em contato com a escola. O conhecimento de mundo vai influir nesse conhecimento matemático,

[43] Não se deve confundir, aqui, conhecimento prévio com pré-requisitos. Nos referimos, embasados em Kleiman (2004), aos conhecimentos que o sujeito (leitor) têm sobre o assunto, que lhe permite fazer inferências necessárias e atribuir significados, caracterizando a compreensão do texto proposto.

porque as pessoas também aprendem a matemática em contato com ele; mas é preciso que se reconheça que o conhecimento assim construído é muitas vezes um conhecimento prático e adequado a um determinado contexto. Brousseau (1996), no entanto, lembra muito bem que embora a contextualização seja necessária para dar sentido ao conhecimento, um conhecimento só pode ser transformado em saber quando ele for descontextualizado de modo que adquira um caráter universal, tornando-se, como diz o autor, um conhecimento cultural reutilizável (p. 48).

b) Utilização da matemática no cotidiano e a resolução de problemas matemáticos

Esta categoria diz respeito à possível relação existente entre a utilização do conhecimento matemático no cotidiano e a compreensão e resolução de problemas matemáticos escolares.

c) Atitudes em relação à matemática e às atividades a ela relacionadas

Esta categoria está relacionada às reações, sentimentos e procedimentos que os sujeitos apresentam frente aos problemas e conhecimentos matemáticos.

Como podemos observar nas análises a seguir, as três categorias estão intimamente relacionadas.

No decorrer das análises, realizadas primeiramente por grupo de sujeitos, e por fim de forma geral, expomos nossas percepções e nos reportamos aos teóricos que realizaram estudos sobre o assunto e nos ajudam a esclarecer estes aspectos. Procuramos verificar se os resultados dos grupos são significativamente diferentes ou não, do ponto de vista matemático, observando suas incongruências e semelhanças. Procuramos, também, apontar algumas “facilidades” e recomendações baseadas nas dificuldades apresentadas e nos procedimentos mobilizados pelos sujeitos.

Temos a convicção de que não esgotaremos a discussão, pois, como sustentam vários autores, entre eles Echeverría (1998, p.58), a “compreensão dos problemas matemáticos é influenciada por diversos fatores, tanto matemáticos como não-matemáticos [...] e esses fatores fazem com que haja uma variação considerável na tradução das tarefas para as representações matemáticas, influindo, decisivamente, na forma de resolvê-las”. No entanto, pensamos que os resultados obtidos nesta pesquisa são importantes, uma vez que sinalizam os fatores “complicadores” e apontam alguns cuidados que podem ser tomados pelo sistema educacional e, mais diretamente, pelos professores para amenizar (diminuir) as incompreensões dos alunos do sistema EJA.

5.2.1 Análise dos resultados do grupo I

Com relação à **familiaridade com o gênero discursivo “enunciados de problemas matemáticos”**, pudemos perceber que a maioria dos sujeitos deste grupo apresentou falhas no conhecimento lingüístico/ matemático com relação às palavras “consecutivos” (3 alunos) e “perímetro” (todos os alunos), além da incompreensão da frase “Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias” (4 alunos). Esta última dificuldade talvez tenha ocorrido pelo equívoco de alguns alunos (A_2 e A_3) nas previsões[44] realizadas durante a leitura e, de outros (A_1 e A_4), pela não percepção de que se tratava de uma comparação entre os preços da camisa e do pacote de meias.

[44] Abordaremos a definição de previsão na página 139.

Também foi significativa a quantidade de alunos que teve dificuldade em coordenar adequadamente as informações essenciais dos enunciados dos problemas 01 e 04 (A_1, A_2 e A_4), sendo que ora se fixavam em uma condição, ora em outra, demonstrando não só uma falha na compreensão e memorização das informações essenciais, como em sua coordenação.

De modo geral, analisando os procedimentos mobilizados pelos alunos deste grupo para resolver os problemas propostos, percebemos que houve uma diferença quanto ao tipo de procedimento utilizado, em função do texto do problema estar mais próximo dos problemas escolares ou ter maior ligação com o contexto cotidiano dos alunos.

No caso dos problemas 01, 02 e 04 que, para os sujeitos de nossa pesquisa, pareciam não representar problemas do dia-a-dia, o tipo de procedimento utilizado pela maioria foi o de tentativas aleatórias, ou seja, sem nenhum parâmetro norteador do resultado.

Analisando os procedimentos mobilizados pelos alunos na resolução do 3º problema, percebemos que os sujeitos mobilizaram conhecimentos e estratégias diferentes para resolver o mesmo problema. Da mesma forma, observamos que, embora uma aluna (A_5) não tenha encontrado o resultado preciso e outra tenha ficado um pouco insegura quanto ao resultado deste problema, os quatro alunos que se propuseram a resolvê-lo possuíam a capacidade de reconhecer se o resultado encontrado era adequado, razoável ou absurdo (BRITO, 2006, p.96) demonstrando possuírem noção de estimativa e lógica.

Vale ressaltar o fato de parecer não ter ficado claro para a maioria dos alunos deste grupo que o enunciado do 4º problema solicitava encontrar as medidas de cada lado do retângulo; seu enunciado parece estar mal redigido, dando margens à dupla interpretação, como foi apontado por A_4.

Pensamos, ainda, que a quantidade de tempo que a maioria dos sujeitos ficou sem estudar, pode ter proporcionado um distanciamento do gênero discursivo “enunciados de problemas matemáticos”, ocasionando uma série de conhecimentos pouco fundamentados e dificuldade na compreensão deste gênero textual específico.

Com relação à **utilização da matemática no cotidiano e a resolução de problemas matemáticos,** pudemos relacionar que o aluno A_2, o qual relatou utilizar a matemática em poucas ocasiões de seu trabalho ou cotidiano, parecia possuir conhecimentos prévios pouco elaborados (ou fundamentados) sobre alguns conceitos matemáticos abordados nos problemas propostos.

Na resolução do 3º problema, observamos que a maioria dos alunos (A_2, A_3, A_4 e A_5), possuía algumas noções sobre porcentagem e, possivelmente, estas noções (conhecimentos prévios) são de origem prática (cotidiana) e não foram bem fundamentadas no contexto escolar, uma vez que demonstram possuir lacunas na compreensão sobre o assunto, não sabendo, por exemplo, explicar do ponto de vista matemático, o procedimento completo utilizado.

Foi possível relacionar que os sujeitos que disseram utilizar alguns conhecimentos matemáticos no seu cotidiano e/ou no trabalho (A_2, A_3, e A_5), demonstraram possuir conhecimentos prévios um pouco mais coerentes sobre porcentagem e resolveram os problemas com um pouco mais de facilidade. De maneira distinta, a aluna A_4, que disse pouco utilizar-se da matemática, demonstrou possuir conhecimentos prévios não fundamentados e a aluna A_1, que disse nunca ter estudado porcentagem, demonstrou possuir lacunas importantes na sua alfabetização matemática, inclusive relacionadas ao assunto.

No entanto, estas relações mencionadas no parágrafo anterior, podem ser meras “coincidências” e não revelar a realidade, uma vez que vários fatores externos podem influenciar a resolução de um problema. Esta é uma questão que poderia ser retomada com mais profundidade em outras pesquisas.

Com relação às **atitudes em relação à matemática e às atividades a ela relacionadas**, foi possível observar que a aluna A_1, com comportamento muito tímido, parece ter um bloqueio psicológico com relação à matemática pois relatou sua aversão a esta disciplina e aos conhecimentos referidos a ela, fruto da intimidação de uma de suas professoras das séries iniciais, o que a levou a se retrair, a não expor suas dúvidas e incompreensões quanto aos conhecimentos matemáticos, o que pode ter ocasionado um obstáculo à sua aprendizagem.

Também observamos que a aluna A_4 mostrou-se ansiosa diante dos problemas, além de extremamente insegura quanto aos procedimentos, demonstrando não possuir conhecimentos prévios estabelecidos para apoiar suas reflexões (PAULOS, 1994, pp.91-92).

Na resolução do 2º problema, nos pareceu que as pessoas mais comunicativas, ou motivadas, se saíram melhor na resolução, embora a variável quantidade de séries cursadas no ensino regular também tenha se mostrado representativa, pelo destaque dos alunos A_5 e A_3.

Apesar de constar as noções de porcentagem nas propostas curriculares do ensino regular, a aluna A_1 disse nunca ter estudado porcentagem (de 1ª a 5ª séries no ensino regular, há 10 anos); talvez ela tenha estudado e, no entanto, por não ter sido significativo para ela, não se recorde.

Analisando os protocolos e as atitudes dos sujeitos A_1, A_2 e A_4, percebemos que estes demonstraram menos facilidade na compreensão dos enunciados e na mobilização de procedimentos para a resolução dos problemas.

5.2.2 Análise dos resultados do Grupo II

Com relação à **familiaridade com o gênero discursivo "enunciados de problemas matemáticos escolares"**, percebemos que para os problemas 01, 02 e 04, cujos textos e estruturas estão mais próximos dos problemas escolares do que dos problemas do cotidiano, a maioria dos alunos mobilizou procedimentos de tentativas aleatórias, ou seja, sem noção de aproximação ao resultado (B_1, B_2 e B_5). Estes alunos parecem conseguir mobilizar poucas idéias prévias relacionadas aos conhecimentos em questão, assim como possuir certa dificuldade em coordenar os elementos essenciais presentes nos enunciados.

Na resolução do 3º problema, cujo texto e estrutura estão relacionados mais diretamente com o contexto cotidiano da maioria das pessoas, tivemos o caso de duas entrevistadas (B_1 e B_5) que não possuíam as principais noções de porcentagem e necessitaram um pouco mais de mediação da pesquisadora, demonstrando conhecimentos prévios poucos pertinentes (B_1) e até mesmo equivocados (B_5), em certos momentos.

Quanto ao conhecimento lingüístico/ matemático, percebemos que todos apresentam algumas falhas, pois não conheciam (ou não lembravam) os significados das palavras "consecutivos" e "perímetro". Além disso, B_1, B_2 e B_5

demonstraram incompreensão da frase “Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias”, não percebendo o sentido de comparação de preços nela envolvidos. Ressalta-se, também, que o enunciado do 2º problema provocou conflito para o aluno B_3 que, em certo momento, sugeriu que o texto poderia estar incompleto (“seriam o<u>s</u> pacote<u>s</u>?”), sinalizando que o texto dava margem a diferentes interpretações.

Em se tratando da **utilização da matemática no cotidiano e a resolução de problemas matemáticos,** resgatando suas vidas escolares anteriores, observamos que os alunos B_2 e B_1 estudaram no ensino regular até a 4ª e 5ª série, respectivamente, enquanto que a aluna B_5 cursou até a 8ª série. Apesar desses anos a mais de escolaridade, B_5 nos pareceu, em certos momentos, com menos conhecimentos prévios de matemática do que B_2 e $B_{1,}$ deixando-nos com algumas questões a pensar, que levantaremos nas considerações finais.

Os alunos B_3 e B_4, que em suas profissões necessitam da utilização de alguns conhecimentos matemáticos, resolveram os problemas usando um pouco mais de lógica e aritmética, na maioria das vezes com um parâmetro direcionador do resultado, necessitando de menos mediação da pesquisadora. De forma distinta, as alunas B_1 e B_5, as quais demonstraram possuir conhecimentos prévios poucos pertinentes, relataram quase não usar a matemática no cotidiano, pois não exercem nenhuma profissão dedicando-se aos afazeres domésticos.

Entre os alunos B_2, B_3 e B_4, que possuíam mais noções sobre porcentagem e que disseram usar um pouco mais o conhecimento matemático no cotidiano ou no trabalho destacou-se o aluno B_3 que mobilizou um procedimento que Paulos (1994) considera “engenhoso” (prático) para resolver o problema. Utilizou-se, aparentemente, de suas idéias prévias sobre porcentagem, chegando ao resultado pelo procedimento lógico/aritmético, por meio da decomposição dos valores e embasado na sua prática profissional.

Os sujeitos B_1, B_2 e B_3 mencionaram utilizar sempre a calculadora para cálculos de porcentagem. Como não conseguem explicar, do ponto de vista matemático, o procedimento utilizado por completo, demonstram lacunas no conhecimento sobre o assunto.

Com esta análise, foi possível observar que os sujeitos que utilizam a matemática no trabalho e que parecem possuir conhecimentos prévios mais elaborados sobre o assunto, resolveram as questões com mais facilidade, enquanto que a variável “maior série cursada no ensino regular” não apareceu, neste grupo, de forma significativa na mobilização de procedimentos adequados para a resolução deste problema.

Em se tratando das **atitudes em relação à matemática e às atividades a ela relacionadas,** percebemos que os alunos B_2 e B_4 possuíam estimativas do resultado, porém, como seus conhecimentos prévios sobre porcentagem pareciam ser pouco aprofundados, demonstraram-se inseguros quanto ao algoritmo a utilizar. Já as entrevistadas B_1 e B_5 diziam, na maioria das vezes, não saber como começar a resolução, demonstrando “medo” de tentar e não “acertar”.

Especificamente no 1º problema, os alunos B_1, B_2 e B_5 demonstraram necessidade de operar com os números explicitados no enunciado, além de dificuldade em transitar da idéia de dias consecutivos, usada pela pesquisadora em um exemplo paralelo, para a de números consecutivos.

Analisando os protocolos e as atitudes dos sujeitos B_1, B_2 e B_5, percebemos que estes demonstraram menos facilidade na compreensão dos enunciados e na mobilização de procedimentos para a resolução dos problemas.

5.2.3 Análise comparativa dos resultados do grupo I e grupo II

A análise dos resultados obtidos nos permitiu supor que a interpretação necessária a solução de problemas está ligada, primeiramente, ao grau de **familiaridade que o sujeito possui com o gênero discursivo "enunciados de problemas matemáticos".** A compreensão lingüística/ matemática do enunciado, no momento da leitura, é fundamental, uma vez que foi verificado, com todos os sujeitos, que a incompreensão ou o desconhecimento de um termo, seja matemático ou não, impossibilita a sua adequada resolução. A respeito desse assunto, Solé nos diz que:

> [...] as lacunas na compreensão podem ser atribuídas ao fato de não conhecer alguns dos elementos mencionados, ou ao fato de o significado atribuído pelo leitor não ser coerente com a interpretação do texto. Também podem existir diversas interpretações possíveis para a palavra, frase ou para um fragmento, e então a dificuldade reside em ter que decidir qual a mais idônea. Quando os problemas situam-se em nível do texto em sua globalidade, as dificuldades mais comuns referem-se à impossibilidade de estabelecer o tema, de identificar o núcleo da mensagem que se pretende transmitir ou à incapacidade de entender por que sucedem determinados acontecimentos (SOLÉ,1998, p.128).

Embasados nesta citação de Solé e nos protocolos das entrevistas, percebemos que os sujeitos desta pesquisa demonstraram possuir lacunas[45] na compreensão lingüística/ matemática, uns por não conhecerem os termos mencionados e, outros, por lhes atribuírem outro significado, que não o adequado (SOLÉ, 1998, p.128). Pelo fato de impossibilitar a compreensão e, conseqüentemente, a adequada resolução dos problemas, consideramos, da mesma forma que Kleiman (2004, p.14), que "O conhecimento lingüístico desempenha um papel central no processamento do texto", tendo em vista que é um conhecimento prévio do sujeito, exigido para abordar o texto, e que no caso dos sujeitos desta pesquisa, parecem ser falhos ou não estar bem fundamentados.

---

[45] Stubbs (1987, p.31) prefere chamar essas lacunas de "barreiras sociolingüísticas" entre os alunos e o sistema educativos, enquanto que Solé (1998, p.41) denomina de "obstáculos".

O conhecimento textual, da mesma forma que o conhecimento lingüístico, demonstrou desempenhar papel importante na compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos propostos, uma vez que, estudos como os de Kleiman (2004) apontam, quanto mais familiaridade o sujeito tiver com os variados tipos (gêneros) de texto, mais fácil será sua compreensão, pois o “conhecimento de estruturas textuais e de tipos de discurso determinará, em grande medida, suas expectativas em relação aos textos, expectativas estas que exercem um papel considerável na compreensão” (*op. cit*., p.20).

Para que os sujeitos resolvessem com maior facilidade os problemas 01, 02 e 04 propostos, precisariam ter tido contato também com o subgênero “enunciados de problemas matemáticos escolares”. Assim, se os professores de matemática pretendem que seus alunos adquiram competência para compreender e resolver este tipo de problema, precisam ensiná-los, pois, resolver problemas não é uma habilidade que se aprende espontaneamente. Por isso, o processo de ensino-aprendizagem da matemática não pode ficar na mera repetição dos “conteúdos”, é preciso que o aluno saiba utilizar os conhecimentos matemáticos construídos nos anos escolares para resolver problemas. Sendo assim, supomos que a dificuldade apresentada pelos alunos com a linguagem dos problemas matemáticos não é (só) devido ao pouco conhecimento que possuem da língua materna como alguns autores (MACHADO, 2001) apontam, mas (também), ao pouco conhecimento desse gênero textual dos problemas de matemática. Caso contrário, pessoas que têm domínio da língua culta não enfrentariam dificuldades na compreensão destes textos, o que não ocorre porque tais textos possuem certas especificidades e demandam estratégias de leituras especificas.

O pouco conhecimento textual relativo a matemática e/ou o distanciamento existente entre os sujeitos e o gênero discursivo “enunciados de problemas de matemática”, pode ser verificado nesta pesquisa, pelo fato de a maioria (8 alunos) ter demonstrado baixa habilidade para compreensão textual do 2º problema, não percebendo, de início, o sentido de comparação de preços na frase “Cada camisa custa R$ 20,00 a mais do que o pacote de meias”. Ressaltamos que, no caso de dois destes alunos (A_2 e A_3, inerentes ao grupo I), tivemos a impressão de que houve apenas um equívoco nas previsões que realizaram durante a leitura, pois quando solicitados a fazerem uma segunda leitura, mais cuidadosa, compreenderam corretamente, enquanto que os demais alunos necessitaram de outras interferências da pesquisadora para compreendê-la.

E como Solé (1998, p.25), nos expõe, a previsão

> é umas das estratégias de leitura que aplicamos no transcorrer da leitura e que nos levam a sua interpretação. Trata-se de um processo interno, inconsciente, do qual não temos prova [...] Fazemos previsões sobre qualquer tipo de texto e sobre qualquer um dos seus componentes. Para realizá-las, baseamo-nos na informação proporcionada pelo texto, naquela que podemos considerar contextual e em nosso conhecimento sobre a leitura, os textos e o mundo em geral.

Mencionamos, também, nossa percepção quanto à instabilidade dos sujeitos do grupo I, quanto à coordenação das informações presentes nos enunciados dos problemas, especificamente no 1º e no 4º, nos quais essa coordenação era determinantes para o sucesso das resoluções (MEDEIROS, 2001). Eles pareciam não perceber que todas as informações eram importantes e estavam relacionadas. Liam uma ou duas vezes, começavam as tentativas de resolução e não voltavam mais ao enunciado para verificar a existência de mais informações - e, portanto relacionar todos os elementos do enunciado para a total compreensão do texto – ou para confirmar se a sua compreensão até então estava correta.

Com relação à compreensão da leitura, consideramos importante a fala de Freire (1993[46]) *apud* Neves *et alii* (2000, pp.192-193):

> A compreensão do que se está lendo, estudando, não estala assim, de repente, como se fosse um milagre. A compreensão é trabalhada, é forjada, por quem lê, por quem estuda [...] Por isso mesmo, ler, estudar, é um trabalho paciente, desafiador, persistente. Não é tarefa para gente demasiado apressada ou pouco humilde [...].

Esta citação vale, principalmente, para a leitura de um texto em linguagem matemática que, como sinaliza Brito (2006, p.28-29), "precisa, em uma primeira etapa, ser cuidadosa para, em seguida, o leitor tentar estabelecer elos entre a nova situação e outras semelhantes com as quais já se defrontou anteriormente, buscando, na memória a longo prazo, os elementos relacionados para, em seguida, testar a solução".

Um dos desafios a ser enfrentado pela escola é o de fazer com que os alunos aprendam a ler corretamente, pois "ler implica compreender o que está sendo expresso pela linguagem e, desta forma, entrar em contato com o autor" (NEVES *et alii*, 2000, p. 192).

Ainda sobre leitura, Solé nos expõe que:

> Para ler necessitamos, simultaneamente, manejar com destreza as habilidades de decodificação e aportar ao texto nossos objetivos, idéias e experiências prévias; precisamos nos envolver em um processo de previsão e inferência contínua, que se apóia na informação proporcionada pelo texto e na nossa própria bagagem, e em um processo que permita encontrar evidências ou rejeitar as previsões e inferências antes mencionadas (SOLÉ, 1998, p.23).

Isto era o que fazíamos, no momento da entrevista, quando os sujeitos apresentavam dificuldades em compreender o enunciado; empregávamos algumas estratégias de leitura[47] e analogias[48] que possibilitassem a re-significação do texto.

[46] FREIRE, Paulo. **Política e educação.** São Paulo: Cortez, 1993.
[47] *"Ajuda proporcionada ao aluno para ele poder construir seus aprendizados"* (SOLÉ, 1998, p.75).
[48] *"[...] descrição, argumentação ou explicação baseada em uma comparação sistemática de uma coisa com uma outra coisa já conhecida"* (conceito de Reber, citado por MEDEIROS (2001, p.220).

Seria importante, como sugerem Solé (1998) e outros autores (Collins e Smith, 1980 *apud* Solé, 1998, p.77; Bacquet, 2004) que o professor representasse um modelo para seus alunos, mediante sua própria leitura, tendo em vista que, como nos diz Solé:

> O processo de leitura [...] é um processo interno, porém deve ser ensinado. Uma primeira condição para aprender é que os alunos possam ver e entender como faz o professor para elaborar uma interpretação do texto: quais as suas expectativas, que perguntas formula, que dúvidas surgem, como chega à conclusão do que é fundamental para os objetivos que o guiam, que elementos toma ou não do texto, o que aprendeu e o que ainda tem de aprender... em suma, os alunos têm de assistir um processo/ modelo de leitura, que lhes permita ver as “estratégias em ação” em uma situação significativa e funcional (SOLÉ, 1998, p.116).

No entanto, pesquisas como a de D’Antonio (2006), que observaram o processo de ensino-aprendizagem em salas de aula no ensino regular, apontam que os professores não põe em prática tais estratégias. Pelo contrário, quando dizem fazer interpretação de problemas com seus alunos, na verdade, enfatizam certas palavras, possíveis pistas indicativas da operação a utilizar e que não proporcionam a compreensão de fato, apenas favorecem a formação de automatismos.

Sobre o fornecimento de pistas pelos professores, Medeiros nos diz que:

> [...] apesar da importância que certos processos e formas de ‘ataque’ aos problemas possam ter, não é tão certo que o fornecimento de pistas, baseadas nos caminhos bem sucedidos e que se acredita, comumente, serem utilizados pelos matemáticos, possam pôr um fim nas dificuldades que alguém encontre na resolução de problemas (MEDEIROS, 2001, p.210).

Na realidade, verifica-se que a escola proporciona poucos momentos para o aluno pensar, questionar; a escola enfatiza mais a memorização, não estimula o aluno a mobilizar diferentes estratégias para a resolução dos problemas.

Como nos diz Brito (2006, p.31):

> Aparentemente, o que ocorre na maior parte do ensino de Matemática, é um ensino centrado nos algoritmos prontos e acabados, em situações onde o professor elabora previamente o plano de solução adequado a cada tipo de problema e apresenta os “passos” da solução, deixando pouco espaço para os alunos buscarem formas criativas de solução.

E, na EJA, modalidade de ensino com tempo de curso reduzido, fica patente que se privilegia, ainda mais, a memorização, não proporcionando ao aluno o tempo suficiente para pensar o problema, para ele fazer uma aproximação do conhecimento já construído na prática e os significados matemáticos desses conhecimentos escolares, fato que pode ser evidenciado no seguinte fragmento do diálogo com o aluno A_3:

> A_3: É, porque tem professor que explica uma fórmula lá e qué que a gente resolve em cima daquela fórmula, se a gente não fizé daquele jeito ele já considera errado!
> E: É, né?
> A_3: E, isso aí, na minha opinião, não é certo!
> E: É, quer dizer, você usou o seu jeito mas você chegou na resposta.
> A_3: Cheguei na resposta e às vezes você decora a fórmula e vai lá e faz e nem aprende. [...]

Vale ressaltar que, para a resolução de problemas matemáticos, além da necessidade dos alunos possuírem conhecimentos prévios pertinentes, se faz primordial que os utilizem nos momentos adequados, de forma a estabelecer relações entre o texto lido e os conhecimentos existentes *a priori*.

Consideramos, ainda, o fato de alguns alunos terem levantado questões quanto aos enunciados dos problemas, que, em do seu modo de ver, apresentavam uma redação que possibilitava dupla interpretação, especificamente o 2º e o 4º problemas. Dois alunos inclusive chegaram a dizer que havia “pegadinha” nos problemas, confirmando a crença dos alunos de que os problemas sempre contêm “armadilhas” que precisam ser superadas na busca de solução (MEDEIROS, 2001, p.229). Estes questionamentos dos alunos sinalizaram que os textos não estão redigidos com uma linguagem clara, de forma a evitar ambigüidades na sua compreensão. Percebemos que, muitas vezes, o autor dos livros didáticos, na tentativa de tornar seu texto mais objetivo, acaba por torná-lo ambíguo, proporcionando obstáculos a sua compreensão (SOLÉ, 1998, p.41), uma vez que textos mal redigidos podem fazer com que um assunto pareça mais difícil do que realmente é. No momento de redigir um texto, é preciso considerar muitas variáveis, que acabam dificultando a compreensão. Por exemplo, a forma como está redigido este segmento de frase: “[...] encontre as medidas dos lados do retângulo” levou os alunos a indeterminações e equívocos na resolução, por não estar claro que se tratava de encontrar as “medidas de cada lado do retângulo”.

Outro fator a considerar com relação aos cuidados na redação do enunciado, é que, nem sempre, o aluno “enxerga” no problema o que o autor (ou professor) quer dizer, em função de que os envolvidos são pessoas com diferentes experiências de vida e/ou centros de interesse. Sendo assim, como salienta Pavanello:

> [...] é importante que, na prática educativa, a comunicação seja utilizada como instrumento que possibilite aos professores e alunos orientarem mutuamente sua atividade com o objetivo de partilharem seus significados em relação ao tema que está sendo tratado em sala de aula a cada momento. Nas interações discursivas[49] estabelecidas em sala de aula os significados não devem ser impostos, mas sim objetos de negociação (PAVANELLO, 2006a, p.4).

Esta negociação de significados se mostra importante, pois na busca de interpretar o que está sendo comunicado pelo texto, é preciso compreender o conteúdo da matemática em que se situa o conhecimento tratado e a relação deste com o mundo (NEVES *et alii*, 2000, p.193).

Analisando, comparativamente, a compreensão dos enunciados e os procedimentos mobilizados para resolver os problemas, pelos sujeitos dos grupos I e II, verificamos que, embora em algumas questões os alunos que cursaram mais séries no ensino regular quando mais jovens, demonstrassem mais tranqüilidade para compreender os enunciados e resolver os problemas propostos, **os alunos que precisam usar a**

[49] Interações discursivas são aqui entendidas como trocas discursivas que ocorrem no âmbito das relações sociais.

matemática no seu cotidiano e/ou trabalho acabaram tendo, da mesma forma, facilidade para realizar tal tarefa.

Nesta pesquisa, a relação grau de escolaridade e maior facilidade para resolver problemas não foi encontrada. Os resultados obtidos foram bastante diversificados, além de existirem várias condições que influenciaram o desenvolvimento destes sujeitos. Como exemplo, podemos citar os alunos A_5 e B_4, que cursaram mais séries no ensino regular, os quais resolveram a maioria dos problemas com parâmetros norteadores dos resultados e/ou utilizando-se de procedimentos lógico/aritméticos adequados, demonstrando maior intimidade com o gênero discursivo dos problemas e conhecimentos prévios mais coerentes com os temas matemáticos do que os alunos A_1, A_2, B_1 e B_2, que cursaram menos séries no ensino regular.

De forma análoga, podemos citar os alunos A_3 e B_3, que precisam usar a matemática no seu trabalho, os quais também demonstraram maior facilidade para compreender os enunciados e mobilizar procedimentos (um pouco mais "engenhosos" e lógicos) para a resolução dos problemas, do que os alunos A_1, A_2, A_4, B_1, B_2 e B_5, que disseram não utilizar, ou utilizar raramente, a matemática no seu cotidiano.

Pelas observações que pudemos realizar, constatamos que alguns dos sujeitos da pesquisa que, supostamente, teriam um conhecimento matemático maior em virtude do maior grau de escolaridade, encontram-se em condição de alfabetização matemática próxima à dos sujeitos que cursaram apenas a 4ª série do Ensino Fundamental. Constatamos, também, que, mesmo os alunos que possuem grau de escolaridade similar, mobilizam conhecimentos e estratégias diferentes para resolução dos mesmos problemas, o que permite supor que suas experiências (escolares ou não) proporcionaram – a uns mais, a outros menos – assimilar de maneira diferente os modos do discurso da matemática escolar nas formas assumidas nos enunciados (FONSECA, 2001).

Entretanto, foi possível verificar, também, que, mesmo os sujeitos que utilizam a matemática na prática, apesar de demonstrarem maior tranqüilidade para resolverem os problemas, nem sempre têm muito claro o porquê dos procedimentos que utilizam. Isto ficou patente pelo fato de boa parte dos alunos conseguirem chegar ao resultado da 1ª questão do 3º problema, mas não saber explicar, do ponto de vista matemático, o procedimento utilizado por completo. A maioria dos alunos declarou usar sempre a calculadora para realizar cálculos de porcentagem, o que nos faz supor que se utilizaram conhecimentos prévios oriundos da prática cotidiana, mas que não foram sistematizados (fundamentados) pela escola, para que os compreendessem melhor. Com este comportamento cognitivo, eles demonstraram possuir lacunas na compreensão do assunto (conceito) "porcentagem" e utilizar procedimentos mecânicos para resolver os problemas, não interpretando os resultados obtidos (MARIANI e SILVA, 2004).

Pensamos, assim como Cai *et alii* (*apud* Brito, 2006, p.32), que

> [...] existe uma grande quantidade de evidência empírica mostrando que embora alguns estudantes pareçam conhecer um algoritmo, eles não conseguem aplicar corretamente o algoritmo para resolver um problema. Entender conceitualmente um algoritmo implica conhecer os procedimentos especificados pelo algoritmo e como esses procedimentos podem ser aplicados.

A incongruência verificada no ensino é preocupante e tais evidências nos levam a compartilhar do pensamento de Paulos (1994, p.76), o qual nos diz que "o ensino elementar de matemática é, geralmente, deficiente" e que as escolas "[...] não fazem um trabalho efetivo para ensinar quando somar ou subtrair, quando multiplicar ou dividir, ou como converter frações em decimais ou porcentagem" e vice-versa, ou seja, tudo indica que os conhecimentos prévios dos alunos não estão sendo construídos ou sistematizados de forma fundamentada e coerente, motivo pelo qual pudemos observar que, na maioria das vezes, as idéias prévias que os sujeitos da pesquisa possuíam sobre o algoritmo a utilizar, eram total ou parcialmente errôneas (MIRAS, 2004, p. 68).

No que diz respeito às **atitudes em relação à matemática e às atividades a ela relacionadas**, pudemos perceber que as dificuldades de alguns sujeitos parecem estar relacionadas diretamente à emoção, aos sentimentos. Embora alguns profissionais da educação possam não acreditar, certas atitudes dos professores para com seus alunos, principalmente nas séries iniciais, podem influenciar no resto de suas vidas, seja escolar ou extra-escolar.

Sendo assim, consideramos relevante assinalar o caso de uma aluna (A_1), com comportamento muito tímido, que demonstrou ter um bloqueio, ocasionado por reação psicológica com relação à matemática, quando relatou sua aversão a esta área do conhecimento e dificuldade praticamente em todos os assuntos relacionados a ela. Investigando as possíveis causas deste bloqueio, a aluna o atribuiu ao medo que sentia de uma professora das séries iniciais, que repreendia com castigos e intimidava seus colegas de classe. Tais atitudes da professora levaram a aluna a se retrair, não expor suas dúvidas e incompreensões, provocando um sentimento de medo, conforme indicado por ela, que pode ter ocasionado um obstáculo para sua aprendizagem de matemática.

Sobre sentimentos que constituem bloqueios ao conhecimento matemático, Paulos (1994) nos diz que, além do medo, existem outras possíveis causas, entre elas: a ansiedade matemática, a insegurança e os equívocos românticos sobre a natureza e a importância da matemática, os quais também foram observados em outras alunas entrevistadas (A_4, B_1 e B_5), porém de forma menos explícita. Estudos, como o da psicóloga Sheila Tobias (citada por Paulos, 1994, p.91), indicam que uma das fontes mais comum de analfabetismo em matemática é a ansiedade matemática. As conseqüências são previsíveis e nos preocupa o fato de ouvirmos relatos a respeito de professores, que, nos dias de hoje, continuam assumindo comportamentos autoritários, aplicando punições e exercendo autoridade com agressividade, ao invés de aprimorarem sua formação afim de contribuírem para sistematizar o conhecimento prévio dos alunos. Conforme explicitam Lerner e Sadovsky (1996), o trabalho intelectual do professor requer tomadas de decisões particulares e coletivas baseadas em uma sólida bagagem conceitual.

Constatamos, com esta análise, que existem alunos, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio do sistema EJA, que possuem lacunas na sua alfabetização matemática e de língua portuguesa, seja referente à leitura compreensiva dos enunciados ou à mobilização de procedimentos para resolução dos problemas.

Pelo que pudemos observar, as incompreensões destes alunos invocam providências em diferentes níveis de hierarquia no sistema de ensino; embora tenhamos falado nesta pesquisa apenas do trabalho do professor, entendemos que se trata de uma teia de relações educacionais imbricadas.

Desta forma, levantamos algumas das possibilidades das incompreensões, porém, para entendermos a real dificuldade destes sujeitos, seria necessário um estudo de caso individual, que investigasse seus conhecimentos anteriores e os procurasse complementar utilizando metodologias diferenciadas. Entretanto, foi possível visualizarmos que, ultrapassadas as dificuldades apontadas (categorizadas), a maioria dos sujeitos da pesquisa chegou aos resultados dos problemas. Eles parecem formar uma idéia mental da situação, buscam alguns conhecimentos práticos e/ou lógicos, com a mediação da pesquisadora e, mobilizando procedimentos de tentativas com algoritmos aritméticos, resolvem os problemas propostos de forma competente.

Outro fator significante na pesquisa foi a contribuição da representação pictórica (ou figurativa) como recurso auxiliar para a compreensão da situação exposta. Tal contribuição pode ser verificada quando a pesquisadora solicitou aos sujeitos que "desenhassem" a situação, no 3º problema, e a figura, no 4º problema. A partir da representação, os sujeitos pareciam conseguir converter as informações contidas nos problemas em uma representação mental interna, nela incluídos os diversos componentes do problema, conforme salientado por Brito (2006, p.25-26), quando explicita que.

> [...] uma imagem mental e se forma a partir do momento em que o cérebro recebe uma informação do meio, organiza e transforma essa informação em uma representação coerente (codificação e retenção). Portanto, a representação de um problema é uma imagem mental e esta é coerente com a tarefa (*op. cit*., p. 26).

Para endossar nossa observação, trazemos a citação de Neves *et alii* (2000, p.192), ao relatar que "experiências com crianças têm mostrado a importância de se passar, durante a representação de conceitos matemáticos, por outros tipos de linguagem como, por exemplo, a linguagem pictórica e a língua materna". Sobre este assunto, pesquisas (como as de DUVAL, 2003; SILVA e BAROLLI, 2006) apontam que, os sujeitos que são capazes de mobilizar uma diversidade de registros de representação, têm melhor desempenho na resolução de problemas, pois têm possibilidade de escolha de utilizar o registro que proporcionar maior facilidade na resolução da situação.

Nesta pesquisa, também pretendíamos perceber como os alunos lidam com a aritmética e a álgebra; se a álgebra é lembrada ou se oferece alguma possibilidade a mais aos que têm um grau de escolaridade um pouco maior (ensino médio). Acabamos por perceber, porém, que o conhecimento desses sujeitos a respeito da transição da forma de representação natural para a linguagem algébrica parece não estar bem elaborado. Este fato é evidenciado pela ausência de utilização, ou mesmo menção, da linguagem algébrica como possibilidade para resolver quaisquer dos problemas propostos.

A maioria dos alunos do Grupo II, os quais já estudaram álgebra no ensino fundamental, resolveu pela aritmética, demonstrando que têm mais intimidade com ela. Embora os problemas não precisassem ser realmente resolvidos com o uso da álgebra, possivelmente, para estes sujeitos, a álgebra não oferece as mesmas condições de pensamento que a aritmética. O conhecimento algébrico deles, talvez, não tenha sido fundamentado teórica e empiricamente; então, eles nem sempre têm escolha de optar por um pensamento ou outro. Não que eles tivessem que recorrer à álgebra, mas pode ser que a álgebra, dado o seu caráter abrangente, possibilita uma amplitude muito maior de resolução de problemas.

Conforme Klüsener (2000, p.181), “estudos têm mostrado que a linguagem algébrica tem sido um dos obstáculos cognitivos na aprendizagem da álgebra”. Podemos dizer ainda, amparados nos estudos de Gómez-Granell (1998[50], *apud* SOUZA, 2007, p.7), que “os alunos aprendem a manipular símbolos sem se aperceberem do sentido que eles têm, aplicam as regras que lhes foram ensinadas, mas não são capazes de conectá-las nem com seu conhecimento procedimental nem com o conceitual”.

---

[50] GÓMEZ-GRANELL, C. Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática. *In*: RODRIGO, M. J. e ARNAY, J. (Orgs) **Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores**. São Paulo: Ática, 1998.

Sendo assim, na sala de aula, o professor precisa investigar se os alunos estão entendendo a álgebra de forma adequada. Não vamos discutir este assunto em nosso trabalho, mas temos indícios (estudos de PANIZZA, SADOVSKY e SESSA, 2006, p.2) de que a forma como é realizado o ensino da álgebra, totalmente descontextualizado, fora da realidade do aluno, acaba não fornecendo bons instrumentos para eles fazerem cálculos mais complicados; não permite que adquiram ferramentas úteis para resolverem problemas posteriores.

Existem algumas pesquisas sendo feitas sobre este assunto, e ainda existe espaço para muitas outras, a fim de estudar como podemos permitir que os alunos compreendam e utilizem a passagem de uma linguagem natural para a algébrica, quando necessário.

VI CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa se configurou em um estudo da compreensão e de algumas dificuldades dos alunos do sistema EJA na interpretação dos enunciados de problemas matemáticos escolares. Também procuramos analisar os procedimentos mobilizados pelos alunos na resolução dos problemas propostos. O motivo que nos levou a este estudo foi o nosso envolvimento com as dificuldades dos alunos do sistema EJA na utilização de conhecimentos matemáticos para resolução de problemas nas aulas de matemática.

A trajetória, como pesquisadora, foi muito importante pelo prazer em desenvolver esta pesquisa, que consideramos fundamental para nossa prática docente. As entrevistas foram interessantes para nós, pois permitiram que tivéssemos um contato mais pessoal, mais próximo com as pessoas. Na sala de aula da EJA há muitos alunos e sabemos que nem sempre este contato é possível, às vezes essa aproximação fica impedida. Com as entrevistas, começamos a perceber melhor como as pessoas raciocinam, seus limites para a compreensão dos enunciados, as falhas e as lacunas que ficaram do processo ensino-aprendizagem, assim como algumas das dificuldades que apresentam quando precisam mobilizar procedimentos para resolução de problemas, que são de vários tipos e origens.

Este estudo também ajudou a orientar nossas ações enquanto docentes, a refletir sobre os questionamentos dos alunos, a compreender que, muitas vezes, seus “erros” são demonstrações de que possuem outros conhecimentos e que, o conhecimento discutido, pode não estar bem esclarecido, fundamentado e, portanto, passível de entendimento, necessitando a retomada do assunto pelo professor, da utilização de outras metodologias, de outras linguagens ou, ainda, da representação pictórica dos conhecimentos matemáticos em questão.

Ao trabalharmos com estas pessoas, enriquecemo-nos, também, por conhecermos os múltiplos saberes que algumas delas são detentoras. Ao mesmo tempo, pensamos que conseguimos possibilitar-lhes, momentaneamente, o resgate de sua auto-estima e, especialmente, o fortalecimento de sua cidadania, ao darmos liberdade para que esses sujeitos resolvessem situações matemáticas, procurando a resposta certa, utilizando-se de vários processos ou caminhos, diferentemente do que ocorre, em geral, no ensino “formal” de matemática, em que o aluno tem de apresentar, seja oralmente ou por escrito, a resposta de uma situação proposta pelo professor, utilizando o mesmo processo usado pelo docente.

Quanto aos sujeitos, o principal benefício que ela trouxe, foi lhes dar uma possibilidade mais ampla para discutirem suas idéias, fazerem a interpretação dos enunciados e refletirem sobre os procedimentos utilizados para resolver os problemas matemáticos propostos. Pelo que pudemos perceber, eles não passaram na vida por uma situação semelhante à proporcionada nas entrevistas clínicas; foi totalmente fora dos padrões da escola, porque, como os sujeitos mesmo relataram, dificilmente o professor tem tempo para sentar com eles, conversar, discutir sobre suas incompreensões e esclarecê-las. Isto já é difícil acontecer no ensino regular e, no sistema EJA então, a situação toma proporções maiores, tendo em vista que o tempo é reduzido.

Foi uma experiência diferente para eles e a maioria demonstrou tê-la apreciado, tanto que ao término das entrevistas, faziam a avaliação da participação dizendo terem refletido e aprendido com as interações com a pesquisadora, como podemos observar na fala do aluno A_3:

> E: [...] Você gostou de ter participado?
> A_3: Gostei e aprendi né? E coloquei a cabeça pra funcionar um pouquinho também, né?

A finalização de qualquer trabalho é marcada por incertezas de não contemplar todas as possibilidades que outros enxergam, pela angústia de achar que poderia ter esclarecido melhor, explorando outras possibilidades que permitam enriquecer mais a pesquisa. Porém, conforme Bassoi e Soares (2006, p. 163), “pesquisa não se faz com certezas e existe uma trajetória na qual o destino é parcialmente conhecido, pois muitas vezes não se encontra o que se esperava”.

No momento de decidir que pesquisa realizaríamos, estávamos mais preocupados com o aspecto da fluência na leitura e a compreensão dos enunciados. No entanto, no decorrer da pesquisa, com as leituras e a realização das entrevistas com os sujeitos, outras preocupações brotaram e necessitaram serem atendidas com mais leituras. Percebemos que a compreensão dos enunciados dos problemas e as conseqüentes abordagens adequadas são dependentes de vários fatores, dentre os quais citamos a compreensão dos termos dos enunciados, os conhecimentos prévios daqueles que tentam resolvê-los e a coordenação das informações essenciais contidas no enunciado. Dessa forma, a complexidade envolvida no ato de resolução de problema extrapola a questão da fluência na leitura ou da utilização ou não de certas estratégias ou conhecimentos conceituais isolados, requer uma verdadeira “teia” ou estrutura cognitiva ligando os mais diversos elementos (MEDEIROS, 2001).

Uma explicação para esse quadro está na própria natureza do conhecimento matemático. A matemática tem um caráter de abstração maior que as outras ciências e é dependente de uma linguagem sintática e formal própria, bastante diferente da linguagem natural (VITTI e FÜRKOTTER, 2004, p.2).

A partir dessas características, percebemos que, se o aluno não entende a linguagem do texto matemático, não avança na sua estratégia cognitiva. Reafirmamos, assim, a idéia de Gómez-Granell (1996[51], *apud* VITTI e FÜRKOTTER, 2004, p.2) de que "a aprendizagem de conceitos matemáticos deve envolver os aspectos sintático (linguagem matemática) e semântico (significado que os fatos matemáticos revelam), que são indissociáveis e devem ser articulados no ensino da matemática escolar". Na maioria das vezes, o aluno traz uma matemática "sua", isto é, uma matemática particular, que precisa ser sistematizada pela escola, para que ele possa entender a matemática dos livros e também para poder aplicá-la no seu cotidiano e/ou trabalho, dando-lhe oportunidade do domínio básico da escrita e da matemática, instrumentos fundamentais para a aquisição de conhecimentos mais avançados. Neste contexto, como nos expõe Lerner e Sadovsky (1996, p.90), "estudar só faz sentido se for para ter uma melhor compreensão das relações matemáticas, para ser capaz de entender uma situação problema e pôr em jogo as ferramentas adquiridas para resolver uma questão".

Sobre o papel da escola, Santos (2005, p.3), também enfatiza que "é preciso saber criar o espaço de aprender a pensar, da criatividade, da discussão, da interpretação de textos e situações matemáticas, da construção de instrumentos e de reconstrução de conceitos. É neste espaço que o professor deixará fluir o prazer da descoberta, da participação e da compreensão".

Consideramos ainda que, além de proporcionar este espaço para pensar, é preciso que a escola seja capaz de adequar seu currículo e sua dinâmica pedagógica às

[51] GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da Linguagem Matemática: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY (Orgs.). **Além da Alfabetização** - a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 1996. pp. 257-283.

necessidades dos alunos adultos, utilizando estratégias que possibilitem sua inclusão no universo escolar (CABRAL e FONSECA, 2006, p.9).

Se, como diz Santos (2005, p.7), “Muitos são os desafios e difícil é o caminho de quem dispõe a enfrentá-los[...]”, pensamos, como Danyluk (2001, p.185), que, para enfrentá-los, primeiramente “o compromisso governamental, empresarial e social para com a EJA deve ser permeado de um profundo sentido humano que respeite e valorize as diferenças, mas que, ao mesmo tempo, garanta o pleno desenvolvimento de aprendizagens”.

Esta pesquisa nos faz supor, entretanto, que o processo ensino-aprendizagem adotado por esta escola de EJA, em particular, não está conseguindo sistematizar os conhecimentos matemáticos que seus alunos trazem do cotidiano e/ou trabalho e, muito menos, acrescentar novos conhecimentos ao seu “repertório”. Isso pode ser mencionado, pelo fato de que os sujeitos entrevistados, tanto do grupo I quanto do II, continuam a resolver os problemas utilizando os procedimentos oriundos da sua prática, muitas vezes, não conseguindo explicar estes procedimentos. Eles demonstram possuir conhecimentos prévios sobre alguns assuntos, porém, esses conhecimentos são restritos, pois não conseguem descontextualizá-los; se tiverem, talvez, que aplicar estes conhecimentos em outra questão, podem não conseguir resolver.

Com isto, foi possível supor que, do ponto de vista matemático, o tempo de escolaridade a mais dos alunos do grupo II parece não proporcionar uma influência marcante, não possibilitou ampliação dos conhecimentos que os sujeitos trouxeram da vida; enquanto que, o fato de alguns alunos usarem determinados conhecimentos matemáticos na prática, demonstrou permitir maior facilidade na mobilização de procedimentos para a resolução e explicação dos problemas.

Percebemos que, na modalidade EJA, existem muitas contradições e aspectos polêmicos, pois, embora represente uma garantia de que os jovens e adultos tenham acesso à escolarização, por outro lado, não se dá a essas pessoas as mesmas oportunidades que aos outros que ingressam no ensino regular na idade própria, uma vez que o tempo é reduzido e os conhecimentos nem sempre podem ser trabalhados de forma mais aprofundada, como podemos comprovar nos fragmentos de diálogos com os sujeitos B_2 e A_5:

> B_2: Eu não lembro sabe por quê? Porque, as matérias, as matéria aí que as professora passa, passa uma matéria assim depois já entra outra é um monte de coisa...
> [...]
> B_2: ...é muita coisa pra gente pegá.
> [...]
> B_2: Então é o seguinte: ela, por exemplo ela vai lá ensinar hoje sobre raiz quadrada, sobre essas medidas, triângulo, retângulo, ali você tem que pegar aquele dia que ela ensinou, se você não pegou aquele dia lá que ela deu, passou aquele exercício lá... depois você não consegue pegar mais nada porque...é muito corrido pra ela.
> ------------------------------
> A_5: Olha, não sei se era 6 livrinho de matemática...
> E: É? Vocês conseguiram estudar todos eles?
> A_5: Ahm, um resumo, porque era poca aula e não deu pra fazer tudo, só que a gente passou por todos eles, foi mais um resumo, foi passano...

Estes não foram os únicos casos, a maioria dos sujeitos se queixou das condições de ensino proporcionadas no sistema EJA. Percebemos assim, pelos protocolos seguintes, que estes adultos têm muita consciência de que, aquilo que eles aprendem na escola é insuficiente para a escolarização e que, na realidade, o que acontece na sala de aula acrescenta muito pouco àquilo que eles já sabem.

> A_4: [...] a gente ainda não teve um estudo de matemática perfeito. A gente sempre foi assim...
> [...]
> A_4: A matemática depende muito do professor.
> [...]
> A_4: Depende, porque tem aquele professor que só no ele ler você já entendeu e tem outros que quanto mais ele lê, mais ele explica, mais você enrosca...
> ------------------------------

> B_4: [...] se fosse lá em cima (na escola do ensino regular) tinha aprendido certinho né, (na EJA) passa muito por cima, você não aprende muito. [...] mistura que nem 1º ano, 2º e 3º, e pra você ter certinho você tem que pegar lá do começo [...] pra saber da onde surgiu aquilo lá né, ali não tem como, você aprende, nem tudo você aprende também né, faz meio... ajuda, um ajuda, um ajuda o outro.
>
> ------------------------------
>
> B_2: Tá dificultoso heim.
> [...]
> B_2: Não é só eu que tô encontrando, é que eu tenho mais dificuldade né? Tem algum aluno lá na sala, um pessoal lá que tem bastante também, mas não tá fácil pra ninguém não.
>
> ------------------------------
>
> B_1: Na hora que ela (a professora) tá passano, você presta atenção, aí faz ali no quadro, mas não é uma coisa assim do dia-a-dia, que acontece assim, que você vai fazê num concurso, é muito diferente! Não tem aquelas coisa alí.
> E: É, porque você acha que aquilo ali você não vai usar nunca?
> B_1: Eu acho que não, muita coisa ali não vai usá nada! A única coisa ali que vai usá, que foi poucos dias, só foi um dia só, foi o... a porcentagem!

Por esse trecho da conversa com B_1, percebemos que não há discussão e reflexão quanto à forma de resolução dos problemas nas aulas de matemática; pelo contrário, ainda há opção pela quantidade de conhecimentos “transmitidos” e não pela qualidade dos conhecimentos construídos.

Percebemos, a partir de nossa própria prática, que as condições das salas de aulas são precárias, superlotadas, não permitindo que o professor disponibilize a atenção necessária aos alunos. Além deste complicador, nem sempre é o “melhor professor” que está lecionando no sistema EJA. Dizemos “melhor professor” nos sentido de “com mais experiência”, “com uma visão mais ampla e maior cultura geral”. Pensamos que, para trabalhar com as pessoas adultas, que têm uma vida mais atribulada e que tiveram experiências diferenciadas, é necessário, além de um ambiente mais propício e melhores oportunidades, um professor com o perfil acima citado, pois, se há algum tempo os adultos não são excluídos fisicamente do sistema educacional, são excluídos do conhecimento que a EJA deveria lhes proporcionar. Podemos inferir, pelos relatos dos alunos entrevistados e pela consulta que realizamos na proposta curricular da escola em que estes alunos estudam, que os conhecimentos trabalhados na EJA são quase os mesmos trabalhados pelo ensino regular, inclusive com utilização das mesmas metodologias; porém, com a agravante de serem trabalhados de forma mais resumida. Desta forma, supomos que não é levado em consideração o fato das turmas serem heterogêneas, tanto em nível de conhecimentos, quanto em idade e expectativas; fatores que requerem, no mínimo, maior atenção e utilização de metodologias diferenciadas pelos professores.

Embora tivéssemos vivenciado por alguns anos o sistema EJA, não percebíamos o descaso político e os conflitos que esta modalidade de educação enfrenta, historicamente. Parece haver uma “alienação” do corpo docente, que não lhe possibilita enxergar as incongruências do trabalho e buscar informações para atender as particularidades que esta modalidade de ensino requer. Por outro lado, parece que o sistema EJA também tem pouco a oferecer aos seus professores, pois propicia poucos momentos de formação continuada e capacitação adequada. Por outro lado muitas vezes, o professor que vai lecionar para estas turmas não se identifica com este trabalho, mas, em função da legislação pertinente à distribuição de turmas, não tem outra opção de escolha e acaba trabalhando da forma que aprendeu.

Chegamos a pensar que, a formação insuficiente do professor adicionada ao tempo reduzido que o sistema EJA oferece à ele para "formar" os alunos adultos, têm transformado sua função numa missão (quase) impossível. Estas e outras questões que permanecem, em função dos limites de nossa pesquisa, nos sugerem a necessidade de rever a legislação, a estrutura e o funcionamento do sistema EJA. Vale ressaltar que as pessoas que vão para a EJA são as que já foram “expulsas” do ensino regular por vários motivos; ficaram afastados da escola e, na maioria dos casos, do mundo letrado. Como enfatiza Soares (2004, p.58), “é preciso que haja, pois, condições para o letramento”, condições que propiciem uma escolarização real e efetiva, mais do que aprender a ler e escrever.

Nesta pesquisa, como o grupo de entrevistados foi muito pequeno, não podemos afirmar, com propriedade, a real contribuição do sistema EJA aos alunos adultos. No entanto, diante dos resultados obtidos, dos estudos e apontamentos realizados, surge uma indagação que poderá ser foco de um próximo trabalho, qual seja: se repetíssemos essa pesquisa com um número maior de pessoas, e se os resultados se repetissem, o que isso nos indicaria?

Poderíamos nos perguntar:

- Estaria o sistema EJA cumprindo com seus objetivos, de formar cidadãos e ampliar conhecimentos, como consta na sua proposta pedagógica?

- A EJA está proporcionando interação nas aulas de matemática?

- Estaria o sistema EJA oferecendo um curso apenas para certificação de pessoas e mascaramento de estatísticas oficias quanto ao número de analfabetos?

- Estaria o sistema EJA sinalizando um mecanismo de “aceleração de estudos” para adolescentes e jovens com baixo desempenho no ensino regular, visando a correção do sistema?

Estes, entre outros questionamentos permanecem, o que possibilitará a abertura de “caminhos” para novas pesquisas, ou, quem sabe no futuro, a reformulação do sistema EJA.

REFERÊNCIAS

4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF). **Um diagnóstico para a inclusão social pela educação**. [Avaliação de Habilidades Matemáticas]. Instituto Paulo Montenegro, 2004, Ação Educativa. Disponível em: <www.ipm.org.br/ download/inaf04.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2006.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas e o uso do computador na construção do conceito de Taxa Média de Variação. **Revista de Educação Matemática,** Catanduva/SP, ano 8, n.8, pp.37- 42. 2003.

ARDENGHI, Marcos J. **A Matemática no Contexto de um Trabalho Interdisciplinar.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Sagrado Coração, Bauru, 2003.

ARROYO, Miguel. A Educação de Jovens e Adultos em tempos de exclusão. **Alfabetização e Cidadania**: Revista de Educação de Jovens e Adultos. Rede de Apoio à Ação Alfabetizadora no Brasil, n. 11, abril, 2001, pp.9-20.

BACQUET, Michelle. **Matemática sem dificuldades:** ou como evitar que seja odiada por seu aluno. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BAKHTIN, M. M. Os gêneros do discurso. *In:* ________ **Estética da criação verbal.** São Paulo: Martins Fontes, 1992.

BANKS-LEITE, Luci. (Org.). **Piaget e a escola de Genebra**. São Paulo: Cortez, 1987.

BASSOI, T. S.; SOARES, M. T. C. **Uma professora, seus alunos e as representações do objeto matemático funções em aulas do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado (Educação). Universidade Federal do Paraná, 2006. Disponível em: <http://dspace.c3sl.ufpr.br/dspace/handle/1884/6601>. Acesso em: 10 jan. 2007.

BEISIEGEL, Celso de Rui. **Estado e Educação Popular:** Um Estudo sobre a educação de Adultos. São Paulo: Pioneiras, 1974.

BEISIEGEL, Celso de Rui. Política e educação popular (A teoria e a prática de Paulo Freire no Brasil). **Ensaios** – 85. São Paulo: Editora Ática, 1992.

BEISIEGEL, Celso de Rui. Considerações sobre a política da União para a educação de jovens e adultos analfabetos. **Revista Brasileira de Educação***,* n.4, jan/fev/mar/abr.1997.

BEZERRA, Daniel Navarro. **Ensino Supletivo Modularizado**: Qual a Dificuldade dos Educandos em Aprender Matemática. 2003. Disponível em: <www.batina.com/ daniel/suplet/suplet01.htm>. Acesso em: 20 set. 2004.

Biblioteca Instituto Paulo Montenegro (I.P.M.). **Os censos populacionais.** Disponível em: <http://www.ipm.org.br/an_bib_pub4.php?num=1>. Acesso em: 16 ago. 2006.

BRÄKLING, Kátia. **Escrita e produção de texto na escola**. Disponível em: <http://www.educarede.org.br/educa/oassuntoe/index.cfm?pagina=interna&id_tema=9&id_subtema=3&cd_area_atv=2>. Acesso em: 26 nov. 2006.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil.** Brasília, Senado Federal, 1994.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Estudos e Pesquisas:** Informação Demográfica e Socioeconômica. n. 17. (Síntese dos Indicadores Sociais 2005). Rio de Janeiro: 2006. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaodevida/indicadoresminimos/sinteseindicsociais2005/indic_sociais2005.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2006.

BRASIL Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Educação no Brasil.** Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/ibgeteen/ pesquisas/educacao.html>. Acesso em: 20 ago. 2006.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Censos Demográficos e Contagem da População 1996. **PNAD.** 1997.

BRASIL. MEC. INEP. **Censo Escolar de 2005.** Disponível em: <www.inep.gov.br>. Acesso em: jul. 2006.

Brasil. MEC. Secretaria de Educação Fundamental**. Proposta curricular para a educação de jovens e adultos:** segundo segmento do ensino fundamental (5a a 8a série): introdução. Brasília, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Países de língua portuguesa debatem educação de jovens e adultos.** Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=content&task =view&id=5512&FlagNoticias=1&Itemid=5656>. Acesso em: 20 ago. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes nacionais para a educação de jovens e adultos.** Brasília, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes para uma política nacional de educação de jovens e adultos.** Cadernos de Educação Básica. Brasília, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de educação.** Brasília, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais***:* matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. pp. 42-45.

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

BRITO, Márcia R. (Org.). **Solução de problemas e a Matemática Escolar**. 1º. ed. Campinas, SP: Átomo e Alínea, 2006.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. pp.48-72.

BRZEZINSKI, Iria (Org.). **LDB interpretada**: diversos olhares se entrecruzam. São Paulo: Cortez, 1997a.

BRZEZINSKI, Iria**. Perplexidades na formação de profissionais da educação frente à LDB 9.394/96:** a (re)significação da formação do pedagogo. Caxambu, 1997b. Trabalho apresentado na 20ª Reunião da ANPEd.

BUEHRING, Roberta S. **Análise de dados no início da escolaridade**: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica. 2006. 133p. Dissertação de Mestrado (Educação científica e tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BURIASCO, Regina. Sobre Avaliação em Matemática: Uma reflexão. **Educação em Revista***.* Belo Horizonte, nº 36, dez 2002, pp. 255-263.

CABRAL, V. R. de S.; FONSECA, M. C. F. R. Articulação entre o Conhecimento Prévio do aluno e o Conhecimento Escolar em aulas de Matemática na Alfabetização de Jovens e Adultos. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em educação Matemática. 10. 2006. Belo Horizonte. **Anais Conhecimento e inclusão social (cd rom)**. Belo Horizonte: FaE – UFMG. 2006.

CARRAHER, Terezinha Nunes. **O Método Clínico**: usando os exames de Piaget. São Paulo: Cortez, 1989.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez Editora, 1988.

CARVALHO, Dione L. A leitura do texto escrito e o conhecimento matemático. *In:* RIBEIRO, V. M. **Educação de jovens e adultos**: novos leitores, novas leituras. Campinas: Mercado das letras, 2005.

CASTRO, Maria Fausta Pereira. Piaget, o método clínico e a linguagem. *In*: ______. **O método e o dado no estudo da linguagem**. Campinas: EDUCAMP, 1996, v. 1, pp. 165-178.

COELHO, Maria A. V. M. P. **As concepções dos Professores sobre a Resolução de Problemas.** UNICAMP. Disponível em: <www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Posteres%5Cp010.rtf>. Acesso em: 14 nov. 2005.

COLL, César e EDWARDS, Derek org. **Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula:** aproximações ao estudo do discurso educacional. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

COLOMBO, J. A. A.; CASAGRANDE P.; COSTA V. Registros de Representação Semiótica e Resolução de Problemas no ensino de Matrizes e Sistemas Lineares. In: Foz 2006 - Congresso de Matemática e suas Aplicações. 1. 2006. Foz do Iguaçu. **Resumos do Foz 2006 (cd rom).** Foz do Iguaçu, 2006.

CUNHA, Conceição Maria da. O saber matemático: informalidade e processos formais. *In*: **Salto para o Futuro** – Educação de Jovens e Adultos/ Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, SEED, 1999. pp. 63-68.

D' AGOSTINI, Liliana Demarchi. **As Leis de Diretrizes e Bases da Educação no Brasil – 2000**. Disponível em: <http://virtual.udesc.br/midiateca/publicacoes/tutor_01.htm>. Acesso em: 23 mai. 2006.

DAMM, Regina Flemming. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

DANTE, Luiz R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 1994.

D'ANTONIO, Sandra R. **Linguagem e matemática**: uma relação conflituosa no processo de ensino?". 2006. 185p. Dissertação de Mestrado (Educação para a ciência e o ensino de matemática). Universidade Estadual de Maringá, 2006. Disponível em: <http://www.pcm.uem.br/dissertacoes/2006_sandra_dantonio.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2006.

DANYLUK, Ocsana S. **Educação de adultos**: ampliando horizontes de conhecimento. Porto Alegre: Sulina. 2001.

DI PIERRO, Maria Clara. **Educação de Jovens e Adultos no Brasil:** face às políticas públicas recentes. Em aberto, Brasília, nº 56, 1992.

DI PIERRO, Maria Clara (coord.). **Seis Anos de Educação de Jovens e Adultos no Brasil:** os Compromissos e a Realidade. São Paulo, outubro de 2003. Disponível em: <http://www.acaoeducativa.org.br/downloads/seisanoseja.pdf>. Acesso em: 01 abr. 2006.

DI PIERRO, M. C.; GRACIANO, M. **A educação de jovens e adultos no Brasil:** Informe apresentado à Oficina Regional da UNESCO para América Latina y Caribe. São Paulo: Ação Educativa. Junho de 2003. Disponível em: <http://www. acaoeducativa.com.br/downloads/relorealc.pdf>. Acesso em: 1º abr. 2006.

DI PIERRO, M.C.; JOIA, O.; RIBEIRO, V. M. Visões da Educação de Jovens e Adultos no Brasil. **Cadernos Cedes**, ano XXI, n.55. Nov. 2001. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v21n55/5541.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2006.

DOMAHIDY-DAMI, C.; BANKS-LEITE, L. As provas operatórias no exame das funções cognitivas. *In*: BANKS-LEITE, L. (Org.). **Piaget e a escola de Genebra**. São Paulo: Cortez, 1987, pp. 111-23.

DUARTE, Newton. **O ensino de matemática na educação de adultos**. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1986.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. pp. 7-10.

ECHEVERRÍA, Maria. P. P. A Solução de Problemas em Matemática. *In* POZO, J. I.(org.). **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998. pp. 43-65.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. *In* POZO, J. I.(org.). **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998. pp. 13-42.

Equipe do Núcleo de Integração Universidade Escola da Pró-Reitoria de Extensão da UFRGS - NIUE/UFRGS). Programa Salto para o Futuro. **Ler e escrever**: compromisso da escola. Disponível em: <http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ler/ler0.htm>. Acesso em: 10 set. 2006.

FERNANDES, E.; MATOS. J.F. **Da matemática à matemática escolar:** um percurso de transformação. Disponível em: <http://dme.uma.pt/elsa/artigos/Fernandes-e-Matos.pdf>. Acesso em: 15 out. 2006.

FONSECA, Maria C. F. R. **Discurso, memória e inclusão:** reminiscências da matemática escolar de alunos adultos do ensino fundamental. (Tese de doutorado). Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2001. 446 p.

FONSECA, Maria C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FONSECA, Maria C. F. R. (Org.). A educação matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira, *In:* ______. **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. pp.11-30.

FONSECA, Maria C. F. R.; CARDOSO, Cleusa de A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. pp.63-76.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 30 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

GADOTTI, Moacir**. Os compromissos de Jomtien:** estado e sociedade civil. 1999. Disponível em: <http://www.paulofreire.org/Moacir_Gadotti/Artigos/Portugues/Perspectivas_atuais_da_Educacao/Os_compromissos_2000.pdf#search=%22gadotti%20%20jomtien%22>. Acesso em: 10 jan. 2006.

GADOTTI, Moacir**. A Gestão Democrática na Escola para Jovens e Adultos:** Idéias para tornar a escola pública uma escola de EJA. 2003. Disponível em: <http://www.paulofreire.org/Moacir_Gadotti/Artigos/Portugues/Educacao_Popular_e_EJA/Gestao_democ_EJA_2003.pdf#search=%22respeitar%20a%20especificidade%20do%20adulto%22>. Acesso em: 11 ago. 2006.

GADOTTI, Moacir; ROMÃO, José E. **Educação de jovens e adultos:** teoria, prática e proposta. 4 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

GARCIA, Aurora Leal. **Teoria do Significado na Linguagem.** Artigo enviado pela autora sem data e referência da obra. pp. 55-71.

GOMES, C. A. e CARNIELLI, B. L. **Expansão do Ensino Médio:** Temores sobre a educação de jovens e adultos. Cadernos de Pesquisa, n. 119. p.47-69, julho/2003. Disponível em: <scielo.br/pdf/cp/n119/ n119a03.pdf>. Acesso em: 15/03/2006.

GOMES, Maristela G. **Solução de problemas de matemática:** procedimentos utilizados por sujeitos com graus de escolaridade diferentes. Dissertação de Mestrado (Educação na Área de Concentração: Psicologia Educacional), Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1998.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da Linguagem Matemática: símbolo e significado. *In*: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY (Orgs.). **Além da Alfabetização** - a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 1997. pp. 257-283.

GÓMEZ-GRANELL, C. Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática. *In*: RODRIGO, M. J. e ARNAY, J. (Orgs) **Domínios do conhecimento, prática educativa e formação de professores**. São Paulo: Ática, 2002. pp. 15-41.

GRANDE, A. L.; BIANCHINI, B. A noção de dependência linear e os registros de representação semiótica. *In*: IX EBRAPEM, 2005, São Paulo. **Anais do IX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.** São Paulo : FE - USP, 2005. v. 1.

HADDAD, Sérgio; DI PIERRO, Maria C. Aprendizagem de Jovens e Adultos: avaliação da década de educação para todos. **São Paulo em Perspectiva**. V.14, n.1. SP. Jan-Mar. 2000a. pp.29-40. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n1/9800.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2006.

______. Escolarização de Jovens e Adultos. **Revista Brasileira de Educação**. São Paulo: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Mai-ago, 2000b, nº 14, pp.108-130. Disponível em: <http://www.anped.org.br/ rbe14/07-artigo6.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2006.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Mapa do Analfabetismo no Brasil.** Brasília: INEP, 2003.

Institutos de Pesquisa em Ensino de Matemática - IREM. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/ index.php?op =Atividades>. Acesso em: 15 out. 2006.

JARAMILLO, D.; FREITAS, M. T. M.; NACARATO, A. M. Diversos caminhos de formação: apontando para outra cultura profissional do professor que ensina matemática. *In*: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E.. (Org.). **Escritas e leituras na Educação Matemática.** 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, v. 1, pp. 163-190.

KLEIMAN, A. B. (Org.). **Os significados do letramento**: uma perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1995.

KLEIMAN, A. B. **Texto e Leitor**: Aspectos Cognitivos da Leitura. 9. ed. Campinas, SP: Pontes, 2004.

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. *In:* NEVES, Iara C. B. *et alii* (Orgs). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.

LAGARTO, Maria João. **História da Matemática:** história dos problemas. Disponível em: <http://www.malhatlantica.pt/mathis/>. Acesso em: 12 nov. 2005.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia Científica**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

LERNER, Delia e SADOVSKY, Patrícia. O sistema de numeração: um problema didático. *In*: PARRA, Cecília e SAIZ, Irma (org). Trad. Jean Acña Llorens. **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LESSA, Mônica Maria Lins; FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. Pensamento e linguagem: uma discussão no campo da psicologia da educação matemática. **Psicologia: Reflexão e Crítica**. Porto Alegre, v. 18, n. 3, set/dez. 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79722005000300004&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 15 fev. 2007. Pré-publicação doi: 10.1590/S0102-79722005000300004.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Estórias da Educação no Brasil**: de Pombal a Passarinho. 2. ed. Rio de Janeiro: Brasília, 1979.

LOPES, Jairo de Araujo. O Livro didático: o autor, as tendências em Educação Matemática. *In*: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (Org.). **Escritas e leituras na Educação Matemática.** 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, v. 1, pp. 35-62.

LOPES JUNIOR, D.; FREITAS, J. L. M. **Registros de representação semiótica na compreensão de função do 1º grau por alunos da 1ª série do Ensino Médio**. *In*: 28a. Reunião Anual da ANPED, 2005, Caxambu - MS. 40 anos de Pós-graduação em Educação - 28 ANPED. Rio de Janeiro: PUC-RIO - Rua Cardeal Leme, 2005.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1987.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e Língua Materna:** análise de uma impregnação mútua. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MAIA, Lícia de Souza. **Matemática concreta x matemática abstrata:** mito ou realidade? CD – 23ª ANPEd, 2000. Disponível em: <http://168.96.200.17/ar/libros/anped/1911T.PDF>. Acesso em: 23 out. 2006.

MARIANI, Rita de C. P; SILVA, Benedito A. A questão da transição do ensino médio para o superior a partir da idéia de número. *In*: VII Encontro Paulista de Educação Matemática. Matemática na Escola: conteúdos e contextos, 2004. **Anais do VII EPEM.** 2004. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais/co0077.doc>. Acesso em: 25 nov. 2006.

MATIAS, Antonio. **Como escrever o futuro.** Disponível em: <http://www.fundacaoitausocial.org.br/biblioteca/futuro.htm>. Acesso em: 16 ago. 2006.

MATUÍ, J. **Construtivismo**: teoria construtivista sócio-histórica aplicada ao ensino, São Paulo: Moderna, 1995.

MEDEIROS, Cleide F. de. Modelos mentais e metáforas na resolução de problemas matemáticos verbais. **Ciência & Educação,** v.7, n.2, p.209-234, 2001.

MENDONÇA, Ana Waleska P. C. **As políticas do INEP/MEC, no contexto brasileiro dos anos 1950/1960.** *In*: Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Latinoamericana. 7. 2005. Quito, Equador. Disponível em: <http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/cgi-bin/PRG_0599.EXE/7392.PDF?NrOcoSis=21224&CdLin Prg=pt>. Acesso em: 16 nov. 2005.

MENEZES, Luís. **Matemática, Linguagem e Comunicação.** Millenium, 2000a, 20, pp.239-251. Disponível: <http://www.ipv.pt/millenium/20_ect3.htm>. Acesso em: 23 jul. 2005.

MENEZES, Luís. **Comunicação na Aula de Matemática e Desenvolvimento Profissional de Professores**. Este artigo insere-se no Projeto de Investigação Matemática 2000b. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/20_ect7.htm>. Acesso em: 23 jul. 2005.

MIRAS, Mariana. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. *In:* COLL, César *et alii* (Orgs). **O construtivismo na sala de aula.** São Paulo: Ática, 2004.

MOREIRA, Felipe de Sá. **A Resolução de Problemas na Educação Matemática.** Universidade Estadual do Pará. Disponível em: <somatematica.com.br/artigos.php.agosto/2005>. Acesso em: 15 nov. 2005.

MORTMER, Eduardo F., SMOLKA, Ana L. B. org. **Linguagem, cultura e cognição:** reflexões para o ensino e a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

MOURA, Manoel O. de. **O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático.** Disponível em: <www.crmariocovas.sp.org.br/pdf/ideias_10_p045_053.c.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2005.

NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

NEVES, Iara C. B. *et alii* (Orgs). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.

ONUCHIC, Lourdes R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In* BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. pp. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes R. **O Padrão de Conteúdo Álgebra trabalhado a partir do Padrão de Procedimento Resolução de Problemas***.* Artigo apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática. USP. São Paulo/SP. Jun/2004. Publicado em: <www.sbempaulista.org.br>. Enviado por e-mail pela autora.

ONUCHIC, Lourdes R. A Resolução de Problemas e o Trabalho de Ensino-aprendizagem na Construção dos Números e das Operações Definidas sobre eles. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*.*** UFPE. Recife/PE, Jul/2004.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. *In* BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação Matemática***:* pesquisa em movimento. 2ª Edição. São Paulo: Cortez, 2005. pp. 213-231

PÁDUA, Elisabete Matallo Marchesini de. **Metodologia da Pesquisa:** Abordagem teórico- prática. 10. ed. Campinas, SP: Papirus, 2004.

PAIVA, Vanilda. **Educação popular e educação de adultos**. 2 ed.São Paulo: Loyola, 1983.

PANIZZA, M.; SADOVSKY, P.; SESSA, C. **Los primeros aprendizajes algebraicos.** Cuando las letras entran em la classe de matemática. Informe sobre una investigacion em marcha. Comunicación presentada a la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina, Rio Cuarto, Córdoba. Disponível em : <http://www.fcen.uba.ar/carreras/cefiec/matem/articulo/pss_1995.doc>. Acesso em: 10 jan. 2007.

PARANÁ. SEED. **Documentos Preliminares das Diretrizes Curriculares da Educação de Jovens e Adultos no estado do Paraná**. Curitiba, 2005.

PASSONI, J. C.; CAMPOS, T. M. M. Revisitando os problemas aditivos de Vergnaud de 1976. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. pp.49-56.

PAULOS, John Allen. **Analfabetismo em Matemática e suas conseqüências.** Rio de Janeiro: Nova fronteira, 1994.

PAVANELLO, Regina M. **Interações discursivas e construção do conhecimento nas séries iniciais do ensino fundamental.** Trabalho apresentado no 13. Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Recife-PE, 2006a.

_____________. **De linguagem, matemática e construção do conhecimento: algumas reflexões para a prática educativa.** Trabalho apresentado no Congresso de Matemática e suas Aplicações. Foz do Iguaçu. 2006b.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. I. **Projeto Sala de Apoio** – Estudo de Caso. 2006.

PIAGET, Jean. **Psicologia e pedagogia.** Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2003.

PIETROPAOLO, Ruy César. **PCNs de Matemática: um estudo dos pareceres**. CD – 22ª ANPEd, 1999.

POLYA, George. Aprender, Ensinar e Aprender a Ensinar *In* **Mathemátical Discovery** (1962-64), cap. XIV. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docente/opombo/seminario/polya/ traducao.html>. Acesso em: 12 nov. 2005.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas***:* um novo enfoque do método matemático/ G. Polya: tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A Solução de Problemas em Matemática. *In* POZO, J. I.(org.). **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998. pp. 139-165.

RIBEIRO, Vera Masagão. Alfabetismo funcional: Referências conceituais e metodológicas para a pesquisa. **Educação & Sociedade**, ano XVIII, nº 60, dezembro/97. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v18n60/v18n60a8.pdf. Acesso em: 14 abr. 2006.

RIBEIRO, Vera Masagão. **Analfabetismo e alfabetismo funcional no Brasil.** Disponível em: < http://www.reescrevendoaeducacao.com.br/2006/pages.php?recid=28>. Aceso em: 10 set. 2006.

RIBEIRO, Vera Masagão. A promoção do analfabetismo em programas de educação de jovens e adultos. *In:* __________. **Educação de jovens e adultos**: novos leitores, novas leituras. Campinas: Mercado das letras, 2005.

RUIZ, Adriano R. A matemática, os matemáticos, as crianças e alguns sonhos educacionais. **Ciência & Educação,** v. 8, n. 2, p. 217-225, 2002. Disponível em: <http://www.fc.unesp.br/pos/revista/pdf/revista8vol2/art6rev8vol2.pdf#search=%22analfabetismo%20matem%C3%A1tico%20consequ%C3%AAncias%22>. Acesso em: 19 ago. 2006.

RUIZ, Adriano R.; BELLINI, Luzia M. **Matemática:** epistemologia genética e escola. Londrina: Ed. UEL, 2001.

SANTORUM, Karen. **Ensinar a ler:** como fazer? 2005. Disponível em: <http://www.unisc.br/cursos/pos_graduacao/mestrado/letras/anais_2coloquio/ensinar_a_ler.pdf>. Acesso em: 26 jan. 2007.

SANTOS, Maria Auxiliadora A. S. **A. Educação matemática na alfabetização de jovens e adultos:** formação de alfabetizadores. Publicação eletrônica em: 18/02/2005. Disponível em: http://www.cereja.org.br/pdf/20050218_Matematica.pdf. Acesso em: 19 nov. 2006.

SILVA, L. M.; BAROLLI, E. **Registros de representação semiótica na resolução de problemas.** Disponível em: <http://www.cp.ufmg.br/III_SIPEM/19_set/Lenir_Elizabeth. pdf>. Acesso em: 25 nov. 2006.

SILVEIRA, J.F.P. **O que é um problema matemático?** Disponível em: <www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>. Versão14 mar. 2001. Acesso em: 19 nov. 2006.

SMOLE, K. S. e Diniz. M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, Magda B. **Letramento:** um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica/CEALE, 1998.

SOARES, Magda B. **Alfabetização e Letramento.** São Paulo: Contexto, 2004.

SOLÉ, Isabel. **Estratégias de leitura.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

SOUZA, Sueli S. S. de. **O papel construtivo do erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática.** Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0054.doc>. Aceso em: 10 jan. 2007.

SPINOLA, Ana Isabel. **Educação Matemática Análise e Álgebra**. Texto Coletivo. 2006. Disponível em: <http://www.uff.br/IntrodAlgebra/Trabalhos/Texto_coletivo.doc>. Acesso em: 25 nov. 2006.

STUBBS, M. **Linguagem, escolas e aulas**. Lisboa: Livros Horizonte, 1987.

SUTTON, Clive. Los Professores de Ciências como Professores de Lenguaje. **Enseñanza de Las Ciencias**. 2003, 21 (1), pp.21-25.

SZTAJN, Paola. Resolução de Problemas, formação de conceitos matemáticos e outras janelas que se abrem. **Educação em Revista.** Belo Horizonte, Ed. 20 a 25 dez/94 a jun/97. 1997. pp. 109-122.

TOLEDO, Maria E. R. de O. Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. *In:* FONSECA, Maria C. F. R. (Org.). **Letramento no Brasil:** habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. pp.91-106.

UNESCO. **Educação de jovens e adultos**: uma memória contemporânea, 1996-2004. – Brasília: UNESCO, MEC, 2004. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001368/136859por.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2005.

VITTI, M. S.; FÜRKOTTER, M. **A possibilidade do uso de projetos na aprendizagem da adição de números inteiros.** Monografia elaborada para o Curso de Especialização em Matemática da FCT/Unesp/Campus de Presidente Prudente. 2004. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Posteres%5Cp005.doc>. Acesso em: 22 jan. 2007.