

FERNANDO FRANCISCO PEREIRA

**CONHECIMENTOS DESENVOLVIDOS POR LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA A PARTIR DE UMA INTERVENÇÃO FORMATIVA
SOBRE O ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

MARINGÁ – PR

2025

FERNANDO FRANCISCO PEREIRA

**CONHECIMENTOS DESENVOLVIDOS POR LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA A PARTIR DE UMA INTERVENÇÃO FORMATIVA
SOBRE O ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença

MARINGÁ – PR
2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

P436c

Pereira, Fernando Francisco

Conhecimentos desenvolvidos por licenciandos em matemática a partir de uma intervenção formativa sobre o ensino via resolução de problemas / Fernando Francisco Pereira. -- Maringá, PR, 2025.

249 f. : il. color., figs., tabs., mapas

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença .

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2025.

1. Educação matemática . 2. Formação Inicial de professores. 3. Conhecimentos docentes . I. Proença , Marcelo Carlos de , orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Ciências Exatas. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. III. Título.

CDD 23.ed. 510.7

FERNANDO FRANCISCO PEREIRA

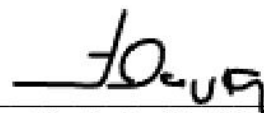
CONHECIMENTOS DESENVOLVIDOS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA A PARTIR DE UMA INTERVENÇÃO FORMATIVA SOBRE O ENSINO VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em *Ensino de Ciências e Matemática*.

BANCA EXAMINADORA



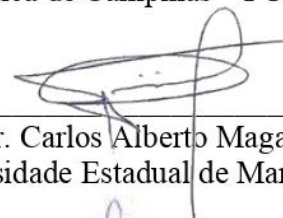
Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá - UEM



Prof. Dra. Flavia Sueli Fabiani Marcatto
Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI



Prof. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes
Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUC/Campinas



Prof. Dr. Carlos Alberto Magalhães Júnior
Universidade Estadual de Maringá - UEM



Prof. Dr. Luciano Carvalhais Gomes
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Maringá, 20 de fevereiro de 2025.

AGRADECIMENTOS

Em todo agradecimento é provável que alguém fique de fora ou se sinta desprestigiado, por isso inicio agradecendo à “geral” que em conversas descompromissadas tenha tido alguma ideia ou conselho referente as minhas “coisas do doutorado”, também conhecido como pesquisa.

Agradeço aos meus pais, Marilza e Aparecido, por todo apoio e carinho desde sempre. Sem vocês muita coisa não teria acontecido e certamente eu não estaria aqui escrevendo essas linhas.

Agradeço imensamente à minha esposa, Iara, que me aceitou ao seu lado anos atrás para trilhar um caminho de amor e profissionalismo, na vida pessoal e profissional. Nunca me deixando abater pelas dificuldades enfrentadas e sempre me elevando na prateleira mais alta da organização que chamamos de “nossa vida”.

Agradeço aos colegas de graduação da UTFPR, campus Cornélio Procópio, aos que foram até o final e aos que decidiram desistir, saibam que de alguma forma vocês contribuíram para eu ter chegado até aqui. Desejo sempre sucesso para todos.

Agradeço aos professores da UTFPR, campus Cornélio Procópio, principalmente a Maria Lúcia e ao Armando, que contribuíram imensamente sendo meus orientadores de TCC. Vocês sabem, eu sei e todos deveriam saber o quanto me ajudaram a me tornar o pesquisador que sou hoje. Sem dúvidas quando “eu crescer” quero ser igual a vocês.

Agradeço aos professores Thiago de Souza, então Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, campus Cornélio Procópio, Joselene Marque, então professora da disciplina de Práticas de Ensino C e a Dayani Quero, colega de graduação, por se prontificarem a “fazer acontecer” minha aplicação e coleta.

Agradeço aos colegas de estudos e professores do mestrado da UTFPR, campus Londrina/Cornélio Procópio, PPGMAT. Aos colegas, sem dúvidas nossas conversas sérias e descontraídas, na universidade ou em uma lanchonete qualquer, clarearam meu caminho. Alguns, Rafael e Cleiton, tenho até hoje o benefício de poder me aconselhar e fazer parte da minha vida pessoal.

Agradeço aos professores do doutorado na UEM que me mostraram outras perspectivas de ver que há muita Ciência além da Matemática.

Agradeço aos colegas do GERPEM-UEM cujas discussões e pesquisas publicadas contribuíram para que eu pudesse alcançar as minhas.

Encaminhado ao final desta etapa, agradeço ao meu orientador de doutorado, Marcelo Proença, por ter me aceito no doutorado, por incentivar e direcionar meus estudos e ter confiado em mim poder divulgar minhas pesquisas levando as suas como fundamentação.

Agradeço aos membros titulares e suplentes da banca de defesa da tese, pela prontidão em aceitar o convite e pelos apontamentos e sugestões feitas. Certamente foram de grande valia para a finalização desta tese.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, pela oportunidade e à secretária do PCM, Sandra, que sempre se fez solícita à me ajudar, principalmente com a distância. Por fim, agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 pelo apoio à pesquisa.

*I'll decide
In a moment's time
To turn away
Leave it all behind
So we climb
So we're all are told the line
[...]
The treasure found
So let it go
Wake up, wake up, wake up
We're almost home*

Richard Melville Hall (Moby), 2014

PEREIRA, Fernando Francisco. **Conhecimentos Desenvolvidos por Licenciandos em Matemática a partir de uma Intervenção Formativa sobre o Ensino via Resolução de Problemas**. 2025. 249f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2025.

RESUMO

A Formação Inicial de professores é um tema importante para pesquisas que queiram identificar e analisar a construção do conhecimento docente, visto que tais construções implicarão diretamente em suas práticas futuras. Nessa direção, surge a resolução de problemas como possibilidade de dinamizar e potencializar essas práticas. Diante desse contexto, a presente pesquisa teve como objetivo investigar as implicações de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas no desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática. Para atingir tal objetivo, foi conduzida uma formação intitulada “O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula”. Tal formação ocorreu na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procopio, no curso de Licenciatura em Matemática, em paralelo a disciplina de Práticas de Ensino C, contando com a participação de seis licenciandos. A formação teve por base as discussões teórico-práticas em torno das temáticas: problema; processo de resolução de problemas; abordagens da resolução de problemas no currículo escolar; Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP); e organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos via resolução de problemas. Os dados foram coletados a partir das fotocópias dos registros escritos, assim como da transcrição das gravações das discussões que ocorrerem durante os encontros e do diário de campo como forma de complementar a coleta. O constituinte *corpus* foi analisado à luz dos pressupostos da Análise de Conteúdo (AC). Como resultados, destaca-se que: os participantes reconhecem aulas tradicionais, expositivas, seguindo o ciclo conteúdo-exemplo-exercícios, diante do ensino e a aprendizagem de matemática que tiveram durante a Educação Básica; reconhecem a importância da resolução de problemas, relacionando-a a mobilização dos conhecimentos prévios e o desenvolvimento do pensamento matemático; reconhecem problemas como uma articulação entre descobrir e interpretar informações que não se encontram visíveis; reconhecem a existência de etapas de resolução de problemas que se associam a modelos gerais; reconheceram as abordagens do problema como ponto de partida (via) e do problema ao fim do processo de ensino (para), assim como reconheceram suas potencialidades e limites. Ao avançar da intervenção, os participantes demonstraram conseguir mobilizar conhecimentos mais avançados em relação aos anteriores, principalmente os relacionados ao ensino via resolução de problemas e a conexões da resolução de problemas com o conteúdo a ser definido. De modo geral, percebe-se um refinamento nos conhecimentos mobilizados pelos participantes, ao classificá-los e elencá-los ao longo dos momentos da intervenção formativa, salientando que no percurso houve um desenvolvimento das práticas desses futuros professores.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Inicial de professores. Conhecimentos docentes.

PEREIRA, Fernando Francisco. **Knowledge Developed by Undergraduate Mathematics Students from a Formative Intervention about Teaching via Problem Solving.** 2025. 249p. Thesis (Doctorate in Education for Science and Mathematics) – State University of Maringá, Maringá, 2025.

ABSTRACT

The Initial Teacher Education is an important topic for research aimed at identifying and analyzing the construction of teaching knowledge, as such constructions will directly impact their future practices. In this direction, problem-solving emerges as a possibility to make these practices more dynamic and potentiate them. The symbiosis of both reveals a fertile field of investigation regarding the conceptual, procedural, and attitudinal requisites for these teachers. Within this context, this research aims to investigate the implications of a formative intervention on the Teaching and Learning of Mathematics via Problem Solving (EAMvRP) in the professional development of a group of undergraduate Mathematics students. To achieve this goal, a Teacher Education Intervention titled "Teaching Mathematics via Problem Solving: Approaches for the Classroom" was conducted. This intervention took place at the Federal University of Technology – Paraná, Cornélio Procópio Campus, within the Mathematics Teaching Degree program, alongside the Práticas de Ensino C discipline, and involved the participation of six pre-service teachers. The intervention was based on theoretical and practical discussions on the following topics: problem definition; the problem-solving process; problem-solving approaches in the school curriculum; Teaching and Learning of Mathematics via Problem Solving (EAMvRP); and the organization of teaching for the learning of mathematical concepts via problem-solving. Data were collected from photocopies of written records, transcriptions of recorded discussions held during the meetings, and field diary notes as a complementary collection method. The resulting *corpus* was analyzed in light of the principles of Content Analysis (AC). The findings highlight that participants recognized traditional, lecture-based lessons following the content-example-exercise cycle as the predominant approach in their own mathematics education during Basic Education. They acknowledged the importance of problem-solving, associating it with the activation of prior knowledge and the development of mathematical thinking. They also recognized problems as an articulation between discovering and interpreting information that is not immediately visible. Moreover, participants identified the existence of problem-solving steps associated with general models. They distinguished problem-based approaches as both a starting point (via) and as an endpoint (for) within the teaching process, acknowledging their potential and limitations. As the intervention progressed, participants demonstrated the mobilization of more advanced knowledge compared to their initial understandings, particularly regarding problem-solving as a teaching approach and its connections to specific content areas. Overall, a refinement in the knowledge mobilized by the participants is observed, when classifying and listing them during the moments of the formative intervention, highlighting that along of the process there was a development of the practices of these future teachers.

Keywords: Mathematics Education. Initial Teacher Education. Professional Development.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Características profissionais dos participantes.....	86
Quadro 2 - Cronograma de ocorrência dos encontros.....	87
Quadro 3 - Síntese dos encontros enquanto objetivo e instrumentos de coleta de dados	96
Quadro 4 – Descrição da seção do corpus em que os eixos encontram-se fixados.....	99
Quadro 5 – Unidades de registro e categorias do tema: Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno.....	104
Quadro 6 – Representações textuais e unidades de registro da categoria Resolução de Problemas enquanto aluno.....	107
Quadro 7 – Unidades de registro e categorias do subtema Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios.....	111
Quadro 8 - Unidades de registro e categorias referentes ao subtema Identificar informações e modificar/adaptar uma situação.....	114
Quadro 9 - Representações textuais e as unidades de registro referentes ao questionamento quanto as etapas do processo de resolução	133
Quadro 10 – Unidades de registro e as categorias referentes ao questionamento quanto aos conhecimentos mobilizados durante o processo de resolução.....	135
Quadro 11 - Unidades de registro referentes e categorias do tema Práticas de resolução de problemas.....	140
Quadro 12 - Unidades de registro e categorias referente ao tema Alunos no ambiente de resolução de problemas	145
Quadro 13 – Descrição das informações gerais sobre a proposta e o problema escolhido como ponto de partida	152
Quadro 14 – Problemas escolhidos pelos participantes para elaborar a proposta de EAMvRP	153
Quadro 15 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Escolha do problema	154
Quadro 16 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Introdução do problema	161
Quadro 17 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Auxílio aos alunos durante a resolução	166
Quadro 18 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Discussão das estratégias dos alunos	169
Quadro 19 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.....	173

Quadro 20 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Formação do conceito	175
Quadro 21 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Definição do conteúdo	180
Quadro 22 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Aplicação em novos problemas.....	184
Quadro 23 - Modelo de organização do Conhecimento de Licenciando para o Ensino-Aprendizagem conceitual de Matemática via Resolução de Problemas	196

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura expandida de etapas do EAMvRP	47
Figura 2 - Sequência para a organização do ensino para propiciar aprendizagem de conceitos matemáticos.....	50
Figura 3 - Organização da base de conhecimentos para o ensino de acordo com Shulman (1986; 1987; 2015).....	53
Figura 4 - Reorganização do modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) com base em Ball, Thames e Phelps (2008).....	57
Figura 5 - Modelo de organização do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) proposto por Carrillo <i>et al.</i> (2013)	68
Figura 6 – Reorganização do modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino de Resolução de Problemas com base em Foster, Wake e Swan (2014)	70
Figura 7 – Reorganização do modelo do Conhecimento da Resolução de Problemas Matemáticos para o Ensino (MPSKT) com base em Chapman (2014; 2015; 2016)	73
Figura 8 - Modelo de organização do Conhecimento Profissional do Professor para o Ensino de Resolução de Problemas proposto por Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020)	76
Figura 9 – Organização dos eixos e categorias de análise.....	101
Figura 10 – Estrutura de análise do Eixo 1.....	103
Figura 11 – Estrutura de análise do Eixo 2.....	110
Figura 12 – Situações 1 e 2 apresentadas aos participantes durante a formação	114
Figura 13 - Resolução do participante L1 sobre a situação 1.....	118
Figura 14 - Resolução do participante L1 sobre a situação 2.....	119
Figura 15 - resolução do participante L2 sobre a situação 1	120
Figura 16 - resolução do participante L2 sobre a situação 2	122
Figura 17 - Resolução do participante L3 sobre a situação 1.....	123
Figura 18 - Resolução do participante L3 sobre a situação 2.....	124
Figura 19 - Resoluções do participante L4 sobre a situação 1	125
Figura 20 - Resolução do participante L4 sobre a situação 2.....	126
Figura 21 - Resolução do participante L5 sobre a situação 1.....	127
Figura 22 - resolução do participante L5 sobre a situação 2	129
Figura 23 - Resolução do participante L6 sobre a situação 1.....	130
Figura 24 - resolução do participante L6 sobre a situação 2	131

Figura 25 – Estrutura de análise do Eixo 3.....	139
Figura 26 – Situação de Matemática elaborada por L3.....	144
Figura 27 - Situação de Matemática elaborada por L2.....	145
Figura 28 – Estrutura de análise do Eixo 4.....	151

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

Affective Factors and Beliefs – AF&B
Common Concept and Process Knowledge – CCP
Common Content Knowledge – CCK.
Concept and Process Knowledge - CPK
Horizon concept and process knowledge - HCP
Horizon Content Knowledge – HCK.
Horizon Content Knowledge – HCK.
Knowledge of Concepts and Processes and Curriculum - KPC
Knowledge of Concepts and Processes and Students - KPS
Knowledge of Concepts and Processes and Teaching - KPT
Knowledge of Content and Curriculum – KCC.
Knowledge of Content and Curriculum – KCC.
Knowledge of Content and Students – KCS.
Knowledge of Content and Teaching – KCT.
Knowledge of Content and Teaching – KCT.
Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM
Knowledge of Mathematics Learning Standards - KMLS
Knowledge of Mathematics Teaching – KMT.
Knowledge of Practices in Mathematics – KPM.
Knowledge of Processes and Students - KPS
Knowledge of Processes and Teaching - KPT
Knowledge of Processes and the Curriculum - KPC
Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM.
Knowledge of Topics – KOT.
Mathematical Knowledge – MK.
Mathematical Knowledge for Teaching – MKT.
Mathematical Process Knowledge – MPK
Mathematics Problem-Solving Knowledge for Teaching - MPSKT
Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK
Pedagogical Concept and Process Knowledge - PPK
Pedagogical Content Knowledge – PCK.
Pedagogical Problem-Solving Knowledge - PPSK

Pedagogical Process Knowledge – PPK

Problem-Solving Content Knowledge – PSCK

Specialized concept and process knowledge - SCP

Specialized Content Knowledge – SCK.

Specialized Content Knowledge – SCK.

Subject Matter Knowledge – SMK

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	18
1. INTRODUÇÃO	22
2. A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES.....	26
2.1. Formação Inicial sob a ótica dos documentos oficiais	26
2.2. Formação Inicial de professores de Matemática e a Resolução de problemas.....	31
2.3. Formação Inicial sob a ótica de pesquisas do Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM)	34
3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA ADOTADA NO GERPEM .	37
3.1 A compreensão de problema de matemática	37
3.2. A compreensão de processo de resolução problemas.....	38
3.3. A compreensão de abordagem de ensino via resolução de problemas: a proposta de Proença (2018).....	41
3.4. A compreensão de organização do ensino de Matemática para aprendizagem conceitual em meio à resolução de problemas: a proposta de Proença (2021).....	47
4. CONHECIMENTO DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	51
4.1. Base de conhecimentos para o ensino: a proposta de Shulman (1986; 1987).....	52
4.2. Conhecimento Matemático para o Ensino – MKT: a proposta de Ball, Thames e Phelps (2008).....	54
4.3. Conhecimento Especializado do Professor de Matemática: a proposta de Carrillo <i>et al</i> (2013; 2018).	58
5. CONHECIMENTO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA	69
5.1. Conhecimento Matemático para o Ensino de Resolução de Problemas: a proposta de Foster, Wake e Swan (2014).....	70
5.2. Conhecimento da Resolução de Problemas Matemáticos para o Ensino (MPSKT): a proposta de Chapman (2014; 2015; 2016)	72
5.3. Conhecimento Profissional do Professor para o Ensino de Resolução de Problemas: a proposta de Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020).....	75
6. PRESCRIÇÕES DE ARTICULAÇÕES POSSÍVEIS ENTRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	79
6.1. Possíveis articulações entre as organizações do conhecimento matemático e de resolução de problemas do professor	79
7. METODOLOGIA DA PESQUISA.....	83
7.1. A natureza descritiva-interpretativa da pesquisa	83
7.2. O ambiente de investigação	84
7.3. Os participantes da investigação.....	86
7.4. A ação formativa	87
7.5. Detalhes da proposta e acontecimentos de cada encontro	88
7.6. Síntese dos encontros com os objetivos e instrumentos de coleta de dados.....	96
7.7. Os instrumentos de coleta de dados.....	97
7.8. Os procedimentos de análise dos dados	98
8. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	103
8.1. Eixo 1: Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas	103
8.2. Eixo 2: Conhecimento elementar sobre resolução de problemas	110
8.3. Eixo 3: Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas.....	139
8.4. Eixo 4: Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas	150
9. CONCLUSÕES.....	189

10. IMPLICAÇÕES DA PESQUISA.....	194
REFERÊNCIAS.....	200
ANEXOS	214
Anexo 1 - Parecer de Aprovação do Comitê de Ética na Pesquisa UEM	214
Anexo 2 - Parecer de Aprovação do Comitê de Ética na Pesquisa UTFPR.....	219
APÊNDICES	230
Apêndice A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	230
Apêndice B – Questionário de identificação (Formulário Google).....	233
Apêndice C – Questionário I	238
Apêndice D - Questionário II	242
Apêndice E – Questionário III.....	243
Apêndice F – Modelo para proposta de organização do ensino	246
Apêndice G – Questionário final (entrevista).....	248

APRESENTAÇÃO

Sobre mim, o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e a Resolução de Problemas

Em uma cidade pequena, um jovem cheio de planos incertos de conquistas, se depara com uma oportunidade de ingressar em um novo universo. Um universo com seres plurais, inimagináveis, cheio de oportunidades, conquistas, mas também de dificuldades, tristezas e desafios que pareciam quase insuperáveis. A chave de entrada? Não precisava de muito esforço, era apenas observar um ser figurado, apressado com o tempo, segui-lo e pronto, lá se está inserido nesse novo universo. Universo que em alguns momentos você se apequena e ou se engrandece para se encaixar, vez ou outra você se diverte com as alucinações ditas por certos seres que lá habitam, vez ou outra se intriga, se questiona com ideias ditas pelos mesmos. Se arma, vai à luta, trava batalhas, cai e levanta ao passo que se desempenha por tarefas e supera desafios que surgem da relação com esses seres. Ao fim, entre perdas e conquistas, entre erros e acertos, ensinamentos e aprendizagens, é hora de sair de lá. Um retorno? Jamais, pois só se volta ao ponto de partida aquele que não sabe para onde quer ir, quando se sabe para onde vai apenas um caminho importa, o da superação, da mudança, de fazer a diferença.

O texto anterior poderia servir de prólogo para mais uma versão do conto da Alice no país das maravilhas, porém o jovem era eu, o universo era a universidade, a chave de entrada transmutada por um ser figurado apressado em função do tempo era minha vaga do SISU (Sistema de Seleção Unificada) e os seres que lá habitavam eram os professores e então futuros professores ao meu redor.

Note como as coisas são interessantes. Em 2011 consegui facilmente uma vaga no curso de Licenciatura em Matemática, na UTFPR (Universidade Tecnológica Federal do Paraná), campus Cornélio Procopio. A expressão facilmente vem do fato de que, como uma grande e notada parcela da sociedade, eu conquistei minha vaga não pela força do querer, mas por ser a forma mais acessível de frequentar um curso superior e ser minha única opção. Eu nunca tive afinidade, nunca compreendi as nuances, nunca soube conquistar a Matemática. Bom, agora você já sabe que eu não escolhi ser professor, minha armadura de professor foi forjada a partir de uma caminhada formativa árdua, com esforço e triste a certo ponto. Não estaria sendo honesto se dissesse agora o contrário do que eu disse antes, já dizia um certo ser alucinado e membro de uma sociedade alternativa. A necessidade, as dificuldades, as oportunidades e o

esforço sustentaram a construção do professor que sou hoje, sempre repetindo o mantra de que a vitória não estava perdida e que eu deveria sempre tentar outra vez.

Em 2012, no meu segundo ano de graduação, as coisas já não iam tão boas, a falta de conhecimento específicos da Matemática, oriundos de uma má formação básica, eram amarras para mim, porém surge a oportunidade da primeira vez lecionar. Fui convocado para assumir o lugar de uma professora da 3º e 4º Séries do Ensino Médio Normal (Magistério). Em 2013, como professor de uma turma de 9º ano, tive a oportunidade de colocar em prática os conhecimentos que eu havia construído sobre o ensino de matemática através da resolução de problemas. Além da falta de contato dos alunos com a resolução de problemas, os resultados da experiência demonstraram fragilidades do professor em relação à condução de tal abordagem (Pereira; Doneze; Palharini, 2014). Em 2014, comecei a demonstrar interesse em construir conhecimentos mais sólidos acerca da resolução de problemas, para além do que havia sido observado e evidenciado nas disciplinas, assim iniciei a elaboração de um TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) com o título “As compreensões dos futuros professores de matemática acerca da metodologia de resolução de problemas”, sob a orientação dos professores Maria Lúcia de Carvalho Fontanini e Armando Paulo da Silva. Ao entrevistar licenciandos dos últimos da licenciatura em Matemática da UTFPR – CP, analisei quais eram suas compreensões de problemas, quais suas visões sobre o emprego da resolução de problemas, passos para trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, potencialidades e limitações. Os resultados esclareceram os pontos críticos da formação dos licenciandos em relação ao desconhecimento da importância da resolução de problemas para o ensino, de como conduzi-la em sala de aula, além de potencialidades e limitações gerais, comuns ao ambiente de sala aula (Pereira; Fontanini; Silva, 2017; Pereira; Silva; Fontanini, 2019).

Em 2015 ao término da licenciatura em Matemática, me interessei em continuar na pesquisa, assim busquei oportunidades de ingressar no mestrado. No dia 10 de agosto de 2016, às 19:05 min., decidi enviar o seguinte e-mail para o professor Marcelo Carlos de Proença: “Olá professor, sou aluno do último semestre da Licenciatura em Matemática da UTFPR de C. Procópio e observando as linhas de pesquisa para a seleção do Mestrado de 2017 me interessei pela Linha 2 e não pude deixar de notar que trata-se da linha de pesquisa que o senhor orienta, o que de fato, se mostrou muito relevante, pois acredito que a escolha por essa linha de pesquisa se deu por conta da minha pesquisa de conclusão de curso que teve como tema a Formação Inicial de Professores e a Resolução de Problemas, já outra relevância é o fato de que tive sua Tese de Doutorado como parte de meu referencial teórico, servindo de aporte principalmente

para criação de uma das unidades de análise. Diante do exposto, gostaria de saber qual o período para inscrição em vaga de aluno especial e em caso de classificação como funciona a escolha de orientador. Obrigado pela atenção e desculpa o transtorno”.

Em 2017, em decorrência financeira e de deslocamento acabei optando por ingressar no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR e me mudar para Londrina. Sem dinheiro e dependendo do auxílio universitário, me esforcei muito para manter a cabeça no caminho da pesquisa e foi no PPGMAT que tive a oportunidade de aprofundar os estudos em relação à formação docente, desenvolvendo uma dissertação intitulada “Conhecimentos mobilizados por graduandos e professores que ensinam matemática em um curso de formação sobre tarefas de análise da produção escrita”, sob a orientação do professor Jader Otavio Dalto. Além de investigar os conhecimentos dos professores e futuros professores tendo como referência o MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*) de Ball, Thames e Phelps (2008), pude apresentar uma proposta de uma formação baseada em tarefas de formação profissional que mobilizam tais conhecimentos (Pereira, 2020).

Em 2020, a situação era diferente, financeiramente e profissionalmente eu construía uma estabilidade financeira e uma carreira de professor em colégios particulares de Londrina, que requisitavam de mim um domínio notável sobre os conhecimentos específicos da matemática que lá no início eram minha fraqueza. Após concluir o mestrado, decidi que ingressaria no PCM (Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciências e a Matemática) da UEM (Universidade Estadual de Maringá) com interesse na resolução de problemas e na formação de professores. Assim, o destino acabou por conspirar a favor e quatro anos depois ou mais, superada uma pandemia e alguns entraves aqui estamos eu escrevendo e você lendo essa tese de doutorado. Não direi que essas últimas etapas foram flores de uma linda e feliz trilha, há essa altura não sei separar a tríade professor-pesquisador-eu. Como uma Quimera, sinto-me três cabeças sustentadas por um único corpo. Ao construir essa tese, leitor, compreenda que cada linha foi escrita a partir da interpretação de três mentes, a do professor da Educação Básica da rede pública e privada, a do pesquisador e a do jovem Fernando que nos excertos acima se fez falar mais alto. Nas próximas linhas e por mais de uma centena de páginas irei apresentar a organização de toda minha compreensão sobre os dados coletados em minha investigação acerca da resolução de problemas e os conhecimentos docentes. Note que, no fim acabei por retornar ao ambiente onde tudo iniciou em 2011. Como a célebre frase da parábola de Jesus, presente no evangelho de Lucas 15: 11-32: “O bom filho à casa torna”. Como não sou religioso, serviria bem a expressão: “*Civis Romanus sum*”. Baseados nas intenções de Cícero, considerar-

me professor nascente na UTFPR de Cornélio Procópio, retorno às minhas origens assegurado de direitos e deveres que busquei seguir. Portanto, não se trata de um retorno, mas sim de uma oportunidade de superação, de mudança, de fazer a diferença e principalmente de autoformação.

1. INTRODUÇÃO

Ao caminhar por importantes documentos nacionais e internacionais é possível notar indicações pontuais à professores que queiram articular o ensino de Matemática à resolução de problemas. Nos anos 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (1980), por meio do documento *An Agenda for Action*, recomendou que a resolução de problemas fosse o foco da matemática escolar. Nos anos 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998) endossaram as recomendações do NCTM (1980), indicando o problema como ponto de partida para a atividade matemática, a resolução de problemas e a elaboração de novos problemas por parte dos alunos. Nos anos 2000, por meio do documento *Principles and Standards for School Mathematics*, o NCTM (2000) reforçou as recomendações do ensino com foco no problema, assumiu a resolução de problemas como um processo para a aprendizagem dos alunos, acrescentando a validação e comunicação dos resultados como parte desse processo. Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) retoma a elaboração e resolução de problemas como parte significativa do processo de ensino-aprendizagem de competências relacionadas aos conteúdos matemáticos.

Os documentos supracitados se estabelecem como norte para as práticas docentes. Independente de qual seja o momento formativo, inicial ou continuado, é fundamental que os professores ou futuros professores estejam a par de tais considerações e indicações. Destacando a relação biunívoca entre Formação Inicial de professores de Matemática e a Resolução de Problemas, ao longo das últimas décadas, é evidenciado temáticas focais relacionadas a: implementação, potencialidades e limitações da resolução de problemas nos cursos de formação de professores; dificuldades, crenças e conhecimentos sobre a natureza do problema e dos processos de resolução; investigações das práticas de ensino desses futuros professores em meio a resolução de problemas. As pesquisas citadas, subsequente, corroboram com as temáticas elencadas e têm constituído base para o desenvolvimento de estudos nas últimas décadas, a citar algumas: Vale (1993; 1997, 2000), Borralho (1995; 1997), Blanco (2004), Proença (2012; 2013; 2016), Onuchic e Moraes (2013), Proença e Pirola (2014) e Mendes e Proença (2020).

As temáticas apresentadas estão associadas diretamente à identidade profissional que os futuros professores constroem ao longo de sua formação. Ao ingressarem na Formação Inicial, há de considerar que trazem enraizados crenças e atitudes de ensino particulares aos momentos vivenciados de seus professores enquanto alunos (Pacheco; Flores, 1999; Mizukami, 2006). Em constatações, Borralho (1997) sustenta que dificilmente esses futuros professores deixarão ou rechaçarão essas ideias ao ingressarem na carreira, se durante a formação não reconhecerem a

articulação entre teoria e prática. Para Vale (1993), os conhecimentos que eles trazem consigo influenciarão suas ações e por isso é importante obter informações sobre o que acreditam e sentem sobre a resolução de problemas e do seu ensino.

Neste momento, entende-se que cabe aos futuros professores criarem um repertório de conhecimentos próprios para o ensino - Base de Conhecimento para o Ensino (Shullman, 1986), Conhecimento Especializado para ensinar Matemática (Ball; Thames; Phelps, 2008) e Conhecimento Matemático Especializado para Ensinar Matemática (Carrillo *et al.*, 2013) – seja atrelados a disciplina e a sua construção enquanto ciência e curricular; e aos processos de ensino-aprendizagem frente às requisições da realidade escolar. Então, os futuros professores por sua vez devem aprender para poderem ensinar (Borralho, 1997; Allevato; Onuchic, 2019). Ainda na Formação Inicial, é importante que seja proporcionado ambientes de aprendizagem com foco na resolução de problemas, onde os futuros professores tenham oportunidade de vivenciar práticas em que eles resolvam problemas, assim como irão propor a seus futuros alunos (Vale, 1993).

Entre diversas e distintas perspectivas de abordagem da resolução de problemas, a que aqui será adotada é baseada em Hatfield (1987) e Schroeder e Lester Jr (1989), que afirmam três: o ensino *sobre*, *para* e *via* resolução de problemas. Compreende-se que aos futuros professores devem ser oportunizados momentos de resolução e discussão de diferentes estratégias e concepções perante os problemas, devendo haver uma simbiose entre tais perspectivas. Considerando os apontamentos atuais, em que o ensino de um tópico de Matemática inicia-se por meio de problemas, que torna-se um veículo que conduzirá o ensino até a aprendizagem, Proença (2018) propõe o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas - EAMvRP. O autor elaborou uma sequência de ações que auxiliam os professores no desempenho da resolução de problemas em sala de aula, sendo elas: escolha do problema; introdução do problema; auxílio aos alunos durante a resolução; discussão das estratégias dos alunos; e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. Nota-se que, no empenho das ações, diferentes componentes do conhecimento docente são requisitados.

Diante do exposto, depreende-se que a Formação Inicial constitui um cenário favorável às discussões e reflexões teórico-práticas acerca das compreensões, dificuldades e potencialidades do EAMvRP na construção do repertório de conhecimentos para o ensino desses futuros professores (Proença, 2012; 2013; 2016; Mendes; Proença, 2020). Assim, todo o contexto supramencionado remete ao tripé temático formação inicial-resolução de problemas-conhecimento docente. Na perspectiva adotada por Proença (2018), das ações que envolvem o

EAMvRP, essa inter relação temática encontra-se velada nas descrições teóricas e discussões de encaminhamentos de práticas impulsionando o questionamento: *que implicações emergem de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática?*

Como objetivo geral a compor a pesquisa, nos propomos a: *investigar as implicações de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas no desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática*. Para que essa ação ocorra, se faz atingir alguns objetivos específicos tais como:

- Identificar e analisar que conhecimentos prévios acerca de ensino-aprendizagem e da resolução de problemas possuem os participantes;
- Identificar e analisar os conhecimentos dos participantes antes, durante e depois do contato com ações do EAMvRP e a elaboração de propostas de ensino;

Esta tese é estruturada, para além das seções de Apresentação e Introdução, em nove seções sendo elas: A formação inicial de professores; Resolução de Problemas na perspectiva adotada; Conhecimento dos professores que ensinam Matemática; Conhecimento sobre a resolução de problemas dos professores que ensinam Matemática; Prescrições de articulações possíveis entre o conhecimento matemático e em resolução de problemas do professor de Matemática; Metodologia da pesquisa; Análise e discussão dos dados; Conclusões; Implicações da Pesquisa.

Na seção *A formação inicial de professores*, será apresentada uma construção teórica sustentada pelo tripé da transversalidade das legislações acerca da Formação Inicial presente nas Diretrizes Nacionais de Educação, da ótica da Formação Inicial de professores de Matemática segundo pesquisadores e da Resolução de problemas, especificando a visão apresentada pelas pesquisas do GERPEM, com a finalidade revelar a influência no que se espera de cada professor e na construção de suas identidades docentes.

Na seção *Resolução de Problemas na perspectiva adotada*, será apresentada uma construção teórica que dialogue universalmente: acerca da resolução de problemas enquanto definição de problema e processos; quanto as diferentes abordagens no campo da Psicologia Cognitiva; especificamente sobre a perspectiva de Ensino-Aprendizagem via Resolução Problemas (EAMvRP) (Proença, 2018); da construção de um ambiente de ensino conceitual de matemática por meio da Resolução Problemas (Proença, 2021).

Na seção *Conhecimento dos professores que ensinam Matemática*, será apresentada uma construção teórica balizada em pesquisas que propuseram categorizar em domínios e

subdomínios o conhecimento mobilizado por professores que ensinam Matemática baseados nos modelos de Shulman (1986; 1987), Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo et al. (2013; 2018).

Na seção *Conhecimento sobre a resolução de problemas dos professores que ensinam Matemática*, será apresentada uma construção teórica balizada em pesquisas que propuseram categorizar em domínios e subdomínios o conhecimento mobilizado por professores que ensinam Matemática ao se desempenharem na resolução de problemas, baseados nos modelos de Foster, Wake e Swan (2014), Chapman (2014; 2015; 2016), Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020).

Na seção *Prescrições de articulações possíveis entre o conhecimento matemático e em resolução de problemas do professor de Matemática*, é apresentada uma breve visão de possíveis articulações entre os diferentes modelos que indicam caminhos de investigação ao relacionar o conhecimento matemático e o conhecimento sobre resolução de problemas.

Na seção *Metodologia da pesquisa*, é apresentada a natureza da pesquisa, definido e descrito o ambiente e os participantes bem como a proposta de abordagem formativa. Há apresentação dos instrumentos de produção e coleta dos dados, e os procedimentos de análise.

Na seção *Resultados e Discussões*, é apresentada são discutidos os resultantes da análise dos dados. Para tal discussão buscou-se apresentar quatro eixos estruturantes nos quais a discussão é estabelecida a partir da organização em categorias e subcategorias.

Na seção *Conclusões*, é estabelecida uma retomada macro dos objetivos norteadores da pesquisa, bem como os resultados atingidos, potencialidades e limitações expressivas para demandas de estudos futuros.

Na seção *Implicações da pesquisa*, é apresentado um modelo descritivo analítico baseado nos resultados que emergiram da análise apresentada na pesquisa com a finalidade de contribuir para intervenções formativas e investigações futuras.

2. A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Quanto à Formação Inicial de professores, esta seção será dividida em três subseções: Formação Inicial sob a ótica dos documentos oficiais; Formação Inicial sob a ótica de pesquisadores; e Formação Inicial sob a ótica de pesquisas do Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM).

2.1. Formação Inicial sob a ótica dos documentos oficiais

Considera-se iniciar decorrendo a partir de documentos oficiais remontados aos anos finais do século XX, momento em que a educação brasileira passava por mudanças significativas no que diz respeito à democratização do acesso e melhoria da qualidade da Educação Básica. Ambas as mudanças requisitavam especificações importantes acerca da definição, competência e gestão de entes associados à educação bem como de recomendações e parâmetros que norteassem os processos de ensino-aprendizagem. Portanto, o surgimento da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/96 (LDBEN) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) marcaram ao mesmo tempo o fim e o início de gerações importantes de reformas educacionais.

Após publicação da LDBEN, um número substancial de pareceres foi emitido pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e assim foram quatro as resoluções elaboradas com o intuito de direcionar a formação de professores estabelecendo Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a Formação de Professores:

- Resolução CNE/CP Nº 1, de 18 de fevereiro de 2002, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em Nível Superior, em curso de licenciatura, de graduação plena (CNE/CP 1/2002);
- Resolução CNE/CP Nº 2, de 1º de julho de 2015, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada em Nível Superior de Profissionais do Magistério para a Educação Básica (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) (CNE/CP 2/2015) (revogando a CNE/CP 1/2002);
- Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação

Básica (BNC-Formação) (CNE/CP 2/2019) (revogando a CNE/CP 2/2015);

- Resolução CNE/CP Nº 4, de 29 de maio de 2024, que dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior de Profissionais do Magistério da Educação Escolar Básica (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados não licenciados e cursos de segunda licenciatura) (CNE/CP 4/2024) (revogando a CNE/CP 2/2019).

O marco central das DCN (Brasil, 2002) foi destacar a Licenciatura da tríade com Bacharelado Acadêmico e Bacharelado Profissionalizante, constituindo terminalidade e integralidade através de um currículo próprio que não causasse confusão de semelhança nem com os bacharelados nem com a antiga formação de professores caracterizada como modelo 3+1 (Brasil, 2002). No âmbito dos conhecimentos necessários para a formação dos professores licenciandos era esperado que contemplassem:

I - cultura geral e profissional; II - conhecimentos sobre crianças, adolescentes, jovens e adultos, aí incluídas as especificidades dos alunos com necessidades educacionais especiais e as das comunidades indígenas; III - conhecimento sobre dimensão cultural, social, política e econômica da educação; IV - conteúdos das áreas de conhecimento que serão objeto de ensino; V - conhecimento pedagógico; VI - conhecimento advindo da experiência (Brasil, 2002, p. 3 - 4).

Embora demonstrasse um grande avanço para o fortalecimento da formação de professores através dos cursos de licenciatura que se tem hoje, pesquisadores na época alertavam para alguns pontos importantes da nova reformulação, sendo o principal o caráter prático da formação de professores que assume um lugar de destaque necessitando de adequação da carga horária e a certo ponto potencializando o discurso de que a formação de professores fosse essencialmente prática (Dias-da-Silva, 2005). Para Freitas (2002), a hipótese é a de que as políticas da época intentaram gradativamente retirar a formação de professores da “formação científica e acadêmica própria do campo da educação, localizando-a em um novo ‘campo’ de conhecimento: da ‘epistemologia da prática’, no campo das práticas educativas ou da práxis” (Freitas, 2002, p. 147). Para Honório et al. (2017), após o período de adaptação às diretrizes, a prática como componente curricular, presente desde o início, visou oferecer ao futuro professor melhor compreensão do ambiente educacional e do contexto escolar, além de auxiliar na constituição e reflexão da identidade profissional.

As dificuldades de adequação dos cursos que a priori seriam de dois anos, passou a ser palco de discussões e adiamentos, entrando em vigor a partir do ano letivo de 2006. Em 2015, houve outro marco importante na formação de professores, as novas DCN (Brasil, 2015), pela resolução CNE/CP 2/2015. Em seu art. 2 parágrafo § 1º a docência era definida pela primeira

vez como:

[...] ação educativa e como processo pedagógico intencional e metódico, envolvendo **conhecimentos específicos, interdisciplinares e pedagógicos**, conceitos, princípios e objetivos da formação que se desenvolvem na construção e apropriação dos valores éticos, linguísticos, estéticos e políticos do conhecimento inerentes à sólida formação científica e cultural do ensinar/aprender, à socialização e construção de conhecimentos e sua inovação, em diálogo constante entre diferentes visões de mundo (Brasil, 2015, p. 3, **grifo nosso**).

Assim, a Formação Inicial passou a ser vista como à preparação de profissionais para a docência na Educação Básica em suas diversas etapas e modalidades visando a articulação entre estudos teórico-práticos, investigação e reflexão crítica, aproveitamento da formação e experiências anteriores para desenvolver uma compreensão ampla e contextual de educação e educação escolar e assim construir e promover conhecimentos de áreas específicas, participar da gestão democrática e da avaliação institucional” (Brasil, 2015).

A Formação Inicial que ocorreu em Instituições de Ensino Superior (IES), levou entre seus princípios, presente no art. 3 parágrafo § 5º item V, a articulação entre a teoria e a prática no processo de formação, “fundada no domínio dos conhecimentos científicos e didáticos, contemplando a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão”. A articulação entre teoria e a prática era vista como veículo que conduzia a *práxis* docente, nesse sentido era exigido que conduzisse a Formação Inicial levando em conta:

[...] conhecimentos e vivência da realidade social e cultural [...] para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho; às dinâmicas pedagógicas que contribuam para o exercício profissional e o desenvolvimento do profissional [...] possibilitando as condições para o exercício do pensamento crítico, a resolução de problemas, o trabalho coletivo e interdisciplinar, a criatividade, a inovação, a liderança e a autonomia (Brasil, 2015, p. 6).

Durante sua condução seria necessário o contato com repertórios de informações e habilidades que garantirão conhecimentos teóricos e práticos para a condução da *práxis* docente, que virá do:

[...] desenvolvimento de ações que valorizem o trabalho coletivo, interdisciplinar e com intencionalidade pedagógica clara para o ensino e o processo de ensino-aprendizagem; planejamento e execução de atividades nos espaços formativos, físicos e virtuais que ampliem as oportunidades de construção de conhecimento, desenvolvidas em níveis crescentes de complexidade em direção à autonomia do estudante em formação; análise do processo pedagógico e de ensino-aprendizagem dos conteúdos específicos e pedagógicos, além das diretrizes e currículos educacionais da educação básica; leitura e discussão de referenciais teóricos contemporâneos educacionais e de formação para a compreensão e a apresentação de propostas e dinâmicas didático-pedagógicas; cotejamento e análise de conteúdos de conhecimentos específicos e pedagógicos, concepções e dinâmicas didático-pedagógicas, articuladas à prática e à seus saberes sobre a escola e sobre a mediação didática dos conteúdos (Brasil, 2015, p. 7).

Dentre outros, ao fim da Formação Inicial era esperado que o futuro professor estivesse

apto a:

[...] compreender o seu papel na formação dos estudantes da educação básica a partir de concepção ampla e contextualizada de ensino e processos de aprendizagem e desenvolvimento destes; trabalhar na promoção da aprendizagem e do desenvolvimento de sujeitos em diferentes fases do desenvolvimento humano nas etapas e modalidades de educação básica; dominar os conteúdos específicos e pedagógicos e as abordagens teórico-metodológicas do seu ensino, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano (Brasil, 2015, p. 7 – 8).

Para Honório *et al.* (2017), de modo geral, as DCN (Brasil, 2015), apontam para a reflexão da complexidade do processo de ensino-aprendizagem, que leva em consideração a realidade social e cultural, o desenvolvimento do pensamento crítico, a resolução de problemas, o trabalho coletivo e interdisciplinar, a criatividade, a inovação, a liderança e a autonomia, adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano. Para Mascarenhas e Franco (2021), por um lado, as DCN (Brasil, 2015), reconheciam complexidade de uma sociedade plurifacetada que, mesmo havendo pontos que careciam mais discussão, se faziam importantes nos currículos de formação do professor, por outro lado, se aproximavam da bandeira do processo de aligeiramento da formação do professor semelhante ao modelo conhecido como 3+1, combatida pela DCN (Brasil, 2002), ao garantir a formação pedagógica de graduados não licenciados.

Em 2019, é publicada a Resolução CNE/CP 2/2019 a qual institui as novas DCN (BRASIL, 2019) e define a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Tanto as DCN (Brasil, 2019) quanto BNC-Formação (Brasil, 2019) tem entre seus princípios fundadores o reconhecimento da prática como base para a construção de conhecimentos, habilidades e atitudes docentes. Ao contrário das DCN (Brasil, 2015), que balizava a constituição da Formação Inicial em núcleos de estudos e aprimoramentos, as novas diretrizes paralelamente à BNC-Formação (Brasil, 2019), baseiam no desenvolvimento, pelo licenciando, de competências, visto que a BNCC também apresenta a ideia de ensino-aprendizagem baseado em competências e habilidades.

Há entre os princípios norteadores da Formação Inicial um grande apelo pela experimentação prática para que se tenha consonância com as prescrições da BNCC, inclusive às trilhas formativas do que se reconhece como parte do Novo Ensino Médio, tais como:

II - reconhecimento de que a formação de professores exige um conjunto de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes, que estão inerentemente alicerçados na prática [...]; III – [...] propiciar experiências de aprendizagem exemplares que o professor em formação poderá vivenciar com seus próprios estudantes no futuro; VIII - centralidade da prática por meio de estágios que enfoquem o planejamento, a regência e a avaliação de aula, sob a mentoria de professores ou coordenadores [...]; XI - estabelecimento de parcerias formalizadas entre as escolas, as redes ou os

sistemas de ensino e as instituições locais para o planejamento, a execução e a avaliação conjunta das atividades práticas previstas na formação do licenciando; XII – aproveitamento dos tempos e espaços da prática nas áreas do conhecimento, nos componentes ou nos campos de experiência, para efetivar o compromisso com as metodologias inovadoras e os projetos interdisciplinares, flexibilização curricular, construção de itinerários formativos, projeto de vida dos estudantes, dentre outros (Brasil, 2019).

Assim como na BNCC, é estabelecido competências a serem atingidas pelos alunos, aos licenciandos em Formação Inicial, é requerido o desenvolvimento de competências gerais e específicas que se assemelham. Primeira competência geral docente, BNC-Formação (Brasil, 2019):

Compreender e utilizar os conhecimentos historicamente construídos para poder ensinar a realidade com engajamento na aprendizagem do estudante e na sua própria aprendizagem colaborando para a construção de uma sociedade livre, justa, democrática e inclusiva (Brasil, 2019, p. 13).

Primeira competência geral da Educação Básica, BNCC (Brasil, 2018):

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (Brasil, 2018, p. 9).

Nesse cenário de paralelismo entre bases, um dos fundamentos pedagógicos dos cursos de Formação Inicial deveria ser:

II - o compromisso com as metodologias inovadoras e com outras dinâmicas formativas que propiciem ao futuro professor aprendizagens significativas e contextualizadas em uma abordagem didático-metodológica **alinhada com a BNCC**, visando ao desenvolvimento da autonomia, da capacidade de resolução de problemas, dos processos investigativos e criativos, do exercício do trabalho coletivo e interdisciplinar, da análise dos desafios da vida cotidiana e em sociedade e das possibilidades de suas soluções práticas; IV - emprego pedagógico das inovações e linguagens digitais como recurso para o desenvolvimento, pelos professores em formação, de competências **sintonizadas com as previstas na BNCC** e com o mundo contemporâneo; (Brasil, 2019, p. 5, grifo nosso).

Segundo Simionato e Hobold (2021, p. 78), o fato de categorizar o conhecimento em competências quase que de modo homogêneo à BNCC, cerceando a prática, tem estreita relação com as avaliações de larga escala, reafirmando a necessidade de avaliações standardizadas para construção de parâmetros comparativos globais. Assim, “acaba por responsabilizar os professores pela condução da aprendizagem do aluno e desconsiderando as desigualdades e a possibilidade de acesso aos bens culturais das diferentes classes sociais”. Tanto para Simionato e Hobold (2021) quanto para Mascarenhas e Franco (2021), a categorização imposta pela BNC-Formação (Brasil, 2019) redução a formação ao modelo tecnicista, padronizando e impondo limites ao conhecimento dos futuros professores que no tocante à Formação Inicial impossibilita a criação de uma identidade docente própria.

Tais reformas vindas com a BNC-Formação (Brasil, 2019), destacam a supremacia da influência de fundações e organizações do setor privado em comparação as recomendações e críticas tecidas e ignoradas de entidades representativas dos professores (Simionato; Habold, 2021; Mascarenhas; Franco, 2021). No parecer CNE/CP Nº 4/2024, segundo os relatores, há de se considerar também o cenário mundial, social e político ao qual o Brasil e a educação brasileira estavam imersos quando a publicação da BNC-Formação (Brasil, 2019) ocorreu. Em meio a pandemia da Covid-19, quando as instituições educacionais de todos os níveis “discutiam como se adaptar ao ensino remoto emergencial, [...] a instabilidade política — que no caso da educação envolveu constantes trocas de ministros e de equipes técnicas do Ministério da Educação e Cultura (MEC)” (Brasil, 2024, p.8).

Em abril de 2024 é publicada a resolução CNE/CP 4/2024 com as novas DCN-Formação Inicial (Brasil, 2024), é notavelmente cedo para estabelecer afirmações sólidas sobre a influência das mudanças na formação dos futuros professores, entretanto há em certos pontos referências às DCN (Brasil, 2015), compreendendo à docência como:

[...] ação educativa, a partir da condução de processos pedagógicos intencionais e metódicos, os quais baseiam-se em conhecimentos e conceitos próprios da docência e das especificidades das diferentes áreas do conhecimento, incluindo o domínio e manejo de conteúdos e metodologias, diferentes linguagens, tecnologias, evidências científicas e inovações (Brasil, 2024, p. 2).

De forma semelhante às DCN (Brasil, 2015), as novas DCN-Formação Inicial (Brasil, 2024) apresentam uma organização curricular nuclear, baseada em núcleos de diferentes níveis que abarcando Estudos de Formação Geral – EFG; Aprendizagem e Aprofundamento dos Conteúdos Específicos das áreas de atuação profissional – ACCE; Atividades Acadêmicas de Extensão – AAE; e Estágio Curricular Supervisionado – ECS. Correlacionam entre si semelhanças ao compreender a Formação Inicial como processo dinâmico e complexo que deve ser constituída de maneira intrínseca e indissociável das políticas de valorização dos demais profissionais do magistério e “organizada de forma a assegurar a socialização profissional mediante a construção e apropriação dos conhecimentos necessários ao exercício ativo e crítico da docência” (Brasil, 2024, p. 2).

2.2. Formação Inicial de professores de Matemática e a Resolução de problemas

A Formação Inicial nos tempos atuais está baseada em exercer a profissão em uma sociedade complexa e instável, cheia de incertezas ao conquistar a primeira oportunidade, a

busca por estabilidade, “perspectivas profissionais marcadas pela precariedade, é frequente acumular horários em escolas diferentes [...] o professor é visto com olhos críticos por políticos, sendo frequentemente considerado como o grande culpado dos insucessos” (Ponte; Galvão, 2018, p. 25). Esses ingressam nas escolas com pouco preparo para atuação, “assumem as turmas mais difíceis e em locais de acentuada vulnerabilidade socioeconômica sem contarem, muitas vezes, com o apoio e auxílio no interior das escolas” (Guarnieri, 2018, p. 99). E esse cenário, para ensinar, em qualquer que seja o nível de ensino, implica no futuro professor não apenas construir ao longo da sua formação conhecimentos ou desenvolver competências gerais e específicas, mas em igual grau a capacidade de aprender, refletir e adaptar-se (Ponte; Galvão, 2018).

Para Gatti *et al.* (2019), ao debater sobre a Formação Inicial de professores, surgem visões políticas que visam mudanças posturais e reflexivas sobre a temática e sobre as práticas diante de contextos socioculturais; e visões filosóficas e sociais concebendo a necessidade de articular os conhecimentos teóricos aos práticos, preocupada com equidade, diversidade e direitos humanos. A prática como componente curricular na formação docente conforme defende as DCN, só será efetiva se estiver integrada no currículo e nas disciplinas. Deve-se levar em conta uma abordagem teórica e prática que fuja da formação individualista para adotar uma visão de coletividade e que amplie o vínculo entre a realidade escolar e a formação docente e entre a formação teórica e a formação pedagógica. O perfil desejável para o professor é aquele que conhece o aluno e seus contextos; compreende a relação da linguagem com a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo e social; conhece a disciplina (conhecimento dos conteúdos) a ser trabalhada e seus respectivos conhecimentos pedagógicos; e conhecimento sobre avaliação dos alunos (Gatti *et al.*, 2019).

Nesse contexto, a Formação Inicial de professores de Matemática, segundo Fiorentini e Oliveira (2013), deve ser analisada e discutida sob a ótica dos saberes mobilizados e requeridos para a prática social do educador como qualquer outra profissão. A licenciatura em matemática visa formar o profissional que ensinará a Matemática da Educação Básica para crianças, jovens e adultos inseridos em diferentes contextos, essa subjetividade faz com que diferentes concepções e interpretações do que se entende como prática social do professor de Matemática surjam. Cada concepção fornece distintas formas de conceber a formação de professores que impactam o modo de organizar os processos formativos.

A primeira perspectiva, parte do princípio de que a prática do professor de matemática pode ser vista como essencialmente prática:

[...] bastando a ele apenas o domínio do conhecimento matemático que é o objeto de

ensino e aprendizagem. Entende que a arte de ensinar se aprende ensinando, isto é, na prática, [...] as disciplinas didático-pedagógicas ocupam um lugar secundário, pois priorizam aspectos genéricos das ciências da educação, não situando-as ou focalizando-as nas práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 920).

Na segunda perspectiva, a prática de ensino da matemática é concebida como campo de aplicação de conhecimentos produzidos, sistematicamente e racionalmente técnico:

[...] faz-se necessário o futuro professor ter, primeiramente, uma sólida imersão teórica tanto em termos de conhecimentos matemáticos quanto das ciências educativas e dos processos metodológicos de ensino da matemática - enfatizando mais a dimensão didática do que a pedagógica [...] a aplicação desses conhecimentos na prática educativa viria somente mais tarde [...] (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 921).

Na terceira perspectiva, a prática pedagógica da matemática é vista como prática social:

[...] sendo constituída de saberes e relações complexas que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e continuamente transformadas. Isso requer uma prática formativa que tenha como eixo principal de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do educador matemático [...] [a construção do saber] em relação com o mundo, consigo mesmo, com outros sujeitos, em situação de produção e negociação de significados nos processos de ensino e aprendizagem ou de uso/exploração de procedimentos matemáticos [...] perceber e compreender a matemática enquanto relação ou situada nos processos interativos de aprendizagem, a partir da análise de práticas de sala de aula, práticas narradas por professores ou episódios de sala de aula (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 921).

Para Fiorentini e Oliveira (2013, p. 924), em defesa da terceira perspectiva, afirma que, para ter sucesso, o futuro professor precisa conhecer com profundidade e a diversidade a “matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas”. O domínio desse conhecimento certamente proporcionará condições para:

[...] explorar e desenvolver, em aula, uma matemática significativa, isto é, uma matemática que faça sentido aos alunos, ao seu desenvolvimento intelectual, sendo capaz de estabelecer interlocução/conexão entre a matemática mobilizada/produzida pelos alunos e aquela historicamente produzida pela humanidade (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 924).

Os futuros professores precisam ampliar e melhorar sua compreensão da Matemática para poder ensiná-la com eficiência “isto é, não basta saber fazer matemática ou resolver exercícios e problemas para ensiná-la, é necessário, também, ter um saber *sobre* esse conhecimento” (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 929, grifo do autor). Esses domínios ou competências do professor de matemática não são ensinados, mas podem ser desenvolvidos através da participação em ambientes de aprendizagem profissionais “que tem como postura a análise e investigação de suas práticas de ensinar e aprender matemática” (Fiorentini, 2012, p. 74).

Nesse pano de fundo, para se ter uma formação inicial emancipatória, é necessário que o futuro professor “possa, ao mesmo tempo, experienciar e refletir/analisar outros modos de estabelecer relação com o conhecimento em ambientes de exploração, investigação ou de resolução de problemas” (Fiorentini, 2012, p. 74). A formação ou intervenções formativas baseadas em tarefas instrucionais, alicerçadas em materiais da prática docente, auxiliam na ambientação dos futuros professores ao oferecer contextos para discussão, colaboração e compartilhamento de ideias e tomadas de ações, bem como favorecem “mudanças nas crenças sobre a natureza do ensino de matemática daqueles que interagem com ela [...] [ajudando] a orientar as ações dos professores quando estiverem em suas salas de aula” (Marcatto, 2023, p. 4 - 14).

Tratando-se da resolução de problemas diante de aspectos formativos semelhantes da formação inicial, dois cenários podem ser possíveis: constatar que as vivências de futuros professores de Matemática exercem uma baixa contribuição na mudança das suas concepções acerca do ensino ao qual tiveram durante a vida escolar (Borralho, 1995; 1997); constatar que existe mais consistências do que inconsistências entre as concepções e as práticas dos futuros professores frente a resolução de problemas (Vale, 2000).

Em pesquisa com futuros professores de Matemática, Blanco (2004) investigou que estes tinham a concepção de que a resolução de problemas está ligada à prática de aplicar o conhecimento previamente aprendido, considerando o ensino *para* resolver problemas. Similarmente, Proença (2012; 2013) constatou que a abordagem mais compreendida e assumida pelos futuros professores é do ensino de Matemática *para* resolver problemas, e ratificou que Formação Inicial deveria levar em consideração o processo simbiótico entre as três abordagens – *sobre*, *para* e *via* – para compreenderem a importância do ensino *via* resolução de problemas. Posteriormente, Proença (2016), Proença (2018) e Mendes, Maia-Afonso e Proença (2020), apresentam novos apontamentos quanto a formação inicial e a resolução de problemas, os quais trazem contribuições referentes aos conhecimentos docentes, cujo olhar teórico advém de estudos desenvolvidas no cerne do GERPEM.

2.3. Formação Inicial sob a ótica de pesquisas do Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM)

As investigações acerca da interseção da Formação Inicial com a resolução de problemas iniciam-se a partir de 2015, com a criação do Grupo de Estudos em Resolução de

Problemas na Educação Matemática (GERPEM)¹. Uma das primeiras publicações salientava que “é importante conhecer os vários tipos de estratégias de resolução e ter a compreensão daquelas que os alunos da escola precisarão de direcionamento ou condução à aprendizagem” (Proença, 2016, p. 32). Recomendava que cursos de intervenção na Formação Inicial deveriam: demandar foco na problematização dos aspectos teóricos discutidos e para isso reduzir o número de problemas resolvidos; promover a discussão e análise de atividades de ensino elaboradas pelos participantes, principalmente a etapa de busca por problemas com várias estratégias; evidenciar a importância do professor em prever e elencar possíveis estratégias de resolução de uma determinada situação de Matemática; saber conduzi-la como ponto de partida no ensino, implicando no domínio de conhecimentos não apenas das abordagens, mas também do conteúdo (Proença, 2016). Entretanto, para que os futuros professores sejam capazes de desempenhar tais ações é necessário que possuam e saibam mobilizar conhecimentos do conteúdo matemático e pedagógico.

Em relação a aspectos do conhecimento do conteúdo matemático, Stefani e Proença (2017), ao investigarem provas escritas realizadas por licenciandos em matemática, e Mendes, Pereira e Proença (2020), ao analisarem resultados de teses e dissertações envolvendo a formação inicial, constataram: lacunas em aspectos conceituais associados à falta de conhecimentos relativos a matemática da Educação Básica; dificuldade para levantar hipóteses adequadas, executar procedimentos e realizar a verificação dos processos resolutivos, incluindo a solução final que podem estar associados não só as lacunas citadas, mas dificuldade em comunicar suas ideias, exporem seus resultados e discuti-los.

Referente a aspectos do conhecimento pedagógico, pesquisas como as de Mendes e Proença (2020), Mendes, Pereira e Proença (2020) e Oliveira *et al.* (2022) evidenciam que os futuros professores reconhecem a resolução de problemas como abordagem de ensino da matemática alternativa ao modelo tradicional. Demonstram compreender aspectos-chave que definem um problema e um exercício, vislumbram a possibilidade de introduzir conceitos matemáticos por meio de um problema e entendem que a resolução de problemas ocorre de maneira processual, baseado no contato teórico com pressupostos de Polya e documentos oficiais. Entretanto, apontam que, os futuros professores, desconhecem de maneira clara a possibilidade de abordagem de ensino de matemática via resolução de problemas, em que o problema é o ponto de partida; apresentam dificuldades em prever possíveis estratégias de

¹ Site com informações sobre publicações, eventos e estudos em desenvolvimento relacionados ao GERPEM <https://dma.uem.br/pesquisa/grupos-de-pesquisa/gerpem>

resolução, formas de articular o conteúdo trabalhado aos conhecimentos prévios dos alunos, além de dificuldades durante a escolha de problemas frente à necessidade de elaboração ou reformulação de situações presente nos livros didáticos até mesmo por não visualizarem relação prática do conteúdo à uma determinada temática extra matemática.

Embora o ensino de matemática via resolução de problemas seja pouco conhecido pelos futuros professores, quando exemplificados através de episódios práticos, há indícios favoráveis em suas justificativas do que difere tal abordagem de outras (Proença, 2020). Mendes, Maia-Afonso e Proença (2020), constataram que, o desconhecimento, após intervenção formativa, convertia-se no interesse por tal abordagem, mesmo que certas ações como escolher ou reelaborar problemas revelassem o centro da dificuldade. Quanto a tal ação, Proença (2022; 2024), Doneze e Proença (2023) e Mendes e Proença (2023), afirmam tratar de uma notória dificuldade dos licenciandos e elaboração ou reestruturação da situação para evitar que se torne um exercício, encontrar situações/temas reais ou mesmo que conduzam a resoluções passíveis de articulação com o conteúdo a ser ensinado.

Para contornar esses limitantes, as pesquisas desenvolvidas no GERPEM firmam a necessidade de constância nas intervenções formativas que alinhem a teoria com a prática, cobrando rigor na construção do conhecimento do conteúdo matemático, mas que também seja construído através de experimentações e discussões dos aspectos do conhecimento pedagógico que favoreçam o ensino via resolução de problemas. Nesse sentido, as intervenções formativas, principalmente na formação inicial, desenvolvidas pelo grupo seguem modelos símeis, de modo geral discutem a(s): definição de problema e a diferenciação entre problema e exercício; definição de resolução de problemas e suas etapas; previsão e elaboração de estratégias de resolução de problemas; discussão quanto aos conhecimentos mobilizados durante a resolução; apresentação e discussão sobre as diferentes abordagens da resolução de problemas em sala de aula; particularidades da abordagem de EAMVRP; elaboração e apresentação de propostas de ensino envolvendo conceitos matemáticos pautado nas ações de EAMvRP (Mendes; Proença, 2020; Mendes; Afonso-Maia; Proença, 2020; Mendes *et al.*, 2021; Doneze *et al.*, 2022; Proença, 2022; 2024; Oliveira, 2022; Oliveira *et al.*, 2022; Doneze; Proença, 2023).

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA ADOTADA NO GERPEM

Ao tratar da resolução de problemas, são diversas as conceituações que se inserem em seu cerne como constituindo de sua própria definição. Por tal fato se faz necessário apresentar as compreensões de problema; do processo de resolução de problemas; e da abordagem de ensino via resolução de problemas conforme perspectiva adotada pelo GERPEM.

3.1 A compreensão de problema de matemática

Definir o que de fato significa um problema não é uma tarefa fácil, tampouco recente ou exclusiva. Há uma diversidade de pesquisadores que procuraram defini-lo, outros afirmam que não há um consenso universal entre tais definições. Para Schoenfeld (1985) e Echeverría e Pozo (1998), a dificuldade em determinar um senso único está na própria subjetividade humana em relação ao seu conhecimento, pois uma mesma situação pode caracterizar-se como problema para um aluno enquanto para outro não, se considerarmos uma determinada resistência ao buscar uma solução. Para então apresentar uma visão do que será considerado como problema nesta pesquisa, destaca-se alguns pesquisadores e suas compreensões que fundamentam os estudos desenvolvidos no GERPEM.

Para Lester (1983), um problema é uma situação para a qual o aluno ou um grupo de alunos desejam resolver sem que conheçam um procedimento prontamente acessível que garanta a determinação da solução. Para Schoenfeld (1985), se os alunos possuírem acesso imediato a um esquema de solução para essa determinada situação então ela caracterizaria como um exercício, pois não apresenta certo nível de dificuldade cognitiva e investigativa. A afirmação de Kantowski (1997) apresenta certa similaridade com as anteriores ao tratar que problema é uma situação de matemática que se enfrenta sem contar com um algoritmo que garanta uma solução. Nesse sentido, tais definições para problema podem ser sintetizadas como uma situação que não se dispõe de procedimentos automáticos que permita solucioná-la de forma imediata, “sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisão sobre a sequência de passos a serem seguidos” (Echeverría; Pozo, 1998, p. 16).

Ao referir-se a passos a serem seguidos até a determinação da solução, alguns pesquisadores, à luz da Psicologia Cognitiva, buscaram apresentar definições para um problema que o associavam a mobilização de processos dentro de uma tarefa com origem e extremidade sustentado em etapas, subsequente será apresentado definições advindas dessa área.

Para Schoenfeld (1985, p. 2), “um problema é geralmente definido como uma situação na qual uma meta deve ser alcançada e uma rota direta para a meta é bloqueada”. Na mesma perspectiva, o problema somente irá ocorrer quando “você é confrontado com uma determinada situação, vamos chamar de estado-dado, e você quer outra situação, vamos chamar de estado-meta, mas não há uma maneira óbvia de atingir seu objetivo” (Mayer, 1986, p. 123). Mayer (2013) resume um problema a partir de três elementos: o estado-dado (ou seja, o estado atual da situação), o estado-meta (ou seja, o estado desejado da situação) e o conjunto de operadores permitidos (as ações que o solucionador do problema tem permissão para tomar). Paralelamente, para Chi e Glaser (1982; 1985), o estado-dado trata-se do estado inicial, que envolve os números, equacionamentos e a função dos operadores e o estado-meta trata-se do estado final, o objetivo.

Em pesquisas mais atuais, Brito (2006; 2011) sintetiza a concordância de pesquisadores da área da Psicologia Cognitiva quanto ao problema consistir em uma situação inicial desconhecida a qual é tratada como ponto de partida. E que o contato do aluno com tal situação requisita em sua estrutura cognitiva uma série de elementos e operações necessários para resolvê-la. Finalmente, tal sintetização vai ao encontro da definição compreendida no núcleo das pesquisas desenvolvidas no GERPEM, através de Proença (2018, p. 17 - 18) ao afirmar que:

[...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regra conhecidas –quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício.

Nessa perspectiva, trata-se de uma situação que apresenta certo obstáculo ao resolvidor, por isso a existência de um problema ou não depende da relação entre ambos, situação e o sujeito a resolvê-la. Essa passagem de um estado inicial que é a situação de matemática para o estado final que é a solução do problema, apresenta-se de forma processual. Tal processo que, conforme supracitado envolve a mobilização de operadores, é baseado em estágios ou etapas de diferentes níveis cognitivos, e isso é chamado de processo de resolução de problemas (Chi; Glaser, 1982; 1985; Schoenfeld, 1985; Brito, 2006; 2011; Proença, 2018).

3.2. A compreensão de processo de resolução problemas

Para que a solução de um problema seja apresentada, um conjunto de operadores

mentais, não fornecidos pela situação de matemática, devem ser aplicados a fim de transformar um estado de conhecimento atual em outro. Em outras palavras, resolver um problema significa usar uma gama organizada de conhecimentos já adquiridos de forma a minimizar a busca heurística (Chi; Glaser, 1982). Nesse sentido, a resolução de problemas depende dos conceitos, princípios e procedimentos aprendidos anteriormente, disponibilizados na memória, que quando combinados e ampliados levam à solução e consequentemente a construção de novos conhecimentos (Brito, 2006; 2011).

Ao analisar os apontamentos de pesquisadores da área da Psicologia Cognitiva em diferentes décadas do século XX, Brito (2006) apresenta que o processo de resolução de problemas resume-se em quatro etapas gerais chamadas de Representação; Planejamento; Execução; e Monitoramento. Tais etapas requisitam dos alunos certas tarefas cognitivas como: Compreensão do texto; Representação do problema; Categorização do problema; Estimativa de solução; Planejamento da solução; Autoavaliação do procedimento; Autoavaliação do cálculo; Redação da resposta, que levam o aluno a uma nova leitura da proposição do problema e compreensão do texto (Brito, 2011; 2015).

Ao atentar para as etapas de resolução de problemas e as tarefas cognitivas desempenhadas, determinados conhecimentos passam a ser mobilizados por parte dos alunos (Proença, 2018). Pesquisadores como Low e Over (1990), ao referirem a situações de matemática de contexto algébrico, afirmavam que apenas com conhecimento linguístico, semântico e esquemático apropriado o aluno poderia aplicar o conhecimento procedimental e conhecimento estratégico. Entretanto, a categorização de tais conhecimentos emergiram das pesquisas de Mayer (1992; 2013), ao analisar o processo de resolução de problemas com narrativas (problemas con narración) ou de palavras/contexto (word problems).

Finalmente, foi o estudo de Proença (2018) que interpretou, descreveu e organizou o processo de resolução de problemas com base nos pressupostos supracitados e que é concebido no cerne das pesquisas realizadas no GERPEM. Para Proença (2018), o processo de resolução de problemas é organizado a partir das etapas de: Representação; Planejamento; Execução; e Monitoramento. No núcleo dessas etapas há a mobilização de conhecimentos específicos: linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental.

A etapa de *Representação* “que vai orientar a recordação sobre quais os procedimentos são necessários para se atingir a solução” (Brito, 2011, p. 40), assim trata-se da construção mental do aluno de um modelo representativo capaz de interpretar o contexto situação de matemática proposta, compreendido como o enunciado e o(s) objetivo(s) (Mayer, 2006; 2013;

Proença, 2018). Essa etapa mobiliza *conhecimento linguístico* que trata da compreensão das estruturas relacionadas às palavras ou expressões na língua materna a qual a situação está redigida (Mayer, 1992; Proença, 2018); *semântico* que refere-se ao reconhecimento de elementos empregados no contexto da situação e sua tradução em declarações matemáticas como sinais, símbolos, formas geométricas (Mayer, 1992; Baltaci; Yldiz; Güven, 2014; Proença, 2018). O *esquemático* trata de reconhecer a natureza matemática do problema (Mayer, 2013), ou seja, quando o aluno sabe que tipo de problema ele deve resolver (Baltaci; Yldiz; Güven, 2014), por exemplo "se é ligado à Geometria, à Álgebra, à Aritmética, à Combinatória, etc." (Proença, 2018, p. 27). Esse conhecimento o ajuda a distinguir informações relevantes de informações irrelevantes no texto da situação e auxilia o aluno a visualizar formas de chegar à resolução (Baltaci; Yldiz; Güven, 2014).

A etapa de *Planejamento* refere-se à elaboração de um plano e conjecturas sobre uma ou mais estratégias e a avaliação da viabilidade de cada abordagem na busca pela solução (Carlson; Bloom, 2005; Proença, 2018) como por exemplo dividir o problema em partes, resolver exemplos parecidos e autoexplicação de suas etapas de resolução (Mayer, 2008). Nessa etapa, o aluno mobiliza o *conhecimento estratégico*, o qual envolve gerar e monitorar o caminho a ser percorrido na busca pela solução, por exemplo fazer um desenho, tabela ou ambos (Proença, 2018) e saber quando, onde e como fazer (Solaz-Portolés; López, 2008). Essa etapa é importante pois os alunos comumente demonstram dificuldades em planejar como executar a resolução de problemas, esboçam estratégias inadequadas ou insuficientes e dedicando seus esforços à realização de cálculos aritméticos dispersos (García *et al.*, 2019).

A etapa de *Execução* refere-se à condução do plano, ou seja, emprego da estratégia. Algoritmos de resolução são implementados, representações e cálculos matemáticos são executados, resumindo em uma tomada de decisão (Brito, 2006; Proença, 2018). Essa etapa implica na mobilização do *conhecimento procedimental* que trata-se da “habilidade da pessoa para o uso de seu pensamento lógico no estabelecimento de relações quantitativas e espaciais” (Proença, 2018, p. 28) atrelada ao desempenho de procedimentos e cálculos matemáticos, como processos algébricos, algorítmicos e aritméticos para obter a resposta do problema (Baltaci; Yldiz; Güven, 2014), como por exemplo saber somar, dividir e multiplicar dois números decimais (Mayer, 2008; Proença, 2018). A eficiência e eficácia dos alunos nessa etapa são fortemente influenciadas por sua fluência no acesso a um amplo repertório de heurísticas, algoritmos e abordagens dos conteúdos matemáticos envolvidos (Carlson; Bloom, 2005).

A etapa de *Monitoramento* refere-se à verificação da resposta apresentada quanto à sua validade em relação ao que se buscava responder, assim um segundo aspecto em jogo é rever todo o processo trilhado, a fim de vislumbrar possíveis erros ou possibilidades de refinamento da resolução (Proença, 2018). Alguns exemplos dessa etapa consistem em “reflexões faladas sobre a razoabilidade da solução e cálculos escritos, discussões sobre aceitar o resultado e continuar ou rejeitar o resultado e voltar atrás” (Carlson; Bloom, 2005, p. 24). Essas decisões foram exibidas antes da mudança para um novo ciclo de resolução de problemas. “A revisão pode ocorrer no início do processo de resolução, caso a pessoa identifique um equívoco cometido ou uma possibilidade mais adequada” (Proença, 2018, p. 29) ou em cada uma das etapas anteriores (Mayer, 2008), entretanto, no planejamento, o “monitoramento correto durante essa etapa pode levar a pontos essenciais na progressão para uma estratégia de resolução de problemas bem-sucedida” (García *et al.*, 2019, p. 24). Nesse sentido, essa etapa é aquela “que pode levar (conduzir) a uma mudança nos objetivos ou nas estratégias” (Brito, 2006).

Quanto à Formação Inicial de professores, recentemente, as pesquisas de Mendes *et al.* (2021) e Padovan *et al.* (2022), investigaram o desempenho de futuros professores na resolução de problemas e na elaboração de propostas de ensino, e constataram que na etapa de *Representação*, os *conhecimentos linguístico* e *semântico* não se mostram obstáculos para os participantes, já o *esquemático* apresentava um pouco mais dificultoso ou limitado. Para Mendes *et al.* (2021), a etapa de *Monitoramento* foi a menos desenvolvida pelos participantes, sendo o momento em que os equívocos podem ser identificados e a resolução readequada. Por fim, ambas as pesquisas apontam para a necessidade de mais investigações e propostas dentro da abordagem de ensino via resolução de problemas que abordem as etapas bem como os conhecimentos envolvidos em cada uma. Nesse sentido, subsequente serão apresentadas as diferentes abordagens da resolução de problemas no ambiente escolar bem como a abordagem que será amplamente investigada nesta pesquisa: Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) (Proença, 2018).

3.3. A compreensão de abordagem de ensino via resolução de problemas: a proposta de Proença (2018)

Os documentos balizadores, como já citados, vislumbram a resolução de problemas como alternativa para um trabalho fundamentado na investigação de situações que conduzam o ensino e aprendizagem do conteúdo matemático. Embora o NCTM (1980) recomendasse a

resolução de problemas como foco do ensino de Matemática e os PCN (Brasil, 1998) indicassem que o problema fosse considerado como ponto de partida para esse ensino. Na década de 70, Hatfield (1978) identificou nos currículos três objetivos de abordar a resolução de problemas em sala de aula: o ensino *sobre* resolução de problemas, consistindo em ensinar explicitamente sobre a resolução de problemas no sentido de heurística ou generalizações de padrões de resolução; o ensino *para* resolução de problemas, em que conhecimento de conceitos, princípios e habilidades organizado é utilizável em matemática como essencial para se tornar um solucionador de problemas eficaz; e o ensino *via* resolução de problemas, o qual o pesquisador não apresenta descrições.

Na década de 80, Schroeder e Lester Junior (1989) retomam as três distintas abordagens da resolução de problemas presente nos currículos e nas práticas docentes. Segundo esses pesquisadores, a distinção entre a denominação dessas abordagens era sutil, entretanto, suas descrições possibilitavam distingui-las facilmente, assim as fizeram.

O ensino *sobre* resolução de problemas está relacionado com a aprender explicitamente as etapas de resolução de problemas. Assim, refere-se ao ensino instrutivo que se concentra em estratégias para resolver problemas, desde considerar o significado de um problema e depois a planejar uma abordagem para resolvê-lo até aprender métodos gerais como o de Polya, aplicáveis a qualquer tipo de problema (Schroeder; Lester Junior, 1989). Nesse sentido, as ações que os professores, como instrutores, tomam em suas aulas estão relacionadas a chamar atenção dos alunos para a identificação de padrões, de heurísticas e estratégias (Vale, 1997; Proença, 2018) como resolver um problema mais simples e trabalhar de trás para frente (Schroeder; Lester Junior, 1989), além de atribuir ênfase no ensino e discussão das fases ou estágios que estão envolvidos no processo de resolução de problemas (Masingila; Lester Junior, 2001).

O ensino *para* resolução de problemas relaciona-se a promover a proficiência dos alunos como bons resolvidores de problemas (Shcroeder; Lester Junior, 1989). A razão de ensinar matemática é para que os alunos possam usá-la na resolução de problemas ou exercícios (Masingila; Lester Junior, 2001; Proença, 2018), sendo durante o processo atribuído ênfase nos conceitos e técnicas empregados (Vale, 1997). Nesse sentido, “o professor concentra-se em maneiras pelas quais a matemática ensinada possa ser aplicada [...] preocupando-se com a capacidade dos alunos de transferir o que aprenderam de um contexto de problema pra outros” (Shcroeder; Lester Junior, 1989, p. 32).

Por fim, no ensino *via* resolução de problemas, “os problemas são valorizados não apenas como um propósito para a aprendizagem da matemática, mas também como um meio

primário de fazê-lo” (Schroeder; Lester Junior, 1989, p. 33). Nesse sentido, os problemas são vistos como um meio ou ponto de partida para se iniciar o ensino de um tópico matemático e à construção de novos conceitos (Masingila; Lester Junior, 2001; Onuchic; Allevato, 2011; Proença, 2018) e representante do conceito, habilidade ou princípio matemático que se queira abordar (Lester Junior; Cai, 2016; Proença, 2016). Começa-se com um problema de palavras ou com narrativa que aborda um ou mais conceitos matemáticos a serem construídos e que tenha o potencial de envolver os alunos (Lester Junior; Cai, 2016), estes por sua vez serão co-construtores de seu próprio conhecimento e os professores por outro lado serão os responsáveis por conduzir esse processo de construção (Onuchic; Allevato, 2011).

Alguns pesquisadores são unânimes ao revelarem que a abordagem de ensino *via* resolução de problemas é a mais consistente se o objetivo de ensino do professor for apresentar um problema como ponto de partida em vez de definições matemáticas (Proença, 2013; 2016; 2018), criar uma atmosfera orientada para a investigação de novos conhecimentos em relação aos que os alunos já possuem (Masingila; Lester Junior, 2001), promover o trabalho coletivo de negociação e compartilhamento de significados para atingir uma meta (Masingila, 1994) e que se afaste cada vez mais da lousa como recursos principal de ensino (Mendes; Oliveira; Proença, 2024). Para Lester Junior e Mau (1993), o princípio fundamental do ensino *via* resolução de problemas é vislumbrar:

[...] uma mudança de ver o ensino como um ato de transmitir informações a alunos amplamente passivos para um ato de ajudar os alunos a construir uma compreensão profunda de ideias e processos matemáticos, tornando-se ativamente engajados em fazer matemática (Lester Junior; Mau, 1993, p. 10).

Ao longo dos últimos anos, pesquisadores de diferentes países se dispuseram a investigar e determinar organizações de propostas favoráveis ao ensino de matemática tendo o problema como ponto de partida. Na literatura internacional, é encontrado como *teaching and learning Mathematics through/via problem solving* (Lester Junior; Mau, 1993; Masingila, 1994; Masingila; Lester Junior, 2001; Shimizu, 2009; Lester Junior; Cai, 2016); na literatura brasileira os estudos giram em torno de dois polos de pesquisa: o Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), com a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática *através* da Resolução de Problemas (Onuchic 1999; Onuchic; Allevato, 2011; Onuchic *et al.*, 2021); e o Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM), com a abordagem de Ensino-Aprendizagem de Matemática *via* Resolução de Problemas (EAMvRP) (Proença, 2018). Para Lester Junior (2013, p. 146), “ensinar ‘*via*’ resolução de problemas é essencialmente o mesmo que ensinar *através* da

resolução de problemas”. Entretanto, cada referencial, em seu núcleo, apresenta sugestões, etapas ou ações para auxiliar o trabalho do professor em sala de aula.

De modo geral, Shimizu (2009) apresenta cinco passos ou etapas pertinentes para a organização do professor e desenvolvimento dos processos de ensino-aprendizagem em sala de aula ao empregar a abordagem do ensino de matemática via resolução de problemas: Apresentação do problema; Resolução do problema por conta dos alunos; Discussão com toda a classe; Sintetização; e Aplicação em exercícios. Já Onuchic e Allevato (2011; 2021) propõe um roteiro com dez etapas para orientar os professores: Preparação para o problema; Leitura Individual; Leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro da Resolução na Lousa; Plenária; Busca de consenso; Formalização; e Proposição e resolução de novos problemas. Enquanto Proença (2018), por sua vez, apontou cinco ações ao trabalho do professor durante o ensino via resolução de problemas: Escolha do problema; Introdução ao problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias dos alunos; e Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. Mais tarde estas ações compuseram uma das quatro etapas de organização do ensino conceitual de matemática em meio ao ambiente de resolução de problemas (Proença, 2021).

De modo geral, há certas similaridades entre as organizações sequenciais supracitadas, entretanto, será considerado a estrutura de cinco ações propostas por Proença (2018), sendo as demais empregadas como auxiliadoras no embasamento teórico ao descrever tais ações, assim, ao passo que concebe o problema como ponto de partida para a construção de conhecimentos matemáticos vislumbra o que é denominado de abordagem de *Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas* (EAMvRP).

A primeira ação, *Escolha do problema*, de acordo com Proença (2018), cabe ao professor escolher uma situação de matemática na íntegra, reelaborá-la ou elaborar uma situação inédita que incorpore o conteúdo que se deseja ensinar. Tal situação de matemática deve possibilitar diferentes caminhos e estratégias na busca de uma ou mais soluções que levem à construção do conhecimento novo através da conexão com o já aprendido, por esse motivo o professor deve conhecer e prever possíveis estratégias de resolução que serão importantes para as ações subsequentes. Nesse sentido, as situações podem ter contextos realistas, abstratos ou imaginários, mas a escolha da situação deve ser baseada em uma análise da compreensão de como os alunos desenvolverão os conceitos e equívocos (Murray; Oliver; Human, 1998; Smith; Stein, 2018). Por fim, as informações que serão apresentadas frente ao contexto da situação “devem ser cuidadosamente selecionadas para obter uma ampla variedade de respostas dos

alunos” (Shimizu, 2009, p. 2009), compreendendo que resolver um problema não implica em apenas uma resposta (Proença, 2018). Takahashi (2016) afirma que alguns livros didáticos podem apresentar nas páginas iniciais de cada capítulo, boas situações de matemática que incluem perguntas abertas, o que para Mendes e Proença (2020) consiste em um desafio ao professor adaptá-los e reformulá-los.

Na segunda ação, *Introdução ao problema*, é o momento em que o professor: divide os alunos em grupos, visando a troca de conhecimentos e experiências, além de melhores condições de auxiliá-los; entrega a situação e solicita que resolvam como acharem pertinente diante dos conhecimentos que possuem (Proença, 2018). O trabalho em pequenos grupos é apropriado para quando se quer ensinar novos conteúdos, novos tópicos de matemática ou novas estratégias de resolução de problemas (Lester Junior, 2013), pois os alunos “aprendem matemática por meio de interações sociais e negociação de significados” (Lester Junior; Cai, 2016). “É nesse momento de início da tentativa de resolução que a situação pode se configurar como algo difícil ao grupo, isto é, pode se tornar um problema” (Proença, 2018, p. 51).

Na terceira ação, *Auxílio aos alunos durante a resolução*, considerando que o papel do professor nessa ação é de observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, respectivamente, cabe a ele observar e sanar dúvidas sobre termos desconhecidos ou erroneamente interpretados no contexto do problema, questionar a eficácia de algumas estratégias, impulsionar a busca pela racionalidade das respostas obtidas. Na transição da ação anterior para essa inicia-se o processo de resolução de problemas, portanto, cabe ao professor considerar as etapas pelas quais os alunos transitarão nesse processo: representação, planejamento, execução e monitoramento. Assim, certamente o professor será requisitado a sanar dúvidas e dificuldades oriundas dos diferentes conhecimentos: linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental (Proença, 2018). Nesse sentido, caso os alunos apresentem dificuldades em relação aos domínios dos conhecimentos linguístico, semântico ou esquemático no contexto do problema, o professor pode:

[...] pedir a esses alunos que o leiam novamente, ou pode fazer perguntas para ajudar a esclarecer o problema, [...] ou pedir a alguns alunos que mostrem suas ideias iniciais de como abordar o problema ou adivinhar a resposta. A intenção deste estágio inicial é ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão clara do que se trata o problema e o que significam certas palavras ou termos pouco claros (Shimizu, 2009, p. 91).

Caso os alunos apresentem dificuldades ou dúvidas em relação aos domínios dos conhecimentos estratégico e procedimental, cabe ao professor encorajar os alunos a tentarem esboçar algumas exemplificações de como resolver o problema, ajudá-los a compreender que determinado método pode não ser capaz de solucionar o problema ao passo que investiga e

descreve os procedimentos já desempenhados, ou seja estabelecer um monitoramento momentâneo da estratégia iniciada (Takashi, 2016).

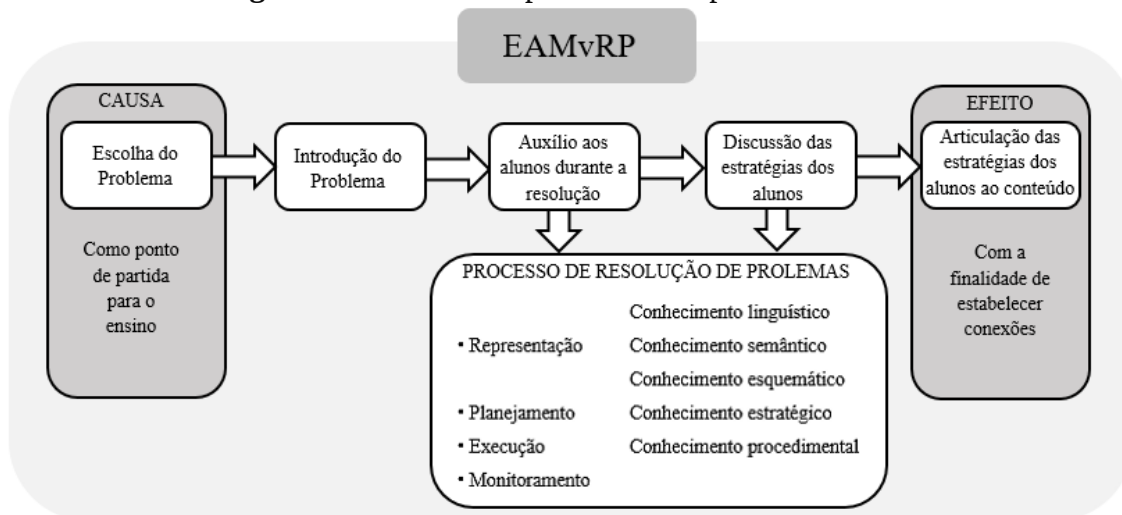
A ação de *Discussão das estratégias dos alunos*, consiste na socialização das resoluções por parte dos alunos em relação a toda a turma. Uma possibilidade é que os alunos utilizem a lousa para exporem suas respostas (Proença, 2018), pois expor as resoluções de forma lógica e organizada, torna mais acessível ao professor comparar os detalhes das construções, dando “uma visão panorâmica do que aconteceu durante a aula” (Shimizu, 2009, p. 99) e favorecendo “uma avaliação do processo de resolução de problemas [...] em termos das etapas de resolução” (Proença, 2018, p. 52). Nesse contexto, é necessário que o professor teça observações que direcionem a atenção dos alunos para elucidar os equívocos cometidos nas resoluções, o uso inadequado de conceitos, estratégias e procedimentos matemáticos e as incompreensões oriundas do domínio da língua materna, procurando sintetizar o que foi aprendido (Proença, 2018).

Nesse momento, “os alunos passam a maior parte do tempo ouvindo as soluções propostas por seus colegas, bem como apresentando suas próprias ideias” (Shimizu, 2009, p. 93-92), por isso é sugerido que cada resolução seja rotulada com o nome do aluno ou do grupo que o apresentou, sendo importante para que os alunos se apropriem de seus esforços (Shimizu, 2009), oportuniza a identificação com os colegas e facilite a discussão dos alunos sobre suas soluções, levando-os a entender que a sua escrita, interpretação e o uso das expressões matemáticas podem ajudar os demais a entender os “truques” (NCTM, 2000; Takashi, 2016).

Por fim, quanto à última ação, *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, conceito ou assunto o qual se intentava ensinar, cabe ao professor “utilizar pontos centrais de uma estratégia e tentar relacioná-la ao conteúdo [...] caso não seja possível tal articulação, pode se apresentar a resolução do problema de forma direta aos alunos” (Proença, 2018, p.52). A compreensão conceitual está associada à “visão de que entender algo significa ver como ele está conectado a outras coisas que já conhecemos” (Larsson, 2015, p. 21). Portanto, ao estabelecer a articulação entre as proposições dos alunos e o objeto de ensino torna-se visível possibilidades de conexões nas diferentes maneiras de pensar dos alunos, contribuindo para vislumbrar avanços em seus pensamentos para outros tópicos, abordagens e representações matemáticas atuais, futuras ou de outras disciplinas (NCTM, 2000; Shimizu, 2009; Smith; Stein, 2018). Ao visualizar e compreender as conexões entre os conhecimentos possuídos e o novo, os alunos serão capazes de construir um repertório conceitual e procedimental para ser aplicado em novas resoluções (NCTM, 2000; Allevato; Onuchic, 2019).

Com objetivo de sintetizar as definições supramencionadas que descrevem a concepção da abordagem de Ensino-Aprendizagem via Resolução de Problemas (EAMvRP), apresenta-se a Figura 1.

Figura 1 – Estrutura expandida de etapas do EAMvRP



Fonte: Adaptado de Proença (2018).

Certamente, ao findar eficaz da ação de articular as estratégias dos alunos ao objetivo de ensino, presume-se que o professor vá retornar às velhas práticas convencionais de reprodução de conceitos, estratégias ou algoritmos resolutivos, entretanto, Proença (2021) assumiu a vanguarda e previu possibilidades de estender o ambiente cooperativo gerado pela resolução de problemas para todo o processo de ensino. Nesse contexto, subsequente, será apresentado como é compreendido o depois do EAMvRP na perspectiva de Proença (2021).

3.4. A compreensão de organização do ensino de Matemática para aprendizagem conceitual em meio à resolução de problemas: a proposta de Proença (2021)

Alguns pesquisadores, ao abordarem a resolução de problemas como possibilidade de orientar o processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, costumam dividir em antes, durante e depois da resolução de problemas (Siemon; Brooker, 1990; Shimizu, 2009; Sakshaug; Wohlhuter, 2010; Lester Junior, 2013; Larsson, 2015). Nesse cenário, o depois é entendido como as ações objetivas do professor que sucedem as articulações das estratégias dos alunos ao conteúdo (Proença, 2018). Cabe a busca por uma compreensão conceitual por parte dos alunos que amplie seus conhecimentos, portanto, os professores devem discutir “onde a

matemática estava na situação-problema” (Sakshaug; Wohlhuter, 2010, p. 399), “encorajar os alunos a fazer generalizações, discutir inter-relações, ou seja, conexões entre conceitos, promover o uso de métodos de solução mais eficientes” (Larsson, 2015, p. 26), “considerar semelhanças e diferenças entre os métodos [...] e propor um exercício ou uma tarefa de extensão que aplicará no que os alunos acabaram de aprender” (Shimizu, 2009, p. 98).

Os apontamentos supramencionados corroboram com concepções que levaram alguns pesquisadores a considerar a eficácia de uma simbiose entre as diferentes abordagens da resolução de problemas: para; sobre; e via/através (Siemon; Brooker, 1990; Vale, 1997; Proença, 2012). Nas décadas finais do século passado essas ideias já eram exploradas por parte de Simon e Brooker, (1990, p. 10) que afirmavam que “enquanto a aprendizagem inicial é alcançada via resolução de problemas, ela é consolidada, estendida e aplicada *através* do ensino e aprendizagem *para* e *sobre* a resolução de problemas”. Proença e Pirola (2014, p. 125, *grifo dos autores*) “apesar dos limites dessas duas abordagens, podem ser combinadas e sequenciadas com a abordagem de ensinar *via resolução de problemas*”. Nesse sentido, Proença (2021, p. 3) apresentou uma proposta de “organização do ensino para propiciar a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio à resolução de problemas”, sustentada sob quatro etapas: Uso do problema como ponto de partida; Formação do conceito; Definição do conteúdo; Aplicação em novos problemas.

A etapa do *Uso do problema como ponto de partida* refere-se ao EAMvRP, estruturado anteriormente. O problema é tido como ponto de partida para o ensino de Matemática, considerando as cinco ações auxiliares à prática docente, o processo pelo qual os alunos percorrem os conhecimentos mobilizados ao resolverem o problema (Proença, 2018; 2021). A última ação, de articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, conforme já discutido, revela-se propícia para a formação conceitual através das conexões estabelecidas entre os conhecimentos novos e o objeto de ensino, promovidas a partir do diálogo e consenso. Tal fato, possibilita a condução da próxima etapa, a *Formação do Conceito*.

Para Zabala (2014) e Simon (2016), os conceitos matemáticos não resultam de um processo de aprendizagem empírico, como simplesmente resolver um problema matemático sem mais nem menos, mas sim de abstrações reflexivas por parte dos alunos sobre a maneira de resolvê-lo e sobre quais são as condições ideais de seu uso. Por tal motivo “é preciso ter um conhecimento significativo dos conteúdos conceituais associados ao conteúdo procedimental que se exercita ou se aplica” (Zabala, 2014, p. 45 – 46). Por conceito compreende-se como uma representação mental ou escrita de um conjunto ou classe de objetos detentores de certa

particularidade capaz de os diferenciar ou associar a outros, resultantes de experiências (Klausmeier; Goodwin, 1977; Pozo, 1998; Vygotsky, 2008).

Um conceito é formalizado quando o aluno, exigido e estimulado, for capaz de atribuir significado a um objeto que permita traduzi-lo em suas próprias palavras de forma generalizada, possibilitando transferi-lo no reconhecimento de outros objetos de classes semelhantes ou diferentes e canalizá-los para a solução de problemas defrontados (Vinner, 1991; Pozo, 1998; Vygotsky, 2008). Nesse sentido, a etapa de *Formação do Conceito* aplica ênfase à importância de desenvolver atividades que fomentem nos alunos a compreensão de propriedades e/ou características do conceito, necessários para que eles estabeleçam suas próprias representações pessoais, e saibam diferenciá-lo, apresentar exemplos, contra exemplos e variações (Proença, 2021).

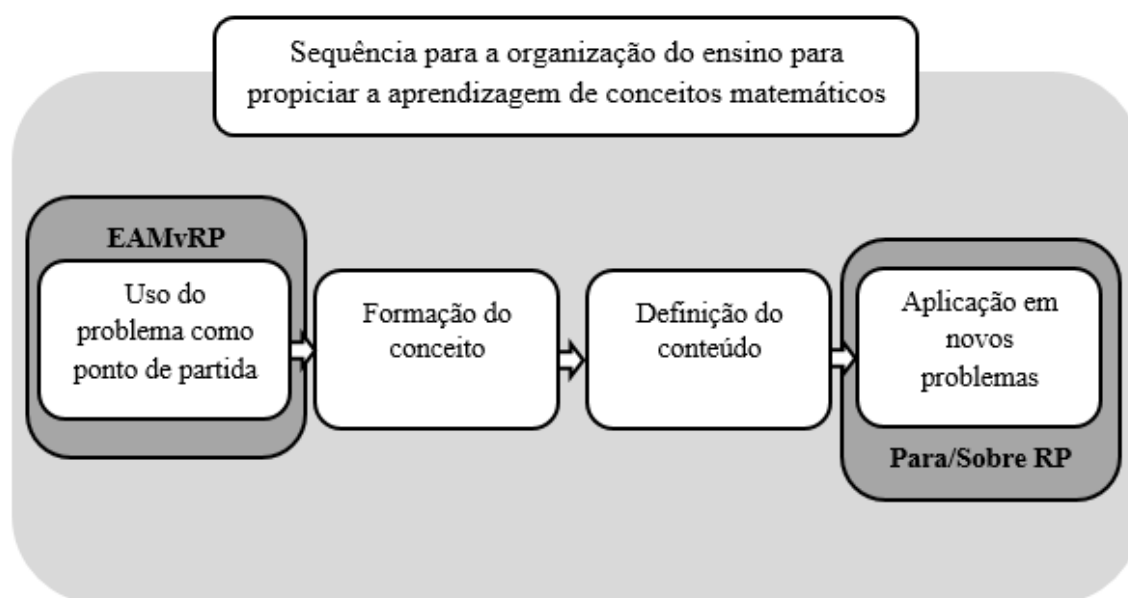
A etapa de *Definição do Conteúdo* tem enfoque na definição formal do conteúdo matemático, aceito pela comunidade matemática e usualmente apresentada nos livros. Ao articulá-la com as representações pessoais dos alunos na etapa anterior permitirá que os alunos construam uma nova imagem para o conceito que já possuíam (Vinner, 1991; 2018; Nurwahyu, 2014; Simon, 2016; Proença, 2021). Nessa etapa, além de trabalhar e sintetizar as diferentes representações e características do conteúdo, é sugerido que haja também a articulação da compreensão conceitual após a definição de diferentes métodos resolutivos com as resoluções dos exemplos apresentados por eles, pois “é importante que o aluno aprenda várias possibilidades algorítmicas para que sua compreensão do conteúdo seja ampliada” (Proença, 2021, p. 10). Nesse sentido, na definição do conteúdo é importante considerar apenas conceitos previamente formalizados pelos alunos (Budiarto; Fuad; Sahidin, 2021) e rechaçar a teoria de que: “eu vou definir o conteúdo, os alunos vão memorizar a definição e imediatamente depois eu posso assumir que o conceito foi adquirido” (Vinner, 2018, p. 19). Portanto, para que seja possível investigar a aprendizagem conceitual dos alunos é importante aplicá-los em novos problemas (Proença, 2021).

Por fim, na última etapa, *Aplicação em novos problemas*, a ênfase da discussão reside na elaboração da aula com foco na resolução de uma diversidade de situações contextualizadas a fim de que os alunos possam aplicar os conhecimentos construídos acerca do conteúdo matemático e os métodos resolutivos. Nesse momento, a proposta assume a abordagem de ensino *para* a resolução de problemas, por isso é importante considerar as etapas de resolução de problemas e os conhecimentos associados a elas, bem como informar os alunos acerca delas, o ensino *sobre* resolução de problemas (Proença, 2021). Diante dessa etapa de aplicação em

contextos diferenciados, Zabala (2014) permite acrescentar que aquilo que aprendemos será mais útil na medida em que podemos utilizá-lo em situações nem sempre previsíveis.

A Figura 2 procura sintetizar a organização do ensino para propiciar a aprendizagem de conceitos matemáticos conforme propôs Proença (2021) sustentada pela proposta de Proença (2018).

Figura 2 - Sequência para a organização do ensino para propiciar aprendizagem de conceitos matemáticos



Fonte: Adaptado de Proença (2021).

É evidente que as ações e etapas descritas por Proença (2018; 2021) demandam certos conhecimentos específicos por parte dos professores. Para além de um claro e definido processo, é requisitado também conhecimentos acerca do currículo, do conteúdo, da prática pedagógica e dos alunos frente ao ensino de Matemática. Para Vale (1997, p. 8), é importante conhecermos mais sobre as reações e o que sabem os futuros professores acerca da resolução de problemas, pois “mais facilmente poderemos ir ao encontro de uma metodologia de ensino que os ajude a ultrapassar determinadas dificuldades influenciando positivamente o seu ensino”. Masingila e Lester Junior (2001) acrescentam que, em suma, os futuros professores em um curso que segue uma abordagem de ensino e aprendizagem *via* resolução de problemas devem assumir de modo ativo e passivo diferentes papéis ao longo do processo, seja no papel de alunos seja no papel de professor.

4. CONHECIMENTO DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Relacionados ao desenvolvimento profissional, processos e ambientes formativos. Tanto a organização proposta por Shulman (1986; 1987), quanto por Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo *et al.* (2013) e Carrillo, Contreras e Flores (2013), surgem de discussões acerca da tríade desenvolvimento profissional, processos e ambientes formativos. Assim, ao tratar do conhecimento dos professores que ensinam matemática, não se pode deixar de mencioná-los.

Para Ponte (1996), o desenvolvimento profissional acontece através de múltiplas formas e a partir de diferentes processos, seja por meio de cursos, reuniões e projetos, desde que ocorra a troca de experiências, leituras e reflexões. No desenvolvimento profissional, a aprendizagem vem tanto de fora para dentro quanto de dentro para fora, os professores são participantes, tomam decisões, promovem um ambiente de discussão e colaboração com o desenvolvimento mútuo (Ponte, 1996). Portanto, visa a aprendizagem e a autoformação, sendo o professor ou futuro professor sujeito de sua própria formação, produzindo experiências, construindo conhecimentos e adquirindo formas ou modos de ser professor em relação às práticas formativas que o levarão a sua transformação, formando a sua identidade profissional.

O desenvolvimento profissional, ao se constituir de ambientes colaborativos, segundo Ball e Cohen (1999) e Smith (2001), deve tornar-se o meio baseado na prática, onde os professores se engajam na tarefa de reflexão sobre suas crenças, concepções, experiências rotineiras boas ou ruins uns dos outros, a partir análise de materiais oriundos da prática. Para Imbernón (2010), a participação ativa dos professores em um ambiente colaborativo, pauta-se na reflexão de situações correspondentes a sala de aula, rompendo com exposições e análises teóricas, de modo a promover uma reinterpretação e traçar modificações a tais situações.

As inúmeras tarefas específicas da prática dos professores, do ponto de vista de Ponte e Chapman (2008), mobilizam conhecimentos profissionais que vão desde o conhecimento matemático até o conhecimento pedagógico. Shulman (1986; 1987), em seus estudos com professores pré-formados submetidos a processos de admissão, destaca componentes do que para ele formava a *base de conhecimentos para o ensino*². Subdivido em domínios e categorias, era constituído do tripé Conhecimento do Conteúdo (CK)³, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)⁴ e Conhecimento Curricular⁵ (Shulman, 1986).

² Knowledge base for teaching.

³ Content Knowledge – CK.

⁴ Pedagogical Content Knowledge – PCK.

⁵ Curriculum Knowledge.

Especificamente aos professores de Matemática, e com maior notoriedade no campo científico, Ball, Thames e Phelps (2008) estabeleceram um refinamento dos apontamentos de Shulman (1986) culminando no *Conhecimento Matemático para o Ensino – MKT (em inglês)*⁶. Trata-se do conhecimento específico do profissional que ensina Matemática, compreendidos como: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)⁷; Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK)⁸; Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)⁹; Conhecimento do Conteúdo e Estudantes (KCS)¹⁰; Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT)¹¹; Conhecimento do Conteúdo e Currículo (KCC)¹².

Subsequente, Carrillo *et al.* (2013) e Carrillo, Contreras e Flores (2013) verificam algumas necessidades de readequação na proposta de Ball, Thames e Phelps (2008), apresentando o modelo denominado por *Conhecimento Especializado do Professor de Matemática – MTSK (em inglês)*¹³ (Carrillo *et al.*, 2013; 2018).

4.1. Base de conhecimentos para o ensino: a proposta de Shulman (1986; 1987)

Shulman (1986) divide inicialmente a base de conhecimentos dos professores para o ensino em três categorias: CK; PCK; e Conhecimento Curricular. Embora Shulman (1986) apresente tal configuração categórica, em seu cerne há uma coleção de domínios que os consolidam, como: conhecimento de estratégias de gestão da sala de aula, como normas sociais de convivência e atividades em grupos, conhecimento curricular, com domínio particular dos materiais e programas auxiliam o trabalho docente; conhecimento dos alunos e das suas características cognitivas e não-cognitivas (Shulman, 1987). Com base em Shulman (1986; 1987; 2015) é exposto na Figura 3 a nossa compreensão da organização da base de conhecimentos para o ensino.

⁶ Mathematical Knowledge for Teaching – MKT.

⁷ Common Content Knowledge – CCK.

⁸ Horizon Content Knowledge – HCK.

⁹ Specialized Content Knowledge – SCK.

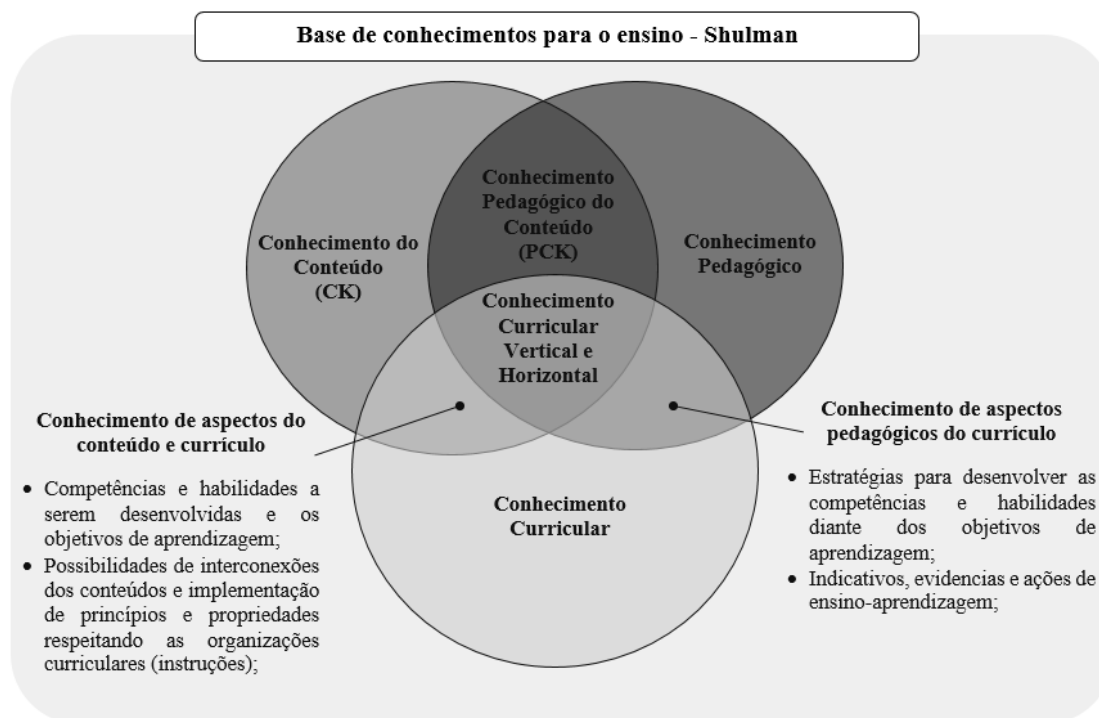
¹⁰ Knowledge of Content and Students – KCS.

¹¹ Knowledge of Content and Teaching – KCT.

¹² Knowledge of Content and Curriculum – KCC.

¹³ Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK.

Figura 3 - Organização da base de conhecimentos para o ensino de acordo com Shulman (1986; 1987; 2015)



Fonte: Produção própria.

O CK trata-se do conhecimento do conteúdo para além de conhecer apenas fatos ou conceitos de uma disciplina escolar. Consiste em compreender a variedade de maneiras pelas quais os conceitos e princípios básicos da disciplina são estruturados para incorporar tais fatos e os modos pelos quais se estabelecem a veracidade, a validade e as relações de tais estruturas intra ou supra disciplinares. Em outras palavras, o professor não precisa apenas entender determinado objeto da sua disciplina, mas deve entender além, por que é assim e com que garantias se pode justificar (Shulman, 1986).

O PCK trata-se do conhecimento mais explorado nos estudos de Shulman (1987), pois representa a combinação de conteúdo e pedagogia, referindo-se ao conhecimento do conteúdo para ensinar; as maneiras mais acessíveis aos alunos de representar ideias matemáticas; os melhores exemplos e analogias, ilustrações ou demonstrações que tornem determinado conteúdo acessível para os alunos. Em outra dimensão, trata-se de conhecer as crenças e pré-conceitos trazidos pelos alunos em diferentes idades e conteúdos; previsão de equívocos e dificuldades mais frequentes (Shulman, 1986). Tais características estão permeadas por aspectos não cognitivos, como emoções, afetos e motivações que influenciam no que os professores sabem e fazem, incluindo a capacidade de influenciar os sentimentos, motivos, persistência e processos de formação de identidade de seus alunos (Shulman, 2015).

Já o *Conhecimento Curricular*, é entendido como o conhecimento de toda a gama de materiais institucionais ou não, instrucionais ou deliberativos, concebidos para o ensino de determinados assuntos e tópicos a determinados níveis, séries ou idades. Tais materiais podem apresentar tanto indicações quanto contraindicações de caráter pedagógico ou conteudístico. Deles os professores estipulam um julgamento de valor e extraem suas compreensões, remediando ou adequando ao contexto da sua realidade escolar. O Conhecimento Curricular se divide na dimensão lateral que fundamenta a capacidade do professor de relacionar o conteúdo da aula de um determinado ano ou série escolar a tópicos ou questões discutidas simultaneamente em outras aulas, passadas ou futuras, até mesmo em disciplinas diferentes. Quanto à dimensão vertical equivale a familiaridade do professor com os tópicos e questões que foram ou serão ensinados na mesma disciplina em anos anteriores e posteriores (Shulman, 1986).

4.2. Conhecimento Matemático para o Ensino – MKT: a proposta de Ball, Thames e Phelps (2008)

Ao buscarem investigar as relações entre o nível de conhecimento dos professores sobre o conteúdo da disciplina e o nível de aprendizagem dos respectivos alunos, Ball e Bass (2002) teceram elogios para os avanços determinados por Shulman (1986) ao apresentar o PCK (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo) como sendo um tipo único e especial de conhecimento profissional. Consiste em um elo importante do enlace do conteúdo com aspectos de ensino e aprendizagem. Em outras palavras, conhecer o conteúdo e sua natureza não implica em conhecer os modos que se pode ensiná-lo adequadamente aos alunos.

Referente ao conhecimento do conteúdo necessário para ensinar matemática, Ball, Hill e Bass (2005) afirmam que o professor saber multiplicar corretamente é um conhecimento necessário para ensinar multiplicação para os alunos, mas não suficiente. Outros domínios são claramente requisitados, como por exemplo: ouvir, analisar e explicar o trabalho dos alunos; saber selecionar modelos, exemplos e analogias úteis. Essas exigências adicionais fundamentam um tipo de conhecimento profissional profundo de matemática, diferente daquele exigido por outras profissões que requisitam conhecer a matemática, como: engenharia, física, administração ou contabilidade. Nesse sentido, surgem dois tipos de conhecimento do conteúdo matemático: um de natureza geral, denominado Conhecimento Comum da Matemática, que qualquer pessoa com certa formação básica deve possuir; e outro específico, denominado

Conhecimento Especializado da Matemática, que só os professores precisam dominar.

Para Ball, Thames e Phelps (2008), a proposta apresentada por Shulman (1986), naquele momento, se sobressaiu sobre as demais por denotar dois pontos acerca dos conhecimentos necessários para o ensino: o primeiro foi atentar ao papel que o conhecimento do conteúdo da disciplina desempenhava no ensino ou no pensamento do professor; o segundo foi representar a compreensão do conteúdo como um tipo especial de conhecimento técnico fundamental para a ação de ensino (Ball; Thames; Phelps, 2008). Entretanto, para Ball, Thames e Phelps (2008), o elo entre conteúdo e prática de ensino visualizado por Ball e Bass (2002) em relação ao PCK era inadequadamente compreendido, influenciando uma produção teórica superficial. Assim, o PCK necessitava ser bem fundamentado e definido.

O cenário supramencionado fez com que Ball, Thames e Phelps (2008) estabeleceram um refinamento dos apontamentos de Shulman (1986) culminando no Conhecimento Matemático para o Ensino – MKT (em inglês). Trata-se do conhecimento específico do profissional que ensina Matemática, compreendidos na divisão de dois domínios principais de conhecimento: *Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK)*¹⁴ e PCK.

O SMK é dividido por três subdomínios: Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)¹⁵; Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)¹⁶; Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK)¹⁷.

O CCK é entendido como o conhecimento mais geral dos materiais de ensino, em outras palavras eles precisam saber realizar todas as tarefas atribuídas a um aluno do ensino básico. Por isso, é entendido como um conhecimento não exclusivo do ensino, pois em uma ampla variedade de contextos não escolares outros sujeitos devem ser capazes de possuí-lo (Ball; Hill; Bass, 2002; Ball; Thames; Phelps, 2008). Exemplos do CCK são entendidos como: reconhecer quando os alunos apresentam respostas erradas ou quando os livros apresentam definições e informações incoerentes (Ball; Thames; Phelps, 2008); recordar e saber como efetuar cálculos e resolver corretamente problemas propostos aos alunos (Hill, 2010); como saber calcular $5/6 \times \sqrt{1/3}$ (Ball, 2010).

O SCK é compreendido como um conhecimento matemático exclusivo para fins de ensino, em que o professor deve saber destrinchar a matemática de modo a tornar determinados

¹⁴ Subject Matter Knowledge – SMK, para cabo de justificativa da tradução: para Adler e Venkat (2020) refere-se ao conhecimento do corpo de conceitos, procedimentos e processos da disciplina, como resultados derivados e justificativas de suas validades, compreendendo-se como um conhecimento específico.

¹⁵ Common Content Knowledge – CCK.

¹⁶ Specialized Content Knowledge – SCK.

¹⁷ Horizon Content Knowledge – HCK.

conteúdos visíveis e apreensíveis pelos alunos (Ball; Thames; Phelps, 2008). Exemplos do SCK restringem a: identificar erros e dificuldades padrões nas resoluções dos alunos; reconhecer as vantagens e desvantagens ao escolher, fazer e usar representações, generalizações e abordagens matemáticas; modificar tarefas para torná-las mais fáceis ou mais difíceis; explicar e justificar as próprias ideias matemáticas; saber definir e demonstrar de forma precisa certas propriedades matemáticas; (Ball; Thames; Phelps, 2008; Hill, 2010); dado que $5/6 \times \sqrt{1/3} = 10/12 \times \sqrt{4/12} = 10\sqrt{4} = 2\frac{1}{2}$, saber justificar se trata-se de um acaso ou se funciona em geral (Ball, 2010).

O HCK trata-se da compreensão de como os tópicos e ideias matemáticas estão relacionados ao longo da extensão do currículo, seja na dimensão das mesmas séries/anos escolares, ou seja, entre anos e níveis anteriores ou posteriores. É o tipo de compreensão que dá aos professores uma visão periférica de onde eles estão e para onde seus alunos vão (Ball; Thames; Phelps, 2008; Ball *et al.*, 2009). Ter uma visão ampla de como os tópicos de conteúdos se relacionam auxilia os professores a: tomar decisões importantes; estabelecerem para os uma base matemática mais sólida de enfrentamento de desafios futuros (Ball; Thames; Phelps, 2008).

O PCK é dividido por três subdomínios: Conhecimento do Conteúdo e Alunos (KCS)¹⁸; Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT)¹⁹; Conhecimento do Conteúdo e Currículo (KCC)²⁰.

O KCS é um conhecimento que combina saber sobre os alunos e saber sobre matemática, por isso está relacionado com CCK e o SCK, pois reconhecer uma resposta errada está atrelado a compreender a natureza dos erros que por sua vez auxilia na familiaridade com os erros comuns que os alunos costumam cometer, remetido ao KCS. Portanto o KCS é exemplificado como saber: antecipar o que os alunos provavelmente pensarão, o que acharão confuso, motivador e interessante, bem como as estratégias ou atitudes favoráveis ou não ao serem submetidos a exemplos, situações de matemática ou tarefas em geral; assim ouvir e interpretar o pensamento emergente e incompleto dos alunos, expresso nas formas como os alunos usam a linguagem oral ou escrita, por exemplo o que sabem ou estão perto de saberem (Ball; Thames; Phelps, 2008; Thames *et al.*, 2008).

O KCT combina saber sobre matemática e saber sobre ensino, pois a atividade de ensino requer conhecimento sobre estratégias e metodologias de abordagem; saber sequenciar um conteúdo e as formas de iniciá-los, desenvolvê-lo e finalizá-lo, a ordem em que os exemplos e

¹⁸ Knowledge of Content and Students – KCS.

¹⁹ Knowledge of Content and Teaching – KCT.

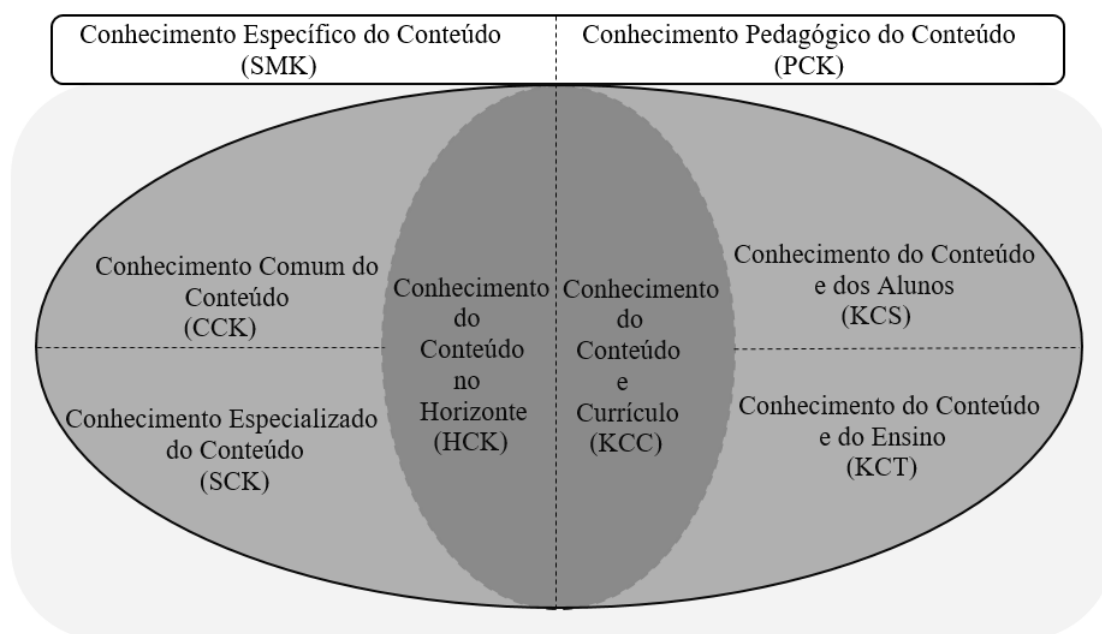
²⁰ Knowledge of Content and Curriculum – KCC.

instrumentos serão apresentados, as vantagens e desvantagens de cada uma. Exemplificações de sala de aula consistem em saber: quando fazer pausas para esclarecimentos sobre o conteúdo; quando usar as observações e dúvidas dos alunos para fazer uma observação interessante; quando propor questionamentos ou novas atividades; e a importância para a aprendizagem dos alunos e desenvolvimento do tema que cada instrumento ou estratégia utilizada exerce diante de diferentes contextos de ensino (Ball; Thames; Phelps, 2008; Thames *et al.*, 2008).

O KCC é compreendido por toda a gama de programas concebidos para o ensino, contendo os tópicos de conteúdos, possibilidades de abordagens, condições e contraindicações de ensino para cada nível escolar. Assim como Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) salientam o conhecimento das dimensões verticais e horizontais do currículo com indicações que se aproximam do HCK.

Portanto com base nas descrições supracitadas na Figura 4 é exposto nossa compreensão do modelo de Ball, Thames e Phelps (2008) acerca do MKT.

Figura 4 - Reorganização do modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT) com base em Ball, Thames e Phelps (2008)



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008).

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o MKT conforme estruturado encontra a necessidade de refinamentos e revisões quanto a conflitos na delimitação das definições de cada domínios. Por exemplo: quanto ao HCK, a falta de “certeza se este domínio faz parte do SMK ou se pode ocorrer nos outros domínios do PCK” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 403); ou quanto ao KCC, pertencente provisoriamente ao PCK, não há certeza se ele se encontra próximo

ao KCT ou “se pode atravessar os vários domínios ou ser um domínio em si mesmo” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 403); ou quanto ao CCK e SCK, inicialmente são apresentados como domínios disjuntos, entretanto, após algumas análises acredita-se que “não atendem aos critérios de unidimensionalidade essencial”, em outras palavras eles não se diferem totalmente (Schilling; Blunk; Hill, 2007, p. 120).

Por fim, Ball, Thames e Phelps (2008) e Schilling, Blunk Hill (2007) defendem que é preciso reformular as implicações da teoria desenvolvida “[...] talvez defendendo um teste mais explícito de professores ‘especialistas’ e ‘novatos’ para ver quais elementos do MKT são puramente matemáticos e quais vêm da formação profissional ou da experiência de trabalho” (Schilling; Blunk; Hill, 2007, p. 120).

4.3. Conhecimento Especializado do Professor de Matemática: a proposta de Carrillo *et al* (2013; 2018).

Ao propor investigações cuja análise envolviam aprofundar-se nos domínios do MKT, Escudero, Flores e Carrillo (2012) e Carrillo *et al.* (2013) constataram certas inconsistências na delimitação descritiva entre o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) e o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), conforme já era apontado inicialmente por Schilling, Blunk Hill (2007), “a dificuldade de delimitação entre o CCK e o SCK era notória, ainda mais, quando levando em conta a intenção didática era impossível não vincular o SCK com o Conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS)” (Escudero; Flores; Carrillo, 2012, p. 40) e quanto à necessidade de subdivisão do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK), visto sua amplitude. Para Carrillo *et al.* (2013, p. 2986) tais descrições soam “parciais, omitindo outras dimensões igualmente importantes, como as crenças e conhecimentos dos professores não relacionados especificamente a questões matemáticas como a organização da aula”.

Portanto, define um aperfeiçoamento, “que faz sentido, é útil e específico” (Carrillo *et al.*, 2019, p. 297) ao professor de Matemática que ensina Matemática. O MTSK²¹ constitui-se de três domínios do conhecimento que o professor constrói ao longo de sua trajetória profissional: o *Conhecimento Matemático* (MK)²², o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*

²¹ A cabo de interesse, *in memoriam* ao primeiro autor, Caldato e Ribeiro (2020), com base em uma mútua complementação entre o MTSK (Carrillo *et al.* 2013) e o PK (Shulman, 1986; 1987), desenvolveram o *Mathematics Teachers Knowledge Base* (MTKB). Tal concepção visa contribuir para a análise e composição de cursos de formação inicial e continuada com foco teórico e prático no desenvolvimento integral do conhecimento do professor de matemática, desde a base até as suas especificidades.

²² Mathematical Knowledge – MK.

(PCK)²³ e as Crenças sobre Matemática e sobre o seu ensino e aprendizagem. Respectivamente, os dois primeiros acolhem em seu cerne o terceiro, que são as crenças que os professores possuem sobre a Matemática e sobre seus processos de ensino-aprendizagem.

Quanto à compreensão nuclear das Crenças sobre Matemática e sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, Carrillo *et al.* (2018, p. 5) afirma que a forma com que os professores ensinarão é profundamente influenciada por um conjunto de crenças e concepções sobre a Matemática, sobre como ela é aprendida e como deve ser ensinada, assim “são representadas no centro modelo para sublinhar a reciprocidade entre crenças e domínios de conhecimento”. Para Flores-Medrano *et al.* (2014, p. 6), ao tratar do MTSK, as crenças são entendidas “como verdades pessoais, sustentadas individual e/ou coletivamente, derivadas da experiência ou do próprio pensamento, com certo componente afetivo” que apresentam diferentes graus de convicção e argumentos.

Para Carrillo *et al.* (2013; 2018), o *Conhecimento Matemático* (MK) do professor é subdividido por três subdomínios: *Conhecimento dos tópicos matemáticos* (KOT)²⁴; *Conhecimento da estrutura da Matemática* (KSM)²⁵; *Conhecimento da prática em Matemática* (KPM)²⁶.

4.3.1. Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KOT)

O *Conhecimento dos Tópicos Matemáticos* (KOT) é uma nova forma de visualizar o CCK e o SCK previsto no MKT (Montes *et al.*, 2013). Podemos dizer que:

[...] todos os conhecimentos considerados desejáveis para um aluno em qualquer nível fariam parte do CCK do professor nesse nível, incluindo um certo grau de formalização ou visão do conteúdo de um ponto de vista um pouco mais elevado (por exemplo, saber que a propriedade de comutabilidade representa uma explicação mais técnica do fato de que a ordem dos acréscimos em uma soma de adição não afeta o resultado) [parte do SCK do professor] (Carrillo *et al.*, 2013, p. 2989).

Portanto, trata-se de um conhecimento “profundo do conteúdo matemático, por exemplo, conceitos, procedimentos, fatos, regras, teoremas e seus significados” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 8), “definições, interpretações, propriedades de conceitos, [...] conexões intraconceituais [conexões com itens dentro do mesmo tópico que diretamente se

²³ Pedagogical Content Knowledge – PCK.

²⁴ Knowledge of Topics – KOT.

²⁵ Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM.

²⁶ Knowledge of Practices in Mathematics – KPM.

complementam ou se sustentam entre si]” (Moriel Junior, 2021, p. 3) e incluem-se também “tipos de problemas aos quais o conteúdo pode ser aplicado, com seus contextos e significados associados” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 8). Vale destacar os tópicos são tudo aquilo que compõe as áreas gerais de conhecimento, no caso do Brasil tais áreas são compreendidas como as Unidades Temáticas de Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística presentes na BNCC.

Procurando mapear todos os componentes do KOT, Flores-Medrano *et al.* (2014), Carrillo *et al.* (2018; 2019) e Aguilar, Muñoz e Carrillo (2019) subdividam-no em quatro categorias: Fenomenologia e Aplicações; Definições, propriedades e seus fundamentos; Registros de Representações; e Procedimentos.

A *Fenomenologia e Aplicações* são coesas ao tratar-se do professor conhecer os aspectos, características estruturais e situações exemplificáveis que permitem a ele gerar conhecimentos conceituais e procedimentais ao relacioná-los a contextos reais ou diretamente ligados ao tópico matemático que se busca ensinar (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017; Zakaryan; Ribeiro, 2018). Exemplos dessa categoria podem ser: conhecer diferentes significados do conceito dos números racionais, “como parte-todo, medidas, quociente, operador e razão e [...] das operações [...] e formas de representação, por exemplo comparação, proporcionalidade e fração [...]” (Zakaryan; Ribeiro, 2018, p. 5); saber que “uma aplicação ou interpretação da divisão de frações é comparar duas quantidades, bem como o tipo de problema associado a ela” (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017, p. 32-33); assim como conhecer que “uma aplicação para o Teorema de Thales é a medição de distâncias inacessíveis” (Flores-Medrano *et al.*, 2014, p. 74).

As *Definições, propriedades e seus fundamentos* tratam do conhecimento de “definições, propriedades e seus fundamentos, bem como uma ampla gama de relações entre conceitos matemáticos [...] e elementos da estrutura conceitual do tópico [...] incluindo aspectos da história da matemática” (Zakaryan; Ribeiro, 2018, p. 5) e “imagens e exemplos de objetos matemáticos” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 7). Exemplos associados a essa categoria do conhecimento de tópicos são: saber a definição e propriedades que definem os triângulos, o produto de matrizes e que há variações como o produto de uma matriz por sua inversa e o produto de uma matriz pela matriz identidade (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017).

Os *Registros de Representações* tratam do conhecimento das “diferentes formas de registros que um tópico pode ser representado - gráfico, algébrico, aritmético, pictográfico, através da linguagem natural e assim por diante” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 7-8), “bem como o

conhecimento da notação e vocabulários apropriados associados a essas representações” (Flores-Medrano *et al.*, 2014, p. 75). São exemplos: o “conhecimento do professor sobre a representação algébrica e algébrica-matricial de um sistema de equações lineares, representar divisão de frações como $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ ou $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ ou pictóricas – geométricas” (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017, p. 32).

Os *Procedimentos* trata-se do conhecimento de como, quando e por que fazer algo, por exemplo a escolha de algoritmos convencionais ou alternativos, as condições suficientes e necessárias para aplicá-los, os princípios que fundamentam a sua aplicação e ser capaz de conhecer os significados dos procedimentos e fornecer respostas adequadas para as situações ou problemas específicos que os requeiram (Carrillo *et al.*, 2018; Zakaryan; Ribeiro, 2018).

4.3.2. Conhecimento da estrutura da Matemática (KSM)

O *Conhecimento da Estrutura da Matemática* surge da divisão do que Ball, Thames e Phelps (2008) compreende como HCK, para Carrillo *et al.* (2013), o HCK é dividido em dois subdomínios, um relacionado a estrutura da matemática e outro relacionado a prática em matemática, sendo a primeira parte da divisão o que se compreende por KSM e a segunda por KPM.

Por KSM “compreende o conhecimento das conexões entre conteúdos subsequentes e anteriores” (Aguilar; Muñoz; Carrillo, 2019, p. 3) “que permitem ao professor trabalhar a matemática avançada de um ponto de vista elementar e vice-versa” (Carrillo; Contreras; Flores, 2013, p. 197). Essas conexões são ditas interconceituais, pois conectam “tópicos avançados e elementares, prévios e futuros, de diferentes áreas matemáticas” (Moriel Junior, 2021, p. 3) e, segundo Flores-Medrano *et al.* (2014) e Carrillo *et al.* (2018), se classificam em quatro: Conexões de complexidade; Conexões de simplificação; Conexões de conteúdos transversais; e Conexões auxiliares.

As *Conexões de complexidade* se relacionam ao conhecimento dos professores em relacionar conteúdos ensinados a conteúdos subsequentes, ou a ensinar, os quais refletem uma perspectiva mais avançada do que já havia sido ensinado. Em outras palavras, significa que o professor conhece as possíveis conexões que conteúdos prévios terão com outros subsequentes e conseqüentemente mais complexos a nível de conhecimento matemático (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017). Um exemplo seria, ao trabalhar com divisões

de frações de forma verbalizada, o professor conhecer que questionamentos como: qual é o número cuja metade resulta em 30? São potencializadores para posteriormente trabalhar as relações de Girard, quando se questiona quais são os números cuja soma resulta em $-b/a$ e o produto resulta em c/a ? (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017).

As *Conexões de simplificação* estão relacionadas ao conhecimento do professor de que conteúdos avançados ensinados se conectam a conteúdos elementares ensinados em momentos anteriores. Em outras palavras, significa conhecer as conexões que permitem revelar que conteúdos mais avançados aprendidos no presente podem ser simplificados em conteúdos elementares já aprendidos no passado (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017). Para Carrillo *et al.* (2018), um exemplo de conexão seria a simplificação de expressões algébricas quando comparadas com expressões de números naturais, como: o trabalho com a fatoração de polinômios $x(x + y) = x^2 + xy$ pode ser simplificado ao trabalhar a propriedade distributiva da operação de adição $2(2 + 3) = 4 + 6$.

As *Conexões de conteúdos transversais* tratam do conhecimento do professor sobre as conexões entre conceitos quanto a sua natureza e uma característica comum entre eles que os relacionam (Flores-Medrano *et al.*, 2014). Exemplos dessas conexões são o conhecimento do conceito de igualdade que estão associadas às propriedades operativas como a comutatividade, a equivalência de frações e também a congruência entre figuras geométricas, como a congruência de triângulos (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017).

As *Conexões auxiliares* tratando do professor conhecer quando um conceito, que não é o foco do ensino, é necessário para fornecer aportes que auxiliam no desenvolvimento do conceito que se está a ensinar (Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017). Um exemplo dessa conexão é reconhecer que encontrar as soluções de uma equação é um elemento auxiliar na determinação das raízes de uma função (Carrillo *et al.*, 2018).

4.3.3. Conhecimento da prática em Matemática (KPM)

O *Conhecimento da prática em Matemática* refere-se a “qualquer atividade matemática realizada sistematicamente, que representa um pilar da criação matemática” (Carrillo *et al.*, 2018, p. 9), por sistematicamente pode-se compreender como uma organização hierárquica e planejada a qual solicita que os professores conheçam diferentes formas de demonstração e validação de resultados, definições, exemplos e contraexemplos, diferentes estratégias associadas à resolução de problemas como possibilidade de produzir matemática, assim como

organizar e explorar novos conhecimentos ao saber tratar a produção matemática desenvolvida pelos alunos, aceitando-as, refutando-as ou refinando-as conforme a necessidade. (Carrillo *et al.*, 2018; Aguilar; Muñoz; Carrillo, 2019; Ribeiro *et al.*, 2021).

Para Flores-Medrano *et al.* (2014) e Carrillo *et al.* (2018), as práticas em Matemática se classificam em duas categorias: práticas ligadas a Matemática em geral; práticas ligadas a uma temática em Matemática.

A primeira, *práticas ligadas a Matemática em geral*, trata-se do conhecimento do professor sobre como a matemática é desenvolvida de forma genérica, sem atentar-se a um conceito específico, como por exemplo: conhecer o significado de condição necessária e suficiente; saber as qualidades de uma definição ou prova para testar a validade de proposições; como se constrói uma demonstração; e estratégias gerais para auxiliar na resolução de problemas (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Carrillo *et al.*, 2018).

Já a segunda, *práticas ligadas a uma temática em Matemática*, trata-se de conhecer as peculiaridades de um conceito específico e estratégias heurísticas a ele associada, como por exemplo: conhecer a demonstração por indução para provar uma determinada propriedade ao tratar de conjuntos contáveis infinitos, pois sabe que é frequentemente usada para a busca de generalização (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Carrillo *et al.*, 2018).

Já os subdomínios do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (PCK) são compreendidos como: *Conhecimento de características da aprendizagem Matemática* (KLFM)²⁷; *Conhecimento do ensino de Matemática* (KMT)²⁸; *Conhecimento dos parâmetros de aprendizagem da Matemática* (KMLS)²⁹. Para Flores-Medrano *et al.* (2014) e Carrillo *et al.* (2018) tais subdomínios do PCK resultam de investigações em Educação Matemática ou na experiência pessoal dos professores e na reflexão sobre sua prática, por exemplo, em práticas de ensino de conteúdos matemáticos via da resolução de problemas.

4.3.4. Conhecimento de características da aprendizagem Matemática (KLFM)

O *Conhecimento de características da aprendizagem Matemática* surge como alternativa de expansão dos limites do KCS de Ball, Thames e Phelps. Refere-se ao professor conhecer como a Matemática ou um determinado conteúdo matemático é aprendido, no sentido

²⁷ Knowledge of Features of Learning Mathematics – KFLM.

²⁸ Knowledge of Mathematics Teaching – KMT.

²⁹ Knowledge of Mathematics Learning Standards - KMLS

de como os alunos pensam quando são defrontados com atividades e tarefas matemáticas. Assim preocupa-se com a forma como a matemática é aprendida, ou seja, com a identificação das características de sua aprendizagem (Carrillo *et al.*, 2013; 2018; 2019; Aguilar; Muñoz; Carrillo, 2019; Muñoz *et al.*, 2021). Para Flores-Medrano *et al.* (2014), Carrillo *et al.* (2018) e Muñoz *et al.* (2021) esse subdomínio do PCK pode ser dividido em duas categorias do que se entende por características da aprendizagem Matemática: formas de aprendizagem; potencialidades e dificuldades associadas à aprendizagem; formas de interação dos alunos com o conteúdo matemático; concepção dos alunos sobre matemática.

Por conhecimento das *formas de aprendizagem* entende-se que os professores devem conhecer modelos teóricos-científicos e/ou pessoais de como os alunos aprendem matemática em geral e conteúdos específicos, conhecendo suas contribuições para auxiliar a descrever o processo de aprendizagem da matemática e as diferentes formas de perceber as características inerentes a determinado conteúdo (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Muñoz *et al.*, 2021). Um exemplo é o professor conhecer de maneira formal ou informal como se dá o desenvolvimento cognitivo dos alunos especificamente a cada idade e/ou etapas gerais pelas quais os alunos perpassam ao resolver problemas matemáticos, como a Representação; Planejamento; Execução; e Monitoramento (Brito, 2006; Proença, 2018).

Por conhecimento das *potencialidades e dificuldades associadas à aprendizagem* entende-se que os professores devem conhecer de modo geral os erros, obstáculos, dificuldades e potencialidades dos alunos ligados à matemática como um todo ou a temas específicos, levando em consideração a maneira de raciocinar e proceder em matemática de seus alunos que revelam suas interpretações da matemática. Exemplificações dessas características podem ser as dificuldades dos alunos em compreender as classificações dos triângulos segundo os lados e ângulos ou possíveis confusões entre área e perímetro de figuras planas, assim como reconhecer que trabalhar a representação gráfica de uma equação polinomial de 2º grau pode potencializar seu ensino (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Muñoz *et al.*, 2021).

Por conhecimento de *formas de interação dos alunos com o conteúdo matemático* entende-se que os professores devem conhecer os possíveis modos de compreensão dos alunos associados à própria natureza do conteúdo matemático, inclui os procedimentos e estratégias, convencionais ou não convencionais, que os alunos usam para fazer matemática, bem como a terminologia ou linguagem usada por eles ao lidarem com conteúdos específicos, sejam conceitos ou procedimentos. Por exemplo, o conhecimento que o professor tem sobre os algoritmos resolutivos mais empregados pelos alunos ao resolver um problema que recorra a

um sistema de equações lineares ou de acordo com a forma como as equações são apresentadas, assim como o conhecimento sobre os hábitos dos alunos em representar triângulos com um dos lados, ou a base, sempre paralelo à base do caderno ou da lousa e as implicações de uma representação diferente (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Muñoz *et al.*, 2021).

Por conhecimento da *concepção dos alunos sobre matemática* entende-se que os professores devem conhecer as expectativas e interesses que os alunos costumam ter em relação à Matemática em geral ou a conteúdos específicos. Diz respeito aos aspectos emocionais da aprendizagem, por exemplo, as causas da ansiedade matemática, mas também inclui coisas cotidianas que os motivam, como a escolha das formas de representação matemática ao problematizar um determinado tema. Como exemplo, estão os preconceitos quanto a facilidade ou dificuldades que os alunos afirmam diante das diferentes áreas da Matemática, como a Aritmética ser mais fácil, pois envolve apenas números e operações, enquanto a Álgebra é mais difícil, pois há a inserção de letras e requer mais abstração (Flores-Medrano *et al.*, 2014; Muñoz *et al.*, 2021).

4.3.5. Conhecimento do ensino de Matemática (KMT)

O *Conhecimento do Ensino de Matemática* assemelha-se ao KCT proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), apresentando-se como uma expansão de certos limitantes teóricos. É entendido como o conhecimento do professor das potencialidades e limitações dos aspectos teóricos institucionalizados ou pessoais acerca do ensino de matemática, de recursos e materiais didáticos, incluindo livros didáticos e paradidáticos, objetos manipuláveis, recursos tecnológicos, lousas interativas, exemplos, analogias e metáforas, assim como do ambiente e melhor momento para empregá-los na representação e ensino de conteúdos matemáticos (Carrillo *et al.*, 2018; Moriel Junior, 2021). Flores-Medrano *et al.* (2014) divide esse subdomínio em três categorias: teorias pessoais ou institucionalizadas de ensino; recursos materiais e virtuais; atividades, tarefas, exemplos e auxílios.

A primeira, *teorias pessoais ou institucionalizadas de ensino*, refere-se às tendências previstas no campo da Educação Matemática ou pessoais, advindas da própria experiência profissional, por isso requer que os professores conheçam os potenciais e limitantes das teorias de ensino-aprendizagem de Matemática para cada momento do ensino, como as abordagens da resolução de problemas (Flores-Medrano *et al.* 2014), por exemplo reconhecer a possibilidade de tecer questionamentos para gerar discussões sobre estratégias de resolução (Carrillo *et al.*,

2019).

A segunda, *recursos materiais e virtuais*, compreende como o conhecimento dos professores sobre recursos materiais ou virtuais, seus benefícios e dificuldades ao empregá-los como elemento mediador do ensino de um determinado conteúdo matemático. São exemplos, utilizar um Geoplano para ensinar as classificações dos triângulos, mas tendo ciência de que os triângulos equiláteros não poderão ser obtidos (Carrillo *et al.*, 2018).

A terceira categoria, *atividades, tarefas, exemplos e auxílios*, refere-se ao conhecimento dos professores sobre as potencialidades e limitantes de sequências de atividades, tarefas, estratégias ou técnicas ao serem empregadas como abordagem de ensino de determinados conteúdos e em momentos específicos desse processo (Carrillo *et al.*, 2019). São exemplos, ao procurar ensinar o conceito parte-todo frente às frações, o professor recorre a uma figura geométrica circular ou retangular, traçando analogia com uma pizza ou barra de chocolate, pois sabe do potencial dessa representação para a aprendizagem dos alunos (Moriel Junior, 2021) ou recorrer a metáfora do empréstimo para ensinar o algoritmo da subtração, pois trata-se de uma expressão presente nas conversas cotidianas (Carrillo *et al.*, 2018).

4.3.6. Conhecimento dos parâmetros de aprendizagem da Matemática (KMLS)

O *Conhecimento dos parâmetros de aprendizagem da Matemática* é compreendido como uma ampliação do KCC proposto por Ball, Thames e Phelps (2008). Trata-se do conhecimento das especificações dos referenciais curriculares para a Matemática, assim como de referenciais profissionais da cultura escolar, quanto a quais habilidades e competências em termos de conteúdos os alunos devem aprender, em que momento aprender e em que nível de profundidade aprender, diante do que é previsto para cada etapa da Educação Básica. Inclui também os processos de avaliação da aprendizagem Matemática e formas de progressão nos estudos (Carrillo; Contreras; Flores, 2013; Moriel Junior, 2021). Por exemplo, na BNCC (Brasil, 2018, p. 13), uma das habilidades a serem desenvolvidas por alunos do 8º ano é “(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais”, assim faz parte do conhecimento do professor decidir quais tópicos serão abordados, se em situações de investimento ou empréstimo, sabendo que não se aplica a situações de juros, pois tal conteúdo destina-se ao 9º ano.

Flores-Medrano *et al.* (2014) organiza esse conhecimento em três categorias: conteúdos matemáticos que devem ser ensinados; nível de desenvolvimento conceitual e procedimental

esperado; sequenciamento de diversos tópicos.

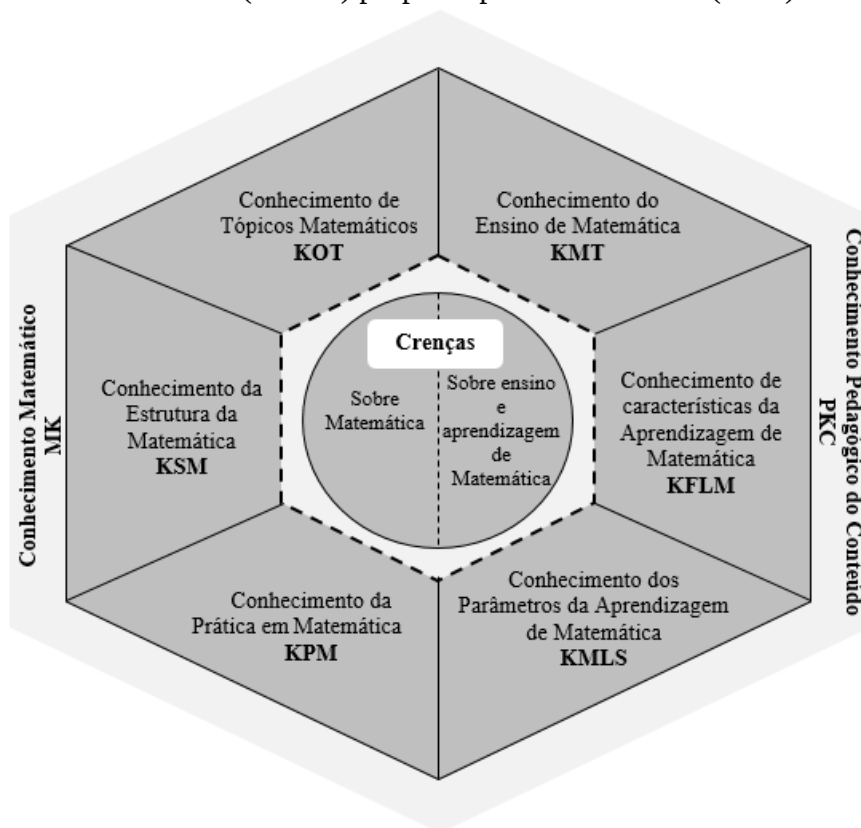
A primeira, *conteúdos matemáticos que devem ser ensinados*, trata do conhecimento do professor sobre quais conteúdos matemáticos devem ser ensinados na série escolar em que está ministrando aulas e quais tópicos devem ser abordados para atingir esse fim (Flores-Medrano *et al.*, 2014).

A segunda, *nível de desenvolvimento conceitual e procedimental esperado*, trata do professor ter conhecimento do nível de desenvolvimento dos alunos sobre um tema em um determinado momento do ensino, por exemplo é esperado que os alunos do 6º ano sejam capazes de reconhecer e nomear os polígonos quanto aos lados e ângulos visto tratar-se de uma habilidade desenvolvida no ano anterior (Brasil, 2018; Flores-Medrano *et al.*, 2014).

A terceira, *sequenciamento de diversos tópicos*, trata-se do conhecimento sobre o sequenciamento conceitual e procedimental requisitado dos alunos entre tópicos, ou Unidades Temáticas (Brasil, 2018), em anos subsequentes, por exemplo conhecer o potencial de trabalhar as equações polinomiais de 2º grau incompletas no 8º ano como forma de desenvolver habilidades importantes para compreender os algoritmos de resolução das completas no 9º ano (Flores-Medrano *et al.*, 2014).

Na Figura 5 é apresentado o modelo construído por Carrillo *et al.* (2013) onde os domínios do MTSK são estruturados em forma hexagonal.

Figura 5 - Modelo de organização do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) proposto por Carrillo *et al.* (2013)



Fonte: Traduzido de Carrillo *et al.* (2013)

Em pesquisas relacionando as especificidades do conhecimento especializado do professor de matemática ao abordar a resolução de problemas em sala de aula, Carrillo *et al.* (2019, p. 298) afirma que a natureza intrínseca do ensino de matemática via resolução de problemas, valoriza a autonomia do aluno, “torna a sala de aula de matemática uma arena imprevisível, e é o estoque de conhecimento do professor que o capacitará a reconfigurar seus roteiros”. Nesse sentido é requisitado dos professores o conhecimento do conteúdo em certo nível de proficiência e ao mesmo tempo conhecimentos pedagógicos dos conteúdos, suficientes para compreender o processo de resolução, analisar se o problema será capaz de envolver os alunos, prever quais estratégias os alunos serão capazes de desenvolver, as dificuldades que terão e como superá-las, auxiliá-los na construção e execução de estratégias e investigar resultados da aprendizagem. Assim é válido investigar e refletir sobre os conhecimentos que os professores colocam em jogo frente ao trato com a resolução de problemas.

5. CONHECIMENTO SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DOS PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Pesquisadores como Foster, Wake e Swan (2014), intentaram ampliar o MKT de Ball, Thames e Phelps (2008) para incluir o *Conhecimento do Processo Matemático* (MPK)³⁰ e o *Conhecimento do Processo Pedagógico* (PPK)³¹. A relevância de tal ampliação está na divisão do conteúdo por conceitos e processos, assim a organização de domínios baseados no MKT se subdividiu em: *Conhecimentos sobre os processos e os alunos* (KPS)³²; *Conhecimentos sobre processos e o ensino* (KPT)³³; e *Conhecimentos sobre os processos e o currículo* (KPC)³⁴. Para Foster, Wake e Swan (2014), o desenvolvimento de tais domínios do conhecimento auxiliariam os professores a criar a base do *conhecimento matemático para o ensino de resolução de problemas*³⁵, tornando-os capazes de apoiar os alunos a progredirem em contextos de resolução de problemas.

Já Chapman (2014; 2015; 2016) busca, em diferentes modelos teóricos sobre o conhecimento dos professores de Matemática, uma articulação provável entre conceito e processo, para determinar elementos que sustentem uma proficiência aos professores que queiram trabalhar a resolução de problema em sala de aula em uma perspectiva mais ampla, além do ensino *sobre* Resolução de Problemas. A pesquisadora denomina de *Conhecimento da resolução de problemas matemáticos para o ensino* (MPSKT)³⁶. Por sua vez, Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020) determinaram um modelo para o *Conhecimento profissional do professor para o ensino de resolução de problemas*³⁷, como uma ampliação do MPSKT. Tal modelo se dividia em dois domínios: *Conhecimento sobre resolução de problemas*³⁸ cujo subdomínios constituíam de *Características de Problema*, *Resolução de Problemas* e *Disposição*; e o *Conhecimento Didático sobre resolução de problemas*³⁹ incluindo como subdomínios o *Aluno como resolvidor*, *Resolução de Problemas como tarefa escolar*, *Fatores afetivos que afetam o processo* e *Gestão do ensino da resolução de problemas*.

Os modelos de Foster, Wake e Swan (2014), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019;

³⁰ Mathematical Process Knowledge – MPK

³¹ Pedagogical Process Knowledge – PPK

³² Knowledge of Processes and Students - KPS

³³ Knowledge of Processes and Teaching - KPT

³⁴ Knowledge of Processes and the Curriculum - KPC

³⁵ Mathematical Knowledge for Teaching Problem Solving

³⁶ Mathematics Problem-Solving Knowledge for Teaching - MPSKT

³⁷ Conocimiento Profesional del Profesor para Enseñar Resolución de Problemas

³⁸ Conocimiento sobre la Resolución de Problemas

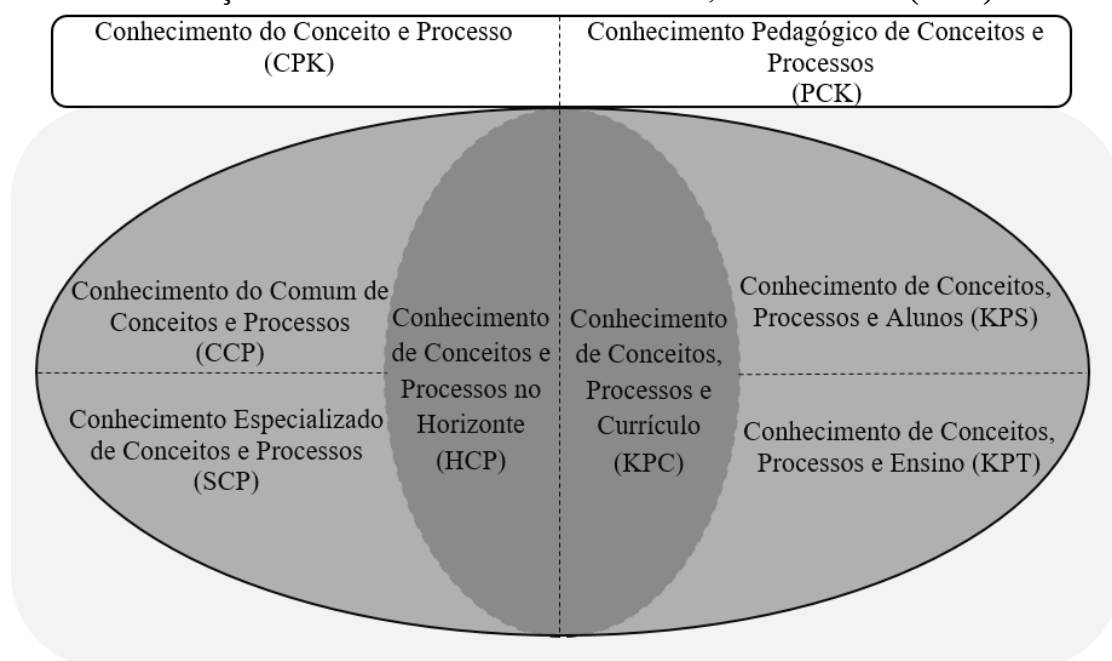
³⁹ Conocimiento Didáctico sobre Resolución de Problemas

2020) e Chapman (2014; 2015; 2016) são sustentados pelo MKT de Ball, Thames e Phelps (2008) e possuem como interesse apresentar o conhecimento de resolução de problemas dos professores de matemática necessário para tornarem os alunos proficientes em resolução de problemas. Nesse sentido, exercem prioridade no ensino *sobre* Resolução de Problemas como abordagem mais adequada aos alunos *para* resolver problemas.

5.1. Conhecimento Matemático para o Ensino de Resolução de Problemas: a proposta de Foster, Wake e Swan (2014)

Foster, Wake e Swan (2014) constataram em suas investigações a ausência de atenção para os processos matemáticos e pedagógicos relacionados ao ensino-aprendizagem de matemática quando se tratando da resolução de problemas. Os pesquisadores basearam-se no modelo MKT de Ball, Thames e Phelps (2008), substituindo o termo conteúdo por processos e conceitos, visto a compressão de que ambos os termos são entendidos como conteúdos matemáticos, conforme é apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Reorganização do modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino de Resolução de Problemas com base em Foster, Wake e Swan (2014)



Fonte: Adaptado de Foster, Wake e Swan (2014)

Assim, o modelo proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) é adaptado por Foster, Wake e Swan (2014) como dois domínios principais: o primeiro trata-se do Conhecimento do

Conceito e Processo (CPK)⁴⁰, subdivido em Conhecimento Comum de Conceitos e Processos (CCP)⁴¹, Conhecimento Especializado de Conceitos e Processos (SCP)⁴² e Conhecimento de Conceitos e Processos no Horizonte (HCP)⁴³; o segundo consiste no Conhecimento Pedagógico de Conceitos e Processos (PPK)⁴⁴, subdivido em Conhecimento de Conceitos, Processos e Alunos (KPS)⁴⁵, Conhecimento de Conceitos, Processos e Ensino (KPT)⁴⁶ e Conhecimento de Conceitos, Processos e Currículo (KPC)⁴⁷.

Embora o modelo proposto por Foster, Wake e Swan (2014) tenha alterado todos os domínios propostos por Ball, Thames e Phelps (2008), os pesquisadores optaram por exemplificar e ilustrar apenas os subdomínios pertencentes ao PCK. O KPS trata-se do entrelaçamento do conhecimento dos processos e maneiras comuns pelas quais os alunos pensam e percorrem, quais contextos os motivam a aprender os processos e quais dificuldades eles têm ao longo do percurso (Foster; Wake; Swan, 2014).

Já o KPT trata do conhecimento dos professores relacionado a conhecer e ser capaz de usar abordagens eficazes para ensinar processos de resolução de problemas aos alunos; como por exemplos as etapas de resolução e as mobilizações que cada uma requer; saber ensinar estratégias e heurísticas que auxiliem na aprendizagem dos alunos em resolverem problemas (Foster; Wake; Swan, 2014).

Por fim, o KPC é o conhecimento que permite aos professores selecionar e sequenciar tarefas e situações problemas adequadas para facilitar um desenvolvimento coerente nas habilidades de processo dos alunos; por exemplo, selecionar uma situação para ou sequência de tarefas para desenvolver um único processo, como a comunicação de resoluções ou de estratégias desenvolvidas, o trabalho em grupo (Foster; Wake; Swan, 2014).

O modelo proposto e parcialmente descrito por Foster, Wake e Swan (2014), apresenta os conhecimentos que os professores precisam dominar para adotarem uma abordagem de resolução de problemas em sua prática de ensino, distanciando-se em partes da proposta de Chapman (2015) que procura apresentar uma organização de conhecimentos que o professor precisa para promover em seus alunos o desenvolvimento da proficiência na resolução de problemas (Carrillo *et al.*, 2019).

⁴⁰ Concept and Process Knowledge - CPK

⁴¹ Common Concept and Process Knowledge - CCP

⁴² Specialized concept and process knowledge - SCP

⁴³ Horizon concept and process knowledge - HCP

⁴⁴ Pedagogical Concept and Process Knowledge - PPK

⁴⁵ Knowledge of Concepts and Processes and Students - KPS

⁴⁶ Knowledge of Concepts and Processes and Teaching - KPT

⁴⁷ Knowledge of Concepts and Processes and Curriculum - KPC

5.2. Conhecimento da Resolução de Problemas Matemáticos para o Ensino (MPSKT): a proposta de Chapman (2014; 2015; 2016)

Em Chapman (2017), sem mencionar o ensino de Matemática *via* resolução de problemas, a pesquisadora, ao referir-se sobre distintas abordagens da Resolução de Problemas em sala de aula, apresenta a “*Inquiry-based approach*”⁴⁸. Trata-se de uma abordagem com semelhanças ao ensino *via* resolução de problemas. Entretanto, ao considerar o modelo MTSK, Carrillo *et al.* (2019, p. 302) afirmam que “gerir a resolução de problemas na aula, está diretamente associado ao conhecimento do ensino de resolução de problemas e que inclui também outros elementos considerados por Chapman” no modelo MPSKT. Por tal motivo, entende-se que o modelo MPSKT de Chapman (2015) encontra-se próximo dos aportes teóricos do MTSK de Carrillo *et al.* (2013).

O *Conhecimento da Resolução de Problemas Matemáticos para o Ensino (MPSKT)* tem foco na proficiência em resolução de problemas, entendida como “o que é necessário para que alguém aprenda e resolva problemas com sucesso” (Chapman, 2015, p. 20). Assim, Chapman (2015; 2016) determina três domínios do conhecimento para que os professores sejam capazes de auxiliar os alunos a desenvolverem a proficiência em Resolução de Problemas: *Conhecimento da Resolução de Problemas (PSCK)*⁴⁹; *Conhecimento Pedagógico da Resolução de Problemas (PPSK)*⁵⁰; *Fatores Afetivos e Crenças (AF&B)*⁵¹ e *Proficiência em resolução de problemas matemáticos*. Na Figura 7, é apresentada uma representação do modelo MPSKT baseado nas indicações tecidas por Chapman (2014; 2015; 2016).

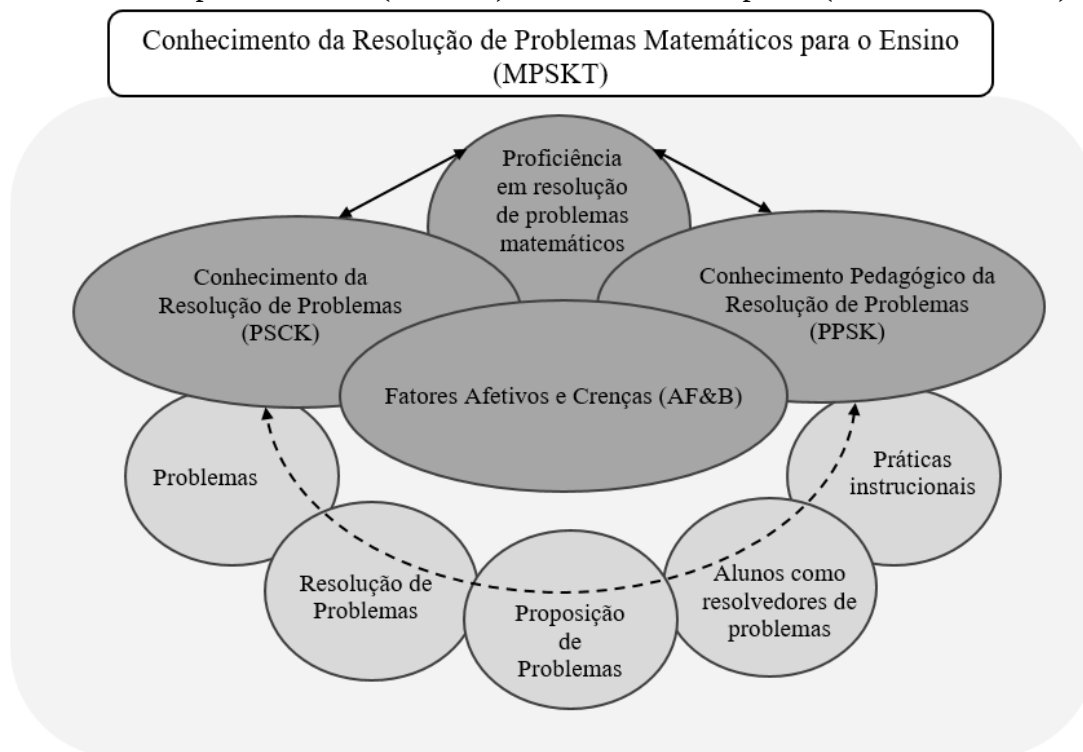
⁴⁸ They focused on developing students' problem solving and mathematical thinking not only as a way of solving problems but also for learning and doing mathematics in general [...] students' were responsible for making many of the decisions [...] to be able to think for themselves and not necessarily to follow a prescribed problem-solving process. The teachers not teach heuristics or strategies explicitly [...] they had personal styles of engaging the students (Chapman, 2017, p. 63 - 64).

⁴⁹ Problem-Solving Content Knowledge – PSCK

⁵⁰ Pedagogical Problem-Solving Knowledge - PPSK

⁵¹ Affective Factors and Beliefs – AF&B

Figura 7 – Reorganização do modelo do Conhecimento da Resolução de Problemas Matemáticos para o Ensino (MPSKT) com base em Chapman (2014; 2015; 2016)



Fonte: Adaptado de Chapman (2014; 2015; 2016).

Os componentes do *Conhecimento da Resolução de Problemas (PSCK)*, segundo Chapman (2014; 2015; 2016), estão diretamente associados ao conhecimento da natureza dos problemas – sua significação e tipos, a natureza da resolução de problemas – enquanto processo e suas etapas e a natureza da proficiência em resolução de problemas – heurísticas e estratégias para a eficiência na resolução. Por essas características, ele é subdividido em três componentes: *Conhecimento de problemas*; *Conhecimento da resolução de problemas*; *Conhecimento de proposição de problemas*.

A *Proficiência em resolução de problemas matemáticos* trata-se do professor compreender o que é necessário para resolver problemas com sucesso e ser proficiente na resolução de problemas. Para isso, os professores terão de saber não só como resolver problemas, mas também ter uma compreensão profunda de outros fatores que estão associados ao desenvolvimento de boas práticas de resolução, incluindo compreensão conceitual de conceitos, procedimentos e relações matemáticas, de estratégias e saber quando e como usá-las na resolução de problemas. Assim, para que os alunos se tornem proficientes na resolução de problemas, é necessário que os professores não só sejam proficientes, mas que compreendam a dimensionalidade dessa habilidade associada aos outros domínios do conhecimento (Chapman, 2014; 2015).

O *Conhecimento de problemas*, por evidente, trata-se do professor saber conceituar um problema, distinguindo-o de outras tarefas matemáticas, conhecer a estrutura e finalidade dos diferentes tipos de problemas, problemas abertos, rotineiros e não rotineiros ou de contextos, entre outros, bem como as potencialidades e limitações de cada tipo de problema para os alunos. Assim, os professores devem conhecer os alunos ao considerar certas situações de matemática diante da sua estrutura conceitual, contexto, estratégias esperadas e procedimentos para que se caracterizem como problemas para eles (Chapman, 2014; 2015; 2016).

O *Conhecimento da resolução de problemas* trata-se do professor resolver problemas com certa proficiência e possuir uma compreensão conceitual da resolução de problemas como uma forma de pensar matematicamente, que envolve a mobilização de heurísticas e estratégias. Trata-se também compreendê-la como processo, conhecendo modelos gerais de resolução de problemas enquanto etapas ou estágios, seus significados e implicações como possibilidade de auxílio na mediação da resolução dos alunos. Por tal motivo, está imbricado que os professores devem ser capazes de resolver problemas corretamente e compreender as etapas e requisições para que possam reconhecer as diferentes variações de resoluções que podem surgir durante o processo dos alunos (Chapman, 2014; 2015; 2016).

No *Conhecimento de proposição de problemas*, cabe ao professor compreender a proposição de problemas antes, durante e depois do processo de resolução de problemas, a fim de apoiar os alunos na geração de problemas diversos e significativos para suas resoluções. Os professores devem conhecer as limitações que a proposição de problemas previsíveis, pouco exigentes, mal formulados e insolúveis exercem sobre a qualidade da atividade de ensino e a potencialidade da proposição de problemas abertos para o desenvolvimento da interpretação e raciocínio matemático dos alunos (Chapman, 2015; 2016).

Por sua vez, o *Conhecimento Pedagógico da Resolução de Problemas* (PPSK), em seu cerne, subdivide-se em: *Conhecimento dos alunos como resolvedores de problemas*; *Conhecimento de práticas instrucionais*.

O *Conhecimento dos alunos como resolvedores de problemas* trata dos professores conhecerem o que os alunos sabem, podem fazer e estão dispostos a fazer. Quais são as principais dificuldades e erros cometidos, estratégias mais recorrentes e etapas pelas quais costumam percorrer ou se espera que percorram e as características de resoluções exitosas. É importante que o professor construa esse conhecimento a partir da perspectiva do aluno para que possa conseguir traçar ações que favoreçam a aprendizagem (Chapman, 2015; 2016; Piñeiro, 2019).

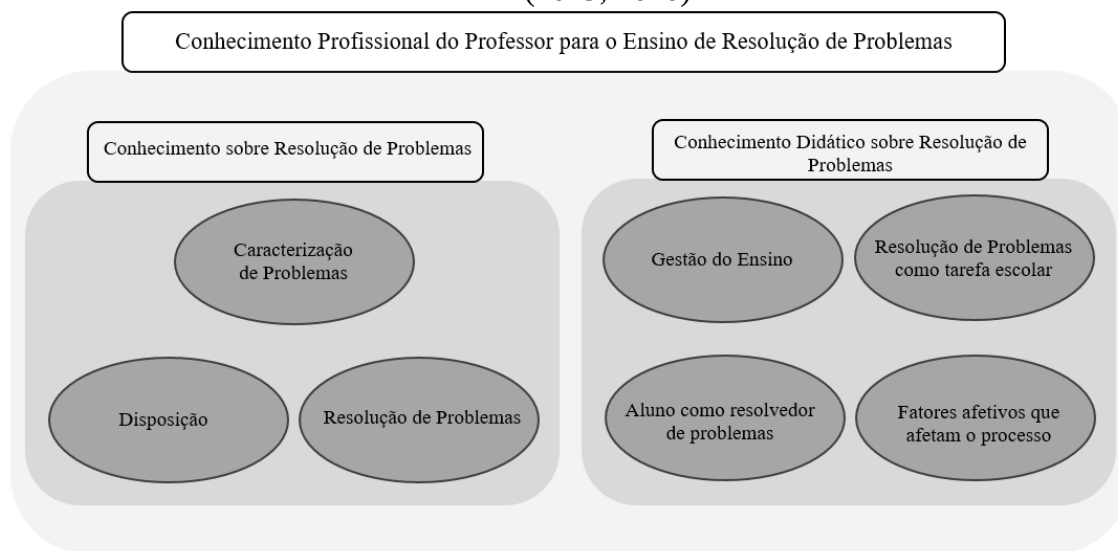
O *Conhecimento de práticas instrucionais para resolução de problemas* trata-se do conhecimento de estratégias para instruir ou mediar os alunos durante a resolução, saber quando e como intervir garantindo a essência das estratégias dos alunos, principalmente quando eles estão travados ou gastando muito tempo em uma estratégia improdutiva, além de formas de orientá-los mesmo sem ter uma resposta para tudo. Tal conhecimento inclui também conhecer as orientações curriculares acerca da resolução de problemas e diferentes abordagens, institucionais e/ou pessoais, como por exemplo as potencialidades e limitações de se ensinar *sobre* a resolução de problemas ou *para* resolver problemas e, também, *via* resolução de problemas, as conexões matemáticas de níveis inferiores ou superiores e as extramatemáticas (Chapman, 2015; 2016).

Por fim, *Fatores Afetivos e Crenças* (AF&B) trata-se do *Conhecimento de fatores afetivos (não cognitivos) e crenças dos alunos*, em que os professores devem conhecer a natureza e o impacto positivo ou não de fatores afetivos como o estresse, pressão, interesse, motivação, ansiedade e autoconfiança dos alunos ao resolverem problemas. Assim como as crenças que permeiam o processo de resolução: como a de que os problemas de matemática possuem sempre apenas uma forma de resolver ou que podem ser resolvidos apenas empregando operações básicas ou algoritmos prontos. Fatores e crenças demonstram a importância desse conhecimento para que os professores tenham responsabilidade em organizar um ambiente adequado de resolução de problemas, visto que fatores e crenças pessoais exercem responsabilidade sobre o processo de ensino e aprendizagem (Chapman, 2015).

5.3. Conhecimento Profissional do Professor para o Ensino de Resolução de Problemas: a proposta de Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020)

Piñeiro (2016), ao investigar currículos de diferentes países em distintos continentes, recorrendo como base de análise o modelo de Chapman (2015; 2016) frente a resolução de problemas e o MKT de Ball, Thames e Phelps (2008) quanto ao conhecimento matemático, constatou que há certas categorias referentes ao conhecimento profissional sobre resolução de problemas necessários para os professores. Na Figura 8, é exemplificado o modelo proposto por Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020).

Figura 8 - Modelo de organização do Conhecimento Profissional do Professor para o Ensino de Resolução de Problemas proposto por Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020)



Fonte: Traduzido de Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020).

Composto por dois domínios principais, o Conhecimento sobre resolução de problemas cujo subdomínios constituíam de Características de Problema, Resolução de Problemas e Disposição; e o Conhecimento Didático sobre Resolução de Problemas incluindo como subdomínios o Aluno como resolvidor de problemas, Resolução de Problemas como tarefa escolar, Gestão do ensino da resolução de problemas e Fatores afetivos que afetam o processo.

Por conhecimento das *Características de Problema*, entende-se o conhecimento que os professores, enquanto resolvidores de problemas, devem possuir sobre três perspectivas, na do: problema baseado em procedimentos; problema baseado no resolvidor; problema baseado em tipos ou características. Respectivamente em síntese, os professores devem conhecer o potencial de situações de matemática em se tornarem um problema para seus alunos, não apenas uma simples aplicação algorítmica conhecida; reconhecer no problema os conhecimentos prévios que serão requisitados dos alunos, de modo a não se tornar muito difícil ou muito fácil; e reconhecer diferentes contexto de um problema, estratégias e soluções para diferentes níveis de compreensão matemática (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2022).

Por conhecimento de *Resolução de Problemas*, trata-se de um conhecimento profissional acerca do processo de resolução como um todo. Entende-se como o professor saber que, enquanto processo, a resolução de problemas possui etapas não lineares que pode variar de aluno para aluno de acordo as tomadas de decisões quanto a estratégias ou métodos escolhidos e fatores não cognitivos (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2022).

Por conhecimento das *Disposições*, entende-se como o professor conhecer que não basta saber resolver um determinado problema proposto, mas sim querer ou aceitar o desafio de resolver, que não necessariamente requer estar motivado para tal. Resolver um problema sofre influência de fatores afetivos, como por exemplo as crenças e emoções, assim cabe aos professores compreenderem as características afetivas por trás do processo de resolução (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2022).

Por conhecimento do *Aluno como resolvidor de problemas*, entende-se como o professor reconhecer a natureza das dificuldades e erros dos alunos, assim como características de alunos bem-sucedidos na resolução de problemas. Trata-se de conhecer sobre o processo de resolução a partir da perspectiva do aluno, com base em previsões de empecilhos ou de estratégias potencialmente favoráveis, trata-se de uma possibilidade dos professores (re)significarem as formas de abordá-los e orientá-los durante a resolução de problemas (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

Por conhecimento da *Resolução de Problemas como tarefa escolar*, refere-se ao professor saber selecionar ou elaborar problemas adequados a cada momento, que não possam ser resolvidos diretamente e que desafiem os alunos; e conhecer possíveis estratégias de resolução respeitando as etapas da resolução de problemas e a natureza dos problemas (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

O conhecimento de *Gestão de ensino da resolução de problemas* é entendido a partir de certos elementos: gestão dos enfoques de ensino, constituído de conhecer as características das diferentes abordagens da resolução de problemas (para, sobre, via) e saber quando e como abordar; gestão do discurso, trata-se de conhecer estratégias verbais para convencer, motivar e engajar os alunos a se desempenharem na resolução de problemas, apresentando diferentes representações e partilhando suas resoluções; gestão dos obstáculos, entende-se como os professores conhecerem maneiras de auxiliar os alunos que encontram dificuldades de prosseguir na resolução de um problema, sugerir novas representações e estratégias mais simples são exemplos desse conhecimento; gestão da avaliação do processo, refere-se a conhecer formas de avaliar o desenvolvimento dos alunos no processo de resolução, dificuldades durante as etapas e a qualidade da solução, a fim de criar metas futuras de aprendizagem; por fim a gestão de recursos de ensino, consiste no conhecimento de recursos visuais, suas potencialidades e limitações, como possibilidade de representar ideias matemáticas (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

Por fim, o conhecimento de *Fatores afetivos que afetam o processo* consiste no

professor conhecer a influência que as emoções, crenças e atitudes exercem nas relações dentro da sala de aula ao resolver um problema, seja fatores idiossincráticos dos alunos como nervosismo, ansiedade e timidez ou externos como a posição do professor em uma relação de poder. Cabe aos professores conhecer maneiras de ajustar o ambiente de resolução de problemas para um momento cooperativo (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

6. PRESCRIÇÕES DE ARTICULAÇÕES POSSÍVEIS ENTRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Ao analisar as descrições de cada domínio associado aos diferentes modelos de organização do conhecimento matemático e de resolução de problemas dos professores, é possível apresentar possibilidades de articulações entre eles e os pressupostos teórico-práticos do EAMvRP (Proença, 2018; 2021).

6.1. Possíveis articulações entre as organizações do conhecimento matemático e de resolução de problemas do professor

As propostas até então desenvolvidas para organizar os conhecimentos do professor de Matemática *sobre* a resolução de problemas se mostram como aportes necessários à formação profissional, principalmente a inicial no sentido dos futuros professores aprenderem a ensinar. Ao longo da análise dos apontamentos de Foster, Wake e Swan (2014), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020) e Chapman (2014; 2015; 2016) fica evidente que estes basearam-se em formações que propunham o ensino *sobre* resolução de problemas aos professores e futuros professores de modo a capacitá-los a abordarem em suas salas de aula o ensino *para* a resolução de problemas, objetivando a proficiência de seus alunos.

Para uma gama de pesquisadores (Schroeder; Lester Junior, 1989; Lester Junior; Mau, 1993; Masingila, 1994; Vale, 1997; Masingila; Lester Junior, 2001; Onuchic; Allevato, 2011; Proença, 2013; 2018; Mendes; Proença, 2020), se o objetivo do professor é a aprendizagem de Matemática, então a abordagem mais coerente é o ensino *via* resolução de problemas pesquisadores. Tal fato não descaracteriza a importância de tais propostas na sustentação analítica e reflexiva de investigações futuras que tenham por base o ensino *via* resolução de problemas, por outro lado, deixam possibilidades de novos emergentes na pesquisa. Na própria visão de Chapman (2015), não basta que os futuros professores saibam resolver problemas corretamente, mas também devem possuir conhecimentos de resolução de problemas para o ensino do conteúdo e do processo de resolução em si. Por esse motivo, é importante que apresentem certas proficiências tanto com o conteúdo matemático e com a resolução de problemas, quanto no ensino do conteúdo e da resolução de problemas.

Nesse contexto, assim como o MPSKT visa descrever os conhecimentos dos professores de matemática para ensinar a resolver problemas, o MTSK, proposto por Escudero, Flores e

Carrillo (2012), é um modelo analítico descritivo adequado para a interpretação do conhecimento especializado do professor de matemática seja em âmbito geral ao conteúdo e específico ao ensino do conteúdo. Sua utilidade vai ao encontro da investigação do conhecimento de futuros professores como possibilidade para reflexão e criação de propostas de tarefas formativas para a formação inicial baseada no que eles sabem, o que é necessário saberem, como sabem e as possibilidades desse saber. O MTSK abrange aspectos das relações entre conhecimentos experiencial e teoria; conhecimento sobre o que ensinar, por que e como ensinar; e conhecimento de estratégias de ensino (Clement *et al.*, 2014), todos representantes de bons eixos de investigação.

Nesse ínterim, frente a idiossincrasias do ensino de matemática via resolução de problemas, “para que o professor seja plenamente instrumental no seu papel, o seu conhecimento profissional de matemática e resolução de problemas é crucial (Carrillo *et al.*, 2019, p. 298)”. Ao investigar a relação entre MTSK e o MPSKT, frente a práticas de professores diante do ensino de matemática via resolução de problemas, Carrillo *et al.* (2017; 2019) identificam possibilidades de associação entre os subdomínios de ambos os modelos analíticos.

Indícios do KPM foram identificados durante a ação de introdução do problema. Enquanto orientador do processo de resolução dos alunos, o professor costuma demonstrar conhecimento sobre estratégias, procedimentos, argumentações e justificativas sobre os conceitos que são suficientes ou necessários para a boa condução da resolução, construindo-os com os alunos através de indagações (Carrillo *et al.*, 2017). Para Carrillo *et al.* (2019), o conhecimento das práticas, matemáticas em geral ou específicas ao tema do problema, tida como possibilidade de auxílio na mediação da resolução dos alunos permitiu associar o KPM ao Conhecimento de Resolução de Problemas conforme propõe Chapman (2014; 2015; 2016).

Indícios do KFLM foram identificados no acompanhamento das resoluções e durante a exposição e explicação delas pelos alunos, ao passo que é necessário saber quando intervir e orientar os alunos quanto a dificuldades matemáticas oriundas de interpretações errôneas ou insuficientes do problema, seja referente às requisições conceituais ou relacionados ao esquema matemático por trás do enunciado (Carrillo *et al.*, 2019). Assim, o professor põe em prática seus conhecimentos sobre possibilidades de associação e justificação das dificuldades enfrentadas pelos alunos como forma de conduzi-los para o caminho certo ou simplesmente como possibilidade de vislumbrar modos diferentes de representar um ente ou informação matemática dos quais já haviam sido expostos (Carrillo *et al.*, 2017). Segundo Carrillo *et al.* (2019), o KFLM está associado ao Conhecimento dos alunos como resolvidores de problemas conforme

Chapman (2014; 2015; 2016).

Por sua vez, indícios do KMT foram identificados na ação de escolha do problema, ao longo da resolução e durante a discussão delas. Sua requisição surge ao selecionar situações de matemática apropriadas aos objetivos de aprendizagem e consequentemente prever questionamentos e exemplos (Carrillo *et al.*, 2017), e no momento em que o professor emprega os questionamentos e exemplos como estratégia de auxílio na aprendizagem dos alunos em vez de fazer comentários avaliativos ou especificar diretamente os erros (Carrillo *et al.*, 2019). Isso faz com que os alunos recapitem seus passos e identifiquem as necessidades para continuarem avançando em direção à solução do problema. Essa maneira de intervir a partir de questionamentos orientados para compreensão, segundo Carrillo *et al.* (2019), trata-se de estratégias de ensino capazes de gerar discussões e gerir o processo de resolução de problemas por isso está associado ao Conhecimento do ensino de resolução de problemas de acordo com Chapman (2014; 2015; 2016).

Os demais subdomínios do MTSK, KOT, KSM e KMLS, não foram diretamente associados aos subdomínios do MPSKT, entretanto, nas investigações de Carrillo *et al.* (2017) e Carrillo *et al.* (2019) há conexões com o ensino via Resolução de Problemas que apresentam indicativos suficientes para buscar possíveis associações. O KMLS está associado ao professor ter conhecimento da aprendizagem esperada dos seus alunos do conteúdo específico do problema, seja conceitos ou procedimentos, e até dos hábitos de pensamento e aprendizagem durante as aulas de matemática em geral e num ambiente de resolução de problemas (Carrillo *et al.* (2017). O professor deve conhecer as indicações sobre resolução de problemas para o ano/série de acordo com o nível de desenvolvimento conceitual e procedimental dos alunos.

Quanto ao KOT, há indícios que demonstram esse conhecimento no decorrer da aula de resolução de problemas, respaldado pelo conhecimento do tema matemático relacionado ao problema, que traz à tona a solução do problema em si, as sequências matemáticas que devem auxiliar na progressão da resolução, a divisibilidade e a equivalência de diferentes abordagens e representações do conceito explorado no enunciado do problema ou nas diferentes resoluções dos alunos (Carrillo *et al.*, 2017). O KOT também apresenta notável relação com as conexões estabelecidas pelo professor ao fim do processo resolutivo, quanto às buscas por traçar articulações entre o explorado durante o processo resolutivo e objeto de aprendizagem vislumbrado pelo professor.

Quanto ao KSM, indícios surgem associados à busca de uma solução para o problema (Carrillo *et al.* 2017), ao passo que o professor apresenta conhecimentos sobre conceitos e

procedimentos específicos que servem de esclarecimento de dúvidas ou como impulsionador de estratégias estagnadas. O professor mobiliza o conhecimento que tem de conteúdos já aprendidos pelos alunos que podem ser associados a conteúdos novos, associados ao objetivo de aprendizagem ou que ainda serão estudados, mas que podem ser esboçados em um nível mais simples (Carrillo *et al.*, 2019).

Diante do supramencionado, há certa ausência de inter-relações sólidas entre os diversos modelos analíticos; além da necessidade de compreender as demandas do ensino via resolução de problemas frente aos conhecimentos dos professores de Matemática. Entretanto, há possibilidades de articulação inexploradas, se atentado ao exposto na Figura 2, a proposta sequencial de organização do ensino para propiciar aprendizagem de conceitos matemáticos, esta inicia-se com o EAMvRP (Proença, 2018) tendo o problema como ponto de partida, por sua vez, conforme já mencionado, mobiliza conhecimentos especializados dos professores e futuros professores de matemática. Pesquisa importante para os avanços dessa perspectiva foi desenvolvida por Mendes (2023).

Com o objetivo de analisar as possibilidades que emergem de uma intervenção formativa oferecida a futuros professores de Matemática sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, Mendes (2023) acaba por apresentar uma organização analítica sustentada por três eixos: Compreensão dos conhecimentos prévios e construção dos conhecimentos basilares sobre a resolução de problemas; A construção dos conhecimentos sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas; As compreensões adquiridas e construídas no processo de formação dos estudantes.

Diante do exposto, como processo de análise dos dados a serem discutidos nesta tese, desenvolveu-se uma investigação baseada em todos os modelos e articulações supramencionados. Findando não apenas em um modelo analítico próprio, mas em um modelo de investigação dos conhecimentos específicos de licenciandos mobilizados em uma formação sobre ensino-aprendizagem conceitual de matemática em meio à resolução de problemas, com base em Ball, Thames e Phelps (2008), Carrillo *et al.* (2018), Foster, Wake e Swan (2014), Chapman (2014; 2015; 2016), Piñeiro (2019), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020) em conjunção com a proposta de Proença (2018; 2021), buscou estabelecer um comparativo e agrupamento por proximidade entre saberes e ações presentes nos diferentes modelos de categorização do conhecimento de professores sobre a matemática e sobre a resolução de problemas conforme já apresentados.

7. METODOLOGIA DA PESQUISA

Nesta seção objetivamos apresentar e esclarecer a investigação, os passos, escolhas e justificativas tomadas. Será apresentado o tipo ou natureza da pesquisa com base em referenciais clássicos e atuais que a justificam como descritiva-interpretativa. Subsequente é detalhado o ambiente investigado tratando-se da disciplina de Práticas de Ensino C, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procopio. Os sujeitos investigados como sendo os licenciandos matriculados na disciplina, os instrumentos e resumo de cada momento desenvolvido.

7.1. A natureza descritiva-interpretativa da pesquisa

Esta pesquisa tem por objetivo *investigar as implicações de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas no desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática*. Frente ao objetivo de pesquisa, para Gil (2017), a natureza de uma pesquisa se classifica em exploratória, descritiva e explicativa. As pesquisas descritivas primam pelo estudo e descrição das características de determinado grupo e a natureza das relações entre diferentes variáveis, como, por exemplo, o nível de entendimento, crenças e atitudes sobre determinados objetos da realidade social. Diante de tal pressuposto, assumimos a natureza desta pesquisa como descritiva.

A pesquisa de natureza descritiva, destaca o caráter qualitativo na perspectiva de que sua capacidade reside em representar as visões e perspectivas dos participantes de fatos da vida real que eles vivenciam (Marconi; Lakatos, 2017). A representação desses fatos, que traduzidos referem-se ao problema de pesquisa, são extraídos diretamente do ambiente de estudo, após investigado e compreendido todas as nuances que permeiam suas experiências, preocupando-se em retratar suas perspectivas e detalhar seus conhecimentos (re)construídos (Bogdan; Biklen, 1994). Quanto ao ambiente, na pesquisa qualitativa, não são os participantes que, para permitir representar suas experiências e concepções, se adaptam a pesquisa e seus métodos, mas é a pesquisa e o método que tem de estar em harmonia com os participantes (Creswell, Jhon; Creswell, David, 2017). Nesse sentido, para Moreira (2011) se o foco central da pesquisa reside na busca por representar os significados que os participantes atribuem a suas compreensões sobre um objeto dentro de um contexto social, então podemos atribuir ao termo qualitativo um

melhor sinônimo que seria o interpretativo, denominando nossa pesquisa de pesquisa descritiva-interpretativa.

7.2. O ambiente de investigação

Quanto ao ambiente de investigação constituiu-se das aulas da disciplina de Práticas de Ensino C do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Cornélio Procópio. Cabe ressaltar que o pesquisador submeteu e conquistou aprovação da pesquisa no Comitê de Ética de ambas as Instituições de Ensino Superior (IES), UTFPR e UEM, CAAE: 66581822.6.3001.5547.

A escolha pelo curso de Licenciatura em Matemática de tal campus se deu por motivos científicos, mas também afetivos conforme já relatado no campo de apresentação desta pesquisa. A escolha da disciplina ocorreu pelo fato da ementa estar diretamente relacionada às práticas de ensino e ter como ingressantes alunos em final de curso que já passaram por diversas outras disciplinas e atualmente encontram-se matriculados nas disciplinas de estágio supervisionado. Assim, a ementa curricular que a compõe e a relação com o objetivo da pesquisa se fizeram motivação.

A disciplina de Práticas de Ensino C, especificamente do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, campus Cornélio Procópio, constitui em uma das disciplinas elaboradas em 2017 e vigoradas em 2021 junto com o novo Projeto Pedagógico de Curso (PPC), mesmo com a promulgação da BNC-Formação (Brasil, 2019). A disciplina de Práticas de Ensino C, segundo o PPC, pertence ao Núcleo de aprofundamento e diversificação (NAD) de estudos das áreas de atuação profissional, incluindo os conteúdos específicos e pedagógicos, conforme a Resolução CNE/CP nº 2/2015. Fato que vale destaque, visto tratar-se, conforme já discutido, da DCN que melhor representou o que se espera de uma Formação Inicial que tem por princípio a articulação entre a teoria e a prática fundamentada no domínio dos conhecimentos científicos e didáticos em comunhão aos conhecimentos e vivência da realidade social e cultural (Brasil, 2015),

Segundo o PPC (2018, p. 47),

as disciplinas regulares de Práticas de Ensino A, B, C e D visam dar o suporte teórico e orientações metodológicas sobre o desenvolvimento das atividades de estágios curricular que estarão ocorrendo no mesmo período letivo dos estágios curriculares supervisionados, ou seja, as disciplinas de Práticas de Ensino são co-requisitos para a realização dos estágios curriculares supervisionados.

Em outras palavras, as disciplinas servem como auxiliadoras dos estágios supervisionados, trata-se de ambientes de orientação e discussão teórico-prático sobre possibilidades de práticas de ensino a serem desempenhadas paralelamente às atividades de estágio.

Segundo o PCC (2018), para cursar a disciplina de Práticas de Ensino C, além do co-requisito de estar matriculado no Estágio Supervisionado C, os licenciandos devem ter como pré-requisito a aprovação na disciplina de Práticas de Ensino B, 6º período, cujo foco é o ensino de Matemática no Ensino Fundamental. A ementa da disciplina, segundo o PPC (2018, p. 100-101), contempla:

- A organização do ensino de Matemática para o Ensino Médio: aspectos teóricos, metodológicos, epistemológicos e práticos.
- Ensino e aprendizagem de álgebra: números e funções, Geometria e Análise de Dados para o Ensino Médio.
- Plano de ensino de matemática para o Ensino Médio.
- Análise de ensino e erros: erro e ensino das operações com números naturais; erro e ensino de números inteiros; erro e ensino de racionais não inteiros; erros e ensino do conceito de área.
- Articulação da teoria e prática no processo de formação docente.
- Socialização da prática de ensino.

Na ementa da disciplina não é especificado a resolução de problemas enquanto abordagem de ensino, porém diante de toda construção teórica já apresentada anteriormente, foi discutido e acordado com a professora regente da disciplina a intencionalidade de promover uma intervenção formativa nas aulas que possibilitasse articular em sua generalidade a ementa com a resolução de problemas. Além de aproveitar os pré-requisitos e co-requisitos da disciplina em prol da promoção da formação, visto que são alunos que já haviam concluído a disciplina de Práticas de Ensino B, voltada ao Ensino Fundamental, e que já estariam planejando suas atividades de estágio.

Entretanto, após aceito pela professora regente da disciplina, coordenação de curso e comitê de ética de ambas as universidades envolvidas, a professora regente encontrou problemas pessoais de saúde e não conseguiu se deslocar de sua residência, aproximadamente 95 km de distância da cidade de Cornélio Procopio. Esse fato fez com que a disciplina fosse ministrada on-line pela professora, via reunião na plataforma Google Meet, sendo todas as aulas gravadas e posteriormente ficando acessíveis na plataforma Moodle da UTFPR ao pesquisador e alunos, junto com todo o material utilizado.

7.3. Os participantes da investigação

Os participantes da pesquisa constituíram dos licenciandos matriculados na disciplina de Práticas de Ensino C, segundo semestre de 2022 do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, campus Cornélio Procopio. Por motivos pessoais e, também de regulamento, eram alunos matriculados no 7º e 8º períodos do curso.

Por intermédio da professora regente, os participantes foram comunicados da pesquisa e assim foi agendado um primeiro momento para apresentação do pesquisador, leitura e explicação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido de participação (TCLE) (Apêndice A). Com o aceite de todos, a pesquisa contou com 6 participantes que foram apresentados a uma ação formativa intitulada “O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula”. Subsequente foi explicado e solicitado que realizassem o preenchimento de um formulário de investigação (Apêndice B) com o intuito de obter informações dos participantes.

No Quadro 1, são apresentadas as características de cada participante seguido da codificação utilizada.

Quadro 1 - Características profissionais dos participantes

CÓD.	IDADE	PERÍODO	RESUMO PROFISSIONAL
L1	25	8º	Não possui experiência profissional como docente, apenas estágio supervisionado. Não possui outra graduação.
L2	21	8º	Possui experiência profissional como docente no Ensino Fundamental Anos Iniciais por cerca de um ano. Possui formação em Ensino Normal (Magistério).
L3	22	8º	Possui experiência profissional como docente no Ensino Fundamental Anos Iniciais por cerca de um ano. Possui formação em Ensino Normal (Magistério).
L4	24	8º	Possui experiência profissional como docente no Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio por cerca de dois anos. Possui graduação em Licenciatura em Pedagogia.
L5	29	8º	Não possui experiência profissional como docente, apenas estágio supervisionado. Possui formação em Ensino Normal (Magistério).
L6	22	7º	Não possui experiência profissional como docente, apenas estágio supervisionado. Possui formação em Ensino Normal (Magistério).

Fonte: Produção própria.

A construção da codificação baseou-se na letra L = licenciando; seguido do número de 1 a 6 em ordem crescente de resposta ao formulário de investigação (Apêndice B). O fato de haver número expressivo de participantes com formação em curso normal, quatro ao todo, está associado à cidade de Cornélio Procopio possuir uma das poucas instituições de ensino pública estadual, Colégio Estadual Cristo Rei, que oferece o antigo curso de Magistério, Curso Normal, concomitante ao Ensino Médio Regular. Por esse motivo, parte considerável dos alunos que se

formam no Magistério ingressam no curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, campus Cornélio Procópio.

7.4. A ação formativa

A ação formativa intitulada “O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula”, conforme já relatado, aconteceu de forma virtual através da plataforma Google Meet, por motivos pessoais de saúde da professora regente. Foi dividido por encontros semanais, cada encontro correspondeu a 2 horas-aula, acontecendo dois encontros semanais (4 horas-aula por semana). A ação formativa aconteceu no período de 15/09/2022 e 12/12/2022, previa ao todo 18 encontros (36 horas-aula), como a disciplina prevê 34 horas-aula de atividades teóricas presenciais e 34 horas-aula de atividades práticas, foram disponibilizados para ação 13 encontros presenciais (26 horas-aula das 34 horas-aula presenciais da disciplina) para discussões teórico-práticas e 5 encontros assíncronos (10 horas-aula das 34 horas-aula de atividades práticas) para (re)elaborações de propostas de ensino.

O Quadro 2 apresenta o cronograma com a data de ocorrência de cada encontro juntamente com a denominação de cada um em virtude de seus objetivos.

Quadro 2 - Cronograma de ocorrência dos encontros

DATA	ENCONTRO
15/09/2022	1º Encontro: Apresentações – esclarecimentos e consenso
21/09/2022	2º Encontro: Algumas compreensões
22/09/2022	3º Encontro: Resolvendo problemas – (des)caracterizações e estratégias de resolução.
28/09/2022	4º Encontro: Definindo um problema e etapas do processo – o problema e o processo de resolução.
29/09/2022	5º Encontro: Abordagens da resolução de problemas – o ensino sobre/para/via.
05/10/2022 Assíncrono	6º Encontro: O ensino via Resolução de Problemas – as cinco ações de Proença (2018).
06/10/2022 Assíncrono	7º Encontro: O ensino via Resolução de Problemas – as cinco ações de Proença (2018).
19/10/2022	8º Encontro: O ensino via Resolução de Problemas – as ações de Proença (2018)
20/10/2022	9º Encontro: O ensino via Resolução de Problemas – as ações de Proença (2018)
03/11/2022 Assíncrono	10º Encontro: Dando continuidade – a organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas de Proença (2021).
04/11/2022	11º Encontro: Dando continuidade – a organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas de Proença (2021).
09/11/2022	12º Encontro: Mãos à obra – elaborando proposta de ensino de Matemática para a Educação Básica
10/11/2022 Assíncrono	13º Encontro: Mãos à obra – elaborando proposta de ensino de Matemática para a Educação Básica.
23/11/2022	14º Encontro: Hora de comunicar – apresentação, discussão e apontamentos sobre as propostas elaboradas.
24/11/2022	15º Encontro: Hora de comunicar – apresentação, discussão e apontamentos sobre as propostas elaboradas.

07/12/2022 <i>Assíncrono</i>	16º Encontro: Fechamento – sintetizando o que foi discutido e construído.
08/12/2022	17º Encontro: Fechamento – sintetizando o que foi discutido e construído
12/10/2022	18º Encontro: Fechamento – compreendendo todo o processo.

Fonte: Produção própria.

Como a disciplina ocorre concomitante ao Estágio Supervisionado, onde cada participante possui um professor orientador, com linhas de pesquisa específicas, não foi requisitado a exclusividade do emprego da proposta desenvolvida na ação formativa nas práticas de estágio, sendo facultativo ao participante e seu orientado a implementação ou não, porém não houve adesões e as propostas elaboradas foram apenas apresentadas, discutidas e refletidas entre participantes e o pesquisador.

Sequentemente será apresentado um resumo detalhado das ações desenvolvidas durante cada encontro.

7.5. Detalhes da proposta e acontecimentos de cada encontro

1º Encontro: Apresentações – esclarecimentos, consenso

No primeiro encontro, foi estabelecido contato com os licenciandos; o pesquisador se apresentou e apresentou a proposta de ação formativa, o cronograma de atividades e leu o TCLE (Apêndice A), informou os procedimentos de coleta de dados, os riscos e benefícios, a confidencialidade e a possibilidade de recusa em participar a qualquer momento que o julgar necessário. Notou-se que parte dos licenciandos ficaram tensos ao terem contato com a organização da ação, pois segundo alguns relatos anotados no diário, não sabiam que a resolução de problemas teria tanta coisa para ser discutida. Porém, houve aceitação de todos em participar da pesquisa.

Após a etapa de esclarecimentos e consenso, de acordo Vale (1997) foi “necessário obter informações sobre o que os futuros professores sabem, acreditam, e sentem acerca da Matemática e do seu ensino e, em particular, *sobre* resolução de problemas”, pré-formativas, por isso foi enviado link contendo um formulário investigativo com questões abertas, (Apêndice B). O objetivo era investigar os conhecimentos prévios dos participantes em relação às suas experiências com a resolução de problemas enquanto alunos.

O professor pesquisador acompanhou a todo tempo o preenchimento do questionário, sanando algumas dúvidas e certificando de que todas as informações seriam fornecidas. Após

o preenchimento do formulário, foi explicado como funcionaria o processo de sigilo de dados através da codificação e que a partir daquele momento todas as informações geradas seriam codificadas, encerrando assim o encontro.

2º Encontro: Algumas compreensões

Subsequente, no 2º encontro, foi enviado via e-mail e apresentado na tela o Questionário I (Apêndice C), contendo questões abertas com o objetivo de investigar conhecimentos, dificuldades e habilidades dos participantes perante a resolução de problemas, todos baseados em suas crenças enquanto alunos, visto que nenhuma informação a respeito havia sido discutida anteriormente. O objetivo foi discutir sobre pontos importantes do encontro, tais como: a natureza e classificação dos problemas; a constituição de um processo de resolução de problemas; o momento e objetivos em que a resolução de problemas possibilita ser implementada; a identificação dos conteúdos ou conceitos envolvidos.

Ao findar do acompanhamento e preenchimento, o pesquisador conduziu uma breve discussão com os participantes, a certo ponto assemelhando-se a uma entrevista informal, pois “é o menos estruturado possível e só se distingue da simples conversação porque tem como objetivo básico a coleta de dados” (Gil, 2017, p. 111), partes ou o todo de algumas respostas eram apresentadas aos participantes e discutidas até que todos chegassem a um consenso de resposta ou definição.

3º Encontro: Resolvendo problemas – (des)caracterizações e estratégias de resolução

No terceiro encontro, foi requisitado que os participantes resolvessem de diferentes maneiras duas situações de matemática enviadas por e-mail através de Questionário II (Apêndice D), utilizando distintas estratégias, detalhando passo-a-passo todas as propriedades, conceitos e princípios aplicados. Para Vale (1993), é relevante que os futuros professores resolvam problemas diversos e sejam apresentados a ambientes que simulem as mesmas atividades e experiências que deverão propor aos seus futuros alunos. Para Proença (2016, p 33), “não basta apenas conhecer sobre resolução de problemas como abordagem de ensino, mas também em se ter domínio/conhecimento da Matemática que pode ser utilizada”. Para Marcatto (2023, p. 4), é importante a implementação de práticas no âmbito de formação de professores a partir de uma perspectiva socioconstrutivista, pois “[...][revelam] ferramentas importantes para

tornarem visíveis a forma como os alunos raciocinam, suas compreensões conceitual, de se envolver em discussões sobre ideias matemáticas”.

Além de abarcar os apontamentos de ambos, Vale (1993), Proença (2016) e Marcatto (2023), os questionamentos de modo geral visavam investigar alguns aspectos associados ao conhecimento matemático e ao conhecimento pedagógico. De modo intrínseco, também era objetivado investigar alguns aspectos do conhecimento da Resolução de Problemas.

Subsequente, foi estabelecida, uma discussão a fim de refletir sobre as distintas estratégias de resolução, distintos caminhos para se chegar a uma mesma solução, e determinar um denominador comum para a definição de problema e de etapas da resolução de problemas, com base tanto no Questionário I (Apêndice C) quanto no Questionário II (Apêndice D).

4º Encontro: Definindo um problema e etapas do processo – o problema e o processo de resolução

No quarto encontro, foram apresentadas as definições estabelecidas pelos participantes no 3º encontro, sequentemente, foram projetados a definição formal de um problema e as etapas de resolução, as quais são consideradas nos estudos desenvolvidos no Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM), sendo que:

[...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto de uma fórmula ou regra conhecidas – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício” (Proença, 2018, p. 17-18).

Durante o processo de resolução de problemas, os alunos desempenham ações que culminam em etapas, para Proença (2018) são: Representação, Planejamento, Execução e Monitoramento. As quais mobilizam os conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental.

Após a discussão teórica sobre as etapas de resolução e os conhecimentos envolvidos, os participantes foram conduzidos a olharem para suas resoluções, do 3º encontro (Apêndice D) e identificassem as etapas e conhecimentos mobilizados por eles a fim de que reconhecessem e justificassem suas características e importância no processo.

5º Encontro: Abordagens da resolução de problemas – o ensino sobre/para/via

No quinto encontro, recorremos aos Questionários I (Apêndice C) e II (Apêndice D) com objetivo de analisar se os participantes vislumbram o uso dos problemas como ponto de partida para o ensino de Matemática – ensino *via* resolução de problemas, ou se concebem o problema como possibilidade sequencial de aplicação da matemática aprendida – ensino *para* resolução de problemas.

Esse encontro se pautou na discussão teórica das abordagens da resolução de problemas no currículo escolar – sobre, para e via – baseando-se em Schroeder e Lester Junior (1989), Lester Junior e Mau (1993), Masingila e Lester Junior (2001) e Proença (2018). Foi enviado por e-mail e apresentado na tela aos participantes casos de ensino – simulações presentes no Questionário III (Apêndice E) para que identificassem as abordagens empregadas em cada caso e justificassem seus entendimentos quanto a potenciais e limitantes do ensino *via* e *para* resolução de problemas. Após um tempo acompanhando o preenchimento e sanando dúvidas eventuais, o professor com base nos entendimentos dos participantes, conduziu uma discussão atribuindo ênfase para a percepção do ensino *via* resolução de problemas e o que o diferencia das demais abordagens, sustentado por Proença (2018), no entanto, sem apresentar referenciais teóricos ou definições mais formais.

6º e 7º Encontros: O Ensino-Aprendizagem de Matemática *via* Resolução de Problemas – as cinco ações de Proença (2018)

Na semana de ocorrência do 6º e 7º encontros foram deixados que realizassem a leitura assíncrona do capítulo 3 do livro *Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula*, de Proença (2018), pois os participantes relataram que estavam sobrecarregados naquela semana com atividades do Estágio Supervisionado e contato com as escolas. Assim, foi sugerido pelo pesquisador estar presente na reunião *via* Google Meet para auxiliar com a leitura dirigida, porém não houve presentes e em acordo com os participantes todos se comprometeram a estarem presentes no encontro da semana seguinte para a discussão.

O capítulo 3, intitulado *Ensino-aprendizagem de Matemática *via* resolução de problemas: uma sequência de ações*, apresenta a proposta teórica de Proença (2018) para o auxílio de professores que queiram conduzir o ensino de conteúdos matemáticos *via* resolução de problemas, ou seja, tendo o problema como ponto de partida. As ações, conforme já mencionadas e descritas no referencial teórico, constam de: Escolha do problema; Introdução

do Problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias dos alunos; Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

8º e 9º Encontro: O ensino via Resolução de Problemas – as ações de Proença (2018)

No 8º e 9º encontros, foram discutidas as sequências de ações de auxílio do professor no ensino via resolução de problemas de Proença (2018) com base nas leituras dos participantes.

Nas discussões acerca da ação de *Escolha do problema* foi atribuído pelo pesquisador forte destaque ao objetivo de ensino com o problema e previsões de estratégias, as informações linguísticas e semânticas presentes no contexto do problema, e a fatores cognitivos e não-cognitivos dos alunos que podem afetar a resolução do problema, com um problema que possui uma única estratégia de resolução, preservando a crença de que há uma única forma de fazer matemática, ou informações dúbias, que dificultariam o entendimento. Até mesmo, problemas com uma linguagem ou contexto muito rebuscado que desmotive a resolução dos alunos e impossibilitem a articulação entre o conhecimento prévio e o novo.

Nas discussões sobre a *Etapa de introdução do problema*, foi atribuído destaque a organização da sala de aula e ao trabalho em pequenos grupos, sinalizando o papel do professor que é circular pelos grupos orientando e mediando as interações e posições dos alunos

Nas discussões sobre o *Auxílio aos alunos durante a resolução*, foi atribuída ênfase na elaboração de questionamentos desafiadores e na ajuda a trazer à tona possíveis estratégias e ou chamar a atenção para pontos importantes levantados nas estratégias dos alunos. Salientando que tais pontos referem-se aos conhecimentos estudados no 3º encontro, associados às etapas de resolução, por isso devem ser observadas dificuldades ou interpretações errôneas quanto aos aspectos linguísticos, semânticos, esquemáticos, estratégicos e procedimentais dos alunos.

Nas discussões sobre a *Discussão das estratégias dos alunos*, foi enfatizada a importância de socializar as resoluções como parte de um domínio intrínseco da Matemática que é a comunicação de resultados, relevante para os alunos enxergarem e ajudarem a enxergar seus erros ou erros dos colegas e indicarem possibilidades de reorganização e reavaliação da resolução.

Nas discussões sobre a Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo foi destacado a importância do professor ter domínio do conhecimento matemático e pedagógico do conteúdo, conceito ou procedimento objeto de ensino, pois possibilitará realizar uma articulação significativa entre a proposta dos alunos e a do professor.

Ao findar, foram apresentadas e discutidas com os participantes duas aplicações da abordagem de EAMvRP, a primeira em uma turma de 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, envolvendo um problema do contexto de área retangulares como ponto partida para o ensino de Equações de 2º grau e outra envolvendo o problema como ponto de partida para o ensino de conceitos da Matemática Financeira, acréscimos e decréscimos sucessivos, desenvolvida em uma turma de 3º ano do Ensino Médio. Ambas resolvidas e discutidas pelos alunos no Questionário II (Apêndice D) em encontros passados. Com esse encontro foi possível notar que os participantes estavam estabelecendo associação com a teoria que haviam tido contato na leitura do capítulo 3 e a prática apresentada e discutida através das aplicações.

10º e 11º Encontros: Dando continuidade – a organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas de Proença (2021)

No 10º encontro, com base nas discussões sobre o EAMvRP do encontro anterior, foi apresentada uma possibilidade de continuidade do ensino para a sucessão da ação de *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*. Para tanto, foi solicitado que realizassem a leitura assíncrona do artigo de Proença (2021) intitulado *Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos*, pois os participantes haviam realizado uma avaliação de outra disciplina naquela noite e afirmaram que não seriam capazes de realizar uma leitura adequada do texto presencialmente. Foi solicitado que buscassem articular as construções estabelecidas no encontro anterior para auxiliar nas discussões sobre as etapas determinadas para a organização do ensino: Uso do problema como ponto de partida (Proença, 2018); Formação do conceito; Definição do conteúdo; Aplicação em novos problemas.

No dia seguinte, 11º encontro, para exemplificação prática, foi considerada uma das situações já resolvidas pelos participantes e discutida como possibilidade de aplicação da abordagem de EAMvRP, envolvendo o contexto de área retangulares como ponto partida para o ensino de Equações de 2º grau, presente no Questionário II (Apêndice D). Partindo de tal situação, foram discutidas e planejadas as três últimas etapas de organização do ensino de Proença (2021): *Formação do Conceito*; *Definição do Conteúdo*; e *Aplicação em novos problemas*. Assim, ao final do encontro os participantes demonstraram compreender uma possibilidade de aplicação prática da teoria lida e discutida sobre Proença (2021). Alguns participantes relataram que não imaginavam que seria ou que teria mais ações para o professor realizar após ter abordado o problema como ponto de partida para o ensino.

12º e 13º Encontros: Mãos à obra – elaborando proposta de ensino de Matemática para a Educação Básica

Os 12º e 13º encontros foram destinados à elaboração da proposta de organização do ensino em meia a resolução de problemas (Proença, 2021) por parte dos participantes. No 12º encontro, foi solicitado aos participantes que elaborassem uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas, de acordo com Proença (2021). A elaboração da proposta deveria seguir as ações e etapas apresentadas pelo referencial teórico (Proença, 2018; 2021), levando em consideração as discussões e reflexões teórico-práticas desenvolvidas ao longo dos encontros anteriores, bem como a revisão e análise das atividades anteriormente desenvolvidas (Apêndices B, C, D, E) e considerar os conteúdos atrelados ao ano/nível escolar que fazem a observação. Para tanto, foi disponibilizado um modelo para a elaboração da proposta com alguns apontamentos, Apêndice F. Tal modelo foi apresentado e justificado item por item pelo pesquisador, salientado o que a proposta deveria abarcar.

O 13º encontro ocorreu de modo assíncrono, o pesquisador se manteve presente na reunião via Google Meet para orientar, fornecer materiais curriculares necessários (livros, apostilas, documentos oficiais, artigos, etc.) e aporte tecnológico para a elaboração das propostas de ensino, mas os participantes por estarem em uma semana com diversas atividades referente ao Estágio Supervisionado e avaliações de outras disciplinas, optaram por não acessarem a reunião, ficando estipulado um prazo para envio de prévias da proposta via e-mail e data de apresentação e discussão.

14º e 15º Encontros: Hora de comunicar – apresentação, discussão e apontamentos sobre as propostas elaboradas

Os 14º e 15º encontros foram destinados à apresentação e discussão. O objetivo foi que eles apresentassem os detalhes da proposta e descrevessem como procederiam em uma sala de aula. Os participantes foram divididos em dois grupos, sendo três apresentações em cada encontro. Eles se mostraram engajados em uma apresentação detalhada, pois: no caráter individual, os elaboradores das propostas refletiram sobre suas próprias crenças, concepções, conhecimentos e experiências; coletivamente, foi possível que os colegas compreendessem as

angústias, desafios, dificuldades e possibilidades, tecessem comentários, questionamentos e sugestões que possibilitaram reorganizações das propostas, contribuindo para o desenvolvimento profissional conforme apontado por pesquisadores como Ball e Cohen (1999), Smith (2001) e Imbernón (2010).

Em ambos os encontros, o que fora mais relatado e anotado no diário de campo foi a dificuldade de estabelecer a conexão entre o problema com ponto de partida e a formação do conceito, por outro lado notou-se que os alunos compreenderam como finalizar tal organização utilizando os problemas na perspectiva do sobre e para na etapa de aplicação em novos problemas.

16º e 17º Encontros: Fechamento – sintetizando o que foi discutido e construído

No 16º encontro, os participantes tiveram disponível de modo assíncrono para readequarem as propostas diante das discussões ocorridas nos encontros anteriores de comunicação. No 17º encontro, foram questionados quanto a possíveis dúvidas acerca dessas readequações ou de toda teoria discutida. Ao fim, foi discutido com os participantes uma síntese das compreensões individuais e então debatida coletivamente. Foi também discutido sobre o próximo encontro, as possíveis indagações que seriam feitas na entrevista e organizado a ordem dos entrevistados.

18º Encontro: Fechamento – compreendendo todo o processo

Ao fim, no último encontro, os participantes participaram de uma entrevista individual onde responderam ao Questionário IV (Apêndice G), contendo questões relacionadas aos cerne de cada encontro, a saber: problemas; o processo de resolução e elaboração de problemas; abordagens da resolução de problemas (sobre, para e via); ações da sequência de Proença (2018); etapas da organização do ensino de Proença (2021); e questões abertas específicas às propostas de ensino. O objetivo era coletar dados que possibilitassem confrontar e avaliar os conhecimentos prévios dos participantes com os conhecimentos construídos após a ação formativa e identificar as possibilidades que emergiram da formação para o desenvolvimento profissional dos futuros professores em relação a aspectos do conhecimento matemático e de resolução de problemas.

7.6. Síntese dos encontros com os objetivos e instrumentos de coleta de dados

Na sequência, no Quadro 3 é apresentado uma síntese dos encontros, com seus respectivos objetivos, materiais e métodos de coleta de dados.

Quadro 3 - Síntese dos encontros enquanto objetivo e instrumentos de coleta de dados

Encontro	Objetivo	Instrumentos de coleta de dados
1º Encontro	Investigar os conhecimentos prévios dos participantes em relação às suas experiências com a resolução de problemas enquanto alunos	Questionário de Identificação (Apêndice B) Gravações e anotações no diário de campo
2º Encontro	Investigar conhecimentos, dificuldades e capacidades dos participantes perante a resolução de problemas	Questionário I (Apêndice C) Gravações e anotações no diário de campo
3º Encontro	Investigar alguns dos domínios do conhecimento matemático e pedagógico associados ao conhecimento sobre resolução de problemas ao resolver problemas, determinar uma definição de problema e etapas de resolução na perspectiva dos participantes	Questionário II (Apêndice D) Gravações e anotações no diário de campo
4º Encontro	Definir formalmente um problema e as etapas de resolução para que os participantes, em suas definições pessoais, reconheçam-nas, justifiquem suas características e importância no processo de resolução de problemas	Questionário II (Apêndice D) Gravações e anotações no diário de campo
5º Encontro	Analisar se os participantes vislumbram o uso do problema como ponto de partida para o ensino de Matemática – ensino via resolução de problemas, ou se concebem o problema como possibilidade sequencial de aplicação da matemática aprendida – ensino para resolução de problemas e as possibilidades e limitações de cada abordagem.	Questionário I (Apêndice C) Questionário II (Apêndice D) Questionário III (Apêndice E) Gravações e anotações no diário de campo
6º e 7º Encontros	Fomentar nos participantes a leitura reflexiva e síntese acerca das principais ideias e aspectos dos tópicos abordados no capítulo 3, intitulado Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas de Proença (2018)	Assíncrono
8º e 9º Encontros	Discutir a sequência de ações de Proença (2018) com base nos fichamentos dos participantes e em dois relatos de experiência de aplicação da abordagem de EAMvRP.	Gravações e anotações no diário de campo
10º e 11º Encontros	Fomentar nos participantes a leitura reflexiva e síntese acerca das principais ideias e aspectos dos tópicos abordados no artigo de Proença (2021) intitulado Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos de Proença (2021)	Gravações e anotações no diário de campo
12º e 13º Encontros	Fomentar a elaboração de uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas, de acordo com Proença (2021) por parte dos participantes e a descrição das escolhas e procedimento em cada uma das ações ou etapas	Modelo para proposta (Apêndice F) Gravações e anotações no diário de campo

14º e 15º Encontros	Solicitar a apresentação e detalhamento da proposta e da condução do ensino embasado em Proença (2018) ou Proença (2021)	Gravações e anotações no diário de campo
16º e 17º Encontros	Refletir sobre as possibilidades de reorganização das propostas com base nas discussões e sanar eventuais dúvidas sobre todo o percurso feito	Gravações e anotações no diário de campo
18º Encontro	Investigar os conhecimentos prévios dos participantes com os conhecimentos construídos após a formação e identificar as possibilidades que contribuíram para o desenvolvimento profissional dos futuros professores.	Gravações e anotações no diário de campo Questionário IV (Apêndice G)

Fonte: Autoria própria

Todos os encontros foram gravados e posteriormente transcritos, do mesmo modo o pesquisador utilizou-se do diário de campo para registrar observações de fenômenos, episódios, diálogos entre os participantes, reflexões e impressões diárias do pesquisador e comentários pertinentes (Fiorentini; Lorenzato, 2012).

7.7. Os instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos de coleta de dados consistiram em formulário e questionários, transcrições audiovisuais, anotações no diário de campo e entrevistas. Formulários embora sejam aplicados com maior constância em pesquisas de natureza qualitativa, neste cenário não findaram em quantificar os dados, mas sim analisar o discurso escrito dos participantes. A elaboração do Formulário investigativo (Apêndice B) baseou-se em Marconi e Lakatos (2021), para tais, o formulário é um dos instrumentos essenciais para a investigação social, obtendo informações diretas do entrevistado como idade, formação profissional e entendimentos de acontecimentos sociais.

Nos Questionários I, II e III (Apêndices C, D, E), utilizados na investigação, ficam evidentes a organização dos questionamentos, pois segundo Marconi e Lakatos (2021), são instrumentos constituídos por uma série ordenada de perguntas, selecionadas e organizadas levando em consideração os tipos, a ordem e os grupos de perguntas. Para Vieira (2009), questionários visam obter informações sobre fatos, opiniões, atitudes, crenças e conhecimentos. Para Fiorentini e Lorenzato (2012), questionários com questões abertas, conforme os empregados nesta pesquisa, são ideais para coletar informações qualitativas, podendo tais serem agrupadas com maior facilidade em categorias.

A Transcrição audiovisual dos encontros é a maior fonte de recolha de dados desta pesquisa. Para Ratcliff (2003), embora a análise do vídeo possa demorar mais tempo do que a

análise apenas das notas de campo ou da informação áudio, os dados gerados da gravação em vídeo contém uma quantidade incrível de informações com o máximo de detalhes possíveis do comportamento e atividades dos participantes. Ao transcrever as gravações audiovisuais é possível, segundo Powell, Francisco e Maher (2004), visualizar os dados tantas vezes quanto necessárias antes de identificar eventos críticos, momentos significativos, e descartar outros pouco relevantes.

A recorrência pelo Diário de campo durante as aulas presenciais vai ao encontro de Fiorentini e Lorenzato (2012) no sentido de que é um instrumento onde o pesquisador registra observações descritivas sobre os participantes e o cenário, episódios ou diálogos importantes, gestos, expressões verbais e faciais, atitudes, dificuldades e incertezas. Embora seja margeado pela subjetividade do pesquisador, visto comentários, impressões e reflexões pessoais sobre o observável o diário de campo serve como um importante complemento dos questionários.

A recorrência por uma entrevista (Apêndice G) se deu, pois, segundo Vieira (2009), ela busca revelar informações que só podem ser obtidas a partir da conversa direta com o participante. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), a entrevista serve para aprofundar os estudos, complementando os dados obtidos a partir de outros instrumentos, como por exemplo formulários e questionários, ajuda principalmente na obtenção de dados de participantes que têm dificuldades de expressar por escrito suas crenças e concepções. Quando de caráter semiestruturado conforme utilizado nesta pesquisa, é organizada a partir de um roteiro de pontos que servem de guia ao passo que vão sendo contemplados ou melhor explorados durante o diálogo. Esses pontos, considerado importantes para a pesquisa podem ter sua ordem alterada ou até formulada novas questões em prol da melhor qualidade dos dados, porém de uma forma cautelar sem que o pesquisador influencie as respostas (Vieira, 2009; Fiorentini; Lorenzato, 2012; Gil, 2017).

7.8. Os procedimentos de análise dos dados

A seguir, justifica-se o fato de que o procedimento de análise de dados tenha sido sustentado à luz da Análise de Conteúdo (AC). A AC “atualmente compreendida muito mais como um conjunto de técnicas” (Minayo, 2016, p. 74) as quais Bardin (2016) integralmente define como:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos

relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (Bardin, 2016, p. 48).

Para Bardin (2016), trata-se de algo empírico à condução e interpretação que se pretende como objetivo, sem forma pronta, apenas algumas regras basilares, “por vezes dificilmente transponíveis. A técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objetivo pretendidos tem de ser reinventada a cada momento” (Bardin, 2016, p. 36). A AC possui duas funções: a primeira, a função heurística (Bardin, 2016) ou à descoberta do que está por trás dos conteúdos manifestos (Minayo, 2016), trata-se claramente de explorar o conteúdo para além do que é comunicado, de descobrir novos elementos (Gaspi; Maron; Magalhães Júnior, 2021, p. 288); a segunda, administração da prova (Bardin, 2016) ou verificação de hipóteses e/ou questões (Minayo, 2016), trata-se de encontrar resposta ou confirmação para as hipóteses estabelecidas antes ou para questões formuladas durante a investigação. O processo de emprego da AC nas investigações qualitativas ocorre a partir de três etapas as quais procurou-se seguir: a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação (Bardin, 2016; Minayo, 2016).

No contexto da pré-análise, foram definidos *a priori* quatro eixos de análise, sendo: Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas; Conhecimento elementar sobre resolução de problemas; Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas; Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas.

No Quadro 4, é apresentada a seção do corpus em que cada eixo supracitado encontra-se fixado.

Quadro 4 – Descrição da seção do corpus em que os eixos encontram-se fixados

Eixo	Descrição da seção
Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas	A seção do corpus que define esse eixo são os dados escritos oriundos do formulário de investigação apresentado no encontro 1, referente a conhecimentos acerca do ensino-aprendizagem de Matemática e da resolução de problemas enquanto alunos.
Conhecimento elementar sobre resolução de problemas	A seção do corpus que define esse eixo são os dados escritos oriundos das gravações, formulário e questionários envolvidos nos encontros 2 ao 5, referentes a conhecimentos, crenças e atitudes elementares dos participantes sobre problema e resolução de problemas.
Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas	A seção do corpus que define esse eixo são os dados escritos oriundos das gravações e questionários envolvidos nos encontros 5 ao 9, referentes à compreensão das diferentes formas de abordar a resolução de problemas, suas potencialidades e limitações, assim como o EAMvRP (Proença, 2018).
Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas	A seção do corpus que define esse eixo são os dados escritos oriundos das gravações, questionários e elaboração das propostas de ensino envolvidos nos encontros 10 ao 18, referentes ao emprego do EAMvRP (Proença, 2018) e da

	organização do ensino conceitual de matemática em meio a resolução de problemas (Proença, 2021).
--	--

Fonte: Autoria própria

Para o primeiro eixo foram estabelecidos temas de análise *a posteriori*, entretanto para os três últimos eixos foram estabelecidos, *a priori*, temas de análise baseados na articulação entre os modelos apresentados nos referenciais teóricos (Ball; Thames; Phelps, 2008; Chapman, 2014; 2015; 2016; Foster; Wake; Swan, 2014; Carrillo *et al.*, 2018; Proença, 2018; 2021; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2020). Na Figura 9, é apresentado a organização dos eixos e temas analíticos da pesquisa.

Figura 9 – Organização dos eixos e categorias de análise

EIXOS	TEMAS	CATEGORIAS	CORPUS
Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas	Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno	5 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]	Encontro 1 Questionário de Identificação (APÊNDICE B)
	Resolução de Problemas enquanto aluno	8 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]	
Conhecimento elementar sobre resolução de problemas	Características de problemas	9 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]	Transcrição dos encontros 2 ao 11 Questionário I (APÊNDICE C)
	Características da Resolução de problemas	20 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]; [10]; [11]; [12]; [13]; [14]; [15]; [16]; [17]; [18]; [19]; [20]	
Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas	Práticas de resolução de problemas	8 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]	Questionário II (APÊNDICE D) Questionário III (APÊNDICE E)
	Alunos no ambiente de resolução de problemas	18 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]; [10]; [11]; [12]; [13]; [14]; [15]; [16]; [17]; [18]	
Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas	Para o ensino-aprendizagem via resolução de problemas	25 Categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]; [10]; [11]; [12]; [13]; [14]; [15]; [16]; [17]; [18]; [19]; [20]; [21]; [22]; [23]; [24]; [25]	Transcrição dos encontros 12 ao 18 Propostas (APÊNDICE F) Questionário IV (APÊNDICE G)
	Para a conexão da resolução de problemas	15 categorias [1]; [2]; [3]; [4]; [5]; [6]; [7]; [8]; [9]; [10]; [11]; [12]; [13]; [14]; [15]	

Fonte: Elaboração própria.

O processo de definição das categorias levou em consideração algumas regras referenciadas em Bardin (2016) e Franco (2016), sendo considerada a exclusão mútua para que se mantivesse a homogeneidade, sem ambiguidades entre unidades de registro, fazendo com que pudessem ser classificadas em categorias distintas; a pertinência, levando em consideração a definição do quadro teórico apresentado e adaptação ao *corpus* e intenções da investigação; e a da produtividade, visto que levou-se em consideração o fornecimento de resultados mais férteis quanto às inferências, hipóteses novas e aprofundamentos teóricos.

Após a pré-análise, estabeleceu-se a exploração do material onde houve a seleção das unidades de análise, subdivididas em unidades de contexto de registros (Gaspi; Maron; Magalhães Júnior, 2021). As unidades de contexto, como representantes do ambiente ou local em que as representações são embasadas, nesse caso: enquanto alunos da Educação Básica e durante a Formação Inicial. Já as unidades de registro foram baseadas em palavras/temas que possuem características definidoras de cada respectiva categoria (Franco, 2005; Bardin, 2016; Gaspi; Maron; Magalhães Júnior, 2021). A identificação das unidades de registros foram cruciais para a inferência e a interpretação das mensagens por trás das representações textuais dos participantes (Bardin, 2016; Minayo, 2016).

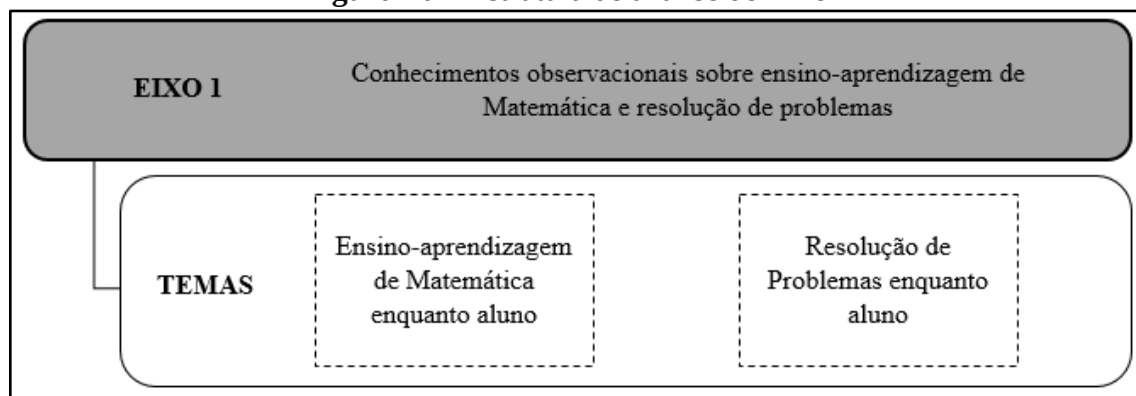
8. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados e discussões dos dados é baseados nos registros e transcritos ao longo da formação e apresentada respeitando a ordem dos eixos temáticos e seus respectivos temas: (1) Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas; (2) Conhecimento elementar sobre resolução de problemas; (3) Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas; (4) Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas.

8.1. Eixo 1: Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas

Conforme apresentado na Figura 10, nesse eixo serão analisados os temas: Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno; Resolução de Problemas enquanto aluno.

Figura 10 – Estrutura de análise do Eixo 1



Fonte: Elaboração própria.

Os dados a serem analisados são oriundos das respostas dos participantes ao Questionário de Identificação (Apêndice B). Nele os participantes deveriam responder: Ao serem questionados sobre como eram suas aulas de Matemática na Educação Básica? Como você esperava que deveria ser uma aula de Matemática na Educação Básica? Você se recorda de alguma experiência ou vivência onde o professor utilizou a resolução de problemas como estratégia de ensino? Você acha importante utilizar a resolução de problemas para ensinar Matemática?

8.1.1. Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno

Com relação a categoria Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno, no Quadro 5 é apresentado as unidades de registro e as categorias oriundas do tema Enquanto alunos da Educação Básica.

Quadro 5 – Unidades de registro e categorias do tema: Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[1] minhas aulas eram mais tradicionais sem muitos recursos diferenciados. Os professores conduziam as aulas de forma a passar para os alunos os conteúdos que iriam necessitar para obter a formação, [2] mesmo sendo tradicional eram enriquecedoras e [3] todos os meus professores me proporcionaram um bom ensino [2] sempre me motivaram a querer sempre estudar e ganhar mais conhecimento. Para mim as aulas eram ótimas e sempre tive motivação [...] creio que os professores poderiam ter [5] trazido alguns conteúdos de forma mais atrativa, com recursos diferenciados, poderiam ser coisas simples, como atividades mais dinâmicas que envolvessem todos os alunos.	[1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade; [2] Enriquecedor/motivação/não cansativo; [3] Bom ensino/boa articulação/conhecimento; [5] Atrativo/dinâmico/didático/contextualizada;
L2	[1] Minhas aulas eram mais tradicionais, cópia do conteúdo no quadro e resolução de exercícios. Para mim a aula de matemática [4] deveria ser mais contextualizada, visto que é um componente importante para lidar com coisas do dia-a-dia, ter mais aplicações e não ficar somente [1] presa a fórmulas e resolução de exercícios repetitivos.	[1] Tradicional; [4] Atrativo/dinâmico/didático/contextualizada;
L3	[1] As aulas eram bem tradicionais, seguiam o ciclo conteúdo-exemplos-exercícios. Mas como [4] eu gostava da disciplina, eu me adaptava bem a essa rotina. Porém, acredito que [5] aulas mais dinâmicas e contextualizadas com o meio em que cada aluno está inserido motiva os alunos e dá sentido aos saberes aprendidos.	[1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade; [4] Não importava/não tinha dificuldade/gostava; [5] Atrativo/dinâmico/didático/contextualizada;
L4	[4] Sinceramente, meus professores de matemática, eram muito bons e tinham um conhecimento enorme. Eles tinham aquele [1] sistema monótono de ensino, [2] porém não era cansativo, pois eles [3] sabiam articular com a sala de modo que [1] todos conseguiram entender naquele momento e realizar as tarefas propostas [...] nós só adquiríamos informação de um único modo. O modo de só receber informação.	[1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade; [2] Enriquecedor/motivação/não cansativo; [3] Bom ensino/boa articulação/conhecimento; [4] Não importava/não tinha dificuldade/gostava;
L5	[...] era mais aquela [1] aula tradicional, onde professor utilizava a lousa e explicava o conteúdo, [4] eu não me importava muito com essa forma, mas era mais difícil de aprender [...] Por isso eu penso que as [5] aulas de matemática, ao apresentar o conteúdo deveriam explicar de alguma forma mais didática, utilizar algum material didático, para o melhor entendimento do aluno.	[1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade; [4] Não importava/não tinha dificuldade/gostava; [5] Atrativo/dinâmico/didático/contextualizada;
L6	[1] [...] as aulas sempre foram expositivas e seguidas de exercícios, a realização de exercícios era sempre com perguntas diretas, exemplo: qual valor satisfaz a seguinte equação. Eu [4] nunca tive dificuldade e tinha o apoio da	[1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade;

	minha família para estudar e fazer as tarefas , mas lembro que muitos amigos achavam difícil. [...] a matemática nunca foi algo que eu odiei , como a maioria costumava falar, então mesmo com as aulas [1] sem muita criatividade [4] eu ainda gostava da disciplina .	[4] Não importava/não tinha dificuldade/gostava;
--	---	--

Fonte: Elaboração própria.

Nota-se nas unidades de registro que os conhecimentos observacionais dos participantes sobre o Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto alunos possibilitam ser categorizados como: [1] Tradicional/expositiva/monótona/sem criatividade; [2] Enriquecedor/motivação/não cansativo; [3] Bom ensino/boa articulação/conhecimento; [4] Não importava/não tinha dificuldade/gostava; [5] Atrativo/dinâmico /didático/contextualizada. Desses registros é possível perceber a notável associação da expressão Tradicional com fatores de caráter cognitivos e não-cognitivos denotando a influência central desses fatores na organização e mobilização dos conhecimentos sejam estritamente matemáticos (Carrillo *et al.*, 2018) sejam ao abordar especificamente a resolução de problemas (Chapman, 2014; 2015; 2016; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2020).

De maneira geral, todos afirmam terem contato com o modelo tradicional de abordagem de ensino e o define como o professor conduzir as aulas “de forma a passar para os alunos os conteúdos que iriam necessitar para obter a formação” (L1), “[...] onde professor utilizava a lousa e explicava o conteúdo” (L5). Após explicar o conteúdo é estabelecido a “[...] cópia do conteúdo no quadro e resolução de exercícios” (L2), sendo a etapa de resolução de exercícios “sempre com perguntas diretas, exemplo: qual valor satisfaz a seguinte equação” (L6) como um “sistema monótono de ensino [...] só adquiriríamos informação de um único modo [...] que todos conseguiam entender naquele momento e realizar as tarefas propostas” (L4) seguindo o “o ciclo conteúdo-exemplos-exercícios” (L3). Diante do exposto o conhecimento dos participantes sobre o ensino-aprendizagem de Matemática é de um ensino tradicional, monótono ou rotineira, centrada no papel do professor como transmissor e expositor do conteúdo através da fala ou da escrita na lousa; e no aluno, como sujeito passivo para memorizar/reter/copiar e reproduzir/repetir/imitar como cópia fiel os raciocínios e procedimentos expostos pelo professor ou pelos livros. Portanto, os participantes conhecem o conceito chamado de tradicional, baseado numa concepção simplista do professor como detentor de um conhecimento disciplinar pronto e acabado, sendo suficiente conhecer o conteúdo e saber transmiti-lo (Fiorentini, 1995; Pacheco; Flores, 1999; Tardif, 2010; Gautier, 2013).

Cabe ressalva quanto ao conhecimento dos participantes sobre o processo de ensino-aprendizagem tradicional baseado nas práticas de seus professores, ao demonstrarem afinidade

com tal abordagem, visto a diversidade de adjetivos favoráveis atribuídos às aulas, tais como: boas; ótimas; motivacionais; enriquecedoras. Esse reconhecimento possibilita corroborar com afirmações de pesquisadores sobre os conhecimentos observacionais oriundo das experiências, ideias e imagens que criam dos professores que viram atuar enquanto alunos adentrarem e prolongarem pelo processo de Formação Inicial e certamente influenciaram em menor ou maior grau sua compreensão e sua prática de ensino após formados (Pacheco; Flores 1999; Flores-Medrano *et al.*, 2014; Chapman, 2015; Carrillo *et al.*, 2018; Flores, 2018).

A justificativa para tal afinidade surge ao identificar associação a fatores cognitivos e não cognitivos. Para L1 “as aulas eram ótimas [...] enriquecedoras e todos os meus professores me proporcionaram um bom ensino, sempre me motivaram a querer sempre estudar e ganhar mais conhecimento”, corroborando com a prática dos professores, L4 destaca que “[...] meus professores de matemática, eram muito bons e tinham um conhecimento enorme [...] tinham aquele sistema monótono de ensino, porém não era cansativo, pois [...] todos conseguiam entender [...] e realizar as tarefas propostas”. Tanto L3 quanto L6 reforçam que não se incomodavam com tal método de ensino por fatores afetivos associados à disciplina, aos professores ou a família, “como eu gostava da disciplina, eu me adaptava bem a essa rotina” (L3), assim como “eu nunca tive dificuldade e tinha o apoio da minha família para estudar e fazer as tarefas, mesmo com as aulas sem muita criatividade, eu ainda gostava da disciplina” (L6).

Outro ponto está relacionado ao fator cognitivo já destacado por pesquisadores que trata-se da racionalidade técnica. Percebe-se nos registros de L1 e L4 a articulação de um bom professor ao fato de possuir um conhecimento enorme, mesmo que a demonstração de tal conhecimento estivesse diretamente associado aos alunos obterem êxito momentâneo na resolução das tarefas propostas. Nesse sentido, “bastaria ao professor 'passar' ou 'dar' aos alunos os conteúdos prontos e acabados” (Fiorentini, 1995, p. 7), transformando-se numa concepção simplista do professor como detentor de um conhecimento disciplinar pronto e acabado, sendo suficiente conhecê-lo para ensiná-lo. Essa crença permeada no conhecimento experiencial dos participantes sobre o processo de ensino-aprendizagem de Matemática restringe a profissão docente e a complexidade do ato de ensinar apenas ao conceito de que basta conhecer o conteúdo e saber transmiti-lo, contribuindo para uma formação inicial sustentada num ensino acadêmico de racionalidade técnica (Pacheco; Flores, 1999; Tardif, 2010; Gautier, 2013).

Entretanto, alguns participantes demonstraram-se favoráveis à experiências além do compreendido como tradicional, estabelecendo a recorrência a um ambiente de sala de aula

onde os conteúdos são apresentados de maneira atrativa e dinâmica, que envolvesse a participação dos alunos, contextualização ao dia-a-dia dos alunos, recursos/materiais didáticos, mais aplicações sem se prender às fórmulas e exercícios repetitivos atribuiriam sentido a aprendizagem ou sem se prender a lousa como única possibilidade de ensino (Mendes; Oliveira; Proença, 2024).

8.1.2. Resolução de Problemas enquanto aluno

Com relação à categoria Resolução de Problemas enquanto aluno, no Quadro 6 é apresentado unidades de registro e categorias oriundas do tema Enquanto alunos da Educação Básica.

Quadro 6 – Representações textuais e unidades de registro da categoria Resolução de Problemas enquanto aluno

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[1] Não me recorde de algum professor durante as aulas ter trabalhado com a resolução de problemas, mas [2] hoje eu acho importante, pois a utilização da resolução de problemas [3] fornece para o professor uma visão dos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo. E [6] para o aluno é muito importante, pois proporciona a capacidade de desenvolver o pensamento matemático.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [3] Visão dos conhecimentos prévios; [6] Desenvolver o pensamento matemático;
L2	[1] Meus professores não utilizaram a resolução de problemas, mas [2] considero importante utilizá-la, pois [4] através da resolução de problemas, conseguimos ver a matemática contextualizada em alguma situação e a partir disso podemos aproveitar e [5] colocar algumas temáticas relevantes juntamente com o conteúdo matemático. Além de [7] ter todo um processo de entender o que o problema está abordando e como chegar a uma resposta.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [4] Contextualização/sentido no dia-a-dia/correspondência/significado; [5] Implementar temáticas; [7] Processos;
L3	[1] Embora eu não tenha tido contado com a resolução de problemas na Educação Básica, eu [2] acredito que este método de aprendizagem é importante, pois [7] motiva os alunos a buscarem uma solução e faz com que eles [4] vejam sentido na matemática que aprendem na sala de aula, relacionando com seu dia-a-dia.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [7] Processos; [4] Contextualização/sentido no dia-a-dia/correspondência/significado;
L4	[1] Não, que eu me lembre nenhum professor trabalhou a resolução de problemas nas aulas. Porém, [2] considero ela [a resolução de problemas] é importante, pois a [4] matemática é uma área que precisa ser colocada em prática, não só fazer o exercício. Pois isso é muito vago, e [4] o aluno acaba não aprendendo de modo correto fazer a correspondência com o que [o conteúdo matemático] seria na prática.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [4] Contextualização/sentido no dia-a-dia/correspondência/significado;
L5	[1] Não me recorde dos professores utilizarem ela [a resolução de problemas] comigo. Sim, [2] acho importante, pois contribui para o processo de ensino e aprendizagem, [6] desenvolvendo o pensamento de matemática dos alunos e talvez [4] ajudando a entender o significado de algumas coisas.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [4] Contextualização/sentido no dia-a-dia/correspondência/significado;

		[6] Desenvolver o pensamento matemático;
L6	[1] Não me recordo de ver os professores utilizando a resolução de problemas. [2] Acho importante , pois ela [a resolução de problemas] [8] desperta o interesse do aluno em estudar a matemática , acredito que a resolução de problemas é uma forte aliada, tendo em vista que [4] tira a matemática daquela zona monótona de utilização apenas de números e expressões.	[1] Não utilizavam; [2] Importante; [8] Interesse em estudar;

Fonte: Elaboração própria.

Referente ao conhecimento observacional da Resolução de Problemas nas aulas de Matemática enquanto alunos, as unidades de registro apontam para as categorias: [1] Não utilizavam; [2] Importante; [3] Visão dos conhecimentos prévios; [4] Contextualização/sentido no dia-a-dia/correspondência/significado; [5] Implementar temáticas; [6] Desenvolver o pensamento matemático; [7] Processos; [8] Interesse em estudar. Diante de tais categorias, todos os seis participantes relataram que não se recordavam de algum professor ter empregado a resolução de problemas nas aulas ou que de fato não havia tido nenhum contato com a resolução de problemas e consideram importante abordá-la nas aulas. Nesse cenário, todo conhecimento sobre a Resolução de Problemas demonstrado está associado ao construído durante a Formação Inicial. Corroborando com constatações feitas por Mendes (2023), há um número considerável de participantes que vislumbram a resolução de problemas na abordagem para aplicação da matemática ensinada, divergindo da proposta da intervenção formativa. Entretanto, o foco inicial é apenas localizar o conhecimento prévio dos participantes quanto a essa temática. Nesse sentido, o conhecimento sobre Resolução de Problemas localiza-se a partir de dois pontos: contrapartida ao ensino tradicional; prática de ensino do professor e a aprendizagem do aluno.

Quanto ao primeiro ponto, a resolução de problemas “desperta o interesse do aluno em estudar a matemática, [...] tira a matemática daquela zona monótona de utilização apenas de números e expressões” (L6), “[...] pois a matemática é uma área que precisa ser colocada em prática, não só fazer o exercício, [...] isso é muito vago, e o aluno acaba não aprendendo [...] fazer a correspondência com o que [o conteúdo matemático] seria na prática” (L4), “ajudando a entender o significado de algumas coisas” (L5). Nota-se nos registros que a Resolução de Problemas se sobrepõe acima do ensino monótono de aplicação do conteúdo em exercícios o que torna a aprendizagem vaga entre o conteúdo e sua finalidade.

Quanto ao segundo ponto, aloca a Resolução de Problemas entre o professor e o aluno: para o professor, possibilita “[...] colocar algumas temáticas relevantes juntamente com o conteúdo matemático (L2) e fornece “uma visão dos conhecimentos prévios dos alunos em

relação ao conteúdo” (L1); para os alunos, “[possibilita] ver a matemática contextualizada em alguma situação [e] [...] todo um processo de entender o que o problema está abordando e como chegar a uma resposta” (L2), motiva a “buscarem uma solução e faz com que eles vejam sentido na matemática que aprendem na sala de aula, relacionando com seu dia-a-dia” (L3).

Em ambos os pontos, nota-se que o conhecimento sobre Resolução de Problemas está articulado a contextualização do conteúdo ensinado. De modo geral, apresenta-se como um conhecimento geral recorrente ao trato com problemas cotidianos sem a compreensão da possibilidade do uso do problema como ponto de partida (Mendes; Afonso; Proença, 2020). Do ponto de vista do aluno, conhecimentos observacionais dos participantes sobre a Resolução de Problemas apresentam características favoráveis quanto à mobilização de conhecimentos prévios em detrimento de novos, parcialmente, tais conhecimentos requisitados em etapas específicas do processo de resolução de problemas se assemelham ao conhecimento esquemático e o estratégico esperados para identificar o tipo de problema que se tem e as maneiras de se chegar na solução (Proença, 2018).

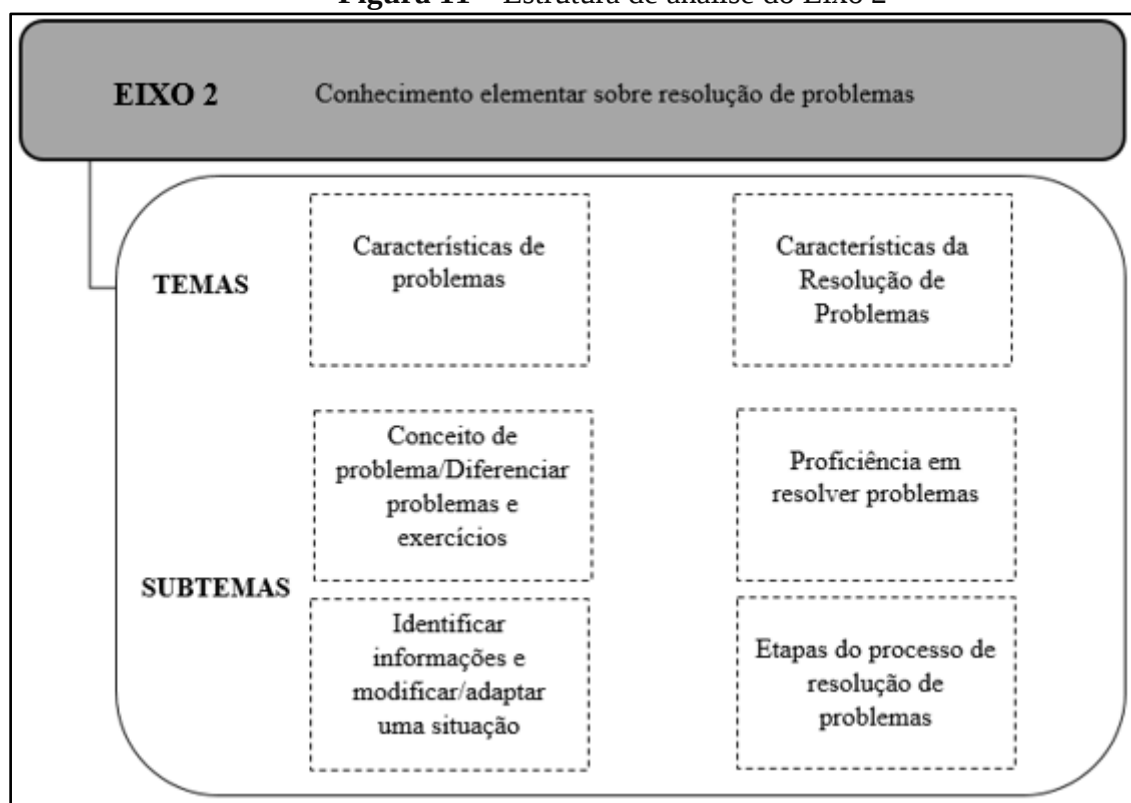
8.1.3. Síntese dos resultados após análise das categorias do Eixo 1: Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas

Em síntese, os conhecimentos dos participantes sobre o ensino-aprendizagem de matemática e a resolução de problemas baseado em suas experiências enquanto alunos consistiram em: aulas tradicionais, expositivas, tratando de apresentar aos alunos os conteúdos na lousa, explicar por exemplos, solicitar a cópia e resolver exercícios, seguindo o ciclo conteúdo-exemplo-exercícios, num sistema monótono de ensino de apenas receber informação e aplicá-la. Fato que não causava dificuldades, desmotivação ou insatisfação, principalmente por conta de fatores respectivamente afetivo e cognitivo com a disciplina e com os professores. Durante a Educação Básica não foram empregadas abordagens que utilizassem a resolução de problemas. Entretanto, reconhecem a importância, pois fornece ao professor uma visão dos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo; aos alunos proporciona desenvolver o pensamento matemático através do processo de entender o que o problema está abordando, como chegar a uma solução. De forma geral, atribui sentido à matemática, possibilitando associação com o dia a dia, correspondência e significação.

8.2. Eixo 2: Conhecimento elementar sobre resolução de problemas

Como Conhecimento elementar entende-se como construções de conceitos básicos e gerais baseados em experiências vivenciadas enquanto alunos do Ensino Superior, no curso de Formação Inicial. Conforme apresentado na Figura 11, nesse eixo serão analisados os temas: Características de problemas; Características da Resolução de Problemas.

Figura 11 – Estrutura de análise do Eixo 2



Fonte: Elaboração própria.

Os dados a serem analisados são oriundos das respostas dos participantes ao Questionários I (Apêndice C) e transcrição das discussões e reflexões durante os encontros 2 ao 4, cujos objetivos e dinâmicas foram supramencionados.

8.2.1. Características de Problemas

O tema Características de problemas foi dividido em dois subtemas: Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios; e Identificar informações e modificar/adaptar uma situação. O intuito é auxiliar a análise e interpretação das unidades de registro diante do referencial teórico.

8.2.1.1. Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios

No Quadro 7, são apresentada as unidades de registro e categorias referentes ao subtema Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios, extraídos a partir das respostas ao Questionário II (Apêndice D).

Quadro 7 – Unidades de registro e categorias do subtema Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Problema] [1] É uma questão em que às vezes tem o enunciado matemático ou de forma menos evidente. Às vezes utiliza situações do cotidiano. [...] [2] deve haver mais de uma forma de se chegar a resolução [...] [4] a partir dos conhecimentos que já temos [...] é necessário que se [3] entenda a situação e [2] depois ver a melhor forma de se resolver o aluno [4] pode utilizar alguma fórmula que já conhece ou ainda modificar alguma já existente [...] [3] não fica claro qual seja a fórmula para resolver e tem que analisar e interpretar qual é a melhor. [Exercício] [...] [5] o enunciado já dá o comando para o aluno resolver a questão [...] o aluno já sabe que é uma equação e provavelmente ele já sabe os passos para resolver [...] [6] o aluno não necessita analisar a questão e buscar uma outra forma de se resolver a equação.	[1] Enunciado/cotidiano/contexto real ou não/linguagem natural; [2] Diferentes formas de resolver; [3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [4] Conhecimentos prévios; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;
L2	[Problema] [3] [...] é necessário uma interpretação dos dados passados, onde eles não estão dispostos de uma forma clara para só fazer a resolução de uma conta [...] mesmo que os valores estejam evidentes, é necessário a interpretação do aluno do que se deve ser feito com eles, além da [1] questão trazer todo um contexto real. [Exercício] [5] [...] a forma de resolver a questão já é dada, [6] sendo necessário apenas aplicar um procedimento [...] um método de resolução, [5] onde no enunciado já indica o que deve ser feito.	[1] Enunciado/cotidiano/contexto real ou não/linguagem natural; [3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;
L3	[Problema] [1] trata-se de uma questão em linguagem natural que pode ser reescrita com linguagem matemática e, assim, resolvida partir de estratégias matemáticas [...] [3] mesmo que não tenha um contexto cotidiano por trás da questão a ser resolvida, ainda assim o aluno deve interpretar e planejar uma resolução e resolver. [Exercício] [6] não existe nenhuma situação para ser interpretada por trás da linguagem matemática, apenas aplicar os valores.	[1] Enunciado/cotidiano/contexto real ou não/linguagem natural; [3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;
L4	[Problema] [3] [...] é aquele que você tem que descobrir informações que não estão visíveis, [...] para se chegar na resposta o aluno precisará pensar, analisar, utilizar estratégias e fazer contas para se chegar ao resultado esperado [...] [1] às vezes pensamos que problemas tratam somente “Situação problema” aquelas com texto.	[3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar Apenas aplicar; [1] Enunciado/cotidiano/contexto

	[Exercício] [5] [...] deixar dados específicos, que [6] são necessários para aplicar na situação, resolver através de uma fórmula, ou outro método que existe.	o real ou não/linguagem natural; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;
L5	[Problema] [3] [...] sem dar informação de cara, visa despertar a curiosidade e o interesse em chegar na solução final. [...] tem que entender o contexto que está escrito no problema, o que ele está pedindo e pensar em quais informações ele irá utilizar, para fazer a resolução. [Exercício] [5] o enunciado já diz ao aluno qual método ele tem que fazer [...] [6] o aluno só tem que resolver o que é dado, sem nenhuma dificuldade de ter que pensar ou interpretar algo ou identificar.	[3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;
L6	[Problema] [3] [...] não está falando o que ele tem que fazer, o aluno tem que pensar, ler, interpretar, tirar e analisar as informações para daí perceber o que ele precisa para resolver [...] não há nenhuma indicação de método para resolver [...] ou que já dão todos os valores logo de cara. [Exercício] [5] já está claro o que é para aplicar na resolução. [6] O aluno nem precisa pensar no método de resolver.	[3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar;

Fonte: Elaboração própria.

Nota-se a partir das unidades de registro que a diferenciação entre problemas e exercícios giram em torno das seguintes categorias: [1] Enunciado/cotidiano/contexto real ou não/linguagem natural; [2] Diferentes formas de resolver; [3] Ler/descobrir/não visível/pensar/interpretar/entender/planejar/analisar/utilizar estratégias/resolver; [4] Conhecimentos prévios; [5] Apresenta a forma de resolver/já sabido; [6] Não necessita analisar/interpretar/pensar.

O conhecimento de problemas dos participantes é definido a partir de dois pontos: do enunciado e das ações/requisições. Do ponto de vista do enunciado, trata-se de “uma questão em que às vezes tem o enunciado matemático ou de forma menos evidente” (L1), no sentido de “às vezes utilizar situações do cotidiano [...] todo um contexto real” (L2), “em linguagem natural que pode ser reescrita com linguagem matemática e, assim, resolvida partir de estratégias matemáticas” (L3). Do ponto de vista das ações trata-se de “ler, interpretar, tirar e analisar as informações para daí perceber o que ele precisa para resolver” (L6), “mesmo que os valores estejam evidentes” (L2), “mesmo que não tenha um contexto cotidiano por trás da questão a ser resolvida, ainda assim o aluno deve interpretar e planejar uma resolução e resolver” (L3).

Percebe-se que ao tentar definir um problema os participantes revelam proximidade com pressupostos basilares apresentados por pesquisadores quanto a se tratar de uma situação, com contexto real ou não, que não evidencia de forma clara conceitos, métodos e procedimentos que

se devem seguir até a solução. Em termos de articulação entre ações, reforça-se a relação em maior grau do problema com as ações de descobrir e interpretar informações que não encontram-se visíveis, e em menor grau as ações de ler enunciados, reescrever na linguagem matemática e resolver por diferentes estratégias considerando conhecimentos prévios (Lester 1983; Schoenfeld, 1985; Kantowski, 1997; Echeverría; Pozo, 1998; Brito, 2006; 2011; Proença, 2018).

Quanto a diferenciação entre problemas e exercícios, os participantes buscam distingui-los de outras situações de matemática, quanto à estrutura, finalidade, potencialidade e limitação (Chapman, 2014; 2015; 2016). Para os participantes, nos exercícios “[...] o enunciado já dá o comando para o aluno resolver a questão e provavelmente ele já sabe os passos para resolver” (L1), “não existe nenhuma situação para ser interpretada por trás da linguagem matemática” (L3), “sendo necessário apenas aplicar um procedimento [...] um método de resolução” (L2), “sem nenhuma dificuldade de ter que pensar ou interpretar algo ou identificar” (L5). Nota-se na definição a recorrência entre o ler, descobrir, interpretar e pensar na resolução em relação ao fato de apresentar de forma evidente dados, comandos ou métodos que não necessitam interpretar e pensar, apenas aplicar, como sendo a caracterização do que se entende por exercício.

De modo geral, ao diferenciar situações problemas de exercícios, destacando certos potenciais gerais relacionados à leitura e interpretação, representação, estabelecimento de estratégias e desenvolvimento de procedimentos para determinar uma solução a partir de informações não evidentes (Carrillo *et al.*, 2018), os participantes demonstram compreender o problema baseado em procedimentos e as condições que o tornem desafiador (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2022).

8.2.1.2. Identificar informações e modificar/adaptar uma situação

Na Figura 12, são apresentadas as Situações 1 e 2 postas à discussão dos participantes quanto alterações/modificações de informação escrita e figurativa ou expressão específica que que poderia causar dificuldades de leitura, interpretação e consequentemente resolução.

Figura 12 – Situações 1 e 2 apresentadas aos participantes durante a formação

Situação 1: “Contra as enchentes, calçadas e praças com pisos permeáveis” – Carlos Alberto Tauil, arquiteto.
<www.aecweb.com.br/cont/a/contra-as-enchentes-calcadas-e-pracas-com-pisos-permeaveis_2297>

A manchete afirma que uma das causas de enchentes é a falta de impermeabilidade do solo nas cidades. Cada vez mais sem lugares para escoar e infiltrar, as águas das chuvas acabam por invadir residências e comércios causando caos e prejuízos. Pensando em formas simples, econômicas e que mantenham a acessibilidade, tem surgido a tendência de trocar o concreto tradicional das calçadas e praças por blocos de concretos intertravados, também conhecidos por *pavers*, os quais possibilitam, entre seus encaixes, o acréscimo de areia que por sua vez permitirá a impermeabilização da água.

Agora, imagine que você esteja no lugar de um engenheiro que foi contratado por uma escola. Essa escola pretende instalar *pavers* ao longo de toda a calçada externa que a rodeia com o objetivo de amenizar o risco de enchente e melhorar a acessibilidade. Analisando a planta com vista superior da escola, sabe-se que o terreno ocupado por ela é de 8000m², cujo as dimensões estão numa proporção de 4 para 5, e que a calçada em todo o terreno dista 5m entre o muro e o meio-fio (sarjeta). Que quantidade de *pavers* em m² será necessária para revitalizar o calçamento ao redor dessa escola?

Situação 2: Uma Loja colocou em promoção uma calça, tendo 5% de desconto, na outra semana, acrescentou mais 10% de desconto. No mês seguinte, a loja readaptou o preço dos produtos, tendo aumentado em 15% o preço da calça citada. Sabendo que o valor final foi de R\$78,66, qual o valor da calça antes dessas três alterações de preço?

Fonte: Elaboração própria.

No Quadro 8, são apresentadas as unidades de registro e categorias referentes ao subtema Identificar informações e modificar/adaptar uma situação, extraídos a partir das respostas ao Questionário I (Apêndice C).

Quadro 8 - Unidades de registro e categorias referentes ao subtema Identificar informações e modificar/adaptar uma situação

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Situação 1] Retiraria o texto inicial, pois não tem informação importante e escreveria em um parágrafo só falando do <i>paver</i> e já ia para as informações importantes. Adicionaria uma imagem mostrando a área da escola e área da calçada. Mudava a parte da proporção, pois fica confuso saber que lado é sem um desenho. [Situação 2] Retiraria ou trocava a parte que fala que acrescentou mais 10% de desconto. Quando acrescenta é aumento e não desconto, isso confundi um pouco.	[7] Diminuir texto; [8] Adicionar representação gráfica; [9] Clarificar informação semântica/ numérica;
L2	[Situação 1] Diminuir o tamanho do texto no início e alterar a parte da proporção, porque não está muito fácil de compreender onde aplicar ela na conta de área. [Situação 2] A parte dos aumentos e descontos pode causar confusão se for fazer começando do final porque aumento é subtração e	[7] Diminuir texto; [9] Clarificar informação semântica/ numérica;

	desconto é adição fazendo de trás para frente, então eu escreveria diferente algumas palavras.	
L3	[Situação 1] Eu criaria um desenho para a escola e a calçada. Diminuiria o texto e deixaria mais claro a questão da proporção, para não ficar confuso o entendimento. [Situação 2] Deixaria mais claro a questão da proporção, porque se o aluno for fazer normal vai ser mais difícil porque ele não tem o valor inicial. Se ele fizer do final para frente ele vai fazer mais fácil porque já tem o valor final é só ir subtraindo dele se for acréscimo e aumentando se for desconto. A dificuldade vai ser só saber quando é um aumento e quando é para abater porque o aumento vai tirar e o abate vai aumentar dependendo da forma que ele fazer.	[8] Adicionar representação gráfica; [7] Diminuir texto; [9] Clarificar informação semântica/ numérica;
L4	[Situação 1] Deixaria a aplicação do contexto menor para não ficar cansativo ler. Trocaria a palavra dista por outra e daria o desenho mostrando que é a distância ao redor da escola até o meio-fio. Talvez escrever de outra forma ou tirar a proporção ficaria mais tranquilo de resolver. [Situação 2] Trocaria o valor final de 78,66 para um valor redondo, acho que ajudaria o aluno nas continhas. Como se ele fizer de trás para frente vai ter que dividir o valor então ficaria mais fácil e não causaria tanta dificuldade.	[7] Diminuir texto; [8] Adicionar representação gráfica; [9] Clarificar informação semântica/ numérica;
L5	[Situação 1] Escreveria de outra forma a palavra dista para ficar claro onde está essa distância. Escreveria de outra maneira sobre a proporção por exemplo que uma das medidas será sempre da tabuada do 5 e a outra da do 4. Múltiplo de 5 e múltiplo de 4. [Situação 2] Trocaria a frase da linha que tá escrito “acrescentou mais 10% de desconto”. Porque se quando acrescenta soma, então nesse caso o aluno vai errar porque é desconto então subtrai.	[9] Clarificar informação semântica/numérica;
L6	[Situação 1] Melhoraria a parte da proporção porque não dá para saber se o comprimento está para 4 e a largura para 5 ou o contrário. Faltou um desenho também. [Situação 2] Trocaria a palavra acrescentou por aplicou quando fala do 10% de desconto, para não confundir o significado de adição da palavra acrescentou com a conta de subtração do desconto.	[8] Adicionar representação gráfica; [9] Clarificar informação semântica/numérica;

Fonte: Elaboração própria.

Quanto ao conhecimento capaz de identificar informações e modificar/adaptar uma situação, as representações giram em torno das expressões: [7] Diminuir texto; [8] Adicionar representação gráfica; [9] Clarificar informação semântica/ numérica. Nota-se que os participantes, diante das duas situações, demonstram conhecimento quanto ao domínio de identificar informações supérfluas, essenciais e confusas presentes em problemas e a adição/redução de informações linguísticas, numéricas e gráficas. Tais características dessas informações estão diretamente associadas às ações iniciais do professor que queira abordar a resolução de problemas em sala de aula (Proença, 2018). Nesse sentido, embora haja alunos que obterão êxito em resolver problemas, mesmo sem terem identificado tais informações, a não identificação por parte dos alunos poderá acarretar em estratégias e procedimentos errôneos (Pereira; Doneze; Proença, 2023).

Nesse sentido, quanto às informações potencialmente confusas, destaca-se a representação linguística e numérica. Quanto às informações linguísticas, “mudava a parte da

proporção, pois fica confuso saber que lado é sem um desenho [e] retiraria ou trocaria a parte que fala que acrescentou mais 10% de desconto. Quando acrescenta é aumento e não desconto, isso confundi um pouco” (L1). Ainda sobre as expressões aumento e desconto, “trocaria a frase da linha que tá escrito “acrescentou mais 10% de desconto. Porque se quando acrescenta soma, então nesse caso o aluno vai errar porque é desconto então subtrai” (L5). Quanto a informações numéricas, “trocaria o valor final de 78,66 para um valor redondo, acho que ajudaria o aluno nas continhas” (L4). De modo geral, todos os participantes julgaram necessário a alteração de informações escritas que podem causar confusão de sentido ao serem interpretadas dentro de uma sentença no enunciado da situação. A identificação de possíveis empecilhos semânticos em situações de matemática e a previsão de modificações ou soluções para eles é recomendado visto sua implicação durante a mobilização de conhecimentos estratégicos e procedimentais na resolução de problemas (Oliveira; Proença, 2020; Pereira; Proença, 2023; Pereira; Doneze; Proença, 2023). Quanto a informações numéricas, com menor frequência, surgiu na fala dos participantes alterações numéricas a fim de evitar possíveis dificuldades procedimentais diante da estratégia definida e da execução dos procedimentos

Quanto às informações supérfluas e essenciais, destaca-se a redução textual e a adição de informação gráfica. A respeito da redução textual, L1 “retiraria o texto inicial, pois não tem informação importante e escreveria em um parágrafo só” (L1), “deixaria a aplicação do contexto menor para não ficar cansativo ler [...] talvez escrever de outra forma” (L4) e “deixaria mais claro a questão da proporção, para não ficar confuso o entendimento” (L3), por fim “adicionaria uma imagem mostrando a área da escola e área da calçada” (L1). Nota-se que parte considerável dos participantes atentaram para as informações contextuais que antecedem o enunciado da situação de matemática, destacando a ação de reduzir o texto como possibilidade de tornar a situação mais atrativa, torná-la mais precisa e mesmo assim mantê-la desafiante. Quanto às possíveis imprecisões ou obstáculos estruturais nas informações gráficas, mais da metade dos participantes salientam a ação de adicionar uma imagem representativa da situação a fim de tornar mais compreensível.

Tais identificações demonstram que: os professores reconhecem vantagens e desvantagens ao escolher e usar representações, além de modificar tarefas para torná-las mais acessíveis aos alunos (Ball; Thames; Phelps, 2008); e complementam a compreensão dos participantes sobre problemas não apenas baseado em procedimentos, mas também no resolver (Carrillo *et al.*, 2018; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2022).

8.2.2. Características da Resolução de Problemas

O tema Características da Resolução de Problemas foi dividido em dois subtemas: Proficiência em resolver problemas; e Etapas do processo de resolução de problemas. O intuito é auxiliar na análise e interpretação das unidades de registro.

8.2.2.1. Proficiência em resolver problemas

A seguir serão apresentadas e discutidas as resoluções dos participantes sobre as situações 1 e 2 supracitadas. Ao todo foram identificadas 7 categorias diretamente relacionadas às etapas de resolução de problemas: representação; planejamento; execução e monitoramento. Tais categorias são: [1] Estabelece uma representação gráfica da situação; [2] Compreende aspectos linguísticos e semânticos associados a situação; [3] Identifica que o esquema por traz da situação; [4] Planifica uma estratégia suficiente para resolver o problema e apresenta procedimentos necessários; [5] Efetua os procedimentos e executa simplificações a fim de encurtá-los; [6] Fornece uma solução para a situação; [7] Demonstra monitoramento dos procedimentos durante e/ou após a execução da estratégia.

Resoluções do participante L1

Na Figura 13, é apresentada a resolução do participante L1 sobre a situação 1 envolvendo a área de figuras retangulares.

Figura 13 - Resolução do participante L1 sobre a situação 1

$L_1 = 80$ e $L_2 = 100$
 $L_1 = \frac{4}{5} = 0,8$
 $L_2 = 5$
 $L_1 \times L_2 = 8000$ 8000 m^2
 $L_1 = \frac{4}{5}$ $L_2 = \frac{400}{5} = 80$ 8000 m^2
 $2 \times 900 \text{ m}^2$
 $\frac{4}{5} L_2 \times L_2 = 8000$ $4 \times 100 \times 5 = 500 \text{ m}^2$
 $2 \times 1000 \text{ m}^2 = 1900 \text{ m}^2$
 $L_2^2 = \frac{5 \cdot 8000}{4}$
 $L_2 = \sqrt{10000} = 100$
 tem a mesma coisa 1900 m² de paredes

Fonte: Dados da pesquisa.

De forma geral, o participante procura estabelecer uma representação gráfica da situação, demonstrando compreender aspectos linguísticos e semânticos associados a ela, assim como identifica que o esquema por trás da situação refere-se a área de uma figura retangular, portanto, o produto da multiplicação do comprimento pela largura. Planifica uma estratégia algébrica suficiente para resolver o problema e apresenta procedimentos necessários para tal como: definir L_1 e L_2 como os lados (comprimento e largura) e estabelecer a tradução e representação das sentenças em equações matemáticas; substituição de incógnitas; e manipulação das operações básicas. Efetua corretamente os procedimentos e executa simplificações a fim de encurtá-los e ao determinar as dimensões, L_1 , monitora a validade das medidas, embora faça a verificação de 100 como raiz de $\sqrt{10000}$, visto tratar-se corretamente da raiz de $\sqrt{10000}$, fato que, mesmo não tendo interferido na resolução, demonstra monitoramento parcial dos procedimentos durante e após a execução da estratégia. Ao final, fornece uma solução clara e válida para a situação.

Ao ser questionado se havia feito a verificação da resolução de modo geral, L_1 afirma que:

Eu fui conferindo as contas e no final dei uma olhada, mas só agora percebi o detalhe da raiz [...] eu sabia que ia dar 10000 e que a raiz de 10000 é 100, mas acho que por descuido ou pressa escrevi faltando um zero na hora de passar a limpo [...] foi erro meu e certeza que se tivesse na sala de aula algum aluno ia perceber e me falar 'professora faltou um zero ali'.

Nota-se na fala de L_1 que o monitoramento ocorreu durante o processo de resolução, assim como empregado também através da realização do rascunho, entretanto o excesso de

confiança ou o almejo pela apresentação rápida da resposta tenha sido fatores que contribuíram para a não visualização da representação de 100 como raiz de 1000.

Na Figura 14, é apresentada a resolução do participante L1 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 14 - Resolução do participante L1 sobre a situação 2

Handwritten work on lined paper showing a step-by-step solution for a percentage problem. The work includes several equations and a final conclusion.

$$15 + 100 = 115$$

$$100 \quad 100 \quad 100$$

$$115C = 78,66 \cdot 100$$

$$C = \frac{78,66 \cdot 100}{100} = 68,40$$

$$\frac{68,40 \cdot 100}{90} = 76$$

$$\frac{80 \cdot 5}{100} = 4$$

$$80 - 4 = 76$$

$$\frac{76 \cdot 100}{95} = 80$$

$$\frac{76 \cdot 10}{100} = 7,6$$

$$76 - 7,6 = 68,40$$

a salga custava 80,00 reais

Fonte: Dados da pesquisa.

De forma geral, o participante demonstra compreender aspectos linguísticos e semânticos associados à situação, identificando que o esquema por trás da situação refere-se a porcentagens sucessivas, além de compreender os procedimentos que se estabelecem por trás das expressões aumento, acréscimo e desconto. Planifica uma estratégia algébrica suficiente para resolver o problema e apresenta procedimentos necessários para tal como: definir como C o custo original do produto; equacionar a situação inicial envolvendo dois acréscimos percentuais; e manipulação das operações básicas. Efetua corretamente os procedimentos, principalmente do cálculo da porcentagem, executando simplificações relacionadas a proporcionalidade direta a fim de encurtá-lo. Outro fato a destacar refere-se à ação de monitoramento dos procedimentos executados e da solução apresentada quanto a validade para o problema, segundo o participante:

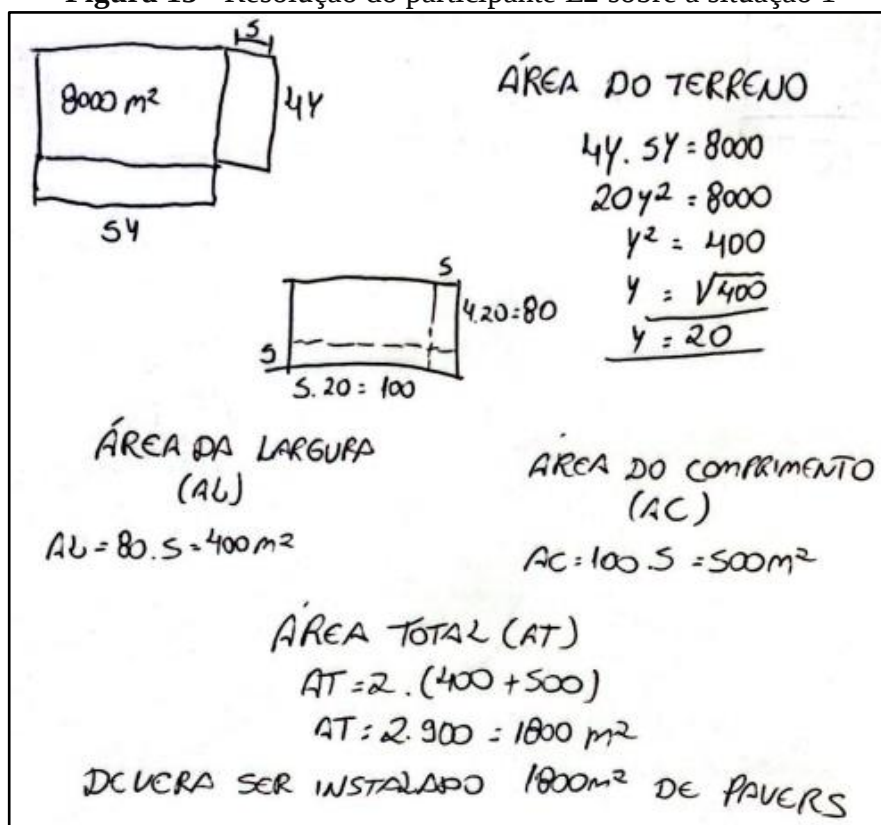
[...] fiz a revisão dos cálculos conforme eu ia fazendo as contas num papel [...] passei a limpo e fui conferindo novamente [...] tirei uma provinha real para ver se o valor dava certo [...] nesse eu não errei nada [...] era fácil na minha visão [...] mas para os alunos eu acho que não ia ser muito fácil fazer não.

Nota-se que L1, ao apresentar uma solução, estabelece a resolução do problema novamente considerando a ordem natural ao qual as sentenças são apresentadas. Considerando a solução encontrada como ponto de partida, determina o valor apresentado pelo contexto do problema, mostrando ser capaz de fornecer uma solução clara e válida para o problema. Outro fato a destacar é a recorrência da realização do rascunho como ponto positivo para estabelecer uma revisão da resolução e da solução.

Resoluções do participante L2

Na Figura 15, é apresentada a resolução do participante L2 sobre a situação 1 envolvendo a área de figuras retangulares.

Figura 15 - Resolução do participante L2 sobre a situação 1



Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, nota-se que L2 recorre a uma representação gráfica da situação, demonstrando ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos envolvendo o contexto da situação quanto a proporção 4 para 5 e a área a ser preenchida por pavers, representando o contorno do terreno ocupado pela escola. Identifica que o esquema por trás da interpretação trata-se de áreas retangulares envolvendo o produto entre comprimento e

largura, assim como também compreende que deverá determinar o fator de proporção entre as dimensões. Para obtenção do fator de proporcionalidade o participante estabelece uma estratégia algébrica, enquanto para obtenção das áreas necessárias a estratégia se mostra unicamente aritmética, demonstrando saber planificar estratégias e procedimentos suficientes e necessários para resolver o problema, bem como organizar a resolução. O participante mobiliza corretamente conhecimentos procedimentais quanto à obtenção do fator de proporção 20; encontra as dimensões gerais do terreno ocupado pela escola; desmembra a resolução em duas partes, A_L (Área da Largura) e A_C (Área do Comprimento); e define A_T (Área Total) = 2 (A_L + A_C); aplica a propriedade da distributividade corretamente e realiza corretamente os cálculos envolvendo as propriedades elementares.

A execução de tais estratégias e o desenvolvimento de tais procedimentos demonstram que o participante conhece e sabe quanto e como executar estratégias e procedimentos de simplificações que possibilitam encurtar caminhos ou torná-los mais claros e sabe demonstrar certas propriedades matemáticas durante a resolução. Entretanto, cabe ressaltar que o participante apresentou uma solução clara, mas não válida para a resolução do problema, visto que ao planificar a estratégia para obtenção da área total, não é levado em consideração a informação de que a calçada em todo o terreno dista 5m entre o muro e o meio-fio, que vem a completar o fato que a instalação dos pavers será ao longo de toda a calçada externa que rodeia a área ocupada pela escola. Tal fato demonstra falta de monitoramento da estratégia e dos procedimentos durante o processo e da validade da solução após a resolução.

Ao ser questionado quanto a apresentação de uma solução não válida para o problema, L2 afirma que:

Eu até olhei todos os cálculos no final [...] eu pensei que tinha entendido corretamente o que era para fazer. Organizei certinho as contas, mas acho que o desenho que eu fiz não me ajudou muito a me entender comigo mesma como a questão pedia [...] na sala de aula, com certeza os alunos que tivessem acertado iriam me corrigir.

Nota-se na fala de L2 que embora tenha estabelecido o monitoramento, mesmo que superficial, um dos fatores tenha sido uma representação gráfica pouco precisa ou clara que a impediu de refletir durante e após a resolução quanto a uma outra e correta possibilidade de interpretação e resolução.

Na Figura 16, é apresentada a resolução do participante L2 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 16 - Resolução do participante L2 sobre a situação 2

The image shows a handwritten solution for a percentage problem. It starts with the number 78,66 and applies a 15% discount, resulting in 66,86. Then, a 10% increase is applied to 66,86, resulting in 73,55. Finally, a 5% increase is applied to 73,55, resulting in 77,23. The final result is labeled as the 'PREÇO ORIGINAL' (Original Price).

$$\begin{aligned} 78,66 - \left(\frac{15}{100}\right) \cdot 78,66 &= 78,66 - 11,80 \\ &= 66,86 \\ 66,86 + \left(\frac{10}{100}\right) \cdot 66,86 &= 66,86 + 6,89 \\ &= 73,55 \\ 73,55 + \left(\frac{5}{100}\right) \cdot 73,55 &= 73,55 + 3,68 \\ &= 77,23 \\ \text{PREÇO ORIGINAL} &= \underline{\text{R\$ } 77,23} \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

De forma geral, o participante demonstra compreender aspectos linguísticos e semânticos associados à situação, identificando que o esquema por trás da situação refere-se a porcentagens sucessivas, além de compreender os procedimentos que se estabelecem por trás das expressões aumento, acréscimo e desconto. Planifica uma estratégia aritmética suficiente para resolver o problema, tratando-se de iniciar de trás para frente, realizando os procedimentos inversos corretamente, porém não apresenta todos os procedimentos necessários para tal considerando o valor final do produto como o ponto de partida ao invés de compreendê-lo como resultante da última aplicação percentual sobre um valor anterior. Se de um lado o participante demonstra saber planificar estratégias, organizar e apresentar uma resolução clara, por outro apresenta dificuldades em executar corretamente procedimentos necessários para resolver o problema diante da estratégia definida, falta de monitoramento da validade dos cálculos e da solução.

Ao ser questionado quanto à falta de monitoramento e a apresentação de um procedimento errôneo, o participante L2 afirma que:

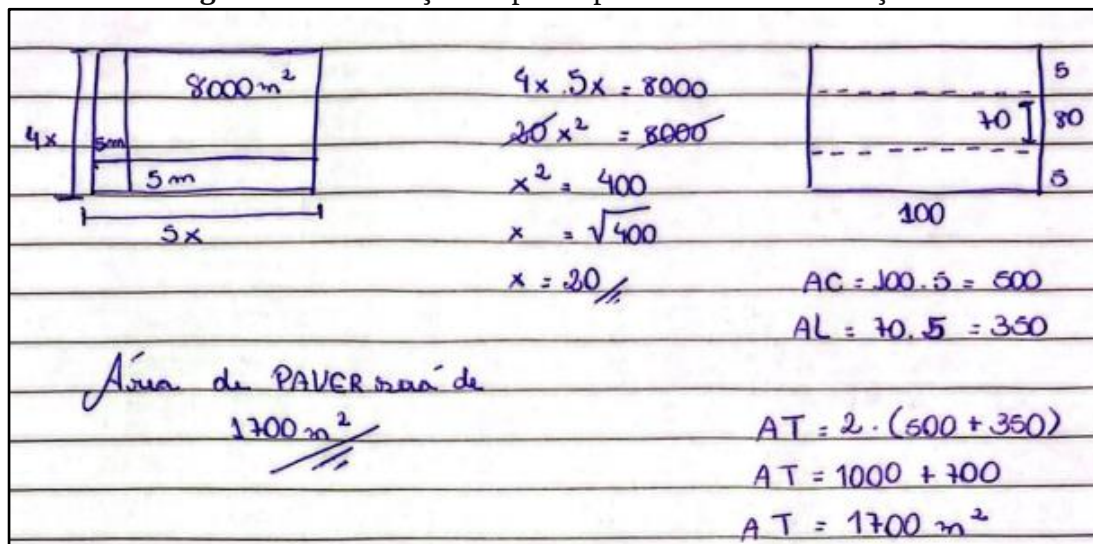
[...] fiz a revisão de todas as contas [...] estava achando até agora que eu tinha acertado. Só agora que vi que não estava certo [...] pra mim resolvia certinho fazer desse jeito, mas nem vi que o valor aí era já o valor final. [...] acho que os alunos nem iam perceber que estava errado, até porque o problema nem é tão fácil [...] eu teria que ter visto.

Nota-se que mesmo realizando o monitoramento o participante não percebeu que o procedimento realizado era válido, porém o valor considerado não possibilitaria que fosse determinada uma solução válida, sendo necessário apontamento para que houvesse percepção.

Resoluções do participante L3

Na Figura 17, é apresentada a resolução do participante L3 sobre a situação 1 envolvendo a área de figuras retangulares.

Figura 17 - Resolução do participante L3 sobre a situação 1



Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, nota-se que L3 recorre a uma representação gráfica da situação, porém demonstra ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos envolvendo o contexto da situação quanto a proporção 4 para 5, porém quanto a área a ser preenchida por pavers, tal interpretação não contribuiu para a determinação correta da área. O participante reconhece que o problema trata-se de área de regiões retangulares, planeja uma estratégia algébrica para encontrar o fator de proporção e uma estratégia aritmética para determinar a área total a ser calçada, ambas suficientes para resolver a situação. Quanto à execução dos procedimentos, nota-se que o participante realiza simplificações a fim de encurtar processos, realiza as operações básicas corretamente, necessárias para a estratégia planejada, e apresenta uma solução. Entretanto, dificuldades nas interpretações iniciais, associadas ao conhecimento linguístico e semântico, contribuíram para a apresentação de uma solução não válida para a situação. Ao ser questionado quanto ao monitoramento, L3 afirma que:

[...] eu nem fiz, porque achei que tinha entendido certo a área que tinha que encontrar [...] depois que terminei só vi se não tinha nenhuma continha errada na folha [...] nem tinha como fazer uma provinha real sabe, para ver se estava certo porque eu achei que tinha entendido certo, mas nem vi que falava ao redor, então tinha que dar a volta no terreno. [...] Acho que muitos alunos entenderiam assim também. Não sei se alguém deles faria corretamente.

Nota-se que por acreditar que havia interpretado corretamente a situação, L3, mesmo revendo os cálculos não observou estar resolvendo uma situação diferente da esperada. Uma possibilidade para o monitoramento correto nessa situação seria realizar uma nova leitura da situação ao fim da apresentação da solução.

Na Figura 18, é apresentado a resolução do participante L3 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 18 - Resolução do participante L3 sobre a situação 2

$$\begin{aligned}
 78,66 - 15\% &= 78,66 - \left(\frac{15}{100}\right) \cdot 78,66 = 66,861 \\
 66,861 + 10\% &= 66,861 + \left(\frac{10}{100}\right) \cdot 66,861 = 73,5471 \\
 73,5471 + 5\% &= 73,5471 + \left(\frac{5}{100}\right) \cdot 73,5471 = 77,22
 \end{aligned}$$

Valor original da calça era de
R\$ 77,22

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante L3 demonstra ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos que possibilitaram compreender que o esquema por trás do problema trata-se de aplicação percentual sucessiva e planificar uma estratégia válida para resolução iniciando de trás para frente. Realiza corretamente os procedimentos associados a estratégia planejada, reconhecendo corretamente descontos e acréscimos, bem como as operações inversas, e apresenta uma solução para o problema. Entretanto, a solução apresentada não é válida, pois, ao considerar tal estratégia, o valor empregado no cálculo inicial corresponde ao resultado da última aplicação percentual não a um determinado valor anterior à aplicação. Ao ser questionado quanto ao monitoramento da resolução e da solução, L3 responde que:

Quando eu cheguei na resposta, percebi que o valor da calça ficou menor que o valor final e não era para ter ficado reparando as porcentagens que apareceram [...] mesmo que foi aplicado desconto de 5% e 10%, no final foi acrescentado de uma vez só 15% de aumento [...] era para ter dado um valor maior, mas eu achei que estava tudo certo aí eu nem fiz uma verificação. [...] embora eu acho que os alunos também fariam assim, eu acho que teria uns que iam acertar também aí eu teria que rever mesmo.

Nota-se que o participante não realizou o monitoramento, mesmo acreditando que haveria uma inconsistência no valor determinado em relação ao valor final apresentado pelo

problema. Demonstrando que a falta de monitoramento pode estar em outros fatores que não sejam dificuldades de identificação de possíveis inconsistências.

Resoluções do participante L4

Na Figura 19, são apresentadas duas resoluções do participante L4 sobre a situação 1 envolvendo a área de figuras retangulares.

Figura 19 - Resoluções do participante L4 sobre a situação 1

Resolução 1

Diagrama: Um retângulo com lados L_1 e L_2 . Uma faixa de 5m é indicada ao redor do retângulo.

Cálculos:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$L_1 \cdot L_2 = 8000$$

$$L_1 = \frac{4}{5} \cdot L_2$$

$$\frac{4}{5} \cdot L_2 \cdot L_2 = 8000$$

$$L_2^2 = \frac{5}{4} \cdot 8000$$

$$L_2 = \sqrt{10000} = 100$$

$$(80 + 10) \times 5 = 450 \text{ m}^2$$

$$\times 2$$

$$900 \text{ m}^2$$

Resolução 2

Cálculos:

$$4x \cdot 5x = 8000$$

$$20x^2 = 8000$$

$$x = \sqrt{400}$$

$$x = 20$$

$$4 \cdot 20 = 80$$

$$5 \cdot 20 = 100$$

$$100 \times 5 = 500 \text{ m}^2 \times 2 = 1000 \text{ m}^2$$

$$80 + 10 = 90 \times 5 = 450 \text{ m}^2 \times 2 = 900$$

$$\text{Total} = 1900 \text{ m}^2$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante L4 demonstra ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos associado à situação apresentada, visto que, na resolução 1, apresenta uma representação gráfica do terreno total e do terreno a ser calçado e na resolução 2 reconhece a sentença que relaciona a as dimensões a proporção 4 para 5. Percebe-se que o participante compreende corretamente o esquema por trás da situação envolvendo área de regiões retangulares, necessário para planificar duas estratégias suficientes para resolver o problema. Ambas as resoluções, resolução 1 e 2, iniciam de maneira algébrica, para determinação do fator de proporção e as dimensões do terreno da escola, e finaliza aritmeticamente, manipulando operações fundamentais para determinar a área calçada. A partir de ambas estratégias, o participante saber organizar a resolução. Ao mobilizar o conhecimento procedimental sobre

cada estratégia, executa corretamente os procedimentos, demonstra e emprega com precisão simplificações associadas ao conceito da propriedade da distributividade a fim de encurtar o caminho, fornece uma resolução clara e apresenta uma solução válida para o problema.

Quanto ao monitoramento do processo resolutivo e da solução apresentada, L4 apresenta que:

Ah eu fiz e não fiz. Na verdade não sei se seria isso. Eu ia revendo todos os cálculos assim que eu iam fazendo, mesmo que simplezinho num papel separado. Ai como eu fui fazendo isso, no final nem precisei ver se a resposta dava certo ou não, porque tudo já tinha dado certo antes então estava certo. [...] gostei do problema ai vi que tinha outro jeito de fazer e daí eu fiz, mas ficou bem parecido. [...] eu acho que os alunos fariam da segunda maneira, porque é mais fácil e não precisa desenhar também então é menos coisa para fazer.

Nota-se que o participante realizou um monitoramento constante durante o processo, mesmo em cálculos julgados como simples e realizados em local separado da versão definitiva, ocasionando a segurança ao apresentar uma solução válida e a busca por uma nova possibilidade de resolução. Evidencia a importância do acompanhamento e verificação das estratégias e dos procedimentos executados durante a resolução.

Na Figura 20, é apresentada a resolução do participante L4 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 20 - Resolução do participante L4 sobre a situação 2

The image shows a series of handwritten calculations on lined paper, demonstrating the successive application of percentages. The calculations are as follows:

$$78,66 \cdot \frac{85}{100} \approx 66,86$$

$$66,86 \cdot \frac{90}{100} \approx 60,17$$

$$60,17 \cdot \frac{95}{100} \approx 57,16$$

$$57,16 \cdot \frac{5}{100} = 60,1$$

$$60,1 \cdot \frac{10}{100} = 66,2$$

$$66,2 \cdot \frac{15}{100} \approx 76,2$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante L4 não mobilizou corretamente os conhecimentos linguísticos e semânticos, embora tenha identificado que o problema tratava-se de aplicação sucessiva de valores percentuais e planejado uma estratégia suficiente para resolver o problema que é iniciar de trás para frente. Embora demonstre saber organizar a resolução, o participante desenvolve incorretamente procedimentos associados à estratégia planejada, visto que compreende o aumento de 15% como um desconto, considerando o complementar, 85%, como o valor percentual restante a ser aplicado sobre o preço final da camiseta. Por tal fato, o participante apresenta uma solução não válida para o problema. Quanto ao monitoramento, ao ser questionado é relatado que:

Esse problema eu não entendi desde de o começo. [...] eu sabia que começar de trás para frente era uma opção e aí comecei, mas não entendi que porcentagem era para considerar e em qual valor aplicar. [...] no final eu cheguei num valor menor que o preço inicial aí pensei assim ah deve estar errado, mas como eu não sabia onde errei, nem mexi em nada. [...] certamente eu estudaria antes para dar um problema desse para meus alunos e certamente eles iriam errar, aí na hora eu teria que saber falar.

Nota-se que o participante identifica que havia apresentado uma solução inválida em decorrência de não ter compreendido a situação. Afirma que não realizou o monitoramento e que mesmo se houvesse realizado não alteraria a situação, visto que desde o início não havia entendido como proceder.

Resoluções do participante L5

Na Figura 21, é apresentada a resolução do participante L5 sobre a situação 1 envolvendo a área de figuras retangulares.

Figura 21 - Resolução do participante L5 sobre a situação 1

Situação 1

1. $L_1 = 80$ $L_2 = 100$ 8000 m^2

$\frac{L_1 \cdot 4}{L_2} = 0,8$ $(80 + 10) \cdot 5 = 450 \text{ m}^2$

$\frac{L_2}{5}$ $\Rightarrow 900 \text{ m}^2$

$L_1 \cdot L_2 = 8000$ $100 \times 5 = 500 \text{ m}^2$

$\frac{4 \cdot L_2}{5} = 400 \Rightarrow \frac{4 \cdot L_2}{5} = 80$ $\Rightarrow 1.900 \text{ m}^2$

$\frac{4 \cdot L_2 \cdot L_2}{5} = 8.000$ $\text{Utilizando } 1.900 \text{ m}^2$

$L_2^2 = \frac{5 \cdot 8000}{4}$ Lado pequeno

$L_2 = \sqrt{10000} = 100$

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante mobiliza corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos quanto ao contexto da situação, suficientes para compreender que o problema trata-se de uma situação envolvendo área de figuras retangulares e apresenta uma estratégia parcialmente algébrica, para determinar as dimensões do terreno ocupado pela escola através do equacionamento e da substituição de incógnitas, finalizando com uma estratégia aritmética para obtenção da área a ser calçada suficiente para resolver o problema. O participante demonstra saber organizar uma resolução, conhece procedimentos associados à estratégia e ao conceito que permite realizar simplificações nos cálculos e demonstra de forma correta a propriedade da distributividade, sabendo quando e como executar os procedimentos. Por fim, sabe fornecer uma solução clara e válida para o problema. Quanto ao monitoramento, o participante L5 afirma que:

[...] realizei conforme eu ia fazendo as contas num papel ai no final dei mais uma olhada e vi que estava tudo belezinha [...] fiz a versão final [...] não tinha nada errado e conferi com o valor inicial se cada areazinha descoberta somando daria certo. [...] só agora que você [pesquisador] perguntou da resolução dela [L1P8SE] que eu vi que fiz a mesma coisa [verificação de 100 como raiz de $\sqrt{1000}$, visto tratar-se corretamente da raiz de $\sqrt{10000}$] [...] acredito que foi descuido mesmo ou pressa [...] coisa de dia-a-dia sabe [...] você sabe que está certo na sua cabeça e nem percebe que escreveu errado. [...] os alunos falaria com toda certeza que estava faltando um zero.

Nota-se que o participante afirma ter realizado uma versão inicial e uma versão final e o monitoramento através da comparação ou implementação do valor obtido. Embora não tenha percebido o erro de escrita de 100 como raiz de $\sqrt{1000}$, fato que não implicou na resolução e apresentação de uma solução válida, porém demonstra que a confiança em cálculos rotineiros ou elementares resulta em um processo parcial de monitoramento.

Na Figura 22, é apresentada a resolução do participante L5 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 22 - Resolução do participante L5 sobre a situação 2

Situação 2 $\Rightarrow 15 + 100 = 115$
 $115.C = 78,66.100$
 $C = \frac{78,66 \cdot 100}{115}$
 $C = 68,40$

$\Rightarrow 80 \div 5 = 40$
 $\Rightarrow 80 - 4 = 76$
 $\Rightarrow \frac{76 \cdot 10}{100} = 7,6$
 $\Rightarrow 76 - 7,6 = 68,40$
 R: 80,00

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante L5 mobiliza conhecimentos linguísticos e semânticos de maneira eficaz, visto ter compreendido tratar-se de um problema envolvendo aplicações sucessivas de valores percentuais a partir de descontos e aumentos. Nesse sentido, planifica uma estratégia suficiente para resolver o problema e defini os procedimentos necessários para a execução. A estratégia planificada trata-se de realizar os cálculos na ordem inversa, de trás para frente, parcialmente algébrica definido a incógnita C para o preço da camisa a qual sofreu um aumento percentual resultando no valor final de R\$ 78,66, percebe-se que o participante conhece e sabe quando e como executar corretamente procedimentos de simplificações que o auxiliam a encurtar caminhos. Quanto ao monitoramento, o participante afirma que:

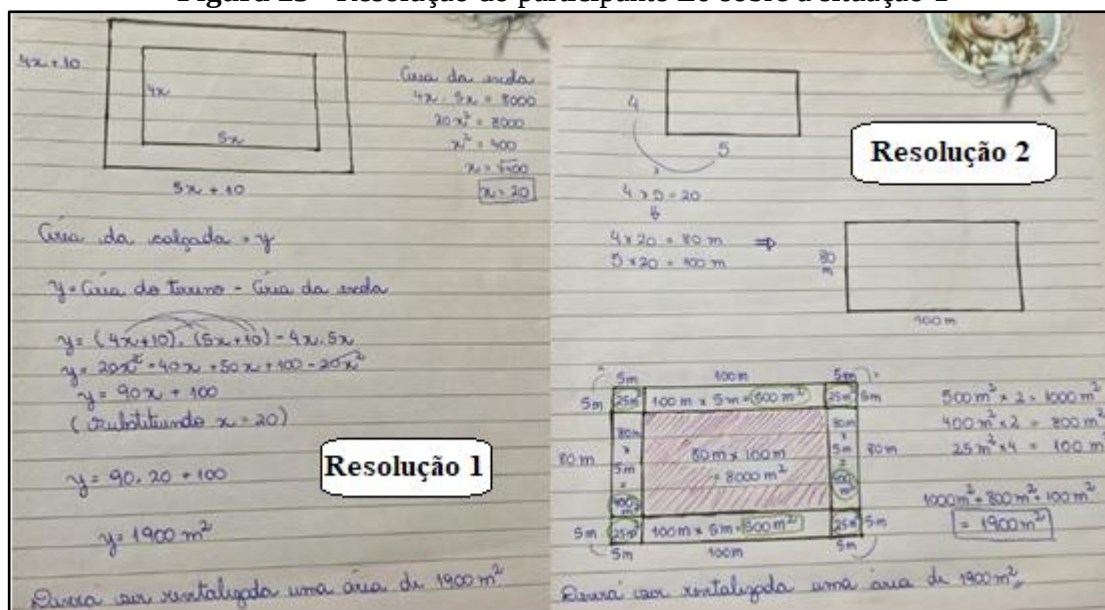
[...] fiz a verificação das contas sempre que eu ia fazendo uma conta eu já ia olhando se estava certo e passando no papel [...] tentei fazer o mais simples possível sabe, sem ficar complicando porque é um problema não muito difícil, mas dá para errar se tentar ficar fazendo com muita conta, porque dá uns valores quebrados sabe aí tem que arredondar [...] no final eu olhei novamente se o R\$ 80 era mesmo o valor, mas fiz rápido só para ter certeza [...] mais de cabeça sabe. [...] acho que os alunos fariam, mas tem muitos que iam errar por causa dos valores das contas.

Nota-se que o participante afirma ter realizado o monitoramento do processo de resolução ao executar cada procedimento e ao final realizou o monitoramento da solução de maneira mental.

Resoluções do participante L6

Na Figura 23, é apresentada a resolução do participante L6 sobre a situação 1 envolvendo área de figuras retangulares.

Figura 23 - Resolução do participante L6 sobre a situação 1



Fonte: Dados da pesquisa.

O participante L6 demonstrou ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos, ao passo que reconheceu que o problema trata-se de áreas de regiões retangulares, comprimento $\times$ largura, planejou duas estratégias suficientes para resolver o problema. A primeira, trata-se de uma estratégia estritamente algébrica, tanto para a determinação do fator de proporção, 20, quanto para a obtenção da área a ser calçada, através do método da substituição de incógnita. A segunda trata-se de uma estratégia aritmética desenvolvendo cálculos com as operações fundamentais associadas a determinação e adição das áreas que compõe, a área a ser calçada. Em ambas, todos os procedimentos foram necessários para a organização da resolução e apresentação da solução. O participante demonstra conhecer de forma precisa certas propriedades matemáticas associadas às estratégias, como por exemplo na resolução 1 a distributividade e na resolução 2 para obtenção do fator de proporção 20. Ao se tratar de mobilizar conhecimentos procedimentais, o participante sabe quanto e como executá-los, fornece resoluções claras e soluções válidas ao problema. Quanto ao monitoramento, o participante L6 afirma que:

[...] fiz sim, olhei todas as contas [...] como eu fiz num rascunho primeiro então eu fui olhando antes de passar a limpo aí se tivesse alguma coisa errado era só arrumar [...] eu gostei de fazer essa resolução [resolução 1] [...] eu imaginava que dava certo e aí fiz um rascunho e foi indo e indo e deu certo no final [...] mas os alunos não dariam conta de fazer assim não. [...] acho que alguns alunos fariam alguma coisa parecida com aquela outra resolução [resolução 2].

Nota-se que o participante realizou o mapeamento ao realizar um rascunho anteriormente a resolução definitiva. Cabe ressaltar que a realização do rascunho auxiliou o participante a identificar erros e apresentar uma resolução definitiva.

Na Figura 24, é apresentada as resoluções do participante L6 sobre a situação 2 envolvendo aplicação sucessiva de porcentagens.

Figura 24 - Resolução do participante L6 sobre a situação 2

Resolução 1

$$\begin{aligned}
 x + x \cdot 0,15 &= 48,66 \\
 1,15x &= 48,66 \\
 x &= \frac{48,66}{1,15} \\
 x &= 42,31 \rightarrow \text{Valor após o 2º desconto} \\
 y &= \frac{42,31}{0,9} = 47,01 \\
 0,9y &= 42,31 \\
 y &= \frac{42,31}{0,9} \\
 y &= 47,01 \rightarrow \text{Valor após o 1º desconto} \\
 \text{Valor inicial} &= z \\
 z &= \frac{47,01}{0,95} = 49,48 \\
 0,95z &= 47,01 \\
 z &= \frac{47,01}{0,95} \\
 z &= 49,48 \rightarrow \text{Valor antes das alterações}
 \end{aligned}$$

Resolução 2

x : Valor inicial da calça.

Desconto 1: $0,05 \cdot x$
 - Valor a pagar: $0,95x$

Desconto 2: 10% de $0,95x$
 - Valor a pagar: $0,855x$

Sumando:

$$\begin{aligned}
 0,855x + 0,15 \cdot 0,855x &= 48,66 \\
 0,98325x &= 48,66 \\
 x &= \frac{48,66}{0,98325} \\
 x &= 49,48
 \end{aligned}$$

O valor inicial da calça é 49,48.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que o participante L6 apresenta duas resoluções e em ambas demonstra ter mobilizado corretamente conhecimentos linguísticos e semânticos, bem como compreendido que o problema trata-se de aplicações sucessivas de valores percentuais. De modo geral, o participante sabe planificar estratégias e procedimentos suficientes e necessários para resolver um problema de maneira organizada e clara. Quanto às estratégias, o participante apresenta duas planificações, ambas algébricas, sendo a primeira um detalhamento da estratégia denominada de trás para frente, e a segunda estratégia assemelha-se aos modelos recorridos pelos livros didáticos ao conceito de percentuais sucessivos. O participante executa corretamente os procedimentos demonstrando precisamente propriedades associadas a eles, fornece resoluções claras e organizadas e ao final apresenta soluções válidas. Quanto ao monitoramento, afirma que:

[...] igual ao outro problema eu fiz um rascunho com todas as contas e coisas que deram errado, aí passei a limpo só a resolução bonitinha [...] olhando assim parece que deu tudo certo, mas tive uns errinhos tontos que vai passando despercebido [...] como eu gostei de como ficou a resposta [resolução 2] eu falei vou fazer de uma maneira mais detalhada agora [resolução 1] aí fui fazendo por partes e fiz uma

mudancinhas colocando mais letras para ficar mais claro. [...] acho que teria alunos que fariam desse jeito [resolução 1] [...] não tão certo assim, mas de pouquinho eles fariam algo parecido.

Note que o participante L6 realizou novamente o monitoramento durante uma resolução de rascunho, realizando a transição definitiva novamente como uma possibilidade de realizar de maneira despretensiosa o monitoramento da resolução. A organização e o senso de convicção do êxito induziram a buscar outra possibilidade de resolução.

De modo geral, quanto as seis primeiras categorias: [1] estabelece uma representação gráfica da situação; [2] compreende aspectos linguísticos e semânticos associados a situação; [3] identifica que o esquema por trás da situação; [4] Planifica uma estratégia suficiente para resolver o problema e apresenta procedimentos necessários; [5] Efetua os procedimentos e executa simplificações a fim de encurtá-los; [6] Ao final, fornece uma solução clara e válida para a situação, ao estabelecerem a representação e planejamento de ambas as situações, quanto aos conhecimentos linguísticos e semânticos, os participantes demonstraram a mobilização parcial, visto que em todos os casos foram suficientes para interpretar as informações no texto e identificar corretamente o esquema por trás de cada problema, assim como a apresentação de estratégias suficientes para a resolução. Entretanto, nota-se que metade dos participantes apresentaram resoluções cuja as soluções não se mostram válidas para o problema em decorrência da dificuldade em mobilizar conhecimentos gerais ligados a saber realizar as tarefas ou resolver problemas propostos aos alunos, reconhecer respostas erradas (Ball; Thames; Phelps, 2008); compreender conceitos, estratégias e procedimentos e saber quando e como usá-las na resolução de problemas (Chapman, 2014; 2015; 2016).

Além do mencionado, durante a execução dos procedimentos os participantes demonstraram ter mobilizado parcialmente conhecimentos gerais acerca da resolução de problema tais como: reconhecer as diferentes variações de resoluções que podem surgir durante o processo (Chapman, 2014; 2015; 2016), visto que houveram participantes que apresentaram diferentes resoluções para um mesmo problema e, esses e os demais, justificaram em suas visões quais seriam mais simples ou mais complexas para os alunos resolverem; conheceram alguns significados conceituais associados a área de regiões retangulares e percentuais, operações e representação associados a eles (Carrillo *et al.*, 2018). Embora parte considerável dos participantes não tenham mobilizado adequadamente conhecimentos acerca das condições necessárias e os princípios que fundamentam a aplicação dos procedimentos executados durante a resolução e apresentação de soluções inválidas para os problemas.

Quanto à categoria [7], demonstra monitoramento dos procedimentos durante e/ou após a execução da estratégia, os participantes que apresentaram soluções válidas para os problemas demonstraram mobilização de alguns conhecimentos acerca de ser capaz de estabelecer o monitoramento durante o processo e ao final, bem como realizar rascunhos como auxílio na conferência dos procedimentos executados. Um tipo de conhecimento a ser considerado ao estabelecer o monitoramento seria quanto ser capaz de realizar a transcrição de uma resolução primariamente espontânea (versão rascunho) para uma resolução finalmente convicta (versão final). Outro fato a destacar desses participantes está em fatores não cognitivos como o afeto ou interesse no problema ter incentivado a busca por novas formas de resolução. Quanto ao monitoramento de suas resoluções, os participantes que apresentaram soluções inválidas para os problemas demonstraram dificuldades em realizar o acompanhamento dos procedimentos durante e ao final do processo, acarretados em partes por dificuldades de interpretação explicitamente confidenciais e por convicção de assertividade dos procedimentos realizados e da solução apresentada.

8.2.2.2. Etapas do processo de resolução de problemas e conhecimentos mobilizados

A seguir será apresentado e discutido as resoluções dos participantes sobre as situações 1 e 2 supracitadas ao passo que foi requisitado que respondessem ao seguinte questionamento: Que etapas ou fases e conhecimentos você precisou seguir e utilizar para resolver a situação de matemática? Enumere e descreva.

O Quadro 9 a seguir apresenta as representações textuais dos participantes e unidades de registro para o questionamento quanto às etapas do processo de resolução.

Quadro 9 - Representações textuais e as unidades de registro referentes ao questionamento quanto às etapas do processo de resolução

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Situação 1] [8] Ler o problema , [9] extrair os dados importantes e [11] entender o jeito do terreno, as medidas e as contas que tem que fazer ; [12] Utilizar razão, proporção e área para resolver o problema ; [6] ver se as contas estavam certas . [Situação 2] [8] Ler o problema ; [12] determinar o valor da calça antes do acréscimo de 15% e antes do desconto de 5% e 10% ; Fazer as contas ; [13] Refazer as contas feitas com as diminuições e aumentos já com o valor descoberto, para verificar se as contas estavam corretas .	[8] Ler e entender; [9] Extrair/pegar os dados/organizar; [11] Descobrir do que é/se trata assunto /conteúdo; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta; [13] Verificação/refazer;
L2	[Situação 1] [8] Ler e tentar entender o desenho ; [10] Esboçar a planta da escola com a calçada ; [12] determinar o valor de cada lado do terreno e calcular a área das calçadas ; Formalizar a resposta ;	[8] Ler e entender;

	[Situação 2] [8] Ler e tentar entender ; [12] Subtrair e somar valores e Formalizar a resposta.	[10] Representar/esboçar/desenhar; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta;
L3	[Situação 1] [8] Ler o problema e [10] desenhar a planta da escola e as medidas de cada lado do terreno; [12] determinar o valor da calçada seguindo o enunciado; calcular a área da calçada no sentido da largura e do comprimento e somar as áreas calculadas e multiplicar por 2; escrever a resposta em linguagem usual. [Situação 2] [8] Ler o problema; [9] realizar a subtração do valor final o último aumento de 15%, somar ao valor obtido na etapa anterior o segundo desconto de 10% e por fim, somar ao valor obtido na etapa anterior o primeiro desconto de 5%; Escrever a resposta obtida na linguagem usual.	[8] Ler e entender; [9] Extrair/pegar os dados/organizar; [10] Representar/esboçar/desenhar; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta;
L4	[Situação 1] [11] Entender o que o problema quer; [9] Pegar os dados e organizar; [10] Representar a escola para realizar o processo de resolução; [12] Efetuar as contas; [13] verificar todas as contas e a resposta. [Situação 2] [9] Pegar os dados e organizar; [12] efetuar as contas e realizar a divisão e multiplicações de acordo com os descontos e aumentos.	[9] Extrair/pegar os dados/organizar; [10] Representar/esboçar/desenhar; [11] Descobrir do que é/se trata assunto /conteúdo; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta; [13] Verificação/refazer;
L5	[Situação 1] [8] Fazer a leitura, entender a proposta do problema e [9] apresentar os dados; [12] realizar os cálculos de razão e proporção e cálculos básicos; [13] ver se a respostas deu certo. [Situação 2] [8] Entender o que é desconto e aumento; [12] fazer os cálculos da porcentagem; [13] verificar se o valor encontrado funciona de acordo com o que foi falado de desconto e aumento.	[8] Ler e entender; [9] Extrair/pegar os dados/organizar; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta; [13] Verificação/refazer;
L6	[Situação 1] [11] Descobrir o que é para resolver; [9] organizar os dados da área e das medidas; [12] fazer as contas de proporção e área, da escola e do paver; chegar na resposta da área calçada. [Situação 2] [8] Entender as porcentagens; [12] fazer as contas como se pede; [13] ver se a resposta é a certa.	[8] Ler e entender; [9] Extrair/pegar os dados/organizar; [11] Descobrir do que é/se trata assunto /conteúdo; [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta; [13] Verificação/refazer;

Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto a saber que, enquanto processo, a resolução de problemas possui etapas não lineares sejam baseadas em modelos gerais ou empíricas baseadas na própria experiência (Chapman, 2014; 2015; 2016; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2020), nota-se associação às etapas de Representação, Planejamento, Execução e Monitoramento defendidas por Proença (2018). Quanto à etapa Representação, nas unidades de registro denota-

se recorrência das categorias: [8] Ler e entender; [11] Descobrir do que é/se trata assunto /conteúdo. A primeira etapa para os participantes reside, não linearmente, “fazer a leitura, entender a proposta do problema” (L5), “o que o problema quer” (L4), “entender o jeito do terreno, as medidas e as contas que tem que fazer” (L1).

Quanto à etapa Planejamento, denotada nas unidades de registros a categorias: [9] Extrair/pegar os dados/organizar e [10] Representar/esboçar/desenhar. Para os participantes antes de iniciar a resolução do problema e depois de ler e “descobrir o que é para resolver” (L6) é o momento de “extrair os dados importantes” (L1), “organizar os dados da área e das medidas” (L6), “esboçar a planta da escola com a calçada” (L2) e “as medidas de cada lado do terreno” (L3) para “realizar o processo de resolução” (L4).

Quanto à etapa Execução, nas unidades de registro denota-se recorrência da categoria: [12] Determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer/formalizar a resposta. Para os participantes uma das etapas consiste em efetuar os cálculos recorrendo aos conceitos identificados anteriormente e aos procedimentos associados a eles, como por exemplo “realizar a divisão e multiplicações de acordo com os descontos e aumentos” (L4) bem como “fazer as contas de proporção e área, da escola e do *paver* [e] chegar na resposta da área calçada” (L6). Dentro dessa etapa, segundo registro dos participantes, está a ação de formalizar a resposta, consistindo em apresentar uma solução ou “escrever a resposta obtida na linguagem usual” (L3).

Quanto à etapa de Monitoramento, denotada nas unidades de registro a categoria: [13] Verificação/refazer. Para os participantes, além de “ver se a resposta é a certa” (L6), verificando “se o valor encontrado funciona de acordo com o que foi falado” (L5), há também de “verificar se as contas estavam corretas” (L4) como por exemplo “refazer as contas feitas com as diminuições e aumentos já com o valor descoberto” (L1).

Diante da apresentação de etapas da resolução de problemas ao primeiro questionamento, no Quadro 10, a seguir, são apresentadas as unidades de registro e as categorias baseadas nas respostas e discussões dos participantes para o questionamento mencionado quanto aos conhecimentos mobilizados durante o processo de resolução e as unidades de registro.

Quadro 10 – Unidades de registro e as categorias referentes ao questionamento quanto aos conhecimentos mobilizados durante o processo de resolução

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
------	----------------------	------------

L1	[Situação 1] [14] Saber ler e interpretar o significado de cada coisa; [16] saber qual a lógica e utilizar o raciocínio lógico nas contas; [17] saber quais são as formas que dá para resolver . [Situação 2] [14] Leitura ; [16] raciocínio lógico por trás do problema; utilizar conhecimentos de matemática básica já aprendidos para [19] fazer as contas e [20] verificar se está certo.	[14] Saber ler/interpretar; [16] Saber a lógica/raciocínio; [17] Saber formas de resolver/preciso; [19] Saber fazer/ resolver/realizar; [20] Saber verificar;
L2	[Situação 1] [15] Saber que a área é a medida total que uma figura ocupa no plano e que nesse caso é comprimento vezes largura ; [16] saber o raciocínio lógico para resolver. [Situação 2] [15] Saber que desconto significa uma redução do preço habitual de algo, que porcentagem é a razão entre um número e 100 e que aumento significa um acréscimo, no caso no preço habitual de algo ; e [19] saber realizar a regra de três simples; raciocínio lógico.	[15] Saber conceitos; [16] Saber a lógica/raciocínio; [19] Saber fazer/ resolver/realizar;
L3	[Situação 1] [15] Saber que a área é a medida de uma superfície e que nesse caso é comprimento vezes a largura e que no caso da proporção é um múltiplo que multiplica o número fixo ; [19] saber fazer os cálculos corretamente. [Situação 2] [15] Saber o que é porcentagem; saber o que tem que fazer quando é desconto e aumento ; [19] saber fazer os cálculos.	[15] Saber conceitos; [19] Saber fazer/ resolver/realizar;
L4	[Situação 1] [14] Saber ler e interpretar as informações; [18] saber analisar dados e planejar a resolução; [16] reconhecer o que o problema está pedindo para ser feito e [17] reconhecer as fórmulas que serão utilizadas; [19] saber fazer as contas corretamente. [Situação 2] [16] Entender o que problema quer com porcentagem , [15] saber o que é desconto e aumento ; [19] saber realizar os cálculos de divisão, soma, subtração e multiplicação; [17] saber a forma de resolver , se é usando a lógica ou indo de trás para frente; [20] verificar os cálculos.	[14] Saber ler/interpretar; [15] Saber conceitos; [16] Saber a lógica/raciocínio/solicitação; [17] Saber formas de resolver/preciso; [18] Saber organizar e planejar; [19] Saber fazer/ resolver/realizar; [20] Saber verificar;
L5	[Situação 1] [14] Saber ler e entender o texto; [19] saber fazer os cálculos; [19] usar o raciocínio lógico . [Situação 2] [15] Saber o que é aumento e desconto ; [16] utilizar o raciocínio lógico ; [19] saber resolver porcentagem.	[14] Saber ler/interpretar; [15] Saber a lógica/raciocínio; [16] Saber fazer/ resolver/realizar; Saber conceitos;
L6	[Situação 1] [16] Raciocínio lógico ; [19] fazer as contas certo. [Situação 2] [16] Raciocínio Lógico ; [19] fazer as contas certo.	[16] Saber a lógica/raciocínio; [19] Saber fazer/ resolver/realizar;

Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto à mobilização de conhecimentos durante o processo de resolução de problemas, nas unidades de registro denota-se recorrência a categorias como: [20] Saber verificar; [14] Saber ler/interpretar; [15] Saber conceitos; [16] Saber a lógica/raciocínio/solicitação; [17] Saber formas de resolver/preciso; [18] Saber organizar e planejar; [19] Saber fazer/ resolver/realizar. Diante dos registros dos participantes nota-se relação dos conhecimentos às etapas definidas por eles, consequentemente, há uma proximidade com os conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental defendidos por Proença (2018).

Quanto ao conhecimento linguístico e semântico, estes encontram-se imbricados a: [14] Saber ler/interpretar; [15] Saber conceitos. Para os participantes um dos conhecimentos consiste em “saber ler e interpretar o significado de cada coisa” (L1) e “entender o texto” (L5), como por exemplo “saber que a área é a medida total que uma figura ocupa; saber que desconto significa uma redução [...] que porcentagem é a razão entre um número e 100 [...] que aumento significa um acréscimo” (L2). Tais saberes demonstram proximidade com afirmações de referenciais teóricos quanto a, diante do contexto do problema, compreender as estruturas relacionadas às palavras ou expressões e sua tradução em declarações matemáticas (Mayer, 1992; Baltaci; Yldiz; Güven, 2014; Proença, 2018). O registro de L3 apresenta a relação entre os conhecimentos linguístico e semântico ao esquemático visto que “saber que a área é a medida de uma superfície” auxiliou a compreender que diante do contexto do problema “é comprimento vezes a largura”. Tal fato permite constar não apenas a relação entre os conhecimentos, mas a pertinência deles em uma mesma etapa, a Representação.

Quanto ao conhecimento esquemático, este encontrou-se imbricado a: [16] Saber a lógica/raciocínio. Para os participantes outro conhecimento consiste em L1 “saber qual a lógica por trás do problema” (L1), o “raciocínio lógico para resolver” (L2), é o mesmo que “reconhecer o que o problema está pedindo para ser feito, [por exemplo] entender o que problema quer com porcentagem” (L4). Tais registros demonstram proximidade com o reconhecimento da natureza matemática do problema, o tipo de problema, a qual conceito ou área da matemática está associado, defendido na literatura como conhecimento esquemático (Mayer, 2013; Baltaci; Yldiz; Güven, 2014; Proença, 2018).

Quanto ao conhecimento estratégico, este se encontrou imbricado a: [17] Saber formas de resolver/preciso; [18] Saber organizar e planejar. Para os participantes há um conhecimento que refere-se a “utilizar o raciocínio lógico” (L5), “saber quais são as formas que dá para resolver” (L1), “reconhecer as fórmulas que serão utilizadas [...] se é usando a lógica ou indo de trás para frente” (L4) ou por exemplo “saber o que tem que fazer quando é desconto e aumento” (L3), portanto “saber analisar dados e planejar a resolução” (L4). Nota-se que nos registros há o indicativo a previsão de como fazer relacionado às estratégias e formas, assim, também há indicativos de onde e quanto fazer relacionado às fórmulas que deverão ser utilizadas em decorrência dos conceitos emergidos a partir do tipo de problema e com tais informações planejar a resolução (Solaz-Portolés; López, 2008; Proença, 2018).

Quanto ao conhecimento procedimental, este encontrou-se imbricado a: [19] Saber fazer/ resolver/realizar; [20] Saber verificar. Para os participantes há um conhecimento que

trata-se de não apenas “saber fazer os cálculos” (L5) ou “saber fazer as contas corretamente” (L4), como por exemplo “saber resolver porcentagem” (L5) ou “saber realizar a regra de três simples [e] raciocínio lógico” (L2), mas também “utilizar conhecimentos de matemática básica já aprendidos para fazer as contas e verificar se está certo” (L1). Tais registros possibilitam articulações com as definições apresentadas pelo referencial teórico ao passo que acenam para o desempenho ou habilidade em mobilizar conhecimentos relacionados a procedimentos suscitados durante o planejamento ou que vierem a emergir e executá-los (Carlson; Bloom, 2005; Mayer, 2008; Baltaci; Yldiz; Güven, 2014; Proença, 2018).

8.2.3. Síntese dos resultados após análise das categorias do Eixo 2: Conhecimentos elementares sobre resolução de problemas

Em síntese, os conhecimentos elementares dos participantes sobre resolução de problemas durante o início da formação dividiram-se em: conhecer características de problemas e conhecer características da resolução de problemas.

Quanto a conhecer características de problemas, os participantes reconhecem-no como uma articulação entre descobrir e interpretar informações que não encontram-se visíveis. A diferenciação entre problemas e exercícios, para os participantes, reside no segundo já apresentar de forma evidente dados, comandos ou métodos que não necessitam interpretar e pensar, apenas aplicar. Além de serem capazes de identificar informações supérfluas, essenciais e confusas presentes em problemas e a adição/redução de informações linguísticas, numéricas e gráficas. Os participantes demonstraram ser proficientes em resolver problemas visto terem apresentado estratégias suficientes para resolvê-los e soluções, embora tenham mobilizado parcialmente conhecimentos que em parte considerável não auxiliaram a apresentação de uma solução válida. Quanto ao monitoramento das resoluções, os participantes demonstram uma possibilidade emergente de verificação dos cálculos através da elaboração de um rascunho antecedente à versão final.

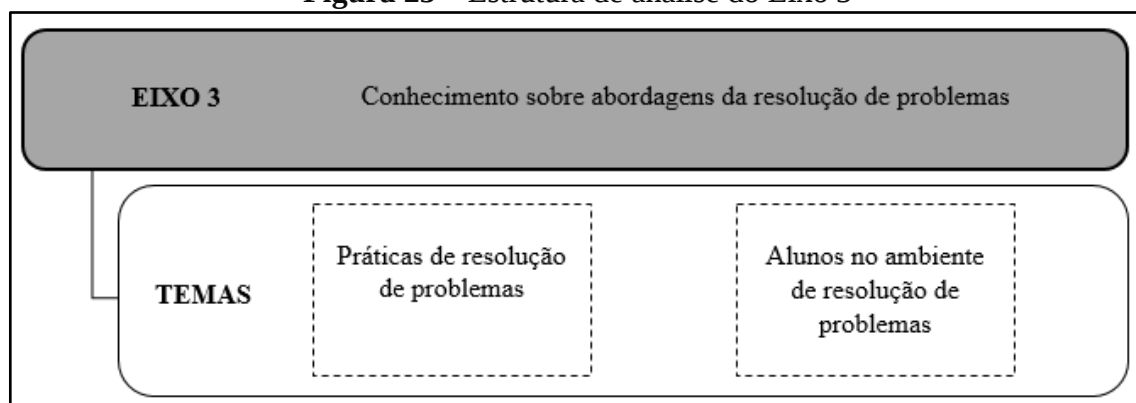
Quanto a conhecer características da resolução de problemas, os participantes reconhecem a existência de etapas que associam-se a modelos gerais. A Representação encontra-se associada a expressões como leitura, extração de dados, descoberta/entender e desenhar/representar/apresentar. Já o Planejamento encontra-se associado à expressão organização. Quanto à Execução, esta encontra-se relacionada a determinar/calcular/efetuar/resolver/realizar/fazer, formalizar/escrever a resposta. Por fim, o Monitoramento encontra-se associado a verificação/refazer. Quanto aos conhecimentos,

embora os tenham mobilizados parcialmente durante a resolução, os participantes reconheceram a existência de conhecimentos semelhantes aos esperados. O linguístico e semântico encontraram-se relacionados ao saber ler e interpretar. O esquemático relaciona-se ao saber a lógica/raciocínio. O estratégico é saber formas de resolver/preciso. Por fim, o procedimental a saber fazer/resolver/realizar.

8.3. Eixo 3: Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas

Por Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas, entende-se como conhecimentos dos participantes perante a resolução de problemas, em sala de aula, tendo os alunos como resolvidores baseados no primeiro contato com as literaturas científicas acerca da resolução de problemas no ambiente escolar. Conforme apresentado na Figura 25, neste eixo serão analisados os temas: Práticas de resolução de problemas; Alunos no ambiente de resolução de problemas.

Figura 25 – Estrutura de análise do Eixo 3



Fonte: Elaboração própria.

Os dados a serem analisados são oriundos das respostas dos participantes aos Questionários II (Apêndice D) e Questionário III (Apêndice E) e transcrição das discussões e reflexões durante os encontros 5 e 11 cujos objetivos e dinâmicas foram supramencionados.

8.3.1. Práticas de resolução de problemas

No Quadro 11, é apresentada as unidades de registro e categorias referentes ao tema Práticas de resolução de problemas, extraídos a partir das respostas ao Questionário II

(Apêndice D).

Quadro 11 - Unidades de registro referentes e categorias do tema Práticas de resolução de problemas

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Início] [...] no início da aula. O intuito seria que eles [1] fizessem com as ideias e conhecimentos que já têm para poder desenvolver seu raciocínio lógico matemático. [...] você vai dar [2] liberdade para o aluno tentar resolver da forma que ele acha que deve resolver sem você ter ensinado pra ele aquele [Potencial] permite que o aluno [1] desenvolva seus conhecimentos prévios, raciocínio lógico, interpretação e pode [2] proporcionar um interesse maior durante a resolução [Limitante] [...] questão do [3] tempo que levaria a resolução do problema; [4] se os alunos teriam de fato um certo conhecimento que antecede aquele problema. [Final/após] Agora no fim da aula creio que seja mais como um [6] reforço pra verificar se o aluno ali vai saber desenvolver o raciocínio dele pra tá resolvendo aquele problema método [Potencial] [6] bom para o aluno praticar e para que o [5] professor possa analisar se o aluno aprendeu [Limitante] [...] pode haver uma dificuldade muito grande por parte do aluno em conseguir resolver, pois às vezes ele aprendeu aquele certo conteúdo como um padrão, um macete, decorado, e por este motivo [4] não consegue ver a resolução de outra forma.	[1] Conhecimento prévio; [2] Liberdade/autonomia; [3] Tempo; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico; [7] Interdisciplinar;
L2	[Início] No início da aula, pois daria oportunidades para que os alunos tentassem [1] resolver com os seus conhecimentos prévios [Potencial] [7] possibilita a interdisciplinaridade [...] e a [1] utilização de conhecimentos prévios na construção de um novo conceito [Limitante] o aluno [4] não tem uma base boa ele pode não saber sei lá fazer uma multiplicação ou outro conteúdo ai dificulta ele resolver [...] desmotiva ele. [Final/após] Ao final do conteúdo, pois o aluno já teve uma previa de como tentar resolver alguma situação, e creio que para um aluno que nunca trabalhou com o conteúdo, o problema pode se torne difícil e não saia nada para o professor analisar [Potencial] [7] possibilita usar a interdisciplinaridade, [...] [6] sistematizar conceitos estudados e utilizar métodos estudados [Limitante] pode se tornar algo óbvio e mecânico.	[1] Conhecimento prévio; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico; [7] Interdisciplinar;
L3	[Início] No início de uma aula para o ensino do conteúdo [...] no início da aula, [8] para introduzir os conceitos abordados e discuti-los e sistematizá-los a partir da resolução do problema [...] um problema pra iniciar um conteúdo ele vai de fato ser um problema aos alunos, um obstáculo maior pra ser resolvido, vão ter que pensar mais [...] eu acho que no início ajuda a entender a importância do conteúdo antes de você explicar [...] [2] o aluno vê que conteúdo ele vai precisar pra resolver problemas daquele tipo [...] no meio de uma aula, onde pode ser utilizado para descobrir os conceitos [Potencial] [...] o aluno perceber a importância daquele conteúdo, enxergando uma aplicação clara deste na resolução do problema [...] cria um ambiente de investigação e [2] autonomia, onde o aluno precisa interpretar o problema e [1] buscar as ferramentas necessárias para resolvê-lo [Limitante] o [4] aluno pode se ver perdido e perder o interesse, ao ler o problema e não saber nem como começar. [Final/após] Após uma aula sobre o conteúdo, para [6] formalização e para melhor compreensão do conteúdo [Potencial] um papel de avaliação, onde o professor é capaz de [5] perceber se seus alunos entenderam ou não o conteúdo estudado [...] o aluno pode reconhecer	[1] Conhecimento prévio; [2] Autonomia/liberdade; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico; [8] Para ensinar/introduzir conteúdo;

	[4] possíveis dificuldades que no momento da aula teórica não tenha surgido e assim buscar compreender melhor. [Limitante] pode gerar uma [4] falsa percepção de entendimento nos alunos, onde eles só aplicam o que foi estudado sem de fato entender o motivo [...] o aluno pode não se interessar tanto pelo problema por achar fácil de resolver e pensar só na aplicação ou por achar difícil.	
L4	[Início] O problema [8] utilizado para iniciar o conteúdo é se o professor quiser [2] que os alunos pensem e descubram as coisas sozinhos ou para motivar a estudarem [...] aplicar um problema sem dar o conteúdo, os alunos vão ficar lá tentando resolver, tentando descobrir o modo de se chegar a solução [...] acaba motivando de certo modo o aluno a querer descobrir como se resolve aquilo [Potencial] eles [2] podem pensar sozinhos , buscar soluções de algo que ele ainda não conhece seria uma motivação [Limitante] podem ficar desmotivados se o problema for muito difícil. [Final/após] Se utilizado no final de uma aula teórica é [6] para fixar melhor o conteúdo [Potencial] ver se os alunos aprenderam o que foi ensinado na aula [Limitante] se o professor não deixou os conceitos claros o [4] aluno pode não saber o que fazer na hora de resolver.	[2] Autonomia/liberdade; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [8] Para ensinar/introduzir conteúdo;
L5	[Início] No início da aula, para que assim seja possível [1] analisar o conhecimento até o presente momento do aluno [Potencial] [1] considera o conhecimento que o aluno já tem [...] [5] questionar os conhecimentos de sua realidade [Limitante] desistir no meio da resolução e [4] não querer fazer mais por não saber . [Final/após] No final, logo após a explicação do conceito e conteúdo, e dos exemplos apresentados [5] para ver se aprenderam [Potencial] o aluno pode sentir segurança ao resolver porque já sabe o conteúdo [Limitante] sentir [4] dificuldade com o conteúdo se não aprendeu direito .	[1] Conhecimento prévio; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem;
L6	[Início] Junto com o conteúdo durante a aula, ir ajudando eles resolverem e [5] questionando eles para investigar o que eles acham que é cada coisa e o porquê de determinado cálculo [Potencial] possibilidade de questionar o que os alunos sabem e tornar a aula dinâmica [Limitante] os alunos não participarem. [Final/após] Ao final, após apresentar o conteúdo, em seguida aplica o problema [6] como fixação do conteúdo , no qual dá [5] para investigar a resolução do problema do aluno [Potencial] investigar o que os alunos aprenderam [Limitante] os alunos acharem difícil e [4] não saberem como fazer mesmo tendo estudado antes.	[4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico;

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que, em geral, a aula se dividiu em duas: início e final. Ao conhecerem que há distintas formas de abordar a resolução de problemas em aulas de matemática, os participantes reconhecem o potencial e limitação dessas abordagens e como abordá-las, reconhecendo certas estratégias para auxiliar os alunos (Chapman, 2014; 2015; 2016; Foster; Wake; Swan, 2014; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2020), possibilitando a criação de dez categorias: [1] Conhecimento prévio; [2] Liberdade/autonomia; [3] Tempo; [4] Falta/dificuldades com a mobilização de conhecimento; [5] Verificar/analisar/investigar a aprendizagem; [6] Praticar/reforço/fixar/mecânico; [7] Interdisciplinar; [8] Para ensinar/introduzir conteúdo;

Quanto a abordar a resolução de problemas no início da aula, é possível notar proximidade com as definições defendidas por Schroeder e Lester Jr. (1989), Masingila e Lester Junior (2001) e Proença (2018), quanto ao problema ser o ponto de partida para a atividade matemática em um ambiente de investigação e mobilização de conhecimentos prévios. Para os participantes, abordar a resolução de problemas no início da aula dá “liberdade para o aluno tentar resolver da forma que ele acha que deve resolver [...] com as ideias e conhecimentos que já tenham” (L1), “com os seus conhecimentos prévios” (L2), “para o ensino do conteúdo, para introduzir os conceitos, discuti-los e sistematizá-los a partir da resolução do problema” (L3). “Ajuda a entender a importância do conteúdo antes de você explicar [...] acaba motivando de certo modo o aluno a querer descobrir como se resolve aquilo” (L4), “para que assim seja possível analisar o conhecimento até o presente momento do aluno” (L5).

Quanto ao reconhecimento das potencialidades de abordar a resolução de problemas no início da aula, para os participantes os potenciais de abordar a resolução de problemas no início da aula residem na “utilização de conhecimentos prévios na construção de um novo conceito” (L2), o aluno pode “pensar sozinho, buscar soluções de algo que ele ainda não conhece” (L4), criando “um ambiente de investigação e autonomia, onde o aluno precisa interpretar o problema e buscar as ferramentas necessárias para resolvê-lo” (L3), além de ser uma “possibilidade de questionar o que os alunos sabem e tornar a aula dinâmica” (L6).

Quanto ao reconhecimento das limitações de abordar a resolução de problemas no início da aula, para os participantes as limitantes de abordar a resolução de problemas no início da aula residem “na questão do tempo que levaria a resolução do problema [...] se teriam de fato um certo conhecimento que antecede aquele problema” (L1), “uma base boa” (L2), “o aluno pode se ver perdido e perder o interesse, ao ler o problema e não saber nem como começar” (L3). Se os alunos “acharem difícil e não saberem como fazer” (L6) podem “ficar desmotivados” (L4), “desistir no meio da resolução e não querer fazer mais” (L5).

Quanto a abordar a resolução de problemas no final/após o andamento da aula, é possível notar proximidade com as definições defendidas por Schroeder e Lester Junior (1989), Masingila e Lester Junior (2001) e Proença (2018), quanto ao problema após uma aula ser aplicado para verificar a proficiência dos alunos em aplicar a matemática anteriormente vista. Para os participantes o objetivo é “a formalização e para melhor compreensão do conteúdo” (L3), “fixar melhor o conteúdo” (L4). “Ao final, após apresentar o conteúdo, em seguida aplica o problema como fixação do conteúdo, no qual dá para investigar a resolução do problema do aluno” (L6) é “um reforço pra verificar se o aluno ali vai saber desenvolver o

raciocínio dele” (L1), “pois o aluno já teve uma prévia de como tentar resolver alguma situação” (L2).

Quanto ao reconhecimento das potencialidades de abordar a resolução de problemas no final/após o andamento da aula, para os participantes as potencialidades de abordar a resolução de problemas no final/após o andamento da aula traz ao aluno “segurança ao resolver porque já sabe o conteúdo” (L5), “é bom para o aluno praticar” (L1), “reconhecer possíveis dificuldades que no momento da aula teórica não tenha surgido e assim buscar compreender melhor” (L3), “sistematizar conceitos estudados e utilizar métodos estudados” (L2). Para o professor traz um “papel de avaliação, onde é capaz de perceber se seus alunos entenderam ou não o conteúdo estudado” (L3).

Quanto ao reconhecimento das limitações de abordar a resolução de problemas no final/após o andamento da aula, para os participantes os limitantes de abordar a resolução de problemas no final/após o andamento da aula “pode trazer dificuldades ao aluno em conseguir resolver, pois às vezes ele aprendeu o conteúdo como um padrão, um macete, decorado, e por este motivo não consegue ver a resolução de outra forma” (L1), assim “pode se tornar algo óbvio e mecânico” (L2) e “gerar uma falsa percepção de entendimento onde eles só aplicam o que foi estudado sem de fato entender o motivo” (L3). Outro fato é “se o professor não deixou os conceitos claros o aluno pode não saber o que fazer na hora de resolver” (L4) “mesmo tendo estudado antes” (L6).

8.3.2. Alunos no ambiente de resolução de problemas

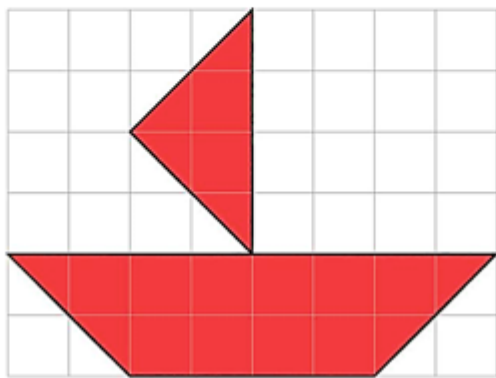
No Quadro 12, são apresentadas as unidades de registro e categorias referentes ao tema Alunos no ambiente de resolução de problemas, extraídos a partir das respostas ao Questionário II (Apêndice D). Ao solicitar que elaborassem uma situação de Matemática envolvendo a Unidade temática de Geometria em uma turma de 6º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e que descrevessem como você abordaria a situação? E que dificuldades os alunos teriam? Foram selecionadas duas situações, a primeira cujo autor-participante utilizaria para introduzir um conteúdo matemático e outra que segundo o autor-participante utilizaria após o ensino. Na sequência, os demais participantes deveriam observar as situações elaboradas, discutir a proposta e responder aos questionamentos: Você concorda com as informações apresentadas sobre a abordagem e as dificuldades na situação? Você considera que essa situação de Matemática poderia ser classificada como um problema para os alunos? Justifique sua

consideração. Que modificações você faria em cada uma para que se tornassem bons problemas para os alunos?

Na Figura 26, é apresentada a primeira situação de Matemática selecionada para discussão.

Figura 26 – Situação de Matemática elaborada por L3

Imagine que você trabalha em uma gráfica e um de seus clientes entrou em contato para fazer um pedido. Ele precisa imprimir seu logotipo em um painel e para a produção de chaveiros. Seguindo o modelo abaixo e com apoio da malha quadriculada esboce como ficaria a ampliação da logo para o painel sabendo que nele a logo precisa ser duas vezes maior que o tamanho original e a redução para o chaveiro sabendo que para isso a logo deve ter $\frac{1}{2}$ do tamanho original.

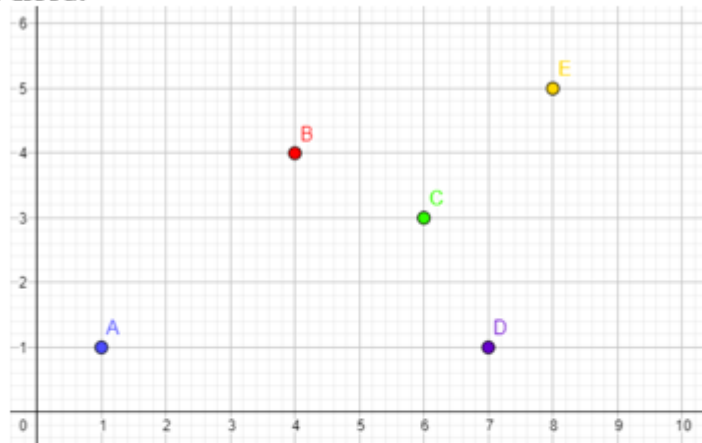


Fonte: Dados da pesquisa.

Na Figura 27, é apresentada a segunda situação de Matemática selecionada para discussão.

Figura 27 - Situação de Matemática elaborada por L2

Em uma viagem, Ana representou pontos que queria visitar na cidade onde estava num plano cartesiano, para poder organizar as melhores rotas de passeio. Sua representação ficou:



A estadia de Ana será de dois dias, então ela decidiu visitar dois locais por dia. No primeiro dia ela resolveu visitar os pontos A e B e no segundo dia os pontos C e E. Sabendo que ela ficou hospedada no ponto D e partirá desse ponto nos dois dias de hospedagem, e só retornará depois de ir nos pontos escolhidos, responda:

- Qual o dia em que Ana fará o maior trajeto? E quanto seria esse caminho?
- Quais figuras os trajetos formam e qual sua classificação? Nessas figuras os pontos são nomeados como?
- Qual o maior trajeto feito entre dois lugares pela Ana? E qual o menor?
- Faça outro trajeto entre dois pontos que Ana poderia ter feito em um dia, sendo o menor possível.

Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 12, são apresentadas as unidades de registro e as categorias para o tema Alunos no ambiente de resolução de problemas a partir das situações supracitadas.

Quadro 12 - Unidades de registro e categorias referente ao tema Alunos no ambiente de resolução de problemas

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Situação 1] O aluno pode logo no início entender que se trata de aumentar e diminuir a área de uma figura e que [9] não há um fórmula só para isso. Isso pode ser uma dificuldade para eles [não há uma fórmula] [...] [ele] vai ter que utilizar outra forma de se resolver sem fórmula [...] às vezes [1] algum do grupo vai saber fazer usando alguma lógica e daí dá para [7] pedir que expliquem na lousa [...] como [13] pode usar a malha quadriculada , isso vai ajudar eles a pensarem que deve [12] contar os quadradinhos da altura e da largura [...] alguns vão precisar de ajuda para fazer isso por isso é importante fazer os grupos e [3] incentivar que eles troquem ideias [...] eu indicaria que pensassem em [14] uma foto e falaria para pensarem em como fazem para ampliar uma foto no celular [...] [eu] [12] pegaria uma outra imagem , menor para caber em uma folha quadriculada a duplicação ou utilizaria o computador e uma planilha	[9] Não possibilita diferentes estratégias; [1] Montar grupos; [7] Explicarem na lousa; [3] Incentivar a troca de ideias em grupo; [13] Malha quadriculada/pintar quadradinhos; [14] Foto no celular/planilha no computador; [10] Sem lógica;

	por exemplo para os alunos mexerem [...] podem achar cansativo também fazer isso e [10] sem muita lógica. [Situação 2] O intuito seria que eles fizessem com as ideias e conhecimentos que já tenham adquirido da explicação para poder desenvolver a solução [...] eu não modificaria a situação, assim [17] está bem didático [...] cada letra [tópico a, b, c, d] vai falando o que ele tem que fazer [...] acho que [18] é fácil, nem tem que resolver muita coisa é mais visual.	[12] Ajuda com cálculos aritméticos/modificação gráfica; [17] Didático/visual; [18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico;
L2	[Situação 1] Acho que a situação [18] está fácil e legal de resolver [...] para alunos do 6º ano tem que ser assim mesmo mais de pintar e desenhar [18] para não ser cansativo e ser dinâmico [...] se tivesse que [12] modificar algo faria a mesma coisa [que L1] pegaria um desenho menor, porque acho que os alunos não se interessariam muito em pintar muitos quadradinhos e também teriam dificuldade por [9] não ter muitas formas de fazer [...] é [13] pintar mais quadradinhos na largura e na altura e só [...] acho que esse conceito não favorece muito para a resolução de problemas. [Situação 2] É um bom problema, porque para responder as questões os alunos deverão analisar as informações que eles tem descritas e a partir delas traçar estratégias de resolução, que podem ser variadas, como a construção de novos triângulos para descobrir o tamanho de alguns segmentos ou utilizar propriedades, [15] medir com régua, medir com barbantes, utilizando o dedão [polegar].	[18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico; [9] Não possibilita diferentes estratégias; [12] Ajuda com cálculos aritméticos/modificação gráfica; [13] Malha quadriculada/pintar quadradinhos; [15] Barbante/polegar/régua;
L3	[Situação 1] Utilizaria este problema no início da aula, para introduzir os conceitos abordados e [8] discuti-los e sistematizá-los [1] em grupos a partir da resolução do problema [...] Neste problema os alunos deverão aumentar e diminuir proporcionalmente o desenho do barco com [13] apoio da malha quadriculada, na ampliação deverão multiplicar a quantidade de cada lado do desenho por 2 antes de refazer o desenho e na redução dividir por 2 [...] [18] acho que é simples e eles vão conseguir fazer e vão gostar porque não tem que fazer muita conta e sim ir observando, aumentando ou diminuindo mentalmente e pintando. [Situação 2] Achei que ela era difícil por causa dos triângulos, nem todos dão para fazer por Pitágoras o que seria mais fácil, mas isso até onde sei não é conteúdo para sexto [6º ano] então [15] vai ter que ser com barbante ou régua ou outra forma de medir mesmo como L2 falou [...] acho uma boa ideia propor que eles [alunos] criem novas formas de medir. Eu modificaria isso, deixaria livre ou indicava [...] os alunos vão ter dificuldades sozinhos de pensar nisso [formas de medir] [...] vão ficar perdidos, ainda mais por ser 6º ano, talvez emburem e não vão querer fazer.	[1] Montar grupos; [8] Discutir e sistematizar a partir das resoluções; [13] Malha quadriculada/pintar quadradinhos; [18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico; [17] Didático/visual; [6] Buscar diferentes maneiras de resolver/estratégias; [11] Desistir/falta de estratégias; [15] Barbante/polegar/régua;
L4	[Situação 1] É um bom problema, pois essa atividade faria com que [1] os grupos [6] pensassem em modos de chegar à solução, teriam que analisar e descobrir um modo que encontre a resposta, talvez nem todos utilizem a mesma estratégia, mas chegariam a um mesmo resultado [...] não sei [6] se tem outra estratégia também, eu penso apenas na de multiplicar ou dividir a quantidade de quadradinhos e pintar, mas vai que os alunos descobrem outras [...] modificaria a situação para ter mais estratégia para serem feitas [...] [9] não vejo que é uma atividade que permite fazer de várias formas, mesmo que eu ache que tenha. Então dá para [3] pedir para trocarem ideias com outros grupos ou [2] pegar um participante de cada grupo e montar outro grupo para ver se sai outra forma. [Situação 2] Na verdade eu tinha achado a atividade muito difícil [...] eu sabia que ela é para finalizar a aula depois de já ter falado sobre o conteúdo, mas achei ela difícil como L3 falou [...] não pensei em fazer sem uma fórmula ou Pitágoras, mas esse conteúdo não ensina no 6º ano [...] agora [após a fala de L2] consigo ver também que uma forma de resolver é [13] contar quadradinhos já que tem uma malha atrás, por	[1] Montar grupos; [3] Incentivar a troca de ideias em grupo; [6] Buscar diferentes maneiras de resolver/estratégias; [2] Comutar participantes dos grupos; [9] Não possibilita diferentes estratégias; [12] Ajuda com cálculos aritméticos/modificação gráfica; [11] Desistir/falta de estratégias; [13] Malha quadriculada/pintar quadradinhos;

	que se senão os alunos não dariam conta de fazer [...] deixaria claro dizendo que pode usar alguma coisa para medir, mas aí também não teria um conteúdo de Geometria.	
L5	[Situação 1] O aluno para resolver o problema tem que entender o que está escrito no problema, pensar de que forma ele irá utilizar, para fazer a resolução [...] acho que [1] os grupos de alunos vão entender que tem que multiplicar e dividir o número de quadrados e só dá para fazer assim mesmo [...] [9] não é um problema que dá muita opções de resolver [...] talvez ir [4] acompanhando os grupos e [5] perguntando se eles enxergam outra maneira de resolver também ou ir um por um do grupo perguntando. [Situação 2] É um bom problema, mas eu também tinha achado ele difícil para um sexto ano [...] muita pergunta [...] para essa turminha [18] tem que ser coisa mais direta [...] não precisa modificar muita coisa para deixar mais fácil de entender e menos cansativo, talvez o que já falaram de falar que pode usar alguma coisa para medir, mas aí também já estaria dizendo uma forma de resolver né [...] diminuir as tarefas para fazer.	[9] Não possibilita diferentes estratégias; [1] Montar grupos; [4] Acompanhar os grupos; [5] Questionar os grupos; [18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico;
L6	[Situação 1] O problema é [18] bem facilzinho e legal para o 6º ano [...] tem que fazer contas simples de multiplicar e dividir que dá até só para somar e tem que pintar [...] eles gostam de [16] usar canetinhas e lápis de cor e se for [1] em grupos eles vão ficar mais animados. Acho isso um recurso interessante. Acho que nem vai ser um problema mesmo, mais uma atividade. Porém como é para começar [18] o conteúdo então é legal para manter eles empolgados [...] não precisa modificar nada na minha visão. [Situação 2] Não achei que seja um problema tão difícil assim como falaram. Na minha visão é de acordo com o conteúdo do sexto [6º ano] [17] porque é mais para visualizar as coisas, tipo comparar, são coisas básicas de Geometria.	[18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico; [16] Canetinha/lápis de cor; [1] Montar grupos; [17] Didático/visual;

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que os registros dos participantes possibilitam a divisão de dois pontos de vista sobre os conhecimentos dos alunos no ambiente de resolução de problemas. O primeiro ponto reside em conhecer estratégias gerais de mediação de resoluções, de trabalho/interação em grupo e comunicação. Apresentam relação com o conhecimento sobre a gestão de ensino da resolução de problemas (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2020), com o conhecimento de práticas instrucionais para resolução de problemas (Chapman, 2014; 2015; 2016) e com ações auxiliares aos professores no ambiente de resolução de problemas (Proença, 2018), sendo as categorias: [1] Montar grupos; [2] Comutar participantes dos grupos; [3] Incentivar a troca de ideias em grupo; [4] Acompanhar os grupos; [5] Questionar os grupos; [6] Buscar diferentes maneiras de resolver/estratégias; [7] Explicarem na lousa; [8] Discutir e sistematizar a partir das resoluções.

O segundo ponto de vista reside em conhecer recursos materiais, visuais ou linguístico para representar ou exemplificar ideias matemáticas antes ou durante a resolução; conhecer o que os alunos sabem, podem fazer e estão dispostos a fazer diante da situação (Chapman, 2014; 2015; 2016) e antecipar o que é provável que pensarão, acharão confuso, motivador ou

interessante (Ball; Thames; Phelps, 2008), além da natureza e os impactos de aspectos não-cognitivos como o interesse (Chapman, 2014; 2015; 2016); prever possíveis entraves que os alunos podem ter de leitura ou estratégia e como ressignificá-las e orientá-los para a resolução (Proença, 2018; Pereira; Proença, 2023).

Quanto à saber antecipar possíveis entraves e o que é provável que pensarão, acharão confuso, motivador, interessante ou desinteressante diante de aspectos cognitivos e não-cognitivos e ressignificá-los e orientá-los, os registros dos participantes possibilitaram criar as seguintes categorias: [9] Não possibilita diferentes estratégias; [10] Sem lógica; [11] Desistir/falta de estratégias; [12] Ajuda com cálculos aritméticos/modificação gráfica. Na visão deles diante de tais situações apresentadas os alunos teriam dificuldades em encontrar “outra forma de se resolver sem fórmula” (L1), justamente “por não ter muitas formas de fazer” (L2), “não é um problema que dá muitas opções de resolver” (L5). Esse fato poderia fazer com que os alunos fiquem “perdidos, ainda mais por ser 6º ano, talvez emburrem e não vão querer fazer” (L3), “[...] para essa turminha tem que ser coisa mais direta” (L5). Por isso é preciso modificar “a situação para ter mais estratégia para serem feitas [...] não vejo que é uma atividade que permite fazer de várias formas” (L4) ou que “favorece muito para a resolução de problemas” (L2). “Eu pegaria uma outra imagem, menor para caber em uma folha quadriculada a duplicação [...] deixar mais fácil de entender e menos cansativo” (L1), “porque acho que os alunos não se interessariam muito em pintar muitos quadradinhos e também teriam dificuldade” (L2), poderiam achar “sem muita lógica” (L1).

Quanto à conhecer recursos materiais, visuais ou linguísticos para auxiliar na resolução de problemas, os registros desse ponto de vista foram categorizados como: [13] Malha quadriculada/pintar quadradinhos; [14] Foto no celular/Planilha no computador; [15] Barbante/polegar/régua; [16] canetinha/lápis de cor. Segundo os participantes, diante de tais situações de matemática e dos possíveis entraves supracitados, o professor pode antes e durante a resolução de problemas recorrer a recursos como “usar canetinhas e lápis de cor” (L6) para pintar e “contar quadradinhos já que tem uma malha atrás” (L4), sendo assim é possível “usar a malha quadriculada [para] pensarem que deve contar os quadradinhos da altura e da largura [...] pensassem em como fazem para ampliar uma foto no celular [...] ou utilizaria o computador e uma planilha” (L1). Também é possível recorrer a “construção de novos triângulos para descobrir o tamanho de alguns segmentos ou [...] medir com régua, medir com barbantes, utilizando o dedão [polegar]” (L2).

Por fim, quanto à conhecer o que os alunos podem fazer e estão dispostos a fazer diante da situação e dos recursos apresentados, os registros desse ponto de vista foram categorizados como: [17] Didático/visual; [18] Fácil/legal/menos cansativo/dinâmico. Didático porque “cada letra [tópico a, b, c, d] vai falando o que ele tem que fazer [...], nem tem que resolver muita coisa é mais visual” (L1), fácil, legal e dinâmico, pois tem que “deixar mais fácil de entender [...] diminuir as tarefas para fazer” (L5), “para o 6º ano tem que fazer contas simples, tem que pintar” (L6) e “desenhar para não ser cansativo e ser dinâmico” (L2). Se “for em grupos eles vão ficar mais animados” (L6), vão “gostar porque não tem que fazer muita conta e sim ir observando, aumentando ou diminuindo mentalmente e pintando” (L3).

8.3.3. Síntese dos resultados após análise das categorias do Eixo 3: Conhecimento sobre abordagens da resolução de problemas.

Em síntese, os conhecimentos sobre abordagens da resolução de problemas dividiram-se em: Práticas de resolução de problemas; Alunos no ambiente de resolução de problemas. Quanto às práticas de resolução de problemas, os participantes reconheceram ambas as abordagens, seja do problema como ponto de partida, seja do problema ao fim do processo de ensino, assim como reconheceram suas potencialidades e limitantes. De modo geral o problema como ponto de partida relaciona-se com a liberdade dos alunos resolverem como quiserem, a partir de seus conhecimentos prévios, possibilitando introduzir, discutir e sistematizar conceitos. O potencial dessa abordagem é a criação de um ambiente investigativo, autônomo e passível de investigar os conhecimentos dos alunos. Já o limitante reside principalmente no tempo para aplicação da proposta e na falta ou dificuldade em mobilizar conhecimentos prévios, acarretando na sensação de dificuldade e desmotivação. Em relação à abordar a resolução de problemas no final ou após o andamento de uma aula, para os participantes o objetivo é a formalização, reforço e fixação do conteúdo ensinado. A potencialidade é a segurança na resolução do problema, a sistematização de conceitos e o reconhecimento de possíveis dificuldades ou lacunas que tenham resultado do processo de ensino do conteúdo. Já a limitante consiste em dificuldades em resolver o problema por conta de lacunas ou dúvidas oriundas do conteúdo ensinado e a falsa percepção de aprendizado baseado em um processo mecânico.

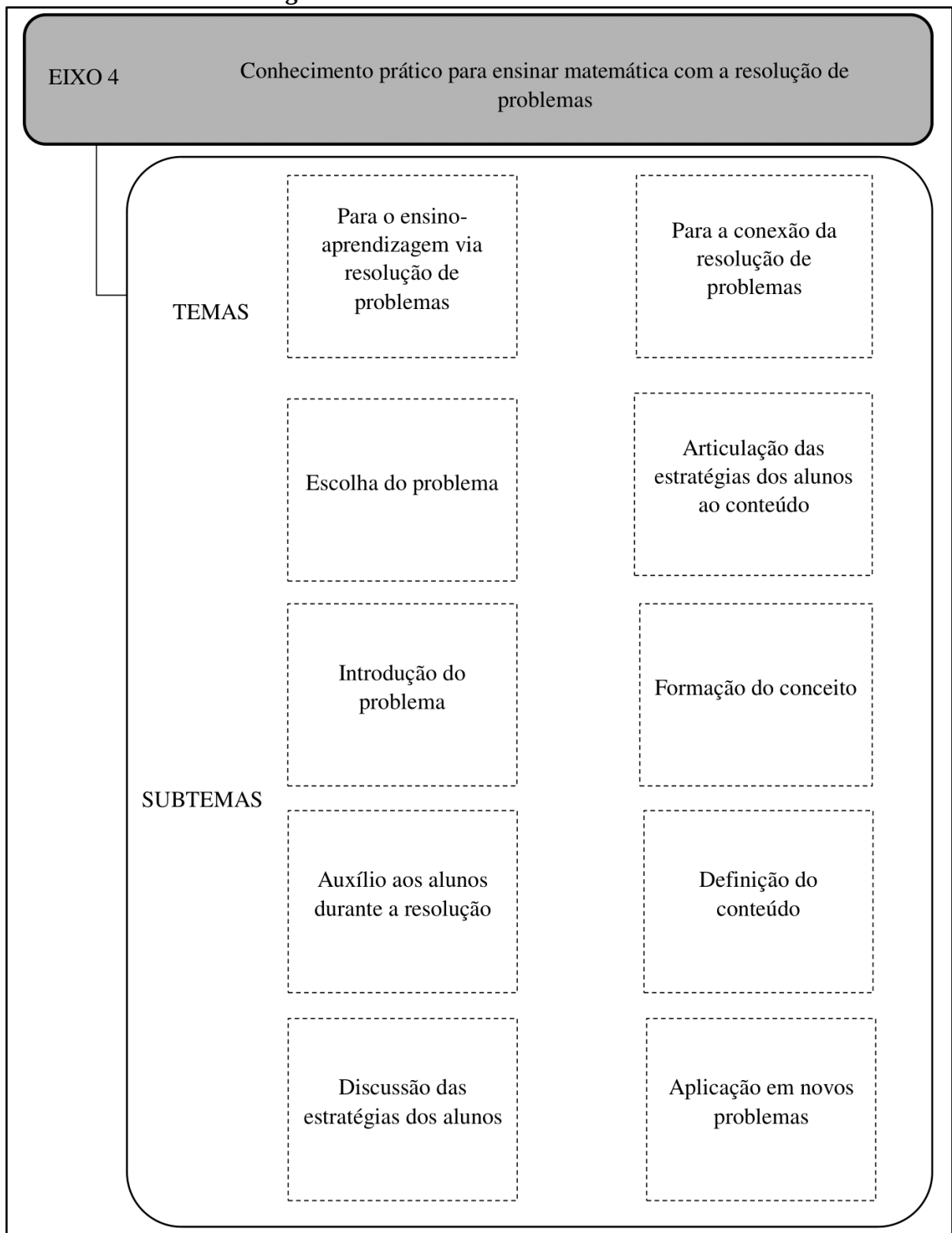
Quanto aos alunos no ambiente de resolução, o professor deve conhecer recursos para representar ou exemplificar ideias matemáticas dos alunos antes ou durante a resolução, devem

conhecer e antecipar o que os alunos sabem, podem fazer e estão dispostos a fazer diante da situação e como ressignificá-las e orientá-los durante a resolução.

8.4. Eixo 4: Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas

Por Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas entende-se como conhecimentos dos participantes mobilizados ao elaborar e discutir as propostas de ensino. Como as propostas sustentaram-se na junção das ações de Proença (2018) com as etapas de Proença (2021), entende-se que trata de um processo que inicia com o problema como ponto de partida para o ensino da Matemática e, após a formação do conceito e definição do conteúdo, finaliza com a aplicação da Matemática aprendida em novos problemas, havendo assim a simbiose entre o ensino *via* e o *para* resolução de problemas. Por esse motivo optou-se por cunhar no título deste eixo a expressão *com a* resolução de problemas. Conforme apresentado na Figura 28, neste eixo serão analisados os temas: Para o ensino via resolução de problemas; Para a conexão da resolução de problemas.

Figura 28 – Estrutura de análise do Eixo 4



Fonte: Elaboração própria.

No Quadro 13 é apresentado uma breve descrição das escolhas feitas pelos participantes tanto do conteúdo quanto da estratégia resolutiva por trás do problema.

Quadro 13 – Descrição das informações gerais sobre a proposta e o problema escolhido como ponto de partida

Ptc.	Conteúdo	Conhecimentos prévios	Objetivos	Escolha	Possíveis estratégias
L1	Sistemas lineares – Regra de Cramer	Saber resolver sistemas lineares; Saber a definição de determinante; Saber resolver determinantes de matrizes 2×2 e 3×3 pela regra de Sarrus e por métodos de resolução de sistemas lineares;	Compreender e utilizar a regra de Cramer; Compreender que a regra de Cramer quando só é utilizada se for um sistema possível determinado;	Escolhido na íntegra do caderno de prova de vestibular;	Método da adição, substituição ou comparação; Tentativa e erro (supor valores)/criar uma tabela;
L2	Matrizes – Adição e subtração de matrizes	Saber ler e interpretar valores em uma tabela; Conhecer o conceito de matriz;	Entender e saber efetuar as operações de adição e subtração de matrizes; Compreender o conceito de matriz oposta;	Reelaborado com base no livro didático;	Expressões numéricas e efetuar cálculos com as operações de adição;
L3	Sequências – Progressão Aritmética	Conhecer o conceito de sequências numéricas; Reconhecer lógicas e padrões em sequências numéricas;	Compreender o conceito de Progressão Aritmética, termos e razão; Resolver situações problemas que envolvam Progressões Aritméticas;	Escolhido na íntegra do caderno de provas do ENEM;	Criar uma tabela; Efetuar cálculos com as operações de subtração, adição e multiplicação a partir do reconhecimento do padrão (razão);
L4	Porcentagem – Acréscimos e descontos	Realizar as operações de divisão, multiplicação, soma e subtração; Reconhecer grandezas diretamente proporcionais;	Reconhecer acréscimos e decréscimos simples relacionados a problemas que envolvam porcentagens;	Reelaborado com base no caderno de prova de vestibular;	Efetuar cálculos com as operações de subtração, adição e multiplicação; Efetuar a regra de três;
L5	Juros – Juro Simples	Saber realizar cálculos simples envolvendo divisão e multiplicação; Conhecer o conceito e ter noção das formas para calcular porcentagens;	Compreender o conceito de juro simples, com ou sem a recorrência a fórmulas;	Escolhida na íntegra (não identificado a origem);	Efetuar cálculos com as operações de subtração, adição e multiplicação relacionados a realização de cálculos percentuais; Realizar apenas multiplicações (semelhante a fórmula do juros);
L6	Geometria Analítica – Distância entre pontos	Saber localização no plano cartesiano, coordenadas e deslocamentos; Conhecer o conceito e o procedimento por trás do teorema de Pitágoras;	Analisar as coordenadas dos pontos em um plano cartesiano e determinar a distância entre eles; Determinar um expressão algébrica capaz de determinar a	Escolhida na íntegra (não identificado a origem);	Verificar as coordenadas dos pontos, realizar o cálculo da medida de distância e aplicar o teorema de Pitágoras;

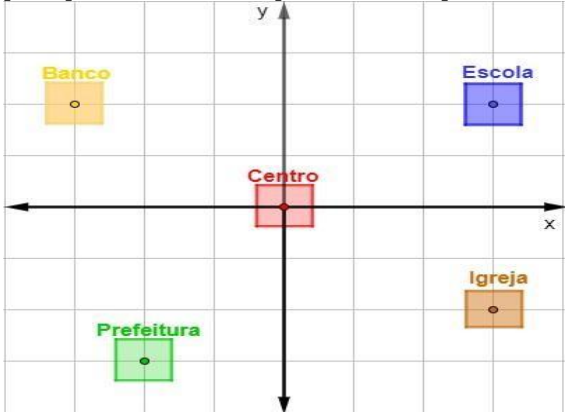
			distância entre dois pontos;		Recorrer a uma expressão baseada no teorema de Pitágoras envolvendo as distâncias verticais e horizontais;
--	--	--	------------------------------	--	--

Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 14 é apresentado os problemas escolhidos por cada participante para a construção da proposta de EAMvRP.

Quadro 14 – Problemas escolhidos pelos participantes para elaborar a proposta de EAMvRP

Ptc.	Problema																																																		
L1	Um clube promoveu um show de música K-pop ao qual compareceram 200 pessoas, entre sócios e não sócios. No total, o valor arrecadado foi R\$ 1 400,00 e todas as pessoas pagaram pelo ingresso. Sabendo-se que o preço do ingresso foi R\$ 10,00 e que cada sócio pagou metade desse valor, qual é o número de sócios presentes no Show?																																																		
L2	O gerente de vendas de uma loja de material de construção tem à sua disposição as tabelas de vendas mensais, em reais, dos seus três melhores vendedores em relação aos quatro produtos brutos mais vendidos. Veja: <table><tr><th colspan="5">Vendas em setembro (R\$)</th></tr><tr><th>Vendedores</th><th>Tijolo</th><th>Areia</th><th>Cimento</th><th>Ferro</th></tr><tr><td>Rogério</td><td>31.456,16</td><td>28.562,56</td><td>70.000,00</td><td>45.450,00</td></tr><tr><td>Clodoaldo</td><td>11.786,24</td><td>12.248,45</td><td>30.540,55</td><td>35.426,65</td></tr><tr><td>Vanessa</td><td>13.248,88</td><td>8.846,10</td><td>19.460,80</td><td>42.154,85</td></tr></table> <table><tr><th colspan="5">Vendas em outubro (R\$)</th></tr><tr><th>Vendedores</th><th>Tijolo</th><th>Areia</th><th>Cimento</th><th>Ferro</th></tr><tr><td>Rogério</td><td>18.846,68</td><td>15.546,51</td><td>40.799,90</td><td>29.214,65</td></tr><tr><td>Clodoaldo</td><td>10.546,78</td><td>18.941,27</td><td>24.099,10</td><td>19.543,64</td></tr><tr><td>Vanessa</td><td>20.545,42</td><td>14.146,74</td><td>35.100,00</td><td>25.245,45</td></tr></table> O gerente faz o controle da venda desses produtos a cada dois meses. Sendo assim, ele quer saber sobre a venda nos meses de setembro e outubro, em reais por produto vendido, quanto cada vendedor arrecadou?	Vendas em setembro (R\$)					Vendedores	Tijolo	Areia	Cimento	Ferro	Rogério	31.456,16	28.562,56	70.000,00	45.450,00	Clodoaldo	11.786,24	12.248,45	30.540,55	35.426,65	Vanessa	13.248,88	8.846,10	19.460,80	42.154,85	Vendas em outubro (R\$)					Vendedores	Tijolo	Areia	Cimento	Ferro	Rogério	18.846,68	15.546,51	40.799,90	29.214,65	Clodoaldo	10.546,78	18.941,27	24.099,10	19.543,64	Vanessa	20.545,42	14.146,74	35.100,00	25.245,45
Vendas em setembro (R\$)																																																			
Vendedores	Tijolo	Areia	Cimento	Ferro																																															
Rogério	31.456,16	28.562,56	70.000,00	45.450,00																																															
Clodoaldo	11.786,24	12.248,45	30.540,55	35.426,65																																															
Vanessa	13.248,88	8.846,10	19.460,80	42.154,85																																															
Vendas em outubro (R\$)																																																			
Vendedores	Tijolo	Areia	Cimento	Ferro																																															
Rogério	18.846,68	15.546,51	40.799,90	29.214,65																																															
Clodoaldo	10.546,78	18.941,27	24.099,10	19.543,64																																															
Vanessa	20.545,42	14.146,74	35.100,00	25.245,45																																															
L3	Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro. Qual é o número de andares deste edifício?																																																		
L4	Campanhas de vacinação de animais são essenciais para uma boa convivência em sociedade, além da saúde do próprio animal. Diversas prefeituras espalhadas pelo país promovem campanhas em parcerias com profissionais veterinários. Em uma campanha de vacinação de certa prefeitura, no primeiro dia foram vacinados 12% a mais de cães em relação ao segundo dia de vacinação. Sabendo que no segundo dia foram vacinados 300 cães, qual seria o total de cães vacinados nesses dois dias?																																																		
L5	Ao completar seus 18 anos e adquirir sua independência financeira, João decidiu alugar um imóvel. Uma prática bastante comum para o aluguel de imóveis é o uso do devedor solidário ou então o pagamento de um cheque caução. Ambas as opções são para resguardar quem está alugando o imóvel. A primeira delas consiste em uma terceira pessoa se responsabilizar pelas dívidas caso o locatário não pague. A segunda é o pagamento, por parte do locatário, de um valor, que fica na conta do locador até o término do contrato. Ao final, esse valor é devolvido para o locatário. Como não havia ninguém disposto a ser devedor solidário, João optou pela segunda opção, pegando dinheiro emprestado com o seu irmão, José. O empréstimo foi de R\$ 3.000,00 e, para que José não ficasse em desvantagem, ele propôs para o seu irmão que o pagasse com juros simples de 1% a.m. Se, ao final de 1 ano, João pagar a sua dívida com o seu irmão, qual valor ele deverá ter pago?																																																		

L6	Para mapear a cidade, os principais locais foram representados no plano cartesiano a seguir:  Analisando a imagem e considerando que cada quarteirão representa uma unidade de medida, qual será a distância entre o banco e a igreja?
----	--

Fonte: Dados da pesquisa.

Os dados a serem analisados são oriundos das respostas dos participantes ao Questionário (Apêndice G), durante a elaboração das propostas de ensino (Apêndice F) envolvidos nos encontros 12 ao 18, referentes ao emprego do EAMvRP (Proença, 2018) e da organização do ensino conceitual de matemática em meio a resolução de problemas (Proença, 2021), além da transcrição das discussões e reflexões durante os encontros.

8.4.1. Para o ensino via resolução de problemas

O tema Para o ensino via resolução de problemas foi subdividido em quatro subtemas baseados na proposta de EAMvRP (Proença, 2018) os quais possibilitarão investigar e destacar categorias associadas aos conhecimentos mobilizados. Tais subtemas são: Escolha do problema; Introdução do problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias dos alunos.

8.4.1.1. Escolha do problema

A seguir, no Quadro 15, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Escolha do problema.

Quadro 15 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Escolha do problema

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[Escolha] [1] procurei pegar um problema que tivesse uma linguagem clara e que não fosse muito difícil pelos alunos [...] quando fui pegar o problema do vestibular tive que mexer nele para virar uma pergunta [...] [4] todas as resoluções que eu vi na internet resolviam ele por sistema, mas eu pensei que para sistema ele podia	[1] linguagem clara/não muito difícil/sem facilitar; [4] problema relacionado a um conteúdo-

	ser fácil e como uma matriz também é um sistema então dava para usar ele para ensinar matriz [...] [8] questões de matriz não tem muito texto no início, é dado a matriz tal, calcule ai esse ia ter um texto porque não era específico para resolver por matriz [Estratégias] Creio que os alunos [6] montariam uma equação do primeiro grau ou que percebessem que daria para montar um sistema linear com os dados e resolveria para obter o número de sócios. Mas as formas de como iriam organizar estes dados provavelmente mudaria dependendo do método que escolham [...] eles nem podem imaginar também um sistema [...] por mais que o aluno tenha visto sobre sistemas lineares, sobre escalonamentos, substituição ou qualquer outro quando ele vê um probleminha assim, dependendo de como foi trabalhado esse conteúdo antes [em outros anos escolares], pode ser que ele não veja que dá para resolver como sistema. Pode ser que ele ache que é uma coisa cotidiana e organize os dados tipo criando uma listinha, tipo tabela, e acabe chegando naquele valor. [Dificuldade] o conteúdo não é fácil de ensinar sem falar de matrizes já de cara [...] normalmente a gente não fala que uma matriz é um sistema ou que um sistema é uma matriz, parece que são coisas diferentes [...] [5] como era uma questão de vestibular eu tive que pensar numa pergunta no final [Viabilidade] [...] [11] só percebi que era possível eu usar esse problema e daí que alunos criassem uma tabela e chutassem valores depois que parei para pensar nos pré-requisitos que você [pesquisador] pediu.	base/intraconceitual ou pré-requisitos; [5] transformar em uma pergunta; [6] estratégia intraconceitual (equacionamento/sistematização); [8] dificuldade de escolher/encontrar/propor estratégias para conteúdo mais difíceis ou tradicionalmente abordados diretamente; [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;
L2	[Escolha] [1] Quando eu vou escolher um problema, eu sempre tento deixar ele mais claro para os alunos que eu vou aplicar, sem facilitar muito, se não seria um erro [...] vejo se vai ter alguma palavra que pode deixar dúvida no entendimento [...] [8] eu procurei questões sobre o conteúdo que eu queira ensinar, mas matrizes é difícil achar nesse estilo, ai [4] procurei para um conteúdo mais de boa que fosse parecido com matrizes [Estratégias] o problema é tranquilo, [7] creio que todos fariam a soma de cada item para o faturamento de vendas para os dois meses, respectivamente. A diferença mesmo seria a forma de registro das informações, onde [6] possivelmente seria feito por meio de novas tabelas ou registrado de forma textual, falando mesmo, isso pensando que não é um problema complexo [...] se alguém escrever como tabela ai ficaria perfeito para eu usar depois e apresentar as matrizes [Dificuldades][3] o conteúdo de matrizes não aparece muito dentro de um contexto bonitinho ai pensei bastante e perdi um tempo tentando escrever um texto, daí desisti e pensei no que os alunos já tinham aprendido que parecia com o que eu ia ensinar ai veio a ideia das tabela [...] [9] fiquei pensando um tempo em estratégias, se tinha mais alguma porque eu só tinha pensado em uma, mas não achei, acho que por ser um problema fácil [Viabilidades] [11] a possibilidade de usar um problema que tem tabelas, é fácil e parece com matrizes facilitou eu entender que também dava para ensinar matrizes.	[1] linguagem clara/não muito difícil/sem facilitar; [3] apresentar um texto/contexto inicial; [4] problema relacionado a um conteúdo-base/intraconceitual ou pré-requisitos; [6] estratégias intraconceitual (tabela); [7] estratégias básicas (resolução por expressão numérica/cálculos envolvendo operações elementares); [8] dificuldade em encontrar/elaborar um problema/propor estratégias para conteúdo mais difíceis ou tradicionalmente abordados diretamente; [9] problemas tranquilos/simples não possibilitam diferentes estratégias; [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;
L3	[Escolha] [3] Costumo pegar questões do ENEM porque acho que a forma que ele traz, sabe com texto, já pode dizer que são problemas, ai eu só [5] tive que elaborar uma pergunta no final [...] pensei num problema fácil [2] que o aluno consegue fazer passo a passo ou usando raciocínio, sem ter que saber uma fórmula [Estratégias] [6] Uma maneira de resolver é fazer uma tabela com	[2] que possa ser resolvido sem fórmula; [3] apresentar um texto/contexto inicial; [5] transformar em uma pergunta;

	três colunas, andares em que João trabalhou, andares em que Pedro trabalhou e, a partir destas duas primeiras, criar a coluna dos andares em comum até que esta tenha 20 elementos, o último item destacado é a resposta do problema. Nesta maneira, os alunos precisam saber elaborar uma tabela e realizar a soma dos elementos, além de conseguir perceber que em cada uma das colunas um valor fixo é somado termo a termo. Outra maneira, muito semelhante com a primeira é escrever os andares de cada trabalhador sem ser em uma tabela, e a partir dos andares dos trabalhadores reconhecer os andares em comum. Os conhecimentos mobilizados são os mesmos da primeira maneira. Nessa segunda estratégia, os alunos poderiam ao escrever os primeiros termos da interseção entre Pedro e João, perceber que os andares crescem de 6 e 6 e assim irem acrescentando até o 20º termo [Viabilidades] [11] pegar um problema mais fácil para ensinar progressão foi uma boa saída. Geralmente ele [professor] começa com aquelas sequências numéricas e já pede para o aluno falar tal termo de tal posição ou já pede a soma ou a razão entre os valores.	[6] estratégias intraconceituais (tabela); [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;
L4	[Escolha] [3] o problema do vestibular era bem curtinho e direto, mesmo que eu já tinha falado outra vez que tinha que ter reduzido parte do texto daquele outro problema eu achei que precisava não começar tão seco sabe, sem um textinho para o aluno ter um tempo para pensar, ai eu acrescentei umas informações que nem é importante para o resultado e [5] modifiquei o final para aparecer uma pergunta [Estratégias] [6] eu pensei na regra de três, mas também agora vi que vai ter aluno que vai [7] fazer passo por passo só com multiplicação e soma tipo uma equação sabe em linha [Dificuldades] [11] só fui ver que podia ter quem fizesse do segundo jeito depois de compartilhar com vocês tudo que eu tinha feito [...] [9] para mim eu só vi a estratégia de regra de três mesmo até por que o problema é simples ai parece que fica mais difícil ver outras formas [Viabilidades] [10] vendo agora [após apresentação da proposta] eu achei que pegar essa situação de um conteúdo mais simples não vai deixar os alunos tão perdidos na hora de conversar sobre as resoluções deles e mostrar o conteúdo.	[3] apresentar um texto/contexto inicial; [5] transformar em uma pergunta; [6] estratégias intraconceituais (regra de três); [7] estratégias básicas (resolução por expressão numérica/cálculos envolvendo operações elementares); [9] problemas tranquilos/simples não possibilitam diferentes estratégias; [10] Rever toda a proposta pode interferir positivamente em aspectos da escolha do problema; [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;
L5	[Escolha] [3] Para mim não podia ser um problema tão curto, tipo dado o valor tal, tal taxa e o tempo e calcule, então eu procurei um problema que tivesse um contexto antes [...] [1] o problema tinha que ser fácil de resolver e que [2] não precisasse usar alguma fórmula, só cotinhas de cabeça mesmo ou cálculos fáceis sem ter que escrever muita coisa, mas que também não desse tudo de graça [...] [5] mudei só o finalzinho escrevendo uma pergunta [Estratégias] [6] uma estratégia seria armar a regra dos três, achar o 1% de 3000 e fazer vezes 12 que é a quantidade de meses que tem em um ano. Já a segunda eu penso que daria já para alguns alunos pensar em [7] montar tudo isso da primeira estratégia em uma única linha, tipo uma expressão que ficasse parecida com a fórmula do juros simples [...] a segunda estratégia se aparecesse ia dar certo para fazer a ligação com o conteúdo depois [Viabilidades] pensando nessa primeira estratégia dele [de resolução do problema] [11] eu me perguntei se algum aluno conseguiria ver já uma fórmula nela e eu achei que sim, porque o conteúdo que vai ser ensinado basicamente	[1] linguagem clara/não muito difícil/sem facilitar; [2] que possa ser resolvido sem fórmula; [3] apresentar um texto/contexto inicial; [5] transformar em uma pergunta; [6] estratégias intraconceituais (regra de três); [7] estratégias básicas (resolução por expressão numérica/cálculos envolvendo operações elementares);

	já pode estar na cabeça de algum aluno e ele nem sabe, ai fica tranquilo até mais lá na frente [ações subsequentes].	[11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;
L6	[Escolha] Nossa eu fiz uma confusão que só vi depois que tinha feito tudo. [1] Eu tinha colocado o problema lá daquela última parte [Aplicação em novos problemas] no início para começar tudo, mas ai eu vi que ele era muito mais complexo ai troquei ele por esse aqui [problema apresentado no Quadro 14] que é mais simples e [2] até permite os alunos fazerem de formas diferentes sem querer pensar em fórmula ou desistir [...] cara o problema que eu peguei eu nem modifiquei, só [5] coloquei um interrogação no final e tirei as alternativas porque já estava acessível para os alunos na minha visão [Estratégias] acho que a [7] estratégia mais simples é marcar as coordenadas de cada local e ir contando os risquinhos de uma em uma unidade até ver o comprimento [...] penso que daí eles vão ter que enxergar triângulos e como já vão saber Pitágoras ou pelo menos deviam, ai vão usar o Pitágoras e ver qual é a distância pedida. Já a segunda forma [6] seria usando a ideia do Pitágoras tentar montar uma fórmula sei lá que use a raiz quadrada sabe, bem parecida com a fórmula que eu pretendo ensinar [Dificuldades] [10] eu tive dificuldade só de ver que o problema do início era mais difícil que o do final, ai só depois de tudo pronto que fui revisar e eu pude ter essa visão geral [Viabilidades] Cara pensar que você [11] pode ensinar uma fórmula conhecidíssima como a de distância entre pontos só forçando o aluno a enxergar coisas que ele fez, mais fáceis, mas que dá para chegar na fórmula é algo muito legal [...] [10] para pensar assim tive que olhar tudo pronto para ver que eu estava fazendo errado colocando um problema mais difícil no início e um mais simples no final.	[1] linguagem clara/não muito difícil/sem facilitar; [2] que possa ser resolvido sem fórmula; [5] transformar em uma pergunta; [6] estratégias intraconceituais (teorema de Pitágoras); [7] estratégias básicas (resolução por expressão numérica/cálculos envolvendo operações elementares); [10] Rever toda a proposta pode interferir positivamente em aspectos da escolha do problema; [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações;

Fonte: dados da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram de contextos como: escolha, estratégias, dificuldades e viabilidades. Ao todo foram estabelecidos 11 categorias, sendo: [1] linguagem clara/não muito difícil/sem facilitar; [2] que possa ser resolvido sem fórmula; [3] apresentar um texto/contexto inicial; [4] problema relacionado a um conteúdo-base/intraconceitual ou pré-requisitos; [5] transformar em uma pergunta; [6] estratégias intraconceituais; [7] estratégias básicas (resolução por expressão numérica/cálculos envolvendo operações elementares); [8] dificuldade em encontrar/elaborar um problema/propor estratégias para conteúdo mais difíceis ou tradicionalmente abordados diretamente; [9] problemas tranquilos/simples não possibilitam diferentes estratégias; [10] Rever toda a proposta pode interferir em aspectos da escolha do problema; [11] pensar nos pré-requisitos/conhecimentos prévios viabiliza prever estratégias e auxilia nas demais ações.

No tocante da ação de Escolha do problema, as categorias [1], [2], [3] e [5] estão diretamente relacionadas ao conhecimento da resolução de problemas como tarefa escolar (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021) refere-se ao professor saber

selecionar ou elaborar problemas adequados a cada momento, que não possam ser resolvidos diretamente e que desafiem os alunos. Segundo os participantes, o professor deve ser capaz de apresentar um problema que tenha “uma linguagem clara” (L1), caso não esteja claro ou tenha “alguma palavra que pode deixar dúvida no entendimento [...] [deve reelabora-lo para] deixar ele mais claro [...] sem facilitar” (L2), de modo que “o aluno consegue fazer passo a passo, usando raciocínio” (L3), “continhas de cabeça ou cálculos fáceis sem ter que escrever muita coisa” (L5), por isso para iniciar não pode ser complexo, mas sim simples a fim de permitir “os alunos fazerem de formas diferentes sem querer pensar em fórmula ou desistir” (L6).

Outra modificação importante na escolha do problema segundo os participantes, está associado ao contexto e ao comando do problema, um problema não pode “começar tão seco [...] sem um textinho para o aluno ter um tempo para pensar para”, tipo “dado o valor tal, tal taxa e o tempo e calcule [assim é necessário procurar] um problema que tivesse um contexto antes” (L5) ou “[acrescentar] umas informações” (L4), entre elas “[colocar] um interrogação no final e [retirar] as alternativas” (L6). Alguns aspectos desse primeiro domínio do professor como a adaptação de situações, presentes nos livros didáticos ou banco de vestibulares, assim como a necessidade de uma pergunta aberta apontam para afirmações levantadas por pesquisadores como Takahashi (2016), Mendes e Proença (2020) e Proença (2024), assim como o fato destacado por Murray, Oliver e Human (1998) e Smith e Stein (2018) de que problemas podem ter contextos realistas, abstratos ou imaginários, mas não há especificamente a obrigatoriedade.

Cabe ressalva a categoria [4], problema relacionado a um conteúdo-base/intraconceitual ou pré-requisitos, durante a escolha do problema, especificamente os conteúdos mais avançados como o de matrizes, os participantes procuraram por “questões sobre o conteúdo [...], [pois] matrizes é difícil achar nesse estilo [problemas mais claros, sem facilitar]” (L1), “questões de matriz não tem muito texto no início, é dado a matriz tal, calcule” (L2), “ai procurei para um conteúdo mais de boa que fosse parecido com matrizes” (L2), “todas as resoluções que eu vi na internet resolviam por sistema, mas eu pensei que para sistema ele podia ser fácil e como uma matriz também é um sistema então dava para usar ele para ensinar matriz” (L1) e “ia ter um texto porque não era específico para resolver por matriz” (L2). Tal categoria vai ao encontro de resultados encontrados na investigação de Mendes (2024), segundo o pesquisador a utilização dos conhecimentos prévios foi considerada e valorizada por licenciando em matemática durante a escolha do problema em uma intervenção formativa acerca do EAMvRP.

Proença (2018; 2024) aponta que a escolha do problema deve ser pautada na busca por uma situação de matemática na íntegra, reelaborada ou elaborada que incorpore o conteúdo que se deseja ensinar e que leve à construção do conhecimento novo através da conexão com o já aprendido. Tal relação entre conteúdos já aprendidos com conteúdos a serem ensinados é elementarmente descrito através da interseção do CK, PCK e do Conhecimento Curricular organizados por Shulman (1986) e do SCK com o HCK proposto por Ball, Thames e Phelps, (2008) e Hill (2010) e posteriormente fundamentados através da definição do KOT e do KSM proposto por Flores-Medrana *et al.* (2014), Vasco, Moriel Junior e Contreras (2017), Carrillo *et al.* (2018) e Moriel Junior (2021).

De acordo com as proposições desses pesquisadores, além de compreender de modo amplo a variedade de maneiras pelas quais os tópicos, conceitos, princípios e ideias básicas são estruturadas, o professor, através da conexão com outros anos ou séries escolares, deve ser capaz de tomar decisões importantes, dentre elas a de modificar tarefas para tornar o conteúdo acessível aos alunos. Por intraconceitual é entendido como as conexões entre conteúdos que se complementam dentro de um(a) mesmo(a) tópico/unidade temática do currículo, ou de acordo com características como complexidade, simplificação ou auxiliar, capazes de abordar conceitos avançados a partir de conteúdos mais simples e vice-versa (Carrillo; Contreras; Flores, 2013; Aguilar; Muñoz; Carrillo, 2019; Vasco; Moriel Junior; Contreras, 2017).

Já as categorias [6] e [7] referem-se à escolha do problema levando em consideração as possíveis estratégias. A resolução de problemas como uma tarefa escolar (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021) possibilita ao professor conhecer possíveis estratégias de resolução respeitando as etapas da resolução de problemas e a natureza dos problemas. Nesse sentido, estratégias básicas foram entendidas por aquelas que recorrem ao emprego de cálculos simples envolvendo as operações fundamentais ou expressões numéricas como por exemplo “vai ter aluno que vai fazer passo por passo só com multiplicação e soma tipo uma equação sabe em linha” (L4) ou “montar tudo isso em uma única linha, tipo uma expressão que ficasse parecida com a fórmula do juros simples” (L5). Mendes (2024, p. 146) constatou em sua investigação que os futuros professores conseguem prever estratégias simples como fazer um diagrama, fazer um quadro ou tabela, tentativa e erro e estabelecendo uma equação por meio do raciocínio lógico e tais estratégias propiciavam “fazer a relação posteriormente na ação de articular o conhecimento prévio ao novo conteúdo”.

Por outro lado, estratégias intraconceituais, de acordo com a definição supracitada, são estratégias que recorrem a conteúdos basilares capazes de resolver o problema e apresentam

conexões com o conteúdo mais avançado, aquele que se quer ensinar. Um exemplo seria estratégias que recorrem ao equacionamento/sistematização e criação de tabelas para resolver problemas cujo objeto de ensino seria as matrizes, à regra de três quando o objeto é a porcentagem e juros ou o teorema de Pitágoras se o objetivo do ensino for a distância entre pontos no plano. Tais estratégias são profícuas para o bom desempenho de ações posteriores como a de Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo e a Formação do conceito, segundo os participantes que tinham o objetivo de ensinar matrizes ou propriedades que as envolvem, em uma das estratégias “os alunos montariam uma equação do primeiro grau ou que percebessem que daria para montar um sistema linear com os dados e resolveria para obter o número de sócios [solução]” (L1), se nesse tipo de estratégia “alguém escrever como tabela ai ficaria perfeito para eu usar depois e apresentar as matrizes” (L2).

As categorias [8] e [9] estão relacionadas às dificuldades na ação de Escolha do problema. A primeira dificuldade, elencada na categoria [8], está relacionado ao ensino de conteúdos dito mais difíceis ou complexos, segundo os participantes “o conteúdo de matrizes não aparece muito dentro de um contexto bonitinho” (L2), “o conteúdo não é fácil de ensinar sem falar de matrizes já de cara” (L1), “ai pensei bastante e perdi um tempo tentando escrever um texto, daí desisti e pensei no que os alunos já tinham aprendido que parecia com o que eu ia ensinar” (L2). Percebe-se que a recorrência a conexões intraconceituais, para esses participantes, auxiliou a contornar tal dificuldade associado a complexidade do conteúdo. Já a segunda dificuldade, elencada na categoria [9], para os participantes quando “o problema é simples ai parece que fica mais difícil ver outras formas” (L4), “fiquei pensando um tempo em estratégias, se tinha mais alguma porque eu só tinha pensado em uma, mas não achei, acho que por ser um problema fácil” (L4).

Por fim, as categorias [10] e [11] estão associadas às viabilidades durante a ação de Escolha do problema. A categoria [10] está associado a rever a proposta e realizar alterações necessárias que influenciam a ação de Escolha do problema. Para os participantes, “vendo agora [após apresentação da proposta] eu achei que pegar essa situação de um conteúdo simples não vai deixar os alunos tão perdidos na hora de conversar sobre as resoluções deles e mostrar o conteúdo” (L4), porém, “para pensar assim tive que olhar tudo pronto para ver que eu estava fazendo errado colocando um problema mais difícil no início e um mais simples no final” (L6). Já a categoria [11], está atrelado ao fator intraconceitual e as diferentes conexões entre os conteúdos, para os participantes “só percebi que era possível eu usar esse problema [...] depois que parei para pensar nos pré-requisitos que você [pesquisador] pediu” (L1), “a possibilidade

de usar um problema que tem tabelas, é fácil e parece com matrizes, facilitou eu entender que também dava para ensinar matrizes” (L2), assim como “pegar um problema mais fácil para ensinar progressão foi uma boa saída” (L3), porque baseando em pré-requisitos “o conteúdo que vai ser ensinado basicamente já pode estar na cabeça de algum aluno e ele nem sabe, aí fica tranquilo até mais lá na frente [ações subsequentes]” (L5), como “ensinar uma fórmula conhecidíssima como a de distância entre pontos só forçando o aluno a enxergar coisas que ele fez, mais fáceis” (L6).

Em suma, para escolher o problema os professores devem ser capazes de selecionar ou reelaborar os problemas a fim de tornar a linguagem clara sem facilitar, que possa ser resolvido sem fórmula, que apresente um questionamento e se necessário apresente um texto/contexto inicial; os professores devem reconhecer problemas que possibilitem a conexão entre conteúdos inferiores ou superiores com o propósito de estabelecer a articulação entre o conhecimento prévio e o novo; devem conhecer estratégias básicas e intraconceituais que resolvam o problema mais complexo ou mais simples; serem capazes de selecionar/elaborar/reelaborar um problema para conteúdos mais difíceis ou tradicionalmente abordados de maneira direta diretamente; por fim, é necessário que reconheçam a necessidade de inferir na escolha do problema após rever toda a proposta bem como compreender que determinar um problema com base nos pré-requisitos auxilia nas demais ações.

8.4.1.2. Introdução do problema

A seguir, no Quadro 16, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Introdução do problema.

Quadro 16 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Introdução do problema

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	[12] O problema será passado na lousa para que os alunos possam copiar em seus cadernos , em seguida [14] irão fazer grupos de 5 ou 6 pessoas , mas vai depende da quantidade de alunos neste dia presente na aula, mas acho que tem que ter bastante gente para ajudar e não ficar tão difícil [...] no momento seguinte, os alunos vão [15] fazer a leitura inicial , porque assim eles não são influenciados pela minha leitura [professor] que acaba sempre dando mais ênfase em alguns pontos e se for necessário, se os alunos ficarem com dúvida e perguntando muito, vou [16] fazer a leitura do enunciado do problema, destacando o que ele [problema] pede como questão e também tirar dúvidas dos alunos em relação ao significado de alguma palavras no enunciado que eles possam não ter entendido [...] dependendo eu penso que se precisar dá para [17] ir no quadro e	[12] transcrever o problema na lousa; [14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema e tempo e aspectos cognitivos/afetivos; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [16] leitura pelo professor para todos os grupos/destacando e tirando dúvidas;

	explicar algumas coisas mais simples [...] coisas que não vão entregar o problema.	[17] professor ir ao quadro explicar/esclarecimentos;
L2	[12] O problema será proposto no quadro para que os alunos façam o registo no caderno [...] mesmo que demore, como é um só [do grupo] que irá copiar os outros já podem ir conversando [...] eu gravo melhor quando eu copio as coisas e também evita que eles terminem rápido [...] vai que alguém acha fácil [...] [após] o registro será pedido para eles [15] fazerem uma leitura coletiva nos grupos ou um de cada grupo só ler, mas não para a sala toda, apenas para o grupo dele [...] se eles ficarem perdidos, será falado para eles lerem novamente, mas [18] grifando ou riscando os pontos importantes e pontuando o que deve ser respondido na questão e pontuar também as maneiras de resolver que eles forem pensando que dão certo.	[12] transcrever o problema na lousa; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [18] marcar, grifar ou escrever informações importantes/pontuar estratégias;
L3	Antes de apresentar o problema aos alunos, [14] o professor dividirá a turma em duplas, ou trios, se for turma pequena, se não tem que ter mais pessoas no grupo e [13] irá distribuir aos alunos uma folha com o problema impresso e um espaço para a resolução, porque assim ganha tempo já que os alunos terão 20 minutos para resolver e mais uns 25 min. para ir no quadro e anotar as resoluções [...] vai ter [14] aquele aluno que vai fazer muito rápido e o grupo só ficar olhando ai vou levar uma listinha de exercícios para eles fazerem até os outros acabarem ou já coloco esses mais rápidos, espertos sabe, em um grupo que tem mais dificuldade [...] os mais falantes eu coloco com os mais quietinhos para ver se eles trocam ideias.	[13] distribuir o problema impresso; [14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema e tempo e aspectos cognitivos/afetivos;
L4	[14] Seria proposto aos alunos que formassem duplas, se a sala for pequena, após isso [13] seria entregue uma folha contendo esse problema para cada dupla para eles não reclamarem de ter que copiar todo o texto. Após todos estarem em mãos com o problema, o professor pediria que os alunos [15] lessem em voz baixa ou dá para escolher um aluno de cada grupo para ler para os amigos. Se ficassem perguntando ai [16] professor faria a leitura em voz alta e clara e pediria para que grifassem de marca texto o que eles achassem interessante para resolver. Com isso, [18] os alunos fariam uma relação de estratégias conversando em dupla, de maneira que possa chegar-se em uma solução.	[13] distribuir o problema impresso; [14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema e tempo e aspectos cognitivos/afetivos; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [16] leitura pelo professor para todos os grupos/destacando e tirando dúvidas; [18] marcar, grifar ou escrever informações importantes/pontuar estratégias;
L5	[14] Eu acredito que daria para eles fazerem em uns grupos pequenos tipo duplas, no máximo trio, só para não fazer individual mesmo e ser normal, porque o problema não é tão difícil [...] se os grupos forem grandes sempre tem um ou outro mais ligeiro e daí vai ser muito rápido a resolução, então eu faria uns grupos mistos, com alunos bons e ruins [...] [15] vou pedir para fazerem a leitura entre eles mesmo e [18] que conversem e pensem em um ou mais formas de resolver e que vão colocando no papel e fazendo cálculos e se tiver errado apaga volta e lê novamente [...] não vão ter dúvida eu acredito, mas se tiver [17] eu posso falar algumas dicas no geral, resolver uns exemplos de porcentagem.	[14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema e tempo e aspectos cognitivos/afetivos; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [17] professor ir ao quadro explicar/esclarecimentos; [18] marcar, grifar ou escrever informações importantes/pontuar estratégias;
L6	O desenvolvimento da resolução seria sua [14] abordagem em grupos, partindo da noção que o objetivo é os alunos conhecerem o conteúdo novo e usando o que eles já tem. Podem surgir dúvidas já	[14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema e

	de cara e questionamentos sobre formas diferentes de resolução, que podem ser [17] tiradas escrevendo no quadro ou falando mesmo para geral ou a partir de questionamentos e observação dos erros dos alunos [...] [15] solicitar que eles mesmo leiam e conversem entre si, pois o trabalho em grupo intensificaria essa interação [...] vou pedir para eles [18] irem escrevendo tipo tópicos sabe o passo a passo do que eles estão pensando, tipo anotando as estratégias, mesmo que não tenham muitas, mas que escrevam essas resoluções que forem fazendo [14] [...] deve levar em consideração um tempo extra para que os alunos se acalmem e se organizem antes de iniciar a resolução, então uma possibilidade seria organizar os grupos antes e já falar para eles quem é com quem, principalmente os mais bagunceiros ou aqueles que não querem nada com nada.	tempo e aspectos cognitivos/afetivos; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [17] professor ir ao quadro explicar/esclarecimentos; [18] marcar, grifar ou escrever informações importantes/pontuar estratégias;
--	---	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram sete categorias quanto a Introdução do problema: [12] transcrever o problema na lousa; [13] distribuir o problema impresso; [14] grupos de acordo com a quantidade de alunos, dificuldade do problema, tempo e aspectos cognitivos/afetivos; [15] leitura pelos alunos dentro dos grupos; [16] leitura pelo professor para todos os grupos/destacando e tirando dúvidas; [17] professor ir ao quadro explicar/esclarecimentos; [18] marcar, grifar ou escrever informações importantes/pontuar estratégias.

As categorias [12] e [13] são opostas no sentido de que o professor, por escolher entre introduzir um problema impresso ou solicitar que os alunos transcrevam para um folha. Independente da escolha, os professores devem mobilizar certos conhecimentos como saber que é melhor que o problema seja “passado na lousa para que os alunos possam copiar em seus cadernos” (L1), pois “mesmo que demore, como é um só [do grupo] que irá copiar os outros já podem ir conversando [...] eu gravo melhor quando eu copio as coisas e também evita que eles terminem rápido [...] vai que alguém acha fácil” (L2). Por outro lado, os professores também devem mobilizar conhecimentos como saber porque é melhor “distribuir aos alunos uma folha com o problema impresso e um espaço para a resolução, porque assim ganha tempo” (L3) ou “para eles não reclamarem de ter que copiar todo o texto” (L4). Em todo caso, os domínios do conhecimento mobilizado estão diretamente associados à gestão de sala de aula e consequentemente ao conhecimento do conteúdo e dos alunos, KCS, conforme apresenta Ball, Thames e Phelps (2008) e Thames *et al.* (2008) e das disposições conforme Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020). É importante que o professor saiba antecipar o que os alunos provavelmente pensarão, o que acharão confuso, motivador e interessante, assim como atitudes favoráveis ou não ao serem apresentados a situações problemas.

A categoria [14] segundo a fala dos participantes a abordagem em grupos parte “da noção que o objetivo é os alunos conhecerem o conteúdo novo e usando o que eles já tem” (L6), o professor pode dividir “a turma em duplas, ou trios, se for turma pequena, se não tem que ter mais pessoas no grupo [porque sempre tem] [...] aquele aluno que vai fazer muito rápido e o grupo só ficar olhando” (L3), o lado bom de grupos grandes em problemas mais complexos é que se for “grupos de 5 ou 6 [vai] ter bastante gente para ajudar e não ficar tão difícil” (L1). Os professores precisam reconhecer que se o problema tiver uma complexidade menor, “daria para eles fazerem em uns grupos pequenos [...] só para não fazer individual mesmo e ser normal, porque o problema não é tão difícil [...] se os grupos forem grandes sempre tem um ou outro mais ligeiro e daí vai ser muito rápido a resolução” (L5), nesses casos o professor pode colocar os “mais rápidos, espertos sabe, em um grupo que tem mais dificuldade e [...] os mais falantes eu coloco com os mais quietinhos” (L3) tipo “grupos mistos, com alunos bons e ruins” (L5) ou organizar “os grupos antes e já falar para eles quem é com quem” (L6).

Nesse sentido, os professores devem vislumbrar os alunos enquanto resolvedores de problemas, suas disposições para isso e fatores cognitivos e afetivos que podem influenciar o processo. Assim cabe a eles conhecer como: se dará o processo de resolução a partir da perspectiva de cada aluno, com base em previsões de empecilhos que podem acontecer e estratégias a serem tomadas; organizar um ambiente adequado de resolução de problemas que permita a cooperação (Chapman, 2015; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

As categorias [15] e [16] estão diretamente interligadas, visto que ambas referem-se à realização da leitura, uma pelos alunos com o intuito de ambientar e compreender o que há de possibilidades e requisições, enquanto a segunda está ligada ao professor com o objetivo de esclarecimento, orientação e mediação (Proença, 2018). De acordo com os participantes, “solicitar que eles mesmo leiam e conversem entre si” (L6), porque “assim eles não são influenciados pela minha leitura [professor] que acaba sempre dando mais ênfase em alguns pontos e se for necessário” (L1), essa leitura pode ser “coletiva nos grupos ou um de cada grupo só ler, mas não para a sala toda, apenas para o grupo dele” (L2), “lessem em voz baixa ou dá para escolher um aluno de cada grupo para ler para os amigos” (L4). Em caso de persistência de dúvidas após a leitura, pode ser pedido “para eles lerem novamente” (L2) ou o professor “faria a leitura em voz alta e clara e pediria para que grifassem de marca texto o que eles achassem interessante para resolver” (L4), “destacando o que ele [problema] pede como

questão e também tirar dúvidas dos alunos em relação ao significado de algumas palavras no enunciado que eles possam não ter entendido” (L1).

De maneira subsequente, as categorias [17] e [18] são extensões da ação de leitura por parte dos professores, pois segundo os participantes o professor pode “ir ao quadro e explicar algumas coisas mais simples [...] coisas que não vão entregar o problema” (L1), por exemplo “algumas dicas no geral, resolver uns exemplos de porcentagem” (L5), “falando mesmo para geral ou a partir de questionamentos e observação dos erros dos alunos” (L6). Outra possibilidade para sanar dúvidas dos alunos durante ou após a leitura é solicitar que vão “grifando ou riscando os pontos importantes e pontuando o que deve ser respondido na questão e pontuar também as maneiras de resolver que eles forem pensando que dão certo” (L2), “irem escrevendo tipo tópicos sabe, o passo a passo do que eles estão pensando [...] mesmo que não tenham muitas, mas que escrevam essas resoluções que forem fazendo” (L6) e “se tiver errado apaga volta e lê novamente [...] não vão ter dúvida eu acredito, mas se tiver” (L5).

Os conhecimentos envolvidos nas categorias supramencionadas articulam-se entre o saber o conteúdo matemático, saber sobre o ensino dele e saber sobre a gestão da sala de aula. Essa articulação combina elementos do KCT proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) e Thames *et al.* (2008) com aspectos da Gestão de ensino da resolução de problemas apresentado por Piñeiro (2019), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2021). Assim, o professor deve saber gerir a sala de aula tanto em aspectos técnicos-pedagógicos quanto atitudinais como saber a melhor forma de apresentar a situação problema, impressa ou redigida; saber organizar a constituição dos grupos levando em consideração aspectos cognitivos e não cognitivos dos alunos integrantes; saber estratégias de leitura individual ou em grupo de acordo com a característica dos grupos ou da dificuldade; saber quando fazer pausas para esclarecimentos, apresentar exemplos ou outras estratégias eficazes para sanar dúvidas, assim como saber quais observações ou questionamentos serão vantajosos ou não diante do contexto da dificuldade ou das estratégias dos alunos. Contornar tais obstáculos é eficaz para auxiliar os alunos na progressão da resolução, além de que demonstram relevante aproximação com as atitudes a serem desempenhadas pelo professor na ação de auxílio aos alunos durante a resolução (Proença, 2018).

8.4.1.3. Auxílio aos alunos durante a resolução

A seguir, no Quadro 17, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Auxílio aos alunos durante a resolução.

Quadro 17 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Auxílio aos alunos durante a resolução

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Durante a resolução do problema feito pelos alunos, [19] o professor estará disponível para tirar eventuais dúvidas que possam ter, mais com um cuidado para não dar informações sobre o procedimento envolvido na resolução e desta forma permitir que os alunos tentem fazer sozinhos [...] o professor também vai ainda andando na sala e observando os grupos, vendo se o que estão fazendo está indo certo e se não tiver [20] ele pode ir dando umas dicas de como estaria certo [...] ‘ó esse valor aqui tem que fazer o que com aquele ali ?’ e ‘se você pegar assim e fazer assim, será que dá certo?’ [22] esse tipo de orientação, sabe uns empurrõeszinhos para ver se ele conseguem continuar.	[19] andar/circular pela sala observando e sanando dúvidas; [20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução;
L2	[19] O professor andar á pela sala, tirando possíveis dúvidas dos alunos, porém não dando respostas sobre qual procedimento fazer, e sim levando os alunos a chegarem as conclusões sozinhos. Assim, pela complexidade da questão, espera-se que os alunos consigam desenvolvê-la [...] [20] podem apresentar dúvidas mais para frente que estão relacionadas com alguma informação, palavras, que entenderam errado ou que pegaram errado [...] o professor irá conversar e indagar como o aluno interpretou a tabela e a partir de suas respostas, fazer com que o aluno perceba uma informação que não foi pedida ou entendida errada e se for preciso [21] falar mesmo para eles irem pegando um valor e somando com o outro e assim por diante até desbloquear alguma parte de uma estratégia para perceberem que resolve o problema [...] só [22] para dar um empurrão neles e daí possam voltar a seguir com a resolução.	[19] andar/circular pela sala observando e sanando dúvidas; [20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [21] apresentar possíveis estratégias simplificadas ou induzir a procedimentos válidos que desbloqueiem a resolução. [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução;
L3	[19] Durante a resolução do problema, o professor percorrerá pelas duplas ou trios para ver se eles estão de fato buscando uma solução [...] e sanando possíveis dúvidas, mas sem dar a resolução pronta [...] acredito que o primeiro obstáculo dos alunos seria conseguir reconhecer que cada sequência tem um valor fixo somado termo a termo e para isso, acredito que eles devem escrever as sequências, então caso as duplas não tenham tido essa ideia, [20] o professor pode dar uma luz nesse caso, falar para eles escreverem as sequências e procurar alguma semelhança entre elas. Uma possível dificuldade é, ao recorrer a estratégia 1 [fazer uma tabela com todos os possíveis valores], alguns alunos poderiam ficar desmotivados com o tanto de valores a acrescentar e poderiam desistir [...] [22] o professor deve intervir e incentivá-los a continuar, e até dizer que depois eles aprenderão como resolver isso de uma forma mais simples.	[19] andar/circular pela sala observando e sanando dúvidas; [20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução;
L4	Caso algum aluno possua dúvida de entendimento do problema, mesmo depois de lerem várias vezes seria realizada novamente uma leitura, porém individual para essa equipe, [20] questionando eles de forma diferenciada o que o problema está pedindo, dando ênfase em algumas palavras do problema e instigando o aluno com perguntas para ele perceber qual é a pergunta do problema, o que ele quer que dizer com cada palavra que foi dado ênfase [...] a ideia é ir instigando o aluno com perguntas de maneira que ele possa perceber como realizar a tarefa [...] o professor poderá [21] ir fazendo algumas cotinhas junto com eles [...] induzindo eles a pensarem na estratégia possível, pode ser cotinhas simples,	[20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [21] apresentar possíveis estratégias simplificadas ou induzir a procedimentos válidos que desbloqueiem a resolução.

	básicas, mas que tenha alguma coisa parecido nas estratégias que dá para fazer.	
L5	[19] O professor vai circular pelos grupos, observando a resolução dos alunos e tirando dúvidas. Na minha visão é fácil o problema e os alunos não vão precisar tanto de ajuda. [20] Os que não tem dúvidas dá para ir questionando mesmo assim o porquê de fazer de tal jeito, como eles pensaram naquilo. Os que tem dúvida vão ser dúvidas tipo na organização das informações e na interpretação do que seria o juros simples, a palavra, porque eles não vão ter visto antes [...] [...] quando o aluno tem dúvida ele tenta esconder o que está fazendo ou faz um monte cálculo aleatório, nesse caso [21] o professor deve sentar para conversa com eles e ver o que dá para aproveitar do que fizeram, fazer com eles alguns cálculos, nem que for para indicar já para fazerem a porcentagem e verem onde ela pode ser aplicada, já dará uma destravada neles, aí já vão ter um norte de uma possível estratégia e [22] então é mais ficar observando e indicando o que ele podem fazer até chegar no resultado.	[19] andar/circular pela sala observando e sanando dúvidas; [20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [21] apresentar possíveis estratégias simplificadas ou induzir a procedimentos válidos que desbloqueiem a resolução. [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução;
L6	[20] Questionar os estudantes a pensar no que o problema quer que ele façam, como eles podem chegar na resposta, estimular eles a transcreverem tudo no papel para que fique claro o procedimento utilizado e não somente escolher uma forma só por escolher [...] sem que chegue em nada [...] questionar se conseguem associar os desenhos ao algoritmo do cálculo, tipo as coordenadas e ver que dá para fazer o comprimento [...] ver se os estudantes compreenderam algum método necessário, sabe, válido para a resolução. [...] a atenção do professor é mais voltada ao acompanhamento, visando [22] estimular que os alunos tenham uma boa escrita, uma resolução limpa, sem muita coiseira escrita no sentido de colocar no papel aquilo que ele pensou e que de fato seja importante para finalizar [...] coisas não importantes só vai fazer eles se perderem ainda mais [...] acho que é conduzir para a resolução do problema, tipo um orientador, um guia.	[20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução;

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram 4 categorias quanto a Introdução do problema: [19] andar/circular pela sala observando e sanando dúvidas; [20] questionar/fornecer dicas sobre informações semânticas ou sintáticas referentes ao contexto e a procedimentos; [21] apresentar possíveis estratégias simplificadas ou induzir a procedimentos válidos que desbloqueiem a resolução. [22] orientando para continuar/finalizar o processo de resolução.

Ao circular pela sala, na perspectiva dos participantes, logo após a apresentação do problema algumas dúvidas iniciais tendem a surgir, emergindo assim a categoria [19]. Trata-se do professor saber “circular pelos grupos, observando a resolução dos alunos” (L5), vendo “se eles estão de fato buscando uma solução” (L3), sanando “eventuais dúvidas que possam ter, mais com um cuidado para não dar informações sobre o procedimento envolvido na resolução” (L1) “e sim levando os alunos às chegarem as conclusões sozinhos” (L2). Na tríade observar,

incentivar e direcionar, apresentada por Proença (2018), as ações iniciais do professor indicam um saber orientar-se e observar as atitudes dos alunos.

Já as estratégias [20], [21] e [22] apresentam certa semelhança. A primeira, está associada ao incentivar os alunos a identificarem informações no problema suficientes para planejar uma estratégia e iniciar sua execução a fim de chegar na solução. Enquanto as duas últimas, associadas a um estado mais crítico, buscam direcionar os alunos de maneira mais incisiva, além de saber reconhecer as dificuldades nas diferentes etapas do processo de resolução de problemas, é necessário saber sanar as dúvidas relacionados aos distintos conhecimentos mobilizados pelos alunos no decorrer do processo como o linguístico, semântico, esquemático, estratégico e o procedimental (Proença, 2018).

Note que os participantes demonstram reconhecer dificuldades dos alunos na resolução de problemas em decorrência de equívocos na mobilização do conhecimento semântico e linguístico, bem como apresentaram maneiras de contornar tais dificuldades. De acordo com eles, na categoria [20], os alunos “podem apresentar dúvidas mais para frente [no processo de resolução] que estão relacionadas com alguma informação, palavras, que entenderam errado ou que pegaram errado [...] o professor irá [...] a partir de suas respostas, fazer com que o aluno perceba uma informação que não foi pedida ou entendida errada” (L2), o professor por exemplo pode “dar uma luz nesse caso, falar para eles escreverem as sequências e procurar alguma semelhança entre ela” (L3), podem questionar os alunos “de forma diferenciada [...] dando ênfase em algumas palavras do problema e instigando o aluno com perguntas para ele perceber qual é a pergunta do problema, o que ele quer que dizer com cada palavra que foi dado ênfase” (L4), pode também ver “se conseguem associar os desenhos ao algoritmo do cálculo, [...] se compreenderam algum método necessário [ou] válido para a resolução [...] e “estimular eles a transcreverem tudo no papel para que fique claro o procedimento utilizado” (L6).

Já nas categorias [21] e [22], diante da natureza mais complexa do desenvolvimento de estratégias e execução de procedimentos, as dificuldades demandam ações mais diretas, inicialmente um papel de observador. Através de um ensino pautado no diálogo e no questionamento tenta despertar a compreensão e o interesse dos alunos (Proença, 2018; Mendes, Proença e Moreira, 2022; Mendes, Oliveira e Proença, 2024). De acordo com os participantes, “falar mesmo para eles irem pegando um valor e somando com o outro e assim por diante até perceberem que resolve o problema” (L2), o professor pode “sentar para conversa com eles e ver o que dá para aproveitar do que fizeram, fazer com eles alguns cálculos” (L5),

uma maneira de ir “induzindo eles a pensarem na estratégia possível, nem que for continhas simples, básicas, mas que tenha alguma coisa parecido nas estratégias” (L4).

A postura do professor após essas intervenções iniciais passa a ser de direcionador, necessitando saber avaliar e gerir as dificuldades dos alunos em prosseguir durante as etapas e indicar novas representações e estratégias mais simples (Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021) semelhantes a “desbloquear alguma parte de uma estratégia para [...] só para dar um empurrão neles” (L3), “estimular que os alunos tenham uma boa escrita, uma resolução limpa, sem muita coiseira escrita” (L6), e “dizer que depois eles aprenderão como resolver isso de uma forma mais simples” (L3). As etapas finais do processo de resolução é “mais ficar observando e indicando o que ele podem fazer até chegar no resultado” (L5) é “conduzir para a resolução do problema, tipo um orientador, um guia” (L6).

De modo geral, para auxiliar os alunos durante a resolução de problemas o professor deve saber orientar-se e observar as atitudes dos alunos; saber incentivar os alunos a identificarem informações no problema suficientes para planejar uma estratégia e iniciar sua execução; saber orientar os grupos com dificuldades de progressão a uma estratégia explícita de resolução; saber reconhecer dificuldades dos alunos na resolução em decorrência de equívocos na mobilização de conhecimentos, bem como saber apresentar formas de contornar tais dificuldades.

8.4.1.4. Discussão das estratégias dos alunos

A seguir, no Quadro 18, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Discussão das estratégias dos alunos.

Quadro 18 - Unidades de registro referentes e categorias do subtema Discussão das estratégias dos alunos

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Depois de ter passado o tempo estimado para a resolução e o professor confirmar que todos acabaram de resolver o problema, [23] os grupos serão convidados a dizer como fizeram para encontrar o número de sócios e de que modo organizaram os dados [...] o professor vai dividir o quadro, identificando um lugar para cada grupo e vai ser pedido que os alunos apresentem as resoluções na lousa, pois assim fica registrado o passo a passo que eles fizeram e é mais fácil para [25] o professor tirar dúvidas que ainda restaram dos próprios alunos do grupo ou dos outros grupos sobre a resolução dos outros [...] ou apontar os procedimentos que os grupos mais tiveram	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar

	dificuldade. [24] É esperado que os alunos assumam a responsabilidade e saibam organizar os dados de maneira que possa ficar claro os conhecimentos prévios para os outros, mostrando que não foi nada novo, foi apenas com conhecimentos que eles já conheciam.	dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala;
L2	Após todos os alunos finalizarem o problema, [25] será discutido coletivamente como cada grupo encontrou a arrecadação dos vendedores por produto e como chegaram na diferença de faturamento entre os meses, salientando como foi organizada essas respostas [...] [23] pode ser que seja escolhido um apresentador responsável ou todos do grupo vão lá na frente do quadro explicar qual informação retiraram da comparação entre as tabelas, explicando o raciocínio e o método de resolução [...] [24] é esperado que os alunos organizem as respostas em tabelas, ou em ‘matrizes’ [sinalizando as aspas], por já terem um conhecimento prévio de sistemas. Ainda, durante a discussão, nesse momento o [25] professor poderá fazer perguntas e também expor, oralmente, outras informações que não foram colocadas pelos alunos e até mesmo complementar alguma coisa que não tinha ficado claro para os grupos quanto eles estavam resolvendo.	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala;
L3	Na etapa de discutir a resolução, [23] o professor prestará atenção nas diferentes resoluções para montar uma ordem de expor no quadro e fazer a apresentação destas, seguindo uma ordem da mais simples para a mais complexa e colocando os nomes dos grupos. Depois disso, dividirá o quadro de acordo com o número de apresentações e começará a chamar [24] as duplas ou trios para mostrarem suas ideias para toda a turma, explicando, gesticulando, riscando onde foi mais difícil ou mais fácil ou onde precisaram de ajuda [...] no momento da apresentação, [25] o professor poderá fazer algumas perguntas a eles que estão lá apresentando para entender melhor o caminho que eles percorreram tipo ‘Qual foi a primeira ideia de vocês para resolver?’ ‘A partir destes dados vocês perceberam alguma relação entre os valores? ou o que fez vocês acharem que estavam indo certo?’ isso vai ajudar a ter dinâmica na sala.	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala;
L4	[23] As equipes de alunos anotariam no quadro as resoluções. [24] Seria efetuada a explicação no quadro de cada equipe e uma roda para conversa com os demais para saber se entenderam, se ficaram com dúvida e se querem fazer alguma pergunta para a equipe, de modo em que pelo menos um da equipe possa explicar seu processo de resolução da questão para os demais enquanto os outros da equipe vão ajudando comentando coisa extra sobre a resolução ou grifando no quadro.	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas;
L5	[23] O professor vai chamar os grupos e pedir para ele se organizem na lousa de acordo com o tamanho das resoluções e pedir para que identifiquem o nome do grupo. Depois vai pedir para que [24] grupo por grupo vá até a lousa e apresente sua resolução, sempre explicando passo-a-passo e tentando provocar os outros, se eles entenderam, se eles pensaram assim em algum momento e o [25] professor vai acompanhando essas perguntas e procurando fazer com que eles troquem conversas.	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala;
L6	[23] A ordem dos grupos vai levar em conta na hora de registrar no quadro os possíveis diferentes procedimentos, as estratégias que eles utilizam para o processo de resolução sendo as mais elaboradas	[23] organizar a lousa e as apresentações de forma

	no final e as mais simples no início [...] o professor colocará a partir daqueles menos algébricos para os mais algébricos e vai pedir para [24] os alunos explicarem para os demais grupos a sua resolução e tirar dúvidas dos colegas que tiverem e perguntarem é claro [...] [25] ele [professor] precisa ter um domínio bom da sala e saber conduzir as discussões [...] a hora de chamar um aluno ou o grupo para debater e a hora de perguntar para a sala o que eles conseguem observar de modo geral das resoluções.	estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutam as resoluções e dúvidas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala;
--	--	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante das unidades de registro surgiram 3 categorias para a ação de Discussão das estratégias dos alunos, sendo: [23] organizar a lousa e as apresentações de forma estratégica para condução das ações; [24] alunos explicam e discutem as resoluções e dúvidas dos colegas; [25] conduzir as discussões, fazer apontamentos, questionamento e sanar dúvidas sobre as resoluções específicas de um grupo/aluno ou coletivas/sala.

Inicialmente os professores devem saber diferentes formas para “para montar uma ordem de expor [as resoluções] no quadro [...] [pode ser] de acordo com o número de apresentações” (L3), “de acordo com o tamanho das resoluções” (L5), “a partir daqueles menos algébricos para os mais algébricos” (L6) ou ainda “da mais simples para a mais complexa” (L3), por exemplo “as mais elaboradas no final e as mais simples no início” (L6). Para os participantes, o professor deve “dividir o quadro, identificando um lugar para cada grupo” (L1) de forma “que identifiquem o nome do grupo” (L5). Deve levar em conta “na hora de registrar no quadro os possíveis diferentes procedimentos, as estratégias que eles utilizam para o processo de resolução” (L6), na sequência, o professor vai pedir “que os alunos apresentem as resoluções na lousa” (L1) ou “pode ser que seja escolhido um apresentador responsável ou todos do grupo vão lá na frente do quadro explicar” (L2).

No momento subsequente à organização da lousa e definição das apresentações, o professor deve conhecer estratégias para incentivar “os alunos explicarem para os demais grupos a sua resolução e tirar dúvidas dos colegas que tiverem” (L6), podendo um da equipe “explicar seu processo de resolução da questão para os demais enquanto os outros da equipe vão ajudando comentando coisa extra sobre a resolução ou grifando no quadro” (L4). É “esperado que os alunos assumam a responsabilidade e saibam organizar os dados de maneira que possa ficar claro os conhecimentos prévios para os outros” (L1), “explicando, gesticulando, riscando onde foi mais difícil ou mais fácil ou onde precisaram de ajuda” (L3) e “tentando provocar os outros, se eles entenderam, se eles pensaram assim em algum momento” (L5).

Para um encaminhamento final das discussões, o professor deve conhecer formas e métodos de representar conceitos e procedimentos a fim de esclarecer as dúvidas e indicar as relações subsequentes. Segundo os participantes, o professor deve saber “tirar dúvidas que ainda restaram dos grupos sobre a resolução [...], apontar os procedimentos que os grupos mais tiveram dificuldade” (L1), “fazer perguntas e também expor, oralmente, outras informações que não foram colocadas pelos alunos e até mesmo complementar alguma coisa que não tinha ficado claro para os grupos quanto eles estavam resolvendo” (L2). Em resumo, deve “ter um domínio bom da sala e saber conduzir as discussões [...] e a hora de perguntar para a sala o que eles conseguem observar de modo geral das resoluções” (L6).

De modo geral, a análise das categorias possibilita inferir que, na ação de Discussão das estratégias dos alunos, o papel do professor é de promover a socialização, destacar e esclarecer as dificuldades e incompreensões dos alunos após as exposições dos grupos (Proença, 2018, Mendes, 2024). Para que isso ocorra é necessário que eles mobilizem conhecimentos associados a saber: promover a socialização, demonstração, refinamento e validação dos resultados apresentados pelos alunos; apontar as dificuldades encontradas, os principais erros cometidos e os caminhos que os elucidaram; organizar e sintetizar os conhecimentos novos revelados com objetivo de explorá-los como meta futura do ensino (Carrillo *et al.*, 2018; Aguilar; Muñoz; Carrillo, 2019; Ribeiro *et al.*, 2021; Piñeiro, 2019; Piñeiro; Castro-Rodríguez; Castro, 2019; 2021).

8.4.2. Para a conexão da resolução de problemas

O tema Para a conexão da resolução de problemas foi subdividido em quatro subtemas baseados na proposta de organização do ensino conceitual de matemática (Proença, 2021) os quais possibilitarão investigar e destacar categorias associadas aos conhecimentos mobilizados. Tais subtemas são: Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo; Formação do conceito; Definição do conteúdo; Aplicação em novos problemas.

8.4.2.1. Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

A seguir, no Quadro 19, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Quadro 19 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Logo após todos terem discutido como fizeram e observado as diferenças ou familiaridades, [1] o professor destaca pontos que os alunos utilizaram e que tem uma relação com a regra de Cramer. Como exemplo, se algum grupo resolveu da forma de sistema linear mais utilizando qualquer método por exemplo, já pode pegar e questionar sobre que outra forma de representar um sistema eles pensam que é possível [...] [2] o professor pode utilizar algum sistema, se aparecer, e resolver escrevendo em formato de matriz, pode até escrever uma tabelinha mesmo [...] são possíveis estratégias que dão para ligar a regra de Cramer com alguma coisa que não seja outro método de matriz [...] ai é só mostrar como resolver o sistema com esse novo método [Cramer].	[1] professor observa e destaca aspectos da resolução dos alunos que se relacionam com o objeto de ensino; [2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;
L2	[1] [...] o professor fará apontamentos, relacionando possíveis justificativas dos alunos com o próprio conteúdo, por exemplo, espera-se que para obter as soluções, os alunos tenham percebido que era necessário operar os elementos da mesma posição, assim o professor relacionará que o mesmo é feito na soma e subtração de matrizes [...] perguntar se as tabelas que já está sendo chamado de matriz precisam ter o mesmo tamanho, se a ordem operacional interfere ou não no resultado [...] [2] professor irá resolver o problema proposto na forma de matrizes, aproveitando as tabelas mesmo e já ir falando alguns palavras como linha, coluna e elemento [...] salientando algumas informações, mostrando para alunos a resolução completa a partir de coisas que eles fizeram nas resoluções deles.	[1] professor observa e destaca aspectos da resolução dos alunos que se relacionam com o objeto de ensino; [2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;
L3	Na etapa da discussão o [1] professor já irá incluir algumas expressões que fazem parte do conteúdo de Progressão Aritmética como sequência e termos, por exemplo, primeiro termo, último termo, geral [...] indicar, com o giz mesmo circulando, que tem um padrão de um valor para o outro e isso é o que é chamado de razão [...] a ideia é aproveitar as palavras que os alunos vão usando e falando durante a explicação e partir das próprias ideias dos alunos, acredito que o [2] professor já pode começar a resolver o problema e aproveitar para já ir perguntando, por exemplo, alguns grupos possam perceber que os valores crescem um valor padrão em cada etapa, aí o professor vai lá e pergunta: ‘isso pode ser entendido como?’ Aí o alunos respondem que isso é a razão, por exemplo.	[1] professor observa e destaca aspectos da resolução dos alunos que se relacionam com o objeto de ensino; [2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;
L4	[2] A estratégia que utilizaria de primeiro momento para resolver seria a segunda resolução, por ser uma estratégia de fácil entendimento para os alunos e ao mesmo tempo tranquila para ensinar o aluno a entender o que se tem e onde se quer chegar [...] ela é só fazer a multiplicação e soma, nem precisa montar a regra de três [...] ai poderia ser apresentado essa outra forma, mas perguntar antes para eles se eles podem falar uma outra maneira. Isso se ninguém tiver conseguido por regra de três [...] ai dá para usar tipo a noção de porcentagem mesmo de parte e de total, tipo: ‘esse está para esse, assim como esse tá para aquele’ ou ‘se trezentos é o total [100%] então o 12% a mais do total é 112% e ele vale quanto?’ Para ver se os alunos vão entendendo a ideia de regra de três.	[2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;
L5	[1] Olha como o objetivo é ensinar juro simples, então eu espero que apareça alguma [resolução] alguém que vai fazer os cálculos e organizar eles meio parecido com a fórmula do juro simples, sabe juntando tudo ao invés de fazer cálculos separados, espalhados e	[1] professor observa e destaca aspectos da resolução dos alunos que se

	depois ir pegando os resultados [...] se aparecer algo próximo de uma expressão aí já é o gancho para ligar com o juros simples e ir falando os termos do conteúdo, que o valor inicial é chamado de capital, que o que tiver relacionado ao tempo é o período e a porcentagem é a taxa que pode ser escrita com vírgula ao invés de fração ou fazer a regra de três separado e se não aparecer nada parecido aí vou [2] mostrar que resolve mais rápido com a fórmula e aplicando direto para eles verem.	relacionam com o objeto de ensino; [2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;
L6	O professor coloca os alunos em situações que os faz reconhecerem os diferentes procedimentos utilizados para resolver o problema [...] a importância desse cuidado na organização é para facilitar para o [2] professor enxergar qual é a melhor para ele começar resolver e explicar. As partes que ele vai usar para ensinar ou aproveitar alguma e ir só modificando durante a resolução até chegar por exemplo na fórmula da distância entre pontos [...] ele pode pegar uma [resolução] que usou Pitágoras e só dizer que dá para juntar duas distâncias e uma raiz, tipos como se elas fossem os catetos [...] a distância horizontal e a distância vertical são só subtrações [...] é mais demorado ver tudo isso, é mais fácil fazer só contanto os risquinhos, mas como a fórmula é um conceito mais avançado então tem que ter mais formalidade.	[2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino;

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante das unidades de registro emergiram duas categorias: [1] professor observa e destaca aspectos da resolução dos alunos que se relacionam com o objeto de ensino; [2] professor utiliza aspectos da resolução dos alunos para representar conceitos e executar procedimentos relacionados ao objeto de ensino. A primeira, assemelha-se a olhar para todas as resoluções dos alunos planejadas na lousa e conforme aponta Proença (2018), buscar por aspectos que se mostram válidos para a articulação com o objeto de ensino, indiferente da estratégia que o aluno tenha empregado, desde que ela tenha solucionado o problema. A segunda, demonstra uma ação mais ativa, em que o professor resolve o problema recorrendo diretamente a aspectos do conteúdo que se quer ensinar de maneira que dialogue com os apontamentos feitos nas resoluções dos alunos.

Na perspectiva dos participantes “o professor fará apontamentos, relacionando possíveis justificativas dos alunos com o próprio conteúdo” (L2), por exemplo “o professor destaca pontos que os alunos utilizaram e que tem uma relação com a regra de Cramer” (L1) ou “indicar, com o giz mesmo circulando, que tem um padrão de um valor para o outro e isso é o que é chamado de razão [...] a ideia é aproveitar as palavras que os alunos vão usando e falando durante a explicação e partir das próprias ideias dos alunos o professor já irá incluir algumas expressões que fazem parte do conteúdo” (L3). De acordo com o que propõe Proença (2018), “como o objetivo é ensinar juro simples, então eu espero que apareça alguma [resolução], alguém, que vai fazer os cálculos e organizar eles meio parecido com a fórmula do juro simples

se não aparecer nada [...] vou mostrar que resolve mais rápido com a fórmula e aplicando direto” (L5).

Após apontamentos que relacionem a produção dos alunos ao que se objetiva ensinar, na visão dos participantes, o professor deve “enxergar qual é a melhor [resolução] para ele começar resolver e explicar. As partes que ele vai usar para ensinar ou aproveitar alguma e ir só modificando durante a resolução” (L6), ele “já pode começar a resolver o problema e aproveitar para já ir perguntando, por exemplo, alguns grupos possam perceber que os valores crescem um valor padrão em cada etapa” (L3) ou “aproveitando as tabelas mesmo e já ir falando alguns palavras [...] salientando algumas informações, mostrando para alunos a resolução completa a partir de coisas que eles fizeram nas resoluções deles” (L2) ou se o objetivo for ensinar um procedimento, é “mostrar que resolve mais rápido com a fórmula e aplicando direto para eles verem” (L5). Basicamente é “ensinar o aluno a entender o que se tem e onde se quer chegar” (L4).

Baseado no que propõe Ball, Thames e Phelps (2008) e Ball *et al.* (2009), nessa ação o professor deve compreender como os tópicos e ideias matemáticas se relacionam ao longo do currículo, seja na mesma série/ano escolar, ou entre níveis anteriores ou posteriores para que ele possa enxergar possibilidades de relacionar aspectos da resolução dos alunos com o objeto de ensino. Alinhando com Carrillo *et al.* (2018), ao apresentar as relações, o professor deve conhecer e saber empregar tópicos do conteúdo matemático compreendidos como situações exemplificáveis, formas de representação e algoritmos, suficientes para organizar o ensino formal do conteúdo, numa perspectiva mais avançada, utilizando aspectos da resolução dos alunos para tal.

8.4.2.2. Formação do conceito

A seguir, no Quadro 20, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Quadro 20 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Formação do conceito

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Eu acho que como a ideia é trabalhar o conceito da regra de Cramer, poderia [5] começar de forma gradual, por exemplo usar exercícios tipo indique a matriz dos coeficientes dos seguintes sistemas e calcule seu determinante e aí dar alguns exemplos que eles [alunos] podem resolver por Sarrus, só para ir gradual mesmo [...] dá para continuar pedindo a forma matricial dos mesmos exemplos ou de	[5] propor a resolução de exemplificações intraconceituais/pré-requisitos que indiquem onde se quer chegar (conceito principal);

	outros também [...] para eles terem uma noção de coeficiente, já para ir indicando a ideia do Cramer e os conceitos de matriz dos coeficientes e matriz só dos resultados [...] dá para finalizar a parte do conceito [6] pedindo para eles analisarem duas resoluções de um mesmo exemplo, uma feita por sistemas e outra por Cramer e ir questionando eles por exemplo: na primeira parte do quadro o sistema linear foi resolvido a partir do método da adição, entretanto no segundo quadro notamos a presença de três matrizes distintas e seus determinantes, você acha que as incógnitas x e y estão na resolução da segunda parte [Cramer]? Se sim, quais são? Se não, como determiná-los a partir do que se tem? Dá até para colocar coisa errada no meio e perguntar [...] isso seria a formação do conceito no meu entendimento que eu coloquei na proposta.	[6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas;
L2	[7] Eu inicialmente tinha proposto alguns exercícios de fixação que seria calcular a soma e subtração de matrizes [...] depois que eu percebi que tinha que trabalhar diferente [...] de [8] forma que eles vejam exemplos possíveis e os não possíveis, o que funciona e o que não funciona. Então aqui eu pensei em [6] um exemplo de duas matrizes onde uma soma e a outra subtrai só que não mostrando a operação em si deixando a operação oculta e deixar que os alunos identifiquem se tá somando ou subtraindo, tipo eles indicarem a operação e também eu fiz uma questão sobre deixar alguns valores ocultos dentro da matriz, por exemplo, nessa soma e subtração de matrizes para que eles procurem entender a maneira que se soma e subtrai matrizes que é elemento por elemento ai nesse caso eles precisariam até de equação de 1º grau [...] e também coloquei um [5] exemplo com três matrizes, uma dois por dois e uma três por três. Ai trabalhar todo um questionamento sobre isso, por exemplo, perguntar se é possível ou não fazer uma soma entre essas matrizes [...] o objetivo seria eles falarem que não porque a matriz não tem mesmo tamanho, não tem a mesma ‘ordem’ [acrescentando aspas]. Coloquei exemplos em que eles deveriam criar uma matriz respeitando uma lei para a obtenção de cada termo, o objetivo é que eles compreendam que nem todas as matrizes já vêm montadinhas, algumas antes de fazer a soma tem que encontrar ela.	[5] propor a resolução de exemplificações intraconceituais/pré-requisitos que indiquem onde se quer chegar (conceito principal); [6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas; [7] formação conceitual não é abordar exercícios de fixação; [8] propor o reconhecimento ou pedir que apresentem exemplos e não exemplos do conceito;
L3	Para que os alunos possam formar o conceito de Progressão Aritmética, algumas tarefas serão propostas para a turma, tipo para [6] mostrar alguns exemplos de sequências que apresentam uma lógica entre os termos e perguntar qual é a lógica por traz? E como vocês acham que essa lógica pode ser chamada? para ver se identificam a razão ou falam algum nome que dê depois para usar como comparação [...] [8] Pedir exemplos que não formem uma sequência, que não tenha razão por exemplo [...] que eles mostrem exemplos de sequências diferentes que quando eles compararam é a mesma lógica entre elas, para eles verem que sequências mesmo sendo diferentes podem ter a mesma razão [...] [5] jogar uns exemplos que pede termos específicos, o décimo ou vigésimo que é para eles não quererem ir um por um e sim pensarem numa forma de resumir e achar mais rápido, já vai estar entendendo a ideia de fórmula do termo geral.	[5] propor a resolução de exemplificações intraconceituais/pré-requisitos que indiquem onde se quer chegar (conceito principal); [6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas; [8] propor o reconhecimento ou pedir que apresentem exemplos e não exemplos do conceito;
L4	Eu pensei logo de cara igual ela [participante L2], [7] coloquei várias situações tipo arme e efetue para eles fazerem mesmo até fixar, mais pensei no que eu tinha lido e vi que era diferente [...] comecei com uma situação para trabalhar com eles o conceito de acréscimo e desconto [...] [6] abaixo há algumas situações que podem ser resolvidas como situações de acréscimo e desconto. Olhando para elas identifiquem com A para acréscimo e D para desconto. Ai eu mostro umas situações tipo 1,20 vezes 80 é igual a 96. Outra 2,35 vezes 95 é igual a 223,35 e 0,75 vezes 120 é igual a 90. A intenção é conversar com os alunos essas coisa [...] incentivar que eles	[6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas; [7] formação conceitual não é abordar exercícios de fixação; [8] propor o reconhecimento ou pedir que apresentem exemplos e não exemplos do conceito;

	enxerguem que tem situações igual a última que envolve o conceito de desconto, porque diminuiu o valor inicial e porque o número multiplicado inicia com zero, é menor que um, mas dá para discutir também que as vezes é desconto, mas se a pessoa estiver falando do valor do desconto aí tinha que usar o complementar que é 0,25 para saber ou fazer uma subtração do valor inicial [...] [6] outra situação também seria colocar no quadro duas resoluções, uma escrito na forma de fração a porcentagem [40/100] de 120 e depois adicionando o resultado ao 120 [120 + 48 = 168] e a outra fazendo direto a porcentagem [140/100] do 120 e perguntar tipo verdadeiro ou falso se ambas são acréscimos ou se ambas são descontos ou se uma está correta e a outra não. Essas coisas [...] acho que dá para trabalhar mais coisas nesse momento também tipo [8] falar para eles mostrarem as porcentagens de diferentes formas de representar, fração, com vírgula, regra de três ou só multiplicar, essas coisas para mim é conceitual, é trabalhar a formação do conceito.	
L5	[6] [...] numa nova aula eu iniciaria com uma situaçãozinha mais fácil igual essa que eu coloquei [Pedro quer comprar um notebook em uma loja de informática perto de seu trabalho. A loja disponibiliza duas formas de pagamento. Caso efetue a compra à vista, o preço será de R\$1700,00, porém, se realizar a compra a prazo, poderá dividir em 8 parcelas de R\$300,00] e ia falar para eles resolverem da mesma maneira que eu havia resolvido com eles aquela primeira [problema escolhido e introduzido ensino via resolução de problema]. Ai com a resolução no quadro eu vou fazer perguntas do tipo: ‘Entre as duas possibilidades de efetuar o pagamento a prazo ou a vista, é possível perceber alguma diferença? Se há diferença, como ela é chamada? Ela surge a partir de quais cálculos? No valor final, se pago a prazo, há a adição de quais valores? há vantagem em se comprar à vista o notebook?’ para ver se eles percebem o que é um juro e que nessa situação o juro foi um acréscimo no valor [...] a outro situação seria: Qual seria a primeira ação a se fazer ao tentar determinar o juro produzido por R\$ 10.000, 00, aplicados a 2% a.m. durante 90 dias? Essa vai servir para ver se eles entendem que é melhor aplicar a porcentagem no capital, mas que para isso a taxa e o período tem que estar no mesmo tempo e ali um está em dias e o outro ao mês [...] a última situação para discutir essa parte conceitual com os alunos seria apresentar duas resoluções de juros que pede o montante e na primeira fazer bem direta só multiplicando e adicionando, parecido com a fórmula do juros simples e a outra fazendo mês a mês, mais demorada e perguntar para eles: ‘Qual a diferença entre as duas soluções? Qual está correta a resolução? Há uma mais simples do que a outra? Se sim, porquê?’	[6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas;
L6	Para trabalhar a parte do conceito de distância entre pontos eu achei meio difícil porque é muito óbvio tudo desse conceito, aí [5] pensei assim ele precisa de saber o conceito de coordenada no plano cartesiano e precisa saber se localizar no plano, então eu começaria com uma situação tipo daquelas de que a pessoa ou um carro anda tanto para um lado, depois vira e anda tantos para o outro, acho que o ENEM gosta dessas questões de deslocar pelo plano cartesiano dando orientações [...] eu até coloquei um exemplo que eu adaptei para isso: ‘João para ir para a escola parte da sua casa que é a origem (0,0) do caminho e desloca-se até a padaria que está localizada no ponto (16,0), compra um lanche, em seguida ele vira a esquina e continua terminando na escola no ponto (16,12). Qual seria a distância total percorrida por João?’ aí além da pergunta da situação eu perguntaria também se ele pudesse andar em linha reta até a escola sem passar na padaria, qual seria a distância? [...] esqueci de comentar também que eu desenharia no quadro ou ia pedir para eles desenharem um plano cartesiano [...] para trabalhar essa questão conceitual desse	[5] propor a resolução de exemplificações intraconceituais/pré-requisitos que indiquem onde se quer chegar (conceito principal); [8] propor o reconhecimento ou pedir que apresentem exemplos e não exemplos do conceito;

	conceito eu acho que seria isso, [8] dá até para pedir para eles apresentarem uma situação parecida que já desse o valor final da distância e uma coordenada de um ponto para ver se eles vão ver que teria que fazer uma subtração ao invés de soma.	
--	--	--

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram de contextos como: [5] propor a resolução de exemplificações intraconceituais/pré-requisitos que indiquem onde se quer chegar (conceito avançado); [6] propor a investigação e análise de exemplificações já resolvidas ou pré-resolvidas; [7] formação conceitual não é abordar exercícios de fixação; [8] propor o reconhecimento ou pedir que apresentem exemplos e não exemplos do conceito. Cabe salientar, como mencionado anteriormente, a definição de intraconceitual está associado às definições de KOT e KSM propostas por Carrillo, Contreras e Flores (2013), Flores-Medrana *et al.* (2014) e Carrillo *et al.* (2018), de que são conceitos que se relacionam dentro de um mesmo tópico matemático e possibilitam que o professor ensine uma conteúdo a partir de conexões com conteúdos mais complexos ou simplificados; no caso da intervenção formativa é entendido como os pré-requisitos do conteúdo a ser ensinado.

Justificando a categoria [5], o professor deve saber propor a resolução de exemplificações intraconceituais que clarifiquem estratégias capazes de indicar o caminho para a solução. No ensino da regra de Cramer, considerada um conceito avançado, o trabalho de formação conceitual deve “começar de forma gradual, por exemplo [...] que eles [alunos] podem resolver por Sarrus [conceito simplificado], só para ir gradual mesmo [...] para eles terem uma noção de coeficiente, já para ir indicando a ideia do Cramer” (L1). Ai sobre tal conteúdo, mas agora acerca da formação conceitual de soma de matrizes é possível apresentar “exemplo com três matrizes, uma dois por dois e uma três por três [...] perguntar se é possível ou não fazer uma soma entre essas matrizes [...] o objetivo seria eles falarem que não porque a matriz não tem mesmo tamanho, não tem a mesma ordem” (L2). Outro exemplo de basear em exemplos que envolvam os aspectos intraconceituais, com o objetivo de ensinar o conceito que sustenta a fórmula da distância entre pontos, o aluno “precisa de saber o conceito de coordenada no plano cartesiano e precisa saber se localizar no plano, então eu começaria com uma situação tipo daquelas [...] de deslocar pelo plano cartesiano dando orientações” L6, demonstrando que os professores devem saber levar os alunos a desenvolverem a compreensão do conceito avançado através de um conceito simplificado (Proença, 2021).

A categoria [8] vai ao encontro do que propõe Proença (2021) quanto ao professor saber conduzir os alunos a propor exemplos e não exemplos como forma de explorar as características

do conceito. Para os participantes, consiste em trabalhar de “forma que eles vejam exemplos possíveis e os não possíveis, o que funciona e o que não funciona” (L2), por exemplo “pedir exemplos que não formem uma sequência, que não tenha razão por exemplo” (L3), “pedir para eles apresentarem uma situação parecida que já desse o valor final da distância e uma coordenada de um ponto para ver se eles vão ver que teria que fazer uma subtração ao invés de soma” (L6) ou “falar para eles mostrarem as porcentagens de diferentes formas de representar, fração, com vírgula, regra de três ou só multiplicar, essas coisas para mim é conceitual, é trabalhar a formação do conceito” (L4).

A categoria [7] caracteriza com o objetivo de toda a proposta de ensino-aprendizagem defendida por Proença (2018; 2021). Na formação do conceito é esperado que os professores saibam que atividades e exemplos que visam a repetição, repetição e aplicação direta não auxiliam na formação do conceito. De acordo com a experiência dos participantes, “coloquei várias situações tipo arme e efetue para eles fazerem mesmo, até fixar, mais pensei no que eu tinha lido e vi que era diferente” (L2), assim como “inicialmente tinha proposto alguns exercícios de fixação que seria calcular a soma e subtração de matrizes [...] depois que eu percebi que tinha que trabalhar diferente [...]” (L4).

Já a categoria [6] suscita aprofundamento teórico, visto tratar-se de uma nova possibilidade a ser explorada pelos professores na ação de formação do conceito, que é o saber selecionar e empregar situações já resolvidas como uma possibilidade dos alunos investigarem os conceitos abordados nela. Na descrição dos participantes, para discutir essa parte conceitual com os alunos “seria apresentar duas resoluções de juros [...] e perguntar para eles: Qual a diferença entre as duas soluções? Qual está correta a resolução? Há uma mais simples do que a outra? Se sim, porquê?” (L5), pode ser também “pedindo para eles analisarem duas resoluções de um mesmo exemplo, uma feita por sistemas e outra por Cramer e ir questionando eles” (L1). “Outra situação também seria colocar no quadro duas resoluções, uma escrito [...] a porcentagem $[40/100]$ de 120 e [...] a outra fazendo direto a porcentagem $[140/100]$ do 120 e perguntar tipo [...] se ambas são acréscimos ou [...] descontos ou se uma está correta e a outra não” (L4).

De modo geral, tais categorias comungam com Zabala (2014) e Simon (2016) quanto aos conceitos não resultarem de aplicações diretas em exercícios, mas sim da reflexão sobre seus modos de interpretar e representar ideias. Assim como elas corroboram com a proposição de que o conceito só será formalizado se os alunos forem requisitados a atribuir significados próprios a um conceito ou procedimento. Por fim, tais categorias comungam com

considerações feitas por Vinner (1991), Pozo (1998), Vygotsky (2008) e Proença (2021) e salientam que os professores saibam propor a resolução de exemplificações intraconceituais que clarifique estratégias capazes de indicar o caminho para a solução; saibam conduzir os alunos a propor exemplos e não exemplos como forma de explorar as características do conceito; e saibam que atividades e exemplos que visam a repetição, repetição e aplicação direta não auxiliam na formação do conceito

8.4.2.3. Definição do conteúdo

A seguir, no Quadro 21, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Definição do conteúdo.

Quadro 21 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Definição do conteúdo

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Depois de ter apresentado de forma gradual a ideia de matriz, de coeficientes e uma base do que é achar o determinante, mas sem falar com esse nome eu [9] vou apresentar a definição teórica mesmo, igual tem no livro que a professora usa com eles [...] que a regra de Cramer é um método desenvolvido para resolver sistemas lineares. [10] Que sistema linear é um conjunto de equações que se relacionam e que podem ser escritos da forma matricial igual eu já vou ter discutido com eles quando pedi para colocarem no quadro a resolução [...] para encontrar o conjunto de soluções por Cramer é necessário saber o determinante de uma matriz [...] a matriz é formada pelos coeficientes do sistema e existe o Dx [determinante x] que vem da substituição da coluna do x pela coluna dos resultados e o Dy [determinante y] substituição da segunda coluna, a do y pela coluna dos resultados e o Dz [determinante z] que é da mesma forma [...] [9] ia montar as três matrizes, mas utilizando letras, de forma algébrica, igual as demonstrações dos livros [...] vou fazer normal, fazer a divisão do Dx, do Dy e do Dz por D [determinante da matriz dos coeficientes], vou mostra que daí já acha as soluções e [10] depois vou usar como exemplo um dos problemas que eles já tinham feito antes. Vou resolver passo-a-passo explicando e questionando se eles estão com dúvida e se estão entendendo que aquilo que ele fizeram agora faz mais sentido [...] [11] para finalizar eu vou colocar um outro exemplo com números , mas para eles resolverem só que eu vou colocar um que o determinante da matriz dê zero para ver se eles entenderam tudo que foi falando antes. Ai eu finalizo a parte da definição do conteúdo dizendo que o método de Cramer é isso e que só é possível quando o D é diferente de 0.	[9] definição teórica/teórica semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.
L2	[9] Acho que a ideia é apresentar bem formal e baseado na definição que já tem no livro, por isso eu coloquei essa [...] as duas matrizes, tanto a A quanto a B tem os elementos a_{ij} e b_{ij} aí a definição mostra que para somar ou subtrair é só pegar por exemplo o a_{11} com o b_{11} e assim por diante [...] vai chegar na matriz C que é a matriz soma ou soma da matriz A com a B. Vou falar que por isso que as matrizes tem que ter mesma ordem, porque do contrário fica elemento que não tem nenhum correspondente na outra vou aproveitar. [10] Isso vai	[9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos;

	fazer sentido para eles porque antes [na formação do conceito] eu questionei eles sobre uma dois por dois e uma três por três [...] falar que assim como um número as matrizes possui outras operações que funcionam e vou mostrar essas também [evidencia as propriedades: $A + B = B + A$, $(A + B) + C = A + (B + C)$, $A + 0 = 0 + A = A$ e $A + (-A) = (-A) + A = 0$] e tentar mostrar que com aquele problema que eles fizeram também dava para usar a matriz oposta [...] vou aproveitar para definir também matriz oposta para aproveitar a ideia da operação de subtração e emendar com a definição de que subtrair duas matrizes é o mesmo que somar uma matriz com a oposta da outra [...] [11] depois é só dar um exemplo para eles tentarem fazer e ver se conseguiram entender a definição.	[11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.
L3	[9] Vou começar colocando no quadro a definição formal de Progressão Aritmética (P.A.) como toda sequência de números na qual a diferença entre os termos é sem uma constante, um valor, que essa diferença constante é chamada de razão da progressão e é representada pela letra r. [10] Nessa hora eu vou puxar aquelas conversas que tivemos sobre a lógica, o padrão por trás das sequências que eu dei para eles. Inclusive eu questionei sobre um nome para isso [...] se você começa por um número qualquer e nele você soma o valor de r, você obtém o segundo número da P.A. Então, somando novamente r, chega ao terceiro e assim por diante até achar quantos termos quiser [...] mostrar também que na P.A se você tem um termo inicial é só ir adicionando o número da posição que antecede ele vezes o r [a, $a + r$, $a + 2r$] e dá para fazer uma pergunta já para eles tipo: ‘Mas se a questão quiser que você diga qual o 123º termo?’ para ver se eles entendem que vai dar trabalho, então vai ser preciso definir uma fórmula para isso [...] a fórmula do nésimo termo. Ela também é chamada Termo Geral de uma P.A., pois pode ser usada para descobrir o valor que está em qualquer posição. Ai mostra a fórmula [$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$] e já dá para mostrar a fórmula da razão também que dava para ter falando antes. [10] Do mesmo jeito, como eu já tinha pedido antes para eles apresentarem alguns valores altos da sequência, vou usar o que eles falaram para comparar com a fórmula [...] [11] já dá para mostrar um exemplo desses grandes com vários termos e pedir para eles resolverem para ver se entenderam para que precisa da fórmula.	[9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.
L4	[9] Então de primeiro momento esse conteúdo seria definido utilizando definição certinha de porcentagem no quadro. Que a porcentagem ou percentagem é uma área da matemática que indica uma taxa ou proporção calculada em relação ao número cem ou seja, por cem, e é representada pelo símbolo [%] por cento. Depois disso eu defino que por cem pode ser representado como uma fração, um valor X sobre o 100 [$X/100$], então consiste numa razão em que se eu denominador é sempre cem e pode ser com vírgula [representação decimal]. [10] Essa parte vai ser tranquila para eles entenderem porque eles com certeza vão ter resolvido alguma coisa usando a fração e vão lembrar se eu perguntar se estão entendendo. Na sequência eu apresento um exemplo numérico: ‘Uma loja oferece 70% de desconto na compra à vista de um sapato, sabendo que o sapato custa R\$ 250,00, quanto será o valor do desconto?’ Então os sapatos são setenta por cento da loja. Significa dizer que se dividir o valor do sapato em cem partes, o valor após o desconto seria as setenta partes que sobraram, mas como isso é mais difícil dá [além] da regra de três e da multiplicação e divisão simplificar a fração [$70/100$] e fica mais fácil de calcular também ou ir direto e falar que a razão é a divisão, então a divisão setenta dividido por cem seria igual a zero vírgula sete e daí seria proposto a multiplicação. [10] Outra coisa que é certeza que eles vão ter feito também e vão entender [...] [11] para finalizar eu	[9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.

	deixaria um exemplo para eles tentarem resolver usando tudo que foi definido.	
L5	[9] Eu ia ser bem direta, ia definir que juros simples é um acréscimo calculado sobre o valor inicial de uma aplicação financeira ou de uma compra feita a crédito, por exemplo. Que no caso da primeira é um rendimento e no caso da segunda é uma cobrança [...] o valor inicial de uma dívida, empréstimo ou investimento é chamado de capital e chamamos de C. Nesse valor é aplicada uma correção, chamada de taxa de juros que é expressa em porcentagem e que chamamos de i. Os juros são calculados considerando o período de tempo em que o capital ficou aplicado ou emprestado e esse período é chamado de t. [9] Ai vou direto para a fórmula do juros que é a taxa aplicada no capital ao longo do tempo, ou seja multiplicado pelo tempo, ficando então usando as letras $J = C \cdot i \cdot t$. Vou mostra a fórmula do montante que é $M = C + J$, [10] isso tudo usando as ideias que eles fizeram na resolução do primeiro problema que nós discutimos no final da aula anterior [9] junto com as letras que o livro traz [...] [10] vamos ver se eles vão entender que o que eles fizeram era parecido com o que eu quis mostrar na definição. [11] Ai eu apresento um exemplo bem curtinho só para eles aplicarem e ver se entenderam o que foi falado.	[9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.
L6	[9] Indo de uma vez eu vou falar que o que conhecemos como distância entre dois pontos seja eles A e B é o comprimento do segmento de reta que liga esses dois pontos. Para calcular o comprimento desse segmento de reta, utilizamos uma fórmula deduzida do teorema de Pitágoras. Mostro a fórmula segundo o livro onde dados os pontos A com as coordenadas xA e yA [(xA, yA)] e B com as coordenadas xB e yB [(xB, Yb)], para calcular a distância entre esses dois pontos, utilizamos a fórmula que vem da aplicação das distâncias entre as coordenadas x e da coordenadas y no Pitágoras sendo distância AB ao quadrado, que seria a hipotenusa, igual a xB menos xA ao quadrado mais yB menos yA ao quadrado [$dAB^2 = (xB - xA)^2 + (yB - yA)^2$] e se quiser já pode passar a raiz para o outro lado e fazer a raiz quadrada de tudo isso [...] [9] na verdade todos os livros que eu vi apresentam mais ou menos assim [...] [11] vou utilizar o exercício da hora da formação do conceito que eu deixei para eles fazerem vou pedir para fazerem ou melhor refazerem né e agora aplicando direto na fórmula.	[9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.

Fonte: Ddos da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram três categorias: [9] definição teórica/formal semelhante a do livro didático; [10] durante a definição estabelece relação com as representações feitas anteriormente pelos alunos; [11] finalizar solicitando que resolvam situações a fim de verificar a compreensão da definição.

Ao buscar definir o conteúdo, segundo Proença (2021) é esperado que os professores saibam conduzir os alunos para a compreensão da linguagem formal por traz do objeto de ensino conforme representado pelos livros didáticos. Na visão dos participantes, “a ideia é apresentar bem formal e baseado na definição que já tem no livro” (L2), os exemplos apresentados referem-se a “começar colocando no quadro a definição formal de Progressão Aritmética (P.A.)” (L3) ou a “ser bem direta, definir que juros simples é um acréscimo

calculado sobre o valor inicial de um aplicação financeira ou de uma compra feita a crédito, por exemplo [...] aí vou direto para a fórmula do juros [...] junto com as letras que o livro traz” (L5).

Ainda, segundo Proença (2021), o professor deve saber estabelecer a relação entre a linguagem matemática formal e a linguagem empregada pelos alunos nas ações anteriores. Nesse sentido, ao definir o método de Cramer, é necessário resgatar o conceito de sistema linear conforme “eu já vou ter discutido com eles quando pedi para colocarem no quadro a resolução, depois vou usar como exemplo um dos problemas que eles já tinham feito antes. Vou resolver passo-a-passo explicando e questionando se eles estão com dúvida e se estão entendendo” (L1), relacionando a definição formal com a construção criada pelos alunos “vai fazer sentido para eles porque antes [na formação do conceito] eu questionei eles sobre uma dois por dois e uma três por três” (L2), por exemplo. Ao definir P.A e razão, “nessa hora eu vou puxar aquelas conversas que tivemos sobre a lógica, o padrão por trás das sequências que eu dei para eles. Inclusive eu questionei sobre um nome para isso” (L3). Por fim, um dos objetivos é “usando as ideias que eles fizeram na resolução do primeiro problema que nós discutimos [...] vamos ver se eles vão entender que o que eles fizeram era parecido com o que eu quis mostrar na definição” (L5).

Note que um dos objetivos na perspectiva dos participantes, ao final, após definir o conteúdo, “é só dar um exemplo para eles tentarem fazer e ver se conseguiram entender a definição” (L2), outra possibilidade é “um exemplo desses grandes com vários termos e pedir para eles resolverem para ver se entenderam para que precisa da fórmula” (L3) ou “utilizar o exercício da hora da formação do conceito [...] vou pedir para fazerem ou melhor refazerem e agora aplicando direto na fórmula” (L6). Entretanto na proposta de Proença (2021) é esperado que ao final o professor realize, junto com os alunos, uma síntese das características principais do conteúdo, incluindo as diferentes possibilidades de procedimentos e algoritmos.

A visão atribuída pelos participantes ao ritos finais da ação de definição do conteúdo revelam uma certa descontinuidade, visto que seria esperada a aplicação em novos problemas como a sucessão da ação de definição do conteúdo. Segundo Proença (2021), a aplicação deveria ocorrer a partir da perspectiva do ensino para e sobre a resolução de problemas. Apesar da pouca relação, as categorias indicam que nessa ação os professores saibam conduzir os alunos para a compreensão da linguagem formal por traz do objeto de ensino, considerando abordar tanto os conceitos quanto os procedimentos conforme tendem a ser representados pelos livros didáticos; o professor deve saber estabelecer a relação entre a linguagem matemática formal e a linguagem empregada pelos alunos nas ações anteriores; reconhecer as vantagens e

desvantagens ao escolher usar certos conceitos, representações, procedimentos e regras e saber definir e demonstrá-los de forma precisa, tais como definem o SCK de Ball, Thames e Phelps (2008) e Hill (2010) e o KOT de Vasco, Moriel Junior e Contreras (2017) e Carrillo et al. (2018).

8.4.2.4. Aplicação em novos problemas

A seguir, no Quadro 22, serão apresentadas as unidades de registro e as categorias referentes ao subtema Aplicação em novos problemas.

Quadro 22 – Unidades de registro referentes e categorias do subtema Aplicação em novos problemas

Ptc.	Unidades de registro	Categorias
L1	Como o [12] objetivo agora era os alunos aplicarem o que eles aprenderam nas outras aulas, então eu escolhi esse primeiro problema que traz uma matriz em forma de uma tabela envolvendo medalhas e isso eles veem nas olimpíadas, então é do cotidiano deles [...] no problema não fala um método para ele resolver, então ele pode usar outros métodos ou o Cramer [...] não tem como ele não saber resolver, porque [13] se não souber já é um indicativo de que alguma coisa não ficou legal nas outras aulas, não sei, durante a formação do conceito talvez ou antes até [...] [12] o outro problema é mais simples. Tem uma contexto e eles vão ter que escrever as informações do problema na linguagem matemática [...] o sistema é um de duas incógnitas, pode ser resolvido por outro método, mas nesse [14] eu vou especificar e pedir para resolverem por Cramer, para ver se eles aprenderam de fato o que foi ensinado [...] mesmo pedindo já a forma de fazer eu acho que continua sendo um problema porque ainda é um desafio para eles ver se sabem utilizar o método [...] os dois problemas vão ser bons para ver se os alunos aprenderam e quais são as principais dificuldades deles.	[12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [13] dificuldades nessa ação indicam incompreensões quanto ao processo de resolução de problemas e/ou a formação do conceito; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;
L2	Nessa parte final eu criei [12] um problema bem simples, parecido com o primeiro que eu comecei, acho que até mais simples, com o enredo de influenciadores e que eles só precisam somar os valores da primeira tabela com os da segunda [...] [14] embora eu tenha pedido só para falarem quanto cada empresa irá pagar para cada influenciadora eu posso pedir também que apresentem uma resolução em formato de matriz, realizando a soma, só para eu ver se eles entenderam bem a ideia de elemento, linha, coluna [...] passou pela minha cabeça até criar uma forma de indicar a criação de uma tabela para colocar os valores, sem dar a tabela ai eles poderiam criar já em formato de matriz ou de tabela antes de só resolver. [14] Ai eu poderia avaliar mais coisa, principalmente se entenderam a ideia de linha e coluna e a posição de cada elemento [...] nesse outro [o segundo problema] eu pensei da mesma maneira, duas tabelas e só realizar a soma do primeiro de uma com o primeiro da outra, mas ai [12] para deixar os alunos mais animados para fazer eu pensei num contexto que está chamando muita a atenção na internet e na televisão que é o BBB [programa Big Brother Brasil] [...] é basicamente a mesma coisa só que daí o aluno que ficou com alguma	[12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;

	dúvida, ainda vai ter uma chance de tirar e os que não tem dúvida eu posso ir pedindo para cada vez usarem mais os conceitos de matrizes.	
L3	[12] O primeiro problema eu pensei em utilizar a temática ciclismo porque tem aumentado o número de praticantes hoje em dia, então é algo que eles associam [...] eu não falei no problema ‘faça desse jeito ou daquele jeito!’ então eles podem fazer usando a lógica ou podem fazer usando P.A [...] de qualquer maneira eu vou ficar observando se eles estão conseguindo fazer, [13] se estão sentindo dificuldade e onde estão sentindo [...] acho que ainda terão dificuldade e isso ajuda a perceber o que ainda não foi bem explicado ou apropriado por eles nas outras etapas [...] que conceitos eles ainda não dominaram e daí [14] serve para que nas próximas o professor já mude a forma de ensinar também [...] o segundo problema já é um pouco mais difícil e envolve depreciação de bens. Também tem forma de fazer por lógica e por matriz [...] eu vou conduzir eles para fazerem usando matrizes para ver mesmo se aprenderam os conceitos [...] para os dois [problemas] é importante observar se estão tendo dificuldades e propor mais talvez como avaliação da aprendizagem deles.	[12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [13] dificuldades nessa ação indicam incompreensões quanto ao processo de resolução de problemas e/ou a formação do conceito; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;
L4	Coloquei só um problema no final para aplicação dos conceitos aprendidos [...] [12] o problema que eu adaptei é sobre a Black Friday e a compra de uma Alexa que é um produto que muita gente quer e a Black Friday é famosinha já [...] é bem simples e bem parecido com o problema que foi feito a resolução de problemas no início eles vão aplicar ou regra de três ou fazer por multiplicação e subtração [...] [14] eu vou ficar de olho para ver se estão usando formas diferente de representar a porcentagem, tipo por fração ou número decimal, para ver se compreenderam o que foi trabalhado sobre o conceito e depois na definição [...] e fazer tipo uma avaliação mesmo deles, se tem dificuldade, se estão conseguindo fazer direito ou se ainda precisam de alguma explicação de alguma coisa que eu posso fazer no quadro para ajudar [...] se for preciso dá até para [14] repensar outra forma de explicar de novo alguma coisa das etapas anteriores ou mudar o jeito de fazer nas próximas aulas.	[12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [13] dificuldades nessa ação indicam incompreensões quanto ao processo de resolução de problemas e/ou a formação do conceito; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;
L5	Eu pensei em [12] usar um problema que eles pudessem usar várias coisas do conceito em um problema só [...] regra de três, porcentagem como fração, como decimal, a fórmula do juros ou sem a fórmula do juros [...] usar o que eles tiveram que falar nos momentos anteriores, para fazer sentido [...] o problema que eu escolhi fala da compra de um carro à vista e à prazo, que é uma situação bem comum hoje em dia com tanto compra e vende de carro [...] nas perguntas que são feitas ele vai precisar calcular a porcentagem do desconto e também a porcentagem do juros no caso de fazer à prazo. Então já são dois conceitos o de porcentagem e o de juros e a última pergunta é sobre o montante que também é mais um conceito [...] vou andar pela sala e vendo o que estão fazendo e ajudando com as dúvidas, a ver se estão usando o que aprenderam e [13] se estiverem com dúvidas vou ir questionando eles mais uma vez, parecido com fiz antes [etapa de articulação das estratégias e de formação do conceito] para lembrarem do que foi falado [...] ver se estão aplicando certo o conhecimento anterior deles [...] vou corrigir depois no quadro para todos verem e [14] ir questionando eles sobre a resolução para verificar mesmo se entenderam o que foi ensinado.	[12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [13] dificuldades nessa ação indicam incompreensões quanto ao processo de resolução de problemas e/ou a formação do conceito; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;
L6	Eu peguei uma questão do ENEM, tirei as alternativas [...] [15] ela é mais difícil que a primeira, porque envolve equação e a reta no plano cartesiano, basicamente dá uma equação de uma reta e uma coordenada de um ponto [...] foi proposital ela ser mais difícil porque que [14] quero verificar se eles entenderam o que foi discutido e ensinado durante a etapa do conceito e da definição em circunstâncias mais	[14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente;

	difíceis, para ver se foi válido a forma que foi ou se depois eu tenho que rever outra forma de ensinar [...] não tem uma forma de ir só contanto risquinhos do plano cartesiano, [15] eles vão ter que usar mesmo a fórmula da distância entre pontos [...] se vão fazer a fórmula de forma mais simples ou não é o que eu vou ficar observando enquanto eu circulo pela sala [...] vou resolver no final o passo a passo [...] [14] dá até para pensar em avaliar eles, dar uma notinha tipo prova.	[15] apresentar uma situação mais complexa para desafiar os alunos aplicarem especificamente o conteúdo definido;
--	---	--

Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se que diante as unidades de registro emergiram as categorias: [12] aplicar os conceitos aprendidos anteriormente em situação contextualizada; [13] dificuldades nessa ação indicam incompreensões durante o processo de resolução de problemas e/ou a formação do conceito; [14] objetivo da aplicação é verificar a aprendizagem e as dificuldades dos alunos sobre o conteúdo formalizado e ressignificações na prática docente; [15] apresentar uma situação mais complexa para desafiar os alunos à aplicarem especificamente o conteúdo definido.

Segundo Proença (2021), a aplicação deve ocorrer considerando situações variadas, que sejam contextualizadas contribuindo para o contato dos alunos com novas expressões. Nesse cenário, de acordo com Carrillo *et al.* (2019), é importante que os professores, ao escolherem o problema e formas de representação matemática empregadas nele, conheçam as expectativas e interesses que os alunos costumam ter, incluindo coisas cotidianas que os motivam. De acordo com os participantes, “o problema que eu adaptei é sobre a Black Friday e a compra de uma Alexa [...] usar um problema que eles pudessem usar várias coisas do conceito em um problema só [...] usar o que eles tiveram que falar nos momentos anteriores, para fazer sentido” (L4), “aplicarem o que eles aprenderam nas outras aulas [...] vão ter que escrever as informações do problema na linguagem matemática” (L1). No cenário da apresentação do problema, surge a categoria [5] que emergiu na unidade de registro de um único participante, trata-se de aplicar uma “situação mais difícil que a primeira [introdução do problema], [...] proposital porque que eles vão ter que usar mesmo a fórmula da distância entre pontos” (L6).

Note que, para haver a certeza de que os alunos aplicariam o conteúdo conforme definido, o participante apresenta uma situação de maior complexidade, que requisita a aplicação do procedimento ensinado. Nesse sentido, Proença (2018) corrobora que, apresentar um problema que inviabiliza a resolução por diferentes estratégias e só é possível ser solucionado caso o aluno já tenha aprendido anteriormente procedimentos específicos, trata-se do ensino de matemática para resolver problemas. Fato que não causa discordância com a proposta, visto que essa ação, segundo Proença (2021), prevê a transferência da aprendizagem

ao aplicá-la em um novo problema após todo um trabalho conceitual estabelecido nas etapas anteriores. Diante das teorias que envolvem conhecimento da matemática e da resolução de problemas, corroborando com Chapman (2014; 2015; 2016), os professores devem reconhecer as potencialidades e limitações de abordar o conteúdo matemático para resolver problemas em momentos específicos desse processo de ensino. Saibam escolher situações contextualizadas e representações matemáticas que façam sentido para os alunos, considerando ou não os interesses, expectativas e motivações dos alunos.

Preservando o contexto do ensino para resolver problemas e um dos objetivos dessa ação consistindo na verificação da aprendizagem, nota-se na perspectiva dos participantes dois aspectos: o primeiro, relacionado à investigação das dificuldades dos alunos; o segundo, refere-se à autoformação dos professores. Segundo os participantes, “os dois problemas vão ser bons para ver se os alunos aprenderam e quais são as principais dificuldades deles” (L1), “ir questionando eles sobre a resolução para verificar mesmo se entenderam o que foi ensinado” (L5). “É importante observar se estão tendo dificuldades” (L3), em caso positivo o professor pode “repensar outra forma de explicar de novo alguma coisa das etapas anteriores ou mudar o jeito de fazer nas próximas aulas” (L4).

A dificuldade às quais os participantes se referem, trata-se em suas visões de lacunas ou formação insuficiente dos conceitos discutidos nas etapas anteriores, justificando assim a necessidade dos professores reorientarem suas práticas atuais ou futuras. Na perspectiva do conhecimento dos alunos como resolvedores de problemas e da gestão da avaliação do processo de Piñeiro (2019) e Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2022), o professor deve saber que as etapas de resolução não são lineares e que pode variar de acordo as tomadas de decisões, devem saber como avaliar o desenvolvimento dos alunos no processo de resolução e suas dificuldades durante as etapas. Assim, é prescindível que os professores saibam (re)significar suas formas de abordar e orientar os alunos durante a resolução de problemas quando à avaliação do processo mostrar necessidade.

8.3.3. Síntese dos resultados após análise das categorias do Eixo 4: Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas.

Em síntese, os domínios do Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas ao que tange a escolha do problema resumem-se nos professores: serem capazes de selecionar ou reelaborar os problemas; reconhecerem problemas que possibilitem a

conexão entre conteúdos; conhecerem estratégias básicas e intraconceituais; saber gerir a sala de aula tanto em aspectos técnicos-pedagógicos quanto atitudinais; saber organizar a constituição dos grupos; saber estratégias de leitura individual ou em grupo; saber orientar-se e observar as atitudes dos alunos; saber incentivar os alunos a identificarem informações no problema; saber orientar os grupos com dificuldades; promover a socialização, demonstração, refinamento e validação dos resultados; as dificuldades encontradas, os principais erros cometidos e os caminhos que os elucidaram; compreender como os tópicos e ideias matemáticas se relacionam ao longo do currículo; saber conduzir os alunos a propor exemplos e não exemplos como forma de explorar as características do conceito; saber selecionar e empregar situações já resolvidas como uma possibilidade dos alunos investigarem os conceitos abordados nela; saibam conduzir os alunos para a compreensão da linguagem formal por traz do objeto de ensino; o professor deve saber estabelecer a relação entre a linguagem matemática formal e a linguagem empregada pelos alunos nas ações anteriores; reconhecer as vantagens e desvantagens ao escolher usar certos conceitos, representações, procedimentos e regras e saber definir e demonstrá-los de forma precisa; reconhecer as potencialidades e limitações de abordar o conteúdo matemático; contextualizadas e representações matemáticas que façam sentido para os alunos, considerando ou não os interesses, expectativas e motivações dos alunos.

9. CONCLUSÕES

A Formação Inicial de professores consiste em um campo fértil de investigação e de interesse visto tratar-se do futuro da educação. Conhecimentos construídos dentro e fora dos ambientes formativos exercem influência na construção da identidade docente e assim ditam os modelos de gerações de futuros professores e práticas de ensino-aprendizagem. Nesse cenário, se o objetivo for contribuir para o futuro da Educação, então intervenções conscientes e bem fundamentadas devem ocorrer nos cursos de Formação Inicial de professores a fim de auxiliar na construção e mobilização de conhecimentos necessários para o ambiente de ensino-aprendizagem que se almeja.

O cenário supracitado instigou a questionar: que implicações emergem de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática? Para isso houve a necessidade de propor uma investigação com seis licenciandos, alunos da Licenciatura em Matemática da UTFPR, campus Cornélio Procopio. Durante 18 encontros foram desenvolvidas atividades individuais, em grupo e de discussões coletivas teóricas-práticas a fim de atingir o objetivo de investigar as implicações de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas no desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática. Todo o processo foi sustentado por objetivos específicos como: Identificar e analisar que conhecimentos prévios acerca de ensino-aprendizagem e da resolução de problemas possuem os participantes; Identificar e analisar os conhecimentos dos participantes antes, durante e depois do contato com ações do EAMvRP e a elaboração de propostas de ensino.

Quanto ao primeiro desses objetivos, *Identificar e analisar que conhecimentos prévios acerca de ensino-aprendizagem e da resolução de problemas possuem os participantes*, foi possível considerar que os participantes, enquanto alunos da Educação Básica, foram frutos de um modelo tradicional de ensino, conforme relatado por eles. Suas descrições do processo de ensino-aprendizagem descrevem um professor que foi formado nos moldes da racionalidade técnica e que conduziram suas aulas baseadas no professor-transmissor de conceitos e procedimentos práticos e o aluno-receptor desses conteúdos. É esperado assim que, conforme citado por pesquisadores, esses futuros professores se espelhassem na prática docente a qual foram submetidos, entretanto, eles demonstram consciência sobre os limitantes de tal modelo de ensino-aprendizagem, mesmo que exista influência de certos fatores cognitivos e não-

cognitivos na construção de seus conhecimentos que os fazem não o rechaçá-lo completamente. Referente a tais experiências, constatou-se ao fim da intervenção, que os participantes se mostraram favoráveis a evitar práticas que estejam associadas aos moldes tradicionais.

Nesse ínterim, a resolução de problemas não foi vivenciada por eles durante a Educação Básica, sendo suas concepções um fruto exclusivo da Formação Inicial. Seus conhecimentos prévios à intervenção formativa são de que a resolução de problemas encontra-se balizada entre dois pontos: como contrapartida ao ensino tradicional e como prática de ensino do professor e a aprendizagem do aluno. Assim, de forma geral, a resolução de problemas subjaz a monotonia do ensino tradicional, conectando o conteúdo a sua aplicação prática como possibilidade de significar a matemática, dando sentido à abordagem da resolução de problemas como aplicação da matemática. Quanto ao professor e alunos, respectivamente em seus conhecimentos, a resolução de problemas possibilita investigar os conhecimentos prévios e a visão de todo um processo a ser percorrido até a solução que faça sentido a matemática aprendida. Embora apresentassem conhecimentos favoráveis à diferenciação entre uma abordagem de ensino que utilize a resolução de problemas e uma estritamente expositiva, os participantes não expressaram conhecimentos prévios que possibilitassem distinguir outras possibilidades de abordagem da resolução de problemas.

Quanto ao segundo objetivo, *Identificar e analisar os conhecimentos dos participantes antes, durante e depois do contato com ações do EAMvRP e a elaboração de propostas de ensino*, destaca-se a necessidade de compreender os conhecimentos dos participantes sobre a visão analítica dos três últimos eixos (eixos 2, 3 e 4): eixo 2 demonstra os conhecimentos elementares sobre a resolução de problemas antes do contato teórico com o EAMvRP (Proença, 2018); o eixo 3 demonstra os conhecimentos sobre abordagens da resolução de problemas durante o contato com o EAMvRP; o eixo 4 refere-se aos conhecimento prático para ensinar a matemática com a resolução de problemas desenvolvido após o contato com a EAMvRP, a elaboração e discussão das propostas de ensino.

De maneira geral, os participantes demonstraram diversos saberes relacionados a saber diferenciar um problema de um exercício, quanto às suas requisições tais como ler, interpretar, traduzir, analisar, planejar e executar. Tudo de acordo com o que era esperado diante dos aportes teóricos. Por se tratar de conhecimentos com pouco ou quase nada de contato teórico, foram chamados de elementares, entretanto, apresentam aspectos favoráveis para a compreensão. Da mesma forma, demonstraram saberes quanto a identificar informações supérfluas, essenciais e confusas presentes em problemas, bem como saberes relacionados a

realizar a adição/redução de informações linguísticas, numéricas e gráficas presentes nos enunciados. Tais conhecimentos denominados de elementares são justificáveis principalmente por se tratarem de licenciandos, com baixa experiência na Educação Básica e na fundamentação teórica na universidade.

Enquanto resolvedores de problemas, os participantes mobilizaram conhecimentos elementares em relação à ação processual por trás da resolução. Estabeleceram a etapa de representação e planejamento, mobilizaram parcialmente conhecimentos linguísticos e semânticos suficientes para interpretar as informações no texto, identificar corretamente o esquema por trás do problema e apresentar estratégias resolutivas, entretanto, parte considerável das estratégias não permitiam a apresentação de soluções válidas por dificuldades em mobilizar conhecimentos tanto específicos da matemática. Na etapa de execução demonstraram reconhecer diferentes variações de resoluções que podem surgir durante o processo e reconheceram alguns significados conceituais associados ao problema. Na etapa de monitoramento, demonstraram saber estabelecer a verificação durante o processo e ao final, bem como um tipo de conhecimento emergente referente reconhecer a importância de realizar a transcrição de uma resolução primária para uma resolução final. As dificuldades em mobilizar tais conhecimentos basearam-se na interferência de fatores cognitivos atrelados às dificuldades de interpretação e não-cognitivos ocasionados pela convicção de eficiência e assertividade dos procedimentos e da solução apresentada.

Quanto a Práticas de resolução de problemas e os Alunos no ambiente de resolução de problemas, os participantes, surpreenderam ao reconhecer diferentes formas de abordar a resolução de problemas. No problema como ponto de partida, reconhecem que possibilita um ambiente de investigação e autonomia, permitindo ao aluno descobrir como resolver a partir dos conhecimentos que possui, assim o professor consegue introduzir o conteúdo, discuti-lo e sistematizá-lo a partir da resolução do aluno, porém é uma atividade que demanda tempo e pode ocasionar desmotivação ou desistência caso seja muito difícil. Já o problema ao final do ensino, os participantes reconhecem como uma possibilidade de verificação da aprendizagem, reforço ou aplicação do que foi ensinado, entretanto, pode causar a falsa sensação de aprendizagem ou desmotivação por não saber aplicar o conteúdo ensinado em decorrência de uma aprendizagem mecânica.

Quanto aos alunos no ambiente de resolução de problemas, os participantes demonstram saber antecipar possíveis entraves e o que é provável que os alunos pensarão, acharão confuso, motivador, interessante ou desinteressante diante de aspectos cognitivos e não-cognitivos e

saber ressignificá-los e orientá-los; conheceram recursos materiais, visuais ou linguísticos capazes de auxiliar na resolução de problemas; e reconheceram o que os alunos podem fazer e estão dispostos a fazer diante da situação e dos recursos apresentados.

Diante das oito ações (Proença, 2018; 2021, os participantes demonstraram saber selecionar ou reelaborar situações contextualizadas em relação ao interesse dos alunos e que faça sentido para eles e que possibilitem a conexão entre os conteúdos; saber gerir a sala de aula tanto em aspectos técnicos-pedagógicos quanto atitudinais, como organizar a constituição dos grupos e estratégias de leitura; saber incentivar os alunos, orientar os grupos com dificuldades e promover a socialização; saber conduzir os alunos a propor exemplos e não exemplos como forma de explorar as características do conceito; saber definir e demonstrar conceitos, representações e procedimentos a fim de que os alunos compreendam a linguagem formal; saber orientar-se e (re)organizar sua prática atual e futura com base nas dificuldades dos alunos durante as etapas da resolução.

Após todo processo analítico, é possível considerar que os Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática dos participantes, futuros professores, influenciou positivamente nos conhecimentos construídos e mobilizados durante a intervenção formativa. A compreensão dos limitantes do modelo tradicional e a disposição em querer construir conhecimentos acerca da abordagem via Resolução de problemas, se fez presente de modo que eles apresentassem durante todos os momentos uma corroboração com os fundamentos teórico-práticos balizadores da intervenção. Tal corroboração se mostrou expressiva quando investigado seu Conhecimento elementar sobre resolução de problemas. É pouca ou inexistente, a realidade dos futuros professores enquanto alunos com a exploração da resolução de problemas como possibilidade de ensino da Matemática. Tal fator, pode ter contribuído para dificuldades na mobilização de certos conhecimentos estritamente matemáticos durante a investigação de suas proficiências em resolução de problemas.

Mesmo diante do contexto supramencionado, os futuros professores demonstraram que possuíam certos Conhecimentos elementares sobre resolução de problemas, suficientes para compreenderem como um processo, que passa por etapas e mobiliza conhecimentos específicos. Assim como os problemas diferirem de outras situações, compreendidas como exercícios, justamente por seu caráter desafiador e ausência de procedimento capaz de resolvê-lo diretamente, não processual. Possuir a compreensão básica desses conhecimentos e estar dispostos a aplicá-los no contexto das abordagens da resolução de problemas, se mostraram fundamentais para que pudessem construir novos conhecimentos. O conhecimento das práticas

e dos alunos no ambiente de resolução de problemas, se mostraram pertinentes para que pudesse ocorrer uma ampliação. Os futuros professores demonstraram conhecer que há diferentes formas de abordar a resolução de problemas, assim como elencam dificuldades e limitações que assemelham-se aos pressupostos teóricos. Por fim, demonstraram ter (re)construído conhecimentos suficientes para apresentarem uma proposta com a estrutura esperada, que considera-se as 8 ações para a organização do ensino conceitual de matemática via resolução de problemas.

Contudo, o processo formativo para o EAMvRP desde a criação até a apresentação das propostas e as discussões ocorridas, assim como a sintetização dos conhecimentos desses futuros professores de matemática, caracterizam essa pesquisa como um marco inicial. Há resultados nela que possibilitam (re)organizar a formação docente em resolução de problemas com foco na construção de novos conhecimentos e na mobilização de conhecimentos já constituídos. Portanto, quando organizados hierarquicamente de acordo com os momentos da intervenção formativa, é possível observar aspectos suficientes que indicam um desenvolvimento desses futuros professores ao longo do processo.

10. IMPLICAÇÕES DA PESQUISA

Considera-se que as implicações favoráveis da pesquisa residem sobre limitações encontradas ao longo da investigação: a primeira limitação é a dificuldade em encontrar modelos descritivos e analíticos que articulem domínios do conhecimento dos professores de matemática à resolução de problemas, principalmente quando esta é vista como possibilidade de ensinar matemática e não como reprodução do conteúdo ensinado. Além desse fato, não há modelos específicos para a mobilização de conhecimentos de futuros professores de matemática, o que acaba por dificultar investigações, visto não haver um parâmetro de comparação ou norte. Os modelos existentes tendem a basear-se em professores experientes, que já estão inseridos a certo tempo no ambiente escolar, implicando, em certo ponto, na mobilização de domínios mais avançados do conhecimento docente construído. Já os futuros professores, devido à pouca experiência, principalmente com a gestão da sala de aula e dos alunos e com as conexões entre os conteúdos, tendem a mobilizar aspectos mais elementares.

A segunda limitação reside na falta de experiência que futuros professores apresentam sobre as abordagens da resolução de problemas no ambiente escolar, cenário ainda mais desfavorável quando o ensino de Matemática acontece via resolução de problemas. Ao observar as resoluções dos futuros professores de matemática, participantes dessa pesquisa, nota-se uma proficiência parcial ao resolver problemas que facilmente poderiam ser propostos a seus alunos, visto dificuldades com a mobilização de domínios específicos do conhecimento matemático, bem como com domínios específicos do conhecimento em resolução de problemas.

Tais limitações possibilitaram implicações favoráveis, visto que a tese resultante dessa pesquisa apresenta-se como marco inicial das investigações sobre os conhecimentos construídos e mobilizados por licenciandos acerca do contato teórico-prático com a abordagem proposta por Proença (2021).

Se por um lado, Proença (2021) procurou de expandir o problema como ponto de partida para o ensino de matemática como uma sequência que possibilita a criação de um ambiente investigativo que, por meio das resoluções dos alunos, os conceitos são articulados e formalizados, o conteúdo que o permeia é definido e novamente a resolução de problemas surge como proposta para os alunos aplicarem a matemática aprendida e dos professores investigarem a aprendizagem. Por outro, para a construção da identidade dos futuros professores é essencial o contato com novas visões sobre o processo e o ambiente de ensino-aprendizagem, diferente dos experienciados enquanto alunos. Nesse sentido, a primeira implicação desta pesquisa é

servir de norte para novas investigações acerca da temática, no sentido de que vislumbrar novas possibilidades de promover organizações e sequenciamento de práticas de ensino-aprendizagem tenha a resolução de problema como ponto inicial e final do processo.

A segunda implicação da pesquisa é a possibilidade de estabelecer um modelo estrutural de organizar os conhecimentos desenvolvidos e mobilizados por futuros professores em domínios e subdomínios refinados a partir da articulação entre os modelos apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008), Carrillo *et al.*, (2018), Foster, Wake, Swan (2014), Chapman (2014; 2015; 2016), Piñeiro (2019), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020) e Proença (2018; 2021). Como já mencionado no corpo do texto, os modelos de Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo *et al.*, (2018) são sustentados por investigações que tiveram como público-alvo professores em pleno desempenho de suas funções. Assim, domínios do conhecimento propostos por eles apresentam características mobilizadas por profissionais que apresentam certa experiência, principalmente no contato com os alunos no ambiente de sala de aula. Diferente de futuros professores que, como constatado por Pereira, Fontanini e Silva (2017) e atualmente pelos resultados revelados nesta tese, possuem pouca experiência prática em sala de aula. Outro fato é de que os modelos desenvolvidos por Foster, Wake, Swan (2014), Chapman (2014; 2015; 2016), Piñeiro (2019), Piñeiro, Castro-Rodríguez e Castro (2019; 2020) tiveram como aporte teórico para a sua construção o ensino *para* e *sobre* a resolução de problemas, além de não articularem entre si os domínios, tampouco com os modelos anteriormente mencionados.

Do cenário supracitado, procurou-se promover a articulação entre tais modelos e o modelo proposto por Proença (2018; 2021), de modo que a intervenção formativa foi sustentada teoricamente sobre tais propostas, bem como os dados analisados. Os resultados determinados apontam para a apresentação do modelo de organização do Conhecimento de Licenciandos para o Ensino-Aprendizagem conceitual de Matemática via Resolução de Problemas, conforme o Quadro 23.

Quadro 23 - Modelo de organização do Conhecimento de Licenciandos para o Ensino-Aprendizagem conceitual de Matemática via Resolução de Problemas

Conhecimento de Licenciandos para Ensino-Aprendizagem conceitual de Matemática via Resolução de Problemas			
Conhecimentos observacionais sobre ensino-aprendizagem de Matemática e resolução de problemas	Ensino-aprendizagem de Matemática enquanto aluno		– Reconhece e sabe definir o modelo de ensino de acordo com o papel do professor e do aluno e a influência em sua aprendizagem enquanto aluno; – Conhece os potenciais e limitantes do modelo de ensino enquanto aluno com base em fatores cognitivos e não-cognitivos;
	Resolução de Problemas enquanto aluno		– Reconhece e sabe definir um modelo de ensino baseado na resolução de problemas como contrapartida ao ensino tradicional, como prática do professor ensinar e do aluno aprender; – Reconhece que a resolução de problemas como um processo com início e fim e que mobiliza os conhecimentos prévios dos alunos; – Reconhece que a resolução de problemas possibilita correspondência e significação com o cotidiano;
Conhecimento elementar sobre resolução de problemas	Características de problemas	Conceito de problema/Diferenciar problemas e exercícios	– Saber definir problema a partir do ponto de vista enunciado e das ações/requisições; – Saber diferenciar problemas e exercícios a partir da estrutura, finalidade, potencialidade e limitação;
		Identificar informações e modificar/adaptar uma situação	– Saber identificar informações supérfluas, essenciais e confusas presentes em problemas; – Saber realizar a adição ou redução de informações linguísticas, numéricas e gráficas em um problemas que possam causar dificuldades;
	Características da Resolução de Problemas	Proficiência em resolver problemas	– Saber determinar uma representação gráfica para do problema; – Compreender aspectos linguísticos e semânticos associados ao problema; – Reconhecer que o esquema por trás da situação; – Saber planificar uma estratégia suficiente para resolver o problema e apresentar procedimentos necessários; – Saber realizar procedimentos e executar simplificações a fim de encurtá-los; – Saber fornecer uma solução válida para a situação; – Conhecer diferentes variações de resoluções que podem surgir durante o processo; – Conhecer significados conceituais associados ao conteúdo matemático e suas representações; – Saber realizar o monitoramento dos procedimentos durante e/ou após o processo de resolução;
		Etapas do processo de resolução de problemas	– Reconhecer a existência de etapas durante a resolução de problemas; – Saber definir as etapas da resolução de problemas com base no saber ler e interpretar, saber a lógica/raciocínio, saber formas de resolver e no saber fazer; – Saber que conhecimentos específicos e distintos são mobilizados durante as etapas de resolução de problemas;
Conhecimento sobre abordagens da	Práticas de resolução de problemas		– Saber definir e diferenciar as abordagens da resolução de problemas; – Conhecer as potencialidades e limitações de abordar a resolução de problemas em diferentes momentos da aula ou da sequência de ensino de acordo com os objetivos;

resolução de problemas	Alunos no ambiente de resolução de problemas		– Conhecer estratégias gerais de mediação de resoluções, de trabalho/interação em grupo e comunicação – Conhecer recursos materiais, visuais ou linguístico para representar ou exemplificar ideias matemáticas antes ou durante a resolução; – Conhecer o que os alunos sabem, podem fazer e estão dispostos a fazer diante da situação; – Saber antecipar o que é provável que pensarão, acharão confuso, motivador ou interessante; – Saber prever possíveis entraves que os alunos podem ter de leitura ou estratégia e como ressignificá-las e orientá-los para a resolução;
Conhecimento prático para ensinar matemática com a resolução de problemas	Para o ensino via resolução de problemas	Escolha do problema	– Saber selecionar ou reelaborar os problemas a fim de tornar a linguagem clara e possa ser resolvido sem fórmula; – Reconhecer problemas que possibilitem a conexão entre conteúdos inferiores ou superiores com o propósito de estabelecer a articulação entre o conhecimento prévio e o novo; – Conhecer estratégias básicas e <i>intraconceituais</i> que resolvam o problema; – Reconhecer a necessidade de inferir na escolha do problema após rever toda a proposta; – Compreender escolher um problema com base nos pré-requisitos como auxílio nas ações subsequentes;
		Introdução do problema	– Saber gerir a sala de aula tanto em aspectos técnicos-pedagógicos quanto atitudinais como saber a melhor forma de apresentar a situação problema, impressa ou redigida; – Saber organizar a constituição dos grupos levando em consideração aspectos cognitivos e não cognitivos dos alunos integrantes; – Saber estratégias de leitura individual ou em grupo de acordo com a característica dos grupos ou da dificuldade; – Saber quando fazer pausas para esclarecimentos, apresentar exemplos ou outras estratégias eficazes para sanar dúvidas, assim como saber quais observações ou questionamentos serão vantajosos ou não diante do contexto da dificuldade ou das estratégias dos alunos;
		Auxílio aos alunos durante a resolução	– Saber orientar-se e observar as atitudes dos alunos; – Saber incentivar os alunos a identificarem informações no problema suficientes para planejar uma estratégia e iniciar sua execução; – Saber orientar os grupos com dificuldades de progressão a uma estratégia explícita de resolução; – Reconhecer dificuldades dos alunos na resolução em decorrência de equívocos na mobilização de conhecimentos e contorná-las;
		Discussão das estratégias dos alunos	– Saber promover a socialização, demonstração, refinamento e validação dos resultados apresentados pelos alunos; – Saber apontar as dificuldades encontradas, os principais erros cometidos e os caminhos que os elucidaram; – Saber organizar e sintetizar os conhecimentos novos revelados com objetivo de explorá-los como meta futura do ensino;
	Para a conexão da	Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo	– Conhecer como os tópicos e ideias matemáticas se relacionam ao longo do currículo, seja na mesma série/ano escolar, ou entre níveis anteriores ou posteriores para que ele possa enxergar possibilidades de relacionar aspectos da resolução dos alunos com o objeto de ensino

	resolução de problemas		– Conhecer e saber empregar tópicos do conteúdo matemático compreendidos como situações exemplificáveis, formas de representação e algoritmos, suficientes para organizar o ensino formal do conteúdo, numa perspectiva mais avançada, utilizando aspectos da resolução dos alunos para tal;
		Formação do conceito	– Saber conduzir os alunos a propor exemplos e não exemplos como forma de explorar as características do conceito; – Saber que atividades e exemplos que visam a repetição e aplicação direta não auxiliam na formação do conceito; – Saber propor a resolução de exemplificações <i>intraconceituais</i> que clarifiquem estratégias capazes de indicar o caminho para a solução; – Saber selecionar e empregar situações já resolvidas como uma possibilidade dos alunos investigarem os conceitos abordados nela;
		Definição do conteúdo	– Saber conduzir os alunos para a compreensão da linguagem formal por traz do objeto de ensino, considerando abordar tanto os conceitos quanto os procedimentos conforme tendem a ser representados pelos livros didáticos; – Saber estabelecer a relação entre a linguagem matemática formal e a linguagem empregada pelos alunos nas ações anteriores; – Reconhecer as vantagens e desvantagens ao escolher usar certos conceitos, representações, procedimentos e regras e saber definir e demonstrá-los de forma precisa;
		Aplicação em novos problemas	– Saber escolher problemas contextualizadas e representações matemáticas que façam sentido para os alunos, considerando ou não seus interesses, expectativas e motivações; – Reconhecer as potencialidades e limitações de abordar o conteúdo matemático <i>para</i> resolver problemas em momentos específicos desse processo de ensino; – Saber que as etapas de resolução não são lineares e que pode variar de acordo as tomadas de decisões dos alunos; – Saber como avaliar o desenvolvimento dos alunos no processo de resolução e suas dificuldades durante as etapas; – Saber (re)significar suas formas de abordar e orientar os alunos durante a resolução de problemas quando a avaliação do processo mostrar necessidade;

Fonte: Dados da pesquisa.

Espera-se que com tal modelo organizacional pesquisas futuras possam refiná-lo levando em consideração a aplicação das propostas de organização do ensino conceitual em sala de aula; espera-se também que a articulação da proposta possa se estender à Formação Continuada de professores e Resolução de Problemas na perspectiva do Ensino-Aprendizagem conceitual de Matemática via Resolução de problemas possam

encontrar incentivo e orientação para que consigam desenvolver novas intervenções formativas baseadas na mobilização e construção dos conhecimentos docentes.

REFERÊNCIAS

ADLER, J.; VENKAT, H. Subject Matter Knowledge Within “Mathematical Knowledge for Teaching”. In: LERMAN, S. (Ed.). **Encyclopedia of mathematics education**. Cham: Springer International Publishing, p. 817-820, 2020.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, n. 2. 2019, p. 1-14. DOI: 10.26843/rencima.v10i2.2334. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/2334> . Acesso em: 13 dez. 2024.

AVELINO, P. D. S.; MIRANDA, M. A. da S. Produção escrita acadêmica: fichamento, resumo e paráfrase em evidência. **Revista Iniciação & Formação Docente**, v. 8, n. 1, 2021, p. 56-73. DOI: <https://doi.org/10.18554/ifd.v8i1.5613>. Disponível em: <https://seer.uftm.edu.br/revistaeletronica/index.php/revistagepadle/article/view/5613>. Acesso em: 21 out. 2024.

BALL, D. L. Knowing mathematics well enough to teach it: From teachers' knowledge to knowledge for teaching. In: **Mathematics Teaching and Learning to Teach - Institute for Social Research Colloquium**. Ann Arbor: School of Education - University of Michigan, 2010.

BALL, D. L. *et al.* A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: TZEKAKI, M.; KALDRIMIDOU, M.; SAKONIDIS, H. (Eds.). **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Thessaloniki: PME, 2009. p. 95-98.

BALL, D. L.; COHEN, D. Developing practice, developing practitioners. In: DARLING-HAMMOND, L.; SYKES, G. (Eds.), **Teaching as the learning profession: Handbook for policy and practice**. San Francisco, CA: Josey Bass, 1999, p. 3 -32.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: SIMMT, E.; DAVIS, B. **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**. Kingston: Canadian Mathematics Education Study Group, 2002. p. 3-14.

BALL, D. L.; HILL, H. C.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, v. 29, n. 1, 2005, p14-17, 20-22, 43-46.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching. **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, 2008, p. 389 – 407.

BALTACI, S.; YILDIZ, A.; GÜVEN, B. Knowledge types used by eighth grade gifted students while solving problems. **Bolema**, Rio Claro, v.28, p. 1032-1055, 2014.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BLANCO, L. J. Problem solving and the initial practical and theoretical education of teachers in Spain. **Mathematics Teacher Education & Development**, v.6, 2004, p. 37–48.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, Alínea, 2006, p. 13-53.

BRITO, M. R. F. Psicologia da educação matemática: um ponto de vista. **Educar em Revista**, n. número especial, p. 29-45, 2011. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/22594> . Acesso em: 28 jun. 2025.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BORRALHO, A. Formação de professores de Matemática e resolução de problemas. In: MELLADO, V.; BLANCO, L. J. (Org.): **La Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal**. Badajoz: Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Universidad de Extremadura, 1995, p. 67- 80.

BORRALHO, A. O Ensino da resolução de problemas de Matemática por parte de futuros professores: Relações com a sua formação inicial. In: FERNANDES, D.; LESTER, F.; BORRALHO, A.; VALE, I. (org.). **Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática**: múltiplos contextos e perspectivas. Aveiro: GIRP, 1997. p.129-157.

BUDIARTO, M. T.; FUAD, Y.; SAHIDIN, L. Teacher's specialized content knowledge on the concept of square: A vignette approach. **Jurnal Pendidikan Matematika**, v. 15, n. 1, p. 1-22, 2021. Disponível em: <https://pdfs.semanticscholar.org/6cd4/cfb30a418503b89d744c168c537ae79b73af.pdf> . Acesso em: 15 out. 2024

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: 3º e 4º ciclos. Ministério da Educação (MEC), 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf> . Acesso em: 07 jun. 2024.

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: 18 de fevereiro de 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf . Acesso em: 07 jun. 2024

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 2, de 01 de julho de 2015**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Brasília, DF: 01 de julho de 2015. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=136731-rcp002-15-1&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192 . Acesso em: 07 jun. 2024.

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e

institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília, DF: 20 de dezembro de 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file> . Acesso em: 08 jun. 2024

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Ministério da Educação (MEC), 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf . Acesso em: 12 fev. 2024.

BRASIL. **Resolução CNE/CP nº 4, de 29 de maio de 2024**. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior de Profissionais do Magistério da Educação Escolar Básica (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados não licenciados e cursos de segunda licenciatura). Brasília, DF: 29 de maio de 2024. Disponível em: https://www.deg.unb.br/images/legislacao/resolucao_cne_cp_4_2024.pdf . Acesso em: 08 jun. 2024.

CARRILLO, J. *et al.* Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. **Proceedings [...]**. Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME. 2013, p.2985-2994. Disponível em: http://cerme8.metu.edu/wgpapers/WG17/Wg17_Climent.pdf. Acesso em: 13 nov. 2024.

CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, 2018, p. 236-253. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14794802.2018.1479981> . Acesso em 21 set. 2024

CARRILLO, J. *et al.* Mathematics Teachers' Specialised Knowledge in Managing Problem-Solving Classroom Tasks. In: FELMER, P.; LILJEDAHN, P.; KOICHU, B. (Org.): **Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development** Springer International Publishing, 2019, p. 297- 316.

CARLSON, M. P.; BLOOM, I. The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. **Educational studies in Mathematics**, v. 58, p. 45-75, 2005.

CARVALHO, A. M. P.; GIL-PÉREZ, D. **Formação de professores de ciências**: tendências e inovações. São Paulo: Cortez, 2011.

CHAPMAN, O. Mathematical Problem-Solving Proficiency and Knowledge for Teaching. In: Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group. **Proceedings [...]**. Canada: University of Alberta. 2014, p.163-169.

CHAPMAN, O. Mathematics Teachers' Knowledge for Teaching Problem Solving. **LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education**, v. 3, n. 1, 2015, p. 19-36. DOI: 10.31129/lumat.v3i1.1049. Disponível em: <https://journals.helsinki.fi/lumat/article/view/1049> . Acesso em: 28 out. 2024.

CHAPMAN, O. An exemplary Mathematics Teacher's Ways Of Holding Problem-Solving Knowledge for Teaching. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. **Proceedings [...]**. Szeged - Hungary: PME. 2016, p. 139–146.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. Problem-solving ability. In: STERNBERG, R. J. (Org.). *Human abilities: an information-processing approach*. San Francisco, CA: W H Freeman & Co., 1985. p. 227-257.

CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Research design**: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches. 6. ed. Los Angeles: Sage publications, 2017.

CURY, H. N. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 12, n. 13, p. 29-43, 1999. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10640> . Acesso em: 13 out. 2024

ECHEVERÍA, M. P. P; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 13-42.

ESCUDERO, D.; FLORES, E.; CARRILLO, J. El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. In: SOSA, L.; APARICIO, E.; RODRÍGUEZ, F. (Eds.). **Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa**. Ciudad de México: Red Cimates, 2012, p. 35-42.

DONEZE, I. S.; PROENÇA, M. C. de. Experiência formativa de licenciandos: Ensino-Aprendizagem de Progressões Aritmética e Geométrica via Resolução de Problemas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 27, p. 441–460, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.27.441-460. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7291>. Acesso em: 11 dez. 2024.

DONEZE, I. S. *et al.* Ensino-Aprendizagem de Progressão Aritmética via Resolução de Problemas: análise de uma proposta elaborada por um licenciando em matemática. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), 16., 2022, Foz do Iguaçu. **Anais[...]**. Foz do Iguaçu: Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Paraná, 2022. Disponível em: <https://sbemparana.com.br/xvieprem/anais/531002.pdf>. Acesso em: 13 dez. 2024.

FEIMAN-NEMSER, S. Teacher learning: how do teachers learn to teach?. In: COCHRAN-SMITH, M., et al. (Org.): **Handbook of Research on Teacher Education**. 3. ed. New York: Routledge, 2008, p. 696-705.

FEIMAN-NEMSER, S. Helping Novices Learn To Teach: Lessons From an Exemplary Support Teacher. **Journal of Teacher Education**, v. 52, n. 1, 2001, p. 17-30. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/epdf/10.1177/0022487101052001003> . Acesso em 22 out. 2024

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender

matemática. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. v.7, n. 10, p. 63-78, 2012. Disponível em:

<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10560/9997>. Acesso em: 13 fev. 2024.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional de professores: aprendizagem e identidade docente. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática, Escola e Docência: o que nos trouxe Ubiratan D’Ambrósio, 14., 2022, Amapá. **Roda de debate...** Amapá: SBEM, 2022. Disponível em: <https://youtu.be/A5JqdLCE5Fc> . Acesso em: 16 jul. 2022.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

FLORES-MEDRANO, E. *et al.* Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. In: AGUILAR, Á. *et al.* **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones, p. 71-93, 2014.

FOSTER, C.; WAKE, G.; SWAN, M. Mathematical knowledge for teaching problem solving: lessons from lesson study. In. OESTERLE, P. *et al.* (Org.), **Proceedings of the joint meeting**. Vancouver: University of British Columbia, V. 3, 2014, p. 97–104.

FREITAS, H. C. L. de. Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. **Educação & Sociedade**, v. 23, p. 136-167, 2002. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/hH5LZRBbrDFKLX7RJvXKbrH/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 27 out. 2024.

GALVÃO, C. *et al.* Práticas de formação inicial de professores: participantes e dinâmicas. **Práticas de Formação Inicial de Professores: Participantes e Dinâmicas**, 2018. ISBN: 978-989-8753-42-7.

GARCIA, C. M. **Aprender a Enseñar**: Un estudio sobre el proceso de socialización de profesores principiantes. Secretaría de Estado de Educación – Madrid: España, 1991.

GARCIA, C. M. **Formação de professores** – para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

GARCÍA, T.; *et al.* Planning, execution, and revision in mathematics problem solving: Does the order of the phases matter?. **Studies in Educational Evaluation**, v. 61, p. 83-93, 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/journal/studies-in-educational-evaluation/vol/61/suppl/C>. Acesso em: 21 ago. 2024.

GASPI, S.; MARON, L. H. P.; MAGALHÃES JÚNIOR, C. de O. Análise de conteúdo numa perspectiva de Bardin. In. MAGALHÃES JÚNIOR, C. A. O.; BATISTA, M. C. (Org.). **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências**, Maringá: gráfica e editora Massoni, 2021.

GATTI, B. A.; *et al.* **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 2019.

GIL, A. C. **Introdução à Metodologia do Trabalho Científico**: elaboração de trabalhos na graduação. São Paulo: Atlas, 2008.

GUARNIERI, M. R.. Permanências e novos desafios da formação inicial: contribuições da didática e práticas de ensino na preparação de professores. In: MARIN, A. J. & PIMENTA, S. G. (Org.) **Didática: Teoria e Pesquisa**. 2. ed. SP: Junqueira & Marin, 2018.

GUÉRIOS, E. Desenvolvimento profissional de professores: aprendizagem e identidade docente. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática, Escola e Docência: o que nos trouxe Ubiratan D’Ambrósio, 14., 2022, Amapá. **Roda de debate...** Amapá: SBEM, 2022. Disponível em: <https://youtu.be/A5JqdLCE5Fc> . Acesso em: 16 jul. 2023.

HATFIELD, L. Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: **Mathematical problem solving**: Papers from a research workshop. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1978. p. 21-42.

HILL, H. C. The nature and predictors of elementary teachers' mathematical knowledge for teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 41, n. 5, p. 513-545, 2010. DOI: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.5.0513>. Disponível em: <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/41/5/article-p513.xml>. Acesso em: 27 set. 2024.

HONÓRIO, M. G.; *et al.* As novas diretrizes curriculares nacionais para formação inicial e continuada de professores da educação básica: entre recorrências e novas inquietações. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, v.12, n. 3, p. 1736-1755, 2017.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação continuada de professores**. Artmed Editora, 2010.

KANTOWSKI, Mary Grace. Algumas considerações sobre o ensino para a resolução de problemas. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p. , p. 270-282.

KLAUSMEIER, H. J; GOODWIN, W. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagens e capacidades humanas. Tradução de ABREU, M. C. T. A. São Paulo: Harper & Row, 1977, 650p.

LESTER JR, F. K. Trends and issues in mathematical problem solving research. New York: Academic Press, 1983.

LESTER JR, F. K.; MAU, S. T. Teaching mathematics via problem solving: A course for prospective elementary teachers. **For the Learning of Mathematics**, v. 13, n. 2, p. 8-11, 1993.

LESTER JR, F. K. Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. **The mathematics enthusiast**, v. 10, n. 1, p. 245-278, 2013.

LESTER JR, F. K.; CAI, J.. Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. **Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives**, p. 117-135, 2016.

MARCATTO, F. S. F. Promovendo o raciocínio matemático: tarefas de exploração na prática como componente curricular. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 17, p. e6249087, 2023. Doi: 10.14244/198271996249. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/6249>. Acesso em: 14 fev. 2025.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do Trabalho Científico**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

MASCARENHAS, A. D. N.; FRANCO, M. A. S. O esvaziamento da didática e da pedagogia na (nova) BNC de formação inicial de professor da educação básica. **Revista e-Curriculum**, v. 19, n. 3, p. 1014-1035, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/52423> . Acesso em 14 set. 2024

MASINGILA, J. O. **Making Mathematics Learning In and Out of School Complementary**. In: Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans, LA, April 4-8, 1994.

MASINGILA, J. O.; LESTER JR, F. K. **Mathematics for Elementary Teachers via Problem Solving**: Instructor's resource manual. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.

MAYER, R. E. Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In: SILVER, E. A. (Ed.). **Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives**. Hillsdale: LEA, 1985, 469p.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992, 214p.

MAYER, R. E. **Cognitive theory of multimedia learning**. The Cambridge Handbook of Visuospatial Thinking/Cambridge University Press, 2005.

MAYER, Richard E. 769 Problem Solving. In: **The Oxford Handbook of Cognitive Psychology**. Oxford University Press, 2013. p. 769-778.

MENDES, L. O. R. O Processo Formativo para o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: análise da compreensão de futuros professores. 223f. **Tese** (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/8077>. Acesso em: 21 mai. 2024.

MENDES, L. O. R. *et al.* Ensino-aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: análise do processo de resolução de problemas de licenciandos em formação inicial. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática** Bento Gonçalves, RS, Brasil, v. 7, n. especial,

p. e4007, 2021. DOI: 10.35819/remat2021v7iespecialid5490. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5490> .Acesso: 9 abr. 2024.

MENDES, L. O. R.; MAIA-AFONSO, E. J.; PROENÇA, M. C. Análise da compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, p. 01-23, 2020. DOI: 10.24116/emd.e202011. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/449>. Acesso em: 9 jan. 2025.

MENDES, L. O. R.; PEREIRA, A. L.; PROENÇA, M. C. de. O que dizem as pesquisas sobre a Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática: um olhar sobre as fragilidades metodológicas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 721–750, 2020. DOI: 10.23925/1983-3156.2020v22i2p721-750. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/48679>. Acesso em: 9 dez. 2024.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de. O Ensino de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, [s. l.], v. 17, p. e020014, 2020. DOI: 10.37001/remat25269062v17id255. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/189>. Acesso em: 9 abr. 2024.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de. O processo formativo de futuros professores de matemática sobre problema e exercício. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 27, p. 14–32, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.27.14-32. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7296>. Acesso em: 11 dez. 2024.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de; PEREIRA, A. L. As potencialidades da resolução de problemas nas pesquisas sobre a Formação Inicial de professores de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 19, p. 821–839, 2020. DOI: 10.33871/22385800.2020.9.19.821-839. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6198>. Acesso em: 9 dez. 2024.

MENDES, L. O. R.; OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA, M. C. Aprendizagem significativa crítica no ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas sob o olhar de licenciandos. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 9, n. 1, p. 1-20, 2024. DOI: 10.3895/actio.v9n1.17592. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/17592>. Acesso em: 11 dez. 2024.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; FIORENTINI, D. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectiva e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de pesquisa em ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MORIEL JUNIOR, J. G. Conhecimento especializado de professores de matemática (MTSK) na Web of Science até 2020. **Zetetike**, v. 29, p.1-18, 2021.

MOTA, M. M.; MAGALHÃES, L. B. S.; FRANCO, L. G. **Leitura e produção de texto acadêmico**. Salvador: UFBA, 2020.

MONTES, M. et al. MTSK: From common and horizon knowledge to knowledge of topics and structures. In: UBUIZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. A. (Eds.). **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME 8**. Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME, 2013.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s**. Reston, VA: NCTM, 1980.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA, M. C. O Ensino de Matemática Financeira via Resolução De Problemas: Uma Experiência no Ensino Médio. In: *Ágora Matemática*, 4, 2020. **Anais [...]**. Campo Mourão: Ágora, 2020. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1G994BygbT4ZX18GRDdo9ggFVJ6lyTISF/view> . Acesso em: 12 fev. 2024.

ONUICHIC, L. L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. p. 199-218.

ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N.S.G. Formação de Professores – Mudanças Urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, M. C.R.; NASSE, L. (Org). **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009, p. 169-187.

ONUICHIC, L. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739> . Acesso em: 13 fev. 2024.

ONUICHIC, L. R.; MORAIS, R. S. Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, 2013, p. 671-691. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/16951> . Acesso em: 28 fev. 2024.

ORGOVÁNYI-GAJDOS, J. **Teachers' professional development on problem solving: Theory and practice for teachers and teacher educators**. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

PACHECO, J. A.; FLORES, M. A. **O processo formativo do professor: Formação e avaliação de professores**. Porto: Porto Editora, 1999.

PADOVAN, L. M. et al. Análise da compreensão de licenciandos em Matemática acerca dos conhecimentos necessários para a resolução de um problema envolvendo função exponencial. In: Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática, Escola e Docência: o que nos trouxe Ubiratan D'Ambrósio, 14., 2022, Amapá. **Anais...** Amapá: SBEM, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/479347-analise-da-compreensao-de-licenciandos-em-matematica-acerca-dos-conhecimentos-necessarios-para-a-resolucao-de-um-/>. Acesso em: 23 mar. 2024

PEREIRA, F. F.; DONEZE, I. S.; PALHARINE, B. . Contextualizando a matemática por meio da perspectiva metodológica da resolução de problemas. In: CMAC-SUL: CONGRESSO DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 2, 2014. **Anais[...]**. Curitiba: SBMAC, 2014. DOI: 10.5540/03.2014.002.01.0129. Disponível em: <https://proceedings.sbmec.org.br/sbmec/article/view/253/255>. Acesso em: 23 jun. 2024

PEREIRA, F. F.; FONTANINI, M. L. O.; SILVA, A. P. Potencialidades e limitações da metodologia de resolução de problemas segundo a visão de futuros professores de Matemática. **ESPACIOS**, v. 38, n.45, p. 1-11, 2017. Disponível em: <https://www.revistaespacios.com/a17v38n45/a17v38n45p18.pdf> . Acesso em 18 mar. 2024.

PEREIRA, F. F.; SILVA, A. P.; CARVALHO, F., M. L. O que é, suas Abordagens e Como Aplicar: Compreensões de Futuros Professores de Matemática acerca da Metodologia de Resolução de Problemas. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 9, n. 3, 2019. Disponível em: <https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/5238> . Acesso em: 18 mar. 2024.

PEREIRA, F. F.; DONEZE, I. S.; PROENÇA, M. C. Conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do ensino fundamental na resolução de um problema de regiões retangulares. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 8, n. 3, p. 1-22, 2023. Doi: 10.3895/actio.v8n3.17598. Disponível em: <https://revistas.utfpr.edu.br/actio/article/view/17598> . Acesso em: 25 fev. 2024.

PEREIRA, F. F.; PROENÇA, M. C. Ensino-Aprendizagem de Equações de 2º grau via Resolução de Problemas: uma experiência a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 427-446, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.427-446. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6870> . Acesso em: 17 abr. 2024.

PIÑEIRO, J. L. **Conocimiento profesional de maestros en formación inicial sobre la resolución de problemas en matemáticas**. 2019. 294 f. (Tese de doutorado) Faculdade de Ciências da Educação – Universidade de Granada, Granada, 2019. Disponível em: <https://produccioncientifica.ugr.es/documentos/5ea21b862999521f7d51bb4a?lang=de> . Acesso em: 27 out. 2024.

PIÑEIRO, J. L.; CASTRO-RODRÍGUEZ, E.; CASTRO, E. Componentes de conocimiento del profesor para la enseñanza de la resolución de problemas en educación primaria. **Revista de Pesquisa em Didática da Matemática – PNA**, Granada, v. 13, n. 2, 2019, p. 104-129. Doi: 10.30827/pna.v13i2.7876. Disponível em: <https://digibug.ugr.es/handle/10481/56443> . Acesso em 27 out. 2024

PIÑEIRO, J. L.; CASTRO-RODRÍGUEZ, E.; CASTRO, E. Prospective primary teachers' knowledge of problem solving process. In: XX Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. **Proceedings [...]**, Utrecht: University Utrecht - Instituto Freudenthal, 2020. Disponível em: <https://hal.science/hal-02430483/> . Acesso em: 27 out. 2024.

PIÑEIRO, J. L.; CASTRO-RODRÍGUEZ, E.; CASTRO, E. Conocimiento sobre la resolución de problemas de matemáticas manifestado por estudiantes para profesor. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, n. 71, p. 1416-1437, 2022. Doi: 10.1590/1980-

4415v35n71a09. Disponível em:
<https://www.scielo.br/j/bolema/a/s7w6mzXRrRxXW8WxGJSKzgL/> . Acesso em 13 out. 2024.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: English, L. D. et al. (Org.). **Handbook of International Research in Mathematics Education**. Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum, 2008, p. 223 – 261.
POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004.

PROENÇA, M. C. **A resolução de problemas na licenciatura em Matemática**: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado. 2012. 210 f. Tese (Doutorado) – Pós-graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2012. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/03068e6d-315d-4583-8819-2087da80eb7a/content> . Acesso em: 13 jan. 2024.

PROENÇA, M. C. Os conhecimentos de licenciandos em matemática sobre a resolução de problemas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7. 2013. **Anais[...]**. Montevideu: CIBEM, 2013.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. A resolução de problemas no contexto do estágio curricular supervisionado: dificuldades e limites de licenciandos em matemática. **REVEMAT**, v. 9, n. 1, p. 119-138, 2014. DOI: 10.5007/1981-1322.2014v9n1p119. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n1p119> . Acesso em 12 fev. 2024.

PROENÇA, M. C. A compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas: análise por meio de uma proposta de formação. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 68, 2016, p. 19-35. Doi: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2016.75. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/75> . Acesso em: 15 fev. 2024.

PROENÇA, M. C. de. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: EdUEM, 2018.

PROENÇA, M. C. de. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1 – 14, 2021. DOI: 10.37001/remat25269062v17id359. Disponível em: <http://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/141> . Acesso em: 29 fev. 2024.

POZO, J.I. (Org.). A solução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1998

RATCLIFF, D. Video methods in qualitative research. In: CAMIC, P. M.; RHODES, J. E.; YARDLEY, L. **Qualitative Research in Psychology**: expanding perspectives in methodology and design. Washington DC: American Psychological Association, 2003. p. 113-129.

RIBEIRO, M. et al. Conhecimento interpretativo de futuros professores da educação infantil e dos anos iniciais no âmbito da subtração-potencialidades para melhorar a formação. **Roteiro**, v. 46, p. 1 – 24, 2021. DOI: 10.18593/r.v46i.23792. Disponível em:

http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S2177-60592021000103006&script=sci_arttext
Acesso em: 13 de mar. 2024.

SAKSHAUG, Lynae E.; WOHLHUTER, Kay A. Journey toward teaching mathematics through problem solving. **School science and mathematics**, v. 110, n. 8, p. 397-409, 2010.

SIMIONATO, M. F.; HOBOLD, M. S. Diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial de professores: padronizar para controlar?. **Revista Práxis Educacional**, v. 17, n. 46, p. 72-88, 2021. . DOI: 10.22481/praxisedu.v17i46.8917. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/8917> . Acesso em: 9 Abr. 2024.

SCHILLING, S. G.; BLUNK, M.; HILL, H. C. Test Validation and the MKT Measures: Generalizations and Conclusions. **Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives**, v. 5, n. 2-3, p. 118-128, 2007. DOI: 10.1080/15366360701487146.

SHIMIZU, Yoshinori. Japanese approach to teaching mathematics via problem solving. In: **Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators**. 2009. p. 89-101. DOI: 10.1142/9789814277228_0005. Disponível em: https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814277228_0005. Acesso em: 14 Jun. 2024.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. **5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions**. Second edition. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, 2018.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Elsevier, 1985, 409p.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4 – 14, fev. 1986. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/0013189X015002004>. Acesso em: 13 abr. 2024.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-23, 1987. DOI: 10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411. Disponível em: <https://meridian.allenpress.com/her/article-abstract/57/1/1/31319/Knowledge-and-Teaching-Foundations-of-the-New>. Acesso em: 28 set. 2024

SHULMAN, L S. PCK: Its genesis and exodus. In: BERRY, A.; FRIEDRICHSEN, P.; LOUGHRAN, J. (Ed.). **Re-examining pedagogical content knowledge in science education**. New York: Routledge, 2015, p. 3-13.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SOLAZ-PORTOLÉS, J. J.; LÓPEZ, V. S. Conocimiento previo, modelos mentales y resolución de problemas: Un estudio con alumnos de bachillerato. **Revista electrónica de**

investigación educativa, v. 10, n. 1, p. 1-16, 2008. Disponível em:
https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1607-40412008000100004&script=sci_arttext.
Acesso em: 13 set. 2024.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

THAMES, M. H. et al. Mathematical knowledge for teaching (K-8): Empirical, theoretical, and practical foundations. In: 11 International Congress on Mathematical Education – ICME 11. **Proceedings [...]**. Monterrey: Mexican Mathematical Society, 2008. Disponível em:
<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=6c02768a3bc53e76a3ab7982342eac82b1ba1f75>. Acesso em: 3 out. 2024.

THOMPSON, A. G. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D. A. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992. p. 127-146.

VALE, I. **Concepções e práticas de jovens professores perante a resolução de problemas de Matemática**: Um estudo longitudinal de três casos. 1993. 280f. (Tese de mestrado em Educação) - Departamento de Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, 1993. Disponível em: <https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/43724>. Acesso em 13 fev. 2024

VALE, I. Desempenhos e concepções de futuros professores de Matemática na resolução de problemas. In: FERNANDES, D.; LESTER, F.; BORRALHO, A.; VALE, I. (org.). **Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática**: múltiplos contextos e perspectivas. Aveiro: GIRP, 1997. p.1-38.

VALE, I. **Didáctica da Matemática e Formação Inicial de Professores num Contexto de Resolução de Problemas e de Materiais Manipuláveis**. 2000. 418f. (Tese de doutorado em Didática) - Departamento de Didática e Tecnologia Educativa, Universidade de Aveiro, Aveiro, 2000.

VASCO, D.; MORIEL JUNIOR, J. G.; CONTRERAS, L. C. Subdomínios KoT y KSM del Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK): definición, categorías y ejemplos. **III Jornadas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas**, v. 3, p. 29-37, 2017.

VERMUNT, Jan D. Teacher Learning and Professional Development. In: KROLAK-SCHWERDT, GLOCK, S.; BOHMER, M. (Org.). **Teachers' Professional Development**. Luxembourg: Sense Publishers,, 2014. p. 79-96. Disponível em:
<https://brill.com/display/book/edcoll/9789462095366/BP000007.xml>. Acesso em: 15 ago. 2024.

VIEIRA, S. **Como elaborar questionários**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. **Advanced mathematical thinking/Kluwer**, 1991.

VINNER, S. **Mathematics, education, and other endangered species**. Canadá: Springer International Publishing, 2018.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Penso Editora, 2014.

ZAKARYAN, D.; RIBEIRO, M. Matemáticas teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. **Research in Mathematics Education**, v. 21, n. 3, p. 1–19, 2018

ANEXOS

Anexo 1 - Parecer de Aprovação do Comitê de Ética na Pesquisa UEM



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MARINGÁ



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de professores de Matemática: possibilidades para o Desenvolvimento Profissional

Pesquisador: Marcelo Carlos de Proença

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 66581822.6.0000.0104

Instituição Proponente: CCE - Centro Ciências Exatas

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.901.974

Apresentação do Projeto:

O presente projeto de pesquisa tem como objetivo investigar as implicações de uma formação sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática. O projeto se encontra vinculado ao centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá tendo como Centro coparticipante a Universidade a Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procopio, no curso de Licenciatura em Matemática

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário: Investigar as implicações de uma formação sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática matriculados na disciplina de Práticas de Ensino C.

Objetivo Secundário: Identificar e analisar que compreensões do ensino de Matemática para, sobre e via a resolução de problemas possuem os participantes da pesquisa; Identificar e analisar as compreensões dos participantes acerca da organização do ensino para a aprendizagem conceitual de Matemática; Analisar os conhecimentos dos participantes emergidos durante a elaboração de propostas de organização do ensino para a aprendizagem conceitual de Matemática. ; Descrever as implicações nas compreensões dos participantes após o momento formativo em contraste com as anteriores a formação.

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, sala 4

Bairro: Jardim Universitário

CEP: 87.020-900

UF: PR

Município: MARINGÁ

Telefone: (44)3011-4597

Fax: (44)3011-4444

E-mail: copep@uem.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MARINGÁ



Continuação do Parecer: 5.901.974

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: Informamos que poderão ocorrer os riscos/desconfortos mínimos a seguir: dispor do tempo para participar da atividade; riscos de divulgação de informações e dados coletados; riscos de constrangimento e divulgação relacionadas às gravações de áudios e vídeo. No entanto, enfatizamos sobre o uso dos dados será exclusivamente para fins da pesquisa e a possibilidade de não responder caso se sinta desconfortável/constrangido(a), podendo ainda, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

Benefícios: Quanto aos benefícios esperados são relativos ao aperfeiçoamento na formação docente dos futuros professores de matemática e a contribuição no campo da Educação Matemática, bem como para futuros pesquisadores e professores interessados sobre a temática investigada.

AValiação DE RISCOS E BENEFÍCIOS: Considera-se que os possíveis riscos a que estarão sujeitos os participantes da pesquisa serão suplantados pelos benefícios apontados.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa a ser desenvolvida será de natureza qualitativa e de caráter exploratório. Terá como ambiente de estudo as aulas da disciplina de Práticas de Ensino C, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio. Os participantes da pesquisa serão licenciandos matriculados na disciplina que estejam de acordo com o TCLE. Os participantes serão apresentados a um curso intitulado "O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula". Será dividido por encontros semanais que ocorreram durante as quatro horas/aulas semanais, no período noturno, nas dependências da UTFPR. Projeta-se uma média de vinte encontros, sendo cada um representado por duas horas/aulas, totalizando 10 semanas. A análise dos dados se dará à luz da Análise Textual Discursiva (ATD), pois trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa que visa investigar e compreender o discurso promovido por licenciando em matemática em momentos de diálogo, além de ter por característica a conversão em texto os registros documentais, observações e diálogos, portanto o corpus da pesquisa constituirá do diário de campo, questionários, transcrição das gravações, fichamentos, fotocópia das atividades de resolução e das propostas de ensino, assim será possível construir novos significados através da articulação dialógica entre o referencial teórico e a interpretação do corpus de análise. Nesse sentido acreditamos que a análise, poderá ser regida por dois eixos: Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MKST) e Conhecimento da resolução de problemas matemáticos para o ensino (MPSKT). A pesquisa contará

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, sala 4

Bairro: Jardim Universitário

CEP: 87.020-900

UF: PR

Município: MARINGÁ

Telefone: (44)3011-4597

Fax: (44)3011-4444

E-mail: copep@uem.br

Página 02 de 04



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MARINGÁ



Continuação do Parecer: 5.901.974

com 10 participantes.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Apresenta cronograma de execução adequado aos procedimentos a serem tomados. Descreve custos sob a responsabilidade dos pesquisadores e este se apresenta detalhado. Apresenta Folha de Rosto devidamente preenchida, assinada e datada pelo pesquisador responsável e pela responsável institucional, a Profa. Dra. LILIAN AKEMI KATO, DIRETORA DO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS – UEM. Possui carta de anuência da Instituição coparticipante, devidamente assinada pelo responsável institucional. Apresenta TCLE dentro das normativas vigentes. Esclarecer acerca dos riscos e benefícios da pesquisa.

Recomendações:

Vide campo conclusões e pendências.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

De acordo com a análise realizada, as informações constantes nos arquivos anexados e, baseado na legislação vigente, o Comitê Evolvendo Seres Humanos da Universidade Estadual de Maringá é de parecer favorável pela APROVAÇÃO do protocolo de pesquisa em tela.

Recomendações: Adicionar o horário de funcionamento do COPEP e numerar as páginas do TCLE da forma: 1 de 2; 2 de 2.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2063517.pdf	13/01/2023 11:23:45		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_TESE.docx	13/01/2023 11:22:34	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA_GERAL.docx	13/01/2023 11:22:05	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO_PROJETO_DE_PESQUISA.pdf	08/12/2022 11:24:49	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	MODELO_DA_PROPOSTA_DE_ENSINO_APENDICE_G.docx	07/12/2022 21:00:31	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_DE_LEITURA_APENDICE_F.docx	07/12/2022 20:59:57	Marcelo Carlos de Proença	Aceito

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, sala 4
Bairro: Jardim Universitário **CEP:** 87.020-900
UF: PR **Município:** MARINGÁ
Telefone: (44)3011-4597 **Fax:** (44)3011-4444 **E-mail:** copep@uem.br



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MARINGÁ



Continuação do Parecer: 5.901.974

Outros	QUESTIONARIO_III_APENDICE_E.docx	07/12/2022 20:59:03	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_II_APENDICE_D.docx	07/12/2022 20:57:41	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_I_APENDICE_C.docx	07/12/2022 20:56:59	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_INVESTIGATIVO_APENDICE_B.docx	07/12/2022 20:56:19	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	DECLARACAO_ANUENCIA_INSTITUICAO_COPARTICIPANTE.pdf	07/12/2022 20:52:43	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Orçamento	ORCAMENTO.docx	07/12/2022 20:19:13	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_APENDICE_A.docx	07/12/2022 20:10:29	Marcelo Carlos de Proença	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MARINGÁ, 17 de Fevereiro de 2023

Assinado por:
Maria Emília Grassi Busto Miguel
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, sala 4
Bairro: Jardim Universitário **CEP:** 87.020-900
UF: PR **Município:** MARINGÁ
Telefone: (44)3011-4597 **Fax:** (44)3011-4444 **E-mail:** copep@uem.br

Anexo 2 - Parecer de Aprovação do Comitê de Ética na Pesquisa UTFPR

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

Elaborado pela Instituição Coparticipante

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de professores de Matemática: possibilidades para o Desenvolvimento Profissional

Pesquisador: Marcelo Carlos de Proença

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 66581822.6.3001.5547

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 6.167.529

Apresentação do Projeto:

De acordo com os pesquisadores:

"O presente projeto de pesquisa tem como objetivo investigar as implicações de uma formação sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática. Para tanto, foi planejado uma formação intitulada "O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula". Tal formação ocorrerá na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procopio, no curso de Licenciatura em Matemática, em paralelo a disciplina de Práticas de Ensino C durante todo o primeiro semestre letivo de 2023. Ao longo do período foram planejados vinte encontros, constituindo cada um em duas horas/aulas. A formação terá por base as discussões teórico-práticas em torno das temáticas: problema; processo de resolução de problemas; abordagens da resolução de problemas no currículo escolar; Ensino-Aprendizagem via Resolução de Problemas (EAMvRP); e organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos em meio a resolução de problemas. Nos encontros os participantes se envolverão na discussão e reflexão durante o processo de responder questionários, resolver situações de matemática e questionamentos de caráter matemático e pedagógico, elaborar propostas de ensino. Os dados serão oriundos das fotocópias desses registros escritos, assim como da transcrição das gravações das discussões que ocorrerem durante os encontros, por sua vez o pesquisador utilizará do diário

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

de campo como forma de complementar a coleta. O constituinte corpus será analisado à luz dos pressupostos da Análise Textual Discursiva (ATD), por esse motivo alguns processos como unitarização, categorização e metatexto serão desenvolvidos em articulação com os aportes teóricos acerca do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MKST) e do Conhecimento da resolução de problemas matemáticos para o ensino (MPSKT). Como possível resultado, espera-se contribuir para o campo da Formação Inicial de professores de Matemática e do Desenvolvimento Profissional apresentando aspectos do conhecimento matemático e pedagógico dos futuros professores em meio ao trato com a resolução de problemas numa perspectiva de ensinar matemática com foco no aprender conceitos, promovido por meio de experiências de resolução de problemas, onde os alunos possam expressar suas construções e conclusões utilizando-se de diferentes registros e linguagens para sintetizá-las."

Sobre a metodologia, os pesquisadores apontam:

A pesquisa é de natureza qualitativa e tem como ambiente de investigação a disciplina de Práticas de Ensino do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Cornélio Procopio, primeiro semestre de 2023. Os participantes da pesquisa serão licenciandos matriculados na disciplina que estejam de acordo com o TCLE. Os participantes serão apresentados a um curso intitulado "O ensino de matemática via resolução de problemas: encaminhamentos para a sala de aula". Será dividido por encontros semanais que ocorreram durante as quatro horas/aulas semanais, no período noturno, nas dependências da UTFPR. Projeta-se uma média de vinte encontros, sendo cada um representado por duas horas/aulas, totalizando 10 semanas. A análise dos dados se dará à luz da Análise Textual Discursiva (ATD), pois trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa que visa investigar e compreender o discurso promovido por licenciando em matemática em momentos de diálogo, além de ter por característica a conversão em texto os registros documentais, observações e diálogos, portanto o corpus da pesquisa constituirá do diário de campo, questionários, transcrição das gravações, fichamentos, fotocópia das atividades de resolução e das propostas de ensino, assim será possível construir novos significados através da articulação dialógica entre o referencial teórico e a interpretação do corpus de análise. Nesse sentido acreditamos que a análise, poderá ser regida por dois eixos: Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MKST) e Conhecimento da resolução de problemas matemáticos para o ensino (MPSKT). Seguindo os apontamentos da ATD, a impregnação do investigador com o corpus de análise resultará na:

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)**Bairro:** CENTRO**CEP:** 80.230-901**UF:** PR**Município:** CURITIBA**Telefone:** (41)3310-4494**E-mail:** coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

Desmontagem ou unitarização, a partir dos fragmentos discursivos será possível identificar as unidades de significado à luz de ambas as teorias, MKST e MPSKT; Categorização, será estabelecido as relações entre as unidades e os domínios e subdomínios do MKST e MPSKT de modo a agrupá-las de acordo com critérios de semelhança; Metatexto, onde iremos expressar as compreensões de todo o processo de articulação entre corpus e referencial teórico, além de novas compreensões que possivelmente emergirão da interpretação do pesquisador frente ao pano de fundo da pesquisa."

No Projeto de Pesquisa, os pesquisadores incluem a seguinte informação:

"Os licenciandos trabalharão em semicírculos, visando a promoção de uma roda de conversa. Aos que não aceitarem participar da pesquisa ou que ao longo do processo desistirem da participação serão orientados a, durante os encontros, acompanharem a formação prevista pelo professor(a) responsável pela disciplina no mesmo ambiente (sala de aula), conforme previsto em ementa, sem prejuízo algum a sua formação."

Sobre os critérios de inclusão e de exclusão, os pesquisadores não colocam essas informações na Plataforma Brasil, mas colocam no TCLE/TCUISV:

"Quanto a inclusão: Informamos que a inclusão dos participantes na pesquisa está condicionada a ser maior de 18 anos, ser aluno da Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio e estar matriculado na disciplina de Prática de Ensino C - LM37D - L71.

Quanto a exclusão: Informamos que a exclusão dos participantes na pesquisa está condicionada a não cumprir os critérios de inclusão, não ser maior de 18 anos, não ser aluno da Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio e não estar matriculado na disciplina de Prática de Ensino C - LM37D - L71."

Objetivo da Pesquisa:

De acordo com os pesquisadores:

"Objetivo Primário:

Investigar as implicações de uma formação sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática matriculados na disciplina de Práticas de Ensino C.

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

Objetivo Secundário:

Identificar e analisar que compreensões do ensino de Matemática para, sobre e via a resolução de problemas possuem os participantes da pesquisa; Identificar e analisar as compreensões dos participantes acerca da organização do ensino para a aprendizagem conceitual de Matemática;

Analisar os conhecimentos dos participantes emergidos durante a elaboração de propostas de organização do ensino para a aprendizagem conceitual de Matemática; Descrever as implicações nas compreensões dos participantes após o momento formativo em contraste com as anteriores a formação"

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

De acordo com os pesquisadores:

"Riscos:

Informamos que poderão ocorrer os riscos/desconfortos mínimos a seguir: dispor do tempo para participar da atividade; riscos de divulgação de informações e dados coletados; riscos de constrangimento e divulgação relacionadas às gravações de áudios e vídeo. No entanto, enfatizamos sobre o uso dos dados será exclusivamente para fins da pesquisa e a possibilidade de não responder caso se sinta desconfortável/constrangido(a), podendo ainda, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

Benefícios:

Quanto aos benefícios esperados são relativos ao aperfeiçoamento na formação docente dos futuros professores de matemática e a contribuição no campo da Educação Matemática, bem como para futuros pesquisadores e professores interessados sobre a temática investigada."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa parece ser relevante para compreender as implicações de uma formação sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O projeto de pesquisa atende a Resolução 510/2016.

Recomendações:

No parecer de número 6.059.456, ficaram as seguintes pendências:

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

1) No Desenho da pesquisa (na Plataforma Brasil), os pesquisadores informam que “A pesquisa a ser desenvolvida será de natureza qualitativa e de caráter exploratório. Terá como ambiente de estudo as aulas da disciplina de Práticas de Ensino C, do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio”.

No resumo (na Plataforma Brasil), os pesquisadores informam que “Tal formação ocorrerá na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procopio, no curso de Licenciatura em Matemática, em paralelo a disciplina de Práticas de Ensino C durante todo o primeiro semestre letivo de 2023”

Fica a seguinte dúvida: a pesquisa ocorrerá durante as aulas da disciplina de Prática de Ensino C ou será em paralelo a ela? Esclarecer.

[ATENDIDO - os pesquisadores esclarecem, no Projeto de Pesquisa, que “o ambiente de investigação constituirá da disciplina de Práticas de Ensino C do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)”]

2) Se a resposta ao item anterior (item 1) for que a pesquisa ocorrerá durante as aulas da disciplina de Prática de Ensino C, solicita-se que na Declaração de Anuência da Instituição (UTFPR), assinada pelo coordenador do curso de Licenciatura em Matemática, contenha explicitamente a informação de que está sendo autorizada a utilização de 10 semanas de aula (sendo 4 horas-aula por semana) da disciplina, conforme escrito pelos pesquisadores: “Será dividido por encontros semanais que ocorreram durante as quatro horas/aulas semanais, no período noturno, nas dependências da UTFPR. Projeta-se uma média de vinte encontros, sendo cada um representado por duas horas/aulas, totalizando 10 semanas.”.

Considerando que um semestre letivo possui em torno de 15 a 17 semanas, disponibilizar 10 semanas de aula para o desenvolvimento de uma pesquisa precisa ser explicitamente autorizado pelo coordenador do curso ou pelo próprio docente responsável pela disciplina (o que é recomendável).

[ATENDIDO - os pesquisadores incluem, na carta de autorização assinada pelo coordenador do curso, a informação de que serão 10 semanas de aula (4 horas-aula por semana), sendo 20 e

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

encontros]

3) Se a resposta ao item 1 for que a pesquisa irá ocorrer em local e horário diferentes da disciplina Prática de Ensino C, detalhar os procedimentos. Os participantes terão que ir à Universidade participar do curso em horário que não iriam habitualmente?

[ATENDIDO]

4) No caso de a pesquisa ser realizada durante a disciplina, qual o planejamento dos pesquisadores com relação aos alunos matriculados na disciplina de Prática de Ensino C que não aceitem participar da pesquisa? Como garantir que esses alunos não sejam prejudicados na disciplina (por conta da pesquisa) e, ao mesmo tempo, não participem da pesquisa?

[ATENDIDO]

5) No TCLE, incluir um item informando sobre Ressarcimento e Indenização;

[ATENDIDO PARCIALMENTE - os pesquisadores informam sobre o ressarcimento, mas não sobre a indenização]

6) No TCLE, incluir a informação da quantidade de aulas e o tempo destinado à participação na pesquisa. Não é necessário descrever todo o planejamento, mas é importante que o participante tenha registrado e explícito qual a previsão de tempo para sua participação na pesquisa;

[ATENDIDO]

7) No TCLE, incluir um campo em que o participante da pesquisa possa informar se quer ou não receber os resultados da pesquisa e, caso queira, informar o e-mail para o qual pode ser enviado.

[ATENDIDO]

8) Enumerar as páginas do TCLE da forma: 1 de 2; 2 de 2. Mudar o título para TCLE/TCUISV.

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

[ATENDIDO]

9) Não há critério de inclusão e de exclusão na Plataforma Brasil e no TCLE.

[ATENDIDO PARCIALMENTE - por não conseguirem alterar na Plataforma Brasil, os pesquisadores alteraram somente no TCLE. No entanto, solicita-se reescrever o critério de exclusão. O critério de exclusão não deve ser o oposto do critério de inclusão. Se o critério de inclusão já está suficiente para descrever todas as características necessárias para incluir um participante na pesquisa, sugere-se escrever "Não se aplica" no critério de exclusão]

Rever cronograma da pesquisa (no projeto de pesquisa), considerando a próxima reunião do CEP.

[ATENDIDO]

Solicita-se que a pesquisadora envie uma carta-resposta descrevendo como cada item de pendência foi atendido.

[ATENDIDO]

Se submeter uma EMENDA é possível fazer todas as alterações na Plataforma Brasil, porém será avaliado novamente pelo CEP da UEM (considerar tempo no cronograma).

Este projeto só poderá ser iniciado na UTFPR Cornélio Procopio após o atendimento de todas as pendências elencadas acima e posteriormente APROVAÇÃO por este comitê.

PROJETOS COM PENDÊNCIAS NO PARECER CONSUBSTANCIADO - até 30 dias após o recebimento do parecer consubstanciado observando as datas do calendário de reuniões. No caso do não cumprimento dos prazos acima, o projeto será RETIRADO (orientação da CONEP).

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Solicita-se enviar, por NOTIFICAÇÃO antes do início da coleta de dados, as seguintes correções no TCLE:

1) No item "Ressarcimento e indenização", acrescentar a informação de que os participantes têm

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

direito à indenização se "vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa", conforme Resolução 510 de 2016.

Ressarcimento e indenização são coisas distintas.

2) Solicita-se reescrever o critério de exclusão. O critério de exclusão não deve ser o oposto do critério de inclusão. Se o critério de inclusão já está suficiente para descrever todas as características necessárias para incluir um participante na pesquisa, sugere-se escrever "Não se aplica" no critério de exclusão.

3) No TCLE, atualizar o endereço do CEP Curitiba. O atual endereço é: Avenida Sete de Setembro, 3165, bloco L sala 07 (pátio central), térreo. Curitiba-PR.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o CEP-UTFPR, de acordo com as atribuições definidas no cumprimento da Resolução CNS nº 466 de 2012, Resolução CNS nº 510 de 2016 e da Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, manifesta-se por APROVAR este projeto.

Lembramos aos (as) senhores(as) pesquisadores(as) que o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) deverá receber relatórios anuais sobre o andamento do estudo, bem como a qualquer tempo e a critério do pesquisador nos casos de relevância, além do envio dos relatos de eventos adversos, para conhecimento deste Comitê. Salientamos ainda, a necessidade de relatório completo ao final do estudo. Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP-UTFPR de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificado e as suas justificativas.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2091202.pdf	04/06/2023 16:09:02		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_TCUIVSV_APENDICE_A_MODIFICADO.pdf	04/06/2023 16:06:25	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	CARTA_RESPOSTA_PEDENCIAS.pdf	04/06/2023 15:54:20	Marcelo Carlos de Proença	Aceito

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)**Bairro:** CENTRO**CEP:** 80.230-901**UF:** PR**Município:** CURITIBA**Telefone:** (41)3310-4494**E-mail:** coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

Outros	DECLARACAO_ANUENCIA_COPARTICIPANTE_MODIFICADA.pdf	04/06/2023 15:52:15	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_TESE_F_MODIFICADO.pdf	04/06/2023 15:46:40	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Parecer Anterior	PB_PARECER_CONSUBSTANCIADO_CEP_5901974.pdf	21/04/2023 16:16:29	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	TERMO_COMPROMISSO_a.pdf	21/04/2023 16:14:50	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_TESE_F.pdf	21/04/2023 16:12:37	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_APENDICE_A_a.pdf	04/04/2023 18:32:27	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Declaração de concordância	DECLARACAO_ANUENCIA_INSTITUICAO_COPARTICIPANTE.pdf	04/04/2023 18:29:23	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Folha de Rosto	FOLHA_DE_ROSTO_PROJETO.pdf	04/04/2023 18:26:39	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_TESE.docx	13/01/2023 11:22:34	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	MODELO_DA_PROPOSTA_DE_ENSINO_APENDICE_G.docx	07/12/2022 21:00:31	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_DE_LEITURA_APENDICE_F.docx	07/12/2022 20:59:57	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_III_APENDICE_E.docx	07/12/2022 20:59:03	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_II_APENDICE_D.docx	07/12/2022 20:57:41	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_I_APENDICE_C.docx	07/12/2022 20:56:59	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
Outros	QUESTIONARIO_INVESTIGATIVO_APENDICE_B.docx	07/12/2022 20:56:19	Marcelo Carlos de Proença	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_APENDICE_A.docx	07/12/2022 20:10:29	Marcelo Carlos de Proença	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

Continuação do Parecer: 6.167.529

CURITIBA, 06 de Julho de 2023

Assinado por:
Frieda Saicla Barros
(Coordenador(a))

Endereço: SETE DE SETEMBRO 3165, Bloco L sala 07 (pátio central)

Bairro: CENTRO

CEP: 80.230-901

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3310-4494

E-mail: coep@utfpr.edu.br

APÊNDICES

Apêndice A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Fl.1/3

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE / TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ – TCUISV

Caríssimos discente, eu Prof. Me. Fernando Francisco Pereira, portador do R.G.: 10.263.854-9, aluno do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM-UEM), em nível de doutorado, orientado pelo Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença, venho por meio deste convidá-lo a participar da pesquisa de doutorado intitulada **O Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na Formação Inicial de professores de Matemática: possibilidades para o Desenvolvimento Profissional**, que tem por objetivo *investigar as implicações de uma intervenção formativa sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas no desenvolvimento profissional de um grupo de licenciandos em Matemática*. Para isso, a sua participação é muito importante, a qual se daria pela participação em um ambiente formativo sobre o ensino e a aprendizagem de matemática via resolução de problemas da seguinte forma: realizar as atividades no contexto da resolução de problemas, participar das discussões teóricas acerca dos assuntos abordados no decorrer do curso de formação, responder os questionários solicitados que abordarão questões que envolvem as discussões tidas no decorrer do curso desenvolvido nas dependências da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procopio, Avenida Alberto Carazzai, 1640, 86300-000.

Quanto ao tempo de participação na pesquisa: informamos que de acordo com o cronograma de encontros a ser apresentado no primeiro contato com o pesquisador, a previsão de participação é de 10 semanas, sendo 2 encontros semanais de 2 horas aulas previstos para o período entre 28/08/2023 e 10/11/2023, a ocorrerem durante a disciplina de Práticas de Ensino C, em sala e horários reservados para a mesma.

Quanto a coleta de dados: os dados serão coletados de duas maneiras, a saber: a partir de cópias dos registros produzidos ao responderem as atividades (questionários e fichamentos); e gravações em áudio e vídeo dos momentos de discussão e apresentação.

Quanto ao consentimento para uso de imagem e som de voz: As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do grupo de pesquisadores pertinentes ao estudo e eventualmente poderão ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, sem que o participante seja identificado por nome ou qualquer outra forma.

Quanto aos riscos: Informamos que poderão ocorrer os riscos/desconfortos mínimos a seguir: dispor do tempo para participar da atividade; riscos de divulgação de informações e dados coletados; riscos de constrangimento e divulgação relacionadas às gravações de áudios e vídeo. No entanto, enfatizamos sobre o uso dos dados exclusivamente para fins da pesquisa e a possibilidade de não responder caso se sinta desconfortável/constrangido(a), podendo ainda, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

Fl.2/3

Quanto aos benefícios: Os benefícios esperados são relativos ao aperfeiçoamento na formação docente dos futuros professores de matemática e a contribuição no campo da Educação Matemática, bem como para futuros pesquisadores e professores interessados sobre a temática investigada.

Quanto a confidencialidade: Informamos que todos os dados obtidos durante a realização do processo formativo serão utilizados somente para os fins desta pesquisa, e serão tratados com o mais absoluto sigilo e confidencialidade de modo a preservar a identidade dos participantes garantindo que seu nome não irá aparecer em lugar algum da pesquisa. Deste modo, destacamos que utilizaremos apenas de codificações atrelados aos registros em áudio e vídeo gravados para analisar e apresentar os dados no decorrer da pesquisa. Enfatizamos que o acesso as gravações durante os encontros só estará disponível para o professor pesquisador Fernando Francisco Pereira e seu orientador de doutorado, Prof. Dr. Marcelo Carlos de Proença.

Quanto a inclusão: Informamos que a inclusão dos participantes na pesquisa está condicionada a ser maior de 18 anos, ser aluno da Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Proença e estar matriculado na disciplina de Prática de Ensino C - LM37D - L71.

Quanto a exclusão: Informamos que a exclusão dos participantes na pesquisa está condicionada a não cumprir os critérios de inclusão, não ser maior de 18 anos, não ser aluno da Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Proença e não estar matriculado na disciplina de Prática de Ensino C - LM37D - L71.

Quanto ao direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo: Informamos que a qualquer momento é possível recusar participar da pesquisa, seja devido a algum desconforto, ao horário marcado, a sua disponibilidade ou outro motivo, sem que haja qualquer prejuízo ou constrangimento.

Quanto a dúvida e reclamações: Caso você tenha dúvidas ou necessite maiores esclarecimentos sobre questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com:

Fernando Francisco Pereira

Telefone: (43) 99814-0064
E-mail: fernandoutfcp@gmail.com
Endereço: Rua Manoel Alvez da Sila, nº 100
CEP: 86080-518 – Londrina -PR.

Marcelo Carlos de Proença

Telefone: (44) 3011-4827
E-mail: mcprouenca@uem.com.br
Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, Sala 4.
CEP: Av. Colombo, 5790 - Bloco F67 - Sala 007.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

- () quero receber os resultados da pesquisa (e-mail para envio : _____)
() não quero receber os resultados da pesquisa

Esclarecimentos sobre o comitê de ética em pesquisa:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe

Fl.3/3

de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (COPEP) envolvendo Seres Humanos da UEM e com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

(UTFPR), nos respectivos endereço abaixo:

Contato do COPEP/UEM

Universidade Estadual de Maringá.
Av. Colombo, 5790, UEM-PPG, Sala 4.
CEP: 87020-900, Maringá-PR
Telefone: (44) 3011-4444
E-mail: copep@uem.br.

Contato do CEP/UTFPR

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Curitiba.
Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças.
CEP 80230-901, Curitiba-PR.
Telefone: (41) 3310-4494
E-mail: coep@utfpr.edu.br

Quanto ao ressarcimento e indenização: A pesquisa é sem fins lucrativos e não possui custos ao participante ou honorários pela participação. Por ocorrer durante as aulas da disciplina contida na matriz curricular do curso, não se faz necessário ressarcimento quanto a despesas do participante, tais como transporte e alimentação.

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação direta (ou indireta) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar deste estudo permitindo que os pesquisadores relacionados neste documento obtenham fotografia, filmagem ou gravação de voz de minha pessoa para fins de pesquisa científica/ educacional. Estou consciente que posso deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar deste estudo.

Eu, _____ RG: _____ Data _____ de
Nascimento: ____ / ____ / ____ Telefone: _____ Endereço: _____
CEP: _____ Cidade: _____
Estado: _____ Data: ____ / ____ / ____

Assinatura

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Eu declaro que forneci todas as informações relevantes referentes ao projeto de pesquisa supracitado, e que cada participantes da pesquisa receberá uma via deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome completo do pesquisador: _____

Data: ____ / ____ /2023

Assinatura

Apêndice B – Questionário de identificação (Formulário Google)

Questionário de identificação

Olá participante, este formulário tem o objetivo de obter algumas informações sobre suas experiências pessoais enquanto eram alunos da Educação Básica.

** Indica uma pergunta obrigatória*



(43) 99654-8689



fernandoutfcp@gmail.com

1. **Seu nome: ***

2. **Idade: ***

3. **Já trabalhou ou trabalha como professor? ***

Marcar apenas uma oval.

☐

Sim

Pular para a pergunta 4

☐

Não

Pular para a pergunta 6

Seção sem título

4. **Em quais anos e etapas? ***

5. **Por quanto tempo? ***

Seção sem título

6. **Possui outra formação? ***

Marcar apenas uma oval.

☐ Sim *Pular para a pergunta 7*

☐ Não *Pular para a pergunta 8*

Seção sem título

7. **Qual(is)? ***

Seção sem título

8. **Ano/período que está na graduação:** *

9. **Enquanto aluno, como eram suas aulas de Matemática na Educação Básica?** *
(Cite por exemplo a prática do professor, a dinâmica de ensino, se te motivava ou desmotivava e o que era responsável para que isso ocorresse)

10. **Enquanto aluno, como você esperava que deveria ser uma aula de Matemática na Educação Básica?** *
(Por exemplo, como os conteúdos deveriam ser ensinados, que motivaria os alunos, que tornaria o ensino melhor e a aprendizagem mais significativa)

11. **Enquanto aluno, você se recordo de alguma experiência vivência onde o professor utilizou a resolução de problemas como estratégia de ensino?** *(Se sim, explique tudo que você recordar, em que momento ou objetivo o professor utilizou)* *

12. **Você acha importante utilizar a resolução de problemas para ensinar Matemática?** *(Se sim, explique a(s) importância(s) que você considera e o porquê)* *

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

Apêndice C – Questionário I

QUESTIONÁRIO I

Nome: _____

*por gentileza, responder aos questionamentos utilizando fonte de cor azul.

*se necessário for, podem colar imagens de suas resoluções.

ETAPA 1 – Definindo problema e suas características

Tarefa 1: Defina com suas palavras o que é um problema matemático:

Tarefa 2: Nas 4 situações abaixo você deverá realizar a seguinte tarefa:

- Responder se trata-se de um problema ou não;
- Justificar sua resposta o mais detalhado possível;

Situação 1:

Se do quadrado da idade de Luísa subtrairmos o dobro da idade dela, obteremos 10 vezes a idade de Lúcia, a irmã gêmea de Luísa. Qual é a idade de Luísa?

É um problema? () Sim () Não Justifique:

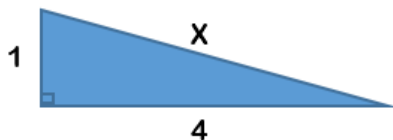
Situação 2:

Resolva a equação $x^2 - 2x = 10x$.

É um problema? () Sim () Não Justifique:

Situação 3:

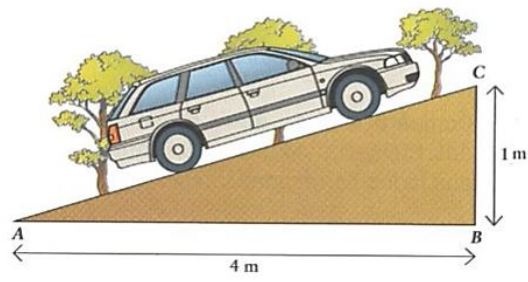
Considere o triângulo retângulo abaixo, cujas medidas dos lados estão indicadas em uma mesma unidade de comprimento. Utilizando o teorema de Pitágoras, encontre o valor de x .



É um problema? () Sim () Não Justifique:

Situação 4:

Na arquitetura, é muito comum a projeção de rampas para acesso a garagens. O grande desafio é manter um comprimento suficientemente razoável para que não se tenha uma rampa muito inclinada. Jorge, arquiteto, está projetando uma rampa para acesso a uma garagem e está na etapa final do desenho. Entretanto, falta encontrar uma última medida, dessa forma, qual é o valor da medida do comprimento da rampa?



É um problema? () Sim () Não Justifique

ETAPA 2 – Leitura e resolução de situações de matemática

Tarefa 1: Você deverá ler as duas situações de matemática a seguir, resolvê-las de quantas maneiras você for capaz e responder alguns questionários.

Situação 1: “Contra as enchentes, calçadas e praças com pisos permeáveis” – Carlos Alberto Tauil, arquiteto.

<www.aecweb.com.br/cont/a/contra-as-enchentes-calçadas-e-pracas-com-pisos-permeaveis_2297>

A manchete afirma que uma das causas de enchentes é a falta de impermeabilidade do solo nas cidades. Cada vez mais sem lugares para escoar e infiltrar, as águas das chuvas acabam por invadir residências e comércios causando caos e prejuízos. Pensando em formas simples, econômicas e que mantenham a acessibilidade, tem surgido a tendência de trocar o concreto tradicional das calçadas e praças por blocos de concretos intertravados, também conhecidos por *pavers*, os quais possibilitam, entre seus encaixes, o acréscimo de areia que por sua vez permitirá a impermeabilização da água.

Agora, imagine que você esteja no lugar de um engenheiro que foi contratado por uma escola. Essa escola pretende instalar *pavers* ao longo de toda a calçada externa que a rodeia com o objetivo de amenizar o risco de enchente e melhorar a acessibilidade. Analisando a planta com vista superior da escola, sabe-se que o terreno ocupado por ela é de 8000m^2 , cujas dimensões estão numa proporção de 4 para 5, e que a calçada em todo o terreno dista 5m entre o muro e o meio-fio (sarjeta). Que quantidade de *pavers* em m^2 será necessária para revitalizar o calçamento ao redor dessa escola?

Que conceitos, propriedades e/ou princípios matemáticos são abordados na situação? Apresente cada um e defina-os.

Há alguma informação, seja escrita e figurativa, ou expressão específica que você acredita que poderia causar dificuldades de leitura, interpretação e consequentemente resolução?

Que etapas ou fases e conhecimentos você precisou seguir e utilizar para resolver a situação de matemática? Enumere e descreva.

Situação 2: Uma Loja colocou em promoção uma calça, tendo 5% de desconto, na outra semana, acrescentou mais 10% de desconto. No mês seguinte, a loja readaptou o preço dos produtos, tendo aumentado em 15% o preço da calça citada. Sabendo que o valor final foi de R\$78,66, qual o valor da calça antes dessas três alterações de preço?

Que conceitos, propriedades e/ou princípios matemáticos são abordados na situação? Apresente cada um e defina-os.

Há alguma informação, seja escrita e figurativa, ou expressão específica que você acredita que poderia causar dificuldades de leitura, interpretação e consequentemente resolução?

Que etapas ou fases e conhecimentos você precisou seguir e utilizar para resolver a situação de matemática? Enumere e descreva.

Apêndice D - Questionário II

QUESTIONÁRIO II

Nome: _____

*por gentileza, responder aos questionamentos utilizando fonte de cor azul e inserir imagens da resolução sempre que necessário.

ETAPA 1 – Elaborando problemas e justificando

Tarefa 1: Imagine que você é um(a) professor(a) de uma turma de 6º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e gostaria de elaborar uma situação de Matemática envolvendo Geometria para utilizar em uma aula dessa turma. Elabore a situação.

Como você abordaria a situação? Que dificuldades os alunos teriam?

ETAPA 2 – Refletindo sobre as elaborações

Tarefa 1: Observem as situações as elaboradas anteriormente e respondam:

Você concorda com a informações apresentadas sobre a abordagem e as dificuldades na situação?

Você considera que essa situação de Matemática poderia ser classificada como um problema para os alunos? Justifique sua consideração.

Que modificações você faria em cada uma para que se tornassem bons problemas para os alunos?

Apêndice E – Questionário III

QUESTIONÁRIO III

Nome: _____

*por gentileza, responder aos questionamentos utilizando fonte de cor azul.

ETAPA 1 – Identificações e definições

Tarefa 1: Analise as resolução(ões) das situações vistas anteriormente e responda aos questionários.

Situação 1: “Contra as enchentes, calçadas e praças com pisos permeáveis” – Carlos Alberto Tauil, arquiteto.

<www.aecweb.com.br/cont/a/contra-as-enchentes-calcadas-e-pracas-com-pisos-permeaveis_2297>

A manchete afirma que uma das causas de enchentes é a falta de impermeabilidade do solo nas cidades. Cada vez mais sem lugares para escoar e infiltrar, as águas das chuvas acabam por invadir residências e comércios causando caos e prejuízos. Pensando em formas simples, econômicas e que mantenham a acessibilidade, tem surgido a tendência de trocar o concreto tradicional das calçadas e praças por blocos de concretos intertravados, também conhecidos por *pavers*, os quais possibilitam, entre seus encaixes, o acréscimo de areia que por sua vez permitirá a impermeabilização da água.

Agora, imagine que você esteja no lugar de um engenheiro que foi contratado por uma escola. Essa escola pretende instalar *pavers* ao longo de toda a calçada externa que a rodeia com o objetivo de amenizar o risco de enchente e melhorar a acessibilidade. Analisando a planta com vista superior da escola, sabe-se que o terreno ocupado por ela é de 8000m², cujo as dimensões estão numa proporção de 4 para 5, e que a calçada em todo o terreno dista 5m entre o muro e o meio-fio (sarjeta). Que quantidade de *pavers* em m² será necessária para revitalizar o calçamento ao redor dessa escola?

Em qual(ais) momento(s) da aula poderia ser utilizada a situação de matemática apresentada? Justifique!

Algum(ns) conteúdo(s) ou conceito(s) pode(m) ser ensinado(s) por meio dessa situação? Se sim, justifique qual(is) e como?

Situação 2: Uma Loja colocou em promoção uma calça, tendo 5% de desconto, na outra semana, acrescentou mais 10% de desconto. No mês seguinte, a loja readaptou o preço dos produtos, tendo aumentado em 15% o preço da calça citada. Sabendo que o valor final foi de R\$78,66, qual o valor da calça antes dessas três alterações de preço?

Em qual(ais) momento(s) da aula poderia ser utilizada a situação de matemática apresentada? Justifique!

Algum(ns) conteúdo(s) ou conceito(s) pode(m) ser ensinado(s) por meio dessa situação? Se sim, justifique qual(is) e como?

ETAPA 2 – Identificação de casos

Tarefa 3: Na sequência há alguns breves casos de ensino que serão utilizados como uma simulação, cabe a você responder aos questionamentos vindos na sequência.

Situação 1: Professor César, do 9º ano, quer verificar se seus alunos aprenderam o conteúdo de Equações de 2º grau, para isso decidiu que ao fim da aula iria entregar uma situação de Matemática para que os alunos resolvessem. Abaixo encontra-se a situação.

Galileu foi um físico, matemático, astrônomo e filósofo italiano que teve grande papel na revolução científica. Conta-se que para comprovar seus estudos sobre os corpos lançados de uma mesma altura, teria subido até a Torre de Pisa e lançado duas esferas de chumbo de massas diferentes. Isso fez com que Galileu fosse um dos responsáveis pelos estudos que envolvem a queda livre de corpos; ele descobriu que todo corpo em queda livre, ou seja, abandonado sem que seja aplicada uma velocidade inicial, pode ser modelado da seguinte forma:

$$\frac{1}{2}gt^2 = d$$

Em que d é a altura da queda, g é o valor da aceleração da gravidade no local da queda em metros por segundo ao quadrado e t é o tempo de queda. Dessa forma, imagine a seguinte situação: um paraquedista salta de um avião a 3680m e abre o paraquedas quando está a uma altura de 1875m em relação ao solo. Desse modo, ele se desloca 1805m em queda livre, partindo de uma velocidade inicial nula. Quanto tempo dura esse deslocamento de 1805m?

Neste caso, o professor César está concebendo a resolução de problemas em qual abordagem? Justifique sua resposta.

Situação 2: A professora Luiza, 1º ano do Ensino Médio, quer começar ensinar Função Exponencial, por isso não havia mencionado nada anteriormente sobre o conteúdo com os alunos. Ela sabe que no ano anterior, 9º Ano, os alunos aprenderam as propriedades de

Exponenciais, até então vistas como potenciação. Para isso ela irá utilizar a seguinte situação de Matemática:

Um dos maiores acidentes com o isótopo césio-137 teve início no dia 13 de setembro de 1987, em Goiânia, Goiás. O desastre fez centenas de vítimas, todas contaminadas por meio de radiações emitidas por uma única cápsula que continha césio-137." Tudo começou quando dois sucateiros encontraram um aparelho de radioterapia em um prédio abandonado da Santa Casa de Misericórdia de Goiânia. Os sucateiros levaram o aparelho, por eles desconhecido, para a casa de um deles e o desmontaram. Durante a desmontagem do aparelho de radioterapia, expuseram ao ambiente 19,26 g de cloreto de césio-137, um pó branco semelhante ao sal de cozinha, que brilha no escuro com uma coloração azulada. Eles se encantaram com o brilho azul emitido pela substância e resolveram exibir o achado a seus familiares, amigos e parte da vizinhança. Todos acreditavam estar diante de algo sobrenatural e alguns até levaram amostras para casa. A exibição do pó fluorescente ocorreu durante quatro dias, e a área de risco aumentou, pois parte do equipamento de radioterapia também foi para outro ferro-velho, espalhando ainda mais o material radioativo. As 19,26 g de césio expostas gerou cerca de 6 toneladas de lixo radioativo, o qual encontra-se confinado em 1.200 caixas, 2.900 tambores e 14 contêineres (revestidos com concreto e aço) em um depósito construído na cidade de Abadia de Goiás. Se no lixo radioativo encontra-se 19,26 g de Césio-137 e o seu tempo de meia-vida é 30 anos. Quantas gramas de Césio-137 restará no ano de 2077 no lixo radioativo armazenado?

Neste caso, a professora Luiza está concebendo a resolução de problemas em qual abordagem? Justifique sua resposta.

ETAPA 3 – Justificativas

Elenque as potencialidades (benefícios; possibilidades, etc.) e as limitações (dificuldades, barreiras) de cada uma das abordagens exemplificadas nos dois casos de ensino anteriores.

Apêndice F – Modelo para proposta de organização do ensino

MODELO PARA PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

BASEADO PROENÇA (2021)

INFORMAÇÕES GERAIS:

Conteúdo Geral:

Conteúdo Específicos:

Conhecimentos prévios:

Duração: em horas/aulas.

Objetivo(s):

- Objetivo 1

1ª ETAPA: USO DO PROBLEMA COMO PONTO DE PARTIDA

1ª Ação: Escolha do problema

- Apresentar a situação de matemática de sua autoria; reelaborada ou selecionada;
- A fonte da situação caso não seja de sua autoria, indicando se foi utilizada na íntegra ou reelaborada;
- Apresentar todas as possíveis estratégias de resolução (indicar as etapas e os conhecimentos mobilizados em cada uma);

2ª Ação: Introdução do problema

- Descrever os encaminhamentos e organização inicial da turma para introduzir o problema (como você dividiria a turma, quantidades de alunos por grupo, quais indicações você faria aos alunos).

3ª Ação: Auxílio aos alunos durante a resolução

- Descrever os encaminhamentos da aula durante o auxílio aos alunos no processo de resolução, considerando:
 - Apresentando possíveis erros ou dificuldades que os alunos poderiam cometer se seguissem alguma das estratégias previstas por você;
 - Apresentando o que você faria se ocorresse o erro ou a dificuldade dos alunos durante a proposição e execução de uma estratégia.

4ª Ação: Discussão das estratégias dos alunos

- Descrever os encaminhamentos e organização da turma durante a ação de discussão das estratégias dos alunos (como conduziria a socialização das estratégias; que possíveis apontamentos surgiriam em cada uma);

5ª Ação: Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo

- Apresentar uma articulação ao conteúdo a partir cada uma das estratégias previstas na 1ª ação (como você faria a articulação, que representações, exemplificações e falas você faria).

2ª ETAPA: FORMAÇÃO DO CONCEITO

- Apresentar atividades que os alunos possam explorar exemplos de diferentes representações (letras, formas, posições, cores, etc.) e contra exemplos associados ao conceito e suas propriedades; possibilitem a compreensão de propriedades e características específicas do conceito; que solicite que os alunos apresentem distinções entre o conceito em estudo e outros conceitos; **apresente possíveis definições que os alunos fariam** (representações pessoais).

3ª ETAPA: DEFINIÇÃO DO CONTEÚDO

- Definir o conceito matemático formalmente, suas características e representações. Definir os procedimentos algorítmicos – métodos resolutivos, relacionando as resoluções e representações dos alunos com a linguagem; especificar como seria a articulação das estratégias dos alunos à definição formal e uma síntese entre as representações.

4ª ETAPA: APLICAÇÃO EM NOVOS PROBLEMAS

- Elaborar uma ou mais situações contextualizadas novas envolvendo aspectos sociais, econômicos, históricos ou associados a outras ciências) com informações completas ou incompletas e supérfluas com foco na aplicação do conceito matemático e dos procedimentos algorítmicos de resolução aprendidos anteriormente, elaborar possíveis estratégias e justificar como os alunos resolveriam utilizando as etapas de resolução.

Referências

Normas da ABNT

Apêndice G – Questionário final (entrevista)

QUESTIONÁRIO FINAL - ENTREVISTA

ETAPA 1 – Problema

Para você, o que é um exercício de matemática?

Para você, o que é um problema de matemática?

O que defini bons problemas para o ensino na sua visão?

Quais critério deve-se considerar na hora de escolher ou (re)elaborar um problema?

ETAPA 2 – Resolução de Problemas

Para você, o que significa resolver um problema de matemática?

Em seu entendimento, por que é importante prever as possíveis estratégias de resolução dos alunos e identificar os conhecimentos mobilizados durante o processo?

Durante a resolução de um problema, qual(is) dificuldades você acredita que os alunos teriam?

Na sua visão, que fatores contribuem para motivar os alunos na resolução de problemas?

ETAPA 3 – Abordagens da Resolução de Problemas

Na sua visão que momento é favorável empregar o ensino para resolver problemas?

Para você, qual objetivo deve ter o professor para empregar o ensino via resolução de problemas?

Que ações auxiliam os professores no ensino via resolução de problemas? descreva-as em suas palavras.

Na sua visão, quais as potencialidades do ensino via resolução de problemas? Explique o porquê?

E quais são as limitações do ensino via resolução de problemas? Explique o porquê?

Quais dificuldades você encontrou no planejamento e elaboração da proposta? Explique cada uma.

Você se sente confiante para propor e implementar um ensino que envolva os alunos na resolução de problemas em suas aulas quando for professor? Explique sua resposta.